Psicología

de la

Aptitud matemática del niño

DEL MISMO AUTOR

Museos Escolares Argentinos y la Escuela Moderna. Un tomo 750 páginas. 1893 — (agotada).

La Educación del Niño y su Instrucción. Un tomo 440 páginas (agotada).

Plan Teórico-práctico de instrucción, combinando las escuelas primarias con los colegios nacionales. (Premiada con medalla de oro).

Problema de hacer práctica la instrucción en la campaña. (Premiado con laurel de oro).

La instrucción del punto de vista de la evolución histórica y formación de los hábitos, teniendo presente las exigencias del medio ambiente. (Primer Congreso científico latino-americano. Buenos Aires, 1898, sección Sociología).

Las leyes de la Metodología del punto de vista filogenético. (Segundo Congreso Científico latino-americano. Montevideo, 1901).

El Positivismo Comtiano, un tomo, 160 pág. (agotada).

La Historia del punto de vista positivo. 1891. Polémica con el doctor Benjamín Sánchez, un tomo 425 pág.

Notas acerca de la criminalidad infantil. (*Archivos de psiquiatría*, etc.)

La educación laica y la religiosa.

Notas acerca de la Pedología. (1893).

Síntesis Aritmética. Ejercicios y problemas de recapitulación general para 5° y 6° grado.

PROCEDIMIENTOS

Enseñanza de la Aritmética

por

Víctor Mercante

Director de la Escuela Normal de Mercedes de Buenos Aires
y Profesor de Psicología y Pedagogía de la misma

Libro I

Psicología
de la aptitud matemática del niño

Libro II

Cultivo y desarrollo
de la aptitud matemática del niño

Libro I

Psicología

de la

Aptitud matemática del niño

por

Víctor Mercante

BUENOS AIRES

CABAUT y Cía., Editores

SUCESORES DE P. IGON Y CÍA.

Librería del Colegio — Alsina 500

1904

LIBRO DESTINADO

á los

Profesores de Pedagogía, Maestros de instrucción primaria

y Alumnos-maestros de las Escuelas Normales

PRÓLOGO

Mi propósito es escribir, dentro de un espacio de tiempo probablemente largo, la *Metodología de la Enseñanza Primaria* guiado por los nuevos conceptos que se tienen del niño, de la educación y de los procedimientos, gracias á una orientación más definida de la Psicología considerada del punto de vista de la enseñanza.

La literatura pedagógica es abundante; pero, fuerza es decirlo, vaga y declamatoria á tal punto que el maestro de cuarto grado no hallaría hoy, en la biblioteca mejor provista, textos donde preparar los pasos de una lección acerca de las medidas de volumen: no exageramos en afirmar que los alumnos-maestros, no obstante sus estudios de pedagogía, comienzan la práctica en un mundo desconocido tocante á principios y aplicaciones metodológicas. Sus aptitudes las adquieren observando, preguntando, imitando, bajo forma desordenada y después de ensayos costosos para él y estériles para el grado.

El maestro no compra ni consulta pedagogías, porque vanamente buscaría en ellas lo que necesita: *el procedimiento*, el arte de transmitir un conocimiento, el desarrollo sistemático de una serie de lecciones referentes á una asignatura. El descrédito en que han caído, se debe á su espíritu de vaguedad, si no son resúmenes incompletos de gramática, anatomía, aritmética, geometría ó historia de métodos, viciando la definición misma de la palabra, *país,* niño; *agogós*, que conduce (παιδαγωγία), dirigir la actividad del niño en aprendizaje. ¡Qué error explicar con generalidades lo que exige riqueza de pormenores! Un libro sobre procedimientos, útil como lo pretendemos, no puede ser de 400 ó 500 páginas, ni escribirse desde la mesa de trabajo con recuerdos más ó menos vivos de la clase ó sopándonos en la diligente lectura de tratados que sabemos deficientes.

El cuadro sinóptico estampado al principio de la obra, es una clasificación por asignaturas de los conocimientos que según nosotros constituyen el ciclo primario. En estos dos volúmenes tratamos la enseñanza de una de ellas, la aritmética, primera que en el cuadro del saber humano adquiere contornos positivos y en la escuela, espíritu científico. Tan útil á la cultura mental como la lectura y la escritura, deja hoy, su enseñanza, mucho que satisfacer; de ninguna materia se comunica menos con más tiempo y esfuerzo. ¿La causa? Porque no se sabe enseñar cuando la preparación es suficiente ó la preparación es deplorable cuando se sabe enseñar.

Basándonos en observaciones psicopedagógicas, hemos modificado los métodos á punto de dar á la transmisión de los conocimientos, una amplitud no soñada hasta ahora, que la rutina discutirá pero que el maestro inteligente aceptará como una verdad para siempre conquistada. Los escritores padecen la eterna enfermedad de hacer el libro sobre los libros, no sobre los cuadernos de observación. En vez de tomar asiento en el fondo de una clase, toman asiento en el sillón de una biblioteca dispuestos á repetir cuantas afirmaciones tenga el clásico libro de Comenius, ó de Girard, ó de Grübe, abstracción hecha de los progresos que significa un siglo ó más de diferencia. Siempre el *magister dixit* no obstante la materia prima, los casos, la prueba contraria bajo los ojos. No pretendo haber leído cuantas obras se han escrito acerca de la enseñanza elemental de la matemática; pero he recorrido muchas, entre ellas, bastantes norteamericanas y en todas he notado la falta de análisis, la falta de hechos, el inmenso vacío de la enseñanza en los grados superiores, la vaguedad en dar rumbo á los procedimientos, pasando por sobre los ejercicios y problemas—la aplicación—como por sobre ascuas; nunca un trazado firme y concreto que diga: aquí el camino para llegar á tal fin; estas son las lecciones, los desarrollos estos, la graduación esta, estas las dificultades, este el procedimiento que lleva en rieles á la inteligencia para alcanzar el éxito máximo en un tiempo mínimo.

Sin conocer al niño, se ha dicho, no es posible educarlo; del punto de vista intelectual, ese conocimiento lo da la Psicología, de la que se hace un estudio tan incompleto y á menudo erróneo que se la ha creído hasta innecesaria como auxiliar pedagógico. Los métodos de enseñanza, prácticos por excelencia, nada avanzan conociendo el proceso y las vías por donde una percepción se transforma en idea y movimiento después de provocar una complicada serie de integraciones. Es muy diferente la psicología experimental. Mediante sus cuadros y diagramas, conoce matemáticamente, en un momento dado, las aptitudes de los educandos para un trabajo; su preparación en un punto determinado; los inteligentes y los retardados; las bondades ó defectos del procedimiento; qué partes exigen más ejercicio y qué partes, menos.

El primer volumen, después de una breve historia de la matemática y de los diversos métodos empleados para enseñarla, estudia las aptitudes de la colectividad escolar clasificada en grados y sexos, porque, dentro de nuestro régimen simultáneo, el niño no es, del punto de vista pedagógico, una entidad sino el elemento de un organismo más complejo que se llama grado. El maestro educa al grado A ó B, no al niño A ó B y nosotros estudiamos al grado A ó B como terreno cuyas propiedades indican las preparaciones para aprovecharlo. De modo que encaramos la psicología infantil bajo nuevos aspectos, si bien sirviéndonos de los métodos de investigación hasta aqui preconizados con más ó menos acierto. Para nosotros toda enseñanza debe proponerse estos resultados: *exactitud, rapidez* y *generalización.* Nuestras investigaciones psicométricas acerca de los puntos fundamentales que constituyen el ciclo primario, de la enseñanza de la aritmética, desde contar hasta el análisis de un problema á condiciones implícitas, se han hecho según esos tres conceptos; exclusivamente experimentales, nos han dado una noción exacta de la mentalidad matemática de cada grado y cada sexo; retardos, oscilaciones, crisis, positividad, tiempos de reacción, procesos primarios y centrales, horas de actividad y depresión, lo bastante para proceder sobre base segura, á la distribución de los programas en lecciones — 250 para cada grado—y desarrollarlas dentro de reglas fijas.

El segundo volumen es de inmediata utilidad para el maestro. Encuentra allí lo que nosotros inútilmente hemos buscado en obras norteamericanas, francesas, españolas é italianas: la asigñatura, en cerca de 200 lecciones típicas distribuídas en grados, meses y días, su plan al principio y divididas en *introducción, medio* y *fin*. El trabajo ha sido costoso, por cuanto, después de ordenar para la consulta, los apuntes de nueve años de observación, pusimos á prueba la mayor parte de los desarrollos. Al pie de cada uno, están escritas las indicaciones necesarias para evitar posibles deficiencias en la enseñanza.

A los *Ejercicios* y *Problemas* (punto que en las obras de pedagogía no hemos visto tratado) dedicamos gran parte del libro: distribución por grados; sus tipos y clases; métodos de solución; series de apoyo, típicas, recapitulatorias y mixtas; textos, deberes y lecciones modelos. Alma, para nosotros, de la enseñanza, recibe nuestra especial atención y creemos de este punto, ofrecer una novedad á los maestros. Los últimos capítulos resumen, por grados, los defectos más frecuentes y comunes de la enseñanza, anotados en nuestros cuadernos de críticas; siguen los desarrollos de varias lecciones deficientes para mostrar el mecanismo de errores cometidos á menudo.

«Estamos convencidos de tener entre manos, una obra larga y costosa» pero útil, no sólo al magisterio de este país, sino á cuantos dedican sus empeños á la tarea de cultivar las aptitudes del niño.

V. Mercante.

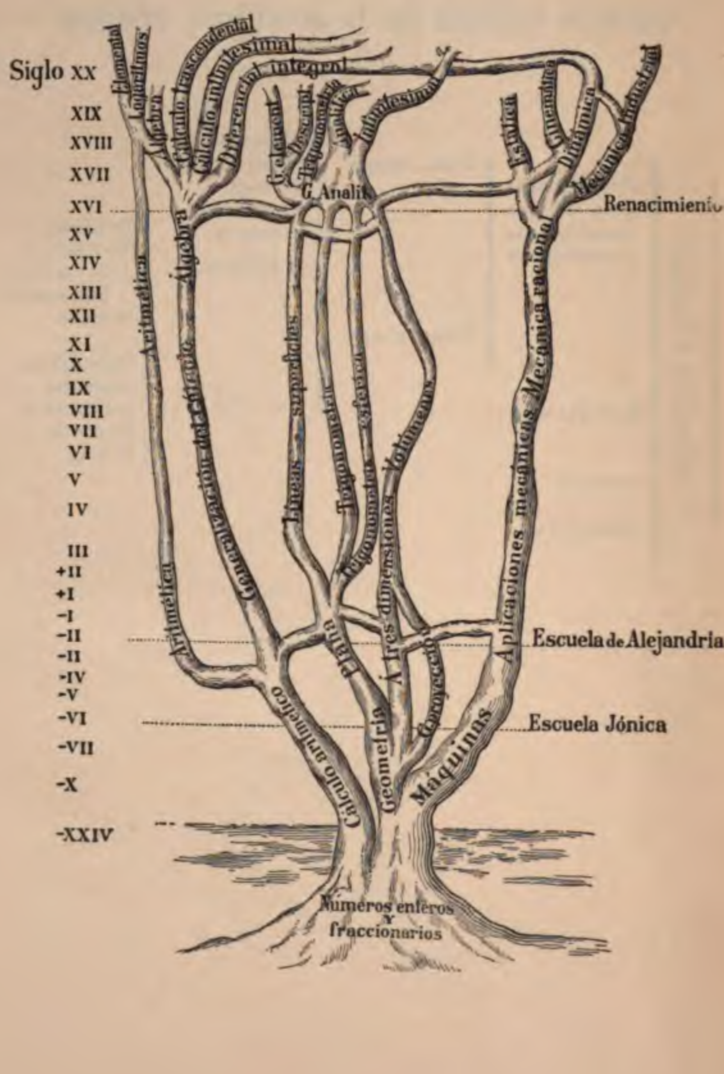
Jerarquía histórica de la enseñanza primaria

- Educación de las aptitudes intelectuales
  - Observación y lenguaje
    - Diferenciación de las cosas, hechos y fenómenos
      - Vida inorgánica......
        - COSMOGRAFÍA
        - FÍSICA
        - QUÍMICA
        - MINERALOGÍA
        - GEOLOGÍA
      - Vida orgánica
        - Individual...
          - BOTÁNICA
          - ZOOLOGÍA
          - ANATOMÍA Y FISIOLOGÍA
          - HIGIENE
        - Colectiva....
          - GEOGRAFÍA
          - HISTORIA
          - GRAMÁTICA
          - DERECHO
          - MORAL
    - MATEMÁTICA
    - LECTURA
    - ESCRITURA

ÁRBOL GENEALÓGICO

de la

MATEMÁTICA



Psicología de la aptitud matemática del niño

CAPÍTULO I

HISTORIA

I

Consideraciones históricas. — *Evolución de la Matemática.*—Una ciencia nunca nace sin antes aparecer difundida en la mallas de otra. La cantidad no pudo ser apreciada sino como una de las tantas cualidades de las cosas descubiertas por el hombre, en su incesante esfuerzo para someter la naturaleza. La noción de tamaño, forma, posición, comparando entre sí dos objetos, ejercitaba el método; la noción exacta del poder, del tiempo y de las dimensiones, condujo á los números, orales y escritos por la repetición primero, y por la resta después. Las operaciones fueron consecuencia lógica del proceso numerativo y las fracciones de la unidad dividida en partes. En el lenguaje oral se fué lejos; la notación escrita, en cambio, fué larga y costosa antes de llegar á un método sencillo, rápido y universal como el nuestro.

Los griegos organizaron la ciencia matemática para difundirla sin artificios ni engaños sacerdotales como acontecía en Egipto: THALES de MILETO (—639 á—548), funda la escuela jónica y reemplaza los procedimientos informes de los fenicios, indus, egipcios y caldeos, por un método de rigurosa demostración. Cultiva la Aritmética y la Geometría distinguiéndolas en concretas y abstractas; generaliza el uso del compás, la escuadra y el nivel, y determina la medida de los ángulos inscriptos. PITÁGORAS (—580), penetra más que Thales en el dominio de la abstracción; descubre y demuestra muchas proposiciones geométricas, entre las que se destaca el célebre teorema de su nombre, clave de infinitas soluciones. La escuela de PLATÓN (—430 á—347), promueve el análisis geométrico al que profesa todo el culto de una ciencia fundamental. Después del imperio macedónico y la decadencia griega, la cultura intelectual se centrifica en Alejandría; brillan, en su escuela, tres astros de primera magnitud: EUCLIDES (—318), ARQUÍMEDES (— 287 á — 212) y APOLONIO (— 245); el primero junta en un cuerpo de doctrina todas las verdades de la Geometría hasta entonces dispersas, con tan elevado criterio, que hoy los textos conservan aquel admirable orden; es la parte de la matemática que inicia el método positivo y, como derivada de los objetos considerados en un plano, la primera que adopta un sistema de representación estable; nada más propio, de consiguiente, que llamar geómetras á los que entonces estudiaban las propiedades del número.

El segundo, discípulo de Euclides, da los elementos de la mecánica estática sin continuadores hasta Galileo, que formula el principio de la independencia de los efectos y los teoremas acerca del movimiento uniformemente variado. Amplía la geometría esférica, descubre nuevas relaciones entre las áreas y lleva el estudio de las curvas, á límites desconocidos hasta entonces. Estos trabajos preparan el nacimiento de la trigonometría.

Por otro camino, DIOFANTO (—365), de la escuela de Alejandría, da un notable impulso á la Aritmética; por el uso de letras y algunas fórmulas generales, se le considera como el fundador del Algebra, que, sin embargo, no floreció sino doce siglos más tarde. El incremento cristiano, la invasión de los árabes y el incendio de la biblioteca de Alejandría (siglo VII), detienen el avance y la matemática entra en un período de decadencia. Uno que otro oriental, uno que otro viajero como LEONARDO DE PISA, mejoran la obra de Diofanto y la propagan por Europa sin encontrar academia que la recoja y haga, sobre tan sólido cimiento, los prodigios de la edad moderna. Diez ó doce siglos de descanso para volver de tanta vergüenza, impetuosos á la lid, como la corriente contenida por inmenso dique que, al romperle, se desborda convirtiendo los eriales en feraces vegas. Todo lo antiguo es pequeño como un grano de arena, junto á la obra de Galileo, Descartes, Newton y Leibnitz.

Tartaglia, Cardano y Viéte (siglo XVI), organizan definitivamente el Algebra é indican el método para aplicarla á la Geometría. Fecundada por el genio de Descartes (1596 á 1650), la matemática renace; funda la Geometría Analítica y toma la generalización del cálculo, la amplitud con que se le conoce hoy. Stavin, Pascal, Galileo y Torricelli (siglo XV y XVI), dan á la mecánica, rumbos teóricos definidos, preparando las maravillosas aplicaciones de dos siglos más tarde. Huyghens (1629 á 1595) aborda la dinámica de los sólidos con un profundo criterio científico; desde entonces, sólo quedan por perfeccionarse los métodos analíticos para que la mecánica entre en el cuadro de la matemática pura, lo que consigue Lagrange (siglo XIX).

Newton (1642 á 1727) y Leibnitz (1646 á 1716) se inmortalizan inventando el método de las fluxiones y el cálculo diferencial; el primero, descubre su célebre ley de la mecánica celeste y el principio de que la reacción es igual á la acción, reducido á fórmula algebraica por D'Alembert. De este modo la rama avanza en el terreno del cálculo abstracto y cuestiones del dominio experimental de la física, se vuelven puramente matemáticas. Euler (1707 á 1783), formula las ecuaciones generales de los líquidos en movimiento; continúan la obra de Leibnitz los hermanos Bernouilli (1700 á 1782) que aplican las conclusiones del nuevo análisis á la solución de los más atrevidos problemas y, por fin, Lagrange (1736 á 1813), príncipe de la matemática, funda la mecánica analítica sobre el teorema de las velocidades virtuales.

Evolución histórica de la Aritmética y el Algebra. El origen de la aritmética se pierde en la noche de los tiempos (LAROUSSE) suponiéndosele en un estado de avanzada perfección en la India y en el Egipto, de donde se extendió á los pueblos del Asia y pasó al occidente. Los chinos pretenden haber escrito un texto (TSIN-KIU TSCHAOU) 2600 años antes de Cristo (S. TZAUT, *Exercices et Problèmes d'Algèbre,* pág. 214) y acaba de descifrarse un papiro del Museo Británico cuya fecha data del reinado de Amenemhat III (2425 años A. C.) que expresa la manera de escribir las fracciones comunes, en la forma que lo hacemos hoy, pero con numeradores unitarios.

La cantidad, en los primeros tiempos, era sólo un conjunto de objetos; uno, representaba la unidad indivisible. Los matemáticos no conocían otros números que los discontinuos, y debieron pasar muchos siglos antes de que cambiaran estas ideas. Cuando se quiso medir las líneas, las superficies y los volúmenes para calcular su valor numérico, la unidad ya no era aquel símbolo claro y definido, esencialmente indescomponible, sino, por el contrario, algo abstracto y susceptible de dividirse (E. ECHEGARAY). Sabida la nomenclatura de los números, para la representación gráfica, se ensayaron diversos sistemas según la escritura que usaba cada pueblo; en Egipto, uno, dos, tres, cuatro, se representaban por una, dos, tres, cuatro rayas; el cinco por un círculo; el ciento por una hoja de palma; digno de notarse es la repetición de las figuras para indicar los múltiplos de la cifra, dos círculos eran diez; dos círculos y una raya, once. Los fenicios, hebreos y griegos usaban las letras del alfabeto; los chinos y japoneses, signos para las cantidades simples y compuestas, colocados al lado uno de otro. Los árabes, evidentemente imitado de la India, usaron el sistema heredado por nosotros. Las operaciones de mentales pasaron á ser escritas, por el difícil manejo de los grandes números; pero antes se usó un procedimiento recordativo, los abacos (Grecia, Roma, China), piedritas de diferentes tamaños y colores para representar órdenes de cifras que no de otra manera es la forma objetiva empleada por los maestros de nuestras escuelas, inculcando la idea de *uno, diez, cien*, con cajas, bolsitas y bolitas. Los indus conocían las cuatro operaciones, la tabla de multiplicar, la raíz cuadrada y cúbica; la divisibilidad por 7 y las pruebas por este número; el cuadrado y cubo. Los griegos ejecutaban las operaciones de izquierda á derecha; las dificultades con que fueron tropezando y los progresos de la materia, gracias á personas que le dedicaron tiempo, sin otro interés que el de la especulación científica, motivaron, una tras otra, reformas que después de muchos siglos habrían de darnos las notaciones y procedimientos simples de nuestra época, que tanto ensancharon el campo de la matemática. La Aritmética permaneció en este caos de gestación, hasta PITÁGORAS (— 569 á — 470) que dió el primer paso para elevarla á la altura de la Geometría. TEÓN DE ESMIRMA (120 D. C.) resume, en sus libros, de la siguiente manera á la escuela pitagórica: enseña que los números son el principio y manantial de todas las cosas; trata de la cantidad; de las cantidades pares é impares; distingue las concretas de las abstractas; los números primos y compuestos; de los cuadrados; de los paralelográmicos, poligonales, circulares, esféricos, piramidales, laterales, diagonales, perfectas distinciones, suprimidas hoy por la simplificación, pero que iniciaban casos tan importantes como los de las potencias, raíces, progresiones, la inacabable combinación de los números [1], los procedimientos comparativos y la proporcionalidad que debía conducir al descubrimiento de la ecuación. Hasta Diofanto (325 á 409 D. J.) ningún hecho es digno de nombrarse. DIOFANTO escribió un libro publicado por XYLANDER

---

(1) El número, en los países de Oriente, semitas, judíos, y aún Europa, edad media, fué un elemento de especulación comercial; los sabios consideraban indignos de estudiarse, hechos tan vulgares y nimios de la naturaleza; preocupaba la conducta del hombre y el conocimiento de Dios. Se explica porque se mostraban desafectos á la ciencia. Grecia, más práctica y humana, aplicaba, en cambio, aquel hermoso principio formulado por Comte á los 23 años: Hacer observaciones importantes sobre cuestiones simples.

en 1460 que proyecta mucha luz acerca del proceso evolutivo de los conocimientos matemáticos y de la manera como ha ido formándose la Aritmética. La primera parte, en diez definiciones, considera los números como reunión de unidades: las potencias hasta la 6ª; la raíz cuadrada; aparecen definidas las seis operaciones fundamentales; trata la notación de las potencias. Por primera vez se indican los exponentes con letras iniciales, y da reglas para manejarlos; trata de las fracciones comunes; define las recíprocas con el nombre de cantidades inversas; estudia las negativas con el nombre de deficientes, aconseja *no confundirlas* con las abundantes (positivas) y emplea las letras generalizadoras. En esta infusa mezcla, se vislumbran las raíces del Algebra.

En el siglo VI, Beoce inventa la numeración escrita del sistema decenal, generalizada en el VII, por los árabes. A partir de esta época, la aritmética sufre una transformación notable: en 1175 Leonardo de Pisa publica un tratado de estructura moderna y que puede considerarse como la obra definitiva de tantos ensayos para hacer de la matemática una lengua universal, al alcance de todas las clases, de todos los individuos. Ordena los conocimientos en quince capítulos:

1° De las nueve cifras de los indus y la manera de escribir con ellas todos los números. 2° La multiplicación. 3° La adición. 4° La substracción. 5° La división de los enteros. 6° Multiplicación de enteros y fracciones. 7° Suma, resta y división de las fracciones. 8° Operaciones de compra y venta. 9° De la baratería de las cosas vendibles. 10° y 11° Regla de compañía y cambio de moneda. 12° y 13° Regla de falsa posición. 14° Raíces cuadrada y cúbica. 15° Reglas especiales. Hagamos notar que el cálculo algebraico no se conoció hasta el siglo XVI (Viète). Antes se daban, bajo ese nombre, reglas sueltas en textos de Aritmética que no obedecían á un arreglo sistemático; así se explican ciertos capítulos de Diofanto y Leonardo que los autores modernos, obedeciendo á la perniciosa rutina de la imitación, han conservado. El signo= por ejemplo, se introdujo en 1552. Se trata, pues, de una época en que el álgebra comienza á generalizarse con elementos que constituyen simples capítulos en el libro de Leonardo; las dificultades giran alrededor de la escritura, por la falta de signos para simplificar el cálculo y las operaciones. El invento de los símbolos para servir á las cosas más apremiantes de la vida y obtener resultados extraordinarios, fué el trabajo más largo, más paciente y más alentador de la actividad humana. Curioso de notar que los matemáticos modernos vuelven al terreno de los antiguos, usando las letras del alfabeto, pero en circunstancias diferentes, para generalizar, no representar números fijos.

La aritmética nacía con los gérmenes del álgebra; á partir del siglo XV, los calculistas dirigen su actividad á la ciencia que presentaba más campo de investigación, limitando la aritmética á la definición de Comte. Gramátius (1518), populariza el uso del signo más y menos. Roche (1480), trata de las fracciones continuas. Stifel (1486), comparando las progresiones aritméticas y geométricas, encuentra las propiedades que sirven de base á los logaritmos.

En esta época (siglos XV y XVI), la notación avanza rápidamente, las letras se transforman en un conjunto de signos inconfundibles de fácil manejo y de expresión tan sintética que una fórmula de media línea, legible para los pueblos y razas de todo el mundo puede abarcar lo que no cabría en muchas páginas de texto escritas en lenguaje común. Esta obra de perfección llevada á cabo por los matemáticos del renacimiento, ha sido comprendida y admirada por los historiadores modernos en páginas alabanciosas y justicieras.

Cardano (1501 y 1576), amplía el cálculo de los enteros y las fracciones y Cataldi (1602), perfecciona el método para extraer la raíz cuadrada. En 1615 Neper inventa los logaritmos y es el primero en usar las fracciones decimales de Regiomontanus (1460).

Briggs construye las tablas de 1 á 20000; otros llegan hasta 1000000. Desde el siglo XVII estudian una cuestión veinte siglos abandonada, la teoría de los números; germina una lujuriosa vegetación de teoremas: se combina el cálculo algebraico con el geométrico; la aritmética sale de su órbita para tomar carácter trascendental en manos de sabios dominados por el afán de descubrir pero no de clasificar; los nombres de CAVALIERI, FERMAT, WALLIS, MERCATOR indican un período de extraordinaria labor que da á la matemática, unidad en el método y robustez en la estructura. Los estudios viven la fiebre del progreso; brillan sabios de la talla de Newton y Leibnitz. NEWTON al escribir la obra con que fundaba su reputación, la *Aritmética universal*, establece los límites que separan la aritmética del álgebra hasta entonces confundidas. Nuevos progresos que no modifican lo fundamental de un trabajo ya hecho, añaden EULER (1707 á 1783), LAGRANGE (1736-1813), LEGENDRE (1752-1833), GAUSS, LEJEUNE, CAUCHY. Hemos visto el álgebra mezclada á la aritmética hasta la época moderna.

Tales hechos ¿explican el fenómeno curioso de tratar, bajo el mismo nombre, cuestiones netamente algebraicas, con un espíritu atávico que hace tanto daño á la enseñanza? Inútil extensión de los programas; empleo de procedimientos y reglas temiendo una introducción prematura de la ecuación; uso desordenado de la igualdad haciendo difícil la comprensión de propiedades simplísimas; demostración de casos tan particulares é inútiles como ciertos principios de la divisibilidad y las potencias, justificable en tiempo de Diofanto, no hoy, el siglo de las fórmulas, de los razonamientos amplios, de las vastas generalizaciones.

Toda ciencia, ya lo dijimos, antes de diferenciarse, aperece dispersa en el tronco de otra. Por consiguiente, es lógico que encontremos abundantes rastros de las operaciones con letras, de las ecuaciones, del análisis indeterminado, potencias y raíces en los griegos, indus y árabes; en DIOFANTO, BRAHMEGUPTA (siglo VII), BHASCARA (1180), que legó á la posteridad la solución de las ecuaciones de segundo grado resueltas hasta entonces por procedimientos geométricos; en LEONARDO (1202) que trajo y propagó los conocimientos de los indus y árabes. Pero podemos considerarla formada en el siglo XVI cuando el perfeccionamiento de los signos y la ecuación permitió generalizar los problemas matemáticos. Los signos $+$ y $-$ se usaron por primera vez en el siglo XV probable deformación de las letras p y m; el signo $=$ por RECORDE (1552); la omisión de $\times$ entre los factores de un producto por STIFEL (1544); $\times$ y el punto por OUGHTRED (1631) y Leibnitz; la barra de la división por FIBONACCI de Pisa, substituída más tarde por LEIBNITZ; los primeros exponentes, por ESTIENNE DE LA ROCHE (1520) y el signo $\sqrt{\ }$, transformación de la V, por SCHEUBEL (1552); introduce los paréntesis ALBERTO GIRARD (1629) y WALLIS $::$, ∞.

Las fracciones eran de una notación complicada entre los griegos. GERBERTO (1003) las expresaba con palabras; fué radioso para el cálculo algebraico que no maneja sino fracciones, el día que LEONARDO introduce la manera de escribirlas con la barra horizontal; STEVIN escribía los decimales cien años después de inventados (1585), todavía así: 3 $\boxed{1}$ 7 $\boxed{2}$ 5 $\boxed{3}$ 9 $\boxed{4}$, 0.3759 de la notación nuestra. EUCLIDES empleó las proporciones geométricas para expresar relaciones de igualdad. La ecuación se generalizó en el siglo XVI; los símbolos especiales (DESCARTES) y los exponentes fraccionarios (NEWTON), el XVII; TARTAGLIA (1500) construye la tabla de los coeficientes para elevar un binomio, trabajo que generaliza Newton; ABKALZADI (1460) expone las reglas para el cálculo de los radicales: BOMBELLI (1579) y EULER (1750) introducen el uso de las imaginarias, y GAUSS da, á su teoría, la precisión de que hoy goza. BROUNCKER (1665) inventa las fracciones continuas. LEIBNITZ (1693), perfeccionadas por los matemáticos del siglo XIX, inventa las determinantes; todo, sometido al trabajo sin tregua de centenares de sabios, se transforma en el sentido de la sencillez para llegar á límites nunca imaginados. A pesar de la maravillosa perfección alcanzada, es posible todavía un cambio que ponga la solución de problemas intrincados al alcance de nuestros colegios, como otrora, los cambios del siglo XVI pusieron al alcance de un niño demostraciones que costaban años de trabajo para ser comprendidas. El método se perfecciona á grandes pasos, elimina cuanto tiene de inútil para dotar á la enseñanza de la admirable claridad del orden lógico.

En esta sucinta historia hemos notado el extraordinario esfuerzo del hombre para generalizar los métodos mediante una escritura sintética que permitiese la labor en un terreno puramente abstracto. Hemos notado un trabajo continuo de substitución de lo difuso por lo simple; la costosa tarea para construir lo que hoy es fácil de comprender; la fácil derivación, luego, de ciencias como ramas de un árbol de robusto tronco; hemos notado, por fin, un orden genealógico en los conocimientos difícil de alterar y que es guía del maestro empeñado en el uso de buenos procedimienos.

Evolución histórica de la Geometría. — Rama eminentemente positiva, especie de ciencia natural, puesto que analiza la forma y dimensión de las cosas, es tan antigua como la idea de número. Las nociones de línea, superficie, perpendicularidad, paralelismo, igualdad de triángulos, propiedades elementales del círculo, diámetro, cuerdas y tangentes; superficies esféricas, eran familiares á los egipcios (—2000) sin, empero, ir más allá del conocimiento objetivo. El arte de medir, basado en la proporcionalidad de los lados de un triángulo, se estudia en la escuela de Thales (—630 á 548). De aquí arranca el estudio de la materia, con el espíritu que tiene hoy día; Pitágoras (—580) la completa descubriendo el teorema fundamental del triángulo, la geometría de los polígonos y elevándose á la comparación de las áreas y los volúmenes. La escuela de Platón (—400) funda la teoría de los lugares geométricos, el método de tratar las cuestiones, dándolas por resueltas y las secciones cónicas. EUCLIDES (—347) escribe su célebre tratado elemental, modelo de encadenamiento y demostración: trata las secciones cónicas y da una teoría completa de las relaciones incomensurables. ARQUÍMEDES funda la geometría del espacio extendiendo sus métodos á la cuadratura y curvatura del cilindro, del cono y de la esfera: entrevé la significación métrica de las fórmulas relativas á la comparación de las áreas y halla el valor de π. Estudia los segmentos paraboloides, elipsoides é hiperboloides. ARISTARCO (—230) aplica la geometría á la medición de la distancia entre la Luna y la Tierra. APOLONIO (—245) estudia las secciones del cono oblicuo y completa la obra del gran Arquímedes. HIPARCO (—180), ampliando los métodos del siracusano, echa los cimientos de la trigonometría calculando el valor numérico de los arcos y sirviéndose del rectángulo para medir puntos inaccesibles. Lejos están, sin embargo, los procedimientos algebraicos de Viète: MENELAO (50 D. C.) descubre su teoría de los segmentos determinados por una transversal sobre los lados de un triángulo, base, en las *Esféricas*, de la trigonometría esférica que después, en manos de CARNOT (1800), fué apoyo de su bella teoría de las transversales. DIOFANTO establece la identidad de las proporciones geométricas y aritméticas realizando, por primera vez, esta saludable osculación de dos ramas que crecían apartadas, pues, como dice BOSSUT, se consideraba geométrico sólo aquello que podía resolverse con la escuadra y el compás. Un largo período llenado hasta VIÉTE, por BRAHMAGUPTA (600), MOHAMED BEN MUSA (850), LEONARDO DE PISA (1170), REGIOMONTANUS (1436), LUCAS DE BURGO (1400 á 1523) elabora los principios de Diofanto y los propaga por el occidente como semilla que tan prodigiosos frutos había de dar en dos siglos solamente. VIÉTE (1540) vigoriza la trigonometría, resuelve los triángulos esféricos y trata con el auxilio del álgebra, las cuestiones más importantes de la Geometría. KEPLER (1571) publica la estereometría que contiene las primeras aplicaciones modernas del método de la *exaustación* de Arquímedes desembarazado de obstáculos; la aplica vastamente á la astronomía y mediante el cálculo, descubre las leyes del movimiento planetario. A DESCARTES (1596) le estaba reservada la gloria de abrir la era moderna creando la geometría analítica. MONGE (1746 á 1818) introduce, en la fecunda obra de Descartes, el principio de las relaciones contingentes y funda la geometría descriptiva.

Las aplicaciones, si exceptuamos las primeras épocas que satisfaciendo necesidades primarias, se hacían á un tiempo que la labor teórica, han sido siempre posteriores, sin imaginar siquiera las consecuencias industriales y económicas de la especulación puramente intelectual á que se entregaban con éxtasis poético, los sabios. GALILEO, al descubrir las leyes del péndulo, estuvo lejos de pensar en el reloj y la cantidad de fábricas que lo construyen; no debe sentarse como principio de que sólo debe enseñarse lo de inmediata aplicación; las consecuencias resultarían tan modestas á la cultura general, que defraudaríamos de este modo, las esperanzas de cuantos fían á la instrucción la emancipación del hombre.

II

Evolución histórica de la enseñanza de la matemática elemental de carácter primario. — *Propósito de la educación.*— El propósito de la educación es conseguir que un espíritu mediocre alcance, en pocos años, la suma de conocimientos que los genios han adquirido en varios siglos de trabajo; de aquí, la necesidad de seguir el camino de la menor resistencia, el método. Toda asignatura puede exponerse de dos maneras: histórica y dogmáticamente, formas, en matemática, paralelas. La escuela primaria, por las condiciones psíquicas de los alumnos, sigue la marcha filogenética despojada por supuesto, de las sinuosidades y excesos inherentes á toda clase de exploración, para tomar solamente la línea recta, en virtud del principio de que todo progreso acerca de un punto, implica simplicidad. No sería económico dedicarse al estudio de los procedimientos que se usaron en Grecia y Roma para multiplicar, antes de conocer el que empleamos hoy, generalizado por los matemáticos del renacimiento, porque la matemática, abstracta por excelencia, ofrece una vasta crónica de ensayos superfluos antes de llegar á la lógica trabazón de sus capítulos. La marcha de la humanidad, es de suma, intensiva y procede diferencialmente, derivando los hechos unos de otros. Construye su aparatoso edificio, partiendo de *uno,* á la radiosa luz de la lógica. La enseñanza es un caso abreviado del método natural; por eso le buscamos con empeño por el dilatado campo de la historia, sin, empero, dejarnos alucinar por los procesos de ensayo, decidiéndonos por los que la selección, eminentemente sintética, arroja como mejor, del punto de vista del encadenamiento general y sucesivo de los hechos; nada más puede quedarnos de la forma histórica. [1]

El saber es tan vasto, que lo necesitamos sin desperdicios, eliminar antes, no después, lo inútil á fin de que no nos substraiga tiempo y espacio. La escuela primaria transmite los productos sintéticos de la ciencia, muchas ideas, conocimientos sólidos en el menor número de palabras y demostraciones. Cada día necesitamos transmitir más porque la ciencia avanza; el problema didáctico no es otro que el de comunicar lo más posible con lo menos posible: las aptitudes trabajan hoy sin las resistencias de todo camino poco transitado y en seis años, el maestro elemental, enseña lo que antes era el privilegio de las academias y uni-

(1) V. Mercante. — «La Educación del Niño», 1897, caps. I, III y siguientes: *La acción del maestro debe ser paralela á la de la naturaleza.*

C. O. Bunge. — «El Espíritu de la Educación», 1901 pág. 348 y siguientes: *El educante no debe forzar sino coadyuvar á la naturaleza.*

E. Morselli. — «Manuale di simejotica e psichiatria mentale», 1898, pág. 40: *La conciencia es una verdadera y rápida recapitulación del proceso filogenético* versidades. Es la bondad de la ciencia: ponerse al alcance de todo el mundo por sus resultados no por sus procedimientos. No obstante, la inducción, es un método adquisitivo, insuficiente; por su amplitud y elasticidad se impone el lógico, en resumidas cuentas, el histórico depurado de la exagerada inducción y del excesivo detalle para llegar más rápidamente, á pesar de los pasos, á las conclusiones. Hay hechos que deben admitirse *a priori*. Sería imposible ó por lo menos largo y fatigoso razonar $\frac{4 \pi R^3}{3}$; pero es elemento necesario para dar á los ejercicios la extensión que exige de la asignatura, la escuela común del siglo XX.

Los primeros pasos en la enseñanza de la Aritmética. — El primer paso fué *contar* [1] objetos semejantes, después de la noción «esto mayor que aquello, aquello menor que esto»; cuando ya no se dijo: cambio esta hacha por un manojo de flechas sino por ocho flechas. Estos comienzos se pierden con el origen de la Humanidad; es imposible calcular los miles de años que nos separan. El aprendizaje de la numeración fué un largo período de esfuerzos; los salvajes de la edad de piedra contaban hasta 2 ó 3; muchos grupos de 2 ó 3; 2 ó 3 era la base de su sistema, ni más ni menos, lo que sucede hoy con un niño de cuatro años. Afirma Aristóteles en su *Problemata*, que el momento más intelectual fué cuando las tribus recurrieron á los dedos; de los dedos deriva el sistema decimal difundido por los países del mundo entero. Por esta razón histórica no se debe impedir el uso de instrumento tan cómodo y natural, procurando, no obstante, que lo olvide poco á poco, para contar más rápidamente y no reducir las tablas á procedimientos numerativos.

Muchas generaciones se sucedieron antes de llegar á la *notación escrita*. Pestalozzi, tenía á su favor este

(1) Para escribir este capítulo, hemos recurrido á la obra de Smith (David Eugenio) «The Teaching of elem. Mathem» (1901, cap. III, IV, V.) El distinguido profesor de Brockport perdonará nuestra indiscreción.

argumento cuando pretendía enseñar á contar hasta diez antes de escribir ninguna cifra, exageración pedagógica, como veremos al tratar de los métodos de primer grado, por cuanto la ley ontogénica no exige tanta amplitud para mantener el paralelismo. El orden es, pues, dentro de la forma concéntrica: 1° contar; 2° operaciones sencillas; 3° escribir. Psicológica é históricamente no pueden darse al niño otras razones que la del hecho mismo, desde que el lenguaje matemático es como los demás, convencional. Cualquier clase de consideraciones que pretenda hacerse en cursos primarios como secundarios, es perderse en las inútiles cuanto fatigosas disquisiciones metafísicas que envanecieron tanto á Pitágoras. El sistema primitivo era trazar rayas sobre piedras, cañas ó palos; el egipcio, parecido al romano, tenía símbolos para 1, 10, 100; los babilonios escribían las mismas cantidades sobre ladrillos en caracteres cuneiformes. Los griegos del siglo VI a. J. C. y los hebreos, emplearon las letras de sus alfabetos; las nueve primeras, para los números dígitos de 1 á 9; las nueve subsiguientes, para las decenas: *una* decena (10); *dos* decenas (20); *tres* decenas (30); etc., con caracteres especiales las centenas; íbamos, de este modo, aproximándonos al sistema actual; así, 387 que en romano se escribe CCCLXXXVII forma tan incómoda para las operaciones, en griego se escribía τπς. Los signos latinos son letras griegas modificadas. Los romanos introdujeron el principio substractivo (IV = 4).

El sistema arábigo, cuya antigüedad puede constatarse en inscripciones halladas en el Nana Ghata (Bombay-India, tres siglos a. J. C.), parece basado en el alfabeto bactriano. [1] La falta del *cero* era un inconveniente no pequeño. Le trajo á Italia Fibonacci (1200); un siglo más tarde penetró en París y la imprenta le propagó por las escuelas, imponiéndose por su carácter sencillo y generalizador.

(1) Cantor I, pág. 564.

Al uso de los enteros siguió el de las *fracciones* cuyo origen se pierde en las edades prehistóricas costando miles de años el trabajo de simplificar el cálculo con ellas. Los egipcios escribían sólo quebrados que tenían *uno* por numerador (2500 a. J C.); los griegos, el numerador seguido por el denominador duplicado con letras acentuadas: ις κά′ κά′ $= \frac{17}{21}$; los romanos tendían á los denominadores como potencias de 12 ($\frac{1}{12}$ de pie) y los babilonios, con un denominador de 60, cual se ve en sus cálculos astronómicos.

Las *ecuaciones* simples han sido tratadas, por la humanidad antes que las fracciones, hecho de acuerdo con los primeros pasos cuando se enseña al niño $5 +$ cuánto $= 7$? La *fracción decimal*, de cuyo origen hemos hablado en el capítulo anterior, se propagó en el siglo XIX. Menos generalizadora que la fracción común, llena un gran vacío en los porcentajes, logaritmos, pesas y medidas; es la expresión sintética sobre una base única de las partes de la unidad.

La aritmética antigua tenía el doble carácter que tratamos de asignarle hoy: arte de calcular y logística. Mucho después fué definida «la ciencia de los números y el arte de computar.»

Factor, además importante del misticismo cabalístico, atribuyéndose á los números propiedades que nunca llegaron á explicarse en los destinos del mundo. (1)

En la edad media, opuestamente á las edades griega y romana, los conocimientos aritméticos del vulgo eran primitivos y desconocida la escritura. Los claustros enseñaban este y otros ramos, como un privilegio de casta; la liga anseática (siglo XIII) fundó escuelas para contadores y más tarde, al Rechenmeister, que tuvo maestros como WAGNER de Nuremberg, que escribió la primera aritmética en lengua alemana y C.

---

(1) DIÓGENES LAERCIO. — «Filósofos ilustres: Pitágoras»; Biblioteca clásica, Tomo XCVIII.

RUDOLFF la primer álgebra, se debe una gran cantidad de problemas comerciales para 5°, 6° y 7° grado.

La enseñanza de la Aritmética después del siglo XV. — El descubrimiento de América, la invención del papel barato y de los tipos movibles, la industria y el comercio que dan otro aspecto al progreso humano exigían una enseñanza activa y popular. La aritmética estuvo, hasta 1500, basada en la enseñanza objetiva. Con el entusiasmo que produjo el uso del sistema arábigo, se olvidaron los abacos que, si eran innecesarios para el cálculo, eran indispensables para la comprensión de los números, de donde resultó que una revolución técnica digna de todo elogio, trajo consigo un método deficiente de enseñanza. Con mejores elementos se hizo más memorística, más mecánica, se mataba el pensamiento con la palabra, los libros se llenaron de reglas y definiciones repetidas por maestros y alumnos; tal estado de cosas duró hasta la época pestalozziana. Un matemático de hoy, rindiendo examen en el siglo XVIII, resultaría incompetente; sin embargo, trabajaban los Newton y los Descartes. El sistema puso á prueba el ingenio de los maestros para descubrir un método de recordación fácil; hasta se escribieron aritméticas en verso, no obstante las protestas de ASCHAM y LOCKE, contra extravío tan grande de una educación lógica por excelencia. Se empleó tres siglos en discutir la manera de enseñar la numeración; no pueden darse mayores pruebas de la trivialidad y estrechez de los pedagogos de una época en que el pensamiento era de vastas proyecciones. A fines del siglo XVIII inicia una saludable reacción contra el empeño de contar y sumar hasta lo infinito, sin que el niño supiera si 2897 era mayor que 2399, CRISTIAN TRAPP, inventando un procedimiento de aprender los números y las operaciones en 1° y 2° grado con objetos y no con cifras; hacía comprender las decenas y centenas con cajas que contenían 10 ó 100 veces uno. Es toda una campaña á favor de la escuela natural y amena que tan sazonados frutos había de dar en el siglo XIX. TRAPP, Busse, von Rochow fueron los precursores de Pestalozzi, quien afirmó en los sólidos principios de la percepción, los nuevos métodos, resucitando el viejo y olvidado aforismo de Aristóteles: *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu.* El cálculo desempeñó el papel importante que se le asigna hoy como gimnasia mental y sus alumnos daban prueba de ser, en los trabajos numéricos, diestros, activos y alegres. Comenzaba, en primer grado, independizándose de las tradiciones y reglas y dando al objetivismo una importancia exagerada; insistía con cierto pueril empeño en el aprendizaje oral de los números hasta 10 y de las operaciones elementales antes de escribir las cifras, según decía, por ser símbolos; se cometería, de otro modo, el mismo error en que se incurre enseñando las letras á un niño que no sabe hablar, hecho imposible de constatarse á los 7 ú 8 años, excepto el caso de un idioma extranjero en que, contrariamente á lo indicado, la conversación, la escritura y la lectura son simultáneas.

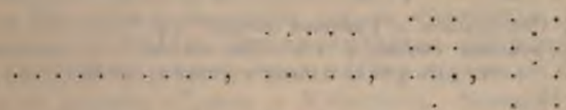
La aritmética, decía, es un proceso racional no un mero trabajo mnemónico; es el resultado de una concepción clara é intuitiva del número. Del mismo modo enseñó los quebrados; aplicaba la conocida regla de Ratke: primero la cosa y luego el camino; el fondo antes que la forma. Hizo de la aritmética el estudio principal de los cursos, porque el *número jamás engaña*; observada tan inusitada preferencia por el P. Girard, replicó, conforme á la necesidad, de que sus alumnos no creyesen nada que no fuera tan demostrable como dos y dos son cuatro. Abusaba de las tablas como ejercicio mental, clasificado por Knilling de monstruoso y extravagante. Abandonó el mecanismo del marco numeral sustituyendo una forma descolorida y sin nombre, por la sintética de «números en lugar de cifras». Tillich modifica algunas prácticas del maestro: exagera la importancia de los números desde 1 hasta 10; pero en cambio no considera 34 como 34 unidades sino como tres decenas y 4 unidades, enseñanza en la que Pestalozzi fracasó. Türk acepta, como

Pestalozzi, la aritmética sin cifras de 1 á 20 y fija en diez años la edad para comenzarla. Los procedimientos extremados de la escuela de Iverdun provocaron la contrareacción.

FEDERICO KRANCKES (1819) propuso cuatro círculos concéntricos que consistían en ejercitar al niño primero, de 1 á 10; segundo, de 1 á 100; tercero, de 1 á 1000 y cuarto, de 1 á 10.000. Empleó, como Busse, los cuadros númericos, cuyo uso se extendió profusamente por la alta Alemania, llamándolo *método del descubrimiento* cuyas reglas dedujo de ejercicios y observaciones. Los problemas no eran de carácter abstracto como los de Pestalozzi; respondían á necesidades de la vida diaria; el repaso era una parte fundamental de las lecciones. GRÜBE popularizó los nuevos principios con un tratadito que se virtió á todos los idiomas, sosteniendo, empero, casi contrasentidos como estos: que se necesita más de un año para enseñar los números de 1 á 10 y más de tres años de 1 á 100; que la enseñanza de las cuatro operaciones debe comenzarse á la vez. KNILLING y TANCK afirman que el número no es, psicológicamente, un derivado de las cosas sino la propiedad misma de las cosas; clasifican las unidades en naturales (árboles, piedras); de medida (metro, gramo); matemáticas (abstracta). El ritmo de contar, dicen, es agradable al niño que espontáneamente trata de desprender el número de los objetos; atribuyen mucha importancia al ejercicio de sumar ó restar de dos en dos, de tres en tres, hasta cien, sistema por nosotros combatido; multiplicar y dividir mentalmente cantidades pequeñas; todo cálculo es obra de las cifras y no de la percepción, un asunto puramente mecánico. Pero, dice SMITH, recorriendo la escala numérica de esta manera, tan lejos está uno de ser aritmético como el que recorre las teclas de un piano, de ser un músico; sólo proporcionan un medio útil al trabajo de la ciencia; FITZGA sumariza la cuestión, de este modo: 1º El maestro debe fijar en el niño el lenguaje numérico. 2º Debe comenzar aplicando el principio pestalozziano. 3º Los axiomas algebraicos lo mismo que los geométricos, se refieren siempre á la percepción en el espacio, porque todo concepto numérico es originariamente el cuadro mental de un grupo de objetos, sean dedos, botones ó abacos.

Resulta lo que dijimos atrás: que los maestros se han ocupado del método solo tocante á numeración y operaciones, perdidos en confusas polémicas acerca de la esencia (Grübe, Herbart) sin abordar nunca el serio problema del ejercicio, de las pesas y medidas, de la densidad, de la enseñanza matemática en 3°, 4°, 5° y 6° grado. En tiempos más recientes, la enseñanza de la aritmética en primer grado, se comenta y objeta todavía. Se dice, por ejemplo, que una observación prolija nos demuestra que no hay objetos iguales; sin embargo, por una operación mental inconsciente que es todo el secreto de la abstracción matemática, rechazamos momentáneamente sus diferencias. Así, pues, la idea es engendrada por la percepción sintética de un grupo de cosas que se suponen iguales; de aquí que pocos se atrevan á enseñar los números sin ayuda de los objetos. En Alemania se ha generalizado el uso de aparatos; en Norte América se ha hecho oposición tenaz al uso de los dedos; en las escuelas argentinas, dirigidas por normalistas, se usan los objetos (bolitas, granos, fichas), que se abandonan por los dibujos y la abstracción no bien el niño comprende.

Frecuentemente, los profesores (Smith), han cometido la imprudencia de olvidar los consejos de Busse; las ilustraciones no deben ser tales que distraigan el pensamiento, de la noción que se pretende inculcar. Recuerdo, con este motivo, la clase de un alumno maestro que comenzaba á practicar, por lo típico del caso; se proponía enseñar el número seis con diez y siete ilustraciones diversas; bolitas, cartones, naranjas, maíz, abaco, hojas, figuras en el pizarrón, huesos, cartuchos de caramelos, troncos de madera, etc. Toda una presentación, por otra parte imposible, que dirigía la atención á las cualidades de las cosas, no al número. Ha existido en Estados Unidos, la tendencia de seguir á GRÜBE, al extremo de usar objetos hasta mucho después de necesitárselos; de considerar importante el hábito de reconocer un número á primer golpe de vista, entre otros varios, é indicarlo en agrupaciones de puntos:



Pero este ejemplo prueba el reconocimiento de una forma.

LAISANT opina que la idea de proporción debería darse como una consecuencia de la noción de número, concebir al número, no como un conjunto de unidades sino como un todo. El proceso de este sistema sería: 1° de la abstracción al número; 2° del número al símbolo, mediante una ecuación algebraica que resuelta nos daría un nuevo símbolo; 3° encontrar el número que corresponde á este símbolo. La idea, que de proporción implica el número, debería darse temprano y aplicarse al trabajo de los quebrados.

Los nuevos procedimientos. — La cuestión del método, desde el punto de vista de una enseñanza superior á la del primer grado, interesa hoy á los educacionistas; prueba son los tratados que se han escrito para dar forma, dentro de un concepto unitario, á la enseñanza común. No creo, dice LAISANT, que haya muchos métodos de enseñanza si por enseñanza comprendemos la reunión de esfuerzos con que tratamos de enriquecer una mente que todavía no ha llegado á su completo desarrollo. El problema es siempre el mismo, interesar al alumno, inducirlo á buscar, á que tenga la ilusión de que descubre por sí mismo lo que se le enseña. Prestigiando estas ideas, DE GARMO y MCMURRYS, en Estados Unidos, dando á conocer los sistemas alemanes (herbartianos) han promovido saludables reformas. REIN, propone en el desarrollo de una lección, cinco pasos: 1° preparación; 2° presentación; 3° asociación; 4° condensación, 5° aplicación, correspondiente al siguiente *bosquejo* de una clase de 5° grado.

PROPOSICIÓN. — ¿Cómo escribiremos 12 décimos de litros?

a) PREPARACIÓN. — Podemos escribir $^2/_2$ l., $^5/_4$ l., etc. En vez de $^5/_4$ l., podemos escribir 1 $^1/_4$ l. — En vez de $^9/_8$ l., podemos escribir 1 $^1/_8$, etc. ¿De qué otra manera podemos escribir $^{12}/_{10}$ l.? — (1 $^2/_{10}$ l.)

b) PRESENTACIÓN DE LO NUEVO. — 1 $^2/_{10}$ puede ser escrito de otra manera; ya sabemos que $^2/_{10}$ se puede escribir 0.2. Ejemplo:
¿Qué indica una cifra antes del punto decimal?
¿Qué, una después del punto decimal?

c) ASOCIACIÓN. — Comparar la manera de escribir 1 $^1/_{10}$ l. y 1.1 l.; 3 $^3/_{10}$ l. y 3.3 l.; comparar 1 $^1/_4$ l. y 1.2 l.; ¿Podemos escribir 1 $^1/_4$ l., lo mismo que 1.2 l.?

d) CONDENSACIÓN. — Si tenemos que escribir más que 0.9 de litro, reducimos los décimos de litro á litros enteros ó á enteros y décimos y colocamos un punto decimal entre los enteros y los décimos. $^1/_4$ ó $^1/_8$ de litro no podemos escribirlo como décimos.

e) APLICACIÓN. — Escribir 0.4, 0.6. Escribir los números mixtos 2 $^3/_{10}$, 4 $^6/_{10}$. Reducir á décimos 2.3, 4.6. Escribir 24 enteros y 7 décimos. Reducir á número mixto 22 décimos. Leer como décimos 1.2; 2.3.

El concepto de LAISANT ha sido aplicado en una forma lógica, pero contra el principio de la economía del tiempo. Nuestros procedimientos, que explicaremos en la segunda parte, son más rápidos y generales: la inducción es inmediata, la inteligencia no se gasta en investigaciones que acostumbran á la nimiedad. En la República Argentina hace tiempo que se reacciona contra el sistema introducido por los maestros norteamericanos, de que los alumnos descubran todo sin acordarse del tiempo y dejándose seducir por cuestiones secundarias en perjuicio de las esenciales. Con este motivo se nos viene á la memoria la profunda recomendación de PASCAL: no demostrar nunca aquello que sea tan evidente por sí mismo, que nada podría ser más claro para probarlo.

La escritura de los números se ha discutido si debe enseñarse contemporáneamente con los nombres ó después de la primera década. La controversia ha llegado hasta proponer el uso previo de puntos y rayas antes de los numerales indus, lo que hoy usamos sólo para dar idea de la cantidad. Estos detalles, ya lo dijimos, no tienen importancia pedagógica alguna. La mayoría de los autores convienen en que el trabajo del primer año debe ser la enseñanza de los números de 1 á 10; algunos admiten que puede llegarse en el 2º semestre hasta 100 y operan de 1 á 20 todo lo posible (TANCK y KNILLING). Semejante imposición tras de inútil, puesto que el niño con los sistemas actuales adquiere lo que espontáneamente su cerebro admite, guía segura para dar más ó menos radio al programa, es irracional. La maestra de primer grado de la escuela que dirijo, presentó á fin de año (1902) este detalle de los conocimientos que en aritmética poseían sus alumnos:

(PRIMERA SECCIÓN, 7 AÑOS)

I — Distinción, lectura y escritura de las nueve primeras cifras — Agregación sucesiva de unidades — Pequeños ejercicios de adición.

II — Número 10. — Qué representa — Con qué palabra pueden indicar que tienen 10 objetos — Pequeños cálculos cuyo resultado sea 10; ej.: 7 + 3, 8 + 2, 9 + 1. Cuánto es la mitad de 10. Escribir el número 10.

III — Número 12. — Qué representa — Contar de 2 en 2 hasta doce — Escribir el número 12 — Cuánto es la mitad de 12 — ¿Qué palabra indica 12 objetos. Y seis? Un nido tiene 8 huevitos y otro 4? Cuántos huevitos hay en los dos nidos?

IV — Números de 13 á 25. — Escribirlos salteados — Leerlos — Cálculo: 10 + 3, 13 + 1, 20 + 2, 23 + 2. En una rama hay 10 pajaritos y vienen 4 más ¿cuántos hay ahora?

V — Contar desde 25 hasta 50 — Escribir los números 23 — 28 — 34 — 45 — 50. ¿Quién tiene más dinero, el que tiene 50 $ ó el que tiene 25? ¿Qué es 25 de 50? En un canasto hay 45 duraznos y echo 34 ¿cuántos hay ahora?

VI — Contar de 2 en 2 desde 50 hasta 70 — Escribir 25 — 14 — 30 — 12. Sumar esas cantidades — Leer el resultado.

VII — En un número indicar las unidades. Unidades que hay en una decena. Si tengo 20 unidades ¿cuántas decenas tengo? En 16 ¿cuántas unidades y cuántas decenas hay?

VIII — Orden que ocupan las unidades en cualquier número —

Lugar de las decenas — En un número indicar las unidades y las decenas.

IX — Escribir y leer el número 100 — ¿ Cuántas unidades representa — ¿ Cuánto es la mitad de 100?. 50 + 50 = ? En una fila hay 72 árboles y en otra 28 ¿ cuántos árboles hay ?

X — Escribir y leer cualquier número entre 100 y 500 — Indicar sus unidades y decenas. En un gajo hay 49 duraznos y en otro 65 ¿ cuántos duraznos hay en los dos gajos ?

XI — Sumar las siguientes cantidades : 114 + 225 + 350 = ? 8 + 2 + 2 + 6 = ? 5 + 5 + 5 + 5 = ?

XII — *Resta.* — Si tengo 10 caramelos y me como 5 ¿ cuántos me quedan ¿ Qué he hecho con los 10 caramelos ? — ¿ Cómo se dice cuando á un número se le saca otro ? — Escribir el signo de restar.

XIII — Una planta tiene 45 flores y se cortan 13 ¿ cuántas quedan ? — En un nido hay 18 huevos y se sacan 10 ¿ cuántos quedan ?

XIV — Restar las siguientes cantidades : 98 — 30 = ?; 425 — 104 = ? — Cálculo : 8 + 4 — 6 = ? ; 7 + 3 — 5 = ? ; 5 + 5 + 5 — 10 = ?

XV — En una caja hay 569 clavos y se sacan 102 ¿ cuántos clavos quedan ? — 8 + 8 — 2 = ?; 6 + 6 — 3 = ? 8 + 5 — 3 = ?

XVI — Un ramo tiene dos docenas de flores y se sacan 5 ¿ cuántas flores quedan en el ramo ? — Escribir cantidades de tres cifras.

XVII — En una bandada van 150 pajaritos y se mueren 100 ¿ cuántos quedan ? — ¿ Cuántas cosas forman una docena, una decena ? ; ¿ media docena, media decena ?

XVIII — El metro — ¿ Para qué sirve ? — Quiénes lo usan ? — De qué substancias puede hacerse ? — ¿ Cómo son todos los metros? — ¿ Cómo se llama la mitad del metro ?

Segunda Sección

XIX — Escribir y leer los siguientes números : 50 — 55 — 68 — 79 — 98. Cálculo : 4 + 6 + 10 + 10 + 5 = ; 5 + 4 + 8 + 2 — 5 =

XX — Indicar las unidades y decenas de los siguientes números: 128, 430, 609 — Sumar las siguientes cantidades : 469 + 600 + 304 + 102 = ? En un canasto hay 342 duraznos y en otro 109 ¿ cuántos duraznos hay en todo ?

XXI — 200 hojas más 50 ¿ cuántas son ? ¿ 8 + 8 + 4 — 20 + 2 = ? 10 más la mitad ¿ cuánto es ? — Escribir 682.

XXII — Escritura del número 1000. — Ordenes de unidades, lugar que ocupan las centenas — Cuál las unidades de mil — Escribir 1486 ; 2325.

XXIII — Sumar las siguientes cantidades : 2468 + 3006 + 1000. ¿ Cuál es el primer número que se escribe con 4 cifras ?

XXIV — Una bordalesa contiene 456 litros de vino y se ven-den 104 ¿cuántos litros han quedado. Un libro tiene 562 hojas, de las cuales 324 están rotas ¿cuántas tiene en buen estado?

XXV — De un árbol que tiene 2678 hojas se han caido 1345 ¿cuántas han quedado en el árbol? Cálculo: $16 - 10 + 6 + 2 + 4 = ?$

XXVI — Escribir el signo de multiplicar — Multiplicar mentalmente dos dígitos — Algunos números de la tabla del 2 y 3.

XXVII — Escribir 6785 y multiplicarlo por 2.

Problema. — Si un pañuelo cuesta 2 $, ¿cuánto costarán ocho pañuelos? — Algunos números de la tabla del 3 y 4.

XXVIII — $4 \times 5 =$; $5 \times 3 =$; $3 \times 8 =$; 2×9; $5 \times 4 =$. He comprado 4 libros á 3 $ cada uno ¿cuánto he gastado?

XXIX — Escribir cantidades de 4 cifras é indicar el orden de unidades. Un libro de lectura tiene 2525 hojas ¿cuántas hojas tendrán 4 libros iguales? — En un potrero hay 1500 caballos ¿cuántas patas tendrán? — Escribir una cantidad de cinco cifras.

XXX — Un ramito de violetas vale 0.06 $ ¿cuánto valdrán 2456 ramitos? — Leer una cantidad de cinco cifras — Otra de cuatro.

XXXI — Un durazno vale 0.04 $ ¿cuánto valdrán 8826 duraznos? Un ejercicio de cálculo aplicando la tabla del 5. Un cuaderno vale $ 0.07 ¿cuánto valdrán 8525 cuadernos?

XXXII — *El litro* para qué sirve — qué forma tiene — de qué se hace — quiénes lo usan — Cómo son los litros que hay en todas partes — ¿Cuánto vale un litro de leche? — ¿Un litro de vino francés? — ¿Uno de kerosene? — ¿Cómo se llama la mitad del litro?

XXXIII — El peso moneda nacional—Describirlo—cómo se representa — ¿Cuántos centavos tiene un peso? — ¿Cuántos centavos forman la mitad de un peso? — En dos pesos ¿cuántos centavos hay? — ¿Cuántas monedas de 0.10, 0.05, 0.20 centavos forman un peso?

«El desiderátum del primer año de trabajo, no es la solución de problemas sino el manejo de los números», marquemos bien este postulado de la escuela norteamericana; hay escuelas bien organizadas, donde no bien se sabe contar hasta diez, cuando engolfan á sus educandos en las aplicaciones técnicas, en apreciaciones monetarias, en divisiones del tiempo, del espacio, en unidades métricas, cual si anticipando tales conocimientos preparasen más rápidamente para la vida, error grave que se comete con niños de 6 ó 7 años; gasta semanas y meses lo que no exige sino horas y por lo común, sólo se utiliza cuando el joven egresa de la escuela ó cumple los 12, 14 ó 16 años.

El comité de los quince, opina que la enseñanza de la aritmética debe comenzar el 2° año de ingreso á la escuela. Antes de Pestalozzi, se daba después que el niño supiese leer. La idea de este aplazamiento, es una de las tantas aberraciones pestalozzianas irrumpidas recientemente, sin otro valor que la de ser anacrónicas.

La aritmética oral, tan prestigiada antes que la notación arábiga se hubiese difundido, cayó en descrédito el siglo XV para renacer á principios del XIX. Pero el uso de pizarras, papel y lápices baratos, la desterró nuevamente de las escuelas llegando hoy, al sistema mixto, según el principio de que la impresión de las ideas es directamente proporcional á las asociaciones de apoyo. La forma cíclica, propiciada por el germano Ruhsam (1866), tuvo poca aceptación hasta que se propagó por América en los últimos años.

Consiste en tratar los mismos asuntos en todos los grados, pero cada vez con más intensidad y amplitud. La idea es simpática porque no puede exigirse al niño que domine de una vez el proceso aditivo por ejemplo; pero es muy cierto que en 3er grado, efectúa cualquier clase de sumas; que nada debe dejarse para 4° grado, si se quiere economizar el tiempo; que la mayor parte de nuestras escuelas repiten los conocimientos de clases anteriores, pero mediante el problema ó valorización de expresiones sintéticas que combinan al mayor número de operaciones y preven el mayor número de casos como en el siguiente ejercicio [1] para 6° grado:

$$\frac{\frac{742500^2}{133}}{742500}\times\frac{\left\{\frac{\left|\frac{0.263838+\ldots\times\frac{28}{990}:\frac{7}{2}}{\left\{\frac{4\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}{3+\frac{1}{6}}\right\}:\frac{3.2121\ldots-\frac{21}{99}}{4\times\frac{6}{7}\times 3(8-5)}}\right|}{(2638-26):9900}\right\}+\left\{\left|\frac{12\times 9+\frac{6}{5}:\frac{3}{4}-\frac{10}{15}}{\left(12\times 9+\frac{6}{5}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{15}\right)}\right|\right\}\frac{817}{9828}\times\frac{9828^2}{817^2}}{\left(\frac{9}{5}\times\frac{8}{7}\times\frac{3}{8}\times\frac{7}{6}:\frac{(120-33-40-7)}{2}\right):\frac{42}{240}}$$

(1) Mercante.— «Síntesis Aritmética». —Serie 77, N° 13.

El sistema métrico, la aplicación por excelencia de la aritmética á los casos de la vida, ha sido por lo común, enseñado inductivamente según el sistema francés, presentando el conocido estante de las medidas de longitud, capacidad, etc.; adquiere el niño, el significado de los nombres y se ejercita en el empleo de las unidades métricas. Una deficiencia, sin embargo, es notable, la facilidad con que olvida las denominaciones, á punto de no conceder importancia á lo que era antes la característica de los números concretos. Los problemas comerciales ocupan un lugar prominente en casi todos los textos y se adaptan al grado y capacidad de los educandos; puntos como el descuento, ecuación de pagos, compañía, arbitraje, tienden, con razón, á desaparecer en la aritmética escolar, substituídos por cheques, letras de cambio, documentos bancarios fotografiados, para hacer inteligibles estas cuestiones antes de dejar el 8° grado.

Los *métodos cortos*, en otro tiempo tan en boga, han desaparecido por no ser de aplicación general y porque hoy las tablas suplen á aquéllos en la obtención de resultados rápidos y seguros. Propiciamos, en cambio, el empleo de las fórmulas geométricas y físicas como la expresión de una ley ó teorema perfectamente demostrados y que son necesarios para dar amplitud á la solución de los problemas

Smith protesta contra el sistema de dictar ó tomar apuntes, puesto que abundan los buenos textos, y profesor y alumnos deben ahorrar el tiempo para dedicarlo á la instrucción. La explicación es la base de la enseñanza primaria. Laisant, aconseja un método rigurosamente experimental, dejando al niño en presencia de realidades para elevarse, solo, á la abstracción, de apariencia placentera, sin pretender jamás presentarle lo que debe ser el resultado de una agradable y espontánea investigación.

Algunos pedagogos sostienen que las explicaciones sistemáticas no deben comenzar antes del 4° grado, limitando la exposición del alumno á lo estrictamente exacto: el empleo de fórmulas en el análisis, es de valor discutible dicen; pero tiene excepcional importancia el razonamiento que el alumno hace solo, que, por otra parte, nunca podrá ser de proyecciones complicadas; un hombre no será menos razonador (James) ó matemático á los 20 años por el hecho de haber dedicado su niñez á ejercicios concretos, dibujando mapas, contando cosas, aprendiendo frases mediante ejercicios apropiados á la edad. Otros por fin (Vergara) sostienen que el niño debe indicar el conocimiento.

Se ha discutido más ó menos extensamente la manera de hacer las operaciones, de escribir las cantidades, para la división v. g.:

27) 6728 ó bien 6728 | 27 ; el uso de frases como: *me llevo tanto, pido cuanto, seis entre cinco*; si el cociente de una división inexacta debe continuarse hasta qué cifra decimal. Se ha llegado siempre al terreno de la sencillez y la claridad. Acerca de los repasos, hoy el maestro, mientras enseña puntos nuevos, recorre los anteriores. Hay épocas en que son esenciales; el año principia lubrificando la maquinaria mental mediante el recuerdo de los estudios pasados.

Las quejas de los maestros acerca de la insuficiente preparación de los alumnos que reciben de los cursos precedentes, deben atribuirse á la larga inactividad mental de las vacaciones.

Creemos haber llenado las necesidades de la revisión para 5° y 6° grado, con nuestra serie de ejercicios y problemas de la *Síntesis Aritmética* donde todas las operaciones y casos pueden recorrerse rápidamente en sólo media hora

La matemática, como toda asignatura, tiene su faz estética; es de ese punto de vista que se la debe tratar de modo que el aprendizaje sea un deleite, nunca un suplicio.

Es posible (Laisant)[1] conservando á la práctica del cálculo un carácter recreativo, ir más lejos de lo que

(1) C. A. Laisant. — «La Mathématique Philosophie, enseignement», etc. 1898, p 203.

se piensa. No solamente el niño podrá hacer las cuatro operaciones, no solamente habrá adquirido la aptitud suficiente para hacer las relativamente simples sin recurrir al lápiz ó la tiza sino que, sin saberlo, se iniciará en el cálculo de las progresiones, de las potencias y *de los análisis de combinación*; parece una quimera, pero tengo lo convicción apoyada en hechos, que esta tesis es la verdad misma y que de 5 á 10 años puede obtenerse del alumno, resultados aparentemente prodigiosos, no siendo sino naturales. Pero una condición: seguir un método *rigurosamente experimental; de no demostrar* nunca nada; de limitarse á las explicaciones que el mismo niño solicitará; de conservar á la enseñanza un carácter entretenido; si la fatiga cerebral se produce, si se le constriñe á atender puntos que no interesan, razonamientos que exceden su capacidad, la enseñanza falla y obtendremos escolares que calculan mal y asocian á la palabra matemática, la idea de fastidio. La reforma exige abandono de hábitos inveterados; ningún libro de estudio puede contribuir al éxito y no es posible reparar más tarde, el mal que ocasiona una enseñanza incompleta, sin método y sin lógica.

A los autores de metodologías. — Digámoslo sin ambajes, los pedagogos, que nos ofrecen direcciones vaguísimas acerca de la enseñanza de la matemática de 2° grado adelante, se detienen con lujo de considerandos en las propiedades del número uno y de cómo el maestro debe enseñarlo.

No obstante, los alumnos ingresan al primer grado, no sólo distinguiendo sino aplicando esa y otras cantidades lo que sirve (de lo conocido á lo desconocido) de base para comenzar la enseñanza. Nuestros pedagogos leen demasiado á Pestalozzi y sus émulos ó predecesores; no consideran que la instrucción primaria hoy es otra; que la observación psicológica ha modificado los métodos á punto de dar á la transmisión de los conocimientos una amplitud no soñada entonces, que la rutina discute hoy, pero que el maestro inteligente considera un hecho para siempre establecido. Los escritores padecen la eterna enfermedad de hacer el libro sobre los libros no sobre los cuadernos de diez ó doce años de observaciones. En vez de tomar asiento en el fondo de una clase, toman asiento en el sillón de una biblioteca dispuestos á renovar cuantas sentencias tenga el clásico libro de Comenius ó de Girard ó de Grübe; siempre el *magister dixit* no obstante la materia prima, los casos, la prueba contraria bajo los ojos que no quieren ver. No pretendo haber leído todas las obras escritas acerca de la enseñanza matemática; pero he visto muchas norteamericanas y en todas he notado la falta de análisis, el inmenso vacío de la enseñanza en los grados superiores, la vaguedad en dar rumbos á los procedimientos, pasando por sobre los ejercicios y problemas (la aplicación) como por sobre ascuas; nunca un trazado firme y concreto que diga, aquí el camino para llegar á tal fin ; estas son las lecciones, los desarrollos estos, la graduación esta, estas las dificultades, este el procedimiento que lleva en rieles á la inteligencia para alcanzar el éxito máximo en un tiempo mínimo. La ciencia avanza, la civilización exige al individuo más aptitudes y no es posible que á los 14 años, el joven sólo sepa las operaciones, los quebrados y resolver problemas de dos combinaciones á lo sumo.

Bajo mis ojos tengo el tan elogiado libro de Mc LELLAN AND DEWEY, [1] un primor de sutiles consideraciones acerca de la psicología del niño con relación al número. No obstante, no llena la sentida necesidad que menta el prólogo; para la idea de *veces* v. g., debe tenerse en cuenta lo siguiente: *a)* Las operaciones preliminares (observación de grupo de cosas para establecer el concepto de unidad sobre una base verdadera) deben ser completadas por actos constructivos con cantidades de medida exacta. El conjunto debe ser analizado, descomponiéndolo en unidades de medi-

(1) « The Psychology of number. » Vol. XXXIII de la Intern. Education series.

da determinada y, luego, reconstruído con las mismas partes. Ejercicios tales como 12 manzanas, por la unidad de medida, 14 manzanas, ó por la unidad de medida, 13 manzanas, deben generalizarse por otros como: 12 pulgadas, por la unidad 3 pulgadas; la cantidad de 20 centavos medida por la unidad 10 centavos, por la unidad 5 centavos. El movimiento hacia la verdadera idea de número, comienza con operaciones de unidades indefinidas y se fortalece, mediante ejercicios suplementarios, con cantidades de medida exacta.

b) Contar por *unos* pero no necesariamente por cosas únicas y aisladas. Para evitar el error del *sistema de la unidad fija*, es necesario no empezar contando objetos aislados. Los 12 objetos del grupo v. g., se reparten en cuatro grupos ó en tres grupos. Estas son *unidades*, son *unos*, y al contarlos hay un primer *uno*, un segundo *uno*, un tercer *uno*, en todo, *tres veces uno* y lo mismo con los cuatro *unos* cuando la cantidad está dividida en cuatro partes iguales.

Procédase, ahora, del mismo modo con cantidades de medida exacta: los cuatro *unos* de tres pulgadas, ó los seis unos de dos pulgadas, formando el pie lineal.

El niño, primero, ve cosas relacionadas con los ejercicios de análisis y reconstrucción, *percibe* estas relaciones para darse cuenta completa de ellas, llegando así á obtener una idea definida de número ».

Ningún maestro, con sólo esto, será capaz de dar forma á una lección que enseñe el oficio de la palabra *veces* en matemática. Lejos de mí el propósito de hacer lo que repudio, crítica á libros de excelentes enseñanzas, bajo otros aspectos; quiero, con esto, sólo demostrar que no se escribe para la mayoría de los maestros y que se deja al maestro la parte más penosa: el desarrollo de la lección y el orden de la enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

P. Larousse. — *Dictionnaire Universel du XIX^{me} siècle.*
— *Diccionario enciclopédico Hispano-Americano.*
Paul Girard. — *L'Education Athénienne*, au V^{e} et au IV^{e} siècle avant J. C., éd. Paris, 1891.
F. Unger. — *Die Methodik der praktischen Arithmetik* in historischer Entwickelung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart, Leipzig, 1888.
Julio Paroz. — *Historia Universal de la Pedagogía.*
M. Cantor. — *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.* Tres volúmenes, 1894, 96, 96, Leipzig.
J. Gow. — *History of Greek Mathematics.* Cambridge 1884.
Hoose. — *Pestalozzian Arithmetic.* Syracuse 1882.
L. Delbos. — *Les Mathématiques aux Indes Orientales.* Paris, 1892.
J. Fink. — *History of Mathematics.* Chicago, 1894.
T. Cajori. — *A History of Mathematics*, New York.
D. E. Smith. — *History of Modern Mathematics.* New York, 1896.
Bossut. — *Essai sur l'Histoire des Mathématiques.* Paris, 1894.
J. Boyer. — *Histoire des Mathématiques.* Carré et Naud. Paris.

CAPÍTULO II

ESPÍRITU DE LA MATEMÁTICA

I

Carácter y división. — El análisis matemático es el principio racional de nuestros conocimientos y constituye la primera y más perfecta de las ciencias; se ocupa de las ideas más universales, más abstractas y más simples que podemos concebir (COMTE); pocas nociones concretas, acerca de la cantidad, forma y posición de las cosas bastan para elevarse rápidamente al cálculo; la observación descubre propiedades en el mismo número; se derivan axiomas, teoremas y reglas; la verdad fluye tan clara, el procedimiento tan correcto, que la objeción es imposible. Ofrece el carácter notable de demostrar sin recurrir á la experiencia, no obstante ser, los resultados, confirmables por los hechos; las proposiciones parten de corto número de principios, verdaderas intuiciones, axiomas, enunciados luminosos por sí mismos. De esta manera, es un encadenamiento de juicios acompañados siempre por la evidencia (COURNOT).

Responde desde el primer momento, á la definición: *determinar las cantidades unas por otras según relaciones precisas que existen entre ellas.* Se descompone en dos partes, de naturaleza distinta, pero relacionadas, una concreta y otra abstracta; los datos emanados de las cosas, constituyen la primera; la segunda, la determinación de los números desconocidos mediante relaciones con los conocidos. De aquí la *ecuación,* propósito final de todo trabajo matemático. La parte abstracta, cálculo, es de naturaleza, general, lógica, razonativa; especial, en cambio, la concreta: es física, fenoménica, inductiva. Se explican, de consiguiente, las dos fases de todo problema: *planteación* una, ó esfuerzo para descubrir la *igualdad*; otra, el *ejercicio* para despejar las incógnitas mediante un trabajo puramente deductivo y de combinación que denominamos *cálculo*.

Si conociendo el valor m de a objetos, nos proponemos hallar el valor x de n, establecemos, primero la relación exacta de las dos cantidades, en otros términos, la ecuación entre los objetos y el valor; por una simple comparación inducimos que si a vale m, *uno* vale $\frac{m}{a}$; que si n vale x, uno vale $\frac{x}{n}$; de donde, por ser unidades de la misma especie

$$\frac{x}{n} = \frac{m}{a}$$

La planteación ha terminado; estamos ahora en presencia de un ejercicio que resolveremos según las propiedades abstractas de la cantidad. Si multiplicamos dos cantidades iguales por un mismo número resultan cantidades iguales; de aquí

$$\frac{x \times n}{n} = \frac{m \times n}{a}$$

Por otra parte, la fracción $\frac{x \times n}{n}$ puede simplificarse basados en el principio que dice: el valor de una fracción no cambia dividiendo sus dos términos por un mismo número, de donde

$$\frac{x \times n}{n} = x$$

Pero dos cantidades iguales á una tercera son iguales entre sí; entonces

$$x = \frac{m \times n}{a}$$

Hemos dicho ecuación; en efecto, es el elemento fundamental del trabajo matemático y el punto de partida del cálculo. Desde la fórmula $a + b = c$ del primer grado para enseñar la suma hasta la que expresa una serie derivada, el proceso es siempre de igualdad, modificado en la aritmética con una terminología obscura que dificulta la generalización de los procedimientos. Tal sucede con las reglas especiales del tres, interés, compañía, aligación, conjunta, restos atávicos de una época apremiada por las exigencias comerciales que ensayó muchas formas antes de llegar á la más simple, la ecuación, dos cantidades comparadas en condiciones precisas, porque la desigualdad forzosamente es vaga; cuando decimos tal cosa más grande ó más pequeña que tal otra, no tenemos sino un conocimiento imperfecto de las relaciones. Nada más desatinado si empezáramos la enseñanza del idioma nacional con el vocabulario y la sintaxis del español antiguo; no sabríamos justificar nuestro proceder.

Comte divide la matemática, de la siguiente manera:

Matemática	*Cálculo*	1° de las funciones directas (Aritmética y Algebra.)
		2° de las funciones indirectas.
		3° de las variaciones.
		4° á diferencias finitas.
	Geometría	1° De los antiguos (Plana y del espacio).
		2° Analítica.
		3° Estudio de las líneas.
		4° " " superficies.
	Mecánica Racional	1° Principios fundamentales.
		2° Estadística.
		3° Dinámica.
		4° Teoremas generales de mecánica.

Una parte mínima pero útil al mayor número de hombres, cálculo de las funciones directas y elementos de Geometría, corresponde á la enseñanza primaria; otra parte más extensa, pero elemental, estudiada del punto de vista concreto-abstracto (Aritmética, Algebra, Geometría, Contabilidad y Trigonometría) corresponde á la secundaria; el resto á la universidad y escuelas profesionales, cursos de especialización destinados á materias que han de servir á las más vastas aplicaciones del ingenio humano.

Aritmética y Álgebra.—La Aritmética caracterizada por la denominación poco precisa pero común de *contar*, se concibe como una serie de operaciones estudiadas por la numeración: treinta manzanas, treinta metros, treinta caballos, son cantidades concretas; treinta, una cantidad abstracta, de consiguiente generalizada puesto que puede ser determinativa de cualquier especie de cosas (Buisson). Conviene comparar estas acepciones para proscribir conceptos erróneos.

La imperfección y el hábito histórico con más frecuencia, han hecho que se confundan bajo el mismo nombre de aritmético y procedimientos algebraicos, error perjudicial á una enseñanza que para ser rápida y sencilla exige un método riguroso. Recordaremos, por ser típico, los varios teoremas y corolarios acerca del cuadrado y cubo de dos números que los textos tratan en abundantes páginas. Los estudiantes distraen una gran suma de tiempo y esfuerzo para explicar con redundancias de lógica, el desarrollo de $(a+b)^2$, $(a+b)^3$, $(d+u)^3$, $(m+1)^3 - m^3$, etc.; obtenida la expresión creen, por el trabajo hecho, haber demostrado proposiciones importantes y difíciles de la matemática; forman, así, un concepto equivocado de la generalidad del cálculo, de tal manera que, cuando poco después, por el estudio del álgebra se llega por un método sencillo, al desarrollo de $(a+b)^m$, el espíritu interroga sorprendido, por qué se ha tratado con tanto empeño y aparato casos insignificantes de una fórmula tan vasta. Bajo el nombre de aritmética, pues, se invade con procedimientos atávicos el campo del Algebra, haciendo penoso el estudio de materias, por no pocos motivos atrayentes.

El Álgebra y la Aritmética difieren desde el punto de vista de las cantidades, relaciones y valores. El objeto de la primera es resolver las ecuaciones ó convertir en explícitas funciones implícitas; el objeto de la segunda es valorizar las cantidades. (COMTE). Encuadra dentro de la segunda, la numeración, las seis operaciones fundamentales de enteros, fracciones comunes y decimales; la divisibilidad; la valorización de las fórmulas, variadas combinaciones de aquélla, y la aritmología. Si bien en el campo matemático la aritmética es un punto, en las necesidades de la vida ocupa rango altísimo. La Humanidad, hasta hace pocos siglos, no ha conocido más; prueba que sus exigencias eran satisfechas. Las nociones algebraicas de la escuela primaria, son tan elementales que ningún programa las ha diferenciado nunca; pero se comete el extravío de resolver las cuestiones por caminos largos so pretexto de ser aritméticos y razonar lo que es axiomático. Agréguese la evolución lenta de una aptitud cultivada muy tarde por la especie y se explicará el tiempo excesivo que se dedica al estudio de un gajo más útil que frondoso.

Geometría. — Es, por excelencia, la parte concreta y experimental de la matemática. Los antiguos notaron, desde luego, *la forma;* al usar las cosas consideraron la extensión y, en consecuencia, la probabilidad de medirla, refiriéndola, por comparación á unidades determinadas; se explica, así, su relación con el cálculo no bien trata de establecer la magnitud. El sistema de medidas es, de este modo, la expresión más acabada de la matemática primaria, porque se basa en conocimientos geométricos, algebraicos y aritméticos, aplicación al estudio de las dimensiones. Se dice: medir la extensión; es preciso notar, desde luego, líneas, superficies y volúmenes; que, directamente, se miden las primeras y de ellas la recta; que el volumen, la superficie, las curvas, lo son por medios indirectos de modo que *a, b, c,* expresan rectas; *ab, bc, ac,* superficies; *abc* volumen; en cuanto á las curvas, baste recordar los esfuerzos de los geómetras antiguos para rectificar la circunferencia, su valor en función del radio, hasta descubrir π.

El objeto, así, de la geometría es la medida de los cuerpos y sus elementos mediante la comparación de líneas; determinar los volúmenes y las superficies en función de las líneas rectas. Sin embargo, la comparación entre superficies y entre volúmenes es á veces empleada con éxito; por una razón histórica explicable, deben, por el contrario, aquellos casos difíciles de comprender, enseñarse por el método inductivo; si dejan que desear al rigorismo matemático, satisfacen, no obstante su falta de análisis, á nuestra razón por la objetividad del procedimiento. A menudo se determina el volumen de un cuerpo por su peso ó mediante un líquido que pueda substituir un espacio equivalente; comparando las relaciones de densidad; ó usando discos de cartón (superficies) agregados los unos á los otros para comprobar la fórmula. Es típica la operación de Galileo para hallar la relación entre el área del cicloide y la del círculo generador en una época en que el análisis geométrico no trataba cuestiones semejantes. Tomó dos láminas de igual materia y espesor, la una en forma de círculo; del cicloide engendrado, la otra. Resultó tres veces la de aquél, conforme á la solución obtenida más tarde por Pascal y Wallis. El procedimiento, si bien exacto, carece de la generalidad del hecho matemático; según las apreciaciones que acaban de hacerse, la geometría presenta las tres partes que acostumbramos á distinguir en todos los textos.

En la ciencia deben considerarse dos trabajos; el estudio de los hechos para inducir el principio y la generalización del método á todas las cosas, la invención. Como asignatura concreta, la geometría observa, descompone las formas irregulares en formas regulares según un corto número de tipos y simplifica, por un soberbio esfuerzo de imaginación, el trabajo de medir los cuerpos; las líneas sinuosas se descomponen en líneas simples, concebidas como sucesión de puntos; las caras descompuestas en superficies concebidas como sucesión de líneas; los cuerpos, en cuerpos de extensión determinable. De aquí el carácter gráfico de la geometría, el uso de la escuadra, el compás y la regla para resolver en el papel, superficie plana, todas las cuestiones volumétricas y plantear otras, previo cálculo de la forma (dibujo geométrico) para llevar á cabo, con maravilloso acierto, las más atrevidas obras de arquitectura, mampostería y mecánica. El estudio de los tamaños por comparación origina problemas mixtos, resueltos por el concurso directo de la aritmética y el álgebra. La parte abstracta, más útil por la generalización de sus principios, presenta dos géneros de cuestiones: aquellas que tienen por objeto la construcción de figuras según datos condicionales, propiedades fijas, teoremas; y aquellas resueltas por una ó varias ecuaciones valorizadas aritméticamente. (AMIOT, RITT, LEMÉ).

Al primer caso pertenecen los siguientes: Construir un trapecio cuyos ángulos y diagonales se hayan dado. Dada la perpendicular de un triángulo equilátero constrúyase el triángulo. Sea un semicírculo descrito sobre A B; levántense por los puntos A y B las perpendiculares B D y A E; trácese, luego, D E; y en su punto F (situado sobre el círculo) la perpendicular F G que encuentra al diámetro A B en G; digo que se tendrá $AE \times GA = GB \times GB$ (teorema de Pappus). Al segundo, problemas como estos: ¿cuál es la altura de una torre cuya sombra, á las 10 a. m. mide 18 ms.? — Una esfera de madera cuya densidad es de 0.840625 flota sobre el agua: calcular la flecha de la parte flotante.

Las aplicaciones. — Pueden ser mediatas ó inmediatas. El conocimiento no respondería al principio de la necesidad si no fuera llevado á la práctica. La matemática es una asignatura que la escuela también enseña desde este punto de vista. Cada sistema educativo tiene siempre el espíritu determinado por los factores de la época: hogar, ambiente físico, ambiente social. Cada época ha poseído un espíritu y una *idea-*

fuerza directriz (C. O. Bunge). En la actualidad, la enseñanza atraviesa por una crisis total, engendrada por la idea-fuerza económico-política de la riqueza, que debe tenerse en primera cuenta al estudiarse los sistemas contemporáneos so pena de extraviarse en un anacronismo peligroso. La alta cultura es, á la par de las industrias y el comercio, fuente de riqueza.

El hombre observa las propiedades de las cosas y formula problemas para satisfacer determinadas exigencias de la vida.

No obstante el carácter eminentemente práctico de la enseñanza primaria, no obstante el estudio de la naturaleza para servir de juiciosa base á nuestra acción sobre ella, la escuela debe proceder valientemente á una amplia educación teórica, pues nuestros medios para descubrir la verdad son tan débiles que si no los vigorizamos y nos imponemos la condición de asociarlos á la utilidad, no nos será posible obtener resultados satisfactorios. Antes de que las máquinas representasen un factor económico tan grande en la vida activa del siglo XIX, se necesitaron las especulaciones abstractas de Descartes, Newton, Leibnitz guiadas por un propósito puramente científico ; la obra de la escuela es de emancipación ; ningún mayor bien puede hacerse al espíritu que llenarlo de verdades, ningún mayor bien á los pueblos que extirpar la ignorancia para levantar sobre un cuerpo único de doctrina, la religión de las ideas. Este problema, sólo puede resolverlo la escuela común, la escuela de todos ; dentro de sus aptitudes un niño de tercer grado debe abandonar el aula con suficiente criterio para apreciar los fenómenos del mundo físico y de la vida humana ; ¿es posible la formación de este pequeño filósofo ?

Las abstracciones de la ciencia no son ya privilegios universitarios, como otrora, gracias á la admirable perfección de los instrumentos de enseñanza que permiten en seis lecciones, por ejemplo, explicar la Geología (conferencias con proyecciones *Catálogos* Molteni París). De aquí que nos opongamos al exclusivismo práctico, que al recordarnos épocas primitivas, disimula la barbarie. Si fuéramos á considerar las asignaturas del punto de vista utilitario, concluiríamos por no enseñar casi nada; pero otra cualidad da al individuo un valor elevado entre sus semejantes: la cultura; Smith (obra cit. pág. 20) necesita, dice, poco: contar hasta un millón; las cuatro operaciones de enteros; decimales hasta tres cifras, quebrados; ideas generales del sistema métrico; algo de geometría numérica; porcentajes para computar descuentos comerciales, giros, letras de cambio. Problemas, como reducir á decígramos 20 kilóg. 7 dgs. 15 mgs. serían innecesarios. Nos bastaría la tercera parte del tiempo que ordinariamente empleamos para darla. Pero (Fitch), la aritmética merece el puesto de primera fila que ocupa en nuestros sistemas educativos porque, ante todo, es un *ejercicio de lógica;* porque, la materia (A. Bain) provee formas, métodos é ideas que entran en el mecanismo de todos los razonamientos que tengan carácter científico; porque es la gimnasia más saludable del espíritu, tiene precisamente los méritos erróneamente atribuídos al estudio de las lenguas clásicas (Guyau, «Education et hérédité», pág 176).

El objeto de esta enseñanza, no es sólo (Dauzat) [1] transmitir conocimientos y preparar empleos que exigen un estudio profundo de las ciencias exactas; es cultivar y poner en juego facultades como la atención, la reflexión, el juicio, la razón. Es desarrollar y robustecer unas y otras, formar el hábito de la claridad y la precisión en todas las cosas; acostumbrar á ordenar las ideas, á descubrir el error, á investigar la verdad; á la rectitud y solidez; concurrir eficazmente á la vasta cultura del individuo, y decimos que es el único ejercicio que en la escuela primaria deja hondas huellas del método, que fortifica las vías de integración y hace la conciencia. Hacer conciencias es suprimir criminales.

---

(1) M. Dauzat. — «Elém. de mathém.» — p. 12

II

Espíritu de la enseñanza, del punto de vista primario. — *Fases de la evolución mental.* — El ciclo de la evolución mental presenta tres fases: 1ª la del análisis objetivo ó época de las inducciones, correspondiente á la educación primaria ; 2ª la de la generalización ó época del razonamiento deductivo, correspondiente á la educación secundaria ; 3ª la del análisis abstracto ó época de la especialidad creadora, correspondiente á la educación universitaria. No obstante el carácter fundamental de cada período, un proceso no excluye el otro; es forzosamente necesario que comience antes en aquellas asignaturas que se prestan como la matemática. Ninguna más adecuada para fertilizar las aptitudes meditativas de la infancia; la simplicidad del proceso razonativo, la exactitud del lenguaje, la forma constante de las asociaciones para un mismo resultado ; la deducción, forma lógica por excelencia que no puede ventajosamente, ejercitar otro ramo de la escuela primaria, son motivos suficientes para darle la amplitud que tiene en la mayor parte de los programas. La consideramos, pues, de excepcional importancia en el desarrollo de las vías de integración, aunque eminentes pedagogos la combatan desde este punto de vista, seducidos por los éxitos del método inductivo exagerado por ROUSSEAU en una época retrógrada á tal punto, que recitaba catequísticamente las cualidades de la hoja, que aprendía á contar, con el abaco : « uno y uno, dos ; dos y uno, tres ; tres y uno, cuatro, etc. » ; con la tabla, « seis por uno, seis ; seis por dos, doce ; seis por tres, diez y ocho, etc. » ; la ley de COMTE, la *reacción equivale á la acción*, debía cumplirse en enseñanza como en sociología, como en mecánica para llegar al *justo medio que, normalmente, se subordina á los extremos que une.* (1) No debe someterse la inteligencia á inú-

(1) ROBINET « Philosophie Positive ». — p. 73

tiles suplicios so pretexto de que descubra la numeración, la suma, porque puede descubrirse sólo aquello que se percibe. ¿Qué puede percibirse en matemática? la manera de hacer una operación, relaciones entre los datos de un problema, el procedimiento, no lo que es simbólico y convencional como la terminología. Aprende á sumar de la siguiente manera: escribimos varias cantidades en la pizarra, llamamos la atención sobre ellas y efectuamos la operación en voz alta, dos veces; repiten los niños que nos dicen luego, lo que hemos hecho; descubren la regla por la observación. Este sistema no es explicar, es *hacer ver*. Tal es el alcance de la inducción en matemática, cuando las cosas no permiten ya generalizar y no hay ejercicios ó conocimientos aplicados Con problemas sin inmediata utilidad pero previsores, que salven los infinitos escollos que la materia presenta, que abarquen mucho en poco, el alumno adquiere una admirable facilidad analítica. La cultura no es un lujo, es la mejor arma que puede esgrimir el individuo para defenderse no ya del factor físico y doméstico sino del social.

El utilitarismo, considerado estrechamente, produce los resultados deficientes de la enseñanza matemática en la provincia de Buenos Aires; los maestros se sienten incómodos dentro de programas á los que cabe el calificativo de pueriles por el poco desarrollo *intelectual* (razón) con que los niños dejan la escuela. (1)

Lo más posible con lo menos posible. — Si bien el carácter primario de la asignatura fluirá sólo á medida que la tratemos en los capítulos siguientes, diremos sin embargo, que es eminentemente operatorio, sintético y razonativo tocante á ejercicios y solución de problemas. Hace uso del principio, del teorema, de la fórmula, de las propiedades de los números, de cuanto la investigación humana ha obtenido como fruto de su labor subjetiva, averiguando pocas veces de donde vie-

(1) Acerca de esta preparación, véase el informe del director de la Escuela de Comercio, 1902.

ne, porque engolfarnos en las meticulosidades analíticas que los ha producido, sería emplear el tiempo con el propósito poco plausible de obtener pobrísimos resultados. ¿Conseguiríamos, acaso, demostrar las formulas

$$\frac{4}{3}\pi R^3, \frac{a(B+b+\sqrt{Bb})}{3}?$$

¿Es lógico destinar un mes á la demostración de los teoremas de la divisibilidad por 9 y 11, otro mes á los M. C. D, y M. C. M. que por la experiencia sabemos que nunca llegan á dominarse? La aritmética razonada, deductiva por excelencia, corresponde á la segunda enseñanza, á un período en que la mente es capaz de análisis teóricos. Pero de ninguna manera dejaremos de usar las fórmulas de los volúmenes ni los principios de la divisibilidad, porque de no, por este camino no podríamos enseñar una palabra de matemática. Las *operaciones* y el *problema*, descubrir operaciones para obtener un resultado, resume el período primario; lo demás se emplea como elemento necesario á las soluciones. El albañil construye una casa sirviéndose de cierta lógica arquitectónica, pero sin averiguar la razón de ser del ladrillo que emplea. Son suficientes á la cultura mental del alumno, los ejercicios de razonamiento que hace para combinar los datos del problema, el uso de sus conocimientos para arribar á un resultado; es lo que se llama *carácter práctico* de la enseñanza primaria. No perdamos de vista el punto utilitario y la necesidad de que el niño tienda antes su vista sintética á cuanto en el mundo es cognoscible. Muchas cuestiones matemáticas, como los principios de la fracción común, el teorema de Pitágoras, el volumen del cilindro, puede conocerlas, por razonamiento inductivo, método que tiene su justificación histórica y debe emplearse cuando fuera posible, no obstante, su poco carácter generalizador.

La escuela primaria, pues, englute un alimento ya preparado, los productos sintéticos de la mentalidad humana; sólo así puede difundir la ciencia: por sus resultados no por sus procedimientos, siempre largos y tan costosos que solamente la paciente labor del sabio puede servirse de ellos.

Pero estamos dentro de lo que nos interesa conservar, del espíritu matemático; damos por hechas ciertas demostraciones para abordar otras demostraciones de forma completamente deductiva. Y, por otra parte, sin que pretendamos, por esto, justificar nada, los cursos superiores ¿no adquieren el conocimiento particular de los números y figuras por una serie de razonamientos deductivos que reposan en *definiciones* y *principios* evidentes por sí mismos?

La educación primaria, común por excelencia, debe entregar cerebros nutridos y aptitudes desarrolladas, propósito realizable cuando no se destina el tiempo á cuestiones que sólo pueden abarcarse reducidamente. Por otra parte, el método está sujeto á esta ley: *economizar tiempo y energías en la transmisión de un conocimiento.* Para cada conocimiento hay un tiempo mínimo y un gasto mínimo de energía que corresponde, no al mayor número de años como podría suponerse, sino á una edad fija.

Las operaciones no podrían aprenderse más rápidamente á los nueve años que á los 15; pero todo conomiento es la consecuencia de otro que la ley, para cumplirse, exige poseer; así seguimos el natural camino de la menor resistencia que no es sino el histórico sin las sinuosidades inherentes á toda clase de ensayos.

Deficiencias de la enseñanza. — Nos parece lógico atribuir las imperfecciones de la enseñanza de la matemática, difundidas por la ley conservadora de la imitación, á una escasa aptitud pedagógica y técnica de la mayor parte de los maestros, agravada por la creencia, común á toda clase de mediocridades, de que son suficientes y, por tanto, innecesario el interés de perfeccionarse, acompañados de buenos libros. Esto, que para un observador no pasa desapercibido, puso de relieve con frases vivas un ilustre matemático moderno. «La profunda deficiencia en la enseñanza elemental de la matemática, no obstante haber transcurrido dos siglos desde que Descartes publicó su geometría indica cuanto nuestra educación común, está lejos de responder al verdadero estado de la ciencia; se debe, no lo disimulemos, á la extrema inferioridad de las personas á quienes se confía una enseñanza tan importante y de tan altas direcciones para el espíritu humano». Los pedagogos han tratado de explicar la causa de estos fracasos. La parte primaria, dice SMITH, exige hoy pocas mejoras. El enseñante es hábil mientras trata la numeración y las operaciones con alumnos de 1° y 2° grado; (1) la ineptitud deja sentirse en el momento de la generalización cuando el maestro, entregado á su propio ingenio, ya no cuenta con el auxilio de buenos textos. En efecto, la metodología para transmitir las primeras nociones ha sido trabajada durante muchos siglos y es hoy la expresión casi perfecta de la sencillez y la rapidez; además el maestro conoce el objeto de su enseñanza y la extensión que debe darle. Por el contrario, la de los grados superiores, desatendida por considerársela menos necesaria á la vida, no cuenta sino textos sin desarrollo pedagógico, á veces teóricos, á veces prácticos, casi siempre de poca amplitud, con exageradas series de ejercicios y problemas que representan, en conjunto, exagerada pobreza matemática. Con tales guías el maestro de 4°, 5° y 6° grado, obligado á una preparación enciclopédica diaria, rara vez comprende el espíritu de la materia, confunde su propósito educativo con el utilitario y llega al lamentable caso de trastrocar los métodos sustituyendo al deductivo el inductivo como si se tratara de alumnos cuya lógica es rudimentaria, como si continuásemos en el campo de las operaciones con el método para adquirirlas, y no del problema donde la SELF ACTIVITY del niño ocupa el puesto de la actitud contemplativa.

(1) D. E. SMITH — «The teaching of elementary mathematics». 1901, pág. 26.

El buen maestro comprende la excepcional importancia del procedimiento simple que resuelve mayor número de casos y pone á contribución sus aptitudes para descubrirlo; esta forma de generalización, al dar unidad y fáciles caminos á la lógica, significa una extraordinaria economía de tiempo; (1) así el método de reducción á la unidad en manos de profesores hábiles, suprime hasta capítulos de la aritmética, circunscribiendo á simples problemas lo que constituye casos diferenciados por una abrumadora cantidad de reglas, definiciones, tablas, nombres que impiden la asimilación del conocimiento y su comprensión dentro del espíritu generalizador de la matemática. La aritmética de CORTÁZAR contiene para *la compañía* tres principios y dos reglas (pág 165); para el *interés común* siete casos; para *la conjunta* un teorema y dos reglas. La de LAFFERRIÈRE y MÉNDEZ, bajo el título menos diferencial y más lógico de *Aplicaciones usuales de la Aritmética* (pág. 362) y aplicando á los casos el procedimiento común de la reducción á la unidad, contiene un teorema y dos reglas para la compañía; ocho principios y dos reglas para el interés; un teorema para la conjunta. Cortázar, por ejemplo, de corte antiguo, con los principios, falsea el camino de la demostración matemática, apartando la mente de la deducción simple, obligada, so pretexto de la

---

(1) S. RAMÓN Y CAJAL.—«Leyes de la morfología y dinamismo de las células nerviosas».—Ley de la polarización dinámica, dendrifuga y axipeta; ley de economia del protoplasma conductor y ley de ahorro del tiempo de conducción. «Revist. Microg». 1897 II I - 28, Madrid. Estudio acerca de estas tres leyes de economia de la materia, del tiempo y del espacio á las que la naturaleza parece obedecer tocante á morfología. Entre los sentidos y los centros nerviosos existe una cadena determinada de conductores ó neurones, donde la impresión recibida en la periferia se propaga por medio de números crecientes de células hasta la corteza del cerebro, de modo que la vibración de un solo cono puede excitar, simultáneamente, ciento de células nerviosas que forman una *unidad de impresión, un grupo fisiológico correspondiente á una percepción fija* conservada en estado latente, y la pléyade de células piramidales que ha intervenido en un trabajo *a* de integración, será siempre la misma para el mismo trabajo *a*. El *recuerdo*, repetición en iguales condiciones de un mismo estado conciente, se debe á que, en el mismo grupo de células piramidales, se acumulan los esfuerzos sucesivos de atención para evocar la misma integración latente. J. SOURY—«Le système nerveux central», mecanismo histológico de las funciones psiquicas, pág. 1613. El mismo proceso psiquico, pues, recorre siempre la misma via néurica que, por razones del hábito, ofrece cada vez menos resistencia y es, de consiguiente, más rápido. (Véanse cuadros de reacción).

rapidez, á aplicar conceptos preestablecidos como si fueran axiomas. El *espíritu* sostiene mejor al método que las reglas porque es más general, más breve, más sintético y exige menos elementos de apoyo. Resulta, pues, tan antipedagógico como anticientífico, formular teoremas, principios y reglas alrededor de casos perfectamente comprendidos dentro de métodos generales de solución por más que á las necesidades de la vida parezcan importantes y se sienta la propensión á individualizarlos. Por mi parte, he notado la asombrosa facilidad de maestros y alumnos para convencerse de que han enseñado lo más posible acerca de un punto, cuando apenas lo han esbozado con ideas circunstanciales, gracias á un mal texto y á cierta aparatosidad con que se tratan las insignificancias.

BIBLIOGRAFÍA

A. Comte. — *Essais de Philosophie Mathématique*. 1821.
" — *Essais sur la Philosophie des Mathématiques*. 1819.
" — *Philosophie Positive*, tom. I. 1869, Paris.
A. Amiot. — *Solutions Raisonnées des problèmes*. Paris, 1884.
G. Ritt. — *Problèmes de Géometrie*. Paris, 1877.
F. Buisson. — *Dictionnaire de Pédagogie*. Paris, 1887.
Lange and De Garmo. — *Herbart's: Outlines of educational doctrine*. New York, 1901.
M. Dauzat. — *Eléments de Méthodologie Mathématique*. Paris 1901.

CAPÍTULO III

PSICOLOGÍA

El proceso matemático del punto de vista fisiológico

I

El fenómeno matemático. — *El fenómeno*, es una exteriorización de las cosas, que reaccionan (1) estimuladas por una acción cualquiera á fin de conservar la integridad pero que, cambian en hechos nuevos tanto más fácilmente cuanto más heterogéneo es el compuesto. Es el principio mismo de la lucha por la existencia, que si llega á extinguir una piedra, cristal, planta, hombre ó nación, es para producir otra más compleja y perfecta. Si es indiscutible en el orden físico no lo es menos en el orden psicológico, uno y otro sujetos al mismo principio mecánico.

El fenómeno matemático, es un caso de integración que comienza en una percepción acústica ó visiva y concluye en acto después de un complejo proceso interno de comparación, abstracción, generalización y combinación durante el que prestan su concurso asociaciones ya constituídas y seleccionadas (ideas sintéticas, representaciones de WUNDT y VILLA) (2) de que dependen dos cualidades fundamentales: la exactitud y la rapidez.

---

(1) J. C. BOSE.—*Is matter alive?* «The Review of reviews». Oct. 1902, pág. 421.

(2) GUIDO VILLA.—« La Psicología contemporánea ». 1902, cap. V.

La aptitud se desarrolla *intensiva* y *extensivamente*. El proceso es idéntico para todos los fenómenos matemáticos; sólo varía la calidad de las asociaciones que, individualizadas, concurren como elementos á formar otras más complejas, no obstante la unidad del conjunto.

Así $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ que en dos actos: *a)* $\frac{3+2}{6}$ *b)* $\frac{5}{6}$, se sintetiza en la idea, imagen ó representación que implica cinco sextos es, sin embargo, el resultado de muchas asociaciones anteriormente establecidas que prestan su concurso con la rapidez inconsciente de un hecho para siempre conquistado y de consiguiente servil; el ejercicio $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})\,\frac{3}{4}$, es un caso de integración más compleja que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ porque abarca todo el proceso que da por resultado $\frac{5}{6}$ y además el de la multiplicación $\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}$ que da por resultado $\frac{5}{8}$ ¿Cómo llegamos á $\frac{5}{6}$? Una primera serie de percepciones comparadas nos enseñó que $\frac{1}{2}$ de naranja era igual á $\frac{2}{4}$ de naranja, á $\frac{3}{6}$ de naranja á $\frac{4}{8}$ de naranja. La generalización nos condujo á suprimir la denominación, á considerar la cifra; que expresaba mitad, todo quebrado con denominador doble del numerador. Una segunda serie de comparaciones nos hizo ver que $\frac{2}{4}$ eran los términos de $\frac{1}{2}$ multiplicados por un mismo número; que $\frac{3}{6}$ eran los términos de $\frac{1}{2}$ multiplicados por un mismo número; que $\frac{4}{8}$ era los términos de $\frac{1}{2}$ multiplicados por un mismo número; de aquí generalizamos y deducimos un principio (idea) que el valor de una fracción no varía multiplicando sus dos términos por un mismo número. Una tercera serie de comparaciones nos hizo ver lo fácil de reunir quebrados de un mismo denominador y la imposibilidad de hacerlo en un caso contrario; de aquí la reducción de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ y tres procesos en uno. La suma $3+2=5$ es, por otra parte, el resultado de otras comparaciones, la síntesis de procesos primarios; tal es esta inmensa cooperación de las ideas, productos siempre sintéticos que se unen para procrear productos más sintéticos todavía.

¿Qué es la integración conciente, asociación organizada, idea, síntesis, substrátum? El sistema nervioso, última etapa de la evolución de la materia viviente (R. y Cajal), es como un aparato de perfeccionamiento destinado á recoger, á distinguir y á clasificar las excitaciones periféricas como así mismo á dar más rapidez, extensión y precisión á los movimientos, eliminando las reacciones inútiles ó perjudiciales (reacciones parásitas).

Los lóbulos posteriores y las circunvoluciones del centro son territorios donde se proyectan las impresiones ópticas, acústicas y tactiles (esferas sensoriales de Flechsing). Allí, se asocian en un común funcionamiento (sinergía) las innumerables actividades que provocan las excitaciones del mundo exterior mediante los sentidos. El territorio de proyección es, al mismo tiempo, el lugar de la imagen, de la sensación venida del mundo externo y percibida por las células corticales que constituyen, así, la primer *unidad fisiológica* de la vida mental representativa. Tales recuerdos, bajo forma de imágenes localizadas, del punto de vista anatómico, en distintas regiones de la corteza cerebral, se solidarizan mediante esas fibras de asociación cuyo alcance psicológico entrevieron por primera vez Burdach y Meyner. Si en cada territorio proyectado, la *identificación primaria* ó reconocimiento sensorial son posibles, la *identificación secundaria*, ó sea la apreciación de las cosas tocadas y vistas, la suma de sus cualidades en un todo concreto, no resulta sino de la asociación de las imágenes propias á cada región gracias á los hacecillos de fibras transcorticales. El cerebro es, así, un órgano de asociación y la más elevada de sus actividades, *la conciencia*, una función de los territorios centrales de proyección; *una función de la corteza cerebral* (Wernicke).

Entre los sentidos y el sistema nervioso, [1] existe una cadena de conductores ó neurones donde la im-

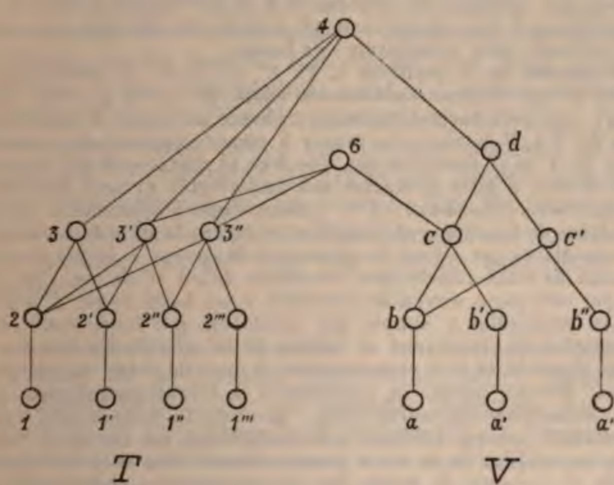
(1) R. y Cajal — «Algunas conj. acerca del mec. anat. de la ideación, asociación y atención». 1895. Madrid.

presión periférica, recibida por una célula (como fibra de Corti, papila) se propaga en avalancha, hasta el cerebro. Esta ley, presentida por GOLGI, no fué demostrada sino después de conocidas las terminaciones de los neurones aferentes en el eje cerebro-espinal. CAJAL llama *unidad de impresión* al movimiento simple de un bastón retiniano, por ejemplo, impresión que puede llegar, no obstante, á centenares de células nerviosas de diferentes centros mediante contactos establecidos por los haces de asociación. La impresión correspondiente al elemento periférico 2 del sentido del tacto, v. g., llega á 3, 3′, 3″, *c*, 6, 4, verdadera invasión llevada á todos los territorios del cerebro; pero, nótese bien, con tendencia á producir *fusiones* siempre más sintéticas, pléyades de pirámides corticales que conservan la impresión en estado latente y que trabajan como un cuerpo solo, solicitado por la voluntad en la elaboración de cualquier problema. El fenómeno de la avalancha implica la participación de cada célula de los sentidos al producirse una imagen mental. A la imagen del centro 6, por ejemplo, concurren los elementos periféricos 1, 1′, 1″, 1‴, *a*, *a′*, *a″*. De aquí la admirable unidad del pensamiento humano, la fácil relación de las ideas, la armonía del trabajo nervioso, la concurrencia llevada á un centro único de gobierno, no obstante momentos de duda producidos por el *sí* de unas vías y por el *no* de otras. [1] Ninguna célula excusa su ayuda, permanece indiferente, es haragana, ó espera excitación especial para moverse.

El *substratum anatómico* de una noción, de una idea, de un objeto es una asociación de imágenes ó residuos de un gran número de percepciones de orden sensorial distinto (percepciones gustativas evocadas por una imagen visual) que persisten vibratoriamente en las células nerviosas, realizada por innumerables haces de fibras orientadas en todas direcciones que

(1) J. SOURY. — «Sis. ner. cent. Mecanismo histológico de las funciones psiquicas», p. 1614.

aseguran el despertar *sucesivo* no simultáneo, como lo vemos en el ejemplo $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, de todas las actividades elementales que concurren á la organización de la nueva idea la que, una vez producida, se excita por cada uno de los elementos que la constituyen, siempre gracias á las fibras de asociación que sinérgicamente unen imágenes de los diversos territorios antes mencionados. De esta manera forman la conciencia, agrupaciones (complexus) cada vez más sintéticas de imágenes seleccionadas y unidas en grupos secundarios, terciarios, que arrojan de producto, una noción siempre más abstracta, más general, más subjetiva, más filosófica: es el *metabolismo psíquico*.



Las fibras son de dos clases: cilindro ejes y prolongaciones protoplasmáticas que emite una célula y llegan á las otras por contacto.

Este esquema nos da, gráficamente, una idea de la asociación. 1, 1', 1'', 1''' son cuatro percepciones táctiles diferentes, cuyas imágenes se proyectan en el territorio de los 2. *a*, *a'*, *a''*, son tres percepciones visuales cuyas imágenes se proyectan en el territorio *b*, *b'*, *b''*.

3, 3', 3'' indican asociaciones de orden primario de las imágenes 2 y 2' para la síntesis 3 mediante las fibras 2 — 3 y 2' — 3: de las imágenes 2, 2', 2'', 2''' para la síntesis 3' mediante las fibras

2—3′; 2′ — 3 y 2″ — 3′; de las imágenes 2, 2′, 2″, 2‴ para la síntesis que comprende las anteriores, 3″, todas de carácter táctil.

El mismo análisis podríamos hacer de las asociaciones visuales c, c′, d.

4 indica asociaciones de orden secundario, una idea ó síntesis de las síntesis de orden primario que dió cada sentido. 4 es, pues, un complejo de orden superior correspondiente á los últimos extractos de la corteza cerebral (células piramidales) y que permite, de consiguiente, una apreciación más exacta del objeto ó fenómeno, por el mayor número de elementos reunidos (táctiles y visuales). 6, es una conexión del mismo carácter que 4, pero menos completa, mediante las fibras intracorticales 3′—6; 3″ - 6; c—6. Los números 3, 3′, 3″, c, c′ son integraciones respecto á las imágenes 2, 2′ etc. y elementos de integración, respecto á 6, c, c′. 4, es una integración más elevada que las anteriores puesto que las comprende. Cada centro, por otra parte, economiza al superior, una parte de trabajo.

El *d*, por ejemplo, no combina á *b*, *b′* y *b″* sino *c* y *c′*; *c* y *c′* proporcionan á *d* el producto de un trabajo de selección (apreciación, síntesis, idea, substratum) ya hecho.

La marcha de la periferia 1, 1′, 1″, 1‴, a, a′, a″, hacia cualquiera de los centros escalonados hasta 4, es un *proceso psíquico;* nos será fácil comprender, ahora, la mayor ó menor rapidez de T y V hacia 4, la mayor ó menor exactitud del trabajo hecho en 4, si se considera que 4 se debe al concurso de los elementos 3, 3′ etc.; si tales elementos son imperfectos el acto conciente superior será defectuoso. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ daría lugar á operaciones falsas y pérdidas de tiempo, si el alumno no poseyera la serie de asociaciones inmediatas que sirven de elementos de apoyo; á su vez, la elaboración de estas asociaciones resultaría difícil si no poseyese las que, por otra parte, sirven de elementos y así, hasta llegar á la percepción primordial y simple por excelencia por donde comienzan los métodos de enseñanza el cultivo de la inteligencia humana y de que depende, es fácil comprenderlo, el éxito de todas las integraciones. Nótese, porque es necesario á la tecnología psíquica, que unas asociaciones engendran otras; que forman cadenas más ó menos estables (porque habiendo solo contigüidad, por cualquier causa las terminaciones de la fibra pueden romper una asociación cambiando el contacto, de donde las desintegraciones, substituciones, olvido); que, confirmado por R. y Cajal estudiando la evolución de los centros filogenética y ontogénicamente, presentan un orden activo sucesivo. A un primer fenómeno sigue un segundo: es el principio mismo del determinismo científico en el estudio de las cosas.

El trabajo de la célula 4 es una síntesis funcional de las células 3, 3′, 3″, c, c′ cuya intensidad y dirección depende de la intensidad y dirección de los 4 componentes; en este caso, verdaderas variables entre un máximo y un mínimo de concursos, por la exactitud y extensión de sus representaciones, porque una imagen (la del elemento 3, por ejemplo), puede ser exacta, viva, incompleta, vaga y concurrir, no obstante, á formar la *unidad funcional* 4 que variará según esos estados y los que puedan presentar los elementos 3′, 3″, *c*, *c′*. De aquí que, si representamos las variables 3, 3′, 3″ etc. por *ax*, *by*, *cz*, etc. la unidad funcional 4 podría expresarse por esta ecuación:

$$f\,(x,\ y,\ z \ldots.) = ax + by + cz \ldots.$$

No hay, para nosotros, otras realidades que las de las vías de asociación recorridas incesantemente por impresiones que del mundo exterior se proyectan á los territorios de la corteza cerebral. Lo que llamamos constancia de la ley, es un resultado de la frecuencia con que tales vías son transitadas.

Un axioma, en un principio, tan difícil de admitirse como un teorema, se hace evidente con la aplicación y costumbre de enunciarlo; la repetición específica ha vencido las resistencias y orientado la corriente nerviosa en un sentido que opone una gran suma de energía á las alteraciones, cual un orden político de cosas que una revolución pretendiera derribar. Nuestro esquema sólo indica un limitado número de asociaciones. La cantidad de fibras que constituyen sistemas de asociación es tal, escribe Th. Meynert y las regiones corticales del encéfalo tan estrechamente emparentadas, que no hay dos puntos asociables sin contacto.

Intensidad de la aptitud. — La *facilidad*, palabra mimada de la escuela, para aprender ó hacer, es la prontitud con que los centros integran. Lo más difícil es lo que exige más elementos de integración, no calidad de elementos, una vez constituídos en nuestra mente como representaciones; así, la solución de un problema que combina las tres síntesis ó procesos *a*, *b* y *c*, no requiere más esfuerzo que el que el cerebro hizo para producir *a* combinando las tres síntesis ó procesos *m*, *n* y *s*.

La aptitud depende del número de células y de asociaciones concurrentes á la actividad de un determinado centro del encéfalo. Los hombres en quienes el talento coincide con un cerebro de pequeñas dimensiones (Gambetta y Byron) no abundarían en células nerviosas, pero en cambio, presentarían un sistema complicadísimo de asociaciones protoplásmico-nerviosas. Por el contrario, aquellos cerebros voluminosos, que exteriorizan á menudo la imbecilidad, contendrían mayor número de células, pero conexionadas imperfectamente por la mucha separación entre unas y otras. Así, pues, la inteligencia es la exteriorización de las asociaciones y la obra fecunda de la escuela, es producirlas en el mayor número posible de manera que persistan mientras dura la vida.

La función de una célula psíquica es tanto más viva cuanto mayor es el número de prolongaciones protoplasmáticas y más abundantes, largas y ramificadas las colaterales de las axonas. Esta doctrina puede explicar dos puntos de la hipótesis antes indicada y generalmente admitida, de que la inteligencia es proporcial al número y aproximación de las células: *a*) El crecimiento constante del espíritu mediante el trabajo. *b*) Grandes talentos en cerebros pequeños. En cuanto al primer punto, el ejercicio, aunque incapaz de producir nuevas células, favorece extraordinariamente el desarrollo de las prolongaciones protoplasmáticas y colaterales nerviosas, creando así conexiones intracorticales nuevas y más extendidas. Un esfuerzo más ó menos grande de la inteligencia dice Kölliker, el célebre histólogo de Wurtzbourg, en su *Manual*, p. 805, un grado más ó menos avanzado de ejercicio, una gimnasia más ó menos perfecta del cerebro, será de la mayor importancia y producirá las más inesperadas combinaciones, dejando atrás procesos habituales y vías trilladas.

El trabajo mental continuo en un mismo orden de estudios, concita el desarrollo de las expansiones protoplasmáticas, lo que aumenta y extiende las asociaciones de una determinada región del cerebro, cuyo mecanismo es comparable al de la hipertrofia muscular bajo la influencia de la atención profunda y continua sobre un orden de ideas y sensaciones; el territorio encefálico correspondiente, es el asiento de una *hiperhemia fisiológica* que aumenta la masa del protoplasma nervioso en virtud de una asimilación más activa. Por estas causas, las distancias que separan los neurones, solidariamente comprometidos en un acto, disminuye. Y si las repeticiones (ejercicio) se suceden con frecuencia, la nutrición crece y los neurones tenderán á constituir un todo cada vez más compacto, hasta reducir los espacios á un mínimo. Ahora, si se considera la distancia que separa la arborización terminal de un neurón de la expansión protoplasmática de otro, como una *resistencia* que la onda nerviosa sólo puede vencer con trabajo, se sigue que la conductibilidad del sistema nervioso (integración) está en razón inversa de los intervalos internéuricos. El ejercicio, tendiendo á disminuirlos, aumenta la conductibilidad y por tanto el poder funcional de los neurones. Los diversos estados de la memoria, los diversos grados de asociación adquiridos en el transcurso de la vida y por el ejercicio, todos los cambios estables ó pregresivos de nuestras funciones psíquicas se reducen á simples fenómenos de *resistencia interneurónica* y longitud de pseudópodos celulares. [1] La teoría del profesor de Bologna explica cómo, actos habituales, acaban por ser *inconscientes*. Ha desaparecido la resistencia que obligaba á la actividad *conciente*. Y explica, en fin, esos límites infranqueables, distintos en cada individuo, que encuentra temprano ó tarde, la inteligencia, para comprender: es el coeficiente personal de perfección que no puede excederse.

¿Qué es instruir? La definición es: formar la aptitud de diferenciar mediante el análisis; psicológicamente, su objeto, es constituir nuevas asociaciones celulares (unidades psíquicas, substrátums) con las existentes. La capacidad de un hombre es tanto más poderosa cuanto mayor es el número de ideas de grado más sintético que puede exteriorizar. Una idea, siendo la combinación (fusión) de imágenes simples ó compuestas, será más rica, bella, elevada,

---

(1) Eugenio Tanzi — «Y fatti e le ind. nell' od. istol. del sist. nerv.» — Rivist. sper. di fren., t. XIX, p. 15 -- 1893.

profunda, abstracta, filosófica cuanto resulte de la integración de mayor número de elementos ó recíprocamente cuando los evoque en mayor cantidad. De aquí pensamientos que dicen mucho y pensamientos que no dicen nada, acerca de un mismo punto, no obstante expresárselos á unos y otros, en una oración de impecable forma.

Si la idea es producto de una combinación de elevado exponente, pero capaz sólo de agitar una reducida parte de los elementos de integración, resulta abstrusa, sin olvidarnos que la claridad depende no menos, de la preparación y talento de quien escucha.

El binomio de Newton, no emociona á la mayor parte de los individuos que lo leen, pero es la admiración de cuantos estudian Algebra.

Por último, *todo esfuerzo intelectual es concurrente;* el que se dedica á perfeccionar el juicio histórico, perfecciona también la aptitud calculadora.

II

Desintegración del proceso matemático.— *La comprensibilidad.* — La integración conciente de carácter matemático es una faz de la personalidad orgánica comúnmente llamada *Yo*, de notable valor diferenciativo. Toda alteración de la mente comienza por la incapacidad de combinar los datos de un problema; de coordinar números, de formar, con representaciones simples, las complejas á que estábamos acostumbrados.

Es, la substancia cortical del cerebro, [1] un gran laboratorio adonde llegan, se elaboran, depuran y sintetizan los materiales y componentes primarios de todas las esferas sensoriales, casi un reflejo de estados presentes y pasados para preparar los

(1) ENRIQUE MORSELLI.—«Manuale di Sem. delle malat. mentali» Vol. II, pág. 20—Milano 1894.

del futuro. Este último trabajo de los elementos psíquicos, puede interrumpirse si alteran el mecanismo del laboratorio, causas teratológicas, patológicas y emotivas del mielencéfalo ó bien del organismo, pues el cerebro participa de los fenómenos generales del cuerpo, por dos vías: los nervios y la circulación.

Un conocimiento comunicado á una clase de 40 alumnos, es interpretado de manera diversa y evoca imágenes de carácter diferente. De aquí, la necesidad de ilustrar á fin de que la exactitud comience por las excitaciones destinadas á producir los estados de conciencia que el maestro desea. Para un niño, al comenzar el estudio de las medidas de superficie, un $m.^2$ tiene 10 $dms.^2$; para otro, tiene más; para otro, tiene 10×10 $dms.^2$; para otro no hay imagen posible, ni siquiera ve una superficie. Mas, no bien se dibuja el cuadrado y se lo divide, usando medidas conocidas, el metro y el decímetro, la noción y la imagen se producen claras y uniformes, no obstante poder originar ideas diversas acerca del ejemplo, de la aplicación, del uso y de la importancia del conocimiento por donde se llega á tantos estados finales de conciencia como los que provoca la palabra Dios entre millones de católicos. Estos hechos deben atribuirse al substratum mental de los individuos, es decir, á la estructura y textura de sus cerebros. Impresiones anteriores produjeron en ellos *estados* diferentes y según su naturaleza, no obstante la misma impresión, reaccionan los cerebros.

Esta diferencia de orientación en las moléculas cerebrales adquirida por repetidos esfuerzos de atención, constituye la memoria individual en estado más ó menos permanente.

La neurolia y sus prolongaciones, susceptible de contraerse ó relajarse, parece servir de aparato aislador ó de contacto entre los neurones, algo así como un conmutador de corrientes nerviosas, se trate de actividad ó de reposo. La contracción, favoreciendo los contactos, inicia el período activo de los centros más elevados; la extensión, aislando las arborizaciones néuricas, inicia el período de descanso, ó bien activo de los centros inferiores (motores) que sin inhibición fuera del campo volitivo suelen dar á nuestro *yo*, un aspecto de imbecilidad, trastorno ó incoherencia fatal como síntoma del *desequilibrio psíquico* (falta de unidad, régimen y subordinación entre las cadenas néuricas) sueño. Hasta ahora no se conoce la causa de este amiboidismo de tanta significación psicológica.

La atención (CAJAL) desde que se reconcentra sobre una idea ó un pequeño número de ideas asociadas, además de la contracción intensa de las células produce una congestión activa de los capilares del centro respectivo, lo que favorece la intensidad de la onda nerviosa, alcanzando el máximum, los fenómenos del calor y del metabolismo vital. Estas hiperhemias marcan el momento de mayor potencia intelectual, si la sangre conserva su virtud nutricia.

De consiguiente, la circulación lenta, aire impuro, escasa ó mala alimentación, substancias más ó menos tóxicas (carnes descompuestas, alcohol, aguas contaminadas) enfermedades del estómago, del hígado y del intestino, aún suponiendo una substancia gris rica en neurones susceptibles de asociarse fácilmente, retardarán los procesos por más que no lo querramos y sintamos el deseo de alcanzar nuestro propósito. Es el caso de aquellos jóvenes que exteriorizan una gran miseria fisiológica y una voluntad de hierro.

La abulia. — El tipo abúlico, muy común en los jóvenes, producido á veces por la pobreza fisiológica, pero más comúnmente porque las corrientes nerviosas cuando no varían constantemente de dirección son solicitadas por asuntos ajenos á la matemática, suele ser causa de un terreno propicio á cosechas escasas porque permanece inculto por faltar eso que dirige los procesos de asociación y que RAMÓN Y CAJAL llama estímulos de la voluntad y TH. RIBOT, impulsión.

Tal *eso* no puede sino ser un camino no alcanzado por las dificultades que encuentra el primer esfuerzo.

Todas las excitaciones recibidas, primero á la ventura, dejan tras sí huellas (residuos), que constituyen memorias organizadas gracias á las que después de un período de tanteos y aprendizajes, la voluntad, dueña de su instrumento, no tiene más que decidir para ser obedecida.

Y aún puede referirse la abulia á las *parálisis psíquicas* estudiadas por Reinolds y Charcot que se curan sugestivamente, convenciendo al niño de que es capaz de lo que se cree incapaz, transformando el *no puedo* tan frecuente en las clases de matemática, en el *sí puedo*.

El *exceso de impulsión*, (hipobulia) puede, como consecuencia de la fatiga, conducirnos á la abulia si bien Ribot [1] cree que es un paso de la imagen al acto sin procesos de integración y de consiguiente, un fenómeno que por sus consecuencias negativas y por el gasto de fuerza que supone, termina en un período de desconsuelo y abatimiento.

No ser solicitada la corriente nerviosa siempre en un mismo sentido, es una causa que retarda la asimilación de conocimientos de una misma categoría. Si después de preocuparnos una hora en problemas matemáticos, dirigimos todo el espíritu á una cuestión histórica, por la ley de la *avalancha* de Ramón y Cajal se desintegra ó se debilita la asociación general que trabajaba la idea matemática ; cuando volvemos á ella, hay que producir nuevamente el proceso, si bien en condiciones más fáciles. Los individuos ocupados en un mismo asunto siempre, alcanzan una maravillosa perfección, llegando al genio si, además, heredaron un terreno celular propicio ; pero olvidan lo poco que de otras materias sabían, hasta ser incapaces de formar el juicio más elemental. Se produce un conjunto de ideas fijas, encerradas en un círculo dentro del que se corre sin tropezar nunca; pero fuera, se camina por una pendiente de peladillas expuestos á rodar al menor

---

(1) Th. Ribot. — «Enfermedades de la voluntad» — Versión esp. de R. Rubio, pág. 75. — 1879.

descuido; sin embargo, la misión de la escuela primaria no es hipertrofiar regiones determinadas del cerebro sino cultivarlas á todas desde un punto de vista general y armónico.

La asimbolía. — El célebre descubrimiento de WERNICKE (Breslau 1874) de la afasia sensorial, nos proporciona elementos explicativos de los obstáculos que el niño encuentra para comprender una cuestión matemática; la *asimbolía matemática*, se debe á dos causas, una al error que casi siempre comete el maestro de no acostumbrar á traducir los enunciados en figuras (reconocimiento intelectual, objetivación interna) lo que no es extraño á nuestras necesidades emocionales y activas, intelectuales y estéticas; [1] otra, á una incapacidad congénita de ver dentro las imágenes que evocan las palabras (cecidad psíquica de MUNK, agnosia de FREUND).

A las sensaciones propiamente dichas que nos procura el objeto, se asocia una cantidad inmensa de imágenes del mismo ú otro (imágenes verbales, ideas de espacio, lugar, causa, fin, sentimientos de placer, de pena, de belleza). ¿La palabra *percepción*, es aplicable á toda esta serie de hechos? La de primer grado corresponde á la faz primordial del proceso cuando el objeto nos es dado como una unidad independiente de las ideas que puede suscitar. Es la *identificación primaria* ó reconocimiento sensorial. La percepción de segundo grado ó complicada, corresponde á fases interiores del proceso y constituye la *identificación secundaria* ó reconocimiento intelectual.

La vista es el primero de nuestros sentidos (GALTON, FLOURNOY), damos á todas nuestras ideas una traducción visual; notamos la música bajo forma de signos visuales; notamos los conceptos abstractos bajo forma de *esquemas;* nuestra atención se concentra sobre percepciones visuales á las que se asocian las demás

(1) ED. CLAPARÈDE. — «Revue gén. sur l'agnosie en l'année Psychologique», pág. 77 — 1900.

ideas y conste que la identificación primaria de las cuestiones matemáticas es casi siempre visiva, rara vez auditiva y nunca derivada de otras sensaciones.

¿Qué es una demostración matemática? Consideremos un caso aritmético, más abstracto y menos compuesto que los geométricos de carácter gráfico; la construcción de la figura descubre, casi siempre, la solución. «¿Hasta qué parte de un cajón, cuya base cuadrada tiene 0.45 de lado ocupará un espejo de 2 m. por 0.90 m., por 0.009 m., reducido á polvo?

El proceso comienza por la identificación secundaria con la diferencia de que las palabras evocan la imagen del objeto. De esta exactitud interna depende la exactitud y rapidez de la solución.

1° — Hay que ver un cajón de 0.45×0.45 por una altura variable; de madera, de hierro, cerrado por todas partes excepto arriba, vacío y semejante á un cuerpo geométrico, un paralelepípedo.

2° — Hay que verlo con substancias sin intersticios, como líquidos, polvo ó fragmentos pequeñísimos. De modo que el razonamiento opondría el caso de la imposibilidad si el espejo no se redujera á polvo.

3° — Hay que ver al espejo de acuerdo con sus tres dimensiones y considerar su forma paralelepípeda.

4° — Hay que ver el espejo roto, triturado, reducido á un montón de forma variable.

5° — Hay que verlo en el cajón adoptando, en virtud del estado, su forma, otra vez un paralelepípedo cuya base es de 0.45×0.45 ms^2.

6° — Hay que ver, sean cuales fueren las dimensiones del espejo, una cantidad de polvo, siempre contenida por el cajón, de altura indeterminada.

Una de estas seis imágenes mal evocadas, basta para obstaculizar y hasta impedir la solución del problema.

A la elaboración de las representaciones de *espacio* y *forma* sigue la fusión (combinación) mediante el cálculo, aplicando principios que la mente ya conoce: el volumen es producto de tres dimensiones: el volumen del espejo no ha variado en polvo y dentro del cajón; se conocen dos dimensiones; la 3ª no puede sino ser el producto de las tres dividido por el producto de las dos; el cociente es la altura del espejo en polvo dentro del cajón.

Llegamos á la respuesta que buscábamos.

Consideremos, ahora, la suma $7 + 5 + 8$; mientras en 7, 5 y 8 no vemos 7, 5 y 8 objetos de la misma especie (ladrillos por ejemplo), la suma es imposible; tal acontece en primer grado, con niños de 6 ó 7 años; dan el resultado 20, mientras perciben las cosas; son incapaces de llegar á él, no bien deben evocar imágenes internas.

El experimento XVII, no obstante la sencillez del caso, presenta 37 °/₀ de negativos. La asimbolía es común en los niños; temprano ó tarde, rápida ó lentamente, desaparece con la edad, y por una educación constantemente intuitiva, que grabe nociones de espacio, lugar, forma, tiempo y calidad. A la misma causa debe atribuirse la respuesta *hay que restar*, á un problema como « Si 25 ovejas valen 72 $ cuánto cuesta una »? (Exp. XVIII y XX).

El principio: « de dos quebrados que tienen igual numerador es mayor el que tiene menor denominador », es también un caso de representación; si se piensa que la séptima parte de una naranja es mayor que la novena, se verá fácilmente $\frac{4}{7}$ de naranja mayor que $\frac{4}{9}$; sin embargo, hemos examinado jóvenes de 16 años no sólo incapaces de explicar, por qué $\frac{4}{7} > \frac{4}{9}$, sino de enunciar el principio mismo. Un maestro empeñoso, comprenderá el valor inmenso de la visión interna en el aprendizaje de la matemática. Si consideramos que los métodos pecan acerca de ese punto, por deficientes; si consideramos que no hemos visto profesores que acostumbren *á ver* una cuestión matemática, nos explicaremos el atraso de la enseñanza y la cantidad de esfuerzos que se malogran en aprendizajes defectuosos á punto de que alumnos de primer año (caso narrado por el ex-inspector general señor PABLO PIZZURNO) contesten que para embaldosar un patio bastaba una baldosa y media. La *cecidad psíquica*, propiamente *disgnosia* de MORSELLI (deficiencias de la imaginación reproductora) no error de juicio y razonamiento, lamentable confusión que afecta al método, es el mayor de los escollos con que tropieza la adquisición exacta y rápida de los conocimientos. Ningún empeño más digno de aplauso, que el que los maestros pusiesen en corregir una insuficiencia natural del cerebro, procurando ese admirable tipo que A. LEMAITRE [1] llama *símbolo visual.*

Las definiciones, elementos fundamentales de la demostración matemática, mal comprendidas, suelen recitarse hasta de memoria, resultado que se debe á la censurable costumbre de no objetivarlas ó vertirlas á imágenes. Una representación confusa y sin contornos, no puede concurrir á elaborar integraciones claras. Si enseñamos «número fraccionario es el que no contiene exactamente á la unidad, sino á alguna de sus partes», es forzosa la identificación primaria para dejar en nuestra mente impresiones, no palabras.

Cultivar el *sentimiento de lo ya visto;* lo ya visto, por similitud ó contraste, fija los detalles de una objetivación matemática. Frecuentes ejercicios de traducción á líneas ó figuras de los datos de un enunciado, ó principio, ó teorema formarán el hábito de evocar imágenes exactas, de ver. Todo aquello que el lápiz no puede reproducir siquiera con alguna aproximación, no se conoce bien ó se ignora del todo; «la reproducción gráfica es un poderoso mordiente de la imagen mental y un gran rectificador de prejuicios». (R. Y CAJAL).

En el teorema, «en toda división inexacta, si el dividendo y el divisor se multiplican por un mismo número, el cociente no altera, pero el residuo queda multiplicado por el mismo número», la reproducción deja, á menudo, de ser objetiva para ser numérica;

(1) A. LEMAITRE. — «Le Langage intérieur chez les enfants». Lausanne. 1902.

vemos, entonces, en la pizarra, los términos, la operación y el operador; es la posesión del teorema, sin cuya circunstancia la demostración es imposible; cuando un niño escribe un razonamiento depurado de errores y no recuerda el enunciado, ese niño ignora, matemáticamente, la demostración.

A estas imágenes del enunciado sucede la elaboración, combinando principios, después que vislumbramos el resultado. En efecto, de esta primera identificación: $N : D = C + \frac{R}{D}$ ¿cómo podemos llegar á esta final $N \times F : DF = C$ con un sobrante $R F$?

Representaciones anteriores dan $N = D C + R$; el dato del problema y una propiedad concurrente de las igualdades, nos proporciona en un campo completamente abstracto, $N F = D C F + R F$; donde *vemos* inmediatamente, aplicando un conocimiento acerca de las igualdades, lo que pretendíamos sacar: $N \times F : D F = C$ más el sobrante $R F$ á dividirse por $D F$.

La amnesia.—La cecidad psíquica se debe (J. Soury) á la disminución del número de vías ó á la ruptura completa de vías que aseguraban la continuidad de los procesos mentales por el despertar sucesivo de los neurones asociados (memoria organizada).

Esta incapacidad de producir imágenes suele ser permanente ó intermitente (á veces se produce con intervalos de tiempo más ó menos cortos) y constituye diversos casos de *amnesia* y *espectación,* que malogran ostensiblemente todo esfuerzo para integrar. La mayor parte de los negativos en las operaciones de suma, resta y multiplicación, se deben al desvanecimiento repentino de la imagen de un número, mal substituída por otra. Se dice $5 + 6$, once; $+ 8$, diez y nueve; $+ 7$, veinte y seis; escribo seis y llevo 2; $9 + 6$, quince $+ 5$, veinte .... ¿llevaba dos ó una? Suele, en este caso, producirse el error. La memoria de conjunto y la persistencia es tan necesaria, que sin ella la fusión (combinación) que implica todo acto matemático, es imposible, defectuosa ó por lo menos larga si se recurre al apunte. Wernicke observa en los enfermos de asimbolía, abulía ó tendencia á permanecer inactivos; nosotros hemos notado los mismos síntomas por la conocida frase *no comprendemos;* á poco, sienten la nostalgia del aula y su actividad psíquica la mata el fastidio y el aburrimiento.

Adquirida la aptitud de la *visión interna*, un nuevo orden de dificultades, debido al *campo estrecho de la atención*, se presenta si el niño no acostumbra á formar *unidades funcionales*, combinación ordenada de imágenes para alcanzar un resultado; la emoción y la distracción (asimbolía funcional) producen amnesias intermitentes ó atenciones espectantes (hiperprosesias) que originan reconocimientos intelectuales falsos. La respuesta, siempre más abstracta y general que resume de un problema, como un símbolo, las asociaciones, se compone de elementos parciales localizados en diferentes esferas de la sensibilidad. Tras una destrucción de las imágenes ópticas por lesión de la corteza del lóbulo occipital; por ruptura ó desarrollo tardío de los haces que la unen al lóbulo temporal, persistirá un reconocimiento auditivo mas no figurativo del número ó idea; pero el reconocimiento para ser completo, exige la excitación de todos los elementos que componen la representación; si un elemento de esta *unidad psíquica* falta, podráse oir, ver, tocar, mas no *conocer;* se conserva la identificación primaria, la secundaria ha desaparecido; es el caso de la niña E. S. (1er Grado) que lee y enuncia los números, pero que no puede sumar 5 y 6, verdadera *asimbolía* según la definición consagrada por Wernicke y Heilbrouner: incapacidad para servirse de las imágenes poseídas á veces, con una claridad admirable.

Resumamos con E. Morselli estas frecuentes anormalidades que dificultan tanto la exactitud y rapidez del trabajo matemático y sobre las que llamamos la atención del maestro. La *conciencia* (obra cit., página 726) puede ofrecer alteraciones respecto á su *intensidad* por alteraciones de la atención; á su *claridad* por la energía que alcanzan las sensaciones; á su *extensión* por el mayor ó menor número de representaciones concurrentes; á la *integración* por la manera de combinarse las varias agrupaciones (unidades psíquicas) perturbadas por causas morbosas, emotivas, inductivas ó artificiales (dislogia); á la *continuidad* por la incoordinación de los fenómenos psíquicos, alterada por enfermedades ó circunstancias anatómico-funcionales de la corteza cerebral.

Emoción y anemia. — La *esfera táctil* que tanta parte toma en los procesos de inervación muscular y circulatorio, parece el foco de las emociones y pasiones cuya primer consecuencia es producir trastornos vasomotrices que afectan á todo el cuerpo. Basta que aumente un poco la velocidad de la sangre que penetra á nuestro cerebro (A. Mosso) (1) para que inmediatamente se modifique nuestro *yo*. El equilibrio de las agrupaciones celulares se turba profundamente porque en el cerebro es más activa la nutrición y más instables las substancias que lo componen. De todas las funciones del organismo, la conciencia es la que siente más los efectos del menor cambio.

Las emociones, según su clase, producen vasodilataciones ó vasocontracciones que siguen á una mayor ó menor afluencia de sangre al cerebro. Modificando el intercambio vital de los neurones, la pobreza nutricia produce (caso de la palidez) una contracción de las prolongaciones protoplasmáticas y colaterales de la célula; entonces las asociaciones menos sólidas se desintegran y de allí la disgnosia, la asimbolía, la abulía, la dismnesia, toda una serie de trastornos mentales no siempre generalizados que afectan comunmente, las unidades psíquicas de formación más reciente. El *miedo al examen* ataca á los centros del

---

(1) A. Mosso — «La paura», pág. 98, 6ª ed.

lenguaje: *no deja hablar pero deja pensar.* Es, de consiguiente, explicable el fenómeno, sorpresa de más de un inspector, de encontrar niños en 6° grado que no suman enteros; que no reducen á un común denominador; que no escriben decimales. Un estado accidentalmente anémico, un proceso morboso que lleva toxinas á las células mediante la circulación, basta para romper una unidad mnemónica: la inteligencia ofrece, entonces, inepcias que la voluntad no puede corregir.

Ahora bien, en la juventud, debido á diversas etapas de su desarrollo, (crisis, psicosis) son frecuentes tales alteraciones; excepcionalmente hay niños de un funcionamiento orgánico tan regular que una baja atmosférica, un viento norte, una indigestión, una mala noche, al producir estados enfermizos de carácter pasajero, no anormalizan la circulación y desintegran los neurones que formaban una unidad orgánica (representación, imagen ó síntesis necesaria para que otra se produzca). De aquí los casos negativos y falsas reacciones atribuídas á la mala enseñanza: de que unos días se aprende más y otros menos.

Otras veces, inutilizan la identificación secundaria y no afectan la primaria, casos que se explicarían por una irrigación irregular de los territorios corticales del cerebro. De todos modos, es fácil imaginarse á qué resultados desastrosos puede llegar el trabajo matemático de un individuo emocionado.

La mujer, víctima más segura del fenómeno, nos proporciona casos originalísimos de desintegración. Citaré el de T. D., niña muy inteligente de 5° grado, que debía reproducir después de dos lecturas, el problema: *Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; vendió 220 á 2 pesos cada una; 50 se murieron y el resto las vendió á un peso y medio ¿qué valor sacó de sus ovejas?* Escribió: *Un individuo tenía 2000 ovejas en un corral, 173 corderos en otro y 17.000 en otro; 320 se murieron y el resto los vendió á 17 pesos cada uno ¿qué venta hizo?* Caso que no reprodujo ningún otro alumno.

Hemos notado emoción más frecuente en los niños de más talento, de más edad y de más estudio. Se explicaría por el hecho de que en los niños menos inteligentes ó más jóvenes las integraciones de orden superior son escasas y no hay, de consiguiente, oportunidad á que las cadenas néuricas se rompan ó den conciencia trascendental de los hechos.

Las paranoias rudimentarias.[1] — (Ideas fijas, ideas incoercibles, obsesiones, preocupaciones). Orientan la corriente nerviosa (actividad mental), en una sola dirección; la *avalancha* es solicitada ansiosamente por la idea fija hasta constituir un *yo* esclavo. Las demás, resultan integraciones débiles, no alcanzan una organización enérgica y tampoco una fijeza más ó menos larga. No pueden ser más terribles los efectos en un curso dominado por esa psicopatía contagiosa de la que es víctima la mujer más que el hombre, que en los internados degenera en uranismo como lo comprueban documentos en mi poder. Nos referimos á la obsesión genésica, del paseo, de la diversión, del tocado, á la pueril no á la emotiva intelectual del joven de genio que concluye en un invento de trascendencia mundial ó á aquellas graves, conocidas bajo el nombre de manías agudas; son casos poco definidos, quizá, pero no por eso menos perturbadores del punto de vista psíquico, hasta infantilizar los procesos, en lo tocante á la idea fija. Es, por decirlo así, el primer grado del trastorno, ó un aspecto de la neurastenia. El alumno, sobre el libro, lee, lee, lee, lee y no asimila. Comprende, pero todo se esfuma después de una hora, después de un día. O bien escucha á los profesores con atención simulada; se esfuerza por aprender, pero á una pregunta

---

(1) A. Pitres et E. Regis. — «Les Obsessions, etc.», p. 16. Biblioteca Toulouse. Estos autores consideran la idea fija diferente de la obsesión; no obstante, reconocen una causa común, de tal manera que la emoción obsedante se asocia, generalmente, á la idea fija. Definen así: un sindroma morboso caracterizado por la aparición involuntaria y ansiosa, en el campo de la conciencia, de sentimientos ó ideas parásitas que tienden á imponerse. Crean, así, una variedad de disociación psiquica, cuyo término es el desdoblamiento de la personalidad.

acerca de un conocimiento que acaba de transmitirse, no responde. Se produce algo así como una panofobia generalizada bajo el nombre de fastidio por cuanto no tiene relación con la idea imperativa. La capacidad para juzgar, no existe; no existe para apreciar lo bello; el tartajeo y las disfasias alteran la dicción; el entusiasmo rara vez aviva los ojos y calienta las mejillas.

La cura (desorientación) depende de tres factores: el doméstico, el escolar y el físico. Buena alimentación, enemas, mucho ejercicio, la sugestión y conmociones emotivo-intelectuales violentas provocadas por la acción de los padres y profesores si son temidos y respetados, la producen; además, substrayendo completa mente al alumno del ambiente que motivara la orientación, substituído por otro activo y estético (objetivo) para producir imágenes capaces de superponerse á la fija; la reviviscencia de las que formaron los primeros extractos, producen un campo psíquico donde la imagen obsedante se debilita, se vuelve secundaria y por fin desaparece. Las ideas imperativas constituyen uno de los tres factores morbosos que impiden el adelanto de los alumnos, grave por cuanto provoca los otros dos: pereza é intoxicación cerebral.

CAPÍTULO IV

El proceso matemático del punto de vista experimental

I

El estudio de la Psicología. — *Teoría y experimentación.* — Sin conocer al niño, se ha dicho, no es posible educarlo; del punto de vista intelectual, ese conocimiento lo da la Psicología, de la que se hace un estudio tan incompleto y á menudo erróneo que se la ha creído hasta innecesaria como auxiliar pedagógico. Con el mismo criterio, la apreciaríamos nosotros, si hubiéramos de poner en manos del maestro á Janet, Balmes, Boirac ó textos más ó menos derivados por esa fácil imitación de los negociantes en libros. Todavía más; nos parece nada más que un ejercicio de cultura el estudio generalmente penoso de un texto como el de SERGI, de SULLY, de JAMES y quizá nos inclináramos á lo mismo, si, de manera más positiva, se estudiase en las escuelas normales la anatomía y fisiología del cerebro sin analizar los fenómenos exteriores de la función.

Los métodos de enseñanza, prácticos por excelencia, nada avanzan conociendo el proceso y las vías por donde una percepción se trasforma en idea y movimiento después de provocar una complicada serie de integraciones.

Es muy diferente para el que enseña la psicología experimental. Mediante sus cuadros y diagramas, conoce matemáticamente, en un momento dado, las aptitudes de los educandos, para un trabajo; su estado de preparación en un determinado punto, los inteligentes y los retardados; las bondades del procedimiento; qué partes exigen más ejercicios y qué partes menos. Es la base del método, con todo el carácter de positivo y científico. Si nos consta que la riqueza del lenguaje es, bajo determinados aspectos, el mayor número de palabras diferentes empleadas en la composición, el maestro la obtiene de sus 42 alumnos, acerca de la naranja, redactada en treinta y cinco minutos de tiempo. Cuenta las palabras escritas (400 para el niño N) y las diferentes de la composición (60 palabras). Después de dos meses repite el experimento: si en 400 palabras consigue 80 varias y proporción parecida en los demás casos, los procedimientos para enriquecer el lenguaje resultarían buenos. La experimentación, en la escuela, tiene dos objetos: uno psíquico y otro pedagógico.

La Pedagogía es un artificio por el que el maestro trata de enseñar lo más posible con lo menos posible.

Comprueba la bondad de sus procedimientos por la exactitud, la rapidez y la generalización de lo que el niño asimila.

¿Cómo, hasta ahora, los maestros han comprobado esa bondad? De manera vaga, observando el conjunto, efectos más ó menos simultáneos, ó atribuyendo manifestaciones de un grupo á una clase; de aquí deducciones de detalle francamente erróneas, para llegar, no obstante, á principios generales como los pestalozzianos, que adoctrinan métodos no procedimientos. Hay que ilustrar, sí ¿pero con qué ilustraciones; presentadas en qué momento; manejadas cómo? De lo simple á lo compuesto, sí. Pero ¿qué es lo simple en la cifra 9, en la lectura y comprensión de un número?

De modo, pues, que Bourdon acierta cuando con elevado criterio juzga que la pedagogía no debe rejuvenecerse, sino hacerse. ¿Cómo? Experimentando. No, observar un grado de 40 alumnos, tomar apuntes en un cuaderno y deducir principios por la actividad de los niños, el entusiasmo y preparación científica del maestro y el interés del asunto. ¿Estamos, después de esto, seguros de que todos han adquirido el conocimiento que pretendíamos inculcar? ¿de que todos lo poseen con igual exactitud, de que todos pueden reproducirlo rápidamente, de que todos pueden generalizar? Así se cree. Esta apreciación, resulta de una clase vista á través de cinco ó seis niños activos, atentos, respondones, que levantan la mano siempre, que siempre roban la atención del maestro en perjuicio de los pusilánimes; es, á menudo, falsa. ¿Saben sus niños esto? ¡Puf! ¿Cómo, cosa tan fácil? Se examina y resulta que fallan las tres condiciones: exactitud, rapidez y generalización.

Estos hechos, á cientos anotados en mis cuadernos de observaciones, indican que el sistema de conocer al niño es otro. El examen no puede ser colectivo, sino individual, deduciendo, de lo individual lo colectivo por el conocido método de los promedios.

Examen individual. Precisamente: aislado, substraído á todo elemento extraño que pueda provocar un proceso falso ó precipitar uno exacto.

El primer elemento de perturbación es el compañero, el *soplón*, en todas partes, donde menos se espera, oportuno siempre para dar otra orientación al esfuerzo del alumno, verdadero ó falso, pero no personal.

Las consecuencias de cada experimento, comparando alumnos, grados, por meses, por años, dan el método. Estudio hecho de esa manera, detenido, extenso, sobre todos los aprendizajes escolares, sobre todas las manifestaciones psíquicas del alumno, da á conocer al niño como materia elaborable de una escuela. La *psicología escolar colectiva*, no está hecha; nuestro esbozo, particularizado á la aritmética es, quizá, el primero. Los varios congresos de psicología reunidos desde 1889, han tratado las alucinaciones, el hipnotismo, la herencia, los sentidos, la anatomía y fisiología del cerebro, las percepciones, la ley de Weber, la memoria, la asociación de las ideas, la atención, la teoría de las emociones de James y Lange, pero excepcionalmente, los procesos lógicos, el juicio, el raciocinio y la psicología de la infancia, menos, del punto de vista colectivo que es el pedagógico [1] desde que el sistema simultáneo de enseñanza, obedeciendo á la necesidad de destruir el analfabetismo, educando lo más posible, se impuso á la escuela primaria como siglos pasados se había impuesto á la universidad.

Cada método de enseñanza que publiquemos (nuestro propósito es escribir el de todas las asignaturas) comenzará con un estudio de psicología experimental para conocer las aptitudes del grado cuantas veces fuere necesario durante el año, para justipreciar en cifras, la positividad del esfuerzo. A la vista de nuestros cuadros y diagramas, hemos tenido que declarar, á menudo, el criterio erróneo que forman las apariencias, aún en el profesional más experto. *El estudio de los métodos es el estudio experimental de las aptitudes en tiempo y circunstancias diferentes;* la psicología de las escuelas normales, no es otra, por cierto, pintoresca, llena de atractivos y fácil de dominarse sin mayor preparación que la elemental. Pero, es un campo virgen todavía, que se abre á la actividad del maestro, si el maestro haciendo del grado un laboratorio, aprovecha esos maravillosos elementos que maneja durante nueve meses del año. Seguros que lo que presentamos, pedagógicamente, como una novedad, dentro de veinte años, será un curso metódico en las escuelas de Europa y América, para dar al análisis del procedimiento todo el valor que tiene en la enseñanza, porque la pedagogía es el procedimiento, nos permitimos indicar este programa para formar aptitudes de psicólogo experimentador:

a) Anatomía: Sistema nervioso central y periférico (TESTUT y resumen de GRASSET).

b) Fisiología: Sistema nervioso central de J. SOURY y resúmenes ó monografías como las de RIBOT,

---

(1) HORACIO G. PIÑERO. — «Enseñanza actual de la Psicología en Europa y América» 1902, p. 18 y 19.

Dallemagne, Soullier y de la Biblioteca Toulouse.

c) Psicología: Consideraciones acerca de los fenómenos del espíritu por su manera de producirse (James, G. Villa).

d) Psilocogía experimental: Obras de Wundt, Weber, Binet, Sanford, Biblioteca Toulouse, Biblioteca de pedagogía y Psicología de A. Binet, los trabajos de J. M. Baldwin y otros, dispersos en revistas y anuarios.

Emprender la medición metódica de las facultades (aptitudes) de los alumnos, puede ser de resultados prácticos para la teoría de la educación, dice J. Sully, [1] y llegar á un conocimiento más exacto de la infancia. Así, el estudio del desarrollo psíquico, cuyo objeto es fijar la época en que ciertos procesos adquieren fuerza, resultaría más definida si hubiese registros metódicos. Uno de los puntos que resolverían es la influencia del sexo en la mente. El urgente problema de establecer hasta qué punto conviene sujetar la inteligencia de niños y niñas á una misma suma de estímulos, recibiría un auxilio poderoso. El éxito de la enseñanza, por otra parte, depende de la clasificación de los individuos según sus aptitudes y tendencias; sería de desear que los maestros y los psicólogos desarrollasen pronto un plan definido de experimentación psicológica.

Psicometría del punto de vista pedagógico.—Nos hemos apartado de lo teórico para dar al experimento toda la importancia que tiene, única argumentación sólida de la pedagogía. Hicimos nuestras observaciones psicométricas durante el año escolar de 1902, sirviéndonos de un cronómetro, dos pizarras, cajas y reglas; no dispone la escuela que dirijo de un gabinete apropiado, no obstante mis empeños para conseguirlo.

Educamos mujeres y varones, distribuídos en dos departamentos: el de aplicación ó primario y el nor-

(1) J. Sully.—«Psicología Pedagógica», p. 463. Appleton y Cia. New York, versión esp. de E. Molina.

mal ó secundario. El primero, campo de nuestras observaciones y para cuya enseñanza escribimos este volumen, está dividido en siete grados, del 1° al 6°, subdividido el 3° en dos: inferior y superior. *La enseñanza es simultánea;* un maestro educa á la vez 30 ó 40 niños, sometidos á las bondades ó deficiencias del mismo método; guía la enseñanza y regula la amplitud de las lecciones, no la precocidad del niño A, ó la torpeza del niño B, sino el espíritu de la clase, donde el maestro ve sólo un cerebro. Nuestras observaciones son individuales para deducir consecuencias colectivas, única forma en que la Pedagogía utiliza los complicados estudios de una ciencia que sólo puede tener arte y aplicación en la escuela.

La experimentación para determinar aptitudes en niños y grados susceptibles de ser comparados es pobre, no existe casi; psicólogos de nota como BINET, no son maestros; en sus gabinetes magníficamente montados, se estudia sin otro propósito que el científico, á menudo insuficiente y defectuoso desde el punto de vista pedagógico. En *L'année Psychologique* de 1900, un bellísimo estudio de la *atención y la adaptación* sobre 11 niños de segunda clase, ocupa 156 páginas, sin que hayamos podido utilizar deducción alguna, por cuanto, de carácter individual, no hay comparación posible con nuestras clases; sólo constatan mejores aptitudes en el grupo inteligente. Individualmente, un niño de segundo grado y 9 años, puede presentar mejores fenómenos psicométricos que uno de quinto y de 13 años; colectivamente, el hecho cambia. Nuestros experimentos, integraciones compuestas, han destruído creencias arraigadas, acerca de la importancia de procedimientos que usábamos, por el éxito que creímos obtener; han demostrado la posibilidad de determinar el grado de aptitud matemática que posee un niño á quien se matricula por primera vez; que ciertos hechos de positividad admirable en vez de confirmar niegan la aptitud; con el cálculo mental pretendíamos establecer la marcha de un proceso psíquico, en diferentes grados y constatamos un fenómeno de índole diversa.

Los niños de una escuela varían del imbeciloide al genio, para darnos un conjunto normal. Averiguar la aptitud no es imponernos de los conocimientos matemáticos que posee un alumno. El 6° grado sabe más que el 3°; pero las matemáticas exigen un trabajo de conciencia, ya simple ya complejo, independiente de la calidad del saber. Así, la divisibilidad no es más complicada que la multiplicación de enteros; se estudia, sin embargo, en 5° grado. De aquí que nuestros experimentos eminentemente comparativos pueden servir de norma á otras escuelas que, repitiéndolos se propongan estudiar á sus alumnos ó la bondad de sus métodos; es hecha con niños de todo el departamento elemental, de modo que las diferencias pueden atribuirse á las aptitudes mejoradas por el ejercicio, por la edad, por la raza ó factores de naturaleza computable. La aptitud del alumno para la matemática es inversamente proporcional al tiempo de reacción empleado en las integraciones de suma, resta, multiplicación ó lectura de números. De modo que, dadas varias constantes para un grado, el alumno puede ó no cursarlo con éxito, si sus integraciones dentro de un límite positivo, exceden ó no esa constante.

Este método, al precavernos contra la simulación, conocimiento postizo ó reproducciones mnemónicas, examina sólo el proceso inconsciente. Así, al joven N., si pretende ingresar al 6° grado, preguntamos su edad, 14 años y medio comprendida entre la máxima y la mínima del grado, casi la media 15,1; le examinamos: reacción de suma 23,22 segundos; de resta 14,9; de multiplicación 55,5; de lectura 15,4; dentro de un máximo de positividad da tiempos de reacción iguales ó inferiores á las constantes; está en condiciones de cursar el 6° grado con éxito; si dentro de un mínimo de positividad diera tiempos de reacción mayores que las constantes, no estaría en condiciones de cursar el 6° grado con éxito.

El examen debe extenderse á la reproducción auditiva del problema y al razonamiento que analizamos en capítulos posteriores.

Este método de apreciación, nos ha dado, en la práctica, excelentes resultados, eliminando la casualidad, dentro de casos perfectamente conocidos por el alumno. Nos fundamos en el hecho de que la mayor rapidez en las operaciones y lectura de números, se debe á la capacidad psicológica de los centros, adquirida por evolución y ejercicio, no precisamente haciendo operaciones, sino esfuerzos matemáticos de otra índole, que educando las vías de asociación han perfeccionado las vías laterales y concurrentes de las integraciones más simples.

Las pruebas son individuales y colectivas, procurando una absoluta uniformidad de circunstancias, los mismos números, las mismas pizarras, la misma luz, el mismo examinador, las mismas distancias, el completo silencio para que los resultados de la comparación no pudieran atribuirse sino á determinadas causas. En las aulas, tomamos precauciones para no ser burladas las seguridades del esfuerzo personal.

Una misma operación, un mismo número hecho ó leído por 219 niños de diferente edad, sexo ó instrucción, suministra elementos abundantes para apreciar el grado de inteligencia de cada uno ó agrupados y la eficacia de los métodos. Las dos clases de integraciones, peculiares al estudio de la matemática, una de carácter periférico, otra de carácter central (ejercicios y problemas) son las dos grandes etapas de la enseñanza. De la integración periférica, primaria por excelencia, arranca la segunda para volver nuevamente á la primera. La instrucción se propone convertirla en automática, reduciendo al mínimo el tiempo de reacción, conservando su modo consciente á la segunda. El punto de vista de la educación primaria sería, pues, el cultivo de la integración periférica que, alcanzando un máximo de positividad en tiempos mínimos, anunciaría el principio de la instrucción secundaria. Nuestros experimentos estudian las dos fases del proceso, especialmente el primero, puesto que marca una etapa y define un ciclo.

Las reacciones, dado su carácter complejo, pueden considerarse verdaderas medidas del pensamiento, metabolismo psíquico de una serie de discriminaciones (asociaciones concurrentes) para producir una síntesis.

El tiempo de reacción, dice William James, [1] varía con la edad y los individuos. Puede ser largo ó corto si hiere un sentido en vez de otro (Exp. de Buccola), si se trata de un anciano ó de un niño. El *ejercicio* lo reduce á una mínima determinada para cada individuo; *la fatiga* lo alarga; la *concentración de la atención*, lo abrevia; la *naturaleza de la percepción*, lo varía; *la estación*, la *temperatura*, el *día*, produce diferencias; la *intoxicación*, y los *ruidos*, lo prolongan; lo acortan estimulantes como el *té* y *café*.

Desde que el proceso matemático es una integración de doble carácter, periférico y central, nos proponemos conocer dos de sus cualidades esenciales, positividad y tiempo, comparando grados, sexos, edades y una integración con otra á fin de que los procedimientos puedan asentarse en base sólida. La primera, adquisición, reconocimiento, evocación y reproducción automática de imágenes, se formaliza alrededor de lo que se llama genéricamente la *operación*; la segunda, fusión de imágenes, substitución ó concurrencia para crear otras más sintéticas, se llama comúnmente, razonamiento.

Se explican, con más ó menos fundamento, la variedad de métodos en la enseñanza; cada autor cree al suyo con ventajas que no tiene el otro. Todos, no obstante, pecan al afirmar resultados que no disipan de nuestro espíritu la duda, exteriorizada en esta frase del lector ú oyente: ¿en la práctica, será efectivamente así? contestada siempre con evasivos síes.

---

(1) «Principii di Psicologia», pág. 82.

II

Explicación circunstanciada de los experimentos. — Experimento I. — *Contar*. — (Atención adaptativa). En el centro de la pizarra, á la altura de los ojos del examinado colocamos una hoja de papel blanco de 0.21 × 0.164 met. rayado con azul de poca intensidad; cada cuadro mide 5 × 5 mm. y el niño debe contar el número de líneas horizontales de arriba abajo sobre una línea vertical del centro, adaptando la vista á distancias convenientes, siempre que la aproximación no fuera menor de 50 centímetros.

Hemos adoptado el papel de 31 líneas y no los *grupos irregulares* de puntos de A. Binet, para dar al experimento rasgos definidos y pueda repetirse en idénticas condiciones. El tiempo de reacción es tomado desde que el niño, por nuestro mandato, lee *uno* hasta que termina.

Solo hubo tres casos de recomienzo, contrariamente á lo que suponíamos; estábamos seguros de un porcentaje alto; resultó, en cambio, insignificante.

El niño comienza á contar lentamente y á las 5 ó 6 líneas se apura cual si resultara más fácil la operación; pero á intervalos más ó menos iguales se produce un pequeño descanso; trata de apoyar las manos en algo, la pizarra ó el escritorio, cual si buscase mayor estabilidad al cuerpo. Contar objetos, si exceptuamos los niños de primer grado, es un fenómeno de acomodación visual. En efecto, el ojo realiza una serie de movimientos y descansos con los que coincide la enunciación del número, hecho inconsciente. Los últimos movimientos, por efecto del hábito muscular en los primeros, son menos violentos y más rápidos; una agrupación irregular ó líneas á diferentes distancias, exigen más tiempo que á espacios constantes. Los errores deben atribuirse á falta de coincidencia entre las líneas y el descanso debido á un movimiento erróneo del ojo no habituado por diferentes causas: debilidad de la vista, miopía, cansancio muscular por esforzada fijación, cansancio de la retina (caso de J. C. C., 6º grado) ó formación de imágenes complementarias. En primer grado, á veces, la evocación del número siguiente exige una integración consciente, lo que motiva error ó retardo.

El proceso es una identificación sucesiva de lugares dos á dos, tres á tres, cuatro á cuatro, según el orden, asociada al nombre de números que indican el momento del reconocimiento. El campo de la atención, visual ó interna, varía, varían las dimensiones y elementos de la imagen y varía de consiguiente, el tiempo y exactitud para contar. Los lugares de identificación en nuestro experimento son dos; el campo de la atención, puramente óptico, es mínimo y los errores deben atribuirse no á la mayor ó menor inteligencia de los niños sino á defectos del movimiento visual. Los cuadros constatan lo que acabamos de decir.

Experimento II. — *Reconocimiento de cuatro números.* — En la pizarra hemos escrito :

1ª 1010
2ª 2101
3ª 12934957
4ª 1010101

en el orden indicado, evitando la correspondencia vertical de las cifras. El niño las lee á uno ó dos metros de distancia, enuncia en voz alta los números y nosotros contamos el tiempo desde el momento que fija la vista en el primer número que conservábamos cubierto, hasta leer el último. Mientras dura el proceso, reina el mayor silencio; se mide en segundos; los errores fraccionarios en nada afectan la exactitud del conjunto dada su duración. La aptitud se debe á diversos grados del hábito. El alumno que úna rápidamente á las imágenes los términos para asignar un nombre á las cifras según su colocación, leerá con más acierto, resultado que debe atribuirse á mayor número de ocasiones para leer y escribir cantidades en ejercicios y problemas y á predisposición en momentos ó épocas dadas, para integrar. De aquí, pues, que el experimento fije el grado de cultura matemática del alumno y su inteligencia natural ó adquirida.

Hecho con espíritu eminentemente pedagógico, constata la concatenación de ciertos fenómenos según relaciones invariables, que los maestros presumen, pero que no bien aperciben una modalidad, se inclinan por la corriente común de un determinismo poligenético. Si comparamos los alumnos del mismo grado *F. L.* y *J. P.* (4º grado) en diez tiempos de reacción, uno da cifras más bajas que el otro. Mientras *F. L.* presenta negativos en 9 casos, *J. P.*, por el contrario, presenta positivos en 9 casos:

	F. L.	*J. P.*
Lectura de números	$\left.\begin{matrix} = \\ \pm \end{matrix}\right\}$ 33″	$\left.\begin{matrix} + \\ + \\ \pm \end{matrix}\right\}$ 18″
Suma	— 65″	+ 19″
Resta	— 31″	+ 25″
Multiplic	— 68″	+ 50″
Cálculo mental	— 20″	— 20″
Escrit. de números	— 16″	+ 6″
Suma mental	+ 6″	+ 3″
Error de ident. l.	1.5 cms.	0.5 cms.
Apreciación de esp.	— 5″	+ 3″
Contar	20″	13″

F. L. reproduce (después de haberlo oído dos veces) el problema «Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; 50 se murieron y vendió el resto á 2 pesos c/u. ¿Qué valor sacó?» del modo siguiente:

Un estanciero tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17 ovejas; vendió 220, se le murieron 50 ovejas y las vendió á $ 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

J. P., del modo siguiente: Un estanciero tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; se le murieron 220 y las que le quedaron las vendió á 2 pesos cada una; se murieron 50 y el resto vendió á 1.50 $ cada una. ¿Qué valor sacó de las ovejas?

F. L. razona el problema: Si 12 ovejas cuestan 72 $. ¿Cuánto costarán 8 ovejas? de la siguiente manera:

Si 12 ovejas cuestan 72 $, una oveja costará $\frac{72}{12}$ que es igual á 8; ahora, si 8 ovejas lo divido... 72×12...

J. P., de la siguiente manera:

Si doce ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán ocho veces más y una, ocho veces menos.

Si 12 ovejas	......	$ 72
1 »	......	$\frac{72}{12}$
1 »	......	$ 6
8 »	......	8 v. más 48 $

Nuestro experimento es el caso de una imagen auditiva despertada por una percepción óptica. Para leer un número se atiende: 1° *número de cifras;* 2° *nombre que corresponde á las cifras;* para el primer caso se siguen dos procedimientos: *a)* Se divide en períodos de tres cifras asociando las denominaciones de derecha á izquierda; en 12934957, el lenguaje interno procede según este orden: *957*, *mil*, *millones* y en voz alta enuncia luego, 12 millones 934 mil 957. *b)* Toma el conjunto del número y sin otro lenguaje interno que *cuatro* en 2101 lee 2 mil 101. La división mental en períodos, de 12934957, es más fácil que la de 1010101, por estar aquél compuesto de diferentes cifras significativas, éste de ceros y unos; la imagen de un período es borrada por la del otro por no diferenciarse los elementos sino en el orden de colocación y ser muy antepuestas las denominaciones.

Hay un tercer procedimiento de aprendizaje, largo, que el hábito elimina desde los primeros grados, pero que alumnos tardíos conservan muchos años; consiste en nombrar cada orden: *unidades*, *decenas*, *centenas*, etc., y luego, leer el número.

El nombre de las cifras, según el lugar que ocupan, es un fenómeno que consciente al principio, tiende á volverse automático por la repetición; se asocian tres recuerdos: el nombre de la cifra, el del lugar que ocupa y el del período; en 957000, por ejemplo, la denominación mil de 957; el nombre *nueve* de la cifra 9 y la denominación *cientos* por el 3^er^ lugar.

La asociación será siempre más fácil y automática mientras en el compuestos figuren los tres elementos significativos y mientras las tres cifras de cada período sean enumerables; 957 es un número de lectura fácil porque cada lugar tiene su nombre: *novecientos, cincuenta* y *siete*, porque en cada nombre, cada cifra conserva entera ó casi entera su denominación dígita: *nueve, cinco, siete*. 101 presenta más dificultades, porque tienen nombre, sólo dos lugares; porque la palabra uno de las centenas no se enuncia al decir *ciento uno*.

Nos explicamos, pues, las equivocaciones ó el largo tiempo para leer un número tan pequeño como 1010; el hábito formado por los demás números inducen en el primer momento, un acto de inconsciencia errónea; en 1010, lee *diez, diez*, después, *un diez*; después *mil diez*, probablemente, si no es *mil ciento diez*, fenómenos que al exigir cada vez más el auxilio de integraciones á las que rara vez se acude, imágenes y recuerdos que el ejercicio ó la disposición hereditaria mantiene vivos, retardan el proceso. De aquí que lean mejor los más inteligentes ó los grados más avanzados.

En 12934957, la lectura de cada período presenta homogeneidad, armonía, ritmo generalmente común á todos los números: *novecientos treinta* y *cuatro, novecientos cincuenta* y *siete*; en 1010101 la homogeneidad, la armonía y el ritmo, elementos fundamentales del recuerdo automático, desaparecen: *uno, diez, ciento uno*.

El signo + indica que la cantidad fué leída bien: el signo —, mal.

El primer grado lee hasta 10000, al que dimos las cantidades :

1ª 1010
2ª 2101
3ª 1934
4ª 9030

El proceso exige más atención que en los otros grados, es menos inconsciente y nos revela la aptitud asimiladora del alumno acerca de una enseñanza repetida todos los días.

La lectura de los números es tanto más deficiente, tardía y penosa cuanto más conciencia exige.

Experimento III. — *Reproducción auditiva del número 1001001* (sinopsia). — Es el caso de una imagen óptica despertada por la sensación auditiva, asociadas al centro que coordina el movimiento de los dedos. Es, de consiguiente, el experimento anterior invertido, el mismo proceso y las mismas dificultades, pero aumentadas. La no coexistencia de las tres unidades psíquicas ó la desintegración de cualquiera de ellas durante la operación, basta para retardar ó impedir el proceso.

Muchos niños, detenidos en la identificación primaria, no realizan la secundaria ; repiten en alta voz el número, pero no lo escriben, ó lo escriben mal, ó ensayan varias veces antes de acertar ó no aciertan, no obstante saber por sus propias apreciaciones, que el número escrito es falso, porque leen y enuncian palabras que no coinciden con las oídas. La positividad del experimento revelaría, pues, la aptitud de los alumnos para esta integración tan importante en matemática, que da por resultado las sinestesias (tipo *símbolo visual de* A. Lemaitre).

La asociación automática de estos tres centros, es el eje alrededor del que gira el éxito de la escritura de ejercicios al dictado y su solución ; por otra parte, la matemática es, desde el punto de vista perceptivo, el ejercicio de dos sentidos asociados en las esferas de la identificación primaria : el *oído* y la *vista*. La inteligencia asimila y exterioriza por esas dos puertas, pero *particularmente* por la vista, como lo demuestra la reproducción óptica de los números comparada á la auditiva.

Un problema se resuelve mal, resulta difícil, largo y fastidioso cuando el alumno es incapaz de reducirlo á una fórmula final y los ejercicios complejos despiertan en él la idea de la incapacidad para dominarlos; concepto tan pernicioso de sí mismo se corrige formando el hábito de asociar al lenguaje oído la imagen y el movimiento de la mano. Cuántos alumnos fracasan, no obstante conocer principios, teoremas, la demostración misma; porque la mano no está habituada á trazar paréntesis, á escribir signos entre dos términos, á trazar — antes de una cantidad negativa; á colocar los coeficientes antes de las incógnitas; á familiarizarse, en fin, con lo que se llama *lenguaje matemático* y vice-versa, escribir, ver y no saber leer!

No nos cansaremos de recomendar ejercicios á múltiples combinaciones para dar carácter automático á una asociacion de tanta importancia. Por otra parte, si consideramos que el niño proyecta sus imágenes (números, palabras, figuras) en grandes caracteres (macropsia), se comprenderá lo importante que es para el éxito de la asociación, ejercitar en pizarra mural y no en papel.

Preparado el niño para escribir, se le dicta en voz alta y clara el número, mientras el tiempo se cuenta desde que se pronuncia la palabra *un* hasta que haya escrito el número. Cuando la visión no es pronta recurre á la conciencia, á los recuerdos, á integraciones olvidadas, produciéndose los mismos fenómenos del experimento anterior, pero en circunstancias más difíciles por cuanto se integran tres elementos. Las palabras *mil uno* despiertan inmediatamente la visión de *1000* y de *1*; la mente debe fundir las dos imágenes en una, ver otra; se escribe á veces 10001; pero la presencia de cinco cifras recuerdan decenas de mil; reacciona, se borra y la conciencia trata de salvar el error.

Las palabras *nueve mil trecientos treinta* y *cuatro*, por lo contrario, despiertan la imagen 9334, intensificada por el hábito y la falta de lugares sin nombre, cuyos efectos psíquicos consideramos en el caso anterior.

No entramos en mayores detalles porque no escribimos un tratado acerca de fenómenos que darían lugar á largas y curiosas investigaciones desde el punto de vista psicométrico. Desgraciadamente, hemos tenido que anular las reacciones de 4ª y 5ª clase, porque en un descuido nuestro, los alumnos extrañados de su incapacidad, se comunicaron el número y se ejercitaron en escribirlo. Al primer grado se hizo escribir el número 1001. En la mayor parte de los niños, no obstante poder escribir al comenzar el dictado, se producía un momento de *expectación*, fenómeno explicable cuando el hábito no responde y se recurre á la conciencia.

Experimento IV. — *Reproducción auditiva del número 937427*.—Es el caso anterior simplificado de modo que los errores sólo deben atribuirse á deficiencias de la identificación primaria ó de la coordinación gráfica, esta última, caso excepcional.

Preparado el niño junto á la pizarra, con la vista hacia nosotros, debía escribir inmediatamente después de dictado el número en voz clara, sin dar mayor tiempo á una cifra que á otra ó marcar alguna enfáticamente. Se le decía: «Vd. va á oir y no bien concluya de pronunciar el número, le escribe Vd. en la pizarra». Tomábamos el tiempo desde que concluíamos de dictar el número hasta que el niño terminaba de escribir la última cifra. Esta integración rara vez llega á ser consciente; cada sensación auditiva despierta clara la imagen óptica; la asociación no exige esfuerzos de modo que el retardo debe atribuirse á la lentitud del movimiento de la mano, á los rasgos gruesos y largos; á afasias acústicas de orden intermitente; á distracción ó á falta de atención con asociación activa. Al primer grado se hizo escribir, por audición, los números 1424 (Exp. IV) y 1021 (Exp. C); al 2º grado, 1021 (Exp. C) á fin de poder comparar uno con otro.

EXPERIMENTO V. — *Copia de un número decimal. Reproducción visiva del número 0.685407.* — (Identificación visiva de los números, memoria máxima). De carácter colectivo, se hizo en las aulas; repartimos á cada niño papel y lápiz y así preparados, pedimos atención y prohibimos toda clase de movimiento que significara comunicación con el compañero.

Producidos en todos los casos quietud y silencio absolutos, explicamos á los niños lo que iban á hacer: no bien girásemos la pizarra, observarían el número 5'' (un momento), hasta que volviéramos á darla vuelta; entonces tratarían de reproducirlo exactamente en el papel donde pondrían su firma. Así, en efecto, se hizo con grupos que nunca pasaron de 36 alumnos; el ayudante que nos acompañaba recogía los papeles á fin de que nuestra vigilancia no fuese burlada.

Nos fué necesario advertir, en cada caso, que no tomábamos examen para juzgar sus aptitudes de pase. Esta creencia, la emoción que produce y lo enigmático que para ellos es el experimento, altera sensiblemente los resultados. Las cifras, escritas á mano, claras, ocupaban una longitud de 48 cent. por 12 cent. de altura; eran fácilmente legibles á diez metros de distancia; no obstante, ningún niño se colocó más lejos de 6. Al primer grado se dieron sólo cuatro cifras, el número 6854.

Es un caso de *reproducción visiva* sin integración consciente desde que el niño sabe escribir el cero y las nueve cifras; no hay evocación de imagen sino retención conseguida dividiendo el número en tres partes: *a)* 0.; *b)* 685; *c)* 407, asociando el orden de los períodos y la enunciación interna de las palabras que lo expresan. El niño, en este caso *verbo visual*, dice internamente: *cero seiscientos ochenta* y *cinco, cuatrocientos siete,* no: *cero seiscientos ochenta* y *cinco mil cuatrocientos siete.* El que lo hace está más expuesto á equivocarse. Las equivocaciones deben atribuirse á la división errónea del número para recordar sus cifras; á la imagen y á la palabra mal asociadas: á la retención de imagen sin asociación verbal y en primer grado, á veces, á la falta de hábito gráfico, no obstante la asociación visomotora. La operación, es menos intelectual y más asimiladora que la de los casos anteriores, pues hay sólo asociaciones verbo visuales simples que el niño elige y hace, de consiguiente, por la vía más fácil. En la reproducción auditiva de *mil uno* nacía una imagen sintética, primero; en la reproducción visual de 1001, pueden nacer *cien* y *uno; uno, cero, cero, uno*; *diez, cero, uno; mil uno*, que no es necesario sintetizar á los efectos de la escritura. Se explica, pues, cómo un niño de primer grado escribe 6854, número del que sólo conoce sus componentes. Hay reproducción de una imagen sin exigir exactitud gráfica, un caso muy diferente de la *traducción* de una sensación auditiva en una visiva que debe despertar estados internos y recuerdos pasados; lo que, pedagógicamente, es de suma importancia. No se nos pasa desapercibido un hecho acerca de la retención del número: si no hubiésemos impuesto la obligación de mirar 5," probablemente los resultados hubieran variado en un sentido favorable; porque la asimilación del número es un acto visomental que dura un tiempo fijo para cada individuo; un segundo, dos, dos y medio, tres; fijos los ojos en los guarismos, hecha la primera integración, comienza una segunda en iguales condiciones, un poco más rápida quizá que elimina todo lo adquirido en la primera (ecos ópticos); si el proceso no concluye *sincrónicamente* con el tiempo fijo, deja una imagen incompleta.

Cuando una persona copia una serie de cifras [1] mira al principio su modelo y fija la atención sobre una parte limitada, haciendo un esfuerzo de memoria para retenerla; después dirige sus ojos al papel y reproduce lo que acaba de percibir. Este acto puede prestarse á estudios interesantes, como el de los errores que se cometen, su número y su naturaleza; pero es de importancia capital saber los detalles que asimila en 5" de

---

(1) A. Binet. — «Atention et adaptation». La copie.

observación directa. Un alumno ejercita un hábito adquirido y al examinarlo sorprendemos precisamente, ese hábito sin violencia ni fatiga; sorprendido por la desaparición de la figura, la figura es retenida imperfectamente, recurriendo á la primera integración que dejó imágenes lejanas superpuestas por la reciente que domina el campo. De modo que si el proceso de retención dura 2″ el niño hace dos completos y un tercero incompleto por disponer sólo de 1″.

Las niñas presentan, comparadas con los varones, reproducción óptica más exacta, siendo inversos los resultados de la reproducción auditiva. Estos hechos indican que el varón es más apto que la mujer para el trabajo interno y complejo de la mente (identificación secundaria); por el contrario, la mujer es más enérgica para las percepciones visuales (identificación primaria).

Siendo la labor matemática de reconocimiento intelectual, nos explicamos mejores disposiciones del hombre para un trabajo abstracto y deductivo, es decir, que interesa las asociaciones celulares más elevadas de nuestro cerebro.

La percepción visual despierta más clara y nítidamente los elementos asociados que cualquiera de estos elementos á la visual. Así, 1, 1′, 1″, 1‴, evoca con más viveza á 3, 4, *c*, *c*′, *a*, *a*′, *a*″, que *a*, *a*′, *a*″, á 4, 3, 1, 1′, 1″, 1‴.

Lo que nos proponemos con este experimento, dice Binet (*l'Année* 1900, pág. 323), es determinar el número máximo de recuerdos que una persona puede, haciendo un gran esfuerzo, retener después de una percepción única; la primera idea de esta experiencia corresponde á Galton para distinguir imbéciles y débiles; Jacobs la repitió con niños de la escuela; Bolton en Estados Unidos; en Francia Binet, Bourdon, Hilliez, etc. han llegado, según parece, con esta prueba de memoria y atención voluntaria á conclusiones opuestas á las mías, dentro de tipos normales, puesto que pretenden distinguir al inteligente con el grado de positividad; hay una confusión de la identificación visiva; una y otra tienen un proceso diferente puesto de manifiesto en la prueba experimental (cuadros correspondientes). Desde luego, la mayor positividad de los inteligentes de JACOBS, es en el caso de la audición.

EXPERIMENTO VI. — *Reacción mental de la suma 23 + 16.* — Puesto el niño delante de nosotros, le preguntamos ¿cuánto es 23 + 16? Contamos el tiempo desde que decimos *veinte y....* hasta que el niño nos contesta.

Hace el cálculo, ve 23 + 16, proyectado en una superficie ó en el espacio y articula, al mismo tiempo, las palabras oídas, haciendo la operación cual si trabajase en el mismo encerado. Llega á la imagen 39 que por el momento ignora, de varias maneras: 1° agregando á 23 una por una las unidades de 16, usado por tardíos del primer grado, sin residuos de integraciones anteriores. 2° Sumando 6 y 3 nueve; 2 y 1, 3 cual si operase en una pizarra donde reconcentra toda su atención de modo que cerrar los ojos, como acostumbran algunos, es facilitar el trabajo. 3° Descomponiendo visualmente á 16 en 10 y 6 y artículando, viendo sucesivamente 33 y 39. Es el procedimiento, por lo común, usado. Adviértase que la cantidad descompuesta, casi nunca es el término que antecede, inconveniente poderoso á la rapidez, como en 17 + 20; 22 + 126. Los maestros han podido notar lo que cuesta á los primeros grados invertir el orden de los términos y factores; saben cuanto es 3 × 8 y no 8 × 3; suman rápidamente 11 + 3 y no 3 + 11. 4° El tipo habituado, *símbolo visual*, por excelencia, no descompone: sintetiza y las dos imágenes despiertan inmediatamente la de fusión 39.

Según estos cuatro procedimientos, el proceso es más ó menos rápido, más ó menos consciente; de acuerdo con el mayor grado de ejercitación é inteligencia, y la ley de la economía del tiempo, el niño trata de descomponer siempre menos. La base de la descomposición es 10 (ó múltiplo de 10) y un número dígito, cuando el segundo término es menor que el primero, porque la agregación de 10 mantiene la cifra de las unidades (una parte de la imagen) y la suma del dígito es un caso de repetición frecuente; no obstante, suele descomponerse á 7, en el caso $34 + 7$, en 6 y 1 para articular *cuarenta, cuarenta y uno.*

La inteligencia menos cultivada recurre á formas siempre más analíticas que son las etapas más antiguas de la enseñanza y de consiguiente más repetidas; si en la mente del niño no existe la integración $34 + 7$ formada, debe formarla; recurre entonces á las integraciones primarias de que deriva: $7 = 6 + 1$; $4 + 6 = 10$; $10 + 1 = 11$, que asociadas y por similitud dan: $7=6+1$; $34+6=40$; $40+1=41$.

Hay dos memorias concurrentes y tan importante una como otra: la auditiva y la visual, para dar la imagen de los resultados, asociadas ambas á los números de la operación. Pero estamos en las primeras etapas de la integración matemática, casi dentro de la sensación (apercepción de Wundt) y no de las altas integraciones mentales. Sería, pues, aventurado dar reputación de matemático á un individuo que *oye, ve bien* y *funde* imágenes primarias mediante la operación de suma.

Experimento VII. — *Cálculo, integración mental de operaciones combinadas.* — Es el caso anterior pero múltiple. Una observación pedagógica errónea nos indujo á dar un cálculo que creíamos más fácil de resolver que la suma $23 + 16$; no obstante, la consecuencia de esta enorme cantidad de negativos al quitarnos una falsa creencia, común á los profesores, es provechosa á la enseñanza.

Delante de nosotros el niño, explicado el caso y requerida su atención, dimos, en voz alta, clara y pausada, el siguiente cálculo:

$$([([(9\times8+3):3]4):10-1-1-1-4]9+1):7$$

enunciado en esta forma: *nueve multiplicado por ocho, más tres, dividido por 3, multiplicado por cuatro*, etc., para lo que empleábamos de 15 á 16 segundos

En vista de los resultados negativos, al 2° y 3° grado dimos un cálculo simplificado:

$$\{ ([(8 \times 9 - 2) : 10 \times 7] - 1 \} : 6$$

que exigía sólo 9 segundos de atención pasiva. Marcamos con + los buenos resultados, escrito á la derecha del tiempo de reacción; con — los malos; el signo ∞ indica *perdido* (desvanecimiento de imágenes) cuando el niño no da respuesta alguna ó dice: no sé.

El tiempo de reacción lo contamos desde que se pronuncia el primer número hasta que el niño contesta. El proceso consiste: 1° En la rapidez con que el sonido despierta la imagen del número. 2° En la rapidez con que se funden dos imágenes para obtener la tercera sin descomposiciones intermediarias. 3° En quedar con una sola imagen, la última, antes que el maestro enuncie el número que ha de dar la siguiente (eliminación por integración sintética).

Estas cualidades se deben á disposiciones naturales ó al ejercicio; la escuela que pretende cultivar aptitudes para el cálculo, forma el tipo de *eliminación consecutiva*.

Los casos negativos deben atribuirse á la confusión producida por una serie de imágenes sucesivas que el alumno no puede, con la misma rapidez, eliminar consecutivamente. A veces la atención es de inmenso radio; se produce el caso á que tienden los lentos, de retener, después de la última imagen de fusión, en forma visual, las demás imágenes, para integrarlas sin premura. En ésos, la reacción (respuesta) no siempre es inmediata sino 5, 8, 10, 15 segundos después de dado el cálculo. Varios niños, entre ellos A. M., de 2° grado, 28 horas más tarde, tras un día de clase y distracción y sin haber oído más que una vez, repetía con admirable exactitud el mismo cálculo.

Encontramos los varios tipos: *visual, auditivo, motor, mixto ó indeciso* de A. Lemaitre, bien caracterizados en su monografía *Le langage intérieur chez les enfants*, pág. 21. La victoria es del tipo visual, más rápido que el auditivo; al decir *ocho* por *nueve*, la figura 72, cuando se la puede ver, es instantánea, antes mismo de pronunciar *set*.... y la imagen auditiva *setenta y dos*, exige, antes de ser completa, un tiempo mucho más largo. Es difícil la operación para el tipo viso auditivo ó verbo motor, porque el niño ve 72, pero siente la necesidad de oirlo ó de enunciarlo y no adelanta sin satisfacerla; resultando, el tipo visivo, por el experimento IV y otros, menos inteligente que el auditivo, lo que confirma una observación de Lemaitre, nos explicamos cómo los mejores calculistas no son los mejores matemáticos.

El cálculo mental puede compararse á un cinematógrafo de imágenes cambiantes producidas las unas por las otras, desordenadas á veces por la representación incompleta de una ó la persistencia de tres á la vez.

Encuentran la dificultad en tres partes: 1° 75 : 3; 2° 25×4; 3° La resta de los unos. Los de 3° y 2° grado, en 9×8 ó bien en 70 : 10. La suma ó substracción sucesiva de números presenta más dificultades que cuando se las alterna con multiplicaciones y divisiones. En los casos negativos, repetimos el cálculo en las mismas condiciones. La positividad obtenida en esta 2ª prueba, debe atribuirse á retención visiva de todo el cálculo, hipótesis confirmada por el tiempo de reacción, tan largo, que no puede ser de *eliminación consecutiva*.

La evolución natural es del tipo *visoretentivo* al tipo *visoeliminador*, que la escuela debe tratar de formar, pues estas aptitudes se aprovechan en las operaciones, en cuya rapidez cifra la matemática y el comercio parte del éxito. La suma $8 + 7 + 6 + 9 + 6$ debe ser hecha: 8, 15, 21, 30, 36 y no: 8 y 7, 15; 15 y 6, 21; 21 y 9, 30; 30 y 6, 36.

Al primero y segundo grado dimos (Experimento D) la tabla de sumar del 6 hasta 42, que los niños convertían espontáneamente en tabla de multiplicar; la asociación $6 \times 3 = 18$ es gráfica, visual y auditivamente más simple que $12 + 6 = 18$; en el primer caso 6×3 son tres conjuntos (unidades) iguales á cuyo carácter se asocia una constante 18; en el 2° $12 + 6$ son dos *conjuntos desiguales*, que dan un carácter específico complejo para asociar la constante 18.

Experimento VIII. — *Integración de suma.*—Es el anterior especializado con dificultades de diverso orden, como la de las sumas parciales y la coordinación gráfica que desde el primer momento se asocia á la imagen y el hábito convierte en un reflejo automático que no exige atención.

En la pizarra teníamos preparadas, para sumar, las siguientes cantidades:

$$
\begin{array}{r}
3\ 2\ 2\ 0\ 4\ 5 \\
7\ 8\ 9\ 6\ 7\ 5 \\
+\quad 9\ 8\ 3\ 0\ 1\ 2 \\
5\ 4\ 3\ 6\ 1\ 0
\end{array}
$$

Contamos el tiempo desde el momento que el niño, con la tiza entre los dedos, fija la atención en los números hasta que escribe la última cifra de la suma.

Los errores se han producido, generalmente, en la 4ª y 3ª columna ó por olvido en sumar la cifra llevada de las sumas parciales que los alumnos de 2° y 3er grado, de integración tardía, suelen escribir, costumbre, por otra parte, cultivada por algunos maestros. De consiguiente, la suma mental

$$1 + 2 + 8 + 8 + 4$$

exige más esfuerzo que las sumas

$$5 + 5 + 2,\ 1 + 4 + 7 + 1 + 1, \text{ etc.};$$

la suma de dígitos que dan un número de dos cifras, (no siendo 10) más que la suma de dígitos que dan un dígito ; la suma de dígitos superiores desiguales ($8 + 9$), más que la suma de dígitos inferiores ($6 + 5$); con facilidad obtienen como exacta una imagen falsa, por la incapacidad, con frecuencia intermitente, de fundir $8 + 5$ en 13 sin operaciones intermediarias que complicarían la asociación con los guarismos anteriores y posteriores de la columna; pues, si dijesen 2 y 3, 5; 5 y 7, 12; 12 y 9.... 12 y 8, 20; 20 y 1, 21, al volver, después de esta pequeña divagación que exige toda la atención voluntaria, á la columna, no siempre se acierta al 5; suele tomarse 9 ú otra cifra.

La suma de cantidades compuestas no es sino la reunión de sumas mentales de dígitos cuya representación está escrita.

Los procedimientos usados para sumar $23 + 16$ (Exp. VI) suelen usarse para sumar cada columna; de consiguiente, las mismas causas retardan el proceso; los más pequeños suman con los dedos; los más ejercitados funden las imágenes escritas, en una, sin descomposición intermediaria. Otro orden de equivocaciones, generalmente vencidas en 2º grado, es la de escribir entera la suma parcial de cada columna lo que se debe, no á una integración abstracto-consciente, no obstante distinguir el orden de las unidades, sino á un hábito deficiente de ver, articular y escribir el guarismo de la derecha para agregar el otro ó los otros, á la columna siguiente de la izquierda. El orden vertical evita, se comprende, el caso complicado de repartir la atención para mantener las relaciones de lugar. El niño más apto no dice: 1 y 2, tres; 3 y 8, once; 11 y 8.... etc. Su campo visual abarca tres, cuatro, cinco cifras á la vez, retiene las posiciones y dice: 8 y 8, 16 ó quizá 16, porque la fusión de dos cifras iguales es inmediata; luego: y 3, 19; más 4, etc.

Divide la columna en grupos de cifras y efectúa dos clases de eliminaciones consecutivas, una por cifras dentro del campo asociado, otra por grupos dentro de la columna.

En primer grado observamos niños que comenzaban por la izquierda, fenómeno que se debe á la fuerza del hábito adquirido por la lectura y escritura; que operan en voz alta, debido al método de enseñanza por repetición con el propósito de conseguir la memoria de las imágenes mediante la asociación de triple faz audo-viso-motora.

El niño realiza la operación por el camino de las integraciones más fáciles, por las primeras vías no por las superiores; nunca observamos aquellos que trataran de poner á contribución sus conocimientos acerca del valor relativo de las cifras, para escribir, de las adiciones parciales, el guarismo de la derecha y no de la izquierda, 1 en vez de 2; para añadir á la segunda columna 1 y no 2 ó 12.

En primer grado, donde no se suman guarismos de sumas parciales mayores que 9, dimos cinco cantidades que representan el mismo total de cifras:

$$\begin{array}{r} 6\,0\,3\,2\,2 \\ 0\,0\,1\,2\,1 \\ +\;7\,0\,2\,3\,2 \\ 9\,1\,0\,4 \\ 8\,0\,2\,1\,0 \\ \hline \end{array}$$

El caso presenta menos dificultades.

Por el hecho de ser, la adición, gráfica en su conjunto y un fenómeno visual, y auditivo-motor, sólo parcialmente, el niño puede sumar cantidades cuyo valor no conoce, porque sólo suma números dígitos.

Experimento IX. — *Integración de resta.* — En las mismas circunstancias, el niño hace esta operación:

$$\begin{array}{r} 4\,5\,6\,0\,0\,7\,1 \\ -\;2\,4\,6\,2\,0\,4\,2 \\ \hline \end{array}$$

Como la reacción de suma, nos revela: 1° el grado de automatismo operatoria en virtud del hábito adquirido por el ejercicio de las tablas ó repetición de casos idénticos; 2° la rapidez para refundir y evocar imágenes según los procedimientos indicados en el cálculo mental; 3° el grado de atención voluntaria de que es capaz reconcentrada en las restas parciales para retener la imagen de las cifras que no se escriben y asociarlas á la columna correspondiente.

La resta, integra en las mismas condiciones que la suma, pero presenta mayores dificultades cuando las cifras del sustraendo son mayores que las del mismo orden del minuendo. Mentalmente, hay que conservar dos imágenes, una más que en la suma; suele procederse de tres maneras:

1ª De 1 no puede restarse 2; tomo 1 al 7 y tengo 11 (en este momento hay que recordar 11 y la segunda cifra que no es 7 sino 6, y sobreponer una imagen interna menos intensa á una percepción siempre más intensa); 11 menos 2 nueve, escribiendo 9; después de estas varias combinaciones que exigen toda nuestra atención voluntaria, hay que recordar la imagen 6 en el momento mismo que la vista es excitada vivamente por la figura 7; la ley de Weber explica por qué la imagen producida por el 7 tiende á desalojar la imagen del 6.

2ª De 1 restar 2 no se puede: 11 menos 2, nueve: agrego una al 4; 5 de 7, 2. El hábito hace, á este procedimiento de integración conciente más larga, ni más ni menos difícil que el otro.

3ª 11 menos 2, 9; 6 menos 4, 2, etc., más sintético y propio del niño habituado.

Cuando se pretende usar un procedimiento razonado, el niño se expone á cometer errores porque la atención abarca un campo mayor y á las integraciones primarias se agregan las de orden subjetivo, generalmente difíciles para el niño. Así, no es probable, y si nos empeñamos en ello retardaremos la asimilación del conocimiento, que diga: de 1 no podemos restar 2 unidades; tomo de 7 decenas una decena ó 10 unidades que con 1 hacen 11; menos 2 unidades restan 9; como de 7 decenas tomamos 1, nos restan 6 las que, quitando 4, quedan en 2, etc.

Al primer grado dimos:

$$\begin{array}{r} 8\,9\,2\,6\,0\,8\,7 \\ -\;3\,7\,3\,1\,0\,8\,4 \\ \hline \end{array}$$

Como las cifras del sustraendo son iguales ó menores que las del minuendo, la operación es una resta de números dígitos (ejercicios de tabla) en la que hay que recordar condiciones muy simples: el comienzo á la derecha y colocación horizontal sucesiva de las diferencias parciales.

Experimento X. — *Operación de multiplicar.* — En la pizarra teníamos escrito para 4°, 5° y 6° grado:

$$\begin{array}{r} 5\,9\,8\,7 \\ \times\,8\,0\,7\,8 \\ \hline \end{array}$$

Para 2° y 3°:

$$\begin{array}{r} 5\,9\,8\,7 \\ \times\quad 7\,0\,8 \\ \hline \end{array}$$

El tiempo fué tomado desde que era fijada la vista en el número hasta escribir la última cifra del producto total. Se consideraba negativa, la operación que presentase equivocaciones en los productos parciales no en el total por errores de suma. Cometían los errores en la multiplicación por 8 ó en la por 7 al llegar á 9 ó 5. Ninguno olvidó correr cada producto un lugar hacia la izquierda. Hubo quien en 2° y 3^er grado, salteó la multiplicacion por cero; otros que escribían:

$$\begin{array}{r} \hline 4\,7\,8\,9\,6 \\ 4\,1\,9\,0\,9 \\ 0\,0\,0\,0\,0 \\ 4\,7\,8\,9\,6 \\ \hline \end{array}$$

otros que escribían

```
    4 7 8 9 6
  4 1 9 0 9
4 7 8 9 6 0
```

y otros, los más, en grados superiores

```
    4 7 8 9 6
  4 1 9 0 9
4 7 8 9 6
```

recordando, unos, que la segunda multiplicación por 8 no era necesaria puesto que daba el primer producto parcial. Según el procedimiento, la reacción resultaba corta ó larga.

La multiplicación es un proceso que comprende á todos los de suma, los de la multiplicación dígita y la imagen dispositiva de los productos parciales. Todo lo demás toma su posición automáticamente. La multiplicación por 0 da, al principio, una imagen falsa que con dificultad corrige el niño, pues siente horror á la nada; nos advierte de que el proceso no es razonativo sino figurativo. La mente no se aviene contra lo que es común y corriente, de que 0 y 8, han de dar 0 y no 8; la imagen, por otra parte, de suma $0 + 8 = 8$ contribuye al error. No obstante, el niño sabe que *ocho veces nada*, es *nada;* ó que *nada veces ocho*, es *nada* y que 0 es el símbolo de la nada.

Por lo demás, las causas anotadas en el cálculo mental y las operaciones, retardan la multiplicación. El tipo *verbo motor* aparece, en estos casos, no precisamente por naturaleza congénita, sino para llenar, con movimientos recordativos, el tiempo que necesita la imagen para formarse; si la presencia 7×8 evoca inmediatamente la imagen 56, se dice *siete* por *ocho* 56. Un mismo niño es *verbo motor* ó *visual* según la dificultad que presentan los guarismos que se multiplican. En la presencia 3×3, se ve 9 y se escribe sin articular palabra; en 7×8, se ve 56 y se escribe articulando desde la primera cifra. Sin duda, la articulación en alta voz, debido al hábito adquirido estudiando las tablas, lleva con más fe y seguridad, al producto.

Experimento XI. — *Identificación primaria de espacio lineal* (Comparación visiva de igualdad y desigualdad). — Desde este experimento comenzamos una serie de investigaciones acerca de la noción de espacio que juega tanto papel en la solución de problemas métricos y geométricos. El *sentido común* es un auxiliar poderoso del juicio matemático y decide con frecuencia la exactitud de las operaciones y los resultados, é indirectamente, del acierto de las combinaciones.

El estudiante recordado por Pizzurno, no hubiese afirmado, después de maduros cálculos, que *una baldosa* y *media* de $0.05 m^2$ bastaba para un salón de $7 \times 5 m^2$, si hubiese podido formar imágenes más ó menos exactas del patio y de la baldosa. [1]

Al observar, la línea se proyecta en la retina y deja una imagen apercibida en los neurones asociados de la primera categoría, al mismo tiempo que nuestros ojos realizan un movimiento de acomodación para percibirla. Al observar otra línea, se verifican los mismos fenómenos por las mismas vías; si coinciden las líneas son iguales; si el movimiento de acomodación varía y la primer imagen no se sobrepone exactamente á la segunda, hay diferencia. La exactitud depende, pues, de la intensidad con que se retiene la imagen, fenómeno exclusivamente de atención y de la suficiente aptitud para apreciar diferencias de acomodación del ojo.

La apreciación de igualdad ó pequeñas diferencias, varía con la *distancia* entre las líneas ó entre las líneas y el observador; con la *posición* de la una respecto á la otra; con la longitud de las líneas.

(1) «Revista Sarmiento» — Paraná 1900, p. 1501.

Para realizar nuestro experimento, trazamos en una pizarra sin rayas, seis líneas distribuídas de esta manera:

Hay dos longitudes: las líneas más cortas miden 15 cms., las más largas 17 cms.

Hay dos comparaciones 1 y 3 de desigualdad; 1 y 2 de igualdad; se anota con +, las contestaciones exactas; con —, las equivocadas.

Se dice al niño:

Compare V. las líneas *a* y *d;* diga si son del mismo largo ó no. El niño contesta, después de un tiempo á veces corto, á veces muy largo: *son iguales* ó *no son iguales*, indicando la más larga.

Es colocado á 3 mts. de distancia: iluminación buena; posición vertical; vista perpendicular al plano de la pizarra.

Al tratar del *espíritu de la matemática* en el capítulo III, dijimos que la comparación es característica de dicha ciencia, que reduce todas sus leyes, principios y operaciones á ecuaciones; de aquí, pues, que nos hayamos detenido en una serie de experimentos comenzando por el más sencillo.

Experimento XII. — *Identificación auditiva.* — De este experimento no obtuvimos el resultado que esperábamos y lo suspendimos en 4° grado. Además, no disponíamos de un resonador á péndulo sino de un timbre eléctrico á cuyos sonidos, con el cronómetro, nos era difícil darle duración exacta.

Llamado el niño é instruído acerca de lo que se trataba, debía escuchar dos toques y decirnos si la duración era igual, ó más larga una que otra; tocábamos el timbre 3″ y tocábamos una segunda vez, después de 4″ de espera. Nos proponíamos medir el grado de atención auditiva y la extensión de la imagen retenida; los dos sonidos despiertan y se asocian á dos imágenes lineales de puntos, vistas horizontalmente en el espacio que el niño compara, mide y superpone como en el experimento XI. No obstante ser esto lo común, he observado alumnos (verbo-motores) que contaban en voz baja y la coincidencia ó no coincidencia de las dos veces sugería la respuesta. El contar, es un hábito, y mientras la enunciación no tiene más de dos sílabas y es (en este caso), llana, el tiempo que transcurre entre una y otra, es constante. El experimento dió: 5° grado positividad por ciento: varones 28, mujeres 27; 6° grado: varones 55, mujeres 41.

EXPERIMENTO XIII. — *Reproducción visiva de línea.* — Dada una línea, reproducirla igual. En un pizarrón sin rayas, trazamos con tiza blanca, una vertical de 17 ctms. que conservábamos cubierta por un cartón; colocamos el niño á tres metros de distancia, inmediato á otra pizarra; le pedíamos que observase hasta volver á cubrir la línea, oculta ahora tras el cartón y trazase luego, una igual en la pizarra que tenía cerca. La observación duraba 4″. Excepto tres (posición horizontal) los demás alumnos reprodujeron la dirección vertical, trazando una sola línea del mismo grueso, sin apresurar la mano, pero movida con más rapidez al principio que al terminar.

El fenómeno se produce de la misma manera que en la comparación visiva; sólo que, aquí, el tiempo es limitado y una imagen interna evoca una imagen tactil (memoria muscular) en un sitio cuyos elementos no varían: la misma pizarra, el mismo color, tiza, etc. Hay un proceso comparativo no ya entre dos figuras, sino entre un recuerdo y la línea que se traza, á la que se asocia un movimiento que por ser de dirección única y sin relaciones (absoluto) no ofrece dificultad. No obstante, la fatiga, por falta de hábito muscular, puede contener el movimiento é inducir una apreciación falsa entre la duración del movimiento (imagen longitudinal tactil) y el recuerdo que se tiene de la asociación. Los errores no deben atribuirse tanto á defectos de la vista como á la distancia [1] y al recuerdo muscular, pues al reproducir se ve una línea en circunstancias completamente idénticas que evitan la ambigüedad de las impresiones retinianas.

Experimento XIV. — *Apreciación relativa de longitud.* — Repartida á los niños una hoja de papel y dispuestos según nuestras indicaciones, señalamos en el pizarrón del frente una longitud horizontal de 3 metros; los niños (máximo 36 en asientos separados) á quienes exigimos reconcentrada atención, debían resolver las veces que una regla de pino á base cuadrada, cupiese en dicha longitud, después de comparar visualmente, 15".

Mostrábamos la regla en posición horizontal y á dos metros de la pizarra; hicimos el experimento, dos veces: primero, con una regla de 0.50 ms.; despues, con una regla de 0.25, dimensiones ignoradas por el niño. Calculada la medida, en completo silencio, la escribían en el papel.

La clave del proceso la dan algunos, los más inteligentes, que no se limitaron á la notación del número como lo habíamos indicado, sino que de motu propio, redactaron razonamientos como estos: « Tiene 3 metros y cabrá 7 veces la regla grande (Luis Calvi) ». « El pizarrón mide 4 metros de largo y la vara medio metro; así que está 8 veces (José Respuela) ». « Un pizarrón tiene 2 metros de largo, y hay una regla como de 0.50 mts. de largo; cabrá en el piza-

(1) Esfuerzo de acomodación y ángulo de convergencia. Véase «Micropsia» y «Macropsia», pág. 132 en Bourdon, « Perception visuelle de l'espace », 1902.

rrón, esa regla, diez veces. (Adalgisa Cavallini)». «La regla parece que mide 0.50 m. y el pizarrón 3 m.; así que la regla está contenida 7 veces en el pizarrón (Juan J. Marín)».

De consiguiente, una parte de las niños, calcularon según una unidad de medida, el largo del pizarrón y de la regla y luego hicieron la integración de imágenes á que están habituados; la regla cabe, en el metro, tanto, en tantos metros, cabrá tanto. Es un proceso de varios pasos y complejo, que no se supondría desde que puede elegirse un camino tan corto como el de superponer la imagen retiniana de la regla conservando el ojo su acomodación y convergencia á impresiones iguales y sucesivas de la arista de la pizarra hasta agotar la longitud.

La educación de nuestra percepción especial (James, p. 638), comprende dos procesos: reducción de las diferentes sensaciones á *una medida común*; reunirlas en un determinado espacio para compararlas. Medir entre sí las sensaciones especiales, es producir una serie consecutiva de sensaciones diferentes. Para aplicar la misma cosa á diferentes dimensiones, es indispensable el movimiento que nos da la noción exacta de espacio; abstractamente considerado, el movimiento de la imagen sobre el objeto, debiera ser exacta como la del objeto mismo sobre el objeto. Pero la movilidad del órgano que lleva la superficie *acelera* inmensamente el resultado. La inteligencia es reproductiva y no productiva del proceso; su función se limita á recordar la sensación precedente con la que se asocia la del momento.

Hay errores que deben atribuirse á alteraciones congénitas del órgano, pues no se explica la enormidad de ciertas integraciones, tan distantes del caso real. La falta de tiempo nos ha impedido averiguar con exámenes detenidos, la causa; no obstante, nunca olvidemos que el objeto de nuestro estudio, son los *todos* no los individuos y que en un todo escolar no debe exigirse similitud de tipos.

Los niños de proceso más largo, sin duda, poseen en sus mentes, la imagen del metro, más viva que la que puede dejar la regla que se presenta por primera vez; de ahí que sea más fácil á clases ejercitadas, superponer al objeto una representación más antigua y más segura que una reciente; lo demás, la división de metros entre metros, es una integración hecha por el proceso automático de la división, donde las imágenes geométricas son innecesarias.

Experimento XV — *Apreciación relativa de espacio superficial.* — Es colectivo como el anterior, hecho simultáneamente con los alumnos de una clase preparada para reproducir inmediatamente lo que requiriésemos de ella.

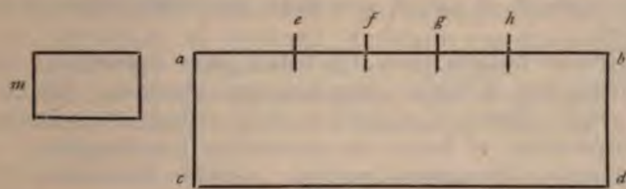
Tomamos en el pizarrón del frente (posición perpendicular) una superficie equivalente al ancho, 1.40 mts., por el largo 3 mts. Mostramos una tabla cuadrada de 0.20×0.20 mts²; el niño, observando una y otra superficie, cuyas dimensiones ignoraba, durante un máximo de 20 segundos, debía escribir las veces que el pizarrón contenía á la tabla.

La mente puede emplear varios procedimientos:

1° La pizarra y la tabla evocan la imagen de un paralelógramo; se recuerda la fórmula del área; se calcula el largo y el ancho; se obtiene dos superficies aproximadas; se reducen á una unidad común de medida y por último, se divide la superficie mayor por la menor. Siendo el más exacto, pero usable sólo en 3°, 4°, 5° y 6°, es eliminado porque se elige el metro como unidad de medida: la pizarra da metros, pero la tabla da fracciones y la reducción, el uso mental de la coma, etc., presenta un cúmulo de obstáculos que el niño difícilmente salva.

2° La pizarra y la tabla evocan la figura de un paralelógramo; se recuerda el área como producto de las dos dimensiones; se toma la tabla como unidad de medida; se aplica mentalmente, al largo y al alto en la forma indicada por el experimento anterior y obtenidas las dos dimensiones, se integra por la operación de multiplicar. Sin embargo, este procedimiento, que sólo podrían usar del 3er grado adelante donde conocen el modo gráfico de determinar la superficie del m^2 en dms^2, suele olvidarse por la idea errónea que se conserva de la unidad de medida y porque en las clases de geometría se acostumbra á medir linealmente y no con superficies, los costados de las figuras.

3° Se ve una superficie y se pretende saber cuántas veces contiene á otra. El niño aplica la imagen de la menor *m* sobre la mayor, siguiendo el rumbo *a b*



hasta agotar el espacio. Es el más usado porque exige menos reconocimiento intelectual; pero es el más falso, porque en una superficie grande y lisa las señales *e, f, g, h,* donde se apoya la atención, se borran no bien el ojo ejecuta un movimiento; entonces, recurre al punto *a,* que por su distancia no puede sugerir imágenes exactas de espacio como las que da un punto de partida, para medir el espacio *g h.*

4° Se ven dos superficies y cálculos semejantes que se hicieron alguna vez, dejaron recuerdos más ó menos vagos de imágenes y cantidades que la mente se esfuerza poner en claro; se consigue precisar un número que nuestro *sentido común* admite, forma directa que sin hacer uso de los medios que la instrucción ha puesto al alcance del niño, resulta del hábito que aprovecha con éxito el ejercitado é inteligente; pero recurre al método que asegura la exactitud, de modo que los retardados trabajan por el *tanteo,* aproximándose á veces, á veces alejándose enormemente de la verdad.

Hay buen número de niños que no fijan la atención 5'' para escribir luego respuestas de azar.

Experimento XVI — *Apreciación relativa de volumen.*—Es colectivo como el anterior. Presentamos un cajón de caras rectangulares cuyo volumen es

$$0.21 \times 0.18 \times 0.36, \text{mts}^3$$

en una mano, de modo que puedan observarse sus tres dimensiones; un cubito de 0.03^3 mts^3. en la otra. Pedimos la atención durante 20″ para que calculasen cuántos cubos se necesitarían para llenar el cajón, ignorando de ambos las medidas. Luego escriben la cantidad en el papel que cada uno tiene sobre el pupitre.

Hemos notado más dificultad para apreciar la extensión con medidas pequeñas que grandes. El 5° y 6° grado dieron la superficie y el cubaje en números compuestos, el largo en cantidades fraccionarias; no obstante la inexactud, supone atención más detenida, lo que concuerda con la mayor inteligencia de los que lo han hecho.

El niño puede emplear los mismos procedimientos del cálculo superficial. Sin embargo, por las razones expuestas en el experimento anterior, usa sólo dos: el de tomar como unidad de medida el mismo cubo ó del *sentido común.*

Los experimentos acerca del espacio á una, dos y tres dimensiones, nos demuestran la imposibilidad de medir con cierta lógica la longitud, la superficie y el volumen de los cuerpos mientras no se recurre al procedimiento de la unidad lineal.

La *simple vista* nos dará siempre cálculos aventurados tanto más deficientes cuanto las dimensiones sean en vez de una dos, en vez de dos tres. La apreciación lineal proporciona cierta cantidad de positivos y aproximaciones por exceso; la de superficie dos casos positivos en 219 alumnos y muy pocos excesos; la de volumen ningún positivo y un porcentaje mínimo de excesos. La tercera dimensión (James) es un elemento originario de todas nuestras sensaciones, teniendo por objeto disminuir el valor especial del campo visivo.

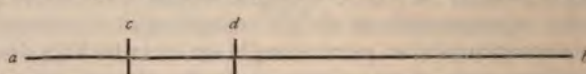
Es acertado, pues, tomar la regla, la tabla ó el cubo como medida, calcular las veces que linealmente están contenidas en cada dimensión y luego hacer uso de la multiplicación. Es el método que procuraremos familiarizar entre los educandos, que, además, lo que no sucede con los otros, es aplicable á las superficies ó volúmenes que no presentan la forma de un rectángulo, ó de un cubo: sabiendo que la superficie de un triángulo es $\frac{a \times b}{2}$, la mente sitúa dichas líneas en la figura y las mide con la unidad (la tabla) cuya imagen superpone hasta agotarlas; el producto, derivado por discriminación habitual y mecánica, da el resultado. El niño debe convencerse, inductivamente, que el producto de dos líneas da una superficie; de tres un volumen.

Experimento XVII. — *Comparación á término fijo.* — Este experimento es el XV complicado en cuanto á las representaciones, pero simple en cuanto á la discriminación, cuyo tiempo tratamos de determinar. Es, por decirlo así, una apreciación del sentido común adquirido bajo la influencia de los factores escolar, doméstico y social.

El niño, solo en nuestro gabinete, era invitado á resolver el siguiente problema, que leíamos en voz clara y lenta: *Un patio de 8.5 metros de largo por 5.5 de ancho, necesitará más ó menos, para ser embaldosado, de 200 baldosas de un decímetro cuadrado de superficie?* Si la respuesta, era positiva, debía contestar al mismo problema pero con *900 baldosas.* Al 1° y 2° propusimos esta otra cuestión: *Si 15 ovejas cuestan 38 $, 13 ovejas costarán más ó menos?* muy simple al parecer, pero que á los pequeños exige una serie de integraciones que no acostumbran.

El tiempo es contado desde que se dice 200 ó 900 hasta que el niño contesta; en 1° y 2° grado desde que decimos *más ó menos...*

Para el 1ᵉʳ caso los alumnos siguen tres procedimientos: uno, de los más, consiste en obtener una superficie aproximada del patio multiplicando 8.5×5.5, operación interrumpida para muchos por el decimal que no saben desprenderse de él, pues en apreciaciones grandes no sería causa de error; luego, reducir los metros á dms². que da la cantidad de baldosas. El otro, reduce 8.5 mts. y 5.5 mts. á dms.; multiplica 80×50 y obtiene el número de baldosas; el tercero, da una representación del patio más ó menos inexacta porque se la refiere á superficies conocidas cuando no son enormes; pero puede mentalmente, admitir de 8.5×5.5 una superficie que es de 8×12; la forma es sugestiva. En cuanto á la baldosa, la imagen de las que comúnmente ve, se impone á la de las dimensiones dadas, motivo de nuevos errores. La superposición mental ofrece nuevos inconvenientes, por cuanto la visión interna no proporciona á la atención sino puntos de apoyo siempre fugaces que no permiten retener á la vez



las distancias *a b*, *a d* y *c d*. Entonces, con los recuerdos que dejaron ejercicios y hábitos pasados (sentido común) se calculan sintéticamente las baldosas de un costado y sintéticamente el número de filas que cubren el patio. La multiplicación da el resultado que se compara abstractamente con 200; no hay, de consiguiente, comparación visual de superficie sino la más exacta de números.

Si cualquier niño de 1° y 2° grado viese las quince y las trece ovejas, inmediatamente asociaría el valor á la cantidad; pero abstractamente, la idea de problema perturba sus discriminaciones más simples y el número 38, cantidad innecesaria, distrae la atención, complica el proceso, el niño juzga qué papel desempeña el precio en la elaboración de la respuesta. Evidentemente, es más fácil contestar á «¿valen más 15 ó 13 ovejas?» Ni quince ni trece despiertan una imagen exacta de la cantidad de ovejas, pero dan inmediatamente la idea de mayor y menor porque 13 *determina* siempre una colección más pequeña de cosas que 15 á la que se asocia en la misma proporción el valor, puesto que se trata de especies idénticas. La comparación es retardada por la introducción del término 38 que lleva el proceso inmediatamente por otro camino, de saber cuánto cuestan 13, que suele producir el olvido del punto de comparación 15. De este desvío hay que volver, descartarlo y continuar la integración. Hemos elegido los números 38, 15 y 13 para impedir que el niño hiciera operaciones y obligarlo á comparar imágenes, asociando tamaños.

EXPERIMENTO XVIII. — *Proceso de integración compleja.* — (Identificación secundaria, discriminación central). De carácter individual, llamamos uno por uno á los alumnos de 1^er^ grado: en presencia nuestra, propusimos el siguiente problema, leído con voz clara y pausada: Pedro tenía 15 naranjas en una canasta, 22 en otra; regaló 17 ¿cuántas le quedaron? *¿qué operaciones debe hacer?* Tomamos el tiempo de reacción desde el momento que preguntamos: ¿qué operaciones debe hacer? hasta contestarnos.

La pregunta determina la fusión de imágenes que el enunciado deja aisladas, pero prontas á conjugarse. El niño debe ver dos canastas separadas; luego, disminuir cierta cantidad de fruta á una; luego, juntar las dos en una; luego, dar nombre á las operaciones. Pero la pregunta, siendo inmediata, no deja que se produzca la imagen de la disminución y determina el caso de saber *cuántas son* las naranjas para saber *cuántas quedan*, pregunta de forma general y residuo de hábitos domésticos y escolares.

A los demás grados dictamos: *Si 12 ovejas cuestan 72 pesos ¿cuánto costarán 8?* Es el caso del experimento XIII (1° y 2° grados) pero de integración más larga.

Los alumnos debían escribir el resultado y el razonamiento. Dado el carácter colectivo y simultáneo, no tomamos tiempo de reacción. Hasta ahora, las discriminaciones han sido de carácter periférico; ésta de carácter interno, da la forma fundamental del método matemático por excelencia, el deductivo, reduciendo las comparaciones á la unidad, tomando la abstracción de las cantidades como elementos discriminativos y no las imágenes, sin las perfecciones de un número compuesto de unidades que sabemos constantemente iguales, cual si por delante tuviéramos tableros divididos en casillas, nunca mayor una que otra y marcadas en gruesas líneas. De aquí, un motivo poderoso para disociar estas determinantes de las cosas (*ley de disociación* debida á las variaciones de las concomitancias James, p. 366).

El caso matemático se independiza del objeto más pronto que el caso físico, vital ó económico, porque sólo aprecia una diferencia de la cantidad, para lo que dispone de una escala tan perfecta como la del número manejado en lugar del objeto mismo, pero cuya cualidad, la dimensión, nunca es vaga. El niño se desprende, en la deducción, de las imágenes 12 ovejas y 8 ovejas, porque 12 y 8 dan la misma diferencia de valor. Pero 12 y 8, comparados entre sí, dan una diferencia indeterminada, y necesitamos lo contrario; de aquí la necesidad de unir los dos términos á un elemento común; se presenta menos complicado, *uno* el generador mismo de las cantidades, puesto que por su agregación sucesiva formamos los números.

El valor de 12 da inmediatamente el valor de *uno;* el valor de *uno* da inmediatamente el valor de 8. Toda la dificultad, pues, consiste en recordar un dato ó conocimiento que el problema no da, contra la creencia común de que los proporciona siempre todos. El niño posee el hábito de valorizar *uno* conociendo el costo de *a;* de valorizar *b* conociendo el costo de *uno;* al hallar *b* por medio de *a*, asocia mediante una integración de cociente y producto, tres elementos. Otra vía que pretendiera seguir, produciría la difusión y el error.

Difícil es este primer paso de la abstracción, por donde, desprendiéndonos de los métodos prehistóricos de la objetividad, penetramos en el inmenso campo de la lógica deductiva, rápida, exacta, nuestra guía por excelencia. Pero, cuántos ensayos, cuántas trepidaciones, cuántos fracasos para vencer el primer obstáculo, para salvar el umbral, para habituarnos al ambiente! Y cuánto descuido, maestros de 2º, de 3º, de 4º grado, vosotros que con culpable frecuencia no encontráis transiciones de una integración á otra y sin ejercicios previos, sin discriminaciones separadas de los elementos, dictáis de buenas á primeras un problema que exige la actividad de las representaciones más diversas y complejas que en la mente del niño no formasteis todavía, no obstante creer en vuestra ingenua sinceridad, lo contrario!

Experimento XIX.— *Poder recordativo.* — Preparado cada alumno con papel y lápiz delante de su pupitre y explicado lo que se iba á hacer, pedimos atención simultánea; leímos despacio, en voz alta y clara, el siguiente enunciado: *Un individuo tenía en un corral 122 ovejas; en otro 203; en otro 17; vendió 220 á 2 pesos cada una; 50 se murieron y el resto las vendió á un peso y medio cada una: ¿qué valor sacó de sus ovejas?* Después de 30″ volvimos á leerlo, cuidando de que no se tomasen apuntes lo que, por otra parte, obtuvimos con simples indicaciones. Terminada la lectura los alumnos debían de reproducir el enunciado.

En este experimento debe estudiarse:

1º La reproducción por vía auditiva de las cantidades, del punto de vista de las cifras, del orden y de la especie que determinan *(integración periférica).*

2º La reproducción coordinada y lógica de las partes, que depende de una *discriminación general* del problema (comprensión).

Sin esto segundo, debido á la intensidad de la atención voluntaria, la multitud de imágenes que evocan los datos del problema originarían numerosas confusiones.

La discriminación suele hacerse mientras se escribe; entonces, algún recuerdo que no es posible coordinar, se elimina. Los alumnos inteligentes presentan más equivocaciones en la integración periférica, porque dedican más atención á la trama lógica que á las cifras. Para recordar se procede de dos maneras: ó bien reteniendo los sonidos y las imágenes en el orden sucesivo que se producen; el menos consciente y el más difícil; ó bien, dividiendo el problema en partes: *a)* Tenía en un corral 122 ovejas; en otro 203; en otro 17; integración de *suma con tres términos; b) vendió* 220 á 2 pesos c/u, *resta*; *c) murieron* 50, *resta*; *d) vendió* el *resto* á 1.50 $ c/u. *e)* La pregunta indica dos *valores no sucesivos* á sumarse. De todo, queda este concepto: sumar tres grupos de ovejas; restar dos por venta y muerte; queda uno; hay dos precios, se desea saber qué valor sacó el dueño. Suponiendo una confusión en las últimas asociaciones, la lógica nos dice que las ovejas muertas no tienen valor y que 2 $ y 1.50 $ deben asociarse á grupos de ovejas vivas.

Al 2º GRADO dimos el problema en esta forma: *Un individuo tenía en un corral 122 ovejas; en otro 203; en otro 17; 50 se murieron y el resto lo vendió á 2 pesos c/u ¿qué valor sacó?*

En el 5º, *once días después*, repetimos el experimento para deducir las consecuencias que anotamos más adelante.

EXPERIMENTO XX. —*Aptitud creatriz*— (Simultáneo y colectivo). Preparados los alumnos para escribir, se les pide que formulen con la mayor libertad de espíritu un problema acerca de la pizarra que tienen al frente.

Nos proponemos averiguar:

1º El número de combinaciones, que sin forzarla, puede su mente crear.

2º El grado de coordinación y lógica al relacionar los datos entre sí.

3º La mayor ó menor correspondencia del dato con el objeto (grado de exactitud de la asociación).

La edad, el ejercicio, la cultura, el desarrollo natural de la inteligencia, el grado, los conocimientos que se poseen, concurren á mejorar el invento. La comparación por grados y sexos nos hará ver las diferencias acerca de un punto importantísimo del proceso matemático: la combinación.

C. — Clasificación de la aptitud matemática del niño. — Es la que obtuvo diariamente durante el año promediada con la de dos exámenes: Julio y Noviembre. Es, de consiguiente, un guarismo sintético que expresa en un grado casi máximo de aproximación, la inteligencia del niño, aquilatada día á día, hora á hora.

Se clasifica según los conocimientos que adquiere, de acuerdo con un programa cuya parte principal es la operación (enteros, fracciones, denominados). La escala es de 0 á 5; 0 significa adeismo matemático y corresponde al menos inteligente; 5 indica aptitudes especiales y corresponde al más inteligente. *Dos* y *tres* indican al tipo normal, que no descuella, pero que tampoco pertenece á la familia de los retardados é imbeciloides; progresa por el trabajo y la constancia, es un producto genuino del ejercicio. Agregamos á nuestros cuadros, esta columna para establecer una relación entre los resultados que arrojan los experimentos y la inteligencia. La comparación visiva de línea, por ejemplo, da mayor número de positivos en las clasificaciones 2 y 3 lo que con razón puede entonces considerarse una habilidad adquirida por el ejercicio.

III

Computación numérica de los experimentos. — Psicometría é identificación. — Los cuadros resumen nuestras experiencias, sobre todos los niños de la escuela dividida en grados y sexos; hemos escrito, junto al número de orden, el nombre abreviado del alumno y su edad.

Estos experimentos, en detalle, significan, pedagógicamente poco; pero reunidos y computados, dan la *aptitud matemática* en todas las fases de su inmenso arco reflejo; de la rapidez y exactitud en asociar este cúmulo de recuerdos en un momento dado, depende la rapidez y exactitud de integraciones de cualquier otro orden. Una coma olvidada por deficiencias de la memoria muscular, basta para que un resultado sea falso y encauce la mente por otras vías.

CUADRO Nº 1

Nº de orden	1er Grado	Edad	Contar I		Lectura de 4 números II		Reproducción auditiva de los números III		IV		C		Reproducción visiva de los números. V	Cálculo mental VI	D	Operaciones VIII	IX	IXB
	VARONES		Número	Tiempo "	1º 2º 3º 4º	"									Tabla	+	—	—
1	Aran. J...	8	38	37	— + + —	15	+	3	+	4	+	5	+	11 +	35 —	64 +	17 —	23 —
2	Al. N...	8	31	26	+ + + +	35	+	5	+	9	+	6	+	15 +	63 +	59 +	51 +	27 —
3	Bar. C ..	8	30	53	— — — —	115	+	13	+	12	+	17	6 8 . .	∞		246 —	30 —	124 —
4	Coll. J...	7	34	75	+ + + +	12	+	5	+	4	+	5	6 4 5 4	14 —		42 +	30 —	63 +
5	Cam. R...	8	29	25	+ ∞ + —	93	10001	8	10424	12	10021	14	5 8 6 9	21 —	∞	55 +	59 +	90 —
6	Carr. J...	8	19	31	— — — —	70	10001	12	+	10	121	6	6 8 5 0	6 —		69 —	56 —	64 —
7	Crott. R..	7	28	56	+ — + +	25	101	12	+	4	+	4	+	5 —		75 —	76 +	105 +
8	Esq. Ri..	8	39	22	— — + +	12	+	4	+	7	+	5	+	7 +	11 +	30 +	25 +	9 +
9	Guard. R.	7	29	34	— + + +	35	+	4	1000424	10	10021	5	1 8 0 6	3 +	36 +	72 —	42 +	36 +
10	Gal. M...	7	22	32	+ — + +	62	+	5	10424	16	+	11	6 8 2 6	15 —		118 —	104 —	66 -
11	Han. C...	9	33	31	+ + + +	20	+	4	+	5	+	4	8 6 6 4	10 +	∞	65 +	37 +	23 +
12	Last. Os..	8	36	28	— + + +	23	+	4	+	5	+	9	+	15 —	∞	42 +	27 +	12 +

16	Resp. A...	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
17	Vit. B....	10	32	24	+ - + +	12	+	6	+	6	+	11	+	11 +	55 +	76 —	32 +	30 +
18	Rey. Al..	7	34	33	+ — + —	19	+	3	+	5	+	4	+	12 +		67 +	33 +	37 +
19	Pag. P...	7	31	40	— ∞ + —	48	+	7	+	5	121	18	+	15 —	120 +	51 +	65 +	
	NIÑAS																	
1	Barr. Ad.																	
2	Bríos. Cl..	7	28	28	— + + —	57	+	4	+	8	+	5	+	15 +	5 +	55 +	50 +	35 +
3	Carr. E..	10	30	28	+ + + —	17	+	5	+	5	+	7	+	21 —	95 +	55 —	46 —	65 —
4	Camp. A.	7	32	27	— — + —	23	101	9	+	6	121	7	+	12 +		43 +	30 +	21 +
5	Cav. Am.	8	35	40	+ — + +	24	+	13	+	6	+	7	+	10 +	19 +	46 +	36 +	46 +
6	Eg. M....	7	30	20	— — — —	73	101	10	+	6	121	3	+	35 —	99 +	56 —	46 —	17 —
7	Graf. J...	8	33	25	+ ∞ + —	73	+	4	+	12	+	4	+	17 +	50 +	54 —	35 —	64 +
8	Galv. T.	10	32	26	— — — +	43	10001	5	100024	7	100021	6	6 8 4 5	55 —		62 —	60 +	51 +
9	Men. Arg.	7	40	60	+ — + —	44	+	7	1000425	33	10021	9	6 8 5 0	∞		∞	∞	∞
10	Neg. Am.	7	21	16	— + + —	29	+	4	+	7	+	15	+	35 —		144 +	95 —	97 +
11	Leg. P...	8	29	23	— + — +	15	10001	9	+	7	10021	12	+	30 +	97 +	62 +	35 —	26 +
12	Pal. J....	8	30	37	+ — ∞ —	60	10001	6	10004204	17	100201	10	6 8 5 0	∞		181 —	230 —	144 —
13	Par. Cl...	7	22	18	— + + +	22	10001	7	+	5	10021	10	+	20 —	10 +	70 —	37 —	42 +
14	Seif. E...	7	14	15	— — — —	55	+	6	10041024	15	10021	8	∞	15 —		120 —	105 —	128 —

CUADRO Nº 2

Nº de orden	1er grado — VARONES	Comparación visiva XI	Reproducción visiva de línea. XIII	Apreciación de extensión lineal XIV 1º	2º	Aprec. de extensión superficial. XV	Aprec. de extensión volumétrica. XVI	Valor y tamaño: relación XVII	Proceso de discriminación razonativa. XVIII	Aptitud intelectual clasificación. A
1	Aran. J	— — —	16.5	10	15	60	80	1″ +	1″ ±	4.5
2	Al. N	+ + +	13	6	12	22	30	3″ +	20″ +	3.5
3	Bar C.............	+ + —	15.5	9	17	15	20	.5″ +	17″ +	1
4	Coll Q	— + +	14	8	11	8	4	3″ +	40″ —	4.5
5	Cam. R..........	— + +	12	?	70	15	?	6″ +	21″ ×	2
6	Car. J............	— — —	12.5	5	8	15	20	7″ +	2″ —	1
7	Crot. R	— — —	11.5	5	11	8	15	65″ +	2″ —	3.5
8	Esq. R...........	+ — —	15					65″ +	4″ ±	4.5
9	Guard. R.........	+ + +	17.5	5	8	11	23	3″ —	4″ ×	2.5
10	Gol. M...........	+ + —	8.8	6	7	14	11	3″ —	4″ +	3
11	Han. C...........	+ — +	12.6	4	8	28	20	5″ —	2″ —	1
12	Las O............	+ + +	14	6	12	12	90	65″ —	4″ +	4
13	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	60″ +	[illegible] —	2

16	Resp. A..........	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	—	[illegible]	—	[illegible]
17	Vil. C..........	+	+	—	15	6	12	22	30	4″	+	5″	—	3
18	Rey. A..........	+	+	—	17.5	5	11	38	27	2″	+	2″.5	±	5
19	Pag. P..........									3″	+			2
	NIÑAS													
1	Bris. Cl..........	+	—	+	15 9	5	8	36	23	7″	+	5″	∓	4
2	Carr. E..........	+	+	+	13.1	5	8	14	8	4″	+	7″	×	3
3	Camp. A..........	+	+	+	14.1	20	30	11	8	8″	+	2″	±	4
4	Cav. A..........	+	+	+	14.3	5	11	8	4	4″	—	2″	+	3
5	Eg. M..........	+	+	—	16.2	5	7	36	30	3″	+	1″	±	2
6	Gr. J..........	+	+	+	10.1	5	8	25	10	42″	—	5″	±	2.5
7	Gol. T..........	+	+	—	10.1	6	12	15	90	55″	∞	4″	—	3
8	Men. A..........	+	—	—	13	15	22	32	95	3″	—	6″	×	0
9	Neg. A..........	+	+	+	16.2	?	8	15	50	6″	+	4″	—	3
10	Leg. P..........	+	+	—	11.5	2	7	21	30	4″	—	2″	∓	2
11	Pal. J..........	—	—	+	17.5	6	12	15	10	4″	+	3″	—	1
12	Por C..........	+	—	+	14.8	4	9	29	15	3″	+	6″	±	3
13	Seif. E..........	—	—	—	16	5	8	15	20	2″	—	2″	—	0

CUADRO N° 3

Nº de orden	2º Grado VARONES	Edad	Contar I Número	Contar I Tiempo ″	Lectura de 4 números II 1º 2º 3º 4º	Lectura de 4 números II ″	Reproducción auditiva de los números C		Reproducción auditiva de los números III	″	Reproducción auditiva de los números IV	″	Reproducción visiva de los números V	Cálculo mental Tabla D·	Cálculo mental VI	Cálculo mental VII 1ª	Cálculo mental VII 2ª
1	Bal. Art..	9	30	21	— — + —	110	+	6	110001	17	937...	30	06846	20 +	35 —	22 —	15 —
2	Crot. H...	9	37	29	+ + + —	12	+	9	11001	7	+	7	0.657650	6 +	18 +	14 +	
3	Corn. D..	11	34	23	+ + — —	50	+	7	110001	13	934927	7	0.685046	10 +	18 +	11 +	
4	Corn. Aq.	9	33	22	+ — — —	42	100021	7	100001	7	937...	45	068507	22 +	22 +	13 —	24 —
5	Cir. S....	12	—	—	+ — + +	35	100021	17	1000001	16	936937	8		55 —	6 +	∞	∞
6	Cont. J...	9	28	24	+ + + +	23	121000	8	1101000	12	947997	11	0648708	25 +	25 —	22 —	∞
7	Eg. L....	10	36	25	+ + + —	27	+	4	10010001	20	937927	8	0.68570	20 +	6 +	11 —	9 —
8	Ferr. A...	11	33	22	— — + —	42	+	5	10001001	5	+	8	0678910	16 +	10 +	20 —	∞
9	Ibarz. M..	12	34	18	+ + + +	20	+	12	+	25	+	8	0.685437	20 +	8 +	16 —	13 +
10	Jof. Al...	9	33	18	+ + + +	35	+	5	+	16	+	8	0 685704	11 +	9 +	12 +	
11	Leit. P...	8	30	28	+ + + +	16	1000021	6	1100001	8	+	8	6.685407	19 +	5 +	25 —	25 —
12	Mag. P...	10	35	16	+ + + +	19	+	4	+	25	+	15	0.645408	16 +	10 +	14 +	
13	Neg. C...	9	30	20	+ + + —	55	+	9	11001	11	934927	7	065076	80 +	55 +	∞	18 —

15	Rod. G...	[illegible]	[illegible]	[illegible]	+ + + −	24	+	6	1101	27	937947	9		37 +	3 −	11 −	∞
16	Resp. J...	9	30	16	+ − − −	38	+	3	11001	7	927437	19	645604	35 −	∞	15 −	13 −
17	Silv. Seg.	12	—	—	+ + + −	23	10000021	10	100000101	20	937937	16		32 +	10 +	∞	∞
18	Vera J...	12	30	24	+ + + −	24	+	5	11001	9	937935	22	6085401	19 +	5 +	11 +	
	NIÑAS																
19	Barr. M..	9	30	20	+ − + −	34	+	4	1001	15	937947	7	0684750	13 +	15 −	∞	28 −
20	Cav. M...	11	34	24	+ + + +	23	+	4	+	11	947427	6	0658735	12 +	12 +	∞	25 −
21	Carr. M..	10	31	30	+ + + +	17	+	4	+	5	93437	5		30 +	29 +	∞	30 −
22	Gar. Is...	10	35	25	+ − + +	45	+	14	+	9	93947	15	0.05807	45 −	3 +	17 −	30 −
23	Graf. Cat.	11	31	22	+ − − −	95	1001	15	110001	6	931937	10	+	12 +	72 +	11 −	∞
24	Ib. E...	11	33	19	+ + + −	20	+	6	1001	7	934937	8	0.65.407	14 +	25 +	11 −	20 −
25	Leg. I....	11	20	14	+ + + −	36	+	5	1100	7	∞	25	0.685.307	40 +	10 +	23 −	12 −
26	Mer. Al...	8	33	24	+ + + +	20	+	4	+	10	+	9	0.685.407	20 +	10 +	12 +	
27	Ort. J....	11	33	26	− − − −	47	+	6	101	5	937937	11	+	15 +	2 +	13 −	∞
28	Serv. Rol.	9	40	48	+ + + −	48	+	6	11001	11	937437	12	0685487	20 +	21 −	17 +	
29	Ram. M.	10	33	20	+ + + +	43	1000021	26	10101	15	+	6	0.657820	20 +	35 +	11 +	
30	Tur. E...	10	35	23	− − + −	110	+	5	110001	11	937937	7	068540	20 +	55 −	20 −	15 −
31	Larr. A...	11	32	16							+	7	+				

CUADRO Nº 3

Nº de orden	2º Grado		Contar		Lectura de 4 números		Reproducción auditiva de los números						Reproducción visiva de los números.	Cálculo mental			
			I		II		C		III		IV		V	Tabla	VI	VII	
	Varones	Edad	Número	Tiempo "	1º 2º 3º 4º	"				"		"		D ·		1ª	2ª
1	Bal. Art..	9	30	21	— — + —	110	+	6	110001	17	937...	30	06846	20 +	35 —	22 —	15 —
2	Crot. H...	9	37	29	+ + + —	12	+	9	11001	7	+	7	0.657650	6 +	18 +	14 +	
3	Corn. D..	11	34	23	+ + — —	50	+	7	110001	13	934927	7	0.685046	10 +	18 +	11 +	
4	Corn. Aq.	9	33	22	+ — — —	42	100021	7	100001	7	937...	45	068507	22 +	22 +	13 —	24 —
5	Cir. S....	12	—	—	+ — + +	35	100021	17	1000001	16	936937	8		55 —	6 +	∞	∞
6	Cont. J...	9	28	24	+ + + +	23	121000	8	1101000	12	947997	11	0648708	25 +	25 —	22 —	∞
7	Eg. L....	10	36	25	+ + + —	27	+	4	10010001	20	937927	8	0.68570	20 +	6 +	11 —	9 —
8	Ferr. A...	11	33	22	— — + —	42	+	5	10001001	5	+	8	0678910	16 +	10 +	20 —	∞
9	Ibarz. M..	12	34	18	+ + + +	20	+	12	+	25	+	8	0.685437	20 +	8 +	16 —	13 +
10	Jof. Al...	9	33	18	+ + + +	35	+	5	+	16	+	8	0 685704	11 +	9 +	12 +	
11	Leit. P...	8	30	28	+ + + +	16	1000021	6	1100001	8	+	8	6.685407	19 +	5 +	25 —	25 —
12	Mag. P...	10	35	16	+ + + +	19	+	4	+	25	+	15	0.645408	16 +	10 +	14 +	
13	Neg. C...	9	30	20	+ + + —	55	+	9	11001	11	934927	7	065076	80 +	55 +	∞	13 —

15	Rod. G...	11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24	+	6	1101	27	937947	9		37 +	9 —	17 —	∞
16	Resp. J...	9	30	16	+ — — —	38	+	3	11031	7	927437	19	645604	35 —	∞	15 —	13 —
17	Silv. Seg.	12	—	—	+ + + —	23	10000021	10	100000101	20	937937	16		32 +	10 +	∞	∞
18	Vera J...	12	30	24	+ + + —	24	+	5	11001	9	937935	22	6085401	19 +	5 +	11 +	
	NIÑAS																
19	Barr. M..	9	30	20	+ — + —	34	+	4	1001	15	937947	7	0684750	13 +	15 —	∞	28 —
20	Cav. M...	11	34	24	+ + + +	23	+	4	+	11	947427	6	0658735	12 +	12 +	∞	25 —
21	Carr. M..	10	31	30	+ + + +	17	+	4	+	5	93437	5		30 +	29 +	∞	30 —
22	Gar. Is...	10	35	25	+ — + +	45	+	14	+	9	93947	15	0.05807	45 —	3 +	17 —	30 —
23	Graf. Cat.	11	31	22	+ — — —	95	1001	15	110001	6	931937	10	+	12 +	72 +	11 —	∞
24	Ib. E...	11	33	19	+ + + —	20	+	6	1001	7	934937	8	0.65.407	14 +	25 +	11 —	20 —
25	Leg. L....	11	20	14	+ + + —	36	+	5	1100	7	∞	25	0.685.307	40 +	10 +	23 —	12 —
26	Mer. Al...	8	33	24	+ + + +	20	+	4	+	10	+	9	0.685.407	20 +	10 +	12 +	
27	Ort. J....	11	33	26	— — — —	47	+	6	101	5	937937	11	+	15 +	2 +	13 —	∞
28	Serv. Rol.	9	40	48	+ + + —	48	+	6	11001	11	937437	12	0685487	20 +	21 —	17 +	
29	Ram. M .	10	33	20	+ + + +	43	1000021	26	10101	15	+	6	0.657820	20 +	35 +	11 +	
30	Tur. E...	10	35	23	— — + —	110	+	5	110001	11	937937	7	068540	20 +	55 —	20 —	15 —
31	Larr. A...	11	32	16							+	7	+				

CUADRO Nº 4

Nº de orden	2º GRADO VARONES	Comparación visiva XI	Reproducción visiva de línea. XIII	Apreciación de extensión lineal XIV 1ª	 2ª	Apre'ción de extensión superficial. XV	Apre'ción de extensión volumétrica. XVI	Relación de valor y tamaño. XVII	Aptitud intelectual. A	OPERACIONES VIII +	 IX —	 X ×	Discriminación completa. XVIII	Reproducción del concepto del problema (5 partes). XIX	Núm de proposiciones y coordinaciones. XX
1	Bal. A.	+ — +	15.8	6	12	50	100	5"+	2.5	27" +	28" —	120" —	—	—	1 +
2	Crott. H..............	+ + +	14.2	7	14	150	?	1"+	4.5	42" +	27" +	97" +	—	+	2 +
3	Corn. D..............	— + +	16.4	6	12	100	100	12"+	4.5	34" +	185" +	44" —	—	—	1 +
4	Corn. A..............	+ + +	18.5	6	10	100	25	9"—	2	55" +	50" —	120" —	—	—	1 +
5	Cir. S..............	— — +	17.5	11	22	100	30	5"+	3	47" —	59" —	155" —	—	+	0 —
6	Cont. J..............	+ — +	18.7	6	9	8	20	5"+	3	48" +	41" —	87" —	—	—	0 —
7	Eg. L..............	+ — +	18.8	6	9	18	6	2"+	2	50" +	45" +	103" —	—	—	1 +
8	Ferr. A..............	+ — +	18.6	6	11	?	50	4"+	3.5	40" +	20" +	55" +	—	—	1 —
9	Ibar. M..............	+ + +	16.5	5	10	24	35	1"+	3.5	22" +	20" +	73" +	—	+	1 +
10	Jof. A..............	+ — —	22.7	11	20	56	99	1"+	4.5	51" +	26" —	64" +	—	+	1 +
11	Lei. P.	+ + +	14	6.5	12	12	18	1"+	3	44" +	24" +	65" +	—	+	1 +
12	Mag. P..............	+ — +	16	7	12	78	120	1"+	3	43" +	27" —	62" +	—	—	1 +

15	Rod. G.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21.1	6	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16	Resp. J.	+	+	+	19.9	7	13	40	80	3''—	1	61'' —	37'' —	231'' —	—	—	1 +
17	Silv. S.	+	—	+	15.6	6	14	?	53	3''+	2	34'' +	42'' —	90'' —	—	—	1 —
18	Ver. J.	+	—	+	23	3	4	36	15	2''+	2	30'' +	53'' —	121'' —	—	—	1 +
	NIÑAS																
19	Barr. M.	+	—	+	17.4	10	20	11	30	3''—	2.5	39'' +	65'' —	100'' —	—	—	2 +
20	Cav. M.	+	+	+	16.7	5	15	13	33	125''+	3.5	75'' +	65'' +	120'' +	—	—	1 +
21	Carr. M.	+	—	+	22.8	5	8	8	46	2''—	3.5	37'' +	62'' +	125'' +	—	—	1 +
22	Gar. I.	—	—	+	20.1	5	8	13	50	5''+	3	51'' +	92'' —	128'' —	—	—	1 —
23	Graf. C.	+	—	+	16	8	10	22	24	3''+	0	86'' —	44'' —	170'' —	—	—	1 —
24	Ib. E.	+	—	+	21.5					3''+	3.5	64'' +	55'' —	76'' +	—	—	1 +
25	Leg. I.	—	—	+	21	8	13	12	100	2''—	3	98'' +	176'' —	∞	—	—	1 +
26	Mer. A.	+	—	+	17	8	16	97	24	2''+	4.5	40'' +	71'' +	106'' +	+	—	1 +
27	Ort. J.	—	—	+	15.5	7.5	15	15	100	2''+	1	60'' —	43'' —	135'' —	—	—	1 +
28	Rol. S.	+	+	—	17.2	5	9		36	2''+	1	91'' +	80'' —	120'' —	—	—	1 +
29	Ram. M.	+	—	+	17.6	6	12	60	80	1''+	3	45'' +	70'' —	162'' +	—	—	1 +
30	Tur. E.	—	+	+	17.4	5	10	36	30	2''+	1	44'' +	35'' —	162'' —	—	—	1 +
31	Larr. A.					6	12	40	45		3	52'' +	45'' —				

CUADRO Nº 5

Nº de Orden	3er grado inferior	Edad	Contar	Lectura de 4 números	Reproducción auditiva de los números				Reprod. visiva de los números.	Cálculo mental			
	VARONES		I	II	III	"	IV	"	V	VI	VII 1a	VII 2a	D tabla
1	Colf. H.	9	31 19	+ + + + 25	+	12	+	10	0.675507	3 +	14 +		11 +
2	Cám. T.	11	31 18	+ — + — 42	00101	22	+	6	0.685785	4 +	20 —	13 —	15 +
3	Can. V	12	32 20	+ + + — 49	0011101	28	934937	8	0.6585705	6 —	∞	34 —	17 +
4	Gut. A.	12	32 13	+ + + — 26	1101	6	937937	6	0.607805	5 +	29 —	20 —	15 —
5	Art. A.	12	32 23	+ + — — 15	+	14	+	7	0.607805	10 —	17 —	24 —	10 +
6	Roi. J.	10	31 22	+ + + + 35	11001	6	937437	10	0.675507	29 —	∞	∞	16 +
7	Vac. J	11	32 20	+ — + + 19	+	11	+	8.5	0.675407	10 —	10 +		15 +
8	Zet. H	11	31 16	+ + + + 15	+	17	937935	16	0.6407	4 —	35 —	35 +	20 +
	NIÑAS												
9	Ap. M.	10	32 24	+ — + — 25	100100	18	934937	22	0.684507	8 +	∞	25 —	15 +
10	Barr. L.	12	32 27	+ + — + 35	1000100	15	934937	7	0.785847	6 +	∞	∞	14 +
11	Barr. L.	11	32 27	+ + + — 42	100100	18	947347	19		6 +	30 +		15 +
12	Con. A.	12	32 21	+ + + + 21	+	26	9497	37	+	9 +	16 +		20 +
13	Gam. L.	12	35 34	+ + + — 33	+	7	937420	28	+	8 —	14 —	16 —	32 —
14	Gar. E.		30 22						+				
15	Han. M.	12	35 29	— + + + 35	1101	5	937927	6	0.68547	10 +	∞	∞	
16	Leg. M.	13	31 23	— + + — 21	101001	8	934437	32	+	10 —	∞	∞	14 +
17	Men. C.	12	32 28	+ — + + 23	10000101	17	+	9	0.867706	23 —	21 —	19 —	14 +
18	Ol. A.	9	32 20	— + + — 35	100010001	12	+	6	0.658407	10 +	∞	∞	17 +

CUADRO Nº 6

Nº de Orden	3er grado inferior	Operaciones			Comparación visiva	Reprod. visiva de línea	Apreciación de extensión lineal		Apreciación de extensión		Comparac. á término fijo.		Aptitud intelect.			
									Superf.	Volum.						
	VARONES	VIII	IX	X	XI	XIII	XIV		XV	XVI	XVII		A	XVIII	XIX	XX
		+	—	×			1a	2a			1a	2a				
1	Coll. H.	20″ —	27″ +	59″ —	+ + +	16.5	6	10	200	54	3″+		3.5	—		3 +
2	Cám. F.	39″ —	39″ —	98″ —	+ — +	17	6	12	200	55	9″+		3	—	+	1 +
3	Can. V..........	79″ —	66″ —	94″ +	— + +	14.6	5	9	50	60	8″+	3″—	1	—	—	1 +
4	Gut. A..........	34″ +	28″ —	72″ —	+ + +	17	7	10	13	72	4″—		4	+	—	1 +
5	Ort. A..........	36″ —	48″ —	72″ —	+ — +	16	4	8	30	20	3″—		1	—	—	1 +
6	Rois J..........	86″ —	66″ —	137″ +	+ — +	19					2″+	4″—	0	—	—	1 +
7	Vac. B..........	135″ +	87″ +	145″ —	+ — —	20	7	12	40	59	7″+	3″—	4	—	—	2 +
8	Zet. H..........	66″ +	45″ +	135″ —	— + +	19.5	6	12	50	50	5″+	1″—	4	—	—	4 +
	NIÑAS															
9	Ap. M..........	64″ +	80″ —	179″ +	+ + +	16.5	5	12	30	24	2″+		3	—	—	2 +
10	Barr. C..........	50″ —	57″ +	130″ +	+ + +	14.2	9	16	100	50	14″—		3.5	—	+	1 +
11	Barr. L..........	86″ —	41″ +	78″ —	+ — +	14	?	?	?	30	7″+		3.5	—	—	1 —
12	Con. A..........	60″ +	45″ +	103″ —	+ — +	17.5	6	12	60	34	20″—		2	—	—	1 +
13	Gam. L..........	107″ +	59″ —	183″ —	+ — +	17	7	10	52	33	4″—		0	+	—	1 +
14	Gar. E..... . .						6	8	30	20			3	—	—	1 +
15	Han. M..........	59″ +	50″ +	136″ +	+ — +	17							3	—	—	
16	Leg. M..........	56″ +	35″ —	95″ —	— + —	16.1	6	12	41	14	13″+		3	—	—	1 —
17	Men. C..........	132″ —	130″ —	195″ —	+ + —	16	8	11	100	63	4″+	3″—	2	—	—	1 +
18	Oliv. A..........	74″ —	80″ —	157″ —	— + —	13	6	12	15	37	15″—		3	—	—	1 +
19	Oj. R..........	33″ —	43″ —	24″ —	+ — +	12	6	10	8	27	3″+		4	—	—	0 —
20	Ric. G..........	60″ +	19″ +	96″ —	+ — +	16	6	12	70	34	2″+		4.5	+	—	1 +
21	Ro. R..........	117″ —	58″ —	106″ +	— + —	13	7	12	42	?	3″+		4	—	—	1 +
22	Schus. S..........	60″ +	35″ —	103″ —	+ — +	16.7	8	12	100	100	2″+	15″—	4.5	—	+	1 +
23	Ver. R..........	40″ +	32″ —	92″ —	+ — +	15	6	12	66	40			3	—	—	1 +

CUADRO Nº 7

Nº de orden	3er Grado superior	Edad	Contar I "	Lectura de 4 números II		Reproducción auditiva de los números III	"	IV	"	Reproducción visiva de los números V	Cálculo mental VI	VII 1ª	VII 2ª	Operaciones		
	VARONES															
1	Cal. L....	12	34 24	+ + — —	33	—	9	937437	7	0.683407	5 +	22 —	10 —	38 —	10 +	85 +
2	Cal. P....	11	36 22	+ + + +	22	—	16	+	6	0.685507	10 +	∞	11 —	33 +	68 —	69 —
3	Gil M....	13	31 23	+ — — —	50	+	8	937437	5	0.684507	5 +	20 —	∞	40 +	37 —	152 —
4	Jof. T....	14	31 15	+ + + —	21	+	8	835437	8	0.684507	9 +	15 —	15 —	29 +	32 +	165 —
5	Mer. V....	10	37 23	+ + + —	30	+	7	937437	10	0.685704	14 +	14 +		37 +	19 +	52 +
6	Mar. J....	10	32 17	+ + + +	17	+	10	937437	10	+	3 +	14 +		24 —	22 +	77 +
7	Res. J....	13	32 14	+ + + +	21	+	9	+	7	0.68407	7 +	21 +		36 +	18 +	61 —
8	Sil. H....	13	32 20	+ + — —	18	+	7	947437	10	0.68704	7 +	10 +		56 —	71 —	89 +
9	Mir. F. ..	12	29 17	+ + + —	35	—	7	9300427	8	0.648504	12 —	13 —	14 —	58 +	43 —	120 —
	NIÑAS															
10	Alv. C....	12	36 20	+ + + +	15	+	5	934937	8	0.645407	6 +	12 +		35 +	42 +	42 +
11	Barr. E..	11	32 25	+ + + —	35	+	7	+	6	0685407	15 +	12 —	10 —	32 —	43 —	47 +
12	Barr. L...	12	32 19	— — — —	18	—	8	957937	6	6854504	10 —	11 —	22 —	64	34 +	143 —
13	Cav. A...	12	34 17	+ + + —	35	+	9	937437	10	0.786427	13 +	15 +		42 +	52 +	112 —

16	Gon. T...	12	31 22	+ + + +	18	+	10	937437	6	+	7 +	15 —	14 +	52 +	22 +	71 +
17	Garr. L...	14	32 20	— + + —	43	—	7	934947	6	+	14 +	16 +		72 —	114 —	145 —
18	Gua. B...	15	33 18	+ + + —	29	+	6	937437	7	+	5 +	13 —	13 —	39 —	29 —	75 +
19	Iba M....	14	31 21	+ + + +	20	—	10	937437	6	+	5 +	13 —	14 +	38 +	40 +	109 +
20	Larr. D..	14	32 14	+ + + —	110	—	6	935937	4	+	3 +	11 +		22 +	30 +	72 —
21	Mar. A...	15	32 15	+ + + +	22	—	23	+	10	0.645.450	7 +	∞	20 —	48 +	30 —	95 +
22	Oli. E....	12	32 15	+ + + —	21	—	12	937437	6	0685047	8 +	12 +		50 +	40 —	65 —
23	Ort. T...	12	32 18	+ + — —	22	+	18	934937	6	0.68407	5 +	13 —	21 +	84 —	45 —	75 —
24	Pir. E....	15	31 19	+ + + +	28	—	8	937437	9	+	5 +	22 —	10 +	32 +	59 +	81 —
25	Ross. C..	11	32 23	+ + — —	40	—	8	937437	7		15 —	10 —	21 —	75 +	25 —	145 —
26	Russ M...	15	32 21	+ + + —	38	—	7	937937	6	0.68.7405	3 +	11 —	10 +	36 +	37 —	88 —
27	Test. R...	12		+ + + +	8	+	8	+	7	+	3 +	12 +		18 +	20 +	35 +
28	Tob. N...	12	32 18	+ + + +	11	—	9	+	9	+	10 —	17 —	29 —	71 —	61 —	145 —
29	Vier. J...	11	32 22	+ + + +	11	—	8	+	6	+	2 +	8 +		55 +	23 +	59 +
30	War. E..	12	31 14	+ + — —	25	—	10	974937	19	0.645801	6 —	21 +		53 +	33 —	57 +
31	Mar. C...	12	36 25	+ + + +	17	+	20	934937	14	+	4 +	20 —	41 —	47 +	69 —	70 —
32	Rea. A...	13	32 20	+ + + +	39	+	15	937940	12	+	2 +	13 —	10 —	37 —	25 +	50 —
33	Ara I....	11	32 19	+ + + +	18	—	10	987437	7	+	6 +	∞	16 —	58 +	51 —	120 —
34	De M. A..	10	33 28	+ + + +	16	+	8	937437	6	+	2 +	9 +		31 —	25 +	50 +
35	Ibarra....							935937	4	0.865407						
36	Alv. Est..									065074						

CUADRO Nº 2

Nº de orden	1er grado	Comparación visiva	Reproducción visiva de línea.	Apreciación de extensión lineal		Aprec. de extensión superficial.	Aprec. de extensión volumétrica.	Valor y tamaño: relación	Proceso de discriminación razonativa.	Aptitud intelectual clasificación.
	VARONES	XI	XIII	XIV 1º	2º	XV	XVI	XVII	XVIII	A
1	Aran. J	— — —	16.5	10	15	60	80	1″ +	1″ ±	4.5
2	Al. N	+ + +	13	6	12	22	30	3″ +	20″ +	3.5
3	Bar C.	+ + —	15.5	9	17	15	20	.5″ +	17″ +	1
4	Coll Q	— + +	14	8	11	8	4	3″ +	40″ —	4.5
5	Cam. R	— + +	12	?	70	15	?	6″ +	21″ ×	2
6	Car. J.	— — —	12.5	5	8	15	20	7″ +	2″ —	1
7	Crot. R	— — —	11.5	5	11	8	15	65″ +	2″ —	3.5
8	Esq. R.	+ — —	15					65″ +	4″ ±	4.5
9	Guard. R.	+ + +	17.5	5	8	11	23	3″ —	4″ ×	2.5
10	Gol. M.	+ + —	8.8	6	7	14	11	3″ —	4″ +	3
11	Han. C.	+ — +	12.6	4	8	28	20	5″ —	2″ —	1
12	Las O.	+ + +	14	6	12	12	90	65″ —	4″ +	4
13	Ram. N.	+ + —	11.5					60″ +	2″ —	2
14	Rod. J.	[illegible]	15.5	6	12	[illegible]	[illegible]	7″ —	2″.5 —	3

16	Resp. A.........	+	+	—	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
17	Vil. C..........	+	+	—	15	6	12	22	30	4″	+	5″	—	3
18	Rey. A.........	+	+	—	17.5	5	11	38	27	2″	+	2″.5	±	5
19	Pag. P..........									3″	+			2
	NIÑAS													
1	Bris. Cl.........	+	—	+	15 9	5	8	36	23	7″	+	5″	+	4
2	Carr. E.........	+	+	+	13.1	5	8	14	8	4″	+	7″	×	3
3	Camp. A........	+	+	+	14.1	20	30	11	8	8″	+	2″	±	4
4	Cav. A	+	+	+	14.3	5	11	8	4	4″	—	2″	+	3
5	Eg. M..........	+	+	—	16.2	5	7	36	30	3″	+	1″	±	2
6	Gr. J...........	+	+	+	10.1	5	8	25	10	42″	—	5″	±	2.5
7	Gol. T..........	+	+	—	10.1	6	12	15	90	55″	∞	4″	—	3
8	Men. A..........	+	—	—	13	15	22	32	95	3″	—	6″	×	0
9	Neg. A........	+	+	+	16.2	?	8	15	50	6″	+	4″	—	3
10	Leg. P	+	+	—	11.5	2	7	21	30	4″	—	2″	+	2
11	Pal. J.........	—	—	+	17.5	6	12	15	10	4″	+	3″	—	1
12	Por C..........	+	—	+	14.8	4	9	29	15	3″	+	6″	±	3
13	Seif. E.........	—	—	—	16	5	8	15	20	2″	—	2″	—	0

CUADRO Nº 3

Nº de orden	2º Grado	Edad	Contar I		Lectura de 4 números II					Reproducción auditiva de los números C		III		IV		Reproducción visiva de los números. V	Cálculo mental Tabla	VI	VII	
	VARONES		Número	Tiempo "	1º	2º	3º	4º	"				"		"		D ·		1ª	2ª
1	Bal. Art..	9	30	21	—	—	+	—	110	+	6	110001	17	937...	30	06846	20 +	35 —	22 —	15 —
2	Crot. H...	9	37	29	+	+	+	—	12	+	9	11001	7	+	7	0.657650	6 +	18 +	14 +	
3	Corn. D..	11	34	23	+	+	—	—	50	+	7	110001	13	934927	7	0.685046	10 +	18 +	11 +	
4	Corn. Aq.	9	33	22	+	—	—	—	42	100021	7	100001	7	937...	45	068507	22 +	22 +	13 —	24 —
5	Cir. S....	12	—	—	+	—	+	+	35	100021	17	1000001	16	936937	8		55 —	6 +	∞	∞
6	Cont. J...	9	28	24	+	+	+	+	23	121000	8	1101000	12	947997	11	0648708	25 +	25 —	22 —	∞
7	Eg. L....	10	36	25	+	+	+	—	27	+	4	10010001	20	937927	8	0.68570	20 +	6 +	11 —	9 —
8	Ferr. A...	11	33	22	—	—	+	—	42	+	5	10001001	5	+	8	0678910	16 +	10 +	20 —	∞
9	Ibarz. M..	12	34	18	+	+	+	+	20	+	12	+	25	+	8	0.685437	20 +	8 +	16 —	13 +
10	Jof. Al...	9	33	18	+	+	+	+	35	+	5	+	16	+	8	0 685704	11 +	9 +	12 +	
11	Leit. P...	8	30	28	+	+	+	+	16	1000021	6	1100001	8	+	8	6.685407	19 +	5 +	25 —	25 —
12	Mag. P...	10	35	16	+	+	+	+	19	+	4	+	25	+	15	0.645408	16 +	10 +	14 +	
13	Neg. C...	9	30	20	+	+	+	—	55	+	9	11001	11	934927	7	065076	80 +	55 +	∞	13 —

15	Rod. G...	11	[illegible]	[illegible]	+ + + —	24	+	[illegible]	1101	27	937947	9		37 +	[illegible]		
16	Resp. J...	9	30	16	+ — — —	38	+	3	11001	7	927437	19	645604	35 —	∞	15 —	13 —
17	Silv. Seg.	12	—	—	+ + + —	23	10000021	10	100000101	20	937937	16		32 +	10 +	∞	∞
18	Vera J...	12	30	24	+ + + —	24	+	5	11001	9	937935	22	6085401	19 +	5 +	11 +	
	NIÑAS																
19	Barr. M..	9	30	20	+ — + —	34	+	4	1001	15	937947	7	0684750	13 +	15 —	∞	28 —
20	Cav. M...	11	34	24	+ + + +	23	+	4	+	11	947427	6	0658735	12 +	12 +	∞	25 —
21	Carr. M..	10	31	30	+ + + +	17	+	4	+	5	93437	5		30 +	29 +	∞	30 —
22	Gar. Is...	10	35	25	+ — + +	45	+	14	+	9	93947	15	0.05807	45 —	3 +	17 —	30 —
23	Graf. Cat.	11	31	22	+ — — —	95	1001	15	110001	6	931937	10	+	12 +	72 +	11 —	∞
24	Ib. E...	11	33	19	+ + + —	20	+	6	1001	7	934937	8	0.65.407	14 +	25 +	11 —	20 —
25	Leg. L....	11	20	14	+ + + —	36	+	5	1100	7	∞	25	0.685.307	40 +	10 +	23 —	12 —
26	Mer. Al...	8	33	24	+ + + +	20	+	4	+	10	+	9	0.685.407	20 +	10 +	12 +	
27	Ort. J....	11	33	26	— — — —	47	+	6	101	5	937937	11	+	15 +	2 +	13 —	∞
28	Serv. Rol.	9	40	48	+ + + —	48	+	6	11001	11	937437	12	0685487	20 +	21 —	17 +	
29	Ram. M .	10	33	20	+ + + +	43	1000021	26	10101	15	+	6	0.657820	20 +	35 +	11 +	
30	Tur. E...	10	35	23	— — + —	110	+	5	110001	11	937937	7	068540	20 +	55 —	20 —	15 —
31	Larr. A...	11	32	16							+	7	+				

CUADRO Nº 4

Nº DE ORDEN	2º GRADO	Compara-ción visiva	Reproducción visiva de línea.	Apreciación de extensión lineal		Apre'ción de extensión superficial.	Apre'ción de extensión volumétrica.	Relación de valor y tamaño.	Aptitud intelectual.	OPERACIONES			Discriminación completa.	Reproducción del concepto del problema (5 partes).	Núm de proposiciones y coordinaciones.
	VARONES	XI	XIII	XIV 1ª	XIV 2ª	XV	XVI	XVII	A	VIII +	IX —	X ×	XVIII	XIX	XX
1	Bal. A.	+ — +	15.8	6	12	50	100	5″+	2.5	27″ +	28″ —	120″ —	—	—	1 +
2	Crott. H..............	+ + +	14.2	7	14	150	?	1″+	4.5	42″ +	27″ +	97″ +	—	+	2 +
3	Corn. D..............	— + +	16.4	6	12	100	100	12″+	4.5	34″ +	185″ +	44″ —	—	—	1 +
4	Corn. A..............	+ + +	18.5	6	10	100	25	9″—	2	55″ +	50″ —	120″ —	—	—	1 +
5	Cir. S..............	— — +	17.5	11	22	100	30	5″+	3	47″ —	59″ —	155″ —	—	+	0 —
6	Cont. J..............	+ — +	18.7	6	9	8	20	5″+	3	48″ +	41″ —	87″ —	—	—	0 —
7	Eg. L..............	+ — +	18.8	6	9	18	6	2″+	2	50″ +	45″ +	103″ —	—	—	1 +
8	Ferr. A..............	+ — +	18.6	6	11	?	50	4″+	3.5	40″ +	20″ +	55″ +	—	—	1 —
9	Ibar. M..............	+ + +	16.5	5	10	24	35	1″+	3.5	22″ +	20″ +	73″ +	—	+	1 +
10	Jof. A..	+ — —	22.7	11	20	56	99	1″+	4.5	51″ +	26″ —	64″ +	—	+	1 +
11	Lei. P.	+ + +	14	6.5	12	12	18	1″+	3	44″ +	24″ +	65″ +	—	+	1 +
12	Mag. P..............	+ — +	16	7	12	78	120	1″+	3	43″ +	27″ —	62″ +	—	—	1 +
13	Neg. C.......	+ — +	20.5	9	18	100	80	1″+	2.5	91″ +	37″ —	180″ +	—	—	0 —

15	Rod. G.	+ − +	21.1	6	7	5	60	65″+	3	51″ +	33″ −	80″ +	−	−	1 +
16	Resp. J.	+ + +	19.9	7	13	40	80	3″−	1	61″ −	37″ −	231″ −	−	−	1 +
17	Silv. S.	+ − +	15.6	6	14	?	53	3″+	2	34″ +	42″ −	90″ −	−	−	1 −
18	Ver. J.	+ − +	23	3	4	36	15	2″+	2	30″ +	53″ −	121″ −	−	−	1 +
	NIÑAS														
19	Barr. M.	+ − +	17.4	10	20	11	30	3″−	2.5	39″ +	65″ −	100″ −	−	−	2 +
20	Cav. M.	+ + +	16.7	5	15	13	33	125″+	3.5	75″ +	65″ +	120″ +	−	−	1 +
21	Carr. M	+ − +	22.8	5	8	8	46	2″−	3.5	37″ +	62″ +	125″ +	−	−	1 +
22	Gar. I.	− − +	20.1	5	8	13	50	5″+	3	51″ +	92″ −	128″ −	−	−	1 −
23	Graf. C.	+ − +	16	8	10	22	24	3″+	0	86″ −	44″ −	170″ −	−	−	1 −
24	Ib. E.	+ − +	21.5					3″+	3.5	64″ +	55″ −	76″ +	−	−	1 +
25	Leg. I.	− − +	21	8	13	12	100	2″−	3	98″ +	176″ −	∞	−	−	1 +
26	Mer. A.	+ − +	17	8	16	97	24	2″+	4.5	40″ +	71″ +	106″ +	+	−	1 +
27	Ort. J.	− − +	15.5	7.5	15	15	100	2″+	1	60″ −	43″ −	135″ −	−	−	1 +
28	Rol. S.	+ + −	17.2	5	9		36	2″+	1	91″ +	80″ −	120″ −	−	−	1 +
29	Ram. M.	+ − +	17.6	6	12	60	80	1″+	3	45″ +	70″ −	162″ +	−	−	1 +
30	Tur. E.	− + +	17.4	5	10	36	30	2″+	1	44″ +	35″ −	162″ −	−	−	1 +
31	Larr. A.			6	12	40	45		3	52″ +	45″ −				

CUADRO Nº 5

Nº de Orden	3er grado inferior	Edad	Contar	Lectura de 4 números	Reproducción auditiva de los números				Reprod. visiva de los números.	Cálculo mental			
	VARONES		I	II	III	"	IV	"	V	VI	VII 1ª	VII 2ª	D tabla
1	Colf. H.	9	31 19	+ + + + 25	+	12	+	10	0.675507	3 +	14 +		11 +
2	Cám. T.	11	31 18	+ — + — 42	00101	22	+	6	0.685785	4 +	20 —	13 —	15 +
3	Can. V..........	12	32 20	+ + + — 49	0011101	28	934937	8	0.6585705	6 —	∞	34 —	17 +
4	Gut..A..........	12	32 13	+ + + — 26	1101	6	937937	6	0.607805	5 +	29 —	20 —	15 —
5	Art. A..........	12	32 23	+ + — — 15	+	14	+	7	0.607805	10 —	17 —	24 —	10 +
6	Roi. J..........	10	31 22	+ + + + 35	11001	6	937437	10	0.675507	29 —	∞	∞	16 +
7	Vac. J..........	11	32 20	+ — + + 19	+	11	+	8.5	0.675407	10 —	10 +		15 +
8	Zet. H..........	11	31 16	+ + + + 15	+	17	937935	16	0.6407	4 —	35 —	35 +	20 +
	NIÑAS												
9	Ap. M...........	10	32 24	+ — + — 25	100100	18	934937	22	0.684507	8 +	∞	25 —	15 +
10	Barr. L.........	12	32 27	+ + — + 35	1000100	15	934937	7	0.785847	6 +	∞	∞	14 +
11	Barr. L.........	11	32 27	+ + + — 42	100100	18	947347	19		6 +	30 +		15 +
12	Con. A..........	12	32 21	+ + + + 21	+	26	9497	37	+	9 +	16 +		20 +
13	Gam. L..........	12	35 34	+ + + — 33	+	7	937420	28	+	8 —	14 —	16 —	32 —
14	Gar. E..........		30 22						+				
15	Han. M..........	12	35 29	— + + + 35	1101	5	937927	6	0.68547	10 +	∞	∞	
16	Leg. M..........	13	31 23	— + + — 21	101001	8	934437	32	+	10 —	∞	∞	14 +
17	Men. C..........	12	32 28	+ — + + 23	10000101	17	+	9	0.867706	23 —	21 —	19 —	14 +
18	Ol. A...........	9	32 20	— + + — 35	100010001	12	+	6	0.658407	10 +	∞	∞	17 +
19	Oj. R...........	11	32 23	+ + + + 23	1000101	17	37427	8	0.68407	3 +	16 —	14 —	11 +
20	Ric. G..........	10	31 24	+ + + + 35	+	7	947427	9	0.68407	5 +	14 +		12 +
21	Ro. R...........	9	32 22	+ + + + 21	1001101	13	+	9	0.68540	8 +	17 —	32 +	23 +
22	Sch. S..........	11	31 19	+ + + + 18	+	18	+	9	0 68407	9 +	∞	∞	11 +
23	Ver. R..........	12	31 22	+ + + + 25					+	10 +			

CUADRO Nº 6

[illegible]	… INFERIOR	Operaciones			Comparación visiva	Reprod. visiva de línea	Apreciación de extensión lineal		Apreciación de extensión Superf.	Apreciación de extensión Volum.	Comparac. á término fijo.		Aptitud intelect.			
		[illegible]	IX	X	XI	XIII	XIV		XV	XVI	XVII		A	XVIII	XIX	XX
		+	−	×			1ª	2ª			1ª	2ª				
[illegible]	[illegible] H.	20″ −	27″ +	59″ −	+ + +	16.5	6	10	200	54	3″+		3.5	−		3 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	39″ −	98″ −	+ − +	17	6	12	200	55	9″+		3	−	+	1 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	66″ −	94″ +	− + +	14.6	5	9	50	60	8″+	3″−	1	−	−	1 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	28″ −	72″ −	+ + +	17	7	10	13	72	4″−		4	+	−	1 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	48″ −	72″ −	+ − +	16	4	8	30	20	3″−		1	−	−	1 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	66″ −	137″ +	+ − +	19					2″+	4″−	0	−	−	1 +
7	Vac. [illegible]	135″ +	87″ +	145″ −	+ − −	20	7	12	40	59	7″+	3″−	4	−	−	2 +
8	Zet. H.	66″ +	45″ +	135″ −	− + +	19.5	6	12	50	50	5″+	1″−	4	−	−	4 +
	NIÑAS															
9	Ap. M.	64″ +	80″ −	179″ +	+ + +	16.5	5	12	30	24	2″+		3	−	−	2 +
[illegible]	[illegible] r. C.	50″ −	57″ +	130″ +	+ + +	14.2	9	16	100	50	14″−		3.5	−	+	1 +
[illegible]	[illegible]	86″ −	41″ +	78″ −	+ − +	14	?	?	?	30	7″+		3.5	−	−	1 −
[illegible]	[illegible]	60″ +	45″ +	103″ −	+ − +	17.5	6	12	60	34	20″−		2	−	−	1 +
[illegible]	[illegible]	107″ +	59″ −	183″ −	+ − +	17	7	10	52	33	4″−		0	+	−	1 +
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		6	8	30	20			3	−	−	1 +
[illegible]	[illegible]	59″ +	50″ +	136″ +	+ − +	17							3	−	−	
[illegible]	Leg. M.	56″ +	35″ −	95″ −	− + −	16.1	6	12	41	14	13″+		3	−	−	1 −
17	Men. C.	132″ −	130″ −	195″ −	+ + −	16	8	11	100	63	4″+	3″−	2	−	−	1 +
18	Oliv. A.	74″ −	80″ −	157″ −	− + −	13	6	12	15	37	15″−		3	−	−	1 +
19	Oj. R.	33″ −	43″ −	24″ −	+ − +	12	6	10	8	27	3″+		4	−	−	0 −
20	Ric. G	60″ +	19″ +	96″ −	+ − +	16	6	12	70	34	2″+		4.5	+	−	1 +
21	Ro. R.	117″ −	58″ −	106″ +	− + −	13	7	12	42	?	3″+		4	−	−	1 +
22	Schus. S	60″ +	35″ −	103″ −	+ − +	16.7	8	12	100	100	2″+	15″−	4.5	−	+	1 +
23	Ver. R.	40″ +	32″ −	92″ −	+ − +	15	6	12	66	40			3	−	−	1 +

CUADRO N° 7

N° de orden	3er Grado superior	Edad	Contar	Lectura de 4 números	Reproducción auditiva de los números				Reproducción visiva de los números.	Cálculo mental			Operaciones		
			I	II	III		IV		V	VI	VII				
	VARONES		"			"		"			1a	2a			
1	Cal. L....	12	34 24	+ + — — 33	—	9	937437	7	0.683407	5 +	22 —	10 —	38 —	10 +	85 +
2	Cal. P....	11	36 22	+ + + + 22	—	16	+	6	0.685507	10 +	∞	11 —	33 +	68 —	69 —
3	Gil M....	13	31 23	+ — — — 50	+	8	937437	5	0.684507	5 +	20 —	∞	40 +	37 —	152 —
4	Jof. T...	14	31 15	+ + + — 21	+	8	835437	8	0.684507	9 +	15 —	15 —	29 +	32 +	165 —
5	Mer. V...	10	37 23	+ + + — 30	+	7	937437	10	0.685704	14 +	14 +		37 +	19 +	52 +
6	Mar. J....	10	32 17	+ + + + 17	+	10	937437	10	+	3 +	14 +		24 —	22 +	77 +
7	Res. J....	13	32 14	+ + + + 21	+	9	+	7	0.68407	7 +	21 +		36 +	18 +	61 —
8	Sil. H....	13	32 20	+ + — — 18	+	7	947437	10	0.68704	7 +	10 +		56 —	71 —	89 +
9	Mir. F. ..	12	29 17	+ + + — 35	—	7	9300427	8	0.648504	12 —	13 —	14 —	58 +	43 —	120 —
	NIÑAS														
10	Alv. C....	12	36 20	+ + + + 15	+	5	934937	8	0.645407	6 +	12 +		35 +	42 +	42 +
11	Barr. E..	11	32 25	+ + + — 35	+	7	+	6	0685407	15 +	12 —	10 —	32 —	43 —	47 +
12	Barr. L...	12	32 19	— — — — 18	—	8	957937	6	6854504	10 —	11 —	22 —	64	34 +	143 —
13	Cav. A...	12	34 17	+ + + — 35	+	9	937437	10	0.786427	13 +	15 +		42 +	52 +	112 —
14	D. C. E..	13	31 18	+ + + + 39	+	8	937437	7	+	5 +	11 +		30 +	35 +	60 —

15	Esp. J....	12	32 19	− − + −	47	+	6	937927	14	0.658047	15 +	20 −	19 −	43 +	41 −	120 −
16	Gon. T...	12	31 22	+ + + +	18	+	10	937437	5	+	7 +	13 −	14 +	32 +	22 +	71 +
17	Garr. L..	14	32 20	− + + −	43	−	7	934947	6	+	14 +	16 +		72 −	114 −	145 −
18	Gua. B...	15	33 18	+ + + −	29	+	6	937437	7	+	5 +	13 −	13 −	39 −	29 −	75 +
19	Iba M....	14	31 21	+ + + +	20	−	10	937437	6	+	5 +	13 −	14 +	38 +	40 +	109 +
20	Larr. D..	14	32 14	+ + + −	110	−	6	935937	4	+	3 +	11 +		22 +	30 +	72 −
21	Mar. A...	15	32 15	+ + + +	22	−	23	+	10	0.645.450	7 +	∞	20 −	48 +	30 −	95 +
22	Oli. E....	12	32 15	+ + + −	21	−	12	937437	6	0685047	8 +	12 +		50 +	40 −	65 −
23	Ort. T...	12	32 18	+ + − −	22	+	18	934937	6	0.68407	5 +	13 −	21 +	84 −	45 −	75 −
24	Pir. E....	15	31 19	+ + + +	28	−	8	937437	9	+	5 +	22 −	10 +	32 +	59 +	81 −
25	Ross. C .	11	32 23	+ + − −	40	−	8	937437	7		15 −	10 −	21 −	75 +	25 −	145 −
26	Russ M...	15	32 21	+ + + −	38	−	7	937937	6	0.68.7405	3 +	11 −	10 +	36 +	37 −	88 −
27	Test. R...	12		+ + + +	8	+	8	+	7	+	3 +	12 +		18 +	20 +	35 +
28	Tob. N...	12	32 18	+ + + +	11	−	9	+	9	+	10 −	17 −	29 −	71 −	61 −	145 −
29	Vier. J...	11	32 22	+ + + +	11	−	8	+	6	+	2 +	8 +		55 +	23 +	59 +
30	War. E..	12	31 14	+ + − −	25	−	10	974937	19	0.645801	6 −	21 +		53 +	33 −	57 +
31	Mar. C...	12	36 25	+ + + +	17	+	20	934937	14	+	4 +	20 −	41 −	47 +	69 −	70 −
32	Rea. A...	13	32 20	+ + + +	39	+	15	937940	12	+	2 +	13 −	10 −	37 −	25 +	50 −
33	Ara I....	11	32 19	+ + + +	18	−	10	937437	7	+	6 +	∞	16 −	58 +	51 −	120 −
34	De M. A..	10	33 28	+ + + +	16	+	8	937437	6	+	2 +	9 +		31 −	25 +	50 +
35	Ibarra....							935937	4	0.865407						
36	Alv. Est..									065074						

CUADRO Nº 8

Nº de orden	Alumnos de 3er grado superior	Comparación visiva	Reproducción visiva de líneas.	Apreciación de extensión lineal		Apre'ción de extensión superficial.	Apre'ción de extensión volumétrica.	Comparación á término fijo		Aptitud intelectual. Clasificación.			
	VARONES	Exp. XI	XIII	XIV		XV	XVI	XVII		A	XVIII	XIX	XX
				1ª	2ª			1ª	2ª				
1	Calv. L.	+ — +	16.1	7	14	100	180	2″+	7″—	1	—	—	2 +
2	Calv. P.	+ + +	15	11	25	53	24	4″+	3″—	2	—	—	3 +
3	Gilar. M.	+ + +	17.5					5″—		1	—	—	1 —
4	Jofr. T.	+ + +	16.5	7.5	14.3	40	76	5″—		3.5	—	+	7 +
5	Merc. C.	— + —	16	6	12	?	?	8″+		5	—	—	3 —
6	Marin J. J.	+ — +	15.5	6	15	60	72	2″+	2″—	4.5	+	—	3 +
7	Resp. J.	+ — +	17.3	8	16	40	189	10″—		3	—	—	1 +
8	Silva H.	+ — +	16.5	6	20	50	86	5″+	2″—	4	—	—	1 +
9	Mirand. S.	+ — +	16.5	8	20	16	40	3″+	5″—	0	-	—	2 +
	NIÑAS												
10	Alovi O.	+ — +	16.3	10	25	40	28	45″+	13″+	4	+	—	1 +
11	Barr. E.	— + +	14.1	20	45	200	25	4″+	4″—	2.5	—	+	2 —
12	Barr. L.	+ + +	15.2	6	12	100	20	2″+	4″—	4	—	—	4 +
13	Caval. A.	— + +	18.4	10	20	20	21	10″+	7″—	3.5	—	+	2 +

15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		2	—	+	0 —
16	Gonz. T.	+ + +	14.5	6	12	24	106	6″+	7″—	4	—	—	2 +
17	Garrah. D.	+ — +	15.1	8	15	50	30	10″—		0	—	—	1 +
18	Guan. B.	+ + +	16.1	6	11	150	28	3″+	5″—	3.5	—	—	2 +
19	Ibarz. M.	+ — +	15.5	7	15	80	20	12″+	4″—	3.5	—	—	2 +
20	Larros. D.	+ — +	17.9	5	10	55	21	8″—	7″—	3.5	—	—	2 +
21	Martin. A	+ — +	19.9	15	25	30	15	3″+	5″—	0	—	+	1 +
22	Oliv. E.	+ — +	15.9	10	20	50	100	3″+	3″—	3.5	—	—	4 +
23	Orti. T.	+ — +	15.1	5	10	210	25	3″+	5″—	3	—	—	2 +
24	Pir. E.	+ — +	16.5	10	15	100	50	35″+	5″—	4	—	—	1 +
25	Ross. C.	+ + +	15.5	5	7	9	6	4″+	2″—	2	—	—	0 —
26	Russe. M.	+ — +	17.5	7	12	150	28	4″—	4″—	1.5	—	—	0 —
27	Testt. R.	+ — +	17	6	11	60	50	2″+	8″+	4.5	—	—	1 +
28	Tobe. V.	+ — —	16.7	10	?	72	6	4″—		0	—	+	1 +
29	Vier. J.	+ + +	16.5	2	3.5	11	30	2″+	10″+	5	—	—	1 +
30	War. E.	+ — +	17.9	7	14	49	28	5″+	2″—	1	—	—	1 +
31	Mart. C.	+ + +	15.5	9	11	60	80			3.5		—	3 +
32	Real. A.	+ — +	16					3″+	8″—	2	+	—	1 +
33	Aran. I.	+ — +	20.5	?	?!	150	18	5″+	6″+	3	—	—	
34	De M. A.	+ + +	29	6	12	40	25	1″+	65″+	5	—	+	6 +
35	Ibarr. R			10	20	50	40				—	—	

CUADRO Nº 9

Nº de Orden	4º Grado	Edad	Contar	Lectura de 4 números	Identificación auditiva de los números		Identificación visiva de los números	Cálculo mental			Operaciones		
	VARONES		I	II	IV		V	VI	VII		VIII	IX	X
									1ª	2ª	+	—	×
1	Bal R.	13	32 13	+ + + + 18	937497	6	+	3 +	32 —	36 —	23 +	10 +	27 +
2	Baf. M.	13	31 16	+ + + + 25	937917	9	0.685408	4 +	23 —	23 —	31 +	20 +	47 +
3	Cam. C.	11	32 15	+ + + + 19	+	6	0685407	7 +	28 —	28 —	43 +	26 +	61 —
4	Egu. A.	13	31 18	+ + + — 30	+	6	+	55 +	25 —	∞	33 —	27 —	48 —
5	Ferr. L.	12	32 15	+ + + + 21	+	6	60504	22 +	20 —	30 —	29 +	129 +	71 +
6	Gra. B.	14	31 14	+ + + + 21	+	6	0.685607	4 +	25 —	35 —	50 —	15 +	49 +
7	Man. F.	12		+ + + + 17	+	5		5 +	∞	∞	42 +	18 +	68 +
8	Men. F.	12		+ + + + 29	+	5	+	3 +	19 —	19 +	39 —	13 —	42 —
9	Men. T.	11	32 20	+ + + + 16	937437	11		3 +	9 +		29 —	15 +	58 +
10	Rod. L.	12	33 19	+ + + + 34	937437	11	0.685704	19 +	24 —	25 —	25 —	21 —	47 +
11	Sar. R.	13	33 21	+ + + + 18	947937	7	+	7 +	16 —	23 —	16 —	33 +	58 —
12	Que R.	15	31 14	+ + + + 19	937497	12	0.604607	15 +	18 —	21 —	90 +	45 +	78 —
13	Pol. J.	14	31 13	+ + + — 18	+	6	0 685607	3 +	20 +	20 —	19 +	25 +	50 +

14	Abd. M..........	13	30 18	+ + + + 26	+	7	+	4 +	19 —	20 —	29 —	28 —	19 —
15	Ari. M...........	13	31 20	+ + + + 20	937947	11	0685464	9 +	∞	50 —	73 +	50 +	143 —
16	Cal. C...........	13	31 26	+ + — — 83	+	6.5	0.685488	11 +	26 +		50 —	41 —	116 —
17	Calv. A..........	13	31 15	+ + + + 14	937947	8	0.6582407	6 +	22 —	26 —	44 —	30 —	44 —
18	Carr. J..........	13	31 13	+ + + + 32	937437	5.6	+	3 +	35 —	∞	75 +	171 —	138 —
19	Coll. M..........	12	32 18	— + + + 21	+	6.5	+	5 +	22 —	53 —	42 —	28 —	118 —
20	Sil. L............	12	37 20	— — + — 33	937437	16	+	6 +	20 —	23 —	65 —	31 —	68 —
21	Gal. A...........	14	31 19	+ — + — 17	943937	6	0.687402	7 +	25 —	28 —	39 —	40 +	111 —
22	Gar. A...........	15	31 15	+ + + — 18	937937	12	+	2 +	19 —	25 —	33 +	28 +	135 —
23	Lan. E...........	15	32 17	+ + — — 22	937937	6.5	0.6585407	3 +	18 —	20 —	30 —	32 +	78 —
24	Mar. T...........	16	30 14	+ + + — 26	+	5		11 —	16 —	25 —	37 —	25 —	43 —
25	Mig. S...........	13	36 20	+ + + + 17	941937	8.5	+	6 +	∞	25 —	53 —	12 +	55 +
26	Rey. M...........	12	30 16	+ + + + 25	+	4.5	+	3 +	22 —	27 —	50 +	60 —	68 +
27	Rui. E...........	11	32 25	+ + + + 17.5	+	6	+	3 +	∞	27 —	43 —	35 +	88 +
28	Sil. M. S..........	12	32 19	+ + + + 13	937927	13	+	2.5 +	∞	∞	33 +	60 +	70 +
29	Sil. S. E..........	13		+ + + — 31	+	7		12 +	∞	22 —	43 +	33 —	101 +
30	Sarr. M..........	14	32 13	+ + + — 48	937437	6	+	5 +	∞	19 +	23 +	19 +	80 +
31	Unc. H...........	13	31 18	+ + + + 15	935937	6	0.687407	4 +	∞	19 —	25 +	45 —	108 —
32	Vas. M...........	11	29 13	+ + + + 25	927437	7	+	45 —	∞	35 —	78 —	48 —	65 —
33	Vid. M...........	14	34 23	+ + + + 33	930437	8	+	18 —	∞	18 —	62 —	60 —	105 —
34	Vid. I............	12	32 16	+ + + + 18	+	16	+	9 +	22 —	∞	37 +	25 —	58 —

CUADRO N° 10

N° de orden	ALUMNOS DE 4° GRADO	Comparación visiva	Reproducción visiva de líneas.	Apreciación de extensión lineal		Apre'ción de extensión superficial.	Apre'ción de extensión volumétrica.	Comparación á término fijo		Aptitud intelectual. Clasificación.			
	VARONES	Exp. XI	XIII	XIV 1ª	XIV 2ª	XV	XVI	XVII 1ª	XVII 2ª	A	XVIII	XIX	XX
1	Bal. R.	+ — +	14.5	6	12	104	80	60″+	2″—	4	—	+	1 +
2	Baf. M.	+ — +	19.4	7	14	32	40	2″+	4″—	3.5	—	+	1 +
3	Camb. C.	+ — +	15.2	6	12	26	24	12″—	4″+	4	—	+	3 —
4	Egur. R.	— — +	17.1	7	12	104	20	6″—	7″—	2	—	—	1 +
5	Ferr. L.	+ + +	13	6	12	100	50	8″+	8″—	2	—	+	2 —
6	Graff. B.	+ — +	13.9	6	12	25	48	7″—	10″+	3	+	—	1 +
7	Manz. F.	+ + +	16.9	10	15	91	128	2″—	11″—	2	+	+	2 +
8	Meni F.	+ — +	19.5	7	13	224	72	5″+		4	—	+	2 +
9	Meni. T.	+ — +	15	6	12	104	84	1″+		4	—	+	1 +
10	Rodri L.	+ — +	17.7	6	12	84	84	2″+	5″—	1	+	+	1 +
11	Sarm. R.	+ + +	14.5	6	13	49	80	3″+	6″—	3	—	+	1 +
12	Guev. R.	+ — +	14.2	8	16	96	48	6″+	6″—	4	—	+	1 +
13	Polach. J.	+ + +	17.5	6	12	124	96	3″+	8″—	4	—	+	2 +
	NIÑAS												
14	Ald. M.	+ — +	16.8	5	10	50	38	3″—		3.5	—	—	1 +

15	Arien M.	+ + +	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	+	1 —
16	Calde. C.	+ — +	13.5	6	13	224	73	5″+	3″—	1	—	—	1 +
17	Calv. A.	+ — +	17.7	6	12	100	50	2″+	7″+	3.5	—	—	2 —
18	Carr. J.	+ — +	15.9	6	12	36	30	2″—		4	—	+	3 +
19	Collaz M.	+ + +	17.9	6	12	?	?	5″—		3	—	+	1 +
20	Filip. L.	+ — +	15.5	6	12	30	80	5″—		2	—	+	1 —
21	Galist A.	+ + +	16	5	11.5	66	50	5″+	3″—	4	—	+	1 +
22	Garib. R.	+ + +	16	6	14	84	96	8″—		4	—	+	1 +
23	Land. E.	+ — +	19	10	15	30	30	2″+	3″—	4.5	—	—	1 +
24	Marg. T.	+ + +	16	7	12	100	50	4″+	4″—	3	—	+	1 +
25	Mig. S.	+ — —	15	4	8	100	30	4″+	6″—	3	—		1 +
26	Rey. M.	+ — +	16.7	6	12	66	24	7″—	5″—	4	+	+	1 —
27	Rui. E.	+ + +	16	6	12	104	84	2″+	3″+	3.5	—	+	1 +
28	Silv. S.	+ + +	18.1	6	12	102	60	5″—	3″—	4	+	+	1 +
29	Silv. S. E.	+ — +	16	7	12	29	20	10″+	2″—	2	—		1 +
30	Sarr. M.	+ — +	16.7	7	12	38	20	2″+	3″—	5	—	+	3 +
31	Unc. H.	+ — +	14	6	12	100	21	4″—		3	—	—	1 +
32	Varg. M	+ — +	21	6	12	24	24	7″—		2.5	—	+	1 +
33	Vid. M.	— — —	16	6	10	58	150	7″—		0	—	+	1 +
34	Vil. Y.	— — +	15.3	6	12	80	60	3″+	4″—	4	—	+	3 +
35	Mir. M.			6	11	30	20						

CUADRO Nº 11

Nº de orden	5º Grado	Edad	Contar	Lectura de 4 números		Reproducción auditiva de los números		Reproducción visiva de los números	Cálculo mental			Operaciones		
	VARONES		I	II		IV	"	V	VI	VII 1ª	VII 2ª	VIII +	IX —	X ×
1	Camp. S.	13	34 19	+ + + +	15	+	5	+	3 +	20 +		20 +	8 +	55 +
2	Mar. F.	15	34 16	+ + + +	10	934927	5.4	0685407	3 +	25 +		16 +	15 +	77 +
3	Rei. J.	12	33 22	+ + + +	20	+	9	0685407	5 +	18 +		27 +	23 +	68 +
4	Pic. P.	12	34 20	+ + + +	16	934927	4	+	3 +	∞	18 +	15 +	14 +	45 +
5	Pei. A.	15	31 19	— + + +	29	+	5	+	4.7 +	∞	∞	27 —	23 +	68 +
6	Mar. N.	15	31 22	+ + + +	40	934937	7	+	16 +	22 +		26 +	42 +	112 —
7	Tro. F.	13		+ + + +	23	934927	6	0685704	10 +	∞	∞	61 —	50 +	116 —
	NIÑAS													
8	Alm. C.	14		+ + + —	44	937437	13	0.485406	30 +	∞	25 —	44 —	37 +	137 —
9	Alo. B.	13	33 23	+ + + +	31	937437	10	+	14 +	24 —	20 —	68 —	38 —	165 —
10	Alm. G.	15	33 21	+ + — —	30	937437		+	15 +	20 —	17 —	28 —	41 —	86 —
11	Bag. M.	14		+ + + +	30	+	7	685407	14 +	17 +		30 —	34 —	76 +
12	Cal. S.	15		+ + + +	30	+	7	+	9 +	16 —	16 —	23 —	25 +	80 —
13	Cir. M. E.	14		+ + + +	16	937437	7		4 +	16 —	21 +	35 —	20 +	80 +
14	Cas. F. M.	15		+ + + +	14.5	+	5	+	3.5 +	19 —	16 +	15 +	9 +	36 +

16	Dep. F.	[illegible]	31 22	+ + + +	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	20 —	[illegible]	21 +	88 +
17	Fer. J.	13	34 14	+ + + +	20	937425	8	+	32 +	18 —	19 —	31 +	21 —	67 +
18	Fern. C.	15	31 19	+ + + +	15	937947	9	+	3 +	16 +		22 +	14 +	74 +
19	Dem. A.	16	32 16	+ + + +	21	+	7	+	4 +	17 +		25 +	21 +	67 +
20	Gill. A.	15	32 20	+ + + +	21	+	4	0.685704	17 +	∞	23 —	28 +	16 —	85 —
21	Krn. Y.	14	31 25	+ + + +	9	934937	7	+	12 —	21 +		29 —	17 +	54 +
22	Lal. C.	15	31 21	+ + + +	17	+	7	+	4 +	21 —	21 —	25 +	23 —	88 +
23	Las. A.	12	31 19	+ + + +	15	+	7	+	17 +	∞	22 —	35 +	19 —	73 +
24	Mus. J.	13	32 17	+ + + —	14	937927	6	+	4 +	32 —	16 —	45 +	8 —	78 —
25	Mar. M. L.	14	31 13	+ + + —	45	937437	6	+	21 +	∞	20 +	27 +	20 +	54 +
26	Masc. A.	14	32 21	+ + + —	17	934437	7	+	16 +	22 —	21 +	27 —	20 —	114 +
27	Ora V.	16	31 17	+ + + +	27	937437	8	0.685607	45 +	∞	26 +	38 —	31 —	111 —
28	Pol. S.	12	31 13	+ + + —	19	937927	6	0.685587	3 +	23 —	24 —	26 —	30 +	74 —
29	Rod. J.	13	31 20	+ + + —	39	+	8	+	4 +	20 —	24 —	36 +	17 +	106 —
30	San. A.	15	30 16	+ + + —	31	937437	13	+	8 +	19 +		27 —	38 +	94 —
31	Sang. T.	15	31 15	— + — —	40	939427	7	0.6854	50 —	17 —	20 —	24 —	24 —	199 —
32	Tim. R.	16	36 22	+ + + +	13	934937	7	+	4 +	∞	20 —	23 —	19 +	58 +
33	Tim. C.	15	31 18	+ + + +	15	97427	8	0685807	25 —	∞	38 —	32 +	11 +	57 +
34	D. T. F	12	31 13	+ + + —	28	+	55	+	9 +	∞	32 —	37 +	35 —	84 —
35	San. S.	14	34 26	+ + + +	23	+	7	+	15 +	∞	22 —	46 —	26 +	125 +
36	Dub. M. T.	14	35 18	+ + + +	12	924437	8	+	3 +	∞	22 —	24 +	20 —	64 +

CUADRO Nº 12

Nº de orden	Alumnos de 5º grado	Comparación visiva	Comparación auditiva	Reproducción visiva de líneas	Apreciación de extensión lineal		Apre'ción de extensión superficial	Apre'ción de extensión volumétrica	Comparación á término fijo		Aptitud intelectual. Clasificación			Número de prop combinadas
	VARONES	Exp. XI	XII	XIII	XIV 1ª	XIV 2ª	XV	XVI	XVII 1ª	XVII 2ª	A	XVIII	XIX	XX
1	Camp. S.	+ + +	+	14.6	5	15	54	244	14″+	3″—	4.5	+	—	2 +
2	Marg. F.	— + +	—	16.5	6	11	98	60	10″—		4.5	+	+	2 +
3	Rey. J.	+ + +	—	13	4	9	66	54	7″—		2.5	+	+	2 +
4	Picc. P.	— + —	—	16.5	5,25	12	105	55	6″+	120″—	4.5	+	+	6 +
5	Peir A.	+ — +	—	18.7	4,5	12,5	18	72	8″—	68″—	2	—	+	7 +
6	Marti N.	— + —	—	16.8	10	15	60	100	33″+	10″—	3	+	+	1 +
7	Tron F.	+ + +	+	19.4	6	12	?	96	12″+	7″+	0	+	—	1 +
	NIÑAS													
8	Almey. C.	+ — +	—	22.7	6	10	50	40	7″+	46″+	0		—	1 +
9	Alov. B.	— + +	+	22	10	16	18	20	9″+	12″—	2	+	—	3 +
10	Ahum. G.	+ — +	—	21.3	6	12	24	40	4″+	2″—	3	+	—	5 +
11	Bag. M.	+ + +	—		7	10	70	300	3″+	2″—	4	+	—	1 +
12	Cald. S.	+ + +	—	16.4	5	10	34	32	10″—	27″—	3.5	+	—	3 +
13	Cir. M. E.	+ — +	—	16.5	6	12	63	18	4″—		3	+	—	3 +

16	Dip. F........	+ + +	−		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		4	+	−	3 +
17	Ferio. J..	+ + +	+	18	6	12	100	20	4″+	7″−	4	−	−	0 −
18	Fernar. C.	+ − +	−	19.1	6.5	12	85	15	8″−		4	+	−	3 +
19	Demar. A.......	+ − +	−	17.1	6	12	225	250	3″+	5″+	5	+	+	6 +
20	Gillard. A......	+ + +	−	14.5	6	12	29	48	4″+	5″−	3	+	−	4 +
21	Krnes. I........	+ − −	−	18	6.5	12	30	24	3″−		3.5	−	−	1 +
22	Lab. C.	+ + +	−	21	6	12	50	50	5″−		3	−	−	1 −
23	Last. A..........	+ + +	−	17.6					4″−		2	−	−	
24	Musc. J.	+ + +	+	16.8	6	12	38	20	2″−		3	+	−	3 −
25	Maris. M. L.	+ − +	−	18.8	6	12	48	64	3″+	2″+	2.5	−	−	3 +
26	Marc. A....	+ + −	−	21.7	6	12	50	50	3″−	4″−	1	−	+	4 +
27	Ora. A....	+ + +	−	17.1	5.5	12	8	40	12″−		4	+	−	3 +
28	Pola. S.........	+ − +	−	17.5	6	12	40	27	4″−		2	−	−	3 +
29	Rodri. J........	+ + +	−	16	9	18	56	48	3″+	4″−	3.5	+	+	3 +
30	Sanch. A.......	+ + +	+	16.2					32″+	10″−	1	−	−	
31	Sang. T........	− + −	−	15	10	20	18	?	2″−	5″−	0	+	−	4 +
32	Tim. R.........	+ + +	+	17.3	6	13	80	40	13″+	5″−	3	−	+	1 +
33	Tim. C.........	+ + +	+	16.4	6	12	40	30	2″−		4	+	+	3 +
34	Di. T. F	+ + +	+	17.1	6	12	34	26	12″+	9″−	4	−	−	2 −
35	San. S..	+ + +	−	15.3	6	12	18	73	14″−		1	−	+	0 −
36	Dubar. M. T....	+ + +	−	17	6	12	20	42	2″+	7″+	3.5	+	−	1 +

CUADRO Nº 13

Nº de Orden	6º Grado	Edad	Contar		Lectura de 4 números		Reproducción auditiva de los números				Reproducción visiva de los números	Cálculo mental			Operaciones		
	VARONES		I		II		III	"	IV	"	V	VI	VII 1ª	VII 2ª	VIII +	IX −	X ×
1	Leg. F.	18	31	11	+ + + −	19	+	12	+	3	+	14 +	17 −	16 −	32 +	9,5 +	88 +
2	Esp. R.....	14	31	14	+ + + +	12	−	70	+	5	+	6 +	17 −	∞	26 +	20 +	57 −
3	Lom. A.....	18	32	17	+ + + −	17	−	6	+	4	+	4 +	∞	22 −	18 +	12 +	58 +
4	Sil. J. P....	15	32	14	+ + + +	24	+	8	+	5	+	7 +	22 −	20 −	29 +	17 −	87 −
5	Bri H.	12	34	17	+ + + +	13	+	5,6	+	4	0685407	2,8 +	17 −	16 +	15 +	11 +	43 +
6	Las. R......	15	32	17	+ + + −	14	+	10	+	6.8	0685407	3 +	∞	26 −	21 −	12 −	76 −
7	Camp. J. C.	13	34	16	+ + + +	11	+	8	+	6	+	3 +	17 −	18 −	26 +	21 +	79 +
8	Rei. R......	16	32	18	+ + + +	14	+	6	+	5	+	3 +	17 +		21 −	10 +	61 +
9	Vas. A.....	16	32	16	+ + + +	15	+	6	937437	6	+	4,5 +	17 +		21 +	21 +	183 +
	NIÑAS																
10	Ima A.	15	31	29	+ + − +	18	−	31	+	4,8	+	4 +	18 +		38 +	17 +	77 +
11	Esp. H.....	14	32	13	+ + + +	15	−	6	+	4,6	+	11 +	23 −	24 −	37 +	30 −	111 −
12	Cab. O.	15	33	19	+ + − −	31	−	16	+	7	0,605407	4,5 +	35 −	32 −	25 −	36 −	91 −
13	Cro. E.....	13	29	19	+ + + +	9	+	7	+	3	+	3 +	17 −	18 +	22 +	27 +	58 +
14	Carr. A. ..	16	34	24	+ + + −	23	−	6	+	5	+	8 +	∞	∞	40 −	11 −	90 −
15	Fas. C......	16	34	24	+ + + +	22	−	7,5	937437	4	+	5 +	31 +		25 +	15 +	70 −
16	Bro. E.....	14	29	24	+ + − −	75	−	16	934947	5	+	10 +	∞	26 −	65 +	33 −	136 −
17	Mor. M. ..	13	32	18	+ + + +	11	+	10	947427	6	+	3,8 +	21 +		18 +	9 +	50 +
18	Oli. G.	15	40	39	+ + + +	45	−	8	+	6	+	35 +	18 +		34 −	18 +	78 +
19	Par. B.... .	15	32	17	+ + + +	10	+	9	+	5	+	4 +	20 +		20 +	15 −	59 +
20	Pal. J.	17	31	21	+ + + +	25	−	8	+	5	+	6 +	23 −	∞	22 −	28 −	64 +
21	De los S. A..	17	32	23	+ + + −	32	−	6	937947	5	+	7 −	35 −	22 −	84 −	56 −	164 −
22	Bar. M.	15	34	18	+ + + +	15	+	4	+	4,5	+	5 +	40 −	∞	29 −	19 +	61 +
23	Vier. R. ...	16	30	16	+ + + +	18	−	8	+	6	+	23 −	16 −	17 −	27 +	31 +	61 +
24	Sir. A.	17	34	25	+ + + +	22	+	7	937937	6		45 +	17 −	20 −	22 +	16 −	75 −
25	Call. T....	16	28	17	+ + + +	14	−	7	+	4	+	5,5 +	16 −	18 −	17 −	23 +	90 −
26	Cal. L.....	17	32	20	+ + + +	18	−	22	+	6	+	4 +	22 −	18 +	24 +	31 −	68 +
27	Gar. R. ...										+						
28	Luc. A.										+						
29	[illegible]										+						

CUADRO N° 14

Nº DE ORDEN	ALUMNOS DE 6º GRADO	Compara- ción visiva	Compa- ración auditiva	Reproducción visiva de lí- neas.	Apreciación de extensión lineal		Apre'ción de extensión su- perficial.	Apre'ción de extensión vo- lumétrica.	Comparación á término fijo		Aptitud inte- lectual. Cla- sificación.			Número de prop combina- das
	VARONES	Exp. XI	XII	XIII	XIV 1ª	2ª	XV	XVI	XVII 1ª	2ª	A	XVIII	XIX	XX
1	Fcs. L..........	+ — +	—	14.5	5,5	?	41	30	2″+	2″+	3.5	—	+	2 +
2	Esp. R.........	+ + +	+	14.5	6	12	60	50	2″+	2″—	2.5	+	+	4 +
3	Lomb. A.	+ — +	+	16.5	6	12	150	50	12″+	3″—	3.5	+	+	3 +
4	Silv. J. P.......	+ + +	—	16.2	6	12	96	80	17″—		3	—	—	3 +
5	Brio. H.........	+ + +	—	16.9	6	12	68	72	2″+	15″+	5	+	—	7 +
6	Last. R.........	+ + +	+	17	6	14	70	30	7″+	3″+	3.5	+	+	4 —
7	Cam. J. C......	+ + +	+	14.9	6	12	72	?	4″+	4″+	3.5	+	—	3 +
8	Rein. R.........	+ + +	+	16.7	6	12	72	25	6″+	3″+	4	+	+	4 +
9	Vasq. A.........	+ + +	—	18							4.5	+	—	5 +
	NIÑAS													
10	Ym. An.......	+ + +	+	16	6	12	84	49	35″—		4.5	+	—	3 +
11	Esp. H.........	+ — +	—	16.4	6	12	50	30	3″+	3″—	1	—	—	1 +
12	Calv. O.........	+ + +	+	13.5	6	12	40	30	5″+	4″+	1	—	—	1 +
13	Crott. E........	+ + —	+	17.7	6	12	22	40	2″+	2″—	4	+	—	6 +
14	Carri. A.	+ + +	+	20	6	12	100	22	10″+	6″—	2	+	—	3 +
15	Fasan. C.	+ + +	—	16.5	5,5	12,5	90	?	27″—	6″—	0	+	—	0 —
16	Brog. E........	+ + +	—	15.7	5	10	19	30	23″—	30″—	1	+	—	3 +
17	More. M........	— — +	—	22.9	6	12	86	36	1″+	3″—	4	+	+	2 +
18	Oliv. G.........	+ — +	—	20	7	9	25	50	6″+	3.″5—	2.5	+	—	1 +
19	Parod. B.	+ + +	—	16.7	6	12	100	20	3″+	4″—	5	+	—	3 +
20	Palav. J........	+ — +	—	18.4	6	10	14	46	4″+	3″—	3	+	—	1 +
21	De los S. A.....	+ — +	+	15.1	7	30	6	150	3″+	5″—	1	+	+	1 +
22	Barbag. M... ...	+ — +	—	16.7	5	12	85	50	35″—		5	+	—	1 +
23	Vier. R.........	+ + +	—	16.5	7	15	16	55	15″+	2″—	4.5	+	+	3 +
24	Sir. A..........	+ + +	—	17.9					3″+	3″—	1		—	
25	Call. T........	+ + +	+	19.4	7	14	12	70	4″—	3″—	0	+	—	1 +
26	Cald. L........	+ + +	+	15.7	6	14	26	40	9″+	6″—	1	—	—	2 +
27	Iturr. A.				7	15	13	126			1			
28	Dup. M.........				6	13	84	80			2	+	—	1 +
29	Luc. A.........				6	12	140	27			4	+	+	3 +

CUADRO Nº 15

Alumnos más inteligentes de la escuela — Varones (tres de cada grado)

GRADOS	Edad	Contar	Lectura de 4 números	R. aud.	R. vis.	Cálc. mental		Operaciones			Comp. vis.	R. de línea	EXTENSIÓN Lin.	EXTENSIÓN Sup.	EXTENSIÓN Vol.	C. á t. fijo
		I	II	IV	V	VI	VII 1ª	VIII	IX	X	XI	XIII	XIV	XV	XVI	XII
		"	"			"	Tabla	"	"	"			2ª			1ª
1er Grado																
C........	7	34 75	+ + + + 12	+ 4	—	— 14		+ 42	— 30		— + +	14	11	8	4	— 3
R........	7	34 33	+ — + — 19	+ 5	+	+ 12		+ 67	+ 33		+ + —	17	11	38	27	+ 2
Ar.......	8	38 37	— + + — 15	+ 4	+	+ 11	— 35	+ 64	— 17		— — —	16	15	60	80	+ 1
2º Grado																
Cr.	9	37 29	+ + + — 12	+ 7	—	+ 18	+ 14	+ 42	+ 27	+ 97	+ + +	14	14	150	?	+ 1
Jo.	9	33 18	+ + + + 35	+ 8	—	+ 9	+ 12	+ 51	— 26	+ 64	+ — —	23	20	56	99	+ 1
Cr.	11	34 33	+ + — — 30	— 7	—	+ 18	+ 11	+ 34	+185	- 44	— + +	16	12	100	100	+ 12
3er Gr. I.																
Ze.......	11	31 16	+ + + + 15	— 16	—	— 4	— 35	+ 66	+ 45	—135	— + +	19	12	50	50	+ 5
Va.......	11	32 20	+ — + + 19	+ 8	—	— 10	+ 10	+135	+ 87	- 145	+ — —	20	12	40	59	+ 7
Gr.......	12	32 13	+ + + — 26	— 6	—	+ 5	— 29	+ 34	— 28	— 72	+ + +	17	10	13	72	— 4
3er Gr. S.																
Me.......	10	37 23	+ + + — 30	— 10	—	+ 14	+ 14	+ 37	+ 19	+ 52	— + —	16	12	?	?	— 8
Ma.......	10	32 17	+ + + + 17	— 10	+	+ 3	+ 14	— 24	+ 22	+ 77	+ — +	15	15	60	72	+ 2
Si.......	13	32 20	+ + — — 18	— 10	—	+ 7	+ 10	— 56	— 71	+ 89	+ — +	16	20	50	86	+ 5
4º Grado																
Me	11	32 20	+ + + + 16	— 11	—	+ 3	+ 9	— 29	+ 15	+ 58	+ — +	15	12	104	84	+ 1
B.	13	32 13	+ + + + 18	— 6	+	+ 3	— 32	+ 23	+ 10	+ 27	+ — +	14	12	104	80	+ 60
P.	14	31 13	+ + + — 18	+ 6	—	+ 3	+ 20	+ 19	+ 25	+ 50	+ + +	17	12	124	96	+ 3
5º Grado																
Ca.......	13	34 19	+ + + + 15	+ 5	+	+ 3	+ 20	+ 20	+ 8	+ 55	+ + +	15	15	54	244	+ 14
Pi.......	12	34 20	+ + + + 16	— 4	+	+ 3	∞	+ 15	+ 14	+ 45	— + —	16	12	105	55	+ 6
Ma.......	15	34 16	+ + + + 10	— 5	—	+ 3	+ 25	+ 16	+ 15	+ 77	— + +	16	11	98	60	— 10
6º Grado																
Br.......	12	34 17	+ + + + 13	+ 4	—	+ 3	— 17	+ 15	+ 11	+ 43	+ + +	17	12	68	72	+ 2
R........	16	32 18	+ + + + 14	+ 5	+	+ 3	+ 17	— 21	+ 10	+ 61	+ + +	17	12	72	25	+ 6
V........	16	32 16	+ + + + 15	— 6	+	+ 4	+ 17	+ 21	+ 21	+183	+ + +	18				+ 5

Alumnas más inteligentes de la escuela — Mujeres (tres de cada grado)

GRADOS	Edad	Contar	Lectura de 4 números	R. aud	R. vis.	Cálc. mental		Operaciones			Comp. vis.	R. de línea	EXTENSIÓN Lín.	EXTENSIÓN Sup.	EXTENSIÓN Vol.	C. á t. fijo
		I	II	IV	V	VI	VII 1ª Tabla	VIII "	IX "	X "	XI	XII	XIV 2ª	XV	XVI	XVII 1ª
1er Grado																
C.	7	32 27	— — + — 23	+ 6	+	+ 12	+ 5	+ 43	+ 30		+ + +	14	30	11	8	+ 8
Br.	7	28 28	— + + — 57	+ 8	+	+ 15	+ 5	+ 55	+ 50		+ — +	16	8	36	23	+ 7
Co.	8	35 40	+ — + + 24	+ 6	+	+ 10	+ 19	+ 46	+ 36		+ + +	14	7	8	4	— 4
2º Grado																
M.	8	33 24	+ + + + 20	+ 9	—	+ 10	+ 12	+ 40	+ 71	+106	+ — +	17	16	97	24	+ 2
Ca.	11	34 24	+ + + + 23	— 6	—	+ 12	∞	+ 75	+ 65	+120	+ + +	17	15	13	33	+ 25
C.	10	31 30	+ + + + 17	— 5	—	+ 29	∞	+ 37	+ 62	+125	+ — +	23	8	8	46	— 2
3er Gr. I.																
Pi.	10	31 24	+ + + + 35	— 9	—	+ 5	+ 14	+ 60	+ 19	— 96	+ — +	16	12	70	34	+ 2
S.	11	31 19	+ + + + 13	+ 9	—	+ 9	∞	+ 60	— 35	—103	+ — +	17	12	100	100	+ 2
O.	9	32 23	+ + + + 23	— 8	—	+ 3	— 16	— 33	— 43	— 24	+ — +	12	10	8	27	+ 3
3er Gr. S.																
D.	10	33 28	+ + + + 16	— 6	+	+ 2	+ 9	— 31	+ 25	+ 50	+ + +	19	12	40	25	+ 1
T.	12	31 30	+ + + + 8	+ 7	+	+ 3	+ 12	+ 18	+ 20	+ 35	+ — +	17	11	60	50	+ 2
V.	11	32 22	+ + + + 11	+ 6	+	+ 2	+ 8	+ 55	+ 23	+ 59	+ + +	16	3	11	30	+ 2
4º Grado																
Sa.	14	32 13	+ + + — 48	— 6	+	+ 5	∞	+ 23	+ 19	+ 80	+ — +	17	12	38	20	+ 2
L.	15	32 17	+ + — — 22	— 6	—	+ 3	— 18	— 30	+ 32	— 78	+ — +	19	15	30	30	+ 2
V.	12	32 16	+ + + + 18	+ 16	+	+ 9	— 22	+ 37	— 25	— 58	— — +	15	12	80	60	+ 3
5º Grado																
D.	16	32 16	+ + + + 21	+ 7	+	+ 4	+ 17	+ 25	+ 21	+ 67	+ — +	17	12	225	250	+ 3
De.	13	31 22	+ + + + 20	— 8	-	+ 3	— 20	+ 38	+ 21	+ 88	+ + +	18	14	50	96	— 5
C.	15	31 20	+ + + + 14	+ 5	+	+ 3	— 19	+ 15	+ 9	+ 36	+ — +	17	13	40	72	+ 2
6º Grado																
Pa.	15	32 17	+ + + + 10	+ 5	+	+ 4	+ 20	+ 20	— 15	+ 59	+ + +	17	12	100	20	+ 3
Ba.	15	34 18	+ + + + 15	+ 4	+	+ 5	— 40	— 29	+ 19	+ 61	+ — +	17	12	85	50	— 35
Ir.	15	31 29	+ + — — 18	+ 5	+	+ 4	+ 18	+ 38	+ 17	+ 77	+ + +	16	12	84	49	— 35

CUADRO Nº 17

Alumnos menos inteligentes de la escuela—Varones (tres de cada grado)

GRADOS	Edad	Contar	Lectura de 4 números	R. aud.	R. vis.	Cálc. mental		Operaciones			Comp. vis.	R. de línea	EXTENSIÓN Lin.	EXTENSIÓN Sup.	EXTENSIÓN Vol.	C. á t. fijo
		I	II	IV	V	VI	VII 1ª Tabla	VIII "	IX "	X "	XI	XIII	XIV 2ª	XV	XVI	XII 1ª
1er Grado																Valor y tam. 1ª y 2ª
B........	8	30 53	− − − −115	+ 12	−	∞		−246	− 30		+ + −	15	17	15	20	+ 3
Ca....	8	19 31	− − − − 70	+ 10	−	− 6		− 69	− 56		− − −	12	8	15	20	+ 7
H........	9	33 31	+ + + + 20	+ 5	−	+ 10	∞	+ 65	+ 37		+ − +	13	8	28	20	− 5
2º Grado																
Re........	9	30 16	+ − − − 38	− 19	−	∞	− 15	− 61	− 37	−231	+ + +	20	13	40	80	− 3
Si.	12	31 19	+ + + − 23	− 16	−	+ 10	∞	+ 34	− 42	− 90	+ − +	16	14	?	53	+ 3
E.	10	36 25	+ + + − 27	− 8	−	+ 6	− 11	+ 50	+ 45	103	+ − +	19	9	18	6	+ 2
3er Gr. I.																
Ro........	10	31 22	+ + + + 35	− 10	−	− 29	∞	− 86	− 66	+137	+ − +	19				+ 2
Or........	12	32 23	+ + − − 15	+ 7	−	− 10	− 17	− 36	− 48	− 72	+ − +	16	8	30	20	− 3
Ca........	12	32 20	+ + + − 49	− 8	−	− 6	∞	− 79	− 66	+ 94	− + +	15	9	50	60	+ 8
3er Gr. S.																
Me........	12	29 17	+ + + − 35	− 8	−	− 12	− 13	+ 58	− 43	−120	+ − +	16	20	16	40	+ 3
C........	12	34 24	+ + − − 33	− 7	−	+ 5	− 22	− 38	+ 10	+ 85	+ − +	16	14	100	180	+ 2
Gi........	13	31 23	+ − − − 50	− 5	−	+ 5	− 20	+ 40	− 37	−152	+ + +	17				− 5
4º Grado																
R.	12	33 19	+ + + + 34	− 11	−	+ 19	− 24	− 25	− 21	+ 47	+ − +	18	12	84	84	+ 2
Fi........	12	32 15	+ + + + 27	+ 6	−	+ 22	− 20	+ 29	+129	+ 71	+ + +	13	12	100	50	+ 8
Eg.	13	31 18	+ + + − 30	+ 6	+	+ 55	− 25	− 33	− 27	− 48	− − +	17	12	104	20	− 6
5º Grado																
T........	13	32 20	+ + + + 23	− 6	−	+ 10	∞	− 61	+ 50	−116	+ + +	19	12	?	96	+ 12
P........	15	31 19	− + + + 29	+ 5	+	+ 5	∞	− 27	+ 23	+ 68	+ − +	18	12	18	72	− 8
M........	15	31 22	+ + + + 40	− 7	+	+ 16	+ 22	+ 26	+ 42	−112	− + −	17	15	60	100	+ 33
6º Grado																
E........	14	31 14	+ + + + 12	+ 5	+	+ 6	− 17	+ 26	+ 20	− 57	+ + +	14	12	60	50	− 2
Si........	15	32 14	+ + + + 24	+ 5	+	+ 7	− 22	+ 29	− 17	− 87	+ + +	16	12	96	80	− 17
Lor.......	18	32 17	+ + + − 17	+ 4	+	+ 4	∞	+ 18	+ 12	+ 58	+ − +	16	12	150	50	+ 12

CUADRO Nº 18

Alumnas menos inteligentes de la escuela — Mujeres (tres de cada grado)

GRADOS	Edad	Contar	Lectura de 4 números	R. aud	R. vis.	Cálc. mental		Operaciones			Comp. vis.	R. de línea	EXTENSIÓN			C. á t. fijo
													Lin.	Sup.	Vol.	
		I	II	IV	V	VI	VII 1ª Tabla	VIII "	IX "	X "	XI	XII	XIV 2ª	XV	XVI	XVII 1ª
1er Grado																Valor y tam 1ª y 2ª
Se.	7	14 15	— — — — 55	— 15	∞	— 15	∞	—120	—105	—128	— — —	16	8	15	20	— 2
N.	7	40 60	+ — + — 44	— 33	—	∞	∞	∞	∞	∞	+ — —	13	22	32	95	— 3
Pa.	8	30 37	+ — ∞ — 60	— 17	—	∞	∞	—181	—230	—144	— — +	17	12	15	10	+ 4
2º Grado																
Gr.	11	31 22	+ — — — 95	— 10	+	+ 72	— 11	— 86	— 44	—170	+ — +	16	10	22	24	+ 3
Tu.	10	35 23	— — + —110	— 7	—	— 55	— 20	+ 44	— 35	—162	— + +	17	10	36	30	+ 2
O.	11	33 26	— — — — 47	— 11	+	+ 2	— 13	60	— 43	—135	— — +	15	15	14	100	+ 2
3er Gr. I.																
Ga.	12	35 34	+ + + — 33	— 28	+	— 8	— 14	+107	— 59	—183	+ — +	17	10	52	33	— 4
Me.	12	32 28	+ — + — 21	— 32	+	— 10	∞	—132	—130	—195	+ + —	16	11	100	63	+ 4
Co.	12	32 21	+ + + + 21	— 37	+	+ 9	+ 16	+ 60	+ 45	—103	+ — +	17	12	60	34	— 20
3er Gr. S.																
G.	14	32 20	— + + — 43	— 6	+	+ 14	+ 16	— 72	—114	—145	+ — +	15	15	50	30	— 10
Ma.	15	32 15	+ + + + 22	+ 10	—	+ 7	∞	+ 48	— 30	+ 95	+ — +	20	25	30	15	+ 3
To.	12	32 18	+ + + + 11	+ 9	+	— 10	— 17	— 71	— 61	—145	+ — —	17	?	42	6	— 4
4º Grado																
Vi.	14	34 23	+ + + + 33	— 8	+	— 18	∞	— 62	— 60	—105	— — —	16	10	58	150	— 7
G.	13	31 26	+ + — — 83	+ 6	—	+ 11	+ 26	— 50	— 41	—116	+ — +	13	13	224	73	+ 5
A.	13	31 20	+ + + + 20	— 11	—	+ 9	∞	+ 73	+ 50	—143	+ + +	17	12	?	28	+ 19
5º Grado																
Sa.	15	31 15	— + — — 40	— 7	—	— 50	— 17	— 24	— 24	—199	— + —	15	20	18	?	— 2
Ma.	14	32 21	+ + + — 17	— 7	+	+ 16	— 22	— 27	— 20	+144	+ + —	22	12	50	50	— 3
De.	14	32 13	+ + + — 33	+ 8	+	+ 4	— 24	— 43	— 20	+ 95	+ + +	20	20	8	25	— 4
6º Grado																
Ca.	16	28 17	+ + + + 14	+ 4	+	+ 5	— 16	— 17	+ 23	— 90	+ + +	19	14	12	70	— 4
Bas.	16	34 24	+ + + + 22	— 4	+	+ 5	+ 31	+ 25	+ 15	— 70	+ + +	16	12	90	?	— 27
Fr.	14	29 24	+ + — — 75	— 5	+	+ 10	∞	+ 65	— 33	—136	+ + +	16	10	19	30	— 23

CAPÍTULO V

Resultados de la experimentación. — Observaciones psicopedagógicas de carácter colectivo.

I

Identificación primaria. — Damos, en una serie de cuadros, los cómputos acerca de la aptitud de los niños según el *grado* y los *sexos*, que consideramos importantes para el educacionista, dada la simplicidad de casos que cualquier escuela puede reproducir. Haya ó no anormales, retardados, inteligentes, precoces, más jóvenes ó más viejos, de un sexo ó de otro, *cada cuadro es la característica de un grado* cuya enseñanza dirige un maestro. Observemos sólo, que no todos los alumnos hicieron su aprendizaje en esta escuela; lo que no deja de ser un inconveniente para ciertos cálculos como los de la edad.

Número de alumnos.—Cantidad de alumnos experimentados:

SEXO	GRADOS							TOTAL
	1°	*2°*	*3° I*	*3° S*	*4°*	*5°*	*6°*	
Varones	19	18	8	9	13	7	9	83
Mujeres.......	14	13	15	25	20	29	18	134

Edad. — Media de las edades de cada grado (tomadas en Noviembre, al terminar los cursos):

SEXO	*1°*	*2°*	*3° I*	*3° S*	*4°*	*5°*	*6°*
Varones.......	7.8	10.1	11	12	12.7	13.5	15.1
Mujeres.......	7.7	10.1	11.15	12.5	13	14.1	15.3

Razón de las edades entre 1° y 6° grado { Varones 1.9 / Mujeres 2.

Este cuadro y algunos de integración, nos indican: 1° Que el cerebro de la mujer se organiza en los primeros años y dentro de la evolución natural, antes que el del hombre; 2° Que el ejercicio desarrolla más rápidamente al del hombre que al de la mujer; 3° Que, no obstante el ingreso á los 6 años, se concluye el 6° grado á los 15, edad para emprender con éxito los estudios secundarios; 4° Que del primer grado, sólo puede egresarse cumplidos los 8 años; 5° Que hay una diferencia constante entre la edad de un grado y la de otro, á partir del 2°, lo que indica que el 1° es de adaptación intelectual. Los niños se acomodan para ascender la escala, según una ley fija.

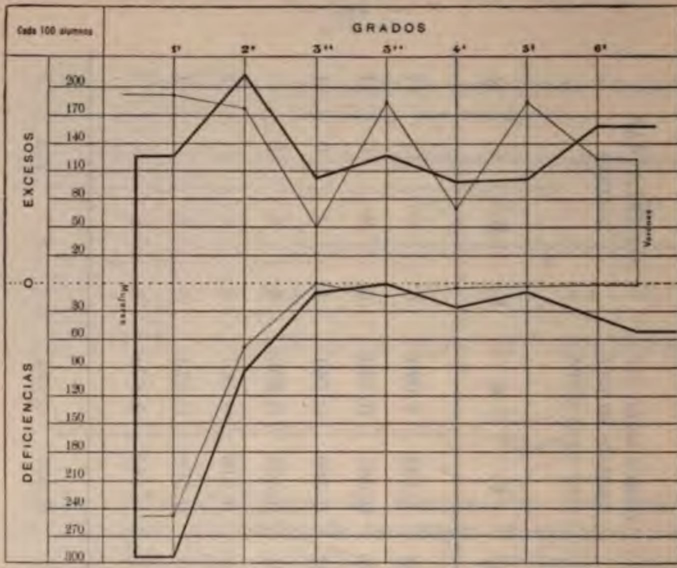
Contar (Exp. I).—Razón de los tiempos medios entre 1° y 6° grado:

Varones......................	2.3
Mujeres......................	1.5

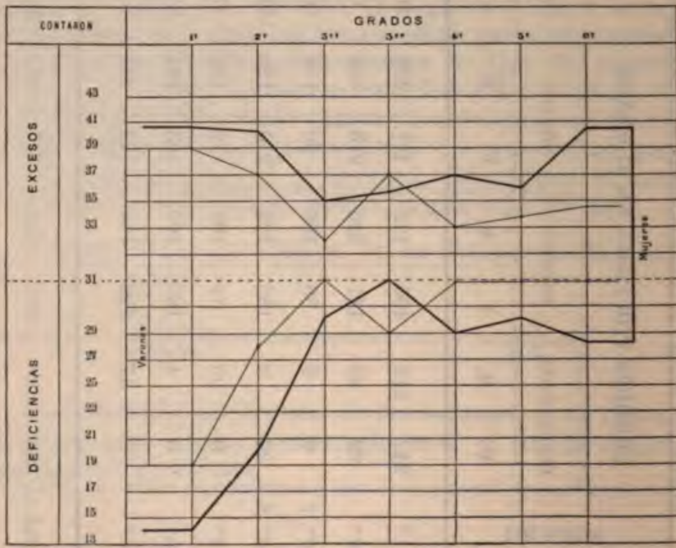
El desarrollo intelectual de los varones, es de consiguiente, casi doble, comparado con el de la mujer, en cuanto á rapidez.

GRADOS	ERRORES POR CADA 100 ALUMNOS						P. % CASOS +		TIEMPO MEDIO EMPLEADO EN CONTAR CADA LÍNEA.		DIFERENCIAS MÁXIMAS			
	DEFICIENCIAS		EXCESOS		TOTALES						+		—	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	242	314	195	122	437	436	10	0	1.133	1.020	8	9	12	17
2°	62	92	181	223	243	315	0	15	0.681	0.740	6	9	3	11
3° I	0	6	50	106	50	112	50	26	0.599	0.760	1	4	0	1
3° S	22	0	188	129	210	129	22	20	0.595	0.606	6	5	2	—
4°	0	25	72	100	72	125	45	35	0.510	0.563	2	6	—	2
5°	0	4	183	100	183	104	33	50	0.598	0.576	3	5	—	1
6°	0	47	122	164	122	211	22	11	0.482	0.669	3	9	—	3
Totales	326	488	991	944	1317	1432	182	157	0.657	0.704	4.1	6.7	2.4	5

CONTAR. Diagrama de los errores por sexos y grados



CONTAR. Oscilaciones de las diferencias máximas en uno y otro sexo



Apuntamos como *deficiencias*, la diferencia entre 31, número de líneas que debían contarse y un número menor; como *excesos*, la diferencia entre 31 y un número mayor; *V*, indica varones; *M*, niñas; *casos* +, positivos, es decir, niños que han contado la cifra exacta; *diferencia máxima*, signo +, diferencia entre 31 y el número más alto de la columna; signo —, la diferencia entre el número más bajo y 31.

Observaciones. — 1ª Los varones cuentan con más exactitud que las niñas (más fuerza de atención). Menos errores y más positividad.

2ª La acomodación y convergencia de la vista en los varones es más rápida y se fatiga menos que en la niña, por el hecho de que aquéllos tienden á producir cantidades más altas que éstas. (Más excesos y menos deficiencias).

3ª Los varones cuentan más rápidamente que las niñas (tiempos de reacción, menores; integración intelectual más rápida. *V*, por línea 0.657″; *M*, por línea 0.704″).

4ª Hay tendencia en uno y otro sexo, á contar siempre más y no menos de la cantidad fija. En el varón más que en la mujer.

5ª Las diferencias máximas, no obstante las eventualidades á que están sujetas, nos indican, otra vez, la propensión á contar con más exactitud los varones que las niñas; aquéllos presentan cifras notablemente favorables á la aproximación en la deficiencia ó en el exceso.

6ª Los grados indican una tendencia no bien definida á ser más exactos á medida que del 1° se va al 6°. Las variantes, son muchas; una, puede ser el ejercicio. Por nuestra poca cantidad de alumnos varones, se altera fácilmente un porcentaje, cuando entre ellos figura un imbeciloide, ó cuando una circunstancia cualquiera, la desatención casual, obliga á cometer errores no habituales, á uno ó dos alumnos. El experimento fué hecho en dos días. Notamos en ciertas horas, á pesar del silencio y la buena luz, que clases examinadas por niños separados, prestaban menos atención.

7ª El primer grado tiende á contar siempre menos de la cantidad exacta; los demás, á contar siempre más, resultado no del ejercicio sino de la organización del cerebro por la edad.

8ª El tiempo de reacción presenta las mismas fluctuaciones que la positividad entre un grado y otro, excepto el 1°. Lo que indica que una vez adquirida la aptitud en 2° grado, la rapidez depende de la inteligencia del niño, puesto que todos los alumnos están sujetos á una misma cantidad de ejercicio diario. Nuevos experimentos resolverán este punto.

9ª *Las diferencias máximas* confirman las dos conclusiones anteriores; la exactitud no depende tanto del grado como de disposiciones congénitas.

10ª ¿La exactitud es proporcional al tiempo de reacción? Acerca de este punto creemos que cada niño representa una constante (coeficiente de positividad) que sólo el ejercicio modifica; prolongarla ó retardarla voluntariamente, es causa de error. En nuestros experimentos, el niño usó esa constante *constante de discriminación espontánea* dentro de la que cabe el máximum de exactitud. La observación detallada de los cuadros indica lo que acabamos de apuntar. El 1er grado da positivos en 26″ y 40″; da negativos: 28, en 56″; 34, en 75″; 39, en 22″. El 3er grado S. da positivos en 14″, 15″, 23″ y da negativos: 33, en 28″; 32, en 25″; 36, en 22″; 32, en 15″. El 6° grado da positivos en 11″, 14″, 21″, 29″; da negativos: 39, en 40″; 34, en 25″; 32, en 14″; 32, en 13″.

11ª La duración de los tiempos es medida por el tiempo que se emplea en articular las palabras; de modo que el niño que usa un lenguaje espacioso ó no vocaliza con facilidad, retarda esta operación verbomotorovisual. Así, nos explicamos como el menor tiempo de reacción empleado en casos positivos, no ofrece una graduación del 2° al 6° grado.

12ª La integración de la mujer oscila más que la del hombre.

Lectura de cuatro cantidades. — 1010; 2101; 1934; 9030, en primer grado; 1010; 2101; 12934957; 1010101, en los demás. (Exp. II).

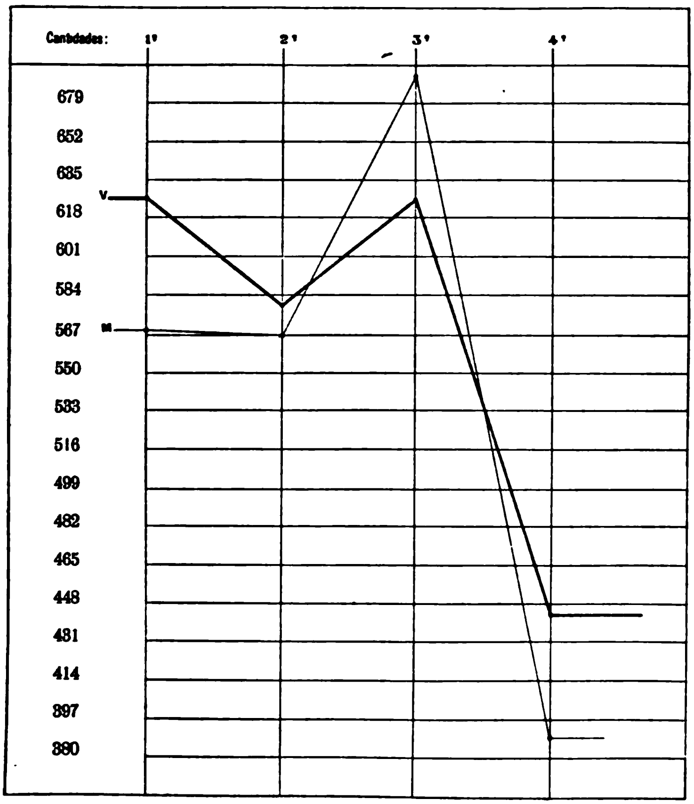
LECTURA DE CANTIDADES

GRADOS	POSITIVIDAD VARONES				POSITIVIDAD MUJERES				T. MEDIO SEGUNDOS		MÁXIMO (TIEMPO)		MÍNIMO (TIEMPO)	
	1ª	2ª	3ª	4ª	1ª	2ª	3ª	4ª	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1º	55.5	44.4	88.8	66.6	33.3	41.6	66.6	33 3	35.8	39.5	115	73	12	15
2º	88 8	72.2	83.3	38.8	83.3	58.3	75	41.6	35	44.8	110	110	12	17
3º I	100	75	87.5	50	78.5	85.7	92.8	64.2	28.2	27.6	49	42	15	13
3º S	100	88 8	66 6	33.3	88	92	84	52	27.4	28.7	50	44	17	8.5
4º	100	100	100	84.4	90.4	90 4	90.4	57.1	21.8	26.3	34	88	16	13
5º	86	100	100	100	96	100	93.1	62	21.8	23.7	40	45	10	9
6º	100	100	100	66.6	100	100	82.4	76.5	15.4	23.7	24	75	11	9
	630.3	580.4	626.2	439.7	569.5	568	584.3	386.7						

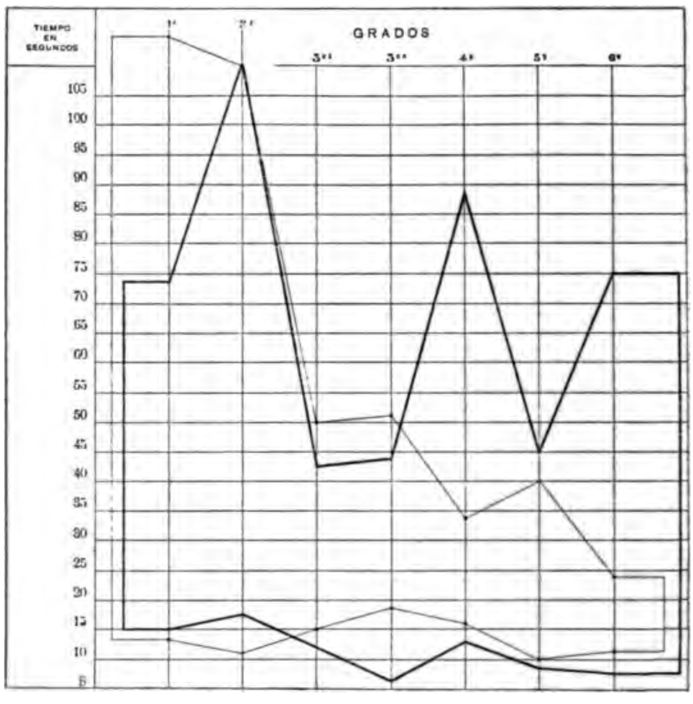
Razón entre 2º y 6º grados .... { Varones 2.2
Mujeres 1.8

Diagrama de los tiempos medios de reacción en la lectura de cantidades

Positividad por sexos en la lectura de cuatro cantidades; sobre 700



Oscilaciones del tiempo de reacción (distancia entre las máximas y mínimas) **en la lectura de cantidades**



Observaciones. —1ª En los hábitos, la mujer reacciona con más exactitud que el hombre. La lectura de 129234957 presenta 584.3 de positividad en la primera, 626.2 en el segundo.

2ª Las cantidades que presentan lugares ocupados por ceros, alternados con cifras de valor significativo, son más difíciles de leer; la positividad disminuye cuanto mayor es el número de aquéllos.

3ª En la lectura de números que exigen discriminaciones de orden superior (atención intensa y discernimiento) los varones integran con más exactitud.

4ª El hábito comete menos equivocaciones que la conciencia.

5ª Los varones discriminan más rápidamente que las niñas.

6ª La positividad aumenta y el tiempo de reacción disminuye del 1° al 6° grado.

7ª La integración de las niñas, excepto las del primer grado, oscila mucho más que la de los varones; en las máximas y en las mínimas, presentan extremos más altos y más bajos.

8ª Cada niño forma conciencia acerca de un número, dentro de un determinado tiempo que nosotros damos á elegir: de consiguiente, la positividad en un mismo grado, no es proporcional al tiempo de reacción.

(Exp. III). — Reproducción auditiva del número 1001 en 1er grado y 1001001 en los demás. —Del número 1021 en 1° y 2°. —En los grados más adelantados, 5° y 6°, los niños que reproducían mal el número, al verlo después de escrito, se convencían de que estaba mal; le borraban una, dos, tres veces, convencidos siempre de que la reproducción era falsa, y al darse por vencidos, demostraban su asombro.

El hecho prueba: 1° Que la escritura de números, es un acto reflejo inconsciente; 2° La necesidad de entretener el hábito con ejercicios adecuados, periódicamente hechos. 3° Que todo hecho positivo de carácter aritmético que se acostumbra á producir por hábito, tiende á ser negativo cuando se trata de producirlo concientemente.

Reproducción auditiva de 1001 en 1er Grado, de 1001001 en los demás

GRADOS	POSITIVIDAD por °/o		TIEMPO MEDIO "		MÁXIMO "		MÍNIMO "		REPRODUCCIÓN DE 1021			
									Positividad		Tiempo medio	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	78	53	6.05	6.84	13	13	3	4	68.4	38.4	7.1	8
2°	16	33	13	9.33	27	15	5	5	72.2	83.3	7.1	8.2
3° I.	50	30	14.50	13.93	28	26	6	5				
3° S.	66	48	9	9.84	16	23	7	5				
4°	76	33	7.69	12.23	20	25	5	5				
5°	85	65	8.42	12.52	17	25	4	4				
6°	77	29	14.62	10.50	70	31	5.6	4				

Observaciones. — 1ª Este experimento y los que siguen, demuestran que los varones son del tipo auditivo y las niñas del tipo visual.

2ª El proceso psíquico, cuanto más complicado se presenta es más exacto en el varón que en la mujer.

3ª La rapidez y la exactitud en el hábito, son directamente proporcionales. La escritura de números es una integración que se debe al hábito de la representación visiva.

4ª La audición de un número con lugares ocupados por *ceros* despierta dos ó más imágenes tanto más distintas y difíciles de fusionar cuanto más distantes están las cifras significativas. Los niños, al oir *mil uno*, ven 1000 y 1 y tienden á la asociación gráfica 10001, forma que presentan más ó menos las equivocaciones.

5ª Cuando la audición no despierta imágenes claras ó las despierta parcialmente, los varones reproducen mayor número de cifras que las mujeres.

6ª La audición de un número con ceros, despierta varias imágenes de conjunto; las que corresponden á las cifras ó períodos de la derecha, son más claras é intensas que las que corresponden á los períodos de la izquierda.

7ª Niños que escriben por audición 1001 ó 1021 escriben bien cualquier número de tres ó cuatro cifras.

8ª El olvido persistente de los ceros en el período de la derecha (101 por 1001; 121 por 1021) es una elisión típica de los menos inteligentes.

9ª Cuando un porcentaje negativo no altera la progresión decreciente de los tiempos medios, la integración es inconsciente.

Reproducción auditiva del número 937427. En 1er Grado del número 1424 (Exp. IV).

Grados	Positividad p. °/o		Número de equivocaciones — cada 100 alumnos.		P. °/o ∞		Equivocados en la cifra (°/o)												Escribieron con					Tiempo medio "	
							V.						M.						5 cifras		4 cifras		3 c.		
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	9	3	7	4	2	7	9	3	7	4	2	7	V.	M.	V.	M.	M.	V.	M.
1°	78	69.2																						7.9	10.3
2°	33	23	161	138	—	7	—	11	22	61	50	16	7	15	38	53	69	7	—	15	—	—	11	10	8
3° I	50	30	112	138	—	—	—	0	12	37	50	12	—	30	38	38	38	7	—	7	—	7		8	15
3° S	22	19	122	157	—	—	11	11	22	0	66	—	—	7	26	42	76	3	—	—	—	—		7	7
4°	53	38	69	128	—	—	—	7	0	15	46	0	—	14	19	38	57	0	—	—	—	—		7	8
5°	42	37	128	89	—	—	—	0	57	57	14	0	—	6	20	17	41	6	—	3	—	—		5	7
6°	88	70	11	52	—	—	—	0	0	0	11	0	—	5	5	17	23	0	—	—	—	—		4	5

∞ Indica que no hubo reacción.

La razón de los tiempos medios entre 2° y 6° Grado es:

Varones	2.5
Mujeres	1.6

Observaciones.—1ª La positividad de esta reacción importantísima, presenta dos crisis una en 3° S y otra en 5° que debe atribuirse á la enseñanza extensiva y no intensiva de la aritmética (ejercicios donde se practica poco la escritura de números grandes) con los que se recorren muchas vías sin frecuentar, especialmente, ninguna. La causa de estas crisis que oportunamente observaremos en otras discriminaciones, no puede ser otra porque la reproducción es un hábito y el tiempo medio continúa su progresión decreciente.

2ª Los varones integran, en la reacción audovisomotora con más exactitud y rapidez que las niñas. La reacción interna de los varones es más intensa que la de las mujeres.

3ª Cuando la audición despierta varias imágenes asociadas sucesivamente en un conjunto, las de los extremos, la primera y la última, se conservan con más intensidad y la primera (izquierda) más que la última.

4ª La reproducción auditiva del primer período de la izquierda, es más exacta que la de los demás.

5ª En la escritura por audición de un número de varias cifras, las equivocaciones crecen á medida que vamos de la primera á la penúltima.

En un grado, esta progresión de los errores es más regular en la mujer que en el varón.

El 4° presenta, %:

	Varones	Mujeres
1ª cifra	0	0
2ª »	7	14
3ª »	0	19
4ª »	15	38
5ª »	46	57
6ª » (última de la derecha)	0	0

6ª La audición da inmediatamente el número de cifras distribuídas en períodos, independientemente de las imágenes de las cifras, que se mueven superponiéndose las del extremo izquierdo á las del derecho conservando, en el período, su posición relativa; no así las que con mucho menos frecuencia, se superponen de derecha á izquierda.

Así, la cifra 9 del período 937 ocupa el lugar del 4 del período 427; la cifra 3 del período 937 ocupa el lugar de la cifra 2 del período 427; pero la cifra 4 del período 427 ocupa el lugar de la cifra 7 y á veces de la cifra 3 del período 937.

7ª Las cifras de un período no se permutan sino excepcionalmente dentro del mismo período.

Este hecho se explica considerando que el lugar de una cifra traspuesta es fijado por su denominación terminal, repetida en cada período y no por la denominación del período, enunciado solo una vez. Así, la palabra *cientos* en *nuevecientos* y *cuatrocientos* no puede evocar otras cifras que 9 y 4, *nueve* con más intensidad que 4. La denominación *mil* del período 934, no solo no localiza las cifras 9, 3 y 4; tampoco el período 934, puesto que su lugar á la izquierda y no á la derecha, se debe al tiempo asociado á la sucesión acústico-visual.

8ª Toda cifra de un período izquierdo que aparece en un período derecho, está en los dos períodos.

9ª Las imágenes del primer período izquierdo tienden á substituir, en el mismo orden, á las del derecho, con tanta intensidad que á veces ocupa, solo, el campo de la atención é impide, á ciertos niños, reproducirlo, aun en parte.

10ª Las equivocaciones del período de la izquierda se deben no á superposición de cifras del período de la derecha sino á simple trasposición de cifras de un período á otro ó á la introducción de cifras nuevas.

11ª La introducción de cifras ajenas al número (0, 5, 6, etc. en nuestro caso) que presenta para cada grado, porcentajes mínimos, debe considerarse un fenómeno de paramnesia gráfica.

12ª La repetición de una cifra del mismo orden dentro del período, sugiere la reproducción de la cifra que la antecede en el período de la izquierda.

Así, la denominación *siete* de la primer cifra de la derecha en el período de la derecha, tiende á robustecer la imagen asociada 37 del período 937 y no á formar la 27 del período 427.

13ª Cada grado integra con más rapidez que el anterior, lo que indica la comunidad de vías de este proceso y los demás de carácter matemático, pues la lectura y escritura de números desde 3er grado, no constituye un objeto directo de las clases de aritmética.

Reproducción visiva del número 0.685407. En 1er Grado, del número 6854. (Exp. V)

GRADOS	POSITIVIDAD P. °/₀		EQUIVOCADOS EN LA CIFRA (°/₀)																OLVIDARON 1 cifra		OLVIDARON 2 cifras		NO ESCRIBIERON el .		ESCRIBIERON con 8 cifras	
			V.								M.															
	V.	M.	0	.	6	8	5	4	0	7	0	.	6	8	5	4	0	7	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	47	69			15	10	36	50			—	—	7	7	7	23	—	—								
2°	0	25	13	53	—	53	46	66	46	80	0	50	8	33	41	33	33	33	33	25	6	—	53	33	—	—
3° I	0	35	—	37	—	87	50	75	12	50	0	35	14	14	42	35	14	14	0	35	12	—	—	—	12	—
3° S	11	53	—	—	—	11	66	66	0	33	3	23	7	23	19	19	19	26	22	7	—	—	—	15	—	—
4°	36	68	9	36	—	18	9	45	0	27	0	15	0	10	21	0	10	15	—	—	9	—	18	5	—	10
5°	57	74	—	42	—	—	—	14	—	14	3	11	3	0	0	18	7	11	—	3	—	3	28	11	—	—
6°	77	94	—	22	—	—	—	0	—	0	0	5	0	5	0	0	0	0	—	—	—	—	22	—	—	—

Número de veces que se escribió cada cifra

GRADOS	CADA CIFRA DEBÍA ESCRIBIRSE		SE ESCRIBIÓ												OTRAS CIFRAS	
			0		*6*		*8*		*5*		*4*		*7*			
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	19	12	—	—	21	12	18	12	16	12	14	10	—	—	5	2
2°	15	12	27	23	20	11	12	12	13	13	12	9	9	11	4	2
3° I.	8	14	17	26	8	14	5	15	12	10	2	13	11	15	—	—
3° S.	9	26	18	48	9	26	9	23	7	26	9	29	8	24	—	2
4°	11	19	23	36	13	20	10	21	10	18	9	20	9	18	—	2
5°	7	27	14	51	7	27	7	29	7	28	7	24	7	25	—	—
6°	9	19	18	39	9	19	9	18	9	19	9	19	9	19	—	—
Total	100	100	97	95	111	100	89	100	94	97	79	96	89	95		

NOTA. — El 0 debía reproducirse doble número de veces.

Observaciones. — 1ª Las niñas retienen con más exactitud que los varones las imágenes visuales; generalizando, quizá, toda percepción. La atención visiva de la mujer es mucho más intensa que la del varón.

2ª La asociación gráfico-visiva es la más rápida y exacta de cuantas puede realizar nuestro cerebro.

3ª La atención óptica sigue una progresión paralela á la edad del 1° al 6° grado.

4ª En los varones, la asociación audo-motora es más exacta que la viso-motora, fenómeno inverso al de la mujer.

5ª Los errores son de cuatro clases: de permutación, de sustitución, de eliminación y de agregación.

6ª La primera cifra de la izquierda es reproducida con más exactitud que las demás.

7ª Las cifras centrales son reproducidas con menos exactitud que las extremas.

8ª Probablemente, la repercusión óptica (ecos ópticos, imágenes que aparecen y desaparecen sucesivamente, produciendo momentos de mayor intensidad separados por momentos de menor intensidad) es más frecuente en el varón que en la mujer.

9ª El olvido del punto decimal por parte de los varones, en grados como el 5° (42 %) donde se trabaja con decimales, explica por qué la niña conquista fácilmente las posiciones del varón no obstante un razonamiento más tardío. El olvido de una coma en un problema, es causa más eficiente para trastornar una integración que la insuficiencia lógica. Estos hechos indican, evidentemente, el método de instrucción para uno y otro sexo.

10ª La introducción de cifras extrañas al número, siendo más frecuente que en el caso auditivo, da un porcentaje mínimo.

11ª La fidelidad con que conservan el número de cifras, á pesar de los cambios y olvidos, indica que la atención sintética determina, primeramente, la extensión y es más educada que la analítica.

12ª La reproducción es con más frecuencia, de las cifras centrales que de las extremas; de las de la izquierda que las de la derecha.

13ª La mayor parte de los errores que cometen los varones, son de permutación de cifras; los de las niñas, de sustitución.

Los primeros escriben 704 por 407; las segundas 685807 ó 685587 por 685407.

14ª Las cifras de la izquierda conservan más el orden que de las de la derecha.

15ª Las permutas y sustituciones, contrariamente á lo que sucede en el caso anterior, se hacen indistintamente, de derecha á izquierda, de izquierda á derecha, dentro ó fuera del mismo período.

16ª La imagen de las cifras de la izquierda es más viva y persistente que la de la derecha.

Calculo mental. — (Exp. VI. 23+16). — Razón de los tiempos medios entre 1° y 6° Grado:

Varones	2.3
Mujeres	2.2

Suma mental de 23 + 16 sobre 100 alumnos

Grados	Resultados positivos		Tiempo medio empleado por c/ alumno para dar el resultado		Máximo de tiempo empleado		Mínimo de tiempo empleado	
	V.	M.	V. ″	M. ″	V. ″	M. ″	V. ″	M. ″
1°	44	45	12	24	35	55	3	10
2°	88	75	15	24	55	72	5	2
3° I.	37	78	8	8	29	23	3	3
3° S.	89	84	8	6.6	14	15	3	2
4°	100	80	11	8	55	45	3	2
5°	100	89	6.4	13	16	50	3	3
6°	100	88	5.2	10	14	45	2.8	3

Observaciones. — 1ª Los varones integran con más exactitud y rapidez que las niñas. El cuadro denota una crisis de inexactitud, en 3er grado I; de reacción tardía en 3° S y 4°, correspondiente á los varones. Una crisis de reacción tardía en 5° y 6° correspondiente á los varones.

2ª La exactitud es progresiva de 1° á 6° grado y el tiempo de integración más rápido.

3ª En 1er grado las niñas discriminan con más exactitud que los varones.

4ª Las máximas y mínimas, dentro de las que oscilan los tiempos de integración de la mujer, distan más que las del varón.

5ª La edad y el grado no modifican la amplitud de las oscilaciones. Mientras en 6° varía de 3 á 45 en 3° S varía de 2 á 15 (mujeres); mientras en 1er grado (varones) varía de 3 á 35 en 4° varía de 3 á 55.

6ª No obstante la falta de relación entre la exactitud y el tiempo, las reacciones mínimas suelen ser positivas, las máximas negativas.

Cálculo mental. — (Exp. VII y D). — Tenía la íntima convicción que ejercicios como: $((8 \times 9 - 2)$: $10 \times 7 - 1)$: 6, desde 2° á 6° grado, darían el máximo de positividad y se resolverían un segundo después de preguntados; había observado esos ejercicios y notaba muchas manos levantadas y buenos resultados. Hecha la investigación individual en 185 alumnos sólo 65 dieron positivos. ¿Cómo, pues, fenómeno tan extraordinario? Ahora, se explica. Todos levantan la mano, pero el maestro, por hábito ajeno á sus intenciones, pregunta al mejor. La clase conoce á sus matemáticos, y enunciado el resultado, repite. Si casualmente fuera malo, lo que por excepción sucede, la clase repite, repite hasta dar con otro matemático cuya respuesta inicia otra serie de resultados; la clase se divide, entonces, en dos bandos, orientados por dos niños. Preguntad á un mediocre, cuya mano se levanta á la par del más inteligente y os dirá cualquier extravagancia, cantidades fuera del sentido común que el maestro reprocha con un simple: *no es eso*, sin parar mientes en lo que indicaría la simplificación de los ejercicios hasta darlos al alcance de la mayoría.

La simulación de las aptitudes dificulta no poco la tarea de un maestro imprevisor.

He aquí, la luz que proyectan los cómputos:

CÁLCULO MENTAL

GRADOS	1ª VEZ						2ª VEZ					
	Positividad por %		Tiempo en casos positivos				Positividad por %		Tiempo de positivos			
			Máximo		Mínimo				Máximo		Mínimo	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1º												
2º	27	25	14	17	11	11	7	0	12	—	13	—
3º I.	25	23	14	30	10	14	16	10	35	32	35	32
3º S.	44	40	21	21	10	8	0	33	—	21	—	10
4º	15	4	20	26	9	26	8	5	19	19	19	19
5º	57	17	25	21	18	16	38	20	18	26	18	16
6º	22	29	17	31	17	18	14	16	16	18	16	18

Cálculo de tablas

GRADOS	Positividad por %		Tiempo medio		Máximo		Mínimo	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	66	100	53.11	53.57	120	99	11	5
2°	88	96	27 94	21.75	80	45	6	12
3°	87	92	16.12	16.50	27	32	10	11

1^er^ Grado ∞ Varones 25 — Mujeres 0.

Observaciones — 1ª Los varones calculan con más exactitud que las niñas, lo que responde al mayor grado de atención interna de los primeros. No sucede lo mismo en la recitación de tablas, integración periférica por hábito.

2ª La positividad es una consecuencia del ejercicio.

3ª No hay relación entre la positividad y los tiempos.

4ª La repetición (en el cálculo mental) no disminuye los tiempos, pero aumenta la positividad del grado.

5ª Los casos de reacción incompleta (∞) son tan frecuentes como los de positividad.

6ª De 1° á 3^er^ grado, en la integración sucesiva de imágenes iguales (tablas), la positividad y los tiempos disminuyen en la mujer mientras la positividad aumenta en el varón. Este fenómeno que se debe al carácter extensivo que toma la enseñanza al pasar de un grado inferior á uno superior, nos indica decrecimiento intelectual en la mujer, puesto que las integraciones superiores no pueden, por concomitancia, mantener la intensidad de las periféricas de 1er grado. La precocidad, de consiguiente, resultaría tan desalentadora como el ∞, símbolo del imbeciloide.

7ª La integración periférica de número (tablas y operaciones) siendo exacta en la mayor parte de los niños, presenta reacciones de tiempo muy diversas, lo cual influyendo directamente en el poder de asimilacion, da la medida de la aptitud matemática.

8ª La mayor parte de los niños dan la tabla de multiplicar y no la de sumar.

OPERACIONES.—*Integración de suma, resta y multiplicación.* — (Exp. VIII, IX y X).—Razón de los tiempos medios entre 2° y 6° grado:

Varones....................	1.2
Mujeres....................	2.3

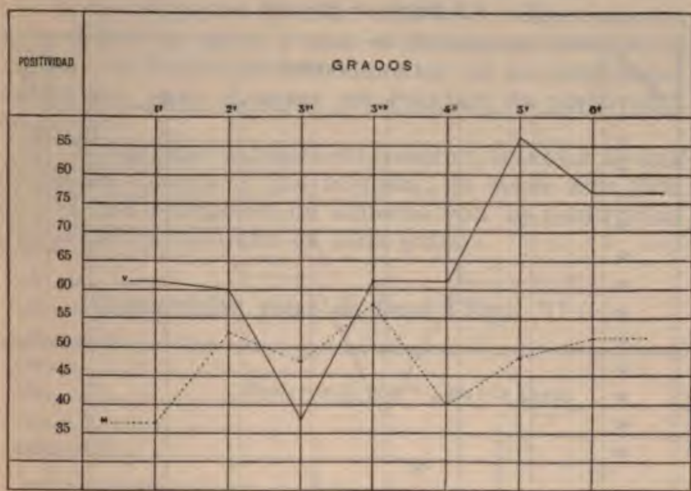
REACCION DE SUMA

	Grados	Casos positivos por %		Tiempo de reacción en segundos									
				Medio		Máximo				Mínimo			
						V.		M.		V.		M.	
		V.	M.	V.	M.	+	—	+	—	+	—	+	—
Octubre 12	1°	55.5	38.4	88.3	90.6	232	246	142	∞	30		43	
	2°	88.8	84.6	44.7	64	91		98		22		37	
	3° I.	37.5	57	62.2	65	135		107	123	34	23	40	33
	3° S.	66.6	68	39	45.7	58		75	84	29	24	18	
	4°	46.1	42.8	36	45.8	90		75		19		23	
	5°	71.4	48.2	27.2	32.4	27	16	45	68	15		15	
Octubre 23	6°	77	53	23.2	32.3	32		65	84	15		18	17
	5° (bis)	100	55.5	28	36.5	44				19			

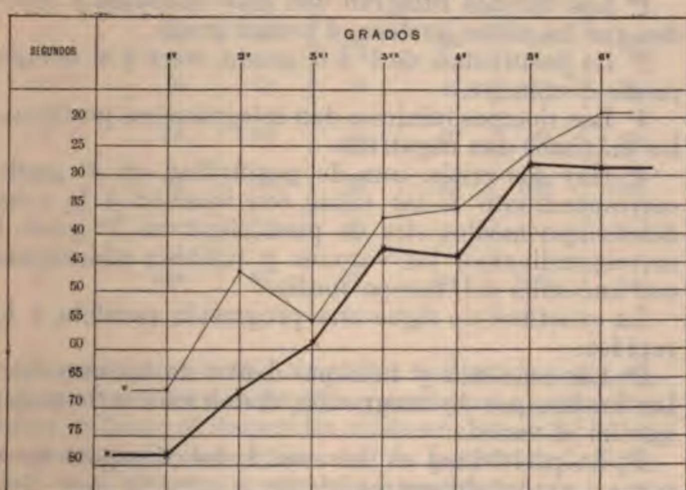
REACCION DE RESTA

	Grados	Positivos por °/o		Tiempo de reacción en segundos							
				Medio		Máximo				Mínimo	
						V.		M.		V.	M.
		V.	M.	V. ″	M. ″	+ ″	− ″	+ ″	− ″	+ ″	+ ″
Octubre 12	1°	66.6	38.4	44.6	67	76	104	60	∞	10	30
	2°	33.3	23	37.7	69	45	80	71	176	20	62
	3° I.	37.5	35.7	50.7	51.7	87		57	90	27	19
	3° S.	55.5	48	35.5	40.7	32	71	59	117	10	20
	4°	77	38	36.1	42.9	189		60	231	10	12
	5°	100	51.7	25	23.2	50		38	41	8	9
	6°	77.6	47	14.9	24.4	21		31	56	9.5	9
Octubre 23	5°	71.4	66.6	21.2	24	34	46	47	84	8	4

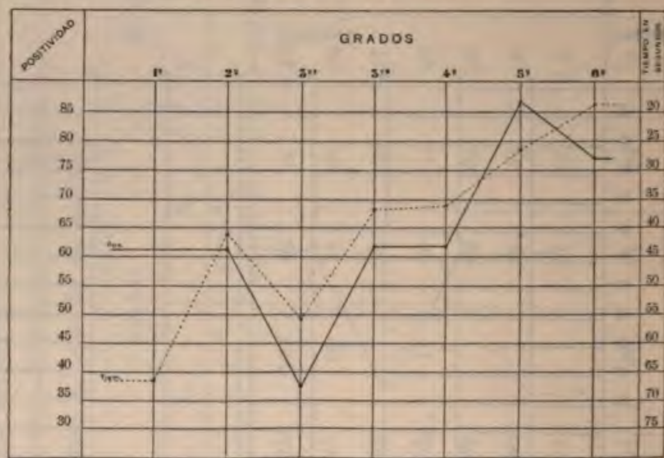
Positividad en la integración de suma y resta por sexos y grados en 100 alumnos



Diagrama, por grados y sexos, del tiempo medio empleado por cada alumno en la integración de suma y resta



Diagramas comparativos entre la positividad y el tiempo de reacción en la integración de suma y resta (Varones).



Observaciones. — Las tres operaciones presentan fenómenos idénticos.

1ª Los varones integran con más exactitud y rapidez que las niñas, incluso el primer grado.

2ª La positividad, de 1º á 6º grado, crece y el tiempo medio disminuye.

3ª Los tiempos mínimos dan integraciones positivas, los máximos dan negativos.

4ª Hay dos crisis, una de positividad en 4º grado correspondiente á las niñas con relación á la suba del tiempo medio; otra de positividad en 3er grado I correspondiente á los varones y también relacionada con una suba del tiempo medio.

La exactitud no sigue una progresión paralela á la rapidez.

6ª Las máximas y mínimas dentro de las que oscilan los tiempos de integración, distan más en la mujer que en el varón.

7ª La positividad es inversa á los tiempos, entre niños ó grados diferentes.

8ª Los negativos en este y otros experimentos, indican la necesidad de ejercitar directa ó indirectamente, pero todos los años y con la frecuencia posible, al alumno, en todos los conocimientos de los programas anteriores, para alcanzar un máximo de positividad en el 6°.

9ª No obstante algunas excepciones, la suma es una operación más fácil que la resta; la resta más fácil que la multiplicación, de acuerdo con la positividad que presenta cada una en cada grado.

Comparación visiva de línea (Exp. XI)

Grados	Positividad por °/₀ en los casos					
	1°		2°		3°	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	72	84	72	61	33	61
2°	88	66	33	25	94	91
3° I	75	78	50	42	87	71
3° S	88	88	44	40	88	92
4°	92	90	30	33	100	90
5°	57	93	85	68	71	89
6°	100	94	77	64	100	94

Observaciones. — 1ª La aptitud de distinguir diferencias entre dos hechos simples y semejantes, debe atribuirse no tanto al desarrollo intelectual como al hábito de un determinado sentido. Así, la positividad no presenta una progresión paralela á los grados.

2ª Hay menos exactitud en la apreciación de igualdad que en la de diferencia.

3ª Cuando aumenta la positividad en la apreciación por diferencia, disminuye la positividad en la comparación por igualdad y viceversa.

4ª La comparación 3 da más positivos que la comparación 1, no obstante las mismas líneas y estar, las primeras, á mayor distancia. Este fenómeno debe atribuirse á la posición: la comparación vertical es más exacta que la horizontal ú oblicua.

5ª La igualdad es apreciada mejor por los varones que por las mujeres, no así la diferencia. El fenómeno se repite en el experimento de 12 días después.

Reproducción visiva de línea (Exp. XII)

GRADOS	% Excesos		Deficiencias		Totales		Noción de espacio: Media		Mínima		Máxima		Diferencial extremo	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	111	38	2833	2976	2944	3014	14.2	14	8.8	10.1	18	17.3	9.2	7.2
2°	1622	1583	583	216	2205	1799	17.4	18.3	14	15.5	23	22.8	8	7.3
3° I.	937	35	487	1750	1424	1785	17.4	15.3	14.6	13	20	17.5	5.4	4.5
3° S.	88	484	766	920	854	1404	16.31	16.55	15	14.1	17.5	20.5	2.5	6.4
4°	476	409	1445	895	1921	1304	16.03	16.46	13	13.5	19.5	21	6.5	7.5
5°	586	1274	1075	366	1661	1640	16.5	17.9	13	13.5	19.4	22.7	6.4	8.2
6°	111	1016	977	658	1088	1674	16.1	17.3	14.5	13.5	18	22.9	3.5	9.4
5° (bis)	1171	819	214	304	1385	1123	17.9	17.6	16	13.9	19.9	20.5	3.9	

Observaciones. — 1ª Los niños menores de 8 años obtienen, como exacta, de los cuerpos, una imagen siempre más pequeña de la real, ó, en otros términos, consideran, al objeto más pequeño de lo que es. (Micropsia infantil).

Este importante fenómeno, ya notado por James, suministra indicaciones preciosas para la enseñanza de materias como la escritura, la lectura, el dibujo. Desde luego, la necesidad de que toda figura hecha para ser reproducida, tenga proporciones mayores de lo común.

2ª El 2º grado presenta algo así como una reacción por exceso (macropsia infantil) á la deficiencia del primero, para aproximarse los demás, siguiendo este movimiento de flujo y reflujo, á la medida exacta.

3ª Casi podría asegurarse que la mujer reproduce las imágenes con más exactitud que el varón, sin que los grados presenten, excepto los dos primeros, progresión. La repetición del 5º grado confirma esta creencia.

4ª Los varones, excepto los de primer grado, cometen más errores por deficiencia que las niñas y más errores por deficiencia que por exceso, salvo la inevitable crisis de uno ó dos grados.

5ª Acaso la exactitud de esta prueba revele el desarrollo de la identificación primaria en detrimento de la secundaria, según direcciones opuestas y no paralelas.

Es un hecho comprobado que la generalidad de los artistas guardan adversión profunda á los estudios de lógica rigurosa. La excepción, constituiría el caso de los genios como Goethe y Wagner.

6ª La distancia entre una reproducción máxima y mínima (distancia entre un exceso máximo y una deficiencia máxima) es en cada grado, excepto el 1º y 2º, mayor en la mujer que en el varón, lo que indica menos estabilidad intelectual (centralidad) en aquélla que en éste.

Apreciación de extensión lineal (Exp. XIV)

GRADOS	TÉRMINO MEDIO DE LA LONGITUD, DADA POR GRADO			
	1ª		2ª	
	V.	M.	V.	M.
1°	7	6.91	15.63	11.53
2°	6.80	6.54	12.27	12.33
3° I	5.85	6.61	10.42	11.61
3° S	7.43	7.91	17.03	15.02
4°	6.69	6.16	12.84	11.84
5°	5.75	6.66	12.35	12.88
6°	5.93	6.13	12.28	13.18

APRECIACIÓN LINEAL

GRADOS	1ª										2ª									
	Positividad por °/o		Nº de deficiencias por 100 alumnos		Excesos por 100 alumnos		Máxima		Mínima		Positividad por °/o		Nº de deficiencias por 100 alumnos		Excesos por 100 alumnos		Máxima		Mínima	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	33	16	40	12	140	191	13	20	4	2	25	15	125	261	487	215	70	30	7	7
2°	44	16	22	41	102	95	11	10	3	5	27	16	133	125	161	158	22	20	4	8
3° I	42	53	42	7	28	69	7	9	4	5	42	61	157	69	—	30	12	16	8	8
3° S	37	25	0	37	143	229	11	20	6	2	12	21	—	106	503	408	25	45	12	3.5
4°	61	68	0	18	69	31	10	10	6	4	61	63	0	43	84	27	16	15	12	8
5°	28	59	35	5	57	72	10	10	4	5	28	62	57	22	92	111	15	20	9	10
6°	87	57	6	13	—	26	6	7	5.5	5	85	47	0	36	28	155	14	30	12	9

Observaciones. — 1ª El error que cometen los alumnos al calcular una longitud, es, generalmente, por exceso. La exageración de este proceso es mayor en la niña que en el varón.

2ª La exactitud tiende á notarse más en los grados 3º, 4º, 5º y 6º, que en los 1º y 2º, considerados al efecto, como dos grupos, dentro de los que no hay progresión, lo que nos indica que el proceso ha sido, en casi todos los niños, primario y que la positividad, en este caso, no puede sino depender del ejercicio.

3ª Los niños han reducido las longitudes (unidad de medida y extensión á medir) al metro, calculadas con admirable aproximación.

4ª Cuando las unidades de medida guardan entre sí, relaciones que varían entre 1 y $\frac{1}{2}$, el cálculo de una dimensión es hecho, en los diversos casos; con la misma exactitud.

5ª Cuanto más grande es la unidad de medida y más pequeña la longitud, siendo ésta siempre mayor que aquélla; ó cuanto más grande es la longitud y más pequeña la medida, desde un límite determinado, la inexactitud crece.

6ª Entre la apreciación máxima y mínima de los varones, en cada grado, hay menos distancia que entre la apreciación máxima y mínima de las niñas.

Apreciación de extensión superficial (Exp. XV)

GRADOS	Media del grado		Deficiencias por °/₀		Excesos por °/₀		Máximas		Mínimas	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	23.43	20.92	8218	8407	—	—	70	36	8	8
2°	58.46	29.63	4953	7536	300	—	150	97	5	8
3° I	83.28	54.92	4885	5007	2714	—	200	100	13	8
3° S	51.28	73.80	5371	4460	—	1340	100	210	16	9
4°	89.46	72.55	2615	3840	1061	595	224	224	25	24
5°	66.83	49.11	3816	6083	—	444	105	225	18	8
6°	78.62	53.26	3200	5357	562	184	150	140	41	6

Observaciones.—1ª El error que cometen los alumnos al calcular una superficie, es por deficiencia, apreciando con más exactitud los varones que las mujeres.

2ª De 1° á 6° grado, hay corrección gradual de juicio, tocante á apreciación de superficies á simple vista.

3ª La aptitud para comparar dos superficies, exigiendo una integración mental más compleja, es muy inferior á la aptitud para comparar dos longitudes.

4ª Los varones tienden á dar resultados más altos que las niñas.

5ª La razón entre la máxima y la mínima, en cada grado, es aproximadamente la misma para uno y otro sexo.

Apreciación de extensión volumétrica (Exp. XVI)

GRADOS	MEDIA DEL GRADO		Nº DE DEFICIENCIAS POR °/₀		EXCESOS POR °/₀		MÁXIMA		MÍNIMA	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1º	34.64	30.23	7335	7776	—	—	90	95	4	4
2º	52.87	49.83	5582	5816	71	—	120	100	6	24
3º I	52.85	38.92	5514	6907	—	—	72	100	20	14
3º S	98.28	36.80	3457	7120	2185	—	189	106	24	6
4º	65.69	49.42	4384	6410	153	200	128	150	20	20
5º	97.28	58.07	3014	6276	1942	1284	244	300	54	15
6º	48.14	52.83	5985	5850	—	333	80	150	25	20

Observaciones. — 1ª El error que cometen los niños al apreciar un volumen es por deficiencia, juzgando con más aproximación los varones.

2ª De 1º á 6º grado, hay corrección gradual de juicio, tocante á apreciación volumétrica de las cosas, á pesar de las oscilaciones ó crisis de la línea de progresión.

3ª La aptitud para calcular á simple vista un volumen, es, aproximadamente, la misma que para calcular una superficie.

4ª Los varones calculan cifras más altas que las mujeres, lo que puede considerarse como una exteriorización segura de mayor inteligencia en cualquiera de los dos sexos.

5ª La distancia entre el cálculo volumétrico máximo y mínimo, de un mismo grado, es mayor en la mujer que en el varón.

6ª El mínimo de amplitud oscilatoria (distancia entre la máxima y la mínima de un grado) ó, en otros términos, cuando la centralidad es mayor indica que el grado, siendo de intelectualidad más fija, posee un criterio más elevado y es más apto á la asimilación de los conocimientos.

Comparación á término fijo (Exp. XVII)

GRADOS	Positividad por %		Tiempo medio de discriminación		Tiempo máximo de discriminación.		Tiempo mínimo de discriminación.	
	V.	M.	V.	M.	V.	M.	V.	M.
1°	68	54	19	12	65	∞	2	2
2°	89	75	10	13	65	125	1	1
3° I	75	66	5."12	7.41	9"	20"	2"	2"
3° S	55	79	4.88	7.50	10	45	2	1
4°	69	52	9	5.28	60	19	1	2
5°	57	48	12.85	6.31	33	32	6	2
6°	87	70	6.50	11.05	17	3 5	2	1

Observaciones.—1ª Este experimento nos revela que si el niño es deficiente al calcular una superficie con los objetos á la vista, esa deficiencia es mucho mayor cuando de los objetos no posee sino la imagen interna. El patio necesitaba 4675 baldosas. A la pregunta *necesitaría más ó menos* de 900, sólo 22 de los 219 niños contestaron *más*, la mayor parte de 6° y 5° grado y empleando tiempos generalmente mayores, comparados con los de los que contestaron *menos*.

2ª Nos revela, también, confrontando este experimento con el XV, que la deficiencia es tanto más grande cuanto mayor la diferencia entre la unidad de medida y la superficie á medir, no obstante el conocimiento exacto de las dimensiones en el segundo caso (Exp. XVII).

3ª La cantidad de respuestas negativas á la pregunta: *se necesitarían más ó menos de 200 baldosas*, confirma de un modo absoluto la general ineptitud de la mente á retener las dimensiones exactas de una imagen y comparar las unas con las otras, desde que hay una especie de obsesión á la igualdad $\frac{s}{s} = 1$, corregida muy lentamente por la edad y el ejercicio como lo prueba la marcha llena de oscilaciones (vacilaciones) de 1º á 6º grado.

4ª Los varones discriminan con más rapidez y presentan mayor positividad que las mujeres.

5ª La discriminación, positiva ó negativa, suele ser inmediata y suele no serlo. La inmediata nos indica juicios ya formados y reacción inconsciente, exacta ó no exacta, pero extraña á la vacilación. La mediata nos indica una integración consciente, exacta ó falsa, según la concurrencia de los elementos asociados para determinar el juicio, pero no siempre exenta de duda.

6ª Sin que implique una conclusión, las reacciones mediatas son más propias de los niños inteligentes, excepto aquellos que deben considerarse como ∞. No obstante, un niño inteligente, si está habituado á integraciones de la misma especie (caso Briosso de 6º grado) puede automáticamente y con seguridad consciente, dar una respuesta positiva.

7ª De 1º á 2º grado (un año de ejercicio más y diez de edad) la mente mejora en exactitud y rapidez, notablemente, la integración de carácter subjetivo, despertando las palabras, imágenes de extensión más aproximadas á la verdadera.

Octubre 14 — 1902.

II

Proceso central. — *Los datos.* — Experimento XVIII.

2º Grado. VARONES. — *A. B.* — Si doce naranjas cuestan 72, 8 naranjas costarán tanto como sea la división que es igual á 9 — 12 n ... 72 cts. — 8 n.... 8 : 72 = 9.

H. C. — 1 docena.... 72 cts. — 18 dc.... 8 × 72 = 566.
Si una docena cuesta 72 cts.. 8 docenas costarán 8 veces más ó sea 72 × 8 = 566 cts.

C. D. — Si 12 naranjas.... cuestan 72 centavos, 8 costarán 72 veces menos 72 : 8 = 9.

A. C. — 12 nar.... 72 cts. — 72 n.... 72 × 8 = 436.
Para saber cuánto cuestan las naranjas hay que dividir $\begin{array}{r|l} 72 & 8 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$

S. C. — 1 una.... 8 cts. — 72 nar.... 8 × 72 = 556.
Si una naranja cuesta 8 cts., 72 naranjas costarán 72 veces más 8 que es igual 5.56 que cuestan las 71 docenas que es igual $ 5.56.

J. C. — 12 × 72 = 84 ; — 84 : 8 = 10.
Si 12 naranjas cuestan 72 centavos, 8 costaran 20 cts.

L. E. — Si 1 n.... 72 cts. — 8 n.... 8 × 72 = 556.

A. F. — 12 n.... 72 cts. — 8 n.... 72 : 8 ÷ 9 cts.

M. Y. — 12 n.... 72 cts. — 8 n.... 72 : 8 = 9
Si doce naranjas cuestan setenta y dos centavos, ocho cuestan ocho veces menos ó sea ocho dividido entre setenta y dos que es igual á nueve.

A J. — Si 12 ns.... cuestan $ 0.72 — 8 costarán 72 menos 8 que es = 64.

P. L. D. — 12 n.... 72 cts. — 8 n.... $\begin{array}{cc} 12 & 72 \\ 8 & 8 \\ \hline 4 & 64 \end{array}$

Si una docena de naranjas cuestan 72 cts., 8 naranjas costarán veces menos.

P. M. — 12 valen 72 — 8 × 72 = 576.

C. N. — 12 n.... 72 — 8 n. tanto como sea la división que es igual 9.

J. O. — 12 nar.... 72 cen. — 8 n.... 72 × 8 = 976.

G. A. R. — 72 × 12 = 84 : 8 = 9
Si 12 naranjas cuestan 72 cts., 8 naranjas costarán 9 centavos cada una.

S. G. S. — 72 × 8 = 156. 1 n... 72 cts.
8 „.... 8 × 72 = 156
(Si 12 naranjas cuestan 156 $ 8).
21) 8 naranjas costarán 8 veces más ó ocho multiplicado × 72 = 156.

J. A. V. — Si 12 naranjas cuestan 72 cts., para saber cuánto cuestan 8 naranjas, cuestan 72 ó sea 72 × 8 = 576.

NIÑAS. — M. E. B. — 12 naranjas 72 centavos serán 12 × 72 = 264.

M. C. — 12 na.... 72 centavos.
8 „ .... 8 × 72 = 576 cts.

M. A. C. — 12 n.... 72 cts. — 4 n.... 4 × 72 = 288.
Si 12 naranjas cuestan 72 centavos, cuánto costarán 8 naranjas; costarán 8 veces más ó sea 8 multiplicado por 72 que es igual.

Y. G. — 12 n.... 52 cts. — 8 n.... costarán 40.

C. G. — 1 n.... 12 — 8 n.... 12 × 8 = 96 cn.

E. Y. — 12 n.... 72 cts. — 8 n.... 8 × 72 = 576 cts.
Si doce naranjas cuestan, 72 centavos 8 naranjas costarán 8 veces más ó sea ocho multiplicado por setenta y dos que es igual á quinientos setenta y seis centavos.

Y. L. — 1 n ... 72 — 8 n.... $72 \times 8 = 566$ cent.

A. M. — 12 n.. . 72 cts. — 8 n.... $8 - 12 = 4$ cts.

J. J. D. — Si una docena de naranjas cuesta 72 centavos, 72 costaban.... 72 veces más ó sea $72 = 8 = 64$.

S. R. — 12 n ... 22 — 8 n.... $8 \times 22 = 176$.
Si 12 naranjas cuestan 22, 8 costarán 8 veces más ó sea 8 multiplicado por 22 que es igual á 176.

M. R. — Si 12 naranjas cuestan 72 centavos, 8 naranjas costarán 8 veces más ó sea 8 multiplicado por 72 igual á 576.

E. T. — 12 n.... 72 c. — 8.... $8 + 8 \times 12 = 96$.

3er. Grado Inferior. — Varones.

12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $\frac{8}{72} = 9$ $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 8 dividido por $72 = 9$ $.

F. C. — 12.... 72 $ — 8 ov $\frac{72}{8} = 9$ $

Si doce ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 dividido por 72 que es igual á 9 $.

V. C. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov....$8 : 72 = 60$ $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán tanto como sea la diferencia 8 veces más ó sea 8 dividido por 12 es igual á 60 $.

A. G. — 12 ov.... 72 $ — 1 ov.... $72 \div 12 = 6$ $.
1 ov.... 6 $ — 8 ov.... $8 \times 6 = 48$ $.

A. J. O. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $8 \div 72 = 9$.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán $8 \div 72 = 9$ $.

J. R. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $12 \div 8 = 4$ $.

B. V. — 12 ov.... \$ 72 – 8 ov.. $\frac{72}{8} = 9$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 72 ÷ 8 = 9 \$.

H. Z. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 72 ÷ 8 = 9 \$.

NIÑAS. — *A. A.* – 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... 72 : 8 = 9
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 72 : × 8 = \$ 9.

C. B. — 12 ovejas.... 72 \$ — 8 ov.... 8 : 72 = 9 \$.
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 8 dividido por 72 que es igual á 9 \$.

L. B. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 \$.
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 72 : 8 = 9 \$.

A. C. – 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ \$.

12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 72 dividido por 8 = 9 \$.

M. L. G. — 12 ov... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$

1 ov.... 6 \$ — 8 “.... 8 × 6 = 48.
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 1 oveja costará 72 : 12 = 6.
Si 1 una oveja cuesta 6 \$, 8 ovejas costarán 8 × 6 = 48.

E. G. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... 8 × 72 = 576.
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 8 multiplicado por 72 que es igual á 576.

M. H. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov ... 8 : 72 = 9 \$.
Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 8 dividido por 72 igual á 9 \$.

M. L. 12 ov........................ 72 \$

1 ov........................ $\frac{12}{72}$

8 ov........................ $\frac{8 \times 72}{12} = 29$ \$.

Si 12 ovejas cuestan.... 72 $, 8 ovejas costarán 8 multiplicado por 72 y dividido por 12 y costarán entre todo 29 $.

C. M. — 12 ov.. . 72 $ — 8 ov...., 8 : 72 = 71.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 8 dividido por 72 que es igual á 71 $.

A. O. — 12 ov........................ 72 $

1 ov........................ $\frac{72}{12}$

8 ov........................ $\frac{8 \times 72}{12} = 29$ $

A. N. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja me costará 72 sobre 12. Si una oveja me cuesta 72 sobre 12, 8 ovejas me costarán 8 multiplicado por 72 y dividido por 12 que es igual á 29 $.

R. O. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 72 dividido por 8 que es igual á 9 $.

J. P. — 12 ov... 72 — 1 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ $

1 ov.... 6 — 8 ov.... $8 \times 6 = 48$ $.

Si 12 ovejas cuestan $ 72, 1 oveja costará 12 veces menos ó sea 12 dividido por 72 que es igual á $ 6. Si 1 oveja cuesta $ 6, 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea 8 multiplicado por 6 que es igual á $ 48.

R. R. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ $

Si 12 ovejas cuestan $ 72, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó sea 72 dividido por 8 = $ 9.

S. E. S. - 12 ov... 72 $ — 8 ov..... $\frac{72}{8}$ 8 = 9 $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 dividido por 8 igual á 9 $.

R. A. V. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 72 = 9 $
Si 12 ovejas valen 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó sea 8 dividido por 72 $ que es igual á 9 $.

3er Grado Superior. — VARONES. — *L. C.* — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 12 = 6 $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es igual 8 dividido por 12 que es igual á 6.

P. C. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es igual á 72 dividido por 8 = 9 $.

M. G. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 72 = 9
Si 12 cuestan 72 $, 8 ovejas costarán menos ó sea la división de 8 entre 72 = 9.

T. J. — Si 12 ovejas valen 72 $, 8 ovejas valdrán 72 veces menos ó sea 72 : 8 = 9 $ que valen las 8 ovejas.

V. M. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = $ 9
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán $ 72 : 8 = $ 9.

J. J. M.— Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 72 dividido por 12 igual á 6 $ y 8 ovejas costarán 6 × 8 = 48.

J. R. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 dividido entre 9 que es igual á 9 $.

H. S. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 72 = 9 $
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó sea 72 sobre 8 que es igual á 9 $.

F. M. — 12 ov.... 72 $ — 12 ov.... 72 : 8 = 8
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 72 menos 8 será igual 8 $.

NIÑAS. — *C. A.* — 12 ov.................... 72 $

1 ov...... .... $\frac{72}{12}$

8 ov .... $\frac{8 \times 72}{12} = 48$ $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 12 veces menos ó sea 72 sobre 12 y 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea 8 multiplicado por 72 y dividido por 12 que es igual á 48 $.

E. B. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo, 8 dividido entre 72 que es igual á 9 $.

L. Y. B. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es igual 72 : 8 = 9 $.

A. C. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 × 72 × 576.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea 8 por 72 que es igual á 576.

E. de la A. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 12 veces menos 72 : 12 = 6 $; si 1 oveja cuesta 6 $, 8 ovejas costarán 8 veces más ó lo que es igual 6 × 8 = 48 $.

Y. E. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 72 = 64.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 costarán 72 veces menos ó como sea 72 dividido por 8 que es igual á 64 $.

T. G. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó sea 72 multiplicado por uno y dividido por 8 que es igual á 9 $.

D. G. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 + 72 = 864
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 + 72 = 864.

B. G. — 12.... 72 — 8.... 72 : 8 = 9.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces más ó lo que es lo mismo 72 dividido por 8 que es igual á 9 $ que cuestan las 8 ovejas.

M. P. Y. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó sea la división de 72 por 8 igual á 9 $.

D. L. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 72 = 9 $
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo 72 dividido por 8 que es igual á 9 $.

A. M. — (12 ov.... 72 — 8 ov.... $\frac{8}{72} =$

a 12 ov.... 72 — 8 ov..... $\frac{72}{12} \times 8 =$)

b 12 ov.... 72 — 8 ov.... 72 × 8 = 576

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces más ó sea 72 multiplicado por 8 que es igual á 576 $ que cuestan las 8 ovejas.

M. E. O. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $
Si 12 ovejas cuestan 72 $, las 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo 72 dividido entre 8 que es igual á 9 $.

E. E. P. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9
Si 12 ovejas cuestan 72 $. 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo 72 $ que es lo que cuestan las 12, dividido por 8 igual á 9 $ que cuestan 8 ovejas.

C. R. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 8 : 12 =
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es igual 8 dividido por 72 = 6.

M. M. R. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó lo que es lo mismo 72 dividido entre 8 que es igual á 9 $.

R. T. — 12 ov. .. 72 $ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 costarán 8 veces menos igual á 9 $ que es lo que cuestan 8 ovejas.

N. T. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov... 8 — 72 = 64.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán tanto como sea la resta de 72 menos 8 que es igual á 9 $.

J. V. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9 $.
Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces menos ó lo que es lo mismo 72 dividido entre 8 que es igual á 9 $ que cuestan las 8 ovejas.

E. W. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... 72 : 8 = 9.

C. M. — 12 ov........................ 72 $

1 ov........................ $\frac{72}{1}$

8 ov........................ 72 $\frac{72}{8} = 9$

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 72 veces menos ó sea 72 sobre 1. Si una oveja cuesta 72 sobre 1, 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea 72 dividido por 8 igual á 9 $.

A. R. — 12........................ 12
72........................ $72 : 12 = 6$
6........................ $6 \times 8 = 48$ $

Si 12 ovejas cuestan 72 $, es igual á 72 dividido entre 12 que da 6 $ y luego hay que multiplicar 8 por 6 queda 48 $.

M. E. A. — 12 ov.... 72 $ — 8 ov.... $72 : 8 = 9$ $.

A. de M. — 12 ov... 72 $ — 1 ov... $\frac{1}{72} =$ 8 ov... $\frac{12 \times 72}{8} = 1.08$

Si 12 ovejas valen 72 $, 1 oveja valdrá 12 veces menos ó lo que sea, 1 sobre 72. Ocho ovejas valdrán 12 veces más ó lo que sea 12 por 72 y dividido por 8 que es igual á 1.08 centavos.

4°. Grado. — Varones. — *R. B.* — Si doce ovejas cuestan 72 $, 8 costarán tanto como sea el cociente de las siguientes cantidades que estas son 72 entre 8 que es igual á 9 pesos.

M. B. — Si 12 ovejas cuestan $ 72 una oveja costará 12 veces menos.

C. C. — Si 12 ovejas cuestan 72 $ 8 costarán 8 veces más y 1 oveja 8 veces menos igual á $=4$.

R. E. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán tanto como sea la división de 12 dividido entre 72.

L. E. F. — Si 12 ovejas ... 72 $ — 1 ov.... 72 veces menos ó sea 72 dividido $\times$ 12 que es igual á x.
Si 1 ov.... x $ 8 ov.... $x \times 8 = Y$.

B. G. — Si 12 ovejas cuestan 72 pesos, una oveja costará 72 dividido por 12, si 1 oveja cuesta 6 pesos 8 ovejas costarán 8 veces más.

F. M. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 72 veces menos ó sea 72; entre $12 = x$. 1 oveja cuesta x, 8 ovejas costarán x veces más ó sea igual á $x \times 8 = b$.

J. M. — Si 12 ovejas cuestan 72 $ cuánto costarán 8 ovejas; le resto á 12 — 4 = 8 y si cuestan 72 $ costarán 7 sobre 12 igual á 8 $ una oveja costará. Si una oveja cuesta 8 *x*, 8 ovejas costarán 8 veces más ó es igual á *x*.

L. M. R. — Si 12 ov.... 72 $ — 1 ov.... $\frac{42}{12} = 6$

1 ov.... 6 $ — 8 ov.... $8 \times 6 \times 48$.

Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces 8 menos ó lo que será igual al resultado que dan las operaciones ya indicadas.

R. S. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará tanto como sea la división de $\frac{72}{12} = 8$, 1 oveja cuesta 8, ocho ovejas costarán 8 por 8 = 64.

R. A. — Si 12 ovejas cuestan $ 72 una oveja costará $ 72 menos, 7 ovejas costarán 8 veces más.

J. P. — Si 12 ov.... 72 $ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$

1 ov.... 6 $ .... 8 ov.... $8 \times 6 = 48$ $

Si doce ovejas cuestan setenta y dos pesos ocho ovejas costarán ocho veces más y una ocho veces menos.

Niñas. — *M. A.* — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 72 veces más ó lo que es lo mismo $72 \times 8 =$

M. M. A. — Si 12 ovejas costarán 72 $, 1 oveja costará tanto como sea 72 : 12 = Si 1 oveja cuesta tanto, 8 costará tanto como sea lo que cuesta $1 \times 8 =$

S. C. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 1 oveja costará 8 veces menos....

A. C. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, cuánto costarán 8 y 1 cuesta 8 veces menos.

J. C. — Si doce ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán tanto como sea la división de 72 entre 8.

M. C. — Si doce ovejas cuestan setenta y dos pesos y se quiere saber cuánto cuestan ocho para esto tengo que dividir setenta y dos sobre doce.

L. F. — Si 12 ovejas cuestan $ 72, una costará $\frac{72}{12}$ que es igual á 8, ahora si 8 ovejas lo divido 72 : 12.

A. G. — Si 12 ovejas cuestan 72, $, 8 ovejas costarán 8 veces menos.

R. G. — Si doce ovejas cuestan setenta y dos pesos, ocho ovejas costarán ocho veces menos.

E. L. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces para esto se divide el valor de las 12 ovejas por 8 y eso es lo que va á costar las 8 ovejas.

T. M. — Si 72 ovejas cuestan 12 $ y quieren saber cuánto cuestan 8. Costarán 1 oveja costará 72 veces menos si una oveja cuesta 72 veces menos 8 ovejas costarán 8 veces más.

S. M. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces más que 72.

M. R. — Sabemos que 12 ovejas cuestan $ 72; ahora quiero saber cuánto cuestan 8. Si 12 ovejas cuestan $ 72, una oveja costará 72 veces menos ó sea 72 dividido por 12. Si una oveja cuesta x, 8 ovejas costarán ocho veces más ó sea x por 8.

E. M. R. — Si 12 ovejas cuestan 72 $.... 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo 72 : 8 =

M. S. S. — 12 ov.... 72 $ — 1 ov... 72 : 12 = 6
1 ov.... 6 $ — 6 ov ... 8 × 6 = 48 $

H. U. — Si 12 ovejas valen 72 $, 1 valdrá 12 $ menos y 8 ovejas 8 veces más.

M. M. V. — Si 12 ov.... 72 $ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 8$

8 costarán 8 veces más.

Si 12 ovejas cuestan 72 $ y quiere saber cuánto costarán 8, para esto tengo que dividir lo que valen las 12 por 8.

M. V. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas costarán 8 veces menos ó lo que es lo mismo, 8 dividido por 12 que es igual.

M. I. Y. — Si 12 ovejas cuestan 72 $. 1 costará 72 veces menos. Si 1 oveja cuesta 72 veces menos 8 ovejas costarán 8 veces más.

5° Grado. — VARONES, — *S. C.* — Si 12 ov.... 72 $ — 1 ov... $\frac{72}{12} = 6$ $.

8 ov.... $8 \times 6 = 48$ $.

Si 12 ovejas me cuestan 72 $, 1 oveja me costará menos ó sea 72 dividido por $12 =$ $ 6 que me cuesta una.

Sabemos que 1 oveja cuesta seis pesos, 8 costarán más ó sea $8 \times 6 = 48$ $ que me cuestan las 8 ovejas.

F. M. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, una costará $\frac{72}{12} = 6$ $

Si 1 oveja cuesta 6 $, 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea $8 \times 6 = 48$ $...

J. R. — 12 ov.... 72 $ — 1 ov.... $72 : 12 = 6$ $
8 ov.... $8 \times 6 = 48$ $

Se trata de saber el valor de 8 ovejas sabiendo que 12 ovejas cuestan 72 $. Si 12 ovejas cuestan 72 $, una oveja que es menos costará tanto como sea 72 dividido entre $12 =$ $ 6 que es el valor de una oveja. 8 ovejas costarán tanto como sea el producto de el valor de 1 por 8 ovejas $= 48$ pesos.

P. P. — I. Se trata de averiguar el valor de 8 ovejas teniendo el valor de 12.

II. Datos conocidos: ov, $ 72 y 8 ov.

III. " desconocidos; valor de 8 ovejas

IV. Valor de una oveja $= \frac{27}{12} = X$

V. Valor de 8 ovejas.... $x \times 8 = Y$

Valor de una ov. $= \frac{72}{12} =$ $ 6

" " 8 " $= 6 \times 8 = 48$ $

Si deseo hallar el valor de 8 ovejas teniendo de 12 que es $ 72; tengo primeramente que hallar el valor de 1 oveja que es igual á $\frac{72}{12} =$ $ 6 este resultado lo multiplico por la cantidad de ovejas ó sea 8 y me da $ 48 valor de las 8 ovejas.

A. P. — 12 ov.... 72 \$
8 ov.... x \$
1 ov... $\frac{12 \times 8}{12}$ = \$ 1.33
$8 \times 1.33 =$

Si sabemos que 72 \$ equivalen á 12 ovejas, 8 ovejas equivaldrán á $\frac{12 \times 8}{72}$ que me dará un igual de \$ 1.33 cada oveja y 8 costarán $1.33 \times 8 = 10.64$.

N. M. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$
8 ov.... $\times 6 = 48$ \$

Si 12 ovejas han costado 72 \$ y se desea saber cuánto cuestan 8, averiguo primero cuánto cuesta una que es 6 \$, luego 8 ovejas costarán 48 \$, basándome en la multiplicación de 6×8.

F. T. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$
8 ov.... $6 \times 8 = 48$ \$

Sabemos que 12 ovejas cuestan 72 \$ y queremos saber el valor de 8 tendremos que buscar primeramente el valor de una que será el resultado de la división de $\frac{72}{12} = 6$ \$. Sabemos que el valor de una oveja es 6 \$ para saber el valor de 8 ovejas tendremos que multiplicar $8 \times 6 = 48$ que es valor 8 ovejas.

Niñas. — *C. A.* — 12 ov.... \$ 72
1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$

Si 12 ovejas cuestan \$ 72, 1 ov. costará menos ó sea $\frac{72}{12}$ que es igual á 6 que cuesta cada oveja

---

B. A. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$
8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Si sabemos que 12 ovejas han costado 72 \$ y se desea saber cuánto cuestan 8; tendremos que una oveja costará el número de ellas por los pesos que es 6 \$ cada una, ahora 8 costarán lo que vale una por el número de ovejas.

M. A. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72}{12} = 5$ \$

$6 \times 8 = 48$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas tendrán que costar tanto como 72 contenga á 12 costará cada oveja y sean 6 \$ y multiplico $6 \times 8 = 48$ que es lo que cuestan las 8 ovejas.

M. B. — 12 ov.... \$ 72 — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

1 ov.... \$ 6 — 9 ov... $8 \times 6 = 48$

Como sé que 12 ovejas cuestan 72 \$, para saber cuánto cuestan 8 ovejas tengo que averiguar cuanto cuesta 1 oveja, para esto divido $72 : 12 = 6$ \$, luego si 6 \$ cuesta 1 oveja, 8 ovejas costarán más, es decir $8 \times 6 = 48$.

S. C. — 12 ov... \$ 72 — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

En este problema se desea saber cuánto costarán 8 ovejas y sabemos que 12 valen \$ 72, 1 oveja valdrá 12 veces menos para saber cuánto vale cada una, pero se desea saber cuánto valen 8 valdrán 8 veces más que es igual á 48 \$.

E. C. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72 \times 8}{12} =$ \$ 48

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán menos ó sea 72 que es lo que han costado 72 por 8 y sobre 12 y tengo que es igual á 48 \$ que han costado las 8 ovejas.

M. E. C. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

8 ov..... $6 \times 8 = 48$ \$.

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, una oveja costará tantos pesos como sea las veces que 12 esté contenido en 72 que es igual á 6 \$ que cuesta cada una, pero como deseamos saber cuánto nos costarán 8, nos bastará multiplicar lo que cuesta una por 8 que es igual á 48 \$.

Z. D. — 12 ov... \$ 72 — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Se desea saber cuánto costarán 8 ovejas si 12 cuestan 72 \$, para esto me bastará dividir 72 por 12 que es igual á 6 \$. Y para saber cuánto cuestan 8 tendré que multiplicar 8×6 que es igual á 48 y es lo que valen las 8 ovejas.

F. De T. — 12 ov.... \$ 72 — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

1 ov.... 6 \$ — 8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Sé que 12 ovejas han costado 72 \$, para saber cuánto cuestan 8 ovejas y sé que una vale 6 \$ tengo que multiplicar $6 \times 8 = 48$.

J. M. F. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $72 : 8 = 9$ \$

Sabemos que 12 ovejas cuestan 72 \$, y como el problema pide cuánto costarán 8, para saberlo tendré que efectuar la siguiente división $72 : 8 =$ á 9 \$ que es lo que cuestan 8 ovejas.

C. F. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $72 : 12 = 6$ \$

8 ov.... costarán $8 \times 6 = 48$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, una oveja costará tanto como 72 contenga á 12 que es igual á 6 \$ pero como nos pide 8 ovejas éstas costarán 6 veces más ó sea $6 \times 8 = 48$ \$ que cuestan las 8 ovejas.

A. de M. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 1 oveja costará tanto como sea el cociente de dividir 72 entre 12 ó sea 6 \$.

Ahora, si una oveja cuesta 6 \$, 8 ovejas costarán 6 veces más ó sea 6×8 que es igual á 48 \$.

A. G. — $72 : 12 =$ \$ 6 cada oveja; $8 \times$ \$ $6 = 48$ \$.

Si 12 ovejas cuestan 72 \$ y deseamos saber cuánto costarán 8 de ellas me bastará hallar el precio de cada una y luego multiplicarlo por las 3 ovejas hallando así el precio de éstas.

I. K. — 12 ov.... \$ 72 — 8 ov.... $72 \times 8 = 576$ \$

Si 72 \$ cuestan 12 ovejas, 8 ovejas costarán 12 veces más que es igual á 576 \$.

C. L. — 12 ov... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ \$

Sabiendo que las 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán tanto como 8 esté contenido en 72 que es igual á 9 \$.

A. L. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $72 \times 8 = 576$

Sabemos que 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán tanto como sea la multiplicación de 72 por 8 que es igual á \$ 576 que es lo que cuestan las 8 ovejas.

J. M. — 12 ov.... \$ 72 — 1 ov.... $\frac{72}{12} = 6$ \$

8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Si se desea saber cuánto cuestan 8 ovejas conociendo que 12 han costado \$ 72, primeramente debemos hallar el valor de una y lo que me resulta multiplicarlo por 8 que es igual á 48 \$.

M. L. M. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{12 \times 72}{8} = 9.81$

Se desea saber cuánto costarán 8 ovejas sabiendo que 12 ovejas cuestan \$ 72; sabemos que 72 es el valor de 12 ovejas el de 8 será igual á $\frac{12 \times 72}{8} = 9.81$

A. M. — 12 ov.... \$ 72 — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ \$

Si 12 me cuestan 72 \$; 8 me costarán 8 veces menos puesto que son menos ovejas; tengo pues que dividir 72 entre 8 y me da 9 \$ que valen 8 ovejas.

V. O. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} - 6$ \$

1 ov.... 6 \$ — 8 ov.... $\times 6 = 48$

Si 12 ovejas costaron 72 \$, una costará tanto como sea el cociente de dividir 72 entre $12 = 6$ que es el valor de una, ahora si una cuesta 6 \$, 8 ovejas costarán tanto como sea el producto de $8 \times 6 = 48$ \$.

S. P. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas que son menos, costarán menos ó sea $\frac{72}{8}$ igual á 9 \$.

J. R. — 12 ov... 72 \$ — 1 ov... $\frac{72}{12} = 6$ \$.

1 ov.... 6 \$ — 8 ov.... $8 \times 6 = 48$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 pesos, para saber cuánto cuestan 8, primero tendré que saber el valor de una que lo hallaré dividiendo 72 entre $12 = 6$ que será el valor de 1 oveja. Ahora, si 1 cuesta 6 \$, 8 costarán 6 veces más que es igual á 48 \$ lo que cuestan las 8 ovejas.

A. S. — 12 ov.... 72 \$ — 8.... \$ 9

Como sé que 12 ovejas cuestan 72 \$ y quisiera saber cuánto cuestan 8, debo dividir \$ 72 entre 8 y me da por resultado \$ 9 que es lo que cuestan las 8 ovejas.

T. S. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.... $\frac{72}{12} = \$\ 6$

1 ov.... 6 \$ — 8 ov. .. $8 \times 6 = 48$

Como sé que 12 ovejas cuestan 72 \$, una costará tanto como sea 72: 12 = 6 \$ que es lo que vale una oveja, ahora las 8 costarán tanto como sea el producto de multiplicar el número de las 8 ovejas $\times$ 6 \$ que costaba una que es igual á 48 \$.

R. T. = 12 ov. .. 72 \$ 8 ov.... $\frac{72}{8} = 9$ \$

Si sabemos que 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 tendrán que costar menos ó sea dividir $\frac{72}{8}$ que es igual á 9 \$ que cuestan las 8 ovejas.

C. T. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $\frac{72 \times 8}{12} = 48$ \$

Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 ovejas costarán tantos pesos como sea el producto de 72×8 sobre doce que es igual á 48 \$.

Sabemos que 12 ovejas cuestan 72 \$; 8 ovejas costarán $\frac{12 \times 8}{72}$ que es igual \$ 1.33 que es lo que cuesta una.

M. T. D. — 12 ov.... 72 \$ — 1 ov.. .. $\frac{72}{12}$

8 ov.... $\frac{72 \times 8}{12} = \$\ 48$

Si 12 ovejas cuestan \$ 72, una costará 12 veces menos, 8 costarán 8 veces más que una que es igual á 48 \$.

6° Grado. — Varones. — *F. L.* — Debo ante todo saber cuánto me cuesta una oveja. para lo cual divido 72 que es valor de 12; efectuado esto multiplico por 8; y luego tengo lo pedido.

R. E. — Conozco el valor de 12 ovejas porque lo da el problema que es de 72 \$, pero conozco el de 8 ovejas y tengo primeramente que plantear el problema y digo; 12 ovejas cuestan 72 \$, 1 costará

$\frac{72}{12}$ que es = á 6 y entonces si 1 cuesta 6 $, 8 costarán 7 veces más ó lo que es lo mismo $8 \times 6 = 48$, valor de las 8 ovejas.

A. L. — Tengo que hallar el precio de una para saber el de las 8 y digo: Si 12 ovejas me cuestan 72 $, una me costará 72 : 12 que es igual á 6 $ una y las 8 serán $8 \times 6 = 48$ $, precio de las 8.

J. P. S. —Sabemos que 12 ovejas que se supone que un señor las tiene y las ha comprado en 72 $ y luego quiere ver cuanto le cuestan 8, luego este señor tendrá que gastar menos por las ovejas son menos ó sea lo que le cuestan las 12 que es 72 $ dividido entre 8 y es igual á 9 $.

H. B. — 12 ovejas, cuestan, según el problema $ 72 y tengo que saber cuánto costarán 8 de ellas; pero sin saber lo que cuesta una no podré saber lo que cuestan 8; efectivamente, hay que resolverlo por el método de la unidad. Representamos por el número de pesos que costarán las 8; si 12 cuestan 72 $, 1 ó sea la duodécima parte de éstas costará 12 veces menos ó sea $\frac{72}{12}$. Ahora 8 costarán 8 veces más que una igual á $\frac{72}{12} \times 8 = x$

R. L. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, 8 ovejas que es un número menor de ovejas costarán menos ó lo que es lo mismo 72: 12 que será lo que cuesta cada una pero como son 8 multiplico y me dará lo que cuestan juntas las ocho.

J. C. C. —Si 12 ovejas cuestan 72 $ una costará 72 veces menos ó sea $\frac{72}{12} = 6$ pesos, 8 ovejas costarán $8 \times 6 = 48$ pesos.

R. R. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, una oveja costará 12 veces menos, es decir $\frac{72}{12}$ que es igual á 6 $ que es lo que cuesta una oveja; ahora para saber lo que cuestan 8 multiplico lo que cuesta una ó sea 6 $ $\times$ 8 que son las ovejas y tengo 48 $ que cuestan las ocho ovejas.

M. V. — Si las 12 ovejas valen $ 72. Para saber el valor de 8 de ellas primeramente tendremos que buscar el valor de una en este caso podemos representarlo por *(x)*. Si 12 ovejas cuestan $ 72, una costará 12 veces menos ó lo que es lo mismo que $\frac{72}{12}$ igual á (x). Como sabemos que una oveja cuesta (x) pesos; 8 ovejas costarán 8 veces más lo que es igual á $x \times 8 = z$ pesos, valor de las ovejas.

NIÑAS — *M. I.* — Si las 12 ovejas cuestan \$ 72, una oveja costará 12 veces menos ó $\frac{72}{12}$; ahora si una cuesta $\frac{72}{12}$ las 8 ovejas costarán 8 veces más ó sea $\frac{72}{12}$ multiplicado por 8.

F. de T. — 12 ov.... 72 \$ — 8 ov.... $72 \times 8 = 576$ \$
Como el problema dice que 12 ovejas cuestan \$ 72 y se desea saber cuánto cuestan 8 ovejas nos bastará multiplicar 72×8 para saber lo que valen 8 ovejas que es igual á 576 \$.

S. S. — 12 ov.... \$ 72 — 8 ov.... = 4 \$
1 ov.... $\frac{12 \times 8}{72}$ .... \$ 1.33

H. E. — Para saber lo que me cuestan las 8 ovejas, tengo que hallar el valor de una oveja para esto divido $\frac{72}{12} = 6$ que es lo que me cuesta cada oveja.

O. C. — Sé que 12 ovejas le cuestan 72 \$, 8 ovejas le costarán 8 veces menos ó sea igual á la diferencia ó división de 8: $82 = 5$.

E. C. — Para saber cuánto cuestan 8 ovejas tengo primero que hallar el valor de 1 para lo cual digo: si 12 ovejas cuestan según el problema \$ 72, una oveja, que son menos que 12, costarán tanto como las veces que 12 esté contenido en 72 que es igual á \$ 6 que es el valor de una oveja. Entonces: si una oveja vale \$ 6, ocho ovejas que son más, valdrán 8 veces más ó sea $6 \times 8 =$ \$ 48 que es el valor de las 8 ovejas.

J. C. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 que son menos costarán $\frac{72}{8} = 9$; ahora si 1 cuesta 6 \$; 8 que son más será igual á $6 \times 8 = 48$.

C. F. — Si 12 ovejas cuestan \$ 72, una costará menos, es decir $\frac{72}{12} = 6$ \$, ahora si se desea saber cuánto costarán 8; valdrán más ó sea 6×8 igual á 48 \$ que es lo que pide el problema.

E. B. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, una oveja que es 12 veces menos costará $\frac{72}{12} = 6$, también pregunto cuánto costarán 8. Si una oveja cuesta 6 \$, 8 costarán 8 veces más ó sea $8 \times 6 = 48$ \$ que es lo que cuestan las 8 ovejas.

M. L. M. — Costando 12 ovejas 72 \$; para hallar el precio de ocho tengo que hallar primero el precio de 1 oveja. Para esto divido lo que valen las 12 ovejas sobre 12 que es $= 6$ \$. Si una vale 6, 8 valdrán 8 veces más que es igual á 48 \$.

G. O. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 1 oveja costará menos ó sea $\frac{72}{12} = 6$ y 8 costarán 6 veces más ó sea $8 \times 6 = 48$ \$, que es lo que cuestan las 8 ovejas.

M. B. P. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 que son menos costarán doce veces menos ó sea $\frac{72}{12}$ que es igual 6 \$. Ahora si una cuesta 6 \$, 8 que son más costarán también 8 veces más ó sea 8×6 que es igual á \$ 48.

J. P. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, 8 costarán menos ó lo que es lo mismo $\frac{72}{12} = 6$ que es lo que cuesta una, así que las 8 me costarán 6 veces más ó sea $6 \times 8 = 48$.

A. de los S. — Costando 12 ovejas 72 \$, para saber cuánto me costará una tengo que $\frac{72}{12} = 6$ \$. Ahora para saber cuánto cuestan 8 tengo que multiplicar $6 \times 8 = 48$ \$ que es lo que cuestan las 8 ovejas á 6 \$ cada una.

M. B. — Si 12 ovejas cuestan 72 \$, una oveja que es menos costará menos ó sea 6 \$. Y si una oveja cuesta \$ 6; 8 ovejas que son más costarán 6 veces más ó sea $6 \times 8 =$ á 48 $ que es el importe de las 8 ovejas.

R. V. — Primeramente hallo el valor de una oveja dividiendo lo que cuestan todas entre el número de ovejas $\frac{72}{12} = 6$ $ y me da 6 $ que es lo que cuesta una, ahora sabiendo que una vale 6 $; 8 que son más valdrán 8 veces más ó sea $6 \times 8 = 48$ $ el precio de las 8 ovejas.

T. C. — Si 12 ovejas valen 72 $, una oveja costará 72 veces menos ó sea $\frac{72}{12}$ si una oveja cuesta 72 veces menos, 8 ovejas costarán mucho más es decir $\frac{72 \times 8}{12} = x$

L. C. — Si 12 ovejas han costado 72 $, como el problema pregunta cuánto costarán 8, como son menos ovejas costarán 8 veces más ó sea 72×8

M. R. G. — Si 12 ovejas cuestan $ 72, una oveja que son menos costará también menos ó sea $\frac{72}{12} = x$, si una cuesta x las 8 costarán 8 veces más ó sea $\frac{8 \times 72}{12}$ x''

A. L. — Si 12 ovejas cuestan 72 $, una oveja que es menos costará 12 veces menos es decir $\frac{72}{12} = 6$ $. Si 1 oveja cuesta 6 $, 8 costarán 6 veces más ó sea $6 \times 8 = 48$ $.

M. M. D. — Si 12 ovejas cuestan $ 72, una que es 12 veces menor costará 12 veces menos ó sea $\frac{72}{12}$. Si una oveja vale esto, 8 ovejas valdrán 8 veces más puesto que son mayores es decir $\frac{72 \times 8}{12} = x'$ $.

Experimento XIX

2° Grado. — Varones. — *A. B.* — Un individuo tenía en un corral 122, en otro 127, en otro 128, en otro 203, y se le murieron 50 y sacó de las demás 2 pesos.

H. C. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, y en otro 17, y después se le murieron 50 y las que quedaron las vendió á dos pesos cada una. ¿Cuál es el valor que sacó?

D. C. — Un individuo tenía en un corral 222, en otro 127, y en otro 17, se le murieron 50 y las que quedaron las vendió á razón de dos pesos cada una.

A. C. — Un individuo tenía en un corral 120, en otro corral 222, y en otro corral 17, y murieron 50 ovejas.

S. C. — Un individuo tenía 122 ovejas en un corral y 17 caballos y se le murieron 50, y el resto lo vendió á 2 pesos cada una. ¿Cuánto sacó?

J. C. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en el otro 17 y se le murieron 50, y le restó 57, y después las vendió.

L. E. — Un individuo tenía en un corral 222 ovejas, en otro 132, en otro 120, en otro 320 y en otro 17.

A. F. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 13 y se le murieron 50, y vendió el resto á dos pesos cada una.

M. I. — Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 230 y en otro 17, se le murieron 50 y las vendió á dos pesos cada una. ¿Cuánto recibió?

A. J. — Un hombre tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, se le murieron 44, y el resto lo vendió á dos pesos cada una. ¿Cuanto dinero sacó?

P. L. — Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 17, en otro 222, pero se le murieron 50 y todas las que le quedaron de resta las vendió á dos pesos cada una. ¿Cuánto sacó?

* *P. M.* — Un individuo tenía en un corral 122 vacas, 203 ovejas y 17 caballos y 50 se murieron, y las vendió á dos pesos cada una.

C. C. N. — Un señor tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17 y 50 se murieron, y el restante lo vendió á dos pesos cada una.

J. J. O. — Un individuo tenia en un corral 120 ovejas y se le murieron 17, y las que quedaron las vendió cada una á razón de dos pesos.

G. R. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en el otro 17, y se le murieron 50, y el resto lo vendió á dos pesos cada una.

S. G. S. — Un individuo tenía en un corral 450 ovejas, en otro 203 y en otro 17, y se le murieron 50. ¿Cuántas le quedaron?

J. A. V. — Un individuo tenia en un corral 223 ovejas, 17 caballos y 50 se le murieron, y lo restante los vendió á dos pesos cada una.

NIÑAS. — *M. E. B.* — Un individuo tenia en un corral 223 ovejas, en otro 103, en otro 17 y un hombre sacó 50. ¿Cuántas le restan?

M. C. — Un individuo tenía 122 ovejas, 102, más 17 y 50 se le murieron y las vendió á dos pesos. ¿Cuánto será el valor?

M. A. C. — Un individuo tenia en un corral 123 ovejas, en otro 231 y en otro 13, se le murieron 50 y las vendió á dos pesos.

I. G. — Un señor tenia en un corral 122 ovejas, en otro 103, y 122, en otro 17, después las vendió á dos pesos cada una. ¿Cuánto ganó?

C. G. —Un individuo tiene 122 ovejas, 50 caballos y 17 ovejas y murieron 150 ovejas.

E. I. — Un individuo tenia 122 ovejas + 102 — 17 — 50 se murieron. ¿Cuánto es el valor?

I. L. — Un individuo tenía 123 ovejas, el 2° 323 ovejas, el 3° 250 ovejas.

A. L. — Un señor tenia en primer corral 122 ovejas, en otro 103, en otro 17 y se le murieron 50, y las vendió cada una á dos pesos.

A. M. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en el otro 17 y se le murieron 50, y de la resta vendió á dos pesos cada una.

J. J. O. — Un individuo tenía en un corral 223 ovejas, 103, 17 y se le murieron 50, y el resto lo vendió á dos pesos cada una.

S. R. — Un individuo tenía en un corral 222 ovejas, en otro 203 y en otro 17, y se le murieron 50. ¿Cuántas le quedaron?

M. R. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 113 y se le murieron 50, y las que le quedaron las vendió á tres pesos cada una.

E. T. — 123
323
553
50
2

3er Grado Inferior. — Varones — *F. C.* — Un individuo tenía en un corral 250 ovejas y vendió 30 á pesos 2.50 cada una, 50 se le murieron y las que le quedaron las vendió á pesos 1.50 cada una. ¿Cuánto gana?

V. C. — Un individuo tenía en un corral 250 ovejas y vendió 120 le restó 50.

A. G. — Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 303 vacas, 73 caballos y se le murieron 50, y vendió la mitad de las ovejas. ¿Cuánto ganó el individuo?

A. J. O. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203.

J. R. — Un.....

B. V. — Un individuo tenía en un corral 28, en otro 237, en otro 15 y vendió á 2 pesos cada una, 50 se le murieron, el resto lo vendió á pesos 1.50.

H. Z. — Un individuo tenía en un corral 122 vacas, en otro 203 y en el otro 17. Vendió 220 á pesos 2.30, se le han muerto 75 y el resto lo vendió á pesos 1.20.

Niñas — *M. A. A.* — Un individuo tenía 122 ovejas en un corral, en otro 203, en otro 17, después vendió 15 á pesos 2 cada una, después se le murieron 50 y obtuvo la mitad. ¿Cuánto vendió por el resto de las ovejas?

C. B. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 303, en otro 17, vendió 220 á 2 pesos cada una, el resto lo vendió á 1.80 y se le murieron 50 ovejas. ¿Qué valor sacó con el resto de sus ovejas?

L. B. — Un individuo tenía 230 vacas en un corral, 250 en otro, vendió 220 y el resto lo vendió á pesos 1.50 cada uno. ¿Qué resultado obtuvo?

A. C. — Un individuo tenía en un corral 202 ovejas, en otro 172 caballos y 72 vacas, se le murieron 50 y la vendió á 2 pesos cada una y el resto á pesos 2.50.

M. L. G. — Un individuo tenía en un corral 203 ovejas, en otro 22, en otro 117, en otro 122, en otro 75 y en otro 215. ¿Cuántas ovejas?

E. G. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas vendiendo á pesos 2 cada una. ¿Cuánto dinero obtuvo si 50 se le murieron y el resto lo vendió á pesos 1 cada una? ¿Cuánto dinero obtuvo en las ovejas?

M. H. — Un individuo tenía 203 ovejas en un corral, en otro 250, en otro 192, en el otro 202 y perdió de su resto 150 y se le murieron 50 ovejas. ¿Cuánta ganancia obtuvo con sus ovejas?

M. L. — Un individuo tenía en un corral 360 ovejas y en otro 670 y en la resta 7 y vendió 8, y en otro 50 vacas.

C. M. — Un individuo tenía en un corral 203 ovejas, en otro 124 y en otro 17, las vendió por 50 pesos cada una y se le murieron 50, y de resto le quedaron 124. Quiere saber cuántas ovejas le quedaron?

A. O. — Un individuo vendió una vez 122 ovejas, 203 en otro, en otro 17 y le quedaron 220 y se le murieron 50. ¿Qué valor sacó del resto de sus ovejas?

R. O. — Un individuo tenía en un corral 203 ovejas, en otro 122 y en el otro 17. Vendió 50 á 1.50 pesos. ¿Cuánta ganancia obtuvo de sus ovejas?

J. P. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 123, en otro 17, se le murieron 50, y el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto obtuvo por el valor de sus ovejas?

R. R. — Un individuo tenía 127 vacas, 138 vacas y las vendió en pesos 17, pesos 12 y se le murieron 50. El resto lo vendió en pesos 1.50. ¿Cuánto obtuvo en todo?

S. E. S. — Un individuo tenia en un corral 120 ovejas, en otro 17, en otro 203 y vendió 55, y cada una la vendió á 2 pesos, el resto lo vendió á 1.50 pesos cada una. Se le murieron 50. ¿Cuánto obtuvo por la venta?

R. V. — Un individuo tiene en un corral 123 ovejas, en otro 203, en el otro 17, vendió 50 ovejas y después que vendió 50 ovejas se le murieron 50 ovejas, después vendió á pesos 2 cada oveja. ¿Por cuánto vendió el resto de las ovejas si se le habian muerto 50 ovejas. ¿Cuánto dinero obtuvo ese señor?

3^er^ Grado Superior. — VARONES — *L. G.* — Un individuo tenia 122, en otro corral 17, en el otro corral 203 y vendió 220 á pesos 2 cada una, y después al cabo de poco tiempo se le murieron 50 ovejas.

P. C. — Un individuo tenía en un corral 150, en otro 203, en otro 50. Se le murieron 20, el restante lo vendió á 2 pesos y medio. ¿Qué resultado sacó de su rebaño?

M. G. — Un individuo tenia en un corral 122 + 203 + 17 + 220, y se le murieron 50 y las vendió á 2 pesos, y después que se le murieron 50, las vendió á 1.50.

T. J. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, de éstas vendió 220 á 2 pesos cada una y se le murieron 50, las otras las vendió á 1.50 cts. ¿Que producto sacó de sus ovejas?

V. M. — Si tenia un individuo en unos cuantos corrales varias ovejas, en el primero se encontrabán 122, en otro 213, en otro 17 y después vendió unas cuantas á pesos 1.50 y se le murieron 50. ¿Cuánto habrá ganado por todo?

J. J. M. — Un individuo tenia en un corral 127 ovejas, en otro 203, en otro 200 y se le murieron 50 y el resto lo vendió á 1.50. ¿Cuál es la ganancia?

J. R. — Un individuo tenía 122 ovejas en corral, otro 17, en el otro 213, después vendió 220 ovejas á pesos 2 m/n. y después al cabo de poco tiempo se le murieron 50.

H. S. — Un individuo tenía 122 ovejas en un corral, en otro 213, después tenía 17, se le murieron 50, vendió cada una á 1.50. ¿Qué resultado sacó de su rebaño?

F. M. — Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, 200 en otro y murieron 50, y vendió 52 á 2 pesos y medio cada una.

Niñas — *C. A.* — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, se le murieron 220 y el resto lo vendió á 2 pesos cada animal, luego se le murieron 50 animales y el resto lo volvió á vender á 1.50 pesos. ¿Qué ganancia sacó de sus ovejas?

E. B.—Un individuo tenía en un corral 122 carneros, en otro 213, en otro 17, vendió 220 á razón de 2 pesos cada uno; 50 se le murieron y el resto lo vendió á 1.50. ¿Cuánto sacó de las ovejas?

L. B. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 320 y 50 se murieron y las restantes á 1.50. ¿Qué producto sacó este individuo?

A. C. — Un individuo tenía en un corral 150 ovejas, 50 carneros, en otro 103 y en otro 213, vendió 220, 50 se le murieron y el resto lo vendió á 1.50. ¿Cuánto sacó por todos?

E. de la A. — Un individuo tenía 120 ovejas en un corral, 122 en el otro y en otro 17, vendió 220 á pesos 2 cada una. Se le murieron 50 y las que le quedaron las vendió á 1.50 pesos. ¿Cuánto ganó?

I. E. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213, en otro 17, vendió 220 á 2 pesos cada una y 50 se le murieron y el resto las vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto sacó de las ovejas?

T. G. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213, en otro 17. De todas estas ovejas se le murieron 50 y 120 fueron vendidas por pesos 1.25 cada una. ¿Cuánto sacó de sus ovejas?

D. G. — Un estanciero tenía 125 animales, en otro 203 y en otro 17, se le murieron 50, y el resto lo vendió á pesos 2 cada animal. ¿Qué ganancia sacó de sus ovejas. Luego cuántas ovejas le quedan en el corral?

B. G. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, 203 en otro, vendió 50. ¿Qué producto sacó este individuo?

M. I. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17. Vendió 220 á 2 pesos cada una, se murieron 50. ¿Qué importe sacó?

A. M. — Un individuo tenía en un corral 230 ovejas, en otro 27 y vendió 50, y se le murieron 27, y el resto que le quedó las vendió á un peso y medio cada una. ¿Cuántas ovejas le habrán quedado?

E. O. — Un individuo tenía en un corral 222 ovejas, en otro 203, en otro 17, en otro 220 y se le murieron 50, costando cada oveja 1.50. ¿Cuántas ovejas se han perdido?

M. T. O. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas y en otro 203, luego se le murieron 17 y las vendió á 2 pesos cada una, pero el 2° individuo se vendió el resto que eran 17 á pesos 1.50. ¿Cuántas veces habrán sido vendidas y cuántas murieron?

E. P. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas y vendió 220 á razón de 2 pesos cada oveja; en el primer corral 122, en el segundo corral 17, se murieron 50. ¿Qué producto sacó de la venta?

C. R. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas y 120 en otro, y se murieron 50 y á él le restó pesos 1.50. ¿Cuántas le quedaron?

M. R. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en el primero había 113, en el segundo 17, y vendió 220 á dos pesos cada una. Se murieron 50. ¿Qué importancia sacó?

R. T. — Un estanciero tenía 122 ovejas en un corral, 113 en otro, 224 en otro, 17 en otro.
Se le murieron 50, vendió 175, cada una la vendió á dos pesos. ¿Cuántas ovejas le quedan en el corral?

N. T. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213, en otro 17. Vendió 220 ovejas á dos pesos cada una y 50 se le murieron, el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto sacó de las ovejas?

J. V. — Un individuo tenia en un corral 120, en otro 203, en otro 222, en otro 17, las vendió á pesos 2.50 y se le murieron 50, el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto ganó?

E. W. — Si un individuo tiene tantas ovejas y se les perdió tantas y ganó tanto por una parte de ellas, no podría haber ganado mucho en ellas.

C. M. — Un individuo tenia 122 ovejas en un corral, 213 en otro, 17 en otro y 224 en otro. Se le murieron 50; cada una la vendió á pesos 2. ¿Cuántas ovejas le quedaron en el corral?

A. R. — Un individuo tenía en un corral 22 ovejas, más 213, más 17, más 220 y vendió cada una á pesos 2.50; se le murieron 17 y las otras á pesos 1.50 cada una. ¿Cuántas le quedaron?

M. E. A. — Un individuo tenia 122 ovejas en un corral, en otro 213, en otro 17, de las cuales vendió el resto á pesos 1.50. ¿Cuánto habrá ganado el individuo de las ovejas?

A. de M. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203, se le murieron 17 ovejas, vendió 220 á dos pesos cada una y las que le quedaron las vendió á pesos 1.50. ¿Cuanto sacó de sus ovejas?

4° Grado. — Varones. — *R. B.* —Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una, se murieron 50 y el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Qué ganancia sacó de las ovejas?

M. B. — Un hombre tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17 y vendió 220 á dos pesos cada una, y se le murieron 50, y el resto lo vondió á pesos 1.50. ¿Qué provecho sacó de las ovejas que le quedaron?

C. C. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en el otro 203, y en el otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una, 50 se murieron y el resto á 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

R. E. — Un individuo tenia 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17. Vendió 220 y se le murieron 50, el resto lo vendió á 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

L. F. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 250 á dos pesos cada una, 50 se murieron y el resto 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

B. G. — Un individuo tenía en un corral 220 ovejas, otra vez 203 y la otra 17, se le murieron 50 ovejas y las demás que le quedaron las vendió á pesos 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de las ovejas?

F. Man. — En un corral había 122 ovejas, en otro 203, en otro 17 y vendió 220 ovejas á dos pesos cada una, 50 se le murieron y el resto lo vendió á 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

F. M. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17 y vendió 220 á dos pesos, y se le murieron 50 y la restante la vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor recibió de sus ovejas?

L. M. R. — Un individuo tenía en un corral el 1° 122 ovejas, el 2° 203, el 3° 17 ovejas, luego vendió 220 á dos pesos cada una, después se le murieron 50 ovejas. ¿Cuánto ganó, cuántas le quedaron y las que le quedaron las vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor sacó de las ovejas?

R. S. — Un hombre tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una y se le murieron 50 y el resto lo vendió á pesos 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de las ovejas?

R. Q. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una y el resto lo vendió á pesos 1.50. Se murieron 50: ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

J. P. — Un estanciero tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, se le murieron 220 y las que le quedaron las vendió á dos pesos cada una, y de las que le quedaron se le murieron 50 y las que le quedaron las vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto ganó de la ovejas que le quedaron?

Niñas. — *M. A.* —Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, se le murieron 50 y vendió 220 á dos pesos. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. E. A. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una y se murieron 50, y el resto lo vendió á 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

S. C. — Un individuo tenia 102 ovejas, 203 y otro 17 y 22 otro y las vendió á dos pesos, y se le murieron 50, siendo 120 que recibió de sus ovejas y el restante la vendió á 1.50.

A. C. — En un corral había 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, vendió 220 cada una á dos pesos, se le murieron 50 y el resto á 1.50.

J. C. — Un individuo tenia en un corral 220 ovejas, en otro 203 y en otro 17, vendió 220 á dos pesos y se le murieron 200 y el resto las vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. C. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una, se murieron 50 ovejas y todas las otras que le quedó las vendia á pesos 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

L. F. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17 ovejas; vendió 220, se le murieron 50 ovejas y las vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

A. G. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17 ovejas. Vendió 220 á dos pesos cada una y se le murieron 50, el resto lo vendió á 1.50. ¿Qué valor sacó de las ovejas?

R. G. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17, vendió 220 á dos pesos y se le murieron 50, y el restante lo vendió á pesos 1.50. ¿Cuánto ganó de sus ovejas?

E. L. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 233 y en otro 17, vendió 220 ovejas á dos pesos cada una y 50 se murieron y le quedaron 17. ¿Qué valor recibió de las ovejas que le quedaron?

T. M. — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos y se le murieron 50, el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. R. — Un individuo tenia en un corral 203 ovejas, en otro 17 en otro 122. Vendió 220 ovejas á dos pesos, 50 se murieron y el resto á pesos 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

E. M. R. — Un individuo tenía 203 ovejas en un corral, en otro 122 y en otro 17, vendió 220 á dos pesos c/u., 50 se murieron y el resto á pesos 1.50 c/u. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. S. S. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos c/u., 50 se murieron y el resto á 1.50 c/u. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. H. U. — En un corral había 122 ovejas, en otro tenía 203 y en otro 17 y las vendió á 10 pesos, después se le murieron 50, vendió 220 á dos pesos y el resto lo vendió á 1.50. ¿Cuánto sacó de las ovejas?

M. M. V. — Un individuo tenía 122 ovejas, en otro 103, en otro 17, vendió 270 á dos pesos, 50 se le murieron y el resto á 1.50. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. V. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en uno tenía 203, en el otro 17, se le murieron 17 y el resto que le queda lo vendió á dos pesos. ¿Qué valor sacó de lo que le quedó?

M. I. V. — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á dos pesos cada una, se murieron 50 y el resto lo vendió á pesos 1.50. ¿Qué valor sacó de las que le quedaron?

5° Grado. — Varones. — *S. C.* — Un individuo vendió 122 ovejas, 203 vacas y 17 caballos: se le murieron 93, ¿qué valor le resultó?

(2ª vez). — (Octubre 24). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 ovejas y en otro 17, se le murieron 50 y el resto las vendió á $ 2 cada una, ¿qué valor le resultó?

J. R. — Un individuo tenía en un corral, ovejas; en el primer corral tenía 220 ovejas, en el segundo 203 y por último en el tercero 17 ovejas, vendió 220 ovejas á 2 pesos, se le murieron 50 y el resto lo vendió á 1 peso cada una?

(2ª vez). — Un hombre tenía en un corral ovejas, en el primero 122 ovejas, en el segundo 203, y en el tercero 17, vendió 220 á 2 pesos cada una, se le murieron 50 y el resto las vendió á 1 peso cada una, ¿qué valor sacó de sus ovejas?

P. P. — Un individuo tenía 122 ovejas, más 223, más 17. Una vez vendió 220 á $ 2 c/u, se le murieron 50 y el resto lo vendió á $ 1 c/u. ¿Cuánto ganó con sus ovejas?

(2ª vez). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17. Vendió 220 á $ 2 c/u, 50 se le murieron y el resto lo vendió á 1.50. ¿ Cuánto sacó de sus ovejas ?

A. P. — Un individuo tenia en un corrral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17 ; vendió 220 á $ 2 c/u, 50 se murieron y las demás á $ 1.50. ¿ Qué producto sacó de ellas ?

(2ª vez). — Un hombre tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17 ; vendió 220 á $ 2 c/u, 50 se le murieron, y el resto lo vendió á $ 1.50. ¿ Qué producto sacó de ellas ?

M. R. M. — Un individuo tenia 122 ovejas en un corral, en otro 203, vendió 220 á $ 2 c/u, se le murieron 50 y el resto las vendió á $ 1.50 c/u.

(2ª vez). — Un individuo tenia 122 ovejas en un corral, en otro 203 y en otro 17 ; vendió 220 á $ 2 c/u, 50 se murieron y el resto las vendió á $ 1.50 c/u.

F. T. Un individuo tenia en un corral 220 ovejas, vendió 50, otro 17 ...

(2ª vez). — Un individuo tenia en un corral 220 ovejas, vendió 122, se le murieron 23 y el resto las vendió á $ 1.50 c/u.

F. M. — *(2ª vez).* Un individuo tenia en un corral 102 ovejas, en otro 320 y en otro 17, 250 se le murieron y el resto las vendió á $ 1.50 c/u. ¿ Qué ganancia sacó de ellas ?

Niñas. — *C. A.* — Un individuo tenia en un corral 120 ovejas, en otro 203, vendió 220 á razón de $ 1.50 y se la murieron 17.

(2ª vez). — Un individuo tenia en un corral 203, en otro 17 y en el otro 160, vendió 230 á $ 2 c/u, y 50 á $ 1.50. ¿ Cuánto sacó ?

B. A. — Un individuo tenia en un corral 213 ovejas, en otro 217 y se le murieron 50, ¿ qué valor sacará de ellas si las vendió á $ 2 c/u ?

(2ª vez). — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203, se le murieron 17 y 250 las vendió á $ 5, después se le murieron 50 y las volvió á vender á $ 2 c/u. ¿ Qué producto sacó de ellas ?

M. A. — Un individuo tenia en un corral 120 ovejas, en otro 203, las vendió 220 á $ 4 c/u. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

(2ª *vez*). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; vendió 220 y 50 se le murieron, el resto las vendió á $ 1.50. ¿ Cuánto sacó de sus ovejas?

M. I. B. — Un individuo tenía 250 ovejas, se le murieron 150 y vendió 7 y vendió á $ 1.50 c/u. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

(2ª *vez*). — Un individuo tenía en un corral 250 ovejas, se le murieron 50 y vendió 50 á $ 7 c/u. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

S. C. — Un individuo tenia en un corral 102 ovejas, en otro 502.

(2ª *vez*). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; vendió 222 ovejas á $ 2 c/u, se le murieron 50 y el resto las vendió á $ 1.50. ¿ Cuánto recibió ?

M. E. G.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213 y en otro 17; vendió 220 á $ 2 c/u, 50 se le murieron. ¿ Qué valor sacó de ellas ?

(2ª *vez*). — Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17: vendió 200 á $ 2 c/u. 50 se le murieron y el resto lo vendió á $ 1.50 c/u. ¿ Qué valor sacó de ellas?

M. E. C. — Un individuo tenía 122 ovejas, después 203 y más tarde 17; vendió 220 á $ 2 c/u, y el resto á $ 1.50. ¿Qué valor socó de esta venta ?

(2ª *vez*) — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, después 203 y después 17; vendió 200 á $ 2 c/u, se le murieron 50 y el resto lo vende á $ 1.50. ¿ Qué valor sacó de esa venta ?

Z. D. — Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 203, en otro 17 y vendió 220 á $ c/u, se le murieron 50 y el resto vendió á $ 1.50.

F. De P. — Un individuo vendió 122 ovejas, otro 17 y otro 98, y vendió 17 y se le murieron 93. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

(2ª *vez*). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 54, vendió 22 á $ 2 c/u, y se le murieron 4. ¿ Que valor sacó de sus ovejas?

M. J. F. — Un hombre tenia en un corral 22 ovejas, en otro 203, en otro 17; se le murieron 32, vendiéndolas cada una á $ 3 y el resto á $ 1.50. ¿ Qué ganancia sacó de sus ovejas ?

(2ª *vez*). — Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y otro 17. se le murieron 220 y el resto las vendió á $ 2 c/u. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

C. F.—Un individuo tenia en su corral 210 ovejas, 200 y 310 se les murieron y el resto lo vendió á 1.50 cada una. ¿ Cuánto ganó ?

(2ª vez)—Un individuo tenia en su corral: en uno 17 ovejas, en otro 203 y en otro 113; se le murieron 150 y el resto las vendió á 2 pesos cada una. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

A. de M.—Un individuo tenia 122 ovejas, otro 17, otro 203; vendió 220 á razón de 2 pesos y se les murieron 100, y el resultado lo vendió á 1.50 pesos. ¿ Qué valor sacó de las ovejas ?

A. G.—Un individuo tenia en un corral 120 ovejas, en otro 203, y en otro 17; se le perdieron 50 y el resto lo vendió á pesos 1.50 cada una. ¿ Cuánto recibe por sus ovejas ?

(2ª vez)—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17; vendió 220 á 2 pesos cada una y se le perdieron 50, y el resto lo vendió á pesos 1.50 cada una. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

I. K. Un individuo compró 122 ovejas, 203, más 17; vendió 220 ovejas cada una á 2 pesos, más 50 ovejas que se le murieron.

C. L.—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 203; vendió 220 á pesos 2.50 cada una, 50 se le murieron y el resto lo vendió á 2 pesos. ¿ Cuánto recibió por todas ?

A. L.—Un individuo tenia en un corral 222 ovejas, en otro 320; 424 vendió, cada una á pesos 1; se le murieron y las que quedaron que eran 50 á pesos 1. ¿ Cuántas le quedaron ?

(2ª vez)—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 120, en otro 17; se le murieron 50 y el resto lo vendió á pesos 1.50.

J. M.—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en otro 153 y 17 vendió, 20 á 2 pesos cada una y 50 se le murieron y el resto lo vendió á pesos 1.52 cada una. ¿ Qué valor sacó de sus ovejas ?

M. L. M.—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, vendió 203 y murieron 50, y el resto lo vendió á 2 pesos cada una. ¿ Cuántas le quedaron ?

A. M.—Un hombre tenia 122 ovejas en un corral, en otro 203, en el otro 17; vendió 50 á razón de 2 pesos cada una; 122 se le murieron y el resto lo vendió á razón de pesos 1.50 cada una.

(2ª vez)—Un individuo tenia en un corral 122 ovejas, en el otro 203 y en otro 17. Vendió 220 á pesos 1.50 cada una; 50 se le murieron y el resto lo vendió á 2 pesos. ¿ Cuánto ganó entre todo ?

V. O.—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 220 á razón de pesos 1.50 cada una, y se le murieron 100.

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 220 á razón de 2 pesos cada una. Se le murieron 50 y el resto las vendió á pesos 1.50. ¿Qué producto sacó de ellas?

S. P.—Un individuo tenía en un corral 215 ovejas, en otro y el tercero 17; vendió 200 á 2 pesos cada una y el resto lo vendió á 1 peso cada oveja.

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 200 ovejas, en otro 203 y en otro 12; vendió 250 á 2 pesos cada una y el resto lo vendió á 1 peso. ¿Qué producto sacó de su venta?

J. R.—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 20, en otro 17; vendió 220, 5 se murieron y las demás las vendió á 2 pesos cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 210 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 220 á 2 pesos cada una y 50 se murieron. ¿Qué valor sacón de sus ovejas?

A. S.—Un individuo tenía en un corral 250 ovejas y en otro 303. ¿Cuántas vendió y qué producto sacó de todas ellas?

T. S.—Un labrador tenía 120 ovejas, vendió 20 y 12 se le murieron, el resto lo vendió á ps. 1.20 cada una. ¿Cuánto habrá sacado entre todo?

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 160 y en otro 112; vendió 200 á dos pesos cada una, se le murieron 150 y el resto las vendió. ¿Cuánto habrá sacado por todo?

R. T.—Un señor tenía 220 ovejas en el primer corral, en el segundo 122 y en el tercero 17; las 220 las vendió á 2 pesos cada una, y se le murieron 202 y el resto las vendió á 1 peso cada una. ¿Cuánto ganó?

(*2ª vez*)—Un señor tenía en el primer corral 203 ovejas, en el segundo 122 y en el tercero 1200, y de estas las vendió á dos pesos cada una; 50 se le murieron y el resto las vendió á pesos 1.50 cada una. ¿Cuánto recibió?

C. T.—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 17 y en otro 203; vendió 220 ovejas á razón de 27 pesos cada una; se le murieron 50 animales y el resto lo vendió á 120 pesos.

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 70; se le murieron 150 y el resto lo vendió á razón de dos pesos cada una. ¿Qué valor sacó de ellas?

F. de T.—Un individuo tiene en un corral 250 ovejas, en otro 203 y en otro 303, en otro . ¿Cuánto ganó vendiendo á 1 peso cada oveja? y el resto lo vendió á

(*2ª vez*)—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 50 á 2 pesos cada una y el resto á 1 peso. ¿Cuánto sacó de las ovejas?

S. S.—Un individuo tenía en un corral 220 ovejas; vendió 220 á 2 pesos cada una; 50 se murieron y el resto á pesos 1.50 cada una. ¿Qué valor sacó de sus ovejas?

M. T. D.—Un individuo tenía en un corral 2000 ovejas, 173 corderos en otro, 17.000 en otro, 320 se murieron y el resto lo vendió á 17 pesos cada uno. ¿Qué venta hizo?

6º Grado.—Varones.—*F. L.*—Un individuo tenía 220 ovejas vendió 117, se le murieron 36; las demás las vendió á 2 pesos cada una. ¿Cuánto ganó? y ¿cuántas le quedaron?

R. H. E.—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, de las cuales 220 vendió á 2 pesos cada una; se le murieron 50 y el resto las vendió á 1 peso cada uno. ¿Qué ganancia obtuvo de ellas?

A. L.—Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 220 y las vendió á 2 pesos cada una. Se le murieron 50 y el resto lo vendió á 1 peso. ¿Qué ganancia obtuvo?

J. P. S.—En un corral había 122 ovejas, en otro 103, en otro 17; se le murieron 30, el resto las vendió á 2 pesos. ¿Cuánto es la ganancia?

H. B.—Un individuo tenía 122 ovejas en un corral, 103 en otro y 73 en otro; 200 se murieron y el resto las vendió á 2 pesos cada una. ¿Cuánto dinero obtuvo?

R. L.—Un individuo tenía 122 ovejas en un corral, 103 en otro y 117 en otro, de las cuales vendió 230 y las vendió á 2 pesos cada una y se le murieron 50. El resto las vendió á 1 peso cada una. ¿Cuál es la ganancia?

J. C. C.— En un corral había 122 ovejas, 320 en otro 22, 320 las vendió en 1 peso, 40 se murieron. ¿Qué ganancia sacó?

R. R.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203, en otro 17, vendió 220 á 2 pesos cada una, 50 murieron y el resto lo vendió á 1 peso y medio cada una. ¿Qué ganancia obtuvo?

M. V.— Un individuo tenía en un corral 126 ovejas, en otro 207 y en el otro 27; se le murieron 150 y el resto lo vendió á 1.50 pesos. ¿Cuál es la ganancia del individuo?

Niñas.— M. I.— Un señor tenía en un corral 203 ovejas, en otro 132, en otro 17, de todas estas vendió 220 á 7 pesos y se le han muerto 50. ¿Cuántas ovejas le quedaron y cuántas ha vendido?

H. E.— Un individuo tenía en un corral 220 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 50 á 2 pesos cada una. Se pregunta ¿qué ganancia sacó?

Q. C.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 150 y en el último corral 17, las vendió á 2 pesos cada una; 59 se le murieron. ¿Cuántas le quedaron?

E. T.— Un hombre tenía en un corral 122 ovejas; 23 se le murieron, 50 vendió las primeras á 2 pesos cada una. Se pregunta, ¿qué ganancia?

A. C.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213 y en otro 50, se murieron 70 ovejas y el resto á 1 peso cada una.

C. F.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213 y en otro 57; vendió 220 ovejas á razón de 21 pesos cada una.

E. B.— Un individuo tenía varias ovejas en el primer corral, tenía 122, en el 2º 203 y en el 3º 16; se murieron 50. Cada una la vendió á 2 pesos. Se pregunta ¿qué ganancia sacó ese individuo de sus ovejas?

M. L. M.— Un individuo tenía en un corral 120 ovejas, en otro 203 y en otro 17; vendió 220 á razón de 2 pesos cada una. Se murieron 50 y el resto lo vendió á 1.50 pesos cada una.

G. O.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, y en otro 17; vendió 50 á 2 pesos cada una, le quedó de resto una, en otro 203. ¿ Cuanto ganó y cuántas ovejas le quedaron ?

M. B. P.— Un individuo tenía en un corral 222 ovejas, en otro 213 ovejas y en otro 17; 50 se murieron, las que quedaron las vendió á 23 pesos cada una. ¿ Cuántas le quedaron y cuántas ganó en la venta ?

J. P.— Un individuo tenía 122 ovejas en un corral, en otro 117, en otro 17; vendió 50 á 2 pesos cada una. ¿ Cuánto es la diferencia si el restó lo vendió á 1 peso ?

A. de los S.—Un individuo tenía 122 ovejas, en otro 203 y en otro 50; éste vendió 125 á 3 pesos, se le murieron 50 y el resto que le quedó ¿ . . . . . ? ¿ Cuánto ganó éste ?

M. B.— Un individuo tenía en un corral 220 ovejas, en otro 303 y en otro 17; 50 ovejas se murieron. El resto que le quedó las vendió á 1 peso y medio cada una.

R. V.— Un señor tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17. Vendió 220 á 2.50 pesos cada una; 50 se murieron y el resto á pesos 1.50. ¿ Cuánto ganó por todo ?

T. C.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213 y en otro 17, y vendió 22 ovejas á razón de 2 pesos cada una; se le murieron 50. ¿ Cuántas ovejas le han quedado y cuántas vendió ?

L. C.— (En un corral había 203 ovejas).
Un individuo tenía en un corral 203 ovejas, en otro tenía 104 y en el otro 17; cada una las vendió á pesos 2.50, se le perdieron 50 ovejas y el resto las vendió cada una á 1.50 pesos. ¿ Cuántas ovejas le quedaron ?

M. G.— Un individuo tenía en un corral 210 ovejas, en otro 122 y en otro 17, pero vendió 50 á pesos 1.5 cada una y se le murieron. ¿ Cuántas ovejas le quedaron á ese individuo y cuántas ha vendido ?

A. E. L.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 220; las vendió á razón de 21 pesos. Se murieron 50 y el resto las vendió á razón de 1 peso cada una. ¿ Cuántas le quedaron ?

M. M. D.— Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 213 y en otro 17 ovejas; y vendió 22 ovejas á razón de 2 pesos cada una y perdió 50. ¿Cuántas ovejas le han quedado y cuántas ha vendido?

EXPERIMENTO XX. (*Imaginación creadora*).

2° Grado. — VARONES. — *A. B.* — Una pizarra mide cuatro metros. ¿Cuánto medirán cinco pizarras del mismo largor?

H. G. — Ese pizarrón tiene 18 líneas y 150 cuadritos. ¿Cuántos cuadritos y líneas hay en 80 pizarrones?

D. B. C. — Si un pizarrón tiene 4 metros de largo, 40 pizarrones ¿cuántos metros tendrán?

A. B. C. — Un director tenía cincuenta pizarras y le costó cada una veinte y cuatro pesos. ¿Cuánto le costarán los 50 pizarrones?

S. C. — El pizarrón mide de largo 4 centímetros, de ancho 1 $^1/_2$.

J. C. — Esa figura debe de medir 4 metros.

L. E.—Un pizarrón vale $ 10.50. ¿Quiero saber cuánto valdrían 8 pizarrones?

A. F. — Una pizarra mide de largo 5 metros y de ancho dos metros.

M. J. — Esta pizarra tiene cinco metros de largo y uno y medio de ancho, ¿cuántos metros tendrán?

A. J. — La cuarta parte del pizarrón tiene 142 líneas. ¿Cuántas líneas tendrá todo el pizarrón?

P. L. D. — Si este pizarrón mide de longitud $6^{m}75$. ¿Cuánto medirán 18 pizarrones?

P. M. — Si una pizarra tiene 150 cuadros, 4 pizarras tendrán $150 \times 4 = 600$.

C. C. N. — Ese pizarrón tiene 100 cuadritos cuadrados.

J. O. — En un pedazo del pizarrón. Cuántas letras y en todo junto, ¿ cuántas letras caben ?

J. R. —Si un pizarrón vale 10 pesos, 44 pizarrones ¿ cuánto valdrán ?

S. G. S. — El pizarrón mide de largo un metro y medio y de ancho cuatro. Es cuadrilongo, tiene muchos cuadros.

J. A. V. — Si un pizarrón cuesta 20 pesos, 18 pizarrones costarán más ó menos.

NIÑAS. — *M. E. B.* — Un naranjero tenía dos canastas de frutas : la primera tiene 556 naranjas y la segunda 436. ¿ Cuántas tienen las dos ? y ¿ cuántas más la primera que la segunda?

M. C. --Si en un pizarrón hay 459 cuadritos. ¿ Cuántos cuadritos habrá en 249 pizarrones?

M. A. C.— Ese pizarrón tiene 3 metros de largo y de ancho 1 $\frac{1}{2}$. ¿ Cuántos metros tiene ?

J. G. - Un pizarrón tiene 70 cuadros. ¿ Cuántos cuadros tendrán 8 pizarrones ?

C. G. — El pizarrón tiene 80 cuadritos. ¿ Cuántos tendrán 100 cuadritos ?

A. L. — Si ese pizarrón tiene 20 cuadritos, en 5 hileras de cuadritos. ¿ Cuántos cuadritos cabrán?

Y. L. — Si un pizarrón mide de ancho 100 centímetros, ¿ cuántos medirán 2560 pizarrones ?

A. M. —El pizarrón tiene 300 cuadritos. ¿ Cuántos cuadritos tendrán 4 pizarrones ?

J. O. — Un pizarrón tiene 122 cuadritos y más abajo 308, ¿cuántos cuadritos tiene la pizarra entera?

S. R. — Dos pizarrones cuestan 54 pesos cada uno. ¿Cuánto costarán media docena?

M. R. — Este pizarrón tiene de largo 3 metros, de ancho 1 metro y medio. ¿Quiero saber cuánto tiene de largo y ancho?

M. T.—Este pizarrón vale 5 pesos. ¿Cuánto costarán 7 pizarrones?

3er Grado I. — Varones. —*H. P. C.*—Un comerciante compró 19 retazos de tela para camisas, cada uno costaba 13.50 y tenía 18 metros. ¿Cuánto costaron los 19 retazos y cuánto un metro?

F. Q.—Este pizarrón mide 13 m. de largo y de ancho 12 m. ¿Cuál es la superficie?

V. C. — Cada metro del pizarrón tiene 20 cuadritos. ¿Cuántos cuadritos tendrán 3 metros y medio?

A. G. — Hallar la superficie del pizarrón de forma rectangular, que mide de largo $3^{m}50$ y de ancho $1^{m}50$. ¿Cuál es la superficie?

A. J. O. — Un pizarrón tiene de largo 4 met. y de ancho 2. Deseo saber ¿cuál es la superficie?

J. R. — Si de largo mide 4 met., de alto 2 met. ¿Cuánto medirá la superficie?

B. V. — ¿Cuál es el volumen de un pizarrón que de largo mide 3.50, de alto 1.05 y de ancho 10 metros. ¿Cuál es su superficie?

H. Z. — Un comerciante compró, primero 185 vacas, 21.702 ovejas, 34500 caballos y por fin compró 1874 toros. Si una vaca valió 55 $. una oveja $ 1.68, un caballo $ 80, un toro 185 $. ¿Cuánto gastó?

Niñas. — *A. A.* — Un señor compró una vez 30 vacas á $ 10 cada una y 60 bueyes á $ 11. ¿Cuánto gastó?

C. B. — Hallar la superficie de un pizarrón rectangular que mide de largo 3.85 centímetros y de ancho 1.50. ¿ Cuál es la superficie de ese pizarrón ?

L. B. ¿ Cuál es el volumen de un pizarrón que mide de ancho 1.25 y de largo 4 metros ?

A. C. — ¿ Cuál será la superficie de un pizarrón de forma rectangular si de ancho mide 3 met. y de alto 1.50 met. ?

M. L. G. — En este pizarrón hice una circunferencia que medía alto 24 cent., de ancho 24. ¿ Quisiera saber cuánto mide entre todo el alto y el ancho ?

E. G. — El pizarrón de forma rectagular mide de largo 2 metros y de alto 1 met. ¿ Cuánto mide la superficie del pizarrón ?

M. L. — Un pizarrón mide de largo 21 cent., de ancho 22. de superficie 5. ¿ Cuánto medirá entre todo ?

C. M. ¿ Cuál es el volumen de un cubo cuyo largo mide 3.43 metros, su alto 2.29 met. y su ancho 3.94 mts. ?

A. Q. — ¿ Cuánto medirá la superficie de un pizarrón cuadrangular que mide de alto 1.50 y de ancho 3.75 ?

R. Q. —¿ Cuál será la superficie de un pizarrón ?

J. P. —¿ Cuánto debe medir esa pizarra si mide de largo 3.50 met. y de alto 1.50 met. ?

R. R. — ¿ Cuál es la superficie del pizarrón cuyo largo mide 3 metros y de ancho 7 met. y 8 cent. ?

S. E. S. — ¿ Qué superficie tendrá ese pizarrón rectangular que mide 4 metros de largo y 1.50 de ancho ?

R. V. — Cuadrado de 5, más cuadrado de 95, menos la mitad de 8, menos 10, dividido por 2, más cubo de 11, multiplicado por el cuadrado de 4, más 8, menos 9.

3er Grado Superior. — VARONES. —*L. J. C.* — El pizarrón de una escuela mide de largo 5 mts. y de ancho 3 mts. y es pintado por $ 0.50 el metro. ¿ Cuánto costará toda la pintura ?

P. C. — Un señor tiene un pizarrón de forma rectangular, suponiendo que midiera de largo 5 metros y de ancho 1 y medio. Desea saber ¿ cuántos cuadritos de 3 cts. de lado serán necesarios para cubrirlo ?

T. J. — Cuánto importa un pizarrón rectangular cuyas dimensiones son 4 metros de base y 2.06 de altura, sabiendo que el decímetro cuadrado de madera ha costado 0.04 centavos y 0.02 de pintura ; por conducción fué necesario pagar al carrero, que tenía que caminar 10 cuadras $ 1 oro. ¿ Cuánto importa dicho pizarrón en francos ?

V. M. — Si una pizarra de forma cuadrilonga tiene 4 mts. de base por 2 mts. de altura. ¿ Cuánta madera de retamito será necesario para fabricarla, costando el metro 2 $? ¿ Cuánto debe pagarse al pintor costando el metro $ 0.25 ?

J. J. M.— El pizarrón de clase mide 4 metros. ¿ Cuántos centímetros cuadrados medirá y cuántos cuadritos de un decímetro se podrán hacer de él ?

J. R. —Han pasado seis niños al pizarrón y tiene que hacer cada niño 49 puntos de diferentes colores, el segundo hizo 19, el 3º 81, el 4º 191, el 5º 400 y por fin 10. ¿ Cuántos son los puntos que han dibujado entre los seis niños ?

H. S. — Hallar la altura del pizarrón sabiendo que la superficie mide $4m^2$ y 2 metros de ancho.

F. M. —Un pizarrón rectangular mide 4 metros de ancho por 5 de largo y se ha pintado con una capa de pintura negra, sabiendo que un metro vale $ 3.10 y se ha querido pintar otro que tiene 10 metros por dos de ancho. ¿ Cuánto se habrá gastado en este pizarrón ?

Niñas — *C. A.* — ¿ Cuál será el área del pizarrón de 3er Grado si las dimensiones son : de altura mide 2 metros y de base 5 metros ?

E. B. — Se quiere pintar con pintura negra una pizarra que tiene 5 metros de largo y suponiendo que tenga 3 metros de ancho, el pintor necesita 8 tarritos de pintura barniz. ¿ Cuánto debe pagar al pintor el dueño ?

L. B. — He comprado un pizarrón que mide 75^m85 cm. de alto por 25^m76 cm. de ancho ; pagué al carpintero 8 $ por el metro y al pintor 0.20 cts. por el metro de pintura. ¿Cuánto me vendrá á costar el pizarrón con los gastos de carpintería y pintura?

A. C. — Hay un pizarrón que tiene $2^{m}50$ cmt. de largo por 1.20 cm. de ancho y se quiere renovar este pizarrón porque se ha roto. ¿Cuál es el área total del viejo y cuántos cuadritos de $0^{m}12$ cm^2 se necesitan para cubrirlo?

E. de la A. — Un hombre compró un pizarrón de 6 50 mts. de largo por 3.75 mts. de ancho; lo hizo pintar y le cobraron $ 2.75 por el metro cuadrado de pintura y por llevarlo á su casa 2.60 $. ¿Cuánto gastó por todo?

J. Es. Un pizarrón de forma cuadrilonga mide 5 m. de largo y se quiere pintar. ¿Cuántos kilos de pintura se necesitan?

T. G. — En el salón de 3er Grado se encuentra un pizarrón de forma rectangular, que mide de largo 5 metros y de ancho 1.80 centímetros; á este pizarrón le quieren pintar de color negro. Desearía saber ¿cuánto se cobrará por la pintura sabiendo que el metro cuadrado cuesta $ 1.05?

D. G. — ¿Cuál es el área de un pizarrón que tiene la forma de un cuadrilongo, sabiendo que mide 8 metros de largo y 6 de ancho?

B. G. — Un señor compró un pizarrón de 5 mts. de largo, 4 de ancho y lo quería hacer pintar y le cobraban por el metro cuadrado de pintura 1.50 $. ¿Desea saber cuánto le costará haciendo pintar todo el pizarrón.

M. J. — En el 3er grado hay un pizarrón de 4 metros de lado por dos de ancho. ¿Cuál será su superficie y cuánto se gastará para hacerlo pintar valiendo 1.50 $ el metro?

D. L. — Un señor compró un pizarrón cuadrilongo, teniendo de largo 5 metros y de ancho 2 mts. y quiere pintarlo con pintura negra; desea saber cuánta pintura será necesaria para pintarlo y cuántos cuadritos de 0.2 mts. serán necesarios para llenarlo?

A. M. — Un pizarrón tiene de largo 8 mts., de ancho 3 y de espesor 0.02 ctm. y lo han hecho pintar con una pintura negra que cuesta 2 $ el frasco; al pintor le pagaron 12 $ y al carpintero 9 pesos y 50. ¿Cuánto habrá pagado por el pizarrón?

E. O. — Un pizarrón mide de largo 0.11 centímetros y de ancho 0.08 por metro² y 2.50 por el metro² de carpintería. ¿ Cuánto tendrá que pagar el dueño y se cobran por el trabajo 6.50 ?

M. T. O. —Tengo un pizarrón de forma rectangular que mide de altura un metro y de base dos metros, por el metro de pintura me han cobrado 0.20, ahora quiero saber ¿ cuánto me ha costado la pintura del pizarrón entero ?

E. P. — Una pizarra me cuesta $ 0.20. ¿ Cuánto me costarán 1854 pizarras ?

C. R. — Un señor vendió un pizarrón rectangular que mide 8 metros de largo. ¿ Cuál es el ancho ?

M. R. — En una pieza hay un pizarrón que mide de largo 5 metros, se quiere saber cuánto mide de ancho ; luego se quiere saber cuánta pintura se necesita para pintar á todo ?

R. T. — La pizarra de clase en que nosotros escribimos, es de forma cuadrilonga ; mide de altura 2 metros, de base 5 metros. ¿Cuál será el área de este cuadrilongo ?

N. T. — Un pizarrón de forma rectangular se quiere pintar con pintura negra y este tiene de altura 105 centímetros y de ancho 140 centímetros. ¿ Se quiere saber cuál será el área de este pizarrón ?

J. V. — ¿ Cuál será el área de un pizarrón que tiene la forma de un rectángulo, sabiendo que mide 5 metros de altura y 10 metros de base ?

E. W. — Si un pizarrón mide de largo 2 metros y 25 centímetros, de ancho 1 m. y 15 centímetros. ¿Se desea saber cuántos centímetros de largo y de ancho ?

C. M. — Un pizarrón que mide de largo 8 mts. y de ancho 3 mts. 25 cmts., y ha sido pintado por la suma de 2 $ 40 cents. ¿ Se desea saber cuál es la suma de toda la pintura que haya sido necesaria para concluir de pintarlo ?

M. E. A.—El pizarrón de nuestra clase mide 5 m. de altura y 8 de base. ¿ Cuál será el área del pizarrón ?

A. de M. —Una pizarra tiene 8 m. 50 cents. de largo por 5 metros de alto, es de forma rectangular ; por 1 metro² de pintura le han cobrado $ 0.40 y por la madera $ 0.30. para colocarlo han cobrado $ 3.50. ¿ Se quiere saber cuánto debe pagar por todo el dueño del pizarrón, si debe pagarlo en £ ?

4º Grado. — Varones.—*R. B.* — ¿Cuál es la superficie de éste que mide 3 metros de largo por 1 metro y 25 de ancho ?

M. B. — ¿Qué superficie tendrá un pizarrón que tiene de largo 7.50 mts. y de ancho 2 mts.; pero una parte de él está rota en una superficie que tiene 50 cms. de lado ?

C. C. — Hallar la superficie de un pizarrón que lo cruzan en el medio 4 listones de cuadrados de 0.02 cada cuadrado, y cada listón del cuadrado tiene 50 cuadraditos. ¿ Cuál es la superficie del lugar que queda después de los cuadros ?

R. E. — Un pizarrón tiene de largo 2.87 y de ancho 1.27. está cubierto por 4 líneas de cuadrados, teniendo cada una de las líneas 50 cuadraditos. ¿ Cuántos cuadraditos entrarán en todo el pizarrón?

L. F. — Hallar el volumen del pizarrón de clase que mide de largo 3.50 cent. y de ancho 1.50 cent.

B. G. — ¿ Cuál será el área del pizarrón del frente que mide de largo 3.50 mets. y de ancho 1.50 mets. y ha costado el metro de madera para construirlo $ 0.20 cents?

F. M. — Si de largo tiene 3 met., de ancho 1.10, ¿ cuántos cuadrados podrán entrar en él si cada uno mide de lado 60 cent ?

F. M. — Una figura tiene de longitud 2.87 y ancho 1.64. ¿ Cuál es su superficie y entran cuadrados de 0.16 cent. de lado ? ¿ cuántos cuadrados entran en la superficie ?

T. M. — Hallar el área de un pizarrón de 3 met. de largo y 1.30 de ancho.

L. M. R. — Hallar la superficie de un pizarrón de la clase que mide de largo 2.87 y de alto 1.29.

R. S. — Un pizarrón que tiene 3 met. de largo y de ancho 2.80. de forma rectangular hallar la superficie.

R. Q. — Encontrar la superficie de un pizarrón que mide de largo 2 met. 75 y de ancho 1 met. 50.

J. P. — Encontrar el volumen de un pizarrón de forma de un paralelepípedo que mide de largo 2.40 cent., de ancho 1.00 cent. y espesor 0.03 cent.

NIÑAS. —*M. A.*—¿Cuál será la superficie de un pizarrón negro que tiene por dimensiones 2.25 met. de largo por 1.50 met. de ancho.

M. A. — Hallar el área de un pizarrón de forma cuadrangular que mide un lado 5 metros. Hallar su área ?

S. C. C. — Hallar el área lateral de un pizarrón que mide de largo 3 m. y de ancho 1.50.

A. C. — En un pizarrón que tiene 3 metros de alto, 4.2 de ancho y 6 metros de largo. ¿ Cuántas reglas de 0.40 centímetros entran en toda su superficie ?

J. C.— Un pizarrón de 3 metros de largo por 1.25 de alto. ¿ Cuántos cuadritos de madera de 0.15 centímetros de lado por 0.23 de alto entran y sabiendo que cada uno cuesta 0.05 centavos ?

M. C. C.— ¿Cuál será el área de un pizarrón de forma de un rectángulo, que mide de largo 2.8 y de ancho 1.25 ?

L. F. —Cuál será el área de un pizarrón negro de forma de un rectángulo que mide alto 1.25 ?

A. G. — ¿Cuál será la superficie de un pizarrón que tiene de largo 3 1/2 por 1 1/2? Dar la superficie en met^2.

R. G.— ¿ Cuál será la superficie del pizarrón del frente que mide de largo aproximadamente 2.50 metros y de ancho 1.50 metros ?

E. E. L. — Hallar el área total de un pizarrón del salón, que tiene de largo 2 metros 50, de ancho 1 metro 50 y de espesor 0.02 metros. Se ha pintado este mismo con pintura de color negro y se ha pagado por esta pintura 0.20 el $metro^2$.

T. M. — Quiero encontrar la superficie del pizarrón que tiene de largo 4.50 y de ancho 2.50.

S. M. — Hallar el área de un pizarrón rectangular que mide de largo 2.75 por 1.30 ancho.

M. R. — Encontrar el área de un pizarrón que tiene la forma de un prisma de base rectangular y cuyas dimensiones son: un lado de la base 0.017 y de altura 0.53.

E. M. R. — ¿ Cuál será la superficie de una pizarra que tiene de ancho 3 metros y de largo 1.25 ?

M. C. S. — Encontrar la superficie de un pizarrón que mide de ancho 1.50 mts. y de largo 2.80

S. E. S. — ¿ Cuál será el área total de un pizarrón que mide de largo mts. y de ancho 17 ?

G. S. —¿ Cuál será el área de un pizarrón que tiene de largo 3.80 centímetros y de alto 1.50, deduciendo la parte cuadriculada que tiene de largo 3.60 y de alto 0.20 centímetros ?

M. H. U. — Encontrar el área de un pizarrón cuyas dimensiones son: de largo 4.50 y de ancho 2 metros.

M. M. V. — ¿ Cuál será el área de un pizarrón que tiene 2.80 de largo por 1.20 de ancho que es de forma rectangular ?

M. V. — Hallar el área lateral de un pizarrón que mide de largo 3 metros y de ancho 2 metros.

M. J. V. — ¿ Cuántos cuadritos de 10 centímetros por lado entran en un pizarrón que tiene de largo 3 metros y ancho 1 metro 50 ?

5° Grado. — VARONES.—*S. C.* — Hallar el volumen de un pizarrón que tiene 3 metros de largo, 1 metro y medio de ancho y 10 centímetros de espesor.

F. M. — ¿Qué volumen ocupará un pizarrón, de forma de un paralelepípedo, el largo de él mide 4 metros, el alto 1.30 y el espesor 0.05 metros, sabiendo que lo que ocupa 15 centímetros y medio no existe?

J. H. R. — ¿Cuál será el peso de un pizarrón de nogal, sabiendo que tiene 0.2700 centm³ y la densidad de la madera?

P. P. — Una pizarra tiene 3 metros de largo por 2 metros de ancho, por 0.10 metros de espesor; ¿cuál será el volumen? ¿Cuántos cubitos de 0.08 metros de lado podrá contener y cuál será su peso si fuese de nogal? ($D = x$.)

A. P. — Hallar el volumen de una pizarra de 3 metros de largo por 1.75 de ancho por 0.03 de espesor. ¿Cuál será su peso si la densidad es de 0.822 y cuántos cuerpos de forma de conos truncos que tienen de diámetro base mayor de 0.03, de la menor 0.025 y de altura 0.104 cabrían?

N. A. M. — Hallar el área del pizarrón de 5° grado que tiene las siguientes dimensiones: de largo 5.7 y de ancho 1.80.

P. J. T. — Hallar el área del pizarrón que tiene de largo 3 metros, y medio de ancho, siendo de forma rectangular.

Niñas. — *C. M. A.* — Hallar el área de un pizarrón que tiene 300 centimetros de base y la altura 2.50 centímetros.

B. A. — El pizarrón mayor de 5° Grado tiene la forma de un paralelepipedo de base rectangular, midiendo 3 metros de ancho, 2 metros de largo y un decímetro y medio de espesor. Se desea saber el volumen y cuántos cuadrados entran midiendo un lado 0.25

M. A. — ¿Cuál será el volumen de un pizarrón que tiene la forma de un paralelepipedo sabiendo que si fuera de agua pesaría 4.366 kilóg? ¿Si fuera de madera, cuánto pesaría? (D. de la madera x).

M. J. V. — Se desea saber cuál es el área de un pizarrón que mide de largo 3.005 metros y de ancho 1.50 metros.

S. C. — ¿Cuál será el área de una pizarra de forma rectangular, teniendo de largo 2 $^{1}/_{2}$ metros y ancho 1.24 metros? Si quisiera forrarlo de género y cada metro vale $ 4.00; ¿cuánto género entrará y cuánto me valdrá?

M. E. C.— Hallar el volumen y peso de un pizarrón que tiene la forma de un paralelepipedo de largo 4 metros, de ancho 2.50 metros y de espesor 0.04 metros sabiendo que la densidad de la materia con que está hecho es de 3.95?

M. E. C. — Hallar la superficie de un pizarrón que tiene 3 metros de largo por 1.50 de ancho y averiguar ¿cuántas baldosas de un centím.^{2} cabrán?

Z. D.— El pizarrón de 5° grado mide 2 metros de largo y de ancho 1.55 Su superficie total es de 4 m.^{2}; si quisiéramos forrarlo con coco punzó ¿cuántos metros necesitaríamos, sabiendo que el metro de este género cuesta 35 $?

F. de P.— ¿Cuál será el volumen y peso de una pizarra de forma de un paralelepipedo que tiene 3 metros de largo por 1.50 metros de ancho y de espesor 0.03 metros, siendo la densidad de la madera de 5.40?

M. J F.— Cuántos cubitos cabrán en la superficie de un pizarrón, si en el volumen de un cajoncito entran 20, sabiendo que la superficie es de 8 m.^{2}?

C. F.—¿Qué volumen tendrá un pizarrón de 3 metros de largo. 1.50 de ancho y 0.04 metros de espesor, suponiendo fuese de cobre, cuya densidad es 8.80, cuánto pesará?

A. de M. — ¿Qué volumen tendrá un pizarrón de 0.06 metros de espesor, 1.65 de ancho y 3.25 de largo? ¿Cuántas lineas entran de 0.001 de ancho colocadas á 0.04 de distancia y qué cantidad de letras de imprenta cabrian si mide cada una 0.0004 m.^{2} de superficie y se colocan á 0.008 de distancia?

A. G. — Un pizarrón tiene de largo 3.47 metros y de ancho 1.50 metros, ¿cuál es la superficie y qué lugar ocupará en él un cuadrado compuesto de 15 cuadrados más pequeños que miden de lado 0.07 metros.

I. K. — El pizarrón adopta la forma de un rectángulo, midiendo de base 2.50 metros y de altura 3 metros. ¿Cuál es la superficie?

C. L. — En un pizarrón de forma de un prisma que mide de largo 3 metros 50 por 1.25 metros de alto, por 0.25 de ancho, entran 50 cuadrados. ¿Cuantos entrarían siendo el prisma doble?

J. M. — Cuál será el volumen de un pizarrón de forma rectangular, midiendo la base 4 metros y la altura 5; además, se desea saber cuántos cajones cabrán conociendo que tiene la forma de un cuadrado y que mide de lado 0.12 metros?

M. L. M. — Hallar el volumen de un pizarrón que tiene de largo 3 metros, de ancho 3 metros y de espesor 0.15 metros. ¿Cuál será su peso si en vez de madera fuese de hierro Densidad de éste x?

A. J. M. — Se desea saber qué cantidad de barniz se necesita para barnizar un pizarrón de 12 metros de largo por 6 de ancho; si se sabe que emplea medio litro para barnizar uno de 3 metros de largo por 1.50 metros de ancho y, ¿qué cantidad de tiempo se emplearía para secarse si es que el segundo pizarrón tarda una hora 60′ y 6″?

V. O. — Se desea saber cuál será la superficie del pizarrón sabiendo que tiene 5.45 de largo por 3.28 de alto, sabiendo que $^1/_4$ de éste se halla ocupado?

S. P. — Hallar el volumen de un pizarrón que tiene la forma de un paralelepipedo, que tiene de largo 3 metros, de ancho 0.05 y de espesor 0.04 metros. Sabiendo que la densidad de la pizarra es de 2.70. ¿Cuál es su peso?

J. E. R. — Deseo saber cuántas pizarras de 0.12 metros por lado, podré sacar de un pizarrón que tiene forma rectangular, sabiendo que mide de largo 3 metros, de ancho 1.50 y de espesor 0.015 metros.

T. S. — Un pizarrón de base cuadrangular mide 3 metros de ancho por 0.50 m. de largo, pudiendo escribir en él 5 niños; en uno de 8 de largo por 7 de ancho, ¿cuántos niños podrán escribir sabiendo el largo y ancho del pizarrón?

R. T.— Hallar el volumen y la superficie de un pizarrón que adopta la forma de un prisma rectangular, que mide de altura 2.75 metros y de base 0.98 metros, ¿ cuál es la superficie y el volumen ?

C. T. — Hallar el volumen de una pizarra que tiene la forma de un paralelepípedo y mide de largo 2.50 metros, de ancho 1.20 metros y de espesor 0.05 centímetros : calcular el peso y su densidad sea igual á x.

F. de T. —Hallar el volumen de una pizarra que tiene la forma de un rectángulo, que tiene de largo 3.25 metros y de ancho 1 metro, sabiendo que la densidad de la madera es x.

S. S. — Hallar la superficie de una pizarra que tiene de largo 3.50 metros, ¿ cuál será el ancho? Averiguar el volumen, siendo la densidad de la madera x.

M. T. D. — Hallar el volumen y el peso de un pizarrón que mide 2.50 m. de largo por 1.50 metros de altura y 0.07 de espesor.

6° Grado.—VARONES. — *F. L.* — Deseo saber qué cantidad de pintura será necesaria para pintar el pizarrón de 6° grado (pintarlo de un lado), suponiendo que tiene de largo 3.60 y de ancho 1.45 ; sabiendo que 1 gramo es suficiente para 0.000002 metros cuadrados de pizarrón.

R. E. — En un pizarrón de 3 metros de largo por 1.50 de ancho cabrán cuadrados que tienen 0.25 de lado ; igualmente cuántas varillas prismáticas de 0.50 de largo y 0.04 de espesor y, por último, cuántas tablas de la misma longitud del pizarrón y de 0.30 de ancho se necesitarán para que el pizarrón, así construído, tenga 1.50 de ancho ?

T. L. — Averiguar la superficie de la pizarra del 6° grado que tiene 3 metros de longitud por 1.50 de ancho y á más, averiguar cuánto costaría para pintarlo, sabiendo que el pintor cobra 0.05 centavos por centímetro^2 ?

J. P. S — Una pizarra de 3 metros de largo por 1.80 centímetros de ancho, se desea saber cuántos cubos de 0.08 centímetros de lado cabrán y cuántas reglas de 0.40 centímetros en su superficie ?

H. B — En una pizarra de 3 metros de largo por 1 metro y 30 de ancho, se dibujan diferentes figuras; una línea de forma rectangular de 0.006 milímetros de ancho por 0.21 de largo, un triángulo de 0.3 centímetros de base y que su altura es igual á la raiz cúbica de 0.³000125; una circunferencia de 0.25 m. de radio y un cuadrado de 0.09 de lado. ¿Qué superficie del pizarrón quedará desocupada?

R. L. —Se quiere saber cuánto cobrará un carpintero para hacer un pizarrón de 3 metros de largo por 1 metro 50 centímetros de ancho, la madera será de pino de tea y sabiendo que el decímetro cuesta 0.10 centavos, y de espesor tiene la madera 0.04 centímetros y al mismo tiempo cuánto cobrará un pintor para pintarlo al óleo, sabiendo que cobra por el decímetro $ 0.20?

J. C. C. — ¿Qué capacidad tendrá el pizarrón del frente suponiéndolo hueco y cuya forma es la de un paralelepípedo y sus dimensiones son 24 metros de largo, 1.50 metros de ancho y 0.05 de espesor?

R. R. — Un pizarrón tiene de largo 7 metros y de ancho 5 y están marcadas en él lineas en el sentido de su longitud — cada una á la distancia de 0.05 centímetros. Deseo saber cuántas lineas habrá y cuántos cuadrados habria si se trazaran líneas perpendiculares á las primeras á distancias también de 5 centímetros?

Niñas. — *M. I.* — ¿Cuál será el largo de una parte del pizarrón, de 6° grado, si tiene de superficie 4 metros, 3750 centímetros y de ancho 1 metro 25; y cuántos cuadrados de cartón se necesitarán para cubrir la tercera parte de dicha pizarra, si tiene cada uno de lado 0.15 metros?

H. E. — Hallar el área de una pizarra que tiene de largo 3 metros 50, de alto 1 metro 30 centímetros y de ancho 0.05.

O. C. — ¿Cual será la superficie de una pizarra de 3 metros de largo por 1 metro y ½ de alto y 14 centímetros de espesor?

A. C. — Deseo saber cuántos pedazos de madera de 0.20 centímetros de ancho por 31 de largo, se necesitarán para cubrir un pizarrón que tiene 3 metros de largo y un metro y medio de ancho?

E. C. — Sobre un pizarrón que tiene 2 metros 30 de largo por 1.30 metros de alto, se dibujan en una mitad cuadrados de 0.20 centímetros de lado, se desea saber la cantidad que se podrán dibujar; y en la otra mitad cuadrilongos de 0.025 por 0.105. Averiguar también la cantidad de cuadrilongos que se podrán dibujar.

C. F. — Hallar el volumen y área del pizarrón menor de 6º grado, considerándolo un prisma, cuya base es de forma de un cuadrilongo; que tiene de base 1 metro 25 y de altura 0.03 centímetros, una de las caras de altura 2 metros 45.

E. B. — Hay una pizarra que tiene de largo 2 metros 30 y de ancho 1 metro 30, ¿cuántos cuadrados se podrían dibujar en su superficie sabiendo que cada cuadrado tiene de lado 0.05?

M. L. M. — ¿Cuántos grupos de líneas y cuántas letras cabrán en la pizarra sabiendo que tiene 20 líneas y cada grupo tiene 5 líneas y si cada una de estas tienen 62 letras?

G. O. — Calcular el número de pedazos de maderas cuadrangulares que cabrán en un pizarrón, sabiendo que uno de sus lados mide 25 centímetros y el área lateral del pizarrón es de 8 metros 50?

M. B. P. — Deseo saber cual de ambas superficies será mayor: si la ocupada por 20 cuadrados de 0.4 centímetros de lado ó la de un pizarrón de 5 metros de largo por 1.60 de ancho.

J. P. — Deseo saber la superficie que tiene una pizarra de 3.50 de largo por 1.15 de ancho y cuántas pizarras más pequeñas entrarían en ésta.

A. A. de los S. — Se desea hallar la superficie lateral del pizarrón que tiene de alto 1.30 y de largo 4 metros.

M. B. — Hallar el volumen de un pizarrón cuya forma es la de un paralelepípedo, teniendo las siguientes dimensiones: largo 2 metros 50 centímetros, de ancho 1.80 y de espesor 0.06 centímetros.

R. V. — Un pizarrón tiene las siguientes dimensiones: 3 metros por 1.50 centímetros, cuánto costará el barniz sabiendo que un tarro vale $ 1.20 y alcanza para barnizar 1 met.^{2}?

T. C. — ¿ Cuál será el volumen de una pizarra que adopta la forma de un paralelepípedo, midiendo de largo 3 metros y de ancho 4 metros ?

L. C. — Se tiene un pizarrón, sabiendo que tiene 3.78 metros por 1.50 y su espesor 0.08, se desea encontrar su volumen y ¿ cuántos pizarrones se harán con 0.0150 decimetros de madera ?

A. T. L. — Cuál será el volumen del pizarrón, que tiene la forma de un paralelepípedo, si sus dimensiones son : largo 4 metros, ancho 2 y alto 0.08 centímetros y cuántos cuadrados de 1 dem. de lado entran ?

M. M. D. — Hallar el volumen de un pizarrón que tiene de largo 2.50 metros, de ancho 1 1/2 metros y de espesor 0.08 centímetros, adoptando la forma de un paralelepípedo.

Proceso de discriminación central (Exp. XVIII). — El primer grado debía darnos, como término medio de la integración explicada en el capítulo precedente, la respuesta: *de sumar y restar* (±) y obtuvimos, en 100, el resultado que expresa este cuadro:

±		∓		+		—		×		Tiempo medio de reacción.		Tiempo mínimo		Tiempo máximo	
V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
17	31	0	15	22	8	50	31	10	15	8	4	1	1	40	7

El signo ±, indica que la respuesta fué de *sumar* y *restar;* el ∓, de *restar* y *sumar;* el —, *de restar;* el ×, *de multiplicar.*

Observaciones — 1ª Los tiempos mínimos corresponden á casos positivos. Si la evocación de las imágenes no es inmediata, concluye por ser falsa; la aptitud discriminativa, es un hábito trabajado por la edad y el ejercicio que evita el error, más que la meditación reposada.

2ª Cuando la proposición no evoca imágenes claras, tiende á concebirse una respuesta consciente pero no libre de duda.

3ª La niña, en primer grado, al dar más positivos y reacciones de tiempo más cortas, prueba lo que veníamos notando en los experimentos anteriores, que el desarrollo de las vías centrales de asociación, se anticipa en un sexo que presenta hasta los 8 años, una inteligencia más formada, pero que avanza, comparada con la del varón, muy lentamente.

El análisis de las integraciones de 2°, 3°, 4°, 5° y 6° grado, donde dimos un problema al alcance de los alumnos, es decir, de una forma ya ejercitada por ellos, arroja el siguiente cuadro:

Razonamiento — Discriminación compleja p. °/₀

GRADOS	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		IX		X		XI		XII		XIII		XIV	
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
2°	0	0	0	0	45	0	5.6	0	5.6	0	38	50	11	50	16	16	5.6	25	22	8	5.6	8	39	25	0	0	0	0
3° I....	12	18	0	0	50	55	12	0	0	0	0	6	25	14	0	0	0	0	0	0	48	25	50	43	0	0	0	5
3° S....	12	12	0	0	55	56	11	12	0	4	0	8	11	8	0	0	0	0	0	0	22	20	11	20	0	0	0	4
4°	33	20	41	20	8	36	0	10	0	0	0	10	16	5	0	0	0	0	0	0	0	0	8	5	66	89	25	10
5°	87	48	0	10	0	20	0	0	0	0	0	10	13	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	25	24
6°	89	78	0	5	11	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	8	0	0	0	0	5	33	21	10	36

EXPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ORDINALES DEL CUADRO

I—Bien discriminado.
II—Discriminación incompleta.

Escribieron:

III—Si 12 { ovejas / naranjas } cuestan 72 cts. ó $, 8 costarán *8 veces menos.*
IV— „ „ „ „ „ „ „ *72 „ „*
V— „ „ „ „ „ „ „ *72 — 8 = 64.*
VI— „ „ „ „ „ „ „ *8 veces más.*
VII—Incoordinación completa (Dislogia).
VIII—Alteraron el enunciado, simplificando el problema.
IX—Olvidaron los datos.
X— „ las denominaciones.
XI—Inversión de términos en las operaciones (12 : 72).
XII—Operaciones mal hechas.
XIII—No hicieron las operaciones.
XIV Discriminación incorrecta en la discriminación compleja.

Observaciones.—1ª La positividad de los grados 2°, 3°, 4°, 5° y 6°, no obstante la aparente sencillez del problema, en la combinación de división y multiplicación, nos indica que los maestros se engañan á menudo al juzgar las aptitudes de sus alumnos como buenas.

2ª La positividad del 5° y 6°, comparada á la del 4° y grados anteriores, presenta la razón $\frac{87}{33}$, en tiempos, probablemente mucho menores, demasiada mejoría del proceso razonativo que debe atribuirse á la forma adoptada para enseñar la aritmética en dichos grados, el de ejercicios y problemas de tipo variado y á repetición constante.

3ª En discriminaciones erróneas, se aproxima más á la positiva y puede considerarse como el último paso ó paso á la lógica, cuando el niño determina el sentido de la operación, comparando la proposición del problema con el resultado á obtenerse.

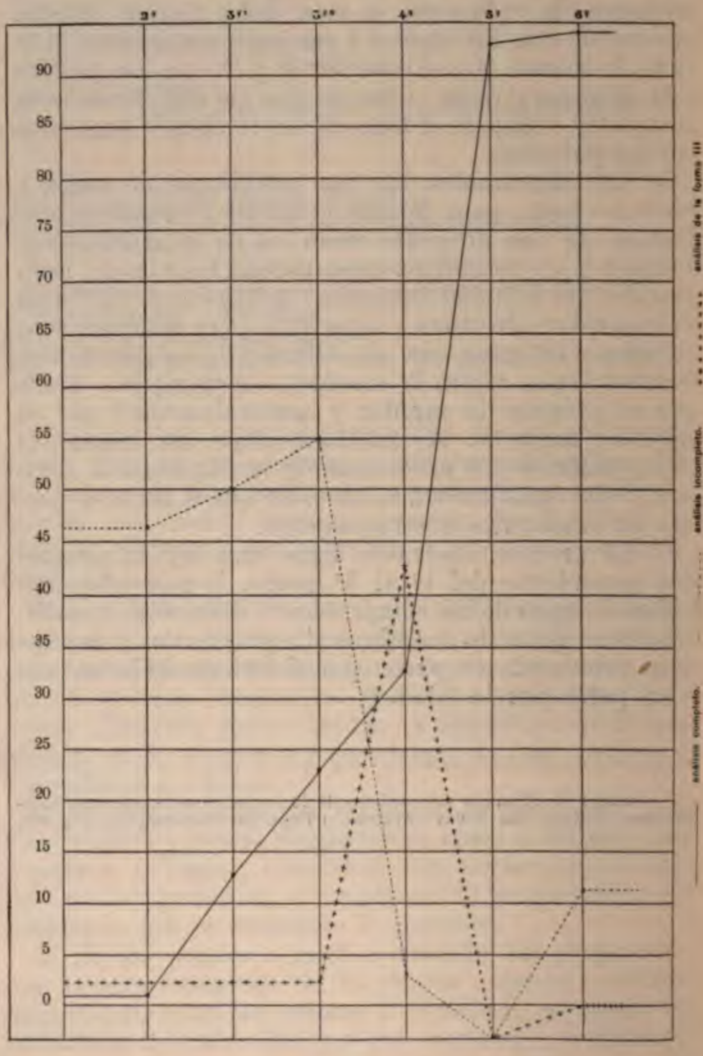
4ª En los primeros grados, cuando las proposiciones evocan imágenes de la misma especie, resultan muy indeterminadas tocante á extensión, á punto de considerar mayores las que son menores y viceversa. De lo cual se induce que el 2° y 3ᵉʳ grado, en los problemas de condiciones implícitas donde la comparación de dos grupos de cosas no puede ser clara sino mediante la *reducción á uno*, debe formar hábito, razonando con los objetos ó sus representaciones, á la vista, lo mismo que se hace en 1° y 2° con los problemas de suma y resta, antes de que las soluciones sean abstractas ó capaz, el niño, de las imágenes sugeridas por las palabras.

5ª La objetivación de los problemas de suma y resta no basta para formar el hábito de resolver problemas de tipo diferente como los de multiplicación, división y sus combinaciones; porque las vías de integración son también diferentes; porque cada vía forma su capacidad abstracta (capacidad para conducir sensaciones é integrar, sin el estímulo de la percepción, término á que aspira la enseñanza matemática, desde que se propone la rapidez y generalización) por el ejercicio concreto; la exactitud, exige, así mismo, la objetivación de los problemas de multiplicación, división y sus combinaciones, antes de que el niño se ejercite en resolverlos abstractamente.

6ª El proceso abstracto sigue una rápida progresión ascendente del 1° al 5° grado, lo que debe atribuirse ó, mejor dicho, comprueba el desarrollo ó mielinización rápida de las fibras de proyección y asociación, provocada en parte, por el trabajo de la escuela y en parte por la edad. [1]

(I) Vulpius O. «Examen microscópico de 22 cortes, en serie, de cerebros de diferentes edades». En Soury «Anatom. et Phys. des fibres tangen.», pág. 870.

Gráfica del razonamiento. Por grados. (Varones).



Del 5° al 6°, la progresión, en los varones, es mínima, debido á que la mente ha alcanzado en ese tipo de abstracción, el máximo de positividad; está preparada para integraciones más complejas.

7ª De la discriminación errónea, de que hemos hablado en 6, á la discriminación exacta, la mente pasa por la discriminación incompleta, es decir, que sin terminar la reacción, las porciones integradas son buenas. Estos niños han escrito: *si 12 ovejas cuestan 72 $, una cuesta 12 veces menos; 8 cuestan más*; ó formas más ó menos parecidas.

Esta transición está marcada en el cuadro columna II: en 4° grado, entre 3° y 5° encontramos el 41 °/₀ de razonamientos incompletos (v.) mientras el 3° y 5° no presenta caso alguno; pero, en cambio, el 3° en columna III, grado mínimo de integración errónea, da el 55 °/₀; el 5° grado, en columna I, razonamiento completo, da el 87 °/₀. El 4° en columna III da el 8 °/₀, en columna I el 33 °/₀.

Hay pues, un admirable ejemplo de regularidad en la marcha del razonamiento abstracto hacia la perfección: de lo erróneo á lo incompleto; de lo incompleto á lo completo, siendo el 4°, grado de transición ó crisis.

8ª La incoordinación (cuando el proceso no da momentos discriminativos parciales) no obedece á progresión alguna (columna VII) del 2° al 6° grado; debe atribuirse, pues, á una causa fisiológica, accidental ó congénita, no educativa. (Niños retardados, anémicos, débiles de inteligencia, desdoblamiento de la personalidad por enfermedades recientes, ó alimentación escasa, etc., etc). La deficiencia es propia de uno como de otro sexo sin que el porcentaje favorezca ninguno; pero en la mujer, la desintegración central, la doble personalidad, la infantilización es mucho más frecuente.

9ª De los 9 años adelante, la aptitud de los varones para el razonamiento abstracto, es de una positividad, en absoluto, superior á la de las mujeres.

10ª El olvido de los datos y las denominaciones, exteriorizan una aptitud deficiente para las integraciones centrales.

11ª Retardan y aún inhiben el proceso abstracto de integración, las operaciones mal hechas, (integración periférica ó identificación primaria). Así la columna I aumenta su porcentaje á medida que la XII lo disminuye; en 3° I. puede notarse que la discriminación ha sido completa en el 12 °/₀ varones, en el 18 °/₀ mujeres, y en la columna XII, haciendo mal las operaciones el 50 °/₀ varones; el 43 °/₀, mujeres. Hay, pues, una constante reciprocidad entre las dos columnas.

12ª A medida que el niño perfecciona la integración central, relega la periférica, de carácter automático; tiende á no realizarla, prefiriendo, en substitución, la fórmula. Confirma lo de que el hombre á medida que su aptitud para pensar aumenta, para recordar palabras ó retener percepciones, disminuye.

13ª En los primeros grados, se nota una argumentación deficiente y pobre de palabras, tendiente á justificar la operación con la operación misma; en los grados superiores, por el contrario, se nota exceso de explicación, cual si se temiera dejar puntos obscuros.

14ª El lenguaje, en los grados superiores, es incorrecto del punto de vista de la construcción y abundancia de palabras; pocas veces por la propiedad.

15ª El razonamiento consta de dos partes, cada parte con una proposición y una conclusión:

a) Si 12 ovejas cuestan 72 pesos,
b) una oveja costará 12 veces menos ó 6 $.
c) Si una oveja cuesta 6 pesos,
d) 8 ovejas costarán ocho veces más ó 48 pesos.
m) Redundancias ó exceso de palabras.

Escribieron por cada 100, la parte:

GRADOS	2°		3° I.		3° S.		4°		5°		6°	
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
a	85	61	100	100	100	100	93	49	87	100	77	89
b	0	0	12	25	11	8	33	36	87	48	77	84
c	5	0	12	25	0	0	41	15	37	20	33	63
d	11	33	12	31	11	11	66	42	87	47	77	89
m	—	—	—	—	—	—	8	5	87	55	88	42

Las columnas *b* y *d* deben ser explícitas pudiendo ser implícitas las proposiciones *a* y *c*, la *c* más que la *a*. Pocos niños (de 5° y 6°) comprendieron á *a* implícitamente; muchos á *c*, sin dejar por eso, de ser completo el razonamiento y exacta la conclusión *d*. El olvido de *b* y *d* produjo el razonamiento incompleto ó la dislogia, con frecuencia, por fusión de los términos de una proposición con los de una conclusión V. g. *(a) Si 12 ovejas cuestan 72 pesos (d* y *b) 8 ovejas costarán 72 dividido por 8, etc.*

16ª La mujer, cuyo porcentaje de discriminaciones completas, es menor que el de los varones, presenta, así mismo, un porcentaje mayor de discriminaciones incorrectas dentro de las completas. Así, en 5° grado, los varones, de 87 casos de discriminaciones completas, 25 son incorrectas; las mujeres, de 48 casos de discriminaciones completas, 24 son incorrectas.

17ª El grado donde la conclusión *b*, fué discriminada mayor número de veces, presenta también, mayor número de discriminaciones completas.

18ª La conclusión *d*, es discriminada mayor número de veces que la conclusión *b* y la proposición *a* mayor número de veces que *b*, *c* y *d*, y más veces en los grados inferiores que en los superiores, debido á que éstos la consideran como explícita en el enunciado del problema.

19ª El exceso de explicación en mentes que se organizan, debe considerarse como el signo de la mayor aptitud para discriminar y, de consiguiente, de la mayor potencia intelectual.

20ª Hay casos, no frecuentes, de discriminación completa, por hábito operativo. La integración es periférica y no central. Tal acontece en la solución de C. T., niña de 5° grado. *Si 12 ovejas cuestan 72 pesos, 8 ovejas costarán tantos pesos como sea el producto de 72×8 sobre 12 que es igual á 48.*

21ª Las dismnesias intermitentes, son tan comunes (fatiga mental?), que gran parte de los resultados negativos deben atribuírseles; no de otro modo se explica que varios niños, interrogados dos meses después (meses de vacaciones) acerca del mismo problema, lo discriminasen con facilidad.

22ª Hemos notado que una parte de los alumnos, escriben sin interrupción sus razonamientos, hasta terminarlos; otra parte, llega á un punto, borra, vuelve atrás, y toma otro camino; otra parte, vuelve atrás, toma otro camino, borra y vuelve otra vez al primero. A la primer categoría pertenecen los que dominan el caso hasta discriminarlo automáticamente ó alumnos incapaces de meditaciones ordenadas. A la segunda categoría, pertenecen alumnos cuya vía de integración está formándose; penetran por una y á poco andar, evocadas asociaciones extrañas al propósito que se persigue, se notan equivocados y vuelven para tomar otro. Es cuando el ejercicio es verdaderamente provechoso, pues, está elaborando unidades psíquicas, organizando memorias que no existen. A la tercera categoría, pertenecen alumnos, que á la menor resistencia vuelven atrás, antes de saber si la vía que se sigue es equivocada; sin que deje de haber meditación, la atención interna carece de intensidad y persistencia.

23ª Un análisis que comience en la forma condicional, con la palabra *sí*, indica desde luego, que la mente distingue la proposición de la conclusión y que no trastrocará partes tan distintas, como con frecuencia sucede en las demostraciones geométricas de carácter gráfico.

24ª Todo progreso, en el desarrollo de las aptitudes centrales, es permanente en el varón; en la mujer variable y regresivo. Puede olvidar en 6º procedimientos fáciles adquiridos en 3º.

25ª La centralidad, en un grado, (cuando entre la máxima y la mínima, la oscilación de los tiempos es de poca amplitud), es pedagógicamente, del más alto significado, pues revela la homogeneidad psíquica necesaria para una enseñanza de buenos frutos.

Potencia mnésica. (Exp. XIX). — El poder recordativo, (MORSELLI),(1) se relaciona directamente con la conciencia; de aquí que las dismnesias sean un factor de primísima importancia en el estudio de las discriminaciones erróneas. El fenómeno en 219 niños de una escuela, diferentes en edad, sexo y grado de instrucción, presenta fases curiosas que nos proponemos analizar brevemente, puesto que no es incumbencia de este libro hacer estudios de psiquiatría.

En *2º grado* se observa que la mayor parte de los alumnos no reproducen la pregunta y que el olvido de las proposiciones es de la última á la primera, de modo que la primera ha sido escrita por todos. El lenguaje es correcto; las palabras, casi siempre, del modelo; los números 17, 50 y 2, en casos excepcionales, son substituídos por otros. No así 122 y 203; pero nunca por números de más de tres cifras, rara vez de dos. En ningún enunciado una proposición aparece confundida con otra (fusión ó trasposición de partes); ocupan el orden *a, c, d* y *e* del original. De modo, que, si hay reproducciones incompletas y paramnesias acerca de la proposición *a* no hay dislogias.

El 3er grado inferior no presenta una reproducción tan regular como el 2º, pero, sí, más completa. Pocos olvidaron la pregunta, muchos la preposición *c*, que

(1) E. MORSELLI. — «Manuale di Semejotica, etc.» *Le disnoesie*, p. 723, t. II.

por asemejarse á la *d*, es un factor perenne de perturbación, provocando fusiones, trastrocamientos de concepto y dislogias de las partes centrales *b*, *c* y *d*; conservan la integridad de su significado, las extremas, la *a* particularmente, que aparece en todos los enunciados. El número reproducido más á menudo, es 50; los de la proposición *a* lo son con menos fidelidad que en 2° grado; pero nunca exceden de tres las cifras si bien disminuyen á dos. Tienden á usar un lenguaje propio, menos correcto que el modelo. En casos no comunes, se escriben 50 y 17 pesos cada oveja y se olvida, casi siempre, el punto decimal, en 1.50.

Como en 2° grado, la denominación *ovejas*, se cambia, á veces, por *caballos, vacas, bueyes*, hecho que sólo encontramos repetido en 5° grado.

La maestra de 3^er^ grado superior, me decía, en el momento de la prueba: es un ejercicio que hacemos con frecuencia, no costará á los alumnos reproducir exactamente el enunciado que Vd. lee. No obstante, sólo el 11 °/₀ de los varones y el 24 °/₀ de las mujeres, respondieron á la seguridad y buena fe de mi interlocutora, lo que demuestra la facilidad con que nos engañamos, acerca de los alumnos, atribuyéndoles capacidades que no tienen; y sobre ellas, quizá, descansa el armazón de nuestros procedimientos sin saber luego á que achacar, el fracaso de enseñanzas ó asimilaciones tardías y poco sólidas.

La reproducción de las proposiciones ofrece los mismos aspectos que el grado anterior; la *b* perturba y desaparece á menudo. La reproducción de los números es mucho más fiel: 50 y 17, aparecen en todos los enunciados; 122 y 1.50, sin olvidar el punto decimal, con frecuencia: el 2 suele substituirse por 2.50 en los precios; el 203 por 213; hay permutas en el orden de las cantidades 213, 122 y 17 en vez de 122, 203 y 17; se observa que la reproducción exacta de la proposición *a* (de los números y su orden) es indicio seguro de la reproducción exacta de todo el problema ó, por lo menos, de su concepto totalizado. El lenguaje tiende á ser propio y más incorrecto que en los grados anteriores. Hay un enunciado sin números, de una niña clasificada con 1 (poco inteligente).

El *4° grado*, presenta un fenómeno singular de actividad reproductora que consideramos como un caso de *hipermnesia colectiva*, tanto más, cuanto el 5° grado nos ofrece el fenómeno inverso. Hechos, á prima facie, extraordinarios y que pueden ser indicio de una crisis fisiológica, la proximidad del cretinismo transitorio, ó una nueva orientación de las funciones psicológicas, ó el destronamiento de la integración periférica por la central, de la memoria por la razón.

Recordamos que en el experimento XVIII, el 4° grado presenta crisis, una transición marcada entre la discriminación errónea y la completa con su 41 °/₀ de discriminaciones incompletas (véanse las gráficas).

El enunciado, es reproducido, en casi la totalidad de los casos, fielmente, tocante á números, palabras, proposiciones, conceptos y hasta signos, pues, ninguno olvidó los ¿ ? de la pregunta; sólo tres, alteraron el orden de las cantidades; cinco substituyeron una por otra y varios fueron deficientes en la pregunta. Ningún caso de fusión; por lo tanto el área mnésica, es de más amplitud que en cualquiera de los otros grados.

El *5° grado*, presenta, como dijimos, de un modo extraordinario, fenómenos inversos al 4°. Numerosos casos de *amnesias incompletas* é *hipomnesias difusas* que el 6° grado mejora de una manera apenas notable: estas crisis no pueden, por su carácter colectivo, ser sino transitorias y debidas á una causa fisiológica también transitoria, pero inevitable en la evolución psicogénica del individuo. En un principio, nuestra tendencia fué atribuirlas al *schock moral*, profunda emoción de los alumnos al ser examinados por personas extrañas con quienes acostumbran más respeto; pero estaban prevenidos de que no se trataba de un examen sino de un experimento; por otra parte, los demás grados presentarían la misma tensión psíquica. ¿Menos conscientes? Quizás produjera, la conciencia, atención espectante é inhibiera, como consecuencia, las vías de fijación. ¿Pero no sería más acertado pensar, de alumnos que presentan una edad media de 13.5 á 14 años, en una intoxicación transitoria del cerebro por aquella crisis parcial del organismo, que ha de darnos al hombre más hombre, á la mujer más mujer, al cerebro más reflexivo? Sea cual fuere la causa, el hecho existe y para eliminar la emoción, repetimos once días después, y ya familiarizados con los experimentos, el mismo. La nueva reproducción comparada á la anterior, alumno por alumno, presenta las mismas deficiencias; la pequeña mejora, por ser pequeña y siempre inferior al 4º grado y aún 3^{er} grado, debe atribuirse, á la repetición de vías, pues, la primera fijación, no obstante el tiempo transcurrido, debió dejar un estado de vibración latente que debía intensificar al activo, engendrado por las renovadas impresiones. Así, J. R. en la 1ª y 2ª vez, da el precio de *un peso* por cada oveja, de las restantes. N. A. M. se olvidó una y otra vez de la pregunta. F. T. en los dos casos presenta amnesia parcial, hipomnesia y paramnesia: en los dos casos dice...... *tenía en un corral 220 ovejas vendió* $\left\{\frac{50}{122}\right.$ en vez de: *tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203* y *en otro 17, vendió 220* ...... C. A. presenta en diferentes números y proposiciones, las mismas incoherencias, confusiones y paramnesias. M. I. B. reproduce, en los dos casos, idénticas fases de la dismnesia: *Un individuo tenía 250 ovejas y se murieron* $\left\{\frac{150}{50}\right.$ *y vendió* $\left\{\frac{7}{50}\right.$ *á* $\left\{\frac{150}{7}\right.$ *pesos cada una ¿qué valor sacó de sus ovejas?* C. F. presenta tantos casos de permuta la 2ª vez como la 1ª y la elipsis en las dos, de la proposición *b*. El área mnésica de A. L. es más reducida la 2ª vez que la 1ª. Podríamos continuar este análisis comparativo; pero es innecesario para demostrar la profunda perturbación transitoria del acto mnésico que señala una etapa en la evolución del organismo.

Las dismnesias de este grado, son de varios géneros; pero generalmente amnesias incompletas generaliza-das. Todos, excepto uno, presentan el enunciado sin una proposición y una ó varias de las restantes, incompletas. La primera en ningún caso se olvidó; pero, reproducida con muchas alteraciones. Tocante á números se presentan casos notables de substitución y permutas en la casi totalidad de los enunciados. Por primera vez notamos números de más de tres cifras. Una niña reproduce ... *tenía en un corral 2000 ovejas, 173 corderos; en otro 17000, en otro 320. Se murieron y el resto lo vendió á 17 $ c/u......*

A menudo, se expresan valores en cantidades enteras de dos cifras y á veces de tres. El lenguaje no tiende á ser propio y la dislogia es característica de los enunciados. Volvemos á repetirlo, la perturbación es tan anormal que ningún grado la presenta semejante.

Recordemos que esta crisis audo-reproductiva, se presenta también en la escritura del número 937427 y que es un signo de aptitudes intelectuales menos desarrolladas. Sin embargo, da, el 5º grado, el 87 y 48 °/₀ de discriminaciones completas.

El *6º grado* reacciona hacia la normal, pero no tanto como para considerarse fuera de la crisis. El lenguaje, correcto, tiende á ser propio; así, nótese bien, los alumnos no reproducen las palabras del modelo pero sí el concepto; los primeros grados reproducen las palabras. Es una prueba de que la atención se dirige á las ideas dentro de una actividad que es central y no periférica. El número 17 aparece en casi todos los enunciados; con frecuencia el 50; luego el 122; ocho veces el 203 (en 33 alumnos) substituído á menudo por 213 y 113, caso de percepción auditiva deficiente y no de amnesia acústica.

Hay frecuente olvido de una proposición central la *d*, más que la *b* y fusión ó trastrocamiento de los términos, de la *b*, *c* y *d*.

Con todo, constatemos, la poca energía de las impresiones acústicas para evocar imágenes, reforzarlas y formar un sistema orgánico que, diferenciándose, pueda contribuir á la reproducción exacta.

De aquí la ventajosa superioridad de la autolectura de que el niño tenga en sus manos el texto y lea en él los enunciados, lo cual no significa que no eduquemos su oído con ejercicios apropiados, sobre todo, en cuanto atañe al lenguaje matemático, (reproducción de números, expresiones, signos, fórmulas, etc.). Es incierto, pues, que las percepciones é imágenes acústicas, como dice MORSELLI, se presten más que las visivas á cimentar la memoria conservadora.

La reproducción del número 203 por audición de un problema que contenga también al número 220, da lugar, en diferentes personas, á actos mnésicos de cinco categorías:

1ª categoría,	personas	que	reproducen	..	203
2ª »	»	»	»	..	213
3ª »	»	»	»	..	220
4ª »	cualquier	número		..	75
5ª »		»	»	..	ninguno

Por visión, daría lugar á los tres casos siguientes:

1ª reproducción	....	203
2ª »	(muy rara vez)	220
3ª »	....	ninguno

La reproducción por vía acústica, lo dijimos en dos experimentos anteriores, integra con las imágenes de la vía visiva; es más compleja que la que principia por una impresión retiniana. Los casos de la segunda categoría se deben á defectos de percepción: *doscientos tres* y *doscientos trece* se asemejan bastante para producir fácilmente una asociación difusa. Los casos de la 3ª categoría, permuta y trasposición de cantidades, se deben á la noción mal conservada de espacio y tiempo. Los de la 4ª y 5ª categoría, deben atribuirse á una defectuosa asociación de los centros sensoriales acústico y visivo ó á un estado enfermizo de las células correspondientes; las sensaciones del primer centro, no evocan con intensidad bastante para diferenciarlas, las imágenes del segundo centro.

Decimos, en consecuencia, á los efectos de la enseñanza, que, desde que el niño retiene con más facilidad números enteros de pocas cifras, cuando nuestro propósito sea la cultura de la integración central, no debe dictarse enunciados de cantidades irregulares y muchas cifras (lo hacemos notar como un principio en el capítulo de la estética) á fin de que la reproducción de ciertas imágenes, de valor pedagógico discutible, no perturbe ó retarde la totalización del concepto (razonamiento).

Damos el resultado de nuestra investigación, en dos cuadros, uno de reproducción suficiente, otro, insuficiente, total ó en parte, dividiéndolos, al efecto, en las cinco proposiciones indicadas anteriormente.

La solución exacta de un problema exige la fijación en nuestro cerebro, no tanto de los términos del enunciado como del concepto, por dos vías, la auditiva ó la visual.

La discriminación central será tanto más deficiente, incorrecta ó difícil cuanto más tenga, después de escritos los datos en la figura ó el papel, que recurrir á la lectura del enunciado. De aquí que atribuyamos extraordinario valor á la retención del concepto.

Reproducción suficiente (p. °/$_o$)

GRADOS	I		II		III		IV		V		VI		XVI		XVII		XVIII		XIX	
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
2°	6	0	23	7	—	—	76	92	58	23	29	0	17	0	6	30	17	7	17	0
3° I.........	0	0	14	20	0	7	42	73	28	40	14	46	14	13	0	20	28	20	14	0
3° S.........	11	8	22	16	33	21	78	62	44	33	33	50	22	0	11	0	0	12	22	0
4°	58	50	33	27	8	27	41	39	41	33	33	33	0	5	8	0	0	0	0	0
5°.........	14	0	14	17	58	20	57	34	28	27	28	55	14	7	28	0	14	4	0	0
5° (bis).....	22	7	42	31	28	20	42	48	42	31	42	75	0	7	28	7	0	0	0	0
6°	22	5	11	5	0	5	22	53	22	21	78	21	11	0	22	0	0	0	0	0
Totales ..	133	70	159	123	127	100	358	401	263	208	257	280	78	32	103	57	59	43	53	—

Reproducción insuficiente (p. °/o)

GRADOS	VII		VIII		IX		X		XI		XII		XIII		XIV		XV	
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
2°................	35	84	11	7	29	0	0	0	11	40	12	8	6	0	35	54	0	7
3° I..............	28	39	0	13	42	13	28	13	14	53	28	0	14	0	42	46	14	13
3° S..............	44	20	11	29	11	24	22	12	0	8	12	16	33	4	33	41	0	4
4°................	8	16	0	0	0	0	8	5	8	5	0	0	0	11	8	16	0	0
5°................	42	38	0	3	14	45	0	28	0	21	28	41	28	34	28	41	0	0
5° (bis)............	14	34	0	3	14	24	0	45	0	7	14	31	42	38	14	31	0	0
6°................	56	79	0	0	11	11	22	47	44	26	44	16	56	21	0	37	0	0
Totales.........	227	310	22	55	121	117	80	150	77	160	138	112	179	108	160	266	14	24

Total de proposiciones reproducidas exactamente

GRADOS	Varones	Mujeres		Reproducción lógica del concepto total del problema (sus cinco partes) sobre 100.	
				V	M
2° Grado	*216*	*122*	Debian reproducir 500. El 2° sólo 400.	47	15
3° I.	98	186		28	20
3° S.	265	222		11	41
4°	446	409		74	66
5°	255	153		57	34
5° (bis)	306	240		57	44
6°	243	130		55	16

Recordemos que el enunciado del problema leido al 2° grado, carecía de la proposición II, que hubiera aumentado el número de reproducciones exactas.

Significado de cada columna

SUFICIENTE

I—Reproducción exacta *de todo el enunciado.*
II— " " " *Un individuo tenía en un corral 122 ovejas, en otro 203 y en otro 17.*
III— " " " *vendió 220 á 2 $ c/u.*
IV— " " " *50 se murieron.*
V— " " " *el resto lo vendió á 1.50 c/u.*
VI— " " " *¿Qué valor sacó de sus ovejas?*

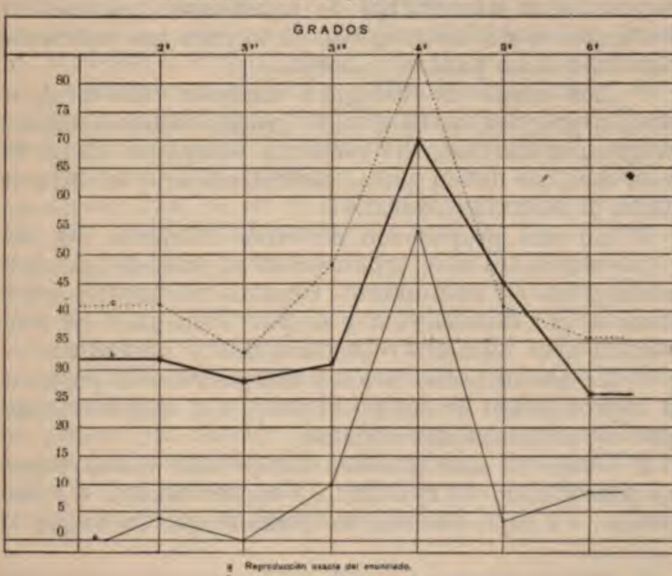
INSUFICIENTE

VII—Reproducción de II *alterando el valor de uno ó más términos.*
VIII— " " " *aumentando el número de términos.*
IX— " " " *disminuyendo el número de términos.*

X—Reproducción de III *alterando el valor de los números.*
XI— „ „ „ *incompleta.*
XII— „ „ IV *alterando el valor de 50.*
XIII— „ „ V *incompleta ó alterando el valor de 1.50.*
XIV— „ *incoherente ó amnesia casi total.*
XV—*Amnesia total.*
XVI—Representación *del concepto del problema.* (Todas sus partes sin otra alteración que la de los valores).
XVII— „ *coherente pero alterando el concepto y simplificando el problema.*
XVIII—*Alteración de las denominaciones.*
XIX—*Olvido de las denominaciones.*

Nota *a)*—Llamamos exacta, á la reproducción de los números y del concepto de cada parte.
b)—El enunciado consta de cinco proposiciones.
c)—Las proposiciones de la columna I, no son contadas en II, III, IV, V y VI.

REPRODUCCIONES EXACTAS °/ₒ (Gráfica de la memoria).



a Reproducción exacta del enunciado.
b „ „ „ concepto.
c „ „ „ proposiciones.

Observaciones. — 1ª A medida que la positividad de la integración central crece, disminuye la de la memoria periférica.

2ª El niño que reproduce bien la proposición *a* del problema, reproduce el concepto de las demás partes y el general.

3ª La exactitud de la parte reproducida está en relación con el grado de diferencia que ésta parte presenta con las demás en cuanto á términos y significado (Ley del contraste).

4ª Los alumnos, reproducen con más exactitud el concepto que el enunciado, de modo que tienden á la totalización de las ideas y no de los términos; pero la memoria del concepto, la del enunciado completo y la de las proposiciones, siguen una dirección casi paralela, del 2º al 6º grado, como se observa en el diagrama.

5ª El poder mnésico de los varones, por vía auditiva, dentro de un número fijo de repeticiones, es más intenso que el de las mujeres, tanto para las palabras y términos como para el concepto.

6ª Los casos de dislogia ó amnesia casi total, no ofrecen progresión del 2º al 6º grado; tampoco ofrecen progresión los casos de recuerdo completo. Estos fenómenos, no deben pues, atribuirse, sino en mínima parte, á la acción educativa.

7ª En una proposición de varios números, las mayores alteraciones se producen en el valor de las cantidades y no en su número. Cuando no sucede así, el error es por disminución y no por aumento. Si debe escribir tres números reproduce dos y no cuatro.

8ª La paramnesia, fusión y trasposición de partes en la reproducción de los problemas, son más frecuentes que las amnesias incompletas.

9ª Como el acto mnésico comprende varios pasos: *a)* percepción; *b)* fijación; *c)* conservación; *d)* evocación; *e)* reproducción, es posible que la mujer [1]

(I) Hecho que notamos en la clase de canto; la niña hace el unisono, al piano, con mucha más facilidad que el varón. El varón atiplado es de *mejor oído que el de voz abaritonada.*

perciba las impresiones con una exactitud mayor que el varón, lo que eximiéndola de una atención más larga (R. y Cajal) daría una fijación menos intensa.

De aquí, la exactitud de lo que dice Sollier [1], *que la conservación de las impresiones es inversa á la facilidad de percibir.*

Imaginación creadora. — (Poder inventivo). Experimento XX.

Un problema es de riqueza creadora, cuando en mayor número de proposiciones, ofrece mayor número de operaciones combinadas en pocas palabras y conceptos implícitos, tratando de resolver cuestiones, que al observar el objeto (tema) menos saltan á la vista.

Los términos de un problema imaginado por los alumnos, son, en parte, sugeridos por la enseñanza que se da al grado. No es otra la causa de la introducción en los del 5°, de la densidad y en los del 3° y 4° de las medidas de superficie. En este caso, la imaginación es pobre si combinaciones de otro orden no enriquecen el enunciado, porque sólo reconstruye asociaciones con elementos afines é inmediatos.

Hemos considerado tres aspectos, cada uno importante desde el punto de vista de la invención. A veces, el problema que presenta sólo una combinación, puede ser fruto de un trabajo más interesante y original que el de varias combinaciones. De aquí el atractivo de la idea que más se aparta de las impresiones diariamente recibidas, de la idea nueva. La imaginación puede considerarse como proceso reviviscente de integraciones (imágenes) anteriormente constituídas en cuyo caso no es sino la memoria; ó como aptitud para corregir y combinar imágenes en cuyo caso, es un proceso de ideación que termina por dar una imágen nueva y sintética. La construcción será tanto más bella y rica cuanto más mediatas, menos afines ó derivadas sean las imágenes asociadas.

---

(1) P. Sollier. *El Problema de la memoria*, p. 269. Trad. de R. Rubio.— Biblioteca científico-filosófica.

Poco tócanos decir acerca del lenguaje, muy correcto en cuanto á construcción y concordancia y limitadísimo el número de enunciados con exceso de palabras ó repetición de frases aclaratorias de conceptos; de modo que el infantilismo psíquico es una peculiaridad que no encontramos sino muy raramente.

La incoordinación, en progresión decreciente del 2º al 6º grado, ofrece un porcentaje bajo, 11 % en éste, 43 % en aquél. Excepcionalmente han escrito cantidades de muchas cifras ó decimales de más de tres; hay tendencia á evitar operaciones largas.

El *2º grado* comienza los enunciados, casi siempre, con estas palabras: *Si un pizarrón etc.* para valorizar la extensión ó precio de muchos, anuncio indiscutible de que la integración central comienza. No presentan más de una combinación, la operación de multiplicar, porque, probablemente, á fin de año los problemas dados por la maestra eran de esa única especie. No hay organización espontánea de asociaciones mediatas; la suma y resta se recordaron en tres casos. El lenguaje, de forma simple y construcciones directas, no ofrece disgramatiquismos, presentando admirablemente ordenadas las partes, á punto de no ofrecer un caso con exceso de palabras. Debemos, pues, considerar típico de este grado, todo problema explícito de una proposición correctamente redactado en el menor número posible de palabras.

El *3er Grado I*, no comienza con enunciados como el 2º; más extensos, tratan de resolver cuestiones acerca de la *pizarra una*. Pero la poderosa sugestión del ambiente escolar conserva á la imaginación su carácter de reproductora, en el 57 %; concluyen con esta pregunta *¿cuál es la superficie del pizarrón?* dadas las dos dimensiones; porque á las medidas de superficie ha dedicado el maestro mayor tiempo. No obstante, hay más variedad de asuntos que en 2º grado; la operación dominante es la multiplicación. En la mayoría de los casos el problema es una combinación; pero los hay de dos en bastante número, aunque ninguno de tres. Con datos innecesarios, se presentan más abundantes que en 2º y hay casos incompletos. El lenguaje no es tan correcto; se emplean palabras que la claridad del concepto no exige, y se suprimen otras necesarias; se hacen trasposiciones de vocablos, frases é ideas que afectan la comprensión y estética del problema, siendo las relaciones, mediante el régimen, mal establecidas con frecuencia.

Los varones presentan enunciados de mayor extensión que las niñas; á pesar de todo, nunca de forma complicada y los elementos asociados para la combinación, pueden considerarse adquisiciones recientes, evocadas por la percepción. Se notan ensayos más complejos con el concurso de imágenes fijadas en tiempos más ó menos remotos, pero de dudoso éxito. Un niño escribe *¿cuál será la superficie de un pizarrón?* sin más datos que esa pregunta; otro *¿cuánto debe medir esa pizarra si mide de largo 3,50 mts. y de alto 1,50 mts.?*

Hay un elevado porcentaje de problemas cuyos datos no corresponden al objeto, no obstante tener el objeto á la vista.

El *3er grado S.*, de un salto se coloca á una extraordinaria distancia del inferior, á causa, sin duda, de la variedad de problemas por ellos resueltos rompiendo el ambiente monótono de los programas y de las series adaptadas á la lección. En un lenguaje que se aparta del formulismo de los enunciados anteriores, se asocian con sorprendente seguridad elementos mediatos que exigen al lector un detenido análisis para descubrir las relaciones. Hay riqueza de expresión, sintaxis natural correcta, un solo caso de asintatismo, dos, á menudo tres, cuatro y hasta seis combinaciones, y el ambiente escolar no ha sugerido en la mayoría de los casos, al problema; hay datos y relaciones que indican una vasta mentalidad y fácil integración de imágenes relacionadas de una manera indirecta ó difícil de descubrir. Hay palabras, en muchos enunciados, que la claridad del concepto no exige y se nota la tendencia á especificar demasiado, opuesta á la que la matemática pretende, la compresión en el menor número de palabras.

Escriben en tercera persona, rara vez en primera, nunca en segunda, abusan de la *y* y del *este:* la concordancia entre el sujeto y el atributo falta á menudo, pero, el concepto, se conserva lógico: aspecto del lenguaje adolescente cuando comienza á ser original.

El *4° grado*, no obstante haber servido, las medidas de volumen, de tema casi exclusivo á las lecciones de los últimos meses del año, no presenta sino dos enunciados de esta especie. Hay así como una crisis regresiva en el poder de la imaginación que lo aproxima al 2° grado. Vuelve á imponerse el formulismo; el lenguaje pierde la originalidad tan de manifiesta en el grado anterior, se torna correcto y comienza por *¿Cuál será la superficie de un pizarrón, etc.* No hay variedad específica; los mejores problemas solo ofrecen una combinación, muchos con datos innecesarios (necesidad que siente el alumno de dar amplitud á su creación, pero contrariada por un proceso de lógica, inseguro).

Pocas veces se nota exceso de palabras; hay uno que otro enunciado rico en proposiciones y que trata, como en 3° S, del costo para pintarlo; pero resulta deficiente en datos (como el de la niña E. E. L.).

El *5°* y *6° grado* reaccionan presentando los fenómenos del 3° S., pero con más intensidad, el 5°, inclinado á los volúmenes, el 6° á varias especies de enunciados sin preferir ninguno; pocas veces de una combinación, tendiendo á las múltiples, lógicamente conexionadas y correctamente escritas en lenguaje propio. La notable riqueza imaginativa de estos problemas comparada á la pobre de los enunciados del 4°, 3° I y 2° se debe á la clase de problemas que en forma sistemática resuelven durante el año. Dejan en la mente la impresión de multitud de imágenes y procesos varios que en un momento dado, se integran sin trabajo al rededor de un determinado objeto y sirven á las creaciones más curiosas y bellas. No precisamente, porque «la impresión renovada, ocupa exactamente las mismas partes nerviosas de la impresión primitiva (Bain) caso de los enunciados del 4° y 2° grado, sino porque los educandos adquieren la aptitud de descomponer una integración para constituir otra con elementos de varias; mientras una asociación se mantenga entera, la construcción interna es imposible.

Este y el XVIII, son experimentos que solos, bastarían para demostrar la absoluta superioridad de los procedimientos que emplea la escuela para enseñar aritmética, *ejercicios y problemas seriados á múltiples combinaciones y de especie variable* (series de recapitulación).

Resumimos en varios cuadros y diagramas el examen analítico que hemos hecho de los problemas; las cifras son elocuentes, por cuanto permiten comparaciones que las palabras no pondrían de manifiesto con tanta claridad.

Riqueza imaginativa por el número de combinaciones sobre 100

Grados	Número de problemas que presentan, combinadas, proposiciones										Total por sexos		Total absoluto	Escribieron decimales.	
	1		2		3		4		más de 5						
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M			
2°	53	74	6	8							65	90	155	17	16
3° I.	49	71	37	7							123	85	208	49	71
3° S.	12	29	49	25	24	4		12	12	4	254	163	417	49	49
4°	69	80	23	5	8	14					139	132	271	100	84
5°	28	22	42	8		44		11	29	7	287	256	543	100	96
6°		44	12	12	37	33	37		12	5	355	197	552	100	100

Riqueza imaginativa por el número y clase de operaciones. — Cada 100

VARONES

GRADOS	Problemas de una operación			Problemas de dos operaciones				Problemas de tres operaciones			Problemas de cuatro operación.		Problemas de múltiples operaciones		
	+	×	:	+ −	× +	× ×	× :	× × −	× R ×	× R :	× × : :	× : × :	× : R	× : +	× + √ −
2°		88			11										
3° I		60			12	12	12								
3° S	12		12			37	24				12			12	
4°		69				8	15	8							
5°		28				42							28		
6°							12		24	12	12	24			12
	12	245	12		23	99	63	8	24	12	24	24	28	12	12
	269			185				44			48		52		

MUJERES

GRADOS	Problemas de una operación			Problemas de dos operaciones				Problemas de tres operaciones							Prob. de cuatro operación.		Prob. de múltiples operación.		
	+	×	:	× −	× +	× ×	× :	× × +	× × −	× × :	× R :	× R ×	× : −	: × :	× × × :	× : × :	× + ×	× : + R	× √
2°	16	68		8	8														
3° I	7	57			7	27	7												
3° S	12	48				16	12	13									6		
4°		80					5		5	10									
5°		18				25				4		22	12	4	7	4	4	4	4
6°		39	5				11		6	11	6	12						6	
	35	310	5	8	15	68	35	13	11	25	6	34	12	4	7	4	10	10	4
	350			126				105							11		24		

NOTA. — Los signos ocupan el orden en que deben efectuarse las operaciones de los problemas.

Riqueza imaginativa por la especie del problema. — Cada 100

GRADOS	DIMENSIÓN Ó VALOR DE I, HALLAR DE MUCHAS				LOS DATOS Y PROPOSICIONES SUPUESTAS Y Á RESOLVER TRATAN DE UNA SOLA PIZARRA														Donde sustituyen el tema por vacas, etc.		TOTALES DE ESPECIES DIFERENTES ACERCA DEL PIZARRÓN	
	LARGO		PRECIO		Superficie del pizarrón		Volumen del pizarrón		Nº de líneas ó cuadrados que contiene		Nº de cubos, conos, etc. q'e pueden sacarse de su volumen		Peso del pizarrón por su volumen P=V×D		Precio de confección del pizarrón, construcción pintura, madera, etc.		En que el pizarrón no es la cuestión principal					
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
2º	18	16	12	24	6	8			12	33					6					8	5	4
3º I					36	57	12	7	12						12			7	24	21	4	3
3º S		4		4	12	33			24	16					48	42	37				4	5
4º					61	84	15		23	15											3	2
5º					28	33	56	41		18	28	11	42	25				11			4	6
6º					12	28		22	36	33					12	6	36	16			4	5
	18	20	12	28	155	243	83	70	107	115	28	11	42	25	78	48	73	34	24	29		

Hay niños que hacen dos ó más preguntas de especie distinta; de aquí que aparezcan anotados en dos columnas.

Expresión y lógica p. %

GRADOS	Correspondencia de los datos con el objeto. I		Incompletos (asintatismo). II		Lógicos III		Enunciados con datos innecesarios. IV	
	V	M	V	M	V	M	V	M
2°..........	58	66	5	41	64	49		
3° I..........	61	64	12	7	86	64	12	7
3° S..........	96	62	12		86	75	12	13
4°..........	85	70			85	80	30	14
5°..........	85	59		4	100	66	14	14
6°..........	100	83			88	89	24	22

SIGNIFICADO DE LAS COLUMNAS DEL CUADRO

I. ***Correspondencia entre los datos y el objeto.***—No corresponden los datos con el objeto, en el siguiente problema de H. R. (4° Grado): Encontrar el área de un pizarrón cuyas dimensiones son: 0.017 de base y de altura 0.53.

II. ***Enunciado incompleto.*** (De comprensión implícita).—V. g., el enunciado de H. C. de 2° Grado: Ese pizarrón tiene 18 líneas y 150 cuadraditos ¿cuántos cuadraditos y líneas hay en 80 pizarrones?

III. ***Problemas de partes bien asociadas y con datos suficientes para resolverlo*** (lógico).

Observaciones — 1ª Los alumnos presentan más lógica en los problemas inventados que en los reproducidos por audición.

2ª La correspondencia de los datos con el objeto, asociación reveladora de la intensidad con que se con-

(1) En el aula había un pizarrón de las dimensiones más ó menos indicadas por el alumno.

servan imágenes y relaciones dadas por una percepción anterior, presenta, en todos los grados, un alto porcentaje de exactitud en progresión creciente, del 2° al 6°, con sus momentos de crisis. Los varones, menos casos negativos que las mujeres.

3ª La coordinación de concepto ofrece la misma marcha progresiva del 2° al 6° grado, los varones en cifras más altas que las mujeres.

4ª El exceso de enunciado, en reducido número de problemas, revela un área limitada de la discriminación general, la progresión creciente se debe á que los problemas de 2° grado son de una proposición; los de 6°, de varias; el 4°, es anormal, porque la mayor parte de los enunciados son simples.

5ª Los casos de asintatismo, en verdad, como los anteriores si considerásemos á los enunciados, no deficientes sino como excesos sobre cero, se producen únicamente donde hay problemas de una combinación.

6ª El grado de infantilismo de la imaginación matemática puede medirse por el número de combinaciones que presenta un problema de propia creación.

7ª El infantilismo intelectual se mantiene por un sistema de ejercitación pobre, ó se vuelve á él por una crisis fisiológica transitoria.

8ª La imaginación de los varones es más rica y extensa que la de la mujer, á veces, como 2 á 1.

9ª La progresión, tocante á números ó combinaciones, es constante de 2° á 6° grado. Las 417 del 3° S. y las 550 del 5° y 6°, indican que las 217 del 4° y las 208 del 3° I., con ejercicios adecuados, sin grandes esfuerzos, pueden duplicarse.

10ª Desde que el área imaginativa del 3° S. pudo llegar hasta las combinaciones múltiples presentando sólo el 20 °/₀ de problemas á una combinación, la de los grados superiores puede extenderse más y la de los inferiores puede llegar á dos y tres combinaciones con un porcentaje mayor que el que da una combinación.

11ª En las operaciones domina absolutamente la de multiplicar, exijan los problemas una ó varias, fenómeno que debe atribuirse al carácter de las series que han resuelto los grados durante el año.

12ª La operación de resta solo aparece en seis casos sobre 180 niños, combinada con la multiplicación: la división, sola, en 2 casos; la suma, en siete; combinadas con otras operaciones, en catorce.

13ª En problemas de más de dos operaciones pocas veces aparecen con tres diferentes. Las combinaciones $+ - \times : : - : \times$, etc., de asociaciones mediatas, sugeridas por el ambiente escolar de una manera indirecta, no presentan ningún caso.

14ª Todos los casos comienzan con el signo $\times$, operación de ambiente no solo escolar, sino social y doméstico. Indicaría, pues, mayor potencia creadora la combinación que comenzase por $+ -$ ó :, tanto más, cuanto se prestan á las formas implícitas y á enunciados cuyo sentido (construcción) es propio de la multiplicación, como en este: Si 25 pizarrones costaron 375 \$, ¿cuántos se comprarían con 5670 \$?

15ª La *R, reducción* de denominados de una especie á otra, enseñanza hecha en 4º grado, prueba de una factura más elevada del problema, sólo aparece en 5º y 6º grado, que utiliza la relación entre las medidas de peso, volumen y capacidad.

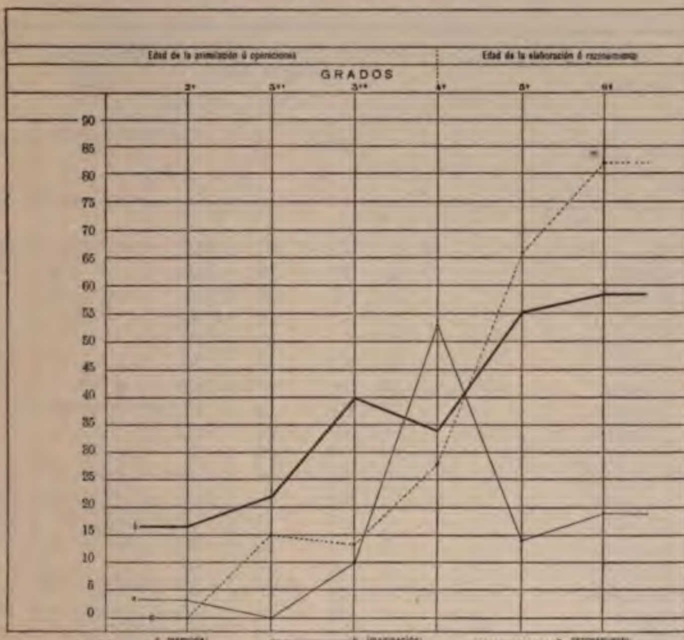
16ª Los cuadros y diagramas, desde el punto de vista pedagógico, reflejando la especie de ejercicios con que el maestro hace trabajar al niño, nos indican la preparación dominante en cada grado, acerca de la solución de problemas y los vacíos que deben salvar las nuevas lecciones.

17ª Los diagramas indican que cuanto más intensos son el razonamiento y la imaginación, de menos área es la memoria de los términos.

18ª El medio, no es explotable desde el punto de vista sistemático. Hay, excepto en 5º y 6º, muy poca variedad de enunciados y ninguno que presente mayor complicación que la de los problemas que acostumbra á dar el maestro. De modo que sujetar la enseñanza á los enunciados que espontáneamente

Comparación entre el poder mnésico y el poder razonativo

(Debe considerarse la dirección y proporcionalidad).



pueden formular los alumnos, sería retardarla dentro de un círculo estrecho y sin colores, para no salir sino excepcionalmente de combinaciones determinadas que obstaculizarían la generalización. Pero es explotable para intensificar el hábito de descubrir las relaciones, descomponer en partes un enunciado y habituar el cerebro á la coordinación.

Repetición de experimentos.—Doce días después repetimos, en 5° grado, la lectura de números, las operaciones, comparación visiva y reproducción de línea. Obtuvimos el resultado siguiente:

5° GRADO

Número de orden	Alumnos de 5° grado	Lectura de 4 números II	″	Operaciones VIII +″		IX −″		X ×″		Comparación visiva XI	Rep. de línea XIII
1	Almeyra C.	+ − + +	33	95	−	47	+	120	−	+ + −	19
2	Alori......	+ + + −	22	42	−	84	−	123	+	− − +	17
3	Ahumada .	+ + − −	21	51	−	39	−	114	−	+ − +	17.5
4	Baquero....	+ + + +	25	30	−	25	−	69	−		
5	Calderrazo..	+ + + +	13	31	+	15	+	125	+		16.9
6	Cirio.......	+ + + +	10	32	+	28	+	86	+	+ − +	20.5
7	Castro	+ + + +	13	24	+	4.5	+	90	+	+ − +	16.1
8	Derrudi....	+ + + −	13	31	+	12	−	77	+	+ + +	13.9
9	Deprato....	+ + + −	14	29	−	17	+	110	−	+ + +	18.9
10	Ferioli.	+ + + +	12	27	+	25	+	71	−	+ + +	17.1
11	Fernández .	+ + + +	9	23	+	8	+	101	−	+ − +	17.2
12	Guillard ...	+ + + +	15	39	+	40	+	110	+	+ + +	16.7
13	Krncsék....	+ + + −	12	27	+	7	+	53		− − −	16.4
14	Labiano ...	+ + + +	12	29	+	22	+	69	+	+ + +	18
15	Lastra.	+ + + +	14	35	−	23	+	67	+	+ + +	17.5
16	Muscagorri .	+ + + +	12	22	+	23	+	59	+	+ − +	16.7
17	Marin.	+ + + −	15	32	+	24	+	110	+	+ + +	16
18	Marcenaro. .	+ + + −	18	33	−	17	−	102	−	+ + +	19.1
19	Orayen	+ + + +	18	66	−	30	−	135	−	+ + +	17.1
20	Pola	+ + + −	14	30	−	17	+	109	+	+ − +	17.5
21	Rodriguez..	+ + + −	45	26	+	16	+	120	−	+ + +	18.5
22	Sánchez....	+ + + +	20	56	−	31	−	116	−	+ − +	15.6
23	Sangiani ...	− + + −	27	55	−	52	−	139	−	+ + +	16.8
24	Timoti R...	− + + +	15	37	−	15	+	92	−	+ − +	19.4
25	Timoti C....	+ + + +	16	28	+	12	+	57	+	+ + +	19.6
26	Di Tomás..	+ + + −	24	34	+	12	−	68	+	+ − +	19.4
27	Dubarry....	+ + + +	9	22	+	8	+	53	+	+ + +	17
28	Cámpora. ..	+ + + +	9,5″	18.″5	+	10	+	61	+	+ + +	19.9
29	Márquez. ..	+ + + +	9	12	+	8	−	42	+	+ + +	18.1
30	Reyna......	+ + + +	13	25	+	18	+	79	+	+ + +	19.4
31	Picco	+ + + +	14	19	+	8.″5	+	77	+	− + +	16.5
32	Peirano ...	+ + + +	13	44	+	25	+	70	−	+ + +	17.4
33	Martinez ...	+ + + +	25	31	+	34	+	115	+	+ + -	16
34	Trono ...	+ + + +	17	40	+	46	−	203	−	+ + +	18.4

Observaciones. — 1ª La repetición, cuando no es inmediata, no mejora la integración.

Experimento del practicante Jorge Mieli

INTEGRACIÓN DE LA MISMA SUMA

		Positividad por %	Tiempo medio
Abril 1903.....	Varones...........	80	21″
	Mujeres..........	47	26″
Noviembre 1902	Varones..........	77	23″
	Mujeres..........	53	62″

Todos los niños que ingresaron á este grado, de otras escuelas, dieron sumas equivocadas.

EXPERIMENTO 1º (PARA COMPARAR)	Positividad por %								Tiempo medio	
	V				M				V	M
	1ª	2ª	3ª	4ª	1ª	2ª	3ª	4ª		
Lectura de 4 cantidades..	80	100	100	100	96	100	93	62	21	23
Operación de suma			71				48		27	32
„ „ resta.			100				51		25	23
„ multiplicación.			57				58		77	88
	1ª	2ª	3ª		1ª	2ª	3ª			
Comparación visiva......	57	85	71		93	68	89		—	—
Reproducción de línea :										
Total de longitud errónea en mms..............		1660				1640				

Cinco meses después (en Abril) sometimos el 6° grado á la misma reacción, y obtuvimos el cómputo siguiente:

EXPERIMENTO 2°	Positividad por °/₀								Tiempo medio	
	V				M				V	M
	1ª	2ª	3ª	4ª	1ª	2ª	3ª	4ª		
Lectura de 4 cantidades..	100	100	100	100	93	96	96	59	14	18
Operación de suma......				100				55	28	39
„ resta........				71				66	19	24
„ multiplicación.				71				48	92	98
	1ª	2ª	3ª		1ª	2ª	3ª			
Comparación visiva......	85	100	85		92	56	92		—	—
Reproducción de línea:										
Total de longitud errónea en mms..............	1385				1123					

Alumnos más y menos inteligentes. — Para esta apreciación nos han guiado las clasificaciones que en Aritmética han obtenido los alumnos al terminar el año escolar. Hemos elegido, para hacer los cuadros, los tres niños de clasificación más alta y los tres de clasificación más baja, de cada grado, separando los sexos.

Cómputos:

VARONES

	MÁS INTELIGENTES								MENOS INTELIGENTES							
	GRADOS							Total	GRADOS							Total
	1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°		1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°	
Edad	7.3	9 6	11.3	11	12.6	13.3	14.6	11.4	8.3	10.3	11.3	12.3	12.3	14.3	15.6	12
Contar: errores	13	11	2	8	2	9	5	50	15	6	2	5	3	1	2	34
Lectura de 4 cantidades: bien leidas.	8	9	10	9	11	12	12	71:4	4	7	9	6	11	11	11	59:4
Reprod. auditiva de números: positivos	3	2	1	0	1	2	2	10	3	0	1	0	2	1	3	10
Reproducción visiva de número	2	0	0	1	1	2	2	8	0	0	0	0	1	2	3	6
23 + 16 : positivos	2	3	1	3	3	3	3	18	1	2	0	2	3	3	3	14
Cálc. mental positivo	0	3	1	3	2	2	2	13	0	0	0	0	0	1	0	1
Suma	3	3	3	1	2	3	2	17	1	2	0	2	1	1	3	10
Resta	1	2	2	2	3	3	3	16	1	1	0	1	1	3	2	9
Multiplicación	—	2	0	3	3	3	3	14	—	0	2	1	2	1	1	7

VARONES

Experimentos	Más inteligentes — Grados								Menos inteligentes — Grados							
	1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°	Total	1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°	Total
Comp'ción visiva 1ª	1	2	2	2	3	1	3	14	2	3	2	3	2	2	3	17
" " 2ª	2	2	2	1	1	3	3	14	1	1	1	1	1	2	2	9
" " 3ª	1	2	2	2	3	2	3	15	1	3	3	3	3	2	3	18
R. de linea: errores.	4	10	5	4	5	4	1	33	11	6	5	2	5	3	5	37
Comp. á término fijo	2	3	2	2	3	2	3	17	2	2	2	2	2	2	1	13
Tiempo: lectura de 4 números.......	15″	25″	20″	21″	17″	14″	14″	126″:7	68″	29″	33″	39″	28″	30″	18″	245″:7
Reprod. auditiva....	4	7	10	10	8	5	5	49:7	9	14	8	7	8	6	5	57:7
Suma.............	55	42	78	38	24	17	19	273:7	127	48	67	45	29	38	24	378:7
Resta.............	27	79	53	37	17	12	14	239:7	41	41	60	30	59	38	16	285:7
Comp. á término fijo	2	5	5	5	21	10	4	52:7	5	3	4	3	5	18	10	48:7
Raciocinio.........	—	0	1	1	0	3	3	8	—	0	0	0	1	2	2	5
Memoria...........	—	2	0	0	3	2	1	8	—	0	0	0	2	2	2	6
Imaginación.......	—	4	7	7	4	10	16	48	—	3	3	5	4	9	10	34

MUJERES

EXPERIMENTOS	MAS INTELIGENTES								MENOS INTELIGENTES							
	GRADOS							TOTAL	GRADOS							TOTAL
	1º	2º	3º I.	3º S.	4º	5º	6º		1º	2º	3º I.	3º S.	4º	5º	6º	
Edad	7.3	10	10	11	13.6	14.6	15	11.6	7.3	10.6	12	13.6	13.3	14.3	15.3	12.5
Contar: errores	8	5	1	3	3	1	4	25	27	6	6	3	3	2	8	55
Lectura de cantidades: bien leídas	6	12	12	12	9	12	11	74	3	2	9	10	10	7	10	51
Rep. auditiva de número: casos +	3	1	1	2	1	2	3	13	0	0	0	2	1	1	1	5
„ visiva „ „ „ „	3	0	0	3	2	2	3	13	0	2	3	2	1	2	3	13
Cálculo: 23 + 16 „ „ „	3	3	3	3	3	3	3	21	0	2	1	2	2	2	3	12
„ mental „ „	3	1	1	3	0	1	2	11	∞	0	1	1	1	0	1	4
Suma „ „	3	3	2	2	2	3	2	17	0	1	2	1	1	0	2	7
Resta „ „	3	3	1	3	2	3	2	17	0	0	1	0	1	0	2	4
Multiplicación „ „	—	3	0	3	1	3	3	13	0	0	0	1	0	2	0	3
Comparación visiva 1ª „ „	3	3	3	3	2	3	3	20	1	1	3	3	2	2	3	15
„ „ 2ª „ „	2	1	0	2	0	1	2	8	0	1	1	0	1	3	3	9
„ „ 3ª „ „	3	3	3	3	3	3	3	21	1	3	2	2	2	1	3	14
Reproducción de línea: errores	7	6	6	3	4	1	1	28	5	3	1	5	5	10	4	33
Comparación á término fijo	2	2	3	3	3	2	1	16	1	3	1	1	2	0	0	8
Tiempo: lectura de 4 números	35″	20″	23″	12″	29″	18″	14″	151:7	53″	83″	25″	25″	45″	30	37	298:7
„ Repr. auditiva de número	7	7	9	6	9	7	5	50:7	22	9	32	8	8	7	4	90:7
„ Suma	48	51	51	31	30	26	29	266:7	100	63	99	63	61	31	35	452:7
„ Resta	38	66	32	23	25	17	17	218:7	150	41	78	69	50	21	23	432:7
Comparación á término fijo	6	10	2 3	2	2.3	3.3	25	51:7	3	2.3	9	6	10	3	18	51:7
Raciocinio: casos +	—	1	1	0	0	3	3	8	—	0	1	0	0	2	3	6
Memoria „ „	—	0	1	1	2	1	0	5	—	0	0	2	2	2	0	6
Imaginación: combinaciones	—	3	3	8	7	11	7	39	—	3	3	3	3	8	4	24

a) Para la edad, hemos dividido las sumas por el número de alumnos.

b) Para los errores en el *contar*, hemos sumado la diferencia entre 31 y el número correspondiente á cada alumno. Notemos que los más inteligentes han dado solo *excesos;* los menos, *deficiencias* y muy pocos excesos.

c) En la *lectura de números*, hemos contado los casos positivos.

d) En la *reproducción auditiva* de números, hemos contado los casos positivos.

e) *Cálculo mental:* Experimento VII. Contamos los casos positivos.

f) En las *operaciones* contamos los casos positivos.

g) En la *comparación visiva* contamos los positivos. Aquí confirmamos que la comparación visiva de igualdad es más exacta en los más inteligentes; no así la de diferencia, que en las mujeres presentaba más positivos. La positividad en este experimento, sería un signo de mayor inteligencia en las mujeres, no así en los varones.

h) En la *reproducción de línea*, sumamos las diferencias entre la longitud reproducida por el alumno y 17, la de la línea.

i) *Comparación á término fijo.* Contamos los positivos.

j) La progresión de los tiempos en la reacción de lectura de números, indica los grados que ejercitaron ó no la numeración. El 3° S., 4°, 5° y 6°, que dan mejores integraciones centrales, bajan en la positividad de las periféricas y alargan los tiempos de reacción.

k) En el raciocinio hemos contado el número de casos positivos.

En la memoria, los casos de reproducción completa del concepto.

Se nota, lo que por otra parte ya hemos observado, que cuanto más aumenta el raciocinio más disminuye la memoria de palabras y signos.

l) La imaginación, por el número de combinaciones del problema que dió el alumno.

m) Dentro del mismo sexo leen mejor las cantidades, los más inteligentes; en diferentes sexos, leen mejor las mujeres que los varones.

n) Se observa más estabilidad (centralidad) intelectual en el varón que en la mujer, la que presenta casos de mayor inteligencia como, así mismo, casos de ∞ que no presenta el hombre. Esta instabilidad es peculiar al mismo individuo; así, días hay que su inteligencia es de una lucidez admirable y días en que es lo contrario.

Resumen. —*Cuadros generales.* —En dos hemos resumido la positividad y los tiempos, á fin de que puedan compararse grados y sexos, en cada experimento.

Cuadro comparativo de las aptitudes por sexos

Comparación por grados y sexos

EXPERIMENTOS	VARONES								MUJERES							
	TIEMPOS MEDIOS DE REACCIÓN EN SEGUNDOS							TOTAL Suma	TIEMPOS MEDIOS DE REACCIÓN							TOTAL Suma
	1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°	7	1°	2°	3° I.	3° S.	4°	5°	6°	7
I	1.13	0.68	0.60	0.59	0.51	0.59	0.48	4.58:7	1.02	0.74	0.76	0.60	0.56	0.57	0.67	3.92:7
II	35.8	35	28	27	21.8	21.8	15	184.4:7	39	44.8	27	28.7	26	23.7	23.7	213:7
IV	8	10	8	7	7	5	4	49:7	10	8	15	7	8	7	5	60:7
VI	12	15	8	8	11	6	5	75:7	24	24	8	6.6	8	13	10	93:7
VIII	88	44	62	39	36	27	23	319:7	90	64	65	45	45	32	32	373:7
IX	44	37	50	35	36	25	14	241:7	67	69	51	40	43	23	24	317:7
XVII	19	10	5.2	5	9	13	6	67:7	12	13	7.4	7.5	5	6	11	62:7

Observaciones.—1ª El niño que presenta largas reacciones en la operación de suma, las presenta largas en los demás casos de carácter matemático.

2ª Pero la rapidez individual, para los diferentes casos, no es paralela. Para unos, la reacción de suma es más corta que la de multiplicación ó resta; para otros, la de multiplicación ó resta, es más corta que la de suma.

3ª Los negativos en las operaciones, se generalizan á los demás casos del proceso matemático.

4ª La distancia entre la velocidad máxima y mínima para uno mismo, modifica lentamente de un grado á otro; el ejercicio es, pues, poco eficaz contra factores como la depresión fisiológica, pobreza orgánica, anormalidad permanente ó temporaria del cerebro.

5ª La positividad generalizada, es característica de las mentes sintéticas, niños distinguidos en todas las asignaturas.

6ª El coeficiente de positividad de cada grado, para un mismo fenómeno, varía con el ejercicio hasta el límite que señalan las condiciones físicas del alumno, exteriorizadas, generalmente, por la edad.

7ª En el varón hay menos causas perturbadoras de la integración consciente, que en la mujer.

8ª Las dificultades que parece ofrecer el estudio de la matemática comparada con otras asignaturas, se deben á lo limitado de su lenguaje. Un punto histórico permite varias formas de integración para explicarlo; un punto matemático no permite más que una. En un campo estrecho, las dislogias son más frecuentes. Un razonamiento, composición de carácter matemático, ofrece más dificultades que un razonamiento, composición de carácter geográfico (descriptivo).

9ª Todo conocimiento adquirido por el niño conserva su positividad y se intensifica sin otro ejercicio que el que indirectamente permite una forma sintética, á la que sirve de apoyo. Lo opuesto sucede á la niña; el ejercicio indirecto no sirve de fijación á las integraciones mediatas que llegan con los consiguientes tras-

Comparación por grados y sexos

EXPERIMENTOS	VARONES — Positividad por grados y por cada 100 alumnos								MUJERES — Positividad por grados y por cada 100 alumnos							
	1º	2º	3º I.	3º S.	4º	5º	6º	TOTAL	1º	2º	3º I.	3º S.	4º	5º	6º	TOTAL
Edad	7.8	10	11	12	12.7	13.5	15	11.7	7.7	10	11.2	12.5	13	14.2	15.3	12
I	10	0	50	22	45	33	22	182	0	15	26	20	35	50	11	157
II	43	71	78	72	96	96	91	547	64	64	80	79	82	88	90	547
III	78	16	50	66	76	85	77	448	53	33	30	48	33	65	29	288
IV	78	33	50	22	53	42	88	366	69	23	30	19	38	37	70	286
V	47	0	0	11	36	57	77	228	69	25	35	53	68	74	94	418
VI	44	88	37	89	100	100	100	558	45	75	78	84	80	89	88	539
(+ y −) 8º y 9º	61	61	37	61	62	86	78	446	38	53	47	58	40	49	50	335
XVII	68	89	75	55	69	57	87	500	54	75	66	79	52	48	70	454
XVIII		0	12	12	33	87	89	233		0	18	12	20	48	78	176
XIX		6	0	11	58	14	22	111		0	0	8	50	0	5	63

mandaremos grupos de 6 ó 7 niños para que escriban 5 unidades 8 décimos; 96 unidades 3 décimos; 8 centésimos, etc. Al cabo de veinte minutos, la mayoría de la clase escribe decimales; esta adquisición rápida de un conocimiento, sin estirar los procesos hasta la fatiga, es amena: entrar al terreno de la aplicación sin detenerse en las reglas, destinar todo el tiempo posible al ejercicio variado, es tarea fácil y, de consiguiente, entretenida; por otra parte, no procuramos en matemática, sino el *saber hacer*.

Carecen de belleza, ejercicios y problemas como estos:

a) Un individuo que tiene un terreno con un área de 345 hectómetros cuadrados y 674 decámetros, ha comprado otro terreno lindero de forma retangular de 3895 metros de frente por 2746 metros de fondo. ¿Cuál es el área total?

b) Multiplicar $\frac{125}{230} \times \frac{71}{141} \times \frac{297}{1.365}$

c) Un triángulo tiene 967,4357 metros de base por 322,072 de altura. ¿Cuál es la superficie?

a) Dividir 8.767.596,03 por 0,75.

e) Dividir — 725 por — 9.

f) Reducir $\dfrac{\frac{123}{7} \times \frac{11}{79} - \frac{5}{31}}{128 \times 9 + 75 \times 229}$ á forma simple.

g) En un granero había 85.927 bolsas de trigo; se perdieron por lluvia 7.424 bolsas; por el fuego 5.702; se vendieron á Rodríguez 6.728; á Lobos 7.202. ¿Cuántas quedaron buenas en el granero?

h) Un comerciante ha vendido 42,35 metros de una pieza de género; 63,489 de otra; 146,525 de otra pieza. ¿Cuántos metros ha vendido?

Las consecuencias se agravan con series de 20, 30, 40 ejercicios ó problemas de la misma especie y largos, números que no exigen más que una operación y ningún esfuerzo para descubrirla. Cuando el enunciado no es de imaginación ni agrega conocimientos, es insulso y vulgar. •

Por desgracia, abundan colecciones de esta naturaleza sin el mérito siquiera de la graduación; la carátula anuncia 1.000 problemas no siendo, en verdad, sino cincuenta ó cien.

A los efectos de la educación matemática es lo mismo: «un naranjo tiene tres ramas, la una con 75 frutos; la otra con 62; la otra con 119. ¿Cuántas naranjas carga el árbol?» que: «un campo se divide en tres ensenadas; en la primera pacen 728 ovejas; en la segunda 150; en la tercera 957. ¿Cuántas ovejas hay en el campo?»

Las cuestiones matemáticas son susceptibles de simetría como las arquitectónicas, para producir fenómenos estéticos correspondientes.

Los datos del problema *h*, evidentemente, no armonizan con la operación acostumbrada de los tenderos, que nunca miden un género hasta los milímetros, mucho menos en cantidades que pasen de cien metros.

El ejercicio *d*, cuyo propósito es ejercitar la división de decimales, presenta un dividendo de siete cifras correspondientes á la parte entera y sólo dos á la fraccionaria, y un divisor con dos cifras decimales. No se descubre el propósito de tanta desproporción en un caso que, inmediatamente, se reduce á división de enteros. Es indiscutible la belleza del problema de los volúmenes de los poliedros regulares, por la relación constante de los elementos: uno, da el valor de los demás. Los alumnos no disimulan la resistencia á usar el valor 3,1415926 de π en problemas como: «¿cuántos litros de vino contendrá una pipa cuya distancia de base á base es 1,32 metros; cuyo fondo tiene 0,66 metros de diámetro y cuyo medio, su parte más ancha, 0,75 de diámetro?» donde las cantidades no exceden de dos cifras; nos hemos visto obligados á substituirlo por 3,14.

Son agradables ciertas armonías casuales, pero exactas como las que presentan las cantidades del caso

7° de elección, prueba III, donde 241 es multiplicador y divisor á la vez, en dos casos; la correlación entre el dato y el hecho, tiene todo el prestigio de lo que no es mentira, de lo que se siente magnífico y grande como la ley natural, aplicada á la solución de un problema. La instintiva propensión del espíritu, en presencia de cantidades abstractas, es traducirlas á líneas ó volúmenes; se explican sus afectos por aquellos datos que guardan entre sí una relación próxima á la unidad, como en «el volumen de una bolita es 0,0000000334933; ¿cuál es su radio?» á pesar de las 13 cifras decimales. Es, de consiguiente, aplicable á la matemática elemental, la observación de WITMER: (1) que en la relación $1:r$, á una variación constante de r responde una variación constante del valor estético; 1 y r son, respectivamente, las líneas de un rectángulo. Cuanto mayor r menos agradable una figura que se aparta constantemente de las perfecciones del cuadrado. Un problema donde las cantidades de dos cifras se alternan con las de nueve $\left(1:r=\frac{1}{9}\right)$; donde junto á números enteros como 5, 8, 12 hay decimales como 2,045789 ó fracciones como $\frac{957}{12357}$ que dan idea de lo imperfecto; donde junto á un dato que vale 3 hay otro de la misma especie que vale 857.862 unidades ($1:r=3:857.862$), no puede ser agradable.

Un texto, especie de maestro, debe someterse á un examen escrupuloso desde estos puntos de vista, antes de ir á manos del alumno, porque es, una vez adoptado, la guía forzosa de la clase; fácil es presumir los sentimientos que puede engendrar hacia la asignatura, si descuida aquellas condiciones que exigimos al profesor.

Son atrayentes:

---

(1) «Zur experimentalen aesthetik», etc. Phil. Stud. IX. p. 96.

a)

$$\frac{\left(\frac{9}{5}+\frac{9}{8}\right)\times 9-13}{0{,}358181\times\frac{9900}{3546}}+\frac{7+8-12}{3-\frac{3}{5}}-\frac{5\times 7\times 12\times 91}{13\times 35:2\times 21}$$

Porque un trabajo en apariencia largo y fastidioso, es, sin embargo, breve. En efecto, el denominador del primer quebrado se reduce inmediatamente á 1 y el numerador á $\frac{13\times 81}{40}-13=\frac{13\times 41}{40}$; el segundo quebrado á $\frac{5}{4}$; el tercero á $21\times 2\times 12$.

b) Después de diez segundos de soltada la piedra se percibe el choque; se quiere saber la profundidad del pozo.

Porque siendo un problema vulgar y aparentemente fácil, exige la combinación de numerosos conocimientos para resolverse.

c) — 729 dividido por — 9.

Porque inmediatamente da 81 y permite reconcentrar la atención en el propósito del ejercicio, que es la división de los signos.

d) En un corral hay 36 patas y 14 cabezas; ¿cuántos son los pavos y cuántos los conejos? (El corral sólo tiene dos clases de animales).

Porque siendo, en verdad, sencillo y pudiéndose resolver por el tanteo, el amor propio del niño queda comprometido ante ciertas dificultades para relacionar los datos.

e) Es más agradable por la forma sintética y generalizadora, por el horizonte matemático que abre en el campo de las fracciones, el ejercicio:

$$\frac{4\frac{1}{5}+6\frac{3}{5}-2\frac{4}{5}}{\frac{9}{25}\times\frac{5}{7}\times\frac{35}{9}}$$

que el mismo dividido en cuatro:

1° $$4\frac{1}{5} + 6\frac{3}{5} = ?$$

2° $$10\frac{4}{5} - 2\frac{4}{5} = ?$$

3° $$\frac{9}{23} \times \frac{5}{7} \times \frac{35}{9} = ?$$

4° $$8 : 1 = ?$$

que no ofrecen combinaciones, pero sí un camino trillado para un numeroso grupo de aptitudes, y para otras, una fatigosa suma de trabajo. Por eso HERBERTO SPENCER (1) dice una indiscutible verdad cuando afirma que la fuente primitiva (enseñamos á niños) del placer estético en las sensaciones simples, es ese carácter de combinación que las hace propias para ejercitar las facultades de la manera más completa y con los menores obstáculos posibles, á la que agrega una segunda fuente de placer, el despertar de las diversas emociones agradables, ligadas á la experiencia por combinaciones particulares del género presentado. Hay motivo para creer que son formas bellas las que ejercitan eficazmente el mayor número de aptitudes (centros psíquicos) en juego y no recargan sino el más pequeño número. La elevación del sentimiento es proporcional al alejamiento de la sensación simple, á la complejidad en cuanto contiene una variada suma de elementos capaces de una emoción y en cuanto es un débil reflejo del enorme agregado de elementos análogos, acumulados por la materia.

Precisamente, el caso de los ejercicios que propiciamos como el 13 de la serie 77, una reproducción de todos los conocimientos aritméticos, combinados en esa vasta complejidad de casos, pero de tal manera que las reducciones son simples á punto de que un

(1) COLLINS. Resumen de la filos. de H. Sp., pág. 439, versión española de la España Moderna.

alumno de 6º grado puede obtener una cantidad exacta y simple como 15 $^{5}/_{9}$ en menos de 20 minutos de trabajo. La simplicidad de los resultados es el mayor de los atractivos hacia problemas de operaciones complicadas, á punto de ser solícitamente preferidos aquellos que dan 0, 1, 2, cantidades enteras pequeñas, después de engorrosas incursiones á través de decimales, quebrados ó cantidades enteras.

Sólo el principio de SPENCER puede explicar la predilección de jóvenes ya iniciados en el espíritu de la matemática, por problemas que exigen conocimientos de geometría y de física, breves en el enunciado, exuberantes en el razonamiento, como aquellas tuberosas de volumen pequeñísimo que poseen una riqueza alimenticia enorme. Así, no podemos menos de llamar maravilloso al problema de RITT: *Calcular la flecha de la parte flotante de una esfera de madera cuya densidad es* 0,840625.

Pero, las combinaciones no deben ser tales ni en tanto número para presentar obstáculos invencibles al alumno; el efecto sería contraproducente; no deben fatigarse las aptitudes descubridoras, con un trabajo infructuoso.

Creemos que lo poético y maravilloso es tan propio de la matemática como de cualquier otra asignatura; depende de cómo se la trate; el campo es, como decía RITCHTER, una tabla dividida en porciones ó cuadros, sobre la que el actor puede jugar lo mismo el vulgar juego de damas, que el regio del ajedrez. Toda cuestión matemática tiene cierto grado de misterio y su rasgo milagroso, hasta conocer el mecanismo que la explica. Son condiciones que estimulan la curiosidad y satisfecho el por qué, se resuelven estéticamente por la admiración.

Un ejercicio como: $\dfrac{\left(12\frac{4}{5}\right)^5}{\left(3\frac{1}{5}\right)^5}$ resuelto así:

$$\frac{\frac{64}{5} \times \frac{64}{5} \times \frac{64}{5} \times \frac{64}{5} \times \frac{64}{5}}{\frac{16}{5} \times \frac{16}{5} \times \frac{16}{5} \times \frac{16}{5} \times \frac{16}{5}} \text{ etc.}$$

haciendo las operaciones indicadas para obtener el resultado 256, es aburridor y ahoga toda emulación nacida de la curiosidad; pero resuelto de esta manera:

$$\left\{\frac{\frac{64}{5}}{\frac{16}{5}}\right\}^5 = \left(\frac{64 \times 5}{5 \times 16}\right)^5 = 4^5 = 256$$

es novedoso y agradable.

De aquí que los ejercicios y problemas dados al azar, que no combinan cierto número de nociones como las de la divisibilidad, del cálculo mental, de los resultados exactos; que obligan á tan largas y enfadosas como inútiles operaciones; que interrumpen un proceso razonativo, con una integración operativa; que no tienden al método algebraico cuyo rasgo simpático es la letra, son de resultados didácticamente negativos; interminables sumas de ocho ó nueve términos con seis cifras cada uno para que un niño de segundo grado razone el problema, «en un campo hay *a* ovejas, en otro *b* ovejas, en otro *c*, en otro *d*, en otro *e*, etc. ¿Cuántas ovejas en todos?» no puede ser más vulgar y contraproducente; el niño concluye por desdeñar una clase en que se siente torturado; las expresiones «¡Oh, aritmética ahora! ¡Qué feo! Mejor es.....» (aquí la asignatura más amena), son conocidas para que nos detengamos á explicar el significado.

La enseñanza debe sus éxitos á la repetición; repetir diez, quince, veinte, cien veces un conocimiento durante la clase, en la semana, en el mes, en el año, pero *jamás en la misma forma*, he ahí todo para sentirse satisfecho. ¿Qué se necesita? *Ingenio*. El maestro que carezca de ingenio es un verdugo.

Otras circunstancias contribuyen á la sensación estética: la comodidad dentro del aula; abundancia de pizarrones; teorizar poco y ejercitar mucho; planteaciones ordenadas; números claros; suficientes pasos en el razonamiento; dicción matemática y cuanto indicaremos al tratar de la enseñanza en cada grado.

Observé un profesor que accidentalmente daba clases en 4°, 5° y 6° grados y elegía de tema los puntos más abstractos de la aritmética; mantenía la atención de los alumnos una hora y al terminar no se notaba cansancio; la silenciosa admiración no concluía; duraba en los patios, en la calle, en las casas. Pero el profesor V. enseñaba el mínimo común múltiplo de cantidades de uno, dos ó tres guarismos, tiza en mano, de la siguiente manera: M. C. M. es... etc.

Para hallar el M. C. M. de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 digo:

El menor número divisible por 20 es 20.

El menor número divisible por 19 y 20 es $19 \times 20 = 19 \times 2 \times 2 \times 5$.

El menor número divisible por 18, 19 y 20 es $19 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3$ puesto que $3 \times 3 \times 2 = 18$.

El menor número divisible por 17, 18, 19 y 20 es $17 \times 19 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3$ puesto que 17 es primo, y no está en $19 \times 20 \times 9$. Al producto anterior, para que sea divisible por $16 = 4 \times 4$ solo falta el factor 4; el M. C. M. es, de consiguiente:

$$17 \times 19 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 4$$

$15 = 3 \times 5$, está contenido;
$14 = 2 \times 7$, agrega el factor 7;
$12 = 3 \times 4$, está contenido.

11 por no estar, se agrega como factor; 10 igual 2×5, está contenido: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 2 factores de 18, 16, 14, etc. respectivamente están contenidos porque están sus múltiplos; luego el M. C. M. de los números de 2 á 20 es el producto:

$$20 \times 19 \times 17 \times 9 \times 4 \times 11 \times 7$$

II

Investigación experimental. — La experimentación estética desde Fechner que la inició [1] (1871 *Zur experimentalen Aesthetik*), hasta nuestros días, si bien ha sido variada y cuenta trabajos anteriores como los de Wolf, Zeising, Witmer, posteriores como los de Cohn, Major, Pierce, en el campo matemático ha sido nula.

Sin embargo, hay inducciones que pueden utilizarse con provecho. Hemos aplicado en 5° y 6° grado el método de la elección de problemas conocidos para que indicaran aquellos que más fuesen de su agrado y por qué razón; el resultado de la enquéte hecha el 25 de Noviembre, es decir, á fines del curso escolar, es satisfactoria; los alumnos, con aquella espontaneidad de criterio tan fecunda para el pedagogo, se encargaron de dictarnos los principios que con avidez buscábamos en sus trabajos, en sus manifestaciones, en sus gustos para el canevás del método.

I. De estos dos ejercicios:

a) Reducir:

$$\frac{(4+6+7+8) : (9+10+11+12)}{(4+6+7+8) : (18+20+22+26)} \text{ á simple.}$$

b) Sumar:

$$\frac{4}{13}+\frac{3}{11}+\frac{6}{13}+\frac{8}{7}+\frac{25}{11}+\frac{7}{13}+\frac{101}{7}$$

Indicar el que fuese más agradable.

II. De los cuatro problemas:

---

(1) Larguier de Bancels. — L' esthét. expér. en L'année Psychologique VI. année págs. 144 á 190.

a) Siendo seis micrones el largo de un bacterio ¿cuántos entran, puestos en fila, en un decímetro lineal?

b) Un observador toma tres temperaturas durante el día: á las 7 a. m. es de 22 grados, á las 2 p. m. de 34 grados, á las 6 p. m. de 20 grados. ¿Cuál es la temperatura media?

c) Hay dos ejércitos en marcha hacia Pretoria; el ejército boer está 120 kilómetros más próximo á la ciudad, que el de lord Roberts y lleva una marcha de 25 kilómetros por día. La distancia entre el campamento boer y Pretoria, es de 450 kilómetros: ¿cuándo el ejército inglés, andando 35 kilómetros por día, alcanza al boer? A qué velocidad debe ir el ejército boer para que el encuentro con el enemigo sea en Pretoria?

d) A cada dos vueltas del caballo, la cadena de baldes de una noria da una completa. Los baldes son quince y cada uno echa á la pileta tres litros de agua. Se quiere saber cuántas vueltas dará el caballo para llenarla si sus dimensiones son 3,75 metros de largo, 2 de ancho y 1,5 de alto.

III. De todos los problemas que han resuelto durante el año, dar el enunciado del que pareció más bonito y ha llamado más la atención.

El 6° grado ha resuelto 74 series, entre ejercicios y problemas 605, de la *Síntesis Aritmética* y el 5° grado, 50 series (396 ejercicios y problemas) del mismo libro; los ejercicios varían desde la más simple suma de enteros hasta las formas complejas con términos fraccionarios y operaciones exponenciales; y desde la escritura de cantidades hasta la solución de ecuaciones simultáneas. Los problemas, desde una á diez combinaciones de especie y tipo diferentes con recursos geométricos y leyes físicas.

Resultado de la investigación. Estética experimental por el método de la elección *(Wahl)* de Fechner:

GRADOS	I eligieron		II eligieron				III eligieron	
	a	*b*	*a*	*b*	*c*	*d*	ejercicios	problemas
5°								
Varones.......	6	—	2	1	1	3	1	5
Niñas........	16	8	9	2	8	13	3	21
6°								
Varones.......	8	1	1	—	1	7	3	7
Niñas........	12	5	5	3	2	8	5	12
Totales.......	42	14	17	6	12	31	12	45

(Algunos alumnos eligieron dos letras á la vez).

Las razones acerca de la elección en la *prueba I y II* se resumen así:

1. *A. I.* Elige I *a,* porque es más complicado. II *d,* porque es más complicado y exige más estudio.
2. *O. C.* Elige I *a,* porque es más fácil de hacer. II *a,* por su razonamiento complicado.
3. *E. C.* Elige I *a,* por el paréntesis y la cancelación. II *c,* porque parece muy difícil y es muy fácil.
4. *C. F.* I *b,* porque me presentaba bastante dificultad para resolverlo, nunca hallaba el M. C. M. bien; y desde un día que lo hice sola, me gustó más que otro ejercicio. II *d,* porque no presenta dificultades y se presta á un buen análisis.
5. *B. P.* I *b,* porque ofrece dificultad, no el procedimiento, sino las operaciones. II *a,* porque es más difícil y puede hacerse con él un buen razonamiento.
6. *J. P.* I *a,* porque es un caso de división de quebrados que multiplico en cruz y se cancela muy fácilmente mientras que el otro cuesta más. II *d,* porque el procedimiento es más lindo; porque cuesta menos; porque es más claro que los otros.
7. *A de los S.* I *a,* porque es ejercicio, por la regla

que se debe aplicar para resolverlo, por las operaciones mentales; por la simplificación. II *d*, por lo lindo de lo enunciado; por la planteación, por la sencillez de las operaciones; por la fórmula que hay que aplicar en el volumen de la pileta.

8. *H. E.* I *b*, porque tiene más divisiones. II *b*, porque lo he comprendido con más facilidad y *d*, porque no tiene tantas operaciones.

9. *E. B.* I *a*, porque hay que hacer más operaciones y es más difícil. II *a*, porque se resuelve por el método de la unidad.

10. *R. V.* I *b*, porque no es más que suma y no hay más que hallar el M. C. M. II *b*, porque hay que hallar la media.

11. *M. B.* I *a*, porque es mejor y más fácil. II *d*, porque hay que aplicar fórmulas de volúmenes.

12. *T. C.* I *a*, porque no se hace más que una simple cancelación. II *a*, porque es uno de los más sencillos.

13. *L. C.* I. *b*, por el número de operaciones que se hace. II *c*, porque para hacerlo se hacen bastantes operaciones.

14. *M. D.* I *a*, porque tiene complicaciones y resolviendo á uno y otro, me ha parecido más lindo el *a*. II *d*, porque se resuelve con pensar un poco y para razonarlo se presta mucho. El II *c*, no me gusta porque no lo he podido resolver después de ensayarme hasta diez veces. El II *b*, me gusta porque se presta á resolverlo. El II *a*, no me gusta porque cuando he tratado de resolverlo se me han presentado dificultades y lo he aprendido á fuerza de estudiarlo muchas veces seguidas.

15. *M. M.* I *a*, porque tiene menos operaciones que hacer. II *b*, por las multiplicaciones, sumas y restas.

16. *G. D.* No da razones.

17. *F. L.* I *a*, porque es sencillo y curioso á la vez; se necesita pensar, pues, á simple vista, se diría que es $\frac{1}{42}$. II *d*, porque es menester razonar mucho para

darse cuenta de lo primero que hay que hacer; porque es útil. III *a*, porque es necesario y difícil: pero no se presentan casos para aplicarlo; es interesante no obstante las operaciones con decimales.

18. *R. E.* I *a*, porque es largo y hay una linda combinación de operaciones. II *d*, porque hay operaciones alternadas que no son cansadoras.

19. *A. L.* I *b*, porque es más comprensible y no presenta dificultades como el *a*. II *d*, porque exige un buen razonamiento, porque es un problema de buscar y pensar lo que á simple vista parece difícil.

20. *J. P. S.* I *a*, porque hay trabajo para hacerlo, mientras que el otro se saca mentalmente. II *c*, porque hay que trabajar para hacerlo y con todas esas operaciones se aprende más.

21. *H. B.* I *a*, porque sus operaciones son tan sencillas como el método para hacerlo. II *a*, sucede lo mismo que en el anterior.

22. *R. L.* I *a*, porque puede resolverse en un instante mientras que el *b* exige muchas operaciones.

23. *R. R.* No da razones.

24. *A. V.* I *a*, por los paréntesis; por la división de quebrados. II *d*, por las distintas operaciones y ejercicios para resolverlo; por las cancelaciones.

25. *J. C.* I *a*, porque se puede factorear. II *d*, porque es muy difícil al parecer; hay que pensar y desarrolla la inteligencia.

26. *M. G.* I *a*, por sencillo y hacer desaparecer paréntesis. II *a*, porque hay que aplicar medidas métricas.

27. *M. A.* I *a*, por lo breve de la operación. II *d*, porque hay que sumar y restar quebrados.

28. *B. A.* I *a*, por los paréntesis y los quebrados. II *a*, por el razonamiento que se hace.

29. *G. A.* I *a*, porque hay que suprimir paréntesis y dividir quebrados. II *b*, porque el enunciado es bonito.

30. *M. B.* I *a*, porque es más rápido. II *a* y *c*, no da razón.

31. *S. C. I. a*, porque trata de paréntesis. II *a*, porque se trata de micrones.

32. *M. C.* I *b*, porque hay que reducir á un común denominador. II *d*, no dice por qué.
33. *De P.* I *a*, por la simplificación. II *d*, por las reducciones.
34. *J. T.* I *b*, porque tengo que reducir á un común denominador por el M. C. M. II *d*, no dice por qué.
35. *M. D.* I *a*, porque hay que despejar paréntesis y hacer simplificaciones. II *c*, por su forma y las operaciones que hay que hacer.
36. *M. D.* I *a*, porque como existe el paréntesis es fácil confundirse, pero siendo experto no se confunde. II *a*, por ser bonito y breve. II *d*, por ser menos confuso que el *c*, y más aplicable.
37. *A. G.* I *b*, porque no tiene paréntesis y hay que sumarlo no más. II *d*, porque el enunciado tiene más gracia y es algo fácil.
38. *J. K.* I *b*, porque es un poco más difícil y se requiere más reflexión. II *a*, porque no hay que hacer tantas operaciones.
39. *C. L.* I *a*, por las operaciones cortas y pocas. II *c*, porque su enunciado es lindo.
40. *A. L.* I *a*, porque hay que suprimir paréntesis. II *a*, porque es más fácil; *d*, por las reducciones.
41. *M. L. M.* I *a*, por sus operaciones. II *c*, por su enunciado.
42. *V. O.* I *b*, porque aplica el M. C. M. y las operaciones resultan breves. II *d*, porque hay variedad en las operaciones.
43. *J. R.* I *a*, porque se hace más ligero y no tiene tantas operaciones. II *a*, por ser breve, casi mental y el *d* si no tuviera tantas operaciones.
44. *A. S.* I *a*, porque estoy acostumbrado á hacerlo. II *d*, por el enunciado; *a*, por las reducciones.
45. *T. S.* I *a*, por los paréntesis y las reducciones. II *a*, por sus comparaciones, por ser fácil y claro.
46. *R. T.* I *b*, porque hay que reducirlo á un común denominador. II *c*, por sus combinaciones.
47. *Di T.* I. *a*, porque tiene pocas operaciones. II *d*, por el enunciado.
48. *T. D.* I *a*, porque hay que suprimir paréntesis

y dividir quebrados (simplificación por divisibilidad). II *c*, porque es algo complicado.

49. *S. C.* I *a*, porque hay que simplificar y es simple. II *d*, porque es sintético y hay que hacer pocas operaciones.

50. *F. M.* I *a*, porque no hay más que sumar y dividir quebrados. II *a*, porque la forma es bonita.

51. *J. R.* I *a*, porque la simplificación es corta y fácil. II *d*, porque tiene larga solución.

52. *P. P.* I *a*, por tener una simplificación bastante buena. II *d*, porque hay que aplicar fórmulas.

53. *N. M.* I *a*, porque es de fácil solución. II *a*, porque es de fácil solución.

Prueba III. Los 53 alumnos dieron los siguientes problemas comentados de la manera que se indica:

6° grado

1. *Am. Imaz.* De todos los problemas del año me ha gustado: El 20 °/₀ de un cargamento de trigo viene averiado; está contenido en 45.260 bolsas ¿cuántas son las bolsas echadas á perder?

Porque es el que me parece más difícil.

2. *O. Calvo.* De todos los problemas que comprende esta aritmética me gusta *el que más hace meditar por su estructura:* Un viajero trajo un monstruo cuya cabeza tenía 7 decímetros, la cola tan larga como la cabeza más la mitad del cuerpo y el cuerpo tan largo como la cabeza y la cola juntas. Se quiere saber cuál es la longitud de la cola y cuál la del cuerpo.

3. *E. Crottogini.* El ejercicio que más me gusta es:

$$\frac{0{,}00002 \times 0{,}0003 \times 4 : 0{,}0009 \times 5}{0{,}00001 \times 0.50}$$

reducirlo á su menor expresión.

Porque tiene ejercicios de dividir quebrados con decimales y simplificación.

4. *Carmen Fas.* El ejercicio: Reducir á fracción simple:

$$\frac{\frac{9}{5} \times \frac{7}{3} \times \frac{1}{51} : \frac{2}{17} \times \frac{3}{21}}{\frac{56}{25} \times \frac{21}{32} \times \frac{3}{29} : \frac{8}{9} \times \frac{7}{58}}$$

Porque hay que cancelar.

5. *Bl. Parodi.* El del núm. 2.
Porque es más complicado.

6. *J. Palavec.* De todos me gusta:

$$\left\{\frac{\dfrac{2 - 0.3 \times 4}{2 \parallel \dfrac{2}{5}}}{\dfrac{2}{3} - \dfrac{2 - 0.3 \times 4}{2 \parallel \dfrac{2}{5}}}\right\} + \frac{1}{\dfrac{1}{3} : \dfrac{2 - 0.3 \times 4}{2 \times \dfrac{2}{5}}}$$

después de substituir $\dfrac{2 - 0.3 \times 4}{2 + \dfrac{2}{5}}$ por su igual $\dfrac{1}{2}$.

7. *A de los Santos.* Uno de los que más me han agradado es: ¿Cuántas hectáreas hay en un campo cuadrado cuyo lado norte mide 2 kilómetros y 6 hectómetros?

¿Cuánto costará cercado con cinco filas de alambre, sabiendo que el rollo de 241 metros vale $ 2,41; cada poste colocado á 10 metros y agujereado vale 1,50; cada hoyo vale 10 centavos y los torniquetes, colocados á cada 241 metros, valen 0,40 cada uno?

Por lo lindo de lo enunciado, por no ser muy largo, por la planteación que es bastante larga, por la sencillez de sus operaciones, por lo lindo de su análisis.

8. *Hort. Esp.* Juan se propone ceñir por su círculo máximo, un globo de 8 decímetros de diámetro con una cuerda de x decímetros; pero le faltan 7 decímetros para alcanzar. ¿Qué longitud tiene el meridiano del globo y la cuerda?

Porque tiene operaciones distintas.

9. *E. Broggini.* Un estanciero ha vendido 79.000 kilógramos de lana cruza fina á 5,60 los 10 kilógramos y 62.000 cruza gruesa á 4,30 ¿á cuánto ha vendido término medio y total de la operación?

No da razones.

10. *M. Barbagelata.* ¿Cuántos kilógramos de agua desalojaría una caja de sólidos (que cayera á una fuente completamente llena), con tres conos, tres cilindros, una esfera, cuatro pirámides triangulares y cinco paralelepípedos, siendo, la caja un cubo sin tapa de 0,50 metros de altura construído con latón de 3 milímetros de espesor; los conos y los cilindros, de 0,187 metros de altura y 0,05 metros de radio en la base; la esfera el mismo radio; las pirámides la misma altura de los cilindros con el triángulo de la base de 0,09 metros de altura por 0,08 de lado, los paralelepípedos 0,187 metros de largo por 0,05 de alto y 0,04 de ancho?

Porque trata mucho del volumen de muchos cuerpos geométricos. Y también todos los problemas y ejercicios donde haya incógnitas que se resuelvan por ecuaciones.

11. *R. Vierno.*

$$\text{El ejercicio: } \frac{\frac{12}{3} \times \frac{5}{19} \times \frac{3}{4} \times \frac{26}{9}}{\frac{1}{38} \times \frac{15}{16} \times \frac{24}{13} \times \frac{36}{7}}$$

Porque trata de simplificación y división de quebrados.

12. *T. Calloni.* ¿Qué velocidad tendrá una bala que á los seis segundos se ve caer sobre un blanco que está situado á 3.000 metros?

Porque es uno de los problemas que durante el año me ha costado bastante trabajo para hacerlo.

13. *L. Calderazzo.* Sabiendo que una bala de fusil recorre 611 metros por segundo ¿á qué distancia estaría una paloma que cae después de 24 terceros de dispararle el tiro?

Porque parece difícil; pero es todo lo contrario y para hacerlo debemos aplicar un dibujo.

14. *M. Dupont.* El mismo del núm. 10.

Porque hay que hallar el volumen de 18 cuerpos separadamente y ver los kilógramos de agua que desalojarían.

15. *M. Morés.* Hacer desaparecer los denominadores en $3x - \frac{3}{4} = \frac{5 \times 8x}{5}$.

Por todas las operaciones que hay que hacer.

16. *G. Oliva.* ¿Cuántos kilógramos de agua desalojaría una caja de sólidos (que cayeran á una fuente completamente llena) con tres conos, tres cilindros, una esfera, cuatro pirámides triangulares y cinco paralelepípedos, siendo la caja un cubo sin tapa de 0,50 metros de altura construído con latón de 3 milímetros de espesor; los conos y los cilindros de 0,187 metros de altura y 0,05 metros de radio en la base; la esfera el mismo radio; las pirámides la misma altura de los cilindros con el triángulo de la base de 0,09 metros de altura por 0,08 de lado, los paralelepípedos 0,187 metros de de largo por 0,05 de alto y 0,04 de ancho?

Porque hay que aplicar fórmulas.

17. *Francisco Legarra.* ¿Con qué siembras podrían beneficiarse y de qué manera 35 hectáreas de campo de modo, que deducidos los gastos, dejaran un producto líquido de 2.500 pesos al año?

Este alumno da las siguientes y curiosas explicaciones que transcribimos textualmente: «Ningún problema me ha llamado tanto la atención como éste, ni ninguno me ha dado más que pensar; en este problema es necesario meditar mucho y pensar más, porque el alumno tiene que dar su idea, suponer que el campo es arrendado ó el chacarero es dueño. En el primer caso, tiene que avaluarlo, en el segundo tiene que darse cuenta qué beneficios le aportará al propietario si lo arrendara; tiene que averiguar mucho, preguntar el precio del terreno, el lugar donde se encuentra, con qué siembra podría beneficiarse; es sabido que hay muchas clases de pastos, cereales, legumbres; pero tiene que dejar un producto de 2.500 pesos en un año y en 35 cuadras.

« Es claro, había divergencias en la clase; pero esto es precisamente lo que hace razonar puesto que cada alumno sostendría su idea y para sostenerla se requiere saber razonar y de esa discusión tiene que salir la verdad ».

« Aquí hay mucho que pensar, hay que ver el número de peones que se va á necesitar, los salarios, los gastos de comida, el precio de la semilla, la cantidad, cómo se va á vender la cosecha, con qué utilidades para la sociedad, aunque este último punto no lo haría el chacarero; pero un estudiante debe hacerlo, para que aprenda á sembrar cosas útiles para la sociedad. Tiene que tener en cuenta que el trigo no da lo que da la alfalfa ó vice versa; tiene que tener en cuenta lo que puede producir la cuadra y lo más serio es que 2.500 pesos tiene que ganar, ni un centavo más ni menos. Además, despierta un cierto amor al trabajo, puesto que el alumno mismo observa y razona las utilidades que trae ó que no trae la industria y su mente se enriquece de conocimientos vastísimos, tanto matemáticos como económicos; matemáticos, porque hay que hacer gran número de operaciones; económicos, porque al hacer el problema, el alumno se considera ó debe considerarse como chacarero ».

18. *R. Espoile.* El mismo del núm. 2, 5 y 13. *No da razones.*

19. *A. Lombardo.* Un hombre hace herrar su caballo; consiente en pagar $\frac{1}{10000}$ de centavo por el primer clavo, $\frac{2}{10000}$ por el segundo, $\frac{4}{10000}$ por el tercero, $\frac{8}{10000}$ por el cuarto y así sucesivamente; cada herradura tiene 8 clavos. ¿Cuánto costó herrarlo?

Porque parece á simple vista muy difícil; pero no hay más que aplicar una fórmula que el autor da en la página siguiente y lo que más llama la atención *es que cualquiera á simple vista, cree que al herrador no le conviene y sin embargo saca un buen precio; es, como digo, un problemita de estudiarlo á fondo.*

20. *J. P. Silva.* Se cuenta la siguiente anécdota del tenor De Lucia. Un empresario de San Petersburgo, agradecido por los rublos que había ganado durante las noches que cantó el artista, quiso obsequiarlo.

El artista preguntó qué trozo de los que había cantado entusiasmó al público.

— Con *Cielo e Mar* ha delirado, dijo.

— ¿ Desde el principio ?

— Desde el principio, no; pero el entusiasmo fué creciendo á cada nota alta que Vd. daba. La ovación se produjo cuando el *sol* final.

— ¿ Cuánto cree Vd. que pueda valer cada nota de *Cielo e Mar* si cantase de nuevo *Gioconda ?* Hay 263 notas.

— Cien francos.

—Bien, cuente Vd. solamente las altas que pasen de *Fa;* avalúe la primera en $\frac{1}{10000}$ de franco, la segunda en $\frac{2}{10000}$ de franco, la tercera en $\frac{4}{10000}$, la cuarta en $\frac{8}{10000}$ y vaya creciendo del mismo modo hasta el momento de la ovación. Sume, después todo, y con la cantidad que resulte, compre un anillo que luciré cuando estrene *Iris* en el Constanzi de Roma.

De Lucia dejó al empresario algo desconcertado; más fué su confusión cuando contó las notas y resultaron 32; mucho más, cuando el cajero dijo el precio de la joya. ¿ De qué valor sería el anillo con que el empresario debía obsequiar al célebre tenor ?

Porque es un problema que al leerlo parece muy difícil; pero después de pensar y aplicar la fórmula de las progresiones sale muy sencillo.

21. *H. Briosso.* El ejrecicio :

$$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 : 6 \times 7 \times 8}{9 \times 10 \times 11 \times 12 : 13 \times 14 \times 15 \times 16}$$

Por la facilidad en resolverlo.

22. *R. Lastra.* El ejercicio núm. 6 y el de los números 2, 5, 13 y 17.

No da razones.

23. *R. Reina.* El ejercicio del núm. 21.

No da razones.

24. *A. Vázquez.* El mismo de los núms. 2, 5, 13, 17 y 22.

Por los principios de las igualdades que se aplican. Por el razonamiento tan extenso.

25. *Juan Carlos Campi.* El mismo de los núms. 2, 5, 13, 17, 22 y 24.

Porque es el que más se me ha grabado en la memoria y que me parecía imposible en un principio.

26. *María García.* El mismo de los núms. 2, 5, 13, 17, 22, 24 y 25.

Porque nos ha costado más aprenderlo y porque hay igualdades.

5º GRADO

27. *Cruz Almeyra.* Padre é hijo tienen juntos 92 años; el hijo nació cuando el padre tenía 30 años; edad del uno y del otro.

No da razones.

28. *B. Alori.* ¿Qué volumen ocupará la siguiente bebida para combatir la anemia en un niño de 4 años:

Jarabe cáscara de naranja amarga.	500	grms.
Tintura ruibarbo	10	»
Citrato de hierro amoniacal........	5	»

sabiendo que la densidad de la mezcla es 0,98?

Por el razonamiento que se hace.

29. *G. Ahumada.*

$$\text{Valorizar:} \quad \left(\frac{m\ n + \frac{b\ a}{m} \times n}{a - b)\ m \times m}\right) : \frac{a}{b}$$

siendo $m = 1$; $n = 2$; $a = 3$; $b = 4$.

Porque hay que suprimir paréntesis y valorizar las letras.

30. *M. Baquero.* ¿Cuántos esterios hay en 3.400 decímetros cúbicos?

Por la relación con los esterios.

31. *S. Calderazo.* En un corral hay gallinas y patos en todo 90 cabezas; hay 22 patos menos que gallinas. ¿Cuántos son los patos y cuántas las gallinas?

Me gusta porque es muy chistoso.

32. *M. Castro.* Un agricultor sembró 3 cuadras de trigo: en la primera arrojó 34.875 granos; en la segunda 71.432 y en la tercera 56.743. Los pájaros se comieron 22.820 granos; 17.430 se malograron y el resto brotó produciendo dos espigas cada planta con 35 granos cada una. ¿Cuántas fanegas habrá recogido si cada fanega contiene 197.470 granos?

No da razones.

33. *F. De Prato.* Un montón de 139 duraznos se distribuye en dos canastas de modo que la una contenga 25 más que la otra. ¿Cuántos lleva cada canasta?

Por la explicación.

34. *J. Ferioli.*

$$\text{Reducir: } \frac{\frac{0.002}{4} + 8 \times \frac{5}{6} - \frac{0.02}{3}}{\frac{6}{5} \times \frac{8}{9} : \frac{(3 \times 4 + 2)\ (8 - 7)}{21}}$$

Porque hay que igualar las cifras decimales; admite mucha simplificación y hay que dividir quebrados.

35. *C. Fernández.* El volumen de una tiza cilíndrica es de 3.193 mm^3; la superficie de la base 45 mm^2. ¿Cuál es la altura?

No da razones.

36. *A. Demaría.* El mismo del núm. 32.

Por la bonita redacción de su enunciado; por su ligereza en las operaciones; por su explicación fácil de comprender.

37. *A. Guilland.* En un corral hay 36 patas y 14 cabezas. ¿Cuántos son los pavos y cuántos los conejos?

Porque tiene muchas incógnitas y el enunciado es muy lindo y corto.

38. *J. Krnscek.* Se tiene un globo aerostático esférico de 4 metros de diámetro que se llena de hidrógeno impuro que pesa 100 gramos el m³; el tafetán de la cubierta pesa 250 gramos cada metro cuadrado. ¿Cuál es el peso total del globo?

Porque el enunciado es bonito y porque hay que hallar volumen y área.

39. *C. Labiano.* Siendo $a =$ y $b = 6$, valorizar:

$$\frac{\left(\dfrac{a}{a+b} + \dfrac{b}{a-b} : \dfrac{a}{a-b} - \dfrac{b}{a+b}\right)}{\dfrac{1}{a-1} + \dfrac{2}{a-2} + \dfrac{3}{a-3}}$$

No da razones.

40. *A. Lastra.* El mismo de los núms. 32 y 36.

Porque hay que plantear la igualdad.

41. *M. L. Marín.* El mismo de los núms. 32, 36 y 40.

No da razones.

42. *V. Orayen.* El mismo del núm. 37.

No da razones.

43. *J. Rodríguez.* Una fuente desagota 324 litros por hora. ¿Qué tiempo empleará para llenar un depósito cilíndrico de 3 metros de radio y 5 de altura?

Porque trata de medidas de capacidad; hay que resolverlo tomando como base el agua destilada y estas reducciones me gustan y además que es corto y fácil.

44. *A. Sánchez.* Seis segundos después de ver el fogonazo se oye el tiro. ¿Qué distancia hay entre el cazador y el observador?

No da razones.

45. El mismo de los núms. 32, 36, 40 y 41.

Por sus combinaciones.

46. *R. Timote.* ¿Cuántas botellas de 0.90 litros de capacidad se necesitan para embotellar el vino de una vasija cónica truncada de 4,75 metros de altura cuya base mayor tiene 1 metro de radio y cuya base menor 1,80 de diámetro?

Porque tiene más dificultades.

47. *F. Di Tomás.* El mismo del núm. 44.

No da razones.

48. *T. Dubarry.* El mismo del núm. 46.

Porque se relaciona el volumen con la capacidad.

49. *S. Cámpora.* El *d* de II.

Porque es sintético y hay que efectuar pocas operaciones.

50. *F. Márquez.* ¿Cuánto ácido fénico se necesita para preparar 20 litros de desinfectante sabiendo que cinco partes de aquella substancia es suficiente en 100 partes de agua?

Por su construcción.

51. *I. Reina.*

Valorizar: $\dfrac{a\ (B + b\ \sqrt{B\,b})}{3}$ con números.

No da razones.

52. *P. Pico.* El mismo de los núms. 44 y 47.

Porque hay que hacer varias operaciones.

53. *Néstor Martínez.* El *d* de II.

Porque se sabe hacer y es fácil.

III

Resultados y observaciones. — La tendencia es bien marcada al problema pintoresco y complicado por su razonamiento, pero sencillo por sus operaciones, al problema que contenga datos geométricos y exija mayor esfuerzo mental. Los que eligieron ejercicios, han preferido la forma compleja que se reduce por ese mágico procedimiento de las cancelaciones, al que el niño profesa el admirable afecto que se siente por el arte de la prestidigitación.

Sin embargo, no todos hicieron el trabajo con el empeño que se pedía; han escrito el primer problema que recordaron sin hallar una razón que excusase su preferencia; son alumnos incapaces de sensación estética matemática; se explica entonces una elección con el solo propósito de salvar un compromiso. El *indiferente* *matemático* existe como el *indiferente* (Binet) para otra manifestación del saber humano. Se caracteriza por su apatía hacia la novedad; sentirse fastidiado aún junto al entusiasmo de sus compañeros, por cualquier esfuerzo que debe hacer, intelectual ó mecánico. Por otra parte, la elección de un problema sencillo puede atribuirse á no haber comprendido el problema difícil: en este caso, la atención se dirige donde la conciencia descubre los rasgos interesantes de la combinación. El punto de *indiferencia* por esta circunstancia, varía; donde unos ven complicaciones odiosas otros encuentran atractivos. Pero, desde que el fenómeno estético es aquí emotivo intelectual, más elevado de consiguiente, que el perceptivo, sólo alumnos retardados que nunca constituyen la mayoría, dan razones controvertidas.

Resumiéndolas, han manifestado afecto hacia las siguientes cualidades del problema:

A: *Favorables á la cultura del alumno*

I	Por las muchas combinaciones, dificultades, variedad, razonamiento complicado, lindo análisis	30
II	Por las operaciones cortas	12
III	Por las simplificaciones (factoreo, cancelación)	28
IV	Por exigir meditación y esfuerzo	8
V	Por el enunciado chistoso, bello ó curioso	20
VI	Porque se emplean ecuaciones, hay que usar ó valorizar fórmulas	15
VII	Porque no cansa	3
VIII	Por el enunciado corto (sintético)	4
IX	Por la claridad	4
X	Por la utilidad	1
XI	Porque parece difícil y es fácil	7
XII	Porque emplea el método de reducción á la unidad	1
	Total de opiniones	133

B: *Contrarias á la cultura del alumno*

I	Por ser fácil, sencillo y tener pocas combinaciones........	11
II	Por las muchas operaciones..............	3
III	Por no exigir meditación y esfuerzo.......	3
IV	Por el enunciado corto (fácil)............	2
V	Por razones vagas ó incoherentes.........	10
	Total de opiniones...........	29

Este cómputo da, confesadas por los alumnos, las condiciones de un problema matemático para tener á su favor la atención, el esfuerzo y la simpatía de los educandos.

Sin embargo, propiciar leyes estéticas sería pretensión que nunca abrigamos; pero la belleza, sujeta á relaciones determinadas, para sentirla la mayoría de los educandos que componen una clase, existe. El caso matemático es, como el objeto, suceptible de descomposición y análisis, combinación de pocos ó de muchos elementos según propósitos determinados, para producir percepciones sintetizables (sincrasis perceptiva) en otras y capaces de provocar emociones más ó menos intensas; á los estímulos de la atención, es proporcional el recuerdo. Es lógico presumir que los casos de asimbolía, reveladores del tipo indiferente, sean más numerosos en matemática que en asignaturas fáciles de objetivar.

La conciencia estética (PIERCE) [1] es un estado obtenido por la realización de una tendencia desinteresada y la acción de los elementos de una cosa bella; favoreciendo esa tendencia, deduce DES BANCELS (*L'an. psych.*, 1900, pág. 189) la extraordinaria importancia de la unidad dentro de lo variado, puesto que un solo elemento no puede sugerir una apercepción.

El ejercicio I *a* (suponemos siempre casos que el niño, por sus conocimientos, comprende, de otro modo la elección sería imposible) puede resolverse:

---

(1) «Aesthetics of simples formes», II Psyh. Rev. 1896 pág. 270.

$$4 + 6 + 7 + 8 = 25;\ 9 + 10 + 11 + 12 = 42;$$

$$18 + 20 + 22 + 24 = 84 \text{ I } a = \frac{25 : 42}{25 : 84};$$

$$25 : 42 = 0.59523;\ 25 : 84 = 0.2976;\ \text{I } a = \frac{0.59523}{0.2976}$$

procedimiento por el que deja de ser atrayente para ser fastidioso; presenta todos los rasgos que enajenan la voluntad; se prefiriría el I b; pero un alumno más observador, haría:

$$\frac{25 : 42}{25 : 84} = \frac{\frac{25}{42}}{\frac{25}{84}} = \frac{25 \times 84}{42 \times 25} = 2;$$

el caso varía fundamentalmente.

Un alumno atento, de vista matemática educada, *ve* sin escribir, un quebrado dividido por otro:

$$\frac{4 + 6 + 7 + 8}{9 + 10 + 11 + 12} : \frac{4 + 6 + 7 + 8}{18 + 20 + 22 + 24}$$

cancela mentalmente los numeradores; observa que $18 + 20 + 22 + 24$ es doble de $9 + 10 + 11 + 12$, simplifica los denominadores y sin la tiza ni más tiempo que veinte segundos, reduce todo á $\frac{1}{1} : \frac{1}{2} = 2$; para el operador el ejercicio no puede ser más hermoso, largo en apariencia, cortísimo en realidad, porque la división de fracciones es una multiplicación de divisor invertido; porque si se cancelan los mismos factores del numerador y denominador el valor de la fracción no varía; porque $4 + 6 + 7 + 8$ es igual á sí mismo; porque cuando una expresión tiene sus términos respectivamente dos, tres, cuatro veces mayores á los de otra, es dos, tres, cuatro veces mayor que aquélla. Si un término cualquiera de $(4 + 6 + 7 + 8) : (9 + 10 + 11 + 12)$ hubiese variado en una unidad, en vez de 4 un 5, en vez de 9 un 10, el ejercicio perdía sus encantos, no presentaba la oportunidad de descubrir relaciones y poner á contribución importantes principios aritméticos. En cambio, el I *b*, hubiera llamado á sí todas las simpatías por ser, en verdad, la suma de tres quebrados, puesto que $\frac{4}{13}$, $\frac{6}{13}$ y $\frac{7}{13}$ dan inmediatamente $\frac{17}{13}$, $\frac{3}{11}$ y $\frac{25}{11}$ la suma $\frac{28}{11}$, $\frac{8}{7}$ y $\frac{101}{7}$ la suma $\frac{109}{7}$; esta reducción mental de siete términos á tres es la parte atrayente; es simpática, así mismo, la reducción de $\frac{17}{13}$ á $1\frac{4}{13}$; $\frac{28}{11}$ á $2\frac{6}{11}$; $\frac{109}{7}$ á $15\frac{4}{7}$ y de todo á $18 + \frac{4}{13} + \frac{6}{11} + \frac{4}{7}$ puesto que sin más que un pequeño esfuerzo mental, aplicando principios de las fracciones, se reducen los siete sumandos á una expresión de operaciones fáciles; pero la suma $\frac{4}{13} + \frac{6}{11} + \frac{4}{7}$ es fastidiosa por lo vulgar del procedimiento.

El problema II *a*, no ofrece combinaciones; es un caso de reducción particularizado con multiplicación por 100 y 1000 y los misterios de lo inmensamente pequeño hacia lo que existe prejuicios indescifrables y vivamente interesantes. Es curioso para mentes juveniles, que en un decímetro, extensión pequeña, quepan miles de organismos que se imaginan siempre grandes.

Han bastado estos hechos para obtener 17 votos de 53.

El problema II *b*, comparado á los demás, ofrece pocos atractivos. Demasiado explícito, sin complicaciones: exige poco esfuerzo mental; un rasgo simpático presenta: la sencillez de las operaciones; de los cuatro, obtuvo menor número de votos, 6.

El II *c*, presenta mejor enunciado; rico en combinaciones, sobrio en cantidades; aparentemente difícil, se presta á una bella discusión; pero sin el auxilio de las líneas geométricas, cuyo uso, por desgracia, no es familiar á los alumnos, no es claro, y confuso aparece, porque los datos no se suceden en orden continuo como en el II *d*; difícil, de consiguiente, resolverlo en los seis casos secundarios:

1º Distancia sobre la línea R. P., entre los dos ejércitos; entre los ejércitos y Pretoria.

2º Ventaja, en la marcha del ejército inglés y tiempo que necesita para salvar los 120 kilómetros que le separan del boers, partiendo los dos, al mismo tiempo, en el sentido R. P. (1ª cuestión).

3º Los dos ejércitos llegan al mismo tiempo al punto P., saliendo al mismo tiempo de sus campamentos. Los dos marchan un número igual de días.

4º El ejército inglés, que conserva su velocidad, emplea $\frac{570}{35}$ días para llegar á P.

5º Entonces el ejército boers recorre R. P., ó 450 kilómetros en $\frac{570}{35}$ días para ser alcanzado en P.

6º La velocidad, por días, del ejército boers es $450 : \frac{570}{35}$ kilómetros (2ª cuestión).

Asímismo, obtuvo 12 votos.

El II *d*, presenta una objetividad inmediata; es variadísimo en combinaciones, corto de enunciado; interesante en la forma; las relaciones fáciles de establecer; las operaciones no exigen tiempo; los datos armonizan con los hechos y los siete casos secundarios se presentan en orden sucesivo:

a) 1º Forma de la pileta.
2º Volumen de un paralelepípedo (la pileta).
3º Reducción de los metros³ á decímetros³ (¿cuántos decímetros³ hay en $3,75 \times 2 \times 1,5$ metros³?)
4º Capacidad de la pileta (litros de agua que puede contener).

b) 1º Número de litros que echa á la pileta, en cada vuelta, la cadena de baldes.
2º Número de litros que echan los arcaduces en cada vuelta del caballo.

c) Número de veces que la capacidad de la pileta contiene la cantidad de litros que extrae del pozo cada vuelta del caballo (solución de la cuestión).

Del problema fundamental, pues, nacen siete secundarios sin más esfuerzo que un poco de meditación nunca entorpecida por cantidades asimétricas ó largas operaciones. Este problema obtuvo una mayoría absoluta de votos, 31 sobre 53.

Dejamos constancia de nuestras observaciones sin otro propósito que demostrar la existencia de un sentimiento estético matemático, sujeto á principios que una investigación vasta y detenida podría establecer en beneficio de la enseñanza de una asignatura tan útil al hombre y tan importante á la cultura y elevación de las facultades.

Para nosotros, los caracteres estéticos de una cosa, no son sino estímulos reunidos para fijar la atención sobre esa cosa y cuyo valor puede apreciarse por el tiempo que cautivan sin violentar, de modo que el fenómeno, psíquicamente, se subordina á la ley psicofísica de Weber, para producir asimilaciones máximas.

IV

El gusto por la aritmética.—De los labios del maestro suele pender esta pregunta: ¿cómo haré para dar una clase bonita?

Si el profesor de matemática, á la preparación científica une el conocimiento de los métodos; si inspira confianza á sus alumnos y un noble entusiasmo por la asignatura enardece su corazón; si lleva fijo el propósito de enseñar algo, á sus alumnos, el éxito de la enseñanza es seguro.

Nada carece de cualidades que produzcan en un momento dado la emoción de lo bello; la tarea es combinar las circunstancias que hacen agradable un determinado fenómeno y dejan en el espíritu, latente el deseo. Todo procedimiento pedagógico trata de resolver este primer punto.

Para mantener el amor á la matemática (Dauzat) es necesario poner de relieve la admirable encadenación de las verdades, el maravilloso mecanismo del razonamiento, la simplicidad de los medios de investigación, la ocasión de numerosos descubrimientos inseparables del placer que procuran; pero es necesario que el orden y la claridad presidan al trabajo, que las aplicaciones sean interesantes, variadas, al alcance intelectual del alumno. La sensación estética, es producida por la variedad de los ejercicios, por la amplitud que se da á las lecciones, por el problema que se resuelva, por los juegos de lógica, por el fácil arribo á una solución que parecía difícil mediante combinaciones halladas con esfuerzos rigurosamente individuales. Lo vulgar, la divagación, lo incoherente, lo difuso no provocan sino hastío, aburrimiento y odio hacia lo que debe, por lo menos, gustarse una vez.

La bondad matemática del problema, con el que simpatiza el estudiante antes que con la proposición ó el teorema, consiste en la sorpresa que produce la exactitud de su método sin dejar vestigios de duda; el comenzar con una cuestión que no se sabe por donde tomarla y concluir, mediante propio razonamiento, por alcanzarla de un modo perfecto; vencer tales dificultades, es propio del hombre; reflexiona, el orgullo no le permite aventurar juicios, llega á ser un caso de *prematura madurez* con el carácter formado y una alta estima de sí mismo.

De manera que un problema es tanto más bello cuanto más combinaciones ofrece para responder á una pregunta y más ingenio exige, dentro de sus conocimientos, al alumno, para resolverlo. Condición no única, pero fundamental; por el contrario, fatigan y desconciertan las series de un sólo tipo de problemas, porque carecen del atractivo de la novedad. *Agrada lo que se comprende y no es trivial.*

CAPÍTULO VII

EDAD Y TIEMPO

I

Economía de esfuerzo y tiempo. Desde la aplicación del principio de PESTALOZZI, la enseñanza de la aritmética ha variado; la edad no es un obstáculo para comenzar el estudio de la numeración á los siete años y concluir el de las operaciones á los nueve con nociones, además, del sistema métrico y fracciones. A los tres años el niño tiene idea de cantidad, de poco y mucho; á los cuatro, sin otra acción que la doméstica, sabe contar los dedos hasta cuatro; distingue una copa, tres naranjas, dos gallinas; á los seis cuenta hasta diez, á veces quince, veinte, treinta, formando conscientemente grupos de ocho, doce, veinte cosas. Adquiere estos conocimientos sin método escolar, por adaptación espontánea al ambiente, del mismo modo que aprende nombres y cualidades de un objeto. Ingresa, pues, á la escuela primaria con la idea de número; perdido será aquel tiempo que algunos pedagogos pretenden destinar al conocimiento filosófico de 1. (1)

¿Estos fenómenos sustentan la teoría de los que piensan que á 5 ó 6 años debe comenzar la enseñanza de la aritmética? El principio de nuestros métodos es la rapidez. Antes de los 7 años, la abstrac-

(1) «Psychologie of Number», pág. 87.

ción es difícil; necesario el empleo de objetos, es forzoso detenerse en cantidades pequeñas por la dificultad de ilustrar números grandes. Se llega á los mismos resultados en dos ó tres años, empezando á los seis de edad; en uno ó dos años, empezando á los siete. De aquí, que nos decidamos por el tiempo mínimo, á fin de no obligar la mente á esfuerzos irrealizables; nada adelantamos con que en un año de trabajo cuente hasta 50 ó 100, si en ese mismo tiempo, á mayor edad, conseguimos eso y cuanto la edad puede darnos. *La economía del tiempo* [1] *y del esfuerzo,* nos parece en metodología, una ley de fundamental importancia. El espíritu de la matemática, hemos dicho, es de carácter deductivo y abstracto; no es tal mientras no se desprende de la percepción, mientras no trabajen las vías corticales.

¿Cuándo el niño es capaz de estas integraciones?

El problema es de fisio-psicología. Las leyes de la evolución histológica, dice SENET en su bella monografía *L'âge Scolaire,* están destinadas á jugar un papel importante en educación y puede que en lo futuro sean de una aplicación constante. Los fenómenos más elevados de nuestra inteligencia se deben á la actividad de los neuronos corticales, que funcionan sólo cuando las regiones á que pertenecen se asocian mediante las fibras de las zonas intermediarias, hecho que comienza á realizarse, según parece, intensivamente de los 7 á los 8 años (FUCHS).

El estudio anatómico y fisiológico de las fibras tangenciales, dice SOURY (obr. cit., pág. 869) de la corteza cerebral permite entrever la excepcional importancia de estos elementos para la teoría de las funciones superiores de la inervación central. TUCZEK descubre que á su desaparición en la parte frontal, se debe la demencia paralítica; confirma el descubrimiento ZACHER y atribuye á la misma causa alteraciones mentales de otro carácter como las psicosis epilépticas y

---

(1) Principio también tratado en 1897 por J. M. RICE «Economy of time in Teaching». Forum XXII de 706 á 712.

la locura senil. Los cilindro-ejes, transmiten el fenómeno dinámico de la célula nerviosa cuando están mielinizados, hecho que se realiza intensamente á la edad precitada y coincide (EDINGER) [1] con la mayor densidad de las zonas fibrilares de la corteza. Un individuo á diferentes épocas, presenta estados intelectuales diferentes, lo que no es sino una consecuencia de la teoría de FLECHSIG acerca de la evolución histológica del cerebro humano, confirmada por el estudio comparativo hecho en diversas clases de vertebrados.

La corteza se divide en dos zonas, la de los centros de proyección y la de los centros de asociación comprendiendo la primera cuatro regiones, *esferas sensoriales;* la segunda, el substracto anatómico de la experiencia humana, *esferas intelectuales.* La actividad de estas regiones responden á un orden cronológico, á diferentes edades del individuo, que solicitan, cuando principian á trabajar, todas las impresiones periféricas, produciéndose el fenómeno denominado por RAMÓN y CAJAL, de *avalancha de conducción.*

Hemos dicho y volvemos á repetirlo, el niño es antes de cierta edad y cierto desarrollo psíquico, un tipo *sensovisual* y no *símbolo visual.* Al período secundario, el de las discriminaciones superiores, hay que llevar productos perfectamente elaborados (síntesis hechas) del punto de vista periférico para que no entorpezca, cualquier deficiencia de *hábito operativo,* al proceso deductivo. El examen psicométrico anuncia la preparación para el estudio superior de la matemática, cuando las integraciones periféricas arrojan un máximo de positividad en tiempos mínimos.

Del trabajo de SENET anotamos las siguientes proposiciones:

1° Esfuerzos anticipados de la inteligencia exponen el cerebro á una ruina segura.

---

(1) «Organi nervosi centrali dell'uomo e degli animali», 1897, pág. 233.

2º La evolución ontogénica revela etapas progresivas en la evolución del cerebro.

3º A los 5 años el niño es un semi-microcéfalo y, de consiguiente, su cerebro no está en condiciones de exigírsele trabajos tan robustos como los de la abstracción. Solo á los 7 $^1/_2$ años posee un cráneo normal. (1)

4º El cerebro crece rápidamente hasta los 7 años; con más lentitud después (Boyd, Schwalbe).

5º Los niños precoces presentan más ó menos acentuados, síntomas de hidrocefalía que favorece la adquisición de la meningitis tuberculosa, razón por la que no conviene enviar los niños á la escuela á fin de precaverlos contra la enfermedad, no permitiendo que el trabajo debilite el organismo.

6º Entre los 4 y 7 años, el organismo crece rápidamente. Distraer energía para el trabajo intelectual es detener ese importante fenómeno fisiológico.

7º En el niño, hasta la edad de 7 años, predomina la memoria de las percepciones; la de las ideas ú organizada crece rápidamente de los 8 á los 14 años. (Dugas, Bourdon).

8º Este desarrollo coincide con la evolución del encéfalo y la soldadura definitiva de la porción basilar.

9º De los 5 á los 6 años, la atención es objetiva. A los 7, resiste quince minutos un solo tema con alternaciones abstractas.

10º Como preventivo contra el histerismo, la neurastenia, el raquitismo, etc. Conviene dedicar el período de la adolescencia á la educación física.

Dijimos al principio del capítulo que el aprendizaje de números mayores de 50 ó 100; el orden de las cifras; la adición y resta obligan á generalizaciones de que solo son capaces los centros más avanzados de la corteza cerebral. Se explica entonces,

---

(1) L. Testut. «Trattato di Anatomia umana». Vol. II, parte 2ª, pág. 280.

(2) Topinard. «Elem. d' Anthrop. Gener»., pág. 624.

cómo los que admiten niños de 5 años en la escuela primaria, enseñan la numeración en tres años. El primer grado de la escuela que dirigimos, presenta en Noviembre (los cursos comienzan en Marzo) una edad media de 7.7.

La señorita MARTÍNEZ ha conseguido, en niños de primera sección, con un año de enseñanza simultánea, sin forzar las aptitudes, porque la maestra se coloca siempre á la altura de sus alumnos y todo conocimiento es indicado por la preparación del grado, que escriban cantidades de cuatro cifras y hagan sumas y substracciones como las que indican los experimentos VI y VII del cuadro ó del programa transcripto en el capítulo II.

La observación experimental de un grado corresponde á los conocimientos que debe adquirirse; la materia del primero no es la de aprender cantidades hasta 100, sino hasta 10.000; ni sumar números de una cifra sino de varias. Ingresan, en efecto, niños de seis años, porque el reglamento los acepta; pero repiten el curso en la 1ª ó 2ª sección por la natural marcha de las cosas, pues nuestro sistema simultáneo no esfuerza las aptitudes; el niño aprende hasta donde permiten sus alcances; á la 2ª sección, engendro de las circunstancias, van los retardados y los que la edad impide el desarrollo que se exige en 2º grado. El 1er grado es de nivelación á tiempo determinado, pese á aquellos que, no entendiendo razones, se empeñan en anticipar el trabajo intelectual de los niños. Por el contrario, los de 7 ú 8 años cursan sin sacrificio, el 1º y pasan al 2º sin repetir. De modo que los grados ofrecen una edad constante de:

(Noviembre)	1er	grado varones	7.8 años.	Niñas	7.7
	2º	grado	»	10.1	»	10.1
	3er	grado I.	»	11	»	11.15
	3er	grado S.	»	12	»	12.5
	4º	grado	»	12.7	»	13
	5º	grado	»	13.5	»	14.1
	6º	grado	»	15.1	»	15.3

Si 7 años es la edad normal, hay, sin embargo, en las escuelas argentinas, numerosos casos de retardados (no siempre inteligencias apocadas) y un reducido número de precoces, como puede observarse en los cuadros psicométricos, si se relaciona la edad y el grado. El niño E. L., de 2º grado, por ejemplo, pasa al 3º á los 10 años: estuvo en condiciones de cursar el 2º, sólo después de repetir tres años el 1º. P. L., es un caso de precocidad; ingresó al 1er grado á los 6 años, á los 7 estuvo en 2º grado y á los 8 va al 3º.

Si los niños de 6 fuesen capaces de comprender el programa que corresponde, á nuestro entender, al primer grado, los cursos no presentarían la media que acabamos de apuntar: contar hasta 10.000; adición y resta de números cuyas sumas ó restas parciales no pasan de 10; en segundo grado, las cuatro operaciones y problemas de combinación; en tercer grado, los decimales, quebrados y problemas de combinación; en cuarto grado, pesas y medidas, relaciones con la densidad y problemas correspondientes; en quinto grado, divisibilidad, igualdades, ejercicios de abreviación, problemas de interés, compañía, mezcla, combinaciones con la geometría; en sexto grado, recapitulación y síntesis.

Para una misma edad los fenómenos de integración ofrecen, en la mayoría, un mismo aspecto, si bien hay, ya digimos, quien á los 6 hace lo que otros á los 8; pero la prudente selección del examen retiene al retardado y el precoz no abusa de sus aptitudes, contenido por una enseñanza siempre moderada. Si reglamentariamente la escuela matricula niños de 6 años, en el cuadro de promedios se observa que en 2º grado, en Noviembre, es de 10 años; se observa que sólo dos ingresaron al 2º de 7 años; aquellos que anticiparon su entusiasmo escolar repitieron el primer grado ó cursaron la segunda sección, que es la primera ampliada. La estadística es, pues, absoluta; aplicando la ley económica del tiempo, que considera necesario dos para aprender los números y las cuatro operaciones de enteros, el estudio de la aritmética debe comenzar á los *siete y medio*, principio de la segunda infancia marcada por una crisis fisiológica probablemente general del organismo [1] (segunda dentición, mielinización de las fibras de proyección, movimiento del corazón más lento, etc.).

El consejo superior de instrucción pública de Francia en las sesiones de Diciembre de 1886 y Enero de 1887, [2] con una sensatez digna de elogio, resolvió dividir las escuelas elementales en tres cursos y distribuir el programa por edades; el artículo 10 establece:

La duración de los estudios es como sigue: sección infantil, uno á dos años, según ingresen los niños de 6 ó 5 años de edad. Curso elemental, dos años, de 7 á 9 años de edad. Curso medio, dos años; de 9 á 11 años. Curso superior, dos años, de 11 á 13 años.

El programa de aritmética adaptado á la edad, es (pág. 350 de la ob. cit.) de 5 á 7 años: números hasta 100 y ejercicios correspondientes. De 7 á 9 años: numeración oral y escrita; cálculo mental; tablas de suma y multiplicación; división con divisor que no pase de dos cifras; problemas; unidades métricas. De 9 á 11 años: revisión; la división; fracciones comunes y decimales; regla del tres é interés. Sistema de pesas y medidas; problemas y soluciones razonadas. Cálculo mental. De 11 á 13 años: revisión; procedimientos rápidos para las operaciones; números primos y divisibilidad; descomposición de los números; m. c. d.; problemas de interés, descuento, etc.; sistema métrico; nociones de contabilidad.

Esta distribución supone que de los 5 á los 7 años no se puede aprender más que de los 6 á los 7.

Constatan nuestros registros de asistencia y exámenes, que solo excepcionalmente un niño cursa los seis grados en seis años; los que terminaron 6º grado en 1902 llevan de vida escolar:

---

(1) R. Senet. «Educación y evolución», pág. 108, Fisiol. de la 2ª infancia.

(2) «Règlements organiques de l'enseignement primaire», pág. 170.

ALUMNOS	AÑOS	ALUMNOS	AÑOS	ALUMNOS	AÑOS
R. C. (M.)	7	M. M. (M.)	7	J. C. (V.)	8
E. C. »	6	L. L. »	8	R. R. »	9
R. V. »	8	M. B. »	6	P. S. »	8
J. I. »	8	L. C. »	9	R. L. »	10
A. S. »	8	H. E. »	8	A. L. »	7
G. O. »	8	C. T. »	9	U. B. »	6
T. C. »	7	E. B. »	9	R. E. »	8
J. P. »	10	A. L. »	6		
A de los S. »	9	O. C. »	9		
M. D. »	6	M. P. »	8		
M. I. »	8				

Compárese esta estadística con las edades del cuadro correspondiente.

El tiempo se relaciona con la cantidad de conocimientos que se quieren transmitir, la naturaleza de éstos y la edad para adquirirlos. Hemos dado nuestro programa, y creemos como tantos pedagogos y autoridades en la enseñanza, que el período primario no debe abarcar menos ni más, teniendo en cuenta que los 7 ú 8 años de que disponemos son, por otra parte, exigencia natural de materias ajenas á la aritmética, que sólo pueden estudiarse en 6º grado, á los 12 ó 13 años, no obstante su carácter primario.

De la instrucción primaria á la secundaria.—El período secundario se caracteriza más por la aptitud al razonamiento complejo que por los conocimientos que el joven lleva á primer año; la mente se eleva del análisis objetivo á la generalización abstracta y el proceso de la deducción ocupa un lugar definitivo en el campo de la lógica, con el concurso constante del axioma, del principio y del teorema previamente demostrados.

Cuanto la instrucción primaria tiene de extensivo lo tiene la secundaria, de intensivo. La distribución de las asignaturas obedece al principio de la menor dispersibilidad. ¿Es lógico que cada curso estudie y repita durante dos ó tres años, diez ó doce ramos sin más tiempo á veces, para cada uno, que una hora cada semana?

Instrucción ni educación puede haber ejercitando las aptitudes con tanta intermitencia. La psicología nos da la razón del aprendizaje difuso; el espíritu no se orienta hacia ningún ramo, la atención no forma campo y las ideas adquieren un carácter parasitario dentro del que no pueden extractificarse las directrices. No bien un rumbo encauza la actividad, otro la señala opuesto lado, sin llegar nunca el momento de aquella emoción estética que enciende los afectos para una determinada categoría de fenómenos. Es significativo que los alumnos inteligentes, no obstantes los programas enciclopédicos, muestren predilección por un ramo al que dedican todas sus horas, tratando al resto, del punto de vista del compromiso contraído para estudiarlo. Son, en el campo mental del alumno, ramos de sostén ó decorativos. Cada curso debe estudiar, según nosotros, cuatro asignaturas, las que la evolución histórica indicase, ocupando cada una seis ó más horas por semana. El álgebra, por ejemplo, no figuraría en 2º año con dos horas, en 3º con dos, ni en 4º con 1; sino en 2º ó 3º con seis horas; poco tiempo, entonces, basta para dominar sin fatiga, un estudio que agobia á menudo, hasta el desaliento.

En el primer año, la aritmética pierde ese carácter eminentemente práctico, de inducción y apriorístico, para ser razonada con el concurso constante del axioma, del principio y del teorema previamente demostrados. El nuevo ciclo, retoma las cuestiones de la escuela primaria, teoriza los números y las operaciones; entra en minuciosos análisis; escudriña el por qué de las propiedades, acomete un trabajo que exige una honda penetración. Pedagógicamente, la fecha viene indicada. ¿Razones de otro orden la establecen? El ciclo primario, decíamos en la conferencia nacional de profesores reunidos en Buenos Aires, [1] está determinado por la evolución fisiológica del cerebro y la escolar; es un período en que se ejercita la observación y la mente no adquiere sino materia prima; en que las *puertas del alma* están abiertas, pero las vías de ideación casi cerradas. Período objetivo, en que trabajan extraordinariamente las neuronas de percepción en su tarea de preparar el terreno á las aptitudes elaborativas de la esfera más avanzada, que anuncian el segundo ciclo.

El período secundario comienza por el estudio de la *Aritmética razonada*. La experiencia enseña que el 1° y 2° año de los Colegios Nacionales son ampliaciones del 5° y 6° grado de la escuela primaria como lo dijera el rector de la sección Oeste doctor Beltrán. ¿Por qué? Porque las aulas están ocupadas por alumnos de 11 y 12 años que no han cursado sino el 4° grado. Se acusa, luego, á la escuela común de proporcionar elementos que no saben leer ni escribir. El colegio ha desnaturalizado su enseñanza por tener que adaptarse á los alumnos y no los alumnos al colegio: allí están los textos cada vez más simples, cada vez más reducidos; la aritmética *práctica*, más ó menos abstracta y primarizada. El eminente catedrático doctor Ildefonso Ramos Mejía, cuenta, con asombro, la ineptitud de esos jóvenes para razonar problemas sencillos y las dificultades que encuentran para comprender nociones como las de las medidas de superficie y de volumen. La causa es sólo una: el ingreso prematuro. Pasan de un curso á otro por la casualidad, por una ingeniosa urdimbre de intrigas, é indigestos de una alimentación sin tiempo ni cerebro para metabolizarla; truecan, así, los afectos en odio á la ciencia que no han podido convertir siquiera en bolo

(1) Conferencias anuales de Profesores, 1902, un volumen pág. 293.

y así llegan al momento de elegir carrera. Siguen, como es natural, el camino de la menor resistencia, van á la Facultad con esa adversión, empedernida ya, á conocimientos fundamentales que nunca quimificaron. Así se forman hombres útiles, «cerebros armados» para emprender la explotación de nuestras tan decantadas riquezas, con el consentimiento de padres y autoridades.

Desde años atrás observamos, bajo el nombre de *cretinismo transitorio*, un fenómeno importante en la evolución ontogénica de los varones, tratado por otra parte, en el XIII Congreso Internacional de Medicina de París, Agosto de 1900, y que motivó, entre nosotros, interesantísimas observaciones de R. SENET y M. L. BENÍTEZ. (1) Esta *psicosis de la pubertad* tiene síntomas característicos: decadencia de la razón, indiferencia, abulia notable, carácter irrascible, haraganería morbosa, megolomanía, estupor que comienza á los 12 ó 13 años, dura uno ó dos, para volver á la normalidad, pero definido ya el elevado fenómeno de la asociación selectiva. Este período crítico, observable generalmente en 5º grado, se llamó de *cretinismo transitorio*, y marca la terminación del ciclo primario. He aquí como, otra vez, los datos de la fisiología confirman los de la observación. Hace quince años que se estudian las funciones del cuerpo tiroide y desde cuatro ó cinco se conoce su importancia como regulador de las funciones corticales, por las relaciones con la circulación cerebral y el cuerpo pituitario, estudiadas en 1892 por SCHOENEMANN. Después de numerosas investigaciones anatómicas y experimentales (1894), ANDRIEZEN establece dos acciones del cuerpo pituitario: una trófica sobre el sistema nervioso, otra destructiva de las substancias tóxicas que segrega la actividad de las células nerviosas. Por otra parte, en numerosas autopsias, ha observado que toda lesión de la glándula tiroide produce, no sólo retardo físico sino psíquico y hasta la idiotez y el cretinismo. Experiencias de Mu-

(1) *Revista Rivadavia* de Dolores, pág. 255.

RATOFF demuestran que á consecuencia de la tiroideoctomía, se produce un progresivo debilitamiento y la muerte de las células nerviosas por intoxicación. MARINESCO dice que la extirpación produce la muerte del sistema nervioso central y todo desorden (coto por ejemplo), el infantilismo. En relación este cuerpo con la hipófisis cerebral, las alteraciones son sincrónicas y se explica entonces como las perturbaciones tiróideas producen el embotamiento psíquico, más, si se considera como un verdadero divertículum de la irrigación sanguínea del cerebro. Ahora bien, á una edad comprendida entre los doce y catorce años, el cuerpo tiroide sufre una parálisis en sus funciones y los niños gruesos enflaquecen; el tejido adiposo disminuye; el sistema piloso se desarrolla; la voz, baja una octava; los signos de la virilidad hacen su aparición; los sentimientos y deseos de otro orden ya, son más intensos; en fin, toda una *metamórfosis* que la naturaleza produce para anunciarnos otro cerebro, otras energías para el trabajo, la pubertad, al hombre.

Según NAECKE, la pubertad es tan solidaria de la madurez de los neurones afectados por las impresiones genésicas, como la de los órganos mismos de la generación. « Ciertas asociaciones, dice DALLEMAGNE, que son las que forman los elementos de las operaciones más elevadas del sentimiento y de la inteligencia, están subordinadas al desarrollo tardío de algunas ramas colaterales entre regiones nerviosas hasta entonces independientes unas de otras (penetraciones intracerebrales, fibras tangenciales).

Desde el punto de vista físico, una estadística de BOWDICH y BAXTER sobre 250.000 niños, nos da los siguientes preciosos datos acerca del promedio de crecimiento animal:

A	los	10	años	es	de	5.1	cent.
»	»	11	»	»	»	4.1	»
»	»	12	»	»	»	4.6	»
»	»	13	»	»	»	5.3	»
»	»	14	»	»	»	6.9	»

De modo que, resumiendo tenemos :

De	0 á	5	años	el promedio	es	11.3	cent.
»	6 »	14	»	»	»	5.2	»
»	14 »	15	»	»	»	6.9	»

Luego, estos datos, también confirman el período crítico y BROCA da de 8 á 9 años, una capacidad craneana de 1477 cent.³; de 11 á 15 años de 1397; disminuye. Los macrocéfalos mueren, generalmente, por cualquier enfermedad que produce la meningitis, por lo que sería un peligro someter en estos momentos al cerebro, más si es de un joven inteligente, á las extorsiones del estudio. Todo nos indica, pues, que hay un momento fisiológico, un punto en la evolución ontogénica del educando, que indica la oportunidad de someter el cerebro á las complicadas tareas del razonamiento abstracto. Entonces principia el segundo ciclo de la enseñanza, ciclo en que la mente combina sensaciones y elabora el producto más anhelado por la Humanidad : *la Idea.*

SENET (L'Age scolaire) indica en la evolución biológica del individuo, crisis periódicas que influyen de un modo decisivo sobre las aptitudes intelectuales del individuo. Así, el crecimiento del cráneo es considerable en el primer año; lento hasta los diez; de diez á quince recrudece; (1) el peso y la densidad del cerebro sufren una crisis á los 14 años, pues aumentan el 4% de los 4 á los 7; el 15, de los 7 á los 14; solo es el 2 ½, de los 14 á los 30. Por otra parte, las voliciones, expresión selectivo-sintética de nuestra actividad nerviosa, se orientan según tres rumbos, correspondientes á otros tantos períodos de la vida. (2) El primero, es de orden nutritivo; el segundo, de orden genésico; el tercero, de orden intelectual. De uno á otro, el sujeto recorre muchas fases; mientras el carácter se debilita en unos, en otros aumenta; pero es

(1) Estadística de Quetelet en «Topinard—Elem. d'Anthr». pág. 543.

(2) DALLEMAGNE. «Physiologie de la volonté». Paris 1900, pág. 165.

evidente la orientación única en el momento en que cada período nace, para conceder luego, cierta actividad á la etapa superior.

Estos cambios concuerdan con la crisis anatomofisiológica de la talla, de la voz, de las secreciones, del sistema piloso, de las formas y resultaría, de consiguiente, perturbador todo esfuerzo que contrariara un momento la voluntad cuya orientación la indican circunstancias ineludibles de la evolución orgánica. No es posible pretender que un período acabe para empezar otro; pero debe esperarse la crisis. ¡Cuántos contratiempos sufren nuestros cursos formados por jóvenes inteligentes y trabajadores entregados en apariencia á los más bellos raciocinios de la ciencia y atacados de repente por una contagiosa enfermedad de amor! (Megalomanía de la orientación genésica definida por Senet en un trabajo titulado *Evolución psicológica individual*). (1)

Es inevitable. ¿Conviene y es posible retardarla? Es prudente impedir que aparezca al mismo tiempo que el cerebro se entrega á las altas especulaciones del espíritu que, por otra parte, no serán tales, mientras el joven no experimente la emoción del período genésico.

Terminemos este capítulo con un pintoresco período de Ramón y Cajal: (2) el diverso comportamiento de los estudiantes de las dos clases (objetiva una, la otra abstracta y deductiva), me reveló una verdad que posteriores observaciones han ratificado; y es que los niños de 10, 11 y 12 años, son incapaces, salvo excepciones honrosas, de comprender la utilidad del estudio de las lenguas y de las matemáticas. Sólo el temor al maestro, puede obligar á galopines, todavía en la *fase muscular* del deasarrollo, á aguantar á pie firme, tiradas de verbos latinos y series inacabables de demostraciones. Así que el infante no bien cuenta con

(1) «Archivos de Criminalogia, medi. legal y psi». núm. 12. pág. 712.

(2) «Recuerdos de mi vida, en «Nuestro Tiempo», año II, núm. 21 pág. 307.

la impunidad, revélase ruidosamente su íntima naturaleza de mono y de diablo, de ángel ó de fiera; el profesor, víctima de su bondad y de una funesta ley de segunda enseñanza, pasa las de Caín, para hacerse respetar y comprender. Fuerza es convenir en que, á tan temprana edad, la tierna inteligencia se deleita solamente ó por lo menos se interesa por aquellas ciencias que amplían la explicación empírica del mundo comenzada por el niño, tales como la geografía, la astronomía, la geometría y la historia, disciplinas por las cuales debería inaugurarse la llamada segunda enseñanza, reservando las matemáticas para los últimos cursos.

Los sexos.—La sinopsis de las edades nos suministra datos diferenciales de importancia, acerca de los sexos, pues á partir del 3^er^ grado, la progresión mental de la mujer, comparada con la del varón, aparece retardada. La escuela que dirigimos es mixta y los dos sexos sometidos á una misma disciplina, á una misma enseñanza, á un mismo criterio, no puede sino suministrar observaciones diferenciales de carácter psíquico.

El retardo no puede atribuirse á la incapacidad de percibir sino de integrar los elementos para una síntesis deductiva. La niña es más apta que el varón para percibir las cualidades externas de las cosas y su vocabulario es abundante en este terreno, por lo que pedagogos impresionistas, le asignan inteligencia más plástica. No puede explicarse de otra manera, el hecho proyecta mucha luz, que la representación visual de los números 0, 6 8 5 4 0 7 y 6 8 5 4, dé mayoría absoluta de positivos en la mujer, mientras que en la auditiva, el porcentaje favorece al hombre. Es un caso de imagen óptica retenida que luego debe reproducir la mano de cada niño. La impresión, evidentemente, es más pronta y viva en un caso que en otro. La generalización comprueba lo que afirmamos. ¿Qué conocimientos la retrasan, pues? El de carácter abstracto, el matemático. La repetición de grado se debe, —hemos examinado las planillas de clasificaciones correspondientes á nueve años — en casi todos los casos, á los aplazamientos de Aritmética y Geometría, si se exceptúa el 1er grado donde la lectura y la escritura exigen más esfuerzos de asociación. Por otra parte, en 1° y 2° grado dichas asignaturas son objetivas, no exigen sino procesos simples de conciencia; de aquí que las edades no ofrezcan desnivelaciones y la de la mujer tienda á sobreponerse á la del varón. ¿Existe en la mujer una psicosis de la pubertad? Muchos signos de orden anatómico y fisiológico nos anuncian que no; la voluntad genésica misma no es explosiva como la del hombre.[1] Si el instinto de la maternidad absorbe el más largo período de su vida, lo hace de una manera lenta y constante. La evolución es progresiva, sus deseos débiles, su orientación la misma en cualquier sentido, apta para cualquier estímulo, incapaz de sugestionarse á sí misma, abandonar un rumbo para entregarse exclusivamente á otro. No hay crisis metamórficas, hay una evolución jamás interrumpida por regresiones accidentales; conserva, de consiguiente, sus rasgos infantiles, apenas modificados, mucho más allá de los 15 años y una niña inteligente en 4° grado, la hallamos inteligente en los demás años sin sorprenderla débil un solo día, mientras la enseñanza conserva su espíritu primario. No bien aborda la Aritmética, el Algebra y la Geometría desde el punto de vista racional que exigen los cursos secundarios, la inferioridad se manifiesta, porque el campo de la conciencia si se ha extendido, no ha traspuesto los umbrales infantiles y queda en la lucha, vencida por dificultades abrumadoras. Coincide acaso esto con el crecimiento regular, pero no rápido del cerebro; la conservación de la voz blanca, del cuerpo tiroide y las pocas fluctuaciones que sufre el desarrollo general del organismo. Las curvas de crecimiento del encéfalo (Senet obr. cit., p. 66) de 7 á 20 años recorren una vertical de 93 á 100 en las mujeres; de 83 á 100 en los varones.

---

(1) Joanny Roux. «Psychologie de l'inst. sexuel.» Paris 1899, pág. 69.

Nuestros cuadros de reacciones la dan retardada en todos los casos, lo que confirma los apuntes hechos acerca de la edad. La educación matemática de la mujer será eficaz mientras conserve el espíritu primario: inductiva, apriorística y de integraciones cortas.

II

Horarios: distribución del tiempo. — Hemos establecido que la aptitud matemática es un caso de integración consciente á vía única que se adquiere según la ley del hábito, por el ejercicio sino intensivo, sin intermitencias. La enseñanza evoluciona; opuestamente al defectuoso sistema de la polifurcación se reconcentra para dar, con pocos conocimientos, vuelo á las aptitudes. De aquí, pues, que la educación matemática consista en la solución de problemas sobre la base de los números, las operaciones, las fórmulas y los principios aplicados al hábito de descubrir relaciones y asociar los datos que constituyen la solución. El espíritu matemático se forma, no solamente con la enseñanza de casos típicos, á que referir las diversas cuestiones, tarea tan ardua como infructuosa, sino mediante ejercicios que cambian de forma cada instante, que no vuelven, quizá, á repetirse nunca, pero evocatrices. La matemática, uno de los tres ramos fundamentales del saber común, debe ocupar el tiempo necesario para que la integración consciente sea un modo del trabajo mental. Los diferentes tipos de horarios concuerdan en darle mayor tiempo que á otras asignaturas, generalmente una clase por día; en primero y segundo grado, que exigen intermitencias breves, suelen ser dos.

El cuadro siguiente permite comparar los diversos criterios con que ha sido tratada la distribución del tiempo semanal [1]:

(1) Las escuelas comunes de Massachussetts y de los pueblos germánicos se dividen en 8 grados y agregan un subprimario; el tiempo del 7º y 8º grado, es de 184′ y 138′ en Massachussetts, y de 200′ en Alemania, más 100′ para la geometría. Véase «Reports upon a course», etc., por J. T. Prince, 1899.

Programas de las escuelas	1er Grado A	1er Grado G	2º Grado A	2º Grado G	3er Grado A	3er Grado G	4º Grado A	4º Grado G	5º Grado A	5º Grado G	6º Grado A	6º Grado G
Popular de Esquina	6 hs		6 hs		5 hs		5 hs		4 hs		3 hs	
Normales de la República	4 y 30′	—1	4 y 30′	—1	4 y 30′	—1	4 y 30′	— 1	2 y 30′	— 1	2 y 30′	— 1
Provinciales de Buenos Aires	1 y 40′	—1	1 y 40′	—1	1 y 40′	—1	2	—1 y 20	2	—1 y 20	2	1 y 20
De la Capital Federal	2 y 30′	—1	2 y 30′	—1	2 y 30′	—1	2 y 30′	— 1	2	— 1	2	— 1
Roches (Desmoulins)	2		2		3		7		2		3	
De Prusia (Mitteschulen)	5		5		5		3		3		3	
Suiza (Schanzengraben)	6		6		6		4		4		4	
Massachussetts.	108′		108′		146′		195′		200′		200′	
Francia	150′		150′		5 hs		5 hs		5 hs		5 hs	
Committee of Fifteen	60′		60′		100′		100′		125′		125′	
Pueblos germánicos	2 y 30′		3 y 30′		3 y 30′		3 y 30′		3 y 30′		3 y 30′	100′
Nuestro	4	2	4	2	3	2	3	2	2	2	3	2

Para las mujeres, en algunas escuelas como las de la capital, el tiempo varia, asignándosele menos, lo que desde el punto de vista psíquico y pedagógico es un error, porque la integración consciente es más tardía en la niña que en el varón.

No nos parece nimia la distribución de las horas; desde luego está fuera de toda discusión, la conveniencia de repartir las semanales en seis días. De primero á sexto grado, las lecciones duran 25 minutos como en la escuela normal del Paraná, sistema generalizado en el país. Sin embargo, se acostumbra hacerlas de veinte y aun quince minutos en 1° y 2° grado (provincia de Buenos Aires); de una hora, en 5° y 6°. La atención de los alumnos de 12, 13 y 14 años, puede resistir una hora rica en ejercicios y aplicaciones (variedades sobre el mismo tema); y la de niños de 7 á 8 años, cuyo proceso razonativo es largo, no decae en 25 ó 30 minutos, tiempo indispensable para dar carácter pedagógico á una lección. Los grados inferiores con horario discontinuo, dan dos lecciones de aritmética, una por la mañana y otra por la tarde; los superiores una. ¿Cuáles horas del día se prestan al trabajo matemático, la mañana ó la tarde? ¿Las primeras horas?

Recordemos que el cerebro repara sus pérdidas con oxígeno y substancias azoadas, elementos llevados por la sangre y adquiridos del aire y de la alimentación; que el aire de la mañana es más rico en oxígeno pero la alimentación más escasa; que el sueño de la noche ha reparado los efectos de la fatiga vesperal; que la enseñanza matemática es, generalmente, un caso de integración completa, un ejercicio de lógica deductiva, mientras que la de las demás asignaturas es de inducción, más concreta, excita menos centros de asociación para una función única y, de consiguiente, no fatigosa.

Las escuelas normales del país, á imitación de la del Paraná, excepto dificultades insalvables, dan las lecciones en la primera hora de la mañana. ¿Hay razones para hacerlo? Nuestros experimentos dan más casos positivos en los momentos de mayor silencio y en los días de tranquilidad atmosférica, sin ser extraño al éxito, la salud y el bienestar orgánico; supuestas buenas condiciones físicas, el momento más favorable al proceso consciente es la mañana, después de ocho ó nueve horas de reposo, cuando los centros no han sido excitados sino por pequeños estímulos, necesarios, por otra parte, para desentumir un estado propio á todo órgano que después de un período largo de trabajo se entrega á un período largo de reposo; los maestros pueden comprobar el hecho, observando la actitud tranquila y soporífera de los grados en la 1ª hora, que no debe confundirse con estados de atención. Pero la actividad de la mañana lucha con el inconveniente de la alimentación, por lo común incompleta, del desayuno que no provee á la sangre de elementos que reparen con ventaja las pérdidas del cerebro. La actividad del cerebro es una consecuencia de la irrigación sanguínea, y de la eliminación de las toxinas que los neurones secretan durante el trabajo intelectual [1].

En las horas matutinas, el tejido nervioso contiene un mínimo de substancias nocivas; la sangre es más pura y se siente la cabeza *más liviana.* El trabajo intelectual intenso, disminuye la asimilación del ázoe y del ácido fosfórico, destruyendo por deficiente reparación, la albúmina del protoplasma celular (investigaciones experimentales de Donders, Byasson, Speck). Los estudios que exigen un gran esfuerzo de atención y fatigan rápidamente el cerebro, como la producción científica y la solución de problemas de matemática, son más fructuosos, de consiguiente, por la mañana [2]. Descansado el cerebro y nutridas las células, son más capaces de esfuerzos que cuando las ha fatigado un día de continuas excitaciones. En

(1) Acerca de la acción trófica de las glándulas tiroide y pituitaria sobre los elementos nerviosos (asimilación de oxigeno de la corriente sanguinea y destrucción de los productos catabólicos de la actividad nerviosa, toxinas) han escrito numerosos autores, entre ellos L. L. Andriezen « The morph., orig. and evolution of funtion of the pituitary body and its relations to the central nervous system » (*Brit. med. jour* p. 54) – 1894; E. Gley « Exposé des données expérimentales sur es corret. funtion chez les animaux » — 1897; Vassale e Generali « Sugli leffetti dell' estirp. delle ghiand. parotiroidee » — 1895. Acerca de las funciones del cerebro y el metabolismo orgánico: J. Soury « Sist. nerveux central » (1899, p. 129). La bella monografía de Belmondo: « Rapporti tra le funzioni cerebrali e il ricambio » — Riv. sp. di fren. (1896) p. 657.

(2) « El método en el estudio », por Guyot Daubes, p. 34.

las escuelas donde los fisiólogos han podido intervenir, la mañana se consagra á los estudios que exigen tensión cerebral (Guyot Daubes).

Nuestros experimentos proyectan alguna luz; las causas son tantas y tan complejas que no es fácil atribuirles fenómenos determinados. La naturaleza del día es de influencia notable; el viento norte, el calor, la atmósfera pesada, retardan el tiempo de reacción y producen casos de amnesia intermitente y atención expectante. Ahora, si consideramos que estos estados del ambiente son más comunes á la tarde, es previsor el horario matinal. No perdamos de vista el objeto pedagógico, dentro de la enseñanza simultánea de nuestros experimentos; un grado será siempre una infusa mezcla de caracteres instables.

Experimentos acerca de las horas más favorables al trabajo.—Para establecer las horas más favorables al trabajo mental, elegimos 20 niños, diez varones y diez mujeres, del 3°, 4°, 5° y 6° grado, sometiéndolos durante 16 días, mañana y tarde, de 9 á 10 y de $2\,{}^1/_2$ á $3\,{}^1/_2$, horas centrales de clase, á la siguiente prueba.

Cada niño, separado de los demás y en nuestra oficina, debía sumar las siguientes cantidades :

$$\begin{array}{r} 765 \\ 898 \\ +\ 755 \\ 698 \\ 779 \\ 846 \\ \hline \end{array}$$

Para prevenirnos de la simulación, alternábamos con estas otras :

a	*b*	*c*
779	756	846
765	889	765
898	756	898
755	689	755
698	797	698
867	864	889

d	*e*	*f*
954	589	898
879	798	698
778	787	765
596	965	755
949	499	779
387	873	958

que exigen el mismo esfuerzo, comprobado en un profesor, hábil operacionista, que adicionó los casos, empleando 9 segundos cada vez. No obstante, para más seguridad, las sumas que dábamos á la mañana ciertos días, las dábamos á la tarde, ciertos otros.

El grado de exactitud, lo obteníamos contando el número de cifras exactas del resultado; si este debía ser 4762 y el niño daba 4661, contábamos dos cifras exactas.; si daba 4762 contábamos cuatro cifras exactas. *Tiempo de reacción,* tiempo que el niño empleaba en hacer la suma.

Para determinar la causa de las alteraciones de la exactitud y velocidad, anotamos cada vez, la presión barométrica, la temperatura y estado de la atmósfera.

El resultado se computa en estos dos cuadros:

Varones

Los 10 alumnos han hecho 10 sumas; el resultado de cada suma, tiene 10 cifras; las diez hacen un total de 40, de las cuales corresponden al buen resultado:

DÍA	Nº de cifras que corresponden al buen resultado.		Tiempo de reacción cada alumno		MAÑANA		TARDE	
	Mañana	Tarde	Mañana	Tarde	Barómt.	Term'tr.	Barómt.	Term'tr.
Junio 13	31	25	40.4	43.0	755	13	762	14
„ 15	35	31	31.3	33.6	764	11	762	14
„ 16	37	35	30.3	26.3	762	11	761	14
„ 17	32	35	32.0	26.5	761	14	759	15
„ 19	39	36	22.0	23.8	760	9	772	10
„ 22	33	36	24 3	26.5	766	9	764	10
„ 23	36	31	27 2	26.4	760	9	759	9
„ 25	35	34	24.9	25.3	767	5	767	7
„ 26	36	36	25.0	22.0	767	11	765	15
„ 27	36	37	22.2	24 7	769	7	769	11
Julio 16	35	31	22.9	25.9	780	6	776	8
„ 18	28	32	29.8	28.0	771	7	769	11
„ 20	35	34	20.9	19.7	769	10	769	13
„ 21	29	29	23.3	21.6	772	10	772	13
„ 22	34	31	23.4	20.4	773	10	772	14
„ 23	35	32	20.0	22.1	773	12	772	14
	546	525	419.9	415.8				

Mujeres

Las diez alumnas han hecho, cada vez, 10 sumas con 4 cifras cada una, ó sea un total de 40, de las cuales corresponden al buen resultado:

DÍA	Nº de cifras que corresponden al buen resultado.		Tiempo de reacción cada alumna		MAÑANA		TARDE	
	Mañana	Tarde	Mañana	Tarde	Barómt.	Term'tr.	Barómt.	Term'tr.
Junio 13	32	25	55.5	64.3	765	13	762	14
„ 15	33	29	52.2	50.0	764	11	762	14
„ 16	33	31	50.8	44.0	762	11	761	14
„ 17	31	30	46.4	47.9	761	14	759	15
„ 19	34	29	42.5	44.0	760	9	772	10
„ 22	28	31	42.7	44.7	766	9	764	10
„ 23	30	29	54.0	52.1	760	9	759	9
„ 25	37	37	46.8	46.9	767	5	767	7
„ 26	36	32	38.0	40.0	767	11	766	15
. 27	32	33	39.0	40.1	769	7	769	11
Julio 16	36	33	38.3	36.4	780	6	776	8
„ 18	23	27	48.5	41.4	771	7	769	11
„ 20	34	34	37.8	30.2	769	10	769	13
„ 21	33	32	44.5	42.3	772	10	772	13
„ 22	34	33	46.8	40.4	773	10	772	14
„ 23	37	35	35.7	35.4	773	12	772	14
	523	500	719.5	700.1				

En los varones, hemos notado, más fijos, positividad y tiempo, que en las mujeres. Esas dos condiciones fundamentales de la aptitud matemática se exteriorizan en algunos niños, con regularidad admirable, á punto de ofrecer solo positivos y oscilaciones de tiempo, apenas perceptibles. Por el contrario, en otros, se notan casos de exactitud asociada á la rapidez, unos días; equivocaciones asociadas á la lentitud otros. Hay quien ofrece una positividad constante; pero la reacción oscila entre 55″ y 121″. Sin embargo, dentro de tales sinuosidades es posible distinguir la línea correspondiente al funcionamiento normal del cerebro (coeficiente de positividad de cada niño). Así la niña Cu..., cuyo tiempo mínimo, en un caso exacto, fué 17″ y máximo, en un caso negativo, 75″, presenta su normal entre 22 y 25 segundos; la niña A. M., cuyo tiempo mínimo, en un caso exacto, fué de 55″ y máximo, en un caso positivo, 97″, presenta su normal entre 64 y 71 segundos. Todas las aptitudes, fijas como oscilantes, varían con la repetición de las sumas tan sólo una vez cada tres días, de una manera notable hacia la exactitud y rapidez que no pueden alterar lapsos de completo descanso (días que mediaron entre el 29 de Junio y 16 de Julio); fenómeno tanto más notable, cuanto que dadas el 17 de Julio sumas que no exigían más esfuerzo que las anteriores, pero sin ofrecer la misma sucesión guarítmica, alargaron inmediatamente los tiempos y disminuyeron la positividad (obsérvense los cuadros). La emoción, en los primeros casos, ha producido notables efectos en niños como Fernández, quien hizo por segunda vez la operación, empleó 60″, tiempo máximo de sus integraciones y comenzó la primera vez por la izquierda.

El primer día, *día de asimilación,* del punto de vista pedagógico, las reacciones son completamente favorables á la mañana. Los demás, *días de exteriorización del conocimiento* presentan alternativas. Es fácil notar mentes vesperales y mentes matutinas, más aptas para exteriorizar á la tarde y más aptas para exteriorizar á la mañana como De Miguel que ofrece sus positivos por la tarde, presentando, las niñas, fenómenos pocas veces paralelos al varón. Las inteligencias instables, es decir, poco robustas, son las más sensibles á las influencias exógenas. Notemos, para que la diferencia entre *adquirir* el conocimiento y *exteriorizarlo* sea más profunda, que el primer caso positivo en cada niño, se produjo siempre á la mañana.

Si generalizando el fenómeno consideramos, dada la unidad de vías para toda clase de integraciones psíquicas, que lo que sucede con la suma de igual manera sucederá proporcionalmente á la complejidad, con cualquier otra reacción de carácter matemático, las cifras del cómputo nos revelan:

1° Que la aptitud es más exacta por la mañana que por la tarde (atención más intensa).

2° Que por la tarde es más rápida sin que esta rapidez compense la mayor positividad de la mañana, pues 27″ (varones) á favor de la tarde no dan los 21 positivos á favor de la mañana; ni 194″ (mujeres) á favor de la tarde, dan los 22 positivos á favor de la mañana.

3° Que las variantes barométricas coinciden con las variantes de la aptitud. Tanto la baja como la suba de presión es contraria á la positividad y rapidez en perjuicio de la tarde.

4° Que la estabilidad barométrica coincide con la estabilidad mental; los números que expresan la exactitud, son los mismos por la mañana que por la tarde, en algunos casos con pequeñísimas diferencias.

5° Que la influencia de las variaciones termométricas es casi nula. En cambio, la acción del tiempo sereno ó nublado, del viento sud ó norte que suele coincidir con la suba ó baja de la columna barométrica, produce alteraciones notables en el trabajo mental por la influencia directa sobre la digestión de los alimentos y la circulación de la sangre.

Es fácil explicarse de esta manera, estados hiperhémicos, estados anémicos y estados tóxicos en los extractos celulares de la substancia gris, unos y otros contrarios á un trabajo normal de los neurones. El viento sud, normaliza la actividad del cerebro; el norte desintegra los estados conscientes en medio de una excitación poderosa de los instintos. Confirman nuestras observaciones las estadísticas de VUCETICH [1] acerca de los suicidios en la provincia de Buenos Aires, durante diez años, en proporción á veces de 3 con viento norte, contra 1 con viento sud. Si se considera al suicidio como un fenómeno degenerativo y no atávico, en individuos cuyos centros inhibitorios no presentan la cohesión suficiente para resistir á todos los transtornos de carácter moral ó fisiológico, se comprenderá que su etiología, es la misma de las bajas de exactitud y rapidez en el aprendizaje y exteriorización de los conocimientos. Las corrientes cálidas determinan estados tendientes á la sub-conciencia.

6º No dejaremos de anotar, de paso, la comprobación que obtuvimos de las perturbaciones que produce en la mente la emoción.

En una de nuestras conferencias psicopedagógicas á la que asistía un público de 500 personas, pedimos á 2 de los 20 experimentados, Julia Rodríguez y Rogelio Balado, alumnos del 6º y 5º grado respectivamente, que repitiesen una de las sumas, la *d*, que habían hecho durante un mes con los resultados que consigna el cuadro.

Emplearon 45″ la primera, 25″ el segundo, uno y otro con tres cifras equivocadas en el resultado. La notable diferencia de esta reacción con las acostumbradas, se debe al estado emocional de los alumnos, examinados ante un público al que nunca se habían presentado.

La marcha de las reacciones para cada alumno durante los 16 días de prueba, se expresa en este cuadro:

(1) Archivos de psiquiatria, etc. Buenos Aires, Septiembre de 1903.

ALUMNOS

VARONES	Junio 13		Junio 15		Junio 16		Junio 17		Junio 19		Junio 22		Junio 23		Junio 25	
	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde
Cámpora....	19″ +	21″ +	20″ +	18″ +	19″ +	21″ +	18″ +	15″ +	12″ +	13″ +	16″ +	15″ +	15″ +	15″ +	15″ +	18″ +
Pico........	29 +	43 —	26 —	20 +	22 +	21 +	22 +	18 +	20 +	19 +	21 +	22 +	17 +	32 +	21 +	16 +
Fernández ..	60 +	52 +	46 +	50 +	40 +	33 +	45 +	32 +	23 +	23 +	29 —	31 +	36 +	25 +	25 +	23 +
Men-Balado .	58 —	52 —	26 +	27 +	21 +	19 +	20 +	21 +	15 +	15 +	18 —	24 +	21 +	22 —	22 +	22 +
Mercante....	46 —	39 —	26 —	37 —	30 +	35 —	37 —	43 —	26 +	23 +	30 —	25 +	26 —	25 —	32 —	31 —
Farrell......	25 —	20 —	20 +	20 +	17 +	21 —	23 —	14 +	22 +	21 —	19 —	20 +	29 +	15 +	20 —	25 +
Marín........	41 +	70 —	40 —	34 —	38 +	27 —	35 —	29 —	27 —	28 —	26 +	25 +	32 +	30 —	25 —	33 —
Lamas	37 —	46 —	30 —	42 —	24 +	19 +	29 —	24 +	26 +	18 +	24 —	31 —	34 —	24 —	23 —	22 —
Ferreiro.....	52 +	55 —	43 —	46 —	54 —	34 —	60 —	41 —	27 +	38 —	34 +	45 —	39 —	36	34 +	32 —
Magri.......	37 —	32 +	36 +	32 —	38 +	33 +	31 —	28 +	22 +	30 +	26 +	27 +	23 +	40 —	29 —	23 +
MUJERES																
Baquero	41 +	46 +	42 +	43 —	35 +	26 +	43 +	25 —	30 +	32 +	52 —	23 —	32 +	60 —	35 —	35 —
Rodríguez...	44 —	56 +	50 +	47 —	37 —	47 —	40 +	42 +	39 +	51 —	36 +	43 +	65 —	47 —	39 +	36 +
Len-Reyna ..	74 —	70 —	53 —	46 —	65 —	39 —	38 —	38 —	35 —	36 —	31 —	30 —	64 —	39 —	30 +	59 —
Lacasa......	31 +	35 —	21 +	44 —	49 —	31 —	29 —	36 —	21 +	30 +	29 +	40 —	56 —	27 +	43 +	26 +
De Miguel. .	46 +	37 —	34 +	35 —	35 +	25 —	35 —	34 —	17 +	19 —	18 —	25 —	31 —	40 +	31 —	31 +
Real.........	56 +	48 +	31 —	41 —	25 +	26 +	37 —	22 —	23 —	16 +	29 +	29 —	38 +	47 —	34 —	45 +
Rolón.......	93 —	116 —	82 —	49 —	92 —	91 —	80 +	88 —	105 —	95 —	85 —	103 —	83 +	95 —	99 +	82 +
Curat.......	24 —	75 —	22 +	33 +	28 +	44 +	26 —	20 +	25 +	18 +	25 —	24 +	53 +	30 —	28 +	27 +
Mercante	89 +	85	98 —	70 +	65 —	65 +	61 +	83 —	55 +	83 +	67 +	72 +	70 +	67 +	64 +	64 +
Cavall. Labor	57 —	75 —	89 —	92 —	67 +	46 +	75 —	81 —	75 —	60 +	55 —	58 —	48 —	69 —	65 +	64 +

ALUMNOS

VARONES	Junio 26		Junio 27		Julio 16		Julio 18		Julio 20		Julio 21		Julio 22		Julio 23	
	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde	Mañ.	Tarde
Cámpora....	24″ +	12″ +	13″ +	14″ +	12″ +	24″ +	20″ +	17″ +	13″ +	13″ +	13″ +	13″ +	12″ +	14″ +	12″ +	12″ +
Pico........	19 +	15 —	23 +	21 +	14 +	30 +	40 +	31 +	17 +	14 +	22 —	17 —	20 +	14 +	14 +	17 +
Fernández...	30 —	29 +	25 —	44 +	25 —	27 —	31 +	31 +	26 +	24 +	25 —	23 —	33 —	31 +	35 +	30 —
Men-Balado.	21 +	14 +	17 +	24 —	12 +	19 +	26 +	22 +	16 +	16 +	26 +	17 +	21 +	17 +	12 +	17 +
Mercante....	28 +	26 —	17 —	20 +	27 +	24 —	28 —	30 —	28 +	23 —	18 —	21 —	35 +	25 —	20 +	40 +
Farrell......	21 +	16 +	16 +	15 +	14 +	19 +	17 —	27 —	16 +	15 +	15 +	14 +	12 +	18	17 —	13 —
Marin.......	29 —	30 —	24 +	31 +	33 +	26 —	30 —	27 —	25 —	23 —	22 —	25 —	25 —	21 —	18 —	25 —
Lamas	23 —	24 +	25 —	24 —	18 +	24 —	28 —	30	21 —	22 +	19 —	17 —	18 —	15 —	14 —	21 —
Ferreiro.....	32 —	26 +	32 +	30 —	34 —	27 +	36 —	34 —	25 +	28 —	41 —	38 —	29 +	24 —	20 +	23 +
Magri.......	23 +	30 —	30 —	24 +	30 +	29 —	32 —	31 +	22 +	19 —	32 —	31 +	29 —	25 +	38 —	23 +
MUJERES																
Baquero	26 +	36 +	35 +	32 +	32 —	24 +	40 —	40 —	26 +	33 +	37 —	34 —	40 —	42 —	30 —	27 +
Rodríguez...	40 —	31 —	28 +	35 —	29 +	33 —	40 +	40 +	35 —	33 —	37 +	37 +	36 —	36 +	38 +	36 +
Len-Reyna..	34 —	29 —	29 —	55 —	29 +	28 —	31 +	28 —	35 —	24 +	25 —	21 +	32 +	41 —	20 —	22 —
Lacasa......	18 +	22 +	16 +	31 —	34 +	18 +	43 —	27 +	27 —	20 —	29 —	23 —	24 +	26 —	26 +	21 +
De Miguel...	29 —	18 —	27 —	21 +	24 —	17 +	31 —	28 —	18 +	16 +	24 +	29 +	27 —	20 +	18 +	26 —
Real........	23 +	18	23 —	25 —	18 +	25 —	42 —	40 —	35 —	21 +	40 —	47 —	34 —	21 +	16 +	21 —
Rolón.......	66 +	60 +	82 —	50 +	53 —	60 —	82 —	64 —	67 +	44 —	59 +	63 —	93 +	84 —	88 +	78 +
Curat.......	22 +	22 +	20 +	26 +	21 +	18 +	25 +	31 +	20 +	17 +	27 +	32 —	30 +	24 +	17 +	22 +
Mercante....	82 +	86 —	66 +	71 +	78 +	77 +	111 —	79 +	79 +	60 —	127 +	97 +	72 —	72 —	63 +	61 +
Cavall. Lab..	55 +	85 —	64 +	55 +	65 +	64 +	40 —	37 —	36 —	34 —	40 +	40 +	80 +	38 +	41 +	40 +

Las gastritis, digestiones tardías, afecciones hepáticas todo cuanto impida rápida circulación de sangre pura retarda el proceso de integración consciente. *Los órganos de nuestro cuerpo, son tantas variables cuyos productos llevados por la sangre al cerebro, hacen variar su función.* La luz en aulas frescas y bien oxigenadas, es un poderoso estimulante de la actividad; circunstancias favorables á un máximo de rapidez y trabajo consciente, serían, pues: *a)* Aulas espaciosas iluminadas y frescas; *b)* Estabilidad barométrica, día sereno, sin viento y primaveral; *c)* La primera y segunda hora del horario escolar dedicadas al ejercicio físico; *d)* La ausencia de ruidos, fábricas, talleres ó multitudes; *e)* Buena alimentación una ó dos horas antes de comenzar el trabajo.

Horas de clase.— Las horas de clase varían según las estaciones y los lugares; generalmente de 8 á 11 y de 2 á 4. La cuestión de los horarios ha sido ampliamente debatida en nuestro país. Dentro de las razones fisiológicas, los pedagogos aconsejan el discontinuo (véase la enquète ministerial 1901); donde razones de otro orden aconsejan el continuo, comenzar la enseñanza de la matemática, un trabajo eminentemente intelectual, á la primera hora, es necesario de cualquier punto de vista, de acuerdo con la ley (R. SENET): *para que la intensidad de la atención permanezca constante en tiempos representados por una progresión aritmética: ÷ 1. 2. 3. 4........la intensidad del esfuerzo debe aumentar según la progresión geométrica: ∺ 1: 2: 4: 8....... ó bien, si los tiempos aumentan como 1. 2. 3. 4........ la atención decrece como 1: $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{8}$........* (1)

Además, la intensidad varía con el grado, la enseñanza y las edades. Un niño de 7 años y del primer grado que presenta en 25 minutos, durante una clase de aritmética, 12 intermitencias, uno de 9 años y de segundo grado presenta sólo 6 si fuera considerado con la misma aptitud y en la misma lección. Damos,

(1) R. SENET. «Evolución y educación» 1901, p. 310.

para mayor claridad, un cuadrito de observaciones hechas el 6 de Noviembre á la tarde, en cuatro alumnos, dos varones y dos mujeres, de 2° grado y cuatro de primero: D. C. (2° grado), es un caso de abstracción pensante de atención filosófica y contemplativa; durante los 22 minutos no articuló palabra; si su mente parecía ocupada en asuntos ajenos á la clase, no dejó, sin embargo, de levantar una vez la mano ni de responder bien á las preguntas que se le dirigían. A. M., es un caso de atención fija y asimiladora con breves intermitencias. P. M., es un caso de atención inquieta ó distracción activa incapaz de atender 30 segundos consecutivos, pero que asimila cuanto nuevo transmite el maestro y levanta la mano á todas las preguntas simultáneas. J. A., es un caso de atención impotente é inquieta. Levanta la mano, pero asimila poco. Acompaña los momentos de atención con frecuentes bostezos. El asunto de clase era «el origen del metro», bastante abstracto y soporífero. Los momentos de atención eran producidos por cambios de ejercicios, de ilustración ó de sistema de preguntas, tres fundamentales y catorce secundarias. G. M. (v. de primer grado), es un caso de atención impotente é inquieta; á los 16 minutos la distracción es completa, «mira y no ve», resiste toda clase de estímulos, no levanta más la mano. A. R., es un caso de atención fija y asimiladora; las intermitencias se producen 12 minutos después de comenzada la clase. E. S., es un caso de impotencia adquisitiva con largos períodos de atención soporífera, atención y distracción á la vez. A. C., es un caso de atención asimiladora á cortas intermitencias.

El asunto era lectura de números de tres y cuatro cifras; operaciones de suma y resta; tablas y problemitas. Los momentos de atención eran producidos por ilustraciones, interrogatorios, actitudes y ejercicios alternados cada 35″ término medio. Hubieron ocho cambios fundamentales y treinta y dos secundarios; de consiguiente, los estímulos pueden considerarse intensivamente dobles de los del 2° grado.

Las intermitencias anotadas, son de tres clases: á largo período (de 30″ á 2 minutos); á corto período (de 8″ á 30″); é ilimitadas ó completas (cuando la atención es imposible). Marcamos las primeras con el signo +; las segundas con el signo — y las últimas con el signo ∞:

2º GRADO	—	+	∞	EDAD
D. C. v.	4	4		11
P. M. v.	13	3		16
A. M. m.	6	1		9
J. O. m.	9	2		11
1er GRADO				
M. G. v.	8	8	∞	7
A. R. v.	6	2		7
E. S. m.	2	2	∞	7
A. C. m.	7	3		7

Las intermitencias de A. R. se presentan en este orden:

— — — — — + — +

Las de E. S., inmediatamente después de comenzar la clase, en este orden:

— — + + — + ∞ — ∞

Las de M. G.:

— — — + — + — — + + + — + + + ∞ — ∞

Las de A. M., después de ocho minutos de comenzar la clase:

— — — — — — +

Estos hechos, al poner de manifiesto diversos grados de atención, indican la imposibilidad de que ésta se mantenga más de una hora con sólo breves intermitencias y que un mismo tema, no obstante la variedad de los ejercicios con que se le trate, pueda interesar más de 20, 30, 40 minutos, lo que debe tenerse presente para no empeñarse en transmitir conocimientos á una clase fatigada.

Sin embargo, es prudente no exagerar la importancia didáctica de la distribución horal, tanto más cuanto que la enseñanza presenta hoy la faz halagadora de ser variada y alternar el ejercicio de unas aptitudes con el de otras, lo que previene la fatiga, siempre que una clase dure de 25′ á 50′. Nunca debe interesar tanto como el método y el número de horas semanales que se dediquen á la asignatura, en los primeros grados, sobre todo, donde la enseñanza cifra sus éxitos en el ejercicio y los esfuerzos que no pasan de los centros sensoriales y, de consiguiente, sin asociaciones superiores que la compliquen.

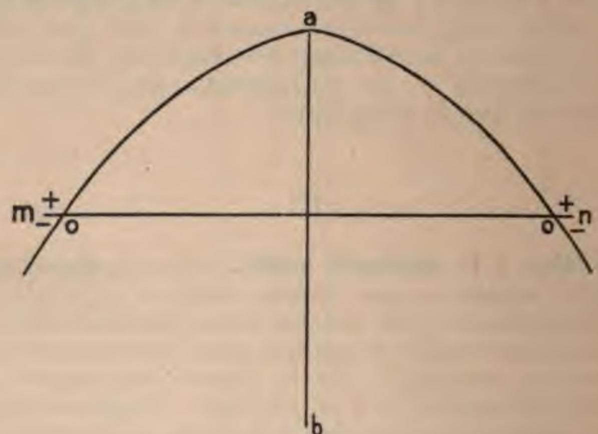
III

La fatiga y la saturación mental. —La superalimentación del espíritu es tan dañina como la superalimentación orgánica. ¿De cuántas horas diarias de trabajo matemático es capaz un alumno que divide su actividad entre otras materias? ¿Es lo mismo dedicarlas á un mínimo de tópicos que á un máximo? Deben evacuarse estas preguntas para rebatir la teoría de aquellos que creen posible adquirir nociones de un ramo dedicando á su enseñanza, una hora por semana ó bien dos ó tres por día. La aritmética no toma al horario escolar, más de 160 horas anuales, 13 días de los 365, considerados de doce horas. Evidentemente, esas 160 horas dejan de formar la aptitud [1] que nos propo-

---

(1) La aptitud es la habilidad de un órgano para hacer con rapidez y perfección una cosa. Como fenómeno psicológico, la facilidad adquirida por los centros nerviosos para integrar (formar conciencia) acerca de un hecho, se debe á la mayor suma de conocimientos ordenados (síntesis) que conserva la memoria pero de tal manera que para concurrir á la formación de una idea ó solución de un juicio lo hace, automáticamente, por series asociadas.

nemos (la adquisición del conocimiento es tanto más rápida cuanto mejor es la aptitud) si su distribución se aleja de una normal que puede ser el horario de 5 horas semanales. Si la reducimos á tres meses, la saturación no permite adquirir conocimientos, porque inútil todo lo que se pretenda inculcar fuera de ciertas horas; si la ampliamos á dos ó tres años, una hora ó media por semana, la saturación nunca llega á producirse y los efectos del ejercicio se borran por el largo reposo. El hábito se forma entre una máxima y una mínima de ejercicio, fuera de cuyos límites no hay positividad apreciable.



De *a* á *m* cuanto menor tiempo se dedique al ramo la adquisición se reduce hasta llegar á *o* y con efectos negativos, olvido, más allá de *m;* los mismos resultados se obtienen en el sentido *an* cuando el tiempo aumenta. Representando la normal *ab* el máximum de adquisición, ésta se produciría en *a* cuando el alumno dedica semanalmente un número de horas que permita constante ejercicio sin llegar á la fatiga, cuyo síntoma característico es la imposibilidad de atender y la amnesia. Cuando la aptitud está formada, un mismo esfuerzo permite mucho más campo y mayor número de horas continuas. Un ingeniero dedica con éxito ocho horas del día á estudiar quince ó veinte cuestiones diferentes para llegar á una conclusión. Luego es diverso dedicar cinco horas á un sólo tema que á varios. Pero siempre es ventajoso distribuir tema y horas en temas y días que sumados den lo mismo; los resultados son más positivos.

Así, la suma de quebrados puede enseñarse, al 3er grado, en dos horas, más una de ejercicios fuera de clase. El fruto, sin embargo, nunca sería sazonado como cuando esas dos horas se convierten en cuatro lecciones á 24 horas de distancia una de otra.

Hemos comprobado los fenómenos de saturación y la fatiga, en los exámenes. Alumnos inteligentes que pretendieron aprender en diez días, numerosos y variados puntos del programa, no sólo frustraron sus intentos sino que olvidaron nociones conocidísimas, de tres ó cuatro años atrás. La amnesia general, disfasias, *sbadiglio,* apropiada denominación de Mosso, [1] ha sido, en pruebas escritas y orales, un fenómeno que con frecuencia ha llamado la atención de los profesores. Dificultad para tener presente las palabras, para coordinar oraciones simples, para hacer uso de los adjetivos, para producir el juicio menos costoso sobre un hecho, para trazar la figura menos complicada en el pizarrón. Una alumna de 3er año, no recuerda la capital de Alemania; otra del mismo curso, dice Broma por Bowmann, nombre enunciado por ella misma repetidas veces en las lecciones de anatomía; otra, no puede definir lo que es circunferencia: otro, joven notable por su inteligencia, rompe la hoja de papel porque se le van las ideas á pesar de *haberse matado* estudiando. Otro, se torna paragráfico: dice 45 y escribe dos veces 43; otro, no puede dibujar una sección del tubo digestivo, figura familiar á su memoria, que reproducía en menos de un minuto, durante las clases de práctica; otro, de letra bella, escribe en

(1) *La Fatica,* p. 210. *Sbadiglio* se traduce bostezo; pero el lector sabrá dar á la palabra, la amplitud de significado que en este caso tiene.

rasgos que revelan una profunda alteración muscular de los dedos. Ocasionalmente, estos fenómenos se asocian á la afasia (JAMES) [1] de la que hemos observado un caso emocional, de carácter extraordinario en una niña M. M., á punto de no articular una palabra de temas fáciles para su inteligencia. Tales hechos indican que la asimilación es una línea parabólica cuyos puntos marcan ordenadas de tiempo que se alejan de un máximo de horas anuales regularmente distribuidas en días. Los fenómenos de la memoria, cuales fueran, están sometidos al mismo principio. Aun tratándose de una sola verdad, se la puede retener mucho más tiempo cuando se la trata por cortos períodos á regulares intermitencias, que cuando se la trata á largos períodos, supuesta una constante en las horas.

La saturación (máxima aproximación de los elementos nerviosos producida por el trabajo según R. CAJAL) es un punto más allá del que la adquisición es penosa y produce la fatiga. Las células hipertrofiadas, se relajan; toda función se irregulariza; la integración es dolorosa y se interrumpe con frecuencia sucesiva; se produce la ofuscación que impide coordinar y todo concluye en la parálisis de las expansiones protoplasmáticas del neurón, estrechadas unas contra otras y la exasperación emocional de un individuo conciente de saber lo que no puede decir; los desvanecimientos y vahídos, inapetencias, nostalgias, jaquecas, agotamiento general, palidez en el rostro, anuncian, por otra parte, la anemia y la intoxicación cerebral que coinciden con una disminución rápida del pulso como lo constatan las tablas de *surmenage* [2] de N. VASCHIDE, que en 9 días de trabajo intelectual recargado, de 72 bajaron á 57 y el último día de 67 (8 a. m.) á 57 (1 de la noche), lo que no puede ser sino una dificultad para el trabajo de los centros que exigen, ante todo, excelente y abundante sangre.

---

(1) *Principii di Psicologia*, versión italiana de G. Ferrari y Tamburini, 1901, pág. 457.

(2) N. VASCHIDE. *Influence du travail intellectuel.* L'année Psych. pág. 364. 1898.

Durante los exámenes, oímos continuamente exclamaciones que atestiguan un malestar profundo del espíritu: «por fin no estudiaré más física», «cuándo dejaré este libro», «cuándo no tendré que venir más á la escuela», «quisiera tirarme en una silla y no levantarme más», «me fastidian tantos mapas»; «¡Tener que leer todo esto!» Hay para cada individuo (TANZI) un coeficiente de perfección que no puede excederse por el mínimo de separación á que han llegado las células asociadas para un determinado trabajo.

La aptitud no crece proporcionalmente al trabajo (A. Mosso). Comparable el del cerebro al muscular, las célebres experiencias de MAGGIORA [1] demuestran que el agotamiento de la fuerza para una misma cantidad de ejercicio en tiempos sucesivos, mientras la reparación del descanso y el alimento no ha sido completa, varía. Quien haya ascendido la falda de una montaña, habrá notado que la parte próxima á la cima exige un esfuerzo mucho mayor que las del mismo declive, pero escaladas antes. La labor aún pequeñísima, de un órgano cansado, produce efectos desastrosos [2], lo que se debe á la clase de sustancias que consume. Si la fatiga aumenta, el poder excitante de un mismo estímulo disminuye hasta la ineficacia. Todo trabajo durante la fatiga, no sólo rinde menos sino que es nocivo al organismo y, por consiguiente, las fuerzas se restablecen más lentamente. Si podemos, sin fastidiarnos, resolver 25 problemas en 10 horas, alternando una de trabajo con una de descanso, los resultados serán muy inferiores procediendo de otra manera, trabajando cinco horas seguidas, con el grave inconveniente de que la fatiga conserva casi todos sus efectos durante un tiempo más largo del que ocupamos en trabajar.

Nos parece innecesario otro orden de consideracio-

---

(1) *Le leggi della fatica estud, nei musc. dell'uomo.* — R. Accad. dei Lincei. Vol· V. 1888.

(2) A. Mosso — «La Fatica» — Milano, 1892, pág. 158.

nes que demuestren que el aprendizaje de la matemática resulta de un trabajo hecho todos los días por la mañana, en correspondencia con la edad y á pequeñas y ordenadas dosis hasta poseer, el último año, sintéticamente, el espíritu, los métodos y la aptitud para combinar sin esfuerzo, una suma de conocimientos que debe servirnos para resolver problemas de dificultades correlativas á otra especie de integraciones.

CAPÍTULO VIII

RASGOS PSICO-MORALES COLECTIVOS

Primer grado.—Son cuarenta y dos niños en seis filas de bancos tipo norteamericano, á 50 cms. una de otra. En las paredes del frente y de la derecha, pizarrones de madera (4, 5 ó 5 por 1,40) pintados de negro é iluminados por luz izquierda; la sala mide $6{,}5 \times 8 \times 5$ y el escritorio ocupa un ángulo. El grado se divide en dos secciones, inferior y superior; la enseñanza no es común á los 42 alumnos; ofrece el inconveniente del *trabajo pasivo* para una parte de la clase, inadmisible dentro de un sistema de instrucción modelo; durante el año, cada alumno, recibe de las 250 lecciones, sólo 180 y aprende en proporción á la asistencia. El maestro no abandona el frente, enseña de pie; parco en ademanes, comunica poco y cifra el éxito, en la claridad y corrección del lenguaje con que transmite los conocimientos á sus educandos, mitad mujeres, mitad varones cuya edad oscila entre 6 y 8 años, cuya inteligencia entre el imbeciloide y el precoz; cuya raza entre el indio y el sajón, y cuyos hogares entre el estrecho del obrero y el confortable del pudiente. Las caras acusan profundas diferencias étnicas; probablemente, sus antenatos fueron italianos, unos; españoles, otros; ingleses, africanos, tehuelches, guaraníes; las razas que se disputaron el mundo en luchas formidables, vencidas y vencedoras, yacen juntas en el reducido espacio del aula, dispuestas á transformarse sometidas á una acción única. ¿Los resultados, el éxito, las modificaciones serán las mismas? ¿No chocarán cualquier momento en un incontenible despertar del pasado? ¿Cada uno de estos niños, producto elaborado por cien épocas distintas, no mostrarán unos, la maravillosa plasticidad del cerebro latino, otros la invencible torpeza de las aptitudes indias, otros la potencia elaboradora del alemán? Todo sucede en esta promiscuidad suigéneris de costumbres y energías que la escuela clasifica y selecciona durante la paciente labor de varios años, para que la tardía actividad de éste no estorbe el crecimiento rápido de aquél. Este damero refleja al hogar con asombrosa exactitud; aquí anémicos, allí rosados, más allá raquíticos, débiles, rollizos, enfermizos, delgados, fuertes, flora variadísima para un campo tan pequeño que denuncia hambre, buenos y malos cuidados, vida antihigiénica, alimentación sana, tratamientos duros, severas ó blandas direcciones; ¿cómo dentro de la forma simultánea se cultivará esta colección tan diversa de cerebros, de inteligencias latentes é inteligencias activas, de impávidos y de vivarachos? A la escuela argentina acuden los productos de la vieja Europa segregados por la lucha y arrojados por la necesidad á las playas de América y los que sobreviven del indio. La instrucción del primer grado es un problema de solución escabrosa, para que el niño, de robusta constitución cerebral, no sufra las consecuencias del contacto con el niño, hereditariamente obtuso. Es chocante á los ojos de un pedagogo, el aspecto que presenta el aula primaria de una escuela común, con niños cuya edad varía de 5 á 12 años, con niños cuyo carácter varía de la mansedumbre á la indocilidad. Hemos observado hasta cuatro hermanitos de 6, 7, 9 y 11 ocupando la misma fila de bancos sin poderse aventajar los unos á los otros mientras sus compañeros cursaban ya el 2º, 3º y 4º. En los países americanos, la enseñanza simultánea exige, por lo menos, grados de dos categorías: el de los inteligentes y el de los retardados. Sin embargo, la ley, por ese concepto tan equivocado que se tiene de la democracia, nunca hará esta división tan favorable á los intereses de la juventud.

La clase de aritmética descifra fenómenos curiosos; pronto debe lucharse con la rapidez con que aprenden cinco ó seis niños y la integración tardía y laboriosa de ocho ó nueve, para dar con el justo medio. Aquella niñita rubia y pálida, de complexión débil, hija de un robusto artesano belga, la más atenta, al parecer, del grado, no comprende como una bolita más una bolita son dos bolitas; aquel varoncito de tez morena, frontal deprimido, que no fija dos minutos la atención, tiene 9 años y hace tres que cursa la primera sección; aquel otro pequeñito, de 6 años y medio, aparentemente pesado, es una inteligencia encantadora y cursará el año próximo el 2° grado; aquella niña quieta, de fisonomía atrayente, conducta ejemplar, hija de sicilianos, es un caso típico de dismnesia é incoordinación; aquella otra, suma con extraordinaria rapidez, escribe hermosos números y la emociona cualquier insignificancia; éste, resta por la izquierda y después de siete meses escribe el dos así: Ƨ; aquél es un caso de evolución embriológica detenida, mezcla la operación de suma con la de resta; aquel otro, traza siete rayas, luego cuatro, suprime de las siete cuatro para obtener la diferencia 7—4.

Después de ocho minutos la desatención se contagia; dos ó tres dan vuelta; otro ríe, otro toma el lápiz, otro hace guiñadas, otro se levanta, sacude los dedos, pide licencia, repara la fatiga del descanso muscular; á los veinte, todos están inquietos como una aurora boreal. El maestro interrumpe la lección con voces de orden; lo que enseña, es tal vez muy sabido; sus preguntas son, tal vez, mal distribuídas; su clase no es, tal vez, suficientemente ilustrada; falta, tal vez, aquel rasgo de originalidad que en un momento dado seduce la atención y excita el cerebro; tal vez, no mira á todos sin dirigirse á ninguno, variando el cuadro de su enseñanza cada veinte segundos; tal vez, se empeña en razonar «si un ramito vale 6 cts. ¿cuánto cuestan 2456?» ¡Cuántas causas para que el frío invada una clase poco ha risueña, ocupada en asimilar conocimientos! Pero un hábil giro, una mutación oportuna de los ejercicios, una palabra, una respuesta, un cambio de voz, vuelve todo á la atención del primer momento que comenzó á desintegrarse por el niño B, una mente obtusa, distraída por una pajita en la boca, ó rascándose el cuello, ó mirando un papel sobre el piso. Una pregunta sacude su espíritu ensimismado y vago; levanta la mano y la maestra comete el reprochable error de preguntarle sólo en estos casos; no contesta y sentado vuelve á fijar sus ojos en cualquier cosa, su pensamiento, en lo que no podemos suponer.

La selección normaliza una marcha tan poco rítmica; pasan unos, repiten otros y el 2º grado ofrece aspecto intelectual más homogéneo; reacciones largas, pero una positividad fija y sin ∞.

Segundo grado.—Espacio y distribución de los alumnos, como en primer grado. La sección es una; casi una edad, casi una estatura, cada niño ocupa un banco separado de los demás.

La inteligencia se normaliza, no encontramos casos extraordinariamente retardados ó precoces; niños que no pueden integrar una suma concreta de números dígitos ó cuya atención dura segundos, ó cuya aptitud abstracta está inhibida por un denso velo de agnosias ó asimbolías; notaremos rostros regulares, ojos vivos, facciones más ó menos bellas, miradas más ó menos inteligentes; aquí, como antes, las razas del orbe se han dado cita y yacen confundidas bajo la acción directriz de un maestro; las razas del orbe no nos ofrecen ya sus abortos, los peregrinos ejemplares de sus restos atávicos, que la educación, inútilmente fatigada para mejorarlos, abandonó, como medallones de razas en decadencia solamente preciosos á las investigaciones del sabio; pero hieren el oído, el vocabulario de la *sandia*, la *zanagoria*, la *alberja*, la *conviniencia*, el *meistro*, el *máis*, el *puai* y el *pallá*.

Pocos estigmas, más viveza intelectual, uno que otro inquieto, turbulento y distraído, retoño moral de las primeras sublevaciones del hombre contra su desconsiderado cacique; observadores, plasticidad nerviosa, vasta memoria, pero febriciente; necesitados de mover sus pies y sus manos, de tratar cada minuto un tema nuevo, de rehuir ciertas enseñanzas y adaptarse á otras, de preguntar y responder sin gobierno, hacer sus deberes sin estímulos, fuera de todo régimen simultáneo, dentro del aula anarquista de Tolstoï. Y los hay á la inversa, quietos, atentos, de mirada espectante y tardíos en recoger las ideas que el maestro siembra con extraordinaria abundancia en este grado donde la actividad periférica se intensifica y presenta otros aspectos la central.

El varón, menos sujeto que la mujer, más emprendedor, menos disciplinado, comienza á diferenciarse, piensa más; sus ideas son seguras, alcanzan mayor positividad y los tiempos de reacción son más cortos. La niña, que con su admirable lucidez nos engañara en primer grado, mostrándonos aptitudes que no presumíamos en el varón, se infantiliza, no avanza, queda atrás, abandona el campo de la lucha psicogénica, al sexo fuerte.

Aquí como allá, la lección sin variedades y pobre de ejercicios, produce la fatiga del descanso; se ven manos que bajan á los asientos; cabezas que dan vuelta; codos de punta sobre los pupitres; dedos en los dientes, ó que restregan los ojos ó que mesen los cabellos; manos conteniendo los carrillos hinchados por el aire ó la respiración de las narices; pies que no encuentran apoyo y piernas enroscadas ó que hacen ángulos, desde el agudo al obtuso, en toda clase de planos. Luego, quien se levanta como pinchado y acusa un tirón de pelos; otro que celebra las muecas de un gracioso; otro que sopla el ojo de una pluma cargada de tinta; otro que levanta bruscamente la mano para decir ¿quiére que vaya á afuera? sin otra necesidad que la de moverse; otro que con el lápiz dibuja en la tapa negra del tintero, pensando, mientras silba apenas, en lo que comerá después de clase. Suele ser el maestro ciego, sordo y mudo; enseña al vacío. Su ingenio nada hace para cambiar un ambiente donde se aprende la distracción. La distracción, á veces, obedece á causas de difícil análisis. Poca luz, la humedad, una llovizna, un nublado, la inquietud orgánica que precede á los cambios atmosféricos, varían el campo de la atención á cada segundo, ó no se exterioriza contra los apuros del maestro, que agota toda su habilidad para conseguir las miradas de sus educandos. Pero los educandos, esta vez, son obstinados á todos los empeños y recursos.

Aptitudes.—No obstante la selección que el examen hizo en primer grado, las aptitudes matemáticas del 2° grado son varias; no podría sino vagamente, suponerse, no la cantidad de conocimientos sino la *aptitud para aprender;* punto que interesa, porque de él depende el éxito, midiendo la extensión y tiempo de la enseñanza que el maestro da. Los pedagogos han dicho á una: *averígüese lo que el niño sabe antes de comenzar un programa;* la indicación pestalozziana no tiene el alcance trascendental de esta otra, encuadrada dentro de la fisiología cerebral: *averígüese la aptitud del niño para aprender, antes de comenzar una enseñanza.*

El primer trabajo del maestro es, no con rápidos exámenes colectivos que á nada concluyen y forman creencias equivocadas acerca de la capacidad de los niños, sino con detenidas observaciones individuales, estudiar el aspecto matemático de las inteligencias, desde el punto de vista de la integración periférica y central, las diversas especies de conocimientos que van á intensificarse ó que se suponen adquiridos, para servir de base á los nuevos; como dirección, recórrense los cuadros psicométricos que corresponden al 2° grado.

El maestro, cronógrafo en mano y un pizarrón delante, examinará con las precauciones que el caso recomienda, uno á uno sus alumnos, para formar la planilla de positividad y reacciones; este experimento, repetido periódicamente, proporciona, por comparación, datos seguros del adelanto de los alumnos y de la bondad de los métodos empleados. El progreso, en los diversos órdenes de enseñanza matemática, lo determina la disminución de casos negativos, tiempos de reacción más cortos, y adquisición de nuevos conocimientos, es decir, conocimientos que daban una reacción ∞ y de positividad 0. Los programas indican la enseñanza, el maestro distribuye la materia.

Si el cálculo mental $(14 + 5)\ 9 - 1 - 10 + 2) : 8$ da, enunciado en 10″, 85 % de negativos, será inútil empeñarse en un ejercicio que no produce integraciones; alargaremos el tiempo y simplificaremos el caso para graduar la complicación. Si el más precoz emplea 15″ para comprender una idea, nosotros no la transmitiremos en 12″; nos colocaremos en la reacción media del grado. Si una integración de suma exige 55″ y da 20 % de positivos, no nos empeñaremos, que porque haya 5 ó 6 niños que reaccionan positivamente á los 20″, en ejercitar el grado con ejemplos fatigosos para la atención y que no alcanzan el fin deseado, pues no se aprende lo difícil sino por lo fácil; lo difícil es compuesto, lo fácil son las partes que añadidas hacen el compuesto.

En primer grado, el propósito de la enseñanza matemática era la numeración y las tablas; en segundo grado, es la operación, comenzando el análisis de problemas á soluciones escritas. La experimentación reconoce este carácter especial á los programas, para graduar velocidad, calidad y cantidad de los ejercicios.

El 22 de Abril, el 2° grado de la escuela que dirigimos que comenzó el 16 de Marzo á estudiar los números' desde 10.000, arroja, en numeración (escritura de números al dictado, sin repetición y á cada 5″, experimento de la practicante señorita Ana Eguren) el siguiente resultado:

NÚMEROS DICTADOS	ESCRIBIERON MAL °/o	NÚMEROS DICTADOS	Nº DE NIÑOS QUE ESCRIBIERON MAL °/o	NÚMEROS DICTADOS	Nº DE NIÑOS QUE ESCRIBIERON MAL °/o
589630	0	60000	26	14856000	54
32456	10	2666913	26	124000	55
99839	10	4000	27	124480000	59
766586	13	2000	29	660000	60
12856741	13	5300	29	976000000	66
6830	15	1000000	30	756870000	68
5460	15	989000	33	76856000	69
16680	15	75890	33	56961000	70
9748	17	30000	33	15800000	79
12500	17	56900	33		
15300	17	50000	33		
989632	18	90000	33		
3550	20	15666935	33		
6810	20	123000	37		
76942	20	1846765	39		
75932	20	9900	40		
76500	20	12000	40		
56300	20	12000000	40		
987765	20	700000	40		
16830	22	486000	40		
14630	22	15600	43		
145664785	23	284630	46		
2600	26	998000	46		
336680	26	746000	46		
15865	26	876000	46		
17989	26	10000000	46		
59768	26	15000000	46		
99700	26				
58600	26				

Si se considera que las necesidades diarias exigen con más frencuencia la escritura de 12.000 y no de 16.830, se verá como la falta de ejercitación en un conocimiento considerado más fácil, lleva á resultados difíciles ; porque la positividad se debe á hábitos de la mano, la vista y el oído, que fijan las cifras y no del oído solo. La practicante Eguren al dar sus lecciones, ejercitó pocas veces la escritura de números terminados en cero y con ceros intermediarios. El cuadro que damos como ejemplo de una investigación rápida, nos ofrece el grado de conocimientos asimilados por los alumnos, en un mes, acerca de la numeración, susceptibles de compararse con la positividad que presentan las cantidades de cuatro cifras aprendidas en primer grado, punto de apoyo de la nueva enseñanza que comenzó con números de cinco cifras.

Tercer grado I.—Pocos dejan el segundo en condiciones de cursar el 3° superior. Los que saltan encuentran luego dificultades que retardan el proceso matemático. La positividad se acentúa, se acentúa la rapidez; subsiste, sin embargo, la amplitud de las oscilaciones entre la máxima y la mínima, que denuncia un psiquismo variable aunque rara vez incoherente. Suele ser la segunda etapa de la selección; aquellos niños que salvaron el 2° grado con una mente de proceso lentísimo, los detiene en 3° I una enseñanza de carácter más abstracto, general y complejo, donde la imaginación, para resolver los casos, juega un papel más importante que en los años anteriores.

De aquí que, lo que no sucede en 2°, el 3°, suele ofrecer un buen grupo de repetidores ó del punto de vista cerebral, retardados.

La misma aula, la misma luz, bancos más grandes, mayor cantidad de pizarrones, sin que dejen de existir los mismos motivos para distraerse, el del chichisveo cuando á la lección falta interés ó es deficiente el desarrollo. La ilustración es necesaria á la comprensión, pero no imprescindible si la reemplaza un lenguaje correctamente bello, enaltecido por un tranquilo sentimiento de entusiasmo.

Los niños entran dispuestos al trabajo ó á distraerse, pero todos á tomar posiciones que no son las de la atención. No obstante esta indisciplina de la actividad, el luminoso comienzo de la lección por una maestra que á cada 8 segundos cambia de ejercicios, sin regatear la mirada y la voz á su grado, fascina á aquellos niños que levantan, cual si lo ordenara una sola voluntad, las manos á cada pregunta; que resuelven el problema comenzando con el *si* condicional del razonamiento; que silenciosos y suspensos, seducidos por la claridad de los interrogatorios, la habilidad de los dedos manejando la tiza y trabajando en la negra extensión de la pizarra, sin dar la espalda, mirando á la clase y escribiendo, resisten 5 minutos de explicación sin bajar los ojos; que entran á clase con alma anarquizada para ser en un momento, cautivos de la amenidad.

Pasan 12 minutos; dos, de los 40, se distraen, uno que necesitamos marcar con el ∞ y otro con el $+$ de la atención intermitente.

La variedad continúa; problemas siempre verídicos, de dos, tres y cuatro combinaciones que los alumnos resuelven mentalmente en 8 ó 9 segundos. La maestra pide, luego, problemas acerca de lo que enseñó; cinco no levantan la mano, pero el resto da enunciados, unos originalísimos, otros imitación de los que oyeron poco antes. La maestra, inagotable fuente de recursos, domina siempre, no llama la atención con voces de orden, ó fulminando al inquieto con un ¡silencio! sino con nuevos y sorprendentes ejercicios que dan á la enseñanza los múltiples aspectos del iris, los variados matices de la atrayente flor, sin, empero, apartarse del tema ni romper la unidad del todo.

Dos minutos: pasaron seis alumnos á la pizarra; resolvieron dos problemas y ya otros seis, los substituyen.

Próxima á terminar, aumenta la distracción intermitente de los retardados, extendida, en este momento (20′) á seis, que no hablan, no incomodan, pero llevan el pulgar á la boca, agitan la pierna izquierda como un péndulo, sobre la derecha, rascan la oreja, se estiran contra el espaldar.... Pero, seis, en 40, después de 25 minutos, es el éxito y la estabilidad intelectual del grado cuya conciencia brota vigorosa al calor de una lección, que siembra la verdad en abundancia, que gradúa las dificultades, y no olvida el principio: antes la percepción, después la idea y por fin la consecuencia.

Estos niños, extraordinariamente risueños cuando sus ojos se deleitan en algo nuevo, cuando sus oídos escuchan cosas que nunca oyeron; no dispuestos á la pasividad de los grados anteriores, que alternan rasgos geniales de observación con explicaciones de la más grosera imbecilidad, elaboran esa orientación abstracta del proceso matemático que tantas sorpresas nos reserva para el 4° y 5° grado.

No obstante, sorprenden al maestro, casos de regresión intelectual en niños de malos antecedentes hereditarios: alcoholistas, sifilíticos, neurasténicos ó razas inferiores. Cursan normalmente el 1° y 2° grado. En 3°, exteriorizan una perturbación notable de las vías de asociación: dismnesias y disgnosias imposibles de corregir. La niña C., por ejemplo, operaciones que supo hacer dos años antes, hoy ofrece estos curiosos fenómenos :

725	2 ,	135	93 ,	135	13 ,	1508	9
12	241	005	01	05	01	14	249
05				2		23	
1						2	

Comparada la niña con el varón, constatamos en 19 experimentos la superioridad de las aptitudes perceptivas de aquélla. Debe considerarse como una simulación hereditaria para disimular su inferioridad para el razonamiento deductivo. En este grado el fenómeno presenta una recrudescencia no común á los demás.

Tercer grado S. — La promiscuidad de las razas disminuye y triunfa un tipo único, el europeo; desaparece el indio, desaparece el negro y desaparece el mulato, no pudiendo resistir con su carga de atavismos, el esfuerzo de dos ó tres mil años de civilización. Desde este grado, la escuela es implacable enemiga de las cárceles, por la conciencia que forma. El analfabetismo no desaparece mientras el individuo no es bastante culto para contener las impulsiones de sus instintos. El leer y escribir, no constituyen un rasgo de diferenciación moral.

Las caras acusan una selección étnica acentuada. Abundan los blancos y trigueños, las cabezas rubias ó castañas, las frentes abovedadas y sin senos. No las afean asimetrías laterales, ni orejas simiescas, ni prognatismos, ni labios gruesos, ni pómulos exagerados, ni narices tapirianas ó sudanesas, ni ojos impávidos ó espectantes, ni bocas de extraordinaria abertura. Los apellidos italianos, franceses, ó ingleses se densifican por segregación de los españoles de las razas autóctonas ó más ó menos mezcladas con el godo. Los niños de poca edad, son tipos europeos; los de más edad, cruza indiana, mentes tardías que repitiendo dos ó tres veces cada grado, llegan al 3°, 4° ó 5°, tras empeños que revelan más la inconsciente constancia del que no vislumbra el mañana ni se asigna misión en lo futuro, que la voluntad del joven que aspira á ser.

Las inteligencias tienden á nivelarse y reaccionan en tiempos de poca amplitud oscilatoria y dentro de una positividad homogénea. De modo, que el coeficiente de la aptitud colectiva, poco difiere del individual. La atención no exige tanta objetividad ni cambio de ejercicios á cada 30 segundos, ni interrogatorios rápidos y respuestas cortas. Puede, el maestro, proyectar más lejos sus abstracciones; explicar durante dos ó tres minutos á condición de que no divague, pues, los alumnos, son sensibles á un lenguaje correcto y nutrido cuando no altera la unidad del tema; son sensibles á la belleza de una elocuencia cálida pero tranquila, sin exageraciones, que denote vasto saber, y deseos de instruir. El aula poco varía tocante á luz, aire, útiles y distribución de los alumnos, menos numerosos que en 2°, pues sin perder el carácter simultáneo, la enseñanza es más individual; los niños exteriorizan sus conocimientos con períodos gramaticales relativamente largos; es necesario el examen profundo, y se juzga todo esfuerzo de resultados positivos, como una prueba de mayor capacidad. Por eso, la haraganería comienza aquí, y suele diferenciar inteligencias y caracteres para una nueva especie de selección que no depende de la ineptitud hereditaria sino adquirida.

Ciertos casos perturbadores de la centralidad del grado, deben atribuirse á causas accidentales y no congénitas: crisis del desarrollo, enfermedades en gestación, alteraciones pasajeras en el funcionamiento de un órgano; miseria orgánica por alimentación ó higiene deficientes.

El razonamiento arriesga el vuelo; en los labios del escolar hay siempre un «¿y por qué?» pronto á confundir las afirmaciones del maestro poco experto ó á dar motivos al avisado, para lanzar á los cerebros en la ilimitada y regeneradora investigación de las causas que tan amplios horizontes abre al joven espíritu.

No obstante, este grado está expuesto á perder su plasticidad y á infantilizarse, dirigido por un maestro poco generalizador y aferrado á los procedimientos del primero y segundo grado, demasiado objetivo, para penetrar las vías centrales é impedir la regresión á punto de no distinguir esta clase de las anteriores, sino por el tamaño de los alumnos. Es frecuente mantenerlos en la identificación primaria, en el análisis de hechos matemáticos simples, de una ó dos combinaciones, sin exigir otro concurso que una asociación inmediata de percepciones visuales.

El 3er grado S hace del niño un joven capaz de concebir abstractamente, fenómenos complejos. Aquí, donde la selección concluye de romper la tenacidad de los malos instintos que la herencia grabó á fuego en la resaca humana, más conviene la sucesión de los conocimientos que la ilustración, y la atención depende menos de artificios disciplinarios que de procedimientos claros.

Cuarto grado. — La generalización toma, en este grado, amplitud, gracias á la suma de conocimientos que el educando trae de 3er grado acerca de las operaciones, el sistema métrico y la geometría cuyas bellas y curiosas combinaciones abren un mundo lleno de novedad para el espíritu. La selección, por otra parte, nos proporciona un conjunto de elementos reflexivos con dejos adolescentes. Las vías del juicio [1] entran en un período de asombroso movimiento, es espontáneo el análisis de toda afirmación, hecho ó fenómeno antes de admitirse como verdad; la representación de lo abstracto no exige fatigosos esfuerzos; la relación y la proporcionalidad, mejor apreciadas; nunca un contrasentido y si á veces pierde en exactitud y rapidez la identificación primaria, gana en intensidad la secundaria. El niño ha observado la naturaleza y descubierto hechos en cantidad suficiente para cambiar su actitud pasiva por la activa, sintematizando, construyendo ó inventando mediante el ejercicio de sus aptitudes internas. Ordena y generaliza para descubrir verdades, ó imagina y concibe, sensaciones, para crear hechos nuevos. La meditación es constructiva y repara los daños de las operaciones analíticas, por ende, destructivas de la investigación. Trabaja, pues, una aptitud interna que denominamos *combinatriz*, y que, siendo innumerables las imágenes que pueden recibirse del exterior, al infinito llegan sus creaciones; sabemos perfectamente la cantidad de permutas que con unas cuantas cualidades se pueden hacer; la idea es tanto más rica y genial cuantos más elementos constituyen la combinación (idea), de cualquiera de los tres órdenes de fenómenos: inorgánicos, biológicos ó sociales. La mente descubre, además, por el método comparativo, relaciones entre los fenómenos que ella misma acaba de diferenciar; es un nuevo aspecto de la síntesis ó fusión de las imágenes que caracteriza, en este grado, el despunte de un cerebro vigoroso. Pero junto á todo esto, germina también el engaño: en un buen terreno brotan todas las semillas.

El simulador consciente, es un fruto que madura en 4° grado. El interés de no repetir el curso, el criterio

---

(1) Véase cuadros de la memoria, la imaginación y el razonamiento.

más exacto de lo futuro, la vida apreciada del punto de vista de la necesidad, perspectivas sombrías ó risueñas vistas al través del caudal paterno, vuelve á estos jóvenes, característicos, ó indiferentes, ó fumistas (1) para establecer corrientes más ó menos simpáticas entre ellos y el superior. El soplón, exige al maestro, una adaptación especial de la vista para no ser víctima del que á toda costa quiere dar pruebas de no ser indolente ó apocado de espíritu. Juega toda clase de argucias para hacer bien un problema ó presentar un deber digno de una alabanza. Los astutos recurren al más inteligente y se apropian de su trabajo, unos con descaro, otros con disimulo; si se les manda al pizarrón, llevan apuntes donde menos se los imagina: en el libro de enunciados, en un papel de inofensivo aspecto, en la mano, en la uña... el refinamiento depende de la más ó menos perspicacia del maestro; artificios que no prevenidos á tiempo, por contagio, envician é infantilizan á todo el grado. El niño, con la idea imperativa de demostrar su pericia de aprovechado, no deja de levantar la mano; al preguntársele, da respuestas según la aceptación de las respuestas de sus compañeros acerca del mismo punto; ó la fina acuidad de su oído le permite, alentado por un rápido balance de las exteriorizaciones parásitas de los soplones, orientarse para no quedar mal conceptuado después de una contestación descabellada. El *tipo haragán*, tipo étnico (C. O. BUNGE) (2) que desde este grado se acentúa enérgicamente, obcecado, á veces, por la megalomanía y una tendencia irresistible al juego, taras probablemente, no muy distantes en la línea filogenética, que reviven al calor de cualquier psicosis transitoria, trata de pasar desapercibido, achicándose donde alguien pueda llamarlo al trabajo, escondiendo la cabeza tras las espaldas del compañero, llamando la atención lo menos posible ó, si este ardid no surte

---

(1) Clasificación INGEGNIEROS. Parte I del libro «Simulación de la Locura».

(2) C. O. BUNGE. «Nuestra América»

efecto, haciéndose fumista. El característico, á veces calmoso, á veces activo, domina á sus compañeros: es el más inteligente del grado ó el más impulsivo, juez y parte en todas las lides, solicitado en todas las dudas, meneur en buenos y malos actos, jefe de motín en la insubordinación, presidente en las reuniones, y su juicio requerido en toda clase de trabajos, suele concluir todas las disputas. *Nacido para rey*, forma ambiente y el ambiente lo eleva. La mujer es, por lo común, mimetista; nunca se eleva en brazos de la oposición sino á favor de la corriente más fuerte. Los estigmas hereditarios de orden ético, despuntan aquí y acentúan la tendencia natural de cada *yo*. El avaro y el pródigo, el sincero y el mentiroso, el pedante y el modesto, el leal y el hipócrita, el gracioso y el coquetón, el apático y el entusiasta, el envidioso y el generoso, el orgulloso y el servil, el ambicioso y el humilde son tipos, dentro de esta variadísima flora, extraños á los caracteres de raza y distinguidos con dificultad por rasgos fisiognómicos. Son individualidades que actúan sobre el medio escolar dándole alma y un colorido suigéneris, que repercute en todos los momentos de una lección.

Los indiferentes, amorfos (Ribot) ó filisteos (Nordau) equilibran la propulsión de los característicos como lastre de una clase á cuya gravedad amolda el maestro su enseñanza; constituyen el substrátum sobre el que viven y actúan los característicos á cuyo peso ceden siempre. No obstante, bajo la impresión de una enseñanza que revele, por sobre todo, la preparación del maestro y el deseo de que aprendan unos y otros, son capaces del mismo entusiasmo, sin que, después de esta breve cerebración colectiva, queden los mismos sedimentos en todos los espíritus. Los preludiadores del genio (característico mayores de Ingegnieros) ya notorios en este grado, elaboran ideas sintéticas maravillosas, conjugando las variadas y múltiples imágenes retenidas por una memoria privilegiada de concepto. Estas portentosas floraciones de la adolescencia, las frustra una dirección apática, rutinaria é infantil del enseñante, característico que no se prepara y se indiferentiza.

Se inicia una selección que analiza condiciones de otra categoría. En 1°, 2° y 3er grado, era la aptitud adquisitiva, evocadora y reproductriz de percepciones más ó menos complejas; en 4°, 5° y 6° es la aptitud razonativa y creadora de cuestiones más ó menos abstractas. Así como el atavismo étnico pesaba en aquéllos, en éstos pesa la psicopatía paterna. En adelante, del punto de vista de las ideas comunes adquiridas del ambiente no escolar, se definen dos categorías de alumnos: aquellos para quienes los factores físico, doméstico y social constituyen una escuela de útiles enseñanzas, y aquellos para quienes constituyen una escuela de ignorancia, maledicencia ó frivolidad. Hogares donde se hacen cuatro horas diarias de chisme y diatriba contribuyen con una instrucción negativa y peligrosa, á neutralizar los esfuerzos de la escuela; hogares donde se lee LA NACIÓN y libros de ciencia popular; donde se conversa á la mesa, de los acontecimientos políticos, geográficos y comerciales del día; donde las revistas no escasean, hay una biblioteca, se ocupa el tiempo en extender el campo del saber útil y no de la maledicencia; donde, en fin, la ignorancia vulgar no existe, contribuyen con una instrucción positiva y restauradora á facilitar los esfuerzos de la escuela. Así, preguntad á un grado el precio de la lana, cómo se la acondiciona, cuántas veces al año se esquila, donde se teje, el ancho y la profundidad del río que corre á unas cuantas cuadras de la población, el objeto de un Banco ó de una sociedad anónima, qué es una acción, un dividendo, un cheque, acerca de la guerra que acaba de estallar ó el descubrimiento que acaba de hacerse y otros conocimientos vulgares ó del día que hacen fecunda la labor del maestro dentro de una gran economía de tiempo, unos os responderán, otros, con la consiguiente admiración, del maestro poco experto en psicología humana, os mirarán interrogativamente como diciéndoos: ¿eso nos lo enseñasteis? Esta nueva faz de la preparación es un carácter marcadísimo de la mentalidad de los dos sexos. La niña es, por lo común, extraña á toda educación que no sea escolar, doméstica y social adaptada á sus tendencias maternas ó de parure (SPENCER). El varón, por lo contrario, es un admirable aprendiz en la gran escuela de la naturaleza. Uno y otro caso, exigen del maestro lecciones distintas, del punto de vista de la extensión.

Quinto y sexto grado. — Estos grados suele decirse, caracterizan la faz superior de la enseñanza primaria. Algo hay de cierto, porque, del punto de vista matemático. el ciclo de las operaciones concluye en 4° grado, el de las deducciones en problemas múltiplemente combinados, comienza en 5° para dar al raciocinio una robustez extraordinaria. No obstante, constituído el primero, por jóvenes de cuarto grado diversamente dirigidos, suele manifestarse desnivelado en cuanto á edad y preparación. La ley distingue tres categorías de escuelas: infantiles, elementales y graduadas, distribuídas en la proporción de 25, 5 y 1; la última forma 5° con alumnos reclutados en el 4° de las otras cinco.

Al comenzar el curso, se tropieza con aptitudes desarrolladas de diferente manera y nutridas hasta donde permite la habilidad de quien educa. Hay, por eso, jóvenes incapaces de atención: que adicionan quebrados sumando los denominadores; que escriben decimales de no más de dos cifras; que ignoran las formas complejas; que confunden las medidas cúbicas con las de superficie y longitud: que de todo poseen referencias indeterminadas, pocas veces exactas.

La orientación genésica despunta acompañada de crisis psicopáticas y fisiológicas que anuncian el período núbil. Entonces, el infantilismo reversivo estalla como una epidemia; la atención es tanto más penosa cuanto más abstracta y menos novelesca es la enseñanza; la megalomanía y el coquetismo se manifiesta en todas sus formas y donde la idea obsedante no encuentra ambiente propicio, se exterioriza la impavidez de los ojos y una necesidad de moverse, moverse para no permanecer fijo en un lugar. La epidemia, si no se la previene, de uno pasa á dos, se contagia y el grado se vuelve una gran familia de protestantes contra el trabajo, dispuestos á dar expansión á sus instintos atávicos con actos de indisciplina socializada. Cuando el mal avanza hasta ese punto, ningún esfuerzo que no venga de la acción amable ó enérgica de un profesor de bien cimentada autoridad, constante y metódica, dará otro cauce al espíritu de sus alumnos, segregando aquel elemento alrededor del que se coloniza el grado. Sin estas perturbaciones, la marcha es tranquila y el maestro dispone rápidamente las inteligencias para la enseñanza provechosa y fortificante de un período que penetrando los misterios de la vida, prepara para afrontarla con las armas de un criterio cultivado.

La actitud de los alumnos es menos receptiva y más reproductora; la *self activity* se la somete á constantes pruebas de examen, se acumulan dificultades para que las venza, allanándolas el maestro en contados casos. La habilidad del educacionista no consiste tanto en hacer una explicación rigurosamente metódica como en no agotar la poderosa energía néurica de sus discípulos, infantilizando la enseñanza, dando á lo pueril las proyecciones de lo trascendental, tratando lo insignificante con la solemnidad de lo grande. Hacer del interés seis casos, detenerse en cada uno cual si constituyera un capítulo de Aritmética, volver á los quebrados dentro de las formas simples, generalizar excepcionalmente, mantener el curso á la capa temiendo al avance, es arruinarlo. No hay, entonces, sino un quinto grado nominal.

El 6° grado, en otras naciones el 7° ó el 8°, cierra el ciclo de la instrucción primaria. A él llegan jóvenes que resistieron todas las pruebas de selección á que fueron sometidos en 1°, 2°, 3°, 4° y 5° grado. La edad varía de 12 á 18 años, las aptitudes ofrecen un mismo grado de desarrollo, las condiciones necesarias para emprender un estudio razonado y abstracto del ciclo secundario. De aquí, que sea erróneo pretender una edad fija entre dos ciclos, cuando la escuela, cuya acción no es forzada, pone de manifiesto hechos diferentes, inteligencias tempranas é inteligencias tardías, que alcanzan la misma potencia analítica, la misma fuerza de integración á edades diferentes. Acierta toda ley de enseñanza que divide los conocimientos en ciclos, como sostuvimos en la Conferencia Nacional de profesores, convocada en 1902 por el Ministro de Instrucción Pública, sin que la edad intervenga como factor determinante para detener al niño en un curso si la madurez de su cerebro indica que la hora de darle otra orientación ha sonado, ó no ha sonado si la actividad sinérgica de sus centros no responde al coeficiente de reacción que necesita para no hallarse extrañado en ambientes escolares que se los ha pervertido á menudo, primarizándolos.

El tema constante de las lecciones de 6° grado, es la *serie sintética de ejercicios y problemas,* entre ellos, el mayor número de típicos; los alumnos poseen conocimientos para resolverla, pero que posiblemente no dominan. El problema, al evocarlos por necesidad durante la solución, los fija; ese esfuerzo personal sobre los detalles, da á la aptitud proyecciones tales que los tiempos se acortan y la positividad aumenta con maravillosa rapidez.

El carácter de las lecciones es de examen, (aprendizaje por el examen) más que de explicación. Los conocimientos nuevos, se transmiten circunstancialmente nunca en época fija. El alumno, verbigracia, aprende la simplificación de $\frac{10^5}{5^3}$ el día que el libro de ejercicios y problemas, presente el caso. Entonces la lección, dejando los demás problemas de la serie, hace tema de la multiplicación y división de las potencias á base constante; el éxito de este procedimiento, durante cuatro años, ha sido asombroso; tanta ejercitación en las formas sintéticas, da á los cerebros una robustez tal, tal fuerza de comprensión, dominio tal de los detalles, que los peligros de la infantilización se alejan para siempre, y para siempre aquellos casos paradojales de niños que olvidan la suma de quebrados, que escriben mal una cantidad, que reducen las medidas cúbicas como las lineales, que se acollonan delante de una fracción compleja, que no resuelven sino problemas á condiciones explícitas de dos combinaciones y que creen haber traspuesto el Himalaya cuando llegan á comprender un problema que juzgaron difícil, después de dos lecciones empleadas por el maestro en explicarlo.

Porque hay, vuelvo á repetirlo, maestros dominados por el espíritu de grandeza, que dan trascendencia monumental á lo pueril, y tal vez comienzan por: *lo que voy á enseñar á Vds. es difícil, presten atención.* En mi cuaderno de apuntes del año 1897, tengo anotado un caso típico de aparatosidad: un problema de proporciones compuestas (no las habíamos suprimido entonces) ocupó durante una semana á los alumnos de todo el grado, porque la forma adoptada para resolverlo era social, cada uno aportaba su grano de observaciones y pareceres, pero, en resumidas cuentas era el maestro que enseñaba á dosis homeopáticas, satisfecho, luego, de que sus educandos repitiesen el análisis como cosa propia. ¡ Resolvían problemas de la regla de tres compuesta!

Este grado, al que los niños llegan curados de la crisis que se anunciara en 4° por la pereza epidémica, la megalomanía, una irresistible tendencia al juego y al ambulismo (vagabundaje), pierde el hábito de la atención si no es dirigido por un luminoso característico; si se da una enseñanza estrecha, si el maestro no exterioriza en todos los momentos, una vasta ilustración, si ajusta sus éxitos al esfuerzo de la preparación hecha sobre un texto; la trivialidad, los titubeos, la distribución irregular de las preguntas, la voz débil de profesor y alumnos, lecciones sin sujetarse al horario, ideas sin proyecciones; la despreocupación, ostentada en deseos mal contenidos de concluir, ó en el desorden con que se hacen todas las cosas, hasta el punto de preguntar á la clase *¿qué tenemos para hoy?;* la falta de color, de novedad, de coherencia y de entusiasmo repercute desastrosamente en el espíritu general de la clase, de la que se apodera un tedio irrespetuoso que se tratará inútilmente de impedir que crezca con amonestaciones y griterías. La disciplina, consecuencia de la buena enseñanza, es la atención que el niño presta á las explicaciones. Por eso, obtener quietud, buena postura, silencio, modales urbanos, limpieza, ademanes correctos, es formar el hábito de la atención, á la que es directamente proporcional el aprendizaje. Después, estímulos; los estímulos son muchos; desde luego, el alma del maestro en el alma de cada niño; un alma febril para que la de los alumnos sea también febril á cuyo estado llega cuando del punto de vista de su mayor generalización, se domina la asignatura y se sabe el procedimiento corto y ameno para enseñarla en consonancia con el conocimiento que se tiene de cada educando, cuando en todo lugar y tiempo la vista y el pensamiento está en cada alumno, de cada alumno se sabe lo que aprende y lo que elabora, sin, empero, dirigirse más á uno que á otro. Es afligente la situación creada por profesores que toman asiento en un banco desocupado; que desde allí, casi ocultos, de espaldas á la clase ó de flanco sobre el pupitre, interrogan flemáticamente á jóvenes que no ven; que permiten á sus alumnos, libertades, en apariencia, de muy sanas intenciones, como que en efecto, la confianza nunca llega hasta el recíproco tuteo ó ché; que permiten hablar y pedir el lápiz, la goma, el cuaderno porque lo necesitan, sin previa autorización, mientras se está dando la clase. Es cierto, no incomodan, hay una admirable familiaridad entre quien enseña y quien aprende. Pero el alumno, indefectiblemente, se acostumbra al derecho de distraerse el momento que lo creyere oportuno, sin ser incómodo, desde que para ello basta no gritar; toma tan á pecho su papel de persona grande que no comete nunca actos que le rebajen; entonces es necesario dar lecciones de tal manera interesantes que hagan imposible el espontáneo ejercicio del derecho á la distracción. Pero, ¡lecciones modelos!; semejante propósito es la eterna quimera de la pedagogía. Luego, debe recurrirse al artificio; el discípulo no debe tener atribuciones de maestro. El respeto recíproco cuando no se lo ha impuesto contundentemente, es el poderoso cimentador de la atención. A los 14 años se está en condiciones de distinguir al ignorante del sabio y se es capaz de sentir el respeto que necesariamente impone el talento; el talento es una garantía de primer orden, al frente de un sexto grado. La infantilización, comienza por ese contagio de la indiferencia que produce la masa de los alumnos amorfos dirigida por un mal característico, incapaz de una fuerte corriente excitadora que vuelva activas las fuerzas latentes de cada cerebro.

A veces, se comete el ingenuo error de creer á todos los alumnos iguales, de referirlos todos á un tipo creado por la imaginación del que ve todas las cosas desde la silla del gabinete: no pueden sino resultar conceptos falsos, falsas intuiciones acerca de la muchedumbre estudiantil.

La posibilidad de una escuela de niños atentos, formales, respetuosos, obedientes, susceptibles de todos los aprendizajes, ávidos de aprender; que al dejar el aula, en los patios, en la calle ó en sus casas han de conversar del conocimiento adquirido horas antes, ó discutir una cuestión á tratarse horas después; de niños jamás enfermos, siempre sonrosados, extraños al calor, al frío, al viento norte, á las calmas que preceden á la tempestad, á los acontecimientos del hogar y de la población, á las crisis periódicas de la adolescencia, al espíritu de la raza que empuja ó detiene, sólo puede suponerla un maestro que ignora los principios elementales de la fisiología, que atravesó las aulas con los ojos vendados, que nunca quiso comprender el significado de las manifestaciones varias de 40 niños, excitados por una misma pregunta, por un mismo objeto; que nos habla de las cosas humanas desde las nubes. Desgraciadamente, abundan estos comentadores de escuelas ideales para quienes ni siquiera hay rostros diferentes; para quienes el educando es siempre inteligente, sumiso y trabajador, á quien basta una indicación tan solo, para que se lance sin mayores estímulos, briosamente por la vía del perfeccionamiento, desde que comprende que por allí se asciende la empinada falda, por allí se va, seguro, á la conquista del premio. Alma buena por excelencia, meritorio, acreedor á nuestros respetos, interesado en el por qué de las cosas, él mismo indica nuestro programa, él mismo nuestros métodos, él mismo, ya no nuestro alumno sino nuestro compañero, se empeña en que los buenos propósitos triunfen; nunca una mueca indiscreta desprestigia su dignidad de perfecto caballero; fermenta en nuestras manos, una colección de sabios, moralistas y superhombres. Pero la realidad es otra; tan bellas cualidades las ofrecen especímenes rarísimos que el ambiente aplasta ó adapta. Triunfan cuando circunstancias combinadas del individuo, el hogar y la escuela favorecen una voluntad elástica para resistir los choques y volver á su primer posición. Concebir una colectividad con las filiaciones físico-morales de un individuo, es un error sobre todo en nuestra heterogénea América, que lleva derecho al fracaso.

Volviendo á nuestro programa, de complejidad aparente en presencia de los resultados, afirmamos sin recelo, que puede haber incapacidad en los maestros para desarrollarlo, pero no en los alumnos para aprenderlo.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA.

CAPÍTULO II

ESPÍRITU DE LA MATEMÁTICA.

CAPÍTULO III

PSICOLOGÍA.

El proceso matemático del punto de vista fisiológico.

CAPÍTULO IV

El proceso matemático del punto de vista experimental.

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN.

Observaciones psicológicas de carácter colectivo.

CAPÍTULO VI

ESTÉTICA DE LA MATEMÁTICA.

Páginas

CAPÍTULO VII

EDAD Y TIEMPO.

CAPÍTULO VIII

RASGOS PSICO-MORALES COLECTIVOS.