RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTE' LE PRIX

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
Depuis leurs fondation jusqu'a present.

Avec quelques pieces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

TOME PREMIER.

Qui contient les Pieces depuis 1720 *jusqu'en* 1727.

A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

CATALOGUE
des Ouvrages contenus dans ce Recueil.

VI. Traité des petits tourbillons de la matiere ſubtile ; pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, & d'éclairciſſement à la Piece precédente, qui a remporté le Prix en 1726. par le même Auteur, *60. pages.*

VII. Diſcours ſur les loix de la communication du mouvement, qui a merité l'éloge de l'Academie Royale des Sciences, & qui a concouru aux Prix des années 1724. & 1726. par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle. 110. *pages & 5. planches qui ſortent.*

VIII. De la Mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a remporté le prix de l'Academie Royale des Sciences, l'année 1727. Par M. Bouguer Profeſſeur Royal en Hydrographie au Croiſic & Membre de l'Academie de Bordeaux, qui a remporté le Prix en 1730. *le tout en 164. pages & 5. planches gravées en taille douce.*

IX. *Meditationes ſuper problemate nautico de implantatione malorum quæ proximè acceſſere ad præmium anno* 1727. 48 pag. *cum duobus tabulis æneis, cælo inciſis.*

X. De la mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a concouru au Prix de l'année 1727. par M. Camus. 65. *pages & 3. planches.*

XI. *De cauſa gravitatis phyſica generali diſquiſitio experimentalis, quæ præmium à Regia Scientiarum Academia, anno* 1728. *retulit auctore Georg. Bernh. Bulffinger, Phyſicæ experimentalis, & Theoreticæ Profeſſ. Petropoli.* 40. pag. *cum duobus tabulis aquâ forti inciſis.*

XII. De la méthode d'obſerver exactement ſur Mer la hauteur des Aſtres : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1729. par M. Bouguer Profeſſeur en Hydrographie au Croiſic, & qui a remporté le Prix en 1727. *pages 72. avec deux planches qui ſortent.*

XIII. Nouvelles penſées ſur le Syſtême de M. Deſcartes, & la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1730. Par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle.

CATALOGUE

Des Ouvrages contenus dans ce Premier Volume.

Avis au Relieur.

Les vingt-huit planches de ce Recueil se plient chacune en trois, de maniere qu'elles puissent se tirer hors du livre; elles se placent à la fin de chaque piece, selon l'ordre suivant.

Tome Premier.

PIECES

QUI ONT REMPORTÉ
LES DEUX PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Proposés pour l'année mil sept cens vingt, selon la fondation faite par feu M. Roüillé de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.

A PARIS, rue saint Jacques,
Chez Claude Jombert, au coin de la rue des Maturins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DCC. XXI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'Academie avertit le Public pour toujours, en lui donnant les Pieces qui ont remporté les deux Prix, qu'elle n'en prétend adopter ni les idées, ni les opinions, ni les inventions. Elle n'a fait que les préferer aux autres Ouvrages qu'elle avoit entre les mains.

L'Ouvrage qui a remporté le premier Prix, est de M. DE CROUSAZ, Professeur en Philosophie & en Mathematique dans l'Academie de Lausane.

Et celui qui a remporté le second, est de M. MASSY.

DISCOURS
SUR LE PRINCIPE, LA NATURE,
ET LA
COMMUNICATION DU MOUVEMENT.

JE me represente un Physicien comme un homme qui veut faire essai de ses forces, & voir s'il pourroit venir à bout de comprendre comment sont faits les corps qui l'environnent, & de se former des idées justes de la maniere dont ils agissent sur lui, & de celles dont ils agissent les uns sur les autres.

On peut bien donner des noms à des causes que l'on cherche encore, & à des proprietés que l'on ne connoît pas distinctement, & dont on ignore les raisons, tout comme l'on designe en Algebre les quantités qui sont encore inconnues : mais il faut bien prendre garde qu'à force de manier ces signes, & de se rendre ces noms familiers, on ne vienne à se flater de connoître ſuffiſamment les choſes mêmes qu'on s'eſt accoutumé à indiquer par ces expreſſions ; car il peut aiſement arriver qu'on les croye enfin telles qu'on a trouvé à propos de les ſupoſer, & qu'on ſe permette de n'être point difficile ſur des principes dont la ſimplicité & la ſechereſſe eſt ordinairement peu attraïante, pour ſe livrer au plaiſir d'en tirer des conſequences qui ſurprennent, & par là charment d'autant plus qu'on s'atendoit moins à les voir naître ; de ſorte que ſouvent l'obſcurité même des principes ſert à relever le prix des conſequences. On la reſpecte comme une obſcurité ſacrée ; & c'eſt beaucoup ſi l'on ne regarde pas comme de petits genies, que la moindre difficulté arrête ceux qui, ſous prétexte qu'ils ne peuvent pas s'en former d'idées, refuſent de recevoir des principes d'où l'on tire de ſi riches concluſions. Mais je veux que ces principes fuſſent capables de produire tous les effets merveilleux qu'on leur attribue, s'il étoit vrai qu'ils exiſtaſſent eux-mêmes ; peut-être qu'ils n'exiſtent point, & que ces effets ſont dûs à de tout autres cauſes. J'aime donc mieux chercher juſqu'à ce que je comprenne, que de m'arrêter à ce que je n'entens pas.

On ſçait qu'Ariſtote s'étoit ſouvent borné à inventer de nouveaux mots, pour exprimer ce qu'il n'entendoit pas ; & il ſemble qu'il s'étoit moins propoſé d'enrichir ſon entendement de nouvelles lumieres, que la langue Greque de nouveaux termes. Il vouloit pouvoir parler & paroître parler ſavamment, de ce ſur quoi le commun des hommes étoit obligé de ſe taire, faute d'expreſſions auſſi-bien que d'idées.

L'autorité de ce Philoſophe avoit établi dans les Ecoles le goût de l'obſcurité. Il y regnoit depuis long-tems. A la fin il arriva au Peripatetiſme, ce qui arrive à la tyrannie : quand elle eſt parvenue à un certain point, on ne peut plus la ſuporter. Deſcartes leva l'étendart de la liberté ; on lut ſes Ouvrages, & on connut en les liſant un plaisir nouveau, celui de voir. Dès-là on conçut du mépris pour les mots ausquels on ne savoit pas substituer des idées. Mais en matiere de Science, comme en matiere de Gouvernement, bien des gens se lassent de la liberté ; on aime à se faire des Maîtres ; on se regarde comme ayant quelque part à la gloire d'un grand Nom, dès qu'on s'y interesse avec beaucoup de zele. L'obscurité des principes cesse de faire de la peine dès qu'on est résolu de voir par les yeux des autres, & de respecter leur autorité ; on les leur passe avec la même facilité que leurs experiences, qui sont aussi une espece de principes, & que l'on ne se donne pas la peine de revoir après eux. On se hâte d'arriver aux consequences qu'ils en tirent, & c'est pour elles qu'on reserve son attention, parce qu'étant fort composées, on se fait d'autant plus de merite de les entendre, qu'il est plus difficile d'en venir à bout.

Les Auteurs de Systêmes, las eux-mêmes de chercher, se laissent enfin aller à la tentation de suposer : ils font essai d'un principe, ils en tirent une consequence ; de celle-ci une seconde, de la seconde une troisiéme. Cette fecondité les charme ; ils ne peuvent se résoudre à soupçonner d'erreur un principe qui leur fait tant de plaisir, & qui les enrichit de tant de connoissances ; ils ne sont en peine que d'en profiter, de bien lier leurs consequences, & de mettre celui qui en a reconnu une, dans la necessité de reconnoître les autres.

Cependant ce ne sont que des verités hypotetiques ; elles ont beau être liées necessairement l'une à l'autre ; si leur premier principe est incertain, il est vrai de dire qu'elles sont incertaines ; & si ce principe est faux, toutes les propositions qui en sont des suites, sont elles-mêmes autant d'erreurs.

On voit une infinité de gens qui prononcent décisivement sur ce qu'ils n'entendent pas. Dans l'enfance on se rend aisement à leur autorité, & on les croit sur leur parole. On accoutume encore les enfans dans les Ecoles, quoique dans les unes moins que dans les autres, à se charger la memoire de ce qu'ils n'entendent point. A force de se le rendre familier, ils viennent à croire, sans lumiere & sans preuve, ce qu'on leur donne pour des verités. Il n'y a peut-être point d'homme assez heureux pour ne s'être pas familiarisé avec l'obscurité, & pour n'avoir conservé aucun des préjugés de l'enfance ou de l'école. Je serai en garde contre une faute, par l'observation de laquelle je viens de debuter, & je ferai mon possible pour ne rien dire que je n'entende.

Quel est le principe du Mouvement.

Le Mouvement à une cause.

JE vois des corps en repos après les avoir aperçûs en mouvement, & j'en vois qui se meuvent après avoir été en repos. Dès-là je conclus que le corps est indifferent de sa nature, à l'un ou à l'autre de ces états, ou du moins qu'il est susceptible de l'un ou de l'autre. Or tout ce qui peut être & n'être pas, doit avoir été déterminé par quelque cause à être plutôt qu'à n'être pas; & ce qui peut exister de deux manieres, doit avoir été déterminé par quelque cause à exister d'une façon plutôt que de l'autre.

Aujourd'hui nous voyons qu'un corps qui est en repos, se met en mouvement en suite de l'impulsion qu'il reçoit d'un autre; mais comme celui-ci avoit peut-être déja été en repos avant que d'être en mouvement, & que certainement il est susceptible de l'état où nous ne le voyons pas autant que de celui où nous le voyons, il est naturel, & il est conforme à la raison, de demander d'où vient qu'il est lui-même en mouvement, & qu'il en pousse un autre.

On n'échaperoit pas en fuyant, pour ainsi dire, dans l'obscurité de l'infini, & en disant que peut-être y a-t-il eu de toute éternité quelques corps en mouvement.

En vain, dis-je, on chercheroit à éluder la queſtion par cette défaite ; on y ſeroit aiſement ramené ; car puiſqu'il n'y a aucun corps dont la nature ſoit incompatible avec l'état de repos, & que nous ſommes forcés de reconnoître que le corps le plus agité pouroit conſerver ſon exiſtence, & ſa nature de corps toute entiere, en perdant ſon mouvement, nous ſommes forcés d'avoüer qu'il n'y a aucun corps qui n'ait pû être éternellement en repos, au cas qu'il nous plaiſe de ſupoſer la matiere éternelle, & il faudra toujours convenir que quelque cauſe éternelle a dû déterminer à être en mouvement ce qui pouvoit être éternellement en repos ; car comme aujourd'hui un corps en repos ne tire pas ſon mouvement de lui-même, mais le reçoit de l'efficace d'une cauſe qui lui eſt exterieure ; auſſi un corps éternel, ſupoſé qu'il y en puiſſe avoir, & qu'il y en ait eu, n'auroit pas tiré ſon mouvement éternel de ſa nature, ſuſceptible d'un éternel repos, comme d'un éternel mouvement ; mais il l'auroit reçu de l'impreſſion éternelle d'une cauſe differente de lui.

Si l'on eſſayoit d'éluder le raiſonnement que je viens de faire, en diſant que comme la matiere a exiſté éternellement, & par conſequent n'a point de cauſe ; il en eſt de même du mouvement qu'on ſe donnera la liberté de ſuppoſer éternel, comme la matiere. Je répondrois que rien ne peut être éternel, & ſans cauſe, que ce qui exiſte neceſſairement ; car ce qui eſt éternel, mais qui auroit pû ne l'être pas, devroit tenir ſon exiſtence d'un cauſe éternelle qui l'eût produit de toute éternité. Or ſi l'exiſtence du mouvement étoit neceſſaire, ſi des corps éternels ont été éternellement en mouvement, parce que c'étoit une neceſſité qu'ils le fuſſent, ils le ſeroient encore ; & un corps à qui le mouvement a été une fois ſi eſſentiel, qu'il lui a appartenu neceſſairement, & éternellement, ne l'auroit jamais perdu. Cependant les corps qui se meuvent, perdent de leur mouvement à mesure qu'ils en donnent aux autres.

Si quelques-uns des corps qui composent l'Univers ont eu un mouvement éternel, l'ont-ils eu necessairement ou par hazard? Etoient-ils tels qu'ils ne pussent être sans mouvement, ou pouvoient-ils aussi être en repos? Dira-t-on que le hazard en a décidé, & que par là seulement un corps qui auroit pû être éternellement en repos, a été dans un mouvement éternel?

Si on aime mieux regarder les mouvemens éternels, comme des mouvemens d'une existence necessaire, d'où vient qu'un corps, après s'être mû éternellement, est venu à perdre une partie de son mouvement, ou à le perdre tout entier?

Il y a plus, les corps dont les mouvemens sont suposés éternels, se sont-ils mûs éternellement sans en point recontrer, & sans en point pousser? N'est-ce qu'après une éternité que leur mouvement a éprouvé des chocs & des diminutions? Ou ont-ils eu éternellement quelques corps dans leur voisinage? Si cela est, un corps éternel en aura éternellement poussé d'autres, & de toute éternité il aura eu du mouvement, & en aura perdu; & cependant celui qu'il aura perdu, il l'avoit avant que de le perdre. Ainsi plus l'on s'obstine dans l'hypothese d'un mouvement éternel, plus l'on s'enfonce dans des contradictions.

Il ne faut pas se laisser éblouïr par ce qu'offriroit de commode la suposition de quelques corps à qui le *mouvement* seroit *essentiel*, comme le repos aux autres. Ceux-là, diroit-on, ne le perdroient jamais, mais le conserveroient toujours tout entier, quoiqu'ils parussent en perdre une partie lorsque les effets de leur activité seroient ralentis par les masses qu'ils seroient obligés de porter avec eux; comme l'activité d'un cheval paroît ralentie par le poids dont il est chargé, quoique sans devenir plus grande, & sans recevoir aucun accroisse-

ment

ment, elle le fera avancer d'avantage dès qu'on aura diminué la charge qui la retardoit.

Pour répondre, je n'ai pas besoin de faire remarquer la difference qu'il y a entre un corps organique composé d'une infinité de ressorts, & de machines de toutes especes, dont le jeu est entretenu par le sang qui y circule, par la fermentation de mille sucs, par l'air que respirent les animaux, &c. & un corps simple à qui aucune cause interieure non plus qu'exterieure ne rend le mouvement qu'il perd à la rencontre de ceux qu'il fait mouvoir. Je ne combatrai pas non plus cette suposition par son obscurité, & par la difficulté qu'on éprouve ou plutôt par l'impuissance où l'on est de se former une idée d'un corps doüé d'un mouvement essentiel & imperdable. Il me suffit de faire voir que cette hypothese ne répond pas aux phenomenes du mouvement.

Quand un corps en choque un autre, il faudroit, selon ce systême, qu'une partie des corpuscules qui sont essentiellement mobiles, passassent du premier dans le second, & que chaque corps s'avançât à proportion de la quantité des corpuscules qui le porteroient en avant. Mais d'où vient qu'un corps n'en chasse un autre que dés qu'il vient à le toucher ? Doù vient que ces corpuscules si mobiles ne s'échapent pas du premier pour passer dans le second, à quelque proximité qu'il en soit à moins qu'il ne le touche ? L'air leur laisse un chemin trés libre ; cependant ils n'y passent point.

Dira-t'on que ces corpuscules, sources & sujets propres de tous les mouvemens, ne se détachent d'une masse, où ils sont une fois nichés, qu'à proportion des obstacles qu'une autre fait à la continuation de leur route ? Mais d'où vient qu'il en passe tout autant d'une boule dans une autre, quoiqu'elles ne se touchent qu'en un point, qu'il en passeroit d'un cube dans l'autre, s'ils étoient de même poids que les boules, quoique la surface de l'un s'aplique sur toute la surface de l'autre ?

Il faut qu'ils ſe dégagent bien aiſément, & il faut leur attribuer une ſinguliere dexterité, & une eſpece d'intelligence & de conduite pour quiter ainſi toutes les parties de la boule où ils ſont répandus, & en ſortir tout à la fois par le ſeul point du contact, ou pour s'échaper par des lignes paralleles au diametre qui paſſe par ce point, traverſer l'air, où ils n'avoient garde de s'échaper ſans cela, & ſe rendre dans la même boule où ſe ſont rendus ceux qui ont defilé parle point du contact, s'y arrêter enfin & s'y nicher juſques à ce qu'une occaſion ſemblable les avertiſſe de ſe ſéparer.

Le feu de la poudre contient une prodigieuſe quantité de ces corpuſcules mobiles : ils ſe repandent dans l'air en un moment avec une extrême promtitude. Doù vient qu'ils n'y paſſent pas à beaucoup près ſi vîte dès qu'ils ſont entrés une fois dans la bale ? Il y en entre plus quand la charge du fuſil eſt groſſe que quand elle eſt petite : Ils n'y entrent pourtant pas tous dans ce dernier cas ; d'où vient qu'il n'y en entre pas autant qu'elle en peut contenir ? Dou vient qu'il en entre moins dans une bale de bois ou dans une bale de metal creuſe que dans une bale ſolide ? Eſt-ce qu'il n'y a pas aſſés de pores pour les contenir ; ou ſi quand les pores ſont trop ouverts ils s'échapent des petits pores qui ſont dans les particules ſolides, pour paſſer dans les grands pores, que ces parties laiſſent entr'elles, & de là ſe diſſiper ? Si cela eſt, doù vient qu'ils ne ſe diſſipent pas incontinent des pores d'une boule ſolide dans l'air qui l'environne ?

On ne peut pas faire retomber les Queſtions que nous venons de faire ſur la cauſe premiere elle-même de tout mouvement. On ne peut pas dire que pouvant être & n'être pas, il faut qu'il y ait eu une cauſe qui l'ait déterminé à être plutôt qu'à n'être pas Ce langage ne ſignifie rien : On ne ſçauroit chercher une telle cauſe ſans extravagance, ni la ſupoſer ſans contradiction. On ne ſçauroit ſupoſer un être abſolument parfait comme capable d'exiſter, mais n'exiſtant pas encore, ſans ſe contredire ; car ce qui eſt neceſſairement & ce qui eſt ſi réel qu'il implique contradiction qu'il ne ſoit pas, eſt ſans contredit plus parfait que ce qui eſt, mais qui auroit pû n'être pas.

Il y a plus : Si l'être abſolument parfait n'exiſtoit pas actuellement, il ſeroit impoſſible qu'il exiſtât jamais ; car ce qui le détermineroit à exiſter ſeroit plus parfait que lui, & outre la puiſſance il auroit l'éternité, & par conſequent une réalité infinie de plus que lui.

Quand nous parlons de l'être abſolument infini, ou abſolument parfait, ſi nous voulons penſer conformément à nos expreſſions, nous nous rendrons atentifs à l'idée de l'être, & nous nous abſtiendrons de le borner à la poſſibilité & d'en exclure l'exiſtence actuelle, l'exiſtence éternelle, l'exiſtence neceſſaire.

Quand on va à la recherche des premiers principes, c'eſt une neceſſité de ſe rendre attentif à des idées un peu Metaphyſiques : Ces idées ſont ordinairement ſuſpectes, & j'avouë que ce n'eſt pas ſans fondement. On abuſe aiſément de la Metaphyſique, parce que comme ſes idées ne frapent pas l'imagination, on s'accoûtume à ne s'y rendre pas attentif, & par là on s'accoûtume à ne mettre pas ſur cette matiere une aſſés grande difference entre les mots qui ſignifient & ceux qui ne ſignifient pas ; on n'eſt pas aſſés circonſpect & aſſés exact à diſcerner ceux dont on a fait une juſte aplication d'avec ceux qu'on aplique à des ſujets auſquels ils ne conviennent pas.

Mais pourvû qu'on uſe d'atention & de diſcernement, on peut faire des demonſtrations Metaphyſiques auſſi ſures que les demonſtrations Mathematiques. La verité de celles-ci ne depend pas de ce qui s'offre aux yeux ; car ſi cela étoit, elles n'établiroient que des verités particulieres, au lieu qu'elles roulent ſur des verités très universelles, dont ce qu'on a sous les yeux n'est qu'un exemple particulier. Il faut pour entrer dans la force d'une demonstration s'assurer que tout ce qui est vrai de ce qu'on a sous les yeux, est vrai de l'idée generale dont cet objet determiné n'est qu'une aplication.

Et pour ce qui est des impressions qui se font sur nos sens, & qu on regarde comme l'unique fondement des idées Physiques, elles n'établissent point nôtre certitude seules & par elles-mêmes : Ce n'est pas precisément parce qu'il s'excite en nous des sensations de couleurs, de sons, &c. que je puis conclure qu'au dehors de nous existent des corps qui les causent ; chacun sçait qu'il faut raisonner & profiter des idées de l'entendement pour démontrer cette consequence, & pour faire passer en certitude les raports de nos sens.

La connoissance de la nature du corps, conduit à celle de la nature du mouvemét, & à la découverte de son origine.

Plus on connoîtra distinctement la nature du corps, plus on s'assurera qu'il faut chercher hors du corps la cause premiere de son mouvement. Deplus, le mouvement étant une maniere d'être du corps, mieux nous connoîtrons ce que le corps est, moins nous courons risque de nous tromper en lui assignant des attributs qui ne lui conviendroient pas ; de sorte que pour établir la nature & l'origine du mouvement, je débute par déterminer la nature du corps, qui en est le sujet.

Il faut convenir que l'étenduë est une substance, puisque la définition de la substance lui convient tout-à-fait ; il n'y a point de caractere plus sûr, ni de voye plus naturelle pour en décider : On conçoit que l'étenduë a une existence qui lui est propre, une existence à part, qui n'est l'existence d'aucune autre chose ; c'est ce qu'on ne concevroit point, si elle étoit le mode, l'attribut, la maniere d'être d'une autre substance.

L'étenduë étant une substance, l'étenduë & la substance étenduë sont des termes synonymes ; il ne faut point chercher dans l'étenduë une substance differente d'elle, non plus qu'on ne cherche point dans le triangle une figure differente de lui, quand on le définit par une figure triangulaire ; car quelle eſt cette figure, ſi ce n'eſt le triangle même ? Ainſi quand on définit le corps une ſubſtance étenduë, quelle eſt cette ſubſtance ? c'eſt l'étenduë même.

S'il y avoit dans les ſimples corps, dans une pierre, par exemple, une ſubſtance differente de l'étenduë, on ſe ſeroit trompé en regardant cette pierre, comme n'ayant d'autre ſubſtance que ſon étenduë, de la même maniere qu'on ſe tromperoit en regardant un animal de quelque eſpece juſqu'ici inconnuë, & que l'on prendroit pour un animal brute, quoiqu'il eût une ame ſemblable à celle de l'homme. En ce cas il y auroit dans cette pierre une ſubſtance differente de l'étenduë, & dans cette enceinte, où nous ne ſupoſions qu'une ſeule ſubſtance, il y en auroit deux ; mais l'étenduë en ſeroit toûjours une.

De plus, cette ſubſtance prétenduë du corps eſt-elle étenduë, ou ne l'eſt elle pas ? ſi elle eſt étenduë, ſon étenduë differente de celle que nous voyons & que nous connoiſſons, cette étenduë inconnuë eſt-elle une ſubſtance, ou encore attribut d'une autre ſubſtance ? s'ils diſent qu'elle eſt ſubſtance ; l'étenduë peut donc être ſubſtance, & tout ce qu'ils objectent contre celle que nous connoiſſons retombe ſur celle que nous ne connoiſſons pas qui étant étenduë ſera diviſible, & étant étenduë finie, ſera figurée comme celle que nous connoiſſons.

Diront ils qu'elle n'eſt pas ſubſtance, mais attribut d'une ſubſtance ? Voila donc deux attributs étendus, le connu & l'inconnu, & par là encore on n'avance rien, car je réïtere la même queſtion ſur la ſubſtance dont l'étenduë inconnuë ſeroit un attribut plus immediat que la connuë.

S'ils répondent qu'ils n'en ſçavent rien, & qu'ils n'en peuvent rien ſçavoir, puiſqu'ils n'en ont aucune idée ;

je crois qu'ils parlent comme ils pensent, mais par là ils ne levent point la difficulté.

Ils peuvent ignorer si elle est étenduë ou non étenduë, mais ils ne peuvent pas ignorer qu'elle est necessairement l'un ou l'autre; vous voyés un homme de loin & dans l'obscurité : je vous demande s'il est de vôtre connoissance ? vous répondez que vous n'en sçavez rien, & vous avez raison de répondre ainsi, car vous ne l'apercevés pas assez distinctement pour en décider. Mais si je vous demande, n'est-il pas vrai ou que vous l'avez vû ci devant, ou que vous ne l'avez jamais vû, ou que vous en sçavez le nom, ou que vous ne le sçavez pas ? vous ne sçauriez disconvenir qu'un des deux ne soit vrai. De même s'il y avoit dans le corps une substance differente de l'étenduë que nous voyons une, de ces deux propositions seroit vraie, *cette substance est étenduë*, *cette substance n'est pas étenduë*; car tout ce qui est du rang des choses étenduës, ne l'est pas des non étenduës, & reciproquement.

Or j'ai déja prouvé qu'on ne peut pas dire dans le sistéme que je combats, qu'elle soit étenduë; si donc je prouve encore qu'il n'est pas permis de la suposer non étenduë, il faudra tomber d'accord qu'il n'est du tout pas permis de la suposer, & que c'est une chimere; cette derniere partie est facile à prouver. Ce qui n'est point étendu ne peut pas être le sujet dans lequel l'étenduë subsiste; la substance dont l'étenduë est un des attributs, existe d'une maniere étenduë, puisque l'étenduë est une de ses manieres d'être un de ses états: Or être dans un état étendu, exister d'une maniere étenduë, c'est être étendu, ou c'est être de l'étendue.

La figure est un attribut de l'étendue, c'est l'étendue même en tant que terminée; le mouvement est un attribut de l'étendue, & c'est l'étendue même en tant que changeant de place. Quelle plus grande difference qu'entre ce qui est étendu & ce qui ne l'est pas ? si la ſubſtance du corps n'eſt pas étendue, l'étendue ſon premier attribut ſera infiniment different de ſa ſubſtance. L'étenduë d'un corps pourroit donc tout au plus être regardée comme quelque choſe d'apartenant à une ſubſtance, comme quelque choſe ſur quoi une ſubſtance non étendue auroit quelque pouvoir; mais en la concevant ainſi, on la concevroit comme une ſubſtance dépendante d'une autre differente d'elle.

Mais l'étendue, diſent-ils, eſt diviſible à l'infini, comment ſeroit-elle une ſubſtance? Quoi donc, quand on diviſeroit cet attribut, on ne diviſeroit point la ſubſtance? quand on a partagé un pied cube d'or en cent mille pieces, la ſubſtance de cette maſſe ainſi diviſée demeure-t'elle indiviſible? paſſe t'elle toute entiere dans chacun de ces morceaux, ou ſi elle reſte toute entiere avec un ſeul d'eux?

Le terme d'*un* eſt un terme relatif, & non pas abſolu; un pied cube d'étendue, eſt l'étendue d'un pied, c'eſt une ſubſtance d'un pied, & non pas de deux. Le pied d'étendue à ſon exiſtence à part de tous les autres pieds imaginables. Mais il contient 1728. pouces cubes? cela eſt vrai, & chaque poulce cube eſt une ſubſtance? cela eſt encore vrai, c'eſt une étendue d'un pouce & non de deux, qui a ſon exiſtence à part de tout autre pouce cubique imaginable.

Enfin, dira-t'on, il eſt bien force de ſuppoſer une ſubſtance corporelle differente de l'étendue, puiſqu'avec l'étendue ſeule on ne ſçauroit expliquer ni la dureté ni la peſanteur; & d'où ſçavent-ils que cela ne ſe peut? Sçavent ils tout? ont-ils vû toutes les combinaiſons poſſibles des modifications de l'étendue? Peut-être qu'en ajoutant quelque choſe à ce qu'on a déja dit de plus raiſonnable ſur les cauſes de ces deux proprietés des corps terreſtres, il ne reſtera plus de difficulté. Ce ſont là des qualitez que Monſieur *Boile* apelloit fort à propos *Coſmiques*. L'agencement de la vaſte machine de l'Univers en est la cause, & elles ne sont pas des qualités qui dérivent immediatement de ce qui est essentiel à un bloc d'étendue en elle-même. On peut donc, pendant qu'on n'en connoîtra pas exactement la cause, conjecturer très-raisonnablement, qu'il y a dans la disposition de l'Univers quelque arrangement qui ne nous est pas encore assez connu, pour en comprendre toutes les consequences, & pour en voir tous les effets.

Suposons que l'hypotese de Descartes sur la pesanteur, soit la veritable ; avant lui on n'en avoit aucune idée ; à cause de cela, étoit-on en droit de l'imputer à une *forme substantielle?* Suposons encore que celle de Monsieur Newton sur les couleurs, nous en découvre precisément les causes ; on n'y pensoit pas avant lui ; & si quelqu'un, après avoir refuté toutes les autres conjectures où il entroit du Mechanisme, avoit conclu, en disant qu'il s'en falloit tenir à la pensée des Aristoteliciens, & dire que les couleurs sont dans les corps des qualitez, toutes semblables aux sentimens qu'elles excitent, n'auroit-on pas eu raison de leur dire, *vôtre conclusion est precipitée ; viendra le tems qu'un genie plus penetrant, plus patient ou plus heureux, tirera de ses vrais principes, une explication des couleurs, aussi differente de celle d'Aristote, que de tous ceux que les Aristoteliciens refutent.*

Combien les Nombres n'ont-ils pas de proprietés ? combien de Theorêmes ne fournissent pas leurs combinaisons ? combien de Problêmes ne peut-on pas proposer sur les Nombres, de même que sur les Triangles, les Cercles, & les autres Figures ? En rejettera-t on la définition, dés qu'on sera arrêté par la difficulté de donner quelque solution compliquée ?

Dès qu'on sera convenu que corps & étendue c'est la même chose, on sera obligé de reconnoître, & on verra très-clairement, qu'aucun corps, c'est-à-dire, qu'aucune portion d'étendue ne peut tirer son mouvement d'elle-d'elle-même, qu'elle ne ſçauroit paſſer d'elle-même de l'état de repos à celui de mouvement ; qu'elle eſt indifferente à l'un & à l'autre de ces deux états ; qu'elle eſt également ſuſceptible de l'un & de l'autre ; que par conſequent il faut que quelque cauſe exterieure la détermine à l'un plûtôt qu'à l'autre.

Mais cette cauſe, differente de la ſubſtance corporelle, comment y a-t'elle fait naître le mouvement ? Je répondrai encore à cette demande, non ſeulement parce que cela me paroît neceſſaire, pour achever d'éclaircir la queſtion ſur le principe du mouvement, mais de plus, parce que cela nous amenera à en découvrir la nature.

La premiere cauſe du mouvement eſt une *intelligence*.

Comme nous n'avons d'idée que de deux ſubſtances, de l'étendue & de celle qui penſe, & qu'en qualité de Phyſiciens, nous voulons faire eſſai de nos idées, voir juſqu'où elles ſont capables de nous conduire, après avoir connu que la ſubſtance étendue ne peut pas être elle-même l'origine de ſon mouvement, il faut eſſayer de la chercher dans une ſubſtance intelligente ; or à quelque intelligence qu'on s'aviſât d'attribuer les premiers mouvemens de l'Univers, comme il faudroit toûjours reconnoître que cette intelligence tiendroit ſon pouvoir de l'intelligence ſuprême & éternelle, c'eſt dans la puiſſance & dans la volonté de celle-cy, qu'il faut chercher la premiere origine du mouvement.

La puiſſance d'un être, tel qu'il ſoit, c'eſt cet être même exiſtant d'une certaine façon, ou conſideré à de certains égards, c'eſt cet être même agiſſant, & faiſant naître quelque choſe qui auparavant n'étoit pas ſubſtance ou état de ſubſtance. La puiſſance de l'être ſans bornes, de l'être infiniment réel, c'eſt donc cet être même, & par conſequent elle eſt auſſi ſans bornes, elle eſt infiniment réelle, infiniment active. L'intelligence éternelle peut produire tout ce qu'elle veut, & le produire avec une infinie facilité, c'eſt à dire avec une facilité proportionnée à ſa puiſſance, proportionnée à ce qu'elle eſt. Il ſuit de là qu'elle opere par ſa volonté, que ſon ordre eſt immediatement ſuivi d'un effet tel qu'elle l'a voulu, tel qu'elle l'a ordonné; car s'il falloit que cet acte de ſa volonté fût encore ſoûtenu de la moindre application, fût accompagné du moindre effort, la facilité ne ſeroit pas infinie; & une volonté efficace par elle-même, agiroit encore plus facilement, & ſeroit encore plus puiſſante.

Nous faiſons naître divers mouvemens dans nôtre corps par la ſeule efficace de nôtre volonté, ou du moins ſi la volonté ne produit pas immediatement les mouvemens de nos muſcles, elle détermine les eſprits à y couler, & en géneral les cauſes qui les agitent à s'y porter : nôtre volonté eſt donc cauſe de ces manieres d'être, que nous appellons des déterminations de mouvement, ſes ordres ſont incontinent exécutés; les cauſes immediates des mouvemens de nos bras & de nos jambes lui obéïſſent incontinent, quoique cette volonté ne connoiſſe pas ces cauſes, & que ces cauſes ne la connoiſſent pas, & ne ſoient pas même capables de connoiſſance.

Quand on ſuppoſeroit qu'il n'y a dans l'homme qu'une ſeule ſubſtance, la volonté & le mouvement ſeroient toûjours deux attributs très-differens: la volonté eſt une maniere d'être, qui ſe ſent, & qui ſe connoît par là même qu'elle exiſte; au lieu que le mouvement ne ſe ſent ni ne ſe connoît; l'une ſeroit pourtant la cauſe de l'autre.

Enfin ſi l'on penſe que nôtre volonté n'eſt qu'une cauſe occaſionelle des mouvemens de nos eſprits, ou de leurs déterminations, il faudra toûjours reconnoître qu'elle en eſt la cauſe aparente: or ce dont elle eſt une apparence, une ombre, une repreſentation, il faut que la realité s'en trouve quelque part : ce ſera dans la volonté de l'être ſuprême.

Cet être renferme toutes les perfections abſoluës, c'eſt-à-dire, qui ne ſont accompagnées d'aucune imperfection; infini il se suffit à lui-même ; heureux par lui-même, & infiniment satisfait de se connoître, & de joüir de lui-même, il pouvoit ne rien produire de different de soi-même, car il n'avoit besoin de rien ; & comme le mouvement pouvoit être & n'être pas, il pouvoit le produire ou ne le produire pas ; la volonté suprême est libre, il est essentiel à la parfaite liberté de se déterminer elle-même, & sa volonté s'est elle-même librement déterminée à vouloir que l'étenduë fût, & à vouloir qu'il y eût du mouvement dans l'étenduë. Voïons le naître de cette volonté.

Considerer les choses dans leur naissance, c'est un des moyens des plus propres pour les connoître ; car chaque chose est precisément ce que sa cause lui a donné d'être en la faisant, & si elle est l'effet d'une volonté, elle se trouve precisément telle que cette volonté a voulu qu'elle fût, lorsqu'elle en a ordonné la naissance.

De la nature du Mouvement.

POur voir naître le premier mouvement, il faut d'abord supposer qu'il n'y en a point, c'est-à-dire, se representer toutes les parties de l'Univers dans un parfait repos. Naissance du mouvement.

Cette suppositon est très-raisonnable ; on commence par le plus simple, & le repos l'est infiniment, en comparaison du mouvement. Un corps en repos est toûjours dans le même état, & conserve constamment & uniformément les mêmes relations ; mais quoiqu'un corps en mouvement soit toûjours en mouvement pendant qu'il se meut, & que son mouvement puisse de plus être uniforme, c'est-à-dire, aller toûjours d'un train égal, il y a néanmoins dans le mouvement un changement continuel, & ce changement lui est essentiel ; il s'éloigne toûjours plus d'un terme, & s'aproche toûjours plus d'un autre, ses relations de distance ne demeurent jamais les mêmes; il s'aplique toûjours à des parties differentes, il les parcourt l'une après l'autre; il est dans une succession continuelle; dans le repos on ne trouve qu'une parfaite identité.

Je choisis dans cette vaste étenduë, où il n'est encore arrivé aucun changement, & je désigne par la pensée, une Sphere de six pieds, par exemple, de rayon; sa surface convexe parfaitement polie, est immediatement touchée en tous les points, par une concavité qui l'embrasse, & qui est aussi parfaitement polie; c'est-à-dire, je ne conçois aucune des parties de l'une engagée dans les interstices de l'autre.

Cette Sphere, & ce qui l'environne, sont dans un parfait repos, ce sont toûjours les mêmes parties de l'une & de l'autre surface, qui se touchent constamment. Prenés dans cette Sphere quelque partie qu'il vous plaira, comparés-la avec quelle que vous voudrez choisir dans les corps qui l'environnent; sa situation demeurera la même, sa relation de distance ne changera point.

Concevés après cela que l'intelligence suprême veut que cette Sphere applique successivement la surface *convexe* qui la renferme à la surface *concave* qui l'embrasse immediatement; cette volonté sera incontinent suivie de son effet, & cette Sphere se mettra en mouvement. Concevés l'intelligence suprême, qui ordonne à cette Sphere de se mettre en mouvement; cet ordre sera aussi exécuté, & elle, c'est-à-dire, toutes ses parties, appliqueront successivement la surface *convexe* qui les renferme toutes à la *concavité* qui la touche.

Premier caractere.

Je vois déja par là que le mouvement est l'état d'un corps qui applique successivement sa surface à l'étendue qui l'avoisine immediatement; c'est la *premiere* proprieté essentielle au mouvement, que sa naissance me fait apercevoir.

Je m'aperçois en même tems d'une *seconde*, qui n'est pas moins essentielle, c'est qu'il n'y a aucune partie dans cette Sphere, qui ne change sans cesse de situation, par raport aux parties de la concavité, à laquelle je la compare ; ce n'est pas la surface convexe de la Sphere, qui s'applique seule successivement : toutes les parties qu'elle renferme, & dont elle est la surface commune, contribuent à l'appliquer, & en faisant cela, elles changent toutes de situation. Second.

Désignés encore par la pensée, vers l'extremité de cette Sphere, un anneau d'un pied d'épaisseur, & figurés-vous qu'il se meut, tout le reste demeurant immobile, toutes les parties renfermées entre les surfaces, l'une convexe & exterieure, l'autre interieure & concave de cet anneau, changeront de situation, par raport aux corps qui les environnent, & toutes ensemble appliqueront successivement les deux surfaces dans lesquelles elles sont renfermées, & qui sont les extremités de tout qu'elles composent.

Mais le centre de cette Sphere se meut-il aussi ? Sans doute, car tout ce qui est renfermé dans son enceinte, se meut. On supose ordinairement un rayon de cercle tournant au tour d'un centre, qu'on regarde comme immobile ; mais c'est une suposition abstraite : on fait abstraction du mouvement de ce centre, on en parle comme d'une Sphere infiniment petite & immobile, au tour de laquelle l'extremité du rayon tourneroit, & l'erreur de cette suposition n'est d'aucune consequence, parce qu'elle est infiniment petite, Mais réellement & exactement parlant, le centre c'est l'extremité du rayon, ce rayon se meut & son extremité, qui est quelque chose de lui-même, se meut aussi : une Sphere est composée de deux Hemispheres, les surfaces planes de ces deux Hemispheres se touchent immediatement ; dans l'une & dans l'autre il y a un rayon, & ces deux rayons posés bout à bout, forment le Diametre ; entre l'extremité de l'un & celle de l'autre, je parle des deux extremités qui ſe touchent, il n'y a abſolument aucun intervalle, & on peut prendre pour centre celle de ces deux extremités qu'on voudra. Il arrive à chacune de ces extremités des deux rayons, ce qui arrive à toute la ſurface plane de chacun de ces deux Hemiſpheres : elles changent ſans ceſſe de ſituation, elles ſont toûjours tournées vers de differens endroits, ce qui étoit ſuperieur dévient inferieur après un demi tour ; ce qui étoit tourné à la droite, eſt tourné à la gauche après autant de mouvement.

En quel ſens le mouvemẽt parcourt un eſpace.

L'aſſemblage de tout ce qui compoſe la Sphere, en appliquant ſucceſſivement ſa ſurface, & en changeant de ſituation, parcourt une eſpace ; c'eſt une *troiſieme* proprieté eſſentielle au mouvement ; mais il faut que je m'explique.

Pour ne m'embaraſſer d'aucune hypotheſe, j'ai déja preferé de voir naître un mouvement circulaire à un mouvement en droite ligne, parce qu'à moins de ſupoſer un vuide parfait, un mouvement en droite ligne ne peut ſe concevoir ſeul. Tout mobile qui s'éloigne d'un terme & s'aproche d'un autre, en parcourant une ligne droite, chaſſe de ſon chemin ce qu'il rencontre, & à moins d'un grand vuide, l'oblige de circuler ; par là le mouvement en droite ligne, emporte le circulaire, au lieu que le circulaire peut ſe concevoir tout ſeul ; c'eſt par cette raiſon que je l'ai choiſi, afin qu'à la vûë du mouvement naiſſant, nôtre attention ne fût pas obligée de ſe partager ſur beaucoup d'objets. J'éviterai encore la queſtion du vuide, dans cette troiſiéme remarque que je fais ſur ce qui eſt eſſentiel au mouvement. Je prévois que cette controverſe pourra trouver une place plus commode dans la ſuite des queſtions qui ſe preſenteront après cette année.

La concavité en repos qui embraſſe nôtre Sphere en mouvement, eſt très-réelle, c'eſt l'extremité d'une étenduë corporelle; elle est necessairement d'une certaine capacité, & dans nôtre suposition, ce qu'elle renferme est aussi une étenduë corporelle: un corps qui se meut parcourt donc une concavité corporelle; cette concavité est d'une capacité déterminée, dans l'hypothese du plein, toûjours remplie d'une étenduë corporelle, quoique non pas toûjours de la même, parce que quand il y a du mouvement, l'une succede à l'autre.

Dés que la suposition du vuide sera une fois accordée, l'idée de l'espace parcouru sera plus simple; mais cette suposition a aussi ses difficultés. Je ne prens pas parti quand il n'est pas necessaire.

Quand une Sphere se meut au tour de son centre, une certaine & même portion de concavité, après avoir été parcourue successivement par une certaine partie de la convexité du mobile, est ensuite parcouruë par une autre, de la même façon; à la seconde succede une troisiéme toûjours parcourant la même partie, & ainsi sans interruption, au lieu que dans une concavité étenduë en ligne droite, une certaine portion, après avoir été parcouruë, ne l'est plus, toutes les parties du mobile l'abandonnent entierement.

Idée de la quantité du mouvement.

Cette idée du mouvement conçû, comme l'état d'un corps qui parcourt une espace, ou qui parcourt une concavité d'une capacité déterminée, éclaircit tout à-fait ce qu'on apelle la *quantité* du mouvement.

Tous les Physiciens que j'ai lû, après avoir suposé que le mouvement est une quantité, la définissent en disant que c'est *le produit de la pesanteur du mobile par la vitesse.* Déja la suposition n'est pas sans obscurité, à cause de l'idée qu'on a accoûtumé d'attacher au mot de quantité, qui presente quelque chose de fixe, d'étendu, de grossier; l'embarras croît quand on y fait entrer une regle de multiplication, qui a pour une de ses racines, la masse ou le poids, & pour l'autre la vitesse, deux genres d'être fort differens.

On peut rendre très-claire cette idée, par le raisonnement suivant. Qui dit mouvement, dit succession, c'est une de ses proprietés essentielles. Qui dit succession, dit une maniere d'être, qui n'est point renfermée dans de certaines bornes, c'est-à-dire une maniere d'être qui n'est point fixe, qui n'est point déterminée, & n'a point une certaine précision dont elle ne puisse s'écarter. Dés qu'une application est successive, elle peut l'être moins & elle peut l'être plus. Un corps peut changer plus ou moins de situation, cela signifie qu'il peut se mouvoir plus ou moins, qu'il peut parcourir plus ou moins d'espace; toutes ces expressions sont synonimes, la signification de l'une emporte la signification de l'autre; ce que l'on désigne par l'une, est inseparable de ce que les autres font entendre, c'est donc une necessité qu'il y ait dans le mouvement du plus & du moins, & par conséquent le nom de *quantité* lui convient.

Quand plus d'espace est parcouru, il y a plus de mouvement, quand moins d'espace est parcouru, ou quand la concavité parcouruë est d'une moindre capacité, il y en a moins.

Pour avoir la grandeur d'une espace, ou, ce qui revient au même, la capacité d'une surface concave, on sçait qu'il en faut multiplier la longueur par la baze; or les mêmes nombres dont on se sert pour exprimer le raport de deux longueurs de chemin, ce sont les mêmes nombres qu'on employe pour exprimer le raport des deux vitesses; car une vitesse est à l'autre comme la longueur du chemin qu'un des mobiles parcourt à la longueur de celui que parcourt un autre mobile, dans le même tems.

Le poids d'un mobile répond à la baze de l'espace parcouru, ce que je prouve ainsi. Qu'on se represente un cube parfaitement solide, si on le supose divisé en une infinité de tranches très-minces, qui parcourent l'une après l'autre la longueur d'une toise, c'est tout comme

si

si autant de toises qu'il y a de tranches avoient été parcouruës par une seule de ces tranches. Donc pour avoir la grandeur de l'espace parcouru, il faut multiplier une toise par la somme de toutes les tranches. Le poids du cube donne cette somme absolument, si la pesanteur est quelque chose d'absolu, il la donne relativement, si la pesanteur n'est que relative; & cela suffit, parce que quand on parle de la quantité du mouvement, on ne se borne jamais à penser au mouvement d'un seul corps en lui-même, mais on compare toûjours deux mouvemens entr'eux.

Si toutes les tranches dans lesquelles on supose le cube divisé, au lieu d'être assemblées en cube, étoient rangées le bord infiniment mince de l'une sur le bord infiniment mince de l'autre, pour composer une simple surface en situation verticale; quand cette surface décriroit la longueur d'une toise, il se parcourroit autant d'espace tout d'un coup, qu'il s'en parcourt quand chaque tranche, se mouvant à la suite de l'autre, décrit l'espace qui vient d'être parcouru par celle qui la precede.

Quand le cube est partagé en tranches, la concavité qui les embrasse a bien une surface incomparablement plus grande que celle qui envelope le cube, mais elle n'est pas d'une plus grande capacité, & ne renferme précisément que la même quantité d'étenduë; ainsi par raport à l'étenduë de la capacité parcouruë, n'importe quelle figure & quel agencement on donne à la même quantité de parties solides.

Si le premier cube que nous avons suposé étoit divisé en un grand nombre de petits qui ne se touchassent que par leurs angles, laissant entr'eux des intervalles d'une grandeur égale à la leur, la surface qui environneroit cet assemblage de parties solides & d'intervalles, seroit bien encore d'une capacité plus grande que celle qui environnoit le cube; mais la somme des capacités de toutes les ſurfaces qui environneroient les parties ſolides, ſeroit toûjours la même, & c'eſt à ces parties ſolides, & à la capacité de la ſurface qui les renferme, qu'on a uniquement égard, quand il s'agit de la quantité du mouvement; parce que dans l'hypotheſe du vuide, il n'y a rien dans les intervalles; & dans l'hypotheſe oppoſée, il ſont remplis d'une matiere ſubtile & fluide, qui y coule avec facilité, & s'en échape ſans ceſſe; de ſorte qu'elle ne doit non plus entrer en ligne de compte, quand il s'agit de la force du mouvement, & de l'efficace du choc, que l'air enfermé entre les intervalles des cordes d'une raquette, n'eſt compté entre les cauſes qui contribuent à pouſſer une balle de jeu de paume.

Une ſurface verticale & infiniment mince, qui parcourroit la longueur de deux toiſes, parcourroit un eſpace ou une concavité, dont ſi l'on vouloit avoir la capacité, il faudroit multiplier cette ſurface *baze de l'eſpace* par deux toiſes ſa *longueur*. Or le poids de cette ſurface verticale eſt préciſément la meſure de ſon étenduë. Qu'on la conçoive enſuite diviſée en pluſieurs quarrés qui apliqués l'un ſur l'autre forment un cube, ce ſera le même poids, & ſi le centre de ce cube parcourt deux toiſes, chacune des parties qui le compoſent de côté & d'autre de ce centre dans le même plan, parcourra chacune une longueur differente de la longueur parcouruë par ſes voiſines. Les autres parties du cube parcourront la même que celles qui les precedent auront déja parcouruë; mais c'eſt comme ſi chacune parcouroit une longueur ſéparée, puiſque chacune en parcourt l'équivalent. De quelle maniere que les parties de mobiles ſoient rangées, on multiplie toûjours le même poids par la même longueur, & on a le même eſpace; & quand on a le même eſpace parcouru, on a la même quantité de mouvement. Le nombre qui marque le poids marque donc la baze de l'espace parcouru, & le nombre qui marque la viteſſe, marque la longueur de cet eſpace; c'eſt ce qui a donné lieu à multiplier le poids par la viteſſe, pour avoir la capacité de l'eſpace parcouru, & par là, la quantité du mouvement.

Le mouvement étant l'état d'un corps qui parcourt un eſpace, & la quantité du mouvement étant toûjours proportionnée à cet eſpace, on voit qu'un mouvement ne differe pas de ſa quantité.

La quantité du mouvement, c'eſt le mouvement même.

Les corps n'ont de force que par leur mouvement, la force du mouvement, c'eſt le mouvement même; maniere d'être efficace & active de ſa nature, efficace & active par là même qu'elle eſt; d'où il ſuit que la force du mouvement & ſa quantité ſont encore la même choſe.

Auſſi-bien que la force.

Quand j'ai voulu me former une idée du mouvement, & découvrir en quoi il conſiſte en le voyant naître, j'ai comparé le corps où je m'atendois de le voir ſurvenir, je l'ai, dis-je, comparé avec la ſurface de celui qui l'environnoit; mais je n'ai point fait entrer dans ma definition le repos où j'ai d'abord conçu ce corps, en concevant tout l'Univers en repos. Cette ſupoſition n'étoit point neceſſaire. Un corps ſe meut par rapport à un autre dès qu'il change ſa ſituation par rapport à lui, & un corps peut changer de ſituation par rapport à un autre qui ſera en mouvement, tout comme par rapport à un autre qui ſera en repos. Deux corps partent de deſſus la même ligne: L'un fait dans une minute une toiſe, un autre en fait deux: Celui-ci ſe meut par rapport à celui-là, comme s'il avoit fait une toiſe, par rapport à un corps en repos. De même un corps en mouvement eſt pourtant en repos par rapport à celui avec lequel il garde la même ſituation, & conſerve les mêmes relations de diſtance. Ainſi je ſuis en repos par rapport au Globe de la Terre qui me ſoûtient, avec lequel j'avance d'Occident en Orient, ſans changer de ſituation à l'égard de ſes parties. La ſituation d'un corps par rapport à un au-

S'il eſt neceſſaire de comparer un corps en mouvement avec des corps en repos.

tre peut encore être changée ſans qu'il ceſſe d'être en repos, pourvû que ce ne ſoit pas lui qui la change: c'eſt ſeulement celui qui fera ce changement de ſituation de qui il ſera vrai de dire qu'il eſt en mouvement.

Si pour établir la nature du mouvement, il eſt neceſſaire de comparer un corps qui ſe meut avec un autre en repos, que fera t on du corps en repos? Le comparera t-on avec un corps en mouvement? La notion du repos entreroit-elle dans celle du mouvement, & celle du mouvement dans la notion du repos? Ce ſeroit un cercle. Pour éviter cela, le comparera-t-on avec un corps en repos, & faudra-t-il faire entrer l'idée du repos dans ſa definition?

Le mouvement exiſte hors de nous, indépendamment de nos reflexions & de nos comparaiſons. Si donc pour s'aſſurer du mouvement d'un corps, il falloit conſiderer celui avec lequel on le compare comme s'il étoit en repos, pour avoir une juſte idée du mouvement, il faudroit ſouvent faire une ſupoſition fauſſe.

Le mouvement eſt un état relatif.

Le mouvement eſt une maniere d'être, un certain état de l'étenduë; mais c'eſt une maniere d'être relative, c'eſt l'être d'un corps par rapport à un autre.

Il eſt impoſſible de ſe repreſenter une portion d'étenduë en mouvement, à moins de la comparer avec une autre qui en ſoit près ou qui en ſoit loin, qui la touche ou qui en ſoit diſtante; & puiſque je dois regler les jugemens que je porte ſur les choſes par mes idées, quand ces idées ſont neceſſaires & qu'il n'eſt pas en mon pouvoir de les changer, je conclus delà que le mouvement eſt l'état d'un corps relatif à celui d'un autre. Mais je n'ai nul beſoin de faire attention ſi un corps avec lequel je compare celui que je conçois en mouvement, eſt en repos ou ne l'eſt pas.

Dès qu'un corps ne change point de ſituation à l'égard d'un autre, il eſt en repos par rapport à lui, ſoit que celui-ci ſe meuve ou ne ſe meuve pas. Il eſt bien vrai que dans le premier cas, il faut qu'ils ſoient l'un & l'autre en mouvement par rapport à un troiſiéme, à l'égard duquel ils changent l'un & l'autre de ſituation.

Figurés-vous un cube en mouvement : Concevés que ſur ſa face ſuperieure on en poſe un autre égal à lui, & qu'en le poſant on lui donne autant de mouvement qu'en a celui ſur lequel il eſt placé. On en appoſera un troiſiéme a ſa face inferieure porté encore de la même viteſſe. Deux des faces de celui du milieu ceſſent de s'appliquer ſucceſſivement à ce qui les avoiſine : Elles continuent pourtant à ſe mouvoir. Pourquoi ? Parce qu'elles font un ſeul tout avec les deux cubes que l'on vient d'ajouter au premier, & que ces trois cubes appliquent conjointement leur ſurface commune à la concavité qui les environne. L'aſſemblage des trois change de ſituation, & enfin cet aſſemblage parcourt une certaine concavité. Les parties d'un tout qui applique ſucceſſivement ſa ſurface, changent de ſituation & parcourent une concavité. Ces parties d'un tel tout ſe meuvent, car le tout & l'aſſemblage de ſes parties, c'eſt une même choſe. Chacune de ſes parties ne ſe meut pas comme un tout ſeparé des autres, car aucune ne s'applique ſucceſſivement à ce qui l'environne, aucune ne change de ſituation par rapport à ce qui l'avoiſine, aucune ne change de ſituation par rapport à ce qui la touche, aucune ne parcourt la concavité dont elle eſt immediatement environnée. Le cube donc du milieu ne ſe meut pas par rapport aux deux autres, à l'égard deſquels il ne change nullement de ſituation, mais il ſe meut avec eux.

On en concevra encore quatre placés ſur les quatre faces qui reſtent & pouſſés en s'y plaçant du même côté & avec la même force. Le cube du milieu eſt enfermé, aucune de ſes faces ne s'applique ſucceſſivement; il ne change point de ſituation à l'égard des ſix cubes qui le renferment; mais il change de ſituation avec eux par rapport aux corps environnans, avec leſquels on comparera cet assemblage. Quoiqu'il ne se meuve point par rapport à aucun de ces six, il se meut pourtant par rapport à d'autres corps, & une preuve de cela, c'est que si on détache des cubes environnans du cube environné, il conservera separé l'état ou il étoit joint avec eux, & il continuera à changer de situation par rapport aux corps à l'égard desquels il en changeoit.

Mouvement propre & commun.

C'est ce qui a donné lieu à distinguer le mouvement en mouvement *propre* & en mouvement *commun*. Concevés quelque portion d'étenduë qu'il vous plaira ; dès qu'elle appliquera successivement sa surface à une surface voisine, elle se mouvra d'un mouvement qui lui sera propre, & qu'elle aura distinctement de toutes les masses voisines ; elle aura un mouvement qui l'en separera, qui en fera une masse à part ; mais les six, les douze parties, &c. dont vous la concevrés composée, demeureront l'une auprès de l'autre, toûjours appliquées l'une à l'autre sans aucune succession ; elles ne changeront point de situation entr'elles ; elles seront donc sans mouvement propre chacune par rapport à sa voisine ; mais toutes ensemble auront un mouvement commun qui les fera également changer de situation à l'égard d'un certain terme avec lequel on les comparera, & par rapport auquel elles seront toutes en mouvement.

Le mouvement commun est très réel ; c'est l'état d'une partie qui change autant de situation que les autres, & qui parcourt sa portion proportionnée de l'étenduë que la masse entiere parcourt ; & ce mouvement deviendra propre, sans aucune addition, dès que les parties qui avoient ce mouvement viendront à se separer, en telle sorte que les unes seront arrêtées, & les autres ne l'étant pas, continueront leur maniere d'exister en changeant de situation.

Si deux bateaux liés l'un à l'autre fendent l'eau avec une égale vîtesse, aucun des deux ne se meut par rapport à l'autre ; ils ne changent nullement de situation, mais ils demeurent affermis l'un contre l'autre. Mais si l'un des deux se brise en frotant contre les bords d'un rocher, l'autre continuëra à se mouvoir, & son mouvement qui étoit commun quand il étoit lié à l'autre, deviendra mouvement propre. Ainsi encore quand une poutre descend une riviere avec la même vîtesse que l'eau qui l'environne, en telle sorte que la même partie d'eau est constamment appliquée à la même partie de cette poutre; elle ne se meut pas par rapport à cette eau, elle n'a point par rapport à elle de mouvement propre, mais elle se meut d'un mouvement qui lui est commun avec elle. Quand la poutre & l'eau qui l'environne sont conjointement arrivées à une cataracte, la poutre s'élance plus loin que l'eau, non par un nouveau mouvement qui lui soit donné dans cet endroit, mais en vertu de ce mouvement qui lui étoit commun avec l'eau qu'elle quitte, parce que l'air oppose une plus grande resistance à l'eau qui lui cede davantage & dont il écarte les parties, que non pas à la poutre qui lui oppose, & des parties liées, & une moindre surface par rapport à sa masse.

Quelquefois deux mouvemens d'une même partie, sont tels, que l'un détruit précisement & reciproquement l'effet de l'autre. Qu'une boule roule sur le plan *AB*, après avoir fait un demi tour, son centre *C* aura décrit la ligne *CD* égale à la ligne *EF*, qui est elle-même égale à la demi circonference de la boule. Or si le plan *AB* est poussé du Septentrion au Midi précisement, avec la même vîtesse que le centre *C* se porte du Midi au Septentrion, ce centre *C* se trouvera toujours vis-à-vis du même point *G* du plan *HK*, qui soutient le plan *AB*, & la boule qui roule dessus; car le plan *AB* retire la boule qu'il soutient vers le Midi, & un point quelconque *L* qui touche ce plan, rebrousse vers le Midi de même que ce plan, & le centre est toujours vis-à-vis d'un point touchant *L*. La ligne *CL* toujours

Combinaisons des mouvemens.

Figure I.

perpendiculaire au plan *AB*, & les lignes *EL*, *CC*, qui joignent les perpendiculaires égales, sont toujours égales.

Le centre *C* se meut réellement, aussi-bien que la boule, dont la demi circonference décrit veritablement la ligne *EF*. Le plan *AB* se meut réellement aussi, & porte avec lui la boule qu'il soutient, sans quoi le centre *C*, après que cette boule a fait un demi tour, ne se trouveroit pas vis-à-vis du même point *G* où il étoit d'abord. Ce plan dont porte la boule de *G* en *P*, & la boule se porte de *G* en *F*. Ces deux mouvemens sont réels ; & s'ils ne l'étoient pas, ils ne détruiroient pas reciproquement l'effet l'un de l'autre ; & il n'arriveroit pas à la boule, comme il lui arrive, de n'avancer ni de reculer.

Remarque sur la définition fondée sur la supposition de l'espace.

Si après s'être déterminé pour l'hypothese du vuide, on se bornoit à dire que le REPOS est *l'état d'un corps qui occupe constamment le même endroit de l'espace*, & que le MOUVEMENT est *l'état d'un corps qui occupe successivement plusieurs endroits de cet espace* ; on ne pourroit pas dire que le centre *C* eut du mouvement dans les cas proposés, puisqu'il seroit toûjours au même endroit de l'espace, & qu'il n'en sortiroit point ; au lieu qu'en disant que le mouvement est un état relatif d'un corps *qui change de situation* par rapport à un autre ; il sera vrai que le centre *C* se meut, puisqu'il change sans cesse sa situation par rapport à la ligne *EF*, quoique le mouvement qui lui est commun avec le plan *AB* qui le soûtient, le ramene toûjours au même point du plan *HK*, & au même point de l'espace, s'il y en a un.

Si ces deux mouvemens se faisoient l'un après l'autre, il n'y auroit point de difficulté. Le contre *C* decriroit *CN* douziéme partie de *CP*, puis se reposeroit en *PO* pendant que le plan *AB* décriroit *EO*, douziéme partie de *EF*, & égale à *CPO*. On comprend que le centre *C* seroit alors ramené où il étoit vis-à-vis de *E*. Moins les

lignes

lignes *CN*, *EO* ſeront grandes, plus petits ſeront les intervales reciproques des mouvemens du centre *C*, & du plan *AB*, & moins le centre *C* s'écartera du ſommet de la perpendiculaire *EC*. Et ſi enfin ces lignes ſont infiniment petites, ſi ces intervales ſont nuls, c'eſt-à-dire, ſi ces mouvemens ſe font en même temps, il n'y aura pas ſucceſſivement éloignement & rappel par rapport au même endroit. Ces deux mouvemens produiront leurs effets en même temps, & l'écart du centre de la perpendiculaire *CG* ſera nul.

Le mouvement eſt un état *Relatif*, & un même ſujet peut ſoutenir en même temps, à divers égards, des relations non-ſeulement differentes, mais oppoſées.

Mouvement, maniere d'être relative.

C'eſt ainſi que M. Rohaut concevoit qu'un poiſſon qui feroit effort contre le fil de l'eau, ſans pouvoir le ſurmonter, au point d'avancer plus près de la ſource, & qui n'en ſeroit pas non-plus emporté, ſe mouvroit réellement, ſans faire pourtant de progrès ; car il s'apliqueroit ſucceſſivement à differentes parties de l'eau, il changeroit ſa ſituation à leur égard ; mais le courant de l'eau qui le ſoutiendroit, contraire & égal au mouvement du poiſſon en avant, le rameneroit, ou plutôt le retiendroit dans la même ſituation à l'égard des bords : ſituation dont il ſeroit tiré ſans ce mouvement commun, contraire & égal au ſien propre.

Tout corps en mouvement eſt donc ou un tout ſéparé par ſon mouvement même, de ce qui l'environne, & le touche immediatement, ou il fait partie d'un tout. Un tout parcourt la concavité qui l'embraſſe, change de ſituation par rapport à elle, & y applique ſucceſſivement ſa ſurface. Une partie de ce tout ſe meut auſſi, mais conjointement avec les autres ; c'eſt-à-dire, que conjointement avec les autres, elle parcourt la concavité qui les embraſſe, change avec elle de ſituation & y applique leur ſurface commune ; mais en même temps il eſt vrai de dire qu'une partie eſt en repos par rapport à celles qui l'environnent, ſur leſquelles elle n'a point plus d'effet que ſi elle & ſes voiſines compoſoient un tout en repos ; elle ne change point de ſituation par rapport à elles, elle ne les quitte point, elle ne parcourt point la concavité particuliere dont elle eſt environnée.

Mais, dira-t-on, choiſiſſés quelque corps qu'il vous plaira, & conſiderés-le en lui même ; ne ſera-t-il pas vrai de dire qu'il ſe meut ou qu'il ne ſe meut pas ? & ſera t-il permis d'ajoûter qu'il ſe meut en un ſens, mais qu'en même temps il ne ſe meut point dans un autre ? Je répons, 1°. Que pour concevoir un corps en mouvement, il ne ſuffit pas de le regarder ſeul & en lui-même ; mais qu'il faut neceſſairement le comparer avec quelqu'autre : Le mouvement eſt inconcevable ſans cela. Je repons, 2°. Que celui avec lequel on le compare, ou l'environne immediatement, ou environne des parties avec leſquelles le corps ſur lequel tombe la queſtion, compoſe un ſeul tout. Si les corps avec leſquels on le compare l'environnent immediatement, afin de pouvoir aſſurer qu'il ſe meut par rapport à eux, il faut qu'il parcoure leur ſurface, qu'il change par rapport à eux de ſituation ; mais ſi ceux avec leſquels on le compare, environnent une ſurface qui lui ſoit commune avec d'autres parties, il faut que conjointement avec ces parties, il parcoure cette ſurface, &c.

Mais encore une fois, cette partie enchaſſée dans d'autres qu'elle n'abandonne point, a-t-elle un mouvement réel ? Je répons qu'oüi, & qu'elle ſe meut réellement, non pas à la verité par rapport aux parties qu'elle ne quitte point, mais par rapport à la ſurface qui en environne l'aſſemblage : ſurface par rapport à laquelle elles changent toutes de ſituation. Un homme ſoutient réellement la relation de fils, mais c'eſt par rapport à celui dont il a reçu le jour, & non pas par rapport à ceux à qui il l'a donné.

Le mouvement a été établi afin de partager l'Univers en plusieurs masses, ou molecules, ou particules séparées. Il est donc, par sa nature & par son institution même, la maniere d'être d'un corps qui se separe d'un autre, le parcourt & change de situation par rapport à lui.

Comme le mot de *mouvement* est un mot *substantif*, & que l'on parle du mouvement comme d'une *substance*, quand on dit, par exemple, qu'il passe d'un corps dans un autre, qu'il se partage, &c. on s'est accoûtumé à le regarder, ou plûtôt à le suposer comme un être absolu, & les raisonnemens qui amenent à le considerer comme une maniere d'être relative, ont un air de paradoxe.

C'est encore parce qu'on s'est accoûtumé à regarder un corps en mouvement comme faisant quelque progrès, & s'avançant d'un terme vers un autre, qu'on se trouve si étonné, quand on en voit qui se meuvent & n'avancent point, & qu'on a tant de repugnance à reconnoître du mouvement dans un corps qui ne quitte pas sa place. Cependant loin qu'il n'en ait aucun, il en a deux, & s'il n'en avoit qu'un des deux, il avanceroit effectivement d'un terme vers un autre.

Mouvement être réelatif.

Le mouvement est une maniere d'être réelle & active : Entant que le *mouvement* est une maniere d'être *réelle*, le *repos* est opposé au mouvement comme un terme positif, & est son *contraire* aussi positif : Mais entant que le mouvement est un état *actif*, le repos n'en est que la privation, que la *negation*, car le repos n'a point d'activité, & l'étenduë n'est active que par le mouvement.

Descartes, après avoir conçu que le repos étoit un état réel, en a conclu avec trop de précipitation, qu'il étoit aussi actif, & lui a attribué autant de resistance au mouvement, que le mouvement avoit de force pour vaincre le repos. Le Pere Malebranche a relevé cette erreur, avec les autres où elle avoit engagé ce grand Philosophe ; mais en dépoüillant avec raison le repos de toute activité, il est allé jusques à en faire une simple negation, un rien. Cependant quand on dit, *l'état d'un corps qui applique sa surface constamment aux mêmes parties ; l'état d'un corps qui conserve la même situation & les mêmes relations de distance* ; il me semble que ces termes signifient, & que les idées qui leur repondent sont des idées réelles & positives, ausquelles repond par consequent une maniere d'être réelle & positive.

Les argumens par lesquels le Pere Malebranche pretendoit établir le neant du repos, ne me paroissent pas conclüans.

Détruisés le mouvement d'un corps, dit-il, cela suffit pour le mettre en repos. Il naît donc d'une simple cessation. On ne peut pas dire reciproquement, ajoûte-t-il, Detruisés le repos, par là même le mouvement naîtra, car il faut le determiner vers un terme, il faut en regler les degrés.

Je repons par un exemple ; detruisés toute courbure dans une surface, elle sera *plane* par là même. Vous ne pouvés pas dire, ajoûterai-je, detruisés cette forme plane, la courbure lui succedera, & elle ne sera que la cessation de la portion plane ; car il y a une infinité de courbures ; il faut en introduire une determinée. Mais conclüra-t-on delà, que la position des parties d'une surface plane, n'est qu'une simple negation, que cette position n'est rien de réel, & qu'elle ne doit avoir qu'une definition negative ?

Dès que le mouvement cesse, le repos lui succede infailliblement & necessairement. : Cela est vrai, mais il y a une cause réelle, la nature de l'étenduë, qui exige necessairement un contact ; si ce n'est pas un contact successif, c'est un contact permanent ; elle exige necessairement & elle emporte une situation ou fixe ou variée.

Mais si *l'intelligence suprême ordonnoit l'existence d'un corps sans rien determiner sur son mouvement, il existeroit en repos, & ce repos seroit un rien, puisqu'il n'auroit point de cause.* Je repons que les idées de Dieu sont des idées determinées & non pas simplement des idées vagues. Quand il ordonne l'existence d'un corps, il se represente determinément ce corps à qui il commande d'exister. Donc son repos, s'il naît en repos, sera l'effet de la volonté divine ordonnant l'existence d'un corps en repos, d'un corps répondant à son idée. Dieu commandant l'existence d'un corps, se le represente aussi déterminément par rapport à l'état de repos ou de mouvement, que par rapport à sa grosseur, que par rapport à sa figure.

Mais c'est là une question veritablement Metaphysique plûtôt que Physique, & qui roule sur une certaine precision d'idées. Pour l'explication des Phenomenes de Physique, il suffit de convenir que le mouvement est actif, & que le repos ne l'est pas.

L'activité du mouvement est aisée à prouver. Un corps qui se meut change de place, il déplace donc, il pousse ce qu'il rencontre. Mais pour le repos comment seroit-il actif, puisque si tout demeuroit en repos, il ne se feroit aucun changement, & il ne se produiroit aucun effet? Pourquoi un corps en repos resisteroit-il au mouvement, puisque l'étenduë est également susceptible de l'un & de l'autre de ces deux états, & se prête aussi aisément à l'un qu'à l'autre? A la verité un corps qui est en repos ne se mettra pas en mouvement de lui même; il est déterminé à demeurer dans l'état où il se trouve, non par aucune repugnance au mouvement, très-conforme à sa nature & autant conforme que le repos, mais parce qu'il ne se fait rien sans cause, & que la cause du mouvement ne se trouve point dans un corps en repos. Il ne s'y trouve que la susceptibilité du mouvement, la facilité parfaite à le recevoir. Mouvement actif.

Si un corps de deux onces en repos ne pouvoit pas être entraîné par un mobile d'une once, il ne le pourroit pas être par un mobile de trois. Je le prouve. De deux forces égales agissant sur le même sujet, l'une ne peut pas avoir de l'effet si l'autre n'en a point. Or un mobile d'une once qui a parcouru dans une minute six piés, a la même quantité de mouvement, & par consequent la même force, qu'un mobile de trois onces qui en a parcouru deux dans le même temps. Donc si un corps de deux onces en repos resiste à l'un de ces chocs, il resistera à l'autre, puisque la vigueur de l'un n'excede pas celle de l'autre.

Mouvement maniere d'être continuelle.

Le repos & le mouvement sont deux manieres d'être *continuelles* l'une & l'autre, & qui ne sçauroient soufrir aucune interruption, sans changer de nature. Un corps dont l'application successive cesse pendant une heure, a certainement passé de l'état de mouvement à celui de repos. Il y a encore passé si son application successive cesse pendant la dixiéme partie d'une heure, si elle cesse pendant la soixantiéme, pendant celle que voudrés; car pourquoi pouroit-il cesser de s'appliquer successivement & de changer de situation, c'est-à-dire, de se mouvoir pendant un très petit intervale, sans cesser d'être en mouvement? Si le mouvement peut s'interrompre pendant un petit intervale, & se reprendre ensuite, sans qu'aucune cause le rende & le fasse renaître; pourquoi la même chose n'arriveroit-elle pas après deux petits intervales? Le second pouroit-il ce que le premier égal à lui, & précisement de même nature, n'a pas pu?

Sans atomes d'étenduë.

Si le mouvement consiste dans une application continuellement successive, il ne peut y avoir d'atomes; car déja un atome ne sçauroit parcourir un atome, puisqu'un atome est sans étenduë. Or si un atome superieur couvre son inferieur sans le parcourir, le mouvement ne peut pas être successif pendant ce temps là. Deplus un atome ſuperieur poſé ſur un inferieur égal à lui, ou le quitte avant que de ſe placer ſur le ſuivant (& où ſeroit-il pendant cet intervale ?) ou il ſe poſe ſur le ſuivant avant que de quitter celui ſur lequel il étoit, & eſt encore ſur le premier en même temps qu'il paſſe ſur le ſecond, & dans ces deux derniers cas, un atome ſeroit en même temps dans deux lieux differens ; il occuperoit en même temps deux places égales chacune à lui, & par là il ſeroit double de ce qu'il eſt.

Cette difficulté n'a plus lieu dès qu'on ne reconnoît point de terme dans la diviſion, mais qu'on la conçoit pouvant ſe pouſſer de petit en petit, ſans fin & ſans ceſſe.

On ne diſconviendra pas que *ab* ne puiſſe avancer de la longueur *bc*, en même temps que *da* avance de la longueur $ab = bc$; ce qui étant fait, *db* ſe trouve ſur *ac* ſon égale. Je diviſerai *ab* en deux parties, comme j'ai diviſé *db*, & je raiſonnerai de même. La ſurface qui s'applique & celle contre laquelle elle s'applique, ſont toûjours égales, mais il y a un flux continuel, & la partie poſterieure de quelque portion que ce ſoit, quitte autant de place que la partie anterieure en occupe. Fig. II.

Il ne peu pas y avoir non plus des atomes de tems & des inſtans indiviſibles ; car déja pendant un temps indiviſible, une partie diviſible ne ſçauroit être parcouruë. Un atome d'eſpace ne ſauroit non plus être parcouru, car abſolument il ne peut pas l'être : Ainſi dans un premier inſtant il ne ſe parcourt rien : Dans un ſecond non plus égal au premier, il ne ſe parcourra quoique ce ſoit ; de ſorte que dans deux inſtans, il ne ſe parcourt rien de plus que dans un. Ni de temps.

Le temps eſt donc diviſible comme l'eſpace, de petit en petit ſans fin & ſans ceſſe.

Cette diviſibilité du temps ſert à reſoudre une objection, que l'on tire de la diviſibilité de l'eſpace, contre le mouvement. Une premiere moitié d'un eſpace, dit- Sophiſme reſolu.

on, doit être parcouruë avant la seconde : Cette premiere moitié en renferme deux, dont la premiere encore doit être parcouruë avant la seconde, &ainsi de suite à l'infini. Quand est ce même qu'un espace commencera d'être parcouru ? Car un commencement doit être precedé d'un autre ; celui-ci encore d'un autre, & cela sans fin & sans cesse : Quand est-ce que le premier de tous aura lieu, puisqu'il est infiniment éloigné de quelque terme qu'on entreprenne d'assigner ?

L'objection seroit concluante, si tous les temps étoient égaux ; car la somme d'une infinité de tems égaux & finis, monteroit à une somme infinie ; mais dans la même proportion que les moitiés d'espace decroissent à l'infini, les temps destinés à les parcourir decroissent de même. L'une & l'autre de ces progressions ne fait qu'une somme finie. Poussés là si loin que vous voudrés, il se manquera toûjours le dernier des termes où vous serés parvenu, que la somme de toutes vos divisions & subdivisions dès le premier terme, n'égale ce premier. Pourvû que la longueur du temps pendant lequel le mouvement doit se faire, soit proportionnée à la longueur de l'espace qui doit être parcouru, ce temps sera suffisant, & le mobile aura le temps de parcourir cet espace.

Tout espace assignable est fini en un sens & infini en un autre : Il commence à un terme & ne s'étend pas au delà d'un autre ; mais l'étenduë renfermée entre ces deux termes est composée de deux moitiés, la premiere de celle-ci de deux autres, & ainsi à l'infini. Il en est de même du temps : L'heure dixiéme commence & son commencement suit immediatement la fin de la neuviéme. Entre cette fin de la neuviéme & le commencement de la dixiéme, il n'y a aucun intervale, quoique l'un de ces termes ne soit pas l'autre. L'heure dixiéme a son dernier terme comme son premier, & sa fin est immediatement suivie du commen-

cement

cement de l'onziéme. Tout temps eſt donc composé de deux moitiés, dont la premiere l'eſt encore de deux autres, & cela ſans aucune fin. Le tems & l'eſpace ſe répondent parfaitement.

Un eſpace fini & enfermé entre deux termes peut être parcouru dans un temps fini & renfermé de même entre une fin & un commencement. Cet eſpace, qui ſe diviſe à l'infini, peut être parcouru pendant un temps qui ſe diviſe abſolument de même. Ces diviſions de petit en petit pouſſées tant loin qu'on voudra, ne feront de côté & d'autre qu'une ſomme finie.

C'eſt un *Sophiſme* & une faute contre la regle qui deffend de *comparer des choſes qui ſont d'un genre tout different*, que de s'ébloüir par la diviſion de l'eſpace de moitié en moitié à l'infini, & puis d'ajoûter, un tems fini pouroit-il ſuffire à un mobile pour parcourir cette infinité ? Pourquoi non, ſi ce temps fini renferme auſſi une pareille infinité ? Dans un temps fini il ſe décrit un eſpace fini. Dans un temps diviſible à l'infini il ſe decrit un eſpace qui l'eſt de même.

C'eſt encore par une ſemblable combinaiſon ſophiſtique du fini avec l'infini, que l'on pretendoit prouver, ou plûtôt que l'on faiſoit ſemblant de prouver qu'*Achille* ne pouroit jamais atteindre une *Tortuë*. Que celle-ci ait cent toiſes d'avance ſur lui : Pendant qu'Achille parcoure ces cent toiſes, la Tortuë avancera d'une centiéme, & tandis qu'Achille franchira encore cet eſpace la Tortuë s'avancera de la centiéme d'une centiéme, & ainſi à l'infini, elle le precedera toûjours moins, mais elle le precedera pourtant.

Dès qu'il s'agit de comparer deux viteſſes finies avec des chemins finis, il ne faut plus y faire entrer un mélange de l'infini. Qu'Achille parcoure une toiſe dans une minute ſeconde, il en parcourra cent dans cent minutes ; & cent & une toiſe dans cent& une minute ; alors la Tortuë n'aura qu'une avance d'une centiéme de toiſe, & pendant qu'Achille parcourra la toiſe cent & deuxiéme, la Tortuë fera encore ſur cette cent-deuxiéme toiſe une nouvelle centiéme de chemin ; de ſorte qu'au bout de cent deux minutes, Achille l'aura devancée de $\frac{98}{100}$. de toiſe. C'eſt ce que l'on trouve en comparant, comme la raiſon l'ordonne, le fini avec le fini.

Si vous voulés ſavoir préciſement où c'eſt que deux tels mobiles ſe trouveront ſur la même ligne, non pour y reſter un inſtant, mais pour en partir dès qu'ils y ſeront arrivés, en telle ſorte que la fin du temps qu'ils employent pour y parvenir ſoit immediatement ſuivie, & ſans aucun intervale, du commencement du temps où ils en partent, voici la regle : La viteſſe connuë d'Achille eſt b; celle de la Tortuë auſſi connue eſt c: la longueur qu'elle a d'avance ſur Achille eſt d: La longueur au bout de laquelle ils ſe rencontrent préciſement ſera $d + x$. Donc b (viteſſe d'Achille). c (viteſſe de la Tortuë) : : $d + x$ (chemin total d'Achille.) x (chemin de la Tortue).

Donc $bx = cd + cx$. Donc $cd = bx - cx$, & $x = \frac{cd}{b-c}$.

Ici $x = \frac{100 \times 1}{99} = \frac{100}{99}$ & $d + x = 100 + \frac{100}{99} = 101 + \frac{1}{99}$; car pendant que la Tortuë fait $1 + \frac{1}{99}$ Achille fait $100 + \frac{100}{99}$.

Cette verité que le mouvement eſt un état d'application ſucceſſive continuelle & dans laquelle il n'y a ni inſtant ni atome, ſert encore à reſoudre une difficulté contre la continuation du mouvement.

Continuation du mouvemẽt.

Un mobile (a-t-on dit) ſe trouve à chaque inſtant dans une certaine place, préciſement égale à ſa maſſe, & comme chaque choſe eſt determinée à reſter dans l'état où elle ſe trouve, un mobile à chaque inſtant, eſt determiné à reſter où il eſt : Il faut donc qu'une nouvelle cauſe ſurvienne pour le chaſſer de cette place & l'obliger à la quitter.

Une des suppositions sur lesquelles roule cette difficulté, n'est pas vraye, & l'autre sert à la lever. Le temps ne renferme point d'instant pendant lequel on puisse dire qu'un mobile occupe une certaine place determinée : Quelque partie de temps qu'il vous plaise de choisir, pendant la durée de cette partie, un mobile change de place ; car son état est un état de changement continuel : Cette maniere d'être, cette activité est réelle : par conséquent un corps est determiné à la conserver, & elle subsistera jusques à ce qu'une cause plus puissante la détruise. Quelque portion de tems que vous assigniés, le mouvement est successif, & par consequent determiné à demeurer ce qu'il est, à continuer d'être successif.

Dans le temps qu'on atribuoit aux corps des especes d'inclinations, que l'on supposoit que le repos étoit leur état naturel, que le moindre mouvement leur faisoit violence, & que, quand des mobiles font le plus de fracas, & se lancent avec le plus de fureur, comme un boulet qui renverse des murailles, & la foudre qui brise tout, ils ne laissent pas de conserver pour l'état de repos, la plus forte inclination & s'y rendent le plûtôt qu'il leur est possible ; dans les temps où l'on étoit assujetti à ces préjugés, il ne faut pas s'étonner si l'on étoit en peine de savoir d'où vient qu'une pierre ne passoit pas du mouvement au repos, dès qu'elle étoit renduë à elle-même, & qu'elle se trouvoit hors de la main qui venoit de la lancer ? On repondoit qu'il passoit de la main dans la pierre une certaine impetuosité, qualité inherente pour quelque temps & capable de tenir pendant ce temps-là contre l'inclination naturelle de la pierre au repos. On a senti les embarras de cette hypothese dans le tems même qu'elle avoit le plus d'autorité. D'où vient disoit-on que cette impression étrangere l'emporte sur une inclination naturelle ? D'où vient que cette impetuosité ne s'échape pas d'une pierre avec la même facilité & la même promtitude qu'elle y a paſſé ? D'où vient qu'elle a un temps determiné pour y reſter, & que ce temps eſt quelque fois plus court, quelque fois plus long ? D'où vient que quand un corps ſe meut rapidement il faut lui oppoſer de ſi grands efforts pour le remettre dans l'état où il tend de lui-même ? *Qu'eſt-ce que cette impetuoſité ?* Dès qu'on la ſuppoſe differente du mouvement, on ne peut s'en former aucune idée ; & ſi elle n'eſt autre choſe que le mouvement même, une pierre hors de ſa main qui l'a jettée continuë à ſe mouvoir, parce que la main en la jettant lui a donné du mouvement, & que cette maniere d'être ſubſiſte à la maniere des autres effets, qui n'ont pas beſoin que la cauſe qui les a fait naître continuë a agir pour les conſerver : Dès qu'ils exiſtent une fois, ils ſont par là même determinés à perſeverer dans leur exiſtence.

On a cherché dans l'air qui circule au tour de la pierre, & qui vient la prendre par derriere, on a, dis-je, cherché dans cette circulation, la cauſe de la continuation du mouvement. Mais puiſque l'air lui même a été mis en mouvement, par la même cauſe qui a lancé la pierre ; d'où vient qu'il ne ſe met pas en repos dès que cette cauſe ceſſe de le pouſſer ? On voit que dans une cuve les circulations de l'eau, autour d'une main qui la pouſſe, ceſſent d'abord après que la main qui les cauſoit a ceſſé de ſe mouvoir. Quelle viteſſe ne ſeroit pas neceſſaire à l'air, & avec quelle rapidité ne faudroit-il pas qu'il circulât pour pouſſer la maſſe d'une pierre, dont la denſité ſurpaſſe ſi prodigieuſement la ſienne ? Outre cela, une queuë de plumes ou de cheveux attachée à un dard, ſe replieroit du côté de ſa pointe par l'impulſion violente de l'air, à laquelle elle cederoit plus aiſément que le dard.

Cette derniere remarque ſert encore à refuter ceux qui attribuent la continuation du mouvement d'un mobile au reſſort de l'air qui ſe debande contre lui, & le pouſſe en avant. Je n'ai pû aſſés m'étonner de voir le P. Deſchales dans cette hypotheſe.

Les corps deſcendent avec plus de vîteſſe dans la machine du vuide quand l'air eſt pompé que quand elle en eſt pleine, & une pierre ne s'élance pas moins vigoureuſement ſur les hautes montagnes, où l'air a beaucoup moins de reſſort, que dans le terrein le plus bas.

Et puis qu'eſt-ce que le *reſſort?* Si on en attribuë les effets à quelque autre cauſe qu'au mouvement d'une matiere qui agit ſur un corps à reſſort & le retablit dans ſa figure precedente, c'eſt une *qualité oculte*, & j'aime autant m'en tenir à *l'impetuoſite imprimée* à la *forme ſubſtantielle*, ou plûtôt j'aime mieux demeurer dans le ſilence.

L'air conſerve-t-il ſa mobilité & ſon activité, par cela même qu'il l'a, & parce que cette maniere d'être par là même qu'elle eſt maniere d'être, & par conſequent qu'elle exiſte, eſt determinée à perſeverer? Ou eſt-ce à l'impreſſion de quelque autre corps que l'air doit la continuation de ſon reſſort & de ſon mouvement? Celui-ci tiendra-t-il encore d'un autre le mouvement qu'il a & par l'efficace duquel il agit ſur l'air?

Plus vigoureuſement une main chargée d'une pierre auroit frapé l'air anterieur, plus auſſi elle en auroit plié les parties & bandé les reſſorts; car c'eſt toûjours le premier effet des impreſſions vives ſur les corps à reſſort. Je veux donc que cet air anterieur ſe fût reculé, & par là eut donné lieu au reſſort de l'air poſterieur de ſe debander de lui même; dès que la pierre auroit fait quelque chemin, elle viendroit à rencontrer l'air chaſſé, & dont les parties comprimées ſe debanderoient avec un effort proportionné à celui qui les auroit pouſſées, & par conſequent elles repouſſeroient la pierre en arriere, & prévaudroient ſur l'air qui la ſuit, & dont le reſſort s'eſt affoibli à meſure qu'il s'eſt deploïé, & que ses parties se sont dilatées.

On a donc cherché dans l'obscurité de diverses conjectures, une cause qui est trés simple & qui se presente très naturellement. Le mouvement est une maniere d'être successive : Puisque c'est une maniere d'être, par là même qu'il a commencé d'exister, il est determiné à continuer & à continuer tel qu'il est, tel qu'il a commencé : En commençant d'être, il a été successif ; sans cela il ne seroit pas mouvement. Il est donc determiné à continuer d'être successif.

Vitesse. Le mouvement étant un flux continuel, une succession non interrompuë, la difference d'un mouvement viste d'avec un mouvement lent, ne peut pas venir de ceque l'un est interrompu par un plus grand nombre de *morules* de repos, ou par de plus longs intervales de cessations.

Fig. III. Faites tourner la ligne *AB* autour de son milieu *C*, en frapant son extremité *B*, le point *A* fera précisement autant de chemin que le point *B*, & aura la même vitesse. Tout ce qu'il y a sur cette ligne de *B* en *C* & de *C* en *A* se mouvra en même temps que les deux extremités de *A* & de *B*, & les points *D* & *E* ne demeureront pas sans avancer aucunement pendant que *B* avancera de *B* vers *F* sur la circonference *BFGA*. Pour petit que soit cet arc, le raïon *CB*, qui l'aura decrit, aura changé de place, & parvenu en *F*, fera avec sa position precedente l'angle *BCF*, & le point *H* se sera éloigné du point *D*, comme le point *K* du point *E*. On voit par là que la vitesse peut croître & diminuer à l'infini. En effet, comme nous l'avons déja remarqué, qui dit changement, qui dit succession, dit quelque chose qui ne peut être fixe. Dès qu'une application n'est pas sur les mêmes parties, elle peut toujours devenir plus successive ; un changement peut toûjours devenir plus grand & toùjours moindre aussi, par degrés, jusqu'à ce qu'il soit nul. Une vitesse plus grande c'eſt une application à un plus grand nombre de parties pendant le même temps ; c'eſt une application plus ſucceſſive, plus variée. Il n'y faut pas chercher autre choſe.

Mais l'eſprit humain n'aime pas ce qui eſt tant multiple : Il en eſt fatigué, & le même principe qui lui a fait ſupoſer des atomes, où il bornât ſes diviſions & ſes ſubdiviſions, lui a fait encore imaginer des *Morules*, des intervales de repos, qui lui fourniſſent la commodité de concevoir toutes les viteſſes égales en elles-mêmes, tous les mouvemens également ſucceſſifs.

Voici un exemple qui force de reconoître qu'un plus grand nombre de parties égales peuvent être parcouruës dans un temps que dans un autre, quoique ces deux temps ſoient toûjours égaux & qu'il n'y ait aſſurement point plus de morules dans un de ces cas que dans l'autre. Que la ſurface *ac* coule le long de la ſurface *eo* ſuppoſée d'abord en repos, & qu'elle la parcoure dans deux minutes. Après cela que la ſurface *oe* parcoure à ſon tour auſſi dans deux minutes la ſurface *ca* qui lui eſt égale & qui demeure en repos. Que ces deux ſupoſitions ſoient ſuivies d'une troiſiéme. Que le premier rectangle ſe meuve de *a* en *e* avec la même vîteſſe qu'auparavant, & le ſecond de *o* en *e* avec la même vîteſſe encore. Il eſt indubitable que dans une minute, le point *a* ſera vis-à-vis de *f*, cette *f* étant vis-à-vis de la moitié de *eo*. Dans une minute auſſi le point *o* ſera vis-à-vis de *g*, & dans la ligne *fg* ; *o* ſera donc vis-à-vis de *a*, & la ſurface *ac* aura parcouru dans une minute toute la ſurface *eo* avec la vîteſſe préciſement qui lui auroit fait parcourir la premiere fois la moitié de *eo*. Dans le premier cas, il n'y avoit point eu un plus grand nombre de morules, ni de plus longues que dans celui-ci, car les vîteſſes n'ont point changé ; cependant l'application a été plus ſucceſſive, & une plus grande longueur a été parcouruë dans un des tems que dans l'autre.

Fig. IV.

M. Bayle, dont la fantaisie étoit d'établir le Pyrrhonisme & d'inspirer aux hommes de l'éloignement pour la Raison, allegue cet exemple (à l'article de Zenon) comme une preuve sans replique d'une incomprehensibilité, & un cas qui met à bout toutes nos lumieres. Il savoit bien que son Dictionnaire seroit lû par une infinité de gens qui ne seroient point faits à resoudre des Sophismes, qui même ne seroient point accoûtumés à reflechir, & qui loin d'avoir des principes solides sur les sciences, n'en auroient même aucune teinture. Il savoit bien qu'il n'y avoit qu'a éblouïr une partie des ses Lecteurs pour les amener où il lui plairoit. Mais pour trouver dans cet exemple une incomprehensibilité qui mette à bout toute nôtre raison, il faut supposer que nous sommes necessités à concevoir une *application successive* comme quelque chose de *fixe* & de reglé sur une *certaine mesure*. Il faut supposer outre cela que la Raison est à bout dès qu'elle est obligée de convenir qu'un effet qui resulte des impressions conjointes de deux causes d'égale force, est double de ce qu'il seroit s'il n'étoit produit que par l'impression d'une seule.

Temps. J'ai déja eu occasion de faire mention du temps en parlant du mouvement. La suite des matieres demandera encore qu'on y fasse plus d'attention. Il est donc important d'éclaircir ce terme & de s'en former une juste idée. Cette idée même doit entrer dans l'explication du mouvement, elle appartient à sa nature, puisqu'une des proprietés essentielles du temps, c'est d'être la mesure du mouvement. Si l'on n'établit pas bien ces idées, on paroîtra même tourner dans ce qu'on appelle un *Cercle vicieux*, car d'un côté dés qu'il s'agira de comparer deux vitesses inégales, il faudra les rappeller à quelque uniformité, & faire attention aux longueurs qu'elles font parcourir dans des temps égaux, & d'un autre les temps égaux sont ceux pendant lesquels des longueurs égales sont parcouruës par des vitesses éga-

les

les. Je reprendrai donc dès ſes premiers principes, une matiere qui, comme on le voit, n'eſt pas ſans obſcurité.

Aucun Etre n'eſt different de ſon exiſtence : Quand je tiens ma plume, je n'ay point deux choſes dans la main, ma plume & ſon exiſtence ; mais l'exiſtence de ma plume, c'eſt ma plume même.

On a arrêté ſon attention ſur divers objets : Quand on les a conſiderés comme des Etres, l'idée qu'on a formé pour s'en repreſenter un à cet égard, a été la même dont on s'eſt ſervi quand on a penſé à un autre, en le conſiderant auſſi comme un Etre. On s'eſt ſervi d'un nom pour exprimer cette idée également applicable à toute ſorte d'Etres ; c'eſt le nom *ſubſtantif*, maïs *vague* & *abſtrait*, *d'exiſtence*.

Un corps qui demeureroit immobile & qui garderoit conſtamment ſa groſſeur, ſa figure, tous ſes atributs en un mot, & qui ne ſubiroit aucune variation quelle qu'elle fût, demeurant abſolument le même à tous égards, auroit auſſi ſon exiſtence invariée, puiſque ſa propre exiſtence ne peut pas differer de lui même. Telle encore ſeroit l'exiſtence d'un Etre penſant, & qui ſe ſeroit conſtamment occupé de la même idée ou du même ſentiment, ſans même que la reflexion ſur la durée de ce ſentiment aportât la moindre varieté dans ſa maniere de penſer & d'exiſter.

Ou dit bien qu'un corps s'eſt repoſé pendant une heure, un jour, une année ; mais ce ſont là des *denominations exterieures*. On exprime ſon état & ſa maniere d'exiſter par des noms qui, au lieu d'être tirés de ce qu'il renferme effectivement, ſont empruntés de ce qui ſe paſſe au dehors de lui, de ce qui eſt tout different de lui & le laiſſe tel qu'il eſt. Ainſi que dans ce moment on me loüe ou l'on me blame, que je ſois aprouvé ou deſaprouvé, que je ſois connu ou ignoré à cent lieües de moi, c'eſt ce qui ne m'appartient en aucune façon, qui *n'affecte* point mon exiſtence, qui ne modiſie point ma maniere d'être, qui ne fait rien à ce que je ſuis. Ce ſont des noms dont on me deſigne, mais tirés de ce qui ſe paſſe chés les autres, & dont certainement on abuſe quand, après les avoir joint au mien, on les regarde comme exprimant quelqu'un de mes attributs. Je ſuis à la gauche d'un homme : Il ſe leve & après avoir fait un demi tour, il me preſente la droite. Il ne m'eſt ſurvenu aucun changement ; c'eſt lui qui a changé ſa place & ſa ſituation, & ſi on dit en Latin comme on le peut dire ſuivant l'uſage, que *ex ſiniſtro factus ſum dexter*, cette expreſſion ne ſera pas juſte, car elle paroîtra poſer en fait qu'il m'eſt arrivé quelque changement, & joindra à mon nom des termes empruntés de ce qui eſt arrivé à une autre perſonne.

Il n'y a donc que les corps à qui il ſurvient quelque changement, il n'y a que les corps ſur qui le mouvement produit quelque effet, & par conſequent il n'y a que les corps qui ont eux-mêmes quelques mouvemens, qui éprouvent quelque variation dans leur maniere d'exiſter, dont l'exiſtence ſoit ſucceſſive & porte à juſte titre le nom de *Temps*. L'exiſtence du mouvement dans un corps, eſt donc l'exiſtence du tems dans ce corps ; & le temps & le mouvement d'un corps c'eſt la même choſe.

On eſt tellement accoûtumé à regarder comme très juſtes des expreſſions établies par un long uſage, & qu'on a repeté mille & mille fois dès ſon enfance, & on eſt tellement accoûtumé à dire également qu'un corps a demeuré ou en mouvement, ou en repos pendant une heure, un jour, une année, qu'on ne peut s'empêcher d'être ſurpris quand on entend dire que le temps n'eſt pas, à parler exactement, la meſure du repos comme il eſt celle du mouvement, & qu'on ſoupçonne d'abord quelque ſophiſme dans les argumens par leſquels on prouve que le mot de *Temps*, eſt un terme qui exprime une maniere d'exiſter qui n'eſt pas celle des corps en repos. Cependant qu'on repasse sur ces preuves ; leur évidence en fera surmonter ce que le prejugé contraire à la conclusion y oppose d'abord.

Chaque quantité est la mesure précise de soi-même, & par là chaque mouvement est sa mesure à lui-même, sa succession est précisement telle qu'elle est : Mais quand il s'agit de comparer des quantités, pour en connoître au juste le rapport, on leur cherche une mesure commune du même genre. Pour comparer deux mouvemens & établir leur rapport, il faut donc en chercher un qui ait ce qu'il faut pour être leur mesure commune. Et comme on peut comprendre que la mesure commune de deux étenduës doit être une étenduë qui se trouve précisement un certain nombre de fois dans l'une, & un certain nombre de fois dans l'autre, sans savoir pour cela comment il faut s'y prendre pour trouver une telle mesure, on peut de même comprendre quel doit être un mouvement pour servir à la mesure des autres, sans savoir par où on s'assurera qu'un mouvement a les conditions qu'on demande.

On comprend qu'un mouvement seroit propre à mesurer les autres, quand il seroit uniforme, & sans avoir besoin de faire attention au temps, on conçoit qu'un mouvement meriteroit le nom d'uniforme, quand il seroit toûjours également successif, quand l'application successive dans laquelle il consisteroit n'iroit jamais ni en croissant ni en diminuant ; mais par où s'assurer qu'on a un tel mouvement ?

On est aisément venu à croire que les mouvemens des astres & surtout celui du Soleil, se faisoient avec cette regularité ; la supposition étoit commode, & on n'y remarquoit pas d'erreur. Cependant on s'est convaincu du contraire, & il a fallu s'assurer de quelques autres mouvemens pour servir de regle universelle. La raison même les a fait trouver, On a observé (& on en a découvert les raisons) que de certains pendules quand ils étoient d'égale longueur & qu'ils partoient ensemble, achevoient & recommençoient ensemble toutes leurs vibrations, sans que l'un devançât l'autre de quoi que ce soit.

Mais comme ces vibrations n'étoient pas toutes d'égale longueur, & que les arcs décrits par ces pendules alloient en diminuant, on a attendu d'en lâcher un qu'un autre eût fait un certain nombre de vibrations, 50 par exemple, & alors quoique le second dans chaque vibration, decrivît des arcs plus longs que les arcs décrits par les vibrations de l'autre, ces vibrations ne laissoient pas de recommencer & de finir toûjours ensemble.

Ces experiences soûtenuës par des demonstrations, ont parû mettre en droit de regarder la regularité de ces mouvemens comme propre à en faire la mesure des autres; car quoi qu'ils ne soient pas uniformes à tous égards, & que l'aplication successive varie dans les differentes portions des mêmes arcs, cependant il y reste toûjours une uniformité suffisante. Ces vibrations qui recommencent toûjours & finissent toûjours ensemble, ont à cet égard une uniformité qui prouve que les petites durent précisement autant que les grandes, & presentent dans cette égalité de durées quelque chose d'assés fixe, pour en faire des mesures justes & certaines. Un mobile dont l'application seroit toûjours également successive, ne fourniroit rien de plus commode dans les espaces égaux qu'il parcourroit également; & des vibrations d'égale durée sont équivalentes pour l'usage à des mouvemens uniformes en tout sens. On a donc là des mouvemens, on a des temps dont les sommes sont égales.

De la communication du Mouvement.

ON a vû qu'un corps en mouvement qui en rencontroit un autre en repos, le pouſſoit devant lui : De là on a aiſément conclu que le premier donnoit du mouvement au ſecond. En même temps on a remarqué que le premier alloit moins vîte & avançoit moins qu'auparavant, & de là on a encore conclu avec la même facilité, qu'il avoit perdu de ſon mouvement. De ces deux conſequences on en a tiré une troiſiéme, c'eſt que le corps frapant avoit donné au corps frapé une partie de ſon mouvement, & s'étoit conſervé l'autre. Mais ces trois concluſions ſi vîte tirées donnent lieu à une très grande difficulté, la troiſiéme ſurtout. Le mouvement n'eſt autre choſe qu'un état du mobile, une maniere d'être du corps qui ſe meut ; ou ſi vous voulés, le mouvement d'un corps eſt ce corps même exiſtant d'une certaine façon, & appliquant ſucceſſivement ſa ſurface. Or comment la maniere d'être d'une portion d'étenduë, peut-elle devenir la maniere d'être d'une autre portion ? C'eſt comme ſi on diſoit qu'un morceau d'étenduë exiſtant d'une certaine façon, devient un autre morceau exiſtant d'une façon ſemblable.

Etat de Queſtion.

Eſſaïons ſi la premiere naiſſance du mouvement ne nous pourroit point donner quelque lumiere là deſſus. Quand la ſuprême intelligence a voulu qu'une certaine portion d'étenduë fût en mouvement, infiniment ſage & infiniment d'accord avec elle, il ne ſe peut qu'elle n'ait voulu en même temps, tout ce ſans quoi ce mouvement ne pouvoit ſe faire. Par conſequent elle a voulu que les corps rencontrés par le mobile lui fiſſent place & avançaſſent pour le laiſſer avancer. Cette volonté a eu neceſſairement ſon effet, & comme il a voulu que

Premiere hypotheſe.

le mouvement continuât dans l'Univers, il a voulu par conſequent que le deplacement, ou le mouvement des corps rencontrés & choqués par ceux qui en auroient continuât à ſe faire dans toute la ſuite des temps. Sa volonté toute puiſſante eſt executée, & cela arrive comme il l'a ordonné.

Mais ſi un mobile après avoir frapé le corps qu'il rencontre, continuoit à ſe mouvoir avec autant de vîteſſe qu'auparavant, celui qu'il pouſſeroit avant lui avanceroit auſſi vîte que lui pour lui faire chemin; le mouvement doubleroit donc dès le premier choc: Ces deux maſſes en pouſſeroient une troiſiéme égale à leur ſomme, & le mouvement deviendroit quadruple; de ſorte que ſi cela avoit eû lieu, une certaine doze de mouvement, que la ſageſſe du Createur avoit trouvé à propos d'établir dans l'Univers pour en faire la beauté, ſeroit parvenuë dans peu de momens aux plus grands excès, & auroit tout derangé. Voila pourquoi la Sageſſe ſuprême qui vouloit que l'Univers ſubſiſtât dans l'état où elle l'avoit d'abord mis, a trouvé à propos qu'un corps qui en rencontre un autre & qui eſt cauſe du mouvement où il ſe met, en perdît autant que l'autre en reçoit de nouveau. Il a fallu que la maniere d'être du premier devînt d'autant moins ſucceſſive que celle du ſecond le devient plus. A proprement parler, il ne ſe fait pas un partage; mais les mêmes effets arrivent, que ſi le mouvement étoit une ſubſtance qui ſe partageât proportionellement. C'eſt ce qui a donné lieu à des expreſſions tellement établies par l'uſage qu'il n'y a pas moïen de les quitter: Elles ſont moins juſtes, mais elles ſont plus commodes que des circonlocutions continuelles, & quand on les a une fois expliquées, il n'eſt plus à craindre qu'elles jettent dans l'erreur.

On ne ſe formeroit pas des idées aſſés juſtes de ce ſyſtême, ſi l'on concevoit l'Etre ſuprême continuellement attentif à tous les chocs, pour créer une certaine quantité de mouvement dans le corps frapé, & en détruire precisément autant dans le frapant, ou pour faire que le corps frapé existât en appliquant successivement sa surface dans un certain degré, & que le frapant appliquât la sienne moins successivement qu'il ne faisoit, precisément dans le même degré : Mais il suffit de concevoir qu'en faisant naître le premier mouvement il a voulu que les choses allassent ainsi, & il l'a voulu pour toûjours. Cette volonté ne s'est pas évanoüie ; elle est permanente en lui, & elle est constamment suivie des effets qu'elle a ordonné.

Ce sera dans la suite qu'on aura lieu d'examiner si les chocs des corps à ressort font exception à cette loi, ou si en remontant aux secrettes & premieres causes des effets du ressort, les chocs qu'il modifie se trouvent assujettis à la loi commune, non à la verité dans ce qui se presente aux sens, mais dans ce qui leur échape.

Si elle est une suite de la constance de Dieu.

Pour donner plus de poids à ces loix du mouvement établies par la Sagesse suprême pour toute la suite des temps, & pour mettre dans une plus grande necessité de les reconnoître, on a pretendu qu'elles étoient des suites de la constance essentielle à Dieu. Je doute de la force de ce raisonnement. Dieu est un Etre libre & toûjours très bon & très sage : Il a établi une très grande varieté dans les ouvrages de la Nature, & dans ceux de la Grace. Nous n'avons pas des idées assés exactes, assés complettes, assés determinées des perfections divines pour nous hazarder d'en tirer des consequences determinées. Peut-être même que les impressions causées par les chocs, les ébranlemens qui en sont les effets, seroient toûjours les mêmes, encore que la quantité absoluë de mouvement changeât dans l'Univers, pourvû que la même quantité relative y subsistât. Un corps par exemple, qui s'avance avec deux degrés de mouvement, reçoit la même impression

& un choc de la même force d'un corps égal qui le suit & l'atteint avec six, qu'il en recevroit s'il étoit en repos, & que ce même corps le frapât avec quatre.

Cette expression, Une partie du mouvement du corps frapant, passe dans le corps frapé, signifie dans cette hypothese ; Quand le Createur du mouvement aussi bien que de toutes choses, l'a fait naître, il a voulu que les corps rencontrés par ceux qu'il avoit mis en mouvement, s'y missent aussi, & qu'autant que ceux-ci prendroient de mouvement nouveau, autant ceux qui les fraperoient en perdissent de celui qu'ils avoient. Cette volonté à eu d'abord son effet, & comme elle subsiste, son efficace continuë aussi, & on continuë à voir l'execution de cette volonté. C'est la *veritable* cause des mouvemens qui naissent de nouveau, dont le choc des mobiles est simplement *l'occasion*.

Recapitulation de la premiere hypothese.

Seconde hypothese.

Mais il se peut qu'on n'eût pas besoin de recourir à la toute-puissance de l'Etre souverain, pour y chercher la cause veritable & immediate de tous les mouvemens nouveaux qui se produisent, & de tout ce qui s'en detruit. Il se peut que les chocs qu'on regarde dans cette hypothese uniquement comme des occasions & des *causes aparentes*, soient eux-mêmes des *causes veritables* & réelles.

Qui dit mouvement, dit l'état d'un corps qui change de place. Cet état est réel ; le mobile existe veritablement avec cette maniere d'être. A la verité l'étenduë a reçu d'ailleurs le mouvement qui se trouve en elle ; elle l'a reçu de la premiere cause : C'est l'Etre souverain qui a produit dans l'étenduë les premiers changemens de situation ; mais comme l'étenduë elle-même n'en est pas moins étenduë, n'est pas moins être effectif & veritable, parce qu'elle tire son existence d'une cause differente d'elle, cette cause toute puissante & toute réelle ne s'étant pas deploïée pour faire des riens, mais pour produire des choses & faire naître des

effets

effets réels ; le mouvement de même, qui eſt un effet de cette étenduë, ne laiſſe pas dès qu'il a été formé d'être un état réel, pour avoir reçû ſon exiſtence d'une cauſe exterieure & differente de lui.

Le mouvement eſt donc un état réel du corps, il y exiſte, il eſt en lui, ou plûtôt c'eſt le corps même exiſtant d'une certaine façon. Un corps qui ſe meut change réellement de place : Or qui dit un corps qui *change de place*, dit un corps qui *déplace* ce qui s'oppoſe à ſon paſſage : Et qui dit un corps qui *change réellement de place*, dit un corps qui *déplace réellement* ceux qu'il rencontre, & qui par conſequent les met en mouvement. Il implique contradiction qu'un corps change de place, ſans déplacer ceux qu'il rencontre. Il implique donc contradiction qu'un corps ſoit en mouvement ſans y mettre ceux qu'il frape : Or c'eſt là le *caractere eſſentiel d'une veritable cauſe*, quand il implique contradiction qu'elle agiſſe & que l'effet ne naiſſe pas de ſon action. Changer de place eſt un *état actif* ; l'effet neceſſaire de cet état actif, eſt de faire auſſi changer de place à ce qu'il rencontre & à ce qu'il déplace.

La ſouveraine Sageſſe a vû cela en créant le mouvement. En lui donnant l'exiſtence, il lui a donné tout ce qui étoit neceſſaire pour exiſter, & la force de déplacer l'étoit. Le mouvement a donc reçû cette force ; il l'a reçûe en recevant ſon exiſtence, & cette *force*, à le bien prendre, n'eſt pas differente de lui-même. Changer de place & déplacer, c'eſt le même état conſideré ſous deux diverſes relations.

Le corps rencontrant & le corps rencontré s'uniſſent en une ſeule maſſe ; car chaque corps eſt compoſé d'une infinité de ſubſtances, dont chacune a ſon exiſtence à part ; mais ces ſubſtances compoſent *un ſeul tout* par le *contact* & par le *repos* où elles ſont l'une à l'égard de l'autre. Le corps frapant touche le frapé, & il faut qu'ils avancent d'un pas égal, au moins dans le moment du choc, afin que le premier continuë à se mouvoir. Les voilà donc qu'ils forment une seule masse : Ce nouveau tout existe en appliquant successivement sa surface à ce qui l'environne. Quelle est la cause de cette application successive commune à toute cette masse. ? C'est l'application successive de celle des deux parties qui a poussé l'autre. Un effet ne sauroit être plus grand que sa cause. Il n'y aura donc pas plus d'application successive dans le nouveau tout, qu'il n'y en avoit dans celle de ses parties qui en est la cause. Le nouveau tout ne parcourra pas un plus grand espace que celui que parcouroit l'une de ses parties dans un temps égal, avant qu'elle se fût unie à l'autre.

Pour avoir la longueur du premier espace parcouru, je diviserois cet espace par sa baze, le poids du mobile. Pour avoir la longueur du second espace, je le diviserai de même par la nouvelle masse ; & comme le diviseur croîtra, le quotient diminuera dans la même proportion. C'est ce qui fait dire que la vîtesse du mouvement est diminuée par le choc & par l'union du frapant & du frapé, & qu'autant que celui-ci devient un corps s'appliquant plus successivement qu'il ne faisoit, autant celui-là s'applique moins successivement.

Distribution du mouvement

Pour déterminer tout cela plus exactement, on cherche une mesure commune aux deux masses. Si celle qui étoit en repos, pesoit, par exemple, une livre & $\frac{3}{4}$, & celle qui la pousse deux livres & $\frac{3}{8}$, une huitiéme de livre sera la mesure commune des masses, & leur rapport sera celui de $\frac{14}{8}$ à $\frac{19}{8}$, ou de 14 à 19.

Si cette derniere parcouroit 6 toises dans une minute, chacune de ses huitiémes parties parcourroit aussi la longueur de 6 toises : Multipliés donc cette longueur par 19, vous aurés la somme des espaces parcourus par ce mobile, ou la quantité de son mouvement qui s'exprime par $19 \times 6 = 114$, & chaque unité sera une portion, ſavoir $\frac{1}{114}$. de cette quantité. Ces portions ont reçu le nom de degrés, parce que le mouvement peut croître & diminuer par degrés.

La nouvelle maſſe compoſée de $\frac{33}{8}$. de livre deviendra la baze d'un eſpace exprimé par 114, & en diviſant ce nombre par 33, on aura dans le quotient $3 + \frac{15}{33}. = \frac{38}{11}.$ pour la longueur de l'eſpace parcouru. Cette longueur étoit premierement de $6 = \frac{66}{11}$. Elle ſera donc diminuée dans le rapport de $\frac{66}{38}. = \frac{33}{19}.$ c'eſt à-dire, dans le rapport de la nouvelle maſſe à la premiere. Chaque partie du premier mobile ne parcourra plus que $\frac{38}{11}$. de toiſe. Cela fait $\frac{38}{11}. x\ 19 = \frac{722}{11}$. Auparavant c'étoit $\frac{1254}{11}. = 114$. La diminution ſuit encore le rapport de $\frac{33}{19}$.

Chaque partie du corps rencontré decrit $\frac{38}{11}$. Cela fait en tout $\frac{532}{11}$. qui ajoûtés à $\frac{722}{11}$. quantité de mouvement qui reſte au frapant, font $\frac{1254}{11}. = 114$. C'eſt-à-dire qu'après le choc, ſi l'on ſomme le mouvement de la partie frapante & de la partie frapée, on aura la même quantité de mouvement, ou le même nombre de degrés qu'avant le choc.

Ce ſont là les ſuites neceſſaires de ces trois verités. 1°. Que le mouvement déplace. 2°. Que du mobile frapant & du corps rencontré il ſe fait une ſeule maſſe. 3°. Que cette nouvelle maſſe ou ce nouveau tout eſt dans un état d'aplication ſucceſſive auſſi grande, c'eſt à-dire auſſi ſucceſſive preciſément qu'étoit celle du mobile frapant.

Si le mouvemẽt peut être cauſe veritable, & s'il eſt eſſentiel à une creature de n'avoir pas de force réelle

Je vois bien des gens prevenus de la penſée qu'un Etre créé ne ſauroit rien produire, ou être la cauſe réelle de quoi que ce ſoit; car, diſent-ils, pour produire il faut que ce qui n'exiſtoit pas vienne à exiſter; & de l'un de ces termes à l'autre il y a une diſtance infinie: Or franchir cette diſtance, & par conſequent produire un changement infini, c'eſt ce qui paſſe les forces d'un Etre créé, qui par là même eſt un Etre fini.

Mais ce sont là de ces subtilités Metaphysiques qui ébloüissent & qui jettent aisément dans l'erreur, parce qu'elles sont exprimées dans des termes vagues & très équivoques.

Les termes ausquels on préposoit une negation avoient reçû dans l'école le nom de *termes infinis*. *Non métal*: *Non animal*. En parlant ainsi, j'éloigne à l'infini les sujets dont je fais mention. Ici, par exemple, tout ce qui peut être métal, tout ce qui peut être animal. Delà on a conclu que quand on dit *mouvement*, *non mouvement*, il y a une distance infinie de l'un de ces termes à l'autre. Mais tout ce qui n'est pas métal, tout ce qui n'est pas animal, est-il infiniment éloigné de l'être ? Un noyau de cerise n'est pas un cerisier, c'est un *non cerisier*, mais il n'est pas infiniment éloigné d'être cerisier, il a une aptitude à le devenir, qui ne se trouve pas dans le noyau d'un autre fruit, & dont d'autres semences sont encore plus éloignées. L'eau, le sel, le souphre ne sont pas des arbres, mais ces parties servent réellement à les nourrir, & en les nourrissant elles deviennent arbres.

En general une chose qui existe, n'est éloignée du neant, ou n'est differente du rien, qu'en vertu de ce qu'elle possede de réel ; elle n'en est differente qu'autant qu'elle est réelle. Or toute realité créée est finie. Donc aucune creature n'est infiniment differente du neant. Cet éloignement infini est le caractere propre de l'Etre éternel & necessaire. Produire du mouvement, ce n'est donc pas produire un changement, & par consequent un effet infini, puisque le mouvement est une réalité finie, laquelle même ne differe pas autant du neant, & n'a pas autant de réalité que la substance.

L'idée de la production d'une substance, n'est pas à beaucoup près si facile à former que l'idée de la production d'un mode ; nous avons de la peine à y venir :

Mais celle d'un mode se presente d'abord, parce que c'est l'idée d'un effet qui est en nôtre puissance ; car enfin j'introduis dans un morceau de cire tant de figures qu'il me plaît, non simplement parce qu'en retranchant de certaines pieces, je laisse paroître des figures qu'elles envelopoient & qu'elles couvroient, mais en y en faisant naître qui n'y étoient point : Par exemple, quand de ronde qu'elle étoit je l'aplatis, & que d'un cube j'en fais une pyramide, &c. Mais je n'ai pas reçu le pouvoir de produire des substances : pouvoir qui nous auroit été inutile, puisque si tout est plein, nous n'aurions pû les placer nulle part, & au cas du vuide, si les corps qui nous environnent ont le degré de densité qui leur convient, & qui convient à l'Univers, de nouvelles substances en augmentant cette densité, n'auroient fait que du derangement.

Mais cette puissance que nous n'avons pas, il est très facile de nous convaincre que Dieu l'a ; car il implique contradiction que la volonté de l'Etre infini ne soit infiniment réelle, & par consequent infiniment efficace ; car la force est toûjours proportionée à la réalité, puisque la force d'un Etre, c'est cet Etre même agissant ou en état d'agir.

On est venu à dépoüiller les creatures de toute activité par deux motifs bien differens, les uns avec la meilleure intention du monde, les autres avec la plus mauvaise. Les uns ont été ravis de trouver dans le neant des creatures, & dans leur extrême & absoluë foiblesse, une verité des plus efficaces, pour engager les hommes à ne craindre & à n'aimer que Dieu, seule cause immediate de tout ce qui peut nous causer du plaisir ou de la douleur. Les autres ont été ravis d'y trouver une raison pour s'afranchir de toute contrainte, de tout reproche, de toute loi, en se considerant comme des Etres sans activité, uniquement passifs & entraînés par une suite infinie de mouvemens, tous ne-

Deux principes secrets d'erreur.

cessaires, ausquels ils n'ont d'autre part que celle de les recevoir & de les sentir.

Plus les premiers ont de pieté, plus ils doivent craindre d'affermir les autres dans des principes, dont les suites naturelles vont si droit au renversement de toute vertu & de toute religion ; & cela même doit rendre ces principes extrêmement suspects, & même si ces consequences en sont bien tirées, il n'en faut pas davantage pour en conclure qu'ils sont faux.

Inconveniens du sistême des causes occasionelles.

Si nous n'avons point d'activité réelle, si nous ne sommes actifs qu'en apparence, nous n'avons point non plus de liberté réelle ; nous sommes libres en apparence, mais necessités en effet ; & ce sentiment intime de nôtre liberté, qui n'est pas moins vif, ni moins clair, quand nous voulons nous y rendre attentifs, que celui de nôtre existence, que celui de nôtre pensée, n'est qu'un sentiment illusoire. Si nous sentons que nous sommes libres sans l'être, pourquoi ne sentirions nous pas que nous pensons sans penser ? La plus parfaite certitude se reduit à une certitude de sentiment ; ébranlés-la, prouvés qu'elle est trompeuse par un seul exemple, il n'y en aura plus. Voilà le genre humain reduit au plus outré Pirrhonisme.

Toute la Morale, toutes les idées de vertu & de vice tout ce sistême si bien lié & fondé sur des principes si simples, si clairs, ne sera qu'un entassement de chimeres ; car s'il n'y a *point de liberté*, il n'y a point de devoir, point de loi, point de Morale, ou s'il y en a, ce n'est qu'une *Morale chimerique*.

Ces chimeres auront été jusqu'ici dans l'esprit de bien des hommes, des principes Physiques qui les auront determinés à une infinité d'actions très utiles au genre humain, & qui les auront detournés d'une infinité d'autres qui lui auroient été très pernicieuses, quoique souvent avantageuses à leurs auteurs. Telles sont les obligations que l'on a à l'erreur : Mais la connoisſance de la verité va faire changer de face à la conduite des hommes, & la mettre ſur un tout autre pié. La connoiſſance de la verité eſt un principe Phyſique, qui mêne tout naturellement & tout droit à la licence.

Mais pourquoi parler de verité ? En eſt-il quelqu'une dans ce ſiyſtême, & en peut-on avoir un caractere aſſuré ? Si vous dites qu'il y a une évidence qui force à croire & qui exclud le doute, quiconque croit quelque propoſition que ce ſoit, n'eſt-il pas également forcé à la croire ? Et dans tout ce que les hommes font, & dans tout ce qu'ils penſent, ne ſont-ils pas ſoumis à la neceſſité ?

Il faut, ſi ce ſyſtême eſt reçû, changer entierement les idées qu'on a eu juſqu'ici ſur l'Etre ſouverain : De *l'amour de l'ordre* il ne faut plus lui en attribuer, puiſqu'il eſt également l'Auteur de l'ordre & du deſordre, à moins qu'on ne veüille aneantir toute difference entre le bien & le mal, & traiter d'illuſions & de ſophiſmes tout ce qu'on a dit là deſſus. *Sageſſe*, *Sainteté*, *Juſtice*, *Miſericorde*, ce ſont là des noms qui ne ſignifient plus rien appliqués à la cauſe ſuprême & univerſelle de tout. L'Univers eſt compoſé d'Automates, qui paroiſſent agir & n'agiſſent point. L'idée de l'Etre ſuprême ſe reduit à celle d'un Etre neceſſité à les mouvoir.

Quand on entreprend de loüer la plûpart des hommes, comme on ne trouve dans leurs qualités réelles que peu de matiere à éloge, on ſe reduit à tirer leur gloire de la comparaiſon qu'on fait d'eux avec d'autres que l'on prend ſoin de rabaiſſer. Cette methode dont on s'eſt fait une longue habitude, on la ſuit quand il s'agit de loüer l'Etre ſouverain, comme s'il ne tiroit ſa grandeur & ſa gloire que de nôtre petiteſſe & de nôtre abaiſſement, & que pour exalter l'un, il fallût abaiſſer l'autre. Cette methode eſt indigne du grand objet qu'on ſe propoſe de loüer, & il me ſemble qu'il faudroit faire tout le contraire. Si la connoiſſance d'un ouvrage éleve naturellement à celle de ſon Auteur, plus nous trouverons de grandeur & de réalité dans ceux de Dieu, plus auſſi nous aurons une grande idée de ſa réalité & de ſa puiſſance. N'étoit-il pas plus digne d'elle de ſe deploïer pour produire des choſes réelles, que pour donner ſimplement naiſſance à des riens & à des aparences d'Etres, pour produire des cauſes & des forces réelles, que pour faire naître de ſimples aparences de cauſes & de forces ?

Dieu a voulu ſe repreſenter dans ſes ouvrages : L'exiſtence des creatures eſt une image de la ſienne ; leur activité une repreſentation de ſon activité ; & comme une exiſtence réelle eſt plus propre à repreſenter celle de Dieu, & en offre à ſes yeux une image beaucoup plus juſte ; une activité veritable repreſente auſſi celle de Dieu, tout autrement que ne feroit une activité qui ne feroit qu'une aparence & un rien dans le fonds. L'exiſtence des creatures eſt réelle & differente de celle de Dieu, de qui elles la tiennent : Leur force de même eſt réelle, & elle eſt réellement une force diſtincte de la puiſſance divine d'où elle vient.

On dit là deſſus, un Etre créé n'a de force que ce que la volonté divine lui en a donné. Donc cette volonté eſt la cauſe de ſa force : Elle eſt même, ajoûte-t-on, cauſe qu'elle ſubſiſte ; car la volonté de Dieu ayant crée cette force, de plus a voulu qu'elle ſubſiſtât ; ſi elle ſubſiſte c'eſt donc à cette volonté qu'elle en eſt redevable. Je tombe d'acord de tout cela ; mais quand on ajoûte, c'eſt donc, à proprement parler, la volonté de Dieu qui eſt cauſe tous les effets de cette force créée, & pour elle elle n'en eſt que la ſimple occaſion : Je ne vois pas la neceſſité de cette conſequence, & ce qu'elle a de vrai eſt mêlé d'équivoque. C'eſt à la volonté de Dieu qu'il faut raporter tous les effets qui paroiſſent dans l'Univers, comme à leur premiere cauſe,

puiſque

puiſque cette volonté toute puiſſante eſt la ſource qui a donné l'Etre à toutes les cauſes & à tout ce qui produit quelque effet. Mais ſi c'eſt la premiere cauſe, c'eſt l'unique. La conſequence n'eſt pas juſte : Elle n'eſt pas cauſe de rien, elle n'a pas produit de ſimples apparences ; & les forces, les cauſes auſquelles elle a donné l'Etre, ſont des forces réelles & des cauſes veritables, qui agiſſent & qui produiſent leur effet. De Dieu elles ont reçû leur exiſtence & leur pouvoir d'agir ; mais comme elles ſont effectivement, elles peuvent réellement. Elles exiſtent veritablement, & agiſſent de même.

S'il y avoit quelques Etres éternels, à la naiſſance & à la conſervation deſquels Dieu n'eût eu aucune part ; afin qu'ils ne laiſſaſſent pas de ſentir l'élevation de Dieu par deſſus eux, & pour les amener à lui donner gloire, & à s'abaiſſer ſous lui, je m'étudierois à découvrir tout ce qu'il y auroit d'imperfection en eux, pour y arrêter leur attention. Mais pour ſentir l'élevation de Dieu nôtre Createur au deſſus de nous, il n'eſt pas neceſſaire de fixer nos regards ſur nos imperfections, & de faire attention à ce qui nous manque, au contraire l'effet naturel de tous les avantages qui ſont en nous, c'eſt de s'humilier ſous la main puiſſante de qui nous les avons reçûs. Plus je trouve que je ſuis, plus je vois ce qu'il peut, puiſque je ne ſuis que ce qu'il me fait : Plus il m'a donné, plus je luis dois d'amour, de devoüement & d'actions de graces : Plus il m'a donné, plus il peut m'ôter, & par là je le dois plus craindre : Plus il m'a donné, plus il a de droit ſur moi, & par là je ſuis dans une plus grande obligation de lui obéïr.

Si j'étois immobile, & que la Toute-puiſſance divine & ſon infinie bonté, fît avancer des viandes juſques près de ma bouche, l'ouvrît, les fît deſcendre dans mon eſtomach, les transformât en chyle par ſon action immediate, & les fît couler dans mes veines ; en un mot si tout ce que je viens de dire, & toutes les suites que j'en éprouverois, étoient tout autant de miracles, je reconnois que j'aurois de très grandes obligations à mon Createur ; mais ne lui devrois-je pas encore davantage, & mes obligations ne deviendroient-elles pas incomparablement plus grandes, s'il me faisoit réellement present de la force de m'avancer vers les alimens de les choisir, de les preparer, de m'en nourrir ? & n'aurois-je pas en ce cas incomparablement plus de tort si je l'oubliois & si je me bornois à m'aplaudir à la vûë de mes forces, sans m'élever en actions de graces à la Puissance éternelle qui m'auroit fait si heureux & si grand à mes propres yeux ?

Il est donc clair, ce me semble, que le systême des causes occasionnelles n'est pas si necessaire pour relever la grandeur de Dieu par dessus ses creatures, que ses partisans le prétendent. Il pouroit même avoir un effet tout oposé à leurs intentions, & si les preuves que je viens d'avancer sont bonnes, le systême contraire est plus glorieux à l'Auteur de l'Univers. S'il est vrai, dis-je, qu'il faille chercher dans la nature même du mouvement & dans une de ses proprietés essentielles, la cause de ce qu'on appelle communication du mouvement, la cause réelle en vertu de laquelle un corps qui en frape un autre le fait avancer, & en vertu de laquelle le frapant & le frapé ensemble parcourent un espace precisément de la capacité de celui qu'auroit parcouru dans le même temps le frapant tout seul ; on doit se savoir bon gré de cette découverte, & elle est à la gloire du Createur. C'est de lui que le mouvement a reçû cette force, comme il a reçû de lui d'être mouvement. Il a voulu qu'il y eût de l'étenduë : L'étenduë est effectivement, & est de l'étenduë. Il a voulu que le mouvement fût un de ses états : Il a voulu que l'étenduë existât en s'apliquant successivement ; le mouvement est un de ses états, & elle existe en s'apliquant ainſi : Il a voulu qu'elle changeât de place ; elle en change veritablement: Il a voulu qu'elle déplaçât ; elle déplace réellement ce qu'elle rencontre & non pas ſimplement en apparence. Il a voulu que le mouvement fût un état actif ; il eſt un état actif : Il tient d'ailleurs ſon activité, comme il tient d'ailleurs ſon exiſtence ; ſon exiſtence même & ſon activité ſont inſeparables ; car il n'exiſteroit pas s'il n'étoit pas mouvement, & s'il n'étoit pas un mouvement, il ne ſeroit pas actif, comme s'il n'étoit pas actif il ne ſeroit pas mouvement. Le mouvement dès qu'il exiſte, eſt par là même déterminé à continuer d'être ; ſa force qui n'eſt autre choſe que lui-même, dès qu'elle eſt née, eſt déterminée à ſubſiſter & à agir. Les effets de la volonté Divine ſont réels & differens de cette volonté, par la vertu de laquelle ils ont reçû l'Etre ; & quand ces effets deviennent des cauſes à leur tour, ce ſont des cauſes réelles & differentes de la cauſe ſuprême de qui elles ont reçû le pouvoir d'être des cauſes. L'infinie réalité de Dieu n'empêche pas que les creatures ne ſoient de veritables Etres ; au contraire plus la Toute-puiſſance qui les a formées eſt réelle, plus il eſt vrai qu'elles ſont elles-mêmes des Etres réels, non des apparences : Elles tirent de Dieu leur Etre & leur force, mais leur force eſt réelle & differente de la Puiſſance divine, comme leur exiſtence eſt réelle & differe de l'exiſtence du Createur.

Fœlix qui potuit Rerum cognoſcere cauſas !

O cauſa cauſarum, quouſque te nos qui
à te ſumus ignorabimus ?

PROPOSITIONS

PRESENTÉES A L'EXAMEN

DE MESSIEURS

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES;

A L'OCCASION D'UN SECOND PRIX qu'ils ont proposé pour l'année 1720. lequel regarde la Navigation, & a pour sujet cette Question :

Quelle seroit la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du Mouvememnt d'une Pendule, soit par la construction de la machine, soit par sa suspension.

PRO POSITIONS

PRESENTÉES A L'EXAMEN

DE MESSIEURS

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES.

JE n'aurois pas la presomption d'écrire à des personnes si savantes & éclairées, mais deux choses me rassurent; la premiere est l'esperance que vous pardonnerés les fautes d'un mauvais stile à une personne qui n'a point été élevée en France, qui n'a jamais fait d'étude, & qui dès sa jeunesse n'a apris simplement que la profession, le travail, & l'art de l'Horlogerie; & la seconde est, que comme ce sujet regarde ma profession, que la matiere dont je traite, les réflexions & les propositions que je fais; le tout étant des choses de fait, qui me sont dictées non seulement par les experiences que j'ai faites, mais aussi par celles de plusieurs Savans qui ont donné leur attention à perfectionner l'art de l'Horlogerie; me fait aussi esperer une favorable attention en mon particulier.

La veritable affection que j'ai toûjours eue pour l'Horlogerie, m'a engagé dans la recherche de son origine, de son utilité, de son progrès dans les differens temps, & du degré de perfection où elle est parvenuë de nos jours; comme aussi des traités où ont été faits, des remarques à son sujet, des experiences qui ont été faites en differens temps, & des obstacles qu'on a trouvés, & qui n'ont point encore été surmontés jusqu'à present de ma connoissance.

Toutes ces choses, Messieurs, vous étant connuës mieux que je ne puis les exprimer, je ne ferai que quelques reflexions generales qui conviennent au sujet & à l'intelligence de mes propositions; & aussi des motifs qui m'ont engagé depuis plusieurs années à travailler sur ce sujet, & à la recherche de nouveaux moyens ou de nouvelles methodes pour la construction d'une Pendule ou machine qui conservera sur Mer pendant un long temps, l'égalité de son mouvement. Les nouvelles methodes que j'ai découvertes, & que je ne sache pas qu'elles ayent jamais été mises en pratique que par les experiences que j'ai faites en mon particulier, repondent aux deux parties de la question susdite, à savoir pour sa construction, & pour sa suspention dans un Vaisseau, j'espere vous en donner une aussi juste idée, comme si j'étois present avec mon travail, la distance des lieux me privant de cet avantage: obstacle que je pourois surmonter, mais esperant que la démonstration que je fais ici, sera suffisante pour en donner toute la connoissance requise, je m'estimerai heureux si mon étude & mon travail peuvent quelque jour rendre un bon service au Public, ce qui a toûjours été mon principal desir.

L'origine, le but, & la fin de l'Horlogerie, étant de produire, composer, ou faire des machines ou mouvemens, qui ayent la proprieté de mesurer le temps dans toutes ses parties, & d'imiter la reguliarité du mouvement

vement de la Terre, chose qui a été si favorablement reçûe du Public, pour l'utilité qu'il en reçoit en toutes sortes d'affaires, que cela à engagé les plus sçavans & les plus habiles Artistes à emploïer le fort de leur genie à perfectionner cet Art. En effet l'on peut dire qu'il est parvenu à un haut degré de perfection, comme je le remarquerai en son lieu.

Ayant apris depuis long-temps, & en dernier lieu par un petit Traité touchant la découverte des Longitudes, lequel propose pour methode le moyen d'une Horloge; ce qui est remarqué dans les Nouvelles publiques à la suite des Nouvelles d'Amsterdam, du 7^{me}. Août 1714. & est ajoûté, que cette methode est estimée par les plus habiles Mathematiciens, la meilleure pour parvenir à la découverte des Longitudes, la grande difficulté est de faire des Horloges, Montres, ou Pendules qui ne varient pas.

La consideration de ces choses, m'a engagé à penser & à travailler sur ce sujet, & à profiter de l'experience de ceux qui ont travaillé avant moi, afin de surmonter les nouveaux obstacles qu'ils ont trouvé, & de prendre de nouvelles & plus justes mesures pour parvenir au but & à la fin desirée. J'ai consulté plusieurs personnes savantes, & particulierement des savans Mathematiciens, pour savoir quel degré de justesse il falloit de necessité dans un mouvement de cette nature; car pour une justesse & regularité parfaite & exacte, il n'y en a point de main humaine qui puisse la produire, & ce seroit une temerité de l'entreprendre; mais pour une justesse & regularité qui a déja été mise en pratique, à savoir dans les Horloges fixes à longue Pendule, dans lesquelles on peut dire qu'il y a une justesse admirable, & on en a vû qui dans une année de temps n'ont pas varié plus de trois minutes, autant qu'on a pû remarquer; là dessus j'ai été assuré que si on produisoit un mouvement ou machine, laquelle auroit la même justesse & regularité, & avec cela seroit portative, & propre à servir dans un Vaisseau voguant en pleine Mer, & à l'épreuve du changement des climats & des saisons, conservant toûjours son cours également juste & regulier pendant un long-temps, pour les plus longs voyages; qu'une telle machine seroit sans prix, & pour le moins aussi propre pour servir à trouver les Longitudes, que la Boussole est propre à trouver les Latitudes, laquelle n'est point d'une justesse parfaite, & que souvent on fait des méprises de plus de 15 à 20 lieuës dans les Latitudes: Que la machine ne variant pas plus d'une minute par mois, ne laisseroit pas de rendre un très grand service dans la Navigation, d'autant que suposé que la machine n'ait varié que d'une minute en un mois de temps; la méprise dans le calcul qu'il faut faire, ne seroit pas plus grande que de cinq lieuës, ce qui n'est pas considerable en un mois de temps sur la Mer.

Après avoir été informé de toutes les choses qui ont du raport à ce sujet; je viens maintenant à la description des nouvelles methodes que j'ai imaginées pour la construction d'une machine portative, dont les mouvemens continuels d'un Vaisseau ne puissent pas interrompre le cours & la regularité, ce qui se raporte à la premiere partie de la question susdite.

Comme il y a trois choses, ou plûtôt trois principes d'égalité dans les Pendules fixes, qui contribuent ensemble à leur regularité, savoir, 1°. un poids qui donne sa force, 2°. un échapement de balancier à rochet, avec un Pendulon & un poids au bout; & en 3. lieu, sa situation ou sa suspension dont je traiterai dans la seconde partie de la question: Il faut une grande force pour continuer un long cours, & une force toûjours la même, pour trouver une regularité pendant son cours; cela se trouve dans le poids des Pendules fixes; car on trouve autant de force que l'on veut, en ajoûtant poids sur poids, & les poids étant suspendus en l'air, conservent toûjours une égalité de force ou de pesanteur, soit qu'il soit élevé de six ou sept pieds de terre en l'air, ou soit d'un demi pouce seulement. Voilà un premier principe & fondement parfait, sur lequel cheminent les Pendules fixes, & il n'y a que les accidens qui peuvent interompre & alterer sa regularité, comme je le remarquerai plus bas. Un poids n'a de force que lorsqu'il est suspendu en l'air, & ne conserve sa force également la même, que lorsqu'il est fixe & sans mouvement, car s'il vient a être agité par quelques causes exterieures, alors le mouvement qu'il a reçû lui donne beaucoup plus de force; de là vient qu'on a eû recours à un grand ressort pour les machines portatives, lequel n'occupe pas une grande place comme fait le poids, & n'est pas sujet d'être agité par quelques causes exterieures, mais il ne se trouve pas dans un ressort les deux proprietés qu'il y a dans un poids suspendu en l'air, savoir de la force, & une force toûjours égale, jusqu'a ce qu'il ait fini son cours, il n'y a simplement que de la force dans un ressort, & cette force est toûjours inégale, selon que le réssort est plus ou moins bandé; de là vient qu'il n'est pas possible de faire un mouvement regulier sur un tel principe, & que l'on demande un mouvement perpetuel pour avoir une force toûjours égale, jusqu'à ce qu'il ait tout fini. Entre tous les moyens dont on s'est servi pour corriger les inégalités d'un ressort, la fusée est sans contredit le meilleur qu' y ait, mais elle n'a pas cette perfection necessaire, la methode que je propose pour trouver dans un ressort, ou plûtôt avec des ressorts, la même idée de force toûjours égale pendant un long cours de tems, comme elle se trouve dans un poids, est par une division de plusieurs forces inferieures, lesquelles quoique separées les unes d'avec les autres, agiront toutes ensemble & à la fois sur un même sujet ou mouvement,

& ainſi ce ſujet recevra autant de force qu'un grand poids lui auroit pû donner, par exemple, lorſqu'un cheval ne ſuffit pas pour traîner le canon, on ajoute un plus grand nombre de chevaux, juſqu'à ce que l'on trouve une force ſuffiſante pour traîner le canon; ſur ce principe je puis trouver autant de force qu'il m'en faut pour continuer un long cours, tout de même que dans les Pendules à poids, on peut ajoûter poids ſur poids, afin de trouver la peſanteur ou force requiſe, voilà quant à la force; quant à la regularité de force, je la trouve dans le même principe de diviſion de force, au lieu d'un ſeul grand reſſort pour une Horloge à huit jours, lequel il ne faut remonter que tous les huit jours une ſeule fois, il faut huit reſſorts inferieurs de force, leſquels agiſſant tous enſemble ſur une Horloge ou mouvement à huit jours, lui donnent tout autant de force comme le ſeul grand reſſort; mais pour trouver cette grande égalité de force toûjours la même dans tout ſon cours, il faut obſerver de ne pas remonter tous ces huit reſſorts enſemble en un même temps, mais de mettre une diſtance égale de temps entre chaque reſſort, devant que de les remonter, à ſavoir de remonter un reſſort à chaque jour, le premier jour il faut remonter le premier reſſort, le ſecond jour il faut remonter le ſecond reſſort, & ainſi des ſuivans juſques au huitiéme jour; le neuviéme il faut remonter le premier reſſort, & continuer tous les jours le même ordre que je viens de remarquer, par ce moyen on trouvera une force toûjours égale, & la même en tout temps auſſi long-temps que l'on obſervera de remonter les huit reſſorts alternativement, un reſſort à chaque jour, ce qui fera que la machine continuëra ſon cours auſſi long-temps que la matiere ſubſiſtera en ſon entier; chacun des huit reſſorts ſera toûjours dans un periode de force different l'un d'avec l'autre; le dernier remonté agira dans ſon premier periode de force, & le premier remonté agira dans son dernier periode de force, & les autres agiront dans leurs differens periodes, selon le temps qu'ils auront été remontés, de sorte que la force generale des huit ressorts, qui agissent toûjours ensemble sur un même sujet, étant toûjours partagée en huit differens periodes de forces, lesquelles sont toûjours à se succeder les unes aux autres, continuë la même force en tout temps, puisqu'il y a toujours en tout temps les mêmes periodes de forces qui agissent, & ainsi la même justesse & regularité de force, comme il y a dans le poids des Pendules fixes. Cette methode produit un effet admirable, puisqu'elle donne en quelques sorte un mouvement perpetuel, autant qu'il est possible de le produire avec la matiere; à toute chose materielle il faut de necessité fournir une substance pour la conserver en son entier, c'est une verité que nous experimentons nous mêmes ne pouvant vivre autrement, ainsi cette substance de force se fournit tous les jours, en remontant un des huit periodes ou ressorts, ce qui nourrit & entretient en tout temps la force generale des huit ressorts, & produit le même effet que l'on peut attendre d'un mouvement perpetuel: la preuve en est tout à fait démonstrative dans le modele que j'ai fait & composé suivant l'idée de cette nouvelle methode, auquel je n'ai mis que quatre periodes de force, ou quatre ressorts, chacun aïant sa fusée & sa chaîne lesquelles agissent sur un même sujet, & fait un effet admirable, puisqu'il imite la justesse & regularité des Pendules fixes à poids; & ainsi un principe & fondement tout à fait assuré & parfait, lequel donne une idée d'une force toûjours égale, comme le poids d'une Pendule fixe; & si cette idée n'est pas tout à fait satisfaite, l'on peut faire une plus grande division de periodes, en ajoûtant un plus grand nombre de ressorts & de fusées. Ainsi je dis que voilà un fondement, ou premier principe de force, ſur lequel on peut travailler avec aſſurance, pour faire des machines portatives propres à ſervir ſur la grande Mer.

Le ſecond principe d'égalité qui ſe trouve dans les Pendules fixes, à ſavoir un échapement de balancier à rochet, avec un pendulon & un poids au bout, donne une idée d'une regularité parfaite dans les mouvemens, ou vibrations du balancier; un échapement à rochet n'eſt point ſujet comme les autres échapemens à un acrochement, à un renverſement, & à un batement ou contrebatement: Les deux premiers cauſent des arrêts, & le dernier cauſe des inegalités dans le mouvement du balancier. Le poids qui eſt attaché au bas bout du pendulon, ſert à maintenir les vibrations du balancier dans un mouvement regulier; en ſorte que quand il eſt toûjours mené par une force égale, il ne ſe peut pas faire que ſon mouvement ne ſoit toûjours le même. Dans ce ſecond principe d'égalité il y a deux parties, ſavoir, 1. un échapement à rochet, 2. un pendulon avec un poids: il n'eſt pas poſſible de mettre en pratique ces deux parties dans une machine portative, on ne peut mettre en pratique que la premiere, à ſavoir un échapement à rochet, pour un pendulon avec un poids au bout ſuſpendu dans l'air, il faut de neceſſité qu'il demeure dans un lieu, & ſoit fixe, par les raiſons que j'ai remarquées ci-deſſus, en parlant du poids d'une Horloge. Mais on a trouvé une methode admirable pour les machines portatives, & qui fait le même effet que le poids ſuſpendu en l'air attaché au bas bout du pendulon, à ſavoir un reſſort à ſpirale fait en rond de la figure d'un limaçon, lequel regle les mouvemens ou vibrations d'un balancier, avec la même juſteſſe que le poids attaché au pendulon d'une Pendule: nous en avons l'exemple & la preuve dans les machines portatives, à ſavoir les Montres qui ſe portent dans la poche, dont il y en a un grand nombre quoique d'un ſi petit volume, qui ont la même juſteſſe & regularité qu'une Pendule fixe. On peut dire que ce n'eſt point un hazard, puiſqu'il eſt conſtant lorſqu'une Montre bien faite & conditionnée ſe trouve entre les mains d'une perſonne ſoigneuſe qui en a le ſoin requis, elle continuë ſon cours pendant un long-temps, dans une juſteſſe admirable; ce que beaucoup de perſonnes de ma connoiſſance peuvent témoigner de leurs Montres. Le plus habile Horloger ne peut pas repondre de la juſteſſe de ſon ouvrage pour plus long-temps que la durée de ſon cours; or la plûpart des Montres de poches n'ayant leurs cours que de 24 à 30 heures, ne les ayant plus entre ſes mains pour en avoir le ſoin lui-même; il ne peut pas repondre du ſoin qu'un autre perſonne en aura. J'ai fait cette remarque afin de donner à connoître le haut degré de perfection où l'Horlogerie eſt parvenuë de nos jours; je remarquerai auſſi l'obligation & la veneration que nous devons à la memoire de feu Monſieur Huygens pour la découverte de deux ſi excellens principes d'égalité. L'invention des Horloges à Pendules lui eſt attribuée dans le Journal des Savans au Tome troiſiéme page 159. du Lundi premier de Janvier 1674. Il a auſſi donné la premiere idée pour l'invention des Montres à Pendules ou à reſſort ſpiral, dans le Journal des Savans du mois de Février 25me. 1675. Je puis dire que feu mon pere a été le premier ouvrier, qui a fait des Montres à ſpirale dans la perfection où elles ſont à preſent. La diſtance du lieu de ſa demeure le privant de la connoiſſance perſonnelle de feu Monſieur Huygens, il eut connoiſſance de ſa propoſition, de faire un reſſort attaché au balancier afin d'en regler les vibrations, dans ledit Journal du 25me. Février 1675. il admira une ſi juſte idée, & ſon imagination en étant remplie il ſe mit auſſi-tôt à faire un modele qui fut fait en deux heures de temps de cette maniere: Il prit le balancier d'une vieille Horloge qui avoit environ ſix pouces de diametre, il le mit à ſon équilibre dans un cadre qu'il fit exprès ; prit le grand reſſort d'une vieille Montre plate tout ployé en rond, il attacha le bout du reſſort qui regarde le centre à une des palettes du balancier, & l'autre bout du reſſort qui regarde la circonference, à une branche du cadre ; le balancier & le reſſort étant ainſi en état d'agir, il vit l'effet que le reſſort avoit ſur les vibrations du balancier, qui étoit le même que le poids ſuſpendu au bas bout d'une Pendule. Il ſe mit en même temps à faire des Montres ſur ce principe, qui ont ſervi de modele aux Montres à ſpirale qu'on a faites juſqu'à preſent en Angleterre. Pendant ce temps là, Monſieur Thuret demeurant à Paris, ayant le bonheur de la connoiſſance de Monſieur Huygens, perdit beaucoup de temps à faire des Montres avec un reſſort droit, qui agiſſoit ſur la circonference du balancier, ce qui n'a pas produit un bon effet, & on a été obligé de ſe ſervir d'un reſſort en rond de la figure d'un limaçon, ſuivant la methode que feu mon pere pratiqua dès le commencement ; j'ai crû devoir faire cette digreſſion ſur une des plus belles découvertes qui ait été faite dans l'Horlogerie, je me ſuis donc conformé à faire ma Machine ſuivant la methode de ce ſecond principe d'égalité, à ſavoir un échapement à rochet avec un balancier ayant un reſſort à ſpirale. Voilà mes propoſitions ſur la maniere la plus parfaite de conſerver ſur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule, par rapport à la conſtruction de la machine, leſquelles j'eſpere ſeront reçûës, puiſqu'elles ſont toutes fondées ſur l'experience, & la pratique. S'enſuit la methode la plus parfaite pour ſa ſuſpenſion & pour ſon entretien dans une grande regularité pendant un long-temps ſur la Mer, & dans tous les differens climats, ce qui ſe rapporte à la ſeconde partie de la queſtion.

Il

Il est certain qu'une machine qui sera construite selon l'idée que donnent les deux principes d'égalité ci-dessus démonstrés, il faut de necessité que tout le cours de son mouvement soit regulier, & il n'y a que des accidens & des causes exterieures qui puissent en alterer le cours ; il est certain aussi que la perfection de l'Horlogerie depend de la veritable connoissance de tous ces accidens, & causes exterieures qui les produisent, afin de pouvoir surmonter tous les obstacles qu'on a découverts ; je me suis donc appliqué à cette connoissance comme je l'ai marqué au commencement de ces reflexions, & ne raporterai que la remarque d'un Auteur, qui dit : Qu'on a plus fait de progrès depuis environ cinquante ans, dans les Arts & dans les Sciences, & particulierement dans la Phisique & dans les Mathematiques, qu'on n'en avoit fait pendant plusieurs siecles precedens, & les experiences qu'on a faites de nos jours, ont beaucoup contribué à l'augmentation de nos connoissances, ce n'est, par exemple, que depuis quelques années qu'on commence à connoître les proprietés de l'air, qui est naturellement froid, & qui ne s'échauffe que par le mouvement & l'impression que lui donnent les raïons du Soleil. On en sera bien-tôt convaincu, si on fait reflexion que dans nos climats, l'air qui vient du côté du Nord où est le Pole, d'où le Soleil est éloigné, & auquel il ne communique ses raïons qu'obliquement, que cet air, dis-je, est beaucoup plus froid que celui qui vient du côté du Midi, où est la ligne Equinoxiale, dont le Soleil est plus proche que du Pole, & sur laquelle il darde souvent ses raïons à plomb, l'on peut aussi ajoûter, que l'air n'est plus froid la nuit que le jour, qu'à cause de l'absence du Soleil : Dans un autre endroit il dit, nous nous appercevons très sensiblement des changemens de chaud & de froid, qui arrivent à l'air dans lequel nous vivons, mais il ne seroit pas facile de comparer au juste la chaleur d'un jour avec celle d'un autre, ſans le ſecours d'un inſtrument qu'on a inventé depuis un certain temps, & qu'on a nommé Thermomètre. Il remarque que le propre de la chaleur eſt d'étendre, de dilater & de rarefier tous les corps, & qu'au contraire le froid les reſſerre, les comprime, & les racourcit : Et les corps mêmes qui nous paroiſſent les plus durs, ſont ſujets à cette loi ; on en a la preuve par une experience qu'on a faite de nos jours : On a pris deux pieces de marbre, longues de trois pieds ou environ, larges d'un demi pied, & épaiſſes de trois pouces, leſquelles avec tout l'Art poſſible, on a rendu de même longueur, de même largeur, & de même épaiſſeur ; on a expoſé à l'air pendant une forte gelée ces deux pieces de marbre, aſſés de temps pour que la gelée eût fait ſon effet deſſus, on a échauffé une de ces deux pieces de marbre dans de l'eau chaude, auſſi long-temps qu'elle eût pris aſſés de chaleur, pour qu'en la tirant de l'eau en y appliquant la langue, on eût de la peine à s'y ſouffrir. Enſuite on a appliqué ces deux pieces de marbres l'une ſur l'autre, & on a trouvé une difference très ſenſible ; on a reïteré cette experience, en échauffant la piece de marbre qui avoit demeuré expoſée à la gelée, & remiſe à la gelée celle qui avoit été échauffée dans de l'eau chaude, & en les appliquant l'une ſur l'autre, on a trouvé encore une difference plus ſenſible.

Je raporterai auſſi une experience qui a été faite ſur Mer, avec une Horloge ou Pendule, on a trouvé le moïen par un genou de ſuſpendre en l'air dans un Vaiſſeau une grande boëte ou armoire, laquelle aïant un puiſſant poids au bas qui la retenoit dans un équilibre fixe, le genou qui la ſuſpendoit cedoit à toutes les agitations ou mouvemens du Vaiſſeau, enſorte qu'aïant mis deux Pendules dedans ladite armoire, elles ont cheminé & continué leurs cours, en voguant ſur la grande Mer tout de même que ſi elles euſſent été ſur terre.

ferme en un lieu fixe, l'une des deux Pendules ne s'eſt point arrêtée pendant tout le temps d'aller & de revenir d'un grand voïage, ſur laquelle on a fait les obſervations ſuivantes. On a obſervé de les bien regler avant que de partir ; à meſure qu'ils avançoient vers les climats chauds, la Pendule alloit plus doucement de quelque minutes par jour ; & quand ils ont été dans les climats les plus chauds, la Pendule alloit trop doucement de cinq à ſix minutes par jour, & continuant leurs obſervations dans le retour du voïage, ils ont obſervé qu'à meſure qu'ils ſe ſont avancés devers nos climats, la Pendule alloit plus vîte, & regagnoit ce qu'elle avoit perdu en allant, tellement que lorſqu'ils ont été de retour, la Pendule s'eſt trouvée auſſi bien reglée qu'elle étoit avant que de partir. Là deſſus ſans faire de nouvelles recherches pour découvrir les veritables cauſes de ces nouveaux obſtacles, ils en ont laiſſé le ſoin à ceux qui viendroient après eux ; remarquant ſeulement dans leurs écrits, que la groſſiereté de l'air & le changement des climats étoit un obſtacle qu'on n'avoit pû ſurmonter juſques à preſent ; c'eſt ce qui a donné lieu au prejugé du Public, contre la poſſibilité qu'il y auroit de faire une Pendule, ou machine qui auroit un cours regulier ſur la Mer.

Je n'ai rapporté ces remarques & experiences qui ont été faites par les ſavans, que d'autant qu'elles donnent la connoiſſance des accidens & des cauſes exterieures qui agiſſent ſur toutes machines aïant un mouvement, comme j'eſpere le faire voir ci-après, par quelques reflexions à ce ſujet.

Ma premiere reflexion eſt que ſi toutes ſortes de matieres même les plus dures, comme le marbre, l'acier, & tous les metaux, ſont ſujets à cette loi, d'être reſſerés, comprimés & racourcis, ſelon le degré de chaleur, ou de froid, qui ſe trouvent dans le lieu où elles ſont, il s'en ſuit que toutes ſortes de machines mouvantes, ſoit Horloges, Pendules grandes & petites, & Montres de poche, toutes ſans exception, ſont ſujetes à cette loi. Cela étant, comme on n'en peut douter, ſelon la demonſtration des ſuſdites experiences, il s'en ſuit auſſi que le chaud & le froid aïant une grande influence ſur toutes ſortes de matieres, les machines mouvantes qui ſont toutes faites de quelques matieres, ſeront toutes ſujettes aux mêmes influences; leur cours ſera plus lent ou plus rapide, ſelon les differens degrés de chaleur, ou de froideur du lieu où elles ſe trouveroient, & qu'il ne ſe trouvera de la regularité dans aucune, qu'autant qu'il ſe rencontrera une même égalité de chaud & de froid.

Je dis auſſi qu'elles ſeront toutes ſenſibles au chaud & au froid, les unes plus, les autres moins, ſelon la quantité de matieres, ou plûtôt ſelon le volume qu'elles auront. Les grandes machines ſeront de beaucoup plus ſenſibles que les petites; le diametre des rouës, & du balancier rond étant plus grands, tous les reſſorts & verges du balancier à Pendule étant auſſi plus longs, les effets de la chaleur & du froid auront plus de priſe ſur elles, elles augmenteront ou diminueront les diametres des rouës, & auſſi elles allongeront ou racourciront la longueur des reſſorts & des verges, avec plus de difference & ſenſibilité, que non pas celle d'un petit volume.

Comme une rouë qui eſt menée par ſon centre à plus ou moins de force, ſelon la difference de grandeur des diametres; & auſſi des reſſorts, plus ou moins de forces, ſelon la difference des longueurs qu'ils ont, il s'en ſuit qu'étant ainſi ſujetes aux influences exterieures du chaud & du froid, elles ſeront auſſi ſujetes au changement de leurs juſtes meſures de grandeur & de longueur, & ainſi leur force ſera changée; ce qui arrivant dans toutes les parties d'une machine mouvante, comme il eſt certain que cela arrive, il eſt évident que la veritable cauſe des changemens & des varietés qui ſe trouvent dans toutes ſortes des ſuſdites machines, ne proviennent que des differens degrés de chaleur ou de froideur, qu'il y a dans les differens lieux du monde, ou leſdites machines ſe trouvent.

Voilà la veritable connoiſſance des cauſes exterieures qui agiſſent avec tant de puiſſance ſur toutes ſortes de machines, qu'elles en alterent le cours ſelon leur inconſtance. Il y a long-temps que j'ai remarqué, que tous nos ouvrages ſont ſujets à la varieté des ſaiſons, & que les grands ouvrages, c'eſt-à-dire, les Horloges d'une Ville y ſont plus ſujettes que toutes les autres. Mais ſans me déterminer à rien de particulier, ne me trouvant pas aſſés de ſavoir pour en découvrir les veritables cauſes, je me ſuis arrêté à la notion commune de l'inconſtance de l'air, & de la varieté des ſaiſons, juſques à ce qu'aïant été mieux éclairé par la lecture de quelques Traités des Savans, qui traitent des effets de la nature, & des proprietés des élemens, & auſſi des experiences qui en ont été faites.

C'eſt ce qui a donné lieu à la découverte & invention de pluſieurs machines, qui donnent des moïens efficaces pour connoître & ſe ſervir utilement des proprietés de chaque élement, & en particulier du Feu, à ſavoir les étuves, & les thermometres, avec leſquels on ſubvient à l'abſence de la chaleur du Soleil, dans les temps & les ſaiſons qu'il s'éloigne de nous; & on connoît les degrés de chaleur neceſſaires pour les differens uſages dont nous avons affaire. Avec ces machines, on a trouvé la methode de conſerver en vie ou en mouvement, dans les climats froids, des plantes qui ne peuvent ſubſiſter que dans des climats chauds, où le Soleil ne fait pas de ſi longues abſences, exemple, les orangers que l'on renferme pendant un rude Hiver, dans de grandes chambres ou ſales; ou avec le moïen des étuves on retient la preſence du Feu, ou la chaleur neceſſaire pour leurs entretiens.

Il y a des personnes qui se sont appliqués à faire des machines du vuide propres à renfermer une Pendule, pour la garantir contre la grossiereté de l'air, & les changemens des climats. Choses que je ne croi pas facile à mettre en pratique, ni d'aucune utilité pour ce sujet ; je suppose qu'on ait trouvé la methode de renfermer une Pendule, de la remonter, & lui faire continuer son cours pendant un long-temps dans une telle machine, en sorte que l'air n'en puisse approcher pendant un fort long-temps en aucune maniere. Cependant il arrivera que la chaleur qui penetre tout, même dans le vuide, ce qui est à observer entre les remarques des savans, lesquels ont fait fondre de la cire dans une machine du vuide, par la chaleur exterieure du feu qui penetroit dedans, quoique l'air fût entierement dehors la machine ; ainsi il arrivera, dis-je, qu'une Pendule renfermée dans une pareille machine du vuide, ne sera point à couvert des differens degrés de chaleur qu'il y a dans les changemens des climats & des saisons, & ainsi la Pendule sera sujette aux mêmes irregularités, puisqu'elle ne sera point à couvert contre les fortes influences des differens degrés de la chaleur & de la froideur ; lesquelles sont la veritable cause, ou les causes exterieures qui agissent sur toutes les parties d'une Pendule, comme je l'ai démontré évidemment ci-dessus.

Ces reflexions m'ont donné l'idée des propositions que je fais ici, sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une Horloge ou machine, par rapport à sa suspension, lesquelles j'ai mises en pratique en mon particulier, & fait les remarques que je produirai ci-après.

Dans le troisiéme principe d'égalité, que je dis qu'il y a dans une Pendule fixe, celui de sa suspension à deux parties, la premiere, est un lieu fixe, la seconde, un lieu à couvert des influences de l'air, & de la varieté des saisons. La proprieté d'un lieu fixe, c'est une grande tranquilité, ou une Pendule n'eſt point ſujette à aucune agitation exterieure, qui pourroit la dérégler : Et celle d'un lieu à couvert, &c. entretient toutes les parties d'une Pendule dans leur juſte meſure, & maintient l'égalité du mouvement : Il eſt à remarquer que celles des Pendules fixes qui vont ſi juſte, ce ſont celles qui ſont dans un lieu où l'on fait du feu dans une rude ou froide ſaiſon ; ce principe d'égalité peut être mis en pratique dans un Vaiſſeau par la methode qui ſuit.

Premierement il faut faire une armoire d'une grandeur convenable, pour renfermer deux ou trois Pendules, un thermometre, une étuve, & deux ou trois lampes, plus petites les unes que les autres, il faut ſuſpendre en l'air cette armoire dans un Vaiſſeau, par le moïen d'un genou, afin de la retenir en équilibre pendant les agitations d'un Vaiſſeau. Il ſera à propos que le globe ou genou ſur lequel ſera ſuſpendu cette armoire, ſoit attaché à un reſſort aſſés fort, pour pouvoir ſoutenir tout le poids de l'armoire & de la machine ſans ſe rompre ; ce reſſort ſervira à garantir la machine contre les mouvemens ſubits du haut en bas, comme d'une chûte ; comme le genou ſert contre les mouvemens du balancement d'un Vaiſſeau, il la faut placer au centre & au fond d'un Vaiſſeau, afin qu'elle ſoit à couvert des mouvemens les plus ſubits, & des raïons du Soleil ; comme auſſi des agitations de l'air ; il faut que cette armoire ſoit double l'une dans l'autre ; il faut qu'elles ſoient faites de cuivre, de fer, ou d'autre metail, matieres peſantes, & qui retiennent la chaleur long tems dans toutes leurs parties, la moindre armoire faite de cuivre, doit renfermer les Pendules avec un thermometre, elle doit être placée en dedans de la grande en haut, & au niveau du devant de la grande, & ſe fermer bien juſte avec un chaiſſis ou fenêtre, auquel il doit y avoir une grande verine, afin de pouvoir voir cheminer les Pendules, & l'effet du thermometre qui ſeront renfermés dedans, la grande armoire ne doit pas être plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que la moindre entre juſte dedans ; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin qu'il y ait un vuide ou eſpace entre l'interieure & l'exterieure des deux armoires, pour ſervir de paſſage à la chaleur, à la fumée, & à communiquer la chaleur dans le dedans de la moindre armoire : La grande armoire doit être conſiderablement plus longue que la moindre, afin de pouvoir placer tout au bas une étuve, & quelques lampes, & qu'il y ait un eſpace pour faire monter & deſcendre les lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules ; il faut auſſi que le bas de la grande armoire ſoit fermé avec une fenêtre par devant, où il y ait quelques verines, afin de voir les lampes allumées, & que l'agitation de l'air ne les éteigne point ; & auſſi de retenir la chaleur en dedans ; il faut qu'il y ait pluſieurs trous au fond du bas de la grande armoire, pour donner paſſage à l'air, afin que le feu & les lampes ne s'éteignent point ; & de faire monter la chaleur & la fumée par l'eſpace qui eſt entre les deux fonds des armoires l'une dans l'autre, juſques en haut deſdites armoires, où l'on pourra pratiquer une cheminée pour conduire la fumée où l'on voudra.

Cette armoire ainſi conſtruite, & placée dans le fond d'un Vaiſſeau, étant ſuſpenduë en l'air par un genou, fera en premier lieu le même effet, comme un lieu fixe, pour placer une Pendule qui ſera ainſi à couvert des agitations de l'air, & de celle d'un Vaiſſeau, & demeurera tranquile dans ſa ſituation. En ſecond lieu, la Pendule ſera à couvert contre le changement des climats & des ſaiſons, par le moïen d'une chaleur convenable & conſtante, & toûjours la même ; ce qui pourra être facilement pratiqué avec l'étuve, ou les lampes, & le thermometre, dans une ſaiſon ou climat le plus froid, on pourroit mettre du feu & allumer des lampes

lampes, & ainsi dans une saison ou climat chaud, on pourra mettre peu de feu, ou n'allumer qu'une petite lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où est la Pendule, & dans les païs sous la lign e équinoxiale, ne point mettre de feu, ni de lampe, le Thermometre qui est sensible au moindre changement de chaleur, & qui sera renfermé avec les Pendules, donnera toûjours a connoître lorsqu'il faudra augmenter ou diminuer la chaleur, au moindre mouvement qu'il fera pour descendre ou pour monter, outre le degré convenable de chaleur qu'on aura choisi. Pour choisir & trouver ce degré convenable de chaleur, il faut observer que ce ne soit pas une chaleur si grande, qui pouroit alterer la trempe des pieces d'acier, & cuire l'huile, & aussi que cette chaleur ne soit pas trop petite, qui ne pourroit être pratiquée dans les pays vers la ligne équinoxiale où le Soleil a plus de force. Ainsi il faudroit faire cette observation, si elle n'a pas encore été faite, d'avoir plusieurs Thermometres d'une même grandeur & figure, & bien d'accord ensemble, lorsqu'ils sont en même lieu, de les transporter sur un ou plusieurs Vaisseaux, & les placer dans les lieux au fond d'un Vaisseau, qui sont le plus à couvert des rayons & de l'ardeur du Soleil; & que dans un Voyage, lorsqu'on vient sous la ligne équinoxiale, l'on observe tous les changemens du Thermometre, & tous les dégrez de chaleur où il montera, soit de jour, soit de nuit, & même dans les differens tems de l'année, si cela se peut, & d'en faire un Memoire de toutes ses observations. Ainsi l'on pourra choisir le plus haut degré de chaleur qu'il y a dans l'air renfermé au fond d'un Vaisseau, lorsqu'il est dans les pays les plus chauds sous la ligne, & ce degré de chaleur étant connu par le moyen du Thermometre, il sera trés-facile d'entretenir ce même degré de chaleur dans l'Armoire où seront les Pendules, suivant la methode que j'ai proposée ci-dessus. Lorsqu'un Vaisseau voyagera dans tous les differens climats du monde, une Pendule ainsi placée & suspendue, se trouvera à couvert contre toutes les grossieretés de l'air commun, & ne sera point sujette à tous ces accidens, comme les vapeurs, les humidités, & les agitations inégales & violentes; cet air aura aussi un mouvement regulier en soi, puisqu'il ne sera agité que par une force reguliere, je veux dire une chaleur toujours la même. Enfin cette même chaleur égale, qui dominera ou agira en tout temps & toutes saisons, avec le même degré de force sur toutes les matieres renfermées dedans cette Armoire, fera que toutes les parties d'une Pendule seront toujours maintenues dans une même mesure de grandeur & de longueur, & par consequent une même mesure de force & de mouvement, dans tous les changemens de climats.

L'experience que j'ai faite en est une preuve. J'ai fait une petite Armoire suivant la methode que j'ai déduite ci-dessus, où j'ai enfermé ma machine avec un Thermometre, laquelle alloit juste suivant une Pendule fixe; & lorsque j'ai allumé la lampe, le Thermometre a monté considerablement, & de plus en plus, à mesure que j'ai augmenté la chaleur, de même aussi ma machine est allée plus doucement de plus en plus, jusques à cinq ou six minutes en un jour de tems; & lorsque j'ai retiré la lampe ou la chaleur, le Thermometre est descendu au même point qu'il étoit ci-devant, & ma machine a repris son premier cours. Ainsi j'ai fait dans ma Boutique, sans changer de climats ni de saisons, la même experience que j'ai rapportée ci-dessus avoir été faite sur Mer par une Pendule. Ce qui est une preuve démonstrative que ce n'est point proprement la grossiereté de l'air, ni le changement des climats & des saisons, qui cause ces irregularitez, autrement que par rapport aux grandes differences de chaleur & de froideur qu'il y a dans tous les climats, selon que le Soleil y a plus ou moins de force; & que si il eſt poſſible (comme je crois qu'il eſt par la methode que je viens de propoſer) de placer une Pendule, ou une machine portative, dans un lieu où elle ſoit gouvernée par une chaleur toûjours égale, on aura trouvé un troiſiéme principe d'égalité auſſi parfait pour la ſuſpenſion ou plutôt pour garantir une pendule contre la groſſierté de l'air, le changement des climats & des ſaiſons que les deux premiers que j'ai produits, ſont pour la conſtruction, & qui ſervira d'une maniere admirable, pour conſerver ſur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule, en la mettant à couvert contre tous accidens exterieurs, dans tous les differents climats du monde.

Voila, MESSIEURS, mes Propoſitions ſur le ſecond prix, qui regardent la navigation, leſquelles vous propoſent trois principes d'égalité, qui chacun en ſon particulier, donne une idée d'une regularité auſſi parfaite que les trois principes d'égalité que j'ai dit y avoir dans la conſtruction des Pendules fixes, ſoit pour l'égalité du mouvement d'une Pendule, ſoit pour la conſtruction de la machine, & ſoit pour la ſuſpenſion ; cette idée eſt confirmée par les choſes de fait & d'experience que j'ai produites, & que l'on peut mettre en pratique, lorſqu'il ſera requis. C'eſt ainſi ce qui me donne l'eſperance que mes Propoſitions ſeront reçûes, & approuvées par Vous, MESSIEURS, ce qui ſeul peut meriter l'attention d'une puiſſance Souveraine, & obtenir ſa protection, & ſon aſſiſtance, pour avoir les moyens néceſſaires pour mener un ſi grand, & ſi beau travail à ſa perfection ; choſe qui rendroit un ſi grand ſervice au public, non ſeulement par raport à la navigation, mais auſſi au peuples du païs où on aura le premier perfectionné cette machine, puiſqu'il en faudroit faire autant qu'il y a de navires qui voyagent ſur mer par tout le monde, ce qui donneroit un ſi grand travail, qu'il entretiendroit un grand nombre de peuples, & donneroit lieu à l'établiſſement d'une fabrique ou nouvelle manufacture qui produiroit un tres grand négoce, & de grandes richeſſes dans le païs, qui le premier auroit acquis la reputation de faire leſdites machines dans la perfection que l'on demande.

Je m'eſtimerois heureux, ſi en mon particulier, je puis contribuer de quelques choſes à la perfection d'une ſi belle entrepriſe, laquelle je dirai être déja très avancée, & qu'il n'y a plus qu'un pas à faire pour arriver à la fin, & pour prouver cette verité, je ferai quelques reflexions convenables à mon ſujet, pour donner a connoître le degré de perfection, où l'art de l'horlogerie eſt parvenu de nos jours, & repondre aux difficultéz, ou objections que l'on peut faire, de tous les obſtacles qu'il faut ſurmonter, par raport à tous accidens; il eſt certain qu'on ne peut prendre des meſures trop ſeures, pour la perfection d'un ſi bel art, & une choſe ſi neceſſaire & ſi utile pour le bien public, & quoique la dépenſe ſoit trop conſiderable pour la portée d'un ſimple ouvrier, ce ne peut pas être grand choſe par raport au public, & la recherche d'une ſi grande choſe ne peut être que tres avantageuſe pour peu que l'on trouve des degrés de perfection plus grands que ce qui a été trouvé juſqu'à preſent, ce qui arrivera ſans contredit. La choſe eſt ſi vraie, que le jugement & la raiſon nous enſeignent que ſi il a été poſſible de faire un ſi petit mouvement propre a ſervir dans un ſi petite eſpace que la poche d'une perſonne, & cependant qui a une ſi grande juſteſſe durant ſon cours de 24. à 30 heures, il eſt évident qu'ayant tout l'eſpace que l'on veut dans un vaiſſeau, ſoit pour la conſtruction, & pour la ſuſpenſion, il ſera poſſiible de faire une machine qui aura un long cours, d'une grande régularité pendant un long temps, lorſqu'on aura trouvé les veritables regles, meſures, proportions, & précautions qui ſont neceſſaires pourla compoſition & exécution de pareils mouvemens.

Ma premiere reflexion est sur la possibilité qu'il y a de parvenir à ûn degré de perfection suffisante, pour servir à l'usage que l'on demande, ainsi je donnerai du mieux qu'il me sera possible une idée de l'Horlogerie, le point de perfection où elle est parvenuë à present, & ce qui manque pour la perfectionner. Je ne parlerai point des grandes Pendules fixes, ni des sonneries, & des repetitions, quoique ce soient des parties considerables dans l'Horlogerie, & bien perfectionnées, qu'en ce qui est propre à mon sujet, mais seulement des machines ou mouvemens portatifs qui puissent servir dans un Vaisseau, de même que les Montres dans la poche.

Pour donner une juste idée de l'Horlogerie, je la diviserai en trois parties principales : la premiere, c'est le plan ou la construction ; la seconde c'est le travail ; & la troisiéme, c'est l'échappement du balancier.

Pour faire une chose parfaite, il faut de necessité que toutes les parties soient sans défauts, ainsi je dirai que le degré de perfection où l'Horlogerie est parvenuë, est d'avoir perfectionné deux des principales parties, à savoir, les deux dernieres autant qu'il est possible ; pour la premiere partie elle est encore imparfaite dans le plan & la construction, mais, dira-t-on, pourquoi sa construction n'est elle pas aussi perfectionnée que les deux autres parties, puisqu'on n'a pû rien faire sans elle ? A cela je réponds, qu'il faut de toute necessité six choses, sans lesquelles il est impossible de faire aucun ouvrage parfait en Horlogerie ; la premiere c'est le lieu (ou espace) ; la seconde, c'est les materiaux ; la troisiéme, c'est le temps ; la quatriéme, c'est le genie ; la cinquiéme, c'est la pratique au travail ; & la sixiéme, c'est l'épreuve. Pour la premiere, quoique l'on soit toûjours libre de prendre l'espace que l'on veut, cependant les Horlogers ont toûjours été restraints à faire de petites Montres, qui sont de petites machines portatives qui se portent dans la poche d'une perſonne ; & je ſoutiens qu'il n'eſt pas plus poſſible de faire un ouvrage parfait dans un ſi petit eſpace, que de bâtir un magnifique Palais ſur un petit terrain : Pour la deuxiéme, la nature nous donne des materiaux, & l'on trouve des gens qui les ſavent préparer : Pour la troiſiéme, quoique l'on ſoit libre de prendre ſon temps, un homme qui eſt obligé de gagner ſa vie par ſon travail, n'eſt pas libre de choiſir tous les ouvrages dont il ſe trouve capable, faute de moyens & d'une opulence neceſſaire pour pouvoir ſubſiſter avec ſa famille, & faire la depenſe requiſe à un grand travail : La quatriéme, le genie, c'eſt un don de Dieu que tout le monde n'a pas : La cinquiéme la ſcience qui ne s'obtient que par l'étude & le travail, c'eſt ce qui fait qu'il n'y en a que très peu qui l'obtiennent à un degré ſuffiſant, pour faire & composer une choſe au deſſus du commun, & particulierement les riches, n'ayant pas beſoin du travail pour ſubſiſter, ne s'adonnent pour la plûpart qu'à l'étude des Lettres : ainſi la pratique du travail de la main, qui ne s'obtient que par un long exercice dès la jeuneſſe ; la theorie & la pratique étant deux choſes differentes, tous n'ont pas également les qualités requiſes pour la connoiſſance & le travail ; de là vient qu'il y a très peu d'excellens ouvriers. La ſixiéme, c'eſt l'épreuve d'une pareille machine qui ne ſe peut faire ſur le papier, comme les Regles d'Atithmetique ; il faut que tous les ouvrages ſoient entierement finis, & même avoir pluſieurs machines de faites, ou du moins deux, leſquelles ſervirons d'épreuve l'une à l'autre, car ſi elles vont juſte ſans varier, leurs mouvemens doivent ſe rapporter enſemble toûjours également dans leurs cours pendant un long voyage ſur Mer. Par toutes ces difficultés, il eſt facile de reconnoître que l'Horlogerie n'a pû juſqu'à preſent ſe perfectionner dans ſa premiere & principale partie, à ſavoir, le plan & la conſtruction d'un premier principe d'égalité & de force, tout à fait égale dans tout ſon cours : Les Horlogers juſqu'à preſent n'ont été emploïés ni reçû des recompenſes & encouragemens, que pour faire de grandes Pendules, des Montres de poches, des ſonneries, & des repetitions. Voilà ce qui a donné le moyen, & été l'occaſion de perfectionner les ſuſdites parties du travail, & de l'échapement du balancier, juſques au haut degré de perfection où elles ſont à preſent, je ne crois pas qu'il y ait jamais main humaine qui puiſſe rien ajoûter à la juſteſſe, à la delicateſſe, & à la propreté du travail d'Horlogerie qui ſe fait à preſent, mais il eſt à remarquer que cette perfection n'a point été trouvée tout d'un coup ; il a fallu près de deux ſiecles : les derniers venus étant enrichis des lumieres & connoiſſances de leurs predeceſſeurs, ils ont trouvé des methodes plus parfaites pour toutes les parties du travail, & inventé un grand nombre d'outils, qui ſervent à la fabrique de toutes les parties, depuis les principales juſques au moindres, d'une maniere admirable pour la juſteſſe, pour la diligence, pour la delicateſſe, & la propreté du travail ; il ſeroit à ſouhaiter que cette premiere partie, à ſavoir la conſtruction, trouvât le même encouragement que les deux autres ont trouvé ; il eſt tout vrai ſemblable que l'on viendroit à ſa perfection en peu d'années, puiſqu'il n'y a plus rien à perfectionner que cette conſtruction, & la ſuſpenſion dans un Vaiſſeau. Ainſi juſqu'à ce que l'on vienne à mettre toutes les nouvelles idées ſur ce ſujet, en pratique ſur la Mer, ſans ſe rebuter pendant les premieres épreuves, on ne peut point eſperer de trouver cette regularité qui ſeroit ſi utile pour ſervir ſur la Mer. Une démonſtration par theorie peut ſatisfaire l'idée, mais dans l'Horlogerie ce n'eſt pas aſſés, il faut que la pratique ſoit de la partie, & que les épreuves donnent l'aſſurance & la ſatisfaction que l'on s'étoit propoſé : C'eſt ce qui fait que je parois incertain dans le choix de la meilleure maniere, à l'egard de la construction d'un rouage seulement ; puisque chaque differente maniere peuvent être aussi bonnes les unes que les autres, & qu'il n'y a que l'épreuve qui puisse faire connoître la difference : & comme on n'a point encore été en état de faire toutes les épreuves qu'il faudroit, je ne voudrois rien proposer qui ne fût apuyé de l'experience.

Je n'ai plus que quelques reflexions à faire sur les obstacles & les difficultés qui peuvent arriver par rapport à tous accidens. Pour donner une intelligence de tous les obstacles & accidens qu'il faudroit surmonter & prevenir, je dirai qu'ils sont de deux ordres, les premiers sont interieurs, & les seconds sont exterieurs. Il y a encore un troisiéme ordre d'obstacles & d'accidens que l'on peut dire imaginaires, à savoir, ceux qui ne sont pas encore venus à nôtre connoissance, surquoi je n'ai rien à dire, sinon que comme il a été possible de trouver des moyens pour se garantir contre toutes sortes d'accidens lorsqu'ils sont venus à nôtre connoissance ; il se trouvera encore de nouveaux moyens pour se garantir contre les imaginaires, lorsqu'ils nous seront connus.

A l'égard des premiers accidens interieurs, il y en a de grands & de moindres, les grands consistent dans l'ordre, la construction, & l'arrangement de toutes les parties : qu'il y ait une juste proportion de mesure entre toutes les parties qui agissent les unes avec les autres, que les materiaux soient bien choisis, & que les pieces d'acier soient d'une bonne trempe, afin de prévenir qu'il n'y en ait point, ni de ressorts qui viennent à se rompre.

Les moindres accidens interieurs consistent dans tout le travail ; que toutes les parties soient bien formées, proprement faites & finies ; que toutes les pieces d'acier particulierement celles qui sont toûjours en mouvement, soient bien polies, que rien ne soit oublié de tout ce qui

qui eſt neceſſaire pour aſſembler & mettre tout l'ouvrage en mouvement, afin que le tout ſoit bien renfermé, afin que la pouſſiere & les humiditez de l'air ni entrent point.

Voilà tous les accidens interieurs, deſquels on peut dire que l'Horlogerie eſt parvenuë à un degré de perfection ſuffiſante pour les ſurmonter tous, & même qu'elle les a réellement ſurmontés, comme je l'ai démontré en pluſieurs endroits de cet écrit.

Le ſecond ordre d'accidens, qui ſont les exterieurs, il y en a auſſi de grands & de moindres; les grands conſiſtent dans le changement des climats & des ſaiſons, dans toutes ſortes de chûte & de coups violens, de toutes rudes & précipitées ſecouſſes. Les moindres accidens conſiſtent dans un oubli de la remonter, ſoit en total ou en partie & dans le temps requis, dans une mépriſe ſoit en voulant mettre à l'heure, ou à la regler, dans la negligence de pluſieurs petits ſoins qu'il faut avoir, & dont on peut faire un memoire.

De tous ces accidens en general depuis le plus grand juſqu'au moindre, il eſt neceſſaire de les prévenir tous, car il n'y en a point qui ne donne de l'alteration ſoit en total ou en partie : Pour ceux du ſecond ordre, à ſavoir, les exterieurs que je viens de ſpecifier, toutes perſonnes de bon ſens & entendement les peuvent prevenir, auſſi bien que les Horlogers, par l'uſage d'une armoire, à chaleur égale, en obſervant regulierement de mettre en pratique tous les petits ſoins qui ſeront ſpecifiés dans le memoire pour cet effet : Mais, dira-t'on, il ſera requis des grands ſoins à cette machine, au feu, aux lampes, & au Thermometre, tellement qu'il faudra avoir une perſonne, ou plûtôt des perſonnes pour continuellement jour & nuit en tout temps avoir l'œil ſur le Thermometre & le feu, afin d'entretenir toûjours cette chaleur égale, qu'une negligence & un oubli cauſera un dereglement; je répond que cela eſt veritable, mais qu'il en est de même en toutes choses de cette vie, pour nôtre entretien & nos affaires ; qu'il sera très facile à un Pilote qui n'a pas autres choses à penser ni à faire dans un Vaisseau, que ce qui a du rapport à sa conduite, & à trouver son chemin sur Mer ; que le soin qu'il faudra avoir n'est pas à beaucoup près si considerable, que le soin qu'un Pilote a sur ces Horloges de sables, afin de mesurer le temps, dont cette machine l'exemtera, & que pour prévenir la negligence & l'oubli, on pourra avoir un registre ou journal où seront marqués tous les soins qu'on aura pris journellement, & si ils se conformeront au memoire qu'on en donnera.

Je remarquerai ici une experience que j'ai faite avec le Thermometre & la lampe, à savoir que la chaleur qui est renfermée dans cette armoire de cuivre, étant beaucoup superieure à la chaleur qui est dans l'air que nous avons ; le changement de nôtre air, soit plus chaud ou plus froid, n'est pas sensible, & ne fait rien à la chaleur qui est renfermée dans ladite armoire ; cela se remarque par le Thermometre qui est dedans, lequel demeure fixe à la chaleur qui est remfermée avec lui, & ne change que lorsque l'on retire la lampe ou qu'on la raproche ; par là il paroît que ce soin ne sera pas si extraordinaire, puisqu'une lampe peut bien être plusieurs heures de suite sans y toucher ; & continuer toûjours sa même flamme & chaleur, & quand même il arriveroit qu'il ne seroit pas possible en de certaines rencontres qui peuvent arriver sur Mer, d'avoir l'attention sur cette chaleur, ensorte qu'elle ne seroit plus la même pendant plusieurs heures ; cela ne peut pas causer un dereglement qui soit sensible à la regularité de cette machine, moyennant que ce ne soit pas par un trop long-temps, comme il paroît par les Pendules fixes, desquelles il n'y en a point à qui l'on observe cette grande regularité de chaleur ; cependant comme je l'ai remarqué par mes propositions, cette chaleur sert non ſeulement à maintenir & conſerver toutes les parties de cette machine dans leurs juſtes meſures de grandeur & de longueur, mais auſſi à garantir cette machine contre les groſſieretés de l'air, les vapeurs & les humidités qu'il y a ſur la Mer, dans les differens climats ; ainſi il eſt d'une plus abſoluë neceſſité ſur Mer, d'obſerver autant qu'il ſera poſſible, ſoit de jour ou de nuit, que cette chaleur ſoit entretenuë toûjours la même, que non pas à une Pendule fixe, qui n'eſt point expoſée à tous ces accidens.

Comme dans mes propoſitions je n'ai rien dit de particulier ſur la conſtruction du roüage d'une Pendule, & que j'ai ſeulement remarqué en general, que tout le travail d'Horlogerie étoit parvenu de nôtre temps au plus haut degré de perfection que l'on peut eſperer de la main d'un homme ; cependant il eſt à remarquer par les experiences que j'ai rapportées, que l'on peut ſe ſervir également pour premier principe de force (dans un mouvement ou machine, qui ſera ſuſpenduë, ſuivant la methode que j'ai propoſée) ſoit d'un poids ſuſpendu en l'air, ſoit de la force d'un ou de pluſieurs reſſorts ; & auſſi que la conſtruction la plus ſimple où il y aura le moins de matiere ou de rouës, ſera le moins ſenſible au changement des climats & des ſaiſons ; ainſi je propoſerai ici une maniere ſimple & racourcie, pour la conſtruction d'un roüage, que je ne ſache pas avoir encore été mis en pratique dans l'Horlogerie juſqu'à preſent.

La premiere imagination d'un roüage avec des rouës & des pignons pour continuer un mouvement d'un long cours, a été bonne & parfaite dès ſon origine, car il eſt certain qu'il n'y a point de roüage de quelque conſtruction que ce ſoit, ayant un premier principe de force ſuffiſante pour en continuer le mouvement & ſon cours, qui ne puiſſe faire un bon effet ; il faut de toute neceſſité ajoûter rouës ſur rouës pour continuer un long cours, de même qu'il faut ajoûter zero ſur zero, pour exprimer une groſſe ſomme. La maniere abregée que je propoſe ici, eſt de faire les pignons d'une autre figure que celles qu'on a faites juſqu'à preſent, laquelle je produirai maintenant: on a toûjours fait des pignons de la figure d'une rouë, ou plûtôt ce ſont de petites rouës qui n'ont qu'un petit nombre de dents, à ſavoir de cinq, de ſix, de ſept, ou de plus, ſelon la groſſeur des dents, & la circonference qu'on leur donne; une rouë de ſoixante dents qui menera un pignon de cinq dents lui fera faire douze tours contre un ſeul, & ne fera faire que quatre tours à un pignon de quinze dents, voilà une grande difference: l'autre difference eſt que la rouë ſoixante communique beaucoup plus de ſa force ſur un pignon de quinze, que ſur un pignon de cinq, lequel a une très petite circonference, & eſt placée tout près de ſon centre; chacune de ces deux differences a ſon avantage, ſi un pignon de cinq ne reçoit qu'une petite meſure de force, il a l'avantage de gagner beaucoup de tems. Voilà l'idée de l'effet d'une rouë avec ſon pignon, & qui eſt toûjours la même idée ſur toutes les rouës & les pignons d'un roüage à pluſieurs rouës, toute la difference qu'il y a d'une rouë à l'autre, eſt que la premiere rouë ſuppoſé qu'elle ſoit une heure de tems à faire ſon tour, les autres rouës qu'elle menne, la quatriéme ou la cinquiéme feront un grand nombre de tours en une heure de temps, ſelon le nombre des dentures de chacune des rouës & des pignons; à l'égard de l'arrangement des rouës, de leurs grandeurs, & du nombre de leurs dentures, il n'y a point de regle pour cela, ſinon la generale, à ſavoir la prudence de l'ouvrier qui étant conduit par l'experience & ſon genie, a la liberté de choiſir la grandeur, le nombre des rouës & des dentures, pour chacune des rouës & des pignons, afin de produire l'effet qu'il ſe ſera propoſé dans l'uſage de ſon travail. Voilà une démonſtration de la methode dont on a pratiqué jusqu'à present en Horlogerie, pour la construction des roüages d'une Pendule.

La maniere que je propose, est de faire des pignons d'une autre figure, à savoir en viz ou viz sans fin, par ce moyen l'on pourra faire des pignons d'un petit nombre, comme de deux, de trois, & de quatre dents, & cependant qui auront une aussi grande circonference comme les autres pignons de six, de douze, & de quinze dents, dont je viens de remarquer l'usage. Un pignon de deux dents qui sera fait en serpentant tout à l'entour d'un arbre, comme fait la viz, deux dents de la rouë qui le mene, lui fera faire un tour tout entier; ensorte que la rouë ayant soixante dents, le pignon fera trente tours, & au pignon à trois dents en viz, elle lui fera faire vingt tours, & à celui à quatre dents, quinze tours.

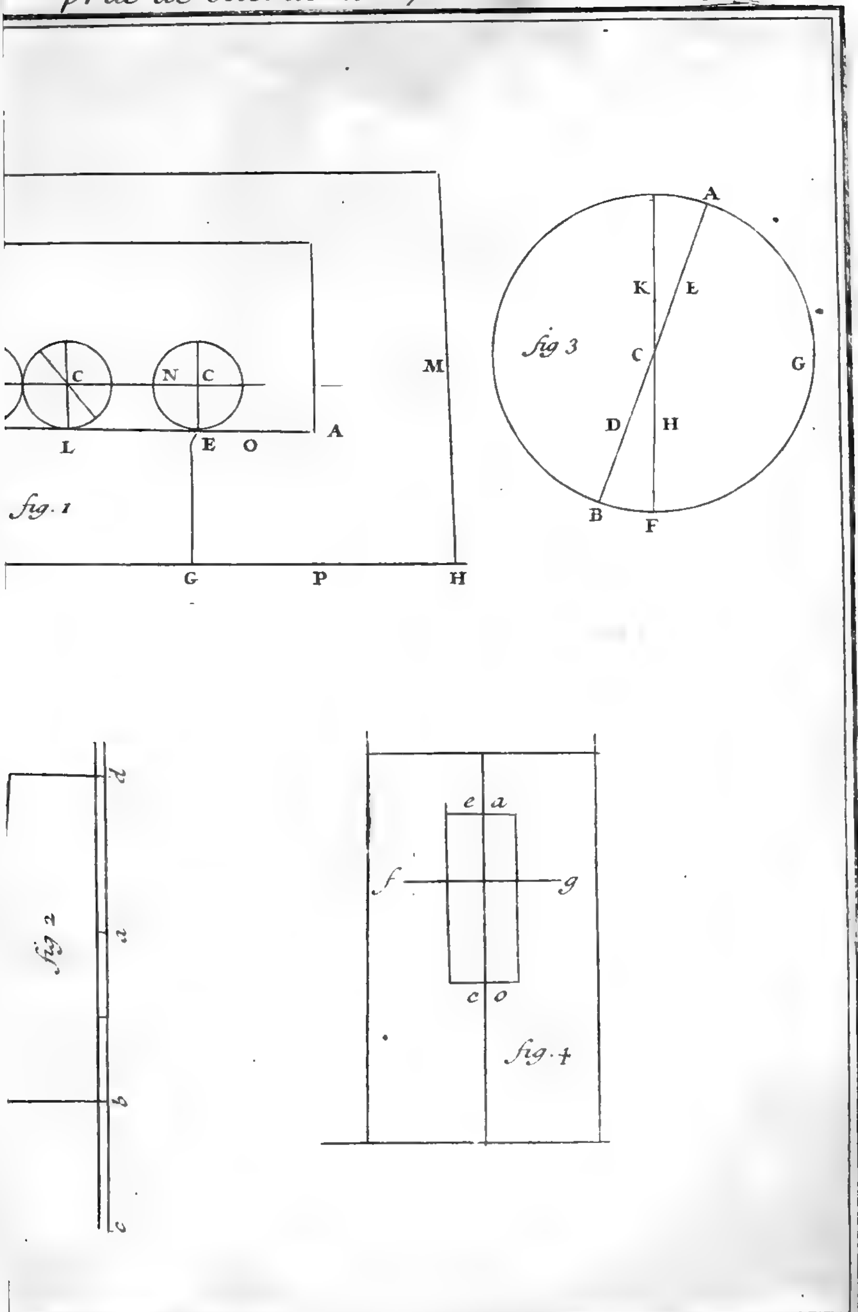
Par cette methode je puis faire un mouvement qui sera trente heures à faire son cours avec deux rouës seulement, construite de cette maniere. La premiere rouë étant d'une grandeur convenable pour contenir quatre-vingt-seize dents sur sa circonference, laquelle sera une heure de temps à faire son tour, la seconde rouë ayant un pignon à deux dents en viz, elle fera quarante-huit tours en une heure de temps; & cette seconde rouë ayant aussi une grandeur convenable pour contenir soixante-quinze dents à rochet sur sa circonference, produira sept-mille-deux-cent batemens ou vibrations au balancier, ce qui est une demie seconde à chaque vibration du balancier, lequel doit être d'une grandeur d'environ six pouces de circonference; la premiere rouë sera menée par un poids suspendu en l'air, & environ trois pieds de hauteur à descendre, fera faire trente tours à cette premiere rouë, ce qui sera trente heures pour son cours, le poids se remontera par le moyen d'une poulie placée au côté de cette machine, & ainsi elle ne sera point sujette à interrompre son cours en la remontant.

Avec cette methode l'on peut en ajoûtant une troisiéme rouë faire que son cours sera d'un mois, & en ajoûtant une quatriéme rouë, faire que son cours sera d'une année seulement, il faudra que le poids soit plus pesant, ou bien ajoûter un plus grand nombre de ressorts : Quoique je n'aye point encore mis cette methode en pratique, cependant je ne la proposerois pas, si je n'étois certain de la pouvoir mettre en usage, & ce seroit un sujet digne d'un nouveau travail, pour faire la recherche de sa perfection, & je serois bien aise de me trouver en état d'y employer mon temps, & mes soins.

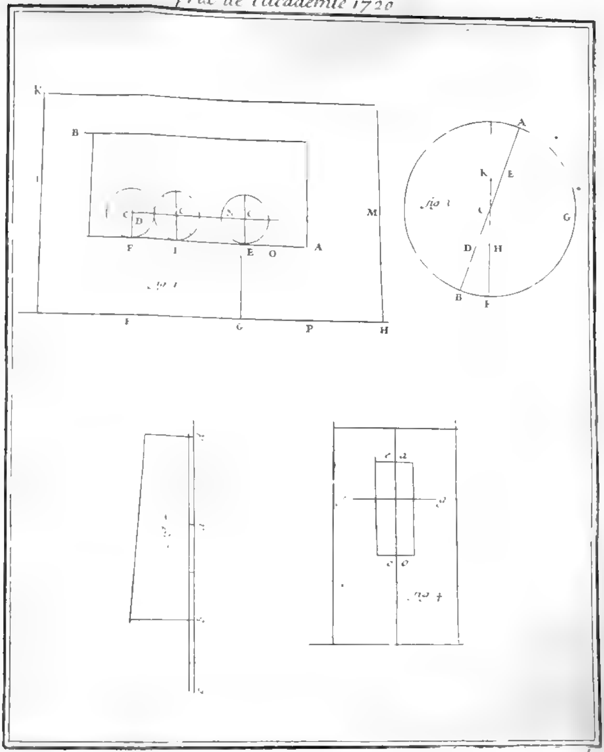
Je ne fais point de remarques sur la construction du roüage d'une quadrature, d'autant qu'il n'y a nulle difficulté de faire agir les éguilles qui mesure le temps, soit sur des cercles divisés en soixante parties, pour les secondes & les minutes, ou divisés en douze ou vingt-quatre parties, pour les heures ou pour les autres parties du temps, comme des semaines, des mois, & des années.

J'ai fait mes reflexions aussi succintes qu'il m'a été possible sur chaque sujet, & n'ai fait que celles que j'ai crû necessaire pour l'intelligence de mes idées, & j'ai omis celles sur les moyens qu'il y auroit pour amener cet ouvrage à sa perfection, sachant qu'il ne me convient point d'en faire devant des personnes qui les savent mieux faire que qui que ce soit, c'est ce qui me fait esperer, MESSIEURS, vôtre indulgence sur leurs inperfections, puisqu'elles sont faites par une personne pleine de zele pour le Public, de soumission à vos jugemens & obeïssances à vos ordres, & qui a eu dans la pensée, que comme les Abeilles savent tirer de bonne choses des moindres fleurs, il pourroit se trouver quelques unes de mes idées & propositions lesquelles seroient utiles, & rendroient un bon service dans cette recherche & pour ledit sujet.

FIN.


M
C
N
C
A
L
E
O
fig. 1
G
P
H
A
K
E
fig 3
C
G
D
H
B
F
d
fig 2
a
b
c
e
a
f
g
c
o
fig. 4

prix de l'academie 1720



pl.1.

EXTRAIT DES REGISTRES DE L'ACADEMIE Royale des Sciences.

Du 21 Mai 1721.

PAr déliberation faite selon la forme ordinaire, la Compagnie a resolu de permettre au sieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer les deux Pieces qui ont remporté les deux Prix de 1720. & de lui ceder à cet égard le Privilege qu'Elle a obtenu du Roy en datte du 29. Juin 1717. en foi dequoi j'ai signé le present Certificat. A Paris ce 22. May 1721. FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & Feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT. *Nôtre amé & feal le sieur Jean Paul Bignon Conseiller ordinaire en nôtre Conseil d'Etat, & President de nôtre Academie Royale des Sciences*; Nous ayant fait trés-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plû donner à nôtredite Academie, par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6 Avril 1699. n'ayant point de temps limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de nôtre Conseil d'Etat du treiziéme Aoust 1713. Et desirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au public les travaux de nôtredite Academie Royales des Sciences ; Nous avons permis & permettons par ses Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre ou debiter dans tous les lieux de nôtre obéïssance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *Toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées* : comme aussi les *Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages & jugé qu'ils sont dignes de l'Impression : & ce pendant le temps de quinze années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'Impression étrangere dans aucun lieu de nôtre Royaume, comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, debiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, en tout ni en partie, par extrait ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Daguesseau, le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foi soit ajoûtée comme à l'original : Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans demander autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre-Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel est nôtre plaisir. DONNE' à Paris le vingt-neuf jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cent dix-sept, & de nôtre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil, *Signé* FOUQUET.

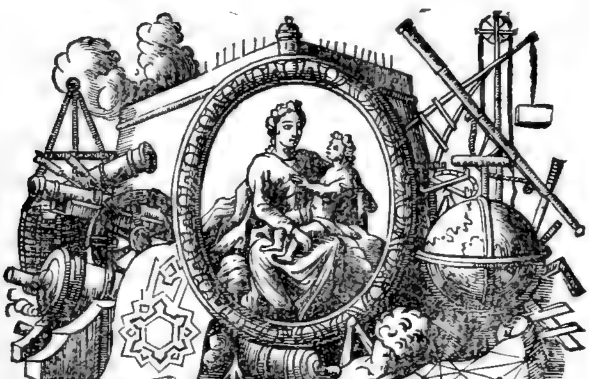
Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrest de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le present Privilege, ensemble la cession écrite ci dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris p. 155. Num. 203. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust 1703. A Paris le 3 Juillet 1717.
Signé DELAUNE. *Syndic.*

Nous soussigné President de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Academie, pour par elle & les différens Academiciens qui la composent en jouir pendant le temps & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet mil sept cens dix-sept. *Signé* J. P. BIGNON.

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-quatre, selon la Fondation faite par feu M. Roüillé-de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, rue S. Jacques,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DCC. XXIV.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'Academie croit devoir avertir qu'on n'a pas été assez attentif à se renfermer dans les bornes de la Question qu'elle avoit proposée : il y a eu même des Auteurs qui ne l'ont pas traitée, & qui lui en ont substitué une autre. On avoit demandé les Loix du Choc des Corps parfaitement durs, sans s'embarrasser si ces Corps existent. Cependant ce sont seulement les Loix du Choc des Corps à ressort qui ont été données dans quelques-uns des Memoires envoyez; parmi lesquels il y en a d'excellens, & sur-tout un qui a pour Devise : In magnis voluisse sat est, *où l'Auteur fait paroître beaucoup de sçavoir en Geometrie, & beaucoup de sagacité dans la resolution des Problêmes les plus difficiles.*

Les Loix du Choc des Corps, & de la communication des Mouvemens n'étant pas les mêmes dans les Corps à ressort, que dans les Corps infiniment durs, ou inflexibles, l'estimation des forces, qui est aujourd'hui une question trés-agitée, & où il y a peut-être eu jusqu'ici du mal-entendu, peut aussi n'être pas la *même dans les deux cas. Un Auteur peut avoir bien fait cette eſtimation dans le premier, & un autre en avoir donné une differente & vraye dans le ſecond.*

L'Ouvrage qui a remporté le Prix eſt de M. MACLORRINS, Profeſſeur en Mathematique dans l'Univerſité d'Alberdeen.

DEMONSTRATION
DES LOIX
DU CHOC DES CORPS.

SECTION I.

Où l'on expose les Axiomes & Principes qui ne sont point contestez touchant le mouvement des Corps.

I.

TOUT Corps en repos reste dans cet état 1.
jusques à ce que quelque cause étrangere le mette en mouvement ; & tout Corps en mouvement continue à se mouvoir dans une ligne droite, sans changer sa vîtesse, aussi long-tems qu'aucune cause étrangere n'agit point sur ce Corps.

II.

Le changement de force, c'est-à-dire, son augmen- 2.
tation ou diminution, est toûjours proportionnel à la

force imprimée, & ſe fait dans la direction de cette force.

On entend par *force imprimée*, celle qui ſe conſume entierement en augmentant ou diminuant le mouvement du Corps.

III.

3. L'action & la réaction ſont toûjours égales, & ont leurs directions contraires; c'eſt-à-dire, que l'action & la réaction produiſent dans les Corps d'égaux changemens de mouvement.

Ces trois principes ſont démontrez par une infinité d'experiences. On les appelle ordinairement *les Loix du mouvement*.

IV.

4. Les eſpaces parcourus par deux Corps, dont les mouvemens ſont uniformes, ſont toûjours dans la raiſon compoſée de celles de leurs vîteſſes, & des tems qu'ils ſont en mouvement.

V.

5. Les forces des Corps dont les vîteſſes ſont égales, ſont proportionnelles à leurs maſſes.

VI.

6. La force produite dans un Corps ne peut jamais être plus grande que celle qu'avoit l'agent, qui lui communique ſon mouvement, s'il n'entre point de reſſort dans leur action.

VII.

Tous les mouvemens, les forces & les chocs des Corps
7. ſe font dans un eſpace qui s'avance avec une vîteſſe uniforme, de même que ſi cet eſpace étoit abſolument en repos. On eſt d'accord que les mouvemens & les chocs des Corps ſe font tout de même à preſent que la Terre tourne ſur ſon axe, que ſi elle étoit immobile, comme dans le Syſtême de Ptolomée. Les chocs des Corps ſur

un vaiſſeau qui s'avance avec un mouvement égal, ſont les mêmes que ſi le vaiſſeau n'avoit point de mouvement.

SECTION II.

Où l'on démontre que les forces des Corps ſont comme les produits de leurs maſſes multipliées par leurs vîteſſes; & où l'on examine le ſentiment de ceux qui prétendent que les forces ſont comme les maſſes multipliées par les quarrez de leurs viſteſſes.

Comme il eſt abſolument neceſſaire de ſçavoir com- 8.
ment déterminer les proportions des forces des Corps en mouvement, avant que de chercher les Loix de leurs chocs, & qu'il eſt conteſté que les forces des Corps ſont comme les rectangles ou produits de leurs maſſes par leurs vîteſſes, il me paroît eſſentiel d'éclaircir cette matiere, & d'examiner avec attention le ſentiment de M. *Leibnitz*, expliqué & ſoûtenu depuis peu d'une maniere aſſez ſuivie par M. *Sgravezande*, dans un Eſſai qu'il a publié ſur le Choc des Corps. C'eſt la queſtion la plus fondamentale que l'on puiſſe traiter à l'occaſion des chocs des Corps; c'eſt pourquoi je m'étendrai plus particulierement ſur ſa diſcuſſion.

I. Meſſieurs *Leibnitz* & *Sgravezande* prétendent que 9.
les forces des Corps ſont comme les produits de leurs maſſes par les quarrez de leurs vîteſſes, & que les forces des Corps égaux ſont comme les quarrez de leurs vîteſſes. Par exemple, ſi les vîteſſes des deux Corps égaux ſont comme 10 & 8, leurs forces doivent être comme 100 & 64.

Suppoſons donc que deux perſonnes, l'une ſur un vaiſſeau, qui s'avance avec un mouvement uniforme, & une vîteſſe comme 2; l'autre en repos ſur le bord de la mer, jettent deux Corps égaux A & B avec des efforts égaux dans la direction du mouvement du vaiſſeau, & que le

Corps B qui étoit en repos gagne une vîtesse comme 8. Il est clair par le septiéme Principe, que le Corps A s'avancera dans le vaisseau avec une vîtesse comme 8 aussi, & dans l'air avec une vîtesse comme 10, somme de la vîtesse du vaisseau, & de sa vîtesse respective dans le vaisseau. La force du Corps A, avant qu'il eût cette augmentation, étoit comme 4, selon M. *Leibnitz*, sa vîtesse ayant été comme 2. L'augmentation de force qu'il reçoit est égale à celle du Corps B par le septiéme principe, c'est-à-dire, à 64 : donc sa force totale sera 64+4=68. Mais parce que sa vîtesse est comme 10, sa force doit être comme 100, & ces deux forces sont contradictoires. Ainsi leurs forces ne peuvent pas être comme les quarrez de leurs vîtesses.

10. Si l'on suppose que l'on jette encore un autre Corps C égal aux Corps A & B dans la même direction, & avec le même effort sur un vaisseau qui s'avance avec une vîtesse comme 4; la vîtesse totale du Corps C sera comme 12, & sa force dans l'air comme 12×12=144. D'où ôtant 16, qui étoit sa force avant l'augmentation qu'il a reçûë, le reste 128 est la force ajoûtée au Corps C par le même effort qui avoit ajoûté 96 degrez de force au Corps A, & 64 au Corps B, selon le Systême de M. *Leibnitz*. Cependant il est clair que ces augmentations devroient être égales, tant par le second que par le septiéme Principe.

11. Pour donner encore un plus grand jour à ce raisonnement, supposons que les deux Corps A & B viennent frapper contre quelques obstacles invincibles posez, l'un dans le vaisseau, l'autre sur le bord de la mer, & que les Corps n'ayent point de ressort: il est clair qu'ils perdront des quantitez égales des forces, & que les chocs seront les mêmes par le septiéme principe. Mais le Corps B perdra 64 degrez de force, qui est tout ce qu'il avoit reçû. Le Corps A en perdant 64, aura donc le reste 100—64=36. Mais comme A perd toute sa vîtesse, excepté les deux degrez qu'il avoit en commun avec le vaisseau du

du commencement, il ne lui reste que quatre degrez de force ; & ces deux forces sont encore contradictoires.

Enfin si le systême de ces Auteurs étoit veritable, les mouvemens & les chocs des Corps contenus dans un espace qui s'avance uniformement, seroient bien differens des mouvemens & des chocs des mêmes Corps, l'espace restant en repos. Dans leur systême il auroit été toûjours aisé de distinguer les mouvemens relatifs des mouvemens absolus ; ce qu'on a regardé comme ce qu'il y a de plus difficile dans la Physique en plusieurs occasions.

On tire un semblable argument du mouvement des 12.
Corps élastiques. Soient deux Corps élastiques égaux A & B, qui vont du même côté avec des vîtesses comme 10 & 5, il est connu que s'ils n'avoient point de ressort ; ils auroient eu après leur choc une vîtesse commune comme $7\frac{1}{2}$: mais qu'étant parfaitement élastiques, ils changeront leurs vîtesses, & le Corps A aura 5 & B 10 degrez de vîtesse. M. *Sgravezande* convient dans sa Prop. 25. que le ressort agit sur les Corps de même que s'ils étoient en repos : & parce que le ressort les separe avec 5 degrez de vîtesse, il faut qu'il imprime $2\frac{1}{2}$ degrez de vîtesse à chaque Corps, c'est-à-dire, $\frac{25}{4}$ de degrez de force. Sans l'action du ressort la force du Corps A auroit été le quarré de $7\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, $\frac{225}{4}$; le ressort lui ôte $\frac{25}{4}$ de degrez : ainsi il lui doit rester $\frac{225-25}{4}$ degrez de force, c'est-à-dire, 50 degrez ; mais comme sa vîtesse n'est que 5, sa force ne peut être que 25. Ces deux forces sont contradictoires : d'où il faut conclure qu'il est impossible d'accorder leur principe avec les experiences.

On pourroit s'étendre plus sur les argumens qu'on pourroit tirer des mouvemens des Corps élastiques, mais passons plûtôt à ce qui prouve plus directement que la force est comme la masse multipliée par la vîtesse.

II On est d'accord que deux Corps, dont les vîtesses 13.
sont en raison inverse des masses, & dont les directions

ſont contraires, reſtent en repos après le choc. M. *Sgravezande* en convient. On trouve que deux Corps A & B étant comme 3 & 1, & leurs vîteſſes comme 1 & 3, ils reſtent en repos après leur choc, s'ils n'ont pas de reſſort. Leurs forces, ſelon M. *Sgravezande*, ſont comme 9 à 3, ou 3 à 1 : mais ſelon nous leurs forces ſont comme 3 à 3, ou 1 à 1 ; c'eſt-à-dire, elles ſont égales. On avoit autrefois regardé cette experience comme une preuve que les forces étoient comme les vîteſſes, & non pas comme leurs quarrez multipliez par les maſſes. On a crû que les forces des Corps qui s'entre-détruiſoient, devoient être égales, & par conſequent que les forces étoient comme les maſſes multipliées par les vîteſſes. Dans l'autre ſyſtême il faut qu'une force arrête une autre force dont elle n'a que le tiers, ou même dans des autres exemples, une force doit arrêter une force contraire, dont elle n'eſt que la milliéme ou dix milliéme partie. On prétend que la plus grande force perd tout ſon avantage en enfonçant les parties de l'autre. Mais cette réponſe n'ôte pas la difficulté ; on dit que ces forces ne ſe détruiſent pas, mais qu'elles ſe conſument en enfonçant leurs parties mutuellement. Or comme ces actions ſont mutuelles & contraires, & qu'elles commencent & s'achevent en même tems, & qu'elles ſe ſoûtiennent ſans prévaloir l'une ſur l'autre pendant qu'elles s'exercent, je ne comprends pas comment elles peuvent produire des effets ſi inégaux, l'une perdant quelquefois mille, ou même dix mille fois plus que l'autre.

14. On auroit crû bien plus naturellement dans le ſyſtême de M. *Sgravezande*, que deux Corps comme 9 & 1, avec des vîteſſes comme 1 & 3, ayant leurs maſſes dans la raiſon inverſe des quarrez de leurs vîteſſes, & par conſequent leurs forces égales en ſe rencontrant, devroient agir toûjours avec des forces oppoſées égales, pour enfoncer mutuellement leurs parties, & devroient par conſequent perdre toûjours d'égales forces, & reſter à la fin tous les deux en repos ; ce qui repugne extrê-

mement à l'experience. Pour resoudre ces difficultez, il est obligé de soûtenir que deux Corps se rencontrant avec des vîtesses qui sont dans la raison inverse de leurs masses, le grand Corps resiste à l'autre, non seulement par sa force, mais aussi par son inertie; ce que je regarde comme un aveu tacite, que les deux forces des Corps sont effectivement égales dans ce cas: & je trouve que l'Auteur balance par-là la trop grande force qu'il avoit donnée au petit Corps sur sa vîtesse. Dans les chocs de ces deux Corps toute la resistance que le grand Corps fait, quelle qu'elle soit (& qui est égale à la force qui se consume dans le petit, selon l'aveu de l'Auteur) doit également diminuer les forces des deux Corps. Ainsi la force du grand étant beaucoup plus petite dans son systême, elle se doit consumer avant l'autre: laquelle ne trouvant plus de resistance doit emporter tous les deux Corps. Cela me paroît une suite incontestable de nôtre troisiéme principe, que l'action & la réaction sont égales. Il faudroit, pour accorder à l'Auteur ses raisonnemens sur l'inertie & la resistance des Corps changer entierement nos idées de la force, de l'inertie & du mouvement, & quitter ce qui est assez clair pour adopter des obscuritez très-profondes.

Mais s'il est surprenant que dans son systême une moindre force puisse en arrêter une bien plus grande. Il paroît encore plus extraordinaire qu'une force qui n'est que la milliéme partie d'une autre, puisse prévaloir & l'emporter sur cette autre. L'Auteur répond que la plus grande force s'est consumée en enfonçant les parties de l'autre Corps, qui est le plus grand. Mais il est plus naturel de croire que la force qui soûtient l'action contraire de l'autre, & l'emporte encore sur elle à la fin, est la plus grande, que de croire qu'elle n'est que sa milliéme partie. 15.

III. M. *Sgravezande* prétend déduire de son principe les mêmes Loix pour les chocs des Corps qu'on avoit déja trouvez par nôtre principe & par l'experience. Sa 16.

quatorziéme Propoſition eſt le fondement de toutes celles qui ſuivent, & ne paroît pas aſſez établie. Il ſoûtient que » la force perduë dans les chocs des deux Corps non » élaſtiques, eſt la même, quelles que puiſſent être les » vîteſſes abſoluës de ces deux Corps, ſi leur vîteſſe reſ-» pective eſt la même.« On verra d'abord que la Démonſtration qu'il en donne n'eſt pas ſuffiſante pour établir une des principales differences des deux ſyſtêmes. » Le mouvement, dit-il, des deux Corps eſt compoſé de » leur mouvement commun & de leur mouvement rela-» tif. Il eſt clair que le premier, de quelque maniere » qu'il ſoit varié, ne peut pas changer l'action d'un » Corps ſur l'autre : de ſorte que cette action eſt toû-» jours la même auſſi long-tems que la vîteſſe reſpecti-» ve ne change point. C'eſt de cette action ou effort des » Corps l'un ſur l'autre que dépend l'applatiſſement ou » enfoncement des parties, lequel par conſequent ſera le » même, ſi la velocité reſpective eſt la même.« On pourroit croire, de la maniere dont il traite cette Propoſition, qu'elle étoit accordée dans tous les deux ſyſtêmes. Cependant elle eſt très-fauſſe dans le ſyſtême ordinaire. Il eſt clair par ſa dix-neuviéme Propoſition qu'il parle de la perte de la ſomme des forces abſoluës des deux Corps, & non pas de celle de la ſomme de leurs mouvemens d'un côté. Il eſt auſſi conſtant que le mouvement abſolu, qui eſt perdu dans le choc des deux Corps non élaſtiques, dont les directions ſont contraires dans le ſyſtême ordinaire, eſt le double de la force de ce Corps, qui en a le moins. Lequel donc doit changer la vîteſſe reſpective reſtante la même, quand la plus petite force change, & ne peut pas changer, quoique la vîteſſe reſpective devienne plus grande, ſi la plus petite force reſte la même. Suppoſons que deux Corps A & B avoient des vîteſſes V & u, & que la ſomme de leurs forces abſoluës avant le choc étoit $AV+Bu$; ſi la force du Corps A étoit la plus grande, & s'ils vont de côtez oppoſez, leur force après leur choc ſera $AV-Bu$, & la difference de ces forces, ou la force perduë sera $AV+Bu-AV+Bu=2Bu$, c'est-à-dire, égale au double de la plus petite force. L'Auteur avoit dit que les forces ne s'entre-détruisent jamais, mais qu'elles se consument en enfonçant les parties des Corps qui leur sont opposées, & qui se soûtiennent par leurs forces contraires. On pourroit tirer de-là qu'une force ne peut pas perdre beaucoup en enfonçant les parties d'un Corps, si ce Corps n'est pas soûtenu par une force contraire, ou quelqu'autre obstacle. Du moins il paroît raisonnable de croire que la force perduë par le choc des Corps qui se rencontrent avec des directions contraires, doit être plus grande que quand l'un des deux, avec une vîtesse égale à la somme de leurs vîtesses, tombe sur l'autre en repos; & pourtant la vîtesse respective est égale dans ces deux cas. Il est certain que la vîtesse respective restante, les forces des Corps se peuvent changer, & par consequent les résistances qu'ils feront dans leur choc l'un contre l'autre, leurs mouvemens étant opposez; d'où il suit que les enfoncemens des parties, & la force perduë se peuvent varier. Si l'on trouve que cette Proposition est mal fondée, on renversera tout son systême: car sans celle ci, il n'auroit jamais accordé son principe avec les Loix du choc établies par l'experience.

M. *Sgravezande* tâche d'éviter la force de l'experience 17.
des deux Corps, dont les vîtesses sont en raison inverse de leurs masses qui restent en repos après leur choc, prétendant que les forces perduës par l'enfoncement des parties sont inégales. Mais il est certain que deux Corps de masses inégales qui se tirent avec la même force (comme deux batteaux qui se tirent par la même corde) s'avancent avec des vîtesses qui sont dans la raison inverse de leurs masses; & dans ce cas on ne peut pas prétendre qu'il y a des enfoncemens des parties; car les Corps ne se touchent pas. On pourroit tirer encore bien des argumens contre son principe, de ce qu'on a démontré des forces centrifuges, qui se balancent toûjours,

quand les forces acceleratrices ſont en raiſon inverſe des maſſes des Corps, des centres de gravité & de percuſſion des Corps ; mais cela nous meneroit trop loin. Nous nous ſommes contentez d'expliquer ceux qui ſont les plus faciles.

18. IV. Enfin il eſt tems d'examiner les raiſonnemens & les experiences, par leſquelles l'Auteur prétend établir ſon principe. Il a raiſon de dire » qu'il faut moins d'effort » pour donner un certain degré de vîteſſe à un Corps, » que pour augmenter d'un même degré la vîteſſe d'un » Corps égal, mais en mouvement. « Mais il eſt auſſi vrai que l'effort dans le ſecond cas ne s'exerce pas tout, & ne perd pas plus que dans le premier : d'où il eſt clair qu'il y a plus d'augmentation de force dans le ſecond cas que dans le premier. Concevons deux hommes A & B tenant chacun une boule, A étant en repos, B ſur un batteau qui eſt en mouvement : les deux hommes en jettant ces boules avec des efforts égaux, leur ajoûtent des vîteſſes égales, ſi les boules ſont égales. Il eſt vrai que B eſt tranſporté dans le batteau ; mais on voit que la force avec laquelle il eſt tranſporté n'eſt pas diminuée, & qu'elle n'a point d'effet ſur la boule qu'il jette. En appliquant ce raiſonnement aux reſſorts, on trouvera que l'Auteur n'a pas réuſſi dans la démonſtration qu'il donne de la huitiéme Propoſition. Il faut nier que l'effort des reſſorts dont il ſe ſert pour mettre le Corps en mouvement, eſt tout employé à mouvoir le Corps ; il y a une partie employée à tranſporter les reſſorts avec la vîteſſe que le Corps a déja acquis. Cela eſt inconteſtable ; & je m'étonne que l'Auteur ajoûte à la fin de cette démonſtration qu'il a fait abſtraction de l'inertie des reſſorts mêmes. Après qu'il avoit ſuppoſé qu'une infinité de reſſorts ſe débandoient pour donner au dernier une vîteſſe égale à celle que le Corps avoit déja acquis.

19. Pour les experiences dont il prétend déduire ſon principe, il ſuffit de dire que les enfoncemens des Corps dans une terre glaiſe, ne ſont pas des meſures aſſez juſtes

& géométriques pour déterminer leurs forces. Il est impossible ou très-difficile de réduire à un juste calcul les retardemens d'un Corps qui tombe dans cette terre. L'Auteur avouë que la seule pesanteur d'un Corps qui n'a point de force, le peut enfoncer dans cette terre glaise. D'où l'on voit que les enfoncemens ne sont pas proportionnels aux forces ; & que quand ceux-là sont égaux, il ne s'ensuit pas que celles-ci soient aussi égales. Il peut bien être utile de chercher d'où vient que les enfoncemens sont égaux, les masses des Corps étant dans la raison inverse des quarrez de leurs vîtesses. Mais cette experience ne suffit pas pour établir un principe que l'on ne peut pas accorder avec des autres experiences incontestables, comme nous avons démontré. Enfin après ce que nous venons de dire, on peut établir pour le huitiéme principe que,

VIII.

Les forces des Corps sont comme leurs masses multi- 20.
pliées par leurs vîtesses.

SECTION III.

Où l'on donne les Loix du Choc direct.

DEFINITION I.

On appelle le choc des Corps, *direct*, quand leurs cen- 21.
tres de gravité parcourent toujours la même ligne droite, qui passe par l'endroit où ils vont se heurter, & est encore perpendiculaire aux parties des superficies qui se heurtent.

DEFINITION II.

On appelle Corps parfaitement *durs* ceux dont les parties ne cedent point du tout dans le choc.

DEFINITION III.

On appelle un Corps, *élaſtique*, quand ſes parties cedent dans le choc, mais ſe rétabliſſent après dans leurs premieres ſituations. Si elles ſe rétabliſſent avec une force égale à celle par qui elles ont été enfoncées, le Corps eſt parfaitement élaſtique.

DEFINITION. IV.

Quand les parties d'un Corps cedent ſans ſe reſtituer, on l'appelle *mol.*

On ne trouve point de Corps parfaitement durs, ni parfaitement élaſtiques; mais cela n'empêche pas qu'on ne les conſidere dans la Phyſique. Il n'y a point de fluide Mathematique; mais cela n'empêche pas que l'on ne cherche les proprietez d'un tel fluide, & les reſiſtances qu'il pourroit faire aux mouvemens des Corps. Nous commencerons par les Corps durs ſans reſſort.

PROPOSITION I.

22. Si deux Corps parfaitement durs vont du même côté, il faut diviſer la ſomme de leurs forces avant le choc par la ſomme de leurs maſſes pour avoir leur vîteſſe commune après le choc.

Tout ce que l'un de ces Corps perd par le choc, l'autre le gagne; ainſi la ſomme de leurs forces après le choc ſera la même que la ſomme de leurs forces avant le choc. Les Corps n'ayant pas de reſſort, ne ſe ſepareront pas après le choc, mais ils continueront leur mouvement d'un même côté, comme s'ils ne faiſoient qu'une maſſe avec une vîteſſe commune. D'où il eſt clair que pour avoir cette vîteſſe commune, il faut par le huitiéme principe diviſer la ſomme de leurs forces par la ſomme des maſſes des deux Corps.

COROL.

COROLLAIRE I.

Soient les deux Corps A & B, & leurs vîtesses V & u, la somme de leurs forces avant le choc par le huitiéme principe doit être $AV + Bu$; donc leur vîtesse commune après le choc sera $\frac{AV + Bu}{A + B}$. La force du Corps A après le choc sera donc $\frac{AAV + ABu}{A + B}$, & la force du Corps B sera après le choc $\frac{BAV + BBu}{A + B}$.

COROLLAIRE II.

La force que l'un des Corps gagne & l'autre perd, est la force produite de $\frac{AB}{A + B}$ multiplié par la difference des vîtesses des deux Corps. Soit V plus grande que u, & le Corps A perdra la force $\frac{AB}{A + B} \times \overline{V - u}$. Car sa force avant le choc étant AV, & sa force après le choc étant $\frac{AAV + ABu}{A + B}$, leur difference $AV - \overline{\frac{AAV + ABu}{A + B}} = \frac{ABV - ABu}{A + B} = \frac{AB}{A + B} \times \overline{V - u}$ donne la force que le Corps A perd par le choc; ce qui est égal à la force que le Corps B gagne.

PROPOSITION II.

Si les mouvemens des deux Corps ont des directions 23.
contraires, il faut diviser la difference de leurs forces avant le choc par la somme de leurs masses, pour avoir leur vîtesse commune après le choc.

Les deux Corps après le choc vont d'un même côté enſemble ; la plus grande force par conſequent détruit la plus petite, & en la détruiſant elle eſt elle-même diminuée d'une quantité égale à cette petite force par le troiſiéme principe. Le reſte eſt la difference des deux forces : la ſomme donc des forces des Corps après le choc, n'eſt que la difference des forces qu'ils avoient avant le choc. Il faut donc diviſer cette difference par la ſomme des maſſes des Corps pour avoir leur vîteſſe commune après le choc.

COROLLAIRE I.

Suppoſons que le Corps A a la plus grande force, & la vîteſſe commune des Corps A & B, dont les vîteſſes étoient V & u, ſera après le choc $\frac{AV - Bu}{A+B}$. La force du Corps A ſera $\frac{AAV - ABu}{A+B}$, & la force de B $\frac{ABV - BBu}{A+B}$.

COROLLAIRE II.

La force que le Corps A perd eſt $AV - \frac{AAV - ABu}{A+B} = \frac{AB}{A+B} \times \overline{V+u}$. La force que le Corps B gagne du côté vers lequel tous les deux vont après le choc, eſt celle que le Corps A perd, & ces forces ſont les mêmes, quand la vîteſſe reſpective $V+u$ ne change pas ; parce que $\frac{AB}{A+B} \times \overline{V+u}$ ne change qu'avec $V+u$, mais ſi l'on parle des pertes des forces abſoluës, le Corps B perd la difference de Bu & $\frac{ABV - BBu}{A+B}$, c'eſt-à-dire, $\frac{2BBu - ABV + ABu}{A+B}$; à quoi ſi l'on ajoûte la force perduë par le Corps Au, qui eſt $\frac{ABV + ABu}{A+B}$, la ſomme

$2Bu$ donne la force perduë par le choc des Corps A & B, comme nous l'avons estimé dans le seiziéme art. ci-dessus: laquelle change en proportion de la force du Corps B.

PROPOSITION III.

L'action du ressort dans le choc des Corps parfaitement élastiques, double les changemens des forces qui devroient être produits dans les Corps, s'ils n'avoient point de ressort. 24.

Les parties des Corps élastiques sont enfoncées par le choc, & se plient toujours jusqu'à ce que les deux Corps s'avançant avec une vîtesse commune, comme s'il n'y avoit point de ressort, la vîtesse respective qui bandoit leur ressort n'agissant plus, elles se débandent, & se restituant par les mêmes degrez, & avec les mêmes forces par lesquelles elles avoient été enfoncées, elles produisent les mêmes effets, en separant les Corps avec une vîtesse respective, égale à celle dont ils s'approchoient avant le choc. Il y a donc une double augmentation produite dans la force du Corps qui gagne par le choc, & une double diminution dans la force de ce Corps qui perd par le choc.

COROLLAIRE I.

Soient A & B deux Corps qui vont d'un même côté avec les vîtesses V & u; & soit B le Corps qui precede. Le changement de force de chaque Corps auroit été par Corol. 2. Prop. 1. $\frac{AB}{A+B} \times \overline{V-u}$. Il faut donc ajoûter $\frac{2AB}{A+B} \times \overline{V-u}$ au mouvement de B avant le choc, pour avoir son mouvement aprés le choc; & il faut ôter autant du mouvement du Corps A avant le choc, pour avoir sa force avant le choc. La force donc de B aprés le choc sera $\frac{BBu+2ABV-ABu}{A+B}$, & sa vîtesse $\frac{Bu+2AV-Au}{A+B}$.

La force du Corps A sera $\frac{AAV - ABV + 2ABu}{A+B}$, & sa vîtesse $\frac{AV - BV + 2Bu}{A+B}$.

COROLLAIRE II.

Si les Corps ont leurs directions contraires, il faut ôter de la force du Corps A dans le Corol. 1. Prop. 2. encore ce qu'il a perdu $\frac{AB}{A+B} \times \overline{V+u}$, & l'on trouvera sa force après le choc $\frac{AAV - 2ABu - ABV}{A+B}$. Mais il faut ajoûter autant à la force du Corps B, laquelle donc sera après le choc $\frac{2ABV - BBu + ABu}{A+B}$, & sa vîtesse sera $\frac{2AV - Bu + AV.}{A+B}$

La vîtesse du Corps A après le choc est $\frac{AV - 2Bu - BV}{A+B}$; & quand cette expression devient negative, le Corps A est reflechi vers le côté opposé.

COROLLAIRE III.

Si le Corps A frappe un plus grand B en repos, ce Corps B aura plus de force après le choc, que le Corps A n'avoit avant le choc. La force du Corps B sera $\frac{2ABV}{A+B}$ en supposant que V est la vîtesse du Corps A avant le choc: mais il est clair que B étant plus grand que A, la quantité $\frac{2ABV}{A+B}$, surpasse AV par la difference $\frac{AV}{A+B} \times \overline{B-A}$.

Si le Corps B frappe un autre plus grand C en repos, la force de C surpassera celle de B : & l'on trouve par un calcul, dont on ne peut pas donner ici le détail, que si onze Corps élastiques en progression géometrique d'un à dix, se frappoient l'un après l'autre, le dernier auroit

394 fois plus de force que n'en avoit le plus petit. Un Auteur très-ſçavant a tiré depuis peu une preuve de là pour la poſſibilité du mouvement perpetuel * dans le ſyſtême qui poſe les forces proportionnelles aux maſſes multipliées par les vîteſſes, imaginant qu'on pourroit bien employer ces 394 degrez de force à en rendre un au premier Corps, & outre cela à faire quelque Machine, » dont on voit aiſement, dit-il, que le mouvement pourroit être continué à perpetuité, ſi les materiaux ne « s'uſoient pas. « Mais on ne peut que s'étonner extrêmement que l'Auteur ne ſe ſoit pas ſouvenu que les autres dix Corps ſont reflechis du côté oppoſé avec 393. dég. de force, & que la ſomme de toutes les forces, en la prenant d'un côté, n'eſt que d'un degré; ce qui renverſe entierement ſon raiſonnement. Dans ce Corol. B gagne la force $\frac{AV}{A+B} \times \overline{B-A}$; mais le Corps A eſt reflechi vers le côté oppoſé avec la même force: ainſi la ſomme des forces d'un côté reſte toûjours AV, comme elle étoit avant le choc.

* *Voyez les Remarques sur la possibilité du mouvement perpetuel par M. Sgravezande.*

PROPOSITION IV.

Pour trouver les forces des Corps qui ne ſont pas parfaitement élaſtiques après le choc, il faut diminuer la vîteſſe reſpective avec laquelle ils ſe ſeparent après le choc dans la raiſon de la force élaſtique. 25.

Dans les chocs des corps parfaitement élaſtiques, la vîteſſe reſpective après le choc eſt égale à la vîteſſe reſpective avant le choc: dans les Corps moins élaſtiques elle eſt moindre à proportion que l'effort du reſſort qui produit la vîteſſe reſpective après le choc eſt moins fort. Le celebre M. *Nevvton* témoigne qu'il a trouvé ce principe conforme à l'experience. Voyez ſon *Scholium* ſur les Loix du mouvement, dans le 1. liv. de ſes Principes. Il trouva, par exemple, que deux Spheres de verre ſe ſeparoient toujours après le choc avec une vîteſſe reſpective, qui étoit à la vîteſſe reſpective de leur rencontre, comme

15 est à 16 à peu près, & que la proportion entre ces vîtesses respectives étoit constante dans les Corps de même nature, à moins que le choc ne dérangeât les parties du Corps, en sorte qu'elles ne se pussent rétablir dans leurs prémieres situations. Il s'ensuit de cette observation que la vîtesse du Corps A après le choc dans le cas du 2. Corol. de la Prop. 3. supposant que ce Corps est une boule de verre, doit être $\frac{16AV - 31Bu - 15BV.}{16A + 16B}$

On pourra raisonner de la même sorte sur les autres Corps, lorsque leur force élastique sera déterminée par les experiences.

SECTION IV.

Du Choc indirect.

Problême.

Les directions, les vîtesses & les diamétres de deux Corps spheriques étant données avec leur situation dans quelque instant avant le choc, trouver l'endroit où ils se rencontreront.

26. Fig. 1. Soient les deux Corps A, B; & supposons qu'ils sortent en même tems des endroits marquez A & B dans les directions AC, BC, & que la vîtesse du Corps A est à la vîtesse du Corps B comme AC est à BD. Décrivez le parallelogramme ABHC, & tirez DH. Du centre C avec un rayon égal à la somme des demi-diametres des deux Corps A & B, décrivez un arc de cercle qui coupe la droite DH en L & *l*; tirez LN parallele CA, & NR parallele à CL. Je dis que les centres des deux Corps arriveront en même tems aux points N & R, & que c'est alors que les Corps se rencontreront; car DN est à NL ou CR, comme DB est à BH ou AC; & par division BN est à AR comme BD est à AC, ou comme la vîtesse du Corps B est à la vîtesse du Corps A. Ces espaces donc BN & AR seront parcourus dans le même tems, & les centres des Corps arriveront en même tems aux points N & R; Or

NR étant égale à CL, ſomme des demi-diamétres des deux Corps par la ſuppoſition : il faut alors que les deux Corps ſe touchent & ſe choquent.

COROLLAIRE. I.

Le cercle décrit du centre C & du rayon CL, coupe la droite DH en deux points L & *l* ; mais quand les Corps viennent ſe rencontrer des côtez marquez A & B, l'interſection *l* eſt inutile. Si le Corps A venoit du côté oppoſé F, & CF & CA étant égales, ſi les Corps partoient des points F & B enſemble ; dans ce cas pour trouver leur rencontre, il faudroit ſe ſervir de l'autre interſection *l*, pour avoir la ſituation des Corps dans le choc.

COROLLAIRE II.

Si la droite DH n'entre pas dedans le cercle L*l*, il n'y aura point de choc ; ſi la droite DH touche le cercle, les Corps ſe toucheront en paſſant ; mais il n'y aura point de choc. Si le ſinus de l'angle CDL n'eſt pas moindre que la ſomme des demi-diamétres des Corps A & B, en prenant DC pour rayon, il n'y aura point de choc.

PROPOSITION V.

Soient BM, AQ, perpendiculaires ſur NR, & les actions des Corps l'un ſur l'autre ſeront les mêmes que ſi le Corps A avec une vîteſſe comme RQ, rencontroit le Corps B avec une vîteſſe comme MN dans la ligne droite NR. Fig. 12.

Les vîteſſes des Corps A, B, ſont proportionnelles aux droites AR, BN, & peuvent être repreſentées par ces droites. On ſçait qu'une force comme AR peut être reſoluë en deux forces AQ & RQ, & une force comme BN en deux forces BM & MN. Les forces comme AQ & BM ayant des directions paralleles & agiſſantes dans la direction de la tangente des deux Corps, n'ont point d'effet dans le choc. Ainſi les deux Corps agiront l'un ſur l'autre, comme s'ils ſe rencontroient dans la direction NR avec des vîteſſes comme RQ & MN. 27

COROLLAIRE.

Fig. 2. Il s'ensuit de cette Proposition que pour déterminer leurs mouvemens après le choc, il faut supposer que le choc est direct, & que les Corps A & B se rencontrent avec des vîtesses comme QR & MN, & on trouvera par les Propositions de la Section precedente leurs vîtesses après le choc dans cette même direction. Supposons que la vîtesse du Corps A après le choc doit être R*g*, & la vîtesse du Corps B égale à N*m*; soit R*q* égale & parallele à AQ, & N*l* égale & parallele à BM: soient décrits les parallelogrammes R*q*A*g*, N*l*B*m*, & les Corps A & B continueront leur mouvement après le choc dans les diagonales R*a*, N*b*, de ces parallelogrammes avec des vîtesses comme R*a* & N*b*. Il n'est pas necessaire d'expliquer tous les cas particuliers du choc indirect; il est aisé d'appliquer toûjours cette construction generale.

Voilà les Principes & les Loix fondamentales du choc des Corps. Pour expliquer les cas plus composez des chocs des Corps irreguliers, il faudroit entrer dans un long détail de la Géométrie profonde. Mais il suffit d'avoir établi les principes les plus essentiels, qui pourront servir de fondement à ceux qui desireront de pousser plus loin leurs recherches.

Ac veteres quidem Philosophi in Beatorum Insulis fingunt, qualis natura sit vita Sapientium, quos cura omni liberatos .... nihil aliud esse acturos putant, nisi ut omne tempus in quærendo, ac discendo, in naturæ cognitione consumant. Cic. de fin. lib. V.

FIN.

ERRATA.

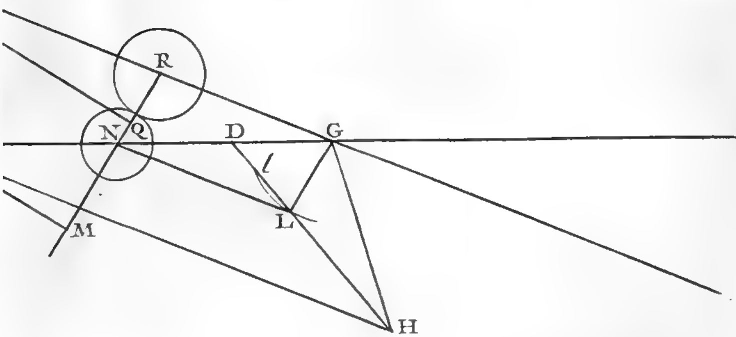
Dernieres lignes de l'Avertissement, MACLORRINS, *lis.* MAC-LAURIN. D'Alberdéen, *lis.* d'Aberdéen, & Membre de la Societé Royale de Londres.

Page 2. *lig.* 19. *du Mem.* commu-, *lis.* communi.

Page 14. *lig.* 14. qu'il y a, *lis.* qu'il n'y a pas.

L'Approbation & le Privilege sont à la Piece qui a remporté le premier Prix.

Figure 1^{er}



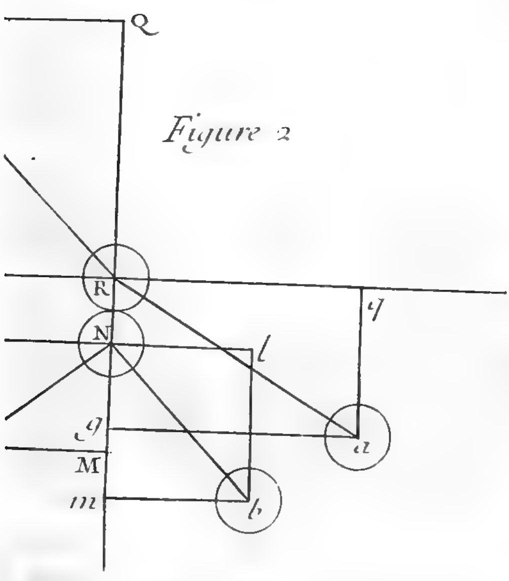


Figure 2

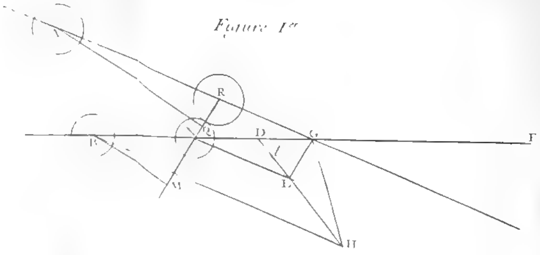


Figure 1re

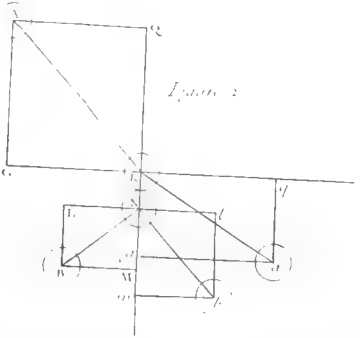


Figure 2

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Proposé pour l'année mil sept cens vingt - cinq, selon la Fondation faite par feu M. Roüillé-de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.

A PARIS, ruë S. Jacques,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXV.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'Académie ne peut s'empêcher d'avertir le Public, que dans les Pieces qui ont été envoyées pour cette année 1725. *elle n'a point trouvé les Experiences & les Recherches de Pratique que le Sujet & le Prix méritoient. Elle avouë même qu'à cet égard la Piece victorieuse ne répond pas à ce qu'on pouvoit attendre de la sagacité & du sçavoir que l'Auteur y fait paroître; & elle exhorte ceux qui travailleront à l'avenir sur des Sujets de cette nature, d'être plus soigneux de faire les Experiences que la matiere demandera, & de les inserer dans leurs Ecrits.*

L'Ouvrage qui a remporté le Prix, est de M. DANIEL BERNOULLY, fils du celebre M. JEAN BERNOULLY, Professeur à Basle.

DISCOURS

SUR LA MANIERE LA PLUS PARFAITE *de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres ou Sabliers.*

LES Sabliers requierent deux choses pour la conservation de l'égalité de leur mouvement : sçavoir , un repos parfait de leurs parties internes, qui est détruit par les secousses & une continuelle position verticale , à laquelle sont opposées les differentes inclinaisons : tant les secousses que les inclinaisons, retardent le mouvement des Clepsidres ; & pour en comparer les effets, j'ai mis un Sablier sur une table, que je battois des mains durant tout le mouvement du même Sablier , qui en fut retardé de deux ou trois minutes. Ensuite je mis ce Sablier de sorte qu'il inclina de 10 degrez , & cette inclinaison le retarda environ d'une minute. Quoiqu'on ne puisse pas faire fort exactement ces experiences, à cause de quelque inégalité naturelle des Sabliers, elles ne laissent pas de montrer que le premier point merite autant d'attention que le second : c'est pourquoi en examinant la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, & remarquant d'abord que tout ce qui a communication avec les Vaisseaux battus impetueusement des vagues, en doit neceſſairement être ſecoüé: mon premier ſoin fut d'empêcher les ſecouſſes des Sabliers; enſuite j'examinai quelle pourroit être la maniere la plus parfaite de tenir ſur Mer les Sabliers dans une continuelle ſituation verticale, même pendant les plus violentes agitations du Vaiſſeau. Je me flatte de n'avoir pas tout-à-fait échoüé dans l'examen de ces deux points: cependant comme l'on ne peut être trop exact dans cette matiere, je ſuis allé plus avant, en recherchant des manieres de conſtruire les Horloges à ſable, telles que leur inclinaiſon ne retarde pas ſenſiblement ou rien du tout leur mouvement: & enfin ſçachant que les meilleurs Sabliers ne ſont guéres propres à meſurer le tems aſſez exactement, pour en pouvoir faire un jugement précis & ſolide des longitudes (car c'eſt-là qu'aboutit la queſtion) je me ſuis formé une idée de quelques autres eſpeces de Clepſidres, qui promettent plus d'égalité de mouvement, que les Sabliers ordinaires, & qui pourront fort commodément être miſes en uſage ſur Mer. Voici les quatre points qui ſont le ſujet de mon Diſcours preſent, que j'ai l'honneur de ſoûmettre au jugement de l'Académie.

I. Les Sabliers étant ordinairement ſuſpendus ſur les Vaiſſeaux par une ficelle, il eſt évident que les vagues battant avec impetuoſité le Vaiſſeau, la ficelle s'en tremouſſera, & ébranlera par-là le Sablier même. Si l'on chargeoit le Sablier d'un grand poids, cette commotion en deviendroit moins ſenſible aux yeux; mais les petits chocs ſe feroient plus rapidement, & même avec plus de force. Il eſt clair auſſi que chaque petit coup que reçoit le Sablier, arrête ou diminuë, ſelon qu'il eſt plus ou moins fort, le paſſage du ſable, comme on en peut faire l'experience en donnant à une Clepſidre un coup de doigt. Pour prévenir donc ces retardemens & ces inégalitez de mouvement, il faudra tenir les Sabliers d'une maniere que le choc des vagues contre le Vaiſſeau ne puiſſe pas ſe communiquer auſdits Sabliers. On en viendra à bout, en faisant nager dans un liquide un corps solide, sur lequel on mettra la Clepsidre, dont on veut se servir sur Mer. Je montrerai ci-dessous tout ce qu'il faudra observer sur ce point. De cette maniere les chocs du vase qui contient le liquide, ne pourront faire aucune impression sur le corps, qui y nage librement, ni par consequent sur le Sablier, dont il est chargé. Il ne s'agit donc plus que d'empêcher qu'un tel corps ne fasse sortir par ses flottemens le Sablier hors de sa situation verticale. C'est ici le sujet de notre second article.

II. Avant que d'exposer les mesures qu'il faut prendre pour conserver le plus qu'il est possible la situation verticale des Clepsidres, j'examinerai la maniere ordinaire dont on se sert pour cette fin. Elle ne consiste qu'à suspendre les Sabliers par un cordeau ou une ficelle. Voici ce qui en arrive. Soit (*fig.* 1.) A le point du Vaisseau, ou la ficelle est attachée. Soit au lieu du Sablier un poids P suspendu par le fil AP. Si on conçoit maintenant que le point A soit transporté par l'agitation du Vaisseau en *a*, il est constant que P ne sera environ qu'en *p*; lorsque A est déja parvenu en *a*, & qu'ensuite il fera plusieurs oscillations *pc*, avant qu'il s'arrête au point *m*, & que le fil se tienne en repos dans sa situation verticale *am*. Quel moyen après cela de conserver entierement le parallelisme des Sabliers, dont la direction est la même que celle du fil? Il faudroit pour cet effet que le mouvement de P égalât celui de A, & que précisément dans le même tems que A fait le chemin A*a*, P fist celui de P*m* semblable & égal à l'autre : mais cela ne peut pas être, pour deux raisons. Premierement, parce que la vîtesse des corps qui tombent est au commencement de la chûte infiniment plus petite que celle du point A, qui est finie. Et en second lieu, parce que le poids P perd la plus grande partie de sa vîtesse naturelle, puisque la direction de son mouvement vers *m*, ne peut être que fort oblique avec la direction verticale qu'ont les corps qui tombent avec leur vîtesse naturelle. La premiere de ces raisons n'eſt conſiderable que pour le premier moment, puiſque ſi le corps P pouvoit tomber verticalement, ſa vîteſſe ſurpaſſeroit bien-tôt celle du point A, quelque violente que pût être l'agitation du Vaiſſeau. Selon M. *Huguens*, un corps qui tombe fait dans le tems d'une ſeconde plus de 15 pieds de Roy; ou, ce qui revient au même, acquiert une vîteſſe avec laquelle étant mû uniformement, il peut parcourir l'eſpace de 30 pieds en moins d'une ſeconde. Il faut donc attribuer la plus grande partie de ces oſcillations, à ce que le poids P ne peut employer qu'une petite partie de ſa peſanteur naturelle pour ſuivre le mouvement du point A.

Il eſt facile de voir après ce que je viens de dire, qu'une liqueur dans un vaſe qu'on remuë, conſervera infiniment mieux ſon niveau qu'un fil tendu par un poids qui lui eſt attaché, ne conſerve ſa poſition verticale, quand il eſt agité par l'autre bout. Ainſi ſi (*fig.* 2.) ACE eſt un vaſe en forme d'un grand ſegment ſpherique; & ſi on conçoit que ce vaſe rempli d'une liqueur pour le moins juſqu'au centre F, faſſe un mouvement infiniment petit autour de ſon centre (je ne conſidere pas le mouvement progreſſif, lequel conſervant le parallèliſme des parties dudit Vaiſſeau, ne peut cauſer aucun mouvement dans le fluide) en prenant la ſituation *ace*; il faudra que la ſurface du fluide pour conſerver ſon niveau, vienne de *bd* en *mn*; mais elle ſera fort prompte à faire ce petit mouvement, parce que le fluide y employe toute ſa peſanteur directement, & que chaque goute *o* deſcend perpendiculairement en *p*, & force de l'autre côté la goute *q* à monter en *r*. On voit donc que quelque mouvement que faſſe le vaſe, le fluide ſera toûjours fort prompt à reprendre le niveau, qu'il n'abandonnera jamais, pour ainſi dire, que pendant un inſtant, particulierement ſi le liquide eſt de l'argent vif, qui eſt également peſant & fluide: auſſi voit-on qu'un tel vaſe ceſſant de ſe mouvoir, le mercure ſe met auſſi tôt en repos, & ne fait tout au plus que de petits mouvemens ondoyans, presqu'insensibles, & point du tout à comparer avec les balancemens qui restent à un corps suspendu après le mouvement du point de suspension. On pourra donc admettre sans peine que la surface du mercure dans un vase spherique, conservera son niveau, nonobstant les agitations du Vaisseau. Je ferai usage de ce principe, après avoir examiné auparavant la nature des corps qui nagent dans les liqueurs.

On démontre facilement qu'un corps étant plongé dans une liqueur d'une pesanteur specifique, plus grande que celle du corps, il surnage ayant une partie enfoncée, qui a la même raison à tout le corps, que la pesanteur specifique du corps à celle du liquide. Mais comme chaque corps peut être divisé en raison donnée en une infinité de manieres, ce Théoreme ne suffit pas pour déterminer la situation des solides dans les liquides; on y ajoûte pour cet effet un autre principe, qui est que le centre de gravité commun tant à la liqueur qu'au corps submergé, doit toûjours être le plus bas qu'il soit possible. Je remarque ici qu'un corps ayant sa situation naturelle, la ligne qui joint le centre de gravité de la partie submergée avec celui de l'autre partie, est toûjours verticale ou perpendiculaire à la surface du liquide. Le principe nous menera à la solution d'une question qui fait à notre propos, sçavoir, quelle figure il faut donner à un corps, afin que la force requise pour le faire sortir hors de sa situation naturelle, soit la plus grande qu'il est possible, ou quelles sortes de corps reprennent le plus promptement leur situation naturelle, lorsqu'ils en ont été détournez. Il ne faut que remarquer pour la solution de cette question, que plus la ligne qui passe par les centres de gravité des deux parties du corps divisé par le plan de la surface du liquide, que plus, dis-je, cette ligne panche vers l'horison, plus promptement se tournera le corps, & prendra sa situation naturelle.

Soit donc (*fig.* 3.) AB une perche longue, mais fort mince, & d'une pesanteur specifique moindre que celle de la liqueur, dont la surface est CD. Cette perche étant mise dans le liquide, se mettra horisontalement, & lesdits centres de gravité seront fort proches l'un de l'autre, & se confondront presque en M, N; en sorte pourtant que la ligne FE tirée par les mêmes centres, soit verticale: je dis que cette perche ne pourra faire le moindre mouvement, sans que la ligne FE de verticale soit devenuë tout d'un coup horisontale. [Il faut pourtant remarquer que je ne considere pas le mouvement autour de l'axe AB, & que je suppose que la partie submergée soit toûjours d'un même volume.] Car imaginons-nous qu'elle ait fait un mouvement fort petit en prenant la situation *ab*, il est évident que ce mouvement, quelque petit qu'il soit, ne se peut faire, sans qu'un des bouts sorte tout-à-fait hors du liquide, puisque je suppose la perche fort mince; il faut donc que la ligne qui passe par les deux centres de gravité *n* & *m*, ait la même direction que la perche même, laquelle ne differe pas sensiblement de la direction horisontale. Mais si la perche étoit composée de deux matieres héterogenes, une plus pesante que le liquide & l'autre plus legere; & si on la plongeoit dans la liqueur, elle prendroit d'abord une position verticale; de laquelle si on l'écarte, la ligne des centres de gravité ne panchera jamais plus que la perche même; en sorte qu'on peut dire qu'il faut infiniment plus de force pour changer la situation de la perche homogene que celle de l'héterogene. S'il y avoit en *n* & *m* deux forces qui tinssent la perche dans la situation oblique, ces deux forces souffriroient une résistance égale, puisque le centre de gravité en *n* est sollicité avec la même force à descendre, que l'autre à monter. Si donc la pesanteur absoluë de la partie *aq* est exprimée par *g*, la somme de ces deux forces sera $2g$. Il suit de-là (ce qui est assez paradoxe) que si la pesanteur specifique du liquide est plus que double de celle du corps, il faut plus de force pour tenir la perche obliquement dans le fluide, que pour la tenir suspenduë dans l'air; & si la pesanteur du liquide étoit

étoit infinie, la premiere feroit double de la feconde, puifqu'il n'y auroit qu'une partie infiniment petite fubmergée en b; mais qui ne laifferoit pas d'être pouffée avec autant de force à monter, que toute la perche à defcendre. Mais reprenons le fil de notre difcours. Je dis donc qu'entre les corps d'un même volume, celui qui eft le plus plat, fatisfera à notre queftion; ce qui n'a plus befoin de preuve. Voici encore une autre queftion de la même nature, qui fervira pareillement de Lemme à ce qui fuivra. On demande la raifon de la pefanteur fpecifique du corps à celle du liquide, afin que la force requife pour mettre le corps hors de fa fituation naturelle, foit la plus grande qu'il eft poffible. Soit la pefanteur fpecifique du liquide a, celle du corps x, le volume du corps b; la pefanteur abfoluë de tout le corps fera bx, celle de la partie fubmergée $\frac{bxx}{a}$, & celle de l'autre partie $\frac{abx-bxx}{a}$; & par confequent la force requife pour tenir le corps hors de fa fituation naturelle, fera $\frac{2abx-2bxx}{a}$, laquelle quantité devant être entre toutes les poffibles la plus grande, il s'enfuit $\frac{2abdx-4bxdx}{a}=0$, ou $x=\frac{1}{2}a$; ce qui marque que la pefanteur fpecifique du folide doit être égale à la moitié de celle du liquide.

Pour appliquer ces deux Lemmes, qui ont fait le fujet principal de notre digreffion, je ferai quelques reflexions fur le corps, qui nageant dans le mercure, doit foûtenir le Sablier. Je remarque donc premierement que ce corps doit avoir la forme d'une grande médaille, qui n'a que deux ou trois lignes d'épaiffeur fur environ fix pouces de diamétre, ou plus, fi le vafe du mercure le permet. Cette plaque étant mife dans le mercure, fe couchera d'abord horifontalement; & de même que le mercure conferve fon niveau pendant tout le tems que le vafe change de fituation (par le principe ci-deffus page 7) ainfi la plaque confervera fa fituation naturelle en fe tournant

B

à meſure que le vaſe ſe tourne, & que le mercure roule dans le vaſe; car elle ne peut quitter tant ſoit peu cette ſituation, qu'elle n'y ſoit repouſſée directement tant par ſa propre peſanteur, que par celle du liquide, au lieu que les autres corps (qui ſont plus ou moins indifferens pour toutes les ſituations, ſelon qu'ils ſont plus ou moins ſpheriques) ne peuvent être ſi prompts à reparer par leur propre mouvement celui du vaſe. Tout cela eſt clair par notre premier Lemme. On voit donc qu'en mettant la Clepſidre ſur une telle plaque plongée dans le mercure, non ſeulement on la garantira des ſecouſſes, mais on conſervera en même tems infiniment mieux que par la ſuſpenſion ordinaire, ſa ſituation verticale; & de ces deux points dépend l'égalité du mouvement des Sabliers. Au reſte on pourra faire au milieu de la plaque un petit bord concentrique, qui empêchera que le Sablier ne puiſſe gliſſer, ſi par hazard la plaque venoit à pancher un peu, & qui en même tems ſervira pour mettre toûjours exactement le Sablier au milieu; il ſera bon auſſi de faire que la peſanteur du Sablier ſoit la moindre qu'il eſt poſſible.

Je remarque en ſecond lieu, que la plaque doit être faite de fer, non ſeulement parce que le fer ſe conſerve dans l'argent vif, mais auſſi parce que ſa peſanteur ſpecifique eſt à peu près la moitié de celle du mercure; & qu'ainſi il a la qualité indiquée dans notre ſecond Lemme.

Je dirai encore deux mots ſur la maniere de tenir le vaſe même qui contient le mercure; on pourra l'affermir à une verge longue & ployable, qu'on fiche verticalement dans quelque endroit du Vaiſſeau: cette verge ſera ployée par le poids du vaſe, alors que le Vaiſſeau panche de quelque côté que ce ſoit; ſi elle étoit infiniment flexible, elle feroit le même effet qu'une ficelle, & le vaſe ſeroit ſujet à faire des balancemens, comme j'ai dit page 5. leſquels donneroient au mercure quelque force centrifuge, qui pourroit peut-être dimnuer ſa promptitude à ſe mettre toûjours horiſontalement; mais par contre-coup le vaſe n'eſt jamais mis dans une grande obliquité. Si au contraire la verge eſt ſuppoſée n'avoir aucune flexibilité, le vaſe ne ſe remuë qu'avec le Vaiſſeau ; mais en échange ce mouvement met toûjours le vaſe dans la même obliquité, dans laquelle ſe trouve le Vaiſſeau.

L'experience enſeignera donc à quel point il faut moderer la flexibilité de la verge pour prendre le meilleur parti. Je crois pourtant que les Sabliers ne manqueront pas d'avoir, ſans ces dernieres précautions, toute la préciſion dont ils ſont capables. Je m'aſſûre auſſi que ſi on faiſoit le vaſe & la plaque de fer aſſez grands pour y pouvoir mettre une pendule, cette maniere de les tenir ſur Mer ſeroit beaucoup meilleure que celles que M. *Huguens* enſeigne dans ſon *Horologium oſcillatorium.*

III. Notre maniere de conſerver la ſituation verticale des Clepſidres ſur Mer, eſt ſans doute la plus parfaite de toutes ; ce que nous avons établi par des principes trop évidens pour en pouvoir douter. J'avouë pourtant volontiers, qu'elle ne ſera pas d'une préciſion ſi juſte qu'on pourroit la demander à la rigueur ; mais auſſi cette exactitude n'eſt pas trop neceſſaire, puiſqu'une continuelle inclinaiſon de 10 degrez (à laquelle les Sabliers n'arriveront ſans doute jamais) emporte à peine une minute. Cependant pour ne rien omettre de ce qui pourroit contribuer à la derniere perfection de notre ſujet, je donnerai dans ce Chapitre deux manieres de conſtruire les Sabliers, telles que leur mouvement ne ſçauroit être dereglé par leurs differentes inclinaiſons. Pour donner une idée de ces conſtructions, & pour en établir en même tems la validité, je mettrai ici toute la méthode que j'ai ſuivie dans la recherche de ces Clepſidres.

Il n'y a rien de plus facile que de voir que les inclinaiſons doivent retarder le mouvement des Sabliers ; car les Sabliers étant inclinez, le plan du trou devient oblique à la direction du ſable coulant, qui eſt toûjours verticale, dans quelque ſituation que ſe trouve la Clepſidre ; le fil du ſable coulant formera donc un cylindre oblique; dont la baſe eſt le trou rond, mais dont la ſection perpendiculaire ou horiſontale forme une Ellipſe, qui eſt au trou ou à la baſe circulaire, comme le ſinus du complement de l'angle d'inclinaiſon du Sablier, ou comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon du plan du trou au ſinus total: c'eſt donc la même choſe que ſi le Sablier reſtoit dans ſa ſituation verticale, & que le trou rond fut changé en un trou plus petit & elliptique; ce qui ne ſçauroit ſe faire, ſans que la quantité de ſable qui s'écoule dans un tems fixe, ne diminuë, ou ſans que le tems dans lequel tout le ſable s'écoule, n'en ſoit augmenté. [J'entens par les angles d'inclinaiſon du Sablier & du plan du trou, les angles que font leurs directions avec la ligne verticale.] Il ſeroit facile de déterminer par les angles d'inclinaiſon les retardemens, ſi on ſuppoſoit que les quantitez de ſable qui paſſent dans des tems égaux, mais par des trous differens, ſont en raiſon des trous. Cette ſuppoſition ſi-bien fondée en apparence, n'eſt pourtant pas tout-à-fait conforme à l'experience: c'eſt peut-être parce que les grains de ſable ne ſont pas infiniment petits, comme on le ſuppoſe dans la Théorie. J'ai remarqué plûtôt que ces retardemens ſont à peu près en raiſon des angles d'inclinaiſon, lorſque ces angles ne ſont pas trop grands. Cette remarque peut avoir lieu juſques aux angles de 24 à 30 degrez. Je n'ai pas manqué de faire les experiences avec la derniere exactitude, ayant particulierement attention que la feüille de laiton, qui diviſe les deux empoules, fût bien parallele aux deux ſurfaces planes du Sablier; & après avoir réïteré pluſieurs fois les experiences (qui ne ſont jamais tout-à-fait conformes; ce qui eſt le défaut naturel des Sabliers) j'ai pris le moyen arithmétique des réſultats.

Il ſuit de cette obſervation, qu'en faiſant une planche (*fig.* 4.) ABC, dont l'angle en C n'excede pas 24 ou 30 degrez, & qu'en mettant ſur chaque côté AC & BC un Sablier de même durée, il paſſera toûjours une même quantité de ſable dans les deux Sabliers, de quelque maniere qu'on mette la planche, pourvû que le plan ACB ſoit droit avec l'horiſon, & que la ligne verticale tirée du ſommet C, ſoit entre les deux jambes CA & CB ; la raiſon en eſt, qu'un des Sabliers s'approche autant de la ſituation verticale, que l'autre s'en éloigne, & par conſequent l'acceleration de l'une eſt détruite par le retardement de l'autre : ceci m'a donné lieu de m'aviſer qu'au lieu de la feüille plane, qui ſépare les deux ampoules, on pourroit faire une autre ſéparation de laiton mince en forme d'un petit cone, dont la ſection par l'axe ſeroit MNP (*fig.* 5.) où l'angle MNP eſt de 156 ou de 150 degrez : ce cone eſt percé par deux trous égaux, & en des endroits oppoſez, comme en *o* & *q* ; cette Clepſidre feroit le même effet que les deux Clepſidres dans la quatriéme figure, & on pourroit l'incliner juſqu'à 12 ou 15 degrez, ſans déregler ſon mouvement, puiſque la ſomme du ſable qui s'écouleroit par les deux trous, ſeroit toûjours la même. Il faut pourtant remarquer que les centres des deux trous doivent être dans le même plan avec la ligne verticale tirée du point N ; ſans quoi cette ſtructure ne pourra plus lever entierement les inégalitez du mouvement des Sabliers, cauſées par leurs differentes & inconteſtables inclinaiſons. Elle diminuera pourtant ces inégalitez ſenſiblement ; & cela plus ou moins, ſelon que la ligne qui joint les centres des trous *o* & *q*, eſt éloignée de la ligne verticale tirée du point N. Si on vouloit ſuivre d'autres manieres de tenir les Sabliers ſur les Vaiſſeaux, que la nôtre, il y auroit pluſieurs moyens de faire que les balancemens auſquels les Sabliers ſont ſujets, ſe faſſent toûjours dans un même plan ; & en ce cas notre conſtruction obtiendroit tout ſon effet ; mais il ſeroit difficile en ſuivant notre maniere, de procurer que les petits flottemens qui reſteront peut-être aux Sabliers pendant les plus violentes agitations du Vaiſſeau, ſe faſſent auſſi dans un même plan. C'eſt pourquoi j'ajoûterai encore une autre maniere de conſtruire les Sabliers, telle que les inclinaiſons, quelque grandes qu'elles ſoient, & de quelque côté qu'elles ſe faſſent, ne pourront aucunement troubler ou déregler leur mouvement. Mais il ſera neceſſaire d'établir auparavant une verité, qui n'eſt peut-être pas univerſellement reçûë ; ſçavoir, que le ſable ſort avec une vîteſſe conſtante depuis le commencement du mouvement du Sablier juſqu'à la fin, en ſorte que la vîteſſe du ſable qui s'écoule, ne dépend nullement de la hauteur du ſable dans la phiole, comme cela eſt dans les fluides. Pour m'aſſûrer de ce que je viens de dire, j'ai pris au lieu de l'ampoule des Sabliers ordinaires, un tuyau par tout également large, & j'ai trouvé que les abaiſſemens de la ſurface du ſable dans le tuyau étoient toûjours proportionnez aux tems de l'écoulement : & ſi quelquefois j'ai trouvé quelque petite difference entre la raiſon des abaiſſemens & celle des tems, au moins n'a-t'elle jamais été conſiderable par rapport à la difference des hauteurs. Cette experience me fait croire que le ſable ne fait que tomber par le trou avec ſa peſanteur naturelle, ſans y être aucunement ſollicité par la preſſion du ſable ſuperieur. Voici la maniere de laquelle ce Phenomene aſſez paradoxe, me paroît pouvoir s'expliquer. AFED (*fig.* 6.) étant le tuyau rempli de ſable juſqu'en BC de la hauteur d'environ un demi pouce, on remarque qu'il ſe forme ſur le trou *q p* une cataracte B*qp*C à peu près telle que M. *Jurin* Medecin Anglois s'eſt imaginée dans les fluides ; & le ſable ne fait que gliſſer le long des remparts ou des côtez de la cataracte pour ſortir du tuyau. Il eſt donc manifeſte en ce cas que le ſable ne fait que tomber d'une petite hauteur, & qu'il paſſe par le trou avec cette vîteſſe qu'il peut acquerir par une telle chûte. Suppoſons maintenant que le tuyau ſoit plein de ſable juſqu'en AD, & il ſe formera de même une petite cataracte pendant que les grains de ſable s'accrochent en *o r*, & forment comme une voûte qui empêche que la colonne de ſable qui repoſe ſur *o r*, ne puiſſe faire aucun effet ſur le ſable coulant, juſqu'à ce que les côtez de la cataracte n'étant plus capables de soûtenir la pression de tout le sable, la voûte creve & donne lieu à la formation d'une nouvelle cataracte : & ainsi quelque grande que soit la hauteur du sable, la vîtesse du sable qui s'écoule n'en pourra jamais être augmentée. Ceci bien établi, je m'en vais donner la description de ma nouvelle Clepsidre.

CB & AF (*fig.* 7.) sont les deux verres de la Clepsidre separez par le corps AM*af*NB, qui a la forme d'un chapeau, dont les aîles AMNB sont un peu plus fortes que la coupe M*af*N , qui doit être fort mince. Cette coupe a la forme d'un segment de Sphere plus ou moins grand, selon qu'on trouvera à propos. Elle est aussi criblée en toute sa surface par un grand nombre de trous petits, égaux, & également distans. Cela étant, le sable ne passera que par les trous les plus horisontaux, comme *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, dont le nombre sera plus ou moins grand, selon que le sable est subtil & fin, & que les trous sont grands ; car le sable ne pourra passer par les autres trous, qui sont notablement inclinez, par la même raison qui fait que les Sabliers ordinaires s'arrêtent quand on les incline trop. On voit aussi que si le Sablier CF panche de quelque côté que ce soit, il n'en arrivera sinon que le sable passe par d'autres trous, mais dont le nombre & l'obliquité seront les mêmes ; & comme en même tems la pression du sable superieur (dont on change véritablement la hauteur, en inclinant le Sablier) ne contribuë rien au passage du sable inferieur ; il faut qu'il s'en écoule la même quantité dans la situation oblique & dans la verticale en des tems égaux: & ainsi on pourra changer à tout moment la situation du Sablier, & même le coucher quelque tems horisontalement , si le segment de Sphere M*af*N est assez grand, sans que son mouvement en soit dereglé.

Au reste le corps AM*af*NB doit être mis d'une maniere qu'on le puisse tourner par dehors, afin qu'en tournant le Sablier, on puisse toûjours faire regarder la concavité en haut.

IV. J'ai déja dit que les meilleurs Sabliers ont quelque inégalité de mouvement, qui apparemment est causée par la diversité de figure & de grandeur des grains de sable. Cela étant, les Anciens n'avoient pas tort de se servir dans leurs Clepsidres au lieu de sable d'un fluide, dont les parties peuvent passer pour égales & infiniment petites: mais d'un autre côté l'eau qui est le fluide dont ils se servoient, est si peu propre pour les Clepsidres, qu'il ne faut point s'étonner qu'elles ayent été entierement abolies parmi nous. L'eau est sujette à la corruption, congelation, évaporation, condensation, &c. elle s'attache outre cela aux côtez de la Clepsidre; elle passe plus ou moins vîte, selon qu'il fait chaud ou froid. M. *Ozanam* dans ses Observations sur le Traité des Horloges Elementaires de *Martinelli*, qu'il a traduit en François, examine au long quelle liqueur on pourroit substituer à l'eau simple pour éviter tous ces inconveniens. Mais je m'étonne qu'il n'y fasse point mention du mercure, qui n'en a aucun, à moins qu'on ne veüille compter pour tel une petite condensation pendant les grands froids, qui, selon M. *Amontons*, n'est que d'une cent quinziéme partie de la plus cuisante chaleur au plus grand froid, & qui par consequent peut passer pour insensible. Je crois donc qu'une Clepsidre à mercure sera bien plus juste qu'un Sablier; & on s'en servira avec d'autant plus d'utilité sur Mer, que les plus violens mouvemens du Vaisseau ne pourront la déregler, si elle est faite de la maniere que je dirai ci-dessous, & qui n'est pas plus composée que la maniere ordinaire. Je me propose donc ici à peu près le même Problême que j'ai fait par rapport aux Sabliers; sçavoir, que la vîtesse du mercure soit la même dans chaque situation de la Clepsidre. La difference qu'il y a à cet égard entre les Sabliers & les Horloges à mercure est, que dans ceux-là il n'y a à considerer que les inclinaisons du plan du trou, sans avoir égard aux hauteurs du sable, pendant que dans celles-ci les inclinaisons du plan du trou, ne changent aucunement

ment la quantité du mercure, la direction du mercure qui sort étant toûjours perpendiculaire audit plan, & que cette même quantité dépend entierement des hauteurs du mercure, ou des vîtesses qui sont en raison des racines quarrées des hauteurs : on voit donc qu'il suffit pour la solution dudit Problême, de faire que la distance du centre du trou à la surface du mercure, soit la même dans toutes les situtions de la Clepsidre.

Voici maintenant la simple construction d'une telle Clepsidre. AMB & AFB (*fig.* 8.) sont deux hemisphe-res de verre parfaitement égaux, qui sont séparez par le diaphragme AB, qui est de fer, & qui est percé dans son centre d'un trou *c*. Il est manifeste que la distance du centre du trou à la surface du mercure DE (qui est toûjours horisontale) est la même dans quelque position que se trouve la Clepsidre, pourvû que les extrêmitez de la surface ne touchent pas la separation AB; mais afin que cela n'arrive jamais sur Mer, on tournera la Clepsidre, quand le mercure n'est descendu que jusqu'en NO, & l'arc NA ou OB, se déterminera par la plus grande inclinaison, dans laquelle la Clepsidre pourroit être jettée pendant les plus violentes agitations du Vaisseau. Je sçai que feu M. *Amontons* a construit avec beaucoup de peine sa Clepsidre, dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur Mer; mais je ne puis pas croire qu'elle soit si simple & si sûre que celle que je viens de décrire. Je suis pourtant fâché de n'avoir pû trouver dans ces Pays son Livre intitulé: *Remarques & Experiences Physiques sur la construction d'une nouvelle Clepsidre, &c.* où j'esperois trouver de très-belles choses sur notre sujet. Je ferai, à son exemple, quelques remarques sur notre Clepsidre.

Il faut bien prendre garde qu'on mette d'abord une même quantité de mercure dans chaque hemisphere, avant que de les souder avec le diaphragme; & cela afin qu'il y ait dans chacun une même quantité d'air; sans quoi le tems de l'écoulement de M vers F, ne sçauroit être égal au tems de l'écoulement reciproque. Cette égale distribution d'air étant une fois établie, se conservera toûjours, si la quantité du mercure est plus grande que la capacité d'un seul hemisphere, puisqu'en ce cas le même mercure bouchera toûjours le trou, & empêchera l'air d'aller d'un hemisphere à l'autre.

On doit observer aussi que les deux orifices du trou (que je considere comme un petit tuyau) soient parfaitement égaux ; ce qui est encore necessaire pour que les deux passages soient d'une même durée. Cette remarque est fondée sur une experience que M. *Poleni* Professeur à Padouë, a inserée dans une Lettre publiée depuis quelques mois : je transcrirai ici le passage mot à mot. *Secundum (experimentum) institutum fuit rotundo foramine diametro jam constitutâ linearum 3. in lamella ex orichalco crassitiei pauxillo excedentis quartam lineæ partem ; hujus autem crassitiei pars dimidia in foramine intacta erat, dimidia verò altera pars, deroso, ut ita dicam, angulo figuram superficiei frusti coni rectanguli (cujus basis radius æqualis altitudini ipsius coni) obtinebat ; cum ita posita esset lamella, ut pars illius intacta tubi cavitati* (ce *Tubus* est le vaisseau rempli d'eau, laquelle s'écouloit par le trou de la feüille de laiton) *responderet, tempore unius minuti effluxerunt pollices aquæ cubici 627. Tertium experimentum habui eadem lamella, sed contrario modo posita, ut ejus superficies, quâ parte ora foraminis erat intacta, exterius foret ; tempore autem unius minuti pollices aquæ cubicos 713 fluxisse observatum est.* J'ai rapporté cette experience, non seulement parce qu'elle éclaircit notre remarque, mais aussi parce qu'elle est nouvelle & curieuse. Pour cette raison & quelques autres, on pourra faire le diaphragme fort mince vers le milieu, tel qu'on le voit dans la 9e figure.

Quant à la quantité de mercure, on y mettra, à mon avis, les deux tiers de ce que pourroient contenir tous les deux hemispheres : de ces deux tiers, ou six neuviémes, on laissera couler d'un hemisphere à l'autre deux neuviémes, en sorte qu'il y ait toûjours au commencement du mouvement $\frac{4}{9}$ dans l'hemisphere superieur, & $\frac{2}{9}$ dans l'autre. Pour déterminer exactement le moment que lesdites $\frac{2}{9}$ se sont écoulées, on pourroit faire de part & d'autre un tuyau fort étroit, mais assez long & oblique, qui eût communication avec la cavité de l'hemisphere ; les abaissemens du mercure dans ces tuyaux seroient plus sensibles ; mais ce ne sont pas là des choses fort essentielles.

DE (*fig.* 8. & 10.) étant la surface du mercure au commencement du mouvement de la Clepsidre, & NO l'étant à la fin, j'ai trouvé qu'en donnant 100 parties au rayon, & en suivant les hypotheses que je viens de faire, CH sera $= 36$, HG $= 43$, & GM $= 21$; l'arc AN ou BO sera de 21 degrez ; l'arc ND ou OE de 31, & DM ou EM de 36. Si on veut graduer la Clepsidre, & diviser le tems qu'employe le mercure à s'abaisser de G en H, en quelques parties égales, on pourra les déterminer ou par experience ou par le calcul. Pour faire le calcul, je supposerai après Galilée, & avec tous les Géométres de notre tems, que la vîtesse qu'a le mercure en sortant, diminuë selon la proportion des racines quarrées des hauteurs : dans cette hypothese, & en nommant MG $= a$, GC $= b$, GH $= d$, GS $= f$, le tems que le mercure employe à s'abaisser de G en S $= t$, on trouve cette équation

$$\overline{xx-2bx-4bb=10ab-5aa}\sqrt{\overline{b-x}}=t-\overline{5aa-10ab-4bb}\sqrt{b},$$

où il faut supposer successivement $t=c$, $t=2c$, $t=3c$, $t=4c \ldots\ldots t=nc$, où n est le nombre des parties égales, dans lesquelles on veut diviser le tems total, & nc est la valeur de t dans le cas $x=d$; on cherchera chaque fois la valeur de x, & ces differentes valeurs montreront les abaissemens dans une, deux, trois, quatre, &c. parties de tems. En faisant les suppositions que j'ai faites ci-dessus, c'est-à-dire, en supposant $a=21$, $b=79$, $d=43$, & en voulant diviser le tems qu'employe le mercure en descendant de G en H, en quatre parties égales, j'ai trouvé par une approximation aux racines des équations qui sont de cinq dimensions, que le mercure s'abaisse dans le premier quart de 16 parties ; dans le second de $11\frac{1}{2}$; dans le troisiéme de $8\frac{1}{2}$, & dans le quatriéme de 7. Si on veut faire les divisions sur la surface de la Sphere par des cercles paralleles au diaphragme AB, il faut remarquer que le premier arc est de 13 degrez, le second de 8, le troisiéme de $5\frac{1}{2}$, & le quatriéme de $4\frac{1}{2}$.

Si les hemispheres sont vuides d'air, & si le mercure est bien purifié, le fil CR (*fig.* 8.) sera luisant, & pourra servir à marquer les heures de nuit, comme M. *Nebel* l'a remarqué dans une These qu'il a soûtenuë à Basle *de Mercurio lucente in vacuo.*

Je finirai mon discours par la description d'une autre Clepsidre à mercure, laquelle ne sera point dereglée non plus par le mouvement du Vaisseau, tenant son principe de mouvement d'un ressort, sur lequel les differentes positions ne peuvent faire aucun effet, comme elles font sur les corps dont l'action consiste dans la pesanteur.

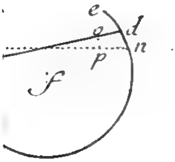
AB (*fig.* 11.) est le corps de la Clepsidre en forme d'un tuyau de verre, divisé en deux également par le diaphragme CD percé en O. EF & GH sont deux ronds mobiles, dont les surfaces cylindriques se joignent bien avec le verre. LM & RS sont deux ressorts d'une force égale, dont les extrêmitez M & S s'appuyent sur lesdits ronds, pendant que les deux autres bouts sont affermis aux fonds AT & NB Il y a aussi en L & R deux trous, par lesquels on passe deux bouts de ficelle attachez aux ronds EF & GH, moyennant lesquels on peut tirer ces ronds vers les fonds AT & NB, en bandant les ressorts.

Pour mettre en usage cette Clepsidre, je suppose qu'au commencement chaque ressort soit bandé sans pouvoir se débander, à cause d'un nœud ou obstacle qu'on peut lever dans un moment, je mets la Clepsidre verticalement, en sorte que la partie qui contient le mercure soit en haut. Je leve l'obstacle en L, laissant cependant l'autre en R. De cette maniere le ressort LM pressera le mercure en ED, qui s'écoulera dans l'autre cavité vuide, jusqu'à ce qu'après une, deux ou plusieurs heures, selon l'amplitude du tuyau, la force du reſſort & la grandeur du trou) tout le mercure ſoit paſſé: après quoi je bande le reſſort LM (ce que je fais avant que de renverſer la Clepſidre, afin que le paſſage de l'air en CP par le trou O ſe conſerve ouvert; ſans quoi il ſeroit difficile de de tirer le rond EF vers AT) & débande l'autre, en renverſant immédiatement après la Clepſidre. Je ſuppoſe ici que le reſſort ſoit incomparablement plus fort que la preſſion du mercure ED; avec quoi il eſt clair que ni les ſecouſſes, ni les changemens de ſituation, ne pourront déregler cette Clepſidre. On remarquera au reſte la même choſe par rapport au diaphragme & au trou, que dans la Clepſidre ſpherique.

Je ne parle pas de quelques autres manieres que j'ai trouvées, de meſurer le tems ſur Mer, parce qu'il me ſemble que l'intention de l'Académie n'eſt que de regler le mouvement des Clepſidres.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & féal le *Sieur Jean Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & President de notre Academie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plû donner à notredite Academie, par un Reglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du *6.* Avril *1699.* n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et desirant donner au sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées* : comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, aprés avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de *quinze années* consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie, en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Academie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois



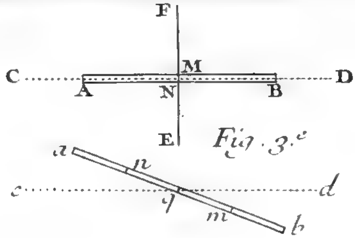
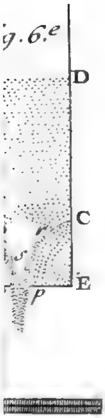


Fig. 3.e



...g. 6.e

...e

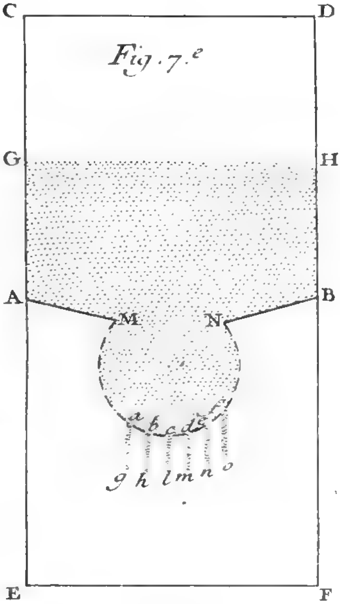


Fig. 7.e

C M = 100
C H = 36
H G = 43
G M = 21
Arc A N ou B C = 21 deg
N D ou O E = 31
D M ou E M = 38
d a = 13
a b = 8
b c = 5 ½
c N = 4 ½
lig G d = 16
d e = 11 ½
e f = 8 ½
f H = 7

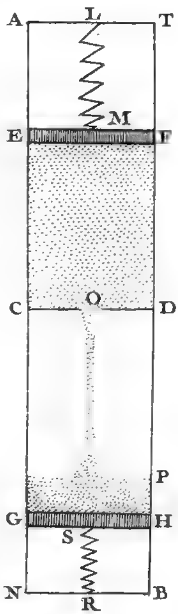
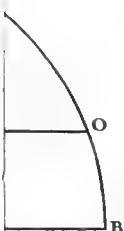
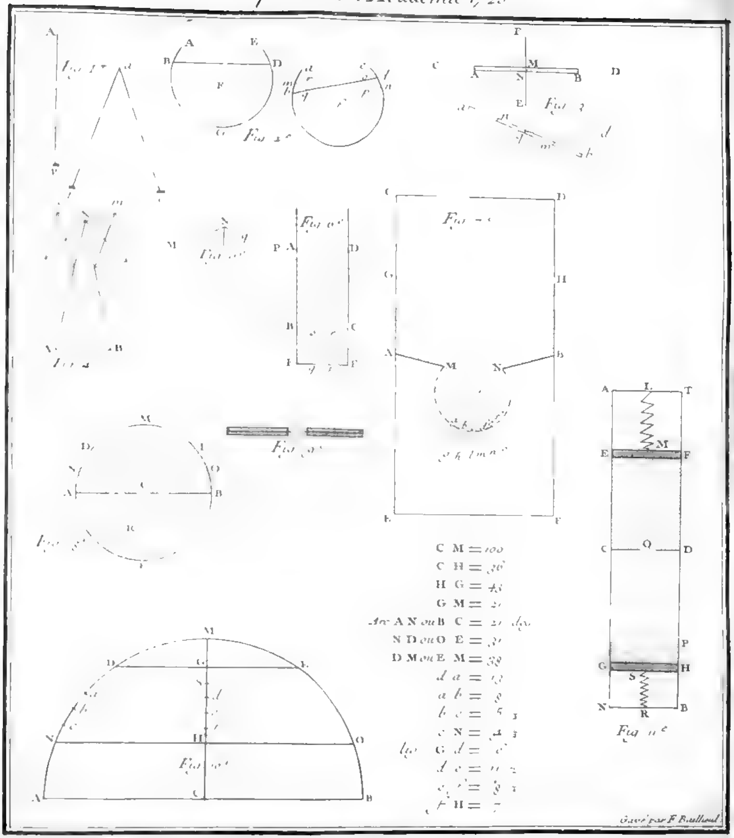


Fig. 11.e




C M = 100

mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le vingt-neuviéme jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cens dix-sept, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le present Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le present Privilege à ladite Academie, pour par elle & les differens Academiciens qui la composent, en joüir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

Extrait des Regiſtres de l'Academie Royale des Sciences.

Du 6. Decembre 1724.

PAr déliberation faite ſelon la forme ordinaire, la Compagnie a reſolu de permettre au ſieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer la *Piece qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences*, & de lui ceder à cet égard le Privilege qu'elle a obtenu du Roy en datte du 29. Juin 1717. En foi de quoi j'ai ſigné le preſent Certificat. A Paris ce 6. Decembre 1724.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. R. des Sc.*

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-six, selon la Fondation faite par feu M. Roüillé de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.

A PARIS, ruë saint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'*Academie a jugé que la Piece N° 5. & 4. qui a pour Devise*, In magnis voluisse sat est, *quoiqu'elle n'ait pas remporté le Prix, étoit fort belle, & remplie d'excellentes Recherches ; & qu'après elle, celle qui avoit le plus approché, étoit la Piece N° 2. dont la Devise est*, Leges numero paucæ, principiaque summæ exiguitatis, non minus varios quam stupendos effectus exerunt.

L'Ouvrage qui a remporté le Prix, est du Pere MAZIERE, *Prêtre de l'Oratoire.*

FAUTES A CORRIGER.

Page 5. *dans la marge*, * 4. *lis.* * 5.

Ligne 4. *de l'Article* 12. *page* 6. avec les forces égales, *lisez*, avec des forces égales.

Page 54. *ligne* 5. $\overline{C - rA \times c}$, *lis.* $\overline{C - rB \times c}$.

LES LOIX

DU CHOC DES CORPS A RESSORT PARFAIT OU IMPARFAIT,

Déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort.

LES Corps qui nous environnent, sont dans une agitation continuelle, & se communiquent des mouvemens, suivant des regles toujours uniformes que l'on nomme *les Loix du choc.*

C'est par ces loix que l'Auteur de la Nature produit ces variétez infinies qui doivent être l'objet de l'admiration de tous les hommes, & des recherches de ceux qui s'appliquent à la Physique. L'Académie ne pouvoit proposer un sujet qui répondit mieux aux vûes qu'Elle a * *de contribuer au progrès de cette Science*, que l'examen des *loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait*; c'est-à-dire, de tous les corps qui sont dans la Nature, depuis ceux dont le ressort est parfait, jusqu'à ceux qui n'en ont point ou très-peu. Ces deux cas extrêmes embrassent tous les autres corps de chaque espece, dont les ressorts approchent plus ou moins de la perfection, sui-

* *Termes de l'annonce des Prix.*

vant tous les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & *zero*.

Ainsi cette question tient à toute la Physique, soit par l'étenduë de l'objet, soit par le principe d'où la solution doit dépendre. Car on demande que cette solution soit *déduite d'une explication probable de la cause physique du ressort* : mais on ne peut gueres approfondir la cause physique du ressort, sans avoir en vuë dans cet examen divers effets naturels ; & après l'avoir approfondie, on croit avoir trouvé par une suite de conséquences, que le ressort & les autres effets naturels que l'on a eu en vûë, ont la même cause physique appliquée diversement.

Dans une matiere qui est en même tems, & si compliquée avec d'autres, & si vaste par elle-même ; que doit-on le plus craindre, ou de ne pas * *se renfermer assez dans les bornes de la question proposée*, ou d'être obligé au contraire de les trop restraindre ?

* *Termes d'un Avertissement de l'Académie.*

Je suppose dans ce Memoire les trois Principes suivans, & les notions dont ils dépendent.

PRINCIPE I.

LEs espaces parcourus sont en raison composée des vîtesses des mobiles, & des tems qu'ils employent à les parcourir uniformément. 1.

D'où il suit que les vîtesses des corps qui se meuvent uniformément, sont en raison des espaces parcourus, lorsque les tems sont égaux, & en raison renversée des tems, lorsque les espaces sont égaux. 2.

PRINCIPE II.

LEs forces des corps où leurs mouvemens sont en raison composée de leurs masses & des vîtesses qu'ils ont dans l'instant qu'on les considere. 3.

C'est en vain que des Auteurs celebres ont essayé de donner atteinte à ce principe, & de lui en substituer un autre. On les a refutez avec tant de solidité, qu'il n'y a pas lieu de craindre, que desormais l'on s'avise de soutenir après eux, que *les forces sont en raison composée des masses & des quarrez des vitesses.*

Il suit de ce second Principe,

1°. Que les forces des corps sont en raison des vîtesses, lorsque les masses sont égales, & en raison des masses, lorsque les vîtesses sont égales. 4.

2°. Que les forces des corps sont égales, lorsque les vîtesses sont en raison renversée des masses. 5.

3°. Que la vîtesse d'un corps est égale à sa force divisée par sa masse. 6.

PRINCIPE III.

7. *Les forces centrifuges des corps, sont comme les quarrez de leurs vîtesses, divisez par les diametres des cercles qu'ils décrivent par un mouvement uniforme.*

Ce principe est démontré dans divers Ouvrages imprimez.

8. Il s'ensuit, 1°. que les forces centrifuges des corps, sont en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent uniformément, avec des vîtesses égales.

9. 2°. Que les corps qui ont des forces centrifuges en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent, ont des vîtesses égales.

JE DIVISE ce Memoire en deux parties.

LA PREMIERE, *contient une explication probable de la cause physique du ressort.*

LA SECONDE, *contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, reduites en Problêmes.*

PREMIERE PARTIE.

Qui contient une explication probable de la cauſe phyſique du reſſort.

AVERTISSEMENT.

POur découvrir plus facilement la cauſe phyſique du reſſort, nous nous bornerons au cas le plus ſimple de 10.
la queſtion propoſée ; & nous ſuppoſerons, à moins que le contraire ne ſoit énoncé, que deux corps étant mûs avec des directions oppoſées, ſe rencontrent avec des forces égales ; c'eſt-à-dire, * avec des vîteſſes qui *4.
ſoient en raiſon renverſée des maſſes ; que de plus ils ſe rencontrent *directement*, c'eſt-à-dire, en ſe mouvant ſur une ligne droite qui paſſe par leurs centres de gravité, & par les points de leur rencontre.

Pour abréger les expreſſions, au lieu de dire que deux corps ſe rencontrent directement avec des forces égales, & des directions oppoſées, nous dirons ſimplement qu'ils ſe rencontrent avec des forces égales.

SUPPOSITION OU PRINCIPE D'EXPERIENCE.

ON ſçait par diverſes experiences, que pluſieurs eſ- 11.
peces de corps durs, tels que ſont le Verre, l'Yvoire, l'Acier, le Marbre, le Jaſpe, &c. lorſqu'ils ſe choquent avec des forces égales, rejailliſſent avec des forces qui

ſont preſque égales à leurs forces primitives : Que, par exemple, les forces que deux boules ſolides de verre ont après le choc, ſont à celles qu'elles avoient avant le choc, à peu près comme 15 à 16*. Je demande qu'il me ſoit permis de ſuppoſer que ces corps rejailliroient avec des forces égales à leurs forces primitives, ſi l'effet de la cauſe qui produit les mouvemens en arriere, n'étoit diminué, ſoit par les imperfections de ces corps, ſoit par la réſiſtance des milieux.

* *Voyez les principes de Phyſique de M. Nevvton p. 21.*

PROPOSITION I.

12. *LEs corps qui ſe choquent avec des forces égales, ne retournent en arriere, que parce qu'ils ont du reſſort.*

Examinons d'où vient qu'il y a pluſieurs corps, qui après s'être choquez avec les forces égales, rejailliſſent avec des forces qui ſont égales ou preſque égales à leurs forces primitives. Eſt-ce qu'ils ont une *dureté parfaite ?* Eſt-ce qu'ils ont un *reſſort parfait ?* Ou bien pour attacher des idées claires à ces termes *Dureté*, *Reſſort* ; Eſt-ce parce que les parties intégrantes de ces corps, ne peuvent être dérangées de leurs ſituations reſpectives ? Eſt-ce parce que ces parties ayant été dérangées de leurs ſituations reſpectives au commencement du choc, elles y ſont parfaitement rétablies à la fin du choc par une force inconnuë, dont nous cherchons la cauſe phyſique, & que l'on appelle *Reſſort*, ou *Vertu élaſtique ?*

Si les parties intégrantes des corps qui ſe choquent avec des forces égales, ne peuvent être abſolument dérangées de leurs ſituations reſpectives, toutes les parties des deux corps agiront enſemble dans un même inſtant indiviſible. Ainſi le centre de gravité de chaque corps, & par conſéquent dans ce cas chaque corps ſera mû en même tems en deux ſens oppoſez par des forces égales.

Car la force avec laquelle chaque corps eſt pouſſé par l'autre, dans le cas que nous examinons, eſt égale à la force que chaque corps avoit avant d'être pouſſé. Or il eſt évident qu'un corps qui eſt mu directement, en même tems à droite & à gauche par deux forces égales & oppoſées, doit par l'effet de cette double action, demeurer en repos. Il eſt donc évident qu'en ſuppoſant, que des corps *parfaitement durs* ou *inflexibles* ſe choquent avec des forces égales, ils doivent demeurer en repos après l'inſtant où le choc commence & finit, s'il ne ſurvient quelque nouvelle cauſe de mouvement.

M. *Deſcartes* a crû que deux corps parfaitement durs, lorſqu'ils ſont égaux, & qu'ils ſe choquent avec des vîteſſes égales, doivent rejaillir après le choc avec des forces égales à leurs forces primitives. Mais s'il s'agit de décider cette queſtion par des autoritez, je puis oppoſer à ce grand homme des Auteurs celebres, qui ont ſçu profiter de ſes lumieres, ſans le ſuivre juſques dans ſes erreurs. Et à ne juger des choſes que ſur des idées claires, toute autorité miſe à part, n'eſt-il pas évident que des forces contraires doivent ſe détruire les unes les autres, ſe détruire entierement lorſqu'elles ſont égales, comme on le ſuppoſe; & qu'étant une fois détruites, elles ne peuvent renaître ſans une nouvelle cauſe?

On peut donc ſuppoſer comme un principe conſtant, que les corps qui ſe choquent avec des forces égales, ne rejailliroient pas ſi leurs parties intégrantes ne ſe dérangeoient un peu de leurs premieres ſituations au commencement du choc. Or ils ne rejailliroient pas encore, ſi leurs parties integrantes, après avoir ſouffert quelque dérangement, ne ſe rétabliſſoient point du tout dans leur premiere ſituation; ce qui arrive aux corps que l'on appelle *moûs*. Donc afin que deux corps puiſſent rejaillir, il faut néceſſairement que ces deux choſes concourent, ſçavoir, 1°. Que leurs parties ſoient un peu dérangées de leur premiere ſituation dans le premier tems du choc; 2°. Qu'elles y ſoient rétablies dans le ſecond tems du choc, plus ou moins exactement, ſuivant que les reſſorts ſont plus ou moins parfaits ; c'eſt-à-dire, en d'autres termes que les corps qui ſe rencontrent avec des forces égales, ne rejailliſſent, que parce que leurs reſſorts ayant été bandez dans *le tems de la compreſſion*, ils ſont rétablis dans *le tems de la reſtitution*, par une force inconnuë dont nous cherchons la cauſe phyſique.

13. Il s'enſuit que ſans l'action de la cauſe phyſique du reſſort, les forces primitives des corps qui ſe choquent avec des forces égales, ſeroient détruites.

PROPOSITION II.

14. *La cauſe phyſique du reſſort eſt un fluide.*

Une cauſe phyſique (*a*) n'eſt pas une intelligence ; ainſi la cauſe phyſique que nous cherchons, eſt un corps, & un corps en mouvement, car le repos n'a pas de force. Or pour diſtinguer de quelle eſpece eſt ce corps, reprenons l'exemple des boules de verre que nous avons conſiderées d'abord. Ces boules ſont tranſparentes ; elles ont quantité de pores, & nous ſçavons que c'eſt au travers de ces pores que paſſent les corpuſcules de la lumiere : n'y a-t-il pas quelque lieu de croire que ces corpuſcules ſont eux-mêmes la cauſe phyſique du reſſort ? Examinons.

Il ne faut pas chercher cette cauſe ailleurs que dans les corps mêmes qui ſe choquent : or qu'y a-t-il dans les corps que nous conſiderons ? deux choſes. 1° Des parties dures qui ſont liées les unes avec les autres ; & ce ſont les parties intégrantes du ſolide. 2°. Des parties qui ne ſont pas liées les unes avec les autres, ni avec les parties du ſolide ; & ce ſont les corpuſcules du fluide qui

(a) *Je dis une cauſe phyſique, car Dieu eſt cauſe premiere, ou pour mieux dire, cauſe unique de tous les mouvemens qu'il produit comme il lui plaît, ſuivant les loix invariables que nous expliquons.*

remplit

remplit les pores de ces corps. Ce ſont les deux choſes, & les ſeules choſes qui puiſſent produire le mouvement en arriere dans les boules de verre, & dans tous les autres corps ſolides.

Or les parties intégrantes du ſolide ne peuvent pas produire de mouvement en arriere. Car pour le produire, il ſeroit neceſſaire que d'elles-mêmes elles euſſent des forces pour ſe rétablir au ſecond tems du choc, en l'état dont elles ont été dérangées pendant le premier ; & par conſequent pour aller dans un ſens oppoſé à celui vers lequel elles ont été pouſſées. Or il eſt évident que par elles-mêmes, elles n'ont point de force pour aller dans un ſens oppoſé à celui vers lequel elles ont été pouſſées ; puiſqu'elles ſont dans un repos mutuel, ſoit dans l'inſtant que la compreſſion commence, ſoit dans l'inſtant qu'elle finit ; & que le repos ne produit jamais de mouvement. Donc les parties du ſolide ne peuvent pas par elles-mêmes ſe rétablir dans leur premier état, & par conſequent faire retourner en arriere les deux corps dont elles ſont les parties intégrantes. Donc les corps que nous conſidérons ne peuvent avoir de mouvement en arriere, & par conſequent * de reſſort, que *12.
par le mouvement des corpuſcules du fluide qui coule par les canaux imperceptibles des corps les plus durs, & qui en remplit tous les pores.

PROPOSITION III.

La cauſe phyſique du reſſort n'eſt pas l'air, mais la matiere 15.
ſubtile.

Le fluide qui remplit les pores des boules de verre que nous conſiderons, eſt celui qui tranſmet l'action de la lumiere ; & l'on ne dira pas avec quelque vraiſemblance, que le fluide qui tranſmet l'action de la lumiere, n'eſt ſimplement que de l'air. Car on a beau pomper l'air qui eſt ſous un recipient de verre ; ce verre & tout l'eſpace qu'il renferme, n'en feront pas moins tranſparens. Mais il reſtera & dans le verre, & ſous le verre, une matiere ſans comparaiſon plus déliée que n'eſt l'air le plus ſubtil ; & cette matiere continuëra de traverſer le verre, & de prendre la place de l'air à meſure qu'il ſera pompé.

Cependant il y a des Auteurs d'un grand nom, qui ſoutiennent que l'air eſt la cauſe phyſique du reſſort. Ils prétendent le faire voir par quantité d'experiences qui ſont connuës, & dont on me diſpenſera de faire le détail. Toutes ces experiences prouvent bien à la verité que l'air a du reſſort ; mais elles ne prouvent pas qu'il eſt la cauſe phyſique du reſſort.

En effet, ſuivant ces Auteurs, l'air eſt compoſé de petites parties branchuës, ou de petites lames, ſoit ſpirales, ſoit d'une autre figure ; & ces parties branchuës ou ces lames qui ſont les parties intégrantes de l'air, ont du reſſort. J'en conviens ; mais l'ont-elles par elles-mêmes ? Il n'y a pas lieu de douter qu'elles ne l'empruntent d'un autre fluide dans lequel elles nagent, & qui en remplit tous les pores. Il eſt facile de le prouver.

Si je preſſe fortement un ballon plein d'air entre mes mains, j'en fais ſortir une aſſez grande quantité de matiere ; plus je le preſſe, plus il en ſort ; de ſpherique qu'il étoit, il devient à peu près elliptique. L'air qui eſt dans le ballon ſe condenſe, ſon volume diminuë, les lames ſpirales ſe reſſerrent de plus en plus : le reſſort ſe bande, à meſure que je preſſe ce ballon. Dès que je ceſſe de le preſſer, la même quantité de matiere qui en étoit ſortie, ou à peu près, y rentre en moins d'un clin d'œil : l'air qui eſt comprimé dans le ballon ſe dilate, ſon volume augmente, les lames ſpirales ſe déployent : le reſſort ſe debande, & le ballon reprend à peu près la figure ſpherique qu'il avoit d'abord.

Il eſt évident que c'eſt la matiere qui ſort du ballon, & qui y rentre enſuite, qui doit être la cauſe phyſique du ressort. Or certainement la matiere qui sort du ballon, en assez grande quantité, n'est pas de l'air. S'il en sort, ce n'est qu'en petite quantité ; & cette petite quantité ne doit pas y rentrer. Car l'air est plus pressé dans le ballon, qu'il ne l'est hors du ballon. Donc les corpuscules de l'air grossier, & même de l'air subtil, ne doivent pas y rentrer, par cette loy invariable, *que les corps vont du côté vers lequel ils sont moins pressez.* Donc ce n'est ni l'air grossier, ni l'air subtil qui est la cause physique du ressort du ballon ; & ce que je dis d'un ballon qui sert ici d'exemple sensible, je puis le dire à proportion de tous les autres corps.

A moins donc que l'on ne veüille avoir recours aux *qualitez occultes, &c.* à des termes vagues qui ne presentent rien à l'esprit ; il faut convenir que la cause physique du ressort est une matiere dont l'air emprunte sa fluidité & sa force. C'est cette matiere que l'on nomme *subtile* ou *étherée*, dans laquelle tous les hommes vivent, & dont peut-être tous les hommes ont ignoré l'existence avant M. *Descartes.* Mais il ne suffit pas de sçavoir qu'elle existe, & qu'elle est sans comparaison plus déliée que l'air ; il faut tâcher d'en découvrir les proprietez.

PROPOSITION IV.

LA matiere subtile a une force infinie, ou comme infinie. 16.

Quoique nous n'ayons pas encore donné une notion assez claire & assez distincte de cette matiere, nous la connoissons au moins par ses effets, puisque nous sçavons quelle est la cause physique du ressort. Or une matiere qui est la cause physique du ressort, a une force infinie. Essayons de le prouver.

Si * deux boules de verre se choquent avec des forces égales, de 16 degrez, elles rejailliront avec 15 degrez de force ; & si elles pouvoient se choquer avec 16 mille *11.

degrez de force, ſans ſe briſer, elles retourneroient en arriere avec 15 mille degrez de force ; par conſequent elles ne perdroient que la 16e partie de leurs forces primitives.
*13. Or * leurs forces primitives ſeroient entierement aneanties ſans le reſſort ; dont la cauſe phyſique
*15. * eſt la matiere ſubtile. Donc la matiere ſubtile par ſon action ſeule, fait renaître preſque toutes les forces primitives des deux boules, & il ne s'en faut tout au plus que la 16e partie. Or nous pouvons ſuppoſer que la matiere ſubtile par la force qu'elle a reçûë de l'Auteur de la Nature, feroit renaître toutes les forces pri-
*1[illegible] mitives des deux boules, ſans * les imperfections qui ſe trouvent dans les corps ; & cela juſqu'à l'infini ; c'eſt-à-dire, qu'en concevant que les forces primitives ſont infinies, les forces après le choc devroient dans ce cas même, par l'efficacité de leur cauſe, égaler les forces primitives. Donc dans ce cas, la matiere ſubtile par ſon action toute ſeule, feroit conçûë produire une force infinie. Or une force finie ne peut pas être conçûë produire une force infinie. Donc la matiere ſubtile qui produit le reſſort, a reçû de l'Auteur de la Nature une force infinie, ou ſi l'on veut, une force qu'il eſt permis en Phyſique de ſuppoſer infinie.

PROPOSITION V.

17. *La matiere ſubtile eſt un fluide parfait.*

On ne peut avoir une autre idée d'une matiere qui s'inſinuë ſans peine dans les pores imperceptibles des corps les plus durs, tels que ſont le Verre, l'Yvoire, le Marbre, le Jaſpe, l'Aimant, le Fer, le Diamant, &c. d'une matiere qui, par des eſpaces immenſes, tranſmet preſque dans un moment l'action de la lumiere depuis les Aſtres juſqu'à nous ; d'une matiere enfin (pour me borner à mon ſujet) qui fait que les reſſorts des corps les plus durs, se bandent & se débandent dans des tems si courts, qu'on peut les prendre pour des instans indivisibles.

Il suffit, par exemple, que l'on frape un bloc de marbre ; le mouvement se distribuë par tout le marbre presque dans l'instant qu'on le frape ; il n'y a aucune de ses parties qui ne soit ébranlée ; la partie même la plus éloignée du choc, & qui lui est opposée directement, s'avance vers la partie que l'on frape, & dans l'instant suivant toutes les parties de ce vaste corps, sont rétablies dans leur premiere situation. Cette vibration, cette double action de la matiere subtile, est si insensible & si prompte, que nous n'avons pas de mesures assez précises, pour en déterminer ni la longueur ni la durée.

Ce n'est pas tout. Cette premiere vibration est bien-tôt suivie d'une autre en sens contraire ; c'est-à-dire, que la partie que l'on avoit avancée en la frapant, & la partie opposée au coup qui s'en étoit approchée, après s'être rétablies dans leurs premieres situations, s'écartent l'une de l'autre dans l'instant qui suit. Cette seconde vibration est suivie d'une troisiéme semblable à la premiere. Cette troisiéme d'une quatriéme semblable à la seconde, & ainsi de suite. Toutes ces vibrations sans nombre, ne sont occasionnées que par un choc unique, & toutes ensemble ne durent pas une seconde de tems. Elles échapent à l'œil le plus attentif ; elles sont sensibles à l'ouïe, & même au toucher, lorsque le coup est violent, & que l'on met l'oreille ou la main sur la partie directement opposée au coup ; on en juge mieux par d'autres * effets analogues, & qui sont beaucoup plus sensibles.

* *V. M. Mariotte de la percussion des corps. I. Partie. Proposition XXVII.*

Comment s'empêcher de conclure qu'un fluide qui produit tous ces effets, est un fluide parfait, ou au moins un fluide qu'on peut supposer parfait dans la Physique ? C'est de cette proprieté de la matiere subtile que je vais déduire les suivantes.

COROLLAIRES.

I.

18. La matiere ſubtile doit couler dans tous les corps avec une extrême facilité par les plus petits canaux, comme par les plus grands, & par conſéquent elle ne doit laiſſer aucun vuide dans les eſpaces immenſes qu'elle occupe.

II.

19. Elle doit ceder au choc ſans aucune réſiſtance, & aller toujours vers où elle eſt pouſſée, & à proportion qu'elle eſt plus pouſſée.

III.

20. Elle doit être compoſée de corpuſcules très-petits, qui puiſſent ſuivant les differens beſoins, être diviſez ſans aucune peine, & ſubdiviſez en d'autres plus petits à l'infini ; en un mot, qui ſoient eux-mêmes infiniment fluides, & qui n'ayent de dureté que par la compreſſion de ceux qui les environnent.

Car il eſt évident que la fluidité d'une matiere, dépend de la fluidité & de la petiteſſe de chacune de ſes parties. Ainſi on ne peut, ce me ſemble, donner des bornes ni à la petiteſſe, ni à la fluidité d'aucune des parties de la matiere ſubtile, ſans lui ôter quelque choſe de cette fluidité parfaite qu'on lui a accordée.

21. REMARQUE. *Ainſi un corpuſcule d'air, par exemple, pourra contenir un million de corpuſcules de matiere ſubtile, quoiqu'il ſoit peut-être lui-même un million de fois plus petit qu'un Ciron ; car nos yeux armez des meilleurs Microſcopes, n'apperçoivent pas les corpuſcules d'air ; & avec ces mêmes Microſcopes, ils découvrent dans les liqueurs des animaux qui ſont des millions de fois plus petits qu'un Ciron.*

L'imagination s'effraye de ces consequences ; l'esprit pur les apperçoit. Car il apperçoit dans l'idée claire d'un fluide parfait, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini, en d'autres petits fluides parfaits, avec la même évidence, qu'il apperçoit dans l'idée d'un solide, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini en d'autres petits solides.

I V.

Les (*a*) corpuscules de la matiere subtile, sont *ordinairement* de figure spherique ; car les angles, les enfon- 22.
cemens, les élevations qui se trouvent dans les figures qui ne sont pas spheriques, apporteroient quelque obstacle au mouvement d'un fluide que l'on suppose parfait.

Je dis *ordinairement* ; car 1°. il se peut faire que les pores de certains corps, de l'Aimant, par exemple, servent comme de moules aux corpuscules de la matiere subtile ; de sorte qu'ils y prennent des figures irregulieres qu'ils conservent pendant quelque tems. 2°. Lorsqu'il arrive quelque changement dans les corps dont ces petites boules occupent les pores, elles doivent changer de figure, soit qu'elles se divisent en plusieurs boules encore plus petites, soit qu'elles s'incorporent à d'autres, soit enfin qu'elles prennent des figures à peu près elliptiques.

REMARQUE. *Le mercure peut servir à rendre sensible* 23.
cette proprieté de la matiere subtile. Si l'on presse avec le doigt une petite boule de mercure, elle s'enfonce comme un petit ballon ; si on la presse plus fort, elle se divise en plusieurs parties, qui sur le champ prennent la figure de petites boules. La petitesse de ces boules, & partant leur nombre, a rapport à la force que l'on a employée à comprimer celle dont

(a) *Ceci s'accorde avec ce que M. de Mairan a démontré, que les corpuscules de la lumiere doivent être spheriques, afin que l'angle de reflexion soit parfaitement égal à l'angle d'incidence.*

Voyez les Memoires de l'Académie de l'année 1722.

elles faisoient partie. Cette comparaison, quoique très-imparfaite, peut aider l'imagination, & donner au moins quelque idée de la promptitude & de la facilité infinie avec lesquelles ces changemens se doivent faire dans une matiere qui est infiniment plus agitée & plus déliée que n'est le mercure.

V.

24. La matiere subtile est infiniment comprimée. Une matiere très-fluide qui a un mouvement infiniment rapide, s'échaperoit infailliblement au delà de ses bornes, si elle n'y étoit contenuë ou comprimée par une main invisible. La force de la matiere subtile répond à la force avec laquelle elle est comprimée; & la force avec laquelle elle est comprimée, répond à la toute puissance de celui qui la comprime, en la maniere & suivant les directions qu'il lui plaît.

25. REMARQUE I. *Nous ne sentons pas le poids immense de cette compression, par les mêmes raisons que nous ne sentons pas le poids de l'Athmosphere, quoiqu'il equivale à 28 pouces de mercure. Si le poids de l'Athmosphere, qui s'étend peut-être à une vingtaine de lieuës, peut unir deux marbres l'un contre l'autre, de telle sorte qu'on ne puisse aisément les séparer; Que sera-ce de la compression d'une matiere qui a une force infinie, qui s'étend à un très-grand nombre de millions de lieuës? N'auroit-elle pas assez de force pour rendre tous les corps durs, ou même infiniment durs; si elle ne s'insinuoit entre toutes leurs parties, & dans toutes leurs parties; soit pour separer ces parties, soit pour les unir ensemble; c'est-à-dire, pour rendre ces corps ou liquides ou élastiques?*

26. REMARQUE II. *Mais comment la matiere subtile ne s'insinuëroit-elle pas dans tous les corps creéz? C'est elle qui les engendre, pour ainsi dire, & qui les fait croître par des végétations, fermentations, &c. Sans elle que seroit l'Univers? Si Dieu qui l'a créée cessoit un instant de la conserver, ou de la comprimer; les Astres n'auroient plus de lumiere,*

lumiere, ni de mouvement ; le feu perdroit ſa chaleur, l'eau ſa liquidité, & l'aimant toutes ſes vertus ; l'air que nous reſpirons ſe reduiroit à un amas confus de lames ſpirales ſans aucune force ; les corps n'auroient plus ni dureté, ni reſſort, ni fluidité, ni peſanteur ; ils ne tendroient plus vers le centre de la terre ; & la terre elle-même que deviendroit-elle? Otez la matiere ſubtile, l'Univers entier diſparoît.

V I.

La matiere ſubtile n'eſt composée que d'une infinité de tourbillons qui tournent ſur leurs centres avec une extrême rapidité, & qui ſe contrebalancent les uns les autres, comme les grands tourbillons que M. Deſcartes a expliquez dans ſes principes de Philoſophie. J'emprunte les paroles de l'illuſtre Auteur * de cette découverte. 27.

Tout corps, dit-il, *allant du côté vers lequel il eſt moins preſſé : ſi quelque partie de l'éther étoit moins preſſée que les autres, il eſt clair que les autres retomberoient ſur elle.*

Mais on ne concevra jamais que les portions d'une matiere extrêmement agitée, & comprimée ſuivant diverſes directions qui ne tendent pas à un même centre, puiſſent conſerver toutes leurs forces, & ſe contrebalancer en même tems, ſi elles ne forment divers grands tourbillons.

D'ailleurs on ne peut admettre ces grands tourbillons qui ſont ceux de M. *Deſcartes*, & les principes dont ils dépendent, ſans être forcé par ces mêmes principes, (en concluant du très-grand au très-petit) d'admettre les petits tourbillons du P. *Malebranche*. Voici ſes termes.

Toutes les parties de la matiere ſubtile étant extrêmement agitées, & ſe réſiſtant reciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, il eſt neceſſaire qu'elles ſe diviſent ſans ceſſe & forment de petits tourbillons ; & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervales concaves que laiſſent entr'eux les tourbillons qui ſe touchent, &c.

* *Le Pere Malebranche dans la recherche de la verité Eclairciſſement* XVI.

VII.

28. Les tourbillons grands & petits se contrebalanceut par leurs forces centrifuges.

Les corpuscules de la matiere subtile, étant obligez pour remplir leurs mouvemens, de circuler autour des centres de leurs tourbillons, doivent tendre à s'en éloigner par une force que l'on nomme *centrifuge.* Ainsi deux tourbillons voisins doivent par leurs forces centrifuges, se repousser mutuellement. On peut concevoir qu'ils s'avancent un peu l'un vers l'autre, & les vîtesses avec lesquelles ils s'avancent, sont la mesure de leurs forces centrifuges.

Mais comme un tourbillon est pressé dans tous ses points, par les tourbillons qui l'environnent, on peut concevoir que deux tourbillons voisins, ne se touchent en se comprimant, que dans un cercle infiniment petit. Je demande pour la démonstration de la proposition suivante que cette supposition me soit accordée. Je prie le Lecteur de remarquer que le seul Corollaire premier de cette même Proposition, me suffit pour résoudre la question proposée, & qu'il est facile de le prouver par le principe de l'article 7. D'ailleurs quelque supposition que l'on fasse, le rapport de la force centrifuge du grand tourbillon, à celle du petit, deviendra encore plus petit que celui que je trouve par la supposition que je fais.

Au reste le peu de tems que j'ai eu pour méditer cette Proposition, me donne lieu de craindre qu'elle ne m'ait ébloui par un faux éclat, & de demander qu'on n'y ait aucun égard, si on la trouve fausse ou superfluë.

PROPOSITION VI.

FONDAMENTALE.

LEs forces centrifuges de tous les tourbillons grands & petits, sont en raison renversée de leurs diametres. 29.

Soient deux tourbillons voisins & inégaux, *BMN*, *HMN*, dont les centres soient *C*, *K*, & les diametres *BG*, *DH*: je dis que la force centrifuge du tourbillon *BMN*, est à la force centrifuge du tourbillon *HMN*, comme *DH* est à *BG*. Fig. V.

DEMONSTRATION.

Concevons que les extrêmitez *D*, *G* des diametres des deux tourbillons, se touchent au point *F*, lorsque ces tourbillons commencent à se comprimer dans ces points *D*, *G*. Puisque les tourbillons doivent être en équilibre *, & se contrebalancer par leurs forces centrifuges; les points *D*, *G* où se fait la compression, ne doivent point s'écarter du point *F* pendant tout l'instant qu'elle se fait en ces deux points *D*, *G*. Car si les trois points *D*, *F*, *G*, qui sont réunis au commencement de la compression des points *D*, *G*, ne demeureroient pas réunis pendant tout l'instant infiniment petit que dure cette compression, & que le point *D* fût repoussé du point *F*, où il étoit d'abord vers le point *H*; alors le grand tourbillon *BMN* l'emporteroit sur le petit *HMN*; & si ce même point *D* avançoit vers *B*, du point *F* où il étoit d'abord, alors le petit tourbillon l'emporteroit sur le grand. Ainsi dans l'une & l'autre supposition, il n'y auroit pas d'équilibre dans cet instant, & partant dans tous les autres. Afin donc que les tourbillons puissent se contrebalancer, il est necessaire que les deux points comprimez *D*, *G*, demeurent réunis au point *F* pendant tout l'instant que dure la compression.

* 28.

Maintenant il faut considerer que les deux tourbillons en ſe comprimant mutuellement, doivent un peu s'aplatir & ſe toucher dans un cercle infiniment petit, dont le centre eſt *F*, & dont le diametre eſt *MN*, perpendiculaire aux diametres des deux tourbillons. Pendant que le point *F*, (qu'il faut maintenant regarder comme mobile, & comme faiſant partie des diametres *BFG* & *DFH*) pendant, dis-je, que ce point conſideré dans le grand tourbillon, parcourt uniformément dans cet inſtant infiniment petit, la diſtance infiniment petite *FG*; & qu'étant conſideré dans le petit tourbillon, il parcourt de même la diſtance infiniment petite *FD*.

*22. Ainſi * *FG* eſt la vîteſſe avec laquelle le grand tourbillon s'avance vers le petit; & *DF* eſt la vîteſſe avec laquelle le petit tourbillon s'avance vers le grand, pendant l'inſtant que les deux tourbillons ſe compriment mutuellement par leurs forces centrifuges en leurs
*28. points *G*, *D*; * c'eſt-à-dire, que la force centrifuge du grand tourbillon eſt à celle du petit, comme *FG* eſt à *FD*. Or par la proprieté du cercle on a ces deux proportions continuës.

$\because\!\because$ *FG. FM. FB*, & $\because\!\because$ *DF. FM. FH.* d'où l'on tire $FM^2 = FG \times FB$, & $FM^2 = DF \times FH$. d'où l'on déduit *FG. DF* :: *FH. FB.*

Or *FG* eſt une diſtance infiniment petite par rapport au diametre *BG*; & *DF* par rapport au diametre *DH*. Ainſi on peut ſuppoſer *BF*=*BG*, & *FH*=*DH*. On aura donc enfin *FG. DF* :: *DH. BG.*

C'eſt-à-dire, que les forces centrifuges des deux tourbillons, ſont en raiſon renverſée de leurs diametres. Or tous les tourbillons grands & petits, ſe touchent de l'un
*27. & 18. à l'autre, parce que * l'Univers eſt plein de tourbillons, ſans aucun vuide: & tous ces tourbillons ſe
*28. * contrebalancent par leurs forces centrifuges. Donc les forces centrifuges de tous les tourbillons, ſoit infiniment grands, ſoit infiniment petits, ſont en raiſon renverſée de leurs diametres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRES.

I.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons augmente, lorsque leurs diametres diminuënt. 30.

II.

Donc la force centrifuge des tourbillons infiniment petits, est infiniment grande par rapport à la force centrifuge des tourbillons infiniment grands. 31.

REMARQUE. *C'est, par exemple, la force centrifuge d'un grand tourbillon qui tient la terre en équilibre, & qui l'oblige de demeurer à une distance du Soleil, laquelle est de plusieurs millions de lieuës. Cependant cette force (je craindrois de le dire même avec la démonstration, si personne ne l'avoit dit avant moi) est infiniment petite par rapport à la force centrifuge des petits tourbillons qui circulent dans les pores imperceptibles des corps à ressort ; puisque celle-là est à celle-ci comme le diametre d'un pore imperceptible, est à celui d'un globe qui est comme infiniment grand par rapport au globe de la terre.* 32.

III.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons est infinie. 33.

La proposition que j'ai démontrée me dispense par la lumiere qu'elle répand d'elle-même, d'entrer dans le détail des autres consequences que j'en pourrois tirer.

PROPOSITION VII.

34. *La matiere subtile est la cause physique du ressort par la force centrifuge de ses petits tourbillons.*

Voici l'idée que je me forme d'un corps à ressort parfait. Il est rempli d'une infinité de pores que la matiere subtile a arrondis par ses mouvemens circulaires. Tous ces pores imperceptibles communiquent les uns aux autres, & au dehors par une infinité de canaux qui par leurs petitesses extrêmes, ne donnent passage à aucun autre fluide qu'à la matiere subtile. Chaque pore contient un ou plusieurs tourbillons ; & ce sont ces tourbillons, qui par leurs forces centrifuges donnent de la consistence aux parties intégrantes du solide, & qui les unissent ensemble. Plus ils sont petits, & plus toutes choses égales le corps est dur, & plus en même tems son ressort est prompt ; car plus les tourbillons sont petits, & plus ils ont de force centrifuge pour unir ensemble les parties intégrantes du solide, & pour repousser promptement les forces exterieures qui tendroient à les separer.

On peut concevoir outre cela, que les parties d'un corps à ressort, sont elles-mêmes de petits corps à ressort, qui ont encore des pores, des canaux, & des tourbillons proportionnez à leur petitesse ; d'où il arrive encore que ces parties ont plus de dureté que les solides dont elles sont les parties intégrantes.

35. La promptitude est une des perfections des corps à ressort. Les ressorts qui se débandent avec toute la force par laquelle ils ont été bandez, sont parfaits par rapport à leurs forces ; mais ils peuvent être plus ou moins parfaits par rapport aux differens degrez de promptitude avec laquelle ils se bandent & se débandent. Ainsi le genre seul des ressorts que l'on appelle *parfaits*, en

renferme une infinité d'eſpeces ; mais ici & dans toute la ſuite, je ne conſidere les reſſorts que par rapport à leurs forces, & non par rapport à leur promptitude.

Suppoſons maintenant que deux corps tels à peu près 36.
que je viens de les décrire, ſe choquent directement avec des forces égales & oppoſées ; car c'eſt * le ſeul cas que *10.
je me ſuis propoſé d'examiner dans cette premiere Partie, pour expliquer la cauſe phyſique du reſſort.

Les corps ne ſe communiquent par leurs mouvemens dans un inſtant indiviſible ; mais ſucceſſivement dans un tems très-court ; & ils employent leurs forces primitives à ſe comprimer mutuellement. La matiere ſubtile qui par ſa nature, * ne réſiſte point au mouvement, *18.
doit abandonner en partie les pores comprimez. Le mouvement ſe communique des premiers pores aux ſeconds, & de là ſucceſſivement aux autres : & à meſure que le mouvement ſe communique, la matiere ſubtile continuë de ſortir du côté vers lequel elle eſt pouſſée. Ainſi les pores s'aplatiſſent, & prennent des figures à peu près elliptiques ; & continuënt de s'aplatir juſqu'à l'inſtant précis que les corps ayent épuiſé toutes leurs forces primitives par ces compreſſions mutuelles.

Il eſt donc clair que la matiere ſubtile doit ſortir des corps pendant le tems que dure la compreſſion. Mais il n'eſt pas moins évident qu'elle doit commencer à y rentrer dans l'inſtant que la compreſſion ceſſe ; car dès l'inſtant que la compreſſion ceſſe, il doit y avoir un parfait équilibre entre tous les tourbillons exterieurs & interieurs, parce que ceux-ci ceſſent dans cet inſtant de ſortir & de repouſſer ceux-là ; de ſorte qu'un tourbillon à moitié ſorti d'un pore, doit reſter dans cet état, juſqu'à ce qu'il ſurvienne quelque changement qui l'oblige de ſortir ou de rentrer.

D'ailleurs il eſt évident que dans ce même inſtant les forces centrifuges des tourbillons exterieurs, ſont égales à celles qu'ils avoient avant le choc des deux corps ; mais dans ce même inſtant les forces centrifuges des tourbil-

*30. lons intérieurs sont augmentées, parce que * leurs diametres sont diminuez. Avant le choc les tourbillons interieurs tendoient par leurs forces centrifuges à élargir les pores où ils circuloient ; mais inutilement, parce que les tourbillons exterieurs avoient des forces centrifuges qui suffisoient alors pour empêcher l'action des tourbillons interieurs.

A la fin de la compression, les tourbillons interieurs ont acquis des degrez de force centrifuge, & les tourbillons exterieurs n'en ont point acquis. Ainsi dans l'instant que nous considerons, les tourbillons exterieurs n'ont pas des forces centrifuges qui soient capables d'arrêter l'action par laquelle les tourbillons interieurs tendent à élargir leurs pores. Il n'y a donc point de doute qu'ils ne doivent commencer à les élargir ; mais ils ne peuvent commencer à les élargir, que les tourbillons exterieurs ne rentrent ; & ils doivent continuer de rentrer à mesure que les pores s'élargissent. Ainsi toute la matiere qui étoit sortie des corps, y rentre successivement à mesure que les parties comprimées se rétablissent, de la même maniere qu'elles ont été comprimées ; mais dans un ordre renversé.

C'est ainsi que les ressorts parfaits se débandent avec des vitesses égales à celles avec lesquelles ils ont été bandez, par la force infinie des petits tourbillons ; & il est clair que les ressorts en se débandant avec des forces égales à celles par lesquelles ils ont été bandez, doivent repousser les corps en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives, dans le cas que je m'étois proposé d'examiner dans cette premiere Partie.

Ce cas le plus simple de tous, m'a coûté plus de peine à résoudre dans cette premiere Partie, que je n'en aurai à résoudre dans la seconde, une infinité d'autres cas plus compliquez.

Quoiqu'il en soit de cette explication, que j'ai tâché au moins de rendre probable, je ne puis douter que la matiere subtile par son action, ne soit la cause physique du ressort. On pourroit donner d'autres solutions ; mais je me suis arrêté à celle qui m'a paru avoir le plus de vrai-semblance.

SECONDE

SECONDE PARTIE,

Qui contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, réduites en Problêmes.

SUPPOSITIONS.

I.

L'Idée que nous avons donnée d'un corps parfaitement 37.
élastique, fait assez voir de combien de circonstances dépend la perfection des ressorts. La grandeur des canaux par lesquels coule la matiere subtile & des pores où elle circule, leurs figures, leurs arrangemens; les proprietez des parties intégrantes, leur consistence, leur grosseur, la maniere dont elles sont unies les unes avec les autres; toutes ces choses & autres combinées ensemble, produisent ces differences infinies que l'on observe dans la force des ressorts.

Néanmoins si l'on suppose que les corps qui se choquent, ont toutes leurs parties intégrantes homogenes; on pourra réduire les effets du choc des corps à des loix très-uniformes, & les exprimer par des formules très-simples. En effet si l'on fait des experiences avec une machine semblable à celle de M. *Mariotte*, on trouvera que ces loix s'étendent à tous les corps homogenes ou heterogenes, à ressort parfait ou imparfait, prompt ou lent; en un mot à tous les corps depuis ceux dont les ressorts sont les plus accomplis dans tous les genres, jusqu'à ceux que l'on appelle *moûs*. Mais pour éviter un détail immense qui ne peut convenir à un Memoire qui a des bornes si étroites, je suppose dans toute la suite, que les ressorts, quoi qu'imparfaits, sont assez prompts, & que les corps qui se choquent sont homogenes, & ont toutes leurs parties intégrantes homogenes.

II.

38. La varieté infinie des ressorts imparfaits demande, que l'on connoisse la force élastique du ressort de chaque corps par une experience ; & voici la maniere de la faire. Il faut faire choquer les deux corps donnez avec des forces égales connuës, & observer les forces qu'ils auront après le choc.

Le rapport de la force d'un corps après le choc à sa
* 4. force primitive, ou * ce qui revient au même, le rapport de la vîtesse de ce corps après le choc à sa vîtesse primitive, exprimera le rapport de la force avec laquelle le ressort de ce corps s'est débandé, à celle avec laquelle
* 12. il a été bandé *.

Le *rapport élastique* d'un corps, est le rapport de la force qui fait débander son ressort à celle qui la fait bander.

III.

39. Il faut dans la question proposée, distinguer avec grand
Fig. I. II. III. & IV. soin les *forces positives*, & les *forces négatives*. Celles dont la direction est de *M* vers *N*, seront les positives, & celles dont la direction est de *N* vers *M*, seront les négatives. Les positives se marqueront avec le signe +, & les négatives avec le signe — ; si ce n'est dans les cas où il s'agit de comparer les *forces absoluës*. Car alors soit qu'une force soit dans la direction des positives, soit qu'elle soit dans la direction des negatives, le signe + signifie qu'elle doit être ajoûtée, & le signe —, qu'elle doit être retranchée.

IV.

40. On suppose que le choquant *A*, a plus de vîtesse que

le choqué *B*, lorſque les mouvemens ſont *de même part*, avant le choc ; & que le choquant *A*, a plus de force que le choqué *B*, lorſque les mouvemens ſont *contraires* ; que ce corps *A* ſe meut toujours avant le choc dans la direction des forces poſitives ; que les points d'attouchement des boules *A*, *B* (ou dont les maſſes ſont *A*, *B*) répondent aux points *a*, *b* de la ligne *MN*, dans un tems donné avant le choc ; qu'ils ſe rencontrent enſuite au point *v* dans le tems du choc ; & qu'enfin ils parviennent après le choc aux points a', b', après avoir parcouru uniformément les diſtances va', vb' dans un tems égal à celui qu'ils auront employé à parcourir uniformément avant le choc les diſtances *va*, *vb*.

V.

Ainſi * les diſtances *va*, *vb* & va', vb', repreſentent 41. *2
les vîteſſes que les points d'attouchement, & partant les centres des boules, & les maſſes entieres des boules *A*, *B* ont avant & après le choc ; & les diſtances *ab* avant le choc, $a'b'$ après le choc, repreſentent les *vîteſſes reſpectives*, ſçavoir la ſomme des vîteſſes abſoluës lorſqu'elles ſont contraires, & leur difference lorſqu'elles ſont de même part.

VI.

Pour abreger les expreſſions, on ſous-entendra tou- 42.
jours dans le calcul la lettre *v*. Ainſi *a* ſera la vîteſſe du corps *A* avant le choc ; *b* ſera la vîteſſe du corps *B* avant le choc ; a' la vîteſſe du corps *A* après le choc ; & b' la vîteſſe du corps *B* après le choc. * Ainſi la force du corps *A* avant le choc, ſera *Aa*, & après le choc Aa' ; de même la force du corps *B* avant le choc, ſera *Bb*, & après le choc Bb'. *5

VII.

43. S'il arrive que le corps A vienne à choquer une seconde fois le même corps B, ou un troisiéme corps C; a'' sera la vîtesse du corps A après ce second choc, a''' après le troisiéme choc; & de même c sera la vîtesse d'un corps C avant le choc, c' après le premier choc, c'' après le second, c''' après le troisiéme, &c.

LOIX DU CHOC

Des corps à ressort parfait ou imparfait.

I.

44. *DAns l'instant que la compression cesse, les deux corps ont une égale vîtesse, soit que leurs mouvemens soient contraires avant le choc, soit qu'ils soient de même part.*

Car dans l'un & l'autre cas, la matiere subtile ne cesse de sortir que lorsque le choquant n'est plus en état d'agir sur le choqué; & qu'après lui avoir communiqué une partie de son mouvement, il lui en reste une telle quantité, qu'il puisse aller avec lui de compagnie sans le comprimer. Donc dans l'instant que la matiere subtile cesse de sortir, ou que la compression finit, les deux corps ont une égale vîtesse.

II.

45. *DAns l'instant que la compression finit, le choquant & le choqué ont perdu une égale quantité de leurs forces primitive, lorsque les mouvemens sont contraires.*

Car jusqu'à cet instant les deux corps se sont comprimez mutuellement; & dans ces compressions mutuelles, ils ont employé des forces égales; & ces forces qu'ils ont employées, ils les ont perduës.

III.

DAns l'inſtant que la compreſſion finit, le choquant a perdu autant de force que le choqué en a gagné, lorſque les mouvemens ſont de même part. 46.

Car dans ce cas, comme dans le précedent, la compreſſion eſt mutuelle ; mais le choquant * qui a plus de vîteſſe que le choqué, doit dans cet inſtant avoir perdu une partie de ſa vîteſſe, * ou une partie de ſa force ; & la force que le choquant perd, le choqué doit la gagner. *40. *4.

IV.

LE rapport élaſtique eſt conſtant dans les corps de même nature. 47.

C'eſt-à-dire, que ſi dans un choc la force avec laquelle les reſſorts ſe rétabliſſent dans deux corps, eſt à celle avec laquelle ils ont été comprimez, par exemple, comme 15 eſt à 16 ; dans tous les autres chocs de ces deux mêmes corps, ou de deux autres corps de même nature, ces deux forces ſeront toujours comme 15 eſt à 16. On ſera convaincu de la verité de ce principe, qui eſt conforme à l'experience, ſi l'on fait attention à la force infinie des petits tourbillons qui ſont la cauſe du reſſort, & aux loix qui proportionnent les effets à leurs cauſes.

C'eſt pourquoi ſi l'on * connoît le rapport élaſtique (que je nomme r) & la force que perd ou gagne l'un des deux corps dans le tems de la compreſſion, on aura celle qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la reſtitution, en multipliant la force qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la compreſſion, par le rapport élaſtique r, qui eſt égal à l'unité, lorſque les reſſorts ſont parfaits, & moindre que l'unité, lorſque les reſſorts ſont imparfaits. *38.

PROBLEME I.

FONDAMENTAL.

48. *Les masses* A, B *de deux corps, leurs vîtesses* a, b *avant le choc, & leur rapport élastique* r *étant donnez ; trouver leurs mouvemens après le choc.*

On peut réduire ce Problême à deux Cas principaux.

Le premier, est lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, comme dans les Figures I. & III.

Le second, est lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, comme dans les Figures II. & IV.

Fig. I. & III.

CAS I.

Lorsque les mouvemens sont de même part, le choquant A que l'on suppose * avoir plus de vîtesse que le
*40. choqué B, en perd une partie dans le premier tems du choc, & une autre partie dans le second. Nommant x la vîtesse qu'il perd dans le premier tems du choc ; la force
*3. qu'il perd dans ce premier tems * est Ax, & celle qu'il
*47. perd dans le second, * est rAx : sa force avant le choc,
*42. est * Aa, & après le choc Aa'. Ainsi on a cette équation, $Aa' = Aa - Ax - rAx$, ou bien

$$Aa' = Aa - A\times\overline{r+1}\times x.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué B gagne
*48. * autant de force que le choquant en perd. Ainsi il ga-
*47. gne la force $+Ax$ dans le premier tems ; & * par con-
*42. sequent la force $+rAx$ dans le second. * Sa force avant le choc est $+Bb$, & après le choc $+Bb'$. On a donc cette seconde équation, $Bb' = Bb + Ax + rAx$, ou bien

$$Bb' = Bb + A\times\overline{r+1}\times x.$$

Dans l'instant que la compression cesse, la force du
*6. choqué est $Bb + Ax$; par consequent * sa vîtesse est $\frac{Bb+Ax}{B}$; & la vîtesse du choquant A dans ce même

inſtant, eſt $a - x$. Or dans cet inſtant la vîteſſe du choqué * eſt égale à celle du choquant. On a donc cette équation, $\frac{Bb + Ax}{B} = a - x$; d'où l'on déduit *44.

$$x = B \times \frac{\overline{a - b}}{A + B}.$$

En mettant cette valeur de x dans les deux équations qui précedent, on aura les formules ſuivantes, qui donnent la reſolution du premier cas du Problême.

$$Aa' = Aa - AB \times \frac{\overline{r + 1} \times \overline{a - b}}{A + B},\ Bb' = Bb + AB \times \frac{\overline{r + 1} \times \overline{a - b}}{A + B}.$$ 49.

CAS II.

Fig. II. & IV.

Lorſque les mouvemens ſont contraires, le choquant que l'on * ſuppoſe avoir plus de force que le choqué, en perd une partie Ax dans le premier tems du choc, & une autre partie * rAx dans le ſecond. Ainſi dans ce ſecond cas, comme dans le premier, on aura cette équation, *40. *47.

$$Aa' = Aa - A \times \overline{r + 1} \times x.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué B perd * autant de ſa force negative, que le choquant perd de ſa force poſitive. Ainſi le choqué gagne la force $+Ax$ dans le premier tems; & par conſequent * la force $+rAx$ dans le ſecond; & ſa force primitive, qui eſt negative, eſt * $-Bb$. Ainſi on aura cette ſeconde équation, *45. *47. *39. & 42.

$$Bb' = -Bb + A \times \overline{r + 1} \times x.$$

Dans l'inſtant que la compreſſion ceſſe, la force du choqué B eſt $-Bb + Ax$. Ainſi dans cet inſtant ſa vîteſſe * eſt $\frac{-Bb + Ax}{B}$; & la vîteſſe du choquant eſt $a - x$. Or dans cet inſtant la vîteſſe du choqué eſt * *6. *44.

égale à celle du choquant ; C'eſt-à-dire, que l'on aura $\frac{-Bb+Ax}{B}=a-x$. D'où l'on tire

$$x=B\times\frac{a+b}{A+B}.$$

En mettant cette valeur de x dans les deux équations qui précedent, on aura les deux ſuivantes, qui donnent la reſolution du ſecond cas du Problême.

50. $$Aa'=Aa-AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B},\ Bb'=-Bb+AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUES.

I.

51. *Les formules du ſecond cas, ne different de celles du premier, qu'en cela ſeul, que la vîteſſe* b *eſt marquée dans ces deux cas avec des ſignes contraires. Ce qui eſt bien naturel, puiſque la ſeule difference qui ſe trouve entre ces deux cas, conſiſte en ce que la vîteſſe* b *a la direction des poſitives dans le premier, & celle des negatives dans le ſecond. Ainſi j'aurois pû déduire ce ſecond cas du premier ; & ſi je l'ai déduit immediatement de mes principes, ce n'a été que pour en faire mieux apercevoir l'accord & l'étenduë.*

Pour abreger, je ne me ſervirai dans la ſuite que des formules du premier cas, qui ſupoſent des mouvemens de même part avant le choc. Lorſque les mouvemens ſeront ſupoſez contraires avant le choc ; il ne s'agira que de changer le ſigne de la vîteſſe b.

II.

52. *De même lorſque les mouvemens ſeront ſupoſez contraires*
Fig. III. & IV. *après le choc, on marquera le mouvement* Aa', *ou la vîteſſe* a' *avec le ſigne* $-$; *c'eſt-à-dire, que l'on aura dans ces cas,*

$-Aa'=$

$-Aa' = Aa - AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a \mp b}}{A+B}$. *Ainsi le mouvement absolu du corps* A, *sera dans ces cas*,

$$+Aa' = -Aa + AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a \mp b}}{A+B}.$$

COROLLAIRES.

I.

Si l'on divise la premiere formule * du premier cas par *A*, & la seconde par *B*, on aura les formules des vîtesses * des corps *A*, *B*; & ces formules, où l'on supose que les mouvemens sont semblables ou de même part, serviront dans les cas où l'on supose qu'ils sont contraires, en y changeant quelques signes, suivant les remarques précedentes. 53. * 49. * 6.

Formules generales des loix du choc.

$$a' = a - B \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B},\ b' = b + A \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}. \quad 54.$$

On peut réduire ces formules à ces autres équivalentes.

$$a' = \frac{Aa - rBa + Bb + rBb}{A+B},\ b' = \frac{Bb - rAb + Aa + rAa}{A+B}. \quad 55.$$

Ou bien encore à celles-ci,

$$a' = \frac{\overline{A - rB} \times a + \overline{r+1} \times Bb}{A+B},\ b' = \frac{\overline{B - rA} \times b + \overline{r+1} \times Aa}{A+B}. \quad 56.$$

On voit par les formules generales de l'article 54. *que la vîtesse d'un corps après le choc, a deux parties.* Fig. I. II. III. IV.

La premiere, est la vîtesse primitive a, *qui est toujours positive; ou la vîtesse primitive* b, *qui est positive, lorsque les mouvemens sont de même part, & negative lorsque les mouvemens sont contraires.*

La seconde, est la vîtesse totale que chaque corps gagne ou perd par le bandement & le débandement des ressorts dans les deux tems du choc. Celle du choquant est toujours negative, & celle du choqué est toujours positive.

II.

57. D'où je dédois cette REGLE GENERALE, pour trouver la vîtesse de l'un des deux corps après le choc.

1°. On fera cette proportion. La somme des masses est à la vîtesse respective $(a \mp b)$ * multipliée par le rapport élastique, augmenté de l'unité; comme la masse d'un corps est à la vîtesse que l'autre corps gagne ou perd dans les deux tems du choc.

* Voyez l'art. 41.

2°. On prendra suivant les cas, la somme ou la difference de la vîtesse primitive d'un corps, & de la vîtesse qu'il gagne ou qu'il perd dans le choc, sçavoir, la somme pour le choqué, lorsque les mouvemens sont de même part; & la difference, soit pour le choqué, soit pour le choquant, lorsque les mouvemens sont contraires. Cette somme ou cette difference donnera la vîtesse soit positive, soit négative, que ce corps doit avoir après le choc.

III.

58. Lorsque les corps ont des ressort parfaits, le rapport élastique est égal à l'unité, & partant $r+1=2$. Ainsi en mettant 2 au lieu de $r+1$ dans les formules generales *; on aura celles qui suivent:

* 54.

$$a' = a - 2B \times \frac{a-b}{A+B},\quad b' = b + 2A \times \frac{a-b}{A+B}.$$

Lesquelles se réduisent à celles-ci:

$$a' = \frac{Aa - Ba + 2Bb}{A+B},\quad b' = \frac{Bb - Ab + 2Aa}{A+B}.$$

Ces formules expriment d'une maniere generale les loix du choc des corps à ressort parfait, lesquelles sont démontrées par de longs circuits dans plusieurs ouvrages.

IV.

Lorsque les corps n'ont point de ressort, soit qu'on les suppose parfaitement durs, soit qu'on suppose parfaitement moûs (car ces deux cas qui sembleroient extrêmes, se réünissent) le rapport élastique sera dans cette supposition égal à *zero*, & par consequent $r+1=1$. Ainsi au lieu des formules generales*, on aura celles qui suivent : 59. *54.

$$a' = a - B \times \frac{a-b}{A+B}, \quad b' = b + A \times \frac{a-b}{A+B}.$$

Dans ces formules les valeurs de a' & de b' sont égales ; ce qui est évident d'ailleurs, puisque les corps doivent aller de compagnie après le choc. Ces formules se réduisent à cette seule expression :

$$a' = b' = \frac{Aa + Bb}{A+B}.$$

J'étends le Problême jusqu'à ce cas, pour en mieux faire voir toute l'étenduë, & avoir lieu d'en comparer les deux cas extrêmes.

V.

Lorsque le rapport élastique est égal au rapport de la masse du choquant à celle du choqué ; on aura pour ce CAS REMARQUABLE $r = \frac{A}{B}$, & par consequent $r+1 = \frac{A+B}{B}$. Si l'on met cette valeur de $r+1$ dans les formules generales*, on trouvera pour ce cas celles qui suivent : 60. *54.

$$a' = b, \quad b' = \frac{Bb + Aa - Ab}{B}$$

Ainſi le choquant *A*, que l'on ſuppoſe ici être le plus petit, prend toujours la vîteſſe du choqué, lorſque le rapport des maſſes eſt égal au rapport élaſtique.

V I.

61. Lorſque les maſſes *A*, *B* ſont égales, en mettant *A* au
*56. lieu de *B* dans les formules generales *, on aura pour ce cas les deux ſuivantes :

$$a' = \frac{\overline{1-r} \times a + \overline{1+r} \times b}{2}, \quad b' = \frac{\overline{1-r} \times b + \overline{1+r} \times a}{2}.$$

Et lorſque les reſſorts ſont parfaits, ou lorſque le rapport des maſſes eſt égal au rapport élaſtique, on aura,

$$a' = b, \quad b' = a.$$

C'eſt-à-dire, que dans ces cas qui ſe réuniſſent ici, les corps font échange de leurs vîteſſes.

V I I.

62. Lorſque le choqué *B* eſt en repos avant le choc, en
*55. effaçant *b* dans les formules *,

On aura en general,

$$a' = \frac{\mathrm{A}a - r\mathrm{B}a}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}, \quad b' = \frac{\overline{r+1} \times \mathrm{A}a}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}.$$

*58. On aura pour les reſſorts parfaits *,

$$a' = \frac{\mathrm{A}a - \mathrm{B}a}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}, \quad b' = \frac{2\,\mathrm{A}a}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}.$$

*59. On aura pour les corps ſans reſſort *,

$$a' = b' = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}.$$

On aura pour les corps dont le raport des maſſes eſt
*60. égal au raport élaſtique *,

$$a' = 0, \quad b' = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{B}}.$$

C'est-à-dire, que dans ce dernier cas le choquant demeure toujours en repos après le choc, & que le choqué prend tout le mouvement du choquant : ce que l'on trouvera conforme à l'experience.

VIII.

Lorsque le choqué étant en repos, la vîtesse du choquant est égale à la somme des masses, (c'est-à-dire, lorsque le nombre des dégrez de vîtesse du choquant, est le même que celui des parties égales que l'on aura distinguées dans la somme des masses) on aura par cette supposition $a = A + B$, & par consequent les formules du Corollaire VII. deviendront, 63.

$$a' = A - rB, \quad b' = \overline{r+1} \times A.$$

D'où l'on déduit $r + 1 = \frac{b'}{A}$. *Ce qui donne une maniere facile de trouver en nombres dans les experiences, la valeur de l'expression* $\overline{r+1}$, *& par consequent la formule propre à deux corps donnez avec lesquels on veut faire des experiences, ou à deux autres corps de même nature.*

Lorsque les corps ont des ressorts parfaits, on aura dans le cas du Corollaire present,

$$a' = A - B, \quad b' = 2A.$$

Et lorsque les corps n'ont point de ressort, on aura,

$$a' = A, \quad b' = A.$$

IX

Si le choqué B étant en repos, est supposé infiniment grand par rapport au choquant A, on supposera $A = o$. Ainsi en effaçant A dans les formules du Corollaire VII. on trouvera pour ce cas, 64.

$$a' = -ra.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas qui est celui de la refle-

xion directe, le choquant *A* rejaillira avec sa vîtesse primitive, multipliée par le rapport élastique ; par consequent avec une vîtesse moindre que la primitive, lorsque les ressorts sont imparfaits ; & avec une vîtesse égale à la primitive, lorsque les ressorts sont parfaits.

X.

65. J'oubliois le cas qui nous a occupé lui seul dans toute la premiere Partie ; sçavoir, lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Celui d'un corps infiniment grand me le rappelle. Car on trouvera encore pour ce cas $a' = -ra$, en faisant dans les formules generales *, tous les changemens qui conviennent à cette supposition.

* 55.

AVERTISSEMENT.

Les Problêmes suivans dépendent du premier, & n'en sont, à proprement parler, que des Corollaires que l'on pourroit ajouter à ceux qui précedent. On verra par la solution de ces Problêmes, l'étenduë immense des formules, & les divers usages que l'on peut en faire, pour résoudre toutes les questions qui regardent les loix du choc.

PROBLEME II.

66. *Le rapport élastique* r *de deux corps* A, B *étant donné, trouver le rapport des vîtesses respectives ; c'est-à-dire, le rapport de la vîtesse respective qui suit le choc, à celle qui le précede.*

On peut réduire ce Problême aux quatre cas generaux, qui sont exprimez par les figures.

CAS I.

Fig. I.

Lorsque les mouvemens sont de même part, soit avant soit après le choc, la vîtesse respective * est $a-b$ avant le choc, & $b'-a'$ après le choc. Or dans ce cas qui est celui des formules generales, on trouve *, *41. *54.

$$b'-a'=b+A\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B}-a+B\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B}.$$

D'où l'on déduit $b'-a'=b-a+\frac{\overline{r+1}\times\overline{A+B}\times\overline{a-b}}{A+B}$,

& après avoir abregé, on trouve $b'-a'=r\times\overline{a-b}$.

D'où l'on tire pour ce premier cas,

$$\frac{b'-a'}{a-b}=r.$$

CAS II.

Fig. II.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, & de même part après le choc, au lieu de l'équation $\frac{b'-a'}{a-b}=r$ que donne le prémier cas *, on aura celle-ci, *51.

$$\frac{b'-a'}{a+b}=r.$$

CAS III.

Fig. III.

Lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, & contraires après le choc, au lieu de l'équation $\frac{b'-a'}{a-b}=r$, que donne le premier cas *, on aura celle-ci, *51.

$$\frac{b'+a'}{a-b}=r.$$

CAS IV.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires, soit avant, soit après le choc, au lieu de cette équation

* 51. $\frac{b'-a'}{a-b}=r$, que donne le premier cas *, on aura celle-ci,

$$\frac{b'+a'}{a+b}=r.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

67. (a) Dans tous les cas possibles que renferment les quatre cas précedens, le rapport des vîtesses respectives est égale au rapport élastique r.

Pour s'en convaincre, il suffit de comparer les expressions des quatre cas avec les figures correspondantes, dans lesquelles les distances ab, $a'b'$ * marquent les vîtesses respectives avant & après le choc.
* 41.

II.

68. Lorsque les ressorts sont parfaits, la vîtesse respective est la même avant & après le choc.

III.

69. Le rapport des vîtesses respectives des corps de même nature, est constant ; puisqu'il est égal au rapport élastique *, lequel est constant.
* 47.

IV.

70. Lorsque l'on connoîtra par une seule experience le rapport des vîtesses respectives de deux corps donnez ;

(a) *On suppose ordinairement plusieurs des principes que je déduis ici de mes formules ; mais il me semble que ces principes ne sont bien évidens, que lorsqu'ils sont démontrez.*

on

on aura deslors le rapport r des forces élastiques de ces deux corps, ou de deux autres corps de même nature; on aura par consequent les formules qui conviennent à ces deux corps.

V.

Si deux corps se choquent plusieurs fois, quelques soient 71.
les vîtesses absoluës, pourvû que les vîtesses respectives qui précedent les chocs, ne changent pas; les vîtesses respectives qui suivent les chocs, seront égales.

VI.

Si deux corps après s'être choquez avec la vîtesse 72.
respective $a-b$, se choquent une seconde fois avec la vîtesse respective $r \times \overline{a-b}$, qui suit le premier choc, la vîtesse respective après ce second choc, sera $r^2 \times \overline{a-b}$; s'ils se choquent une troisiéme fois avec cette vîtesse $r^2 \times \overline{a-b}$, la vîtesse respective après ce troisiéme choc, sera $r^3 \times \overline{a-b}$. Enfin après un nombre de chocs quelconque, que je nomme n, la vîtesse respective sera $r^n \times \overline{a-b}$. Et si le corps B est en repos avant le premier choc, la vîtesse respective après un nombre n de chocs, sera $r^n a$

PROBLEME III.

LA somme des mouvemens absolus de deux corps A, B 73.
avant le choc, & leur rapport élastique r, *étant donnez, trouver la somme de leurs mouvemens absolus après le choc.*

On peut réduire ce Problême comme le précedent, aux quatre cas generaux, qui sont exprimez par les figures.

Fig. I.

CAS I.

Lorsque les mouvemens sont de même part, soit avant, soit après le choc, la somme des mouvemens absolus après
* 49. le choc * sera,

$$Aa' + Bb' = Aa - AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B} + Bb + AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}.$$

D'où l'on déduit,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce premier cas, la somme des mouvemens absolus est toujours la même avant & après le choc.

Fig. II.

CAS II.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, & de même part après le choc; au lieu de l'équation
* 51. $Aa' + Bb' = Aa + Bb$ que donne le premier cas, * on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la somme des mouvemens absolus après le choc, est égale à la difference des mouvemens avant le choc.

Ainsi dans ce cas il y a moins de mouvement après le choc, qu'avant le choc; & la difference de ces deux mouvemens est égale au double du mouvement du choqué avant le choc.

Car avant le choc, la somme des mouvemens absolus
* 39. étoit * $Aa + Bb$. Or après le choc la somme des mouvemens absolus, n'est que $Aa - Bb$. Donc la difference des deux mouvemens est

$$Aa + Bb - Aa + Bb = 2\,Bb.$$

Fig. III.

CAS III.

Lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, & contraires après le choc; au lieu de l'équation $Aa' + Bb' = Aa + Bb$ que donne le premier cas, * on aura, *51.

$$-Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la difference des mouvemens absolus après le choc, est égale à la somme des mouvemens absolus avant le choc. En ajoutant $2Aa'$ de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que la somme des mouvemens absolus après le choc, * ($Aa' + Bb'$) est plus grande que la somme des mouvemens avant le choc; & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc. *39.

Enfin si au lieu de $2Aa'$, on met dans l'équation précedente sa valeur qui dans le cas present, * doit être, *52.

$-2Aa + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}$, on aura,

$$Aa' + Bb' = Bb - Aa + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}.$$

CAS IV.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant & après le choc; au lieu de l'équation $Aa' + Bb' = Aa + Bb$, que donne le premier cas, * on aura *51.

$$-Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la difference des mouvemens absolus après le choc, est égale à leur difference avant le choc. Ajoutant $2Aa'$ de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la somme des mouvemens après le choc, * ($Aa' + Bb'$) surpasse la difference des *39.

mouvemens avant le choc, & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc.

Enfin si au lieu de $2\,Aa'$, on met dans l'équation pré-
* 52. cedente sa valeur, qui dans le cas present * doit être,

$-2Aa + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a+b}}{A+B}$, on aura,

$$Aa' + Bb' = -Aa - Bb + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a+b}}{A+B}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

74. *Il faut observer que le second & le troisiéme cas du Problême, ne regardent pas les corps égaux à ressort parfait; parce que lorsque les mouvemens de ces corps sont de même part avant le choc, ils sont aussi de même part après le choc; & que lorsqu'ils sont contraires avant le choc, ils sont aussi*
* 61. *contraires après le choc. Ce qui est évident *.*

COROLLAIRES.

I.

75. Si le choqué est en repos avant le choc, & que le choquant ne rejaillisse pas; il y aura avant & après le choc, une égale quantité de mouvement: & si le choquant rejaillit, il y aura plus de mouvement après le choc qu'avant le choc; & cet excès sera égal au double du mouvement du choquant après le choc.

II.

76. Les ressorts étant parfaits, il y a une égale quantité de mouvement avant & après le choc dans ces deux cas.

1°. Lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Ce qui est évident d'ailleurs.

2°. Lorsque les masses sont égales. Ce qui est encore
* 61. évident d'ailleurs, puisque dans ce cas * les corps sont

toujours échange de leurs vîtesses, & par consequent * de leurs mouvemens. * 4

III.

La quantité absoluë du mouvement, n'est pas toujours 77.
la même avant & après le choc, comme l'ont prétendu des Auteurs celebres.

Cette proposition n'est vraie que dans les suppositions du premier cas du Problême, & des deux Corollaires précédens.

Mais il est évident que dans tous les cas possibles qui sont exprimez generalement par les quatre Cas du Problême, & par les quatre Figures, il y a toujours une égale quantité de mouvement dans le même sens. C'est-à-dire, si on n'a égard qu'aux seuls mouvemens qui ont la même direction; & que l'on regarde comme nulles, d'égales quantitez de mouvement, qui ont des directions opposées.

IV.

De la formule du premier Cas, sçavoir $Aa' + Bb' =$ 78.
$Aa + Bb$, on déduit $Aa - Aa' = Bb' - Bb$. D'où l'on tire,

Pour le Cas I. $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a - a'}$.

Pour le Cas II. $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a - a'}$.

Pour le Cas III. $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a + a'}$.

Pour le Cas IV. $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a + a'}$.

Ainsi dans tous les Cas possibles, il est facile de connoître le rapport des masses, lorsque l'on connoît les quantitez & les directions des vîtesses avant & après le choc.

V.

79. C'eſt pourquoi ſi l'on connoît par une experience les quantitez & les directions des vîteſſes de deux corps avant & après le choc ; deſlors il ſera facile de connoître les vîteſſes que les mêmes corps auront après tous les autres chocs, dans toutes les ſuppoſitions que l'on pourra faire.

Car cette ſeule épreuve ſuffit pour connoître, 1°. les

*78. maſſes A, B, ou leur rapport * $\frac{A}{B}$; 2°. le rapport élaſtique r, puiſque ce rapport eſt toujours égal à celui

*69&70. des vîteſſes reſpectives *.

D'où il ſuit que ſi au lieu des grandeurs generales A, B, r, on met dans les formules generales les nombres qui expriment leurs valeurs, on aura des formules qui ſeront propres aux deux corps donnez, & qui ſerviront à faire ſur eux toutes les experiences que l'on pourra ſouhaiter. Il ſuffit d'appliquer tout ceci à un ſeul exemple.

EXEMPLE.

80. Si l'on ſuppoſe que le choqué B ſoit en repos avant le choc, & que les mouvemens ſoient contraires après le choc, on aura dans ce cas,

*78. *66.

$$* \ \frac{A}{B} = \frac{b'}{a + a'}, \quad * \ r = \frac{b' + a'}{a}.$$

Suppoſons maintenant que le choquant A ait avant le choc 12 degrez de vîteſſe dans le ſens des poſitives, & deux degrez de vîteſſe après le choc dans le ſens des negatives ; & que le choqué B étant en repos avant le choc, ait après le choc 7 degrez de vîteſſe dans le ſens des poſitives.

On aura dans ces ſuppoſitions $\frac{A}{B} = \frac{7}{12 + 2} = \frac{1}{2}$, & par conſequent $A = 1$, $B = 2$; & de même on aura

$r = \frac{7+2}{12} = \frac{3}{4}$; & par consequent $\overline{r+1} = \frac{7}{4}$.

Si l'on met ces valeurs numeriques de A, B, & de $\overline{r+1}$, dans les formules generales*, on trouvera celles qui ſuivent, leſquelles ſeront propres aux deux corps donnez, *54.

$$a' = a - 2 \times \frac{7 \times \overline{a-b}}{4 \times \overline{1+2}}, \quad b' = b + 1 \times \frac{7 \times \overline{a-b}}{4 \times \overline{1+2}}.$$

Et l'on pourra réduire ces formules à celles-ci,

$$6a' = 7b - a, \quad 12b' = 7a + 5b.$$

Enfin par le ſecours de ces dernieres formules, & d'une machine que l'on peut rendre beaucoup plus commode que n'eſt celle de M. *Mariotte*, il ſera facile de faire ſur les deux corps donnez, toutes les experiences que l'on ſouhaitera, en obſervant les quatre choſes ſuivantes, ſelon l'état des queſtions & l'exigence des cas.

I. De changer les ſignes de celles des vîteſſes a, b, a', b', qui doivent être negatives.

II. D'écrire avec les mêmes lettres celles qui doivent être égales.

III. D'effacer celles de ces vîteſſes qui doivent être nulles.

IV. De mettre à la place de ces lettres des nombres qui marquent les degrez de vîteſſe que l'on ſouhaitera que les corps ayent, ſoit avant, ſoit après le choc.

REMARQUE.

Si l'on fait ces experiences avec quelque ſoin, on aura le plaiſir de voir qu'elles s'accordent toujours avec les formules. Car il n'en eſt pas des corps à reſſort imparfait, comme de ceux que l'on appelle à reſſort parfait. Ceux-ci ne ſont tels que par une ſuppoſition qui s'écarte toujours ſenſiblement de la verité ; parce que nous ne trouvons pas dans la nature de corps dont le rapport élaſtique ne ſoit ſenſiblement moindre que l'unité. Au lieu que le rapport élaſtique de deux corps pris au hazard, 81.

& de plus le rapport de leurs masses sont sensiblement, ou au moins A PEU PRE'S *tels que l'épreuve les fait connoître; & que d'ailleurs on peut réïterer cette épreuve en la faisant en differentes manieres. Par exemple, en laissant successivement les deux corps en repos.*

J'ai dit A PEU PRE'S. *Car la résistance de l'air, le petit espace que les deux corps parcourent ensemble dans la durée du choc, les moindres frottemens, diverses imperfections qui viennent ou de la construction de la machine, ou de la maniere dont on s'en sert; toutes ces choses & autres jointes ensemble, sur tout lorsqu'elles concourent à augmenter, ou à diminuer les vîtesses dans le même sens, doivent causer quelques dérangemens dans les operations, & ne permettent pas d'y trouver une exactitude mathematique.*

Ainsi les expériences ne peuvent representer aux yeux, qu'assez imparfaitement, les veritez que l'esprit pur apperçoit distinctement, & comme tout d'une vûë, dans des expressions aussi simples, que le sont les formules generales.

Mais pour mieux faire connoître toute l'étenduë de ces formules, & l'accord des veritez qu'elles presentent à l'esprit, il est bon de les considerer sous differentes faces. C'est ce que nous allons faire dans les deux Problêmes suivans.

PROBLEME IV.

82. *PRoportionner les mouvemens du choquant de telle sorte, qu'aprés le choc il ait une vîtesse donnée.*

On suppose que les grandeurs r, B, b *étant connuës, il s'agit de trouver la vîtesse* a *que le choquant doit avoir avant le choc, lorsque sa masse* A *est donnée, ou de trouver la masse* A *lorsque la vîtesse* a *est donnée; afin que ce corps ait aprés le choc une vîtesse donnée* a'.

RESOLUTION.

* 55. Si l'on multiplie la premiere formule generale * par

A+B,

$A+B$, on aura $Aa'+Ba'=Aa-rBa+rBb+Bb$. D'où l'on déduit,

1°. $Aa-rBa=Aa'+Ba'-rBb-Bb$.

2° $Aa-Aa'=Ba'+rBa-rBb-Bb$.

D'où l'on tire enfin les deux formules suivantes, qui sont celles du Problême.

$$a=\frac{Aa'+Ba'-rBb-Bb}{A-rB},\quad A=\frac{Ba'+rBa-rBb-Bb}{a-a'}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant; de telle sorte qu'après le choc, il prenne la vîtesse du choqué: on aura par cette supposition $a'=b$; & en mettant b au lieu de a' dans les deux formules du Problême, on trouvera, après avoir abregé, qu'elles se réduisent à ces expressions, 83.

$$a=b\ ;\quad A=rB,\ \text{d'où l'on déduit}\ \frac{A}{B}=r.$$

Ainsi afin que le choquant ait après le choc la vîtesse que le choqué avoit avant le choc, il faut de ces deux choses l'une:

I. Que les vîtesses soient égales avant le choc.

II. Que le rapport des masses soit égal au rapport élastique.

Or le premier de ces deux cas, à proprement parler, n'en est pas un, puisque deux corps qui ont des vîtesses égales de même part, ne peuvent se choquer. Donc le choquant ne prend jamais la vîtesse du choqué, que dans le second cas: & dans le second cas (comme je l'ai déja trouvé * par une autre voye) le choquant prend toujours la vîtesse du choqué. Ce qui pourroit paroître une espece de paradoxe. *60.

II.

84. Ainsi de quelque maniere que l'on proportionne les mouvemens de deux corps, on ne viendra jamais about de faire aller le choquant après le choc précisement avec la même vîtesse que le choqué avoit avant le choc dans tous les cas suivans.

1°. Si le choquant est plus grand que le choqué.

2°. Si les deux corps ont des ressorts imparfaits, & des masses égales.

3°. Si les deux corps ont des ressorts parfaits, & des masses inégales.

4°. En un mot si de quelque nature que soient les deux corps, le rapport des masses n'est exactement égal au rapport élastique.

Au contraire on ne réussira jamais à faire aller le choquant plus ou moins vîte que le choqué n'alloit avant le choc, si le rapport du choquant au choqué, est égal au rapport élastique.

Ceux qui voudront se donner la peine de consulter l'experience, la trouveront toujours conforme aux veritez que nos formules nous font ici découvrir.

III.

85. Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant, de telle sorte qu'après le choc il demeure en repos, on aura par cette supposition $a' = o$; & en supposant ici que les mouvemens sont contraires avant le choc, les formules du Problême deviendront,

$$a = \frac{r\text{B}b + \text{B}b}{\text{A} - r\text{B}},\quad A = \frac{r\text{B}a + r\text{B}b + \text{B}b}{a}.$$

Et en supposant des ressorts parfaits, on aura,

$$a = \frac{2\,\text{B}b}{\text{A} - \text{B}},\quad A = \frac{\text{B}a + 2\,\text{B}b}{a}.$$

IV.

86. Si dans le cas du Corollaire precedent, on suppose que

les vîteſſes a, b ſont égales, en mettant b à la place de a dans les deux formules du Problême, on trouvera pour ce cas,

$$A = 2rB + B.$$

En ſuppoſant des reſſorts parfait, on aura,

$$A = 3B.$$

C'eſt-à-dire, que ſi deux corps à reſſort parfait, dont l'un eſt triple de l'autre, ſe rencontrent avec des vîteſſes égales, le plus grand demeurera en repos après le choc.

En ſuppoſant des corps ſans reſſort, on aura,

$$A = B.$$

C'eſt-à-dire, que ſi deux corps égaux ſans reſſort, ſe choquent avec des vîteſſes égales, ils demeureront en repos après le choc. Ce qui eſt conforme à nos principes *. * 12.

PROBLEME V.

Proportionner les vîteſſes avant le choc, de telle ſorte que les vîteſſes après le choc ayent des rapports donnez. 87.

On ſuppoſe ici que les grandeurs r, A, B *ſont données, & qu'il s'agit de trouver les vîteſſes* a, b *qu'il faut donner aux deux corps avant le choc, afin qu'aprés le choc ils ayent des vîteſſes données* a', b'.

RESOLUTION.

On dégagera des deux formules generales * les vîteſſes a, b que l'on ſuppoſe ici inconnuës, & on les égalera à des expreſſions, qui ne contiennent que les autres grandeurs r, A, B, a', b' que l'on ſuppoſe connuës. Le calcul eſt un peu long, en ſe ſervant des formules generales; il ſera beaucoup plus court, ſi l'on ſe ſert des formules qui expriment les premiers cas du ſecond & du troiſiéme Problême; ſçavoir, * 55.

$$1^\circ.\ \frac{b'-a'}{a-b} = r. \qquad 2^\circ.\ Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

Ce calcul donnera les deux formules ſuivantes, qui ſont celles du Problême.

$$a = \frac{rAa' - Ba' + rBb' + Bb'}{rA + rB},\quad b = \frac{rBb' - Ab' + rAa' + Aa'}{rA + rB}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

88. Si l'on veut faire enſorte que le choquant *A* demeure en repos aprés le choc, & que le choqué ait une vîteſſe donnée b', on effacera dans les formules du Problême les produits où ſe trouve la vîteſſe a', & on aura pour l'effet requis,

$$a = \frac{rBb' + Bb'}{rA + rB},\quad b = \frac{rBb' - Ab'}{rA + rB}.$$

I I.

89. Si l'on veut faire enſorte que le choqué *B* demeure en repos aprés le choc, & que le choquant *A* retourne en arriere avec une vîteſſe donnée $-a'$, on effacera dans les formules du Problême, les produits où ſe trouve la vîteſſe b', puis on changera les ſignes des autres produits où ſe trouve la vîteſſe a'; & on aura pour l'effet requis les formules ſuivantes,

$$a = \frac{Ba' - rAa'}{rA + rB},\quad b = \frac{-rAa' - Aa'}{rA + rB}.$$

I I I.

90. Si l'on veut faire enſorte que les corps retournent en arriere avec des vîteſſes égales & connuës a', b', on mettra dans les formules du Problême $-a'$, au lieu de $+b'$, & on aura les formules ſuivantes, qui expriment les valeurs des vîteſſes a, b qu'il faut donner aux deux corps pour l'effet requis,

$$a = \frac{rAa' - 2Ba' - rBa'}{rA + rB},\quad b = \frac{-rBa' + 2Aa' + Aa'}{rA + rB}.$$

Et lorſque les reſſorts ſont parfaits,

$$a = \frac{Aa' - 3Ba'}{A + B}, \quad b = \frac{3Aa' - Ba'}{A + B}.$$

IV.

On peut reduire les formules du Problême à ces expreſſions équivalentes, 91.

$$a = a' - B \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a'-b'}}{r \times \overline{A+B}}, \quad b = b' + A \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a'-b'}}{r \times \overline{A+B}}.$$

Soit donc qu'il s'agiſſe de trouver les vîteſſes après le choc, lorſque les vîteſſes avant le choc ſont données; ſoit qu'il s'agiſſe de trouver celles-ci, lorſque celles-là ſont données, on a les mêmes formules *, & par conſequent la même regle generale * que preſcrivent ces formules; avec cette ſeule difference que dans le cas du Problême preſent, il faut multiplier la ſomme des maſſes $A+B$, par le rapport élaſtique r: & même cette difference ne ſubſiſte pas, lorſque les reſſorts ſont parfaits, parce que dans ce cas le rapport élaſtique r eſt l'unité. *54. *57.

Mais il eſt bon de remarquer que dans les formules du Corollaire preſent, l'expreſſion $a' - b'$ *eſt negative, parce que* b' *ſurpaſſe* a', *ſuivant les ſuppoſitions des formules generales dont celles-ci ſont déduites.*

PROBLEME VI.

Pluſieurs corps A, B, C, D, &c. *de même nature, ſe choquant ſucceſſivement avec des vîteſſes données, trouver les vîteſſes qu'ils auront après le choc.* 92.

Je ſuppoſe pour le cas principal de ce Problême, que tous les corps donnez ſe meuvent de même part avant le choc; que d'abord A frappe B, que B frappe enſuite C, que C frappe enſuite D, &c. Il ſera facile dans toutes les autres ſuppoſitions differentes de celles-ci, de faire les changemens qui conviendront.

RESOLUTION.

1°. Les vîtesses des corps A, B après le choc, seront,

* 56. $$*\,a'=\frac{\overline{A-rB}\times a+\overline{r+1}\times Bb}{A+B},\quad b'=\frac{\overline{B-rA}\times b+\overline{r+1}\times Aa}{A+B}.$$

2°. Les vîtesses des corps B, C après le choc, seront,

*43. & 56. $$*\,b''=\frac{\overline{B-rC}\times b'+\overline{r+1}\times Cc}{B+C},\quad c'=\frac{\overline{C-rA}\times c+\overline{r+1}\times Bb'}{B+C}.$$

3°. Les vîtesses des corps C, D après le choc, seront,

*43 & 56. $$*\,c''=\frac{\overline{C-rD}\times c'+\overline{r+1}\times Dd}{C+D},\quad d'=\frac{\overline{D-rC}\times d+\overline{r+1}\times Cc'}{C+D},$$

&c. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRES.

I.

93. Si l'on suppose que le corps A soit en mouvement avant le choc, pendant que tous les autres B, C, D, &c. demeurent en repos à quelque distance l'un de l'autre.

1°. Les vîtesses des corps A, B après le choc, seront,

$$a'=\frac{\overline{A-rB}\times a}{A+B},\quad b'=\frac{\overline{r+1}\times Aa}{A+B}.$$

2°. Les vîtesses des corps B, C, après le choc, seront,

$$b''=\frac{\overline{B-rC}\times b'}{B+C}=\frac{\overline{B-rC}\times\overline{r+1}\times Aa}{\overline{A+B}\times\overline{B+C}},$$

$$c'=\frac{\overline{r+1}\times Bb'}{B+C}=\frac{\overline{r+1}^{2}\times ABa}{\overline{A+B}\times\overline{B+C}}.$$

3°. Les vîtesses des corps C, D après le choc, seront,

$$c''=\frac{\overline{C-rD}\times c'}{C+D}=\frac{\overline{C-rD}\times\overline{r+1}^{2}\times ABa}{\overline{A+B}\times\overline{B+C}\times\overline{C+D}},$$

$$d' = \frac{\overline{r+1} \times Cc'}{C+D} = \frac{\overline{r+1}^{3} \times ABCa}{\overline{A+B} \times \overline{B+C} \times \overline{C+D}}, \ \&c.$$

I I.

Si dans la ſuppoſition du Corollaire precedent; 94.
∺ *A. B. C. D.* &c. c'eſt-à-dire, ſi tous les corps ſont en progreſſion géometrique, on aura alors $C = \frac{B^2}{A}$, $D = \frac{B^3}{A^2}$, &c. En general nommant *M* un corps quelconque de cette progreſſion, & *n* le rang qu'il tient parmi les corps en repos, dont le premier eſt *B*, on aura alors,

$$M = \frac{B^n}{A^{n-1}}.$$

En mettant ces valeurs dans les formules du Corollaire precedent, on aura celles qui ſuivent.

1°. Pour la vîteſſe de chaque corps après ſon premier choc,

$$b' = \frac{\overline{r+1}^{1} \times A^{1} a}{\overline{A+B}^{1}}, \quad c' = \frac{\overline{r+1}^{2} \times A^{2} a}{\overline{A+B}^{2}}, \quad d' = \frac{\overline{r+1}^{3} \times A^{3} a}{\overline{A+B}^{3}} \ \&c$$

En general.

$$m' = \frac{\overline{r+1}^{n} \times A^{n} a}{\overline{A+B}^{n}}.$$

2°. Pour la vîteſſe de chaque corps après ſon ſecond choc,

$$b'' = \frac{\overline{r+1}^{1} \times A}{\overline{A+B}^{2}} \times \overline{A-rB} \times a, \quad c'' = \frac{\overline{r+1}^{2} \times A^{2}}{\overline{A+B}^{3}} \times \overline{A-rB} \times a, \ \&c$$

En general.

$$m'' = \frac{\overline{r+1}^{n} \times A^{n}}{\overline{A+B}^{n+1}} \times \overline{A-rB} \times a.$$

III.

95. Des deux formules generales du Corollaire precedent, (à cause de $M = \frac{B^n}{A^{n-1}}$) on déduit les deux formules suivantes, qui expriment generalement les quantitez des mouvemens d'un corps quelconque M, d'une progression géometrique, soit après le premier choc, soit après le second,

$$Mm' = \frac{\overline{r+1}^n \times B^n}{\overline{A+B}^n} \times Aa\ , \quad Mm'' = \frac{\overline{r+1}^n \times B^n}{\overline{A+B}^{n+1}} \times Aa \times \overline{A-rB}.$$

IV.

96. Si dans la supposition du Corollaire I. le corps B est moyen proportionnel entre ses deux voisins A, C; le troisiéme corps C acquerera une plus grande vîtesse, étant choqué par le moyen B, que l'on suppose avoir été choqué par le premier A, que s'il étoit choqué de la même maniere par tout autre corps.

* 93. Car la valeur de c' sera *, $\frac{\overline{r+1}^2 \times ABa}{\overline{A+B} \times \overline{B+C}}$, qui doit

* Suivant les regles des Sections I. & III. de l'Analyse des Infiniment petits.

être *un plus grand*. En prenant * la difference de cette fraction, dans laquelle il n'y a que B de variable, & l'égalant à *zero*, on trouvera $BB = AC$.

C'est-à-dire, que le corps B doit être moyen proportionnel entre les deux autres A, C; afin que le troisiéme C ait après le choc la plus grande vîtesse qu'il est possible.

* Messieurs Huyguens, Saurin, Carré, Herman, &c.

* *Plusieurs Auteurs avoient démontré cette proposition à l'égard des corps à ressort parfait. Elle s'étend, comme l'on voit ici à tous les corps.*

V.

97. Si le rapport du choqué au choquant est égal au rap-

port

port élaſtique r, c'eſt-à-dire, ſi $\frac{B}{A} = r$; on aura,

$$r+1 = \frac{A+B}{A}, \text{ \& par conſequent } \overline{r+1}^n = \frac{\overline{A+B}^n}{A^n}.$$

En mettant cette valeur de $\overline{r+1}^n$ dans les Formules generales du Corollaire II. on aura dans ce cas pour un corps quelconque d'une progreſſion géometrique,

$$m' = a, \quad m'' = \frac{A-B}{A} \times a.$$

C'eſt pourquoi ſi dans le cas du Corollaire II. le rapport du choqué au choquant, eſt moindre que le rapport élaſtique; plus il y aura de corps interpoſez entre le premier A & le dernier M, & plus la vîteſſe m' de ce dernier ſera grande; & elle ſera la plus grande qu'il eſt poſſible,* puiſque tous ces corps ſont en progreſſion géometrique. *26.

Plus j'avance, & plus j'aperçois de veritez par le ſecours de mes Formules. Je ne finirois pas ſi je mettois ici tous les Problêmes qu'elles m'ont donné lieu de réſoudre; je me ſuis contenté d'en donner des exemples. Je n'ai point parlé du choc indirect des corps: il me faudroit, ou copier ſur cette matiere ce que l'on en trouve dans les Livres; ou bien (pour la traiter à fond) groſſir ce Memoire d'une troiſiéme Partie plus longue encore que n'eſt celle-ci.

DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.

FIN.

Le même Libraire vend séparément ou conjointement les Ouvrages qui ont remporté les Prix de l'Academie Royale des Sciences, & ceux qui ont été composez à leur occasion; sçavoir,

Discours sur le Principe, la Nature, & la communication du Mouvement. *Cet Ouvrage qui a remporté le premier Prix en 1720. est de M.* Crousaz, *alors Professeur en Philosophie & en Mathematiques dans l'Academie de Lausane.*

Systême du Mouvement, *par M.* de Gamaches, *Chanoine Regulier de Sainte Croix de la Bretonnerie.*

Propositions sur une Pendule. *Cet Ouvrage qui a remporté le second Prix en 1720. est de M.* Massy.

Démonstration des Loix du choc. *Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en 1724. est de M.* Mac-laurin, *Professeur en Mathematiques dans l'Université d'Aberdéen.*

Discours sur le Mouvement des Clepsidres ou Sabliers. *Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en 1725. est de M.* Daniel Bernoulli, *fils du celebre M.* Jean Bernoulli, *Professeur à Basle.*

Discours sur les Loix de la communication du Mouvement, *qui a merité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années, par M.* Jean Bernoulli, *Professeur des Mathematiques à Basle, & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile, *pour servir d'introduction à une nouvelle* Physique, *& d'éclaircissement à la* Piece *qui a remporté le Prix de l'Academie en 1726. par l'Auteur de cette* Piece.

Il va mettre incessament sous Presse les trois Pieces qui ont été composées sur *la meilleure maniere de Mâter les Vaisseaux, &c.* dont l'une à remporté le Prix de cette Année 1727. & les deux autres ont été annoncées avec Eloges par l'Academie Royale des Sciences.

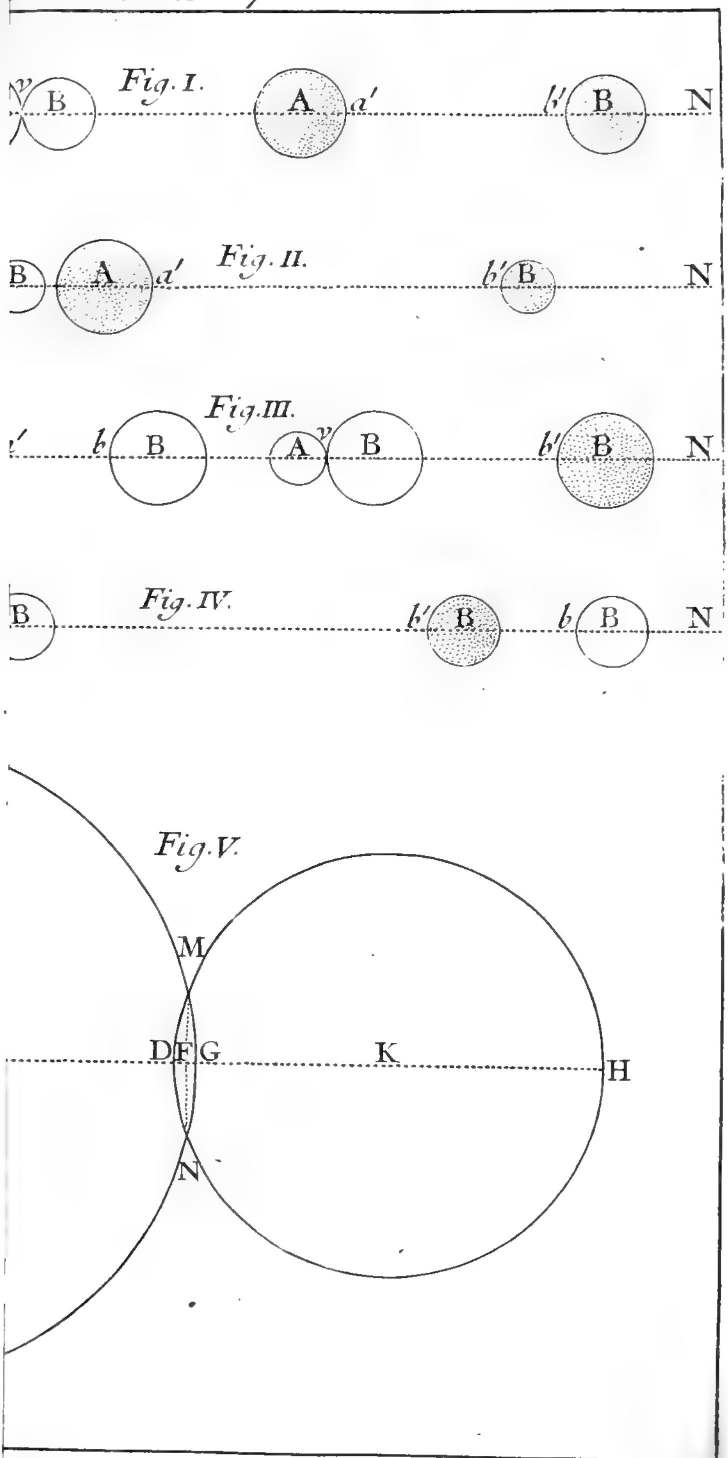


Fig. I.
v B A a' b' B N
Fig. II.
B A a' b' B N
Fig. III.
a' b B A v B b' B N
Fig. IV.
B b' B b B N
Fig. V.
M
D F G K H
N

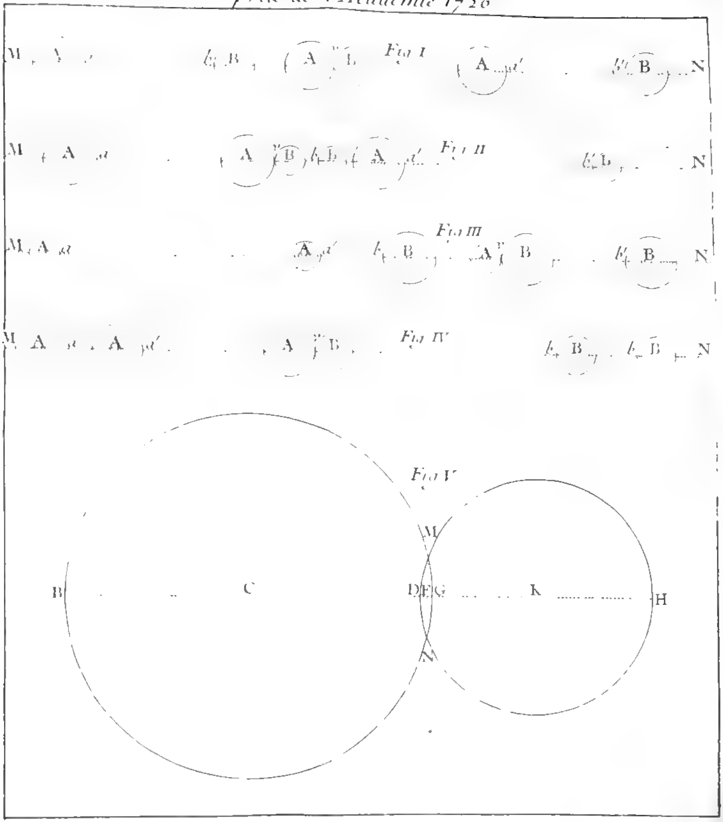


Fig I
Fig II
Fig III
Fig IV
Fig V

TRAITÉ
DES PETITS TOURBILLONS DE LA MATIERE SUBTILE.

Où l'on fait voir par les ſeuls effets du choc, que l'Univers eſt rempli d'une matiere très-fluide, très-agitée, & composée d'une infinité de Tourbillons de figure ſpherique, qui produiſent tous les reſſorts de la Nature.

Pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, *& d'Eclairciſſement à la* Piece *qui a remporté le Prix de l'*Academie *Royale des Sciences en 1726.*

Par un Prêtre de l'Oratoire.

A PARIS,

Chez CLAUDE JOMBERT, ruë ſaint Jacques, près les Mathurins, à l'Image Notre-Dame.
ET
PISSOT, à la deſcente du Pont-Neuf, Quai de Conti, au coin de la ruë de Nevers, à la Croix d'Or.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

[illegible]

Par un Prêtre de l'Oratoire.

[illegible]

Chez [illegible] rue saint-Jacques, près [illegible] Dame. [illegible]

[illegible] du Pont-Neuf, Quai de Conti, [illegible]

[illegible]

A MONSIEUR
BIGNON,
ABBÉ DE SAINT-QUENTIN,

Conseiller d'Etat Ordinaire, Bibliothecaire du Roy, President de l'Academie Royale des Sciences.

MONSIEUR,

J'AY l'honneur de vous presenter des Traitez, dont vous m'avez vous-même inspiré le goût & le dessein. Ce fut à l'occasion du jugement que vous prononçâtes il y a quelques mois en faveur d'un de mes Ouvrages, au nom de l'illustre Corps, dont vous êtes depuis long-tems le digne Chef & le plus ferme appui.

Que ne me dîtes-vous pas, MONSIEUR, *quelques jours aprés, pour m'encourager à éclaircir mes sentimens, & à étendre mes premieres vûës sur les Sciences Physico-Mathematiques? Vous fîtes naître en moi cette hardiesse si necessaire dans la Physique, pour y faire des découvertes. Vous le fîtes,* MONSIEUR, *avec ce ton persuasif dont vous sçavez animer les Sciences, & les porter* *par des progrès rapides au point de leur perfection.*

A votre voix je ſentis ſe reveiller en moi toutes les idées qui m'avoient fortement occupé huit mois auparavant, lorſque je compoſois la Piece *qui a merité l'attention & les ſuffrages de Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences. Cette voix,* MONSIEUR, *me ſoutenant dans mon travail, mes éclairciſſemens ſe ſont multipliez : En moins de trois mois, il s'en eſt formé un Ouvrage indépendant de la* Piece *pour laquelle je les deſtinois : Et cet Ouvrage s'étant depuis groſſi inſenſiblement, ſe trouve aujourd'hui partagé en pluſieurs Traitez.*

Ce ſont ces Traitez, MONSIEUR, *que j'ai l'honneur de mettre ſous votre Protection, & que je me diſpoſe à donner ſucceſſivement au Public ; après avoir eſſayé, en ſuivant les vûës que vous m'avez inſpirées, de les rendre à la portée de tous ceux qui ont les premieres teintures des Sciences. La permiſſion que vous m'accordez de les faire paroître ſous vos Auſpices, doit former un préjugé en leur faveur : Et un préjugé d'un ſi grand poids, eſt neceſſaire à un Auteur qui s'étant fait une loi de ne s'écarter jamais des idées claires, ſe trouve ſouvent forcé de contredire les préjugez qui naiſſent des ſens & de l'imagination.*

Quoiqu'il en ſoit du ſuccès de mon travail par rapport au Public, il a déja ſa récompenſe ; puiſque vous en agréez ces premiers fruits, & qu'il me procure l'honneur de donner des marques publiques du très-profond reſpect avec lequel je ſuis,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéiſſant ſerviteur,

MAZIERE, *Prêtre de l'Oratoire.*

A Paris le 15. Decembre 1726.

APPROBATION.

J'Ay lû par l'ordre de Monseigneur le Garde des Sceaux, un Manuscrit intitulé, *Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile*, pour servir d'introduction à une nouvelle Physique, & d'éclaircissement à la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726. par un Prêtre de l'Oratoire. Fait à Paris ce premier Mars 1727. MAHIEU.

Autre Approbation.

J'Ay lû le *Traité des Tourbillons*, composé par le R. P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire; & il m'a paru que cet Ouvrage contient plusieurs Principes nouveaux & utiles pour les Sciences Physico-Mathematiques. A Paris ce trentiéme Aoust mil sept cens vingt-six. DE LAGNY.

Permission du T. R. P. General de l'Oratoire.

J. † M.

NOus Pierre-François de la Tour, Prêtre-Superieur General de la Congregation de l'Oratoire de Jesus-Christ Notre-Seigneur; vû par nous le Privilege du Roy, & l'Approbation des Examinateurs, permettons à la Veuve Michel Garnier, d'imprimer le *Traité des Tourbillons*, composé par le P. Jean-Simon Maziere, Prêtre de notre Congregation; conformément au Privilege à nous accordé par les Lettres Patentes du Roy en date du 26. Mars 1689. enregistrées au Grand Conseil le 26. Avril de la même année; par lesquelles il est défendu à tous Libraires & Imprimeurs; d'imprimer & vendre aucuns Livres composez par ceux de notre Congregation, sans notre Permission expresse, sous les peines portées par ledit Privilege. Donné à Paris le 7. Mars 1727.

P. F. DE LA TOUR.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre; A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra; SALUT: notre bien amé le P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire, Nous ayant fait remontrer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public divers *Traitez Mathematiques, & Physico-Mathematiques*, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de privileges sur ce necessaires; offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, suivant la feüille imprimée & attachée pour modele sous le contre-scel des Presentes: A CES CAUSES, voulant favorablement traiter ledit Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Presentes, de faire imprimer ledit Livre ci-dessus specifié, en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, sur papier & caracteres conformes à ladite feüille imprimée & attachée pour modele sous notredit contre-scel; & de le vendre, faire vendre, & debiter par tout notre Royaume pendant le tems de huit années consécutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes: Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéïssance: comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Livre, en tout ou en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, & de tous dépens, dommages & interêts: A la charge que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la datte d'icelles. Que l'impression de ce Livre sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, & que l'Impetrant se conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dixiéme Avril mil sept cens vingt-cinq; & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Livre, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée és mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleuriau d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleuriau d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes: Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir l'Exposant ou ses ayans causes, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement; voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre, soit tenuë pour dûëment signifiée; & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Conseillers & Sécretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent, de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, nonobstant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le sixiéme jour du mois de Mars, l'an de grace mil sept cent vingt-sept, & de nôtre Regne le douziéme.

Par le Roy en son Conseil, NOBLET.

Régistré sur le Régistre VI. de la Chambre Royale & Syndicale de la Librairie & Imprimerie de Paris, Num. 623. Fol. 500. conformément au Reglement de 1723. qui fait défenses Article IV. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'Article 108. du même Reglement. A Paris le 18. Avril 1727.

Signé, BRUNET, *Syndic.*

TRAITÉ

PREFACE.

En commençant le Memoire (*a*) que Messieurs de l'Academie Royale des Sciences ont honoré de leurs suffrages, je connoissois mal les petits Tourbillons de l'Ether; je m'imaginois même en voir le foible; & bien éloigné encore de les croire capables de produire tous les ressorts de l'Univers, je me disposois à les combattre.

Mais en examinant de près les effets naturels du choc, je fus agréablement surpris de trouver dans ces petits ëtres plus de réalité & de force que je ne pensois; & m'étant d'abord reconcilié avec eux, je me fis ensuite un devoir de m'appliquer à les connoître à fonds.

Après quelques recherches inutiles, je crus enfin les appercevoir très-distinctement sous un nouveau jour, à la faveur d'un principe (*b*) très-simple qui vint s'offrir à moi. S'il me jetta dans l'er-

(a) *Ce Memoire est intitulé:* Les Loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort. *Ce sont les propres termes du sujet du Prix proposé par l'Academie pour l'année 1726.*

(b) *C'est la Proposition* VI. *du Memoire* des Loix du choc, *ou de la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie en 1726. Elle est conçüe en ces termes:* Les forces centrifuges de tous les Tourbillons grands & petits, sont en raison inverse de leurs diametres. *Art.* 29.

reur, j'y ſuis encore, & tout ſemble m'y confirmer. Il m'éclaira beaucoup, & me troubla encore davantage. Je l'avois cherché & attendu longtems; il vint un peu tard; je finiſſois mon ouvrage; & le tems preſcrit pour le faire preſenter à l'Academie, alloit expirer. Quelles circonſtances pour un Auteur qui apperçoit un Principe très-étendu pour la premiere fois!

Bien-tôt ſa lumiere par ſon éclat même, me le rendit ſuſpect; d'ailleurs il me paroiſſoit en quelque ſorte ſurabondant, puiſque ſans lui j'avois déja la cauſe phyſique du reſſort: Mais auſſi ſans lui, je ne la voyois qu'imparfaitement, comme au travers d'un nuage. Devois-je le negliger par cette ſeule raiſon, qu'il venoit m'effrayer par ſon étenduë & ſa nouveauté?

Dans ces perplexitez, je ne voyois que l'un de ces deux partis à prendre, ou de faire uſage de mon Principe, ou de le ſupprimer, pour m'en tenir aux vûës plus bornées que j'avois deux jours auparavant, par rapport à la premiere Partie de mon Memoire. Car quant à la ſeconde, qui eſt la principale, je l'avois meditée plus à loiſir. J'avois inventé des Formules, & très-ſimples & très-generales. Elles me conduiſoient, & je ne pouvois m'égarer. Les Formules Algebriques *portent avec elles*, dit M. Saurin *, *une lumiere ſuffiſante, une lumiere propre; & c'eſt d'ordinaire de leur ſein même, que ſort toute celle que peut recevoir le ſujet que l'on traite.*

* Dans les Memoires de l'Acad. 1723. p. 249.

En prenant le parti de ſupprimer la Propoſition VI. j'aurois eu le tems de faire un ouvrage plus orné ; mais il eut été plus ſuperficiel. Je pris le parti de préferer le ſolide à tous les ornemens ; & ce fut apparemment le meilleur.

Cependant la juſte défiance que j'ai de mes lumieres, & le reſpect infini que j'ai toujours eu pour celles de l'Academie, ne me permirent pas de laiſſer dépendre ſon jugement, d'une Propoſition que je n'avois pas eu le loiſir d'examiner par toutes ſes faces, & de démontrer auſſi clairement que je l'appercevois ; quoiqu'elle me parût être *Fondamentale*, non ſeulement pour le ſujet que je traitois, mais encore pour toute la Phyſique.

C'eſt pourquoi je crus devoir prendre la précaution de repreſenter à mes Juges dans un Avertiſſement * qui précede la Propoſition VI. qu'indépendamment de cette Propoſition, je prouvois celle de l'Article 30. d'où dépend principalement, & même (à ce que je crois) uniquement la ſolution de la queſtion propoſée.

* *V.* Art. 28. vers la fin.

Dans *une explication probable d'une cauſe phyſique*, lorſqu'on ne peut faire mieux, il doit être permis de hazarder quelque choſe. Je l'ai fait, & je n'ai pas lieu de m'en repentir. Aujourd'hui que j'ai tout le loiſir de refléchir ſur mes premieres idées, j'aurois quelque choſe à me reprocher, ſi je ne penſois à les mettre dans tout leur jour. Je m'y trouve inſenſiblement engagé par le deſir que je ſens croître en moi, de contribuer quelque choſe de ma part au progrès des Sciences Phyſico-Mathematiques.

C'eſt dans ces vûës que je me diſpoſe à donner ſucceſſivement au Public quelques petits Traitez, où j'expliquerai le plus clairement qu'il me ſera poſſible, de *nouveaux Principes de Phyſique*, qui ſont le fruit de pluſieurs reflexions que j'eus lieu de faire en méditant la cauſe phyſique du reſſort, & les Loix du choc. Car ce fut alors que j'apperçûs ces Principes, ou que je crus les appercevoir. Les bornes étroites d'un Memoire (ſans parler du peu de tems que j'eus pour le compoſer) m'euſſent-elles pû permettre d'y expoſer tous ces Principes dans leur jour ? Le Lecteur en jugera.

La ſeule Propoſition VI. fournira la matiere d'un Traité qui doit paroître inceſſamment : Et dans celui-ci, en examinant l'idée des petits Tourbillons de la matiere ſubtile, j'ai deſſein d'éclaircir les ſix autres Propoſitions de la premiere Partie de mon Memoire, & leurs conſequences.

Mais j'aurai beau developper l'idée des petits Tourbillons ; je m'attends bien que plus d'un Lecteur continuëra de les traiter de chimeres, parce qu'ils ne tombent pas ſous les ſens ; ou de les regarder par grace comme des êtres, mais des êtres ſans force, parce qu'ils ſont fort petits. Que ce Lecteur après s'en être formé des notions juſtes, eſſaye de les combattre ; s'il veut, à mon exemple, éprouver le plaiſir d'en être vaincu. Et peut-être que le moindre Tourbillon qui lui paroît maintenant ſi foible, lui paroîtroit alors avoir aſſez de force pour contrebalancer les plus grands qui ſoient dans l'Univers.

Je veux bien cependant, pour complaire à ce Lecteur, qui ne juge encore des choses que sur le rapport des sens, essayer dans ce Traité de lui rendre, pour ainsi dire, palpables, par les effets naturels du choc, les petits Tourbillons que j'ai dessein de faire appercevoir *à l'esprit pur.*

Je dis *à l'esprit pur*; car les effets naturels les plus sensibles, ont des causes qui doivent échapper à nos yeux armez des meilleurs Microscopes. Nous voyons tourner les aîles d'un Moulin à vent; & nous ne verrons jamais les corpuscules d'Air qui les font mouvoir. Nous voyons les Planetes faire leurs revolutions; & nous ne verrons jamais la matiere étherée qui les emporte dans son cours très-rapide.

Par cette raison unique, que l'on ne voit pas un fluide, doit-on le rejetter, & lui substituer *des qualitez occultes, des vuides absolus, des attractions, &c.* c'est-à-dire, donner pour causes physiques des termes vagues & obscurs, qui ne reveillent l'idée distincte d'aucune des choses qu'il soit permis aux yeux du corps, & à ceux de l'esprit, d'appercevoir dans la Nature?

Nous tâcherons dans ce Traité de raisonner toujours sur des idées plus claires & plus conformes aux Principes d'une bonne Physique. Voici ceux de ces Principes que nous supposerons. *Les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement. Le repos n'a pas de force. Dans l'ordre de la Nature, un corps est mû par un autre corps: par un corps qui le tou-*

che immediatement : par un corps qui a du mouvement ou de la force.

Ce Traité contient divers éclairciſſemens ſur la partie phyſique de la *Piece* qui a remporté le Prix; & en eſt neanmoins indépendant. On peut, ou le lire tout de ſuite, ou conſulter cette *Piece* à meſure dans les endroits qui y ont rapport, & que j'ai ſoin de citer en marge. Au reſte ce Traité ne contient que des conjectures : La ſeule maniere de les refuter ſolidement, ſeroit d'en donner de meilleures.

TABLE DES CHAPITRES.

TRAITÉ
DES PETITS TOURBILLONS
DE LA MATIERE SUBTILE.

Où l'on fait voir par les seuls effets du choc, que l'Univers est rempli d'une matiere très-fluide, très-agitée, & composée d'une infinité de Tourbillons de figure spherique, qui produisent tous les ressorts de la Nature.

TOus ces effets infiniment variez que les hommes admirent dans la Nature, & qu'ils n'admirent pas assez, parce qu'ils sont sans cesse sous leurs yeux; sont si étroitement liez les uns avec les autres, que pour en expliquer un seul, il est necessaire d'en avoir plusieurs en vûë. Mais il n'est pas moins necessaire (& l'Academie a eu soin d'en * avertir) *de se renfermer dans les bornes de chaque question*, ou

* A la tête de la Piece qui a remporté le Prix en 1724.

de s'en prescrire à soi-même, lorsque les sujets que l'on entreprend de traiter, semblent n'en reconnoître aucunes.

Les effets naturels que j'avois en vûë en écrivant la premiere Partie du Memoire *des Loix du choc des corps à ressort*, & dont j'ai crû qu'il me seroit permis de faire l'énumeration dans une de mes Remarques *; ne seroient pas étrangers à la question des *petits Tourbillons de la matiere subtile*, & serviroient beaucoup à la mettre dans un très-grand jour. Mais j'espere que dans la suite ces considerations fourniront separément la matiere de plusieurs de mes Traitez. Dans celui ci, sans étendre les bornes que l'Academie m'avoit prescrites, pour la composition de l'ouvrage qu'elle a distingué des autres, je crois devoir m'arrêter encore à considerer les seuls effets naturels du choc.

V. Loix du choc. Art. 26.

Cette seule consideration nous conduira sans peine à l'idée des Tourbillons; & l'idée des Tourbillons, à la cause physique des ressorts. La matiere n'étoit pas épuisée dans le Memoire *des Loix du choc*, elle ne le sera pas dans ce Traité; elle ne le sera jamais, parce que la Nature est inépuisable dans tous les sujets qu'elle offre à nos recherches. Voici donc tout le plan de ce Traité que je divise, pour un plus grand ordre, en six Chapitres.

I. *En considerant les seuls effets naturels du choc dans les corps élastiques, je fais voir que l'Univers est rempli d'une matiere infiniment ou indéfiniment fluide & agitée, que l'on nomme* matiere subtile.

C'est le sujet des trois premiers Chapitres.

II. *En considerant la matiere subtile dans les corps élastiques, je fais voir qu'elle est composée d'une infinité de petites spheres trés-fluides, qui produisent tous les ressorts de l'Univers, & que l'on nomme* petits Tourbillons.

C'est le sujet des trois derniers Chapitres.

Il faut imaginer en lisant ce Traité, que deux corps étant *suspendus à un fil, viennent à se rencontrer* directement avec des forces égales. Directement, *c'est-à-dire, que leurs centres de gravité se meuvent sur une ligne droite, qui passe par les points où ils doivent commencer à se toucher.* Avec des forces égales, *c'est-à-dire, avec des vîtesses égales, lorsque les masses sont égales ; & avec des vîtesses qui soient en raison inverse des masses, lorsque les masses sont inégales. Pour une plus grande facilité, on peut supposer que les deux corps qui se choquent, sont des spheres égales, & qu'ils ont toutes leurs parties* homogenes, *ou de même nature.*

CHAPITRE I.

De la matiere qui produit le ressort.

I. *Les corps durs ne rejaillissent pas, précisement parce qu'ils sont durs.* II. *Les corps ne rejailliroient pas, s'ils étoient inflexibles.* III. *Les corps ne rejailliroient pas, s'ils n'avoient du ressort.* IV. *Le ressort est produit par un corps mis en mouvement.* V. *Ce corps mis en mouvement est un fluide.* VI. *Ce fluide sort des corps à ressort au premier tems du choc, & y rentre au second.* VII. *Ce fluide qui sort & qui rentre, n'est pas de l'Air.* VIII. *C'est une matiere dont l'Air emprunte sa fluidité & sa force : c'est la* matiere subtile.

V. Loix du choc. Art. 12. 13. 14. & 15.

I. *Les corps durs ne rejaillissent pas, précisement parce qu'ils sont durs.*

LEs corps les plus durs étant ordinairement ceux qui après le choc *rejaillissent* (a) ou *retournent en arriere* avec le plus de force ; on seroit assez porté à croire que les corps ne rejaillissent, que parce qu'ils sont durs.

Pour se désabuser, il suffit de faire attention qu'il y a

(a) *Après le P.* Malebranche, *je me sers indifferemment de ces deux expressions dans le même sens.*

dans la Nature des corps assez flexibles, tels que sont des ballons, qui rejaillissent avec autant de force, que la plûpart de ceux qui passent pour les plus durs : & que la Nature, qui suivant toujours des loix très-simples, employe souvent les mêmes causes, pour produire des effets differens ; n'employe jamais des causes differentes, pour produire des effets semblables.

Les corps ne rejaillissent donc pas, précisement parce qu'ils sont durs. Ce n'est pas assez dire. Faisons voir qu'ils ne rejailliroient pas, s'ils étoient parfaitement *durs* ou *inflexibles*.

II.
Les corps ne rejailliroient pas s'ils étoient inflexibles.

LEs deux points du contact ne pourroient s'approcher ni s'éloigner des centres des spheres ; autrement elles seroient flexibles dans ces deux points, contre la supposition. Ainsi les points du contact, les centres, & tous les autres points des spheres, agiroient dans le même instant. Chaque sphere seroit donc poussée dans le même instant par deux forces égales, vers deux côtez directement opposez ; à droite par sa force primitive, & à gauche par la force primitive de l'autre sphere. Deux forces égales & directement contraires qui agissent dans le même instant, ne doivent-elles pas se détruire dans cet instant ? & peuvent-elles renaître dans l'instant qui suit, s'il ne survient quelque nouvelle cause ?

Or ici quelle nouvelle cause de mouvement peut survenir ? Les deux spheres sont dans un repos respectif, puisque leurs forces primitives sont détruites. Les parties de chaque sphere sont aussi dans un repos respectif, puisque les corps sont supposez inflexibles. * Le repos a-t-il jamais produit du mouvement ?

* V. la Recherche de la verité. Liv. 6. Ch. dernier.

III.
Les corps ne rejailliroient pas, s'ils n'avoient du ressort.

IL faut distinguer deux tems très-courts dans la durée du choc des corps qui ont ce que l'on appelle *ressort*, ou *vertu élastique* ; sçavoir, *le tems de la compression*, & celui *de la restitution*.

Dans le premier tems, *les ressorts se bandent* : c'est-à-dire, que les points du contact s'approchent du centre de chaque sphere. Dans le second, *les ressorts se débandent* ; c'est-à-dire, que les points du contact cessant d'être comprimez, s'éloignent du centre dont ils s'étoient approchez.

Ces deux actions contraires & successives sont sensibles dans les corps qui ne sont pas fort durs, par exemple, dans des ballons enflez d'Air ; elles sont imperceptibles dans les corps qui paroissent très-durs, comme sont l'Acier, le Fer, l'Aimant, le Verre, l'Yvoire, &c. mais elles n'en ont pas moins de réalité. L'esprit les apperçoit non-seulement par une analogie fondée sur des * experiences incontestables ; mais encore indépendamment de toute experience, dans l'idée claire de deux corps qui rejaillissent après s'être choquez.

* *V.* la percussion des corps de *M. Mariotte* Partie I. Prop. XIV.

En effet sans cette double action, dans laquelle consiste ce que l'on appelle *ressort*, comment concevoir que deux corps homogenes qui se sont choquez avec des forces égales, puissent retourner en arriere ?

Si le point du contact ne s'approchoit du centre de chaque sphere dans le premier tems du choc ; nous avons fait voir dans l'article précedent, que les deux spheres ne rejailliroient pas : & si le point du contact après s'être approché du centre de chaque sphere, ne s'en écartoit pas à la fin du choc ; les deux spheres qui étoient jointes à l'instant que la compression a cessé, demeureroient encore jointes dans l'instant suivant, comme des corps *mous*.

Car alors d'où pourroit provenir la separation des deux spheres, ou leur mouvement en arriere ? Seroit-ce des parties comprimées ? Si elles ne se rétablissent pas, elles demeurent en repos, & sont par consequent sans force. Seroit-ce des forces primitives ? Elles ne subsistent plus dans l'instant que les mouvemens en arriere vont commencer.

Il est donc évident que deux spheres homogenes qui se ſont choquées avec des forces égales, ne rejailliroient pas ; ſi le point du contact de chaque ſphere ne s'éloignoit du centre de cette ſphere dans le ſecond tems du choc, après s'en être approché dans le premier ; en un mot ſi ces ſpheres n'avoient du reſſort, cette force inconnuë dont il s'agit *d'expliquer probablement la cauſe phyſique*.

IV. *Le reſſort eſt produit par un corps mis en mouvement.*

DIre que cette cauſe eſt une *qualité occulte*, ce n'eſt pas l'*expliquer*. Dire que c'eſt le *vuide abſolu*, ce n'eſt pas l'*expliquer probablement*. Dire que c'eſt *Dieu* même, ce n'eſt pas l'*expliquer phyſiquement*.

Si la Toute-puiſſance de *Dieu*, comme le diſent quelques Auteurs, étoit la ſeule cauſe phyſique des effets naturels, il ſuffiroit de dire, pour les expliquer tous en un mot, *Dieu les veut*, & alors la Phyſique ſeroit bien facile.

Expliquer un effet naturel, c'eſt expliquer les loix invariables ſuivant leſquelles, lorſque *Dieu veut* cet effet, il fait que des corps agiſſent ſur d'autres, afin qu'il ſoit produit. J'ai donc eu raiſon de dire dans *les Loix du choc**, que la cauſe phyſique du reſſort n'eſt pas *Dieu* même, ni aucune autre intelligence ; que c'eſt un corps ; mais un corps mis en mouvement, puiſque les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement.

* Art. 14.

V. *Ce corps mis en mouvement eſt un fluide.*

CEs corps mis en mouvement qui produiſent le reſſort dans deux corps durs qui ſe choquent, ne ſont pas leurs parties ſolides ; puiſque leurs parties ſolides ſont dans un repos mutuel dans l'inſtant que la reſtitution va commencer. Ce ſont donc leurs parties fluides.

On ne peut ſe diſpenſer de tirer cette conſequence, ſi l'on ne veut raiſonner que ſur des idées claires ; car dans un corps élaſtique, l'eſprit n'aperçoit que ces deux choſes ; des parties ſolides, & des parties fluides. Si quelqu'un croit y appercevoir de *petits liens*, je le renvoye au Livre *de la recherche de la verité* * ; après lui avoir

* Liv. VI. de la Methode, Ch. IX.

fait remarquer, que si ces prétendus liens sont parfaitement durs, ils ne peuvent produire de mouvement en arriere; & que s'ils sont flexibles, ils doivent être composez de parties solides & fluides: & qu'ainsi j'ai eu raison de dire dans *les Loix du choc* *, que les parties solides & les parties fluides d'un corps élastique, sont les deux choses & les seules choses qui puissent produire le mouvement en arriere. Or les parties solides ne le produisent pas. Ce sont donc les parties de quelque fluide; d'un fluide qui sort des corps au premier tems du choc, & y rentre au second.

* Art. 14.

VI.
Ce fluide sort des corps à ressort au premier tems du choc, & y rentre au second.

POur le mieux concevoir, imaginons que l'on mette un ballon sous un poid de cinquante livres; ses parties diametralement opposées, se raprocheront sensiblement; sa peau conservera sous une autre figure à peu près la même surface qu'elle avoit auparavant; mais le volume du fluide ou des fluides qu'il contenoit, diminuëra beaucoup.

Ainsi lorsqu'un ballon est comprimé, il en sort de la matiere fluide. Cela est sensible lorsque la compression est considerable, & n'est pas moins certain, lorsqu'elle est très-foible. On en sera convaincu si l'on fait attention qu'entre les figures *isoperimetres*, la spherique est la plus grande.

Si l'on vient à retirer le poid qui pressoit le ballon, le même fluide qui en étoit sorti, y rentre aussi-tôt après, & le ballon reprend en très-peu de tems sa premiere figure.

Il en est à peu près de même de deux ballons qui se choquent, & par analogie, de tous les corps durs. Lorsque les parties voisines des points du contact s'applatissent au premier tems du choc, il sort de chaque corps de la matiere fluide; & lorsque ces mêmes parties se rétablissent, la même quantité de matiere fluide qui étoit sortie de ces corps, ou à peu près, y rentre successivement. N'est-il pas évident que c'est ce fluide (quel qu'il puisse être) qui par sa sortie & sa rentrée, produit les ressorts, ou au moins que ce fluide les facilite, & contribuë à leur production ? Mais je vais m'expliquer plus clairement.

VII.
Ce fluide qui sort & qui rentre, n'est pas de l'Air.

* Art. 15.

J'Ai consideré dans *les Loix du choc* *, les parties de l'Air comme de petites lames spirales, ou comme de petits floccons de laine ; & maintenant, après des Auteurs celebres, je les considere comme des petits ballons ; car qu'importe ici de quelle maniere on les considere ?

Si délicates que puissent être les pellicules de ces petits ballons, ce ne sont pas elles qui traversent si facilement les pores de la peau du ballon (*a*). C'est sans doute la matiere fluide qui les remplit & qui les inonde de toute part. Ainsi cette matiere plus fluide que l'Air, est au moins necessaire à la production du ressort. Mais elle ne le produit pas par cette raison seule, qu'elle est plus fluide que l'Air. Ni l'Air, ni ce fluide plus parfait que l'Air, ne rentreroient pas dans un ballon, par cette raison seule, qu'ils sont assez fluides pour y rentrer.

Car lorsque la restitution va commencer, la matiere fluide qui est dans le ballon, est plus comprimée que celle qui l'environne. Mais *les corps* les plus fluides, comme tous les autres, *ne doivent pas aller vers le côté où ils seroient plus pressez*. Il est donc necessaire que la matiere qui produit le ressort (celle qui reste dans le ballon à la fin de la compression) ait pour le produire une force (*b*) propre à cet effet ; mais une force qu'elle n'emprunte d'aucun autre fluide. Car si elle l'empruntoit d'un autre fluide, ce ne seroit pas elle, mais cet autre fluide qui

(a) *L'Air n'entre pas dans un ballon, s'il n'y est contraint par une force exterieure : l'eau y entre plus facilement que l'Air.* Voyez sur cette matiere les experiences de M. *de Reaumur*, dans les Memoires de l'Academie 1714. p. 55.

(b) *Il ne s'agit pas encore ici d'expliquer en quoi consiste cette force. Cet examen regarde les trois derniers Chapitres de ce Traité.*

seroit

seroit la cause physique de la force élastique.

Or dans le ballon que je considere ici, je ne vois que des pellicules & de la matiere subtile. La matiere subtile emprunte-t-elle son mouvement des pellicules ? N'est-ce pas elle au contraire qui leur communique le sien ? C'est donc elle qui est la cause physique du ressort d'un ballon, & à plus forte raison de tous les autres corps qui ont plus de consistance, & dont les ressorts sont plus parfaits.

VIII. *C'est une matiere dont l'Air emprunte sa fluidité & sa force ; c'est la* matiere subtile.

IL est donc au moins très-vraisemblable, que ce fluide qui produit le ressort des corps durs, par exemple, de deux boules de verre, qui en sort dans le premier tems du choc, & qui y rentre dans le second ; est le même que celui qui passe avec tant de facilité par les pores du *recipient de la machine Pneumatique*, lequel est aussi de verre ; qui entre sous le recipient lorsque l'Air en sort, & qui en sort lorsque l'Air y rentre : Que ce fluide est le même que celui qui par des espaces immenses transmet presque dans un moment l'action de la lumiere, depuis les Astres jusqu'à nous : Que *c'est cette matiere* * *que le commun des hommes regarde peut-être comme chimerique ; mais que la plus saine partie des Philosophes admet aujourd'hui, comme la source de tous les mouvemens, & par là de tous les changemens, & de toutes les varietez de la Nature ; en un mot comme le ressort de la machine du Monde.*

* C'est ainsi que s'exprime M. *de Mairan* dans sa Dissertation sur la Glace. P. 3. seconde édition.

Mais j'ai promis de laisser dans ce Traité toutes ces vrai-semblances, qui sont tirées de considerations étrangeres aux effets naturels du choc. Si je les ai employées dans les premieres propositions des *Loix du choc*, ce n'étoit que comme en passant, & pour faire entrer insensiblement les Lecteurs dans mes pensées.

Je veux ignorer ici tout ce que les Physiciens modernes ont écrit de la matiere subtile ou de l'Ether. *La matiere subtile est un fluide dont l'Air emprunte & sa fluidité & sa force* ; ou mieux encore, *c'est un fluide qui sort des corps élastiques dans le premier tems du choc, & qui y rentre* *dans le second ; & qui par cette double action produit le bandement & le débandement des ressorts.* C'est l'idée sous laquelle je me la represente, pour me renfermer dans les bornes que je me suis prescrites.

Les effets de la force élastique qui nous sont assez connus, nous conduiront beaucoup mieux que des conjectures hazardées, & des suppositions arbitraires, à une connoissance assez distincte de la matiere qui les produit, & de la mechanique très-délicate qu'elle employe pour les produire.

CHAPITRE II.

De la fluidité de la matiere subtile.

V. Loix du choc. Art. 17. 18. 19. 20. 21.

I. *Preuve de la très-grande fluidité de la matiere subtile, tirée des promptes vibrations des corps durs.* II. *Un ressort infiniment prompt, ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide.* III. *Les ressorts qui sont dans la Nature, sont produits par un fluide que l'on peut supposer parfait.* IV. *La matiere subtile est homogene, & également fluide dans tous les corps, quoiqu'elle n'y produise pas des ressorts également prompts.* V. *Elle ne doit laisser aucun vuide dans l'Univers, ni faire aucune résistance.* VI. *Elle est composée de corpuscules indéfiniment petits, & divisibles à l'infini.*

I. *Preuve de la très-grande fluidité de la matiere subtile, tirée des promptes vibrations des corps durs.*

CES vibrations réïterées que j'ai fait considerer * dans un bloc de marbre, lorsqu'on vient à le frapper, pourroient suffire pour donner au Lecteur qui veut refléchir, une idée assez juste de la fluidité de la matiere qui produit le ressort. Mais pour nous representer ici les vibrations des corps durs d'une maniere plus sensible, imaginons les dans quelque corps élastique qui soit sonore, par exemple, dans une Cloche.

* *V.* Loix du choc. Art. 17.

Un ſeul coup de Cloche ſe fait entendre dans toute l'étenduë d'une grande Ville, & au delà. Lorſque je l'entends, mes oreilles ſont frappées ; & elles ne peuvent être frappées que par les petits corps qui les touchent immédiatement. C'eſt-à-dire, que la maſſe de l'Air, à l'occaſion d'un ſeul coup de Cloche, eſt agitée dans une ſphere qui pouroit comprendre toute une grande Ville. Cette agitation de l'Air eſt l'effet des *frémiſſemens* imperceptibles, ou des *vibrations* très-promptes de toutes les parties de la Cloche. Enfin chaque vibration eſt l'effet de l'action très-prompte de la matiere qui produit le reſſort.

Lorſque la Cloche eſt choquée par ſon battant, il en ſort de la matiere ſubtile ; & il n'en ſort à chaque demi-vibration, qu'une quantité inſenſible. Cette petite quantité de matiere ſubtile qui ſort ſucceſſivement, eſt la ſomme d'un nombre indéfini de corpuſcules, qui dans chaque inſtant ſortent de chaque pore de la Cloche. Pluſieurs millions de millions de ces corpuſcules réünis tous enſemble, égaleroient-ils un ſeul petit grain de ſable ? égaleroient-ils un de ces petits animaux (*a*) que nos yeux armez des meilleurs Microſcopes, apperçoivent dans des liqueurs préparées ?

Dès que le battant ceſſe de toucher la Cloche, les corpuſcules qui étoient ſortis de chaque pore, commencent à y rentrer ; & y rentrent tous, ou preſque tous ſucceſſivement dans un tems très-court. Cette premiere vibration cauſée par la ſortie & la rentrée des corpuſcules

(a) *Ces petits animaux ne ſont pas des corpuſcules durs. Ils ont des membres très-fléxibles, des pieds, des yeux, des membranes tranſparentes qui laiſſent ſouvent voir des inteſtins, & quelquefois même un cœur qui par de fréquentes* vibrations, *entretient les* mouvemens *de ces petites machines vivantes. Ces* vibrations *& ces* mouvemens *ne ſuppoſent-ils pas dans ces animaux comme dans les hommes, des arteres, une liqueur qui coule dans ces arteres, &c. Cette liqueur qui eſt de la ſubſtance de l'animal, n'emprunte-t-elle pas ſa fluidité de la matiere ſubtile ? Que de reflexions je laiſſe ici à faire au Lecteur, pour ne pas perdre de vûë mon ſujet !*

de la matiere ſubtile, eſt (comme je l'ai expliqué dans la Piece) ſuivie d'une ſeconde vibration, d'une troiſiéme, & ainſi de ſuite à l'indéfini.

A chaque vibration les corpuſcules ſortent & rentrent. Mais avec quelle facilité ! Avec quelle promptitude ! Toutes ces vibrations ſans nombre, ne ſont occaſionnées que par un ſeul coup du battant de la Cloche ; & l'on diroit que toutes enſemble commencent & finiſſent en même tems.

L'eſprit humain oſera-t-il donner des bornes à la fluidité d'une matiere qui produit tous ces effets ? Et ne me ſera-t-il pas permis de ſuppoſer dans un Traité Phyſique, que cette fluidité tient de l'infini, ou qu'elle eſt parfaite ? Ce n'eſt pas une ſuppoſition arbitraire. Je demande qu'elle me ſoit accordée.

II.
Qu'un reſſort infiniment prompt ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide.

MAis d'ailleurs pouvois-je réſoudre la Queſtion propoſée par l'Academie, ſans être forcé de faire cette ſuppoſition. L'Academie demande, qu'elle eſt *la cauſe phyſique des reſſorts parfaits ?* Elle les ſuppoſe tels ; & elle a ſoin d'inſinuer, que * *l'on ne doit pas s'embarraſſer s'ils exiſtent.* Ne devois-je pas répondre, comme je l'ai fait, que la cauſe d'un reſſort parfait, ſeroit un fluide parfait ; ou bien pour ôter toute ambiguité, que la fluidité parfaite ſeroit une des proprietez de la matiere qui produiroit des reſſorts parfaits ?

* Dans l'Avertiſſement de la *Piece* qui a remporté le Prix en 1724.

On pourra ſe convaincre que cette réponſe eſt celle que je devois faire à la queſtion propoſée ; ſi l'on fait attention que la perfection des reſſorts conſiſte non-ſeulement dans leurs forces, mais encore dans leur promptitude. Les *reſſorts ſont parfaits en force*, lorſqu'ils ſe débandent avec des forces égales à celles qui les ont bandez ; & ils ne ſont *parfaits en promptitude*, que lorſqu'ils ſe bandent en un ſeul inſtant, & qu'ils ſe débandent dans un autre. Il eſt impoſſible qu'ils puiſſent ſe bander & ſe débander dans le même inſtant ; parce qu'il eſt impoſſible que dans le même inſtant les parties des deux corps où se fait le choc, se meuvent dans deux sens contraires. Mais ces ressorts ne seroient pas parfaits en promptitude, s'il leur falloit seulement deux instans pour se débander ; parce que l'on pourroit concevoir d'autres corps dont le choc ne dureroit en tout que deux instans. Ces ressorts n'auroient donc pas la plus grande perfection qu'il seroit possible de concevoir. Il est donc évident que le choc de deux corps à ressorts parfaits en force & en promptitude, ne doit durer en tout que deux instans. Donc la matiere subtile doit en sortir & y rentrer en deux instans. Donc elle doit y couler pendant le choc avec une promptitude infinie. Donc elle est infiniment fluide ; puisqu'une matiere infiniment fluide ne pourroit pas couler avec plus de promptitude. Donc pour résoudre la question proposée, il falloit répondre sans balancer, comme je l'ai fait, que la matiere qui causeroit les ressorts parfaits, seroit infiniment fluide.

III. *Les ressorts qui sont dans la Nature, sont produits par un fluide que l'on peut supposer parfait.*

FAisons maintenant une attention plus particuliere à l'état de la question que nous examinons, & aux vûës generales de l'Academie dans les questions qu'elle propose. Ses vûës generales * regardent l'Astronomie-Physique ; & dans notre question même, elle demande l'explication d'une cause physique. Elle souhaite donc que sans negliger les idées Metaphysiques, on s'attache principalement à considerer la nature telle qu'elle est en effet.

* V. L'annonce des Prix de l'Academie.

Je conviens qu'il n'y a dans la Nature aucun ressort infiniment prompt, en prenant ce mot *infiniment* dans toute la rigueur Mathematique ; & même il ne me paroît pas difficile de le prouver. Aussi ce n'est pas dans ce sens que je dis ici, & que j'ai dit ailleurs *, que la matiere subtile est infiniment fluide, ou qu'elle est un fluide parfait. Mais je dis que sa fluidité approche indéfiniment de la perfection ; & qu'en consequence pour pouvoir raisonner avec quelque justesse sur les effets na-

* V. Loix du choc. Art. 17.

turels, & pour en découvrir les causes, il doit être permis à un Physicien de la supposer infiniment fluide. Je dis qu'elle est indéfiniment plus fluide que l'Air & que toutes les autres matieres fluides qui nous sont connuës : Je le dis, & je crois l'avoir suffisamment prouvé ; les reflexions que les Lecteurs auront faites sans doute, en lisant l'Article premier de ce Chapitre, suffiront pour les convaincre de cette verité.

Nous pouvons donc supposer que le rapport de la fluidité de l'Eau, par exemple, à celle de l'Ether, est si petit, qu'il doit être permis de le regarder comme nul, parce qu'il est insensible ; quoiqu'il soit réel, & aussi réel que le rapport d'un grain de sable à la Terre. Dieu le connoît, parce qu'il connoît le rapport exact de toutes les grandeurs & de toutes les perfections des êtres qu'il a créez, & qu'il conserve par sa Toute-puissance, & par les loix immuables de sa Sagesse infinie. Le rapport de la fluidité de l'Eau à celle de l'Ether, pourroit être exprimé par une fraction dont le numerateur seroit l'unité, ou un nombre quelconque, & le dénominateur un très-grand nombre, qui seroit, par exemple, de cent chifres écrits tout de suite, ou de mille chifres, de dix mille chifres, &c. Dieu, sans aucun doute, connoît le nombre que ces chifres expriment ; l'esprit humain qui est très-borné, ne le connoît pas, & il tenteroit envain de le vouloir connoître ; il doit le regarder comme infiniment grand, quoiqu'il soit fini en lui-même : Que dis-je ? quoiqu'il soit infiniment petit par rapport au nombre infini des connoissances de Dieu, & des siecles de son éternelle durée.

IV. *La matiere subtile est homogene & également fluide dans tous les corps, quoiqu'elle n'y*

MAis, dira-t-on, si la matiere subtile est infiniment fluide, comme je le prétends ; celle qui est renfermée dans un ballon, sera aussi fluide que celle qui est renfermée dans une boule solide de verre. Pourquoi donc celle-ci produit-elle un ressort plus prompt que celle-là ?

Je réponds, que c'est principalement parce que dans un ballon la double action de la matiere ſubtile (je veux dire, ſa ſortie & ſa rentrée dans les deux tems du choc) eſt néceſſairement retardée de quelques inſtans par divers mouvemens que le choc cauſe entre les corpuſcules d'Air qui ſont renfermez dans le ballon, & qui par leur fluidité changent ſenſiblement de ſituations reſpectives. Au lieu que la double action de la matiere ſubtile, n'eſt pas ſenſiblement retardée dans une boule de verre, par le mouvement de ſes parties propres, puiſqu'elles ne ſe ſeparent pas les unes des autres, & que leurs ſituations reſpectives demeurent ſenſiblement les mêmes.

produiſe pas des reſſorts également prompts.

En general, & toutes choſes étant d'ailleurs égales, les corps ont des reſſorts plus ou moins prompts, à proportion qu'ils ont plus ou moins de conſiſtance. Cependant la matiere qui les produit tous, eſt homogene & infiniment fluide, puiſqu'elle communique à une matiere ſubtile, homogene & infiniment fluide.

Si je vois une éponge plongée dans de l'eau, j'ai tout lieu de penſer que l'eau qui remplit les vuides de cette éponge, & celle qui l'environne, ſont deux matieres homogenes ; parce que celle-la communique à celle-ci ; qu'elle en ſort ſi je preſſe l'éponge entre mes mains, & qu'elle y rentre dès que je ceſſe de la preſſer. De même lorſque je preſſe un ballon entre mes mains, il en ſort de la matiere ſubtile, & il y en rentre lorſque je ceſſe de le preſſer. N'ai-je pas tout lieu de conclure que la matiere ſubtile qui eſt dans le ballon, & celle qui l'environne, ſont homogenes ?

Maintenant ſi je mets une boule ſolide de verre, à la place qu'occupoit le ballon, la matiere ſubtile qui eſt dans cette boule, ne communiquera-t-elle pas de la même maniere à la matiere ſubtile du dehors ? & ne dois-je pas encore conclure que la matiere ſubtile de la boule de verre, eſt de même nature que celle qui l'environne ; qu'elle eſt par conſequent de même nature que celle qui eſt dans le ballon & dans tous les autres corps ; en un mot, que toute la matiere subtile, qui remplit les espaces vuides de corps grossiers, est homogene ? Donc elle est également fluide dans tous les corps. Je ne dis pas qu'elle y coule également, mais qu'elle y peut couler également. Donc si on m'accorde qu'il y ait dans l'Univers un seul corps où elle soit indéfiniment fluide (& peut-on raisonnablement me le contester ?) j'en conclurai sans aucune peine, que cette matiere est indéfiniment fluide dans tous les corps ; & qu'en consequence il doit être permis de la supposer infiniment fluide.

V.
Elle ne doit laisser aucun vuide dans l'Univers, ni faire aucune resistance.

C'Est-à-dire, en termes équivalens, que la matiere subtile a la facilité de couler dans tous les corps avec toute la promptitude qui est nécessaire, afin que dans les changemens qui leurs surviennent, elle puisse n'y laisser aucun vuide, & en remplir exactement les moindres pores. C'est-à-dire, qu'allant toujours vers où elle est poussée, & à proportion qu'elle est plus poussée, elle doit ceder sans aucune résistance, aux impressions des autres corps. Je dis sans aucune résistance, & dans la rigueur je devrois dire, avec une résistance indéfiniment petite, & que l'on peut en consequence considerer comme infiniment petite, ou comme nulle, par rapport aux résistances des autres fluides.

L'Air du dehors entre dans une chambre, & en sort par la fenêtre, lorsqu'elle est ouverte, ou qu'elle n'est fermée que d'un treillis de fil d'archal. Mais l'Air n'est pas assez fluide pour passer au travers des vîtres de cette fenêtre. La matiere subtile traverse sans aucune peine, & les vîtres & les murailles de la chambre ; elle y passe avec plus de facilité, que l'Air ne passe par l'ouverture de la fenêtre.

VI.
Elle est composée de corpuscules indéfiniment petits & divisibles à l'infini.

IL s'ensuit que les corpuscules de la matiere subtile doivent être indéfiniment petits ; qu'ils ne peuvent avoir de dureté que par la compression de ceux qui les environnent, & qu'ils peuvent encore, suivant les differens besoins,

besoins, être divisez & sub-divisez avec une très-grande facilité en d'autres corpuscules plus petits, & cela à l'infini.

Je suppose ici, & dans *les Loix du choc* *, que la matiere est divisible à l'infini. Et comment ne le supposerois-je pas ? c'est une verité sur laquelle les Philosophes les plus illustres, tant anciens que modernes, se trouvent réünis, & qui ne dépend en effet que des premieres notions des corps naturels. C'est le premier pas qu'il faut faire en Physique. Je n'entreprendrai point de le faciliter à ceux qui ne l'ont pas encore franchi ; & je declare que je n'écris pas pour ces personnes qui s'arrêtant à chicanner sur les choses les plus claires & les plus incontestables, s'obstinent contre l'évidence même à vouloir admettre dans la nature des atômes ou des points enflez ; en un mot qui ne voudroient pas reconnoître, ou au moins supposer avec moi, la divisibilité de la matiere à l'infini.

* Art. 20.

CHAPITRE III.

De la force de la matiere ſubtile.

V. Loix du choc. Art. 16. & 24.

I. *Il y a dans l'Univers des reſſorts que l'on peut ſuppoſer parfaits.* II. *La matiere ſubtile a aſſez de force pour rendre tous les reſſorts parfaits.* III. *Cette force de la matiere ſubtile eſt dans les corps, même lorſqu'ils ſont en repos.* IV. *Cette force de la matiere ſubtile eſt dans les corps durs, quoiqu'ils ſoient fragiles.* V. *La matiere ſubtile qui eſt renfermée dans une boule à reſſort, a une force indéfinie, ou comme infinie.* VI. *La matiere ſubtile qui remplit l'Univers, eſt très-comprimée & très-agitée dans toutes ſes parties.* VII. *La force & la fluidité de la matiere ſubtile, ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.* VIII. *Exemple ſenſible qui confirme & éclaircit tout ce qui précede.* IX. *On ne ſent pas la force de la matiere ſubtile, parce que toutes ſes parties ſe contrebalancent.*

I. *Il y a dans l'Univers des reſſorts que l'on peut ſuppoſer parfaits.*

L'ACADEMIE dans la queſtion qui fait le ſujet de la premiere Partie *des Loix du choc*, & que je continuë d'examiner dans ce Traité, demande la cauſe phyſique des reſſorts parfaits. Or comment réſoudre une queſtion, ſi l'on ne ſuppoſe comme réels & exiſtans dans la Nature, des effets dont on demande la cauſe phyſique ?

Nous pouvons donc ſuppoſer qu'il y a dans l'Univers des corps dont les reſſorts ſe débandent avec toute la force avec laquelle ils ont été bandez ; ou des corps qui reprennent exactement au ſecond tems du choc la même figure qu'ils avoient avant le choc ; ou enfin des corps qui s'étant choquez avec des forces égales, rejailliſſent avec des forces égales à leurs forces primitives ; en un mot des *reſſorts parfaits* en force.

Cette ſuppoſition que nous donne l'Academie, n'eſt pas arbitraire; puiſque nous obſervons dans la nature des reſſorts qui ne ſont pas fort éloignez de la perfection; & que d'ailleurs nous ſçavons qu'il y a, ſoit au-dedans des corps, ſoit au dehors, diverſes *imperfections*, ou pour parler plus clairement, divers *obſtacles* qui doivent naturellement diminuer l'effet de l'action de la matiere ſubtile.

Par exemple, deux boules de Marbre perdent environ la douziéme partie de leurs forces primitives; c'eſt-à-dire, que s'étant choquées avec des forces égales de douze degrez, elles rejailliſſent avec onze degrez de force. Deux boules d'Yvoire perdent environ la quatorziéme partie de leurs forces primitives. Deux boules ſolides de Verre n'en perdent qu'environ la ſeiziéme partie. A-t-on éprouvé la force élaſtique de tous les corps? & n'a-t-on pas lieu de conjecturer qu'il y en a dans l'Univers, qui approchent encore indéfiniment plus de la perfection?

Mais ſans hazarder aucune conjecture, ne nous ſuffit-il pas de remarquer, ſoit au-dedans des corps, ſoit au-dehors, diverſes cauſes de la diminution de leurs forces? Comptons parmi les obſtacles * interieurs, la fragilité des corps phyſiques, le mêlange des parties heterogenes qui entrent dans la compoſition de leurs maſſes, le mêlange des fluides groſſiers qui s'inſinuent dans leurs pores avec la matiere ſubtile. Comptons parmi les obſtacles exterieurs, la réſiſtance que l'Air fait au mouvement des corps, la matiere glutineuſe qui couvre leurs ſurfaces, l'imperfection des machines dont on ſe ſert pour les faire choquer, la difficulté que l'on trouve à les faire choquer directement, le poids & l'agitation des fils de ſuſpenſion, enfin les moindres frottemens, ſoit des corps, ſoit des fils. Faiſons reflexion que tous ces obſtacles, ſoit interieurs, ſoit exterieurs, & autres qu'il eſt facile d'imaginer, concourent pour diminuer les forces en arriere, & les faire paroître moindres

* *V.* le Chapitre VI. de ce Traité.

qu'elles sont en effet. Ne sont-ils donc pas capables tous ensemble, de consumer la seiziéme partie du mouvement primitif de deux boules de verre? Qu'il me soit permis de le supposer ici, comme je l'ai fait dans le Memoire * *des Loix du choc.*

* Art. 11.

II.
La matiere subtile a assez de force pour rendre tous les ressorts parfaits.

MAintenant pour nous former une idée juste de la force de la matiere qui produit les ressorts; on voit assez qu'il faut faire abstraction de toutes les causes qui sont capables de les affoiblir. Ainsi les forces que les ressorts en se débandant, communiquent aux deux boules de Verre que nous considerons, & que nous supposons toûjours se choquer avec des forces égales, sont précisement égales à leurs forces primitives. Car les forces primitives sont entierement détruites, lorsque les ressorts sont entierement bandez. Donc toutes les forces que les boules ont après le choc, renaissent par la force seule des ressorts, ou du fluide qui produit les ressorts, c'est-à-dire, par l'action seule de la matiere subtile. Donc la matiere subtile fait renaître par son action toute seule des forces égales aux forces primitives de ces deux boules. Une seiziéme partie de cette action, ou à peu-près, est employée à vaincre les obstacles dont nous avons parlé dans l'article precedent, & le reste à mouvoir les corps en arriere.

En rejettant donc sur les causes qui sont étrangeres à la matiere qui produit les ressorts, tout ce qu'ils ont d'imperfection; il est clair qu'elle doit avoir une force capable de les rendre parfaits, ou de faire renaître en eux des forces égales à leurs forces primitives.

III.
Cette force de la matiere subtile est dans les corps durs, lors même qu'ils sont en repos.

ON dira peut-être que cette force de la matiere subtile dépend des forces primitives. Mais le dira-t-on avec quelque air de vrai-semblance?

La matiere subtile est poussée par les forces primitives du point d'attouchement de chaque boule vers son centre de gravité, & par sa fluidité naturelle elle suit cette direction. Ensuite pour relever les ressorts, elle agit du centre de gravité vers le point d'attouchement. Deux forces qui agissent dans des sens contraires, dépendent-elles l'une de l'autre, comme un effet doit dépendre de sa cause?

N'en doutons pas, cette force est indépendante des forces primitives. Il est vrai qu'elle se *déploye*, pour ainsi dire, à l'occasion du choc, plus ou moins, à proportion qu'il est plus ou moins grand. Mais elle ne vient pas du choc, puisqu'elle agit dans un sens tout opposé à l'impression qu'elle a reçuë à son occasion. Elle est donc dans les boules indépendamment du choc. Elle y étoit avant le choc, dans le temps même qu'elles étoient en repos.

Si l'on demande ici en quoi consiste cette force, on sort de la question de ce Chapitre, pour prévenir celles des suivans. Il nous suffit ici d'avoir prouvé que la matiere subtile a une force, qui seroit capable de faire rejaillir des boules de verre (*si elles ne se brisoient pas*) avec des forces égales, ou presque égales, & toûjours proportionnées à leurs forces primitives.

IV.
Cette force de la matiere subtile est dans les corps durs, quoiqu'ils soient fragiles.

MAis, dira-t-on, ces boules de verre *se briseront*, si on vient à augmenter leurs forces primitives jusqu'à un certain point: Et alors leurs parties separées les unes des autres, rejailliront avec des forces qui seront beaucoup moindres que leurs forces primitives.

Je réponds que la fragilité des corps est un des obstacles dont je fais & dont je dois faire ici abstraction; & que d'ailleurs elle ne fait que confirmer la très-grande force de la matiere subtile. Car si les parties d'un corps très-dur se séparent les unes des autres à l'occasion de quelque choc violent; ce n'est pas que la matiere subtile n'ait assez de force pour les conserver dans l'union; mais au contraire, c'est qu'elle a une très-grande force pour les séparer, lorsque les regles de l'équilibre le demandent.

Une même quantité de matiere subtile peut être appliquée, ou successivement, ou en même tems, à des actions differentes. Les effets varient à l'infini, & la force eſt toûjours la même, ou pour mieux dire, elle tend toûjours à être la même.

On a tout lieu de penſer, que c'eſt la matiere ſubtile qui rend les corps durs, fragiles, tranſparens, liquides, élaſtiques; & qu'elle contribuë principalement à les diſtinguer les uns des autres, par les differentes proprietez qu'elle leur communique. Mais on a tort d'oppoſer ces proprietez les unes aux autres. La fragilité & l'élaſticité du verre naiſſent apparemment de la même cauſe. La force que la matiere ſubtile employe à ſéparer & à écarter les parties de deux corps lorſqu'ils ſe briſent, eſt égale à celle qu'elle employeroit à faire rejaillir les deux mêmes corps, s'ils ne ſe briſoient pas, & à vaincre tous les obſtacles dont nous avons parlé dans l'Article I.

Ainſi afin de juger de la force que doit avoir la matiere ſubtile pour relever les reſſorts, il faut conſiderer les corps dans un choc où ils ne ſe briſent pas. Si dans ce choc ils rejailliſſent avec des forces égales aux forces primitives; c'eſt uniquement de la matiere ſubtile que leur vient cette force. S'ils ſe choquent une ſeconde fois avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc; la matiere ſubtile les fera rejaillir avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc. Si dans un troiſiéme choc ils ſe rencontrent avec des forces cent fois plus grandes que dans le premier; la force que la matiere ſubtile employera, ſoit pour les faire rejaillir, ſoit pour les briſer, ſera cent fois plus grande que dans le premier choc. Ainſi de quelque maniere que l'on conſidere les choſes, l'action ou la réaction de la matiere ſubtile, ſera toûjours égale aux forces primitives.

V.

La matiere ſubtile qui eſt renfermée dans une boule à reſſort, a une force indéfinie, ou comme infinie.

C'Eſt pourquoi ſi l'on ſuppoſe que les forces primitives de deux corps durs, augmentent à l'infini; la force que la matiere ſubtile employera, ſoit pour relever leurs reſſorts, ſoit pour ſéparer leurs parties, deviendra indéfiniment grande. Or nous avons fait voir que la matiere ſubtile avoit cette force avant le choc & indépendamment du choc *. Donc une quantité finie de matiere ſubtile, telle que peut être celle qui eſt renfermée dans une boule de Verre ; a reçû & conſerve par l'impreſſion toute-puiſſante de l'Auteur de la Nature, une force aſſez grande pour égaler des forces que l'on peut ſuppoſer augmenter à l'infini.

* Art. III.

VI.
La matiere ſubtile qui remplit l'Univers, eſt très-comprimée & très-agitée dans toutes ſes parties.

SI l'on me permet donc de ſuppoſer qu'il y ait dans l'Univers un ſeul corps parfaitement élaſtique, je vais faire voir par un enchaînement de principes, que l'Univers eſt rempli d'une matiere infiniment comprimée & agitée dans toutes ſes parties. En remettant enſuite toutes choſes dans l'état phyſique, on concluëra de ſoi-même, que la force de la matiere ſubtile eſt indéfiniment grande.

En effet la matiere ſubtile qui eſt renfermée dans un corps que l'on ſuppoſe parfaitement élaſtique, telle que pourroit être une boule ſolide de verre, a une force capable de contrebalancer les plus grandes forces qui ſoient dans la Nature. Elle a donc une force que l'on peut ſuppoſer infinie. Or une matiere qui a en même tems & une force infinie, & une fluidité parfaite, s'échaperoit infailliblement au de là de ſes bornes (je veux dire au-de-là des bornes de la boule qui la contient) ſi elle n'y étoit contenuë par une force infinie ; car une force finie ne contiendroit jamais dans ſes bornes une matiere d'une force infinie.

Il eſt donc neceſſaire que la couche de matiere ſubtile qui enveloppe immédiatement la ſurface de la boule que nous conſiderons, la comprime avec une force infinie. Il eſt donc néceſſaire, par les mêmes raiſons, que cette premiere couche ſoit infiniment comprimée par la ſeconde qui ſuit, la ſeconde par la troiſiéme, & ainſi de ſuite à l'infini. Il eſt donc néceſſaire enfin que toutes les couches de la matiere ſubtile qui envelopent cette boule (dont nous pouvons conſiderer ici le centre comme celui de l'Univers) ſoient infiniment comprimées : Que par conſequent toute la matiere ſubtile qui remplit l'Univers ſoit comprimée dans toutes ſes parties par une force infinie : Que par conſequent elle ait dans toutes ſes parties une force qui réponde à celle qui la comprime ; qui réponde en quelque ſorte à la Toute-puiſſance de celui qui la comprime en la maniere & ſuivant les directions qu'il lui plaît.

VII.
La force & la fluidité de la matiere ſubtile, ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.

BIen loin que la fluidité & la force de la matiere ſubtile ſoient oppoſées entr'elles, il eſt facile de faire voir qu'elles dépendent l'une de l'autre, & qu'elles ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.

I. Les corps créez n'étant pas infiniment durs, n'auroient pû ſe choquer à chaque inſtant avec de très-grandes forces, ſans ſe diviſer peu à peu en d'autres plus petits, & ceux-ci en d'autres encore plus petits, & par conſequent ſans former peu à peu une matiere indéfiniment fluide. Ainſi une matiere fluide indéfiniment agitée, eſt indéfiniment fluide. Car ſi elle n'eſt pas indéfiniment fluide dans le tems de ſa création, elle le deviendra dans la ſuite, en continuant d'être agitée avec la même force.

II. Les corpuſcules d'une matiere fluide qui ne ſeroient pas agitez avec une très-grande force, ne tarderoient pas de s'unir les uns avec les autres, & de former de petits amas, qui venant à ſe groſſir, ſe réuniroient avec le tems dans un ſeul corps ſolide. Plus ces corpuſcules ſeront petits, & plus, toutes choſes égales, ils ſe réuniront facilement en un ſeul corps, ſi le mouvement qui les agite vient à ceſſer. Un exemple fera mieux entendre ma penſée, & fournira en même tems une nouvelle preuve de la très-grande force de la matiere ſubtile.

VIII.
Exemple ſenſible qui confirme & éclaircit tout ce qui précede.

DAns ce Traité j'ai ſouvent pris pour exemple deux boules ſolides de Verre, comme je l'avois fait dans le Memoire *des Loix du choc* ; parce que cet exemple m'a paru

paru plus propre qu'aucun autre, à developer mes pensées, & à donner lieu au Lecteur de reflechir sur mes principes. C'est dans ces mêmes vûës que je choisis encore ici le Verre pour exemple, en le considerant dans sa formation.

On sçait que le Verre se fait assez ordinairement avec des cailloux blancs & reluisans. Si l'on brise un de ces cailloux à grands coups de marteau, ou même avec le secours des machines les plus commodes, que les hommes ayent pû inventer, pour pulveriser les corps durs; tout ce que l'on pourra faire, quelque tems que l'on y employe, sera de changer ce caillou en un tas de fine poussiere, ou en un monceau de sable. Les grains de ce sable, quoiqu'à peine sensibles, laissent de larges passages, non-seulement à l'Ether, mais encore à l'Air, ou à quelqu'autre fluide. Quoiqu'ils paroissent se toucher, ils demeureront neanmoins séparez les uns des autres; & ce ne sera qu'avec le tems qu'ils pourront se réünir en une seule masse, qui peut-être redeviendra caillou.

Mais si l'on met les parties de ce caillou ou ces grains de sable dans un fourneau de Verrerie; en peu de tems chaque petit grain de sable, étant fortement agité par le Feu, qui consiste *(a)* dans l'action de la matiere subtile, se trouvera divisé en plusieurs milliers, ou peut-être en plusieurs millions de corpuscules, qui deviendront bientôt les *parties integrantes* du Verre.

(a) *J'espere trouver occasion de le faire voir ailleurs. Pour en convaincre le Lecteur, il suffira peut-être de lui faire remarquer ici; Que le Feu allumé dans un Magazin à poudre par une seule étincelle, est capable de le faire sauter en moins d'un clin d'œil, & par le bruit seul qu'il cause, de faire trembler toute une Ville, abattre des maisons, & jetter tous les habitans dans la consternation. Où étoit cette force si formidable, un instant avant que l'étincelle parut, & que le Feu à son occasion eut pris à la poudre du Magazin. Etoit-ce dans les parties grossieres des grains de la poudre à canon? Elles étoient toutes dans un repos respectif. Cette force étoit sans doute dans la matiere subtile qui les enveloppoit, & en remplissoit les pores. C'est donc cette matiere qui produit le Feu, & qui lui donne toute la force qu'il peut avoir.*

Ces corpuſcules conſiderez dans le fourneau, formeront un fluide. C'eſt-à-dire, qu'ils ſeront ſéparez les uns des autres, tant que la matiere ſubtile dont les corpuſcules doivent être encore indéfiniment plus petits que ceux dont nous parlons, continuëra de couler entr'eux, dans une très-grande abondance, & de les pouſſer les uns contre les autres en tous les ſens imaginables. Car dans les fourneaux de *reverbere clos*, dont on ſe ſert dans les Verreries, le feu ſe refléchit & frappe la matiere du Verre & le vaiſſeau qui le contient, pardeſſus & tout autour.

Les parties integrantes du Verre ſe réüniront en peu de tems, lorſque la matiere ſubtile qui les a ſeparées, & qui les a tenu ſepareés, venant à ſortir, permettra qu'ils puiſſent ſe toucher tous, ou preſque tous dans quelques-uns de leurs points phyſiques ; c'eſt-à-dire, lorſqu'étant ôtez du fourneau, la cauſe de leur mouvement & de leur ſeparation ceſſera, ou diminuëra ſenſiblement.

Alors la matiere ſubtile qui dans le fourneau trouvoit une infinité d'obſtacles, par les mouvemens divers des corpuſcules qu'elle avoit déſunis & agitez, coulera ſans aucune réſiſtance entre ces corpuſcules, qui étant réünis dans une ſeule maſſe, ſeront dans un repos reſpectif.

Cette maſſe aura des proprietez très-differentes de celles du caillou. Car outre ſa tranſparence & ſa fragilité dont il ne s'agit point ici, & dont il n'eſt pas difficile de connoître la cauſe, elle aura plus de conſiſtance & de dureté ; & (ce qui regarde particulierement mon ſujet) elle aura un reſſort & plus fort & plus prompt.

Il me vient ici une foule de reflexions : mais je les laiſſe encore à faire aux Lecteurs attentifs, non-ſeulement dans la crainte de leur faire perdre mon ſujet de vûë ; mais encore, pour ne pas leur ôter le plaiſir de trouver d'eux-mêmes (en raiſonnant ſur le petit détail de cet Article) la confirmation de tout ce que j'ai dit dans ce Chapitre & dans le precedent, & de tout ce que j'ai à dire dans le reſte de ce Traité. Ils *rencontreront peut-être dans cet examen quelques difficultez. Mais s'ils veulent se donner la peine de les approfondir, j'espere qu'ils les verront se dissiper peu à peu, & même se tourner en preuves. En voici une à laquelle je ne puis me dispenser de répondre, parce que l'idée des Tourbillons dépend de sa solution.*

IX. *On ne sent pas la force de la matiere subtile, parce que toutes ses parties se contrebalancent.*

LE Feu, dira-t-on, a une force qui se fait sentir, & la matiere subtile qui produit le ressort, & dans laquelle nous marchons; bien loin de se faire sentir, ne fait pas même la moindre résistance à nos mouvemens, suivant les principes du Chapitre précedent. Comment concevoir qu'elle ait une force infiniment grande, & qu'elle ne differe pas essentiellement de la matiere du Feu? Voici ma réponse.

Les parties de la matiere subtile qui sont appliquées à produire ce que l'on appelle Feu, ne sont en équilibre ni entr'elles, ni avec celles qui les environnent: Soit qu'elles soient toutes poussées rapidement dans un même sens, vers lequel les corpuscules qui les environnent ne tendent pas: Soit qu'elles soient poussées avec beaucoup de force les unes contre les autres en differens sens par des causes étrangeres: Ce qu'il ne s'agit pas d'examiner ici. Il n'est donc pas surprenant que la matiere subtile fasse sentir sa force, ou pour mieux dire, une partie de sa force, lorsqu'elle produit le Feu.

* Au contraire toutes les parties de la matiere subtile qui remplit les corps élastiques ou qui les environne, *se contrebalancent*, se maintiennent dans l'équilibre, tendent à s'y conserver, & s'y remettent très-facilement, lorsque la cause qui les en a un peu tirées vient à cesser. *Car*, pour me servir des termes expressifs du P. Malebranche *, *si cette matiere se mouvoit en même sens, tous les corps qu'elle environne, seroient transportez dans son cours avec plus de vitesse que la Foudre; car la vitesse de la Foudre, aussi-bien que celle d'un boulet de canon, a pour cause primitive celle*

* Ceci sera expliqué dans le Chap. suivant. Art. IV.

* *V.* la Recherche de la verité. Eclaircissement XVI. derniere édition.

de la matiere étherée : Et cela par la méme raiſon que la Terre, l'Air, les Villes, &c. ſont emportez en vingt-quatre heures par le grand Tourbillon qui nous environne.

Mais comment les parties de la matiere ſubtile peuvent-elles ſe maintenir en équilibre, & cependant conſerver des forces indéfiniment grandes ? C'eſt le ſujet du Chapitre ſuivant.

CHAPITRE IV.

De l'idée des Tourbillons.

V. Loix du choc. Art. 22. 23. 27. & 28.

I. *Idées de M.* Deſcartes *& du P.* Malebranche *ſur les Tourbillons.* II. *Tourbillons rendus ſenſibles par le Mercure.* III. *Notion des forces centrifuges des Tourbillons.* IV. *Les corpuſcules du fluide qui produit le reſſort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vîteſſe.* V. *La matiere ſubtile eſt compoſée d'une infinité de Tourbillons, ou de ſpheres très-fluides, de toutes ſortes de grandeurs, qui ſe contrebalancent par leurs forces centrifuges.* VI. *Idée des corpuſcules dont les Tourbillons ſont compoſez.* VII. *Tous les points de la ſurface d'un méme Tourbillon, ont des forces centrifuges égales.* VIII. *Les Tourbillons ſe touchent également dans tous les points de leurs ſurfaces aux poles comme ailleurs.*

I. *Idées de M.* Deſcartes *&* *du P.* Malebranche *ſur les Tourbillons.*

ON ne peut ſe diſpenſer d'admettre dans l'Univers une matiere infiniment fluide & agitée dans toutes ſes parties. J'ai tâché de le prouver dans les deux Chapitres précedens, en conſiderant les ſeuls effets du choc ; & j'ai tout lieu de croire que les conſiderations que l'on pourra faire ſur les autres effets naturels, ne feront que confirmer ces principes.

Or de ces principes il eſt aiſé de tirer cette conſequence : Que toutes les parties de la matiere subtile qui remplit l'Univers, se résistant reciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, doivent se diviser sans cesse, & former divers Tourbillons de figure spherique, qui se contrebalancent, & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervales concaves, que laissent entr'eux les Tourbillons qui se touchent *.

* C'est l'idée du P. *Malebranche.*

V. l'Eclaircissement XVI. de la Recherche de la verité.

Je crois avoir montré suffisamment la justesse de cette consequence dans *les Loix du choc*, & je vais essayer dans ce Chapitre, en la mettant encore dans un plus grand jour, de faire voir que l'idée de M. *Descartes* sur les grands Tourbillons, & du P. *Malebranche* sur les petits, ne sont pas des idées purement Metaphysiques, ni des suppositions arbitraires.

Celle du P. Malebranche *est copiée*, dit M. de Fontenelle *, *d'après des choses incontestables chez les Cartesiens, & que les autres Philosophes ne peuvent contester sans tomber dans d'étranges pensees.* Je l'ai exprimé * dans les propres termes de son Auteur ; je ne pouvois mieux faire. Aussi j'espere que les Lecteurs ne trouveront rien qui ne soit bien exact dans l'Article auquel je les renvoye.

* Dans l'Hist. de l'Academie, Année 1715. p. 109.

* *V.* Loix du choc. Art. 27.

C'est une idée qui a été très-familiere à ce grand inventeur, dit encore M. de Fontenelle dans l'endroit cité, *& qu'il n'a pas poussée aussi loin qu'il l'auroit dû.*

J'entreprends d'y suppléer. Cette idée feconde, & plus encore la *methode* de son Auteur, me conduiront dans cette recherche. Et où ne conduit pas une idée claire, lorsqu'on a soin de la comparer à des principes démontrez, & d'en tirer toutes les consequences !

L'idée des Tourbillons, & sur-tout des plus petits, de ceux, par exemple, qui occupent les pores imperceptibles des corps élastiques ; doit paroître très-abstraite à ceux qui ne sont pas accoutumez à beaucoup reflêchir, & chimerique à ceux qui se sont fait un systême de ne chercher dans la Physique, que ce qui frappe les sens. Mais si en renonçant à tous les préjugez, on veut faire attention à cette idée, j'ai tout lieu d'esperer qu'on la trouvera conforme à la verité, & aux loix invariables de la Nature.

Les effets naturels sont sensibles, mais leurs causes sont très-cachées. C'est peu de dire que l'idée des Tourbillons se dérobe aux sens & à l'imagination ; l'esprit a besoin de toute son attention, pour ne pas la perdre de vûë, lorsqu'il croit l'apercevoir. Peu s'en faut, en écrivant ce Traité, qu'elle ne m'échappe, après l'avoir méditée long-tems, & à ce que je crois bien conçûë.

II. *Tourbillons rendus sensibles par le Mercure.*

V. Loix du choc. Art. 23.

POur tâcher de me rendre cette idée plus familiere, je fis quelques experiences sur le Mercure, en composant le Memoire *des Loix du choc* ; & je les employai dans une de mes Remarques *, parce qu'elles me parurent propres à surmonter plusieurs difficultez que me suggeroient les sens & l'imagination.

Quelques jours après le jugement de l'Academie, en revoyant cette Remarque, il me vint en pensée de verser une goutte de Mercure dans une boule de Verre creuse, de quatre pouces de diametre ou environ, après l'avoir remplie d'eau. Le succès surpassa mon attente, dans un grand nombre d'experiences que je fis à cette occasion.

Mon dessein dans cet Article, n'est pas de persuader le Lecteur par ces experiences, que je me contente de lui indiquer de la possibilité, de la réalité, & des proprietez des Tourbillons ; mais de lui tracer grossierement le plan des choses que j'ai dessein de lui faire apercevoir dans ce Traité préliminaire, & dans ceux qui suivront ; & de le disposer à ne pas rejetter des idées physiques, sans les avoir examinées avec toute l'attention qu'elles semblent mériter.

Après avoir versé dans la boule creuse quelques gouttes de Mercure, d'environ la grosseur d'un pois ; il ne s'agit que de remuer cette boule en divers sens, à diverses reprises, avec differens degrez de mouvement ; & d'examiner attentivement les effets qui résultent de chaque operation. La boule de Verre grossissant les objets, servira comme de Microscope, pour observer plus distinctement les divers changemens qui arriveront au Mercure dans chaque operation.

I. Il sera facile d'examiner la rondeur spherique des Tourbillons, & sur-tout des plus petits, qui seront rendus sensibles sous la figure du Mercure; l'applatissement & la compression que souffrent les plus grands; & l'équilibre qui regne entre tous.

II. On pourra observer qu'en sécoüant la boule, un seul Tourbillon de Mercure se rompt sans peine en cent autres, qui commencent à se réünir, lorsque le mouvement qui a causé leur separation, vient à cesser.

III. On aura lieu d'examiner par quelle Mecanique un petit Tourbillon compris entre deux grands, a assez de force pour les contrebalancer.

IV. Pourquoi lorsqu'il survient quelque mouvement, le petit Tourbillon s'incorpore très-promptement à l'un des deux grands qui le comprimoient, & va rapidement s'enfoncer jusqu'à son axe.

V. Pourquoi il arrive quelquefois, mais plus rarement, que le petit Tourbillon se glisse avec une grande vîtesse entre les deux grands qui se réünissent, & souvent s'incorporent à cette occasion.

VI. D'où vient cet ordre uniforme, suivant lequel les Tourbillons de Mercure de differens volumes, viennent se ranger autour de leur centre commun, lorsqu'on les fait tourner en rond.

VII. Quelle pourroit être la cause de ces *boüillonemens* & *tournoyemens* rapides des corpuscules du Mercure, que l'on remarque facilement sur les grands Tourbillons vers leurs poles qui sont dans le milieu de leurs surfaces; après qu'on les a agitez, ou en rond, ou en divers sens.

VIII. Enfin je suppose que l'on examinera toutes ces particularitez & autres, avec les yeux d'un Physicien qui raiſonne avant l'experience, qui raiſonne encore après, & qui ne s'en tient pas à une ſeule ; car une ſeule pourroit ſéduire : Que ſur toutes choſes, on aura bien égard à l'imperfection des Tourbillons du Mercure, à leur peſanteur, à leurs frottemens contre les parois du Verre, à la réſiſtance de l'Eau qui les inonde, à la groſſiereté de leurs parties integrantes ; en un mot aux differences infinies qui diſtinguent un fluide très-imparfait, de celui dont tous les autres doivent emprunter & leur fluidité & leur force. Peut-être qu'après cela on ceſſera de traiter de chimeriques les Tourbillons grands & petits, dont des Auteurs très-illuſtres nous ont donné les premieres idées.

III. *Notion des forces centrifuges des Tourbillons.*

MAis il ne ſuffit pas d'avoir repreſenté aux yeux imparfaitement, ſous une image ſenſible, les Tourbillons de l'Ether, il faut en prouver la réalité : Et avant toutes choſes il eſt néceſſaire de ſe former une idée juſte de ce que l'on appelle *Force centrifuge*.

C'eſt l'effort avec lequel un corps tend à s'écarter du centre d'un cercle qu'il décrit. *La force centrifuge d'un Tourbillon*, dans un de ſes points phyſiques, eſt celle qu'il a pour s'écarter du centre de ce Tourbillon. Rendons cela ſenſible par un exemple.

Une pierre que je fais circuler avec une fronde, tend à chaque inſtant à s'échaper par la tangente du cercle qu'elle décrit ; & c'eſt par cette tangente qu'elle s'échappe en effet. Mais de plus (& c'eſt en quoi conſiſte ſa force centrifuge) elle fait effort contre ma main pour s'en écarter à chaque inſtant, dans la direction de la corde qui la retient.

Si je diminuë la vîteſſe circulaire, ſans diminuer la longueur de la corde, il eſt clair que la force centrifuge diminuëra. Si au contraire je diminuë la corde ſans changer la vîteſſe circulaire, il eſt évident que la force centrifuge augmentera.

Ainſi en ſuppoſant qu'un même corps, ou des corps égaux

égaux (car on a coutume de ſuppoſer des corps égaux, lorſque l'on compare les forces centrifuges) font leurs revolutions avec des vîteſſes égales ; il eſt évident que les forces centrifuges augmentent, lorſque les diſtances aux centres diminuent ; & qu'au contraire les forces centrifuges diminuent, lorſque les diſtances aux centres augmentent.

Ce que je viens de prouver ici par de ſimples raiſonnemens, eſt une ſuite évidente du Principe III. *des Loix du choc* *, lequel eſt démontré dans pluſieurs ouvrages, entr'autres à la fin de la *Recherche de la verité*, de la derniere édition.

* Art. 7.

J'aurai lieu d'expliquer & d'étendre ce Principe dans les Traitez ſuivans, où il ſera ſouvent employé. Dans celui-ci la ſimple notion des forces centrifuges que je viens de donner, doit ſuffire au Lecteur ; & il s'agit de l'appliquer dans le reſte de ce Traité, aux corpuſcules de la matiere qui produit le reſſort.

IV.
Les corpuſcules du fluide qui produit le reſſort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vîteſſe.

DEux corps homogenes à reſſort parfait, ou preſque parfait, qui ſe ſont choquez directement avec des forces égales, rejailliſſent avec forces égales, ou preſque égales, & toujours proportionnelles à leurs forces primitives, en quelque point qu'ils ſe choquent, & quels que ſoient d'ailleurs leurs volumes, ou les rapports de leurs volumes. Ils ont donc une égale force élaſtique dans toutes leurs parties ſenſibles.

C'eſt pourquoi la matiere ſubtile qui produit cette force, agit également en tous les ſens. Elle ne tend donc pas plus vers l'Orient, que vers l'Occident, vers le Zenith, que vers le Nadir. Si elle circuloit d'Orient, par exemple, à l'Occident, avec beaucoup plus de vîteſſe que la Terre, elle emporteroit dans ſon cours rapide un corps élaſtique, qu'elle traverſeroit avec cette vîteſſe. Car quoique par ſa fluidité naturelle elle dût dans ce cas, traverſer les pores de ce corps, ſans y trouver aucune réſiſtance ; elle communiqueroit cependant aux parties de la masse de ce corps ; au moins une partie de la force avec laquelle elle les choqueroit : De la même maniere que le *Vent* ou l'Air agité traverse des toiles, qui neanmoins reçoivent l'action du vent, & la communiquent à la machine d'un Moulin, ou au corps d'un Vaisseau.

Mais supposons pour un moment, que toute la matiere subtile qui est dans un corps élastique, le traverse avec beaucoup de rapidité, en allant, par exemple, de l'Orient vers l'Occident : Lorsque ce corps sera choqué à sa partie Orientale, comment son ressort pourra-t-il se débander ? Le point du contact qui a été poussé vers l'Occident dans la compression, doit être repoussé vers l'Orient dans le tems de la restitution. Pourroit-on attribuer la cause de ce dernier mouvement à la matiere subtile, qui dans cette supposition est dirigée vers l'Occident, soit par son mouvement propre, soit par le mouvement du point du contact ?

Quelque supposition que l'on fasse, les corpuscules de la matiere subtile qui produit le ressort, n'auront pas un mouvement direct dans le même sens. Mais ont-ils un mouvement direct dans tous les sens ? Sortent-ils d'un corps élastique par tous ses pores, en s'éloignant de son centre de gravité avec toute la force indéfinie qui leur convient ? Non, sans doute, puisqu'ils doivent être en équilibre avec ceux qui enveloppent ce corps, & le compriment. Ils tendent donc seulement à sortir de ce corps ; & ils n'en sortent pas en effet, si ce n'est à l'occasion de quelque choc, ou de quelque changement exterieur.

Or cette tendance, qui est toujours constante & uniforme, ne peut être que l'effet d'un mouvement circulaire : C'est la force centrifuge qui résulte de ce mouvement. Ainsi ces corpuscules doivent décrire de très-petits cercles, & ils doivent les décrire avec de très-grandes vîtesses, pour remplir tous leurs mouvemens, & former ensemble des forces capables de contrebalancer les plus grandes qui soient dans l'Univers.

Si ces principes revoltent l'imagination, c'est parce que les *ſens ne lui offrent pas d'objets qui faſſent leurs revolutions dans de ſi petits cercles avec tant de promptitude. Mais ce ne ſont ni les ſens ni l'imagination, qu'il faut conſulter dans la recherche des veritez. C'eſt l'eſprit pur lui ſeul qui doit les apercevoir ; & l'eſprit pur voit clairement que les corpuſcules de l'Ether étant très-petits & très-agitez, peuvent & doivent faire leurs revolutions auſſi facilement dans un petit cercle, que dans un grand.*

A l'égard des mouvemens circulaires, on en trouve des exemples ſenſibles dans les fluides agitez : Ces mouvemens ſont communs dans la Nature. On en voit ſur les Mers & ſur les Rivieres. Le Feu en produit de très-grands dans les liquides. L'Air pouſſé en divers ſens, tourne en rond avec la pouſſiere qu'il entraine dans ſon cours. Le fluide qui environne la Terre, la fait non-ſeulement tourner * *ſur ſon centre en vingt-quatre heures ; mais outre cela lui fait parcourir chaque année plus de deux cens millions de lieuës, dans une orbite à peu près circulaire. Saturne & Jupiter (ces corps mille fois plus gros que la Terre) leurs Satellites & toutes les autres Planetes, emportées par un fluide dans des orbites qui approchent aſſez du cercle, font leurs revolutions ſuivant des regles invariables* (a).

*Je m'exprime toujours dans ces Traitez, ſuivant l'idée de *Copernic.*

V.

La matiere ſubtile eſt compoſée d'une infinité de Tourbillons, ou de ſpheres très-fluides, de toutes ſortes de grandeurs, qui ſe contrebalancent par leurs forces centrifuges.

LEs mêmes raiſons qui prouvent que les corpuſcules de la matiere ſubtile, doivent décrire des cercles, prouvent auſſi qu'ils doivent former des ſpheres très-fluides, ou des Tourbillons de toutes ſortes de grandeurs ; des

(a) *Les tems des revolutions de deux Planetes qui tournent autour d'un même centre étant connus ; on a deſlors le rapport de leurs diſtances à leur centre : Et cela par une regle qui depuis un ſiecle qu'elle eſt connuë par les Obſervations de* Kepler, *s'eſt toujours trouvée conforme aux Obſervations de Mrs* Caſſini *& des autres Aſtronomes, & qui eſt une ſuite évidente de mes Principes, comme j'eſpere le faire voir ailleurs. Il ſuffit, par exemple, que l'on ſçache que la Terre fait environ trente revolutions autour du Soleil, pendant que Saturne en fait une ſeule ; on en conclura par la regle de* Kepler *(qu'il ne s'agit pas d'expliquer ici) que Saturne eſt environ dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.*

ſpheres que l'on pourroit ſuppoſer parfaites dans le même ſens que la matiere ſubtile eſt un fluide parfait, & en faiſant d'ailleurs abſtraction de toute cauſe étrangere à cette matiere.

En effet il eſt néceſſaire que les corpuſcules de la matiere ſubtile, puiſſent en même tems avoir des mouvemens divers & même contraires; & que cependant ces mouvemens ne diminuent pas; car ſi ces corpuſcules perdoient à chaque inſtant un ſeul petit degré de leurs forces, en peu de tems ils perdroient toutes leurs forces, en peu de tems l'Univers ſeroit détruit.

Il faut donc concevoir que ces corpuſcules puiſſent, ſans ſe choquer, ſe réſiſter mutuellement par leurs forces centrifuges; de telle ſorte que de deux corpuſcules qui ſe touchent, l'un ne l'emporte pas ſur l'autre; car ſi l'un l'emporte ſur l'autre, il n'y aura plus d'équilibre. Et comment allier toutes ces idées, ſi l'on ne reconnoît que la matiere ſubtile eſt compoſée d'une infinité de Tourbillons, ou de ſpheres très-fluides de toutes ſortes de grandeurs, qui rempliſſent l'Univers, & ſe contrebalancent par leurs forces centrifuges?

* *V*. Loix du choc. Art. 22.

Ajoutez à cela (comme je l'ai déja remarqué ailleurs*) que les angles, les élevations, les enfoncemens, en un mot toutes les irregularitez qui ſe trouvent dans les figures qui ne ſont pas ſpheriques, cauſeroient ſans ceſſe quelque obſtacle & quelque diminution au mouvement d'une matiere, qui étant indéfiniment fluide & agitée, doit avoir toutes les facilitez poſſibles, pour couler & ſe mouvoir en tous les ſens.

Donc, en faiſant abſtraction de toutes compreſſions, & autres cauſes étrangeres à la matiere ſubtile, ſes Tourbillons, & ſur-tout les plus petits, dont il s'agit dans ce Traité, doivent être de figure ſpherique, & doivent tendre à conſerver cette figure qui leur convient.

* *V*. Mem. de l'Acad. 1722. p. 49.

M. de Mairan *, *dans ſon excellent Memoire de la Reflexion des corps, prouve (comme je l'ai remarqué dans l'Article que je viens de citer) que le corps qui fait le ſujet de* *la lumiere, consiste en de veritables* globules. *Ainsi deux voies très-differentes semblent se réunir, pour nous conduire à une même consequence, & confirmer nos Principes.*

VI. *Idée des corpuscules dont les Tourbillons sont composez.*

IL ne s'agit pas ici d'examiner si ces *globules* sont des corpuscules durs, ou si ce sont de petits Tourbillons. Il me suffit de faire remarquer que le plus petit des Tourbillons, comme le plus grand, doit être composé d'un nombre indéfini de corpuscules très-agitez, & chaque corpuscule d'un nombre indéfini de très-petites parties qui sont dans un repos respectif, sans être engagées les unes dans les autres; & qui ne sont pas des atomes, parce qu'une infinité d'*atomes* ou de néants d'étenduë, ne formeroient jamais une étenduë. Sans approfondir cette idée, je crois pouvoir en tirer les consequences qui suivent.

I. Les parties d'un corpuscule de la matiere subtile, se separent très-facilement, lorsqu'il est plus pressé d'un côté que d'un autre; parce que le repos n'a pas de force pour résister au mouvement.

II. Un corpuscule de la matiere subtile est de figure spherique, lorsqu'il est également pressé de tous côtez.

III. Un corpuscule a des figures irregulieres, lorsque les pressions sont inégales, & qu'elles ne sont pas assez inégales, pour separer ses parties.

IV. Un corpuscule est comme infiniment dur dans l'instant qu'il est également pressé; & si dans l'instant qui suit, l'égalité des pressions cesse, il peut devenir indéfiniment moû, ou indéfiniment fluide.

V. Suivant les differens besoins, un corpuscule peut être divisé en un million d'autres; & un million de corpuscules peuvent se réunir, pour en former un seul.

VII. *Tous les points de la surface d'un même Tourbillon, ont des forces centrifuges égales.*

CHaque Tourbillon est environné d'un nombre indéfini d'autres Tourbillons de toutes sortes de grandeurs, & il peut changer à chaque instant de situation à leur égard. Celui qui en touche maintenant un autre vers son équateur, pourra bien-tôt le toucher vers son pole. Si un Tourbillon n'avoit pas une égale force centrifuge en tous ses points, comment dans toutes les situations differentes qu'il peut avoir à l'égard des Tourbillons qui le compriment dans toute sa surface, pourroit-il se faire qu'il les contrebalançât tous, & qu'il conservât la figure spherique qui lui convient ?

Il est donc clair que les points de la surface d'un Tourbillon, ne doivent pas faire leurs revolutions en même tems, de la même maniere que les points de la surface d'une boule, tournent en même tems autour de son axe. Si cela étoit, les corpuscules qui circulent vers l'équateur, auroient beaucoup plus de force centrifuge que tous les autres, & ceux qui circulent vers les poles n'en auroient point ou très-peu. Ceux-ci seroient donc repoussez vers le centre du Tourbillon, sans aucune résistance de leur part ; & ceux-là s'écarteroient du même centre avec beaucoup de force. Que deviendroit le Tourbillon ?

Deslors que l'on admet l'idée des Tourbillons (& peut-on se dispenser de l'admettre ?) il faut, sans balancer, reconnoître cette verité qui en est une suite évidente ; sçavoir, que toutes les parties de la surface d'un même Tourbillon, doivent avoir une égale force centrifuge, pour résister également aux impressions des Tourbillons voisins qui les pressent également, & pour se maintenir avec eux dans un exact équilibre.

Il ne s'agit pas ici d'examiner d'où peut provenir cette égalité de forces centrifuges, & comment l'équilibre des Tourbillons peut se maintenir. Cet examen important sera le sujet d'un de mes Traitez.

VIII.
Les Tourbillons se touchent également dans tous les points de leurs surfaces, aux poles comme ailleurs.

RIen n'empêche donc que les Tourbillons ne puissent se toucher aussi-bien à leurs poles qu'à leurs équateurs ; soit, 1°. qu'ils tournent dans le même sens ; soit, 2°. qu'ils tournent en sens contraire. Quelque respect que j'aie pour M. *Descartes*, je ne puis croire sur sa parole, que les Tourbillons doivent s'incorporer dans le premier cas, & ſe détruire dans le ſecond. Je m'en tiens à mes Principes que je viens de déduire de ceux de ce très-illuſtre Auteur.

Les mêmes raiſons qui prouvent qu'il y a de grands Tourbillons, prouvent qu'il y en a de petits ; & ſi l'on admet l'idée des Tourbillons grands & petits, ce ſont des ſpheres de toutes ſortes de grandeurs, qui rempliſſent l'Univers, qui ſe touchent dans tous les points phyſiques de leurs ſurfaces ; enfin qui peuvent ſe toucher aux poles comme par tout ailleurs, puiſqu'ils ont autant de forces centrifuges à leurs poles, que dans le reſte de leurs ſurfaces.

Tous ces principes ſont des conſequences que je déduis de l'idée ſeule des Tourbillons : Et l'idée des Tourbillons n'eſt pas une idée purement Metaphyſique ; j'ai prouvé qu'il faut la reconnoître dans la Nature.

En conſiderant les corps élaſtiques, j'y ai trouvé de petits Tourbillons ; & en conſiderant les petits Tourbillons dans tous les corps élaſtiques, je vais maintenant y chercher la cauſe phyſique des reſſorts, ſoit parfaits, ſoit imparfaits.

CHAPITRE V.

Des petits Tourbillons considerez dans les corps à ressort parfait.

V. Loix du choc. Art. 34. 35. & 36.

I. *Description d'un corps à ressort parfait.* II. *Changemens qui arrivent aux petits Tourbillons, lorsque les corps qui les contiennent sont comprimez.* III. *La matiere subtile sort des corps au premier tems du choc, sans faire aucune résistance, par un effet de sa fluidité naturelle.* IV. *La matiere subtile rentre dans les corps dont elle étoit sortie, par un effet de la force centrifuge de ses petits Tourbillons.* V. *C'est par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élastiques qui se sont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.*

I. *Description d'un corps à ressort parfait.*

CENT objets que l'on a sans cesse sous les yeux, une éponge, par exemple, une mie de pain, le dedans d'un os ; sur-tout si l'on a soin de les regarder de près avec un Microscope, peuvent fournir à l'imagination des images imparfaites, mais sensibles de toutes les choses que je vais essayer de décrire dans cet Article, & de faire appercevoir à l'esprit pur.

Toutes les parties integrantes d'un corps élastique, sont réunies ensemble dans quelques-uns de leurs points, lignes ou surfaces, & sont separées dans le reste par un nombre indéfini de pores & de petits canaux. Les pores sont ordinairement spheriques, parce que peu à peu ils doivent avoir été arrondis par le mouvement des Tourbillons de la matiere subtile. Je conviens cependant qu'ils peuvent avoir d'autres figures, par exemple, des figures cylindriques, elliptiques, &c. Mais pour m'exprimer plus clairement, je supposerai que tous les pores d'un

corps.

corps à reſſort parfait, ſont exactement ſpheriques.

Chaque pore contient un ou pluſieurs Tourbillons; & les pores communiquent entr'eux & au dehors par pluſieurs canaux qui doivent être aſſez étroits, pour ne donner paſſage à aucun autre fluide, qu'à la matiere ſubtile: Et c'eſt de là principalement que dépend la perfection des reſſorts.

Les tourbillons inondent de toutes parts les parties du ſolide, & par leurs forces centrifuges leur donnent de la conſiſtance, & les uniſſent enſemble. *Quand les particules groſſieres*, dit M. de Fontenelle *, *ſont en repos les unes auprès des autres, & ſe touchent immediatement; elles ſont comprimées en tous ſens par les petits Tourbillons qui les environnent, & auſquels elles ne réſiſtent par aucune force; & de là vient la dureté des corps.*

* Dans l'Hiſt. de l'Academie, Année 1715. p. 110

Je ne repete pas ici ce que j'ai dit dans *les Loix du choc* *, touchant la dureté des corps, & la promptitude des reſſorts. On doit voir que je n'y ai rien dit que d'exact, & on le verra encore mieux dans les Traitez ſuivans.

* Art. 34. & 35.

Les parties integrantes des corps à reſſort, ſont elles-mêmes de petits corps à reſſort, leſquels ont encore leurs parties integrantes: Ces *ſecondes parties integrantes* (s'il m'eſt permis de m'exprimer ainſi) ont encore leurs pores, leurs canaux, leurs Tourbillons, toutes ces choſes proportionnées à leur petiteſſe: Ces ſecondes parties ſont compoſées *de troiſiémes parties integrantes, &c.* Car puiſque l'on m'a accordé des corpuſcules, ſoit ſolides, ſoit fluides, diviſibles à l'infini, je ne penſe pas que l'on puiſſe me conteſter un corps mixte, partie ſolide, partie fluide, en un mot un corps à reſſort qui ſoit diviſible à l'infini ou à l'indéfini, en d'autres petits corps à reſſort.

Je pourrois ajoûter quelques traits à cette deſcription, qui eſt fort reſſemblante à celle de la Piece qui a remporté le Prix: Mais je ne crois pas en oublier aucun qui ſoit eſſentiel, ou auquel il ne ſoit facile de ſuppléer avec un peu d'attention.

II. *Changemens qui arrivent aux petits Tourbillons, lorsque les corps qui les contiennent sont comprimez.*

IL ne peut arriver de changement dans les parties solides d'un corps élastique, que les petits Tourbillons qui sont cachez dans ses pores, ne changent aussi de figure & de volume : Soit qu'ils s'applatissent en forme de spheroïdes elliptiques, vers les parties qui sont les plus comprimées, & s'allongent dans les autres : Soit qu'ils se divisent en plusieurs Tourbillons plus petits.

I. Concevons qu'un petit Tourbillon étant comprimé dans quelque corps élastique à l'occasion du choc, prenne la figure du pore qui le contient ; c'est-à-dire, qu'il devienne à peu près un spheroïde elliptique, de sphere qu'il étoit auparavant : Un corpuscule qui passera par l'extremité du petit diametre du spheroïde, n'aura pas moins de vîtesse pendant le tems de la compression, qu'il en avoit dans l'instant qui l'a precedé. Il sembleroit même qu'il devroit en avoir davantage, par la même raison, que les endroits du lit d'une riviere qui sont les plus étroits, sont ceux ou l'Eau coule avec plus de rapidité. Mais quoiqu'il en soit, il est clair que la compression, dans le cas que j'examine ici, ne diminuë pas la vîtesse du corpuscule, & qu'elle diminuë sa distance au centre de sa circulation. D'où il s'ensuit évidemment * qu'elle augmente sa force centrifuge. Ainsi cette force augmente dans le sens que le Tourbillon est applati ; & il est facile de prouver qu'au contraire elle diminuë, dans le sens qu'il est allongé.

* *V.* Chap. IV. Art. III.

II. Concevons que la compression soit assez considerable pour rompre un petit Tourbillon, & le séparer en plusieurs autres : il sera facile de faire voir en raisonnant toujours sur les mêmes principes, que la force centrifuge des corpuscules qui circulent sur la surface de chaque petit Tourbillon, ne sera pas moindre que celle des corpuscules qui circuloient avant la compression sur la surface du Tourbillon, dont ceux-ci étoient les parties.

Ainsi de quelque maniere qu'on le prenne, il est clair que la force centrifuge des Tourbillons augmente dans le sens que leurs diametres diminuent, & qu'elle diminuë dans le sens qu'ils augmentent.

C'eſt le ſens * du Corollaire I. de la Propoſition VI. J'ai dit à la fin de l'Avertiſſement qui la precede, que l'Article 30. me ſuffiſoit pour réſoudre la queſtion propoſée ; c'eſt ce qu'on va bientôt voir *. J'ai ajoûté dans le même Avertiſſement, qu'il eſt facile de prouver l'Article 30. par l'Art. 7. Mes Juges l'ont vû d'abord. La plûpart des Lecteurs auroient pû y trouver des difficultez : J'ai crû devoir les applanir. Mais j'eſpere mettre encore tous ces Principes en un plus grand jour, dans un Traité qui eſt deſtiné pour la Propoſition VI. & celles qui y ont rapport.

* *V*. Loix du choc. Art. 30.

* Art. IV.

III.

La matiere ſubtile ſort des corps au premier tems du choc, ſans faire aucune réſiſtance, par un effet de ſa fluidité naturelle.

Lorſque deux corps à reſſort ſe choquent, ils ſe communiquent leurs mouvemens primitifs ſucceſſivement dans un tems très-court. Ainſi les pores doivent ſucceſſivement s'applatir dans le ſens qu'ils ſont comprimez, & s'allonger dans l'autre : Ils doivent continuer de s'allonger & de s'applatir juſqu'à l'inſtant précis que les deux corps, après avoir perdu toutes leurs forces primitives par ces compreſſions mutuelles, ayent leurs reſſorts entierement bandez. Cependant la matiere ſubtile, par un effet de ſa fluidité naturelle, doit ceder au mouvement qui lui eſt communiqué, & à meſure qu'il lui eſt communiqué, ou (ce qui revient au même) à meſure que les pores changent de figure.

Pour prévenir une objection que l'on pourroit me faire, je prie le Lecteur de remarquer, que je dis ici, & dans *les Loix du choc*, ſuivant mes Principes, que la matiere ſubtile ſort des corps ſolides ſans aucune réſiſtance dans le tems de la compreſſion. D'où il s'enſuit qu'aucune partie de la force primitive du choquant, n'eſt employée à chaſſer la matiere ſubtile du choqué. La force primitive d'un corps eſt employée à pouſſer ſucceſſivement dans ſa direction les parties ſolides de l'autre corps : Elle y eſt employée toute entiere, lorſque les reſſorts de deux corps ſont parfaits, comme on le ſuppoſe ici.

Il ſort des corps qui ſe choquent quelques corpuſcules de matiere ſubtile, & il en ſort plus ou moins des mêmes corps, ſuivant que leurs parties ſolides ſont plus ou moins comprimées. Mais encore une fois, il ne ſe fait aucune dépenſe de force pour faire ſortir cette matiere; parce qu'elle eſt parfaitement fluide.

Lorſque vous vous promenez, vous pouſſez devant vous la matiere ſubtile, & des pellicules, ou de petits floccons, je veux dire les parties propres de l'Air. Ces petits floccons ou pellicules vous font quelque réſiſtance, ſur-tout s'ils ſont agitez dans un ſens contraire à votre direction, c'eſt-à-dire, lorſqu'il fait du vent, & qu'il vous eſt contraire. Mais la matiere ſubtile, dans quelque ſens que vous marchiez, ne vous fait aucune réſiſtance; ou ſi elle en fait, elle eſt indéfiniment plus petite que celle que font les floccons ou pellicules d'Air.

En faiſant donc abſtraction de la réſiſtance de l'Air, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que vous n'êtes environné que de matiere ſubtile; lorſque vous marcherez, vous ne ferez pas une double dépenſe de force, l'une pour marcher, & l'autre pour traverſer la matiere ſubtile. Vous remuerez vos membres, & la matiere ſubtile cedera à leurs mouvemens ſans aucune réſiſtance. Appliquez vous-même la comparaiſon.

IV.
La matiere ſubtile rentre dans les corps dont elle étoit ſortie, par un effet de la force centrifuge de ſes petits Tourbillons.

LA matiere ſubtile qui eſt ſortie des corps dans le premier tems du choc par ſa fluidité naturelle, doit y rentrer dans le ſecond par la force centrifuge des petits Tourbillons qui reſtent dans les pores des corps élaſtiques. Je vais tâcher de le faire voir avec le plus de netteté & de préciſion qu'il me ſera poſſible.

A l'inſtant que la compreſſion *ceſſe* ou *a ceſſé*, (car ces deux expreſſions ſont équivalentes) les parties integrantes des deux corps ſont dans un repos mutuel, & tous les Tourbillons tant *exterieurs qu'interieurs*, c'eſt-à-dire, ſoit ceux qui environnent ces corps, ſoit ceux qui ſont au dedans, gardent un exact équilibre. Car ſi les parties ſolides continuoient encore de ſe déranger, & les Tourbillons interieurs de ſortir, & d'éloigner les exterieurs des centres de gravité des deux corps, les corps ſe comprimeroient encore contre la ſuppoſition.

Comment donc la reſtitution pourroit-elle differer d'un ſeul inſtant ? Les forces centrifuges des Tourbillons exterieurs, ſont préciſement les mêmes qu'auparavant la compreſſion ; * celles des Tourbillons interieurs ſont augmentées dans le ſens qu'ils ſont retrécis, & elles ſont diminuées dans le ſens qu'ils ſont allongez. Ainſi au dehors rien ne peut mettre obſtacle au rétabliſſement ; & tout y concourt au dedans. Les corpuſcules qui paſſent par les petits diametres de chaque Tourbillon, changé en ſpheroïde elliptique, ont plus de forces centrifuges, que ceux qui paſſent par les grands diametres. Ceux-ci doivent donc agir plus fortement que ceux-là contre les parois des pores qu'ils occupent. Les pores doivent donc commencer à s'élargir dans le ſens qu'ils ont été retrécis, & à ſe retrécir dans le ſens qu'ils ont été élargis. En un mot tous les pores, & par conſequent tous les Tourbillons qu'ils contiennent, doivent commencer à reprendre & la figure & le volume qu'ils avoient avant la compreſſion ; & par conſequent la matiere ſubtile doit commencer à rentrer dans les pores qu'elle avoit abandonnez en partie.

* Art. II.

V.

C'eſt par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élaſtiques qui ſe ſont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.

MAis deſlors que la matiere ſubtile commence à rentrer dans les pores, elle doit par les mêmes raiſons continuer d'y rentrer ſucceſſivement. Elle y rentre, mais dans un ordre renverſé de celui ſuivant lequel elle en eſt ſortie ; & à meſure qu'elle rentre, chaque pore doit reprendre ſa premiere figure ; & toutes les parties integrantes doivent en conſequence ſe rétablir dans leur premier état.

Or à chaque inſtant de la reſtitution, les deux corps aquierent les mêmes degrez de forces qu'ils avoient perdu dans chaque inſtant correſpondant de la compreſſion. Ainſi dans l'inſtant précis que les parties comprimées ſont entierement rétablies, les corps ont aquis les mêmes dégrez de forces qu'ils avoient perdu à la fin de la compression. Mais ils avoient perdu toutes leurs forces primitives à la fin de la compression. Donc à la fin de la restitution ils ont recouvré toutes leurs forces primitives.

Ainsi deux corps qui se sont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces précisement égales à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons ; lorsque cet effet est entier, c'est-à-dire, lorsqu'il n'est empeché en aucune maniere par les divers obstacles qui pourroient se trouver, soit dans ces corps, soit au-dehors : en un mot lorsqu'ils sont parfaits en force.

CHAPITRE VI.

Des petits Tourbillons considerez dans les corps à ressort imparfait.

V. Loix du choc. Art. 37. 38. 44. 45. 46. 47.

I. *Diverses causes des imperfections des ressorts.* II. *Premiere cause des imperfections des ressorts : Le mélange des fluides dans un corps élastique.* III. *Seconde cause des imperfections des ressorts : La fragilité des corps physiques.* IV. *Les corps durs à ressort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cause des forces centrifuges des petits Tourbillons.* V. *Les Loix du choc sont déduites de l'idée des petits Tourbillons, de telle sorte qu'elles en sont indépendantes.* VI. *Conclusion de ce Traité.*

I. *Diverses causes des imperfections des ressorts.*

APRE'S avoir consideré les ressorts dans un état de perfection, que peut-être aucun d'eux n'a dans la Nature ; il me reste à les considerer dans tous les differens dégrez d'imperfections qu'ils peuvent avoir, & qu'ils ont en effet.

La grandeur, la figure, les divers arrangemens & proprietez, soit des parties integrantes des corps élastiques, soit de leurs pores & de leurs canaux; toutes ces choses & autres, prises séparément ou jointes ensemble, dans toutes les combinaisons possibles, produisent ces varietez infinies que l'on observe dans les ressorts, & contribuent à les rendre plus ou moins parfaits soit en force, soit en promptitude.

Sans entrer dans la discussion immense de toutes les causes des imperfections des ressorts; il me suffira d'expliquer ici en peu de mots, celles de ces causes qui sont les plus ordinaires & les plus generales. Je les réduis aux deux suivantes.

II.
Premiere cause des imperfections des ressorts: Le mélange des fluides dans un corps élastique.

LA premiere est que la plûpart des corps solides ont des canaux assez larges pour donner quelque passage à l'Air, ou à quelqu'autre fluide imparfait. On conçoit sans peine que les mouvemens des parties d'un fluide grossier, doivent apporter divers obstacles, soit à la sortie, soit à la rentrée de la matiere subtile; & que ces obstacles augmentent à proportion des mouvemens qui les causent, à proportion des forces primitives qui causent ou qui augmentent ces mouvemens. D'où il arrive que l'action des petits Tourbillons est retardée de quelques instans, lorsque ces corps se choquent; & qu'en consequence leurs ressorts ne sont pas parfaits en promptitude.

Ajoûtez à cela que dans le premier tems du choc, il peut sortir de ces corps quelque quantité du fluide grossier qu'ils contiennent; que cette quantité du fluide grossier a rapport à la force de la compression; & qu'elle ne rentre pas dans ces corps au second tems du choc, ou qu'elle n'y rentre pas entierement. D'où il s'ensuit que ces corps ne doivent pas se rétablir entierement, & que par consequent leurs ressorts ne sont pas parfaits en force.

III.
Seconde cause des imperfections des ressorts : La fragilité des corps physiques.

LA seconde cause des imperfections des ressorts, vient de la fragilité des corps physiques. Le Verre, par exemple, qui est si dur, si transparent, &c. est fragile. C'est un défaut, ou plutôt c'est une des proprietez qui le distinguent du Bronze, & de plusieurs autres corps. Si à tant de proprietez, qui dans le Verre facilitent l'action des petits Tourbillons, on pouvoit y ajoûter celle d'être aussi peu fragile que le Bronze, il auroit sans doute plus de force élastique.

En effet si un très-grand coup peut briser une boule de Verre en des milliers de parties sensibles, un petit coup en brisera quelques parties insensibles. Quelques-unes se détacheront entierement de sa surface ; d'autres en bien plus grand nombre, demeureront après ce petit choc dans chaque pore de cette boule, sans avoir aucune liaison avec les autres parties integrantes, dont elles ont été une fois separées. La quantité de ces parties insensibles que l'esprit pur apperçoit à peine (parce que ce ne sont que des *indéfiniment petits du premier, du second, du troisiéme genre, &c.*) doit croître à proportion des forces comprimantes qui les déplacent. Ainsi dans l'instant que la restitution finit, tous les pores doivent demeurer un peu applatis dans le sens qu'ils ont été comprimez.

Cet applatissement que souffrent les pores des premieres, des secondes, des troisiémes parties integrantes, &c. (lequel n'est qu'un indéfiniment petit du premier, du second, du troisiéme genre, &c.) est plus considerable vers le point d'attouchement, & diminuë dans toutes les autres parties du solide, à proportion qu'elles en sont plus éloignées. La somme de tous ces très-petits applatissemens, ne donne sur chaque boule vers le point du contact qu'un petit cercle, qui ne devient sensible, que lorsque les forces primitives sont considerables.

On peut faire choquer cent fois de suite deux mêmes boules d'Yvoire, par exemple, sans qu'on remarque de

differences

differences ſenſibles dans leurs forces élaſtiques. Tant il eſt vrai que les dérangemens que le choc cauſe dans les corps durs, ſont inſenſibles.

IV.
Les corps durs à reſſort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cauſe des forces centrifuges des petits Tourbillons.

MAintenant il eſt facile d'expliquer phyſiquement, d'où vient, par exemple, que deux boules ſolides de Verre qui ſe ſont choquées en ſens contraires avec ſeize degrez de force, rejailliſſent avec la plus grande partie de leurs forces primitives, & qu'elles n'en perdent que la ſeiziéme partie, ou environ.

Cela provient, ſans doute, de ce qu'à la fin de la reſtitution, tous les pores demeurent un peu applatis, dans le même état qu'ils l'étoient vers le commencement de la compreſſion, lorſque les corps avoient déja perdu un degré de leur force. Ainſi dans l'inſtant que la reſtitution finit, ils doivent avoir recouvré leurs forces primitives moins un degré, & par conſequent retourner en arriere avec quinze degrez de force.

C'eſt pourquoi deux corps durs qui ſe ſont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces preſque égales, & toujours proportionnées à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons, lorſque cet effet n'eſt pas entier ; c'eſt-à-dire, lorſqu'il eſt empêché en partie, ſoit par le mouvement d'un fluide groſſier qui eſt renfermé dans ces corps, ſoit par leur fragilité, ſoit enfin par divers autres obſtacles qui ſe trouvent dans les corps élaſtiques.

Maintenant pour appliquer la ſolution de ce ſeul cas de la queſtion generale des Loix du choc des corps à reſſort, à tous les autres cas poſſibles, il faut avoir une idée de ce que j'entends par le *rapport élaſtique* d'un corps. C'eſt le rapport de la force avec laquelle ſon reſſort ſe débande, à celle qui l'a bandé. Par exemple, ſi deux corps ſe choquent avec des forces égales, & que l'on obſerve la vîteſſe primitive d'un de ces corps, & celle qu'il a après le choc : le rapport de celle-ci à celle-là, ſera ſon rapport élaſtique ; parce que la force qu'il avoit avant le choc, ſe détruit pendant que les reſſorts ſe bandent ; & que par conſequent celle qu'il a après le choc lui vient uniquement de l'action des reſſorts, ou des forces centrifuges des petits Tourbillons qui la produiſent.

Si avec le ſecours de quelque machine, on fait choquer pluſieurs fois deux corps, en leur donnant à chaque experience differens degrez de vîteſſe ; on trouvera toujours que leurs rapports élaſtiques ſont ſenſiblement égaux : Soit qu'ils ayent des maſſes égales ou inégales : Soit que l'un des corps ſoit en repos avant le choc, ou qu'ils ſoient l'un & l'autre en mouvement : Soit qu'ils ayent des mouvemens égaux ou inégaux ; contraires ou de même part : Soit que ces corps ſoient homogenes ou heterogenes ; ſpheriques ou non ſpheriques ; ſemblables ou diſſemblables : Soit que leurs reſſorts ſoient prompts ou lents : Soit enfin que ces mêmes reſſorts ſoient des plus accomplis dans tous les genres, ou qu'ils ſoient des plus imparfaits. En un mot dans tous les cas, les rapports élaſtiques ſeront égaux ; c'eſt-à-dire, que ſi dans un choc deux corps quelconques, perdent, par exemple, la douziéme partie de leur force primitive ; dans un autre choc, ils perdront encore la douziéme partie de leur force primitive.

La machine de M. Mariotte *ſuffit pour faire toutes ces experiences ; mais il eſt facile d'en conſtruire une beaucoup plus parfaite, & plus commode. Je donnerai dans un Traité exprès la conſtruction & l'uſage de celle dont je me ſers depuis long-tems, avec le détail des experiences que j'ai faites ſur pluſieurs ſortes de corps, & de mes reflexions ſur ces experiences. Dans la Piece qui a remporté le Prix, je n'ai employé qu'un ſeul Article * à la pratique des experiences. Mais j'avois affaire à l'Academie. La plûpart des Lecteurs ont beſoin d'un plus grand détail, lequel ſervira d'ailleurs à confirmer l'idée des petits Tourbillons, & tous mes principes.*

* C'eſt l'Article 80.

Il eſt vrai que lorſque deux corps n'ont pas beaucoup de conſiſtance, ou qu'ils ont des reſſorts fort lents ; on remarque quelquefois une difference assez sensible dans leurs rapports élastiques. Mais il est facile de juger qu'alors cette difference vient principalement de ce que ces corps dans la durée du choc, parcourent ensemble un espace, qui par rapport à celui qu'ils parcourent séparément devant & après le choc, devient assez considerable pour mériter qu'on y ait égard.

Pour ôter toute difficulté, je suppose * dans la seconde Partie de la Piece; 1°. Que les deux corps qui se choquent, ont toutes leurs parties homogenes, ou (ce qui revient à peu près au même dans la pratique) qu'ils se choquent toujours précisement dans les mêmes points; 2°.* Que ce petit espace que le centre de gravité des corps, ou leurs points d'attouchement parcourent dans la durée du choc, est absolument insensible. Dans ces cas le rapport élastique des corps qui serviront aux experiences, sera toujours sensiblement constant.

* Art. 37.

*Art. 40. & 81.

Ce rapport toujours exact que l'on observe dans la Nature entre les forces qui font débander un ressort, & celles qui le font bander, pourra s'expliquer sans aucune peine; si l'on veut concevoir avec moi qu'il y ait dans la Nature une force constante, uniforme, assez grande pour pouvoir toujours être proportionnée à toutes les forces des corps qui se choquent, & à tous les effets naturels qui resultent de leurs percussions, & qui varient à l'infini suivant les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & zero.

Car le rapport élastique d'un ressort parfait est l'unité, celui d'un corps parfaitement dur, ou parfaitement moû est zero, celui des ressorts imparfaits peut être exprimé par le nombre infini de fractions qui sont comprises entre l'unité, & une fraction infiniment ou indéfiniment petite.

Cette force qui dans tous ces differens rapports tient toutes choses en équilibre, qui ne l'emporte pas sur les plus petites forces, & qui contrebalance les plus grandes; ne peut être autre chose, à ce qu'il me paroît, que celle des petits Tourbillons de la matiere ſubtile ; & je crois l'avoir ſuffiſamment prouvé.

Ce ne ſont après tout que des conjectures que je ſerai toujours prêt d'abandonner, ſi j'en trouve de mieux fondées ; c'eſt-à-dire, ſi l'on explique plus probablement que je ne l'ai fait, la cauſe d'une force qui puiſſe faire débander les reſſorts, ſoit parfaits, ſoit imparfaits, ſuivant des proportions toujours exactes. Je crois qu'il eſt très-probable, que cette force dépend de celle des petits Tourbillons. D'autres auront d'autres ſentimens. Il ſuffira qu'ils les expoſent clairement ; s'ils me paroiſſent plus probables, je me ſens très-diſpoſé à les embraſſer.

V.
Les Loix du choc ſont déduites de l'idée des petits Tourbillons, de telle ſorte qu'elles en ſont indépendantes.

JE dis plus. Que cette force qui produit le mouvement en arriere dans le choc des corps ſolides, dépende de celle des petits Tourbillons, ou de quelqu'autre telle que l'on voudra ; Que ce ſoit la dureté des corps, leurs forces primitives, leurs petits liens, leurs formes ſubſtantielles, &c ; Que ce ſoit le vuide abſolu, la fluidité de la matiere ſubtile, les lames ſpirales de l'Air, ou ſes petits floccons, ou enfin ſes pellicules ; En un mot, que ce ſoit une force quelconque, qui ſoit bien connuë du Lecteur : J'avouë que je ne la connois pas encore pour cauſe phyſique ; mais je ſuis content, pourvû que l'on m'accorde que cette force quelconque eſt conſtante ; qu'elle eſt capable de ſe prêter à tous les effets du choc ; & de les produire ſuivant des rapports invariables ; je n'en demande pas davantage pour la ſeconde Partie de la *Piece* qui a remporté le Prix.

Cette ſeule ſuppoſition que l'on m'accorde, me ſuffit pour trouver les loix generales du choc de tous les corps qui ſont, ou qui peuvent être dans la Nature, pour rendre ces loix auſſi inconteſtables que le ſont les veritez géometriques, & pour les exprimer par des Formules qui ſous des expreſſions très-ſimples, preſentent la ſolution de toutes les queſtions Phyſico-Mathematiques, que l'on peut faire touchant les loix du choc des corps à reſſort parfait ou imparfait.

Ainſi *les Loix du choc*, ou mes Formules generales qui les expriment, ſont *déduites de l'explication de la cauſe phyſique du reſſort*, comme le demande l'Academie ; puiſque j'ai prouvé dans la Partie phyſique de la *Piece* qui a remporté le Prix, & dans ce Traité, par des raiſons qui pourront paroître convaincantes à des eſprits attentifs ; qu'il y a dans l'Univers une force conſtante, qui fait que les reſſorts ſe débandent avec des forces égales ou proportionnées à celles qui les ont bandées ; & que cette force conſtante n'eſt autre choſe que la force centrifuge des petits Tourbillons. D'où j'ai déduit la Loy IV. * ſçavoir, *Que le rapport élaſtique eſt conſtant dans les corps de même nature*.

* *V.* Loix du choc. Art. 47.

Cependant ces loix ſont tellement déduites de mon explication, que dans un ſens elles en ſont indépendantes. Car quelque ſuppoſition que l'on faſſe, quelque ſyſtême que l'on embraſſe, de quelque nature que ſoient les corps ſolides qui ſe choquent ; les quatre Loix * d'où ſont tirées mes Formules *, ſe trouveront toujours conformes à la verité.

* Art. 44. 45. 46. & 47.

* Art. 54.

Il ſera toujours vrai de dire, ſuivant la premiere Loy, que deux corps qui ſe choquent, ne doivent ceſſer de ſe comprimer que dans l'inſtant que celui qui alloit le plus vîte avant le choc, ceſſe d'aller le plus vîte ; & que par conſequent dans l'inſtant que la compreſſion ceſſe, les deux corps ſe ſont tellement communiqué de leurs mouvemens, qu'ils tendent à aller de compagnie, & qu'ils iroient en effet de compagnie, s'il ne ſurvenoit une nouvelle cauſe.

Il ſera toujours vrai de dire ſuivant la ſeconde & la troiſiéme Loi, que la réaction eſt égale à l'action, ou que le choquant perd autant de force que le choqué en gagne, ſoit dans le premier, ſoit dans le ſecond tems du choc.

Il ſera toujours vrai de dire, ſuivant la quatriéme Loy, que le rapport élaſtique des corps de même nature eſt conſtant ; ſoit encore une fois, que cette égalité de rapport ſoit cauſée par la force conſtante des petits Tourbillons, ſoit par une qualité occulte, ou par un *je ne ſçais quoi.*

En effet s'il y avoit quelques corps dans l'Univers dont le rapport élaſtique ne fut pas conſtant, il ſeroit bien inutile de chercher les loix de leur mouvement, puiſqu'ils n'en auroient pas d'invariables.

VI. *Conclusion de ce Traité.*

AVant de finir ce Traité, j'ai quelques remarques à faire faire au Lecteur, touchant les bornes & l'étenduë que je me ſuis crû obligé de donner au ſujet que j'ai eu à traiter dans la Piece.

L'Academie demande expreſſément *les Loix du choc des corps à reſſort parfait ou imparfait*; elle n'ajoûte pas, *ſoit par rapport à leur force, ſoit par rapport à leur promptitude.*

La promptitude des reſſorts eſt une de leurs perfections, comme je l'ai fait remarquer dans le Chapitre II. Ainſi elle n'eſt pas étrangere au ſujet propoſé; mais elle n'en fait pas le principal. Dans les Ouvrages imprimez (au moins dans ceux que j'ai lûs) où l'on explique les loix du choc des corps élaſtiques, on ne parle que de la force de leurs reſſorts, & l'on ne conſidere pas leur promptitude. La premiere conſideration eſt indépendante de la ſeconde; & doit paroître beaucoup plus eſſentielle.

Les bornes d'un Memoire ne me permettant pas de traiter ces deux queſtions; je n'ai pas balancé de me reſtraindre à la premiere, & j'ai eu ſoin d'en avertir *. C'eſt par de ſemblables raiſons que je n'ai point parlé du choc indirect. Je n'aurois pas répondu à ce qu'il y a de principal & de plus eſſentiel dans la queſtion propoſée; ſi j'euſſe omis les loix du choc des corps à reſſort imparfait, puiſque l'Academie les demande en termes formels; que d'ailleurs cette queſtion n'avoit pas été traitée juſqu'ici, au moins à fond; & qu'enfin elle paroît être d'une grande utilité dans la Phyſique, où il

* *V.* Loix du choc. Art. 35.

faut considerer les corps dans tous les degrez d'imperfection qu'ils ont, ou qu'ils peuvent avoir dans la Nature.

Les loix du choc des corps, soit parfaitement élastiques, soit parfaitement durs, sont expliquées au long dans plusieurs Ouvrages. Elles sont cependant exprimées très-generalement dans de simples Corollaires de mes Formules ; & ces Formules ne sont déduites que d'un petit nombre de Principes qui ne peuvent être contestez.

Il ne s'agit pas ici d'expliquer ces Formules. Ceux qui ont les premieres teintures du calcul litteral, les entendront sans aucune peine dans la *Piece* qui a remporté le Prix. Un Volume entier ne suffiroit pas pour developper, dans des Discours suivis, toutes les veritez qu'une seule Formule reünit en moins d'une ligne, & presente à l'esprit très-distinctement.

Après la lecture de ce Traité, on entendra sans aucune peine le Memoire *des Loix du choc*, à l'exception peut-être de la Proposition VI. qui sera le sujet d'un de mes Traitez. J'ai expliqué dans celui-ci la cause physique du ressort indépendamment de cette Proposition, en me bornant aux vûës que j'avois deux jours avant de finir la *Piece* qui a remporté le Prix. Cette Proposition a augmenté mes vûës sur cette matiere, & m'a donné lieu de faire plusieurs reflexions, dont avec le tems je ferai part au Public.

En tournant cette Proposition en tous les sens, je tâcherai de faire voir, que bien loin d'être contraire à la Regle de *Kepler*, comme on seroit d'abord porté à le croire, elle en est ou la consequence ou le principe : Qu'elle est conforme aux Loix de la Nature, & aux principes de Mechanique & de Géometrie ; Que de cette Proposition & de la Regle de *Kepler* jointes ensemble, resulte l'équilibre des Tourbillons ; cet ordre uniforme que nous observons dans l'Univers ; & peut-être enfin plusieurs effets naturels qui doivent nous faire sentir à chaque instant la Toute-puissance & la Sagesse infinie de celui qui les opere, comme il lui plaît, suivant des regles invariables.

Deus dedit his quoque finem.

FIN.

Page 45. *ligne* 4. qu'auparavant, *lisez*, qu'avant.
Page 46. *derniere ligne du Chap. V.* lorsqu'ils sont parfaits en force, *lisez*, lorsque les ressorts sont parfaits en force.

DISCOURS
SUR LES LOIX
DE LA COMMUNICATION
DU MOUVEMENT,

Qui a merité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années.

Par M. JEAN BERNOULLI, *Professeur des Mathematiques à Basle, & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

A PARIS, ruë saint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

LE LIBRAIRE AU LECTEUR.

COMME *l'Academie* Royale *des Sciences a parlé avantageusement & avec éloge, de l'Ouvrage de* M. Bernoulli, *dans l'Avertissement qu'Elle a mis à la tête de la Piece de M.* Mac-laurin, *& de celle du Pere* Maziere; *M. Bernoulli n'a pas fait difficulté de consentir que la sienne fût publiée. Nous la publions donc aujourd'hui, & avec d'autant plus de confiance, que l'illustre Academie a paru elle-même souhaiter que cet Ouvrage vît le jour, & que les excellentes choses qu'Elle y avoit remarquées, ne fussent pas perduës pour le Public. L'impression a été faite d'après le Manuscrit envoyé à cette Compagnie pour le Prix; & l'un des Juges nommez par Elle aux années 1724. & 1725. a bien voulu veiller à cette impression. Nous sommes persuadez que le Lecteur y trouvera des Recherches nouvelles, curieuses & instructives, & qu'il nous sçaura gré de lui en avoir fait part.*

FAUTES A CORRIGER.

Page 46. *ligne* 9. *Art.* 7. voir quels, *lisez* qu'elles.
Page 47. *lig.* 6. n'a pas, *lis.* n'ait pas été.
lig. 11. ils chosissent, *lis.* ils choisissent.
lig. 13. de leur reprocher, *lis.* de le leur reprocher.
lig. 19. il n'en est pas de même, *lis.* il en est de même.
même lig. quel que soit, *lis.* quelle que soit.

LETTRE

A MESSIEURS DE L'ACADEMIE Royale des Sciences, ſervant de Preface au Diſcours ſuivant.

MESSIEURS,

L'Auteur de ce Diſcours ſur la communication du Mouvement, a l'honneur de vous le preſenter ; il l'a compoſé à l'occaſion de la premiere des Queſtions qu'il vous a plû de propoſer aux Sçavans de l'Europe. Meſſieurs Huguens, Mariotte, Wren, Wallis, *& quelques autres habiles Mathematiciens, ont écrit ſolidement ſur cette matiere, & nous ont laiſſé des regles, ſuivant leſquelles les corps doivent ſe communiquer leur mouvement ; mais peu ſatisfait de tirer par une eſpece d'induction la regle generale des cas les plus ſimples, l'Auteur s'eſt preſcrit une methode differente de la leur, & en même tems plus naturelle. Il remonte à la ſource, & embraſſant toute l'etenduë de ſon ſujet, c'eſt ſur les principes même de la Mechanique qu'il établit la regle generale de laquelle il deduit enſuite, comme autant de Corollaires, les regles particulieres à chaque cas.*

On n'a eu juſqu'ici qu'une idée aſſez confuſe de la force des corps en mouvement, à qui M. de Leibnitz *a donné le nom de* Force vive. *L'Auteur s'eſt non-ſeulement attaché à mettre cette matiere dans ſon jour, & à faire ſentir en quoi conſiſte la difficulté élevée entre ce grand homme, & ceux d'un parti opoſé, mais encore à prouver par des démonſtrations directes & toutes nouvelles, une verité que M. de* Leibnitz *lui-même, n'a* *jamais prouvée qu'indirectement ; sçavoir, que la force vive d'un corps n'est pas proportionelle à sa simple vîtesse, comme on l'a crû communément, mais au quarré de sa vîtesse : & il espere qu'après ce qu'il en dit ici, personne ne doutera plus de la verité de cette proposition. Aussi non content de déterminer ce qui doit arriver à deux corps qui se choquent, soit directement, soit obliquement, l'Auteur détermine ce qui résulte du choc d'un corps, qui en rencontre deux ou plusieurs autres à la fois, selon differentes directions : Problême si épineux que personne n'avoit encore entrepris de le résoudre. Et comment en seroit-on venu à bout ? puisque sa résolution supose une connoissance exacte de la theorie des forces vives.*

Cette theorie ouvre un chemin facile à plusieurs veritez importantes. Elle a fourni à l'Auteur une résolution du Problême précedent, qui paroît avoir quelque chose de singulier ; la maniere de déterminer la perte actuelle des vîtesses dans un milieu résistant, & un moyen aisé de trouver le centre d'oscillation dans les Pendules composées. Au reste c'est à vous, MESSIEURS, *à juger si cet Ouvrage répond à l'attente de son Auteur. Plein d'estime & de consideration pour votre illustre Corps ; il le regarde comme un Tribunal sans apel, au jugement duquel on défere d'autant plus volontiers, que toute l'Europe sçait qu'un esprit de discernement & d'équité, regne dans vos sçavantes Décisions.*

L'Auteur oseroit-il se flatter, MESSIEURS, *que vos suffrages lui seront favorables ? On se persuade aisement ce qui fait plaisir ; quel que puisse être cependant le succès de son entreprise, il fera toûjours infiniment plus de cas de l'honneur de votre approbation, que de la récompense qui y est attachée.*

S'il lui restoit encore quelque chose à desirer, ce seroit, MESSIEURS, *de pouvoir vous convaincre de la parfaite consideration, & du devouëment sincere avec lesquels il a l'honneur d'être,*

MESSIEURS,

Votre très-humble & très-obéissan
serviteur,

DISCOURS
SUR LES LOIX DE LA COMMUNICATION DU MOUVEMENT,

Contenant la ſolution de la premiere Queſtion propoſée par Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences, pour l'année 1724.

CHAPITRE PREMIER.

De la dureté des Corps : Définition de la dureté ſelon les differentes idées qu'on peut en avoir.

1. L'ACADEMIE Royale des Sciences ayant propoſé deux Prix pour les années 1724. & 1726. qui ſeront diſtribuez à ceux qui, au jugement de cette celebre Compagnie, auront le mieux réuſſi à réſoudre deux Queſtions differentes, j'ai cru que ſon invitation s'adreſſant à toutes les Nations, il m'étoit permis d'eſſayer mes forces ſur un ſujet, où je ne courois d'autre riſque que celui d'employer en vain une partie de mon tems & de ma peine à compoſer ce Diſcours : ce que je dis ſeulement par raport à l'utilité qui pourroit m'en revenir ;

car quel qu'en ſoit d'ailleurs le ſuccès, j'aurai du moins la ſatisfaction d'avoir fait de nouvelles découvertes, auſquelles je n'aurois peut-être jamais penſé ſans cela.

2. Un prix de 2500 liv. eſt deſtiné à celui qui réſoudra la premiere Queſtion, conçuë en ces termes:

» Quelles ſont les loix ſuivant leſquelles un corps parfaitement dur, mis en mouvement, en meut un autre » de même nature, ſoit en repos, ſoit en mouvement, » qu'il rencontre, ſoit dans le vuide, ſoit dans le plein.

3. Mais avant de m'engager dans la recherche de cette Queſtion, je commencerai par expliquer ce que j'entends par le mot de *dureté*. C'eſt le ſort des termes qui ſervent à exprimer le ſujet de quelque ſenſation, de ne nous donner qu'une idée vive & confuſe de l'objet qui la fait naître.

Eclairciſſons donc un mot équivoque par lui-même, & par les diverſes idées qu'on y a attachées; & après avoir défini ce que nous entendons par *dureté*, il ſera aiſé de nous former de ce mot une idée nette & préciſe.

Le Philoſophe & le Geometre ſoigneux de conſerver à leurs démonſtrations la clarté & l'évidence, doivent éviter avec ſoin toute maniere de parler ambiguë.

4. Le nom de *dureté* eſt un de ces termes qui ne ſignifient pas la même choſe, même chez les Philoſophes. Je ne m'amuſerai point ici à examiner les differentes idées qu'on y a attachées en divers tems, ce ſeroit m'écarter de mon ſujet. Je me contenterai d'indiquer en peu de mots, l'idée que la plûpart des Philoſophes ſe ſont formés de la dureté. On croit communement qu'un corps eſt dur, lorſque ſes parties étant en repos les unes auprès des autres, leur liaiſon ne peut être interrompuë que par une force exterieure, & que cette dureté eſt d'autant plus parfaite, qu'il faut une plus grande force pour en ſéparer les parties. Selon cette idée, un corps ſeroit parfaitement dur, dans le ſens d'une perfection abſoluë, lorſque ſes parties ne pourroient être ſeparées par aucun effort fini, quelque grand qu'on le ſuposât. Les partiſans

des Atomes ont attribué une dureté de cette nature à leurs Corpuſcules Elementaires : idée qui paroît être la veritable, lorſque l'on ne conſidere les choſes que ſuperficiellement ; mais qu'on s'aperçoit bien-tôt renfermer une contradiction manifeſte pour peu qu'on l'aprofondiſſe.

5. En effet un pareil principe de dureté ne ſçauroit exiſter ; c'eſt une chimere qui repugne à cette loy generale que la nature obſerve conſtamment dans toutes ſes operations ; je parle de cet ordre immuable & perpetuel, établi depuis la création de l'Univers, qu'on peut apeller LOY DE CONTINUITÉ, en vertu de laquelle tout ce qui s'execute, s'execute par des degrez infiniment petits. Il ſemble que le bons ſens dicte, qu'aucun changement ne peut ſe faire par ſault, *natura non operatur per ſaltum* ; rien ne peut paſſer d'une extremité à l'autre, ſans paſſer par tous les degrez du milieu. Et quelle connexion concevroit-on entre deux extremitez opoſées indépendamment de toute communication de ce qui eſt entre deux ? Si la nature pouvoit paſſer d'un extrême à l'autre, par exemple, du repos au mouvement, du mouvement au repos, ou d'un mouvement en un ſens, à un mouvement en ſens contraire, ſans paſſer par tous les mouvemens inſenſibles qui conduiſent de l'un à l'autre ; il faudroit que le premier état fut détruit, ſans que la nature ſçût à quel nouvel état elle doit ſe déterminer ; car enfin par quelle raiſon en choiſiroit-elle un par préference, & dont on ne pût demander, pourquoi celui-ci plutôt que celui-là ? puiſque n'y ayant aucune liaiſon neceſſaire entre ces deux états ; point de paſſage du mouvement au repos, du repos au mouvement, ou d'un mouvement à un mouvement opoſé ; aucune raiſon ne la détermineroit à produire une choſe plutôt que toute autre.

6. Je veux qu'on aperçoive dans la nature des effets ſi prompts, qu'on ne remarque aucun intervalle entre le commencement & la fin de leurs actions ; s'enſuit-il delà qu'il n'y en ait aucun ? & tous ceux qui ſont con-

vaincus que tous les genres de quantité ſont diviſibles à l'infini, auront-ils de la peine à diviſer la plus inſenſible durée en un nombre infini de petites parties, & à y placer tous les degrez poſſibles de vîteſſe, depuis le repos juſqu'à un mouvement déterminé, par exemple, depuis le commencement d'un éclair, juſqu'à ſon entier évanoüiſſement?

7. Concluons donc que la dureté priſe dans le ſens vulgaire, eſt abſolument impoſſible, & ne peut ſubſiſter avec la loy de continuité. Un peu de reflexion mettra cette verité dans ſon jour. Supoſons que deux corps durs en ce ſens, & parfaitement égaux, ſe rencontrent directement avec des vîteſſes égales, je dis qu'ils doivent de toute neceſſité ou s'arrêter tout court en ſe choquant, ou rebrouſſer chemin après s'être choquez; il impliqueroit que des corps durs ſe penetraſſent; mais ces corps ne ſçauroient s'arrêter tout court, ſans paſſer ſubitement du mouvement au repos, de l'être au non être, ce qui repugne à la loy de continuité: ni reflechir dans le ſecond cas, qu'ils ne changent tout d'un coup leurs vîteſſes affirmatives, en une vîteſſe negative, ſans avoir parcouru auparavant toutes les diminutions ſucceſſives de la premiere vîteſſe, juſqu'à ſa deſtruction totale, & de la remonter par de pareilles augmentations, en une vîteſſe en ſens contraire; ce qui eſt également opoſé à cette loy.

8. Et certes ces raiſons ſont telles, qu'il ne me paroît pas poſſible que la dureté priſe dans le ſens que nous venons de refuter, puiſſe quadrer avec les loix fondamentales de la nature: auſſi rejettai-je les prétendus atômes parfaitement ſolides, que quelques Philoſophes ont admis; ce ſont des corpuſcules imaginaires qui n'ont de réalité que dans l'opinion de leurs partiſans.

9. Mais après avoir détruit la fauſſe idée qu'on ſe forme ordinairement de la dureté, il eſt juſte de lui en ſubſtituer une nouvelle, propre à expliquer d'une maniere intelligible, les phenomenes que nous connoiſſons, & ſur

tout les loix de la communication du mouvement.

Pour cela je conçois d'abord la matiere, en tant que matiere, comme étant parfaitement fluide de sa nature ; ensorte qu'aucunes de ses particules, quelques petites qu'on les supose, n'ont aucune cohesion necessaire entr'elles ; mais telles cependant que ces mêmes parties ont pû s'amasser en de petites molecules élementaires dont se sont formez les corps sensibles de differentes qualitez, les uns liquides, les autres mous, & d'autres plus ou moins durs, selon les differens concours, les differentes figures, & les divers mouvemens de ces molecules élementaires, & des particules qui passant par leurs interstices, les tiennent ou separez comme dans les fluides, ou qui les comprimant plus ou moins fortement, forment des corps que le Vulgaire, qui n'en juge que par les sens, nomme *durs*, à proportion de la resistance que les parties de ces corps oposent à la force qui tend à les separer.

10. Et qu'on ne me demande point une raison Physique de la compression de ces molecules élementaires, & de celle des corps durs & sensibles qu'ils composent. Mon but n'a point été de m'engager dans cette recherche ; j'explique simplement ici ce que j'entens par le mot de *dureté*, & j'en donne une idée propre à rendre raison des proprietez connuës de la communication du mouvement, & à découvrir celles qui ne sont point encore connuës, & que l'experience pourra verifier ; & c'est aussi tout ce que l'Academie exige de moi dans cette occasion.

11. Cette compression d'une matiere étrangere qui environne les corps sensibles, & leurs molecules élementaires, peut être si grandes par la structure particuliere de quelques-uns de ces corps, qu'il faut employer un degré de force très-violent, non-seulement pour en separer entierement les parties, mais à leur faire simplement changer de figure ; tels sont, par exemple, la plûpart des métaux, qui quoique très-difficile à être divisez, cedent pourtant au marteau, & s'aplatissent. Ces sortes de corps sont durs, mais d'une dureté imparfaite, en ce qu'après

avoir perdu leur premiere figure, ils ne reprennent pas celle qu'ils avoient avant d'avoir ſubi la force qui l'a changée.

12. Il eſt d'autres corps dont les particules ſont ſi adherentes les unes aux autres, ſoit que cela vienne d'une compreſſion étrangere, ou de quelqu'autre cauſe, qu'outre la difficulté qu'on trouve à les briſer, ils recouvrent ſur le champ leur premiere ſituation, ſi quelque force exterieure les contraint de ſe plier, dès que la force qui les contraignoit ceſſe d'agir ſur eux, les corps comparez à ceux de la premiere ſorte, ont plus de dureté qu'eux.

13. Je n'entre point à preſent dans la cauſe Phyſique de cette derniere eſpece de dureté, il me ſuffit de ſçavoir qu'il y a des corps capables de reſſort, ou doüez d'une vertu élaſtique; je ne nie pourtant pas que cet effet puiſſe provenir de l'effort d'une matiere ſubtile, qui agiſſant ſur les pores retrecis des corps élaſtiques, preſſe les parois de ces pores, & s'éforce de les remettre dans leur premier état.

14. Figurons-nous, par exemple, un ballon rempli d'un air condenſé; à ne conſiderer cet air qu'en lui-même, c'eſt ſans doute une matiere fluide: cependant dès qu'il eſt renfermé dans un ballon, il fait avec ce ballon un corps dur, parce qu'étant comprimé par une force exterieure, & ne pouvant échaper par aucun endroit, il réſiſte à cette force, & rend au ballon ſa premiere figure, dès que la force qui le comprimoit ceſſe d'agir. Augmentons à preſent la denſité de l'air renfermé dans ce ballon, juſqu'à un degré immenſe de réſiſtance, en ſorte qu'il faille une force extrême pour comprimer ce ballon: je ne vois pas, à en juger par les ſens, en quoi un pareil ballon differeroit des corps qu'on appelle durs.

15. Concevons enfin un nombre infini de petits balons pleins d'un air extrêmement condenſé, renfermé ſous une envelope commune, & ſupoſons que chaque portion de cet amas, quelque petite qu'elle puiſſe être, eſt elle-même renfermée ſous ſa propre envelope, nous aurons une

une idée de ce que j'appelle dureté dans les corps. Les petits ballons répondront aux molecules élementaires ; & les envelopes tant celles qui renferment une portion de cet amas, que la masse même, tiendront lieu dans cet exemple d'un fluide ambiant, qui par son activité presseroit & comprimeroit en tout sens la masse entiere, & chacune de ses plus petites particules. Donnons à present un degré immense d'élasticité à l'air contenu dans ces petits ballons, & nous verrons que leur masse entiere, ni aucune portion de cette masse, ne pourra plus être comprimée sensiblement, par une force nouvelle finie, quelque grande qu'on la supose. Je dis *sensiblement*, car la résistance élastique de l'air n'est jamais absolument invincible, quand même elle seroit infinie. On retomberoit autrement dans le cas d'une dureté imaginaire, toute force qui agit sur un ressort, quelque fortement tendu qu'il soit, le bande davantage, & l'oblige de plier encore un peu, quand même la difference en seroit tout-à-fait imperceptible, & cette difference devient infiniment petite, lorsqu'un effort fini agit sur un ressort d'une force infinie.

16. Un corps sera donc dur conformément à l'idée que nous venons de donner de la dureté, lorsque ses parties sensibles changeant difficilement de situation : un ressort très-prompt & très élastique rend leur premiere situation dans un tems insensible aux parties de ce corps, qui ont été tant soit peu pliées par le choc d'un autre corps ; cette élasticité est parfaite lorsque toutes les parties pliées reprennent leur premier état : elle est imparfaite lorsque quelques-unes de ces parties n'y retournent plus. On peut donner le nom de roideur à l'élasticité parfaite, cette roideur peut être finie ou infinie, & elle est d'autant plus grande qu'il faut un effort plus considerable pour comprimer ce corps à un degré donné ; la roideur est infinie dans un corps, ou ce corps est infiniment roide lorsqu'il faut une pression infinie pour comprimer ce corps à un degré fini, ou une pression finie pour le

comprimer à un degré infiniment petit.

17. Quoiqu'à proprement parler, il n'y ait point de corps dans la nature qui ſoient infiniment roides, il y en a pourtant un grand nombre qui le ſont à un point, qu'une preſſion immenſe les comprime à peine ſenſiblement. Ainſi, par exemple, une boule d'acier ſuporte un poids de mille livres, ſans changer ſenſiblement de figure. Il eſt vrai que ces mêmes corps cedent facilement lorſqu'on les réduit en plaques minces ; & l'experience montre que rien n'eſt plus aiſé à plier qu'une lame d'acier. Mais auſſi on doit attribuer cette grande facilité à l'action du levier, chaque point d'un corps étendu en long tenant lieu d'hypomochlion, enſorte que le moment de la force appliquée aux extrêmitez de ce corps, eſt comme infini, par rapport à la reſiſtance des parties très proches de ce point.

18. J'entendrai donc toûjours dans la ſuite de ce diſcours, par corps durs, des corps roides ; & quoiqu'il n'y ait point de corps parfaitement durs, puiſque leur dûreté devroit conſiſter dans une roideur actuellement infinie, je ne laiſſerai pas de conſiderer comme tels ceux qui ont une roideur extrême, & d'autant plus que les corps parfaitement élaſtiques obſervent les mêmes loix dans la communication du mouvement, que ſi leur élaſticité étoit ou pouvoit être actuellement infinie ; car ces loix dépendent uniquement de l'élaſticité parfaite, en vertu de laquelle les corps ſe redreſſent parfaitement, après un choc ſouffert, indépendament de la promptitude avec laquelle ſe fait ce redreſſement, ou cette reſtitution à leur premier état.

19. Je ſuppoſerai même d'abord des corps durs, dans le ſens vulgaire des Philoſophes, quelque répugnance qu'il y ait entre ce ſyſtême & la loi de continuité, auſquels au deffaut d'une élaſticité naturelle, j'appliquerai par dehors des reſſorts artificiels, & cela ſeulement pour rendre plus intelligibles les démonſtrations des effets qui réſultent du choc des corps naturellement élaſtiques.

CHAPITRE II.

Comment le Mouvement se détruit & se reproduit par la force du ressort. Egalité de l'action & de la réaction. Solution de quelques Problêmes.

HIPOTHESE.

1. TOut corps mû dans le vuide continuera toûjours à se mouvoir avec la même vîtesse, & dans la même ligne droite qu'il a commencé à parcourir, à moins qu'il ne rencontre un obstacle qui l'empêche ou le détourne.

Cette proposition est un de ces axiomes reconnus de tout le monde, & qui par cela même n'ont aucun besoin de preuve.

PROPOSITION.

2. Un corps dur pris dans l'une ou l'autre signification, rencontrant directement avec une vîtesse déterminée un ressort d'une élasticité parfaite, dont un bout est appuyé contre un plan inébranlable, ou contre un point fixe, sera repoussé selon la même direction & avec la même vîtesse.

Cette Proposition est claire, & sa verité saute aux yeux pour peu d'attention qu'on fasse à la nature de l'action & de la réaction qui sont toûjours égales entre elles ; car dans le premier instant que le corps atteint le ressort débandé, ce ressort est contraint de se resserer, & par là il acquiert un peu de force, au moyen de laquelle le ressort resiste un peu au corps, & lui ôte par consequent un peu de sa vîtesse. Dans le second instant le corps comprimant encore un peu le ressort, celui-ci reçoit un nouveau petit degré de force, & fait encore perdre au corps quelque peu de sa vîtesse ; & cela continuë ainsi par tous les degrez infiniment petits, jusqu'à ce que la vîtesse du corps étant éteinte, il ait communiqué toute sa force au ressort, par un nombre infini de diminutions élementaires ou infinimens petites. Mais dès que le corps est parvenu au repos, le ressort commence à se débander & à lui rendre successivement dans un ordre renversé de temps, ces mêmes élemens de vîtesse qu'il lui avoit ôté; ensorte que la perte du dernier élement de vîtesse, sera réparée dans le premier instant; celle du pénultiéme dans le second instant; celle de l'antepénultieme dans le troisiéme, & ainsi de suite, jusqu'à ce que le ressort étant entierement débandé, le corps aura regagné sa premiere vîtesse, mais en un sens contraire. *C. Q. F. D.*

SCHOLIE I.

3. Je ne crois pas que cette proposition puisse se prouver autrement, c'est en quoi consiste l'égalité de l'action & de la réaction. Toute action se fait successivement & par élemens, quelque petite que paroisse la durée de l'action entiere. Ainsi le choc de deux corps qui paroît commencer & finir dans le même instant, ne laisse pas d'être d'une durée, qui, à parler proprement, & en des termes de Geometrie, a ses élemens, je veux dire un nombre infini de parties infiniment petites.

SCHOLIE II.

4. Rien n'oblige de suposer un ressort tout-à-fait lâche ou débandé avant le choc, on peut au contraire le suposer déja bandé par un degré de force déterminé, & retenu par quelque arrêt, pourvû que la situation de cet arrêt soit telle, qu'elle laisse au ressort la liberté d'être plus fortement bandé, & de retourner à son premier état sans sortir du degré de tension dans lequel cet arrêt le retient: ceci étant une fois admis, je ne vois pas pourquoi la démonstration précedente ne pourroit pas s'apliquer également au cas suivant.

FIG. I. 5. *ABMN*, est un cilindre creux fermé en *AB*, &

ouvert en *MN*, dont la partie *ABDE* eſt remplie d'un air condenſé qui faiſant effort pour ſe dilater, en eſt empêché par le diaphragme mobile *DE*, lequel preſſé par l'effort de l'air enfermé, ne peut ni ceder, ni ſe mouvoir vers l'ouverture *MN*, à cauſe de l'obſtacle *CC*, quoiqu'il puiſſe être repouſſé vers le fond *BA*; ſupoſons à preſent une boule *G*, qui ſe mouvant dans la cavité du cilindre, tende vers le diaphragme *DE*, avec une vîteſſe donnée *GE*, je dis que la vîteſſe de cette boule commencera à diminuer par degrez, dès qu'elle aura choqué le diaphragme *DE*, pendant que la denſité de l'air enfermé augmentera à proportion du mouvement de ce diaphragme vers *AB*, juſqu'à ce que ce diaphragme étant enfin parvenu à une certaine ſituation *d*, *e*, la vîteſſe de la boule ſoit entierement anéantie. Mais il eſt évident que la boule *G* ſe trouvant dans un état de repos, l'air condenſé dans l'eſpace *ABde*, reprendra le deſſus, & repouſſera le diaphragme & la boule vers *MN*, avec une acceleration tout-à-fait égale à la * retardation que cette boule a ſouffert, en s'enfonçant de *DE* en *de*, & que le diaphragme *de*, étant d'ailleurs retenu en *DE* par l'obſtacle *CC*, la boule *G* doit le quitter en *DE*, & rebrouſſer chemin contre *MN*, avec ſa premiere vîteſſe *EG*.

6. La maniere de déterminer par le calcul, la loi de la retardation de la boule *G*, lorſqu'elle commence à penetrer dans l'eſpace *ABDE*, ou de ſon acceleration, lorſqu'ayant atteint le plan *de*, elle commence à rebrouſſer chemin; renferme deux cas qu'il eſt à propos d'examiner à part: dans le premier où l'on ſupoſe l'air extrêmement condenſé, ſon élaſticité peut être ſi grande, ou la vîteſſe de la boule *G* ſi petite, que l'eſpace *DE* qu'elle parcourt, n'eſt pas comparable, ou n'a aucune raiſon ſenſible à l'eſpace total *DA*: dans le ſecond cas, l'air *AD* n'eſt pas aſſez comprimé fortement, ou la boule *G* a une vîteſſe trop grande pour que l'eſpace *De*, n'ait pas un ra-

* J'entends par retardation, l'effet que produit le retardement, conſideré comme cauſe.

port ſenſible à la totalité de l'eſpace *DA*.

7. Dans le premier cas, la retardation & l'acceleration ſeront uniformes par raport aux tems, ainſi qu'elle ſe remarque dans les corps peſants qui montent ou qui deſcendent perpendiculairement par l'action de leur peſanteur; car de même que la peſanteur étant une fois conſtante & invariable, ajoûte ou ôte au mobile un petit degré de vîteſſe dans chaque inſtant, ainſi la réſiſtance de l'air enfermé dans l'eſpace *ABDE*, que la boule *G* doit vaincre en penetrant juſqu'en *de*, eſt invariable pendant tout le tems que cette boule parcourt l'eſpace *De*; car la partie *Ed* du cilindre *EB*, ayant par la ſuppoſition une raiſon infiniment petite au cilindre entier *EB*, il eſt viſible que l'élaſticité de l'air réduit dans l'eſpace *eB*, ne peut pas être ſenſiblement plus grande qu'elle étoit avant ſa réduction, pendant qu'elle occupoit encore l'eſpace *EB*; concluons donc que la force de l'élaſticité réſiſte uniformement dans ce cas, & repouſſe la boule *G*, de même que la peſanteur reſiſte aux corps peſans, & les repouſſe quand ils montent.

8. Dans le ſecond cas, la retardation de la boule *G* en s'approchant du fonds *AB*, ou ſon acceleration en s'en éloignant, n'eſt plus uniforme, parce que l'air étant plus compreſſé à meſure que la boule pouſſe le diaphragme vers le fond *AB*, il eſt évident que cet air acquiert plus de force pour retarder ou accelerer le mouvement de la boule quand il eſt plus condenſé que quand il l'eſt moins; on ne peut donc déterminer la loi de cette retardation, ou de cette acceleration, qu'on ne ſuppoſe auparavant, ou qu'on ne connoiſſe la proportion qui regne entre les accroiſſemens, de l'élaſticité de l'air & ſes denſitez. Des experiences ſouvent réïterez ont prouvé que l'élaſticité de l'air, lorſqu'on fait abſtraction de ſes autres qualitez, eſt ſenſiblement proportionnelle à ſa denſité, & que par conſéquent la force avec laquelle il reſiſte, quand la boule eſt en *DE*, eſt à la force dont il réſiſte, lorſque cette boule eſt en *de*, com-

me la densité que l'air a lorsqu'il occupe l'espace AD, est à sa densité, lorsqu'il occupe l'espace Ad, ou ce qui revient au même, ces efforts sont en raison reciproques du cilindre Ad, au cilindre AD, ou comme Ae, est à AE prenant donc $AE = a$, & la variable $AF = x$; ce qui reste de vîtesse à la boule G, ou ce qu'elle en a acquis lorsqu'elle est parvenuë en F, soit en allant vers le fonds, soit en revenant $= v$: la force ou la résistance de l'air sera $= \frac{1}{x}$, & par conséquent conformément à ce que j'enseignerai au Chapitre 13, où on verra une methode generale de déterminer les vîtesses des corps mûs contre des forces qui résistent ; l'élément de la vîtesse dv, sera $= \frac{dx}{xv}$. Donc $vdv, = \frac{dx}{x}$, donc $\frac{1}{2} vv = lx$, j'entends par lx le logarithme de x, & dans le cas où x devient $= a$, on aura $\frac{1}{2} vv = la$. Ainsi le quarré de la vîtesse au point F est au quarré de la vîtesse au point, E comme le logarithme de AF est au logarithme de AE, les vîtesses elles-mêmes sont donc en raison sous-doublée des logarithmes des intervalles qui sont entre la boule G & le fond AB, il faut remarquer que le point e étant le terme jusqu'où la boule peut avancer, & où sa vîtesse se réduit à rien ; la ligne Ae doit être prise pour l'unité, afin que son logarithme soit $= a$.

9. On n'a fait aucune attention dans le calcul precedent, à la force de l'air exterieure qui agit sur le diaphragme DE ; mais suposons cette force, on en déterminera les vîtesses par la même methode. Il n'y aura pour cela qu'à retrancher de la force de l'air condensé, celle avec laquelle l'air exterieur comprime la boule ou le diaphragme vers le fond AB, & considerer le reste, comme la force qui retarde ou accelere la vîtesse de la boule : en voici le calcul : soit l'élasticité de l'air contenu dans le cilindre $ABDE$, dont la longueur est AE, égale à l'élasticité de l'air exterieur, le diaphragme DE, sera également pressé par l'air du dehors & par celui du dedans ;

mais puisque j'ai exprimé la force de l'air condensé dans le cilindre, dont la longueur est AF par $\frac{1}{x}$; la force de l'air contenu dans l'espace $ABDE$, égale à la force de l'air exterieur, qui presse la boule vers AB, sera $=\frac{1}{a}$, parce que ces ceux forces sont en raison réciproque de AF à AE; la force qui retarde ou qui accelere, sera donc exprimée par $\frac{1}{x}-\frac{1}{a}=\frac{a-x}{ax}$ dont on tirera par la methode precedente $\frac{a-x}{axv}\, dx=dv$, ou $vdv=\frac{a-x}{ax}\, dx=\frac{dx}{x}-\frac{dx}{a}$, & par conséquent $\frac{1}{2}\, vv=lx-\frac{x}{a}$, d'où je conclus que le quarré de la vîtesse dans chaque point F, est comme le logarithme de AF diminué d'un partie toûjours semblable de AF, & que le point e, dans lequel lx devient $=\frac{x}{a}$, est le terme ou finit la vîtesse de la boule, & où recommence son mouvement en sens contraire vers MN.

10. On auroit ici occasion, si le sujet le permettoit, de faire des reflexions sur la juste longueur qu'on doit donner aux pieces d'Artillerie, & aux canons de Mousquets, afin qu'ils portent le boulet ou la balle le plus loin qu'il est possible; je me contenterai d'indiquer ce qu'il y a de plus facile à concevoir.

On prouve par experience que la poudre à canon renferme dans ses pores un air extrêmement comprimé, & dont la densité, & par consequent aussi l'élasticité est plus de cent fois plus grande que la densité & l'élasticité de l'air commun, le feu étant mis à la poudre, ouvre de toutes parts les petites cellules qui retenoient cet air, lequel sortant rapidement, s'unit à une masse, & se dilate avec une impetuosité augmentée encore considerablement par la chaleur, qui comme on le sçait, contribuë beaucoup à l'effort que l'air fait pour se dilater; c'est de cette dilatation aussi subite que violente, que dépendent ces prodigieux effets qu'on remarque dans la poudre enflâmée. Appliquons ceci à un canon chargé, dès que la poudre

poudre à pris feu, l'air se dilate brusquement, & le boulet qu'il pousse commence à se mouvoir, avec une acceleration extrêmement précipitée, & qui ne finiroit même jamais, quelque longue que fut la piece, si l'air exterieur ne s'oposoit au mouvement du boulet. Une piece ne sçauroit donc être trop longue, si on n'avoit égard qu'à la dilatation de l'air interieur qui cherchant continuellement à s'étendre de plus en plus, acceleroit sans cesse le mouvement du boulet. Mais comme l'air exterieur opose aussi de son côté une force égale & uniforme au mouvement du boulet, qu'il s'efforce de repousser vers le fonds de la piece, il est visible que contrebalançant une partie de la force de l'air interieur, il la rend inutile ; de sorte que l'acceleration du boulet n'est caussée que par l'excès de la force interieure par dessus celle de l'air exterieur ; cette acceleration cesse même, & dégenere en un mouvement retardé, dès que l'air interieur est parvenu à un degré de consistance égal à celui de l'air exterieur. C'est dans ce moment que la vîtesse du boulet est la plus grande ; & c'est aussi jusques-là que la longueur de la piece devroit s'étendre, pour que le boulet ait au sortir de l'ame la plus grande vîtesse possible.

11. Ce que nous venons de dire se confirme par l'équation précedente de la détermination de la vîtesse $\frac{a-x}{axv}dx=dv$; car par la methode *de maximis*, on doit suposer la differentielle de la vîtesse dv = à *zero*, & l'on aura $\frac{a-x}{axv}dx=o$, ce qui donne $x=a$, & par consequent $\frac{1}{x}=\frac{1}{a}$, d'où il paroît que l'élasticité de l'air interieur designé par $\frac{1}{x}$ doit être égale à $\frac{1}{a}$, qui designe l'élasticité de l'air exterieur ou naturel : supofé donc que l'air contenu dans une charge de poudre au moment qu'il en sort, & qu'il remplit l'espace que cette poudre occupoit auparavant, est cent fois plus dense que l'air naturel : il s'ensuit que le canon devroit être pour le moins cent fois plus grand que cet espace-là, si on avoit égard à plusieurs circon-

ſtances particulieres, auſquelles on n'a point fait d'attention dans ce raiſonnement. Telles ſont, par exemple, le frottement du boulet, une partie de la poudre que la violence du coup porte hors du canon avant quelle ait pris feu : l'air même dilaté qui ſe diſſipe inutilement par la lumiere, & en s'échapant par l'évent entre l'ame de la piece, & l'épaiſſeur du boulet, &c. toutes raiſons qui diminuant conſiderablement l'effort de la poudre, empêchent qu'on ne donne aux canons la longueur exceſſive que leur aſſigne le calcul. Je n'entre point ici dans pluſieurs autres conſiderations qui ne permettent pas de faire les pieces auſſi longues qu'elles le devroient être, ſi on n'enviſageoit que la force avec laquelle la poudre agit ſur le boulet.

12. Diſons un mot de l'arquebuſe à vent, il eſt aiſé de voir par ce que je viens d'expliquer, que la longueur de ſon canon ſera la plus avantageuſe, meſurée depuis l'endroit où repoſe la balle juſqu'à ſon embouchure; ſi toute ſa capacité eſt à celle de l'eſpace dans lequel eſt renfermé l'air condenſé, comme le nombre de fois moins un, que cet air eſt plus denſe que l'air naturel eſt à l'unité. Supoſant donc que la denſité de cet air renfermé, ſoit dix fois plus grande que la denſité de l'air dans ſon état naturel; la plus grande compreſſion à laquelle l'art ait encore pû parvenir; le canon devra avoir neuf plus de capacité, que l'eſpace qui contient l'air reſſerré par la pompe, afin que l'air condenſé ſe trouve après ſa dilatation, de même denſité que l'air exterieur; & qu'ainſi la balle ait acquis ſa plus grande viteſſe.

13. L'extrême longueur qu'on donne ordinairement aux Sarbacannes, eſt une preuve de ce que nous venons d'avancer : perſonne n'ignore que ce ſont de longs tuyaux de bois, dont on ſe ſert à chaſſer par la force du ſouffle, de petites balles de terre. La détermination de leur longueur, dépend de la quantité d'air que celui qui s'en ſert peut ſouffler à la fois dans la Sarbacanne; ce qu'on peut déterminer avec aſſez de préciſion, de la maniere ſui-

vante : Prenez une vessie aplatie & humectée, au bout de laquelle vous adapterez un petit tuyau, de même ouverture que la Sarbacanne, faite entrer dans cette vessie d'un coup de souffle violent, tout l'air que vous pourrez ; & serrant ensuite le col de la vessie, ramassez cet air au fond de la vessie sans vous efforcer de le comprimer, soit enfin réduit le volume de cet air, égal en densité à l'air exterieur, en un cilindre d'une base égale à l'orifice de la Sarbacanne, la longueur de ce cilindre déterminera celle de la Sarbacanne. Il faut toujours se souvenir que je ne fais ici aucune attention au frottement de la balle, ni aux autres inconveniens qui peuvent diminuer l'effet de l'air quand il se dilate.

CHAPITRE III.

Ce que c'est que la vîtesse virtuelle. Principe de l'équilibre appliqué à la production du mouvement, par l'entremise d'un ressort entre deux corps en repos.

DEFINITION I.

1. J'Appelle *vîtesses virtuelles*, celles que deux ou plusieurs forces mises en équilibre acquierent, quand on leur imprime un petit mouvement ; ou si ces forces sont déja en mouvement. La *vîtesse virtuelle* est l'élement de vîtesse que chaque corps gagne ou perd d'une vîtesse déja acquise, dans un tems infiniment petit suivant sa direction.

DEFINITION II.

La *force vive* est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un mouvement uniforme ; & la *force morte*, celle que reçoit un corps sans mouvement, lorsqu'il est sollicité & pressé de se mouvoir, ou à se mouvoir plus ou moins vîte, lorsque ce corps est déja en mouvement.

HYPOTESE I.

FIG. 2. 2. Deux agens sont en équilibre, ou ont des momens égaux. Lorsque leurs forces absoluës sont en raison reciproque de leurs vîtesses virtuelles, soit que les forces qui agissent l'une sur l'autre soient en mouvement, ou en repos, c'est un principe ordinaire de Statique & Mechanique, que je ne m'arreterai pas à démontrer, j'aime mieux l'employer à faire voir la maniere dont le mouvement se produit par la force d'une pression qui agit sans interruption, & sans autre opposition que celle qui vient de l'inertie du mobile.

3. Suposons deux corps en repos *A* & *B*, entre lesquels est un ressort bandé *C*, qui commençant à se débander, fasse un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps *A* & *B*; il est visible que chacun de ses corps oposera au mouvement du ressort par son inertie, une resistance proportionnelle à sa masse. Il faut donc, en vertu de l'hypotese prise de la Mechanique, que les deux efforts opposez du ressort, étant égaux, la force de l'inertie qui est en *A*, soit à la force de l'inertie qui est en *B*; ou que la masse *A* soit à la masse *B* en raison reciproque, de ce que la vîtesse virtuelle du corps *B*, est à la vîtesse virtuelle du corps *A*; & comme la chose continuë toujours pendant que le ressort en se dilatant accelere la vîtesse de ces corps, il est clair que leurs accelerations sont continuellement en raisons reciproques des masses *A* & *B*, ce qui forme une raison constante; & par consequent les vîtesses acquises de part & d'autre dans le même tems, lesquelles ne sont autre chose que les sommes des vîtesses virtuelles, produites successivement par l'effort du ressort, sont aussi dans la même raison, je veux dire que la vîtesse de *B* est à la vîtesse de *A* :: *A*, *B*, d'où il suit que le ressort *C* étant entierement debandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout-à-fait, les deux corps *A* & *B*, continueront à se mouvoir avec

les dernieres vîteſſes, acquiſes par l'impreſſion ſucceſſive du reſſort.

COROLLAIRE I.

4. On voit que le commun centre de gravité *C* des deux corps *A* & *B*, reſte continuellement en repos, ſoit pendant que le reſſort eſt en action, ſoit après l'entiere ſeparation de ces corps d'avec le reſſort. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à diviſer en *C* la longueur du reſſort avant ſa détente ; en ſorte que *AC*. *BC* : : *BA*, il eſt manifeſte, par ce qu'on a dit, que les corps *A* & *B*, étant parvenus en un certain tems en *a* & *b*, après la détente du reſſort, on aura *Cb*. *Ca* : : *A*. *B*, donc le même point *C* ſera encore le centre commun de gravité des corps *A* & *B*, tranſportez en *a* & *b*.

COROLLAIRE II.

5. Soit après l'entiere ſeparation des corps d'avec le reſſort, la vîteſſe uniforme du mobile $A = a$, & la vîteſſe du mobile $B = b$, on aura *A*. *B* : : *b*. *a*, & par conſequent $aA = bB$, d'où il s'enſuit que la quantité de mouvement qui n'eſt autre choſe que le produit de la maſſe par la vîteſſe, eſt égale de part & d'autre.

COROLLAIRE III.

6. Comme les parties du reſſort compriſes entre *C* & *B*, en ſe débandant, ſont employées uniquement à mouvoir le corps *B*, de même que toutes les parties du reſſort compriſes entre *C* & *A*, ſont auſſi uniquement employées à mouvoir le corps *A* : Il faut que la force vive du corps *B*, qui eſt l'effet total de la partie *CB* du reſſort, ſoit à la force vive du corps *A*, qui eſt auſſi l'effet total de l'autre partie *CA* du reſſort ; comme la longueur *CB* eſt à la longueur *CA*, ou (§ 3.) comme la vîteſſe du corps *B* eſt à la vîteſſe du corps *A* ; ainſi quoique les deux quantitez de mouvement de ces deux corps ſoient égales, (§ 5.) il ne s'enſuit nullement que les quantitez de leurs

forces vives sont aussi égales, elles sont au contraire entr'elles, comme les produits de masses par les quarrez de leurs vîtesses, ce que je prouve ainsi : Soit f la force vive du corps A, & F la force vive du corps B, on aura $f, F :: a, b ::$ (*Corrol. preced.*) $a \times aA . b \times bB :: aaA . bbB$, & partant en raison composée de A à B, & de aa à bb ; mais cette verité sera démontrée plus au long dans la suite, où nous aurons occasion d'examiner cette matiere à fond.

7. Suposons à present que les deux corps parvenus en a & b, retournent avec leurs vîtesses acquises vers le ressort debandé, il est aisé de voir (*Chap.* 2. §. 2.) qu'ils auront précisement autant de force qu'il leur en faut pour bander le ressort, & le remettre dans son premier état de compression, pendant que le centre de gravité C demeurera immobile comme auparavant ; & que si le ressort vient à se debander de nouveau, il repoussera le corps A & B, de la même maniere qu'il l'a fait la premiere fois. D'où il paroît que le ressort employe précisement autant de tems à se débander qu'il lui en faut pour être rebandé par le choc des corps après leur retour. Car puisque le centre C demeure immobile, il tient lieu d'un plan inébranlable, ou d'un point fixe, contre lequel s'apuyeroit d'un côté le ressort CA, & de l'autre le ressort CB, ainsi qu'il en doit arriver aux corps A & B, par raport à la vîtesse avec laquelle ils choquent les ressorts, comme on l'a montré dans l'article allegué.

8. Il s'ensuit encore que la vîtesse relative ou respective avec laquelle les corps s'aprochent mutuellement, avant que d'atteindre le ressort, est égale à la vîtesse respective avec laquelle ils s'éloignent l'un de l'autre, après avoir quitté le ressort.

9. Et puisqu'il est arbitraire de donner tant ou si peu d'étenduë au ressort AB qu'on le juge à propos, on peut la suposer si petite, que les corps A & B soient censez se toucher au point C, lorsque par leurs concours ils auront bandé le ressort. Et si il est indifferent de préferer une sorte de ressorts à toute autre, il n'est pas moins per-

mis de s'en passer tout-à-fait, & de substituer deux corps parfaitement élastiques, aux corps *A* & *B*, qu'on avoit dépoüillez de leur élasticité naturelle ; par là on concevra aisement que l'effet qui resultera du choc de ces deux corps, doit être le même qu'auparavant, puisque les ressorts propres de ces corps, qui, au tems du concours, se confondent en un ressort commun, supléent au défaut d'un ressort exterieur, d'où on concluera la verité du Theorême suivant.

THEOREME.

10. Si deux corps parfaitement élastiques d'une roideur finie ou infinie, se rencontrent directement en se mouvans l'un contre l'autre, avec des vîtesses reciproquement proportionnelles à leurs masses : Je dis 1°. qu'après le choc chacun d'eux se mouvra en sens contraire, avec sa premiere vîtesse, & par consequent aussi avec sa premiere quantité de mouvement. 2°. Que leur vîtesse respective sera égale avant & après le choc. 3°. Et qu'enfin leur centre commun de gravité, demeurera aussi immobile après le choc, qu'il l'étoit avant que ces corps se choquassent.

11. Les regles de la communication du mouvement, sont renfermez comme tout autant de Corrollaires, dans le Theorême que nous venons d'établir d'une maniere nouvelle. Je prouverai ce que j'avance, qu'on me permette auparavant de proposer l'hypotese suivante que personne ne conteste.

HYPOTESE II.

12. Si deux ou plusieurs corps qui se meuvent sur un plan, ou dans une espace quelconque, viennent à se rencontrer & à se heurter les uns contre les autres, de telle maniere qu'on voudra ; les mouvemens qui résulteront de leur choc, seront les mêmes entre eux, soit que le plan ou l'espace dans lequel sont ces corps, soit en repos ; soit qu'il se meuve lui-même d'un mouvement uniforme,

& suivant une même direction ; car la force du choc, ou de l'action des corps les uns sur les autres, dépend uniquement de leurs vîtesses respectives ; or il est visible que les vîtesses respectives des corps ne changent pas avant le choc, soit que le plan ou l'espace qui les contient soit sans mouvement, soit qu'il se meuve uniformement, suivant une direction donnée ; les vîtesses respectives seront donc encore les mêmes après le choc.

COROLLAIRE.

13. Il s'ensuit delà, que si ce plan ou cet espace étant en repos, de même que le commun centre de gravité des corps qui s'y meuvent, il survient ensuite à ce plan ou à cet espace, un mouvement uniforme dans une direction donnée, le centre de gravité de ces corps se mouvra suivant la même direction, & avec la même vîtesse que le plan.

CHAPITRE IV.

Recherche de la Regle generale de la détermination du Mouvement.

PROBLEME.

1. S*oient* A & B, *deux corps parfaitement roides qui se meuvent du même coté sur une ligne droite ; que le corps* B *precede avec la vîtesse* b ; & *que le corps* A *le suive avec une vîtesse* a, *plus grande que celle de* B, *ensorte qu'il le ratrape en quelque endroit de la ligne donnée. On demande quelles seront les vîtesses de ces deux corps après le choc ?*

2. Pour résoudre ce Problême general sous lequel sont compris tous les cas particuliers, il n'y a qu'à supposer que le mouvement de ces deux corps se fait sur un plan, lequel

quel a lui-même un mouvement uniforme vers le côté opoſé, dont la vîteſſe eſt égale à celle qu'a le commun centre de gravité des corps *A* & *B*. De cette maniere, ce centre n'aura point de vîteſſe par raport aux objets qui ſont en repos hors de ce plan, & les corps *A* & *B*, ſeront par ce même raport dans le cas du Theorême general, (*Chap.* 3. §. 10.) je veux dire que leurs maſſes ſeront en raiſon réciproques de leurs vîteſſes. Chacun d'eux ſera donc repouſſé après le choc avec la même vîteſſe qu'il avoit avant le choc : Voici une maniere aiſée de réſoudre ce Problême par le calcul.

3. Les vîteſſes a & b, vers le même côté ſur le plan, multipliées par les maſſes *A* & *B*; & la ſomme des produits, diviſée par la ſomme des maſſes, donne par le principe de la Méchanique, la vîteſſe du centre commun de gravité ſur ce même plan. Cette vîteſſe ſera donc $= \frac{a\mathrm{A} + b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$; ſupoſons à preſent que le plan ſe meuve en arriere avec cette vîteſſe : il eſt clair que par raport aux objets en repos hors du plan, la vîteſſe du corps *A* ſera $= a \frac{- a\mathrm{A} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}} = \frac{a\mathrm{B} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$ en avant, & la vîteſſe du corps *B* ſera $= \frac{a\mathrm{A} + b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}} - b = \frac{a\mathrm{A} - b\mathrm{A}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$ en arriere, mais $\frac{a\mathrm{B} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}} \cdot \frac{a\mathrm{A} - b\mathrm{A}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}} :: \mathrm{B}.\ \mathrm{A}.$ D'où il paroît que les vîteſſes avec leſquelles les corps ſe rencontrent directement en allant l'un contre l'autre, ſont en raiſon reciproque de leurs maſſes. Ils ſe ſépareront donc après le choc par le Theorême (*Chap.* 3. §. 10.) chacun avec ſa premiere vîteſſe, ainſi le corps *A*, retournera en arriere avec la vîteſſe $\frac{a\mathrm{B} - bB}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$, & le corps *B* ira en avant, avec la vîteſſe $\frac{a\mathrm{A} - b\mathrm{A}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$. Remettons à preſent le plan dans ſon premier repos, ou ce qui revient à la même choſe, rendons à cha-

cun la commune vîteſſe $\frac{aA+bB}{A+B}$ en avant, qu'on leur avoit ôtée par la ſupoſition, en imprimant la même vîteſſe en arriere au plan, & alors le corps *A* aura après le choc une vîteſſe $\frac{aA+bB}{A+B}$ en avant, plus une vîteſſe $\frac{aB-bB}{A+B}$ en arriere; mais dans le langage des Algebriſtes, une vîteſſe poſitive en arriere, eſt une vîteſſe negative en avant. Donc la vîteſſe en avant du corps *A* après le choc, ſera $\frac{aA+bB}{A+B}-\frac{aB+bB}{A+B}=\frac{aA-aB+2bB}{A+B}$ & la vîteſſe en avant du corps *B*, ſera $\frac{aA+bB}{A+B}+\frac{aA-bA}{A+B}$ $=\frac{2aA-bA+bB}{A+B}$. *C. Q. F. T.*

SCHOLIE.

4. On doit remarquer trois cas differens qui peuvent arriver au corps *A* après le choc, car $\frac{aA-aB+2bB}{A+B}$ eſt affirmatif, negatif, ou égal à zero, ſelon que $aA+2bB$ eſt ou $>$, ou $<$, ou $=$ à *B*. Dans le premier cas, le corps *A* continuëra ſon chemin : dans le ſecond cas il reculera, & dans le troiſiéme il s'arrêtera.

5. Cette regle eſt generale pour tous les corps qui vont du même ſens avant de ſe choquer; mais il eſt aiſé d'en tirer une autre qui ſerve pour tous les corps qui ſe meuvent en ſens contraire, avant leur choc. On n'a pour cela qu'à ſupoſer que *b*, où la vîteſſe en avant du corps *B* eſt negative; car pour peu que l'on ait l'eſprit algebrique, on conçoit aiſement que ſe mouvoir negativement en avant, c'eſt ſe mouvoir poſitivement en arriere. Si l'on change donc dans la formule precedente, les ſignes qui ſont devant la lettre *b*, il en reſultera une expreſſion pour les vîteſſes qu'auront après leur choc les

corps *A* & *B* qui ſe rencontrent directement avec des vîteſſes opoſées *a* & *b*, on aura donc la vîteſſe du corps *A* $= \frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$, & la vîteſſe du corps $B = \frac{2aA + bA - bB}{A + B}$, à les prendre toutes deux en avant, c'eſt-à-dire, ſelon la direction qu'avoit le corps *A* avant le choc; mais ſi l'une ou l'autre de ces formules ou toutes les deux, ſont négatives, c'eſt une marque que l'une d'elles ou toutes les deux, expriment une direction contraire à celle qu'avoit le corps *A* avant le choc.

COROLLAIRE I.

6. On a conclu du Theorême (*Chap.* 3. §. 10. *& du Corol.* §. 13.) que la vîteſſe reſpective des deux corps *A* & *B*, demeure la même avant & après leur choc, ſoit qu'ils ſe meuvent en un même ſens, ſoit qu'ils ſe meuvent en ſens contraire, nos deux formules generales confirment cette verité; car 1°. ſi avant le choc leur mouvement tend du même côté, leur vîteſſe reſpective eſt $a - b$; mais aprés qu'ils ſe ſont choquez, la vîteſſe du corps *B*, comme la plus grande en avant, eſt $= \frac{2aA - bA + bB}{A + B}$, & la vîteſſe du corps *A* comme la plus petite en avant, eſt $= \frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$, retranchant donc cette formule de la premiere, il reſtera auſſi $\frac{aA + aB - bA - bB}{A + B} = a - b$.

2°. Si avant le choc les corps *A* & *B* ont des vîteſſes oppoſées, on aura $a + b$ pour leur vîteſſe reſpective; or la difference de la formule $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$ à la formule $\frac{2aA + bA - bB}{A + B}$, leſquelles expriment les vîteſſes en avant des corps *A* & *B*, aprés leur choc donne auſſi $\frac{aA + aB + bA + bB}{A + B} = a + b$.

COROLLAIRE II.

7. Le mouvement du centre commun de gravité des corps *A* & *B*, ne change par le choc, ni de direction, ni de vîtesse : On l'a fait voir en supposant un mouvement dans le plan sur lequel ces deux corps se meuvent, & c'est aussi ce que nos formules montrent clairement ; car dans le cas où *A* & *B* se meuvent tous deux en avant, nous avons démontré (§. 3.) que la vîtesse de leur commun centre de gravité est $= \frac{a\mathrm{A} + b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$; or en multipliant les vîtesses après le choc par les masses, & en divisant la somme des produits par la somme des masses, il vient $\frac{a\mathrm{AA} + a\mathrm{AB} + b\mathrm{AB} + b\mathrm{BB}}{\mathrm{AA} + 2\mathrm{AB} + \mathrm{BB}} = \frac{a\mathrm{A} + b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$: & dans le cas où *A* & *B* se meuvent en sens contraire, leur commun centre de gravité, aura pour vîtesse $\frac{a\mathrm{A} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$; mais les vîtesses aprés la reflexion lesquelles sont $\frac{a\mathrm{A} - a\mathrm{B} - 2b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$ & $\frac{2a\mathrm{A} + b\mathrm{A} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$; toutes deux en avant, étant multipliées par les masses, & ensuite la somme des produits, divisée par la somme des masses, on aura $\frac{a\mathrm{AA} + a\mathrm{AB} - b\mathrm{AB} - b\mathrm{BB}}{\mathrm{AA} + 2\mathrm{AB} + \mathrm{BB}} = \frac{a\mathrm{A} - b\mathrm{B}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$.

DEFINITION.

8. J'apelle *quantité de direction*, le produit de la vîtesse du commun centre de gravité, par la somme des masses.

THEOREME.

9. La quantité de direction demeure toujours la même, tant aprés qu'avant l'impulsion, cette quantité étant tou-

jours $\frac{aA \pm bB}{A + B} \times \overline{A + B} = aA \pm bB$, le ſigne ſuperieur eſt affirmatif, deſignant le mouvement des corps en même ſens ; & le ſigne inferieur eſt negatif, deſignant le mouvement en ſens contraire. D'où il paroît que la quantité de mouvement ne ſe conſerve pas toujours, comme on ſe l'imagine communement. Et en effet cette quantité ne ſe conſerve qu'en deux cas, 1°. lorſque les corps ſe meuvent du même côté avant & aprés leur choc ; 2°. lorſque la quantité de la direction eſt nulle, ou que le commun centre de gravité eſt ſans mouvement, parce qu'alors les corps reflechiſſent chacun avec ſa premiere vîteſſe.

10. Notre methode nous ayant conduit immediatement à la regle generale, ce ſeroit perdre ſon tems que de l'appliquer à tous les cas particuliers, que les Auteurs ont été obligez de réſoudre pour y pouvoir parvenir, & d'autant plus que le moindre Géometre eſt en état de le faire : il n'y a qu'à ſubſtituer dans nos formules generales, les valeurs ſelon les conditions du cas qu'on s'eſt propoſé, je me contenterai d'en donner quelques exemples.

11. Les deux corps A & B étant ſupoſez égaux, la vîteſſe du premier $= a$, & celle du ſecond $= b$; on demande ce qui doit arriver aprés l'impulſion, ſubſtituez par tout A à B, & vous verrez que la premiere formule $\frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$, devient $= \frac{aA - aA + 2bA}{A + A} = \frac{2bA}{2A} = b$, & $\frac{2aA - bA + bB}{A + B} = \frac{2aA - bA + bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$: On trouvera de même que dans la ſeconde formule il vient $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B} = \frac{aA - aA - 2bA}{A + A} = \frac{-2bA}{2A} = -b$; & $\frac{2aA + bA - bB}{A + B} = \frac{2aA + bA - bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$; en ſorte qu'il ſe fera toujours un échange de vîteſſe, ſoit que les corps

se meuvent en un même sens, ou en sens contraire, je veux dire qu'aprés la percussion le corps A prendra la vîtesse du corps B, & le corps B celle du corps A, conformement aux regles que les Auteurs en ont donnez.

12. Les deux corps A & B ayant entre eux une raison quelconque; & B étant suposé en repos, on demande combien de vîtesse chacun de ces deux corps aura aprés l'impulsion? On trouve en prenant dans les formules $b=o$, que la vîtesse du corps A sera $=\frac{aA-aB}{A+B}$, & celle du corps $B=\frac{2aA}{A+B}$.

13. Si suposant B en repos, & A en mouvement avec une vîtesse donnée c, on supose en suite A en repos, & B en mouvement, avec une vîtesse égale; & qu'on souhaite de connoître la raison de la vîtesse communiquée à B dans la premiere suposition, à la vîtesse communiquée à A, dans la seconde suposition; on déterminera comme dans l'article precedent, la vîtesse de $B=\frac{2cA}{A+B}$, & celle de $A=\frac{2cB}{A+B}$; mais il est clair que $\frac{2cA}{A+B}.\frac{2cB}{A+B}::A.B$; donc ces vîtesses sont en raison des masses, ce que M. Huguens a aussi démontré dans son Traité, *De motu corporum ex percussione prop.* 10.

14. On remarquera ici en passant que quelque grand que soit le corps en mouvement, & quelque petit que soit le corps en repos, la vîtesse que celui-ci acquerrera par le choc, sera toujours moindre que le double de la vîtesse avec laquelle il est frapé par le grand. Car il est visible que $\frac{2cA}{A+B}<2c$. Cependant si A étoit infiniment, ou incomparablement plus grand que B, alors $\frac{2cA}{A+B}$ passeroit pour égal à $\frac{2cA}{A+O}=\frac{2cA}{A}=2c$, c'est-à-dire, que la vîtesse que recevroit le corps B seroit actuellement double de celle que le corps A avoit avant le choc; ainsi $2c$ est

le terme dont on aproche de plus en plus en augmentant à l'infini le corps *A*, ou en diminuant à l'infini le corps *B*.

15. Toutes les autres propositions que M. Huguens a démontrées à sa maniere dans le Traité dont nous venons de parler, se verifient aisément par nos formules generales, j'en excepte une faute où il est tombé à la page derniere, lorsqu'il dit : *Si corpora centum ex ordine dentur in proportione dupla, incipiat que motus à maximo, invenitur subducto calculo ad preceptum regulæ propositione nona traditæ, sed in compendium redactæ celeritas minimi ad celeritatem qua movebatur maximum proxime ea quæ* 14760000000, *ad*, 1. Car je trouve par le moyen des logarithmes qui est aparemment le *Compendium* dont a parlé M. Huguens, qu'il falloit dire *proxime ea quæ* 2338500000000, *ad* 1. De sorte que la veritable vîtesse de ce corps est plus de 150 fois plus grande que celle que cet Auteur lui assigne.

16. Le cas où deux corps se rencontrent obliquement n'exige point de regle particuliere, il suffit pour cela d'admettre la composition de mouvement, que personne ne fait difficulté de recevoir à present, si l'on souhaite donc de sçavoir ce qui resulte du choc de deux corps qui concourent selon deux directions differentes, ou qui se frapent non centralement, on n'a qu'à décomposer le mouvement de chacun de ces corps en deux autres mouvemens, dont l'un ait pour direction la tangente commune, tirée par le point où ces corps considerez comme spheriques, se rencontrent, & l'autre une direction perpendiculaire à la premiere, les perpendiculaires representeront un concours direct, compris dans la regle generale, pendant que les paralleles continuëront après le choc sans aucun changement. On formera donc autour de ces directions laterales, deux nouveaux parallelogrammes ; leurs diagonales donneront les déterminations, & les vîtesses des corps après le choc.

CHAPITRE V.

De la force vive des corps qui ſont en mouvement.

1. JE me propoſe d'examiner dans ce Chapitre ce que la matiere du mouvement a de plus important ; je parle de cette force des corps que M. de Leibnits apelloit *vive*, pour la diſtinguer d'une autre force à qui il avoit donné le nom de *force morte*, j'ai déja eu occaſion de définir au commencement de cet ouvrage (*Chap. III.*) ce que j'entends par force vive, & par force morte, & de déterminer en paſſant la veritable meſure de la force vive ; mon but eſt à preſent d'expliquer à fonds la nature & les proprietez de cette force, & je l'entreprends d'autant plus volontiers qu'un grand nombre de Philoſophes trés-éclairez d'ailleurs, confondent encore ces deux forces, & n'ont pû être tirez de leur erreur.

2. Nous avons vû au Chapitre III. que la force morte conſiſtoit dans un ſimple effort, & cet effort eſt tel qu'il peut ſubſiſter, quoiqu'un obſtacle étranger l'empêche à tout moment de produire un mouvement local dans les corps, ſur leſquels cet effort ſe déploïe. Telle eſt par exemple la force de la peſanteur. Un corps peſant ſoutenu par une table horizontale, fait un effort continuel pour deſcendre, & il deſcendroit effectivement ſi la table ne lui opoſoit un obſtacle qui le retient, ainſi la peſanteur produit une force morte dans les corps dont l'effet n'eſt que momentané. Chaque inſtant la peſanteur imprime aux corps ſur qui elle agit, un degré de vîteſſe infiniment petit, lequel eſt auſſi-tôt abſorbé par la réſiſtance de l'obſtacle. Ces petits degrez de vîteſſe périſſent en naiſſant, & renaiſſent en périſſant, & c'eſt dans cette réciprocation conſtante, dans ce retour de production & de deſtruction, en quoi conſiſte l'effort de la peſanteur quand elle eſt retenuë par un obſtacle invincible à qui nous avons donné le

le nom de force morte. Quant à l'obſtacle, il reçoit de cette preſſion, lorſqu'il réſiſte à l'effort de la peſanteur une force toûjours égale, & réciproque à celle avec laquelle cette même peſanteur agit ſur lui; la force morte a cela de particulier, qu'elle ne produit aucun effet qui dure plus long-tems qu'elle: Dès que cette force ceſſe, tout ceſſe avec elle; & ſon effet ne ſurvit jamais à ſon action. Si le corps peſant ſoutenu par la table perdoit tout-à-coup ſa peſanteur, la table ceſſeroit dans le même inſtant d'être preſſée.

3. Il n'en eſt pas de même de la force vive, ſa nature eſt toute differente, elle ne peut ni naître, ni périr en un inſtant comme la force morte, il faut plus ou moins de tems pour produire une force vive dans un corps qui n'en avoit pas, il faut auſſi du tems pour la détruire dans un corps qui en a; la force vive ſe produit ſucceſſivement dans un corps, lorſque ce corps étant en repos, une preſſion quelconque appliquée à ce corps, lui imprime peu-à-peu, & par degrez, un mouvement local. On ſupoſe qu'aucun obſtacle ne l'empêche de ſe mouvoir. Ce mouvement s'acquiert par des degrez infiniment petits, & monte à une vîteſſe finie & determinée, qui demeure uniforme dès que la cauſe qui a mis ce corps en mouvement ceſſe d'agir ſur lui; ainſi la force vive produite dans un corps en un tems fini par une preſſion, qu'aucun obſtacle n'a retenuë, eſt quelque choſe de réel, elle eſt équivalente à cette partie de la cauſe qui s'eſt conſumée en la produiſant, puiſque toute cauſe efficiente doit être égale à ſon effet pleinement executé.

4. Le corps qui reçoit cette force n'étant retenu par aucun obſtacle, n'opoſe de réſiſtance à cette force que celle qui dépend de ſon inertie, toûjours proportionelle à ſa maſſe; deſorte que les petits degrez de mouvement que la preſſion imprime ſucceſſivement à ce corps s'y conſervent, & s'accumulent juſqu'à produire enfin un mouvement local. On pouroit comparer la force vive effectuée par une preſſion continuelle qu'aucun obſtacle n'empê-

che à une surface décrite par le mouvement d'une ligne ; ou à un solide décrit par le mouvement d'une surface ; il n'y a donc pas plus de comparaison à faire entre la simple pression ou la force morte & la force vive, qu'entre une ligne & une surface ; qu'entre une surface & un solide, ce sont des quantitez héterogénes qui n'admettent point de comparaison.

5. Quelque soit la cause d'une pression, qui par la durée de son action produit enfin du mouvement, si elle est d'une quantité déterminée telle qu'un ressort bandé, par exemple, qui par sa détente employe sa force à produire une vîtesse actuelle, dans un corps qui n'en avoit point auparavant, je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que ce corps reçoit de nouveaux degrez de force, la cause qui les produit en doit perdre tout autant, jusqu'à ce que toute la force du ressort soit épuisée & transferée au corps dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de tous les petits degrez qui y ont été produits successivement C'est cette force, en tant qu'elle est dans le corps mis en mouvement par l'épuisement de la pression du ressort, qu'on doit apeller proprement *la force vive*, en vertu de laquelle le corps se transporte d'un lieu à un autre, avec une certaine vîtesse, plus ou moins grande selon l'énergie du ressort.

6. On voit encore ici la grande difference qu'il y a entre la force vive, & la force morte. La seule pression ou la force morte que reçoit un obstacle immobile, par l'effort d'un ressort qui cherche à se débander, ne diminuë en rien la force du ressort, bien loin de l'épuiser. L'air, par exemple, condensé dans un recipient, fait un effort continuel pour se dilater, sans jamais rien perdre de sa force, parce que les parois du recipient ne pouvant ceder, ne font que soutenir sa pression, sans affoiblir l'élasticité de l'air, mais la force du ressort se consume, en donnant du mouvement à un corps, c'est-à-dire, en produisant une force vive, la production du moindre degré de cette force demande la perte ou la destruction d'un degré égal

de la force du ressort : l'un est la cause, & l'autre l'effet immediat qui en resulte ; or la cause ne sçauroit perir en tout ou en partie, qu'elle ne se retrouve dans l'effet à la production duquel elle a été employée.

7. Je conclus de là que la force vive d'un corps qui a été poduite par le débandement de quelque ressort, est capable de le rebander précisement au même degré de force que ce ressort avoit, & si on supose que cette force vive est employée toute entiere à bander deux, trois, ou plusieurs ressorts égaux entre eux, mais plus foibles que le precedent ; je dis que ce premier ressort peut produire un effet deux fois, trois fois, ou plusieurs fois plus grand qu'un de ces ressorts foibles. L'égalité qui regne entre l'effet & sa cause efficiente, prouve ce que nous venons d'avancer.

8. C'est dans cette égalité que consiste la conservation des forces des corps qui sont en mouvement, puisqu'il est visible que la plus petite partie d'une cause positive, ne sçauroit se perdre qu'elle ne reproduise ailleurs un effet par lequel cette perte soit reparée.

9. Comme on a été long-tems dans la persuasion que la quantité de mouvement, où le produit de la masse d'un corps par sa vîtesse, étoit la mesure de la force de ce corps, on a crû faussement qu'il étoit necessaire qu'il y eut toujours un égal quantité de mouvement dans l'Univers.

10. L'origine de cette erreur, ainsi que je l'ai déja insinué, vient de ce qu'on a confondu la nature des forces mortes, avec celle des forces vives ; car voyant que le principe fondamentale de la Statique, exige que dans l'équilibre des puissances, les momens soient en raison composée, des forces absolues, & de leurs vîtesses virtuelles. On a étendu mal à propos ce principe plus loin qu'il ne falloit, en l'appliquant aussi aux forces des corps qui ont des vîtesses actuelles.

11. Ce n'est que depuis trente ou quarante ans, que quelques personnes se sont aperçûës que ces deux forces

ſont d'une nature tout-a-fait differente, n'y ayant pas plus de raport entre elles, qu'entre une ligne & une ſurface, ou qu'entre une ſurface & un ſolide. M. de Leibnitz eſt le premier qui a remarqué que cette force n'étoit point égale au produit de la maſſe par la vîteſſe, mais que ſa meſure étoit le produit de la maſſe par le quarré de la vîteſſe.

12. La nouveauté de ce ſentiment lui attira des adverſaires. M. de Leibnitz le prouva par le parfait accord qu'il y avoit entre ſon ſentiment & la regle de Galilée, pour l'acceleration de la chûte des corps peſans ; regle generalement aprouvée, & au moyen de laquelle M. de Leibnitz fit voir qu'un poids avec deux degrez de vîteſſe, peut monter quatre fois plus haut, qu'avec un degré de vîteſſe : neuf fois plus haut ſi il a trois degrez de vîteſſe : ſeize fois plus haut ſi il en a quatre : enfin il montra que les hauteurs auſquelles les corps peſans ſont capables de s'élever, ſont toujours proportionnelles aux quarrez de leurs vîteſſes. Il prétendoit que la hauteur à laquelle un poids peut monter, peut être priſe pour la meſure de la force de ce poids ; il concluoit que la force vive d'un corps, étoit proportionnelle à ſa maſſe multipliée par le quarré de ſa vîteſſe.

13. Mais les adverſaires de M. de Leibnitz, ne lui paſſerent pas ſon hypotheſe touchant les hauteurs qu'il prétendoit être la meſure des forces. Ils formerent des inſtances, & ſoûtinrent entre autres choſes, qu'on ne devoit point negliger le tems que le poids employe à parcourir la hauteur à laquelle il monte. Qu'un poids, par exemple, qui avec une vîteſſe double s'éleve à une hauteur quadruple, ne doit être cenſé avoir qu'une force double, parce qu'il employe un tems double à monter ; ces Meſſieurs crurent être fondez à ſoûtenir que dans l'eſtimation des forces, il falloit avoir égard non ſeulement aux hauteurs, mais auſſi aux tems, perſuadez que la force des corps étoit en raiſon compoſée, de la raiſon directe de la hauteur, & de la raiſon inverſe du tems ;

ils ne reflechissoient pas que la consideration du tems n'étoit d'aucune consequence dans le sujet de leur dispute ; puisqu'il étoit facile de faire monter le corps pesant à differentes hauteurs en des tems égaux ; on n'a pour cela qu'à se servir d'une cycloïde renversée, dont on sçait que tous les arcs, à commencer depuis le point le plus bas sont *Isochrones*, ou parcourus en des tems égaux.

14. M. de Leibnitz répondit à ces objections, mais il ne gagna rien sur des esprits prévenus en faveur du sentiment commun & erroné, que la force des corps en mouvement étoit égale à la quantité de leur mouvement, c'est-à-dire, en raison des produits de leurs masses, par leurs simples vîtesses. Ce fut en vain qu'il fit voir à ses adversaires, que si l'opinion qu'ils soutenoient avoit lieu, on pouvoit executer un mouvement perpetuel purement mechanique, ce qui, selon M. de Leibnitz, étoit absolument impossible ; ces adversaires aimerent mieux admettre la possibilité d'un mouvement perpetuel artificiel, que d'abandonner une opinion reçuë depuis long-tems, pour en embrasser une nouvelle qu'ils regardoient comme une espece d'heresie en matiere de Physique.

15. Peu de tems avant la mort de M. de Leibnitz, son sentiment fut entierement rejetté en Angleterre, & traité même avec mépris. On s'atacha dans un Recueil de Lettres de M. C * * * & de M. de Leibnitz, imprimées deux fois de suite avec des notes : On s'atacha, dis-je, à tourner en ridicule le sentiment de ce grand homme sur l'estime de la force vive, non sans une surprise extrême de la part de ceux qui reconnoissent la verité de ce sentiment.

16. Il est vrai que le nombre en est encore fort petit dans le reste de l'Europe : j'ai peut-être été le premier depuis environ vingt-huit ans, ce n'est pas que les preuves de M. de Leibnitz m'ayent paruës assez fortes, pour me déterminer à embrasser son sentiment ; car j'avouë

qu'étant indirectes, & nullement tirées du fond de la matiere dont il s'agissoit, elles ne purent me convaincre, mais elles me donnerent occasion d'y penser ; & ce n'est qu'après une longue & serieuse meditation que je trouvai enfin le moyen de me convaincre moi-même, par des démonstrations directes, & au-dessus de toute exception. M. de Leibnitz à qui je le communiquai m'en sçut bon gré, aussi servirent-elles à lui attirer des sectateurs, & à ramener à son sentiment quelques-uns de ceux qui auparavant se trouvoient engagez dans une longue dispute avec lui, n'ayant pas été pleinement convaincus par ses raisonnemens.

17. A mon égard, j'embrasse avec plaisir l'occasion de faire part de mes découvertes *aux illustres Membres de l'Academie Royale des Sciences*, & me fais un honneur de soûmettre mes lumieres à leur jugement : ce sont des Juges également éclairez & penetrans ; incapables de partialitez & de prévention, & dont l'équité seule regle les décisions ; je me flatte qu'ils voudront bien prendre la peine d'examiner avec soin, ce que j'ai l'honneur de leur proposer sur la veritable maniere d'estimer la quantité de la force des corps en mouvement. Cette question est épineuse, & elle demande une attention d'autant plus suivie, que des Philosophes mêmes, & des Mathematiciens d'un grand nom, s'y sont mépris. Si ce discours a le bonheur de plaire à mes Juges, j'y ajoûterai plusieurs remarques utiles que la brieveté du tems ne m'a pas permis de communiquer ici ; la matiere est abondante & riche, elle meriteroit qu'on en fit un Traité complet. Voici en attendant ce que ce sujet renferme de plus essentiel.

CHAPITRE VI.

En quoi consiste la mesure des forces vives. Maniere de les comparer ensemble.

1. JE continuerai à me servir de ressorts, comme du moyen le plus commode pour expliquer mes pensées sur la production & la force du mouvement. Suposons, pour fixer l'imagination, un ressort d'une figure déterminée *ACB*, dont les deux branches égales *CA* & *CB*, forment un angle *ACB*; il est clair que lorsque ce ressort est bandé, les branches *CA* & *CB* font un effort continuel pour s'écarter l'une de l'autre, ou pour élargir l'ouverture *ACB*; en sorte que si l'une des forces qui retiennent ce ressort dans un état de contrainte, ou qui compriment la jambe *CA* vers *B*, & la jambe *CB* vers *A*, venoit à manquer subitement, les jambes de ce ressort s'ouvriroient d'elles-mêmes sur le champ, jusqu'à ce que ce ressort eut entierement perdu la force de se dilater davantage. Fixons cet état à 90 degrez, le ressort *ACB* sera donc entierement dilaté, lorsque d'un angle de 30 degrez, que formoient ces jambes dans un état de contrainte, il sera parvenu à un angle droit *acb*. Je ne sçai si je dois avertir que faisant abstraction de la matiere du ressort, de sa pesanteur, & de tout autre qualité, je ne considere ici que la figure déterminée de ce ressort, & sa parfaite élasticité en vertu de laquelle il se dilateroit avec une promptitude infinie, si aucun obstacle étranger ne s'oposoit à sa dilatation. FIG. 3.

2. Imaginons deux de ces ressorts égaux en tout, & également bandez, par exemple, à un angle de 30 degrez : que le ressort *DEF*, s'apuie en *D* contre un plan immobile *mn*, & du côté *F* contre une résistance active *P*, qui aye précisement autant de force qu'il lui en faut pour empêcher que ce ressort ne se dilate, mais que le FIG. 4.

ressort *LMN* soit arrêté de part & d'autre, par les résistances actives *R* & *S*, lesquelles ayent aussi les forces necessaires pour empêcher que ce ressort ne se dilate. Je supose de plus, & la chose me paroît assez évidente pour n'avoir pas besoin de démonstration, que la résistance *P* est autant pressée par l'effort du ressort *DEF*, que chacune des deux autres résistances *R* & *S*, l'est par l'effort du ressort *LMN*; car la résistance passive du plan immobile *mn*, refluë sur *P* avec autant de force, que la résistance active *R* refluë sur celle qui lui est oposée en *S*, & reciproquement. C'est une consequence necessaire de l'égalité parfaite qu'il y a toujours entre l'action & la réaction.

FIG. 5. 3. De là il s'ensuit que s'il y a une suite de plusieurs ressorts égaux, & également bandez *ACB*, *BED*, *DGF*, *FIH*, rangez en ordre l'un à côté de l'autre, dont le premier *ACB* soit appuyé contre un plan immobile *mn*; le second *BED*, contre le premier *ACB*; le troisiéme contre le second, & ainsi jusqu'au dernier : la puissance *L* qui leur résiste, & les empêche de se débander, est égale à la puissance *P* qui resiste à un seul de ces ressorts, aussi bandé que chacun des autres, & appuyé en *A* contre le plan inébranlable *mn*; car par l'article precedent le premier ressort *ACB*, ne presse le second ressort *BED*, & n'en est reciproquement pressé, que de la même maniere qu'il le seroit, si ôtant le premier ressort on substituoit à sa place un plan immobile, contre lequel le second ressort appuyeroit en *B*. Par la même raison le second ressort consideré ici comme le premier, pressera le troisiéme ressort *DGF*, & en sera reciproquement pressé, comme si celui-ci étoit effectivement à la place du second ressort, & ainsi de tous les autres, jusqu'au dernier ressort *FIH*. Il est donc manifeste que le dernier ressort *FIH*, agit contre la résistance *L*, de la même maniere que s'il étoit immediatement apuyé contre le point fixe *F*, ou ce qui revient à la même chose, la puissance *L* qui résiste à un nombre de ressorts égaux, & également tendus

dus, rangez en ligne droite, dont le premier eſt arrêté par un plan immobile *mn*, ou retenu contre un point fixe *A*, eſt égale à la puiſſance *P*, qui reſiſte à un ſeul de ces reſſorts tendu de même, & apuyé contre un point fixe *A*. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

4. Si il y a pluſieurs rangs composez d'un nombre different de reſſorts égaux & également bandez, & que chacun de ces rangs ſoit apuyé d'une part contre un point fixe, & que de l'autre il ſoit retenu par une puiſſance qui l'empêche de ſe débander ; il eſt clair que ces puiſſances ſeront égales entre elles, chacune d'elles étant égale à la puiſſance qui peut retenir bandé un ſeul de ces reſſorts.

5. Concevons à preſent deux rangs de reſſorts égaux & également bandez, compoſez l'un de douze reſſorts, & l'autre de trois ; dont une des extremitez ſoit apuyée contre les points fixes *A* & *B*, & l'autre arrêté par les boules *L* & *P*, que des puiſſances *R* & *S* empêchent de ſe mouvoir ; il eſt viſible par le Corollaire précedent, que les deux boules *L* & *P*, ſeront également preſſées par l'effort que font les reſſorts pour ſe débander ; & que par conſequent les forces mortes de ces boules ; qui ne ſont autre choſe que ces preſſions mêmes, ſeront auſſi égales. FIG. 6.

6. Voyons maintenant ce que ces preſſions miſes en œuvres, peuvent produire de force vive ; pour cet effet imaginons-nous que les puiſſances *R* & *S*, ſe retirent ſubitement. Il eſt conſtant que les boules *L* & *P* n'opoſant à l'effort des reſſorts que la réſiſtance qui provient de leurs inerties ; ces boules ſeront obligées de céder, & que dans le mouvement acceleré, que leur imprimeront les reſſorts, la boule *L* acquerera plus de vîteſſe par les efforts continuez de douze reſſorts, que la boule *P* égale à la boule *L* n'en peut acquerir par les efforts continuez de trois reſſorts ; car ſupoſé que le point *E* fut fixement

arrêté, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, produiront seuls autant d'acceleration dans la boule *L*, que les trois ressorts 1, 2, 3, dans la boule *P*; mais il est visible que le point *E* n'étant pas fixe, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, ne sçauroient se relâcher en suivant la boule *L*, que les neuf premiers ne se relâchent aussi, & ne poussent, chemin faisant, le point *E*, d'où il s'ensuit que les trois ressorts qui les précedent causeront à la boule *L*, une acceleration plus grande que les trois ressorts 1, 2, 3, ne la peuvent causer à la boule *P*.

7. Il n'est donc pas moins clair que la boule *L* aura acquis une plus grande vîtesse que la boule *P*, soit que tous les ressorts qui composent ces deux rangs se soient entierement débandez, soit que retenus par un obstacle qui les arrête, ils ne se soient débandez qu'en partie, & d'une maniere uniforme, en s'ouvrant, par exemple, de telle sorte, que d'un angle de 30 degrez que ces ressorts formoient auparavant, ils parviennent à en former un de 60 degrez.

8. Ceci étant une fois admis, peut-on douter que de deux corps égaux, celui qui a le plus de vîtesse, n'ait aussi le plus de force? Cependant nous venons de voir que les pressions ou forces mortes, que les boules *L* & *P* en repos, reçoivent des ressorts, avant que ces ressorts se dilatent, sont égales; & que ces mêmes boules mises en mouvement par les mêmes ressorts, ont des vîtesses inégales, d'où l'on pourroit déja inferer qu'il faut que ces forces soient d'une nature differente, & que par consequent on a eu tort de les confondre, & de soûtenir que puisque le moment où l'énergie des forces mortes, est en raison des produits des masses par leurs vîtesses virtuelles, les forces vives doivent aussi être proportionnelles aux produits des masses par leurs vîtesses actuelles.

9. Il ne suffit pas d'avoir prouvé que la force vive de la boule *L*, doit être plus grande que celle de la boule *P*; un peu d'attention fera voir que la boule *L* a précisement quatre fois autant de force vive que la boule *P*, en quel-

que raiſon que ſoient leurs maſſes. Car dès que les puiſſances réſiſtantes *R* & *S* ſont ôtées, les preſſions des reſſorts qui étoient contrebalancées par ces puiſſances, ſe tournent ſur le champ vers les boules *L* & *P*, & celles-ci commencent à ceder ainſi, chaque reſſort ſe débandant, chacun faiſant uſage de ſa force, & rien ne périſſant inutilement ; il faut de toute neceſſité que la force de chacun de ces reſſorts ſoit employée à produire ſon effet : & à quel effet ſeroit-elle employée, ſinon à mouvoir les boules ? Le mouvement de chaque boule ſera donc tel que ſa force vive ſera préciſement égale à l'effet complet & total de ce que tous les reſſorts pris enſemble y auront contribué : or chacun de ces reſſorts ſe dilatant également, par exemple, de 30 à 60 degrez, chacun d'eux contribuë également à produire cette force : donc les forces vives produites dans les boules *L* & *P*, ſeront comme le nombre des reſſorts qui ont contribué à leur production ; ſçavoir comme, 12 à 3, ou comme 4 à 1. *C. Q. F. D.*

CHAPITRE VII.

Où l'on démontre que les forces vives des corps, ſont en raiſon composée de leurs maſſes, & des quarrez de leurs vîteſſes.

1. QUant aux vîteſſes acquiſes des boules, que je ſupoſe preſentement égales en maſſes, je dis que ces vîteſſes ne ſont point entre elles comme le nombre des reſſorts qui les ont produites ; mais comme les racinés quarrées de ces nombres, ſçavoir, dans cet exemple, comme $\sqrt{12}$, à $\sqrt{3}$; comme $\sqrt{4}$, à $\sqrt{1}$, ou enfin comme 2 à 1. En voici la démonſtration.

Je ſupoſe deux lignes droites quelconques, données *AC*, *BD*, que je prends pour deux rangs de petits reſ- FIG. 7.

sorts égaux & également bandez : je supose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points C & D, vers F & I, lorsque les ressorts commencent à se dilater, soient CML, DNK, deux lignes courbes dont les apliquées GM, HN, expriment les vîtesses acquises aux points G & H. Je nomme $BD = a$, l'abscisse $DH = x$, sa differentielle HP, ou $NT = dx$, l'apliquée $HN = v$, sa differetielle $TO = dv$; je prends ensuite les abscisses CG, CE, de la courbe CLM telles, quelles soient aux abscisses de la courbe DNK, comme AC est à BD, ou ce qui est la même chose, je fais BD, AC :: DH, CG :: DP, CE. Suposant donc $AC = na$, on aura $CG = nx$, $GE = ndx$; soit enfin l'apliquée $GM = z$. Tout ceci suposé, je raisonne ainsi.

2. Les boules étant parvenuës aux points H & G, chaque ressort, tant de ceux qui étoient resserrez dans l'intervalle AC, que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD, sera dilaté également, parce que $AC . CG :: BD . DH$, chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre, une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par consequent à chacun également. Donc (*Ch. 6. §. 3 & 4.*) les pressions & les forces mortes que les boules en reçoivent, sont aussi égales entre elles : je nomme cette pression p. Or l'accroissement élementaire de la vîtesse en H, je veux dire la differentielle TO, ou dv, est par la loi connuë de l'acceleration, en raison composée de la force motrice, ou de la pression p, & du petit tems que le mobile met à parcourir la differentielle HP, ou dx, lequel tems s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{v}$, on aura donc $dv = \frac{pdx}{v}$, & partant $vdv = pdx$, ce qui donne par l'integration $\frac{1}{2}vv = \int pdx$. Par la même raison on a, $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times ndx}{z}$, par consequent $zdz = npdx$; & en integrant $\frac{1}{2}zz = n\int pdx$, d'où il suit que $vv . zz :: \int pdx$.

$nspdx :: 1.n :: a.na :: BD.AC$; or BD, eſt à AC, comme la force vive acquiſe en H, eſt à la force vive acquiſe en G. (*Chap.* 6. §. 9.) Donc ces deux forces ſont entre elles comme vv, à zz ; ainſi les forces vives des corps égaux en maſſes, ſont comme les quarrez de leurs vîteſſes, & les vîteſſes elles-mêmes ſont en raiſon ſoudoublée, ou comme les racines quarrées des forces vives. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

3. Si les corps ſont inégaux en maſſes, il eſt clair que leurs forces vives ſont comme les produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes.

COROLLAIRE II.

4. Si on ſupoſe les droites AC, BD, infiniment longues, par raport aux eſpaces parcourus CG, DH ; la preſſion p ſera égale & uniforme dans toute l'étenduë du chemin que le mobile a à parcourir : en effet, les reſſorts AC & BD, s'étant dilatez juſqu'en G & en H, & les dilatations CG, DH, étant infiniment peu conſiderables, par raport à l'étenduë AC & BD, que ces reſſorts occupoient auparavant ; il eſt évident que chaque reſſort ne perd par ſa dilatation, qu'une partie infiniment petite de ſon effort ; & que par conſequent les preſſions p, que les boules reçoivent par ces efforts, ſeront égales, & uniformes dans tous les points des lignes CG & DH.

COROLLAIRE III.

5. Dans cette ſupoſition où p devient conſtante $\int pdx$, ſera px, & partant $\frac{1}{2}vv = px$, & $\frac{1}{2}zz = npx$; d'où il paroît que les courbes des vîteſſes CML, DNK, ſeront des paraboles d'un même parametre, exprimé par $2p$; car le parametre en C, eſt $\frac{MG^2}{CG} = \frac{2npx}{nx} = 2p$, & le parametre en D eſt $\frac{NH^2}{DH} = \frac{2px}{x} = 2p$.

COROLLAIRE IV.

6. Ainſi l'acceleration des boules, ſuit dans ce cas la même loi que celle des corps peſans qui tombent, puiſque les quarrez des vîteſſes acquiſes ſont auſſi comme les hauteurs parcouruës par les corps peſans en tombant; & comme la peſanteur eſt conſtante, de quelque hauteur qu'un corps tombe, de même la preſſion des boules eſt uniforme dans toute la longueur de leur chemin.

COROLLAIRE V.

7. On peut donc conſiderer la chûte & l'acceleration d'un poids, comme étant cauſée par l'effort d'une matiere élaſtique, qui étenduë verticalement à l'infini, preſſeroit les corps de haut en bas, & les feroit deſcendre ſelon la loy connuë de l'acceleration. Il ſera donc auſſi permis d'apliquer aux forces vives de deux poids égaux, qui tombent de deux hauteurs differentes, ce qui a été prouvé des forces vives à l'égard de deux boules, ſçavoir quels ſont en raiſon de AC à BD, ou en raiſon des eſpaces parcourus, puiſque $AC. BD :: CG. DH$, ce qui fait voir que les hauteurs differentes qu'un même poids, ou que deux poids égaux parcourent en tombant, ſont proportionnelles à leurs forces vives acquiſes.

8. Cette démonſtration juſtifie la maniere dont M. de Leibnitz meſuroit les forces vives des corps par les hauteurs auſquelles ces corps peuvent monter en vertu de leurs vîteſſes. On dira peut-être que la cauſe de la peſanteur ne conſiſte pas dans la preſſion, que les corps qu'on nomme peſans reçoivent de l'effort d'une matiere élaſtique étenduë à l'infini. Mais cette objection ſeroit inutile; je ne prétens pas expliquer ici la veritable cauſe de la peſanteur. Je ſupoſe un principe, & j'examine enſuite quel ſeroit l'effet de ma ſupoſition, ſi elle avoit lieu dans la nature, & ſi je montre que la loi de l'acceleration ſelon cette hypotheſe, ne differe pas de celle que la nature obſerve

dans la chûte des corps graves ; je ne vois pas pourquoi il ne me seroit pas permis d'attribuer à celle-ci tout ce qui se déduit legitimement de l'autre. Les Physiciens décomposent souvent le mouvement uniforme, en deux mouvemens collateraux, pour rendre raison d'un phenomene ; quoique ce mouvement n'a pas été composé originairement de ces deux mouvemens collateraux ; & comme le même mouvement peut être décomposé en deux mouvemens collateraux d'une infinité de manieres differentes, puisqu'il peut y avoir une infinité de parallelogrammes autour d'une même diagonale ; ils chosissent entre toutes ces manieres, celle qui les accommode le plus, sans qu'on se soit avisé de leur reprocher. Tout le monde est en droit de faire des supositions, & d'en tirer des conclusions ; de même qu'on a jamais défendu aux Géometres de suposer ou de tirer dans les figures des lignes qui n'y sont pas, pourvû qu'elles servent à démontrer quelques Theorêmes, ou à résoudre quelques Problêmes ; il n'en est pas de même de notre sujet, quelque soit la veritable cause de la pesanteur ; il me suffit d'indiquer une maniere de produire par l'action des ressorts, une acceleration tout-à-fait semblable à celle que produit la pesanteur, & que je fasse voir comme je l'ai fait, que les espaces parcourus *CG* & *DH*, sont entre eux comme les forces acquises des corps égaux aux points *G* & *H*, pour en pouvoir conclure que les forces vives de deux poids égaux, sont comme les hauteurs d'où tombent ces poids, ou ausquelles ils peuvent monter, & par consequent comme les quarrez des vîtesses.

9. On m'objectera peut-être que pour envisager la descente de deux poids de deux hauteurs differentes, sur le pied de deux espaces differens *CG*, *DH*, parcourus par l'action des ressorts : je suis obligé de suposer deux rangs inégaux de ressorts *AC* & *BD*, quoique chacun de ces rangs soit d'une étenduë infinie, que cependant la cause de la pesanteur est la même pour toutes les hauteurs que les graves peuvent parcourir en tombant. A cela je

répons, que je considere simplement ici l'effet que l'action de deux rangs de ressorts *AC* & *BD* peut produire, comme étant entierement identique avec celui que fait la pesanteur ; sans prétendre par là que la cause de la pesanteur consiste effectivement, dans une action de ressorts, ou dans la pression d'une matiere élastique qui par la continuation de son effort fasse descendre les corps pesans.

CHAPITRE VIII.

Où l'on confirme la mesure des forces vives, établies dans le Chapitre précedent, par des experiences & de nouvelles démonstrations.

1. JE ne crois pas que personne puisse revoquer en doute, après tout ce que nous venons d'expliquer, la verité de la regle établie pour l'estime de la force vive des corps ; ainsi nous regarderons comme une chose démontrée, que cette force est proportionnelle à la masse, ou à la quantité de matiere multipliée par le quarré de la vîtesse, & non par la simple vîtesse.

2. Il s'est fait depuis peu d'années diverses experiences qui confirment merveilleusement cette regle. On a laissé tomber pour cet effet, de differentes hauteurs sur une matiere molle, telle que du suif, ou de la terre-glaise, dont la surface étoit unie & de niveau, plusieurs boules égales en grandeur, & inégales en poids ; après quoi on a observé avec toute l'exactitude necessaire, combien ces boules avoient penetré dans la matiere molle. Cette experience reïterée un grand nombre de fois, on a remarqué que les enfonçûres étoient toujours égales lorsque les boules tomboient de hauteurs reciproquement proportionnelles à leurs poids.

3. On a conclu de l'égalité de ces enfonçures, que les

les boules avoient des forces égales dans le moment qu'elles commençoient à s'enfoncer. Mais la vîtesse de chaque boule au moment de l'enfoncement, étant en raison sous-doublée de sa hauteur, ou sa hauteur en raison doublée de sa vîtesse : il s'ensuit que les forces vives de deux corps differens sont égales, lorsque leurs masses, ou quantité de matiere ont une raison reciproque aux quarrez de leurs vîtesses, conformement à la loy generale, qui veut *que la force vive d'un corps soit toujours proportionnelle au produit de la masse par le quarré de sa vîtesse*. C'est ce que nous avons prouvé par des démonstrations *à priori*, & que l'experience confirme à present.

4. J'ai encore d'autres preuves à alleguer pour le soutien de cette verité, mais si simples & si faciles, qu'il est surprenant que personne ne s'en soit aperçu avant moi ; celles que je vais indiquer sont tirées du choc oblique des corps. Soient deux boules *A* & *C* parfaitement élastiques & égales entre elles, que *C* soit en repos, & que *A* vienne la fraper obliquement, suivant la direction, & avec la vîtesse exprimée par *AB*, que je supose faire un angle demi droit, avec la tangente commune qui passe par le point de rencontre des deux boules, pour déterminer ce qui leur arrivera après le choc ; je décompose le mouvement par *AB*, en deux autres dont les directions sont *AF* & *FB*, l'une parellele, & l'autre perpendiculaire à la commune tangente, en consequence de la regle donnée ci-dessus pour le concours direct des corps, la boule *A* étant parvenuë en *B*, perdra tout son mouvement, selon la direction *FB*, pendant qu'elle conservera son mouvement par *AF*. Cette boule doit donc continuer à se mouvoir selon la direction *BE*, parallele à *AF*, avec une vîtesse $BE = AF$, tandis que la boule *C* recevra dans la direction *FB* prolongée, une vîtesse $CD = FD = AF$. Voilà donc la force de la boule *A* partagée après le choc en deux également ; car puisque ces boules sont égales & ont des vîtesses égales, il s'ensuit que chacune a la FIG. 8.

moitié de la force, que la seule A avoit avant le choc; d'où il est évident *que la force de la boule A avant le choc, est à la force de la boule C son égale après le choc, comme 2 est à 1, ou comme AB^2, à BF^2, c'est-à-dire, comme le quarré de la vîtesse de la boule A avant le choc, est au quarré de la vîtesse de la boule C, après le choc.*

5. Passons à une autre preuve, & au lieu de distribuer également la force d'une boule entre deux boules égales, démontrons la même verité par la réunion de deux forces égales en une; concevons pour cet effet deux boules égales D & E, lesquelles se meuvent avec des vîtesses égales DC, EB, sur des directions perpendiculaires l'une à l'autre, en sorte que la boule D parvenuë en C, rencontre directement la boule E parvenuë en B, il est visible que la premiere boule s'arrêtera tout court en C, & que l'autre boule se mouvra le long de la direction BA, faisant avec BD prolongée, un angle demi droit ABF, & que son mouvement par BA, sera composé de $FA = EB$, & de $BF = DC$. Voici donc un cas où la boule E ou B, possede toute seule après le choc, les deux forces que les deux boules avoient avant le choc. Mais ces deux forces étoient égales, tant à cause de l'égalité des boules, que de celles de leurs vîtesses. Donc la force de la boule B après le choc, est à la force de la boule D avant le choc, comme 2 est à 1, ou comme BA^2 est à $BF^2 = DC^2$, c'est-à-dire, comme le quarré de la vîtesse de la boule B après le choc, au quarré de la vîtesse de la boule D avant le choc.

6. Peut-être soutiendra-t-on, que tout ce qu'on peut conclure de ces deux démonstrations, c'est que les forces vives de deux corps égaux, sont entre elles comme 2 est à 1, lorsque leurs vîtesses sont comme $\sqrt{2}$ à 1. J'en tombe d'accord, mais au moins ne sçauroit-on nier qu'elles ne démontrent invinciblement la fausseté du sentiment commun, qui veut que la force d'un corps en mouvement, soit proportionnelle à la quantité de son mouvement, ou au produit de sa masse par sa simple vîtesse.

CHAPITRE IX.

Démonstration generale & Géometrique du Theorême de la quantité des forces vives, proportionnelles aux produits des masses par les quarrez des vîtesses.

1. MAis sans insister davantage sur la validité des démonstrations précedentes, je me propose d'en donner ici une generale si fort au-dessus de toute exception, que je la crois seule capable de convaincre les partisans les plus obstinez, de l'opinion vulgaire ; elle est aussi fondée sur la décomposition du mouvement. Je prouverai donc d'une maniere géometrique, que quand un corps a précisement autant de vîtesse qu'il lui en faut pour plier un ressort contre lequel il heurte perpendiculairement, ce même corps pourra plier avec une vîtesse double de la premiere, je ne dis pas deux, mais quatre ressorts pareils au premier, & qu'avec une vîtesse triple il ne sera pas simplement en état de plier trois ressorts comme les précedens, mais neuf, & ainsi de suite.

2. Pour se convaincre de cette verité, figurons-nous que le corps C frape obliquement un ressort placé en L, avec la vîtesse CL, soit l'angle de l'obliquité CLP de 30 degrez, afin que la perpendiculaire CP devienne égale à $\frac{1}{2}CL$, soit la vîtesse $CL = 2$; & soit enfin la résistance du ressort L, telle que pour le plier il faille précisement un degré de vîtesse dans le corps C, lorsque ce corps le heurte perpendiculairement. On supose que le corps C se meut sur un plan horisontal. Ceci connu, je dis qu'après que le corps C, aura choqué obliquement le ressort L, avec une vîtesse CL de deux degrez ; vîtesse qui en vertu de la composition du mouvement est composée de $CP = 1$, & de $PL = \sqrt{3}$; ce corps perdra entierement le mouvement perpendiculaire par CP, & ne FIG. 9.

retiendra que le mouvement par PL ; ainsi le corps C après avoir consumé son mouvement par CP, à plier le premier ressort L, continuëra à se mouvoir dans la direction PLM avec une vîtesse $LM = PL = \sqrt{3}$: concevons au point M, un second ressort semblable au premier, & l'angle de l'obliquité LMQ, tel que la perpendiculaire LQ soit $=1$. Il est clair que le mouvement par LM, étant composé de deux collateraux par LQ & QM, le mouvement par LQ sera entierement consumé, à plier le ressort M, pendant que le mouvement par QM, continuëra selon la direction QMN, avec une vîtesse $MN = QM = \sqrt{2}$. Imaginons au point N un troisiéme ressort égal à chacun des precedens que le corps C rencontre sous un angle demi droit MNR, afin que MR, perpendiculaire à la ligne de situation du ressort, devienne égale à 1 : il est manifeste que le mouvement par MN, composé des mouvemens par MR, & par RN, consumera le premier de ces mouvemens par MR, à plier le ressort N ; & par consequent son autre mouvement par RN continuëra avec une vîtesse $NO = RN = 1$. Le corps C conserve donc encore un degré de vîtesse suivant la direction RNO, après avoir plié les trois ressorts L, M, N, & c'est avec ce degré de vîtesse que le corps C pliera le quatriéme ressort O, contre lequel je supose qu'il heurte perpendiculairement.

Il paroît de tout ceci que le corps C a la force de plier avec deux degrez de vîtesse, quatre ressorts dont chacun demande pour être plié, un degré de vîtesse dans le corps C. Mais ces quatre ressorts pliez, sont l'effet total de la force du corps C, mû avec deux degrez de vîtesse ; puisque toute cette vîtesse du corps C se consume à plier ces quatre ressorts l'un après l'autre : & un seul ressort plié, est l'effet total de la force du même corps C, mû avec un degré de vîtesse, puisque la résistance de chaque ressort est telle, qu'elle détruit précisement un degré de vîtesse dans le corps C : puis donc que les effets totaux sont entre eux, comme les forces qui ont produit ces effets, il faut que *la force vive* du corps *C*, mû avec deux degrez de vîtesses, soit quatre fois plus grande que *la force vive* du même corps mû avec un degré de vîtesse.

3. On démontrera de la même maniere qu'une vîtesse triple, quadruple, quintuple, &c. fait avoir au corps *C*, une force, neuf fois, seize fois, vingt-cinq fois, &c. plus grande, parce que dans ce cas il sera capable de plier avant de s'arrêter, 9, 16, 25, &c. ressorts égaux. Il n'y a pour cela qu'à donner à *CL*, une obliquité convenable sur le premier ressort, & telle que *CP* soit à *CL*, comme 1 est à 3, 4, 5, &c. & diriger les autres obliquitez suivant l'exigence du cas. Je tire de tout ceci cette conclusion generale, *que la force vive d'un corps est proportionnelle au quarré de sa vîtesse, & non à sa simple vîtesse.*

CHAPITRE X.

Des trois loix qui s'observent constament dans le choc direct de deux corps. Que l'une de ces loix prise à discretion, a toujours une connexion necessaire avec les deux autres.

1. JOignons à ce que nous venons de dire quelques réflexions sur cette triple loi, que les corps durs que j'ai nommez parfaitement roides, observent inviolablement quand ils se choquent; la premiere de ces loix a été démontrée au Chapitre 4. §. 5. elle consiste dans la conservation de la vîtesse respective avant & après le choc. On trouve cette vîtesse respective en prenant la difference des vîtesses absoluës, lorsque les corps vont d'un même côté, & leur somme lorsqu'ils se meuvent en sens contraire. La seconde loi démontrée au même Chapitre §. 8. établit la conservation de la quantité de direction toujours égale au produit de la somme des masses, par la vîtesse du commun centre de gravité. La troi-

fiéme confifte enfin, dans la confervation de la quantité des forces vives. Ce feroit obfcurcir cette loi que d'entreprendre de la démontrer. En effet tout le monde regarde comme un axiome inconteftable, que toute caufe efficiente ne fçauroit perir, ni en tout, ni en partie, qu'elle ne produife un effet égal à fa perte. L'idée que nous avons de la force vive, en tant quelle exifte dans un corps qui fe meut, eft quelque chofe d'abfolu, d'indépendant, & de fi pofitif, qu'elle refteroit dans ce corps, quand même le refte de l'Univers feroit anéanti. Il eft donc clair que la force vive d'un corps diminuant ou augmentant à la rencontre d'un autre corps ; la force vive de cet autre corps doit en échange augmenter ou diminuer de la même quantité ; l'augmentation de l'une étant l'effet immediat de la diminution de l'autre, ce qui emporte neceffairement la confervation de la quantité totale des forces vives : auffi cette quantité eft-elle abfolument inalterable par le choc des corps.

2. Mais autant que cette loi eft évidente & certaine, par la feule idée qu'on doit avoir de la force vive ; autant incertaine, a été jufqu'ici la maniere de mefurer cette force, un préjugé general ayant fait croire qu'elle étoit proportionnelle au produit de la maffe par la vîteffe : c'eft de ce préjugé qu'eft venuë la fauffe opinion de la confervation de la quantité du mouvement, dont on ne s'eft defabufé que depuis que des perfonnes éclairées ont démontré que la quantité du mouvement peut être augmentée & diminuée par le choc des corps, fans démontrer pourtant en quoi confifte la veritable maniere de mefurer les forces vives. M. de Leibnitz découvrit le premier qu'elles étoient en raifon des produits des maffes par les quarrez des vîteffes ; mais comme nous l'avons déja dit, peu de gens acquiefcerent à fes raifonnemens. Je crois avoir établi cette verité d'une maniere fi évidente, que deformais elle fera à l'abri de toute conteftation.

3. Quelques réflexions fur la nature de cette triple

loi, nous feront encore remarquer que des trois conſervations qui ſe font, 1°. de la vîteſſe reſpective ; 2°. de la quantité de direction ; 3°. de la ſomme des produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes, deux étant accordées, la troiſiéme l'eſt auſſi d'une neceſſité geometrique ; ce que je démontre ainſi, ſoient A & B deux corps, leurs vîteſſes avant le choc a & b, & leurs vîteſſes après le choc x & y ; ſupoſons d'abord qu'avant & après le choc, ces corps ſe meuvent du même côté. La premiere conſervation donnera $a-b=y-x$; la ſeconde $Aa+Bb=Ax+By$. J'en déduis la troiſiéme de cette maniere : par la tranſpoſition des termes il vient $a+x=y+b$, & $Aa-Ax=By-Bb$. Qu'on multiplie les membres de ces deux équations, ſçavoir $Aa-Ax$, par $a+x$, & $By-Bb$, par $y+b$, les produits donneront une nouvelle équation $Aaa-Axx=Byy-Bbb$, laquelle par la tranſpoſition des termes, ſe changera en $Aaa+Bbb=Axx+Byy$, formule qui exprime parfaitement ce qu'on cherche, je veux dire la conſervation de la ſomme des produits, par les quarrez des vîteſſes. On voit aiſemement que ſi on rend a ou b, de même que x ou y negatif, pour marquer le mouvement en ſens contraire des corps A & B, tant avant qu'après le choc, cette ſupoſition ne changera rien dans les ſignes des termes de l'équation trouvée $Aaa+Bbb=Axx+Byy$, parce que les dimenſions de ces lettres ſont en nombre pair dans tous les termes de cette équation.

4. Il paroît par ce calcul que la conſervation de la ſomme des produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes, à une connexion neceſſaire avec les deux autres conſervations ; & toute perſonne un peu Geometre, auroit pû l'en tirer comme un ſimple Corollaire, ſans en penetrer l'utilité, ç'auroit été entre ſes mains, une verité ſterile & purement geometrique. Et c'eſt ce qui eſt effectivement arrivé à M. Huguens, quoique grand Mathematicien, & genie du premier ordre. Il a formé de cette propoſition un Theorême qu'il a enſuite démontré

à (*) sa maniere, mais sans trouver dans ce Theorême la conservation de la quantité des forces vives qui y est cachée, Monsieur Huguens ignoroit sans doute que la force d'un corps en mouvement, est proportionnelle au produit de sa masse par le quarré de sa vîtesse, où il refusoit d'admettre cette proposition, faute de recourir à la nature & à ses premiers principes, les Théorêmes les plus importans dégenerent en de simples spéculations.

5. Mais à present que cette verité est mise dans son jour, & hors de toute atteinte, on a lieu d'admirer la parfaite conformité qui regne entre les loix de la Nature, & celles de la Geometrie; conformité qu'elle observe si constament, & dans toutes les circonstance; il semble que la Nature ait consulté la Geometrie, en établissant les loix du Mouvement. Car si il eut été possible que les forces des corps qui sont en mouvement, n'eussent pas été en raison des produits des masses par les quarrez des vîtesses, & que la Nature les eut faites en un autre raison; elle se feroit démentie, l'ordre de la Geometrie auroit été violé. La quantité des forces vives, source unique de la continuation du mouvement dans l'Univers, ne se seroit pas conservée; plus d'égalité par consequent entre les causes efficientes & leurs effets; en un mot toute la Nature seroit tombée dans le desordre.

CHAPITRE XI.

Du choc de trois corps durs, selon differentes directions.

1. Lorsque trois corps durs se choquent à la fois, selon differentes directions, il est difficile de déterminer leurs vîtesses après le choc, parce que la con-

(*) Voyez la longue Démonstration qu'il en a donnée dans son Taité, *De motu corporum ex percuss. prop. XI.*

servation

ſervation de la vîteſſe reſpective n'a pas lieu ici, comme il eſt aiſé de le voir, pour peu d'attention qu'on y faſſe. Mais on en peut venir à bout par le moyen la veritable eſtime des forces vives, & de la conſervation de la quantité de direction, leſquelles ont lieu en toutes ſortes de choc, quelque ſoit le nombre des corps qui ſe rencontrent.

2. Soient A & B deux boules que je ſuppoſe en repos, & dont les maſſes ſont égales; ſoit une troiſiéme boule C, d'une maſſe quelconque qui ſe meuve contre les deux premieres, ſuivant la direction CD, perpendiculaire à la droite qui joint les centres des deux boules A & B; enſorte que celles-ci ſoient frapées tout à la fois par la boule C parvenuë en D, on demande quelle ſera la direction & la vîteſſe de chacune de ces boules après leur choc? FIG. 10.

SOLUTION.

3. La direction de ces boules après leur choc ne ſouffre aucune difficulté; car ſi du centre de la boule D, on tire les droites DF, DG, par les points d'attouchement, ou par les centres des deux autres boules, il eſt viſible que ces lignes ſeront les directions des boules frapées, & que la boule C reculera, s'arrêtera, ou s'avancera dans la ligne de ſa direction CD, ſelon que les boules qu'elle aura frapées auront plus ou moins de maſſe; l'expreſſion de leurs vîteſſes eſt un peu plus difficile: je la détermine par le calcul ſuivant.

4. Soient exprimez la vîteſſe de la boule C, par $CD=a$; la vîteſſe de la même boule après le choc, par $DE=x$; & la vîteſſe des boules A & B, par AF, & BG $=y$, ſoit la maſſe de la boule A, ou de la boule $B=n$, & la maſſe de la boule $C=m$, la quantité de la direction avant le choc, ſera $=ma$, & la quantité de direction après le choc, ſera $=mx+\frac{2q}{p}ny$. Je ſupoſe que H eſt le point du milieu de la droite qui joint les centres des deux boules A & B, parvenuës en F & G, & qu'ainſi ce

point eſt le centre commun de gravité des deux boules F & G; & je nomme p à q, la raiſon de DF à DH, j'aurai donc, en vertu de la conſervation de la quantité de direction, cette égalité $ma = mx + \frac{2q}{p} ny$. Or la quantité de la force vive avant le choc, eſt $= maa$, & la quantité des forces après le choc, eſt $= mxx + 2nyy$, donc $maa = mxx + 2nyy$, on trouve la valeur des inconnuës x & y, par la comparaiſon de ces deux équations : le calcul donne $x = \frac{ppma - 2qqna}{ppm + 2qqn}$, & $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$.

COROLLAIRE I.

5. Si $ppm = 2qqn$, ou ce qui revient à la même choſe, ſi $pp. qq :: 2n. m$, c'eſt-à-dire, ſi la ſomme des deux boules A & B eſt à la boule C, comme le quarré du ſinus total, eſt au quarré du ſinus de l'angle DFH, complement de l'angle FDH, on aura $x = o$; auquel cas la boule C s'arrêtera tout court après le choc en D; la vîteſſe de chaque boule A & B, ou y, $\left(\frac{2pqma}{ppm + 2qqn}\right)$ Sera $= \frac{qa}{p}$, & AF, ou BG deviendra quatriéme proportionnelle du ſinus total, du ſinus de l'angle DFH, & de CD, qui exprime la vîteſſe de la boule C.

COROLLAIRE II.

6. Il s'enſuit encore que ſi les trois boules C, A, B, ſont égales, & que FDG ſoit un angle droit, ou FDH un demi angle droit, la boule C s'arrêtera en D, & chacune des deux autres ſe mouvra avec une vîteſſe qui ſera à celle de la boule C avant le choc, comme le côté d'un quarré eſt à ſa diagonale, ou comme 1 à $\sqrt{2}$, car dans ce cas on aura $pp. qq :: 2. 1 :: 2n. m$, & $y \left(\frac{qa}{p}\right) = \frac{1a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$.

COROLLAIRE III.

7. Si ppm est plus petit que $2qqn$, la valeur de x, ou DE sera negative, & par consequent la boule C rebroussera après qu'elle aura frapé les boules A & B, & si la boule C étoit infiniment petite par raport aux autres, elle rebrousseroit avec la même vîtesse qu'elle avoit avant le choc, & les deux boules A & B resteroient immobiles, car on auroit $x = \frac{-2qqna}{2qqn} = -a$, & $y = \frac{2pq.0a}{2qqn} = 0$.

COROLLAIRE IV.

8. Et si au contraire les boules A & B étoient infiniment petites par raport à la boule C, celle-ci continuëroit à se mouvoir après le choc sans aucune perte sensible de sa vîtesse, & les boules A & B acquereroient chacune une vîtesse double de celle qu'elles auroient euës dans le cas du premier Corollaire; car x deviendroit $= \frac{ppma}{ppm} = a$, & $y = \frac{2pqma}{ppm} = \frac{2qa}{p}$. D'où on voit qu'en diminuant à l'infini les boules A & B, on augmentera leurs vîtesses, mais sans parvenir jamais au double de la quatriéme proportionnelle du sinus total, du sinus de l'angle DFH, & de la vîtesse de la boule C.

COROLLAIRE V.

9. Si l'angle FDG est infiniment aigu, je veux dire, si $p = q$, les directions AF, BG, tomberont sur DH, & les boules A & B pourront être regardées comme réunies en un seul corps, ce qui est un cas du choc direct expliqué ci-dessus Chapitre 4. §. 2. En effet faisant $p = q$, on aura $x = \frac{ma - 2na}{m + 2n}$, & $y = \frac{2ma}{m + 2n}$, conformement à ce qui a été trouvé dans l'endroit cité, où on a exprimé par A & B ce qui l'est ici par m & $2n$.

COROLLAIRE VI.

10. Si les angles *FDH*, & *GDH* sont aussi grands qu'ils puissent l'être, c'est-à-dire, si chacun de ces angles est droit, & que par consequent les directions *AF* & *BG*, soient dans une même ligne perpendiculaire à la direction *CD*; la boule *C* étant parvenuë en *D*, ne fera que friser les boules *A* & *B*, & coulera entre deux sans leur imprimer aucune vîtesse, aussi aura-t-on dans ce cas où $q = o$, $x = \frac{ppma}{ppm} = a$, & $y = \frac{2pmoa}{ppm} = o$.

11. Il est manifeste par ces deux derniers Corollaires, que les directions *AF*, *BG* peuvent former avec la direction *DH*, des angles *FDH*, *GDH*, tels que les boules *A* & *B* s'éloigneront de la direction *CDH*, le plus vîte qu'il est possible; je veux dire, qu'il y a un *maximum* entre toutes les directions des boules *A* & *B*, qui contribuë à former cet éloignement, ce qui donne lieu à un Problême assez curieux que voici.

PROBLEME I.

12. *On demande la grandeur des angles FDH & GDH, des directions AF & BG, suivant lesquelles les boules données A & B, frapées par une troisiéme boule donnée C, dont la vîtesse est aussi donnée, s'éloignent l'une de l'autre le plus vîte qu'il est possible dans un tems donné, ou ce qui revient à la même chose, on exige que la vîtesse respective des boules A & B, soit la plus grande qu'il est possible.*

Je trouve par la methode de *maximis*, que pour résoudre ce Problême, il faut faire cette analogie : comme $2m + 2n$ est à $m + 2n$; ainsi le quarré du sinus total, est à un quatriéme terme. La racine quarrée de ce dernier terme donnera le sinus de l'angle cherché *FDH* ou *GDH*: c'est pour abreger que je n'en mets pas ici l'analise.

COROLLAIRE I.

13. Si les trois boules A, B, C ſont égales, l'angle FDH ſera de 60 degrez, ou les deux tiers d'un angle droit; & par conſequent le double de cet angle FDG ſera de 120 degrez, ou les $\frac{4}{3}$ d'un droit; car dans ce cas $2m+2n$, eſt à $m+2n$, comme 4 eſt à 3. Ce qui eſt préciſement la raiſon du quarré du ſinus total, au quarré du ſinus de 60 degrez.

COROLLAIRE II.

14. Si la boule C eſt égale à la ſomme des deux boules A & B, on aura $2m+2n.\ m+2n::3.\ 2.$ ce qui donne à très-peu de choſe près l'angle FDH, de 54 degrez 44 minutes, le même angle que pluſieurs perſonnes ont démontré que la barre du gouvernail devoit faire avec la quille du Vaiſſeau, pour l'obliger à virer le plus promptement qu'il eſt poſſible.

COROLLAIRE III.

15. Comme $m+2n$ excede toujours la moitié de $2m+2n$, il s'enſuit que l'angle du plus grand éloignement FDH, eſt auſſi toujours plus grand qu'un demi droit; mais ſi les boules A & B ſont ſupoſées infiniment petites par raport à la boule C, alors l'angle FDH ſera demi droit, & ſon double l'angle FDG deviendra droit.

16. Il y a des cas où la vîteſſe abſoluë des boules A & B peut devenir un *maximum*, ce qui eſt un eſpece de paradoxe: il conſiſte en ce que ſi ces boules ſont réunies en un corps, & choquées directement par la boule C, elles en recevront une vîteſſe abſoluë moindre que ſi ces boules étoient ſeparées & frapées ſelon certaines directions. On tire de cette remarque un nouveau Problême.

PROBLEME II.

17. *Toutes choses supposées comme dans le Problême precedent, on demande les directions AF, BG, les plus avantageuses, pour que les boules données A & B, frapées à la fois par une troisiéme boule C, en reçoivent la plus grande vîtesse possible, suivant ces mêmes directions.*

On résoudra ce Problême si suposant que la valeur generale de $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$ est un *maximum*, on la differentie en prenant la lettre q pour variable, & les autres pour invariables, & qu'en suite on égale la differentielle à *zero*; de cette maniere on trouvera $qq = \frac{mpp}{2n}$, & par consequent le quarré du sinus de l'angle FDH, c'est-à-dire, $pp - qq = \frac{2n - m}{2n} pp$. D'où l'on tire cette analogie, comme $2n$ est à $2n - m$; ainsi pp où le quarré du sinus total est à un quatriéme terme, dont la racine quarrée donnera le sinus de l'angle cherché, FDH, ou GDH.

COROLLAIRE I.

18. Lorsque les trois boules sont égales, l'angle FDH devient demi droit, & le double $FDG =$ à un angle droit.

COROLLAIRE II.

19. Si $m = 2n$, ou si la boule C est égale à la somme des deux autres, l'angle FDH devient nul, je veux dire que la plus grande vîtesse sera imprimée aux boules A & B, lorsqu'elles seront réunies & frapées directement par la boule C.

COROLLAIRE III.

20. Dans tous les cas où m est plus petite que $2n$, il y aura toujours certaines directions obliques AF & BG,

le longs desquelles les boules A & B frapées par la boule C, iront avec plus de vîtesse, que si étant réunies elles étoient frapées directement & avec la même vîtesse, par la même boule C, soit, par exemple, $m = \frac{3}{2} n$, ou $C . A :: 3 . 2$, l'angle FDH doit être de 30 degrez, & son double FDG de 60 degrez, la plus grande vîtesse absoluë que les boules A & B puissent recevoir par le choc de la boule C, se fera donc quand le triangle FGD sera équilateral. Soit $m = \frac{1}{2} n$ l'angle FDH le plus avantageux sera de 60 degrez, & ainsi des autres.

COROLLAIRE IV.

21. Mais si m est plus grand que $2n$, il n'y aura plus de direction oblique qui jouisse du privilege de la plus grande vîtesse; alors la vîtesse sera toujours plus grande à mesure que l'angle FDH diminuera, ou que la boule C frapera plus directement les boules A & B; la raison en est évidente; car si m étoit $> 2n$, q, ou $\frac{\sqrt{mpp}}{2n}$, devroit être aussi plus grand que p. Mais aucun sinus ne peut être plus grand que le sinus total.

CHAPITRE XII.

Du choc d'un corps contre plusieurs autres, & de la détermination generale de leur mouvement après le choc.

1. APrès avoir déterminé ce qui arrive quand une boule en frape deux autres qui sont egales entre elles, & disposées à se mouvoir après le choc, suivant des directions également inclinées sur la direction de la boule qui frape, que j'apellerai dans la suite *direction moyenne*; je passe à la consideration de deux paires de

boules, dont les directions de chaque paire faſſent des angles égaux avec la direction moyenne. Je ſupoſe d'abord que les deux boules de chaque paire, ſont égales entre elles : conſiderant enſuite ces quatre boules, comme venant à être frapées à la fois avec une vîteſſe donnée par une cinquiéme boule quelconque ; il s'agit de déterminer le degré de vîteſſe que chacune de ces quatre boules recevra après le choc, & celle que conſervera la boule qui les a frapées, ſoit en avant, ſoit en arriere.

2. Cette queſtion me parût ſi difficile la premiere fois que j'y penſai, que je fus tenté de croire que la reſolution en étoit impoſſible ; auſſi ne connois-je perſonne qui l'ait entrepriſe. Il me ſembloit qu'il n'y avoit pas aſſez de choſes données ; cependant un peu de tems & de reflexions m'ont fourni les moyens d'en venir à bout ; & ma methode eſt telle, que non ſeulement elle ſatisfait à cette queſtion, mais qu'on peut l'appliquer à un auſſi grand nombre de paires de boules qu'on voudra, priſes dans les circonſtances preſcrites : donnons-en un eſſai.

FIG. 11. 3. Soit la boule *C* en mouvement, ſelon la direction *CDH*, & que cette boule parvenuë en *D*, frape à la fois contre les deux paires de boules reſpectivement égales, *A* & *B*, *K* & *L*, que je ſupoſe etre ſituées de maniere que les droites *DAF* & *DBG*, *DKT* & *DLV*, tirées du centre de la boule qui frape par les points d'attouchement, faſſent de part & d'autre des angles égaux avec la ligne de moyenne direction $FDH = GDH$, & $TDI = VDI$, il eſt clair que ces lignes ſeront les directions des quatres boules. Reſte à déterminer leurs vîteſſes exprimées par *AF* & *KT*, ou *BG* & *LV*.

4. Pour réſoudre ce qui paroît le plus épineux dans cette queſtion, je m'aviſai de conſiderer la boule *C* ou *D*, comme étant partagée au hazard en deux parties quelconques *R* & *S*, ſeparables l'une de l'autre, mais qui ſe meuvent conjointement juſqu'en *D*, où je ſupoſe que la partie *R* choque ſeulement les deux boules *A* & *B*, dans

dans le même instant que la partie S frape les deux autres boules K & L. On peut donc considerer la chose comme un double cas de la premiere question déja resoluë pour trois boules. On déterminera ensuite separement, les vîtesses des parties R & S après le choc. Mais ces deux vîtesses differeront plus ou moins, selon le raport qu'il y aura entre les deux parties R & S de la boule D, lesquelles se séparant après le choc, chacune se mouvra avec ce qui lui restera de vîtesse propre. Cependant je conçois qu'il peut y avoir une raison entre R & S, telle qu'il restera à chacune de ces parties une vîtesse égale après le choc, & qu'ainsi elles iront de compagnie, & avant & après le choc. De cette maniere les parties R & S demeurant contiguës, elles continueront de faire ensemble un même tout, de même que si la boule C n'avoit point été partagée. Mais il est aisé de voir que les vîtesses que les cinq boules auroient dans cette suposition, sont précisement les mêmes que si une boule entiere & égale à D, choquoit dans les mêmes circonstances, les quatre boules A & B, K & L. Le nœud de la question consiste donc à déterminer la raison qui doit être entre les parties R & S, pour que ces parties se meuvent de même vîtesse après le choc : ceci trouvé le reste en coule naturellement.

5. Tel est le plan que je me suis proposé, il s'agit de l'executer. Soit donc la boule C ou $D=M$, la boule A, ou $B=n$, la boule K, ou $L=N$; la vîtesse CD de la boule C avant le choc $=a$; le sinus total $=p$; le sinus de l'angle DFH, complement de $FDH=q$; le sinus de l'angle DTI, complement de $TDI=Q$. Maintenant pour trouver la vîtesse de la partie R après le choc, je consulte la formule pour trois boules $x=\frac{ppma-2qqna}{ppm+2qqn}$, où je substitue R à m, laissant les autres lettres qui sont ici les mêmes, j'aurai par ce moyen x où la vîtesse de la partie R après le choc égale à $\frac{ppRa-2qqna}{ppR+2qqn}$; je substitue ensuite dans la

formule S à m, N à n, & Q à q, pour avoir la vîtesse de la partie $S = \frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$; mais puisqu'il faut que les vîtesses de R & de S soient égales, pour que ces parties ne se separent pas après le choc, formons cette égalité : $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn} = \frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$, qui réduite, donnera la valeur de $S = \frac{QQNR}{qqn}$. Et dautant que les parties R & S prises ensemble, composent la boule entiere M; il s'ensuit que $R + \frac{QQNR}{qqn} = M$. D'où il suit que $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$. Substituant donc cette valeur de R dans celle de S, on aura aussi $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$; en sorte qu'il ne reste plus qu'à substituer la valeur de R dans $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn}$, ou ce qui est la même chose, la valeur de S dans $\frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$, pour obtenir la vîtesse commune à chaque partie après le choc; & par consequent la vîtesse de toute la boule M qui sera $= \frac{ppMa - 2qqna - 2QQNa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$. Quant aux vîtesses des boules frapées A & B, K & L, je prends la formule pour trois boules $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$, dans laquelle je substituë premierement la valeur de $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$, à m, sans toucher aux autres lettres; & ensuite la valeur de $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$, à m, N à n, & Q à q; la premiere de ces substitutions donne la vîtesse AF, ou BG des boules A & B, $= \frac{2pqMa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$, & la seconde fait connoître la vîtesse KT, ou LV, des boules K & L, égale à $\frac{2pQMa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

SCHOLIE.

6. On se servira de la même methode à déterminer les vîtesses de tel nombre de paires de boules qu'on voudra, de trois paires par exemple. Pour cet effet partagez par la pensée la boule *C* ou *D*, en deux parties *R* & *S*; & que l'une de ces parties, comme *R*, frape une paire de boules, tandis que la partie *S* heurtera contre les deux autres paires. Cherchez ensuite séparement les vîtesses que *R* & *S* auront après le choc, & égalez ces deux vîtesses, vous déterminerez les valeurs des parties *R* & *S*, & le Problême réduit au cas précedent de deux paires de boules se résoudra de même. On voit aisément que cette methode s'étend également à tout nombre de paires de boules proposé. Mais sans entrer dans un calcul long & penible, ce que nous avons dit de la formation des formules pour une, & deux paires de boules, indique suffisamment, la maniere de le tendre à autant de paires de boules qu'on voudra. Soit, par exemple, la masse de la boule qui frape, nommée *M*, & les masses des boules frapées *e*, *f*, *g*, *&c.* soient de plus les sinus des complemens des angles de leurs directions, avec la direction moyenne, *q*, *r*, *t*, *&c.* Je dis qu'on aura après le choc, 1°. la vîtesse de la boule qui frape,

$$= \frac{ppMa - 2qqea - 2rrfa - 2ttga - \&c.}{ppM + 2qqe + rrf + 2ttg + \&c.}$$

2°. la vîtesse de la boule *e*,

$$= \frac{2pqMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

3°. la vîtesse de la boule *f*,

$$= \frac{2prMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

4°. la vîtesse de la boule g,

$$=\frac{2ptMa}{ppM+2qqe+2rrf+2ttg+\&c.}$$ Et ainsi à l'infini.

COROLLAIRE I.

7. On voit que les vîtesses des boules frapées, sont entre elles comme q, r, t, &c. c'est-à-dire, proportionnelles au sinus des complemens des angles que font leurs directions, avec la direction moyenne.

COROLLAIRE II.

8. La vîtesse avant le choc de la boule qui frape, est à sa vîtesse aprés le choc, comme $ppM+2qqe+2rrf+2ttg+\&c.$ est à $ppM-2qqe-2rrf-2ttg-\&c.$ & si ppM est $>$ ou $=$ ou $<$, que $2qqe+2rrf+2ttg+\&c.$ la vîtesse de cette boule aprés le choc sera affirmative, nulle ou negative. Je veux dire qu'aprés le choc cette boule ira en avant, qu'elle s'arrêtera, ou qu'elle reculera.

COROLLAIRE III.

9. Je supose à present qu'une boule quelconque C, frape à la fois un nombre infini de petites boules uniformement situées autour d'un grand cercle de la boule qui les frape, comme on voit dans cette Figure, où les arcs égaux AE & AB, sont censez occupez par une multitude égale & infinie de part & d'autre de petites boules e, e, e, &c. b, b, b, b, toutes égales entre elles, mais dont la somme des masses ait une proportion finie & comparable à la masse de la boule C ou D. Je dis que la détermination des vîtesses de toutes ces boules aprés le choc, tant de la boule qui frape, que de chacune de celles qui sont frapées, dépend de la quadrature du cercle, lorsque les arcs AE, AB, occupent moins d'un demi cercle sur la circonference EAB. FIG. 12.

10. Mais ces vîtesses peuvent être déterminées alge-

briquement, lorsque chacun des arcs AE, AB est égal au quart de cercle D, & partant l'arc entier EAB = à sa demi circonference. Soit donc comme ci-dessus la boule qui frape $= M$, sa vîtesse avant le choc $= a$, la somme de toutes les boules frapées $= N$, le sinus du complement de l'obliquité de la direction de l'une de ces petites boules quelconques $= R$; la vîtesse de la boule qui frape, sera après le choc $= \frac{2Ma - Na}{2M + N}$, & la vîtesse de la petite boule frapée $= \frac{4M \times Ra}{2M + N}$. D'où il paroît que la boule qui frape doit perdre toute sa vîtesse, & s'arrêter après le choc, dans le cas où $N = 2M$. Mais en general sa perte est $= \frac{2Na}{2M + N}$. Je n'en donne pas l'analyse, elle me meneroit trop loin.

11. Je crois cependant devoir avertir que par le moyen de cette *theorie*, il seroit aisé de déterminer les effets absolus de la résistance d'un milieu, composé de molecules doüées d'une parfaite élasticité, & separées les unes des autres par de petits interstices; en sorte que de toutes les molecules qui composeroient ce fluide, il n'y auroit jamais que celles qui touchent immediatement le devant d'un corps mû dans le milieu qui lui résistassent, & qui reçussent du mouvement de ce corps un petit degré de force vive, sans que d'autres molecules y contribuassent en rien, quelques peu éloignées qu'elles fussent des premieres, jusqu'à ce que le corps en mouvement vint aussi à les rencontrer à leur tour; car non seulement on prouve que cette sorte de fluide oposeroit aux corps qui se mouvroient dedans, une résistance proportionnelle au quarré de leur vîtesse, comme font les fluides ordinaires : mais on tire encore de cette consideration, le moyen de déterminer précisement combien un corps mû dans un fluide pareil, perdroit actuellement de sa vîtesse initiale, après avoir parcouru un espace donné.

Matiere nouvelle, d'une recherche auſſi curieuſe qu'utile dans la pratique, propre à rendre raiſon de divers Phenomenes, & d'autant plus digne d'être aprofondie, que perſonne ne l'a encore entrepriſe; auſſi me ſerois-je fait un plaiſir de l'examiner avec ſoin ſi les bornes de cette Diſſertation déja trop longue, ne m'en avoient empêché. Peut-être aurai-je occaſion de traiter quelque jour ce ſujet. Mais reprenons le fil de notre diſcours.

12. La quantité de cette perte dépend, & de la figure du corps mû, & de ſa conſiſtance, ou de la denſité qu'il a par raport à la denſité du fluide compoſé de molecules élaſtiques dans lequel il ſe mût. Supoſé, par exemple, que le plomb ſoit huit mille fois plus denſe que l'air, & que ce dernier ſoit un fluide compoſé de molecules parfaitement élaſtiques : je dis qu'une bale de plomb chaſſée dans l'air ſur un plan horiſontal avec un degré de vîteſſe donné, aura perdu la moitié de ſa vîteſſe après avoir parcouru un eſpace égal à peu près à 3700 de ſes diametres. Qu'un cube de plomb mû le long d'une ligne horiſontale perpendiculairement à l'une de ſes faces, parcourera un eſpace 2770 fois plus grand que ſon côté, pour que ſa vîteſſe initiale ſoit auſſi diminuée de la moitié, & qu'avant de ſouffrir une pareille diminution de vîteſſe, un cone de plomb iſocele, dont l'angle du ſommet eſt droit ſe mouvant le long de la direction de ſon axe la pointe en avant, parcourera 924 diametres de ſa baſe, quoique ce même cone ne parcoure que la moitié de ce chemin, ou 462 de ſes diametres, lorſque ſa baſe eſt opoſé à la réſiſtance de l'air. Et ſi on ſupoſe ce cone équilateral, l'eſpace parcouru juſqu'à la perte de la moitié de ſa vîteſſe initiale, ſera de 3272 diametres de ſa baſe, en cas qu'il ſe meuve de pointe; car ſi il ſe mouvoit la baſe en avant, ce cone ne parcoureroit que le quart de l'eſpace précedent, ou 818 diametres de ſa baſe.

13. Ou pour déterminer d'une maniere generale la longueur du chemin que doit parcourir avant de per-

dre une quantité donnée de sa vîtesse, tout conoïde regulier dont la base est un cercle. Soit $AHBD$, le conoïde proposé qu'on supose se mouvoir dans l'air la pointe en avant le long de la direction de son axe ID, perpendiculaire à sa base PO, une ordonnée $= x$, qO, ou sa differentielle $= dx$: oO, ou la differentielle de l'arc $DO = ds$: n, le nombre de fois que la vîtesse initiale du conoïde doit être diminuée. ln, le logarithme de ce nombre. Soit enfin $C =$ à la longueur d'un cylindre d'air, perpendiculaire à sa base, de même base, & aussi pesant que le conoïde. Je dis que $Cxxln$ divisé par $17371780 \left| \frac{xdx^3}{ds^2} \right.$, exprimera dans le cas où x devient $= IA$ ou au rayon de la base, *l'espace que doit parcourir le conoïde, pour que sa vîtesse résiduë, ou ce qui lui reste de vîtesse, soit à sa vîtesse initiale, comme* 1 *est à* n. FIG. 13.

CHAPITRE XIII.

De la résistance des milieux, qu'elle ne change pas les loix de la communication du mouvement. Maniere de calculer la perte de la vîtesse causée par la résistance.

1. LA résistance ordinaire que souffrent les corps mûs dans le plein, ou dans une matiere fluide, ne donne pas occasion à beaucoup de spéculations nouvelles, & je craindrois avec d'autant plus de raison d'ennuyer mon lecteur, si je repetois ce que divers Auteurs ont écrit sur ce sujet, que rien ne m'oblige à le faire. En effet, la communication du mouvement des corps durs, dont il s'agit principalement ici, se fait de la même maniere dans le plein que dans le vuide, je m'explique: Toute résistance est une espece d'effort passif, qui ne diminuë sensiblement la vîtesse d'un corps, que lorsque

ce corps a parcouru un eſpace fini ou ſenſible, dans un tems auſſi fini ou ſenſible.

2. Mais le choc des corps eſt ſi ſubit, quoique ſucceſſif, & d'une ſi petite durée, depuis ſon commencement juſqu'à ſa fin, que la réſiſtance du fluide ambiant, n'a le tems de cauſer aucun changement ſenſible à la vîteſſe que les corps ont dans l'inſtant qu'ils ſe choquent. On peut donc aſſurer que les loix generales, de même que les regles que nous avons établies & démontrées dans ce diſcours, & particulierement celles qui concernent la meſure de la force vive, ſeront auſſi inviolablement obſervées dans le plein, qu'elles le ſeroient dans le vuide.

3. Il eſt vrai que peu de tems après le choc, les vîteſſes que les corps ont acquiſes ſont alterées par la réſiſtance du fluide, dans lequel ces corps ſe meuvent, & cela plus ou moins ſelon la diverſité de la réſiſtance laquelle dépend de la nature de chaque fluide, & des qualitez qui lui ſont propres. Mais comme je l'ai déja dit, cet effet de la réſiſtance n'influë en aucune maniere, ſur la communication du mouvement. Il en change ſeulement la continuation dans chaque corps en particulier.

4. C'eſt ce changement qu'il s'agiroit d'examiner, ſi la queſtion propoſée l'exigeoit ; mais puiſqu'elle ne fait mention que des loix de la communication du mouvement que j'ai traité avec aſſez d'étenduë, je me crois diſpenſé d'entamer une nouvelle queſtion ; & ſi j'ajoûte ici quelque choſe ſur la détermination de l'effet que produit la réſiſtance du fluide ſur les corps qui s'y meuvent, ce n'eſt que par ſurabondance de droit, & par le rapport que cette matiere a avec mon ſujet.

5. Il n'eſt pas difficile d'apliquer à l'effet de la réſiſtance, tout ce que j'ai dit (*Chapitre* 11. §. 2. *& ſuiv.*) pour expliquer la deſtruction & la production des vîteſſes actuelles, par une preſſion miſe en œuvre, & continuée pendant quelque tems. Cet effet conſiſte à diminuer peu à peu, & par des degrez infiniment petits, la vîteſſe d'un

d'un corps mû dans un milieu qui lui résiste, de même qu'elle peut avoir été produite par des degrez infiniment petits par un effort continué. La loi de la résistance étant donc donnée, il s'agit de trouver les diminutions de vîtesse, ou les vîtesses residuës. Soit, par exemple, la résistance de l'air ou d'un autre fluide uniforme, proportionnelle au quarré de la vîtesse, comme on l'établit communement. Soit AC la direction d'un corps qui se meut dans ce milieu résistant de A vers C. Soit enfin DEF une ligne courbe, dont les appliquées AD, BE, &c. marquent les vîtesses résiduës. FIG. 14.

6. Pour déterminer la nature de cette courbe, je prends à discretion un point fixe A, pour le commencement des abscisses; & je m'imagine la courbe AMO, dont les appliquées BM representent les tems que le mobile employe à parcourir les espaces AB. Soit donc $AB = x$, $Bb = dx$, $BE = u$, $GE = dv$, $BM = f$, $Nm = dt$; on aura le tems élementaire par Bb, c'est-à-dire, la differentielle Nm, ou $dt = \frac{adx}{v}$, parce que ce petit tems est en raison composée de la directe de l'espace dx, & de l'inverse de la vîtesse v. Or l'effet de la résistance pendant le tems dt, est de diminuer la vîtesse BE d'un degré infiniment petit, qui s'exprime par GE, differentielle de l'appliquée B, & cette diminution momentanée est en raison composée de la résistance & du tems. Ainsi suposant la force qui résiste proportionnelle au quarré de la vîtesse, on aura GE, ou $-dv = \frac{vv}{aa} \times \frac{adx}{v} = \frac{vdx}{a}$, & partant $-\frac{adv}{v} = dx$, ce qui fait voir que la courbe cherchée DEF est la logarithmique ordinaire, dont la sou-tangente est la constante a, prise arbitrairement pour remplir les homogenes. Et si on supose la vîtesse initiale $AD = a = 1$, AB sera le logarithme de BE, & par consequent les espaces parcourus sont comme les logarithmes des vîtesses résiduës.

COROLLAIRE I.

7. On n'a pour déterminer la courbe des tems AMO, qu'à ſubſtituer dans l'équation $dt = \frac{adx}{v}$, la valeur de $dx = \frac{-adv}{v}$, il viendra $dt = \frac{-aadv}{vv}$, dont l'integrale donne $t = \frac{aa}{v} - a$, ou $t + a = \frac{aa}{v}$, ce qui fait voir que AMO, eſt la même logarithmique que la précedente miſe en un ſens opoſé, je veux dire qu'ayant prolongé FED vers L, & tiré DP parallele & égale AB ; il faut faire $BM =$ à l'apliquée PL, pour avoir la courbe AM égale & ſemblable à la courbe DL. Il eſt clair que la courbe AM ſera la courbe des tems, & que les apliquées BM exprimeront les tems que le mobile donné employera à parcourir les eſpaces AB.

COROLLAIRE II.

8. Supoſons en general que la réſiſtance du milieu ſoit en raiſon d'une puiſſance quelconque de la vîteſſe dont l'expoſant ſoit $= n$. On parviendra par la même methode à cette équation, $-dv = \frac{v^n}{a^n} \times \frac{adx}{v} = \frac{v^{n-1}dx}{a^{n-1}}$, ou $\frac{-a^{n-1}dv}{v^{n-1}} = dx$, dont prenant les intregrales, il en réſulte $\frac{1}{n-2} a^{n-1} v^{2-n} = x \pm b$. Equation qui prouve que la courbe des vîteſſes DEF, eſt du genre des hyperboles, lorſque $n > 2$, & des paraboles lorſque $n < 2$, excepté dans le cas où $n = 1$, dans lequel DEF devient une ligne droite.

COROLLAIRE III.

9. La courbe des tems AMO, pour la puiſſance generale de la vîteſſe ſe détermine en ſubſtituant dans

l'équation $dt = \frac{adx}{v}$ la valeur de dx, trouvée par le Corollaire précedent. On aura par ce moyen $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$, & son integrale $t \pm c = \frac{1}{1-n} a^n v^{1-n}$; & si $n = 1$ l'équation $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$, se changera en $dt = \frac{-adv}{v} = ($parce que dans ce cas, $v = b - x) \frac{adx}{b-x}$; d'où il paroît que la courbe *AMO* sera aussi un logarithmique, dont l'Assymptote est *CR*, tirée perpendiculairement sur la ligne de direction *AC*, du point *C*, où la ligne des vîtesses qui dans ce cas est une ligne droite, coupe la même ligne *AC*, en sorte que *BM*, qui au point *C*, se confond avec l'Assymptote devient infinie. D'où il s'ensuit qu'il faut un tems infini au mobile, pour parcourir l'espace fini *AC*.

10. Si un mobile est continuellement sollicité à se mouvoir en avant, par une force motrice qui le pousse par derriere, tandis que la résistance du milieu qu'il traverse le repousse par devant; comme il arrive aux corps pesans qui tombent dans l'air, dans l'eau, ou dans tout autre fluide qui résiste à leur mouvement; la vîtesse du mobile ira en augmentant, ou en diminuant, selon que la force motrice sera plus grande, ou moindre que la résistance. La methode précedente déterminera dans cette suposition la courbe des vîtesses acquises ou résiduës, en prenant ici la difference de la force motrice, à la résistance du milieu; cette difference étant la seule cause de l'acceleration ou de la retardation du mouvement.

11. Ainsi dans le cas où les corps pesans mis ou jettez perpendiculairement dans un milieu qui leur résiste, descendent; la force motrice qui n'est autre chose que leur pesanteur, est uniforme & invariable; mais la résistance est proportionnelle au quarré de la vîtesse. Il n'y a donc ici qu'à multiplier cette difference, laquelle

(en prenant la pesanteur pour l'unité) est $=1-\frac{vv}{aa}$, par l'élement du tems, sçavoir par $\frac{adx}{v}$, & l'on aura GE, ou $\pm dv = \frac{adx}{v} - \frac{vdx}{a} = \frac{aa-vv}{av} dx$, par consequent $dx = \pm \frac{avdv}{aa-vv} = \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a-v} \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a+v}$, & en integrant $x = \pm \frac{1}{2} al\overline{a-v} \pm \frac{1}{2} al\overline{a+v}$, d'où il paroît que la courbe des vîtesses se construit par le moyen de la logarithmique.

12. Ce seroit ici le lieu d'examiner la nature des courbes que décrivent les projectiles pesans, jettez obliquement dans l'air ; mais comme j'ai traité cette matiere ailleurs, je ne pourrois pas m'étendre sur ce sujet, ni renvoyer mon lecteur à ce que j'en ai publié sans me faire connoître, ce qui seroit contre l'intention de *l'Academie Royale des Sciences.*

CHAPITRE XIV.

Nouvelle maniere de déterminer par la theorie des forces vives expliquées dans cet Ouvrage, le centre d'oscillation dans les Pendules composez.

1. JE finirai cette dissertation par quelques remarques sur le centre d'oscillation dans les pendules composez, fondées sur la conservation de la quantité des forces vives, que je me flatte qu'on verra avec plaisir ; la recherche de ce centre a toujours paru curieuse & utile, entre ceux qui ont entrepris de le déterminer : les uns se sont trompez dans leurs raisonnemens, d'autres n'en sont venus à bout que par des détours longs & difficiles, & en employant diverses methodes tirées de principes qui ne paroissent pas toujours assez natu-

rels. Des perſonnes intelligentes ont trouvé que le principe qu'employe M. Huguens, & qu'il propoſe comme un axiome, étoit un peu trop hardi ; ce principe ayant beſoin lui-même d'être démontré, M. Huguens (*) ſupoſe que le centre de gravité d'un pendule composé, deſcendu d'une hauteur donnée, ne remontroit pas plus haut que la hauteur dont il eſt deſcendu, ſi les poids ſimples qui compoſent ce pendule ſe détachoient ſubitement, lorſqu'il eſt parvenu dans une ſituation verticale, & que chacun de ces poids remontât ſeparement avec la vîteſſe qu'il a acquiſe au moment de ſa ſéparation. La nouvelle theorie du centre d'oſcillation, qu'on trouve dans les Memoires de l'Academie de l'année 1714. n'eſt appuyée ſur aucune ſuppoſition gratuite ; elle eſt même generale, mais ce que l'on y a employé de méchanique, quoique ſolidement établi, en rend la démonſtration difficile & moins à la portée de tout le monde.

2. La methode dont je me ſers eſt d'autant plus remarquable, que ſans recourir à une nouvelle hypotheſe, on déduit de la ſeule conſervation des forces vives, la détermination du centre d'oſcillation, & qu'elle découvre en même tems le fondement & la raiſon de l'identité du centre d'oſcillation, avec le centre de percuſſion qu'un celebre Auteur a confondus mal-à-propos, perſuadé que ces deux centres étoient eſſentiellement compris ſous une même idée.

3. Concevons un pendule composé, par exemple, de trois poids *A*, *B*, *C*, attachez ou enfilez à une ligne inflexible *HA*, qui faſſe ſes oſcillations autour de l'axe *H*. Soit *HA* la ſituation horiſontale d'où le pendule commence à deſcendre, & qu'il parvienne enſuite dans la ſituation verticale *Ha* ; les vîteſſes acquiſes ſeront comme les diſtances, parce que les poids attachez à la ligne inflexible *HA*, ne ſçauroient ſe mouvoir l'un ſans l'autre. Concevons preſentement que les poids *A*, *B*, *C*, étant FIG. 15.

(*) Voyez ſon Traité de Horolog. Oſcillat. hyp. 1. pag. 93.

libres, forment autant de pendules ſimples, afin que chacun puiſſe deſcendre ſeparement, & parvenir à la ſituation verticale Ha, après avoir fait une demi oſcillation ; dans ce cas de liberté les vîteſſes acquiſes ſeront par la regle de *Galilée*, en raiſon ſou-doublée des hauteurs Ha, Hb, Hc.

4. Ceci connu, je demande qu'on m'accorde ſeulement que la ſomme des forces vives des poids, eſt la même après que les poids ſont deſcendus auſſi bas qu'ils le peuvent, ſoit que ces poids deſcendent conjointement attachez à une même ligne inflexible ; ſoit que chacun de ces poids deſcende librement, comme un pendule ſimple ; il me ſemble que cette ſupoſition ſouffre beaucoup moins de difficulté que celle de M. Huguens, puiſque la deſcente des poids dans l'un & l'autre cas, eſt l'effet d'une même cauſe, je veux dire de la peſanteur qui les oblige de deſcendre. C'eſt donc auſſi la peſanteur qui produit dans la ſomme des poids une quantité déterminée de force vive, de quelque maniere qu'ils deſcendent, pourvû que chaque poids deſcende de la même hauteur qu'il deſcendroit ſi il faiſoit un pendule ſimple ; la choſe me paroît évidente.

5. Prenant donc la ſomme des forces vives, pour le cas où les poids ſont attachez à une ligne inflexible, & la ſomme des mêmes forces pour le cas de leur deſcente libre ; formons une égalité entre ces deux ſommes, cette égalité déterminera le centre d'oſcillation, ou la longueur du pendule ſimple HG, *iſochrone* avec le compoſé $HCBA$; pour cet effet ſoit $HA = a$, $HB = b$, $HC = c$, & $HG = x$; la vîteſſe du centre G parvenuë en g, ſur laquelle les autres vîteſſes doivent être reglées, peut être nommée comme on voudra, je la nomme donc auſſi x ; mais les vîteſſes des poids du pendule compoſé, étant ſimplement proportionnelles à leurs diſtances du point H, la vîteſſe du poids A ſera $= a$, la vîteſſe du poids $B = b$, & la vîteſſe du poids $C = c$; donc la ſomme de leurs forces vives ſera $= aaA + bbB + ccC$; & dans le cas où

les poids deſcendent ſeparement leurs vîteſſes acquiſes quand ils ſont parvenus au point le plus bas, étant par la regle *de Galilée*, en raiſon ſou-doublée des hauteurs verticales, la vîteſſe du centre d'oſcillation G, ayant été nommée x, on aura la vîteſſe du poids libre $A = \sqrt{ax}$, la vîteſſe du poids libre $B = \sqrt{bx}$, & celle du poids libre $C = \sqrt{cx}$; d'où il reſulte que la ſomme de leurs forces vives eſt $= axA + bxB + cxC$, & ces deux ſommes miſes en équation $aaA + bbB + ccC = axA + bxB + cxC$, donnent $x = \frac{aaA + bbB + ccC}{aA + bB + cC}$, ce qui fait voir que la longueur du pendule ſimple iſochrone au pendule compoſé, ſe trouve en prenant *la ſomme des produits des poids par les quarrez de leurs diſtances à l'axe du pendule, & diviſant cette ſomme par la ſomme des produits des poids par leurs ſimples diſtances.* Et c'eſt auſſi préciſement en quoi conſiſte la (*) regle que M. Huguens a donnée pour la détermination du centre d'oſcillation, établie enſuite & fondée ſur des principes inconteſtables, & confirmée de nouveau à preſent, par la loy de la conſervation des forces vives.

(*) Voyez ſon Traité de Horolog. Oſcillat. pag. 100.

Fin du premier Diſcours.

ADDITION

Au Diſcours in magnis voluiſſe ſat eſt, *ſur les loix de la communication du mouvement, où l'Auteur entreprend de donner une explication probable de la cauſe phyſique du reſſort.*

ADDITION

Au Discours in magnis voluisse sat est, *sur les loix de la communication du Mouvement, où l'Auteur entreprend de donner une explication probable de la cause physique du ressort.*

L'Auteur souhaite que cette Addition soit lûë après le premier Chapitre de son Discours.

1. J'AI composé ce Discours *in magnis voluisse sat est*, dans le dessein de satisfaire au Prix proposé par l'Academie Royale des Sciences, pour l'année 1724. Il s'y agissoit de déterminer les loix de la communication du mouvement des corps parfaitement durs. Les Philosophes ayant eu de tout tems differentes idées sur la nature de la dureté des corps, & l'Academie n'ayant point expliqué en quel sens Elle vouloit qu'on prit ce terme, ni averti que par dureté parfaite, Elle entendoit une inflexibilité absoluë. J'ai crû qu'il m'étoit libre d'attacher au mot de *dureté*, l'idée qui me paroissoit & qui me paroît encore la plus convenable à la nature des choses.

2. *Sur ce pied* j'ai pris *dureté parfaite* & *roideur infinie*, pour des termes synonimes : tout corps qui aplati par le choc d'un autre corps, se remet dans sa premiere figure, étant appellé *corps roide* ou *élastique*, j'ai conçû aussi que plus cette roideur ou élasticité, étoit forte, plus aussi cet aplatissement devoit être petit ; & que par consequent le corps doüé de cette faculté, devoit d'au-

tant plus aprocher de la nature des corps parfaitement durs, que son élasticité étoit grande; en sorte qu'il n'y avoit plus qu'à supofer une roideur infinie ou immense, pour avoir des corps parfaitement durs, ou infiniment peu flexibles.

3. Mon but étoit en cela de concilier la dureté parfaite avec les loix de la nature; ayant fait voir dans mon discours, que l'opinion commune qui supose les corps parfaitement durs, dénuez de toute flexibilité, même d'une flexibibilité infiniment petite, ne pouvoit pas subsister avec ces mêmes loix, puisqu'elle ne sçauroit s'accorder avec quelques-unes de ces loix, qu'elle n'en renverse en même tems d'autres. Cependant Messieurs de l'Academie ont declaré dans l'Avertissement imprimé à la tête de la Piece qui a remporté le Prix, qu'en proposant la question ils ont donné au mot de *dureté* ce même sens que je rejette, & qui, selon moi, est physiquement impossible. Parlant au reste de mon discours avec éloge, je commencerai par les remercier de la bonté qu'ils ont eu d'y faire attention, & j'avouërai ensuite franchement, que ne pouvant pas raisonner sur un sujet dont la suposition me paroissoit opposée aux loix de la nature, je ne m'y suis point attaché en composant cet ouvrage, je crus devoir substituer à cette idée, un examen general du choc des corps à ressort; & considerant ensuite qu'en suposant un ressort infiniment vigoureux, il en resultoit des corps infiniment peu flexibles, par les plus grands chocs, je me formai une notion juste & distincte de la dureté parfaite. En effet un applatissement très-petit, pouvant passer pour un non applatissement absolu; j'imitois en cela les Geometres & les Analystes, qui comparant à des grandeurs finies, les grandeurs infiniment petites, ou les élemens, negligent ces dernieres, & ne les considerent que comme des points ou des zeros absolus.

4. J'ai aussi lieu d'être content du bon effet que mon Memoire a produit. Les forces vives si differentes des

forces mortes, commencent à être goûtées ; & j'ose me flater que la veritable maniere de les estimer, sera bientôt connuë. On n'a pour cela qu'à peser avec une attention desinteressée, le poids des raisonnemens & des démonstrations, qu'on trouve en grand nombre dans mon discours ; l'espoir même de remporter le Prix ne m'est pas ôté : Messieurs de l'Academie se sont reservez le pouvoir de l'adjuger à des Memoires envoyez les années précedentes, & le mien convient parfaitement au sujet proposé pour l'année 1726. où *l'on exige les loix du choc des corps à ressort, &c.*

5. Mais Messieurs de l'Academie ayant jugé à propos d'y ajoûter une nouvelle condition, sur laquelle je ne me suis point arrêté en 1724. parce qu'il ne s'y en agissoit pas alors, il est juste de l'examiner à present : ces Messieurs ne demandent pas simplement *les loix du choc des corps élastiques*, mon premier Discours y auroit satisfait : ils veulent de plus que ces mêmes loix soient déduites *d'une explication probable de la cause physique du ressort* ; il me reste donc pour satisfaire au sujet dans toute son étenduë, d'ajoûter ici à mon Memoire, une theorie de l'élasticité des corps que je me suis formée il y a déja long-tems, & je le fais d'autant plus volontiers, que cette theorie m'est particuliere, & que par son moyen je rends une raison probable & mechanique, non seulement de la cause physique du ressort, mais encore des principaux phenomenes que l'on remarque dans les fluides élastiques.

6. Il seroit inutile d'entrer dans un examen trop étendu, des differentes opinions que les Philosophes ont euës sur la cause du ressort, aussi me contenterai-je de faire quelques reflexions sur les plus vrai-semblables. Je ne sçai si ceux qui admettent dans les corps élastiques des corpuscules élementaires, doüez naturellement d'une vertu *expansive*, sans expliquer d'ou leur vient cette proprieté, meritent qu'on les refutent. Les Philosophes supposent évidemment ce qui est en question, & si cette

vertu ſelon eux, innée & primitive, eſt indépendante de l'arangement des particules dont les corps élaſtiques ſont compoſez ; il eſt auſſi aiſé de l'attribuer tout d'un coup aux maſſes entieres des plus grands corps, qu'à la moindre de leurs particules : mais qui ne voit que ce ſeroit ouvrir de nouveau un aſile à l'ignorance, & faire revivre les qualitez ocultes décriées avec tant de raiſon.

7. Les Phyſiciens modernes ſont allez plus loin, ils tâchent d'employer les loix de la Mechanique à expliquer la cauſe du reſſort. Mais je n'en connois aucun qui ait ſuffiſamment éclairci cette matiere, & levé les difficultez qui l'envelopent. On en trouve de bien grandes pour peu qu'on examine leurs explications, qui loin d'être fondées ſur la ſaine Mechanique, en détruiſent ſouvent les premiers principes. Ils conviennent preſque tous qu'il faut recourir à l'action d'un fluide, ou d'une matiere ſubtile qui coulant dans les pores des corps à reſſort, leur donne la faculté de ſe débander, & de ſe reſtituer dans leur premier état, lorſque la force qui les avoit comprimez ceſſe. A parler generalement, ces Meſſieurs ont raiſon d'admettre une matiere ſubtile qui par ſon mouvement ſoit la cauſe primitive du reſſort des corps. Mais il ne ſuffit pas de ſupoſer ſimplement un fluide perpetuellement agité ; il faut de plus rendre raiſon des circonſtances qui l'acompagnent, & faire voir quelle eſt la nature d'une agitation capable de produire le reſſort, toute ſorte de mouvement n'étant pas propre pour cela.

8. Quelques-uns ſoutiennent, par exemple, qu'un corps élaſtique venant à être comprimé par quelque force exterieure, la matiere ſubtile qui remplit ſes pores, & qui avoit été contrainte d'en ſortir, rentre dans ces mêmes pores, d'où elle avoit été chaſſée dès que la force exterieure ceſſe d'agir ; d'où il ſuit neceſſairement ſelon eux, que ce corps eſt obligé de reprendre ſa premiere figure, ces Meſſieurs faiſant conſiſter l'élaſticité dans cet effort ; ſans ſe mettre en peine d'expliquer ce qui contraint la

matiere ſubtile à rentrer dans ces mêmes cellules qu'elle occupoit auparavant, ni pourquoi elle s'éforce durant la compreſſion, de regagner le poſte qu'elle avoit abandonné. Diront-ils que c'eſt la maſſe de la matiere ſubtile ambiante, qui par ſa réſiſtance repouſſe celle qui ſort, & la chaſſe dans les pores retrecis, lorſqu'ils ceſſent d'être comprimez par une force exterieure? Mais cette raiſon ſpécieuſe en aparence, ne ſçauroit ſubſiſter avec les premiers principes de l'hydroſtatique, puiſqu'on prouve par eux que la plus petite portion d'un fluide, enfermée dans une envelope; & miſe au milieu d'une maſſe du même fluide, réſiſte & fait équilibre avec la maſſe entiere du fluide qui l'environne; enſorte que quand même on forceroit une partie du fluide à ſortir, en comprimant l'envelope qui le contient, & que nous ſupoſerons pour cet effet flexible & percée de toutes parts; loin que ce même fluide s'éforçât de rentrer dans l'envelope après la compreſſion, & de remplacer celui qui en avoit été chaſſé, l'hydroſtatique nous aprend au contraire, que la petite portion de fluide reſtée dans l'envelope, doit ſoutenir par ſa réſiſtance paſſive, la preſſion de la maſſe du dehors, & que toutes les parties du fluide, tant grandes que petites, demeurent entre elles en équilibre. Supoſons, par exemple, une veſſie remplie d'air ordinaire, percée de toutes parts, & expoſée au grand air, & que comprimant cette veſſie entre ſes mains, on oblige l'air qu'elle contient, ou une partie de cet air, à s'échaper; ſoutiendra-t-on que l'air exterieur retournera dans la veſſie, & la renflera avec impetuoſité? non ſans doute, & l'experience le démentiroit, puiſqu'elle fait voir que la veſſie demeure flaſque, & dans l'état de compreſſion où on l'avoit miſe, ſoit que l'air exterieur auquel on l'avoit expoſée, ſoit calme ou agité par un grand vent. Je ne crois pas au reſte qu'on puiſſe m'objecter que les cellules, ou pores des corps élaſtiques, ayent une ſtructure differente des trous de la veſſie percée. Car, 1°. ſelon cette opinion, les cellules des corps élaſtiques doivent être ouvertes de toutes parts, puiſqu'elles donnent un libre paſſage à la matiere ſubtile. En ſecond lieu, leurs parois doivent être flexibles comme celles de la veſſie, puiſqu'elles changent de figure par la compreſſion, à moins qu'on ne ſoutienne que ces pores, quoique flexibles, ont outre cela un degré de roideur qui les fait retourner à leur premiere figure. Mais cette roideur n'étant autre choſe que l'élaſticité même, elle demanderoit une nouvelle explication : ce ſeroit d'ailleurs ſupoſer ce qui eſt en queſtion.

9. D'autres attribuent la cauſe phyſique du reſſort à un principe peu different de celui que nous venons de refuter : ils conſiderent les pores des corps élaſtiques, comme autant de petits tuyaux capables d'être retrecis par la compreſſion ; en ſorte que la matiere ſubtile ou étherée, coulant rapidement au travers de ces petits canaux, choque continuellement leurs parois interieurs. D'où il ſuit que les chocs lateraux deviennent plus forts, quand par la compreſſion les paſſages ſe retreciſſent, & que par conſequent la matiere ſubtile qui y coule, doit acquerir par là une plus grande rapidité. C'eſt, ſelon ces Meſſieurs, de l'augmentation de ces efforts lateraux de la matiere ſubtile, que dépend l'effort total que le corps comprimé fait pour ſe rétablir dans ſa premiere diſpoſition, & en quoi conſiſte la nature du reſſort.

10. Si cette explication à quelque vrai-ſemblance, il faut avoüer qu'elle eſt bien legere, & que pour peu qu'on raiſonne on en découvre l'illuſion ; car outre que ce que nous venons de dire, tombe en partie ſur cette maniere d'expliquer la cauſe du reſſort : ce que je vais ajouter achevera d'en faire ſentir le foible. Il eſt vrai, & le bon ſens le dicte, qu'un fluide qui coule doit acquerir d'autant plus de vîteſſe, que l'endroit par où il eſt contraint de paſſer eſt plus étroit ; ſans quoi il ſeroit impoſſible que des quantitez égales de fluides, paſſaſſent en même tems par deux ouvertures inégales en largeur ;

il n'eſt pas moins vrai qu'une plus grande vîteſſe dans le fluide, augmente la violence avec laquelle il agit ſur les parois de ſon canal ; & que plus le fluide coule vîte, plus il s'éforce d'élargir ſon paſſage. Auſſi voyons-nous qu'une riviere prend un cours rapide, quand d'un lit large & ſpacieux, elle eſt contrainte de ſe reſſerrer entre deux rivages hauts, étroits & eſcarpez, & que les rivages ſouffrent bien plus de la violence du courant, que dans les endroits où l'eau trouve aſſez d'eſpace pour s'étendre en largeur. Mais il faut faire attention à la circonſtance qui fait que l'eau accelere ſa courſe, quand elle commence à être reſſerrée entre deux rivages étroits. En effet la choſe n'arrive que lorſque l'eau eſt contrainte de couler dans ſon lit, ſans pouvoir échaper de côté ni d'autre. Car ſi à l'entrée du paſſage étroit, l'eau trouvoit d'autres routes ouvertes, ou une plaine de niveau, il eſt certain qu'elle n'iroit pas ſe fourrer toute entiere dans ce paſſage, mais qu'une partie de l'eau trouvant dans le détroit plus de réſiſtance à ſon cours qu'auparavant, elle s'écouleroit par les routes qu'elle trouveroit ouvertes, ou ſe répandroit dans la plaine ; en ſorte que le détroit ne recevroit de l'eau qu'à proportion de ſa capacité ; la nature des fluides étant de ſe tourner à la rencontre d'un obſtacle, & d'enfiler les routes où il n'y en a point : d'où il eſt aiſé de conclure que la vîteſſe du courant n'y ſeroit nullement augmentée.

11. Mais pour revenir à notre ſujet, on doit diſtinguer entre le mouvement d'un fluide contraint, & le mouvement d'un fluide libre. Lorſque le mouvement ſe fait dans un canal d'inégal largeur, dont le fluide ne ſçauroit échaper, il eſt ſans contredit que le fluide s'accelerera toutes les fois qu'il paſſera d'un endroit plus large dans un endroit plus reſſerré ; mais ſi le fluide a un mouvement rectiligne libre, & qu'il puiſſe s'étendre de tous côtez à la rencontre de la moindre réſiſtance, je dis que ſi on lui opoſe quelque obſtacle, un tuyau, par exemple, ouvert par les deux bouts, & couché dans la

même direction, un cylindre de ce fluide égal en capacité au tuyau, enfilera ce tuyau, & le traversera d'un bout à l'autre, avec une vîtesse égale à celle de toute la masse du fluide qui restera hors du tuyau. Je dis plus, c'est que si on presse assez fortement ce tuyau que je supose d'une matiere molle ou pliable, pour le rendre plus étroit, le fluide ne le traversera pas avec plus de rapidité qu'auparavant, puisque le superflu de ce fluide que le tuyau ne pourra plus contenir regorgera, & passera librement à côté. On ne sentira donc aucune résistance de la part du fluide interieur, sa pression étant contre-balancée par celle du fluide exterieur qui lui est égale. La preuve en est aisée; soit une quantité suffisante de brins de paille entiers, d'égale longueur, & liez legerement en botte, oposez au courant d'une riviere rapide, dans une situation fixe, & parallele à la direction du fil de l'eau, afin que l'eau puisse en penetrer librement les tabules: je dis que quoiqu'on serre cette botte de paille entre ses mains, jusqu'à retrecir la capacité des petits tuyaux qui la composent, on ne sentira cependant de résistance que celle qui peut provenir de la roideur même de la paille, & qu'on sentiroit hors de l'eau de même que dans l'eau; la raison en est manifeste, car dès que les chalumeaux deviennent plus étroits, l'eau ne pouvant plus y entrer avec la même facilité, il n'y en passe plus qu'une quantité proportionnée à leur ouverture diminuée, le surplus se détourne librement de côté, & poursuit conjointement avec le reste de l'eau, le mouvement commun de la riviere; ainsi n'y ayant aucune force qui contraigne l'eau de passer par les tuyaux, au delà de ce que leur cavité en peut recevoir sans effort; il est évident que l'eau n'acquerrera aucune augmentation de vîtesse en coulant au travers de ces tuyaux retrecis.

12. L'aplication de ce que nous venons de dire est facile. Les partisans de l'opinion que je combats, doivent necessairement admettre dans les corps élastiques, des pores

pores ouverts en forme de petits tuyaux paralleles, & disposez de même que les brins de paille de la botte dont j'ai parlé, & un mouvement dans la matiere subtile qui traverse ces pores ; semblable à celui de l'eau de la riviere qui coule au travers des chalumeaux : mais on a démontré que quand même les chalumeaux viendroient à se retrecir, l'eau n'en auroit pas pour cela plus de force à les dilater. D'où il s'ensuit, selon moi, que la matiere subtile qui penetre les pores tubuleux des corps élastiques, ne doit pas faire plus d'effort pour les élargir, quoique retrecis par une compression étrangere. Loin de se redresser, le corps resteroit donc aplati, ce ne seroit donc plus un corps élastique. Donc cette maniere d'expliquer la cause du ressort, n'est pas la veritable.

13. Je ne sçais si ceux qui font consister l'air dans l'amas d'une infinité de petites particules branchuës, pliables, & perpetuellement agitées, qui nageant dans l'éther, tendent naturellement à se redresser, lorsque quelque cause exterieure les comprime, s'aperçoivent qu'ils tombent dans le défaut qu'on nomme *petition de principe*. Qui ne voit en effet que cette tendance à se redresser, que ces Messieurs attribuent gratuitement aux petites particules repliées de l'air, est précisement cela même dont il s'agit de déterminer la cause.

14. Si quelques Physiciens font consister la cause du ressort, dans l'effort d'un fluide imperceptible, qui se mouvant avec rapidité dans les pores des corps élastiques, tâche continullement à se dilater par quelque force centrifuge, ce sont ceux qui, à mon avis, aprochent le plus de la verité, pourvû que se renfermant dans les bornes de la nature, ces Philosophes n'attribuent pas la cause de cette force à quelque vertu ou faculté immaterielle & imaginaire, telle que sont l'antipathie, & la simpathie.

15. Pour en venir maintenant à l'explication de ma theorie, sur la cause probable de l'élasticité des corps à ressort, je commencerai par dire que j'adopte pour prin-

cipe *la force centrifuge*, mais prise dans un sens intelligible. J'entends par ce mot, la force qu'ont tous les corps étant mûs en rond, ou sur quelqu'autre ligne courbe: force qui consiste dans l'effort que tout corps fait de se mouvoir en ligne droite, en vertu de la loi generale de la nature, qui veut que tout corps continue autant qu'il est en lui de se mouvoir, suivant la direction qu'il a en chaque instant ; ainsi pour détourner un corps de son mouvement rectiligne, & pour lui faire décrire une ligne courbe, il faut une action continuellement apliquée, qui entretienne le mouvement en ligne courbe, parce qu'autrement le corps s'échaperoit suivant la tangente de la courbe, si cette action venoit seulement à cesser un moment : or comme il n'y a point d'action sans réaction, & que l'action qui détourne le corps de son mouvement rectiligne, est une impulsion, ou pression exterieure, il est visible que la réaction qui se fait sentir de la part du corps en mouvement, n'est autre chose que cette résistance, ou plutôt cette *renitence* qu'on rencontre en voulant changer son état, laquelle dépend en partie de l'inertie, ou de la quantité de matiere, & en partie de la vîtesse avec laquelle le corps se meut : telle est *la force centrifuge* que j'admets.

16. Ce n'est point une qualité imaginaire, puisqu'elle a des proprietez très-réelles que d'habiles Geometres ont démontrées, & entre autres M. Huguens, dans les beaux Theorêmes qu'il a le premier publiez, à la fin de son Traité *de Horologio oscillatorio.* On conclud aisément du second & du troisiéme de ces Theorêmes, que la force centrifuge d'un corps mû sur la circonference d'un cercle, est comme le produit de la masse par le quarré de la vîtesse, divisé par le rayon, je veux dire en raison composée de trois raisons ; de la simple directe de la quantité de matiere, de la doublée directe de la vîtesse, & de la simple reciproque du rayon. Ce Theorême me servira à expliquer la cause d'un des plus curieux Phenomenes qui se remarque dans les fluides élastiques, & qu'on sçait

être attaché à leur nature. Ce Phenomene que l'experience a découvert, consiste en ce que la force de l'élasticité de tout fluide comprimé, augmente dans la proportion du degré de densité auquel on le réduit. Si l'air de consistance naturelle, renfermé, par exemple, dans un espace, peut soutenir par la force de son ressort, une colonne de vif-argent de 28 pouces de hauteur ; ce même air en soutiendra une deux fois plus haute, réduit à un volume deux fois plus petit, ou ce qui revient au même, si dans le même espace où cet air est renfermé, on introduit de nouveau une quantité d'air égale à celle qui y étoit déja ; quoiqu'on se soit assuré de la verité de ce fait par un grand nombres d'experiences réiterées ; je ne sçache pourtant personne qui ait entrepris d'en rendre une raison physique. Et comment l'auroit-on fait ? les theories publiées jusqu'ici sur la cause du ressort, ont si peu de fondement dans les loix de la nature, qu'on ne sçauroit en déduire une explication vrai-semblable de ce même Theorême, que ma theorie develope avec tant de facilité. Je me flatte qu'on en sera pleinement convaincu, si on se donne la peine d'examiner avec un peu de soin, ce que j'aurai l'honneur de dire dans la suite de ce Memoire.

17. J'ai déja insinué (*Art.* 7.) que la cause generale & primitive du ressort des corps tant fluides que solides, dépend du mouvement d'une matiere subtile. Je ne dis pas que cette matiere étant en mouvement, devienne elle-même élastique : mais le mouvement de cette matiere subtile devant necessairement entraîner avec rapidité les particules les plus grossieres qui nagent dedans ; ces particules sont par cela seules déterminées à se mouvoir en rond, & acquierent dès-là une force centrifuge, (*) telle qu'agissant avec violence contre la surface interieure de l'endroit où elles sont renfermées, elles s'éforcent continuellement d'élargir la prison qui les retient. C'est de cet effort dont dépend la force du ressort. Voici de quelle maniere je conçois la production de cet effet.

(*) Voyez l'art. 14.

18. Soit un espace, par exemple, un recipient d'une figure quelconque, rempli de matiere subtile : on sçait assez que cette matiere qui passe sans peine par les interstices les plus étroits de tous les corps sensibles, traversera avec la même facilité les pores du recipient : je supose qu'outre la matiere subtile contenuë dans le recipient, il y a quantité de corpuscules trop grossiers pour pouvoir s'échaper au travers des pores du recipient ; mais qui nageant librement dans la matiere subtile, laissent entre eux des intervalles si spatieux, que tous ces corpuscules ramassez en un tas, n'ocuperoient peut-être pas la cent milliéme partie du recipient. Je supose enfin que ces mêmes corpuscules tous extrêmement susceptibles de mouvement, le sont pourtant inégalement, les uns plus, les autres moins, à cause de la diversité de leurs figures.

19. Jusques-ici j'ai consideré la matiere subtile comme étant en repos dans le recipient. Voyons à present ce qui doit arriver lorsque cette matiere se succedant continuellement à elle-même, traverse avec rapidité le recipient qu'elle penetre de toutes parts. Il est évident que ces corpuscules que leur grossiereté empêche de s'échaper au travers des pores du recipient, emportez çà & là, par le cours violent de cette matiere, ne peuvent qu'être en une agitation extrêmement confuse, & se choquer les uns les autres dans l'irregularité de leurs mouvemens. Mais ces corpuscules agitez ainsi en tous sens, s'embarrassans les uns les autres par des mouvemens rectilignes oposez, chacun d'eux se trouvera bien-tôt déterminé à se mouvoir de la maniere où il sera le moins en obstacle au mouvement des autres corpuscules ; je veux dire à changer son mouvement droit en un mouvement circulaire autour d'un centre ; ainsi chaque corpuscule agité, que je nommerai dans la suite *mobile circulant*, décrira son propre cercle plus ou moins grand, selon qu'il aura plus ou moins de vîtesse ; car j'ai déja remarqué que tous les mobiles circulans, ne reçoivent

pas un même degré de vîtesse par l'agitation de la matiere subtile.

20. Il y aura donc differens ordres de mobiles circulans, & entre ceux qui sont d'un même ordre, plusieurs pourront se mouvoir autour d'un centre commun sur des circonferences égales, & décrire differens plans qui tous passeront par le centre commun de leur mouvement ; en sorte que toutes les circonferences que ces mobiles circulans décriront autour d'un même centre, seront autant de grands cercle d'une sphere, & la multitude de ces mobiles pourra devenir si grande, que toute la surface spherique sera comme couverte de ces petits mobiles, dont les mouvemens rapides & divers parcoureront toujours des circonferences égales, ou au moins des arcs de grands cercles : je dis des arcs, car il arrivera à tout moment que plusieurs mobiles circulans se rencontrans aux points où leurs cercles se croissent, se détourneront de leur route sans rien perdre de leur vîtesse, parce que le mouvement de la matiere subtile les entretient toujours dans le même dégré de vîtesse qu'elle leur a une fois communiquée. D'où il est aisé de conclure que les arcs décrits en divers plans par chaque mobile, seront toujours des portions de grands cercles. Car si on suposoit qu'un mobile décrivit un petit cercle avec une vîtesse égale, il acquerreroit dès là une force centrifuge prévalante, qui feroit étendre sur la surface spherique le petit cercle qu'il décrit, jusqu'à ce qu'il se changeât en un grand cercle, & que sa force centrifuge devint égale à celle des autres mobiles.

21. Mais comme la multitude des mobiles circulans d'un même ordre, est sans doute beaucoup trop grande pour qu'ils puissent tous se mouvoir commodement, & sans s'embarrasser sur une même surface spherique ; on conçoit aisement qu'il doit se former un grand nombre de ces surfaces spheriques, dont chacune se mouvra autour de son centre particulier, à peu près comme font les abeilles, (si il m'est permis de me servir de cette com-

paraison) qui se partagent en divers essains, lorsqu'elles sont trop nombreuses pour n'en composer qu'un seul.

22. Considerons à present les dispositions que prendront dans le recipient toutes ces surfaces spheriques, & l'effort qu'elles font les unes sur les autres, & contre les parois interieurs du recipient qui les empêche de se dilater ; & nous comprendrons, 1°. que toutes les surfaces grandes & petites de tous les degrez, seront dispersées dans l'étenduë du recipient de la même maniere dont Descartes a conçu que l'Univers étoit rempli de tourbillons de toute sorte de grandeur. Par quelle raison y auroit-il en effet dans une partie du recipient, plus de surfaces spheriques d'un certain ordre, que dans toute autre partie ? 2°. Suposant donc les plus grandes spheres également dispersées dans toute la cavité du recipient, celles qui les suivent en grandeur occuperont les intervalles que les premieres laisseront entre elles, de même que celles du troisiéme ordre se logeront dans les interstices des secondes, & ainsi de suite à l'infini ; en sorte que chaque surface spherique sera environnée de toutes parts d'une infinité de surfaces plus petites dans tous les degrez possibles. 3°. Et comme chacune de ces surfaces fourmille de mobiles qui circulent avec une vîtesse convenable à la grandeur de leurs spheres, & que chacun de ces mobiles acquiert par cette circulation une force centrifuge, il est clair que toutes ces spheres dont l'interieur n'est rempli que de matiere subtile, s'efforceront continuellement de se dilater en tout sens, tous les points de leurs surfaces tàchant en même tems de s'éloigner du centre de leur mouvement. On pourroit donc comparer ces spheres à ces vessies d'eau de savon, que l'on dilate par le moyen de l'air introduit par un chalumeau, avec cette difference pourtant que les surfaces de celle-ci sont poussées du dedans au dehors par une force étrangere ; au lieu que les surfaces spheriques tendent d'elles-mêmes à se dilater en dehors, par la force centrifuge qui reside dans ces mêmes mobiles circulans dont cha-

que surface spherique est composée. 4°. Aussi chacune de ces spheres grossiroit-elle actuellement par la dilatation de sa surface, si les spheres voisines qui font de pareils efforts pour s'étendre, ne l'en empêchoient. 5°. Mais y ayant un parfait équilibre entre les pressions par le moyen desquelles ces spheres agissent les unes sur les autres, il faut de necessité que chacune de ces spheres, tant grandes que petites, ait une force égale qui contre-balance l'effort de celles qui l'environnent, & l'empêche de ceder à leur pression.

23. Tout ceci bien entendu, j'en tire les consequences suivantes: 1°. Il faut que les mobiles qui circulent sur des surfaces spheriques de differentes grandeurs, ayent des vîtesses qui soient en raison sou-doublée, des rayons de leurs spheres; car de cette maniere les forces centrifuges deviennent égales par le Theorême de l'article 16. & les surfaces spheriques que j'appellerai dans la suite, *Spheres creuses*, ou simplement *Spheres*, se maintiendront dans un parfait équilibre, quoiqu'inégales en grandeur, par leurs pressions égales & reciproques. 2°. Comme les spheres contiguës aux parois du recipient, ne trouvent de réaction du côté de leur attouchement à ces parois, que la simple resistance passive, ou la fermeté du recipient, il est manifeste que toute sa surface interieure devant soutenir l'effort des spheres qui la touchent, sera continuellement pressée du dedans au dehors dans tous ses points, par des directions perpendiculaires. 3°. Les spheres qui ne touchent pas les parois du recipient, ne faisant autre chose que se contre-balancer mutuellement; & servant ainsi uniquement d'apui aux spheres qui touchent ces parois, il est évident que ce sont ces dernieres seules dont l'effort se fait sentir sur la surface interieure du recipient. Il en est de ceci comme de la pression de plusieurs ressorts rangez en ligne droite, dont j'ai parlé dans mon discours, (*Chap.6. art.3.*) où j'ai fait voir que la puissance *L*, qui empêche que les quatre ressorts égaux *ACB*, *BED*, *DGF*, *FIH*, ne se FIG. 1.

débandent, eſt égale à la puiſſance P, qui réſiſte à un ſeul de ces reſſorts, au reſſort ACB, par exemple. 4°. D'où il s'enſuit que la preſſion totale que ſouffre la ſurface interieure du recipient, ne doit pas être eſtimée par la multitude de toutes les ſpheres contenuës dans la cavité du recipient, mais ſeulement par le nombre de celles qui ſont contiguës à ſa ſurface. 5°. Ainſi tout l'amas de nos ſpheres creuſes, étant tranſporté dans un autre recipient de même capacité, mais de figure differente, la preſſion totale que le ſecond recipient ſoutiendra, ſera plus ou moins forte, ſelon que ſa ſurface ſera plus ou moins grande que celle du premier recipient. 6°. Il s'enſuit encore de là qu'un recipient beaucoup moins ſpatieux que le premier, quoiqu'il ne puiſſe contenir qu'une partie de ces mêmes ſpheres creuſes, ſera cependant expoſé à une plus forte preſſion, ſi ſa ſurface interieure eſt plus grande que celle du premier recipient.

24. Il eſt aiſé après tout ce que je viens de dire, de déterminer quelle peut être la cauſe probable du reſſort des corps élaſtiques. En effet on ne peut guéres attribuer qu'à une matiere ſubtile, telle que je l'ai décrite, la cauſe primitive de l'élaſticité de tous les corps à reſſort; ſoit que ces corps ſoient eux-mêmes fluides, comme l'air groſſier que nous reſpirons; ſoit que ces corps ſoient ſolides, & de la nature de ceux qu'on nomme *roides*, lorſque parmi les particules terreſtres qui compoſent une matiere fluide ou liquide, il ſe trouve quantité de ces ſpheres creuſes, leſquelles tendent continuellement à ſe dilater par la force centrifuge de leurs mobiles circulans; il eſt évident que ce mouvement imprime à ces particules terreſtres, une force ou une tendance à s'écarter les uns des autres, & à occuper ainſi un plus grand volume qu'auparavant. C'eſt en vertu de cette force, ou de cette tendance des ſpheres creuſes à ſe dilater, que le fluide où elles ſe trouvent eſt apellé *élaſtique*; tel eſt non ſeulement l'air ordinaire, mais encore l'eſprit de vin rectifié, & d'autres liqueurs ſpiri-

tueuſes,

tueuſes, leſquelles ſe dilatent avec impetuoſité, dès que la preſſion exterieure de l'air qui retenoit leurs ſpheres creuſes en contrainte eſt ôtée, ou que la force centrifuge de leurs mobiles circulans eſt augmentée par un nouveau degré de vîteſſe, cauſé par la chaleur, ou par quelque autre cauſe étrangere. Auſſi voyons-nous que l'eſprit de vin mis dans la machine du vuide, boüillonne avec force ; & qu'étant expoſé à un air plus chaud, il ſe dilate ſenſiblement : les Thermometres ſont une preuve de ce que j'avance. Ce ſeroit ici le lieu de parler des effets ſurprenans des fermentations, & des efferveſcences chymiques, & particulierement de ceux de la poudre enflammée, ſi le ſujet le permettoit, n'y ayant aucun de ces effets qui ne découle naturellement de ma theorie ſur la cauſe du reſſort.

25. Il n'eſt pas plus difficile d'aſſigner aux ſolides élaſtiques, une cauſe probable de leur reſſort. Concevons que ces corps ſemblables à une éponge ſont remplis de petites cavitez ou cellules, & que chacune de ces cellules renferme des ſpheres creuſes, qui jointes aux particules terreſtres, compoſent ce que nous venons de nommer *matiere fluide élaſtique*. Concevons de plus, qu'outre ces cellules il y a une infinité de pores fort étroits, par leſquels la matiere ſubtile paſſe librement d'une cellule à l'autre, ſans que les mobiles circulans puiſſent s'échaper de leurs cellules à cauſe de la petiteſſe de ces pores. Voilà donc le corps roide ou élaſtique, conſideré comme un amas de petits recipiens, dont chacun contient une quantité de matiere fluide élaſtique, proportionnée à ſa capacité. Mais un corps compoſé de la ſorte, ne ſçauroit être plié ou comprimé, qu'une partie de ſes cellules ne ſe retreciſſent, & que les ſpheres creuſes qui y ſont renfermées, ſe retreciſſant auſſi à proportion, ne deviennent plus petites. Leurs mobiles circulans ſeront donc obligez de décrire de plus petits cercles, pendant qu'ils conſerveront toujours leur même vîteſſe ; la matiere ſubtile qui la leur imprime, continuant toujours

d'être agitée de même, quelque puisse être la compression des pores & des cellules, ainsi que je l'ai fait voir art. 11. & 12. D'où il s'ensuit que chacun des mobiles circulans aura une force d'autant plus grande, que le rayon de la surface spherique sur laquelle il circule diminuë davantage ; les forces centrifuges des mobiles égaux qui circulent avec des vîtesses égales sur des circonferences de cercles inégaux, étant en raison renversée de leurs rayons. Les surfaces spheriques, ou les spheres creuses contenuës dans les cellules retrecies, feront donc un plus grand effort pour les dilater, qu'elles ne faisoient avant la compression des cellules. Or c'est précisement dans cet effort, exercé continuellement contre les parois des cellules, & qui tend à les élargir, que consiste la vertu des corps à ressort ; & c'est aussi ce que j'avois entrepris d'expliquer.

COROLLAIRE I.

26. Le ressort des corps solides, provenant de l'effort que fait une matiere fluide renfermée dans leurs petites cellules, on voit aisement pourquoi ce ressort est parfait en quelque corps, & imparfait en d'autres. En effet un corps est parfaitement élastique, lorsque les fibres qui composent ces cellules, sont assez fortes pour résister à l'effort des spheres, pendant le retrecissement de ses cellules ; en sorte que bien loin qu'il en creve aucune, elles se rétablissent toutes dans leur premier état. Il n'est au contraire qu'un corps parfaitement élastique, lorsque la structure de ses fibres est telle, qu'il creve une partie de ses cellules retrecies par la compression, tandis que l'autre partie de ses cellules se rétablit.

COROLLAIRE II.

27. Tout ce qui augmente la vîtesse des mobiles circulans sur les surfaces spheriques, augmente aussi en même tems la force de l'élasticité du fluide élastique ; & plus la force centrifuge de chaque mobile circulant, de-

vient grande par l'augmentation de ſa vîteſſe, plus les ſpheres creuſes tendent à ſe dilater avec effort ; c'eſt par cette raiſon que l'air enfermé dans une phiole, étant aprochée du feu, la caſſe, & la fait ſauter avec bruit ; car la chaleur mettant en une agitation violente la matiere ſubtile ; & celle-ci augmentant la rapidité des mobiles circulans, augmente auſſi leurs forces centrifuges, d'où dépend l'élaſticité de la matiere fluide ; & cela à un point que les parois de la phiole n'étant plus en état de ſoutenir l'effort avec lequel les ſpheres creuſes tendent à ſe dilater, il faut de neceſſité que le verre ſe caſſe avec éclat.

COROLLAIRE III.

28. C'eſt auſſi de là que dépend la cauſe phyſique de ce que certains corps, dont les cellules ſont compoſées de fibres peu flexibles, tels que le verre, le criſtal, & diverſes ſortes de pierres étant jettées au feu, ſe fondent de toutes parts, les mobiles circulans du fluide élaſtique contenu dans les cellules de ces corps, étant excitez par la chaleur à ſe mouvoir d'une vîteſſe extraordinaire, ſe dilatent avec tant de violence, qu'ils font crever leurs cellules incapables de ſoutenir un ſi grand effort, & s'échapant ainſi de tous côtez, laiſſent dans ces corps une infinité de crevaſſes ou fêlures ; auſſi voit-on que ces corps perdent leur élaſticité par la calcination.

COROLLAIRE IV.

29. D'autres corps, tels que les métaux, par exemple, ont une ſtructure differente, & les fibres de leurs cellules ſujets à extenſion, prêtent plutôt que de rompre par la dilatation de leurs cellules ; auſſi voit-on que la contexture de ces corps demeure entiere, quoique leur volume augmente par la chaleur, à moins que la chaleur devenuë exceſſive, ne les faſſe fondre ; & cela conformement à l'experience, qui montre qu'une plaque de fer rougie au feu, augmente ſenſiblement dans toutes ſes dimenſions. On doit cependant remarquer que les

corps les plus caſſans & les plus roides, tels que ceux dont j'ai parlé dans le Corollaire precedent, n'ont jamais leurs fibres aſſez inextenſibles, qu'elles n'obéiſſent un peu avant que de rompre, & qu'une chaleur moderée dilate ces ſortes de corps, ſans déſunir leurs petites parties. La pierre même eſt ſujete à cette loi; & un bloc de marbre meſuré avec ſoin, a été trouvé plus long en Eté qu'en Hyver.

30. Je reviens aux fluides élaſtiques; il ſera facile à prèſent de découvrir le reſte de leurs proprietez: ç'en eſt une fort connuë, que celle dont j'ai parlé au ſecond Corollaire; ſçavoir que la chaleur augmente la force du reſſort de l'air enfermé dans une phiole. Mais on n'a pas encore fait aſſez d'attention au raport qu'il peut y avoir entre les differens degrez de chaleur, les augmentations des forces du du reſſort de l'air que la chaleur occaſionne: Voici ce que je conçois ſur cela.

Puiſque la chaleur conſiſte dans une agitation violente de la matiere ſubtile, qui penetrant avec facilité les corps les plus compactes, met en mouvement leurs mobiles circulans; il eſt évident que la vîteſſe de leur mouvement, eſt la meſure du degré de chaleur, ou ce qui revient au même, l'intenſité de la chaleur eſt en raiſon de la vîteſſe des mobiles circulans d'un ordre donné; enſorte que ſi cette vîteſſe augmente, par exemple, du double, on doit conclure que la chaleur qui a produit cet accroiſſement de vîteſſe, à deux fois plus d'intenſité qu'elle n'en avoit avant cet accroiſſement.

31. Venons à la maniere de meſurer la proportion des divers degrez de vîteſſe que peuvent avoir entre eux les mobiles circulans. Les forces centrifuges des mobiles circulans d'un même ordre, c'eſt-à-dire, qui décrivent des cercles égaux, ſont comme les quarrez de leurs vîteſſes. Mais j'ai démontré que l'effet de ces forces centrifuges, n'eſt autre choſe que la force du reſſort d'un fluide élaſtique. On aura donc la juſte meſure de la force du reſſort, & par conſequent auſſi du degré de chaleur, ré-

duire au poids, & les intensitez de la chaleur seront en raison sou-doublée des forces du ressort ou des poids, que le fluide élastique, tantôt plus, tantôt moins échauffé, peut soutenir. Soient, par exemple, *A* & *B*, deux cylindres creux, parfaitement égaux en largeur & en hauteur, fermez par en bas, & ouverts par en haut, remplis tous deux d'air d'une même densité, & que nous suposerons d'abord de même temperature que l'air exterieur. Soient de plus deux diaphragmes *L M*, *N P*, qui bouchant exactement les ouvertures des cylindres, puissent neanmoins se mouvoir sans frottement, de haut en bas, & de bas en haut, il est clair que ces deux diaphragmes, considerez sans pesanteur, resteront en équilibre, chacun d'eux étant également pressé dessus & dessous, d'un côté par l'action de l'air exterieur, & de l'autre par une force égale du ressort de l'air interieur. FIG. 2.

Suposons à present que l'air exterieur étant ôté, on lui substituë deux poids *R* & *S*, dont chacun égal à la pression de l'air exterieur qui pesoit sur les diaphragmes, continuë à les tenir en équilibre, contre l'effort de l'air interieur, qui renfermé dans les cylindres *A* & *B*, agit contre ces diaphragmes, & tâche de les soulever par son ressort. Il est encore manifeste que cet équilibre durera aussi long-tems que l'air en *A* & en *B* restera dans son premier état de chaleur naturelle. Mais s'il survient un nouveau degré de chaleur, à l'un ou à l'autre de ces deux cylindres d'air, à *B*, par exemple, en ce cas son ressort sera augmenté, & il soulevera le diaphragme dont il est chargé, à moins qu'on n'augmente aussi la charge d'un nouveau poids *T*. Soient donc les poids *T* & *S* pris ensemble, ce qu'il faut précisement de pesanteur, pour empêcher que l'air en *B* ne souleve le diaphragme *N P*, je dis que suivant le systême que je viens d'établir, la chaleur de l'air naturel en *A*, sera à la chaleur augmentée en *B*, comme $\sqrt{R}$ est à $\sqrt{S+T}$.

32. Il seroit aisé de déterminer par ce moyen, ou par d'autres moyens équivalans, & plus faciles à pratiquer,

celui-ci n'ayant été proposé que pour mieux faire entendre ma pensée, il seroit, dis-je, aisé de déterminer la proportion qui regne entre les degrez de chaleur de l'air en Eté, & celle que ce même air conserve en Hyver. Je suis persuadé qu'il s'en faut beaucoup que la chaleur de l air en Eté, ne surpasse autant qu'on le croit communément, la chaleur de l'air en Hyver : & qu'on ne soit pas surpris si j'attribuë un degré de chaleur à l'air en Hyver ; car le froid le plus violent n'étant causé que par une diminution, & non pas par une entiere extinction de la chaleur : il ne fait jamais si froid qu'il ne puisse faire encore plus froid ; ainsi quelque froid que l'air paroisse à nos sens, il conserve toujours quelque reste de chaleur.

33. Une des proprietez les plus curieuses qu'on ait reconnuë dans l'air, c'est la proportion constante qui regne entre son élasticité, & sa densité. L'experience ayant découvert que le même air, & dans un même degré de chaleur, devient d'autant plus élastique, qu'on le réduit à une plus grande densité ; les efforts que l'air fait pour se dilater, étant toujours en raison de ses densitez. La densité de l'air se mesure par la quantité d'air contenuë dans un volume donné, ou reciproquement, par l'espace connu qu'une quantité d'air occupe. Ainsi, par exemple, le piston d'une pompe pneumatique, & remplie d'air, étant enfoncé jusqu'à la moitié de la profondeur du cylindre, en sorte que l'air qui en occupoit auparavant toute la cavité, n'en occupe plus que la moitié ; cet air comprimé & réduit à un volume deux fois plus petit que son premier volume, sera dit avoir deux fois plus de densité qu'il n'en avoit avant l'avancement du piston. Reste à faire voir pourquoi dans cet état de compression, l'air repousse le piston avec deux fois plus de force ; car dans le premier état de consistance naturelle, l'air interieur repoussoit le piston en dehors avec autant de force que l'air exterieur le repoussoit en dedans. Mais dans l'état de compression dont nous venons

de parler, il faut outre la force de l'air exterieur, que celui qui enfonce le piston, employe de nouveau une force précisement égale à celle de l'air exterieur, si il veut empêcher que le piston ne rebrousse chemin ; & si on enfonce le piston dans le cylindre, en sorte que l'air enfermé se trouve réduit à un tiers de la hauteur qu'il occupoit auparavant. Cet air ainsi comprimé sera trois fois plus dense, & repoussera par consequent le piston avec trois fois plus d'effort. Car pour empêcher le retour du piston, il faut joindre à la pression contraire de l'air exterieur, une force double de cette pression, & oposer par ce moyen au piston une résistance égale à l'effort de l'air condensé ; il en est de même des autres cas que l'experience verifiera tous. J'en excepte les pressions excessivement grandes, où les forces de l'élasticité croissant en plus grande raison que les densitez ; la regle generale commence à s'écarter un peu de cette proportion. Ma theorie en découvre la raison.

34. Reprenons les deux cylindres égaux, & l'article 31. *A* & *B*, & suposons qu'il n'y ait point d'air exterieur qui agisse sur les diaphragmes *LM* & *NP*, que le cylindre *A* est rempli d'air naturel, & que le cylindre *B*, en contient huit fois autant ; l'air de ce cylindre sera huit fois plus dense que celui du cylindre *A*. Soient chargez les diaphragmes *LM*, *NP*, des poids *R* & $S+T$, dont la pesanteur proportionnée contrebalance précisement l'effort avec lequel l'air renfermé dans les cylindres *A* & *B*, tend à soulever ces diaphrames ; en sorte que les poids *R* & $S+T$, marquent les forces de l'élasticité de l'air en *A* & en *B* : il s'agit de démontrer que $R . S+T :: 1 . 8.$ c'est ce que j'execute de la maniere suivante.

35. Puisque dans l'espace *B* il y a par l'hypothese, huit fois plus d'air que dans l'espace *A*, il est visible que tout ce qui concourt à composer l'air naturel en *A*, se trouvera huit fois dans l'air en *B*, & que c'est la même chose que si j'avois introduit successivement dans le cylindre *B*, huit cylindres d'air naturel, dont chacun fut

égal au cylindre *A*; il y aura donc en *B* huit fois plus de particules terreſtres, & parmi celles-ci, huit fois plus de ſpheres creuſes de toutes façons, qu'il n'y en a en *A*, leſquelles ſeront entre-mêlées de la même maniere qu'elles le ſont dans le cylindre *A*; avec cette ſeule difference, qu'en *B* toutes les dimenſions des ſpheres creuſes ſeront réduites à la moitié de ce qu'elles ſont en *A*; je veux dire que le rayon de chacune de ces ſpheres, étant devenu deux fois plus petit par la compreſſion, la diſtance des mobiles circulans au centre de leurs ſpheres, ſera auſſi deux fois plus petite: c'eſt dans cette proportion que les dimenſions homologues doivent diminuer, pourvû qu'il y ait huit fois plus de ſpheres en *B* qu'en *A*: la raiſon en eſt manifeſte, & la moindre attention aux principes de Géometrie, fait voir que dans le cas propoſé, le nombre des ſpheres creuſes de chaque eſpece contenuës en *B*, doit être au nombre des ſpheres creuſes qui leurs répondent, & que contient l'eſpace *A* égal à l'eſpace *B*, en raiſon triplée reciproque de leurs rayons. Remarquez que je ſupoſe ici les eſpaces *A* & *B*, incomparablement plus grands que la plus grande des ſpheres creuſes, ſans quoi il pourroit arriver que la raiſon triplée reciproque ne ſeroit pas tout-à-fait exacte.

36. Il s'enſuit encore conformément aux mêmes principes de la Geometrie, que la multitude des ſpheres de chaque eſpece contiguës au diaphragme *NP*, eſt à la multitude de celles qui leurs répondent, contiguës au diaphragme *LM*, en raiſon doublée reciproque de leurs rayons, parce que les diaphragmes *NP* & *LM*, ſont des cercles égaux; en ſorte que dans le cas ſupoſé, il y a quatre fois plus de ſpheres de chaque eſpece qui s'appuyent contre *NP*, qu'il n'y en a qui s'apuyent contre *LM*. Mais puiſque de toutes les ſpheres que renferme un cylindre, ſon diaphragme n'eſt chargé que de la preſſion de celles qui le touchent immediatement; ainſi que nous l'avons fait voir dans les notes 3. & 4. de l'article 23. de ce Diſcours. Il reſte à examiner ici combien la preſ-

ſion totale des ſpheres apuyées contre le diaphragme *NP*, dont le nombre eſt quadruple du nombre de celles qui s'apuyent contre le diaphragme *LM*, ſurpaſſe la preſſion que les ſpheres contenuës dans le cylindre *A*, font ſur ce même diaphragme *LM*, le calcul en eſt aiſé : le voici. Le rayon de chaque ſphere étant réduit à la moitié par la condenſation, comme on l'a dit dans l'article precedent ; & les mobiles continuans à circuler ſur chaque ſurface ſpherique avec la même vîteſſe après la condenſation, puiſqu'on ſupoſe le même degré de chaleur. Il eſt évident par le Theorême de l'article 16. que chacun des mobiles circulans, aura une force centrifuge, double de celle qu'il avoit avant la condenſation, & que chaque ſphere creuſe réduite à la moitié de ſon rayon, tendra à ſe dilater avec deux fois plus de force. Ainſi le diaphragme *NP* étant preſſé par quatre fois plus de ſpheres, & chacune de ces ſpheres ayant deux fois plus de force, il en réſulte une preſſion totale contre *NP*, deux fois, quatre fois, ou huit fois plus grande que celle avec laquelle l'air dans ſon état naturel agit ſur le diaphragme *LM*. On démontrera par le même raiſonnement, que la preſſion contre *NP* doit être vingt-ſept fois plus forte, lorſque l'air en *B* eſt vingt-ſept fois plus denſe que n'eſt l'air naturel en *A*, parce que chaque ſphere creuſe réduite par la condenſation au tiers de ſon rayon, augmentera au triple l'effort avec lequel elle tend à ſe dilater, y ayant dans ce cas trois fois trois, ou neuf fois plus de ſpheres qui agiſſent ſur *NP* ; de ſorte que la preſſion totale de l'air condenſé contre *NP*, ſera $3 \times 3 \times 3$, ou vingt-ſept fois plus grande que celle de l'air naturel contre *LM*. La démonſtration eſt generale, puiſque les preſſions ſuivent toujours la proportion des denſitez. Mais c'eſt dans la force de ces preſſions que conſiſte la force du reſſort de l'air, & de tout autre fluide élaſtique : donc les élaſticitez ſont proportionnelles aux denſitez. *C. Q. F. D.*

37. Dans tout ce raiſonnement, j'ai fait abſtraction de l'étenduë qu'auroit la matiere propre du fluide élaſti-

que, si toutes les particules qui la composent, & qui ne peuvent pas penetrer les pores des corps, étoient ramassées en une masse solide & sans pores ; ou plutôt j'ai suposé tacitement, que toute l'étenduë de cette masse ne feroit qu'une partie infiniment petite, de l'espace entier dans lequel le fluide élastique est contenu. En effet l'air naturel étant pour le moins 15000 fois moins pesant, & par consequent plus rare que l'or, qui lui-même n'est pas sans pores ; on peut dire que la matiere propre de l'air naturel, & des spheres creuses qui nagent dedans, ne fait pas la quinze millième partie du volume qu'occupe l'air ; de sorte qu'on peut bien considerer cette partie comme infiniment petite par raport à l'étenduë de son volume entier. Mais un autre fluide élastique qui contiendroit beaucoup plus de matiere que l'air, ou l'air même extrêmement condensé, demanderoit sans doute qu'on eut égard à ce que son étenduë pourroit aporter de changement à notre regle ; car soit l'espace A occupé par un fluide élastique, dont la matiere ramassée forme une étenduë $= b$, soit une autre espace $B =$ à A, qui tienne huit fois autant du même fluide élastique. On devroit dire, selon la définition ordinaire de la densité, que le fluide en B est huit fois plus dense que le fluide en A ; mais on se tromperoit, puisqu'à proprement parler, il est plus de huit fois plus dense. Pour s'en convaincre on n'a qu'à considerer que l'espace entier A ou B étant nommé a, le volume que le fluide élastique occupe en A & en B par sa dilatation, se détermine en retranchant de l'espace entier a, ce que le fluide ramassé contiendroit d'étenduë de part & d'autre, sçavoir b & $8\,b$: de sorte que le volume en A, n'est pas a, mais $a - b$, & le volume en B, $a - 8\,b$; ces deux volumes ne peuvent donc pas être pris pour égaux ; comme lorsqu'on supose que la matiere du fluide ne fait pas une partie finie de l'espace dans lequel il est contenu. Je veux dire que b est infiniment petit par raport à a ; & lorsque ces volumes sont inégaux, la veritable densité du fluide en B, n'est pas à la denſité du fluide en A, comme la quantité de matiere en B, eſt à la quantité de matiere en A, ou comme 8 eſt à 1 ; mais en raiſon compoſée de la directe de ces quantitez, & de la raiſon inverſe des veritables volumes que le fluide élaſtique occupe de part & d'autre par ſa dilatation. Ainſi la denſité en B, eſt à la denſité en A, $:: \frac{8}{a-8b} . \frac{1}{a-b} :: 8a-8b . a-8b.$ ce qui fait une raiſon plus grande que de 8 à 1. Mais par notre démonſtration (*art.* 36.) les élaſticitez ſont toujours proportionnelles aux veritables denſitez : donc la force de l'élaſticité du fluide en B, eſt à la force de l'élaſticité en A, $:: 8a-8b. a-8b.$ c'eſt-à-dire, en plus grande raiſon que 8 à 1. & en general ſi on introduit en B une quantité de fluide élaſtique n fois plus grande, que celle qui eſt en A, on aura l'élaſticité en B, à l'élaſticité en A, $:: na-nb. a-nb > n. 1.$ & par tant en une raiſon plus grande que celle des denſitez aparentes.

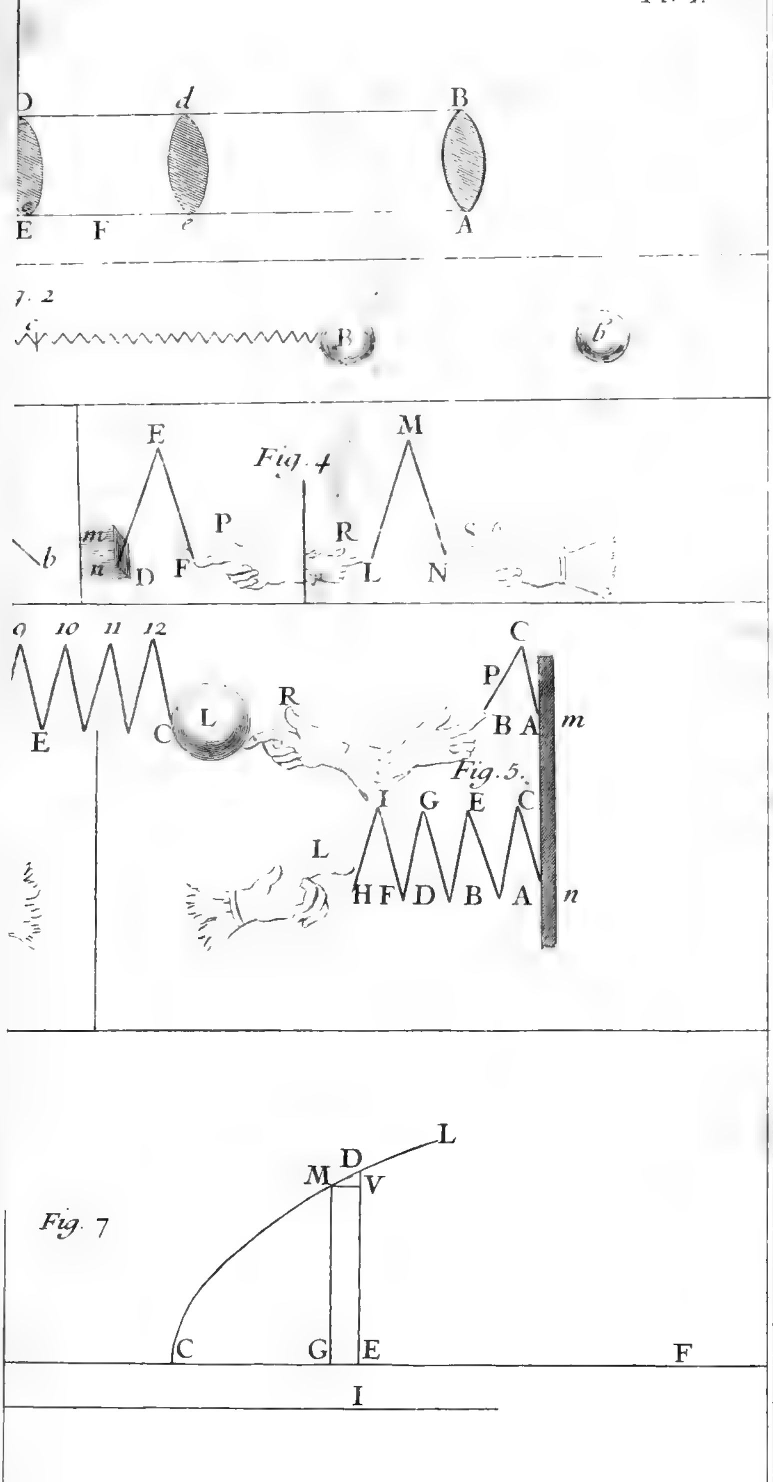
38. On remarquera que quoique b ſoit plus petit que $\frac{1}{15000}a$, lorſque l'air eſt dans ſon état naturel, & que par conſequent il ne faſſe pas une partie ſenſible de a ; cependant le nombre n peut augmenter ſi fort, que nb deviendra enfin ſenſible par raport à a. C'eſt ce qui fait que l'air extrêmement condenſé, a la force de ſon reſſort plus grande que ne ſemble l'exiger la denſité aparente : lorſqu'on dit donc que les élaſticitez de l'air ſont proportionnelles à ſes denſitez aparentes, cela ne doit s'entendre que des denſitez aparentes, mediocres ou moyennes, leſquelles ne different pas ſenſiblement des denſitez veritables.

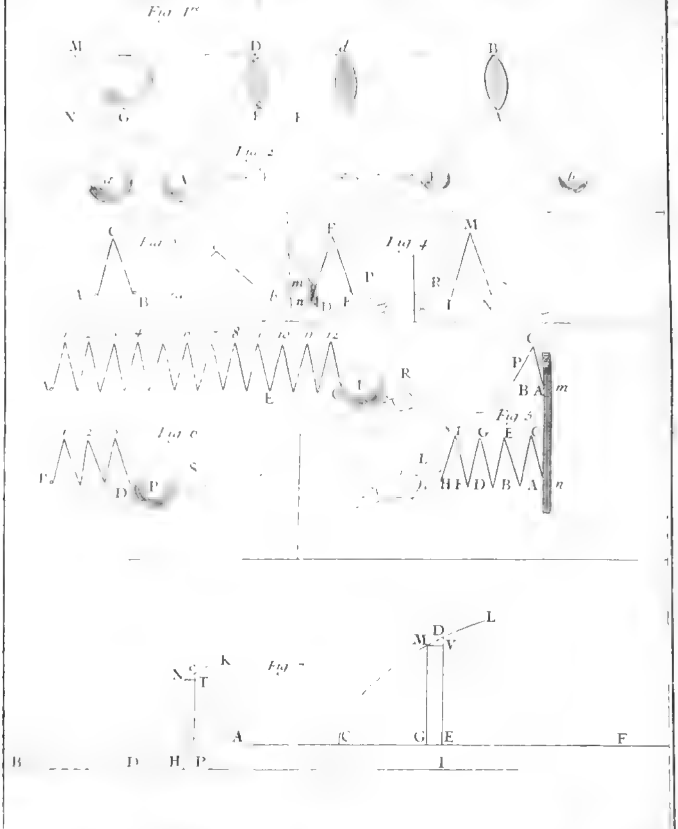
39. Nous ne connoiſſons juſqu'ici que la chaleur & la condenſation qui augmentent le reſſort de l'air, j'ai conſideré ces cauſes ſeparément, & j'ai déterminé l'effet que chacune d'elles peut produire de ſon côté. Il ne ſera pas difficile de déterminer preſentement l'effet que ces deux cauſes produiſent étant combinées enſem-

ble, lorſque l'une & l'autre vient à être changée. Nous avons prouvé que les differens degrez de chaleur cauſent dans le même air des élaſticitez, qui ſont comme les quarrez des intenſitez de la chaleur ; & que les differentes denſitez (la même chaleur ſupoſée) ſont en ſimple raiſon des élaſticitez. On trouvera donc en compoſant ces deux raiſons, que les élaſticitez de deux volumes d'air differemment chauds, & differemment denſes, ſont en raiſon compoſée de la raiſon doublée des chaleurs, & de la ſimple des denſitez : verité qui a lieu tant que les denſitez aparentes ne different pas ſenſiblement des veritables : je veux dire tant que la compreſſion de l'air n'eſt pas aſſez grande pour que la quantité de matiere ramaſſée en une maſſe, faſſe une étenduë comparable à l'eſpace où il eſt renfermé.

40. J'aurois pû tirer ici de mes principes, diverſes conſequences qui peut-être contribuëroient à perfectionner l'uſage des Thermometres, & des Barometres. La matiere eſt riche & d'autant plus curieuſe, qu'il ne me paroît pas qu'on ait eu juſqu'à preſent des idées aſſez nettes ſur la meſure du froid & du chaud ; & ſi les Thermometres ordinaires marquent les variations qui arrivent à l'une & à l'autre de ces qualitez, c'eſt ſans indiquer au juſte la proportion qui regne entre elles, ni combien l'air eſt plus ou moins chaud en un tems qu'en un autre. Mais cette entrepriſe me meneroit trop loin, elle paſſe les bornes que je me ſuis preſcrites, & ce que Meſſieurs de l'Academie exigent de moi. Content donc de me renfermer dans une explication probable de la cauſe phyſique du reſſort, je pourrai un jour leur faire part de mes meditations, ſi cet Ecrit que j'ai l'honneur de leur preſenter, a le bonheur de leur plaire.

FIN.


D
d
B
E
F
e
A
g. 2
B
b
E
M
Fig. 4
P
R
S
m
n
b
D
F
L
N
9
10
11
12
C
P
E
C
L
R
B A
m
Fig. 5.
I
G
E
C
L
H F
D
B
A
n
L
M
D
V
Fig. 7
C
G
E
F
I



... M.R. 1726

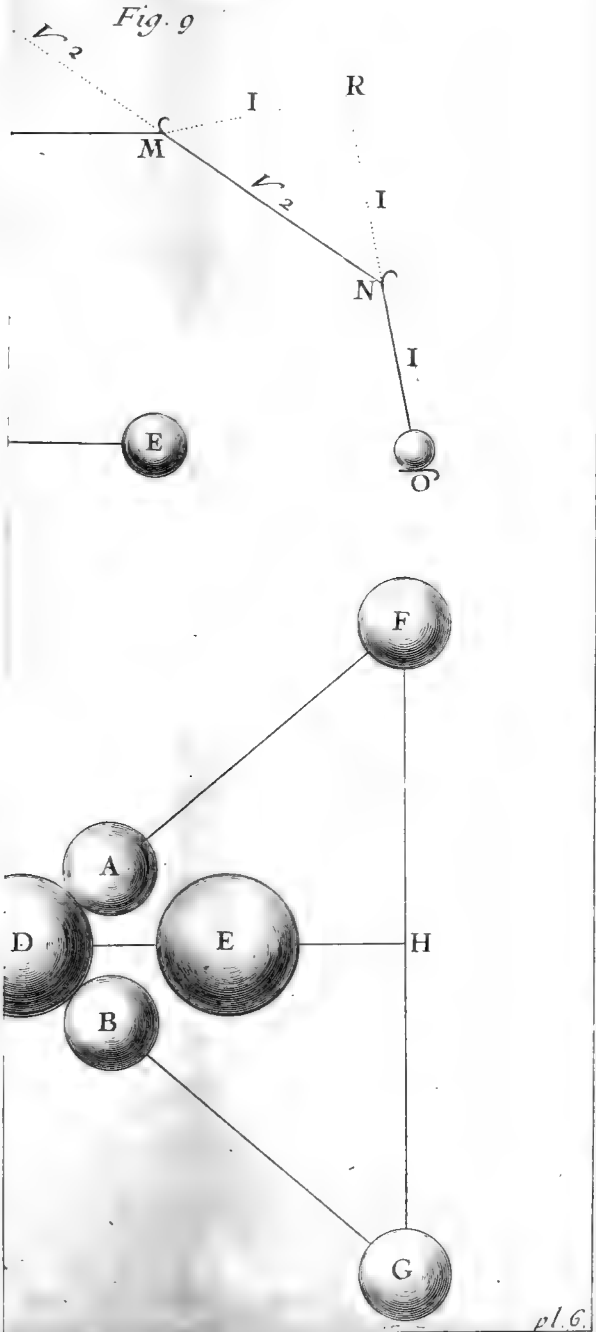
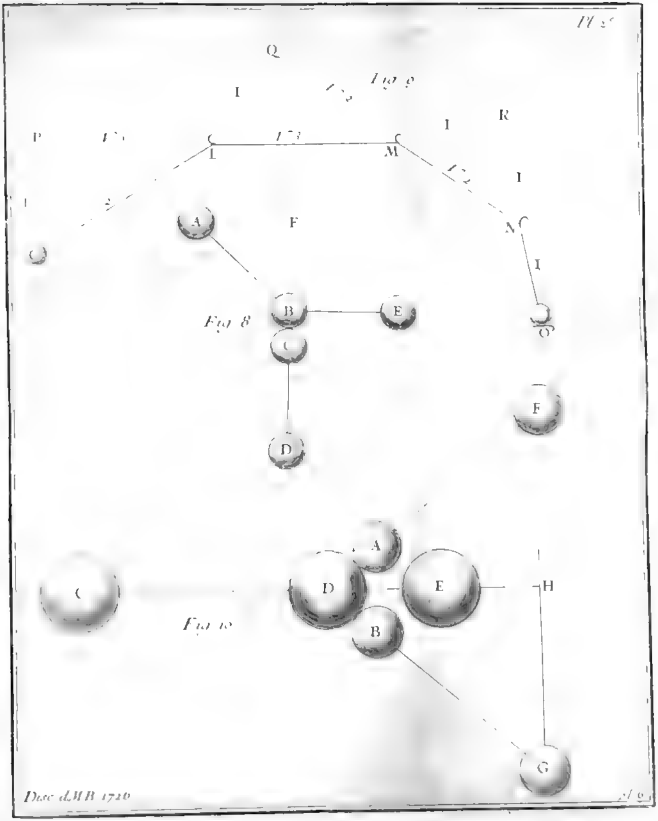


Fig. 9
V2
I
R
M
V2
I
N
I
E
O
F
A
D
E
H
B
G


Q
Fig 9
I
R
P
L
M
A
F
N
Fig 8
B
E
O
C
D
F
A
D
E
H
Fig 10
B
G
Disc d.M B 1720

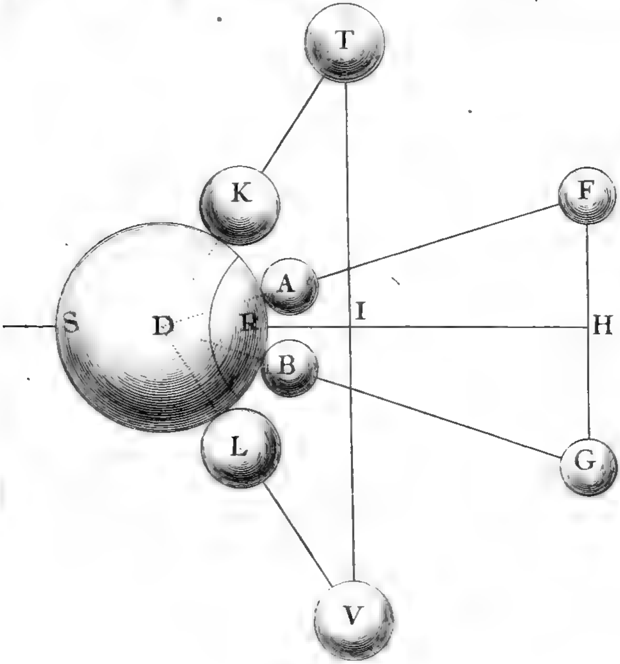
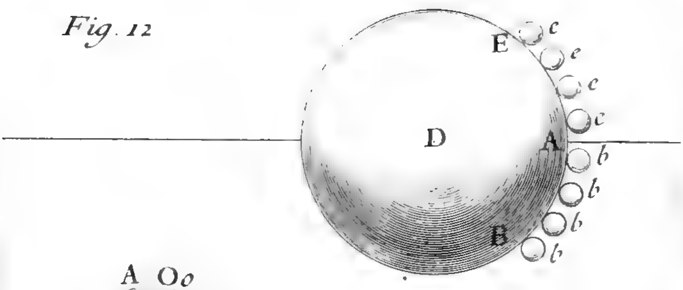


Fig. 12



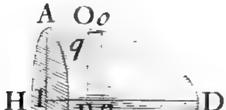


Fig. 13

Fig. 11

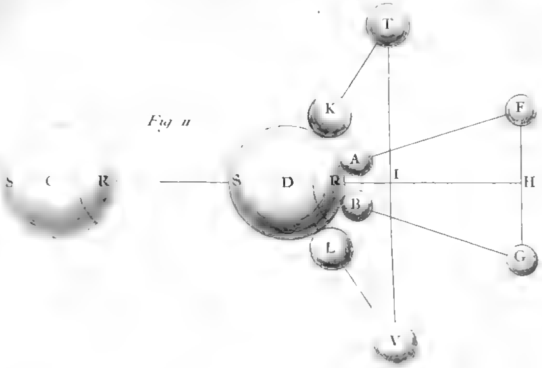
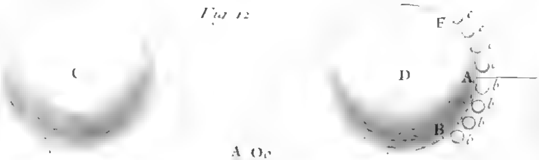


Fig. 12



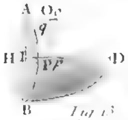
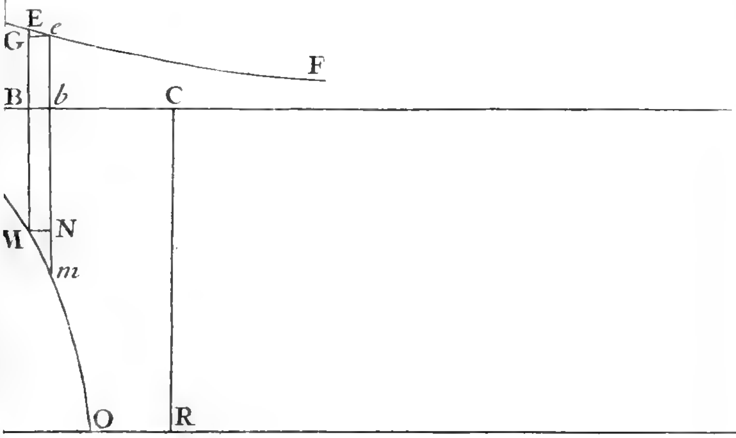


Fig. 13

Dis. d. H B 1726

Fig. 14.



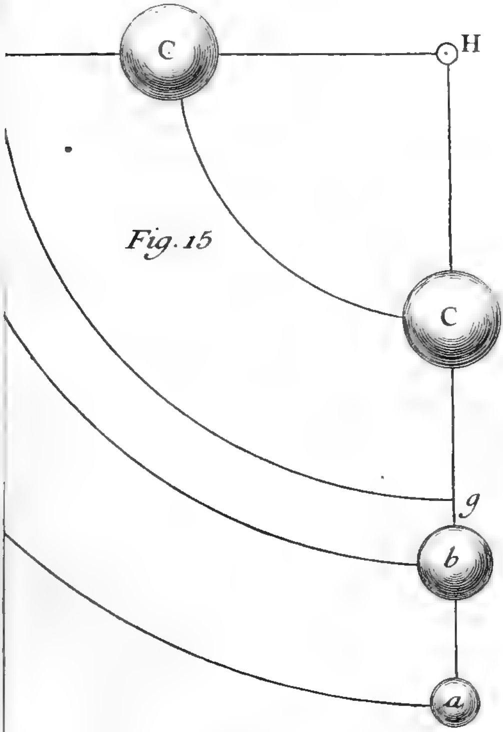


Fig. 15

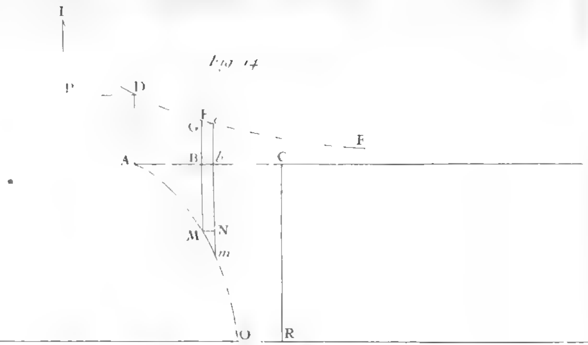


Fig. 14

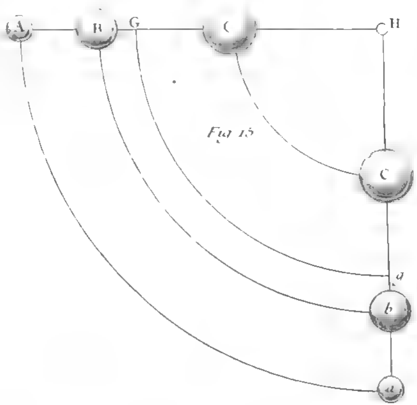
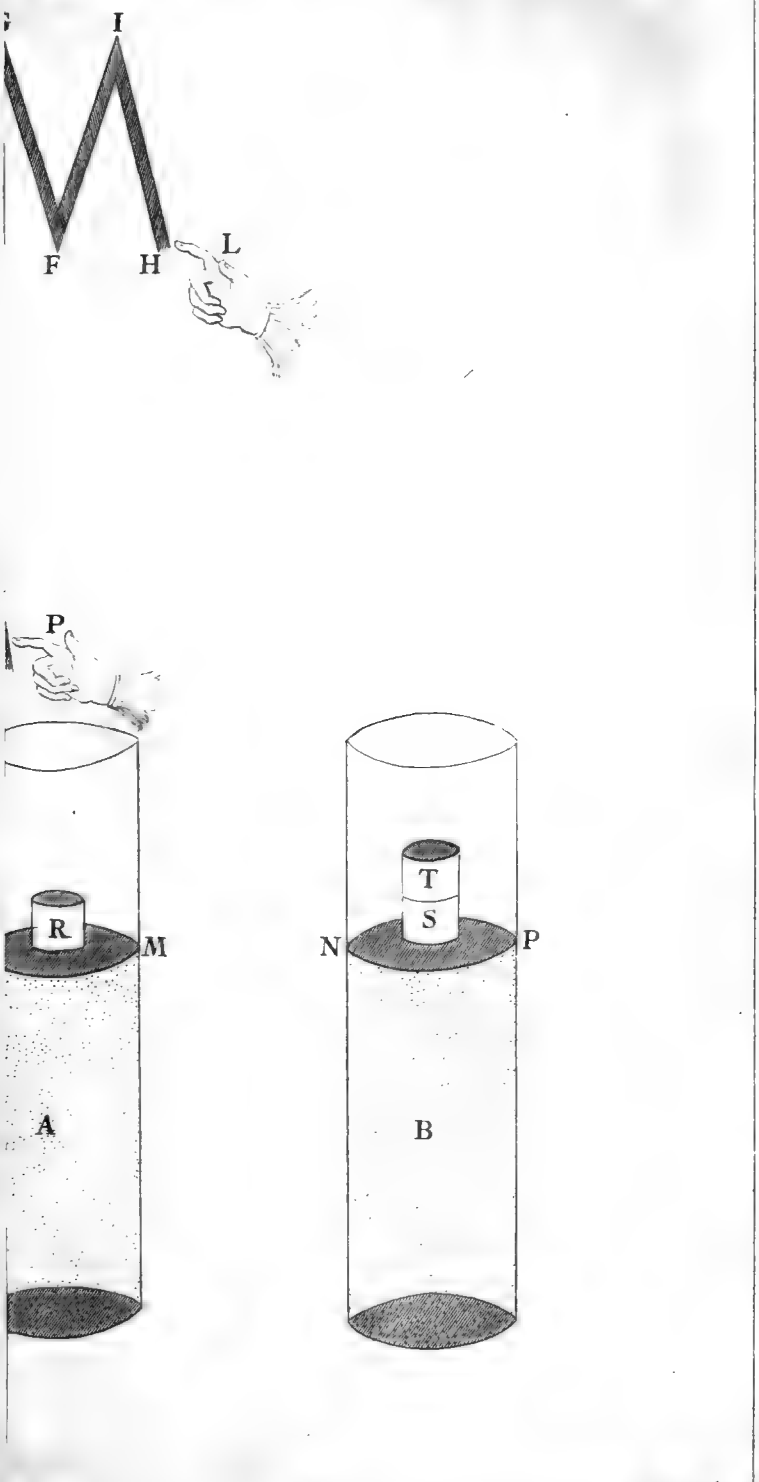
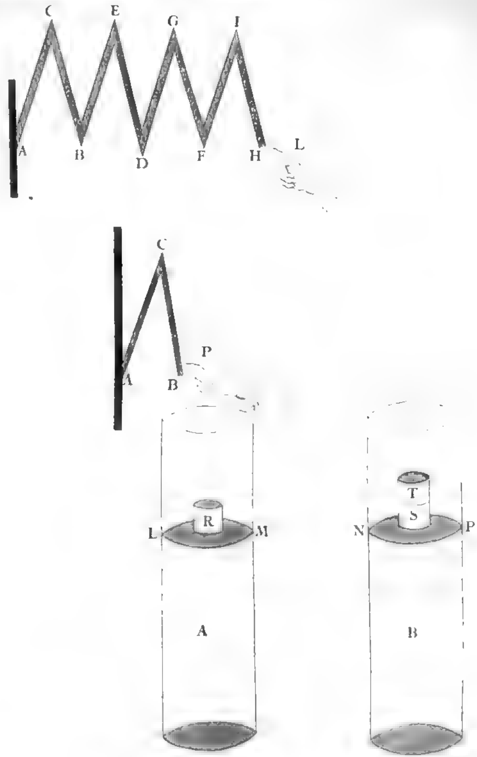


Fig. 15

Duc d. M B 1726


G
I
F
H
L
P
R
M
T
S
N
P
A
B


C
E
G
I
A
B
D
F
H
L
C
P
A
B
R
L
M
T
S
N
P
A
B

DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

PIECE QUI A REMPORTÉ LE PRIX DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Proposé pour l'année 1727, selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, *ancien Conseiller au Parlement.*

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image de Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 6. Septembre 1727.

MESSIEURS de Mairan & Nicole, qui avoient été nommez pour examiner les Additions faites par M. Bouguer à ſa Piéce ſur *la Mâture des Vaiſſeaux*, qui a remporté le Prix de cette année, en ayant fait leur rapport; la Compagnie a jugé que ces Additions ſerviroient à perfectionner cette Piéce, très-digne d'ailleurs de l'honneur qu'elle a reçû. En foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 26. Septembre 1727.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conſeiller ordinaire en notre Conſeil d'Etat, & Préſident de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement expoſer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ſes exercices; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilége, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699 n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat du 13. Août 1713. Et déſirant donner au Sieur Expoſant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéiſſance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui ſemblera, *toutes ſes Recherches ou Obſervations journaliéres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées*; comme auſſi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la compoſent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître ſous ſon nom, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion; & ce pendant le tems de *quinze années* conſecutives, à compter du jour de la datte deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun deſdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, ſans le conſentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiſcation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts ; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour düement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en joüir pendant le tems & suivant les conditions y portees. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

ERRATA.

Page 58 ligne 20, lisez f au lieu de f^2 dans le dénominateur de l'expression algébrique. Pag. 68 l. 22, lisez $\frac{5}{6}e$ au lieu de $\frac{6}{5}e$. Pag. 79 l. 28, lisez & la distance. *Pag. 80 l. dern. effacez* l'exposant 2 *du dénominateur x. Pag. 85 l. 4,* il puisse, *effacez* il. *Pag. 121 l. 20*, la situation, *lisez* sa situation. *Pag. 145 l. 16, lisez* n'a que $\frac{1}{h^2}$ de variable. *Pag. 150 l. dern.* qui lui est égale & qui a la même forme, *lisez* qui doit lui être égale si on suppose que A & a soient deux impulsions directes connuës, l'une pour la route directe & l'autre pour la route dont *c* est la tangente de la dérive.

DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

Vela damus, vaſtumque cavâ trabe currimus æquor.
Lib. III. Virg. Mar.

PREMIERE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite, principalement pour la route directe.

CHAPITRE PREMIER.

Des Mâts conſiderez comme leviers, & des points qui leur ſervent d'hypomoclions.

I.

LES voiles ſupérieures font ordinairement plus d'effet que les inférieures ; ſoit parce qu'étant plus tenduës, elles reçoivent plus directement l'impulſion du vent, ſoit parce que le vent auquel elles ſont expoſées eſt plus rapide que celuy qui frappe ſur les voiles d'enbas. Les Anciens qui ne penſoient point à ces deux raiſons, prenoient les Mâts pour des leviers, & prétendoient que les voiles ſupérieures ne faiſoient marcher le Vaiſſeau avec plus de vîteſſe, que parce qu'elles étoient appliquées à une plus grande diſtance du point d'appuy. Prévenus enſuite en faveur de ce ſentiment, ils le ſoutenoient avec chaleur; car ils rapportoient à cette même méchanique indifferemment toutes ſortes d'actions, & ils ne pouvoient pas manquer d'y rapporter celle des Mâts, dont la hauteur eſt tres-propre à repreſenter la longueur des leviers. Cependant on peut aſſurer qu'ils ſe trouvoient arrêtez par une grande difficulté; il falloit aſſigner une place au point d'appuy, & ils ne ſçavoient pas trop où le mettre. Le centre de gravité, le pied du Mât, l'extrémité de la prouë, tous les points du Navire enfin, ſervoient aſſez à expliquer les balancemens & les inclinaiſons du Vaiſſeau; mais ils ne ſervoient pas également, lorſqu'il s'agiſſoit de rendre raiſon du mouvement du ſillage, & c'eſt-là juſtement ce qui embarraſſoit.

En effet, on étoit alors bien éloigné d'avoir le véritable point d'appuy, puiſqu'il eſt facile de prouver que ce point ne peut être qu'au centre de la terre. Pour ſe convaincre de cette propoſition, qui ſemble d'abord un peu paradoxe, il n'y a qu'à ſuppoſer que le Vaiſſeau pouſſé par le vent qui choque ſa voile, fait dans ſa route le tour de nôtre globe. Pendant ce temps-là le centre d'effort de la voile décrira un cercle concentrique à la terre, & le Mât changera continuellement de ſituation. Mais cependant ſi on conçoit ce Mât prolongé indéfiniment par enbas, il paſſera toujours par le centre de la terre, & ainſi il ſera toujours rayon des cercles que le Vaiſſeau & le centre d'effort de la voile décriront. Voila ce qui montre que le centre de la terre eſt naturellement le point fixe ou le point d'appuy des Mâts pris pour leviers dans l'explication du mouvement du ſillage. Les Mâts ſont des leviers de la seconde espece, parce que le fardeau est entre la puissance & le point d'appuy. Le point d'appuy est le centre de la terre où le Mât étant prolongé va toujours se rendre; la puissance, c'est l'impulsion du vent réunie dans le centre d'effort des voiles, & le fardeau est representé par la difficulté qu'il y a à mouvoir le Vaisseau dans un milieu qui fait de la résistance. Et nous pouvons remarquer que comme la puissance & le fardeau sont sensiblement à une même distance du point fixe, puisque la hauteur des Mâts est toujours insensible par rapport au rayon de la terre, la puissance doit être égale au fardeau : c'est-à-dire que, lorsque le Navire single avec son mouvement uniforme, l'impulsion du vent selon le sens horisontal doit être égale à la résistance que le Navire trouve à avancer dans l'eau aussi selon le sens horisontal.

II.

Mais si au lieu de considerer le sillage du Navire, on examine ses situations & inclinaisons, son *tangage* & son *roulis*, on ne doit plus prendre le centre de la terre pour le point fixe : car il est certain que peu de changement dans la hauteur du Mât produit de grands effets dans la situation du Vaisseau, & c'est ce qui n'arriveroit pas si le point d'appuy étoit au centre de la terre; puisque l'impulsion du vent sur la voile en seroit toujours à peu près également éloignée, & agiroit par consequent toujours de la même maniere. C'est donc le centre de gravité du Vaisseau qu'on doit dans ce cas regarder comme hypomoclion ou comme point d'appuy : car une puissance ne tend à faire tourner un corps ou à le faire incliner, que selon qu'elle est appliquée à plus de distance de son centre de gravité. Si, par exemple, la direction SK [Figure I.] du choc du vent sur la voile LM passoit par le centre de gravité G du Vaisseau OC, le choc du vent n'auroit aucune force pour faire incliner le Navire; mais comme

Tangage, c'est les balancemens du Vaisseau dans le sens de sa longueur; & *roulis*, les balancemens dans le sens de sa largeur.

Fig. I.

la direction SK est considerablement éloignée du centre G, on doit convenir que le choc du vent tend à faire pancher le Vaisseau du côté de sa prouë O, avec un moment qui est d'autant plus fort, que la distance de sa direction SK au centre G, qui sert de point d'appuy, est plus grande.

III.

Pendant que l'impulsion du vent travaille ainsi à faire enfoncer la prouë dans l'eau, il faut nécessairement que quelqu'autre puissance tende à l'en faire sortir; autrement le Navire verseroit toujours. La principale force qui s'oppose à l'impulsion du vent, c'est l'impulsion de l'eau sur la prouë *a*E qui agit selon la direction DH. Le Vaisseau ne peut pas singler le moins du monde sans choquer l'eau qui se rencontre sur son chemin, ni sans en être repoussé dans un sens contraire à la route: & l'impulsion tombe sur une ligne DH qui s'éleve en l'air vers H, parce que comme la prouë *a*E est toujours inclinée en avant, elle est poussée par l'eau, non-seulement selon le sens horisontal, mais aussi selon le sens vertical. Or cette impulsion de l'eau peut contre-balancer l'impulsion du vent sur la voile; car elle tend à élever la prouë en même-tems que l'impulsion du vent tend à la faire caler; & il est évident que selon que l'une de ces impulsions sera plus puissante que l'autre, à raison de sa force absoluë & de la distance de sa direction au centre de gravité G, le Navire doit prendre differentes situations.

IV.

On voit bien qu'il est de la derniere importance pour la Théorie de la mâture de découvrir le résultat de ces deux impulsions du vent sur la voile, & de l'eau sur la prouë. On pourroit considérer ces impulsions séparément: mais je crois qu'il vaut beaucoup mieux les réduire d'abord en une ſeule force par les régles de la compoſition des mouvemens ; car nous n'aurons de cette ſorte qu'un ſeul effort à conſidérer, & nous ſerons moins obligez de partager notre attention. Lorſqu'on tire en même-tems un corps par deux differentes directions, comme avec deux cordes, ce corps n'eſt pas déterminé de la même maniere que s'il n'étoit tiré que vers un ſeul côté. Des deux directions il s'en forme une troiſiéme, & c'eſt cette derniere que le corps ſuit dans ſon mouvement. Il doit arriver à peu près la même choſe au Vaiſſeau qui eſt exposé en même-tems à l'action de deux differentes forces, l'impulſion du vent, & l'impulſion de l'eau. Ces deux forces ſe doivent réduire en une ſeule ; & ce doit être la même choſe de conſidérer cette ſeule force, que d'avoir égard aux deux impulſions du vent & de l'eau ; parce que comme ces impulſions ſont contraires en certain ſens, elles ſe détruiſent en partie, & la force dont nous parlons doit être composée de tout ce qui n'entre pas dans la deſtruction. Mais il faut que nous nous reſſouvenions toujours de prendre le centre de gravité du Vaiſſeau pour point d'appuy ; puiſque ce centre ſert véritablement d'hypomoclion à toutes les puiſſances qui tendent à faire tourner ou incliner le Navire.

CHAPITRE II.

De la maniere dont les chocs du vent ſur la voile, & de l'eau ſur la prouë ſe réduiſent à un ſeul effort.

I.

LE Lecteur ſçait, ſans doute, que c'eſt ordinairement par le moyen d'un paralellograme qu'on réduit deux puiſſances en une ſeule force. Si, par exemple, deux puiſſances pouſſent à la fois le corps A Fig. 2. ſelon les Fig. 2.

deux directions AB & AC, & que la premiere le pousse avec une force capable de luy faire parcourir AB, pendant que la seconde le pousse avec une force capable de luy faire parcourir AC : ce corps ne doit suivre en particulier aucune des directions AB & AC ; car la puissance qui agit sur l'autre direction doit l'en empêcher. Ce corps doit suivre un chemin AD qui tienne une espece de milieu entre les deux directions AB & AC : & pour découvrir ce chemin, il n'y a qu'à former le paralellograme BACD par les paralelles CD, BD aux directions, & la diagonale AD sera le chemin requis ou la direction composée des deux AB & AC ; direction composée que le corps A doit suivre, ou qu'il est du moins déterminé à suivre par l'impulsion des deux puissances. Le corps A en avançant sur AD, satisfera, autant qu'il sera possible, aux mouvemens sur les deux directions AB & AC. La premiere puissance en agissant selon AB, le pousse dans le sens de la direction composée AD de la quantité AG, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AE ou GB. La seconde puissance qui pousse selon AC avec une force AC, tend aussi à faire avancer le corps A dans le sens de la direction composée AD d'une quantité AH, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AF ou HC. Mais comme les deux puissances travaillent à écarter le corps A de differens côtez de la direction composée AD, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche, & qu'elles travaillent à cela avec des forces précisément égales AE & AF ou GB & HC, il est évident qu'elles se doivent détruire mutuellement dans le sens perpendiculaire à AD, & qu'ainsi elles ne doivent point empêcher le corps A de suivre AD. Et enfin, si on joint AG & AH, qui sont les tendances des deux puissances selon la direction composée, on trouvera qu'elles forment AD ; puisque HD est égale à AG, à cause de l'égalité des deux triangles BAG, CDH. De sorte que les deux mouvemens AB & AC ne se réduisent eu égard à tout, à leur convenance & à leur opposition, qu'au seul mouvement AD.

II.

Comme le Vaisseau ne forme qu'un seul corps avec son Mât & sa voile, il est aussi toujours sujet à l'action de deux puissances, le choc du vent selon la direction SK, & le choq de l'eau sur la prouë selon la direction DH ; & il est sensible que ces deux chocs se doivent réduire de la même maniere en un seul effort. Ces deux chocs s'exerceroient tout le long de leurs directions SK & DH, si rien ne les empêchoit dans leurs actions ; mais ils se font obstacle l'un à l'autre en N, où leurs directions se coupent ; ils ont des forces contraires selon certain sens, & ces forces se doivent détruire mutuellement en N, parce que c'est-là où elles se trouvent directement opposées. Je prends donc sur leurs deux directions SK & DH depuis leur point de concours N, des espaces N*p* & N*r* pour désigner les impulsions du vent & de l'eau, ou pour en marquer le rapport. L'espace N*p* exprimera l'impulsion du vent sur la voile LM, pendant que l'espace N*r* representera l'impulsion de l'eau sur la prouë *a*E. J'acheve le paralellograme N*ptr*, & j'ay dans sa diagonale N*t* la direction composée des deux SK & DH, & l'effort mutuel des deux impulsions N*p* & N*r* ; effort mutuel qui est tout ce qui résulte de la réunion des impulsions du vent & de l'eau. Cet effort a moins de tendance dans le sens de la route, que le choc N*p* du vent sur la voile, parce qu'il ne represente pas l'action seule du vent, mais les actions du vent & de l'eau jointes ensemble ; c'est-à-dire, qu'il marque la force avec laquelle le vent pousse dans le sens de la route après le retranchement fait de la résistance de l'eau qui pousse dans un sens contraire. Et si ce même effort N*t* agit dans la détermination verticale, c'est afin de remplir les forces relatives verticales des impulsions du vent & de l'eau, qui bien loin de se détruire, s'ajoutent au contraire Fig. 1.

ici enſemble ; parce qu'elles s'aident l'une & l'autre en tendant toutes deux en haut.

III.

Nous n'examinons point encore les changemens que l'effort N*t* doit produire dans la ſituation du Vaiſſeau : nous ne conſidérons icy les effets de cet effort que par rapport à la marche. Comme il tire de l'avant par ſa force horiſontale, & que rien ne peut luy faire obſtacle, il eſt ſenſible qu'il fera augmenter la vîteſſe du Navire. Et il en ſera de même toutes les fois que cet effort agira ſur une direction inclinée vers la prouë : car, puiſque le Vaiſſeau conſerveroit ſa même vîteſſe ſi rien ne le tiroit de l'avant, & s'il ne reſſentoit aucune réſiſtance, il eſt ſenſible qu'il doit augmenter ſon mouvement lorſque de l'impulſion du vent & de la réſiſtance de l'eau il réſulte un effort N*t* qui le tire dans le ſens de la route. Mais il y a de la différence auſſi-tôt que la direction de cet effort eſt verticale comme NT, ainſi que cela arrive pendant preſque toute la navigation ; car l'effort composé NT n'a dans ce cas aucune force horiſontale qui puiſſe produire du changement dans le ſillage. Il eſt vrai que les impulſions NP du vent & NR de l'eau qui forment l'effort NT, tendent toujours chacune à part à faire marcher le Vaiſſeau plus vîte ou plus lentement : mais ces deux impulſions agiſſent enſemble & en des ſens contraires, & il faut néceſſairement qu'elles ſe détruiſent l'une & l'autre quant au ſens horiſontal de la route, puiſqu'elles ne ſe réduiſent qu'à un effort vertical NT. Ainſi ces deux impulſions peuvent bien jointes enſemble ſoulever le Navire par leur tendance mutuelle verticale ; mais elles ne doivent point altérer le mouvement du ſillage, parce qu'elles s'en empêchent mutuellement, & que leur effort composé ne tire qu'en haut. Il reſte à expliquer comment les impulſions du vent & de l'eau qui agiſſent d'abord ſur une direction

direction composée oblique, prennent très-peu de tems après une direction verticale NT.

IV.

C'est qu'à chaque degré de vitesse que l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau communique au Navire, l'impulsion du vent sur la voile diminuë & l'impulsion de l'eau sur la prouë augmente; de maniere que de ces deux impulsions du vent & de l'eau il naît ensuite un effort composé, différent du premier & qui approche un peu plus d'être vertical. L'impulsion de l'eau devient plus grande à mesure que le sillage augmente; car le Vaisseau ne peut pas singler plus vîte sans choquer l'eau par sa prouë avec plus de force. Et l'impulsion du vent sur la voile diminuë en même tems; parce que plus le Vaisseau single vîte, plus la voile fuit, pour ainsi dire, le vent; ou ce qui revient au même, plus il faut retrancher de la vîtesse absoluë du vent pour avoir la vîtesse respective avec laquelle il frappe la voile. Ainsi après qu'un effort composé N*t* des impulsions N*p* du vent & N*r* de l'eau a fait accélerer le mouvement de la marche de quelque degré, les impulsions du vent & de l'eau ne doivent plus être les mêmes; l'impulsion du vent doit être plus petite, telle qu'est N*P* & l'impulsion de l'eau plus grande telle qu'est N*R*; & il doit se former un autre effort composé N*T*. Cet effort N*T* fait encore accélerer le mouvement de la marche par sa tendance horisontale; & cette accélération étant cause que les impulsions du vent & de l'eau changent de rechef, il se forme encore un autre effort un peu moins incliné: & la même chose se répete d'instant en instant, jusqu'à ce que l'effort composé se trouve exactement vertical comme NT, & que la promptitude de la marche n'augmente plus: ce qui s'acheve en fort peu de tems, en moins de deux ou trois minutes.

Fig. 1.

V.

Il s'enſuit de là que les impulſions du vent & de l'eau doivent agir ſuivant différentes directions compoſées ſelon les différens états dans leſquels on examine le Navire. Ou 1°. le ſillage n'eſt point encore arrivé à ſa plus grande vîteſſe, & alors la direction compoſée des impulſions eſt inclinée en avant comme N *t*, N *T*, &c. & plus ou moins incliné, ſelon qu'il s'en faut davantage que le Navire n'avance avec ſon mouvement uniforme. Ou 2°. le ſillage ne s'accélére plus, & c'eſt une marque que la direction compoſée eſt exactement verticale comme NT. Mais puiſqu'il eſt certain par l'expérience que les Vaiſſeaux ne reſtent que fort peu dans le premier état, & qu'ils parviennent au ſecond dans lequel ils avancent avec leur mouvement uniforme, en moins de tems qu'il n'en faut pour déployer toutes leurs voiles & pour les orienter, nous pouvons fort bien ne les conſiderer que dans ce ſecond état. C'eſt pourquoi nous prendrons toujours pour principe que *les impulſions du vent ſur la voile* LM *& de l'eau ſur la prouë a* E *ne ſe réduiſent qu'à l'effort vertical* NT *ou ne tendent jointes enſemble qu'à tirer le Navire en haut, ſelon la verticale* VNT *qui paſſe par l'interſection* N *de leurs directions* SK *&* DH.

VI.

Si on veut maintenant trouver la valeur de l'effort compoſé NT, il ſera facile d'en venir à bout; pourvû qu'on ſçache la valeur d'une des impulſions du vent ſur la voile ou de l'eau ſur la prouë avec la ſituation des axes SK & DH de ces deux impulſions. On ſçaura la force de l'impulſion du vent par l'étenduë de la voile & par la vîteſſe du vent: & la force de l'impulſion de l'eau ſur la prouë par la grandeur & la figure de la prouë & par la vîteſſe du Navi-ce, parce que c'eſt avec cette viteſſe que la prouë va rencontrer l'eau. Et après cela le triangle PNT dont on connoîtra les trois angles & un côté, nous fournira cette proportion, le ſinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR formé par la verticale VT & la direction DH eſt à l'impulſion NP du vent ſur la voile, ou bien le ſinus de l'angle PNT formé par la verticale VT & la direction SK eſt à PT qui eſt égale à l'impulſion NR de l'eau ſur la prouë, comme le ſinus de l'angle TPNégal à l'angle RNS que font enſemble les deux directions SK & DH ſera à l'effort NT auquel les deux impulſions NP du vent & NR de l'eau ſe réduiſent. Or c'eſt de cet effort composé ou mutuel NT dont nous n'avons qu'à examiner les effets pour reconnoître tous les mouvemens que les chocs du vent & de l'eau ſont capables d'imprimer au Navire: Nous allons commencer nos recherches dans les vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales, & nous marquerons en même tems la véritable diſpoſition de leur Mâture. Fig. 1.

CHAPITRE III.

Des différentes ſituations que l'effort mutuel des impreſſions du vent & de l'eau doit faire prendre aux Vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales; & des conditions qui rendent la Mâture parfaite dans ces ſortes de Vaiſſeaux.

I.

PUiſque les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë ne ſe réduiſent qu'au ſeul effort vertical NT, il eſt ſenſible qu'on peut comparer le Navire à une poutre qui ſeroit tirée en haut par quelque puiſſance: & de même que la puiſſance qui tireroit en haut ne pourroit avoir que trois différentes diſpoſitions, ſelon qu'elle feroit appliquée au centre de gravité de la poutre ou à quelqu'une de fes extremitez, de même auffi toutes les difpofitions de l'effort N T & de fa direction V N T doivent être renfermées dans les trois cas fuivans.

1°. Ou la direction SK de la voile eft fort élevée & la verticale VNT qui eft la direction compofée des efforts du vent & de l'eau paffe en arriere du centre de gravité G du Vaiffeau.

2°. Ou la direction SK de la voile eft peu élevée & la verticale VNT paffe en avant du centre de gravité G du Vaiffeau.

3°. Ou enfin la hauteur de la Mâture tient le milieu entre celles des deux premiers cas, & la verticale VNT paffe par le centre de gravité du Navire.

II.

Fig. 1. Nous remarquerons maintenant que le Vaiffeau Mâté comme dans le premier cas & dans la premiere Figure, doit plonger fa prouë dans l'eau & élever fa poupe. Car les impulfions du vent & de l'eau réunies dans l'effort NT tirent la poupe en haut felon leur direction commune ou compofée VNT qui eft appliquée en arriere du centre de gravité G; & la poupe ne peut pas fortir de l'eau fans que la prouë ne s'y enfonce davantage. Il eft encore fenfible que plus la Mâture aura de hauteur, plus la direction SK de la voile rencontrera la direction DH de l'impulfion de l'eau en un point N avancé vers l'arriere, plus la verticale VNT fur laquelle les impulfions du vent & de l'eau s'accordent à tirer en haut fera écartée du centre de gravité G qui fert d'hypomoclion, & plus par conféquent l'effort compofé NT aura de force relative ou de moment pour faire incliner le Vaiffeau en avant. Ajoûtons que lorfque le vent augmentera fa vîteffe, l'impulfion NP que recevra la voile deviendra plus grande, de même que l'impulfion NR de l'eau fur la prouë, & l'effort compofé NT,

augmentant auſſi, le Navire ſera tiré en haut avec plus de force & s'inclinera preſque toûjours davantage. Ainſi on doit craindre que l'enfoncement de la prouë n'aille trop loin, & que le Vaiſſeau Mâté comme dans le premier cas ne verſe à force de s'incliner.

III.

Ce que nous venons de dire du premier cas ſe peut appliquer au ſecond, où la verticale VT [Figure 3.] paſſe en avant du centre de gravité G; pourvû qu'on entende de la poupe ce que nous avons dit de la prouë. Les Vaiſſeaux dans ce ſecond cas courent encore riſque de verſer. Le péril n'eſt pas ſi évident que dans le premier cas, parce que comme les voiles n'ont pas tant de hauteur elles ont moins d'étenduë, & elles ne reçoivent pas une ſi grande impulſion de la part du vent; ce qui fait que l'effort compoſé NT ne tire jamais en haut avec tant de force: mais cependant il y a toûjours quelque riſque. Et c'eſt là même un deffaut que les voiles ayent peu d'étenduë & qu'elles reçoivent peu d'impulſion de la part du vent, puiſque le Navire en doit ſingler moins vîte. Fig. 3.

IV.

Enfin la verticale VT ſur laquelle ſe joignent les impulſions du vent & de l'eau peut paſſer par le centre de gravité du Vaiſſeau comme dans le troiſiéme cas & dans la quatriéme Figure. On voit ſenſiblement que le Navire en cette derniere rencontre ne doit pas changer ſa ſituation horiſontale. Car quelque effort que faſſent l'eau & le vent joints enſemble ſelon VT, ils ne tendent toûjours qu'à ſoulever entierement le Navire, à cauſe de l'équilibre parfait qu'il y a de part & d'autre du centre de gravité G & de la direction VT qui paſſe par ce centre. La prouë, par exemple, ne doit pas s'enfoncer dans l'eau, Fig. 4.

Fig. 4. puisqu'elle est soutenuë par la poupe qui est en état de la contrebalancer. Mais direz-vous, le vent augmentera peut-être ? Il n'importe ; car quoique l'effort composé devienne plus grand & que le Vaisseau soit tiré en haut avec plus de force, rien ne lui fera encore perdre son équilibre, & ce Vaisseau conservera par consequent toûjours sa situation horisontale. En un mot le changement des impulsions du vent & de l'eau ne produit ici aucun autre effet, sinon que le Navire s'éleve un peu de l'eau ou y retombe par tout également : au lieu qu'il arrive dans les deux premiers cas que le Navire étant tiré en haut avec differentes forces par un endroit qui n'est pas son centre de gravité, s'incline plus ou moins du côté opposé & court risque de *faire capot* pour parler en terme de Marine.

V.

Ainsi il n'est pas nécessaire de pousser cet examen plus loin, pour reconnoître quelle est la meilleure disposition de la voile : il est si clair que c'est le troisiéme cas qui est préférable aux deux premiers, qu'il n'est pas besoin de le faire sentir davantage. Ce n'est que dans le troisiéme cas que le Navire reste continuellement de niveau, & qu'il n'y a aucune apparence de péril, & tant qu'on s'y conformera, on pourra encore naviger avec toute la promptitude possible ; car on ne sera sujet à aucun accident, quoiqu'on augmente l'etenduë des voiles d'une quantité extraordinaire. L'impulsion NP du vent sera beaucoup plus grande de même que l'impulsion NR de l'eau sur la prouë, parce que le Navire singlera beaucoup plus vîte : mais ces deux impulsions rassemblées dans l'effort composé NT & qui tireront en haut avec beaucoup plus de force ne tendront encore qu'à soulever le Navire par tout également, sans luy faire perdre sa situation horisontale. Voilà ce qui montre combien la disposition du troisiéme cas est parfaite, & ce qui doit faire cesser toutes nos irrésolutions.

Lorſqu'on voudra donc mâter un Vaiſſeau OC [Fig. 4.] *il faudra faire paſſer la direction* SK *du choc du vent ſur la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau ſur la prouë & de la verticale* GT *du centre de gravité* G *du Vaiſſeau*. Autrement la direction composée VNT ne paſſeroit pas par le centre de gravité G, & le Navire ſeroit diſpoſé comme dans le premier ou dans le ſecond cas. Notre maxime ne ſera nullement difficile à obſerver : comme on connoît les loix que les fluides obſervent dans leur impulſion, on pourra déterminer la direction DH du choc de l'eau ſur la prouë ; puis élevant du centre de gravité ou du milieu G du Vaiſſeau la verticale GT, le point de concours de cette verticale & de la direction DH doit toûjours appartenir à la Mâture, & on pourra l'appeller *point vélique*, parce que s'il n'eſt pas néceſſaire qu'il ſe trouve toûjours dans la voile, il faut au moins que la direction de l'effort de la voile y paſſe toûjours. On menera donc par ce point N une ligne SK pour ſervir de direction au choc du vent, & il ne reſtera plus qu'à appliquer la voile, de maniere que l'impulſion qu'elle recevra tombe effectivement ſur cette ligne. Il s'enſuit de là qu'on pourra donner à la voile une infinité de différentes ſituations : car on peut conduire par le point N une infinité de differentes lignes comme SK. Il n'importe auſſi comment la voile ſoit placée, ni que ſa direction ſoit horiſontale ou inclinée pour que les impulſions du vent & de l'eau ſe réduiſent à un ſeul effort vertical NT : & il eſt évident qu'auſſi-tôt que la direction de la voile paſſe par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau & de la verticale GT du centre de gravité G, la direction de l'effort composé NT eſt toûjours appliquée au centre de gravité G ; car cette direction n'eſt autre choſe que la verticale même du centre G.

Fig. 4. Maxime de Mâture pour les Vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales.

V I.

Si on nous propose, par exemple, de mâter le Navire OC [Fig. 5.] formé par un demi cilindre couché de 80 pieds de long, dont les deux extremitez sont couvertes de deux moitiez d'Hémisphere de 18 pieds de rayon, qui servent de prouë & de poupe ; & qu'on suppose que ce Navire, qui approche fort de la figure des *Houcres*, * cale dans l'eau de 9 pieds, moitié de sa profondeur: on trouvera que la direction DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë fait avec l'horison un angle HDC d'environ 48 $\frac{1}{3}$ degr. & cherchant par la Trigonometrie à quelle hauteur cet axe DH rencontre la verticale VT du centre de gravité G du Vaisseau; (ce qui est facile, puisqu'il ne s'agit que de résoudre le triangle rectangle DVN dont l'angle D est de 48 $\frac{1}{3}$ degr. & le côté DV de 40 pieds moitié de la longueur du corps du Navire,) nous trouverons que cette hauteur VN du *point vélique* N est de 45 pieds. On pourra ensuite conduire par le point N la direction SK de l'impulsion du vent comme on voudra. Mais si on est bien aise de placer la voile verticalement, ainsi qu'on a coûtume de le faire dans la Marine, il faudra mener cette direction SK horisontalement, & de cette sorte le centre d'effort I de la voile sera à même hauteur que le *point vélique* N à 45 pieds au-dessus du Vaisseau: & enfin pour mettre tout d'un coup le centre d'effort I à cette hauteur, il n'y aura qu'à faire la voile par tout également large, & lui donner pour hauteur le double de celle du *point vélique*; c'est-à-dire, qu'il faudra icy l'élever de 90 pieds.

Fig. 5.

* Certains bâtimens qui sont en usage dans les païs du Nord.

V I I.

Mais il faut remarquer que tout ce que nous venons de dire n'est pas général, & qu'il ne convient principalement qu'aux Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales.

égales. Car nous n'avons compté jusqu'icy que deux causes extérieures des mouvemens du Navire, le choq du vent sur la voile & celuy de l'eau sur la prouë ; mais il y en a une troisiéme à laquelle il faut avoir égard, sçavoir une certaine force qu'a l'eau de même que toutes les autres liqueurs pour pousser en haut les corps qu'elles supportent. Cette force qui agit dans le centre de gravité Γ de l'espace qu'occupe la carene & qui est égale à la pesanteur de la masse d'eau qui a cédé sa place, ne tend toûjours qu'à soûtenir le Navire de la Figure 4, parce qu'elle se trouve toûjours appliquée sous son centre de gravité G. Au lieu que dans la plûpart des Navires dont la poupe & la prouë sont inégales comme celuy de la Figure 9, à mesure que ces Vaisseaux s'élevent de l'eau par l'action de l'effort composé NT, le centre de gravité Γ dans lequel se réunit la force dont nous parlons, change de place & cette force tend à produire quelque inclinaison en même-tems qu'elle soûtient le Navire ; parce qu'elle ne se trouve plus appliquée sous son centre de gravité G. Voilà ce qui doit rendre insuffisante la maxime de Mâture que nous venons d'établir ; & c'est ce qui nous oblige d'entrer de rechef dans l'examen des situations & inclinaisons du Navire, afin de découvrir quelle part peut y avoir la force verticale de l'eau.

CHAPITRE IV.

De la partie du Navire qui s'enfonce dans la mer, & de celle qui en doit sortir par l'action de l'effort composé des chocs du vent & de l'eau.

I.

IL faut que les liqueurs poussent en haut avec une véritable force les corps qui nagent sur leurs surfaces ; autrement la pesanteur de ces corps les empêcheroit de flotter & les feroit toûjours tomber à fond. On ne peut pas aussi enfoncer dans l'eau quelque solide très-leger sans éprouver cette force ; car on ressent une résistance considérable & une résistance qui augmente toûjours en même raison que l'enfoncement. Si on plonge le solide deux fois plus, on trouve que le liquide pousse en haut avec deux fois plus de force ; si on le plonge trois fois plus, on trouve trois fois plus de force ; & ainsi toûjours de suite. En un mot *cette poussée verticale* (c'est ainsi que nous appellerons désormais cette force qui agit précisément de bas en haut) se réunit dans le centre de gravité de l'espace que la carene du corps occupe dans la liqueur, & est toûjours égale à la pesanteur du liquide qui a cedé sa place : c'est-à-dire, que si un Navire enfonce dans l'eau de 10000 pieds cubes, il sera poussé en haut avec un effort de 720000 liv. qui est le poids de 10000 pieds cubiques d'eau de mer, à 72 livres chaque pied.

On rend facilement raison en Hydrostatique de cette force qu'ont les liqueurs pour pousser en haut. On fait remarquer que lorsqu'on plonge quelque corps dans l'eau, on fait monter autant d'eau que le corps qu'on plonge a d'étenduë, & on fait voir qu'il est naturel qu'on ressente la pesanteur de cette eau qu'on éleve & qu'on fait sortir de sa place ; & c'est ce qui forme *la poussée* dont nous parlons. On montre aussi que le centre de gravité des corps qui flottent librement est toûjours précisément au dessus ou au dessous du centre de gravité de leur carene ; & cela parce qu'il faut que la poussée de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité de la carene agisse dans la même direction que la pesanteur du solide pour pouvoir la soûtenir exactement. C'est enfin sur ces principes que lorsqu'on veut trouver le port d'un Navire, on mesure la partie de la carene qui s'enfonce dans la mer par la charge ; c'est-à-dire, la partie qui fait la différence du plus grand & du moindre enfoncement lorsque le Navire est chargé & lorſqu'il ne l'eſt pas : & ſi cette partie eſt de 10000 pieds cubiques, c'eſt une marque qu'il faut 720000 livres ou 360 tonneaux pour la faire enfoncer dans l'eau & pour charger le Navire propoſé.

II.

La pouſſée des liqueurs étant reconnuë, il eſt facile de découvrir ce qu'il y a de plus particulier dans les ſituations que le Navire doit prendre. On voit en premier lieu que comme il eſt tiré en haut avec force par les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë qui agiſſent de concert ſelon la verticale VNT, il doit un peu ſortir de l'eau & ne pas y occuper un eſpace *a*EF*b* ſi grand que ſa carene AEFB qui eſt l'eſpace qu'il occuperoit , s'il flottoit librement & s'il étoit en repos. Car il ne doit s'enfoncer dans la mer, de même que tous les autres corps, qu'à proportion de ſa peſanteur, & cette peſanteur eſt un peu moindre, puiſque l'effort compoſé NT en ſupporte une partie. Il eſt donc clair que ſi l'effort NT tire en haut avec une force capable de ſoutenir le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la peſanteur du Vaiſſeau, le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{2}{3}$ de la carene doit s'élever de l'eau & la partie ſubmergée *a*EF*b* n'étant plus enſuite que les trois quarts ou les deux tiers de la carene AEFB, la pouſſée de l'eau qui augmente ou diminuë toûjours en même raiſon que cette partie, n'aura préciſément de force que ce qu'il en faut pour ſoûtenir les trois autres quarts ou les deux autres tiers de la peſanteur du Navire dont elle eſt chargée. Ainſi ſuppoſé que la carene AEFB repréſente la peſanteur entiere du Navire, la partie ſubmergée *a*EF*b* repréſentera *la pouſſée* de l'eau, pendant que l'effort NT ſera exprimé par la partie non-ſubmergée ou par la difference AEFB — *a*EF*b* de la carene & de la partie ſubmergée : & par conſequent *il doit toûjours y avoir même rapport de la partie non-ſubmergée de la carene à l'effort* NT *que de toute la carene à la peſanteur du Navire & que de* Fig. 1. & 3.

Fig. 1. 3. *la partie submergée à la poussée verticale de l'eau.* Dans les Figures 4, 8 & 9, AEFB est la carene, *a*EF*b* la partie submergée, & A*ab*B la partie non-submergée. Dans les Figures 1 & 6, AEFB est encore la carene & *a*EF*b* la partie submergée; mais on ne doit pas prendre tout B*yb* pour la partie non-submergée, parce que A*ya* s'est plongé dans l'eau pendant que B*yb* en est sorti, & que la carene AEFB ne surpasse pas la partie submergée *a*EF*b* de tout B*yb*, mais seulement de B*yb* — A*ya*. Ainsi c'est B*yb*— A*ya* qui s'est élevé de l'eau par l'action de l'effort composé NT & qu'on doit regarder comme la partie non-submergée.

III.

Quoiqu'il en soit de cette partie non-submergée, il est maintenant sensible qu'on en trouvera la solidité en cherchant une partie de la carene, qui soit à toute la carene comme l'effort NT est à toute la pesanteur du Vaisseau. Proposons-nous, par exemple, le Navire OC de la Figure 5 dont nous avons parlé dans l'article V. du Chapitre précédent. Si on cherche la solidité de sa carene entiere sur les dimensions que nous lui avons donné, on trouvera qu'elle est de 19736 pieds cubiques, & qu'ainsi la pesanteur du Navire & de sa charge est de 1420992 livres ou de 710 tonneaux 992 livres. Supposant ensuite que la voile LM ait 100 pieds de largeur & que le vent se meuve de 50 pieds par seconde plus vîte que le Vaisseau; il résultera de la premiere supposition que la voile aura 9000 pieds quarrez de superficie, parce que sa hauteur a été fixée par nos regles à 90 pieds; & il résultera de la seconde supposition que cette voile LM recevra de la part du vent une impulsion NP de 54000 livres, parce qu'on sçait par experience que le vent fait un effort capable de soutenir environ 6 livres, lorsqu'il choque perpendiculairement, avec une vîtesse respective de 50 pieds par seconde, une surface d'un pied en quarré. Cette impulsion NP du vent étant ainsi

Fig. 5.

découverte nous aurons recours à la proportion indiquée dans l'article VI. du Chapitre II. pour trouver l'effort composé NT; le ſinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR eſt à l'impulſion NP comme le ſinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS eſt à cet effort NT; c'eſt-à-dire qu'icy où l'axe DH du choc de l'eau fait avec la direction SK de la voile, un angle RNS de 48 $\frac{1}{3}$ degr. & avec la verticale VT un angle TNR de 41 $\frac{2}{3}$ degr. nous aurons cette analogie : le ſinus 66480 de l'angle PTN de 41 $\frac{2}{3}$ degr. eſt à l'impulſion NP de 54000 livres comme le ſinus 74703 de l'angle TPN de 48 $\frac{1}{3}$ degr. eſt à 60678 livres pour l'effort NT. Si bien que les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë ne ſe réduiſent qu'à cela, parce que tout le reſte de leur force ſe détruit mutuellement. Et enfin puiſqu'il y a même rapport de la partie non-ſubmergée de la carene à l'effort NT que de toute la carene à la peſanteur du Vaiſſeau, il eſt évident que nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion, la peſanteur 1420992 livres de tout le Vaiſſeau eſt à la ſolidité 19736 pieds cubiques de la carene entiere; ainſi l'effort composé NT de 60678 livres ſera à 842 $\frac{3}{4}$ pour la ſolidité de la partie non-ſubmergée de la carene; c'eſt-à-dire donc, que notre Navire enfoncera moins dans l'eau lorſqu'il ſera ſous voile que lorſqu'il ſera en repos, de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes. Fig. 5.

Mais on peut parvenir au même but ſans qu'il ſoit néceſſaire de connoître la peſanteur du Vaiſſeau ni la ſolidité de ſa carene; il ſuffit qu'on ſçache la grandeur de l'effort NT. Car de ce que le Navire eſt tiré en haut avec une force de 60678 livres, il s'enſuit que la pouſſée verticale de l'eau ne doit plus ſoutenir toute ſa peſanteur & qu'elle doit être plus petite de 60678 livres : mais afin que la pouſſée de l'eau ſoit effectivement moindre de 60678 liv. il faut qu'il s'en manque le volume de 60678 livres d'eau que le Navire occupe autant de place dans la mer, puiſque les pouſſées d'une liqueur ſont toujours égales aux peſanteurs des maſſes de cette liqueur qui ont cedé leur pla-

Fig. 5. ce. Ainsi il n'y a qu'à diviser 60678 par 72 pour sçavoir combien 60678 livres d'eau valent de pieds cubiques, & le quotient 842 $\frac{3}{4}$ marquera en même-tems la solidité de la partie non-submergée de la carene, la quantité dont le Navire doit sortir de l'eau par l'action de l'effort NT.

IV.

Sçachant que la partie non-submergée est de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes, il sera facile d'en trouver l'épaisseur. Cette partie est un corps plat dont la hauteur est par tout la même, puisque le Navire de la Figure 5 ne doit point perdre sa situation horisontale; & la solidité d'un pareil corps est le produit de sa hauteur par l'étenduë de sa base, qui n'est autre chose que la coupe du Navire faite au raz de la mer. C'est pourquoi il faut mesurer l'étenduë de cette base dans l'endroit où le Navire sort de l'eau; on la trouvera de 3258 pieds quarrez; & divisant la solidité 843 pieds cubes par cette étenduë 3258 pieds quarrez, on aura $\frac{843^{\text{mes}}}{3258}$ d'un pied pour l'épaisseur requise de la partie non-submergée; de sorte que le Navire proposé doit s'élever de l'eau d'environ 3 pouces de hauteur verticale. Ce Navire ne doit s'élever que de cette quantité, quoique nous lui ayons donné une voile d'une fort grande étenduë, & que nous ayons supposé un vent fort rapide.

CHAPITRE V.

De l'inclinaison ou de la situation à laquelle le Vaisseau doit s'arrêter.

I.

LE second effet que peut produire l'effort NT est de faire perdre au Navire sa situation horisontale; & c'est ce qui n'arrive que parce qu'après que le Navire s'eſt élevé de l'eau, la direction VT de l'effort NT ou celle ΓZ de la pouſſée verticale de l'eau ne paſſe pas par le centre de gravité G. Le Navire, par exemple, de la Figure 1 a enfoncé ſa prouë dans l'eau, & celui de la Figure 3 ſa poupe, à cauſe que l'effort NT n'étoit pas appliqué au centre de gravité G, & il eſt ſenſible que l'enfoncement a dû continuer tant que la pouſſée de l'eau qui agit de bas en haut ſelon ΓZ, n'a pas eu autant de force pour élever la prouë ou la poupe que l'effort NT en a pour la faire caler davantage. C'eſt ce qui nous fait aſſurer *qu'un Navire ne peut conſerver une certaine ſituation pendant ſa route, que lorſqu'il y a équilibre de part & d'autre de ſon centre de gravité* G, *entre la pouſſée verticale de l'eau qui ſe réunit dans le centre de gravité* Γ *de la partie ſubmergée a*EF*b*, *& entre l'effort compoſé* NT *des chocs du vent & de l'eau joints ſur la direction verticale* VT. Cet équilibre doit avoir néceſſairement lieu dans tous les cas imaginables, & s'étendre aux Vaiſſeaux de toutes ſortes de fabriques.

II.

Et ſi le Vaiſſeau s'inclinant de plus en plus, l'équilibre dont nous parlons ne ſe trouvoit pas, il n'y auroit point alors de ſalut, on feroit *capot*, comme cela n'arrive que trop dans les routes obliques. Pour peu que les chocs du vent ſur la voile & de l'eau ſur le flanc du Navire qui ſert de prouë ſoient trop grands, le Navire [Figure 6] eſt tiré en haut ſelon VT avec une grande force & s'incline comme il eſt évident. Mais il porte quelquefois l'inclinaiſon juſqu'à recevoir de l'eau par ſur ſon bord, & cependant la pouſſée verticale de l'eau réunie en Γ n'eſt pas aſſez forte pour s'oppoſer aux chocs du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë, qui travaillent à augmenter l'inclinaiſon en tirant enſemble ſelon VT; c'eſt-à-dire, que l'effort compoſé NT a toujours un trop grand moment par Fig. 6.

Fig. 6. rapport à la pouſſée de l'eau. Dans ce cas le péril eſt inévitable & on verſe infailliblement. Mais pour l'ordinaire il n'y a pas lieu de craindre cet accident dans la route directe, ou lorſqu'on ſingle vent en poupe; car il ſuffit que le Navire s'incline un peu ſelon ſa longueur pour que le centre Γ de la pouſſée de l'eau s'écarte beaucoup du centre de gravité G du Navire, & pour que cette pouſſée agiſſe avec une grande force relative. Il eſt même poſſible qu'un Vaiſſeau ait un certain terme, un *non plus ultrà* qu'il ne puiſſe jamais paſſer dans ſon inclinaiſon vers l'avant ni vers l'arriere : & cela parce que, ſi l'effort composé NT tire en haut avec plus de force, ſi le Navire ſort un peu de la mer, & que la pouſſée de l'eau devienne un peu plus petite, il peut arriver d'un autre côté que le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée change de place & s'éloigne conſidérablement du centre de gravité G; ce qui peut rendre la pouſſée de l'eau, malgré la diminution de ſa force abſoluë, capable d'empêcher un plus grand enfoncement de la prouë ou de la poupe.

III.

Les Conſtructeurs ont découvert à force de tentatives le moyen de remedier au défaut des Navires qui comme celui de la Figure 6, ne portent pas bien la voile dans les routes obliques : ils ont trouvé qu'il n'y a qu'à élargir ou ouvrir un peu l'angle *a*E*b* que font les deux flancs E*a*, E*b*; ce qui ſe fait en ajoutant de part & d'autre quelques pieces de bois au haut de la carene. Quoique cette pratique ſoit fort ordinaire dans tous nos Ports, perſonne, ce ſemble, n'en a donné une raiſon diſtincte : mais il eſt évident, ſi on ſuit nos principes, que deux choſes contribuënt alors à faire que le Vaiſſeau s'incline moins. Comme le flanc E*a* eſt enſuite moins à plomb, la direction DH du choc de l'eau approche plus d'être verticale. Ainſi elle rencontre la direction SK de la voile en quelque point

qui

qui eſt entre N & I, & cela fait que la direction compoſée VT étant moins éloignée du centre de gravité G du Vaiſſeau, l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent tend avec moins de force à produire l'inclinaiſon. Et outre cela la pouſſée verticale de l'eau réunie en Γ tend avec plus de force à relever le Navire, & à le remettre de niveau : parce que le flanc E*a* étant plus enflé ou plus *ſoufflé*, pour parler en terme de marine, le centre de gravité Γ dans lequel ſe réunit la pouſſée de l'eau ſe trouve plus éloigné du centre de gravité G, qui ſert d'hypomoclion ou de point fixe. On pourroit icy faire pluſieurs autres ſemblables réflexions; comme, par exemple, qu'il eſt toujours avantageux pour la ſûreté de la navigation que le centre de gravité G ſoit fort bas, parce que la pouſſée verticale de l'eau réunie en Γ fait plus d'effet pour relever le Vaiſſeau lorſque ſon centre de gravité eſt en *g*, que lorſqu'il eſt en G ; puiſque cette pouſſée ſe trouve alors appliquée à une plus grande diſtance du point fixe ou du centre de gravité *g*. Ces remarques qu'on paſſe, parce qu'elles ne ſont pas abſolument néceſſaires à ce ſujet, & qu'elles ſont faciles à faire, ſeront toujours conformes à l'expérience, & très-propres à convaincre le Lecteur que c'eſt l'équilibre de part & d'autre du centre de gravité G, entre la pouſſée verticale de l'eau, & l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau réunis ſur leur direction commune ou composée VT, qui eſt la loy génerale que les Vaiſſeaux obſervent dans toutes leurs ſituations. Fig. 6.

I V.

On pourroit cependant encore propoſer pour régle que les *Navires qui ſont à la voile ne doivent reſter dans un état conſtant que lorſque la direction composée* QX *de celle* ΓZ *de la pouſſée de l'eau & de celle* VT *de l'effort mutuel* NT *des chocs de l'eau & du vent paſſe par leur centre de gravité* G. Car on pourroit raiſonner de la mê- Fig. 1. 3. & 4.

me maniere ſur cette direction compoſée QX que nous le
Fig. 1, 3, 4, 6, & 8. faiſions dans le Chapitre III. ſur la direction mutuelle VT des chocs du vent & de l'eau ; avec cette différence que ce que nous diſions alors ne ſe pouvoit principalement entendre que des Navires dont la poupe & la prouë ſont égales, au lieu que ce que nous pourrions dire icy s'appliqueroit à toutes ſortes de Vaiſſeaux. Qu'on remarque donc qu'il n'y a que trois cauſes extérieures des différentes ſituations du Navire. 1°. L'impulſion du vent ſur la voile, ſelon la direction SK ; 2°. le choc de l'eau ſur la prouë ſelon la direction DH ; 3°. la pouſſée verticale de l'eau ſelon ΓZ. Et qu'on conſidére que ces trois cauſes agiſſent enſemble en tirant en haut ſelon la direction QX ; puiſque la pouſſée de l'eau agit ſelon ΓZ, que le choc de l'eau ſur la prouë & celui du vent ſur la voile ſe réduiſent au ſeul effort NT, & que QX eſt la direction compoſée de la pouſſée de l'eau & de l'effort NT. On conviendra enſuite que ſi la direction QX paſſe en avant du centre de gravité G, le Vaiſſeau relevera néceſſairement ſa prouë ; ſi la direction paſſe en arriére, le Navire la plongera ; & qu'enfin il ne doit reſter dans une certaine ſituation que lorſque la direction QX paſſe par le centre de gravité G ; parce que ce n'eſt qu'alors que toutes les puiſſances ne tendent qu'à le ſoulever. Mais il eſt clair que cette explication revient aiſément à la premiere. Deux forces ſont toujours en équilibre autour de tous les points de leur direction composée ; puiſqu'il ſuffit de mettre un obſtacle ſur cette direction pour ſuſpendre & arrêter l'effet total des deux forces. Et par conſéquent toutes les fois que la direction compoſée QX des deux ΓZ & VT paſſe par le centre de gravité G, il y a équilibre de part & d'autre de ce centre entre la pouſſée verticale de l'eau & l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent.

V.

Au ſurplus on n'avance rien touchant la ſituation des Navires que ce qu'on pourroit dire d'une piece de bois OF [Figure 7.] qui nageroit ſur la ſurface SR de l'eau, & qui ſeroit tirée en même-tems en l'air par une puiſſance T ſelon la direction verticale VN. Il eſt ſenſible que comme la puiſſance T ſoûtiendroit une partie de la peſanteur de la piece de bois OF, cette piece de bois ne s'enfonceroit pas tant dans l'eau, que ſi elle flottoit librement, & que ſi elle n'étoit point tirée en haut par la puiſſance T. Il eſt encore ſenſible que la piece de bois OF s'inclineroit ou changeroit d'état, juſqu'à ce qu'il y auroit équilibre de part & d'autre de ſon centre de gravité G, entre la puiſſance T & la pouſſée verticale de l'eau qui ſe réunit dans le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b*: car la puiſſance T feroit incliner la piece de bois OF davantage, ſi elle n'étoit pas contrebalancée par la pouſſée verticale de l'eau qui ſe trouve ſituée de l'autre côté du centre de gravité G, & qui agit de bas en haut ſelon ΓZ. Enfin il eſt encore évident que la piece de bois ne s'arrêteroit à une certaine ſituation que lorſque la direction compoſée QX de la direction VN de la puiſſance T & de celle ΓZ de la pouſſée de l'eau paſſeroit par ſon centre de gravité G. Car la puiſſance T & la pouſſée de l'eau doivent ſoûtenir enſemble la peſanteur de la piece de bois, & il eſt ſenſible qu'elles ne ſeront directement oppoſées à cette peſanteur que lorſque leur effort commun ou leur direction compoſée QX répondra au centre de gravité G. On voit donc que la piece de bois obſervera toujours dans ſes ſituations les mêmes loix que le Vaiſſeau, & que tout ce qui ſera vray pour l'un le ſera également pour l'autre. Auſſi n'y a-t-il aucune difference entre le cas de la piece de bois & celui du Vaiſſeau: ces deux cas ſont tout-à-fait ſemblables; parce que ſi la piece de bois eſt tirée en haut Fig. 7.

par une ſeule puiſſance T, au lieu que le Vaiſſeau eſt expoſé à l'action de deux forces, au choc du vent & à celui de l'eau, il eſt conſtant par l'article V. du ſecond Chapitre que ces chocs du vent & de l'eau ne ſe réduiſent qu'à un ſeul effort ou qu'ils ne travaillent joints enſemble que comme une ſeule puiſſance, qui tireroit en haut ſelon la verticale qui paſſe par le concours de leurs directions particuliéres.

CHAPITRE VI.

Suite du Chapitre précedent & maxime de Mâture pour les Vaiſſeaux de toutes ſortes de fabriques.

I.

Fig. 8. Lorſque le leſt ou les marchandiſes ſont tellement diſpoſées dans le fond de cale que le centre de gravité du tout, du Navire & de ſa charge eſt dans le même endroit que le centre de gravité G de l'eſpace qu'occupe la carene AEFB, on peut encore prendre pour regle que le Vaiſſeau ne changera point d'état auſſi-tôt que la verticale VNT ſur laquelle les impulſions du vent & de l'eau s'exercent à tirer en haut, paſſera par le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée A*ab*B de la carene. C'eſt ce qui eſt facile à prouver.

Nous avons vû que la partie non-ſubmergée A*ab*B repreſente l'effort NT pendant que la partie ſubmergée *a*EF*b* repreſente la pouſſée verticale de l'eau : on ſçait outre cela que la pouſſée de l'eau ſe réunit toûjours, par la nature des liquides, dans le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b*. Il eſt donc évident qu'auſſi-tôt que la verticale VNT ſera appliquée au centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée, la pouſſée de l'eau & l'effort NT agiront préciſément de la même maniére en tendant en haut que

les pesanteurs des deux parties $aEFb$ & $aABb$ en tendant Fig. 8.
en bas. Et comme les pesanteurs de ces deux parties sont en équilibre autour du centre de gravité G de la carene, à cause que toutes les parties d'un corps sont en équilibre autour de son centre de gravité, il s'ensuit que la poussée de l'eau & l'effort composé NT seront aussi en équilibre autour de ce centre de gravité G qui l'est en même-tems de tout le Navire; & qu'ainsi le Vaisseau conservera sa situation, selon la théorie expliquée dans le Chapitre précédent.

Dans tout équilibre les puissances sont toujours en raison réciproque de leurs distances à l'hypomoclion: c'est-à-dire, qu'afin que l'effort composé NT soit icy en équilibre avec la poussée de l'eau, il faut que la distance du centre de gravité G à la verticale VNT sur laquelle agit l'effort NT soit à la distance du même centre G à la direction ΓZ de la poussée de l'eau, comme cette poussée est à l'effort NT. Or c'est ce qui se trouve aussi toujours en effet, lorsque la verticale VNT répond au centre de gravité γ de la partie non-submergée $AaBb$. Ces deux forces, la poussée de l'eau & l'effort NT se peuvent alors comparer en tout aux pesanteurs des deux parties $aEFb$ & $AabB$; elles sont proportionelles à ces pesanteurs; elles agissent sur les mêmes directions: & ainsi, puisque les pesanteurs des deux parties $aEFb$ & $AabB$ sont en raison réciproque des distances de leurs centres particuliers Γ & γ ou de celles de leurs directions au centre G de la carene, à cause de leur équilibre autour de ce centre qui est leur centre de gravité commun; il est sensible que la poussée de l'eau & l'effort NT seront aussi en raison réciproque des distances de leurs directions ΓZ & VNT au centre G. D'où il suit qu'aussi-tôt que la verticale VNT passe par le centre de gravité γ de la partie $AabB$ de la carene qui est hors de l'eau, il ne manque plus rien au Navire pour rester constamment dans le même état, sinon que son centre de gravité soit au même endroit que celui G de la carene;

afin que la pouſſée de l'eau & l'effort compoſé NT qui ſont en équilibre autour du centre de gravité de la carene, le ſoient en même-tems autour du centre de gravité G du Navire.

II.

Mais ce qui n'a lieu que dans certains Vaiſſeaux pour toutes les ſituations, convient à tous les Vaiſſeaux lorſqu'il ne s'agit que de ſituations horiſontales ou de ſituations paralelles à celle que le Navire prend de lui-même lorſqu'il eſt en repos; & cela peut nous ſervir à déterminer généralement la véritable diſpoſition de la Mâture. Il n'importe en effet comment ſoit arrangée la charge du Navire
Fig. 9. OC [Fig. 9.] ni que le centre de gravité G du tout ſoit au même endroit que celui *g* de la carene AEFB: dès-lorſque la direction compoſée VT des chocs de l'eau & du vent paſſe par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B de la carene qui eſt hors de l'eau, il y a toujours équilibre, comme nous venons de le voir, de part & d'autre du centre de gravité *g* de la carene entre l'effort compoſé NT & la pouſſée verticale de l'eau. Mais puiſque ces deux puiſſances ſont en équilibre autour du centre de gravité *g* de la carene, elles le ſeront auſſi autour du centre de gravité G du Vaiſſeau; car tant que le Navire reſte dans ſa ſituation horiſontale, ſon centre G répond exactement au-deſſus ou au-deſſous de celui *g* de la carene ſelon l'article I. du Chapitre IV; & on ſçait d'ailleurs que les forces verticales qui ſont en équilibre autour d'un certain point, le ſont également autour de tous les autres points qui ſont exactement au-deſſus ou au-deſſous dans la même verticale. Voilà ce qui montre que le Vaiſſeau placé une fois horiſontalement ne ſortira point de cet état: mais nous pouvons prouver encore qu'il n'eſt pas poſſible qu'il reſte dans quelqu'autre ſituation. Suppoſons-le pour un moment panché, par exemple, vers la prouë. Le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b* dans lequel ſe réu-

nit la pouſſée de l'eau ſera alors plus avancé vers l'avant, & plus éloigné du centre de gravité G qui ſert d'hypomoclion; au lieu que la direction verticale VT ſur laquelle agit l'effort NT ſera toujours à peu-près dans la même place, à moins qu'elle ne ſe trouve un peu plus proche du centre G. Or il ſuit de là que l'équilibre ne ſubſiſtera plus entre l'effort NT & la pouſſée verticale de l'eau, & que cette derniere puiſſance aura trop de moment ou de force relative par rapport à l'effort NT, parce qu'elle ſe trouvera appliquée à une trop grande diſtance du centre G. Ainſi cette même puiſſance ne pourra pas manquer de rétablir ſa ſituation horiſontale; elle élevera infailliblement la prouë que nous avions ſuppoſé trop enfoncée dans l'eau. Fig. 9.

III.

Ce ne ſeroit pas la même choſe ſi la Mâture étant plus ou moins élevée, la direction SK de la voile rencontroit la direction DH du choc de l'eau ſur la prouë en quelque point au-deſſus ou au-deſſous de N. Car la verticale VT paſſeroit en arriere ou en avant du centre de gravité γ, & puiſque l'effort composé NT eſt en équilibre avec la pouſſée de l'eau lorſque la verticale VT ſe rend en γ, il eſt clair qu'auſſi-tôt que cette même verticale paſſera en dedans de γ, c'eſt-à-dire, entre γ & G, l'effort NT ne fera plus aſſez d'effet, à cauſe de ſon trop peu de diſtance au point d'appuy G, pour entretenir l'équilibre : & qu'au contraire il en fera trop ſi la verticale VT paſſe en dehors de γ. D'où il ſuit que le Navire perdra ſa ſituation horiſontale dans ces deux circonſtances, il s'inclinera du côté le plus foible, & l'inclinaiſon ſera d'autant plus grande qu'il s'en faudra davantage que la verticale VT ne ſe rende en γ, parce qu'il s'en faudra auſſi davantage qu'il n'y ait équilibre & égalité de momens. C'eſt donc une propoſition génerale *qu'un Navire ne peut reſter de niveau que lorſque la verticale* VNT *ſur laquelle les chocs de*

Fig. 9. *l'eau & du vent se réunissent, passe par le centre de gravité* γ *de la partie non-submergée de la carene* :: & ainsi dans la résolution où nous sommes de ménager aux Vaisseaux de toutes sortes de figures, les mêmes avantages qu'à ceux dont la poupe & la prouë sont égales, nous devons éviter les deux dispositions où la Mâture est trop haute ou trop basse, pour ne nous rapporter qu'à celle qui fait passer la verticale VNT par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B. Le Vaisseau ne s'inclinera ensuite d'aucun côté, & nous serons à couvert de tous les accidens que l'on craint ordinairement en mer.

IV.

Il se presente cependant une difficulté; il ne paroît pas que la plûpart des Vaisseaux soient propres à recevoir la bonne disposition de la Mâture. Car à mesure que les Navires s'élevent de l'eau ou s'y enfoncent, la poussée verticale de l'eau augmente ou diminuë, & elle se trouve encore appliquée à différentes distances de l'hypomoclion ou du centre de gravité G du Vaisseau; parce que le centre de gravité Γ de la partie submergée *a*EF*b* dans lequel elle se réunit, change de place. Or afin que l'effort composé NT fît continuellement équilibre avec cette poussée dont l'action est ainsi variable, il faudroit, comme nous venons de le voir, que la verticale VNT se rendît toujours au centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B de la carene, & c'est justement ce qui ne peut arriver que par un grand hazard dans les Vaisseaux construits sur les proportions ordinaires. On peut bien donner une certaine situation à la voile telle que VT passe presentement par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B; mais si le vent vient à augmenter ou à diminuer, le Vaisseau étant tiré plus ou moins selon VT par les chocs de l'eau & du vent, sortira plus ou moins de l'eau, & selon toutes les apparences, la verticale VT ne passera plus par le centre de gravité

vité γ de la partie de la carene qui sera hors de l'eau : car la verticale VT & le centre γ changeront de place & ils ne seront pas sujets aux mêmes changemens. VT qui est la direction composée des deux SK & DH reçoit son changement de DH, qui reçoit le sien de ce que l'eau ne frappe pas sur les mêmes parties de la prouë lorsque le Navire est plus ou moins enfoncé : & le centre de gravité γ change simplement ; parce que la partie de la carene qui est hors de l'eau n'est pas toujours la même. Ainsi il est clair que si on vouloit remplir scrupuleusement les conditions d'une Mâture parfaite, on seroit obligé de toucher à la carene pour en regler * la figure & l'accommoder sur celle de la prouë.

Fig 9.

* Voyez le dernier Chap. de la seconde Section.

VI.

Mais la difficulté s'évanouit aussi-tôt qu'on consulte l'expérience ou qu'on se rappelle le calcul du Chapitre IV. car on voit que l'effort NT ne fait jamais sortir de l'eau qu'une partie presque insensible A*ab*B de la carene, une partie qui n'a jamais que 3 ou 4 pouces d'épaisseur. Pendant que la poupe, par exemple, s'éleve de l'eau d'une certaine quantité dans les Navires dont la Mâture est imparfaite ; d'un autre côté la prouë se plonge dans l'eau d'une quantité presque égale, & de cette sorte les Navires occupent toujours à peu près le même espace dans la mer. Cela supposé, la direction DH du choc de l'eau ne doit pas souffrir de grands changemens, & il suffit de faire passer la verticale VNT par le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire prise à fleur d'eau, pour qu'elle passe sensiblement par le centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B & pour que la Mâture soit bien disposée. Car, puisque les Navires s'élevent si peu de l'eau lorsque le vent a le plus de force, on peut regarder la partie non-submergée de leur carene comme une simple surface, ou comme une tranche sans aucune épaisseur, & il ne doit

Fig. 9. y avoir aucune différence sensible entre le centre de gravité de cette tranche & celui γ de la partie *AabB* de la carene qui sort effectivement de l'eau.

Maxime de Mâture pour les Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.

Ainsi voicy à quoi se réduit la bonne Mâture dans tous les Vaisseaux, & on sera maintenant dispensé d'examiner si leur poupe & leur prouë sont égales. *C'est de faire en sorte que le point* N *où la direction* SK *de la voile rencontre la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë, réponde exactement au-dessus du centre de gravité de la coupe du Navire prise à fleur d'eau*, ou ce qui revient au même, *c'est de faire passer la direction* SK *de la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë, & de la verticale* VT *du centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer.* Car pour peu que la direction SK de la voile passeroit par-dessus ou par-dessous le point N, elle rencontreroit DH en un point plus avancé vers la poupe ou vers la prouë, & les chocs du vent & de l'eau ne se réuniroient plus dans la verticale VT du centre de gravité γ; ils se réuniroient sur une direction verticale qui passeroit en arriere ou en avant de ce centre, & cela romproit tout l'équilibre dont nous avons besoin. Le Navire s'inclineroit, comme on le sçait, vers la prouë ou vers la poupe, & l'inclinaison pourroit être excessive, parce qu'elle dépend des forces relatives de la poussée de l'eau & de l'effort composé NT; forces relatives qui peuvent être fort grandes, lorsque même la force absoluë de ces deux puissances est fort petite. Suivant notre maxime nous avons deux choses à trouver pour pouvoir déterminer la disposition parfaite de la Mâture. 1°. Le centre de gravité de la premiere tranche horisontale de la carene & sa verticale VT. 2°. La direction DH du choc de l'eau sur la prouë. Et l'intersection de ces deux lignes sera le *point vélique* par lequel il ne restera plus qu'à faire passer la direction DH du choc du vent sur la voile.

Fig. 9.

VI.

On n'a point osé jusques icy donner une grande étenduë aux voiles, parce que comme il n'y avoit pas de moyen sûr pour en déterminer la situation, on a toujours eu lieu d'apprehender que le Vaisseau ne fût sujet à une inclinaison considérable. Mais nous pouvons maintenant augmenter la grandeur des voiles sans rien craindre de la plus grande violence du vent. Car quelque puissance qu'ait ensuite l'effort composé NT, il ne fera que soulever une plus grande partie A*ab*B de la carene, une partie qui aura peut-être 6 pouces d'épaisseur; mais comme toutes les coupes horisontales de la carene qu'on peut concevoir dans une épaisseur non-seulement de 6 pouces, mais même d'un pied, doivent être sensiblement des figures semblables, & avoir toutes leur centre de gravité au-dessous les unes des autres dans la même verticale, c'est assez que la verticale VT sur laquelle agit l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau, passe par le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, pour qu'elle passe aussi par le centre de gravité γ de la plus grande partie A*ab*B de la carene qui s'élevera de l'eau. Or c'est-là selon les articles II. & III. de ce Chapitre la seule condition qui caracterise la bonne Mâture; & ainsi on sera continuellement à couvert du péril, malgré la rapidité du sillage & la grande étenduë de la voile.

CHAPITRE VII.

Maniére de trouver la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

I.

NOus nous dispenserons icy de traiter de la maniére de déterminer le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de tracer sa verticale : mais quoique nous pourrions nous dispenser aussi de traiter de la maniére de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë, nous allons en parler dans ce Chapitre, afin de répandre un plus grand jour sur notre sujet. Un fluide qui choque perpendiculairement une superficie, agit dessus avec toute sa force absoluë : mais lorsqu'il vient la rencontrer obliquement, il ne lui en communique qu'une partie, qui est d'autant plus petite que l'obliquité est plus grande. Si, par exemple, [dans la Figure 10] AB represente une superficie exposée obliquement au cours d'un fluide dont CD est la direction ; & si CD represente l'espace que parcourt une molécule C du fluide dans une seconde de tems, on ne peut pas dire que cette molécule C choque la superficie AB avec toute la vîtesse CD: car quoiqu'elle avance de tout CD dans une seconde, elle ne s'approche cependant de la superficie AB, que de la quantité CE perpendiculaire à la superficie ; ainsi c'est CE qui doit exprimer le choc de chaque molécule, & non pas CD. Or CD étant prise pour rayon, CE sera le sinus de l'angle CDA. Il s'ensuit donc que les impressions des particules d'un fluide dépendent des sinus des *angles d'incidence* CDA formez par la direction du fluide & par la superficie : de sorte que si le *sinus d'incidence* est double ou triple, l'impulsion que fera chaque molécule sera aussi double ou triple.

Fig. 10.

Fig. 10.

II.

Puiſque les molécules du fluide n'agiſſent ſur la ſuperficie que ſelon le ſens perpendiculaire CE ſuivant lequel elles s'en approchent, il eſt évident que le fluide ne doit auſſi pouſſer la ſuperficie que perpendiculairement. C'eſt pourquoi, lorſqu'il s'agira de trouver l'axe de l'impulſion d'un fluide ſur une ſuperficie AB, il n'y aura qu'à lui élever une perpendiculaire DH en ſon milieu D. Cela ſuffira pour les challans, & pour toutes les eſpeces de Navires dont la prouë eſt formée par une ſeule ſurface plane inclinée en avant.

III.

Et quant à nos Vaiſſeaux de mer dont les prouës ſont terminées par des ſurfaces courbes, on les diviſera en un ſi grand nombre de parties, qu'on pourra prendre ces parties pour des ſurfaces planes. On cherchera l'axe de l'impulſion que reçoit chaque de ces parties ; & compoſant enſuite tous ces axes ou toutes ces directions (ſelon les loix de la compoſition des mouvemens) on trouvera enfin une ſeule direction équivalente à toutes les autres ; & ce ſera l'axe de l'impulſion totale. Il eſt vrai qu'à prendre la choſe dans la rigueur, il faudroit que le nombre des parties dans leſquelles on diviſe la prouë fût infini, afin que ces parties fuſſent planes. Mais bien loin que cette condition nous doive faire craindre quelque mauvais ſuccès, c'eſt elle au contraire qui nous fait heureuſement réuſſir ; parce que c'eſt elle qui nous donne occaſion d'y appliquer le calcul intégral. C'eſt ce qu'on va voir pour toutes les prouës faites en demi conoïde. Et, afin de n'être pas obligé de recommencer dans la ſuite une nouvelle recherche, nous allons ſuppoſer que le Navire ſe meut obliquement par rapport à ſa quille.

IV.

Fig. 11, 12. Que BADE [Fig. 11, & 12.] ſoit le demi conoïde qui ſert de prouë, formé par la révolution de la ligne courbe AD autour de ſon axe AC; nous diviſerons la ſuperficie de la prouë en une infinité de zones, comme D*d*EB*d* par des circonferences de cercles DEB, *d*E*b* qui ont les differentes ordonnées du conoïde pour rayons; & nous diviſerons ces circonferences en une infinité de petites parties comme F*f*. Ces diviſions faites à l'infini ſeront cauſe que chaque petite partie F*f* pourra être conſiderée comme une ligne droite, & que cherchant l'impulſion que cette partie F*f* reſſent de la part de l'eau, il ſera facile de trouver l'impulſion que doit recevoir la demie circonference entiére DEB. Car de même que les F*f* ſont les élemens de la demie circonférence, de même auſſi les petites impulſions que reçoivent les F*f* ſont les élemens de l'impulſion entiere que reçoit la demie circonférence DEB; & il ſuffira par conſequent d'intégrer les impulſions ſur F*f* ou d'en prendre la ſomme infinie pour trouver l'impulſion ſur DEB. Après cela nous multiplierons l'impulſion ſur DEB par *d*D; le produit nous donnera, comme il eſt évident, l'impulſion de l'eau ſur la zone *d*DF*b*B, puiſque *d*D en eſt la largeur. Mais puiſque cette impulſion ſur la zone eſt auſſi l'élement de l'impulſion que ſupporte la prouë entiere, nous n'aurons qu'à intégrer une ſeconde fois pour trouver l'impulſion totale. Et cette impulſion trouvée, nous en chercherons l'axe en employant le principe ordinaire de ſtatique.

V.

Pour exécuter tout cela, je méne de chaque point F une ligne horiſontale FI qui eſt le ſinus de l'arc FE; une verticale FH qui eſt ſinus de l'arc de complement FD; un rayon FC au centre C de la zone, & une paralelle FL à l'axe AC; & j'éleve ensuite de chaque point F une perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Toutes ces perpendiculaires sont égales dans la même zone *d*E*b*, & se rencontrent toutes au même point G de l'axe, comme il est évident. On peut les considerer comme des diagonales d'un solide rectangle qui auroit IC pour hauteur & pour base le plan horisontal IFLO dans lequel est la direction FK du liquide. Cette direction est située obliquement, parce qu'elle est, à proprement parler, la direction du Vaisseau même auquel nous faisons prendre icy une route oblique, afin de rendre nos formules plus générales. La route ou la direction FK fait avec FL paralelle à l'axe AG, un angle KFL qui est le même dans tous les points F, parce qu'il est toujours égal à l'angle que fait la route du Vaisseau avec sa quille, qu'on appelle ordinairement *angle de la dérive.* Fig. 11. & 12.

VI.

Pour venir à la mesure de l'angle d'incidence duquel dépend chaque impulsion, je remarque qu'il est le complement de l'angle GFK que fait la direction FK avec la perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Cela est sensible, parce que l'angle d'incidence est formé par la direction FK & la superficie du conoïde, & que FG est perpendiculaire à cette superficie. Ainsi si, du point G rencontre de FG & de l'axe AC, nous abaissons une perpendiculai- GN sur la direction FK, l'angle FGN sera égal à celui d'incidence, & dans le triangle rectangle FGN l'hypoténuse FG representant le sinus total, le côté FN sera le sinus de l'incidence de l'eau sur l'endroit F de la superficie du conoïde. Mais on peut déterminer ce sinus d'une maniere bien plus commode pour fournir une expression. C'est d'abaisser du point O la perpendiculaire ON sur la direction FK, & le point N de rencontre sera le même que si la perpendiculaire sortoit du point G. Pour s'en con-

Fig. 11. & 12. vaincre, il suffit de faire attention que comme la ligne GO est perpendiculaire au plan IL, tous les triangles GON qu'on peut former par la verticale GO qui sert de côté commun à tous, & par des lignes ON & GN qui concourent il n'importe en quel point N de la direction FK, sont rectangles en O : ainsi aussi-tôt qu'on aura trouvé l'hypoténuse GN la plus courte, ce qui n'arrivera que lorsqu'elle sera perpendiculaire à FK, on aura aussi trouvé la ligne la plus courte ON. D'où il suit que toutes les fois que GN est perpendiculaire à la direction FK, la ligne ON est aussi perpendiculaire à cette direction, & ainsi ON peut servir également à limiter la longueur du sinus d'incidence FN.

VII.

Si nous portons maintenant sur la paralelle FL à l'axe la grandeur FY $= h$, & que du point Y abaissant la perpendiculaire YK sur la direction, elle se trouve égale à m & fasse FK $= n$: si deplus nous nommons r le rayon CD du cercle DEB & q le quart DFE de sa circonference ; s la sousperpendiculaire CG ; p la perpendiculaire FG, & qu'enfin LO $=$ FI soit appellé z ; il sera facile de trouver la valeur du sinus FN. Car en menant LM perpendiculaire à la direction, nous aurons FY $= h$ | FK $= n$ || FL $=$ CG $= s$ | FM $= \frac{ns}{h}$; & du point O conduisant OZ paralelle à la direction jusqu'à ce qu'elle rencontre LM prolongée; on formera le triangle LZO semblable au triangle FKY, parce que l'angle FLO étant droit, l'angle ZLO est le complement de FLM, & partant égal à l'angle KFY, & de plus les deux triangles sont rectangles en Z & en K. Or cette ressemblance nous donne cette proportion, FY $= h$ | YK $= m$ || LO $= z =$ FI | ZO $= \frac{mz}{h}$. Et comme ZO $=$ MN, parce que la figure ZN est un rectangle par

par la construction, il s'ensuit que MN $= \frac{mz}{h}$ & par conséquent FN $=$ FM $+$ MN $= \frac{ns + mz}{h}$. Mais c'est lorsque le point F est du côté de la *dérive* comme dans la Figure 11. Car s'il étoit placé de l'autre côté, il faudroit retrancher, comme on le voit dans la Figure 12, la partie MN de FM & on trouveroit alors $\frac{ns - mz}{h}$ pour FN, de sorte que pour satisfaire aux deux cas, nous n'avons qu'à dire que FN est exprimé par $\frac{ns \pm mz}{h}$. Et comme cette ligne FN n'est sinus de l'angle d'incidence du liquide sur le point F de la proue que lorsque FG $= p$ represente le sinus total, il est évident que prenant dans la suite la constante n pour le sinus total au lieu de FG, on trouvera que $\frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$ exprime le sinus d'incidence, parce que $p \mid \frac{ns \pm mz}{h} \| n \mid \frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$ & $\frac{n^4 s^2 \pm 2n^3 msz + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2}$ sera le quarré de ce sinus. Fig. 11, & 12.

VIII.

Nommant donc, *du*, la petite particule F*f* du quart de cercle DFE, nous aurons $\frac{n^4 s^2 \pm 2n^3 msz + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du$, pour l'impression entiere que reçoit F*f* selon la direction perpendiculaire FG. Je multiplie *du* par le quarré sinus d'incidence $\frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$, quoique les impressions que fait une particule du liquide suivent le rapport du sinus d'incidence : parce que la multitude des particules ou goutes d'eau qui viennent frapper F*f* $=$ *du*, change aussi selon le sinus d'incidence ; ce qui doit faire suivre aux impulsions totales que les goutes d'eau forment ensemble, le rapport des quarrez des sinus d'incidence. C'est-à-dire, si le sinus d'incidence devient double, qu'outre que chaque parti-

Fig. 11, & 12. cule du liquide ſera une impreſſion double, comme on l'a montré cy-deſſus dans le premier article de ce Chapitre, il y aura encore deux fois autant de particules qui contribueront à l'impreſſion totale, parce que la ſurface ſera deux fois plus expoſée au cours du liquide : d'où il ſuit que l'impulſion entiere ſera quadruple & aura augmenté comme le quarré du ſinus d'incidence.

IX.

Mais cette impreſſion $\frac{n^4 s^2 \pm 2 n^3 m s z + n^2 m^2 z^2}{b^2 p^2} \times du$ que ſupporte $Ff = du$ ſelon la direction FG, peut ſe diviſer en trois déterminations différentes : la premiere eſt parallelle à l'axe du conoïde ſelon FL, & nous l'appellerons *directe* ; la deuxiéme eſt horiſontale & perpendiculaire à l'axe ſelon FI, & on peut l'appeller *latérale* ; & enfin la troiſiéme eſt *verticale* ſelon FH. Ou bien on peut diviſer l'impulſion abſoluë qui agit ſelon FG en deux déterminations ; l'une ſelon l'axe CG, l'autre ſelon le rayon ou la perpendiculaire FC à l'axe, & cette ſeconde détermination ſe ſubdiviſera en deux autres ſelon FI & FH, ce qui donne encore les trois déterminations ſimples FL, FI, FH équivalentes enſemble à la ſeule FG. On peut auſſi trouver facilement les trois forces qui agiſſent ſelon ces trois ſens, puiſqu'elles ſont exprimées par les trois lignes FL, FI, FH, lorſque FG repreſente l'impreſſion abſoluë. Ainſi $FG = p \mid FL = s \parallel \frac{n^4 s^2 \pm 2 m n^3 s z + n^2 m^2 z^2}{b^2 p^2} \times du \mid \ldots\ldots \frac{n^4 s^3 \pm 2 m n^3 s^2 z + n^2 m^2 s z^2}{b^2 p^3} \times du$ pour l'impulſion relative ſelon l'axe ; $FG = p \mid FI = z \parallel \frac{n^4 s^2 \pm 2 m n^3 s z + n^2 m^2 z^2}{b^2 p^2} \times du \mid \frac{n^4 z s^2 \pm 2 m n^3 s z^2 + n^2 m^2 z^3}{b^2 p^3} \times du$ pour l'impulſion horiſontale ſelon le ſens perpendiculaire à l'axe ; & enfin $FG = p \mid FH = \sqrt{r^2 - z^2} \parallel \frac{n^4 s^2 \pm 2 m n^3 s z + n^2 m^2 z^2}{b^2 p^2} \times du \mid \ldots\ldots$

$\frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^3} \times du\sqrt{r^2 - z^2}$ pour l'impulſion relative ſelon la détermination verticale. Fig. 11. & 12.

X.

Je transforme ces trois impulſions, en ſubſtituant $\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ à la place de du (parce que regardant FI $= z$ comme une quantité variable dont la différence eſt F$t = dz$ afin de l'accommoder à tous les points F du quart de cercle DFE ou EB, il vient à cauſe de la reſſemblance du grand triangle FCI & du petit fFt la proportion, CI$=\sqrt{r^2 - z^2}$ | FC$= r$ || F$t = dz$ | F$f = du = \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$.) La premiere impulſion ſe réduit à $\frac{n^4s^3rdz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3s^2zdz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} + \ldots \frac{rn^2m^2sz^2dz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$. La ſeconde à $\frac{n^4rs^2zdz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3rsz^2dz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{m^2n^2z^3dz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$. Et la troiſiéme à $\frac{n^4rs^2dz}{b^2p^3} \pm \frac{2mn^3rszdz}{p^2b^3} + \ldots \frac{n^2m^2rz^2dz}{b^2p^3}$. Et je conſidére enſuite que puiſque ces grandeurs expriment les impreſſions relatives faites en différens ſens ſur une petite particule Ef du quart de cercle DFE, les intégrales marqueront les efforts que reçoit le quart de cercle entier DFE, ou EB ſelon les mêmes déterminations : c'eſt-à-dire, que la lettre $\int$ marquant l'intégrale des grandeurs qu'elle précede, nous aurons $\frac{n^4s^3}{b^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}} \mp \frac{2mn^3s^2\sqrt{r^2 - z^2}}{b^2p^3} \pm \frac{2mn^3r^2s^2}{b^2p^3} - \ldots \frac{n^2m^2rsz\sqrt{r^2 - z^2}}{2b^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2s}{2b^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ pour l'impulſion que reçoit chaque quart de cercle DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon la détermination paralelle à l'axe ; & intégrant les deux autres impulſions que reçoit le même élément Ef de la circonférence, on trouve que la ſeconde

Fig. 11. & 12. impulſion c'eſt-à-dire, celle qui agit horiſontalement & perpendiculairement à l'axe, eſt $-\frac{n^4rs^2\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3}+\frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3}\mp\frac{mn^3rsz\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2s}{h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}-\frac{n^2m^2rz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3}-\frac{2n^2m^2r^3\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$, & la troiſiéme impulſion qui eſt celle que reçoit le quart de cercle entier DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon le ſens vertical, ſe trouve de $\frac{n^4rs^2z}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3rsz^2}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2rz^3}{3h^2p^3}$. Il faut remarquer qu'ayant ſuppoſé $z=o$, j'ay ajouté aux intégrales précédentes les quantitez qui leur manquoient, & qu'ainſi elles ſont completes.

XI.

Mais puiſque nous ſuppoſons icy que le demi conoïde eſt entiérement ſubmergé, nous pouvons introduire r à la place de z dans les valeurs précédentes, & q à la place de $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$; parce que dans ce cas, le ſinus z ſe confond avec le rayon $CD=r$, & l'arc EF qui eſt égal à $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$, puiſque $\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}=du=Ff$, devient alors ED ou $EB=q$ quart de toute la circonférence du cercle. Nous trouverons donc que la réſiſtance que reſſent chaque quart de cercle ſelon la détermination paralelle à l'axe eſt $\frac{n^4s^3q}{h^2p^3}\pm\frac{2mn^3r^2s^2}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2r^2sq}{2h^2p^3}$, parce que tous les termes qui ſont multipliez par $\sqrt{r^2-z^2}=o$ deviennent nuls. Nous aurons auſſi pour la réſiſtance dans le ſens horiſontal & perpendiculaire à l'axe $\frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2sq}{h^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$; & enfin pour celle qui agit dans le ſens vertical $\frac{n^4s^2r^2}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^3s}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$.

Il eſt vrai que ſi ces expreſſions marquent infailliblement l'impulſion du fluide pour la moitié de la prouë qui eſt du côté de la dérive, il n'eſt pas sûr qu'elles le faſſent toujours pour l'autre moitié. Car on voit dans la Figure 13, où les lignes KB, KF, Kf repreſentent des directions paralelles du liquide, que pendant que la moitié de la prouë du côté de AB eſt toute choquée par l'eau, l'impulſion ne ſe fait reſſentir de l'autre côté que ſur la partie EAFf terminée par les points F, f, où les directions KF, Kf du liquide ſont tangentes à la ſuperficie de la prouë Mais on peut non-ſeulement répondre que ce cas doit être aſſez extraordinaire dans la pratique, parce que l'obliquité de la route par rapport à la quille eſt ordinairement plus petite; mais encore que les formules qui donneront l'impulſion de l'eau comme ſi elle ſe faiſoit ſur toute la demie prouë ADE, quoy qu'elle ne ſe faſſe effectivement que ſur AffE ne ſeront jamais ſujettes à une erreur conſidérable, parce que la partie FffD ſera toujours ſituée ſi obliquement, que l'eau ne pourroit faire que très-peu d'effet ſi elle la pouvoit rencontrer. Et enfin au lieu d'intégrer dans la Figure 12. les petites impulſions ſur Ff juſqu'au point D, comme nous l'avons fait cy-devant, on pourroit bien ne les intégrer que juſqu'au point F où finit l'impulſion ſur le quart de cercle ED. Et on détermineroit ce point, en faiſant z ou FI égale à $\frac{ns}{m}$ ainſi que le démontreront aiſément ceux qui ſont un peu Géométres. Fig. 11, & 12.

XII.

Juſqu'icy les grandeurs r, s, p ont été conſtantes, parce que nous ne voulions examiner que chaque quart de cercle en particulier, & que le rayon CE, la ſoûpendiculaire CG & la perpendiculaire FG eſt la même pour tous les points F du même cercle. Mais comme nous voulons maintenant comparer les impreſſions de differens cercles &

Fig. 11, & 12. même de différentes zones, il nous faut mettre à la place de r les ordonnées comme CE de la ligne courbe AXE qui a formé le conoïde par sa révolution. J'appelleray y ces ordonnées & x les abscisses correspondantes comme AC: nous mettrons par conséquent $\frac{qy}{r}$ à la place de q, parce que $\frac{qy}{r}$ est le quart de la circonférence du cercle dont y est le rayon puisque $r \mid y \parallel q \mid \frac{qy}{r}$; & à la place de CG$=s$ & de FG$=p$ nous substituerons ces expressions $\frac{ydy}{dx}$ & $\frac{y\sqrt{dx^2+dy^2}}{dx}$ que nous fournit le calcul différentiel pour la soûperpendiculaire & la perpendiculaire. La premiere resistance selon l'axe, $\frac{n^4s^3q}{b^2p^3} \pm \frac{2mn^3r^2s^2}{b^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2sq}{2b^2p^3}$ se changera de cette maniére en $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$: la seconde résistance selon la détermination horisontale & perpendiculaire à l'axe se changera en $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ & enfin la troisiéme résistance selon le sens vertical en .... $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dy^2+dx^2}^{\frac{3}{2}}}$; de sorte que voilà trois expressions en termes variables qui sont générales pour tous les quarts de cercle tracez sur la superficie de la prouë & considerez sans aucune largeur.

XIII.

Nous cherchons ensuite les résistances que souffrent les zones mêmes dDEBb contenuës entre deux circonférences de cercles. Cela est facile; car puisque nous avons déja découvert les différentes résistances du quart de cercle DFE; il n'y a qu'à les multiplier par la largeur Dd qui est par tout la même, pour avoir les résistances du quart de zone dDFE & ainsi de suite de toutes les autres. Or cette largeur dD de la zone, qui est une petite particule ou un élement de la ligne courbe qui a formé le conoïde, eſt toujours égale à $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ lorſque les ordonnées y ſont perpendiculaires à la ligne des abſciſſes x, comme on l'apprend par la conſidération des différentielles ; ainſi la réſiſtance ſelon l'axe que trouve le quart de zone dDFE ou EBb eſt $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; la réſiſtance horiſontale ſelon la perpendiculaire à l'axe eſt . . . , . $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2n^2rydx^3}{3h^2r \times \overline{dy^2 + dx^2}}$, & la troiſiéme réſiſtance qui eſt celle que chaque côté de zone dDE ou EBb reſſent ſelon la détermination verticale eſt . . . . $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dy^2 + dx^2}}$. Voilà les expreſſions des trois impulſions & elles conviennent à toutes les zones. Fig. 11, & 12.

XIV.

Mais enfin, puiſque les réſiſtances que la prouë reſſent ſelon les trois différentes déterminations ſont compoſées des réſiſtances de toutes les zones comme dDFE, il eſt évident que ſi on intégre les trois expreſſions que nous avons découvert en dernier lieu, nous trouverons les trois réſiſtances ou impulſions entiéres que reçoit chaque quart du conoïde ou chaque moitié de la prouë de part & d'autre de l'axe ; parce que les réſiſtances des zones ſont les élemens des trois réſiſtances totales de même que les zones ſont les élemens de la ſuperficie de la prouë. Par conſequent $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion directe ou l'impulſion que reçoit chaque moitié de la prouë de part & d'autre de la quille ſelon la determination de l'axe ; $\int \frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion relative ſelon la détermination horiſontale perpendiculaire à l'axe & . . . . $\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ déſigne l'impulſion dans

Fig. 11, & 12. le sens vertical, ou bien marque avec quelle force chaque moitié de la prouë est poussée en haut par le choc du liquide.

XV.

Pour trouver maintenant les axes des impulsions relatives que nous venons de découvrir, il n'y a qu'à employer le principe général de statique par le moyen duquel on peut reconnoître la direction composée d'une infinité de directions. Pour déterminer la distance de l'axe de l'impulsion selon la quille au plan vertical CIOG qui passe par l'axe, il faut d'abord multiplier chaque petite impulsion $\frac{r^4 s^3 r dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3 r s^2 z dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{n^2 m^2 s r z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$ que reçoit l'élement Ff, par sa distance $FI = z$ au plan vertical CIOG, le produit $\frac{n^4 s^3 r z dz \pm 2mn^3 r s^2 z^2 dz + n^2 m^2 s r z^3 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$ sera le moment de l'impulsion que souffre la petite particule Ff du quart de cercle DFE & l'intégrale $-\frac{n^4 s^3 r \sqrt{r^2 - z^2}}{h^2 p^3} + \frac{n^4 s^3 r^2}{h^2 p^3} \mp \frac{mn^3 r s^2 z \sqrt{r^2 - z^2}}{h^2 p^3} \pm \frac{mn^3 r^2 s^2}{h^2 p^3} \int \frac{r dz}{\sqrt{r^2 - z^2}} - \ldots$ $\frac{n^2 m^2 s r z^2 \sqrt{r^2 - z^2}}{3h^2 p^3} - \frac{2n^2 m^2 s r^3 \sqrt{r^2 - z^2}}{3h^2 p^3} + \frac{2m^2 s r^4 n^2}{3h^2 p^3}$ désignera par conséquent le moment total des impulsions que reçoit chaque partie sensible du quart de cercle, puisque ce moment est la somme de tous les momens des petites impulsions faites sur les Ff. Mais il se réduit lorsque le demi conoïde étant entiérement enfoncé dans l'eau, z devient r, l'intégrale $\int \frac{r dz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ devient q, & que la valeur $\sqrt{r^2 - z^2}$ devient nulle; ce moment, dis-je, se réduit à $\frac{3n^4 r^2 s^3 \pm 3mn^3 r^2 s^2 q + 2m^2 s r^4 n^2}{3h^2 p^3}$ qu'on peut transformer aisément (par la substitution de y à la place de r, de $\frac{qy}{r}$ à la place de q, de $\frac{ydy}{dx}$ à la place de s & de $\frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$

au

au lieu de p, comme nous l'avons fait cy-deſſus) à l'expreſ- Fig. 11. & 12.
ſion $\frac{n^4y^2dy^3}{h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}\frac{3}{2} \pm \frac{mn^3qy^2dy^2dx}{h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}\frac{3}{2} + \frac{2n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}\frac{3}{2}$
qui eſt génerale pour le moment de l'impulſion que reçoivent ſelon l'axe tous les quarts de cercles comme DFE ou BE, &c. tracez ſur la ſuperficie de la prouë.

XVI.

Je multiplie cette derniere expreſſion du moment de l'arc DFE , par la largeur dD compriſe entre les circonférences de cercle , pour avoir le moment de l'impulſion que ſupporte chaque zone. Cette largeur dD eſt $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ comme on le ſçait ; ainſi le produit ſera $\frac{3rn^4y^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2n^2rm^2y^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ & c'eſt-là le moment pour chaque zone en quart de cercle; moment qu'il ne reſte plus qu'à intégrer pour trouver le moment total de l'impulſion ſur chaque moitié de la prouë dont il étoit l'élement. Cette integrale $\int \frac{3n^4ry^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2m^2n^2ry^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ doit être diviſée par l'impreſſion . . . . ;
$\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, puiſque le principe géneral preſcrit de diviſer le moment total de toutes les forces par la ſomme des forces mêmes ; & le quotient marquera la diſtance de la direction compoſée au plan vertical qui ſépare la prouë en deux parties égales en paſſant par la quille.

XVII.

Nous ſçavons donc combien l'axe du choc que ſupporte chaque quart du conoïde ou bien chaque moitié de la prouë ſelon la détermination paralelle à l'axe , eſt éloigné du plan vertical CIOG. Cela ſuffit pour que nous ne puiſſions pas déſormais mettre cet axe trop près du milieu ou des côtez de la prouë ; mais nous pourrions encore le pla-

Fig. 11, & 12, cer trop haut ou trop bas, parce que rien ne détermine ſa ſituation par rapport au plan horiſontal BAD ou CQ qui paſſe par l'axe de la prouë. C'eſt pourquoy il nous faut reprendre l'impulſion $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{b^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$ que reçoit chaque Ff ſelon FL paralelle à l'axe, & la multiplier par $FH = \sqrt{r^2 - z^2}$ pour en avoir le moment par rapport au plan horiſontal ADB, on trouvera ..... $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{b^2p^3}$ & ſi on en prend l'intégrale terme à terme, on aura $\frac{3n^4s^3rz \pm 3mn^3rs^2z^2 + n^2m^2srz^3}{3b^2p^3}$ pour le moment de l'impulſion que reçoit chaque arc de cercle comme EF de part & d'autre de la quille; & ſi on met r à la place de z, il viendra $\frac{3n^4s^3r^2 \pm 3mn^3s^2r^3 + n^2m^2sr^4}{3b^2p^3}$ qui eſt le moment pour chaque quart de cercle entier. On le changera par les ſubſtitutions ordinaires dans les articles précédens, en $\frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ que je multiplie par la largeur $dD = \sqrt{dx^2 - dy^2}$, afin d'avoir le moment $\frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulſion que reçoit chaque zone comme dDFE ou EBb : & prenant ſon intégrale pour trouver le moment total des impulſions ſelon l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë, il ne faudra plus que la diviſer par l'impulſion même, & le quotient marquera la diſtance de l'axe de la réſiſtance ſelon la quille au plan horiſontal DAB ; de ſorte que la poſition de cet axe ſera entiérement déterminée, puiſque nous ſçaurons non-ſeulement l'endroit de la largeur de la prouë par où il doit paſſer, mais encore celuy de la hauteur. On pourra découvrir, en tenant à peu-près le même chemin, la ſituation des axes des autres réſiſtances & conſtruire les formules que j'ay mis icy dans une table pour la commodité de ceux qui voudront s'appliquer à ces ſortes de problêmes.

Fig. 11, & 12.

XVIII.

Lorſqu'on voudra ſe ſervir de ces formules, il faudra ſe ſouvenir que les lettres q, r, h, n, m ſont connuës ou marquent des rapports connus: q & r déſignent le rapport du quart de cercle au rayon, d'environ 157 à 100, & pour n, m, h, elles repreſentent le ſinus total, la tangente de l'angle de la dérive & la ſécante de cet angle, comme cela ſe voit à l'œil dans le triangle rectangle KFY où FY $= h$, FK $= n$, YK $= m$, & KFY eſt égal à l'angle de la dérive ou à l'obliquité de la route du Vaiſſeau. Il faudra donc remplir la place de toutes ces lettres par leur valeur, & changer par la ſubſtitution x, y, dx & dy en une ſeule variable avec ſa différentielle, ce qu'on exécutera par la connoiſſance de la nature de la courbe qui a formé la prouë: & on trouvera des expreſſions dont il ne reſtera plus qu'à prendre les intégrales, pour avoir les diverſes impulſions de l'eau ſur les deux côtez de la prouë. Après cela il n'y aura plus qu'à compoſer les impulſions relatives directes avec les latérales pour avoir l'impulſion entiére que ſouffre la prouë ſelon le ſens horiſontal; & il eſt clair que ſi on compoſe cette impulſion avec les impulſions relatives verticales, il viendra l'impulſion abſoluë que reçoit toute la prouë; puiſque cette impulſion ne doit être formée que des trois impulſions relatives directe, latérale & verticale.

XIX.

Enfin on doit remarquer que lorſque le Vaiſſeau ſingle directement ſur ſa quille, les formules précédentes ſe réduiſent à d'autres beaucoup plus ſimples; comme alors l'angle de la dérive eſt nul & que la ligne FK tombe ſur FY, n devient égal à h & $m = o$. C'eſt pourquoy, ſi dans l'impulſion directe . . . .

Fig. 11. & 12. $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$ on efface les termes qui ſont multipliez par m, & ſi on traite n & h comme deux quantitez égales, on trouvera que l'impulſion directe ſur chaque moitié de la prouë pour le cas où il n'y a point de dérive, eſt $\int \frac{n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$ & par conſéquent ſur toute la prouë $\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$. Et, continuant la même operation ſur les autres formules, on reconnoîtra que cette impulſion directe agit ſur une direction qui eſt exactement au-deſſous de l'axe de la prouë de la quantité $\frac{\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}}$; que l'impulſion verticale eſt ... $\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2+dy^2}$ & ſe réünit dans une direction éloignée du ſommet de la prouë de la diſtance $\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2+dy^2}}$. Comme les impulſions latérales que reçoivent les parties droite & gauche de la prouë ſe détruiſent mutuellement par leur égalité & leur oppoſition, il n'eſt pas néceſſaire de s'en mettre en peine.

CHAPITRE VIII.

Applications des formules précédentes à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, & à une prouë conique.

I.

1. POur rendre plus ſenſible l'uſage de nos formules, nous allons appliquer à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, celles qui ſervent pour la route directe.

ouës formées en demi conoïdes.

ne combien la
e, que reçoit
oignée du plan
de la prouë.

$m^2n^2y^2dydx^2$

L $^2n^2qydydx^2$

côté
obli
n re
m n
bliq
cant
r m
de la
à for
100.
les p
& y
mie
dési
les
qu'e

Troisiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dx^2dy}{3b^2 \times \overline{ax^2 + ay^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

rime combien
érale est éloi-

$2m^2n^2yxdx^3$

$+ 2m^2n^2ydx^3$

Sixiéme formule qui exprime combien la direction de l'impulsion latérale est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dxdy^2 \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

rime combien
ticale est éloi-

$m^2n^2yxdx^3$

n^2ydx^3

Neuviéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dy^2dx \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12b^2 \times \overline{dx^2 + ay^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

L
côté
route
le N
sur
rive

oisiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale sur la ë entiére dans la route di-

$$\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dy^2 + dx^2}$$

Quatriéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée de l'extrémité de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}}$$

FORMULES GENERALES

Pour découvrir les impulsions de l'eau sur les prouës formées en demi conoïdes.

Les formules qui sont cy à côté servent pour les routes obliques; & dans ces formules, n representant le sinus total, m marque la tangente de l'obliquité de la route, & b la secante de cette obliquité: q & r marquent le rapport du quart de la circonference d'un cercle à son rayon ou d'environ 157 à 100. x exprime les abscisses ou les parties de l'axe de la proue, & y les ordonnées ou les demies largeurs: enfin la lettre $\int$ désigne les sommes infinies ou les intégrales des grandeurs qu'elle précede.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe que reçoit chaque moitié de la proue.

$$\int \frac{2n^4qydy^3 + 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe, que reçoit chaque moitié de la prouë, est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la proue.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 + \frac{3mn^3q}{r}y^2dxdy^2 + 2m^2n^2y^2dydx^2}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 + 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Troisiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 + 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dx^2dy}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 + 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Quatriéme formule, qui exprime l'impulsion laterale ou l'impulsion selon le sens horisontal & perpendiculaire à l'axe que reçoit chaque moitié de la proue.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}$$

Cinquiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion laterale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}yxdydx^2 + 2m^2n^2yxdx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx + \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Sixiéme formule qui exprime combien la direction de l'impulsion laterale est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dxdy^2 + 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Septiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale que reçoit chaque moitié de la proue.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx + 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}$$

Huitiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm 3mn^3yxdydx^2 + m^2n^2yxdx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Neuviéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la proue.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dy^2dx \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Les formules qui sont cy à côté ne servent que pour la route directe, ou pour le cas où le Navire single directement sur sa quille, sans aucune dérive.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe sur la proue entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^3q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la proue.

$$\frac{\int \frac{2n^3y^2dy^3}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^3q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}}$$

Troisiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale sur la proue entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^3ydy^2dx}{dy^2+dx^2}$$

Quatriéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée de l'extrémité de la proue.

$$\frac{\int \frac{2n^3yxdy^2dx}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^3ydy^2dx}{dx^2+dy^2}}$$

Plusieurs grands Hommes ont trouvé que la ligne courbe qui forme la prouë par une demie révolution autour de son axe, doit être telle que si a est une grandeur arbitraire constante, & z une quantité variable, chaque des ordonnées (y) doit être égale à $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$ & l'abscisse (x) correspondante égale à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$; de sorte qu'on trouve autant d'ordonnées & d'abscisses qu'on attribuë de différentes valeurs à z. Ce n'est point ici le lieu d'expliquer cette découverte; on peut consulter l'excellent Livre de l'*Analyse démontrée.* Mais de ce que $y = \frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z} = \frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{a^2z}$, & $x = \frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} \ldots - \frac{5}{12}a - Lz$, il s'ensuit que $dy = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^2z^2}$ & $dx = \frac{3z^3dz}{a^3} + \frac{2zdz}{a} - \frac{adz}{z} = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^3z}$. Je fais entrer toutes ces valeurs dans la formule $\int \frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ de l'impulsion directe, & je trouve que $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots\ldots$

$$\frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^3\, dz^3}{a^4z^3 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^2z^5 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

qui se réduit (en divisant le numérateur & le dénominateur par $\overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2$) à $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots\ldots$ $\frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots\ldots$ $\frac{\overline{3z^8 + 8a^2z^6 + 6a^4z^4 - a^8} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5}$. Mais comme dans cette derniere expression le numerateur contient exactement le dénominateur, on a par la division, $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^3}{a^2} + 5z + \frac{a^2}{z} - \frac{a^4}{z^3}} \times dz$ qui est toujours la valeur de $\frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$; & si

Fig. 11, & 12.

on intégre terme à terme, on trouvera $\frac{2qn^2}{r}$ . . . . $\times$ $\overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{1}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + a\mathrm{L}z}$ pour la résistance ou pour l'impulsion que souffre la prouë entiere selon la détermination horisontale : mais il a fallu joindre $\frac{29}{12}a^2$ avec le signe $-$ à cette expression, pour la rendre complete ; parce qu'en supposant $z = a\sqrt{\frac{1}{3}}$ & $\mathrm{L}z = 0$ comme cela arrive lorsque $x = 0$, l'intégrale au lieu de devenir nulle comme la résistance qu'elle désigne, se trouvoit égale à $+\frac{29}{12}a^2$.

2. Pour découvrir maintenant avec quelle force la prouë est poussée par l'eau dans le sens vertical, il n'y a qu'à substituer les valeurs de y & de x, &c. dans la formule $\int\frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ & nous changerons $\frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . en

$$\frac{n^2 \times \overline{2z^4 + 4a^2z^2 + 2a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^3}{a^5z^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

$$= \frac{n^2 \times \overline{2z^4 + 4a^2z^2 + 2a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^5z^2 + a^3z^4}$$ qui se réduit par la division à $n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{a^3} + \frac{10z^2}{a} + {}^2a - \frac{2a^3}{z^2}} \times dz$, & intégrant cette expression comme l'indique la formule, il vient $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + {}^2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$: après en avoir soustrait $\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$, parce que cette intégrale se trouve trop grande de cette quantité ; & ainsi $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + {}^2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ est l'impulsion rélative que souffre la proue entiere selon le sens vertical.

3. En faisant de pareilles substitutions des valeurs de x, y, &c. dans la 2^{me} & 4^{me} formule, on trouvera les directions des efforts relatifs que nous venons de découvrir. $\frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2+dy^2}$ . . . . deviendra

$$\frac{n^2 \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^3 \times 2dz^3}{a^6z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^4z^6 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

$= \frac{n^2 \times \overline{z^4+2a^2z^2+a^4}^2 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4} \times 2dz}{a^6z^4+a^4z^6}$ qui se réduit par la multiplication & la division à . . . $n^2 \times \overline{\frac{6z^6}{a^4}+\frac{22z^4}{a^2}+28z^2+12a^2-\frac{2a^4}{z^2}-\frac{2a^6}{z^4}} \times dz$, & integrant cette expression pour avoir la valeur de $\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2+dy^2}$ nous trouverons $n^2 \times \overline{\frac{6z^7}{7a^4}+\frac{22z^5}{5a^2}+\frac{28z^3}{3}+12a^2z+\frac{2a^4}{z}+\frac{2a^6}{3z^3}-\frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}$ qu'il faut (selon la seconde formule) diviser par $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2}+\frac{5}{2}z^2-\frac{29}{12}a^2+\frac{a^4}{2z^2}+aLz} = \int \frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$,

& on aura $\frac{\frac{6z^7}{7a^4}+\frac{22z^5}{5a^2}+\frac{28}{3}z^3+12a^2z+\frac{2a^4}{z}+\frac{2a^6}{3z^3}-\frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}{\frac{3qz^4}{2ra^2}+\frac{5qz^2}{r}-\frac{29qa^2}{6r}+\frac{qa^4}{rz^2}+\frac{2q}{r}aLz}$

pour la quantité dont la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la prouë.

4. On transformera aussi dans la quatriéme formule, $\frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . , en

$$\frac{n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{4a^3}+\frac{2z^2}{a}-\frac{5}{6}a-{}^2Lz} \times \overline{z^4+2a^2z^2+a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^3}{a^5z \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2}$$

qui se réduira à $\frac{n^2 \times \overline{\frac{3z^4}{2a^3}+\frac{2z^2}{a}-\frac{5}{6}a-{}^2Lz} \times \overline{z^4+2a^2z^2+a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4} \times dz}{a^5z^2+a^3z^4}$

$= n^2 \times \overline{\frac{9z^8dz}{2a^6}+\frac{27z^6dz}{2a^4}+\frac{9z^4dz}{a^2}-\frac{11}{3}z^2dz-\frac{17}{6}a^2dz+\frac{5a^4dz}{6z^2}-\frac{6z^4dz}{a^3}Lz-\frac{10z^2dz}{a}Lz-2adzLz+\frac{2a^3dz}{z}Lz}$ dont l'intégrale telle qu'on la trouve terme à terme est $n^2 \times \overline{\frac{z^9}{2a^6}+\frac{27z^7}{14a^4}+\frac{51z^5}{25a^2}-\frac{1}{9}z^3-\frac{5}{6}a^2z-\frac{17a^4}{6z}-\frac{6z^5}{5a^3}Lz-\frac{10z^3}{3a}Lz-2azLz-\frac{2a^3}{z}Lz+\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}} = \int \frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2+dy^2}$; après cependant y avoir ajouté $\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}$ pour la rendre complete, & il ne restera plus qu'à la diviser, comme l'indique la quatriéme formule, par $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ $= \int \frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2 + dy^2}$ . . . . pour avoir

$$\frac{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - \frac{1}{9}z^3 - \frac{5}{6}a^2z - \frac{17a^4}{6z} - \frac{6z^5}{5a^3}Lz - \frac{10z^3}{3a}Lz - 2azLz - \frac{2a^3}{z}Lz + \frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}}{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$$

qui exprime combien la direction de l'effort relatif dans le sens vertical, est éloignée de l'extremité de la prouë.

Fig. 14. 5. Il résulte de tout ce calcul que pour déterminer dans la Figure 14. la direction composée DN de l'impulsion de l'eau sur la prouë la plus avantageuse CAEC; il faut tirer la paralelle DR à l'axe AB à la distance FD qu'on fera de $\frac{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} +}{\frac{39z^4}{2ra^2} + \frac{59z^2}{r} -}$ &c. (trouvée nomb. 3.) & cette ligne DR sera la direction de l'impulsion que ressent la prouë dans le sens horisontal. Il faudra conduire aussi la verticale DS, de maniere qu'elle soit éloignée du sommet A de la prouë de la distance AF $=$ $\frac{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} -}{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} +}$ &c. (trouvée nomb. 4.) cette ligne DS sera la direction de la force avec laquelle la prouë est poussée par l'eau selon la détermination verticale. Enfin on fera les deux lignes DR & DS depuis leur intersection D dans le rapport des impulsions directe & verticale; c'est-à-dire, dans le rapport de $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{1}{2}z^2 - \frac{29}{32}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz}$ à $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} + \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$.

Achevant

Achevant ensuite le rectangle DSVR & conduisant la diagonale DV, on aura la direction composée des deux DS, DR, qui sera l'axe du choc absolu de l'eau sur la prouë ; avec lequel & la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite au raz de l'eau, on déterminera selon nos principes le *point vélique* N par lequel doit passer la direction de la voile. Il n'y aura qu'à faire cette proportion, l'impulsion directe DR est à l'impulsion selon le sens vertical DS ou RV ; ainsi la distance $F\gamma$ du point F à la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, sera à la hauteur du *point vélique* N au-dessus de la direction DR de l'impulsion directe de l'eau.

II.

Trouver la direction de l'impulsion de l'eau dans toutes les routes sur une prouë conique.

1. Nous eussions pû appliquer nos autres formules à la prouë la plus avantageuse & nous l'eussions fait avec le même succès : mais pour éviter la longueur du calcul & changer d'exemple, nous allons supposer que la prouë [Fig. 15.] est formée par la demie révolution de la ligne droite AF autour de l'axe AC ; de sorte que la prouë que nous avons à examiner est un demi cone, dont A est le sommet & BEF le demi cercle de la base. n exprime toujours le sinus total, & je prends f pour désigner la tangente de l'angle CAF formé par l'axe AC & par le côté AF du cone. Ainsi n, & f marquent le rapport constant des AC & des CF ou des abscisses x & des ordonnées y ; & nous avons pour tous les points de AF la proportion, $n \mid f \| x \mid y$ & l'équation $ny = fx$ qui exprime la relation continuelle de tous les points de la ligne AF à ceux de l'axe AC. De cette égalité $ny = fx$, je déduis $x = \frac{ny}{f}$ & $dx = \frac{ndy}{f}$ & je substituë Fig. 15.

Fig. 15. ces valeurs de x & de dx dans la premiere, la quatriéme & la ſeptiéme formule qui ſont d'uſage lorſqu'il y a de la dérive. Je trouve $\frac{n^4m^2qydy \pm 4n^4mrfydy + 2n^4qf^2ydy}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ pour l'élement de l'impulſion directe : $\frac{3n^5f^2ydy \pm \frac{3n^5mqfydy}{r} + 2n^5m^2ydy}{3h^2n^2f + 3h^2f^3}$ pour l'élement de l'impulſion latérale & . . . .
$\frac{3n^5f^2ydy + 3n^5mfydy + n^5m^2ydy}{3h^2n^2f + 3n^2f^3}$ pour l'élement de l'impulſion verticale ſur chaque moitié de la prouë : ſur la moitié du côté de l'angle de la dérive ſi on employe dans l'endroit où il y a $\pm$ le ſigne $+$, & la moitié de l'autre côté ſi on employe le ſigne $-$.

2. Je prends enſuite les intégrales de ces élemens comme l'indiquent les formules génerales, & je découvre que $\frac{n^4m^2qy^2 \pm 4n^4mrfy^2 + 2n^4f^2qy^2}{4h^2n^2r + 4h^2f^2r}$ eſt l'impulſion directe, ...
$\frac{3n^5f^2y^2 \pm \frac{3n^5mqfy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3}$ l'impulſion latérale ; & . . . . .
$\frac{3n^5f^2y^2 \pm 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3}$ l'impulſion verticale ſur chaque moitié de la prouë. Par conſéquent $\frac{n^4m^2qy^2 + 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy^2}{4h^2n^2r + 4h^2f^2r}$
$+ \frac{n^4m^2qy^2 - 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy^2}{4h^2n^2r + 4h^2f^2r} = \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ exprime l'impulſion directe que reçoit la prouë entiere ou ſes deux moitiez jointes enſemble ; & $\frac{3n^5f^2y^2 + 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3} +$
$\frac{3n^5f^2y^2 - 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3} = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3h^2n^2f^2 + 3h^2f^3}$ l'impulſion qu'elle ſouffre ſelon le ſens vertical : mais parce que les impreſſions latérales faites ſur chaque moitié ſont contraires, car l'impulſion latérale du côté droit tend vers le gauche, & celle que reçoit le côté gauche tend vers le droit, il faut ſouſtraire la plus petite impulſion de la plus grande & le reſte $\frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3} - \frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} - 2n^5m^2y^2}{6h^2n^2f + 6h^2f^3}$

$= \frac{n^5 mqy^2}{rh^2n^2 + rh^2f^2}$ marquera combien la prouë est poussée latéralement ou de côté, par l'impulsion la plus forte. Fig 15.

3. On trouvera ensuite le résultat de ces impulsions en retranchant d'abord sur l'axe AC la partie DR, afin qu'elle représente la résistance directe $\frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ & conduisant dans le plan BAF la perpendiculaire DZ à l'axe d'une longueur DZ à exprimer l'impulsion latérale $\frac{n^5mqy^2}{h^2n^2r + h^2f^2r}$ il n'y aura qu'à former le rectangle DZLR, & sa diagonale DL sera la direction composée dans laquelle se réunira toute la résistance horisontale. Ainsi il ne restera plus qu'à élever au point D la verticale DS $= \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3h^2n^2f + 3h^2f^3}$ pour representer l'impulsion dans le sens vertical, & achever en l'air le rectangle DSVL & on aura dans sa diagonale DV la direction composée de l'impulsion totale que reçoit la prouë. On peut considerer après cela que dans le triangle rectangle DRL le côté DR étant pris pour le sinus total, le côté RL $=$ DZ sera la tangente de l'angle RDL que fait l'axe de la prouë avec la direction DL de toute l'impulsion horisontale que souffre la prouë; d'où il suit que nous pouvons trouver la tangente de cet angle par cette proportion; DR $= \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ est au sinus total n comme RL $=$ DZ $= \frac{n^5mqy^2}{h^2n^2r + h^2f^2r}$ est à $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ pour la tangente de l'angle LDR que fait la direction de toute l'impulsion relative horisontale de l'eau avec l'axe de la prouë. Et si dans le triangle rectangle DLV nous prenons DL pour le sinus total, nous pourrons trouver l'angle VDL que fait la direction DV du choc total ou absolu avec l'horison par cette analogie, DL $= \sqrt{\overline{DR}^2 + \overline{RL}^2} = \frac{n^4qy^2\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ est au si-

Fig. 15. nus total n comme $LV = DS = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3h^2n^2f + 3h^2f^3}$ eſt à :

$\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ pour la tangente de l'angle VDL que fait avec l'horiſon la direction DH du choc abſolu. Ainſi pour connoître entierement la ſituation des directions DL & DH, il ne nous reſte plus qu'à connoître le point D dont elles partent.

Nous aurions recours pour cela à nos autres formules, mais nous ſçavons d'ailleurs que les directions DL & DH prennent leur origine dans le cone en D ſur l'axe, à la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ du ſommet A. Car ſi on diviſe la ſuperficie conique en une infinité de petits triangles comme EAP qui ayent leur ſommet en A & leur baſe ſur la circonférence du demi cercle BED, chacun de ces triangles recevra une impulſion qui ſe réunira en Q au tiers EQ de ſa hauteur EA, & dont la direction QF viendra rencontrer l'axe AC du cone au point D éloigné du ſommet A de la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ comme on peut le vérifier aiſement. Mais puiſque toutes les directions des autres petits triangles viennent ſe rendre au même point D, il eſt évident que la direction DH de l'impulſion abſoluë doit y paſſer auſſi ; puiſqu'elle eſt composée de toutes les directions particulieres des petits triangles.

4. Enfin comme la réſolution précédente convient à tous les angles de dérive dont m eſt la tangente, pendant que n exprime le ſinus total, il eſt clair qu'elle convient auſſi au cas dans lequel il n'y a point de dérive ou dans lequel le Navire ſingle directément ſur ſa quille. Mais puiſqu'alors $m = 0$, la tangente $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ de l'angle LDR que fait la direction DL de l'impulſion horiſontale avec l'axe de la prouë deviendra nulle, ce qui nous feroit connoître, ſi nous ne le ſçavions pas déja, que la direction DL tombe alors exactement ſur l'axe de la prouë. D'un autre

côté la tangente $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 2n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ de l'angle VDL que fait la direction DV du choc absolu de l'eau avec l'horison, se réduira à $\frac{rn^2}{qf}$; ce qui nous montre qu'il n'y a qu'à multiplier le quarré du sinus total n par $r = 100$ & diviser le produit par $q = 157$ & par la tangente f de l'angle FAC que fait le côté du cone avec son axe, pour avoir la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait avec l'horison la direction du choc absolu de l'eau sur la prouë. Ainsi il sera très-facile dans la route directe de trouver la hauteur du *point vélique* ou du point de concours de la direction DH du choc absolu de l'eau & de la verticale du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau. Car aussi-tôt que nous aurons déterminé, par les moyens ordinaires de la Statique, le centre de gravité γ, nous n'aurons qu'à faire cette analogie ; le sinus total n est à la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait la direction DH avec l'horison, comme la distance Dγ du point D au centre de gravité γ sera à la hauteur requise du *point vélique*. Fig. 15.

CHAPITRE IX.

De la figure qu'on doit donner aux voiles, & de la hauteur qu'aura ensuite la Mâture.

I.

LE point vélique étant ainsi déterminé, il ne reste plus maintenant qu'à faire passer, selon la maxime de l'article V. du Chapitre VI. la direction de l'effort de la voile par ce point. C'est ce que nous pourrions exécuter en donnant quelle hauteur nous voudrions au Mât & en inclinant ensuite plus ou moins la voile par le moyen de

Fig. 15. la méthode que nous donnerons dans la seconde Section, pour faire passer la direction de l'effort du vent par le *point vélique*, lorsque ce point se trouve fort bas dans les routes obliques. Mais comme ce point a toujours une hauteur considérable dans la route directe, nous croyons qu'il est plus naturel de placer la voile verticalement; & de cette sorte, sa direction sera horisontale, & il faudra que son centre d'effort soit précisément à même hauteur que le *point vélique*. Si cependant il avoit été question de mâter, selon nos principes, l'Arche de Noé, ou les deux bâtimens qu'un certain Pierre Jansse de Horne fit construire sur les mêmes proportions, on n'eût pas pû mettre la voile dans une situation verticale; parce que comme la prouë de ces Navires n'avoit aucune saillie, la direction du choc de l'eau ne devoit pas s'élever en l'air en avançant vers la poupe, mais elle devoit être exactement horisontale: de sorte que le *point vélique* devoit se trouver dans le corps même du Navire, & il falloit nécessairement incliner la voile pour lui donner une disposition parfaite. Mais ce n'est pas la même chose dans tous nos Vaisseaux ordinaires: car leur prouë a une grande saillie, & le *point vélique* se trouvera toujours considérablement élevé.

I I.

Quant à la figure que doivent avoir les voiles, il est clair qu'elles ne peuvent pas en avoir une plus simple ni une qui leur donne plus d'étenduë que la rectangulaire. Et il seroit aussi très-facile de regler ensuite la hauteur des Mâts: car comme le centre d'effort d'une voile rectangulaire est précisément en son milieu, il n'y auroit qu'à faire la hauteur du Mât double de celle du *point vélique* ou double de la hauteur que doit avoir le centre d'effort de la voile. Mais il faut remarquer qu'on ne peut pas faire ainsi les voiles en rectangle: parce que si on les faisoit aussi larges par en bas que par en haut, elles sortiroient du Navire des deux côtez d'une quantité trop considérable, & aussi-tôt que la mer seroit un peu agitée, elles seroient continuellement exposées par en bas au choc des vagues; ce qui ne pourroit pas manquer de causer différens accidens. C'est pourquoi nous ne nous proposons de donner aux voiles que la figure d'un exagone irrégulier CFLMKD [Fig. 16.] dont la partie superieure FLMK sera un rectangle, & l'inferieure CFKD un trapeze beaucoup plus étroit par en bas que par en haut. Nous donnerons aux vergues FK & LM le plus de longueur qu'il nous sera possible: mais nous ne ferons la base CD que d'environ une fois & demie la largeur du Vaisseau, afin qu'elle ne déborde pas d'une trop grande quantité. Fig. 16.

III.

Les Marins prétendent qu'il est à propos de diminuer aussi la largeur des voiles par le sommet, afin de pouvoir élever ensuite davantage la Mâture, & de profiter par cette élevation du vent qui est peut-être un peu plus rapide en haut. Mais plusieurs raisons nous empêchent d'entrer dans cette pensée. Il se pourroit bien qu'il n'y auroit sur la mer que fort peu de différence entre toutes les vîtesses du vent: car ce ne doit pas être là tout-à-fait comme icy à terre où le vent rencontre en bas plusieurs obstacles qui peuvent interrompre son cours. Et d'ailleurs quand même la différence des vîtesses du vent seroit tout-à-fait sensible, nous pourrions encore montrer qu'il y auroit du desavantage à retrécir les voiles par le sommet.

Nous n'avons, pour en convaincre le Lecteur, qu'à supposer qu'on éléve la vergue LM jusqu'en *f*, mais qu'afin de faire ensorte que le centre d'effort N se trouve encore dans le même endroit, & réponde toujours exactement au *point vélique*, on racourcisse cette vergue & on ne lui donne que la longueur *lm*. Notre voile qui avoit la surface CFLMKD aura ensuite la surface CF*lm*KD & pen-

Fig. 16. dant que nous perdons par les côtez les deux triangles FLQ & KMP, nous acquerons par en haut le trapeze Q*lm*P. On voit aussi que les deux voiles auront une partie commune CFQPKD dont le centre d'effort sera en *i*, & que selon qu'on ajoutera à cette partie les deux triangles FLQ & KMP ou le trapexe Q*lm*P, on formera l'une ou l'autre voile, & on fera monter le centre d'effort de *i* en N. Mais puisque la sûreté de la navigation exige que le centre d'effort des voiles soit toujours dans le même point N, il faut que le trapeze Q*lm*P fasse précisément le même effet par rapport au centre d'effort N que les deux triangles FLQ & KMP; c'est-à-dire, qu'il faut que l'impulsion que souffre le trapeze ait précisément le même moment que l'impulsion que souffrent les deux triangles ensemble: Car autrement le trapeze ne feroit pas monter le centre d'effort de *i* en N précisément de la même maniére que les deux triangles. Mais cela supposé le trapeze Q*lm*P doit recevoir moins d'impulsion que les deux triangles FLQ, KMP joints ensemble; puisque ce trapeze est plus élevé au-dessus du centre N & que cependant il n'a que le même moment. Ainsi il est sensible que notre voile CFLMKD qui est composée de la partie CFQPKD & des deux triangles FLQ, KMP recevra toujours plus d'impulsion que la voile CF*lm*KD qui est formée de la partie CFQPKD & du trapeze Q*lm*P: & on voit donc qu'il n'est point à propos de retrécir les voiles par le sommet, quoi qu'on leur donne en même-tems plus d'élévation & qu'elles soient exposées, peut-être par le haut à un vent plus rapide. Car, encore une fois, aussi-tôt que leur centre d'effort sera précisément dans le même point N, on perdra toujours plus par le retranchement des deux triangles FLQ, KMP, ou par la diminution de la largeur, qu'on ne gagnera par l'addition du trapeze Q*lm*P, ou par l'augmentation de la hauteur. Il est clair qu'on pourra appliquer aussi le même raisonnement aux voiles qui n'auront point de vergues au milieu & qui n'auront la figure que d'un simple trapeze.

IV.

Fig. 16.

IV.

Il ſuit de tout cela qu'on doit toujours, contre la pratique ordinaire des Marins, donner le plus de largeur qu'il eſt poſſible aux voiles par en haut; & qu'il ſuffit d'obſerver ſimplement de ne leur en pas donner une ſi grande, qu'on ait enſuite trop de peine à les orienter. Sans cela, nous pourrions augmenter leur largeur d'une quantité exceſſive: car nous pourrions le faire tant que la Mâture ne ſeroit pas capable de faire verſer le Vaiſſeau par ſa peſanteur. Mais, ſi nous ne pouvons pas pouſſer les choſes ſi loin, parce que nous devons faire attention à la facilité de la manœuve, & à la commodité des Matelots, nous avons toujours la liberté de faire une augmentation conſidérable & de rendre la Navigation beaucoup plus prompte. Ce ne ſont pas de ſemblables raiſons de convenance, qui ont empêché les Marins d'augmenter juſqu'icy la largeur de leurs voiles: ils ont été arrêtez par la vûë du péril auquel ils ſe ſeroient évidemment expoſez. Cela eſt ſi vrai, que lorſqu'ils voyent qu'il n'y a rien à craindre, parce que le vent n'eſt pas trop fort; ils allongent leurs vergues avec des *boutes-hors*, & ils y appliquent de larges bandes de toile, qu'ils nomment des *bonnettes*. Ce n'eſt au ſurplus que par l'experience qu'on peut découvrir juſqu'où on peut porter l'augmentation: Car cecy n'eſt pas ſuſceptible d'une détermination exacte & géométrique. Mais nous pouvons toujours au moins, en attendant, faire nos vergues de quatre ou cinq fois la largeur du navire; ou les faire deux fois, ou deux fois & demie plus longues que les ordinaires.

On pourra peut-être encore rendre les voiles plus larges par en haut; & cela principalement lorſqu'on ne leur donnera que la figure d'un ſimple trapeze, & qu'on ne mettra point de vergue FK au milieu de leur hauteur. Il faut remarquer que nous n'avons pas les mêmes raiſons

Fig 16. que les Marins de diviser nos voiles en plusieurs parties par différentes vergues. Les Marins ne partagent leurs voiles en trois ; la *voile basse*, la *voile de hunier* & la *voile de perroquet* qu'afin d'avoir plus de facilité à en diminuer l'étenduë ; en serrant quelqu'une de ces parties, lorsque la force du vent augmente : Au lieu que la disposition parfaite que nous donnons à nos voiles, fait que nous les porterons toujours toutes hautes sans être obligé d'en changer si souvent l'étenduë : & lorsque nous jugerons à propos de le faire, soit pour modérer la vitesse du sillage, soit pour quelqu'autre raison, nous ne changerons point leur hauteur, mais seulement leur largeur par tout proportionellement;afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même endroit. C'est pourquoi nous ne mettrons de vergues au milieu de nos voiles que pour les soûtenir & les empêcher de prendre une trop grande courbure : & toutes les fois que nous verrons qu'elles ne doivent pas avoir beaucoup de hauteur, nous ôterons cette vergue du milieu, & nous rendrons celle d'en haut plus longue.

V.

Enfin lorsquon sera convenu de toutes les largeurs de la voile CFLMKD, il n'y aura pour achever d'en regler la disposition, qu'à chercher le rapport de la hauteur EN de son centre d'effort à sa hauteur entiere ES. (C'est ce qu'on pourra toujours faire assez aisément par les régles de la Statique : car comme la voile est sensiblement plane, son centre d'effort N ne differe pas sensiblement du centre de gravité de sa surface CFLMKD.) Et lorsqu'on sçaura le rapport de la hauteur EN à la hauteur ES, il n'y aura qu'à comparer le premier terme de ce rapport à la hauteur que doit avoir le centre d'effort ou à la hauteur du *point vélique*, & le second terme fera connoître la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Ou pour trouver la même chose par une méthode plus générale, on n'a qu'à exprimer la hauteur du centre d'effort de la voile en termes algébriques & en employant, comme cela est nécessaire la hauteur même de la voile, & si on fait ensuite une équation de cette expression & de la hauteur du *point vélique*, au-dessus du navire, il ne restera plus qu'à resoudre cette équation, en considérant la hauteur de la voile comme inconnuë. Si on nomme, par exemple, h la hauteur du *point vélique*; a la longueur de la vergue inférieure CD, ou la largeur qu'on se propose de donner à la voile par en bas; c la longueur de la vergue FK que je suppose toujours située au milieu du Mât pour une plus grande facilité; e la longueur de la vergue supérieure LM, & enfin u la hauteur inconnuë ES, que doit avoir le Mât. Il est facile de voir que la hauteur EN du centre d'effort N de toute la surface CFLMKD est $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u$; & puisqu'il est nécessaire pour que la Mâture soit bien disposée que cette hauteur soit égale à l'élevation h du *point vélique* au-dessus du navire, nous aurons l'équation.... $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u = h$, dans laquelle il est facile de découvrir la hauteur u du Mât: il vient $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$; & cette formule se réduit à cette autre $u = \frac{a + 3c}{\frac{1}{6}a + \frac{11}{6}c} \times h$ lorque les deux vergues FK & LM sont égales comme dans nôtre Figure. De sorte que nous n'aurons alors qu'à faire cette analogie; la *somme de la sixiéme partie de la base* CD *& des onze sixiémes de la largeur* FK *ou* LM *est à la somme de la base* CD *& du triple de la largeur* FK *ou* LM *comme la hauteur du point vélique au dessus du Navire, est à la hauteur* ES *qu'il faut donner au Mât.* Et lorsqu'il n'y aura point de vergue au milieu du Mât & que la voile CLMD ne sera qu'un seul trapeze, la largeur c sera égale à $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}e$, & la formule générale $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$ se reduira à $u = \frac{3a + 3e}{a + 2e} \times h$: d'où il suit

Fig. 16.

Régles pour trouver la hauteur de la Mâture lorsqu'on a découvert la hauteur du *point vélique* & qu'on est convenu des largeurs qu'on veut donner à la voile.

Fig. 16. qu'il n'y aura qu'à faire cette proportion, *la largeur* CD *de la voile par en bas, jointe avec le double de sa largeur* LM *par le sommet, est au triple de la somme des largeurs du bas & du sommet, comme la hauteur du point vélique au-dessus du Navire, sera à la hauteur* ES *qu'il faudra donner à la voile.*

VI.

Au surplus quoique la méthode précédente soit toujours assez exacte dans la pratique, il faut cependant convenir qu'elle ne l'est pas tout-à-fait, parce qu'il faudroit faire attention à l'impulsion que le vent fait sur la poupe, & ce seroit le centre de l'impulsion totale sur la poupe & sur la voile, qu'il faudroit faire répondre au *point vélique.* Ainsi le centre de l'effort particulier des voiles devroit être un peu plus haut que cy-devant, & il est clair encore qu'il faudroit que cet effort fût en équilibre avec celui de la poupe en dessus & en dessous du *point vélique:* car on sçait que l'action de deux forces ne se réunit dans un certain point que lorsqu'elles sont en équilibre de part & d'autre de ce point, ou que lorsque leurs momens sont parfaitement égaux. Or si nous conservons les mêmes dénominations que cy-dessus, nous aurons toujours $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{6}{5}e}{a + 2c + e} \times u$ pour la hauteur du centre d'effort de la voile au-dessus du Navire; & si nous en ôtons h, nous trouverons . . . . . . $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u - h$ pour la quantité dont le centre d'effort de la voile est au-dessus du *point vélique:* & il ne nous restera qu'à multiplier cette quantité par l'étenduë $\overline{\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}c + \frac{1}{4}e} \times u$ de la voile pour avoir son moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 \overline{- \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ par rapport au *point vélique.* D'un autre côté nous pouvons mesurer aisément l'étenduë p^2 de la partie AB de l'arriere du Navire qui est au-dessous de la voile, de même que la quantité q dont le centre d'effort de cette partie est au-dessous du *point vélique*, & ainsi nous pouvons regarder son moment p^2q comme connu. Il n'est pas nécessaire de nous mettre en peine de la partie de la poupe qui répond au-dessus de la base CD : car elle empêche que le vent ne frappe sur une portion de la voile, & elle ne fait précisément que réparer l'effet que feroit cette portion, si elle étoit exposée au choc du vent. Mais enfin, puisque le moment p^2q de la partie AB de la poupe doit être égal au moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2$ $- \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ de la voile, pour que le centre de l'impulsion totale réponde exactement au *point vélique*, nous aurons l'équation du second degré $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2$ $- \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu = p^2q$; & si on se donne la peine de la résoudre, on trouvera la formule générale $u = \frac{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e} \times h + \sqrt{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e}^2 \times h^2 + \overline{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times 4p^2q}}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}$ qui exprime en grandeurs entiérement connuës la hauteur u que doit avoir la Mâture au-dessus du Navire, pour qu'elle soit tout-à-fait bien disposée, & pour que la direction de l'impulsion totale du vent passe tout-à-fait exactement par le *point vélique* : a, c & e sont les largeurs de la voile par en bas, par le milieu & par le haut; h est la hauteur du *point vélique* au-dessus du Vaisseau; p^2 est la surface de la poupe, & q la quantité dont le centre d'effort de cette surface est au-dessous du *point vélique*. Fig. 16.

Fin de la premiere Section.

DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

SECONDE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite dans les routes obliques.

CHAPITRE PREMIER.

Moyens de rendre dans tous les Vaiſſeaux la Mâture à peu près parfaite pour les routes obliques.

I.

IL ſera toujours facile de déterminer le *point vêlique* dans la route directe; car la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & l'axe de l'impulſion de l'eau ſur la prouë ſeront néceſſairement dans un même plan, & leur interſection déterminera toujours ſans diffi-

culté ce point par lequel doit passer la direction de l'impression du vent sur la voile. Mais il peut arriver, lorsque le Navire single obliquement par rapport à sa quille, que l'axe de l'impulsion de l'eau passe en avant ou en arriere de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & que ces deux lignes ne se rencontrent pas.
Fig. 17. Si, par exemple, le Navire de la Figure 17. reçoit de la part de l'eau en singlant obliquement, une impulsion dont l'axe ou la direction soit la ligne DH, & si le centre de gravité de la section de la carene faite à fleur d'eau est en γ, il est constant que comme la direction DH du choc de l'eau & la verticale γQ ne se coupent point, il sera impossible (d'une impossibilité Physique que nous ne pouvons pas vaincre) de déterminer le *point vélique*; & cela non pas à cause de quelque deffaut de nôtre théorie, mais à cause de la disposition particuliére du Vaisseau. C'est ce qui montre qu'il seroit à propos que le centre de gravité de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, au lieu d'être en γ, fût en *g* sur l'axe D*g* de l'impulsion relative de l'eau selon la tendance horisontale : c'est à quoy les Constructeurs pourroient faire attention dans la fabrique de leurs Vaisseaux.

II.

Cependant s'il étoit permis d'incliner la voile & de la pancher du côté de la route, nous pourrions la disposer
Fig. 18. de sorte que la direction IK [Fig. 18.] de l'effort du vent tomberoit exactement sur la direction DH du choc absolu de l'eau, & ensuite les impulsions du vent & de l'eau seroient non-seulement contraires dans le sens horisontal, mais elles le seroient aussi dans le vertical; & leur opposition parfaite seroit cause qu'elles se détruiroient entiérement, sans pouvoir former un effort mutuel vertical comme à l'ordinaire : & ainsi le Navire n'étant tiré ni en haut ni en bas, n'enfonceroit toujours précisément que la même

me partie de sa carene dans l'eau, & navigeroit en conservant constamment sa situation horisontale, comme s'il étoit en repos dans le port même. Mais le plus souvent cette disposition de la voile ne seroit pas praticable. Car si la direction DH du choc de l'eau sur la prouë faisoit un grand angle avec l'horison, il faudroit beaucoup incliner la voile & la mettre presque horisontalement; & dans cette situation elle ne seroit poussée par le vent qu'avec très-peu de force, & elle ne feroit presque point marcher le Navire. D'un autre côté, si la direction DH, ne faisoit qu'un petit angle avec l'horison, il seroit encore fort difficile de donner une étenduë un peu considérable à la voile, & de faire tomber en même-tems son effort directement sur DH. Enfin, si on peut incliner quelquefois la voile, il est certain que c'est dans un sens tout contraire à celui-cy. Car il faut icy mettre la base M de la voile hors du Navire du côté du vent & du côté que les vagues choquent avec le plus de force; & de cette sorte la voile doit être continuellement exposée aux coups de mer.

III.

Mais quel parti prendrons-nous donc lorsque le centre de gravité de la coupe de la carene sera effectivement en γ hors de la direction Dg du choc relatif horisontal de l'eau? car quelque situation que nous donnions à la direction SI de la voile, la verticale qui sera la direction composée des impulsions du vent & de l'eau ne passera jamais par ce centre de gravité γ & par conséquent le Navire s'inclinera toujours. Sur cela nous ferons maintenant remarquer qu'entre toutes les dispositions de la voile, il y en a toujours quelqu'une qui altere moins la situation horisontale du Vaisseau, & qui par conséquent approche plus d'être parfaite. Supposé, par exemple, que dans la Figure 17. la direction de l'impulsion du vent soit SI; la verticale VNT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se Fig. 17.

Fig. 17. réuniſſent & ſe compoſent, ſera appliquée à une bien plus petite diſtance du centre de gravité γ que la verticale *UNT* ſur laquelle ſe joindroient les chocs du vent & de l'eau, ſi la direction de la voile étoit *SJ*: d'où il ſuit que la premiere poſition du centre d'effort de la voile en l ſeroit beaucoup plus parfaite que la ſeconde où le centre d'effort ſeroit en *J* & qu'elle feroit beaucoup moins incliner le Vaiſſeau. Et ſi la coupe du Navire faite au raz de la mer, eſt un cercle dont γ eſt le centre, il eſt clair qu'il n'y aura qu'à abaiſſer de ce centre une perpendiculaire γu ſur l'axe de D*g* de l'impulſion horiſontale de l'eau; du point *u* élever une verticale *un* juſqu'à l'axe DH de l'impulſion abſoluë de l'eau, & ce ſera par le point *n* qu'il faudra faire paſſer la direction de la voile pour lui donner la diſpoſition la plus parfaite pour la route oblique. Car les verticales VT ou *UT* ſur leſquelles les impulſions du vent & de l'eau ſe réuniroient dans toutes les autres diſpoſitions, répondroient toujours à une plus grande diſtance du centre de gravité γ, que la verticale *tnu*.

IV.

Dans les Vaiſſeaux ordinaires, la premiere tranche de la carene n'eſt pas un cercle, & ainſi il faudra élever la verticale *ut* de quelque point différent de *u*, parce que l'effet de la force composée verticale des chocs de l'eau & du vent, dépend non-ſeulement de la diſtance de la direction au centre γ, mais auſſi du côté où répond cette direction, comme on l'a fait voir dans l'article II. du Chapitre V. de la Section précedente, en expliquant pourquoi les Navires s'inclinent avec plus de facilité des deux côtez de *ſtribord* & de *basbord* que dans le ſens de la prouë & de la poupe. Mais ce qui eſt icy principalement conſidérable, c'eſt que l'endroit duquel on doit élever la verticale pour découvrir le *point vélique*, ſera toujours ſitué entre *g* & *u*; de maniére que le *point vélique* ne doit jamais avoir moins de hauteur que *g*N, ni plus que *un*. Ainsi lorsque les hauteurs *g*N & *un* seront presque égales, ou ce qui est la même chose, lorsque *g* & *u* seront fort proche l'un de l'autre, (ce qui arrivera toutes les fois que la direction du choc horisontal de l'eau fera un grand angle avec la longueur du Navire) on pourra regler indifféremment la Mâture sur *g*N ou *un*; ou plûtôt il n'y aura qu'à se servir toujours alors de *g*N, c'est-à-dire, qu'il n'y aura qu'à faire passer la direction SI de la voile par le point N de l'axe DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë, qui répond exactement au-dessus de la quille. Les impulsions du vent & de l'eau se réuniront ensuite sur la verticale VNT & tireront en haut suivant cette ligne : & comme après cela le Navire ne perdra sa situation horisontale que dans le sens de sa longueur en s'inclinant vers la prouë ou vers la poupe, selon que la verticale *g*NT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se réunissent, sera appliquée en arriere ou en avant du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, on ne sera point exposé à tant de périls ; parce qu'on n'y est sur tout exposé que lorsque le Navire s'incline de côté. Fig. 17.

V.

Enfin quelquefois le point *g* sera assez éloigné du centre de gravité γ de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer, & le point *u* en sera fort proche ; alors ce sera du point *u* qu'il faudra élever la verticale *ut* pour trouver le *point vélique n* : & cela pour deux raisons principales. 1°. Le point *n* se trouvera plus élevé que le point N, & il est avantageux que le *point vélique* ait une hauteur considérable, parce qu'on a ensuite la liberté de donner à la voile un plus grand nombre de situations & qu'on peut augmenter plus facilement son étenduë. 2°. Comme le point *u* est selon la supposition fort proche du centre γ, la verticale *unt* ſuivant laquelle les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë doivent agir de concert, ſe trouvera appliquée à très-peu de diſtance du centre γ; il s'en faudra par conſéquent fort peu qu'il n'y ait équilibre entre l'effort composé de ces impulſions & la pouſſée verticale de l'eau; & ainſi le Navire ne s'inclinera pas conſiderablement

---

CHAPITRE II.

Trouver la diſpoſition de la voile qui approche le plus de la perfection pour une route oblique proposée.

I.

CEpendant on peut toujours trouver exactement la diſpoſition de la voile qui approche le plus d'être parfaite, c'eſt-à-dire, la diſpoſition qui produit la moindre inclinaiſon dans le Vaiſſeau. Afin d'en expliquer plus ſenſiblement la méthode, propoſons-nous un Navire dont la coupe faite au raz de la mer, lorſqu'il flote librement
Fig. 19. par ſa ſeule peſanteur, ſoit une ellipſe AXBZ [Fig. 19.] DH eſt la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë & ſur le flanc du Navire, & DL la direction du choc relatif de l'eau ſelon le ſens horiſontal. *axbz* eſt la coupe du même Navire faite au raz de la mer lorſqu'il eſt tiré en l'air par l'effort composé des chocs du vent & de l'eau. Le ſolide A*x*B*z* compris entre les deux plans AXBZ & *axbz* repreſente la partie non-ſubmergée de la carene; partie qu'on peut regarder comme cilindrique, puiſqu'il ne s'agit icy que des plus petites inclinaiſons du Navire & que la carene ne diminuë pas conſidérablement de groſſeur dans une hauteur de 10 à 12 pouces. Cette partie non-ſubmergée ſeroit partout de même épaiſſeur ſi le Navire avoit conſervé ſa ſituation horiſontale; mais les

deux plans AXBZ & *axbz* au lieu d'être paralelles vont se rencontrer dans une ligne OK qui leur sert de commune section ; & si des centres de gravité G & *g* des deux plans AXBZ & *axbz*, on abaisse des perpendiculaires GK & *g*K sur la commune section OK ; l'angle GK*g* sera l'angle que feront les plans des deux ellipses & marquera l'inclinaison du Vaisseau. Ainsi le problême se réduit à trouver les angles GK*g* que produisent toutes les dispositions de la voile & à choisir le plus petit ; ou bien nous n'avons qu'à chercher l'expression générale des côtez GK ou *g*K & en prendre ensuite le *plus grand* : parce que plus les deux côtez GK ou *g*K d'un angle GK*g* reçoivent d'augmentation, pendant que sa base G*g* qui est l'épaisseur du solide A*x*B*z* mesurée entre les centres G & *g*, reste la même ; plus cet angle devient petit. Il est certain que la partie non-submergée A*x*B*z* conserve toujours vis-à-vis des centres G & *g* la même épaisseur que si le Navire ne perdoit pas sa situation horisontale : car quelque situation que prenne le Vaisseau, il faut que la partie non-submergée de la carene soit toujours d'une même solidité, puisque l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau, tire toujours en haut avec la même force absoluë ; & on démontre en Statique que pour qu'une tranche de prisme ou de cilindre telle que l'est à peu près A*x*B*z*, soit toujours d'une égale solidité, il faut que la distance G*g* comprise entre les centres de gravité G & *g* de ses deux bases AXBZ & *axbz*, soit toujours la même. Fig. 19.

II.

J'appelle $2a$ le grand axe AB de l'ellipse AXBZ, qui fait la longueur du Navire à prendre au raz de l'eau ; & $2p$ le parametre de ce diametre. Je nomme b la partie connuë FG du grand axe, interceptée entre le centre G & la direction horisontale DL du choc de l'eau ; & c la partie aussi connuë GL du petit axe, interceptée entre le cen-

Fig. 19. tre G & la même direction DL. Je prends ensuite à volonté sur la direction DL un point V duquel j'éleve une verticale VT. Je fais passer par ce point V, un diametre SP & des points V & P j'abaisse des perpendiculaires $V\omega$ & PI à AB; & je désigne GI par x, PI par y & VG par z. Ces trois valeurs x, y, & z sont indéterminées ou variables, afin de convenir à tous les points V de la direction DL desquels on peut élever la verticale VT, pour découvrir le *point vélique* N. Mais ces trois variables x, y, & z se réduisent d'abord à deux, parce qu'on peut trouver la valeur de z en x & en y d'une maniére qui convienne généralement aux coupes comme AXBZ de toutes sortes de figures. Par la comparaison des triangles semblables PIG, $V\omega G$, nous avons les deux proportions suivantes; $GP = \sqrt{\overline{GI}^2 + \overline{IP}^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \,|\, IP = y \,||\, VG = z \,|\, V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$; & $GP = \sqrt{x^2+y^2} \,|\, GI = x \,||\, VG = z \,|\, \omega G = \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Et les deux triangles semblables LFG, $VF\omega$ nous donnent cette autre proportion, $FG = b \,|\, GL = c \,||\, F\omega = FG - \omega G = b - \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}} \,|\, V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$, dont nous tirons $\frac{byz}{\sqrt{x^2+y^2}} = bc - \frac{cxz}{\sqrt{x^2+y^2}}$ qui se reduit à $byz + cxz = bc\sqrt{x^2+y^2}$ & à $z = \frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$. C'est pourquoi nous continuërons de marquer GI par x, & IP par y; mais au lieu de marquer VG par z, nous le ferons par $\frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$.

III.

Je considere maintenant que lorsque la direction de la voile passera par le point N, les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë se réuniront dans la verticale VNT & tendront à faire incliner le Navire en le tirant en haut ſelon cette verticale, juſqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du centre de gravité du Navire entre leur effort composé & la pouſſée verticale de l'eau qui agit dans le centre de gravité de la partie ſubmergée. Or cet équilibre ne ſe trouve que lorſque le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée $AxBz$ de la carene, ſera venu ſe placer dans la verticale VNT : car ce que nous avons dit de cet équilibre dans les Articles II. & III. du Chapitre V. de l'autre Section, en parlant des Vaiſſeaux ſituez horiſontalement, a lieu dans les Vaiſſeaux qui ne ſont que fort peu inclinez : & cela parce que le centre de gravité d'un Navire incliné de la ſorte, répond encore à peu près au-deſſus ou au-deſſous du centre de gravité de ſa carene. Fig. 19.

Il s'enſuit de-là que, pour découvrir l'inclinaiſon que doit produire dans le Navire l'effort composé des impulſions du vent & de l'eau qui tire en haut ſelon chaque verticale VT, nous n'avons qu'à chercher à quelle diſtance GM ou GK les plans AXBZ & $axbz$ ſe rencontrent, lorſque le centre de gravité γ du ſolide $AxBz$ ſe trouve dans chaque verticale VT. Pour cela on appellera u la diſtance GM, & on cherchera d'abord par les méthodes que fournit la Statique, en feignant que u eſt connue, combien le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée $AxBz$ eſt au-delà de G. La valeur $G\gamma$ renfermera certainement quelque puiſſance de u & ſi on forme enſuite une équation dans laquelle cette valeur $G\gamma$ ſoit un des membres & de la diſtance $GV = \frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$ l'autre membre à cauſe que le centre de gravité γ doit répondre ſous la verticale VT pour que le Navire ne change point d'état, il ſera facile de trouver la valeur de u, en réſolvant l'équation. Il faut remarquer que le centre de gravité γ n'eſt preſque jamais placé ſous la ligne GK, quoique cette ligne ſoit perpendiculaire à la commune Section KO des plans AXBZ & $axbz$; car cette ligne ne diviſe pas

Fig. 19. par la moitié les petits rectangles verticaux tels que $XZzx$ qui sont paralelles à la commune Section KO, & qui servent d'élemens au solide $AxBz$. Ici, par exemple, où la coupe AXBZ est une ellipse, & où XZ est un diametre paralelle à KO ou perpendiculaire à GK, c'est le diametre SP conjugué de XZ qui partage par la moitié tous ces rectangles élementaires, & c'est par conséquent sous ce diametre que doit être situé le centre de gravité γ. Mais cherchant enfin la distance $G\gamma$ par rapport à $GM = u$, on trouve $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times u}$ ou $\frac{x^2 + y^2}{4u}$ par la substitution de $x^2 + y^2$ à la place $\overline{GP}^2$. Et l'équation indiquée cy-dessus de $G\gamma = \frac{x^2 + y^2}{4u}$ & de $VG = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$, est $\frac{x^2 + y^2}{4 \times u} = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$; de laquelle on peut deduire $u = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \times \overline{cx + by}}{4bc}$.

IV.

Ayant ainsi déterminé la valeur de $u = GM$, il nous faut chercher la raison de GM à GK, afin de pouvoir trouver GK. Il est sensible que cette raison doit dépendre de la figure de la coupe AXBZ & qu'il sera toujours possible de la découvrir par l'examen qu'on sera de cette figure. Pour icy nous menerons par le point P la ligne RQ paralellement à la commune Section KO des deux coupes AXBZ & $axbz$; cette ligne RQ sera tangente à l'ellipse AXBZ, puisqu'elle sera paralelle au diametre XZ conjugué de SP; & comme le rapport de GM à GK sera le même que celui de GP ($= \sqrt{x^2 + y^2}$) à GR, il est évident que nous n'avons qu'à chercher GR. Or c'est une propriété de l'ellipse que || $GI = x$ | $GB = a$ | $GQ = \frac{a^2}{x}$. Ainsi $IQ = GQ - GI = \frac{a^2 - x^2}{x}$; & puisque le triangle PIQ est rectangle, son hypotheneuse PQ doit être $= \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x^2} = \sqrt{\overline{IQ}^2 + \overline{IP}^2}$. Et enfin à cause ſe des triangles PQI, GQR, qui ſont ſemblables (puiſqu'ils ont un angle commun Q, & qu'ils ſont outre cela rectangles; le triangle PQI en I, parce que l'ordonnée PI eſt perpendiculaire au grand axe AB, & le triangle GQR en R, parce que la tangente QR eſt paralelle au diametre ZX qui eſt perpendiculaire à GK) nous avons la proportion $PQ = \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x} \mid PI = y \parallel GQ = \frac{a^2}{x} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$; enſuite de quoi la proportion $GP = \sqrt{x^2 + y^2} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \parallel GM = \frac{by + cx\sqrt{x^2 + y^2}}{4bc} \mid GK$, nous donne . . . . $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4b\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$ pour la diſtance requiſe GK du centre G, à la commune Section KO des plans des deux coupes AXBZ & *axbz*. Fig. 19.

V.

Dans cette valeur de GK il y a deux variables x & y; mais puiſque nous en ſçavons le rapport par l'équation $\frac{a}{p}y^2 = a^2 - x^2$ qui exprime la nature de l'ellipſe, nous n'avons qu'à ſubſtituer $pa - \frac{px^2}{a}$ à y^2, & la valeur dont il s'agit ne contiendra plus que x de ſeule variable. Il vient $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ qui eſt donc l'expreſſion génerale de GK, & qui marque à quelle diſtance du centre G, les plans des deux ellipſes AXBZ, *axbz* vont ſe rencontrer. C'eſt pourquoi il ne reſte plus qu'à faire un *maximum* de cette expreſſion; puiſque, comme nous l'avons deja dit, plus les plans des deux ellipſes iront ſe rencontrer en OK à une grande diſtance GK du centre G, plus l'angle

Fig. 19. GKg ſera petit de même que l'inclinaiſon du Navire. Je prends donc la différentielle de $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ & l'égalant à zéro, je trouve après quelque réduction $x = \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$, ce qui fait voir que l'ordonnée PI doit être éloignée du centre G de la diſtance GI $= \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$. On conduira enſuite de l'extrémité P de cette ordonnée le diametre PS; & ſi du point V où ce diametre coupe la direction horiſontale DL du choc de l'eau, on éleve la verticale VT, cette verticale déterminera par ſon concours avec l'axe DH du choc abſolu de l'eau, le *point vélique* N par lequel il faudra faire paſſer la direction de la voile.

VI.

On voit aſſez que la méthode qu'on vient de ſuivre pourra s'appliquer à toutes ſortes de figures, & qu'on trouvera toujours par la même voye la ſituation de la voile qui fera le moins incliner le Vaiſſeau. Mais comme il pourroit arriver que cette diſpoſition qui approche le plus de ſa perfection ſeroit encore trop imparfaite pour qu'on pût s'en ſervir avec confiance, il faudra examiner de combien elle pourra faire pancher le Navire. Il n'y aura pour cela qu'à introduire les valeurs de x & de y dans l'expreſſion $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ de la diſtance GK du point G à la ligne de rencontre KO des deux coupes AXBZ, *axbz*; & ſi cette diſtance GK ſe trouve de plus de 10 ou 12 pieds, la diſpoſition de la Mâture aura autant de perfection qu'il eſt néceſſaire dans la pratique: car comme Gg n'eſt que de 3 ou 4 pouces lorſque le vent ſouffle avec le plus de force, l'angle GKg de la plus grande inclinaiſon du Navire ne ſera que d'un ou deux degrez. Lorſqu'on déterminera le *point vélique* par les regles du Chapitre précedent, on pourra trouver de la même maniére jusqu'où doit aller l'inclinaison : car l'expression $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ est génerale & designe la distance GK à laquelle les plans des deux ellipses ABXZ, *axbz* vont se rencontrer pour tous les divers points V de la ligne DL, desquels on peut élever la verticale VNT. Mais pour juger plus aisément de l'inclinaison du Navire, nous n'avons qu'à nous servir immédiatement de l'équation $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times GM}$ qui marque la relation de la distance GM à la quantité $G\gamma$ dont le centre de gravité γ de la partie non-submergée $AxBz$ de la carene est éloigné du point G. Nous regarderons $G\gamma$ comme connuë, parce que le centre de gravité γ doit répondre sous la verticale VNT ; & si nous cherchons GM, il nous viendra $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$: desorte qu'il suffit de diviser le quarré de la moitié du diametre PS sur lequel se trouve le point V, par le quadruple de la distance de ce point ou du centre de gravité γ au point G, & on aura la distance GM à laquelle les deux ellipses vont se rencontrer sur le diametre SP. Si le point V est, par exemple, éloigné du point G de trois pieds, & que le demi diametre GP soit de 16 pieds, on trouvera que GM est de 21 $\frac{1}{3}$ pieds ; & il sera ensuite facile de voir, même sans calcul, si la distance GK est assez grande pour rendre l'inclinaison du Navire insensible. Il faut remarquer de plus qu'on peut appliquer la formule même $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$ à la plûpart des Navires, parce que si la figure de leur coupe faite à fleur d'eau n'est pas tout-à-fait elliptique, elle n'en differe pas ordinairement assez, pour qu'il y ait beaucoup de difference dans le centre de gravité γ du solide $AxBz$. Or nous ne doutons point qu'on ne trouve toujours de cette sorte que le *point vélique* que nous venons de déterminer, est suffisam-

Fig. 19.

ment bon, & qu'on peut même aussi se servir avec sûreté dans tous les Vaisseaux ordinaires, des autres *points véliques* que nous avons indiquez dans le Chapitre précédent.

CHAPITRE III.

Où l'on montre l'endroit où il faudroit appliquer le Mât si on n'en donnoit qu'un seul à chaque Vaisseau; & l'on explique deux maniéres de faire passer dans les routes obliques, la direction de la voile par le point vélique.

I.

Lorsqu'on considere le Vaisseau dans la route directe, il paroît indifferent en quel endroit de la quille planter le Mât : car la voile peut être plus ou moins avancée vers la prouë, & que sa direction passe toujours exactement par le *point vélique*. Mais en considérant un Navire lorsqu'il suit une route oblique, on voit évidemment qu'en quelqu'endroit de la direction DH du choc de l'eau on suppose le *point vélique*, il faut toujours mettre le Mât dans l'endroit où la direction relative horisontale du choc de l'eau coupe la quille. S'il s'agit, par exemple, du Navire de la Figure 17, il faudra arborer son Mât en *g*, à moins qu'on ne veüille donner à ce Navire une voile comme celle qui est représentée dans cette Figure : Mais cette voile ne seroit point propre pour la route directe. C'est Monsieur (Jean) Bernoulli qui a le premier reconnu la véritable place du Mât, comme on le peut voir dans son excellent *Essai de manœuvre* : mais notre théorie nous fait aussi découvrir la même chose. Il est clair qu'il faut que le Mât soit planté en *g* pour que la direction de l'impulsion du vent se trouve exactement dans le même plan vertical que la direction du choc de l'eau sur la prouë; &

Fig. 17.

c'eſt une néceſſité que ces deux directions ſoient exactement dans un même plan vertical, afin que des deux impulſions, il puiſſe réſulter un effort compoſé vertical, & que le Navire étant tiré exactement en haut, il puiſſe ſuivre conſtamment la même route.

II.

Quant à la maniére de faire paſſer enſuite la direction de la voile par le *point vélique*, nous pouvons le faire de deux façons différentes. Nous n'avons d'abord qu'à laiſſer toujours la voile dans ſa ſituation verticale, mais diminuer ſa hauteur juſqu'à ce que ſon centre d'effort ſe trouve vis-à-vis du *point vélique*. a exprimant la largeur de la voile par en bas comme dans le Chapitre IX. de l'autre Section; c la largeur de la voile par le milieu, & e la largeur par en haut, ſon centre d'effort ſera toujours ſitué à la même partie de ſa hauteur, & il n'y aura qu'à faire cette analogie, $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ eſt à la hauteur du point vélique n, vis-à-vis duquel le centre d'effort de la voile doit répondre, comme $a + 2c + e$ ſera à la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Et ſuppoſé que le Navire prenne une route plus ou moins oblique & que le *point vélique* n monte ou deſcende, il n'y aura qu'à répéter l'analogie précédente; ou ce qui eſt la même choſe, il n'y aura qu'à ſe ſervir toujours de la formule $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$, en mettant à la place de h la hauteur qu'aura actuellement le *point vélique* au-deſſus du Navire, & on trouvera la hauteur u qu'il faudra donner à la voile. On pourroit ici faire attention à l'impulſion du vent ſur le corps du Navire; mais la grandeur que nous donnons à nos voiles, fait que nous pouvons négliger cette impulſion & la regarder comme inſenſible.

III.

Nous nous ſervirons le plus ſouvent de la méthode précedente de diſpoſer la voile, parce qu'elle eſt très-ſimple & très-commode. Mais ſi le *point vélique* ſe trouvoit tout-à-fait bas, comme cela peut arriver dans certains Vaiſſeaux lorſqu'ils ſinglent fort obliquement par rapport à leur quille, on ne pourra pas alors ſe ſervir de la diſpoſition précedente, parce que la voile auroit trop peu d'étenduë, & il faudra abſolument avoir recours à la ſeconde diſpoſition que nous allons expliquer. C'eſt de conſerver à la voile ſa même hauteur, de lui donner toujours, ſi on veut, toute la hauteur qu'elle auroit dans la route directe, mais de l'incliner plus ou moins, ſelon que le *point vélique* ſera plus ou moins bas. C'eſt ce que nous avons repréſenté dans la Fgure 20, où DH eſt la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë, & *n* le *point vélique* que nous avons déterminé en abaiſſant du centre de gravité γ de la coupe horiſontale du Navire faite au raz de la mer la perpendiculaire γu ſur la direction D*u* choc relatif horiſontal de l'eau, & en élevant du point *u* la verticale *un*. On voit que la direction *n*IK de la voile répond exactement au-deſſus de D*u*, & qu'elle paſſe par le *point vélique n*, quoique ce point ſoit aſſez bas, & qu'on ſe ſerve de toute la hauteur du Mât. Mais pour que la voile puiſſe deſcendre depuis le ſommet T juſqu'à la piéce de bois VO qui eſt horiſontale, & qui eſt appuyée ſur le Navire, il faut qu'on puiſſe l'étendre à meſure qu'on l'incline; puiſque la diſtance TL devient de plus grande en plus grande. C'eſt pourquoi la voile APRB doit être beaucoup plus haute que ne l'exige la hauteur verticale VT; & lorſqu'on voudra la placer verticalement, il faudra envelopper l'excès de ſa hauteur & le plier contre une des vergues, à peu près de la même maniére que les Marins font certains plis à leurs voiles, qui en diminuent l'étenduë lorſque le

Fig. 20.

vent devient trop rapide, & qu'ils ont lieu de craindre une trop forte impulſion. On doit encore remarquer que comme la vergue EF lorſqu'il y en aura une au milieu de la voile, ne pourra pas être arrêtée contre le Mât, & qu'elle en doit être plus ou moins éloignée, ſelon que la voile ſera plus ou moins inclinée, il ſera néceſſaire de mettre au deſſous une piéce de bois MS pour la ſoutenir. Cette piéce de bois ſera arrêtée par une extrémité contre le Mât, & ſoutenuë par l'autre par quelque cordage QM. On aura encore beſoin de pluſieurs autres manœuvres dont nous abandonnons la diſpoſition à la prudence & à l'expérience des Marins; il faudra, par exemple, trouver le moyen de donner facilement différentes ſituations aux piéces de bois VO & SM par rapport à la quille, & il faudra auſſi des cordages pour mouvoir les vergues EF & AB le long de ces piéces de bois.

Mais pour montrer comment on inclinera donc la voile, de maniére que ſa direction *n*IK paſſe effectivement par le *point vélique n*; nous ferons d'abord remarquer que comme cette direction *n*IK eſt exactement perpendiculaire à la voile, parce qu'un fluide qui choque une ſurface la pouſſe toujours perpendiculairement, le centre d'effort I doit être ſur la circonference d'un demi cercle qui auroit pour diametre une ligne tirée du haut du Mât au *point vélique n*. Ainſi dans la Figure 21 où VT eſt le Mât Fig. 21.
& *n* le *point vélique*, nous n'avons qu'à conduire la ligne T*n*, & traçant ſur cette ligne comme diametre le demi cercle TIY*n*, ce demi cercle ſera *un lieu géométrique* ſur lequel doit ſe trouver néceſſairement le centre d'effort I de la voile TIL; puiſque ſans cela l'angle TI*n* formé par la voile & par ſa direction *n*IK ne ſeroit pas droit. Mais ſi nous conſidérons de plus, qu'en conduiſant du centre d'effort I, la ligne horiſontale IS juſqu'à la rencontre du Mât, cette ligne doit partager la hauteur VT du Mât en même raiſon que la hauteur inclinée LT de la voile, nous concluërons que VS eſt à VT dans le rap-

port de $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ à $a + 2c + e$. Ainsi rien ne sera plus
Fig. 21 facile que de tracer la ligne droite SI qui est le *second lieu* sur lequel le centre d'effort I doit encore se trouver. Il n'y aura qu'à faire cette proportion ; $a + 2c + e$ est à $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$, comme la hauteur VT du Mât est à VS : & conduisant ensuite du point S, la ligne horisontale SI, cette ligne déterminera en I sur le demi cercle TIYn, l'endroit où on doit mettre le centre d'effort I. De sorte qu'il ne restera plus qu'à faire passer la voile par ce point, & à l'étendre depuis le sommet T du Mât jusqu'à la ligne horisontale VL.

On pourra tracer une figure dans laquelle on exécutera en petit la construction précédente, & il sera facile de voir sur cette figure la hauteur inclinée de la voile, & la distance de sa base au pied du Mât. Mais si on veut pour une plus grande exactitude trouver les mêmes choses par le calcul, on n'a qu'à du *point vélique* n abaisser par la pensée la perpendiculaire nY sur le Mât ; du centre C du demi cercle TIYn tirer la perpendiculaire CW sur nY, & reprolonger IS jusqu'en X. Si on désigne ensuite la hauteur VT du Mât par la lettre b, la hauteur un du *point vélique* n par h, la quantité Vu ou Yn dont le point vélique est éloigné du Mât par f, & le rapport connu de LI à LT ou de VS à VT par les lettres p & q ; on aura YT $=$ VT $-$ VY $= b - h$, WC $= \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$, puisque WC doit être la moitié de YT de même que Wn l'est de Y$n = f$: & considérant que le triangle CWn est rectangle en W & que Cn en est l'hypoteneuse, on aura C$n = \sqrt{\overline{WC}^2 + \overline{Wn}^2} = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$. De plus si nous cherchons VS par cette proportion, $q \mid p \parallel VT = b \mid \frac{p}{q}b$, & que de VS $= \frac{p}{q}b$ nous en ôtions VY $= un = h$, il nous viendra YS ou WX $= \frac{p}{q}b - h$, & retranchant WX de WC $= \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$ nous aurons XC $= \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$. Ainsi

dans

dans le triangle rectangle CXI nous connoîtrons deux côtez XC & IC, puisque XC $=\frac{\frac{1}{2}qb+\frac{1}{2}qh-pb}{q}$ & que IC $=Cn, =\sqrt{\frac{1}{4}b^2-\frac{1}{2}bh+\frac{1}{4}h^2+\frac{1}{4}f^2}$: Nous trouverons donc aisément le troisiéme côté IX $=\sqrt{\overline{CI}^2-\overline{CX}^2}=\frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f-q^2bh+pqb^2+pqbh-p^2b^2}}{q}$ & si de IX nous en retranchons SX qui est égale à YW $=\frac{1}{2}f$, il nous restera IS $=-\frac{1}{2}f+\frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2-q^2bh+pqb^2+pqbh-p^2b^2}}{q}$. Ensuite de quoi nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion qui est fondée sur la ressemblance des triangles IST & LVT; ST $=$ VT $-$ VS $=b-\frac{pb}{q}$ | IS $=-\frac{1}{2}f+$ . . . . $\frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2-q^2bh}}{q}$ + &c. || VT $=b$ | LV, & nous trouverons LV $=\frac{-\frac{1}{2}qf+\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2-q^2bh+pqb^2+pqbh-p^2b^2}}{q-p}$, *formule* par le moyen de laquelle on sçaura combien il faut incliner la voile, ou combien il faut l'éloigner par en bas du pied du Mât. Et, ajoutant le quarré de LV avec celui de VT & prenant la racine quarrée de la somme, nous verrons après quelques réductions que la hauteur inclinée LT de la voile doit être égale à . . . .

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2-qp}\times\overline{b^2-bh}+\frac{1}{2}q^2f^2-qf\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2-\overline{q^2+p}\times bh+\overline{pq-p^2}\times b^2}}}{q-p}$$

Ainsi lorsque nous aurons déja déterminé la hauteur b du Mât, qui est égale à la hauteur de la voile dans la route directe, & qu'il sera question de régler l'inclinaison de la voile pour une route oblique proposée; nous n'aurons qu'à chercher le *point vélique n* qui convient à cette route, & aussi-tôt que nous aurons trouvé sa hauteur $un=h$ & sa distance $Vu=f$ au Mât, nous aurons en termes entiérement connus la quantité VL $=\frac{-\frac{1}{2}qf+\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2-\overline{q^2+pq}\times bh+\overline{pq-p^2}\times b^2}}{q-p}$ dont la voile doit être éloignée par en bas du pied du Mât pour que sa direction uIK passe par le point vélique; &

Fig. 21.

Fig. 21. nous connoîtrons aussi la hauteur LT $=$

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2 - qp} \times \overline{b^2 - hh} + \tfrac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bb + \overline{pq - p^2} \times b^2}}}{q - p}$$

qu'on sera obligé de lui donner en même-tems à cause de son inclinaison. Mais pour rendre les formules précédentes beaucoup plus simples, nous n'avons qu'à considérer que comme les quantitez q & p ne sont point absoluës, & qu'elles ne font qu'exprimer le rapport de la hauteur de la voile à la hauteur de son centre d'effort, on peut les supposer de quelle grandeur on voudra, pourvû qu'on n'altere point la raison qui est entr'elles. Or si on fait q égale à la hauteur b du Mât, p sera égale à l'élevation qu'avoit le *point vélique* dans la route directe. Ainsi nommant H cette élevation, nous pourrons substituer b & H, à la place de q & de p, dans les valeurs de VL & de LT. Nous trouverons

$$VL = b \times \frac{-\tfrac{1}{2}f + \sqrt{\tfrac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - b}}}{b - H}$$, & LT $=$

$$b \times \frac{\sqrt{\overline{b - H} \times \overline{b - h} + \tfrac{1}{2}f^2 - f\sqrt{\tfrac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - h}}}}{b - H}$$; & ces formules sont effectivement moins compliquées que les précédentes.

CHAPITRE IV.

De la nécessité de donner deux voiles aux Vaisseaux & de la maniére de les disposer.

I.

NOus avons vû au commencement du Chapitre précedent que lorsqu'on ne donne qu'un Mât au Navire, il faut l'arborer dans l'endroit où la direction relative horisontale du choc de l'eau coupe la quille : mais il se présente en cela quelque difficulté. Car lorsque le Navire prend des routes de différentes obliquitez, la direction DV du choc relatif horisontal de l'eau doit changer de place, & comme cette direction peut rencontrer ensuite la quille en differens endroits, on doit être embarassé quel point choisir pour la place du Mât. On voudra peut-être chercher la direction DV pour différens chocs & prendre ensuite le point de la quille où ces directions concourent en plus grand nombre : c'est-là le sentiment de Monsieur Bernoulli dans son Essay de Manœuvre ; & comme il croit que toutes les directions du choc de l'eau concourent vers le milieu du Navire, il dit qu'il n'y a qu'à planter le Mât en cet endroit. Mais si on suit cette regle, la Mâture ne sera toujours propre que pour une certaine route & il ne faudra pas que le Navire suive une autre obliquité. Fig. 20.

II.

Pour faire cesser cet inconvenient, nous transporterons en Z [Figure 22.] à l'extremité de la prouë, la voile LM que nous nous proposions de mettre en V ; c'est-à-dire, que nous mettrons en Z la voile dont nous avons déterminé la hauteur pour la route directe dans la Section précedente. Mais nous mettrons en Y à l'extremité de la poupe une autre voile *LM* de même hauteur que la premiere : & nous ferons ensorte que la direction composée *n*K de ces deux voiles passe exactement par le *point vélique n.* Il est clair que ces deux voiles agiront ensuite de la même maniére que le feroit une seule qui seroit appliquée en V & dont *n*K seroit la direction. Mais il y aura cette différence qu'on ne sçauroit souvent venir à bout avec une seule voile de faire passer la direction *n*K par le *point vélique n ;* au lieu que cela sera toujours facile par le moyen de nos deux voiles. Si le point vélique se trouve, par exemple, plus avancé vers la prouë lorsqu'on change de route, il n'y aura qu'à exposer au vent une plus grande partie de la voile qui est en Z ; ou bien une plus petite de celle qui est en Y ; parce que la direction composée de Fig. 22.

Fig. 12. deux puiſſances ſe trouve toujours plus proche de la puiſſance qui fait le plus d'effort. En un mot pour faire enſorte que l'impulſion des deux voiles tombe toujours ſur la ligne *n*K, il n'y aura qu'à leur donner des étenduës qui ſoient en raiſon réciproque de leurs diſtances au point V. Nous conſerverons toujours la même largeur à la voile LM qui doit être la plus grande, parce qu'elle eſt dans toutes les routes, plus proche de la direction du choc de l'eau; & nous n'aurons donc toujours qu'à faire cette analogie, pour trouver la largeur que doit avoir l'autre voile dans chaque route: YV eſt à ZV comme la largeur de la voile LM eſt à la largeur de la voile *LM*.

III.

On pourroit appliquer encore, comme le font les Marins, une troiſiéme voile vers le milieu du Navire & une quatriéme à l'extrémité de la prouë, en inclinant ſon Mât en dehors du Navire: & il n'y auroit toujours qu'à mettre toutes ces voiles en équilibre de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, & leur donner une hauteur convenable. Mais cette troiſiéme & cette quatriéme voiles ne feroient que cauſer de l'embarras, & il eſt évident qu'elles ſeroient ici inutiles, à cauſe de la grande largeur que nous donnons aux deux autres. D'ailleurs nous retirerons de nos deux voiles LM & *LM* tous les avantages qu'on peut ſouhaiter: car comme nous les mettons aux deux extrémitez du Vaiſſeau à une fort grande diſtance de ſon centre de gravité, elles ſeront très-propres à le faire tourner en toutes ſortes de ſens, & à le faire paſſer d'une route à l'autre; ce qui eſt le principal objet de la Manœuvre. Tant que nous ne toucherons point à ces deux voiles, le Vaiſſeau ſuivra conſtamment la même route, ſans ſe mouvoir par élans, comme le font les Navires dont la Mâture eſt diſposée ſelon les régles vulgaires. Mais auſſi-tôt que nous altererons un peu l'équilibre, auſſi-tôt que nous diminuërons un peu de l'étenduë de la voile de la prouë, ou de celle de la poupe, le Navire obéira à l'impreſſion de l'autre voile, & préſentera ſa prouë plus ou moins vers le vent, comme on ſe le propoſoit. Fig. 22.

IV.

Il faut remarquer qu'on ne doit pas avoir à préſent la même facilité à gouverner les Vaiſſeaux : car les Marins ne font aucune attention à la ſituation de la direction du choc de l'eau, & ils ne penſent point à rendre les voiles plus ou moins grandes de part & d'autre de cette direction, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins proche. Ils donnent le nom de *grande* à la voile qu'ils mettent au milieu du Navire, & ils la font effectivement toujours plus grande d'une certaine quantité. Cependant comme les Navires ont une infinité de différentes figures, le point V par lequel paſſe la direction relative horiſontale du choc de l'eau, ne doit pas être toujours ſitué de la même façon ; & ce point doit être encore ſouvent ſujet à changer par l'obliquité des routes. Ainſi c'eſt une faute extrémement ſenſible de faire toujours la voile du milieu plus grande que celle de la prouë, & de la faire toujours plus grande dans un certain rapport. C'eſt ce qui eſt cauſe que les Navires n'ont pas une égale indifférence à ſe mettre dans toutes ſortes de ſituations : & ils tendent preſque tous à préſenter leur prouë au vent, parce que les voiles de l'arriére ſont trop grandes par rapport à celles de la prouë, & qu'elles pouſſent la poupe ſous le vent avec trop de force. Il arrive enſuite qu'on a toutes les peines du monde à contenir les Vaiſſeaux ſur leur même route, & qu'il faut pour les redreſſer, avoir ſans ceſſe la main au gouvernail; & c'eſt ce qui retarde beaucoup la viteſſe de leur ſillage, parce qu'en même-tems que le gouvernail les pouſſe de côté, il les pouſſe auſſi vers l'arriere. Mais ce ne ſera plus la même choſe, auſſi-tôt que nous aurons mis l'équilibre entre nos voiles : car nous

Fig. 22. n'aurons plus si souvent besoin du gouvernail ; & les voiles employeront tout leur effort à faire avancer le Navire.

V.

Voici donc ce qu'il nous faudra observer dans la Mâture de tous les Vaisseaux. Nous mettrons deux Mâts verticaux en Z & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe : nous leur donnerons une égale hauteur, la hauteur qu'exige l'élevation du *point vélique* dans la route directe ; & nous appliquerons au premier de ces Mâts la plus grande de nos voiles, celle qui est destinée pour la route directe & dont nous avons déterminé les dimensions dans l'autre Section. Mais pour trouver la largeur de l'autre voile, nous chercherons les directions DV du choc relatif horisontal de l'eau pour différentes routes, & examinant le point V le plus avancé vers la poupe où ces directions coupent la quille, nous donnerons à la voile *LM* de la poupe la largeur nécessaire pour qu'elle soit en équilibre avec la voile LM de la prouë, autour de ce point V. Nous réglerons ensuite sur cette largeur, la longueur des vergues de la voile *LM* ; parce que c'est lorsque le point V est le plus avancé vers la poupe que cette voile doit avoir le plus d'étenduë : & , dans tous les autres cas, nous ne nous servirons que d'une partie de sa largeur, que nous déterminerons par l'analogie que nous avons rapportée à la fin de l'article II. de ce Chapitre. Enfin nous ferons passer la direction composée *n*K des deux voiles LM & *LM* par le *point vélique* *n*, en disposant ces voiles de la même maniére que nous en disposerions une seule qui seroit appliquée en V. Nous imaginerons pour cela deux points S & *s* situez par rapport aux Mâts ZT & Y*T* de la même maniére que le *point vélique n* seroit situé par rapport au mât planté en V ; c'est-à-dire, que nous concevrons ces deux points à la hauteur *un* au-dessus du Navire & à la distance V*u* des deux Mâts : & il ne nous restera plus enſuite qu'à incliner nos voiles ou bien à diminuer leur hauteur, comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre précédent, juſqu'à ce que leurs directions particuliéres SX & *ſx* paſſent par ces deux points S & *ſ* comme par deux *points véliques*. Il eſt ſenſible que comme les directions particulieres SX & *ſx* de nos voiles, ſeront dans le même plan que *n*K & que leurs efforts particuliers ſeront en raiſon réciproque de leurs diſtances à cette ligne, leur effort mutuel ou composé ne pourra pas manquer de tomber ſur *n*K. Fig. 21.

VI.

Au ſurplus, quoiqu'on puiſſe ſe ſervir de cette maniére de diſpoſer les voiles dans tous les Vaiſſeaux ordinaires, on doit cependant ſe ſouvenir toujours qu'elle n'eſt pas entierement parfaite, & que le Navire ſera toujours ſujet à s'incliner un peu, parce que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau qui ſe réunit ſur la verticale *un*, eſt appliqué au point *u*, au lieu qu'il devroit être appliqué au centre de gravité *y* de la coupe horiſontale du Navire faite à fleur d'eau, comme nous l'avons prouvé dans le Chapitre VI. de la premiere Section. Mais ſi on ſouhaite que nous donnions une diſpoſition tout-à-fait parfaite à la Mâture, nous pourrons en venir à bout avec aſſez de facilité, maintenant que nous nous ſervons de pluſieurs voiles. C'eſt ce qu'on verra dans les deux Chapitres ſuivans, où nous entreprenons de faire en ſorte que les Vaiſſeaux ne s'inclinent point du tout, dans les routes les plus obliques.

CHAPITRE V.

Maniére de rendre dans toutes sortes de Vaisseaux, avec le secours de plusieurs voiles, la Mâture exactement parfaite pour les routes obliques.

I.

Fig. 23. JE suppose toujours, comme cy-devant, qu'on a déja trouvé le centre de gravité G de la coupe horisontale AXBS [Fig. 23.] du Navire faite au raz de la mer, & la direction DH du choc absolu de l'eau sur la prouë & sur le flanc du Navire, avec la direction DL du même choc rapporté au plan horisontal. On sçait que l'effort composé de ce choc absolu de l'eau sur la prouë & du choc du vent sur les voiles, doit être aussi exactement vertical lorsqu'il y a trois voiles, ou lorsqu'il y en a deux, que lorsqu'il n'y en a qu'une seule: car si cet effort composé agissoit sur une direction inclinée en avant ou en arriere, ce seroit une marque que le choc total du vent pousseroit dans le sens de la route avec plus ou moins de force que le choc de l'eau sur la prouë dans le sens contraire, & le Navire au lieu d'avancer avec un mouvement uniforme augmenteroit ou diminueroit sa vitesse. La question se réduit donc toujours à faire que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau ait la verticale GT du centre de gravité G pour direction; parce que cet effort composé étant ainsi appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, il le sera aussi sensiblement au centre de gravité de la partie non-submergée de la carene, & on sçait * qu'il n'en faut pas davantage pour que le Navire reste continuellement de niveau pendant sa marche.

* Voyez les Art. II. & III. du Ch. VI. de la I. Sect.

II

Fig. 23.

II.

Pour faire que l'effort composé des chocs du vent sur les voiles & de l'eau sur la prouë tombe effectivement dans la verticale GT du centre de gravité G, il n'y a qu'à prendre toujours un point C de la direction DH du choc de l'eau pour servir de *point vélique*; on fera passer par ce point C la direction CI d'une voile qui soit telle que l'impulsion qu'elle recevra selon CI & l'impulsion de l'eau sur la prouë selon DH, se réunissent dans une direction composée CR qui rencontre la verticale GT du centre G en quelque point N: & après cela il ne restera plus qu'à faire passer par ce point N, comme par un *second point vélique*, la direction NK d'une autre voile, de maniére que la verticale GT se trouve être la direction composée de cette direction NK, & de CR qui est déja direction composée de CI & de DH. Car de cette sorte la verticale GT sera direction composée de DH, de CI & de NK; c'est-à-dire, du choc de l'eau sur la prouë & des deux chocs du vent sur les deux voiles, & par consequent l'effort composé de ces trois chocs, sera appliqué au centre de gravité G, comme nous nous proposions de le faire.

III.

Il dépendra de nous, de placer comme nous le voudrons la direction CI de la premiere voile, pourvû que le plan PCON qui passe par cette direction & par celle DH du choc de l'eau, puisse déterminer, par sa rencontre avec la verticale GT, le *second point vélique* N. Et si on tire de ce point N, des paralelles NP & NO à l'axe DH du choc de l'eau & à la direction CI du choc du vent sur la premiere voile, on aura un paralellograme PCON, dans lequel prenant l'espace CO sur l'axe DH pour representer l'impulsion de l'eau, la partie CP de la direction CI

N

Fig. 23. marquera, comme il eſt évident, la grandeur que doit avoir le choc du vent ſur la premiere voile, pour que CN qui eſt la diagonale du paralellograme PCON, puiſſe être la direction composée de CI & de DH. Cette direction composée CN eſt inclinée vers la poupe, parce que la premiere voile n'eſt pas ſeule aſſez forte pour s'oppoſer à l'impulſion ou à la réſiſtance de l'eau : mais l'autre voile doit ſuppléer, comme on le ſçait, au défaut de la premiere, & rendre la direction composée verticale. C'eſt pourquoi, ſi après avoir prolongé CN juſqu'en R & avoir fait NR égale à CN, on mene par le point R une paralelle RT à la direction NK de la ſeconde voile, & que du point T où cette paralelle rencontre la verticale du centre G, on tire la paralelle TQ à la direction CR, afin d'achever le paralellograme NRTQ; l'eſpace NQ repréſentera la force que doit avoir l'impulſion de la ſeconde voile. NT ſera enſuite l'effort composé de l'impulſion du vent ſur les deux voiles, & de l'impulſion de l'eau ſur la prouë, puiſque les impulſions CO de l'eau ſur la prouë & CP du vent ſur la premiere voile ſe réduiſent à la force CN ou NR, & que NT eſt composé de NR & de l'impulſion NQ du vent ſur la ſeconde voile. Cet effort NT ſera exactement vertical, comme il faut toujours qu'il le ſoit pour qu'il ne faſſe point perdre au Navire l'uniformité de ſon ſillage : & de plus cet effort ſera appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, comme il eſt néceſſaire pour que le Navire conſerve ſa ſituation horiſontale. Ainſi quelque peu de diſpoſition qu'ayent les Vaiſſeaux à recevoir une bonne Mâture dans les routes obliques, nous viendrons toujours à bout de leur en donner une parfaite par le moyen de deux voiles. Et on peut remarquer que comme CO, CP & NQ peuvent repréſenter des impulſions plus ou moins grandes, on pourra augmenter l'étenduë des voiles tant qu'on voudra. Cette augmentation ne produira aucun autre effet, ſinon de faire marcher le Vaiſſeau plus vîte, & de le faire ſortir un peu

plus de l'eau ; parce que l'effort composé NT sera plus grand. Fig. 25.

IV.

Cette opération deviendra plus simple si on fait les deux ou trois réflexions suivantes. Comme ON est paralelle à la direction CI de la premiere voile, le plan vertical qui passe par ON doit être paralelle à celui qui passe par CI, & les Sections MG & FE de ces deux plans & de celui de la coupe AXBS, doivent être aussi paralelles. D'un autre côté, puisque NR doit être égale à CN & que RT est égale & paralelle à NQ, il s'ensuit que les deux triangles CNQ & NRT sont égaux & situez de la même façon, & ainsi CQ est vertical de même que NT, & par conséquent le point Q appartient à la verticale EQ du *premier point vélique* C. Or supposé que la situation de la direction CI de la premiere voile soit donnée, il sera maintenant facile de determiner tout le reste. On tirera du centre de gravité G, une paralelle GM à FE qui est la direction de la premiere voile, réduite au plan horisontal, ou qui est la commune Section du plan AXBS & du plan vertical qui passe par la direction CI. Du point M où cette paralelle GM rencontre la direction DL du choc relatif horisontal de l'eau, on élevera une verticale MO jusqu'à ce qu'elle rencontre la direction DH du choc absolu de l'eau en quelque point O, & menant de ce point O vers la verticale GT, une ligne ON inclinée à l'horison de la même maniére que CI, cette ligne ON sera paralelle à CI, & elle determinera sur la verticale GT le *second point vélique* N. Desorte qu'il n'y aura plus qu'à faire passer la direction NK de la seconde voile par le point N & par quelque point Q de la verticale EQ du premier point vélique, & la partie interceptée NQ exprimera l'effort que doit faire cette seconde voile pendant que ON qui est égale & paralelle à CP representera l'effort que doit faire la premiere.

Fig. 23.

V.

Il doit être embaraſſant dans la pratique d'élever de longues verticales EQ, GT, &c. & de tracer en l'air des lignes comme NO ou NP à une grande hauteur au-deſſus du Vaiſſeau; mais ce qu'il faut ici remarquer, c'eſt qu'on peut réduire la conſtruction précédente à un calcul très-aisé. On ſçait la diſtance perpendiculaire Gθ du centre G à la direction DL du choc relatif horiſontal de l'eau. Ainſi dans le triangle rectangle GθM on connoît un côté & les trois angles, parce que GM eſt paralelle à FE & qu'on ſçait l'angle DEZ que fait DL avec cette ligne FZ qui répond exactement ſous la direction CI. Il ſera donc facile de trouver GM & θM; & ſi on ajoûte θM avec Dθ qui eſt connuë, puiſque la ſituation du centre G & des directions DH & DL eſt donnée, on aura DM qui ſervira dans le triangle rectangle DMO à trouver MO. Conduiſant après cela par la penſée Oω horiſontalement & paralellement à MG, on aura un triangle OωN dont on connoîtra les angles & un côté : l'angle ω ſera droit, & l'angle NOω ſera égal à l'angle de l'élevation de la direction CI de la premiere voile au-deſſus de l'horiſon, puiſque ON & CI ſont paralelles ; & enfin le côté Oω ſera connu, parce qu'il eſt égal à GM que nous avons déja trouvé. Dans ce triangle OωN, on cherchera ON & ωN : ON qui eſt égale à CP repréſentera la force de la premiere voile ; & ſi on ajoute ωN avec Gω qui eſt égale à MO, il eſt ſenſible qu'on aura la hauteur requiſe GN du *ſecond point vélique* N.

On imaginera enfin une ligne horiſontale Nψ tirée du point N à la verticale EQ. Cette ligne Nψ ſera égale à la diſtance connuë GE du centre de gravité G au point E qui répond exactement au-deſſous du *premier point vélique* C. Et comme l'angle QNψ que fait la direction NK de la ſeconde voile avec l'horiſon ſera connu, parce qu'il dépend de la ſituation qu'on voudra donner à la ſeconde voile, il ſera facile de trouver dans le triangle rectangle N♆Q l'hypotenuſe NQ qui exprime la force que doit avoir cette ſeconde voile : après quoi il ne reſtera donc plus qu'à étendre & à placer cette voile, de ſorte que l'impulſion qu'elle recevra ſoit à l'impulſion que recevra la premiere, comme NQ eſt à CP ou à ON.

VI.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de deux voiles ; mais il en faudra cependant trois dans preſque tous les Vaiſſeaux. Car il en faudra d'abord une dont NK ſoit la direction & NQ la force ; & il faudra que cette voile ſoit appliquée au centre de gravité G de la coupe AXBS, puiſque le *point vélique* N ſe trouve toujours dans la verticale GT. Mais comme la direction DL du choc relatif de l'eau change de place par les differentes obliquitez de la route, & que le *ſecond point vélique* C ne ſe trouve pas toujours dans le même endroit, il eſt clair qu'une ſeconde voile appliquée en F ne pourroit pas ſatisfaire à toutes les differentes ſituations que doit avoir la direction CPI. C'eſt pourquoi il faudra avoir recours au même expedient que dans l'article II. du Chapitre précédent : c'eſt-à-dire, qu'au lieu de la voile qui ſeroit appliquée en F, il faudra en mettre deux autres en V & en Y aux deux extrémitez du Navire : & on expoſera enſuite au vent differentes parties de ces voiles juſqu'à ce que leur effort composé ſoit égal à CP, & qu'il tombe exactement ſur la direction CPI. Il faudra pour cela que les impulſions particuliéres que recevront les deux voiles ſoient en raiſon réciproque de leur diſtance à la ligne CPI, ou qu'elles puiſſent être déſignées par FY & FV. Or cela ſupposé, YV repreſentera donc l'effort des deux voiles, effort qui doit être égal à CP : & par conſéquent nous pourrons faire les deux analogies ſuivantes. YV eſt à CP comme FY eſt à

$\frac{\overline{CP} \times \overline{FY}}{YV}$ pour l'effort particulier que doit faire la voile qui eſt appliquée en V : & YV eſt à CP comme FV eſt à $\frac{\overline{CP} \times \overline{FV}}{YV}$ pour l'effort de la voile qui eſt en Y.

CHAPITRE VI.

Autre maniére de rendre la Mâture exactement parfaite, en ne ſe ſervant que de deux voiles appliquées aux deux extrémitez de la prouë & de la poupe, comme dans le Chapitre IV.

COmme la maniére précédente de diſpoſer la Mâture ſuppoſe que le Navire a trois voiles & qu'il faut encore que celle du milieu ſoit préciſément dans le centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite à fleur d'eau, on ne peut pas s'en ſervir lorſque le Navire n'a que deux voiles & lorſqu'elles ſont appliquées aux extrémitez de la prouë & de la poupe. Mais quoique l'Analyſe n'offre que très-peu de voye pour découvrir d'autres maniéres de donner aux voiles une diſpoſition parfaite, la méthode que nous venons d'expliquer n'eſt pas unique : nous allons en donner une autre qui eſt fort commode, & dont on pourra ſe ſervir dans le cas dont il s'agit, c'eſt-à-dire, lorſqu'il n'y aura que deux voiles.

I.

Fig. 24. Soit le Navire AB [Fig. 24] dont A eſt la prouë & B la poupe ; G le centre de gravité de la coupe horiſontale faite à fleur d'eau ; DH la direction de l'impulſion abſoluë de l'eau ſur la prouë, & DX la direction relative horiſontale de cette impulſion. Les deux Mâts ſont arborez en V & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe, & je ſuppoſe que la voile de la prouë eſt placée verticalement de ſorte

que sa direction EF sera horisontale & paralelle à DX. Fig. 14.
Cette voile fera un effort que je représente par EL, & si la voile de la poupe agit selon la direction horisontale GIM paralelle à EF, avec une force IM, qui soit en équilibre avec l'effort EL de l'autre voile de part & d'autre de la direction DH du choc de l'eau, il est clair que la direction composée NP des efforts EL & IM des deux voiles, rencontrera DH en quelque point N, & il se fera par conséquent en ce point une nouvelle composition de forces. NP étant l'effort mutuel des deux voiles, & NQ représentant la force du choc de l'eau sur la prouë, la diagonale NT du paralellograme PNQT, sera l'effort composé du choc de l'eau & de l'impulsion horisontale des deux voiles, & il est évident, par la théorie de la premiere Section, que cet effort qui doit être vertical, fera pancher le Navire, parce qu'il n'est pas appliqué au centre de gravité G de la coupe horisontale de la carene faite à fleur d'eau. Mais nous n'avons qu'à prendre sur la direction CM de la voile de la poupe, le point I qui est précisément de l'autre côté du point N, par rapport à la vertical G⊙; & si nous faisons ensorte que la voile de la poupe agisse non-seulement selon l'horison avec la force IM; mais qu'elle agisse aussi selon le sens vertical avec la force IR, & que cette force relative soit en équilibre avec l'effort NT de part & d'autre du centre de gravité G, il est évident que l'effort composé des forces NT & IR s'exercera exactement sur la verticale G ⊙, & qu'au-lieu de tendre à faire incliner le Vaisseau, il ne travaillera plus qu'à l'élever de l'eau par tout également.

II.

Ainsi, on voit que pendant que la voile de la prouë est située verticalement, il faut que celle de la poupe soit inclinée, afin qu'elle puisse faire effort selon l'horison & selon le sens vertical; & il faut donc que IK qui est la

Fig. 24. direction composée de IM & de IR & qui est la diagonale du rectangle KMIR, soit la direction de l'effort absolu de cette voile. Au surplus il est sensible qu'en observant tout ce que nous venons de dire, Z⊙ sera l'effort composé du choc de l'eau sur la prouë & de l'impulsion entiere du vent sur les deux voiles. Car en joignant l'effort EL de la voile de la prouë avec l'effort relatif IM que la voile de la poupe fait selon l'horison, on a l'effort NP, & cet effort se composant avec le choc absolu NQ de l'eau sur la prouë, il en résulte l'effort NT; effort qui seroit composé du choc de l'eau & de l'impulsion entiére du vent, si la voile de la poupe en agissant selon la direction inclinée OIK, ne poussoit pas en haut avec la force IR en même tems qu'elle pousse selon l'horison avec la force IM. Cependant l'effort NT doit toujours être vertical: car il n'est formé que de la force relative verticale du choc de l'eau, après que les forces relatives horisontales de l'eau & du vent se sont détruites par leur égalité & leur opposition. Mais enfin, si nous composons l'effort NT avec la force relative verticale IR que nous n'avons point encore jointe avec les autres, il est clair que nous aurons l'effort composé Z⊙ du choc NQ de l'eau sur la prouë & des impulsions entieres EL & IK que souffrent les deux voiles; & cet effort répondra exactement au centre de gravité G, comme nous le souhaitions, aussi-tôt que les forces IR & NT seront en équilibre de part & d'autre de la verticale GZ.

III.

Pour réduire maintenant toute l'opération au calcul: nous concevrons des lignes V ϖ & SY tracées exactement au-dessous des directions EF & OK des deux voiles, sur la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & nous connoîtrons la situation de ces lignes, puisqu'elles partent des pieds V & Y des deux Mâts, & qu'elles sont paralelles à la direction relative horisontale DX du choc de l'eau.

Du

Du point N qui eſt à la même hauteur que EF & CM, nous abaiſſerons par la penſée la verticale NX, & par le point X & le centre de gravité G, nous conduirons la ligne horiſontale ϖ S. Il ſera facile de trouver le point N : car dans le triangle rectangle DXN, nous connoîtrons les trois angles, puiſque la ſituation de la direction DH du choc abſolu de l'eau eſt donnée; & nous connoîtrons de plus le côté XN, puiſqu'il eſt égal à la hauteur VF ou ϖ E que nous nous propoſons de donner au centre d'effort de la voile de la prouë ou à ſa direction EF. Ainſi nous trouverons aiſément DX ; & ſi nous en retranchons DW, il nous reſtera WX : & comme les triangles GWX & GYS ſont ſemblables & que nous connoiſſons GW & GY, nous n'aurons qu'à faire la proportion ſuivante pour découvrir YS, ou la diſtance CI du point I au Mât de la poupe : GW eſt à WX comme GY eſt à YS ou à CI. Fig. 24.

Nous prendrons après cela une certaine grandeur à volonté pour repreſenter l'effort EL que fait la voile de la prouë, & comme cet effort doit être en équilibre avec l'effort relatif horiſontal IM de l'autre voile de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, nous ferons cette analogie ; XS eſt à X ϖ ou bien WY eſt à WV comme l'effort abſolu EL de la voile de la prouë ſera à l'effort IM que doit faire l'autre voile ſelon la direction relative horiſontale CM. Nous ajoûterons enſuite IM avec EL pour avoir NP ; & dans le triangle rectangle PNT qui eſt ſemblable au triangle DXN, nous chercherons l'effort vertical NT. Enfin connoiſſant NT, il ſera facile de découvrir l'effort IR que doit faire la voile de la poupe ſelon le ſens vertical. Car puiſque les efforts NT & IR doivent ſe réunir, ou ſe compoſer ſur la verticale G ⊙, ils doivent être en raiſon réciproque de leur diſtance à cette verticale, & nous pouvons faire cette analogie ; ZI eſt à ZN, ou GS eſt à GX, ou encore GY eſt à GW, comme l'effort NT eſt à l'effort relatif vertical IR. Ainſi nous connoîtrons les efforts relatifs IM & IR que la voile de la pou-

Fig. 14. pe doit faire ſelon les deux déterminations horiſontale & verticale; & il ne reſtera donc plus qu'à compoſer ces efforts pour découvrir l'effort abſolu IK, & pour trouver la ſituation de la direction OIK. Nous ſçavons déja la ſituation du point I par lequel cette direction doit paſſer; car le point I eſt également élevé au-deſſus du Vaiſſeau que la direction EF de la voile de la prouë; & nous avons trouvé ci-devant la diſtance de ce point au Mât YC. C'eſt pourquoi dans le triangle rectangle IMK dont les côtez IM & MK ſont connus, puiſque IM repréſente l'impulſion relative horiſontale, & que MK eſt égal à IR qui repréſente l'impulſion relative verticale, nous n'aurons qu'à chercher l'effort IK, & l'angle KIM que la direction OIK de la voile doit faire avec l'horiſon. Nous pourrions inſiſter un peu davantage ſur tout ceci: mais comme nous ne doutons point qu'on ne retire les mêmes avantages de la diſpoſition que nous avons expliquée dans le Chapitre IV, que d'une diſpoſition de voiles, qui ſeroit entiérement parfaite, nous ne croyons pas qu'il ſoit néceſſaire de pouſſer cette diſcuſſion plus loin.

AVERTISSEMENT.

Nous ajoutons encore ici le Chapitre ſuivant pour la ſatisfaction de ceux qui aiment l'exactitude géométrique; & nous le mettons ici, parce que nous n'avons pas voulu diſtraire cy-devant l'attention du Lecteur. Nous ſuppoſons dans ce Chapitre que les Navires s'élevent conſiderablement de l'eau, & nous cherchons quelle figure il faut leur donner, pour que la verticale ſur laquelle les impulſions du vent & de l'eau ſe joignent, réponde exactement dans la route directe au centre de gravité de toutes les parties ſuppoſées ſenſibles de la carene, qui s'élevent de la mer. Nous pouvions réſoudre ce Problême par le calcul intégral; mais nous avons tâché de le rapporter au ſimple calcul differentiel, afin de n'être jamais arrêté par des expreſſions trop difficiles à intégrer.

CHAPITRE VII.

La figure de la prouë étant donnée, construire le reste de la carene de maniére que les Vaisseaux soïent géométriquement bien Mâtez dans la route directe, pour toute sorte de vents, & pour le vent même dont la vîtesse seroit infinie.

I.

Que la figure AE de la prouë soit donnée avec la hauteur du centre d'effort I de la voile qu'on suppose placée verticalement. Il s'agit de trouver la figure que doit avoir la carene AEB par l'extrémité de la poupe, pour que la direction composée VT des chocs du vent & de l'eau, passe toujours exactement (& non pas sensiblement ni dans le seul cas où l'élévation de la carene hors de l'eau est infiniment petite) par le centre de gravité γ de la partie APQB de la carene qui est soutenuë hors de l'eau. De sorte que si l'impulsion du vent est plus grande ou plus petite, & le Navire tiré en l'air avec plus ou moins de force, il faudra que la verticale *ut* qui résulte de la direction NK de la voile & de celle *dh* de l'impulsion de l'eau sur la partie *p*E de la prouë qui sera alors submergée, passe encore exactement par le centre de gravité *g* de la partie A*pq*B de la carene qui sera hors de l'eau. Alors le Navire conservera toujours sa situation horisontale : & il y aura cette différence entre la disposition qu'aura le Vaisseau & celle que nous lui donnions dans l'article V. du Chapitre VI. de la Section précédente, que la Mâture sera icy géométriquement bonne; au lieu que là elle ne l'étoit que sensiblement, parce que la verticale VT ne passoit qu'à peu près par le centre de gravité des parties sensibles de la carene qui étoient hors de l'eau. Fig. 25.

Fig. 25.

II.

Je considére en premier lieu, que puisque la verticale ou la direction VT des chocs du vent & de l'eau, doit toujours passer par le centre de gravité de la partie de la carene qui est hors de l'eau, il sera facile de trouver en quel endroit de la longueur du Navire, doit répondre le centre de gravité de chaque partie de la carene. Car si on nous propose, par exemple, la partie Aq, il n'y aura qu'à l'imaginer hors de l'eau; chercher l'axe dh de l'impulsion de l'eau sur la partie submergée pE de la prouë, & par l'intersection n de l'axe dh & de la direction IK de la voile, on conduira la verticale tu sur laquelle doit être situé nécessairement le centre de gravité g de la partie ApqB, sans qu'il soit libre de le placer plus vers la prouë ou plus vers la poupe.

Si nous désignons par b la hauteur VN qu'on veut donner au centre d'effort I de la voile, & si nous formons la prouë de notre Vaisseau, comme celle des chalans par un plan incliné, par tout d'une même largeur$=e$, dont la longueur AE soit égale à a; l'élancement ou la saillie EL$=b$; la hauteur LA$=c$, & les parties variables EP de l'étrave enfoncées dans l'eau, égales à x. L'impulsion faite sur la prouë se réduira au milieu D de la partie EP$=x$ enfoncée dans l'eau & agira perpendiculairement à la prouë selon DH comme nous l'avons fait voir *. Cette direction DH rencontrera en N la direction IK de la voile; & si on fait passer par le point N la verticale TV, elle montrera, selon nos principes, en quel endroit de la largeur du Vaisseau doit répondre le centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui est hors de l'eau. Cela fait que nous pouvons exprimer par lettres la situation du centre γ. Car les triangles ALE, XDA, XVN, sont semblables & ont parconséquent leurs côtez proportionels: LE $=b$ | AE $=a$ || AD $=$ AE $-$ ED $= a - \frac{1}{2}x$ | AX$=\frac{a^2 - \frac{1}{2}ax}{b}$, & LE$=b$

* Voyez l'Art. II. du C. VII. de la I. Sect.

| LA $= c$ ‖ NV $= h$ | XV $= \frac{ch}{b}$. Mais ajoutant AX Fig 25.
trouvée par la premiere proportion avec XV trouvée par la ſeconde, nous aurons $\frac{a^2 + ch - \frac{1}{3}ax}{b}$ pour VA, ou pour la diſtance de la ligne AL au centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau.

III.

Je vois en ſecond lieu qu'il n'importe à cauſe de l'indétermination du Problême, quelle figure ni quelle ſolidité on donne à chaque partie de la carene, pourvû que ſon centre de gravité ſoit bien ſitué dans la verticale. C'eſt pourquoi concevant la carene diviſée en une infinité de tranches horiſontales de même épaiſſeur, qui lui ſerviront d'élemens, nous pouvons feindre quelle proportion nous voudrons entre toutes ces tranches. Mais cette proportion telle qu'elle ſoit, déterminera le raport des differentes parties de la carene, & on pourra même, par le moyen du calcul différentiel, comparer une partie ſenſible AQ de la carene, avec une partie inſenſible, un élement, ou une tranche comme Pq dont l'épaiſſeur eſt infiniment petite.

Nous nous déterminerons, par exemple, pour éviter la longueur du calcul, à faire les tranches ou coupes horiſontales de la carene de même étenduë, & égales au rectangle connu el de la grandeur conſtante l par la largeur e de la prouë. Il n'y aura qu'à chercher la hauteur ou l'épaiſſeur PZ de la partie AQ, par cette proportion; AE $= a$ | AL $= c$ ‖ AP $= a - x$ | PZ $= \frac{ac - cx}{a}$ & multipliant l'étenduë el de toutes les tranches égales entr'elles, par PZ $= \frac{ac - cx}{a}$ qui en repréſente la multitude, nous trouverons $\frac{acel - celx}{a}$ pour la ſolidité de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau. Or comme cette ſolidité convient à toutes les autres parties AQ, il est évident que si nous en prenons la différence $-\frac{celdx}{a}$, elle marquera la solidité de l'élément ou de la tranche Pq, qui répond à la partie infinimentpetite P$p = dx$ differentielle de PE $= x$.

Fig. 25.

IV.

Ces choses supposées, nous pourrons assigner la place du centre de gravité F de toutes les tranches ou coupes horisontales Pq de la carene. Car si nous prenons le Navire en deux élevations hors de l'eau, différentes l'une de l'autre de la tranche même proposée Pq, dont l'épaisseur est infiniment petite: & si nous cherchons les verticales VT ut dans lesquelles se doivent trouver les centres de gravité γ & g des parties AQ, Aq de la carene qui sont hors de l'eau dans les deux élévations, nous n'aurons qu'à faire cette simple analogie: La tranche Pq est à la partie AQ de la carene; ainsi la distance γs des deux verticales VT, ut sera à la quantité MF dont le centre de gravité requis F de la tranche Pq est plus avancé vers la poupe que le centre g de la partie Aq: & en voicy la raison. AQ & Pq doivent être en équilibre autour du centre de gravité g; puisque AQ & Pq forment ensemble le solide Aq dont g est le centre de gravité. Or l'équilibre ne peut pas subsister, à moins que AQ & Pq ne soient en raison réciproque de la distance de leur centre de gravité γ & F au centre g autour duquel se fait l'équilibre. Ainsi il faut que la tranche Pq soit à la partie AQ de la carene, comme γg est à Fg: mais mettant à la place de la raison de γg à Fg, celle de γs à MF qui lui est egale à cause de la ressemblance des triangles γsg, FMg, nous trouverons notre analogie: la tranche Pq est à la partie AQ de la carene, comme γs est à MF, qui détermine le centre de gravité requis F de la tranche Pq.

Nous nous imaginons donc que le vent augmente d'une quantité insensible, & qu'agissant sur la voile avec un peu plus de force de même que l'eau sur la prouë, c'est la partie Aq de la carene qui est soutenuë hors de l'eau, au lieu de la partie AQ; de sorte que x ne représente plus EP, mais Ep qui en différe de la quantité infiniment petite Pp $= dx$; & $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ exprimera maintenant Au, ou la distance de la ligne AL au centre de gravité g de la partie Aq. Si après cela nous prenons la differentielle $-\frac{adx}{2b}$ de $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$, il est évident que nous trouverons l'intervale Vu ou γs, compris entre les deux verticales TV, tu; ou, ce qui revient à la même chose, nous trouverons la petite quantité γs dont le centre g est plus avancé vers l'arriére du Vaisseau que le centre γ. Ainsi il ne nous manque plus rien pour faire la proportion indiquée cy-dessus. La tranche ou l'élement Pq $= -\frac{celdx}{a}$ est à la partie AQ $= \frac{acel - celx}{a}$ comme $\gamma s = -\frac{adx}{2b}$ est à MF, qui est par conséquent égale à $\frac{a^2 - ax}{2b}$. Et ajoutant cette valeur de MF à Au ou à la distance $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ des centres γ & g à la ligne AL, nous aurons $\frac{3a^2 + 2cb - 2ax}{2b}$ pour la distance FR du centre de gravité F de la tranche Pq à la ligne AL; de laquelle distance retranchant PR qu'on trouve égale à $\frac{ba - bx}{a}$ par cette proportion AE $= a$ | LE $= b$ || PA $= a - x$ | PR, il viendra $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour la distance PF de la prouë au centre de gravité F de la tranche Pq.

Fig. 25.

V.

Or l'expreſſion $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ eſt générale pour la diſtance de la prouë au centre de gravité F de toutes les tranches horiſontales comme Pq, dont on peut concevoir que la carene eſt formée : ainſi, il ſera facile à ceux qui entendent les lieux géométriques, de reconnoître la ligne droite ou courbe dans laquelle ſe trouvent les centres de gravité F de toutes les tranches de la carene. Il n'y aura plus enſuite qu'à regler la figure de ces tranches ſur l'étenduë el qu'elles doivent avoir, & ſur l'endroit F où doit être ſitué leur centre de gravité. Cela ne renfermera aucune difficulté ; car puiſqu'il y a une infinité de ſuperficies dont l'étenduë eſt égale à el, il n'y a qu'à choiſir pour tranches de la carene, celles dont le centre de gravité peut convenir à la diſtance $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ de la prouë. On ſe conduira dans cette recherche d'une infinité de maniéres : ſelon les voyes que l'on prendra, les carenes ſe trouveront très-différentes, quoiqu'elles ayent toutes la même propriété de faire que le Navire reſte conſtamment de niveau.

VI.

Si on veut, par exemple, que toutes les tranches ayent la figure d'un pentagone irrégulier formé par un rectangle & un triangle iſocelle, il n'y aura qu'à tracer [Fig. 26.] le paralellograme rectangle 1221 égal à l'étenduë connuë el de la tranche ; on lui donnera pour largeur 11 celle e qu'a le Vaiſſeau par la prouë, & l pour ſa longueur 12 ; & faiſant enſuite les parties Y2, y2 égales à CQ ou Cq de part & d'autre de 22, & joignant les points Q & Y ou q & y par des lignes droites, on aura une infinité de pentagones.

Fig. 26.

tagones irréguliers comme 1YQY1, ou 1yqy1 qui feront tous de même étenduë que le rectangle 1221 $= el$. De forte qu'il ne reftera plus qu'à chercher entre ces pentagones, ceux comme 1YQY1 qui ont leur centre de gravité F placé à la diftance PF découverte par les articles précédens.

Nous appellerons pour cela z le côté 1Y & nous trouverons (par les méthodes ordinaires de la Statique) que le centre de gravité F du pentagone 1YQY1 eft éloigné du côté 11 de la diftance FP $= \frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l}$. Et comme cette diftance doit être égale icy à $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour que le pentagone puiffe fervir de tranche à la carene, nous aurons l'équation $\frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l} = \frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ dans laquelle $z = l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6acbl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$; de forte que mettant à la place de x les parties EP de l'étrave que cette lettre repréfente, nous trouverons, en grandeurs entiérement connuës, les valeurs de $z =$ 1Y pour chacune tranche, & il n'y aura qu'à fe fouvenir de donner la même largeur e à chaque de ces tranches fur toute cette longueur 1Y $= l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6acbl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$, & puis de les faire toutes fe terminer en pointe au point Q, autant au-delà de la ligne 22 que les points Y font en-deçà: de maniére que la diftance PQ de la prouë à l'extrémité Q de chaque pentagone, ou ce qui eft la même chofe, la longueur QP de chaque tranche horifontale de la carene fera $l + \sqrt{\frac{9a^3l + 6acbl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$. La figure de la carene étant ainfi déterminée, il fera facile d'en reconnoître les propriétez; comme, par exemple, que toutes les extrémitez Q, de même que les angles Y, Y forment la

Fig. 25 & 26.

P

circonférence d'une premiere parabole dont l'axe est parallelle à l'étrave EA, &c.

VII.

Mais il vaudroit mieux se servir de lignes courbes d'un seul trait, pour terminer les tranches de la carene, que d'y employer des lignes droites, qui forment des inflexions & des angles sur la superficie du Vaisseau. Je crois qu'on pourroit prendre pour cela toutes sortes de lignes courbes, pourvû qu'on en connût la quadrature, & on feroit varier les dimensions des abscisses & des ordonnées ; ou, ce qui est la même chose, on feroit changer le genre de ces courbes, jusqu'à ce qu'elles eussent l'étenduë qu'on a attribué aux tranches, & que leur centre de gravité fût situé à la véritable distance de la prouë. Comme il n'y aura dans toutes ces recherches que la longueur du calcul de pénible & de difficile, il n'est pas nécessaire d'en parler davantage.

VIII.

Quoiqu'il en soit, de la figure qu'on donnera aux tranches, il est certain qu'en suivant les proportions indiquées par notre calcul, la verticale VT sur laquelle se fait ressentir l'effort composé des chocs de l'eau & du vent, passera toujours par le centre de gravité de la partie de la carene qui sera hors de l'eau ; & ainsi nous devons nous attendre à voir notre Navire conserver toujours sa situation horisontale. Les Vaisseaux mâtez selon les maximes du sixiéme Chapitre de l'autre Section, sont bien disposez lorsque la carene ne s'éleve de l'eau que d'une quantité insensible, comme cela doit toujours arriver, parce que la vîtesse du vent ne devient jamais assez grande : ils sont, outre cela, bien disposez, autant que la perfection de la Mâture dépend de la hauteur des Mâts. Mais icy on acheve de donner aux Vaisseaux ce qui leur manquoit pour avoir une Mâture entiérement parfaite dans la ſpéculation même: & c'eſt pour cela qu'on regle la figure de leur carene ſur celle de leur proüe, parce que la bonne Mâture dépend dans la rigueur, non-ſeulement de la hauteur des Mâts, mais encore de la figure de la carene. Qu'on donne maintenant toute l'étenduë poſſible à nos voiles, & que le vent augmente ſa vîteſſe juſqu'à parcourir, ſi on le veut, 10000 toiſes par ſeconde, la carene ſortira preſque toute de l'eau, & il n'y aura qu'une très-petite partie de la prouë qui recevra l'impulſion. Cependant c'eſt cette impulſion qui ſera fort grande à cauſe de la vîteſſe du ſillage, qui ſoutiendra preſque toute la peſanteur du Navire, en ſe compoſant ſur la verticale VT avec l'impulſion du vent. Mais comme l'effort composé eſt appliqué, ſelon notre conſtruction, au centre de gravité de la partie de la carene qui eſt hors de l'eau, il ſera encore en équilibre avec la pouſſée verticale de l'eau, & par conſéquent le Navire ne s'inclinera pas ſeulement de la plus petite quantité.

CONCLUSION.

Enfin nous pouvons maintenant terminer ce diſcours, puiſque nous avons ſatisfait à la plûpart des Problêmes qu'on peut propoſer ſur la Mâture des Vaiſſeaux. On peut demander quelle doit être la hauteur des Mâts, le nombre qu'il eſt à propos d'en donner à chaque Navire & les endroits où on doit les appliquer. Or nous avons rapporté dans la premiere Section les moyens de déterminer la hauteur de la Mâture. Nous avons fait voir que tout conſiſte à bien placer le centre d'effort de la voile, & que c'eſt à peu près un égal deffaut, de le mettre un peu trop haut ou un peu trop bas. C'eſt ce que les Marins n'ont pas reconnu; car ils ne font point difficulté de changer la hauteur de leurs voiles, ſans ſe mettre en peine de l'endroit où ſe trouve enſuite le centre d'effort: Au lieu qu'il paroît clairement par notre théorie que, lorſqu'on ſuit toujours la même route & qu'on veut changer l'étenduë des voiles, il faut ne le faire qu'en augmentant ou en diminuant leur largeur, afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même point. D'ailleurs les Marins ne réglent toutes les dimensions de leur Mâture que sur la seule largeur & la seule profondeur du Navire, sans faire réflexion que les Vaisseaux ont une infinité de différentes figures, & qu'ils doivent avoir par conséquent des Mâtures très-différentes, quoiqu'ils ayent même largeur & même profondeur. Après cela il n'est pas surprenant si la plûpart des Vaisseaux ne paroissent pas *bons voiliers*, & si, pour parler comme les Marins, ils se trouvent *lourds à la lame* : mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les Marins s'imaginent que cela n'arrive que parce que ces Vaisseaux ne sont pas propres à recevoir une bonne Mâture ; de sorte qu'ils attribuënt à la figure de ces Navires ce qu'ils ne devroient attribuer qu'au deffaut de leurs propres regles. Pour nous, comme nous serons attentifs à faire répondre le centre d'effort de la voile au *point vélique*, ou au point de concours de la direction du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, nous donnerons toujours à chaque Navire la Mâture qui conviendra à la figure particuliere de sa prouë : & il est certain que tous les Vaisseaux seront ensuite *bons voiliers* & qu'ils seront *legers à la lame* ; puisque dans les rencontres où les impulsions du vent & de l'eau se trouveront plus grandes, ils conserveront toujours leur situation horisontale & ne feront que s'élever de l'eau partout également.

C'est en considérant le Vaisseau dans la route directe que nous avons déterminé la hauteur de sa Mâture, parce que c'est dans cette route que le *point vélique* a le plus de hauteur, & que la voile doit avoir le plus d'élévation. Mais il nous a fallu examiner les Vaisseaux dans le cours des routes obliques, pour reconnoître le nombre des Mâts qu'il est à propos de leur donner & les endroits où on doit les appliquer. C'eſt ce que nous avons fait dans la ſeconde Section, où nous avons montré qu'il faut pluſieurs voiles, non-ſeulement pour pouvoir faire tourner aiſément le Vaiſſeau en toutes ſortes de ſens, mais auſſi pour pouvoir le faire ſuivre conſtamment toutes ſortes de routes; parce qu'en donnant à quelqu'une de ſes voiles plus ou moins de part dans l'impulſion du vent, on peut donner quelle ſituation on veut à leur direction composée. Cependant le nombre des voiles n'eſt pas entiérement déterminé. Car lorſqu'on conſidére la conſtruction du Chapitre V. de la ſeconde Section, il ſemble qu'il eſt néceſſaire d'en donner trois à chaque Navire, & qu'il faut même les placer à peu près comme le font actuellement les Marins, qui mettent *leur grand Mât* au milieu de la longueur du Vaiſſeau, & les Mâts de *Miſaine* & d'*Artimon* aux extrémitez de la prouë & de la poupe. Mais on reconnoît avec un peu plus d'attention qu'on peut donner à la Mâture pluſieurs autres diſpoſitions entiérement parfaites & qu'on peut même en venir à bout en ne ſe ſervant que de deux voiles, appliquées aux deux extrémitez du Navire. Or nous nous ſommes bornez à ce nombre de deux, dans le deſſein de rendre la Manœuvre plus facile, & afin de faire auſſi que nos voiles, qui doivent avoir une grande largeur, n'empêchent pas l'effet l'une de l'autre.

On diſpoſera ces voiles comme dans le Chapitre IV. ou comme dans le Chapitre VI. Et ces deux différentes diſpoſitions nous procureront à peu près les mêmes avantages. Nous naviguerons toujours avec une parfaite sûreté, nous le ferons avec beaucoup de vîteſſe, & nous ſuivrons conſtamment la même route, ſans être ſujets à ces élans incommodes qui obligent les Marins à ſe ſervir continuellement du gouvernail. C'eſt que nous ferons toujours répondre la direction composée de nos voiles au-deſſus de la direction du choc de l'eau; ou, ce qui eſt la même choſe, nous mettrons toujours un parfait équilibre entre nos voiles: Au lieu que ſi l'équilibre ſe trouve entre les voiles disposées selon les régles vulgaires, ce ne peut être que par un extrême hazard, puisqu'on n'examine point la figure des Vaisseaux & que sans penser à la situation particuliére de la direction du choc de l'eau, on met toujours un certain rapport entre la grandeur des voiles, & qu'on ne change point ce rapport toutes les fois qu'on suit quelqu'autre route. Il est certain aussi, que nous singlerons avec une extréme vîtesse: car comme nous n'avons rien à craindre de la plus grande violence du vent, nous ferons nos voiles beaucoup plus grandes que les ordinaires. Et quand même nous ne leur donnerions que la même étenduë, elles nous feroient encore singler beaucoup plus vîte, parce que nous aurons l'avantage de les porter toujours toutes hautes: ce qu'on ne peut pas faire dans les Navires ordinaires; où il arrive encore que la prouë en se plongeant dans la mer, trouve beaucoup plus de résistance à fendre l'eau, & que cette plus grande résistance retarde considérablement la promptitude du sillage. Nous avons même des exemples de Vaisseaux, qui vont moins vîte lorsqu'on augmente trop l'étenduë de leurs voiles, ou lorsque le vent devient trop rapide; parce que la résistance qu'ils trouvent à fendre l'eau augmente plus à proportion par l'enfoncement de leur prouë, que l'effort des voiles n'augmente par leur plus grande surface, ou par la plus grande vîtesse du vent.

Tout ce qu'on pourroit nous objecter, c'est que nos régles sont difficiles & compliquées: Mais on ne nous fera pas sans doute cette objection, si on considére la grande importance du sujet. La difficulté de nos regles vient du fond même de la matiére que nous traitons. Il faut mettre l'ordre ou l'équilibre entre un grand nombre de différentes puissances: c'est ce qu'on ne peut pas faire par la simple pratique, ou en n'employant qu'une mesure grossiére de la seule largeur ou de la seule profondeur du Navire: on est obligé d'entrer dans une discussion pénible; mais quel travail ne doit-on pas aussi entreprendre, lorsqu'il s'agit de rendre la Navigation non-ſeulement très-prompte, mais de la rendre auſſi parfaitement sûre? Tous les jours nous nous donnons beaucoup plus de peine, pour ſatisfaire notre ſimple curioſité ou pour aquerir les plus legers avantages. D'ailleurs, lorſqu'on aura une fois déterminé pour un Vaiſſeau, la diſpoſition des voiles pour toutes les routes, & qu'on aura fait une Table de ces diſpoſitions; cette Table ſervira pour tous les voyages, & on n'aura plus qu'à la conſulter. Enfin, quand même nous nous contenterions de régler les dimenſions de la Mâture, & ſon application ſur le pont, & que nous abandonnerions la diſpoſition particuliére des voiles dans les routes obliques, à la conduite & à la prudence des Marins, après leur avoir donné quelques connoiſſances de nos principes, il eſt certain qu'ils retireroient toujours de grandes utilitez de notre théorie. Ils n'ont pas réuſſi juſqu'icy à faire enſorte que leurs Vaiſſeaux ſuivent toujours uniformément la même ligne, & conſervent conſtamment leur ſituation horiſontale; parce que conduits par une pratique aveugle & dénuée de toute ſpéculation, ils ſe ſont laiſſez prévenir contre la poſſibilité du ſuccès; & leur Mâture étoit auſſi dans une diſpoſition trop éloignée de celle qui convient à chaque route. Mais ce ne ſera ſans doute plus la même choſe, lorſque nous aurons réglé les dimenſions de leurs voiles & qu'ils auront quelque idée de notre théorie: ils connoîtront enſuite bien mieux les cauſes de tous les mouvemens du Vaiſſeau & de ſes balancemens & inclinaiſons; ce qui les mettra en état de prévenir pluſieurs accidens: ils prévoyeront bien mieux l'effet de chaque manœuvre particuliére; & ils ſeront enfin toujours dirigez par nos maximes, quoiqu'ils n'entreprennent pas de les ſuivre dans la derniere rigueur.

FIN.

ADDITIONS.

IL y a lieu de croire qu'on ne trouvera de difficulté à observer nos maximes de Mâture, que parce qu'il est nécessaire de chercher l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë, & que cette recherche demande un calcul assez penible. Comme la surface de la prouë est courbe dans tous les sens, on est obligé pour la reduire en parties planes, de la diviser en des parties infiniment petites du second genre, & lorsqu'on a trouvé le choc de l'eau sur une de ces petites parties, il faut intégrer deux fois ce choc ou cette impression élementaire, avant de pouvoir découvrir l'impulsion totale, que souffre toute la prouë. Il est vrai que les formules que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section de l'écrit précedent, renferment déja une intégration, & qu'il n'en reste plus par conséquent, qu'une seconde à faire : mais cette seconde peut avoir encore ses difficultez, & il seroit à souhaiter qu'on pût toujours déterminer, avec moins de peine, la situation de l'axe de l'impulsion. Ce que nous nous proposions aussi principalement dans l'écrit précedent, c'étoit d'établir notre théorie & de montrer combien il est nécessaire de s'y conformer, pour pouvoir naviger avec vîtesse & avec une parfaite sûreté. Mais puisque cette théorie a eu le bonheur de mériter le suffrage de l'Académie Royale des Sciences, & qu'elle a reçû par l'approbation de ce célebre Corps, tout le poids qu'elle pouvoit jamais acquerir, nous allons tâcher d'expliquer maintenant des moyens plus simples, de la réduire en pratique.

CHAP.

CHAPITRE I.

Méthode de trouver par l'experience le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

DEux choses sont nécessaires, comme nous l'avons fait voir, pour pouvoir découvrir le *point vélique :* il faut connoître la verticale du centre de gravité de la coupe horisontale du navire faite à fleur d'eau, & la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë: ce sont là comme deux *lieux* qui déterminent par leur intersection le point que nous cherchons. Quant à la premiere de ces deux lignes, il est toujours facile de la tracer; car nous avons plusieurs méthodes de trouver le centre de gravité des surfaces, & on sçait qu'il est même très-facile d'en venir à bout par l'experience. On n'a en effet qu'à prendre un morceau de planche qui soit partout de même épaisseur, & qui soit le plus homogene qu'il sera possible; on lui donnera la même figure qu'à la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & si on le suspend à un clou avec une ficelle & qu'on lui laisse prendre la situation naturelle, on n'aura qu'à faire descendre du point de suspension un fil à plomb, & ce fil marquera sur le grand diametre de la planche le centre de gravité. Mais puisque la figure est la même que celle de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, ce sera assez de remarquer en quel endroit de la longueur de la planche se trouve son centre de gravité, & on sçaura où est situé celui de la coupe horisontale du Navire.

Il n'y aura aussi guéres plus de difficulté à trouver l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë. Car il est facile de faire avec une piece de bois une petite prouë BACE [Fig. 1. Plan. 5.] semblable à celle du Vaisseau; on n'a qu'à mesurer les largeurs du Navire en un grand nombre d'en-

Fig. 1. Plan. 5. droits, & en donner de ſemblables à la piéce de bois, en prenant au lieu de pieds, de petits eſpaces de la grandeur d'un demi pouce, ou d'un tiers de pouce. On chargera enſuite la petite prouë de ſorte qu'elle enfonce dans l'eau préciſément de la même maniére que la grande, & ſi on la fait avancer en la pouſſant avec une verge DH, qu'on appliquera en differens endroits D, juſqu'à ce que ſon mouvement ſoit bien uniforme & bien horiſontal, la verge DH marquera par ſa ſituation l'axe de la réſiſtance ou de l'impulſion abſoluë de l'eau. C'eſt ce qui eſt tout-à-fait ſenſible; car le mouvement de la petite prouë ne peut être uniforme ni horiſontal, à moins que la réſiſtance de l'eau ne ſe trouve exactement détruite par l'effort de la verge, & on ſçait que cette deſtruction de forces ne ſe peut faire, que lorſqu'elles ſont préciſément contraires. Si on veut executer la même choſe d'une maniére encore plus ſimple, on n'a quà faire l'experience dans un endroit où l'eau a du mouvement. On ſoutiendra la petite prouë contre le choc de ce fluide avec la verge DH, qui aura un genou en K, & qui pourra ſe plier facilement en ce point; & auſſi-tôt que le tout conſervera conſtamment le même état, ſans que la petite prouë ſoit ſujette à tourner, & ſans que la verge fléchiſſe par ſon genou; ce ſera une marque que cette verge ſera directement opposée à l'impulſion abſoluë de l'eau. Ainſi il ſuffira, pour avoir l'axe de cette impulſion, d'obſerver ſimplement la ſituation de la verge.

On pourra faire la même choſe pour toutes les routes obliques, en diſpoſant diverſement la petite prouë par rapport au cours de l'eau : il eſt même clair que ſi on marquoit le point γ qui repreſente le centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite au raz de la mer, il ſeroit tout-à-fait aiſé de déterminer immediatement le point vélique. Il n'y auroit pour cela qu'à concevoir la verticale γT; & meſurer à quelle hauteur cette ligne & la verge DH ſe rencontrent dans la route directe, ou à quelle hauteur ces deux lignes paſſent l'une auprès de l'autre dans les routes obliques. Enfin rien n'empêchera de prendre toujours toutes les mesures dont on aura besoin pour regler la disposition des Mâts & des voiles: de sorte qu'on peut dire que quoique cette méthode ne soit que mécanique, elle ne laisse pas d'être préférable à presque toutes les autres; d'autant-plus qu'elle ne dépend de la certitude d'aucun sisteme particulier, sur les loix que les fluides observent dans leur choc. Cependant comme plusieurs personnes ne voudront peut-être pas s'en contenter, & qu'elles ne voudront pas aussi s'engager dans les calculs pénibles qu'exigent les méthodes absolument géométriques, nous proposerons encore ici en leur faveur quelqu'autres moyens: & nous commencerons par expliquer une maniére très-simple de trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau.

CHAPITRE II.

Trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & de toutes les autres surfaces planes, en les divisant en plusieurs parties.

IL est très-ordinaire de chercher le centre de gravité G des surfaces planes irréguliéres, comme AEMNIB, [Fig. 2. Plan. 5.] en les séparant en plusieurs figures rectilignes, qui soient faciles à mesurer, & dont on connoisse le centre de gravité. On multiplie l'étenduë de ces parties, par la distance de leur centre de gravité à l'extrémité P de la surface; & faisant une somme de tous les produits, on la divise par l'étenduë entiere de la surface, & le quotient marque la distance PG de l'extremité P au centre de gravité P. Cette opération est fondée sur ce grand principe de Statique, que la somme des momens de plusieurs puissances est égale au produit de toutes ces puissances par la distance de leur centre d'effort commun au point fixe. De

Fig. 2. Plan. 5.

Fig. 2. Plan. 5. sorte que l'extrémité P sert icy de point fixe ; toutes les parties dans lesquelles on partage la surface AEMNIB representent les poids ou les puissances ; & lorsqu'on ajoute ensemble les momens de toutes ces parties, on trouve le moment total de la surface AN ; moment qui est égal au produit de cette surface entiere par la distance PG de son centre de gravité G au point fixe P : & ainsi il n'y a qu'à diviser ce moment par l'étenduë de la surface, & on a PG. On peut par cette voye trouver le centre de gravité des figures planes avec toute l'exactitude qu'on veut : car rien n'empêche de partager les surfaces en un plus grand nombre de parties, afin que les portions AC, CE, EH, &c. de leur circuit approchent davantage d'être des lignes droites.

Mais cette méthode deviendroit extrémement longue, si la division en plusieurs parties ne se faisoit pas avec choix. Pour abreger tout-à-fait considérablement, il faut partager la surface en trapezes, comme ABDC, CDFE, &c. par des paralelles DC, FE, HI, &c. qui soient perpendiculaires à la longueur PO, & qui soient toutes à une égale distance les unes des autres. On trouvera toujours ensuite l'étenduë de la surface AN avec beaucoup plus de facilité ; car au lieu de faire une multiplication pour trouver l'aire de chaque trapeze, au lieu de multiplier la hauteur de chaque de ces figures par la moitié de la somme des deux côtez paralelles, comme on l'apprend en Géométrie ; nous n'aurons qu'une seule multiplication à faire pour tous les trapezes, parce qu'ils auront tous même hauteur : c'est-à-dire, que nous n'aurons qu'à multiplier la moitié de la somme de tous les côtez paralelles par une hauteur comme QP, qui est la distance d'une paralelle à l'autre, & nous aurons l'étenduë de la superficie AN, ou de tous les trapezes joints ensemble. Mais il faut remarquer que comme toutes les paralelles DC, FE, IH, LK, &c. excepté la premiere BA, & la derniere NM, servent de côté à deux trapezes, leur moitié doit être répetée deux fois ; ou, ce qui est la même chose, il faut employer ces paralelles entieres dans la multiplication, pendant qu'on ne mettra que la moitié de la premiere & de la derniere paralelle. Ainsi voici à quoi se réduit toute la pratique, pour trouver l'étenduë d'une surface plane irréguliere. Il faut prendre plusieurs largeurs AB, CD, EF, HI, &c. à une égale distance les unes des autres & assez proche pour que les parties AC, CE, EH, &c. du contour de la superficie, soient sensiblement des lignes droites : on fera une somme de toutes les largeurs intermediaires CD, EF, HI, KL, & de la moitié de la premiere & de la derniere AB & MN, & il n'y aura plus ensuite qu'à multiplier cette somme par la distance d'une largeur à l'autre. Si les lettres a, b, c, d, e, f désignent les largeurs AB, CD, EF, &c. & que m, exprime la distance PQ ou QR d'une de ces largeurs à l'autre ; . . . . . $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$ marquera de cette sorte l'étendue de la surface AN : & c'est aussi ce qu'on pourroit vérifier facilement, s'il en étoit besoin. $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b}$ est l'étenduë du premier trapeze ABDC ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c}$ l'étenduë du second ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d}$ du troisiéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e}$ du quatriéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ du cinquieme ; & ces valeurs forment, jointes ensembles, $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ qui se réduit à $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$.

Fig. 2. Plan. 5.

Nous ne pouvons pas nous empêcher de faire remarquer ici, que cette précaution, lorsqu'on divise une figure en plusieurs parties, de leur donner à toutes quelques dimensions égales, rend ordinairement les operations beaucoup plus simples, & peut-être d'un grand usage dans la résolution de plusieurs Problêmes de Géometrie pratique. Mais afin de nous renfermer dans notre sujet, supposons les mêmes dénominations que ci-dessus, & cherchons les momens des cinq trapezes de la Figure 2. par rapport

Fig. 2. Plan. 5. au point fixe P. Le premier trapeze ABDC eſt formé du rectangle ABba & des deux triangles ACa, BDb. L'étenduë du rectangle ABba eſt le produit ma de $m = \mathrm{PQ}$ par $a = \mathrm{AB}$; & cette étenduë multipliée par la diſtance $\frac{1}{2}m$ de ſon centre de gravité au point fixe P, nous donnera $\frac{1}{2}m^2a$ pour le moment du rectangle ABba. D'une autre part, l'étenduë du triangle ACa eſt $\frac{1}{2}m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$, car A$a = m$ & C$a = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$; ainſi l'aire des deux triangles ACa, BDb eſt $m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$; & ſi nous multiplions cette étenduë par $\frac{2}{3}m$ parce que les centres de gravité des deux triangles, doivent répondre au $\frac{2}{3}$ de Aa ou de PQ, nous aurons $\frac{2}{6}m^2b - \frac{2}{6}m^2a$ pour le moment des deux triangles, qui étant ajouté avec le moment $\frac{1}{2}m^2a$ du rectangle Ab donnera $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$ pour le moment du trapeze entier ABDC. Or il ſera facile de faire la même choſe pour les autres trapezes : il ſuffira de diviſer le tout en rectangles & en triangles, & de conſiderer que la diſtance de leurs centres de gravité au point fixe P augmente dans chaque, d'un intervale comme PQ ou comme $\mathrm{QR} = m$; c'eſt-à-dire, que ſi, par exemple, le centre de gravité des deux triangles ACa, & BDd eſt éloigné du point fixe P de la diſtance $\frac{2}{3}m = \frac{2}{3}\mathrm{QP}$, le centre de gravité des deux triangles CEc, & DFd, ſera éloigné du même point fixe, de la diſtance $\frac{5}{3}m = m + \frac{2}{3}m = \mathrm{PQ} + \frac{2}{3}\mathrm{QR}$. Enfin on trouvera $\frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$ pour le moment du ſecond trapeze; $\frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$ pour celui du troiſiéme; $\frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$ pour celui du quatriéme; & $\frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour celui du cinquiéme; & on aura par conſéquent $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$, $+ \frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$, $+ \frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$, $+ \frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$, $+ \frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour le moment de toute la ſurface AHOF. Mais ce moment ſe réduit à $\frac{1}{6}m^2a + m^2b + {}^2m^2c + {}^3m^2d + {}^4m^2e + \frac{14}{6}m^2f$; & ainſi il n'y a qu'à diviſer cette derniere expreſſion par $m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ qui marque l'étenduë de la ſuperficie, & nous aurons, ſelon le principe de Statique, $\dfrac{m^2 \times \overline{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}}{m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + a + e + \frac{1}{2}f}}$

ou $m \times \frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ pour la diſtance PG du point fixe P au centre de gravité G. Fig. 2. Plan. 5:

Si on ſuit maintenant pied à pied le calcul précédent, & qu'on examine avec ſoin l'ordre que tous les termes obſervent entr'eux, on pourra rendre ce calcul plus géneral & l'appliquer à des ſurfaces partagées en tant de trapezes qu'on voudra. On verra que le numerateur de la fraction $\frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + a + e + \frac{1}{2}f}$ qu'on doit multiplier par m eſt toujours formé, 1°. de la ſixiéme partie de la premiere largeur AB; 2°. de la ſeconde largeur entiere CD; 3°. du double de la troiſiéme largeur EF; 4°. du triple de la quatriéme largeur HI, & ainſi de ſuite juſqu'à la pénultiéme incluſivement; & quant à la derniere MN, on reconnoîtra que ſa ſixiéme partie entre un certain nombre de fois dans le numerateur de la fraction, & que pour ſçavoir combien elle y entre, il faut tripler la multitude des parties égales PQ, QR, RS, &c. que contient la longueur PO de la ſurface, & ôter l'unité du produit: c'eſt-à-dire, qu'ici où nous avons partagé la longueur PO en cinq parties, on retranche 1. de 15. qui eſt le triple de cinq, & on apprend par-là qu'il faut mettre 14. fois la ſixiéme partie de la derniere largeur MN. En un mot ſi n marque le nombre des parties égales PQ, QR, &c. nous pouvons exprimer generalement la diſtance PG de l'extremité P au centre de gravité G, par la formule . . . .

$$m \times \frac{\frac{1}{6}a + 1b + 2c + 3d + \&c. + \frac{3n-1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + \&c. + \frac{1}{2}f} \text{ ou par } PQ \times \frac{\frac{1}{6}\overline{AB} + 1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c. + \frac{3n-1}{6} \times \overline{MN}}{\frac{1}{2} \times \overline{AB} + CD + EF + HI + \&c. + \frac{1}{2} \times \overline{MN}}.$$

Et il eſt facile de remarquer que lorſque la premiere largeur AB & la derniere MN ſont nulles, comme cela arrive dans pluſieurs ſurfaces qui ſe terminent en pointes à leurs deux extrémitez, on peut exprimer la diſtance PG d'une maniére

Fig. 2. Plan. 5. encore plus simple par $PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c.}{CD + EF + HI + \&c.}$.

Pour en donner un exemple, proposons-nous la coupe horisontale d'un Navire prise à fleur d'eau, qui ait 70 pieds de longueur, & dont les largeurs mesurées à dix pieds de distance les unes des autres en y comprenant celles des deux bouts, soient exprimées par ces nombres 0, 18, 23, 34, 23, 19, 11, & 0. La derniere formule $PG = PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c}{CD + EF + HI + \&c}$ nous indique d'ajouter la largeur 18, avec le double de la largeur 23, le triple de la largeur 24, le quadruple de la largeur 23, &c. & de multiplier la somme 389 par la distance 10 d'une largeur à l'autre. Nous aurons 3890; & divisant ce produit par la somme 118 de toutes les largeurs 18, 23, 24, &c. il viendra 32 $\frac{114}{118}$ pieds ou 32 pieds 11 pouces 7 lignes, pour la distance PG du centre de gravité G à l'extrémité P de la surface; & c'est ce qu'on ne pourroit découvrir qu'avec beaucoup plus de peine, par toutes les autres voyes.

CHAPITRE III.

Trouver l'axe de l'impulsion de l'eau, en divisant la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes.

LA facilité de la méthode précédente m'a fait examiner si on ne pouvoit pas découvrir l'axe de l'impulsion de l'eau, en partageant aussi la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes. L'opération se réduit à chercher l'impulsion de l'eau sur chaque petite partie, & à composer toutes ces impulsions : mais comme elles agissent selon differentes directions, il est absolument nécessaire de les décomposer auparavant, & de les rapporter aux trois determinations, directe, laterale, & verticale, comme

comme nous l'avons fait dans le Ch. VII. de la premiere Section; c'est-à-dire, donc qu'il faut toujours chercher avec quelle force chaque partie de la prouë est poussée selon le sens paralelle à la quille, selon le sens perpendiculaire à la quille & selon le sens vertical; il faut ensuite ajouter toutes les impulsions relatives directes ensemble, de même que toutes les latérales ensemble, & toutes les verticales aussi ensemble; & de cette sorte toutes les impulsions particuliéres se trouvent réduites à trois. Comme cette opération se trouve très-longue, nous avons tâché de l'abréger : mais il faut que nous convenions que si nous sommes parvenus à la rendre beaucoup plus facile, nous n'avons pas pû réussir cependant à l'accommoder à la portée des personnes qui ne seroient nullement Géometres.

Pour trouver d'abord l'impulsion que doit souffrir chaque petite partie de la prouë, on peut mesurer actuellement l'angle d'incidence sans chercher à le découvrir, à l'aide du calcul, par la situation connuë de la surface. Il faut pour cela que le Vaisseau soit encore sur le chantier ou qu'il soit à sec dans quelque bassin : & supposé que le triangle ABC [Fig. 3. Planche 5.] soit une partie sensiblement plane de la superficie de sa prouë, on n'aura qu'à situer une regle CD horisontalement, & la mettre paralellement à la direction que doit avoir l'eau; c'est-à-dire, qu'on la mettra paralellement à la quille, si on veut examiner l'impulsion de l'eau dans la route directe, mais qu'on la placera obliquement, s'il s'agit de quelque route oblique. Enfin la regle CD étant paralelle à la direction de l'eau, on mesurera l'angle qu'elle fera avec la surface ABC, & on aura l'angle d'incidence. Ainsi il ne restera plus qu'à chercher le sinus de cet angle dans les tables ordinaires, & à en multiplier le quarré par l'étenduë de la surface, & on aura l'expression du choc de l'eau; puisque ces chocs sont toujours en raison composée de l'étenduë des surfaces & des quarrez des sinus des angles d'incidence. Mais comme la mesure de cet angle peut être Fig. 3. Plan. 5.

R

encore ſujette à quelque difficulté, & que d'ailleurs on n'a pas toujours entre les mains des Tables des ſinus, je crois qu'il vaut mieux meſurer actuellement le ſinus même ; d'autant plus que cela ſe peut faire tout-à-fait aiſément. On n'a en effet qu'à prendre ſur la regle CD un eſpace ED d'une grandeur conſtante pour repréſenter le ſinus total : & diſpoſant enſuite une équerre FGH, de maniére qu'étant placée perpendiculairement à la ſurface ABC, une de ſes branches GH ſoit étenduë ſur la ſurface, pendant que l'autre viendra joindre la regle au point E, la partie EG de cette ſeconde branche ſera le ſinus d'incidence ; & on en aura la valeur, ſi la branche eſt diviſée en un certain nombre de parties égales. Au lieu de mettre ſur la branche FG une échelle de parties égales, on pourroit encore, ſi on le vouloit, en mettre une ſemblable à celle qui eſt gravée ſur les compas de proportion & qui porte le nom de *lignes des plans*. On ne trouveroit pas enſuite le ſinus d'incidence, mais on trouveroit le quarré de ce ſinus ; & il ne reſteroit donc, pour avoir l'impulſion de l'eau, qu'à multiplier ce quarré par l'étenduë de la ſurface.

On voit qu'il ſera toujours très-facile de trouver de cette ſorte l'impulſion abſoluë que doit recevoir de la part de l'eau chaque partie ſenſiblement plane de la ſuperficie de la prouë. Il s'agit maintenant de trouver les trois impulſions relatives ſelon les ſens direct, latéral, & vertical. Mais ſans les deduire des impulſions abſoluës, nous allons expliquer un principe très-commode, qui nous ſervira à les découvrir immédiatement, & par ce moyen nous rendrons toute l'opération beaucoup plus courte. Suppoſons
Fig. 4. Plan. 5. que AB [Fig. 4. Plan. 5.] ſoit une ſurface pouſſée par un fluide, ou par quelqu'autre agent ſelon la perpendiculaire DH ; on ſçait que cette ſurface ne peut pas être pouſſée ſelon DH, ſans l'être en même-tems ſelon toutes les autres directions qui ne font pas un angle droit avec DH ; & que les impulſions relatives ſont plus ou moins grandes, ſelon que ces directions font de plus petits ou de plus grands

angles avec DH. Or nous ferons remarquer que si on cherche les projections FG & IK de la surface AB sur des plans perpendiculaires aux directions DC & DE (ce qui se fait, comme on le sçait, en abaissant de toutes les extremitez de la surface AB des perpendiculaires sur les plans FG & IK) il y aura même rapport de la surface AB à ces projections FG & IK, que de l'impulsion totale, qui s'exerce le long de DH, aux impulsions relatives qui se font ressentir en même-tems selon les directions DC & DE. Fig. 4. Plan. 5.

Il est facile de voir la raison de cette vérité. Car si après avoir pris l'espace DM pour representer avec quelle force la surface AB est poussée selon DH, on abaisse du point M les perpendiculaires MN & MO sur les directions DE & EF, il est évident que les parties interceptées DN & DO de ces directions, représenteront les forces relatives avec lesquelles la surface AB est poussée selon DC & DE; & si on transporte ensuite par la pensée les projections FG & IK, en BR & en AL, les triangles ABR & DMN seront semblables, de même que les triangles ABL & DMO; parce que les trois côtez des uns sont perpendiculaires aux trois côtez des autres : d'où il suit que les impulsions relatives DN & DO sont à l'impulsion absoluë DM, comme les projections BR & AL, ou GF & IK sont à la surface AB. Nous n'avons point marqué ici la largeur de cette surface AB, ni celle de ses projections; mais comme la largeur sera toujours la même dans l'une & dans les autres, il n'y a que le seul rapport des hauteurs à examiner; & la hauteur AB de la surface qui reçoit le choc, sera toujours à la hauteur IK de quelqu'une de ses projections, comme la force absoluë selon DH est à la force relative selon DE qui est perpendiculaire à IK. Or ce principe étant admis, il est clair que lorsque nous voudrons trouver avec quelle force relative l'eau pousse une partie plane de la prouë, selon une certaine ligne, nous n'aurons qu'à chercher la projection de cette partie sur un plan perpendiculaire à la ligne proposée, & multiplier le quarré du sinus d'incidence par l'étenduë de cette projection. Nous multiplierions le quarré du ſinus d'incidence par la ſurface même, ſi nous voulions trouver l'impulſion abſoluë, ou ce qui revient au même, ſi la direction proposée étoit perpendiculaire à la ſurface. Mais puiſqu'il ne s'agit que de l'impulſion relative ſelon une certaine détermination, & que l'impulſion abſoluë eſt à l'impulſion relative comme la ſurface eſt à ſa projection, il eſt ſenſible que ce n'eſt pas la ſurface entiere, mais ſeulement ſa projection qu'il faut multiplier par le quarré du ſinus d'incidence. Ainſi pour découvrir avec quelle force les parties de la prouë ſont pouſſées ſelon le ſens paralelle à la quille, ſelon le ſens horiſontal perpendiculaire à la quille, & ſelon le ſens vertical, il nous faut chercher les projections de ces parties ſur trois différens plans, qui doivent être perpendiculaires à ces trois directions, directe, latérale, & verticale. Nous devons donc chercher la premiere projection ſur un plan vertical perpendiculaire à la quille, la ſeconde ſur un plan vertical paralelle à la quille, & la troiſiéme ſur un plan horiſontal. De cette ſorte nous trouverons immédiatement les impulſions relatives comme nous nous le propoſions, ſans être obligez de chercher auparavant les abſoluës. Mais il faut que nous expliquions de quelle maniére on doit partager la ſurface de la prouë, pour qu'on puiſſe meſurer commodément l'étenduë de ces trois projections dont nous avons beſoin.

Fig. 5. Plan. 5. Nous diviſerons la ſurface de la prouë GCV*g* [Fig. 5. Planc. 5.] en pluſieurs zones par des plans perpendiculaires à la quille. GNC*gfm*BMF eſt une de ces zones, qui eſt séparée du reſte de la ſurface, par les deux plans verticaux FB*f* & GC*g* perpendiculaires à la quille & à l'axe VE de la prouë. Nous diviſerons encore toutes ces zones en pluſieurs trapezes KFGL, MKLN, &c. par des plans horiſontaux *k*KL & *m*MN, &c. Et comme il peut arriver que, malgré la petiteſſe de ces trapezes, leurs quatre angles ne ſoient pas dans un même plan, nous les réduirons encore toujours en triangles, en traçant les diagonales

FL, KN, &c. au dedans : de sorte que nous ne considérerons que ces seuls triangles comme des superficies planes. Dans toutes ces superficies il y aura toujours les pointes de deux angles qui seront dans le même plan horisontal, & la pointe du troisiéme angle sera toujours au-dessus ou au-dessous d'une des deux premieres. On mesurera avec un fil à plomb la quantité verticale dont un de ces angles sera plus élevé que l'autre, & on prendra en même-tems en bas sur le terrain, la distance du fil à plomb à la quille, afin d'avoir les demies largeurs de Navire en chaque endroit. Enfin on nommera dans chaque triangle. Fig. 5. Plan. 5.

f La quantité dont les deux angles, qui sont l'un au-dessus de l'autre, sont plus vers la poupe ou vers la prouë, que le troisiéme angle.

g La difference des deux demies largeurs de la prouë mesurées vis-à-vis des deux angles qui sont à côté l'un de l'autre, ou qui sont à même hauteur.

k La différence des deux demies largeurs mesurées vis-à-vis des angles qui sont l'un au-dessus de l'autre.

Et enfin i la quantité verticale dont un de ces derniers angles est au-dessus de l'autre.

C'est-à-dire, que si dans le triangle FGL, on abaisse par la pensée la perpendiculaire FP sur EG, & que du point L on tire la verticale LQ qui rencontre EG perpendiculairement en Q, la lettre f désignera FP ou AE, qui est la distance des deux plans verticaux qui terminent le tronc gBG de la prouë, & qui comprennent notre triangle. g désignera PG qui est la difference des deux demies largeurs AF & EG de la prouë ; k exprimera la différence GQ des deux demies largeurs mesurées en G & en L : & enfin i marquera LQ ou HA. On n'a pareillement dans le triangle NMK qu'à abaisser du point N la perpendiculaire NR sur IM prolongée vers R, & du point K abaisser la verticale KS qui rencontrera IM en S : nous aurons ensuite NR = FP = AE pour la valeur de f, valeur qui sera la même dans tous les triangles de la même zone GBg.

Fig. 5. Plan. 5. Nous aurons, 2°. la différence MR des deux demies largeurs mesurées en M & en N pour la valeur de g; valeur qui sera ordinairement differente dans tous les triangles. Nous aurons 3°. MS qui est la différence des deux demies largeurs IM & MK pour la valeur de k. Et nous aurons 4°. la quantité verticale KS dont le point K est plus élevé que le point M pour la valeur de i. En un mot il sera toujours facile de connoître les quatre grandeurs f, g, k, & i, dans tous les triangles; il faudra seulement bien observer, de ne pas confondre ce qui appartient à l'un, avec ce qui appartient à l'autre; & il sera ensuite tout-à-fait aisé de trouver l'étenduë des trois projections que nous demandions.

S'il s'agit, par exemple, de l'impulsion que souffre le triangle FGL, & que nous cherchions sa projection sur le plan vertical qui passe par GL & GE, & qui est perpendiculaire à la quille, il est évident qu'il nous viendra le triangle PGL; puisque les points L & G sont communs au triangle FGL, & à sa projection PGL, & que le point P répond au point F, à cause de FP qui est paralelle à la quille & qui tombe perpendiculairement sur GP. Ainsi c'est l'étenduë du triangle PGL qu'il faut multiplier par le quarré du sinus d'incidence, pour avoir, conformément à ce que nous avons dit cy-devant, l'impulsion relative directe, à laquelle est sujette la partie triangulaire FGL. Or on trouvera l'étenduë du triangle de projectiou PGL, en multipliant sa base PG par la moitié de la hauteur LQ. C'est-à-dire, que nous aurons $\frac{1}{2}ig$ pour l'étenduë de cette projection; & on peut voir aisément que toutes les autres parties triangulaires de la prouë ont également $\frac{1}{2}ig$ pour leur projection faite sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, aussi-tôt qu'on donne à i & à g les grandeurs qui leur conviennent. Si on cherche en second lieu la projection faite sur le plan horisontal AFGE, on trouvera le triangle FGQ; car les points F & G de la projection sont les mêmes que ceux du triangle FGL, & le point

Q répond au point L dans la même verticale QL : c'eſt par conſéquent le produit $\frac{1}{2}\overline{GQ} \times \overline{PF} = \frac{1}{2}kf$ qui marque l'étenduë de la projection, & c'eſt ce produit qu'on doit multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force relative verticale avec laquelle le triangle FGL eſt pouſſé en haut : & on peut remarquer que $\frac{1}{2}$ kf convient à tous les triangles. Enfin comme la projection faite ſur le plan vertical paralelle à la quille doit être compriſe entre les mêmes plans horiſontaux, que le triangle FGL, il eſt évident qu'elle aura $LQ = i$ de hauteur, & que ſa largeur ſera égale à $FP = f$; parce qu'elle ſera auſſi compriſe entre les mêmes plans verticaux perpendiculaires à la quille : c'eſt-à-dire, donc que $\frac{1}{2}$ $\overline{LQ} \times FP = \frac{1}{2}if$ ſera l'étenduë de cette projection, & que c'eſt $\frac{1}{2}$ if qu'il faut multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force avec laquelle chaque triangle FGL eſt pouſſé lateralement ou de côté. Ainſi les produits $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}$ if, & $\frac{1}{2}$ kf déſignent les trois projections dont nous avions beſoin, & ſont, pour ainſi dire, les *expoſans* des trois impulſions relatives, directe, latérale, & verticale. Ces projections une fois trouvées, ſerviront pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez ; il n'y aura que le ſinus d'incidence qui ſera ſujet à changer. On meſurera ce ſinus comme nous l'avons expliqué cy-devant, & il ne reſtera donc qu'à en multiplier le quarré par les projections, pour avoir les trois impulſions relatives, auſquelles chaque partie triangulaire FGL de la ſurface de la prouë ſera expoſée. Fig. 5. plan. 5.

Nous diſons qu'on meſurera le ſinus d'incidence ; mais il faut remarquer qu'on n'en prend ainſi actuellement la meſure que pour le decouvrir avec plus de facilité : car on pourroit en trouver la valeur par le calcul, en ſe ſervant ſimplement des dimenſions que nous venons de ſuppoſer. En effet ſi n déſigne le ſinus total, & m & h la tangente & la ſecante de l'angle de la derive, ou la tangente & la ſecante de l'obliquité de la route, nous pour-

Fig. 5. Plan. 5. rions prouver aſſez aiſément que, $\frac{n^2ig \pm nmfi}{h\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ eſt l'expreſſion générale des ſinus d'incidence ſur toutes les parties triangulaires de la prouë; ſur les parties qui ſont du côté de l'angle de la dérive lorſque le ſecond terme du numérateur eſt affecté du ſigne $+$, & ſur les parties de l'autre moitié de la prouë lorſque le ſecond terme eſt affecté du ſigne $-$. Le quarré de cette expreſſion étant multplié par les trois projections $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, $\frac{1}{2}kf$, on trouve, $\frac{\frac{1}{2}ig \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$; $\frac{\frac{1}{2}if \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$; & $\frac{\frac{1}{2}kf \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$ pour les trois chocs relatifs, direct, latéral, & vertical.

Enfin auſſi-tôt qu'on aura découvert ces chocs relatifs pour tous les triangles, il faudra ajouter enſemble tous les chocs directs, parceque comme ils agiſſent dans le même ſens, ils doivent former un choc total, égal à leur ſomme. Il faudra par la même raiſon ajouter auſſi enſemble toutes les impulſions verticales. Mais quant aux latérales, on prendra la différence de celles qui ſe font ſur le côté droit de la prouë & de celles qui ſe font ſur le côté gauche; parceque ces impulſions latérales ſont contraires, & que les plus foibles doivent ſuſpendre une partie de l'effet des plus fortes. Or toutes nos impulſions relatives ſe trouveront de cette maniére réduites ſimplement à trois: & il ne ſera pas fort difficile de trouver auſſi les directions de ces forces, en employant le principe de Statique, dont nous nous ſommes déja ſervi. Nous n'aurons qu'à concevoir auprès du Vaiſſeau, un plan paralelle à la direction que nous voudrons déterminer; & ſi nous multiplions les chocs particuliers que ſouffrent toutes les parties de la prouë, par leur diſtance à ce plan, & que nous ajoutions enſemble tous ces produits ou momens, nous n'aurons qu'à diviſer leur ſomme ou le moment total par la ſomme des impulſions, & il nous viendra au quotient la diſtance de leur direction composée, à ce plan que nous aurons pris pour terme. On déterminera ainſi les directions des trois chocs relatifs,

relatifs, que souffrent ensemble toutes les parties de la prouë, & il faudra ensuite composer ces directions, pour avoir l'axe du choc absolu ou de l'impulsion totale. Comparant d'abord les deux impulsions relatives horisontales, directe, & laterale, on trouvera la direction de toute la partie de l'impulsion qui agit selon le sens horisontal : & comparant cette direction avec celle du choc relatif vertical, on trouvera enfin l'impulsion totale absoluë.

CHAPITRE IV.

Application de la méthode précédente à un Navire du Croisic.

J'Ay fait un essai de la méthode précédente sur un petit Navire du *Croisic* appellé le *S. Pierre*, du port d'environ 23 tonneaux, dont j'ai répresenté la carene dans la Figure 6 de la Planche 5. La coupe horisontale ACBE prise à fleur d'eau lorsque le Navire flottoit librement & qu'il étoit chargé, avoit 38 pieds 4 pouces de longueur AB & 12 pieds 6 pouces de plus grande largeur CE. La profondeur OF de la carene étoit de cinq pieds, & la distance AO de l'extrémité A de la prouë au point O de la plus grande largeur étoit d'environ 14 pieds 5 pouces. Pendant que la mer étoit basse & que le Navire étoit à sec, je divisai la moitié AEF de sa prouë en neuf parties triangulaires qui étoient sensiblement planes : mais cependant j'eus poussé la division beaucoup plus loin, s'il eût été question de tirer quelques conséquences certaines & de mâter effectivement ce Navire. Ces neuf triangles étoient disposez comme ils le paroissent dans la figure, & voicy à peu près comment j'en reglai l'arrangement, & que j'en pris les dimensions. Je laissai tomber du point A un fil à plomb, afin de déterminer le point *a*; & ayant prolongé la quille jusqu'à ce point, je lui tirai sur le terrain les trois perpen- *Fig. 6. Plan. 5.*

S

Fig. 6. Plan. 5. diculaires *ml*, *gh*, & F*e*, d'une longueur indéterminée. Je fis partir les deux premieres, des deux points *m* & *g* que je pris à volonté, après cependant avoir mesuré les distances *am* & *ag*; mais je tirai la troisiéme du point F qui répondoit sous la plus grande largeur du Navire. Je pris ensuite un fil à plomb, égal à la hauteur A*a* de l'extrémité de la prouë, qui étoit de 5 pieds, & l'ayant appliqué aux points L, H, E qui répondoient exactement au-dessus des lignes *m l*, *gh*, F*e*, & qui étoient élevez au-dessus du terrain de toute la longueur du fil, je marquai ces trois points; & on mesura en même-tems en bas les trois espaces *ml*, *gh*, & F*e*, afin d'avoir les trois demies largeurs du Navire dans ces trois points. Je rendis ensuite le fil à plomb égal à la hauteur M*m*, & l'appliquant aux points K & X qui étoient également élevez que le point M & qui répondoient précisément au-dessus des lignes *gh*, & F*e*, on mesura les intervales *gk* & F*x*, pour avoir les demies largeurs de la carene dans les deux points K & X. Enfin je diminuai encore la longueur du fil à plomb, & l'ayant fait égal à la hauteur G*g*, je l'appliquai au point T qui étoit à la même hauteur & qui répondoit au-dessus de F*e* & je fis mesurer l'intervale F*t*. Il est clair que je pouvois ensuite, avec toutes ces dimensions, trouver aisément les trois differentes projections des neuf triangles ALM, LHK, LMK, MKG, HEX, KHX, KXT, GKT, & GTF dans lesquels j'avois partagé la moitié de la prouë : car pour trouver, par exemple, celles du triangle KHX, je n'avois qu'à faire attention que les grandeurs que nous avons désignées dans le Chapitre précédent par f, g, k, & i, sont égales à gF, à F$x-gk$, à $gh-gk=kh$, & à Hh — Kk; & il ne me restoit plus que de simples multiplications à faire, pour avoir l'étenduë des trois projections $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, & $\frac{1}{2}kf$. Enfin je trouvai que celles du premier triangle étoient de $577\frac{1}{2}$, de $445\frac{1}{2}$, & de $472\frac{1}{2}$ pouces quarrez; celles du second de $478\frac{1}{2}$, 957, & 667; du troisiéme de $676\frac{1}{2}$, 957, & 1015; du quatriéme de $430\frac{1}{2}$,

609, & 1189; du cinquiéme de 181 $\frac{1}{2}$, 1452, & 660; du sixiéme de 313 $\frac{1}{2}$, 1452, & 1012; du septiéme de 199 $\frac{1}{2}$, 924, & 1056; du huitiéme de 378, 924, & 1804; & enfin du neuviéme de 108, 264, & 1584. Je mesurai aussi les sinus d'incidence sur les neuf triangles, en me servant d'une équerre, comme je l'ai expliqué au commencement de l'autre Chap. Je pouvois par la formule $\frac{n^2 ig + nmif}{b\sqrt{s^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ déduire ces sinus des dimensions que je venois de prendre; mais il étoit plus court, comme je l'ai déja dit, de les mesurer actuellement. Je supposai le sinus total de 100 parties & je trouvai ces neuf valeurs, 66, 38, 43, 30, 11, 17, 14, 18, & 6. Mais il faut remarquer que ces sinus n'appartiennent qu'à la route directe, parce que je ne situai ma regle que paralellement à la quille. Fig. 6. Plan. 5.

Les quarrez de ces sinus sont 4356, 1444, 1849, 900, 121, 289, 196, 324, & 36. Je n'avois qu'à multiplier ces quarrez par l'étenduë des neuf triangles & il me fût venu, comme on le sçait, les chocs absolus que doivent recevoir ces triangles; mais comme je ne voulois avoir que les chocs relatifs directs & verticaux, je multipliai chaque quarré par chaque des projections $\frac{1}{2}$ *ig*, & $\frac{1}{2}$ *kf* & je reconnus que les neuf impulsions relatives directes étoient 2515590, 690954, 1250848 $\frac{1}{2}$, 387450, 21961 $\frac{1}{2}$, 90601 $\frac{1}{2}$, 39102, 122472, & 3888; & les neuf impulsions relatives verticales 2058210, 963148, 1876735, 1070100, 79860, 292468, 206976, 584496, & 57024. J'ajoutai ensuite les chocs horisontaux ensemble & les verticaux aussi ensemble, & je reconnus que la demie prouë AEF devoit être poussée selon le sens paralelle à la quille avec une force 5122867 $\frac{1}{2}$ & verticalement avec la force 7189017: d'où il suit que la prouë entiére qui doit être poussée avec des forces doubles, devoit ressentir les deux impulsions relatives 10245735, & 14378034. Je ne me servis point des projections $\frac{1}{2}$ *if* des neuf triangles, ou, ce qui est la même chose, je ne cherchai point avec quelle force le Na-

Fig. 6. Plan. 5.

vire étoit pouſſé de côté ; parce qu'une des moitiez de la prouë eſt autant pouſſée que l'autre, auſſi-tôt que le Navire ſingle directement ſur ſa quille ; & les deux impulſions latérales qui ſont contraires, doivent alors ſe détruire mutuellement.

Pour trouver enſuite la direction DW ſur laquelle agit l'impulſion relative horiſontale, je pris en pouces les diſtances perpendiculaires des centres de gravité des triangles au plan ACE, qui eſt une partie de la premiere tranche de la carene. Il faut remarquer que je ne meſurai pas actuellement ces diſtances, mais ce qui me donna préciſément la même choſe, comme il ſeroit facile de le démontrer, je fis une ſomme des diſtances des trois angles de chaque triangle au plan ACE & j'en pris le tiers. Je multipliai après cela les impulſions rélatives horiſontales 2515590, 690954, &c. par les diſtances des centres de gravité, ce qui me donna les momens de ces impulſions : & diviſant ſelon le principe de Statique, la ſomme 176122905 de ces momens par la ſomme 10245735 des impulſions, il me vint 17 pouces & un peu plus, pour la quantité DS dont la direction DW eſt au-deſſous du plan ACE. Je cherchai enſuite de la même maniére la direction DI de l'impulſion relative verticale. Je m'imaginai à l'extrémité A de la prouë, un plan vertical perpendiculaire à la quille, & ayant multiplié les impulſions particuliéres verticales 2058210, 963148, &c. par leurs diſtances à ce plan, je trouvai leurs momens particuliers & j'eus 814974408 pour leur ſomme ou pour le moment total. Je diviſai ce moment total par 14378034 qui eſt la ſomme des impulſions verticales, & il me vint au quotient 56 pouces environ 8 lignes pour la diſtance AS de la direction verticale DI à l'extrémité A de la prouë. J'eus encore conçû un autre plan vertical, mais paralelle à la quille, & j'eus cherché les diſtances des directions DW & DI à ce plan, s'il eût été queſtion d'une route oblique. Mais dans le cas que je conſidérois, les directions DW & DI n'étoient pas plus d'un côté du Vaiſſeau que de l'autre ; elles étoient exactement dans le plan vertical AOF qui coupe la prouë par la moitié. Fig. 6. Plan. 5.

Enfin il ne me reſtoit plus qu'à compoſer les deux directions DW & DI pour trouver la direction DRN de l'impulſion abſoluë : mais c'eſt ce qui étoit tout-à-fait facile après tous les calculs précédens ; puiſque cette direction DR doit être la diagonale d'un rectangle DQRP qui a ſes côtez DQ & DP en même raiſon que les deux impulſions horiſontale, & verticale 10245735, & 14378034. Je cherchai auſſi le centre de gravité γ de la premiere tranche ACBE de la carene par la méthode du Chapitre II. de ces Additions, & ayant ſouſtrait AS qui étoit de 56 $\frac{2}{3}$ pouces de la diſtance Aγ que je trouvois de 17 pieds 8 pouces, il me vint 12 pieds 11 $\frac{1}{3}$ pouces pour Sγ ou pour DW. Je fis après cela cette analogie : l'impulſion horiſontale DQ = 10245735 eſt à l'impulſion verticale DP ou QR = 14378034, comme 12 pieds 11 $\frac{1}{3}$ pouces valeur de DW ſont à environ 18 pieds 2 pouces, valeur de WN ; &, ſi on en retranche W γ qui eſt égal à DS, & qui eſt de 17 pouces, il reſtera 16 pieds 9 pouces pour l'élévation γN du *point vélique* N, qui eſt, comme on le ſçait, le point d'interſection de l'axe DN du choc de l'eau & de la verticale du centre γ. Ainſi nous voyons que pour donner une diſpoſition parfaite à la Mâture du Navire le *S. Pierre*, il eût fallu mettre le centre d'effort de ſes voiles à 16 pieds 9 pouces au-deſſus de la ſurface de l'eau ; ou à environ 14 pieds au-deſſus du Navire, parce que le tillac & le bord pouvoient avoir 2 pieds 9 pouces de hauteur au-deſſus de l'eau. Cela ſuppoſé, ſi on eût fait la voile large de 20 pieds par en bas & de 50 par le ſommet, comme on le pouvoit très-aiſément ; il eût fallu la faire de 24 $\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, & donner auſſi cette même hauteur aux Mâts au-deſſus du Navire : c'eſt ce qu'on trouve par l'analogie indiquée à la fin de l'article V. du Chapitre IX. de la premiere Section.

Fig. 25. & 26. Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver l'impulsion de l'eau dans une route oblique : l'opération seroit simplement plus longue, parce qu'il faudroit chercher le choc relatif latéral auquel seroient exposées les parties de la prouë & qu'il faudroit composer ce choc avec les deux autres. Il est vrai qu'à faire la même opération seulement pour neuf ou dix routes, on s'engageroit dans un travail de plusieurs jours. Mais il suffit de faire attention aux fruits considérables qu'on en retireroit & à l'importance de la matiére, & je crois qu'on ne comptera ensuite la peine que pour très-peu de chose. Ce ne sont pas simplement nos maximes de Mâture, qui supposent la détermination exacte de l'axe de l'impulsion absoluë de l'eau: nous croyons même, comme nous l'avons déja insinué, qu'après que nous aurons mis nos deux voiles aux deux extremitez du Vaisseau & que nous leur aurons donné la hauteur convenable pour la route directe, on pourroit sans inconvenient laisser aux Marins le soin d'en regler la disposition particuliére dans les routes obliques; & de cette sorte nous n'aurions gueres à chercher l'axe du choc absolu de l'eau, que dans le seul cas où le Navire single directement sur sa quille. Mais presque tous les Problêmes de Manœuvre supposent la détermination de ce même axe dans les routes obliques. Il n'est pas possible, par exemple, de découvrir autrement la disposition la plus avantageuse de la voile & du Vaisseau; soit pour gagner au vent; soit pour suivre une route proposée; soit pour atteindre un autre Vaisseau qui fait voile & qui fuit. D'ailleurs si la Théorie de la Manœuve est fondée sur la connoissance de l'impulsion de l'eau, il est certain qu'on ne peut guéres découvrir cette impulsion, par les méthodes purement géométriques: car la courbure de la carene est mécanique & irréguliére dans presque tous les Vaisseaux, & ainsi il n'y a point de meilleur parti à prendre, que celui de partager la prouë en plusieurs petites surfaces sensiblement planes, comme nous venons de faire. Peut-être cependant que

la méthode précédente, quoique nous ayons trouvé le moyen de l'abreger assez considerablement, paroîtra encore trop longue, pour qu'on puisse se résoudre à en faire un fréquent usage dans la Marine. Mais nous allons montrer qu'on peut presque toujours en rendre l'application beaucoup plus simple, aussi-tôt qu'il s'agit de découvrir l'impulsion de l'eau pour plusieurs routes.

CHAPITRE V.

Ayant trouvé par l'expérience ou par quelqu'autre moyen l'impulsion de l'eau sur la proue, pour la route directe & pour une route oblique, découvrir géométriquement les impulsions pour toutes les autres routes.

En effet c'est assez que nous connoissions les impressions de l'eau dans deux routes différentes, pour que nous puissions les trouver dans toutes les autres; pourvû cependant qu'il n'y ait toujours que les mêmes parties de la proue qui soient exposées au choc. Cela vient de ce qu'il y a toujours, quoique cela paroisse assez surprenant, un certain rapport entre toutes les impulsions que peut souffrir une surface & de ce que ce rapport se trouve non-seulement dans les surfaces courbes géométriques & régulières; mais aussi dans celles qui sont comme formées au hazard & dont les parties ne gardent aucun ordre dans leur situation. De sorte qu'une surface dont la courbure n'est pas soumise au calcul algébraïque, reçoit des chocs dont la relation y est soumise & dont la relation peut s'exprimer d'une maniére générale.

Si nous considérons d'abord les expressions des chocs relatifs que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section, nous verrons qu'on peut toujours les réduire à cette forme $\frac{E + m \times F + m^2 \times G}{h^2}$ dans laquelle, E,

F, & G ſont des grandeurs conſtantes, qui ne changent point par les diverſes obliquitez de la route; mais qui ſont ſimplement differentes ſelon qu'il s'agit d'impulſions relative ou directe, ou latérale, ou verticale. Supposé, par exemple, qu'on examine la premiere formule ....
$\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$, il eſt clair qu'elle eſt précisément la même que $\frac{1}{h^2}\int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}} \pm \frac{m}{h^2} \times$ .. $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}} + \frac{m^2}{h^2}\int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$; & cette derniere expreſſion ne differe point de $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2}F + \frac{m^2}{h^2}G$ ou de $\frac{E \pm mF + m^2G}{h^2}$ auſſi-tôt qu'on déſigne les trois intégrales $\int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$, $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$, $\int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$, par les lettres E, F, G. On peut dire auſſi la même choſe des impulſions, relative, latérale, & verticale. Toute la différence qui ſe trouve, c'eſt que lorſqu'il eſt queſtion de l'impulſion directe, exprimée par la premiere formule, les grandeurs E, F, G ſont égales aux intégrales que nous venons de rapporter; au lieu que lorſqu'il s'agit de l'impulſion latérale qui eſt exprimée par la quatriéme formule, ces grandeurs ſont égales aux intégrales $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$, $\int \frac{\frac{3n^3q}{r}ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$, & $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$ & aux integrales ..... $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$, $\int \frac{3n^3ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$, $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2+dy^2}}$, lorſqu'il eſt queſtion des impulſions verticales. Mais enfin il eſt ſenſible que les grandeurs E, F, G ne ſont toujours point ſujettes à changer par les divers angles de dérive, & qu'il n'y a de variable dans l'expreſſion $\frac{E \pm mF + mG}{h^2}$ que la tangente m & la ſecante h: & ſi on met à la place de h^2
ſa

ſa valeur $n^2 + m^2$, nous aurons cette autre formule $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, qui ne contient plus que la ſeule variable m, & qui convient néanmoins à tous les conoïdes & pour tous les angles de dérive.

Nous trouverons encore la même choſe, en nous ſervant des expreſſions générales $\frac{1}{2} ig \times \frac{\overline{n^2 ig \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}}$; $\frac{1}{2} if \times \frac{\overline{n^2 ii \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2i^2 + i^2g^2 + 2k^2}}$, & $\frac{1}{2} kf \times \frac{\overline{n^2 ig \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}}$ dont nous avons parlé dans le Chapitre III. de ces Additions. Car ſi nous prenons à volonté une de ces expreſſions, comme, par exemple, la derniere, qui marque l'impulſion relative verticale ſur chaque partie triangulaire de la prouë GCVg [Fig. 5. Plan. 5.] nous n'aurons qu'à lui donner cette forme $\frac{1}{2} kf \times \frac{n^4 i^2 g^2 \pm 2mn^3 fgi^2 + m^2n^2f^2i^2}{h^2 \times \overline{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}}$ ou cette autre $\frac{1}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2} \pm \frac{m}{h^2} \times \frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2} + \frac{m^2}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^2 f^3 i^2 k}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}$, & nous verrons qu'elle contient trois termes dont le premier n'a $\frac{1}{h^2}$ de variable, puiſque le reſte $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}$ eſt formé ſimplement du ſinus total n, & des grandeurs i, g, f, k qui marquent la ſituation & les dimenſions du triangle FGL qui reçoit le choc. Par la même raiſon, le ſecond & le troiſiéme terme n'ont que $\frac{m}{h^2}$, & $\frac{m^2}{h^2}$ de variables ; & ainſi, ſi E eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}$ tirées de tous les triangles dont la ſurface de la prouë eſt formée ; ſi outre cela F eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2i^2 + i^2g^2 + f^2k^2}$ &

que G ſoit celle de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2}n^2f^3i^2k}{f^2i^2+i^2g^2+f^2k^2}$, nous aurons $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2}F + \frac{m^2}{h^2}G$, ou $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2+m^2}$ pour l'impulſion relative verticale que ſouffrent enſemble toutes les parties de la moitié de la prouë. Or comme on peut partager toutes les ſurfaces tant Géométriques que Mécaniques en parties triangulaires ſenſiblement planes comme FGL, au moins en parties infiniment petites, il eſt certain que nous pouvons appliquer ce que nous venons de dire à toutes ſortes de ſurfaces, c'eſt-à-dire, que $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2+m^2}$ peut toujours exprimer toutes les impulſions relatives auſquelles elles ſont ſujettes. Ainſi il n'eſt plus queſtion que de déterminer les grandeurs E, F, G; & de le faire d'une maniére aſſez générale pour convenir à toutes les ſurfaces.

Le moyen qui me paroît le plus commode, c'eſt de comparer cette formule $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2+m^2}$ à trois impulſions déja connuës : car nous aurons trois differentes équations, & il n'en faut pas davantage pour pouvoir déterminer trois inconnuës telles que E, F, G. Je ſuppoſe donc que lorſque l'angle de la dérive eſt nul, ou que le fluide ſe meut ſelon la ligne de la quille, le choc relatif ſelon une certaine détermination eſt repreſenté par A; que lorſque l'angle de la dérive eſt ſenſible & que c eſt ſa tangente, le choc relatif, ſelon le même ſens que le premier eſt repréſenté par a; & que lorſque e eſt la tangente de l'angle de la dérive, le choc relatif ſelon la même détermination que les deux autres eſt a. J'introduis ſucceſſivement à la place de m, dans la formule générale $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2+m^2}$, les tangentes o, $+c$, & $+e$ des trois angles de dérive, & je trouve ces trois diverſes impulſions $\frac{E}{n^2}$,

$\frac{\mathrm{E}+c\mathrm{F}+c^2\mathrm{G}}{n^2+c^2}$, & $\frac{\mathrm{E}+e\mathrm{F}+e^2\mathrm{G}}{n^2+e^2}$; ce qui me donne les trois équations $\frac{\mathrm{E}}{n^2}=\mathrm{A}$, $\frac{\mathrm{E}+c\mathrm{F}+c^2\mathrm{G}}{n^2+c^2}=\mathrm{a}$, & $\frac{\mathrm{E}+e\mathrm{F}+e^2\mathrm{G}}{n^2+e^2}=a$. La premiere me fait déja découvrir que $\mathrm{E}=\mathrm{A}n^2$; & faisant disparoître E des deux autres, j'ai $\frac{\mathrm{A}n^2+c\mathrm{F}+c^2\mathrm{G}}{n^2+c^2}=\mathrm{a}$ & $\frac{\mathrm{A}n^2+e\mathrm{F}+e^2\mathrm{G}}{n^2+e^2}=a$. Je cherche ensuite dans ces dernieres équations la valeur de F; ce qui me donne $\mathrm{F}=\frac{-\mathrm{A}n^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2\mathrm{G}}{c}$, & $\mathrm{F}=\frac{-\mathrm{A}n^2+a\times\overline{n^2+e^2}-e^2\mathrm{G}}{e}$; & comparant ces deux valeurs ensemble, on a l'égalité $\frac{-\mathrm{A}n^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2\mathrm{G}}{c}=\frac{-\mathrm{A}n^2+a\times\overline{n^2+e^2}-e^2\mathrm{G}}{e}$ dans laquelle il est facile de découvrir G, qui est notre derniere inconnuë; on trouve $\mathrm{G}=\frac{\mathrm{A}n^2\times\overline{e-c}-\mathrm{a}e\times\overline{n^2+c^2}+ac\times\overline{n^2+e^2}}{ce^2-c^2e}$ & introduisant cette valeur dans celle $\frac{-\mathrm{A}n^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2\mathrm{G}}{c}$ de F, il viendra $\mathrm{F}=\frac{-\mathrm{A}n^2\times\overline{e^2-c^2}+\mathrm{a}e^2\times\overline{n^2+c^2}-ac^2\times\overline{n^2+e^2}}{ce^2-c^2e}$.

Or maintenant que nous connoissons les trois valeurs de E, F, & G nous n'avons qu'à les faire entrer dans l'expression $\frac{\mathrm{E}\pm m\mathrm{F}+m^2\mathrm{G}}{n^2+m^2}$ & nous la changerons en cette formule générale $\frac{\mathrm{A}n^2}{n^2+m^2}\pm m\times$ . . . . $\frac{-\mathrm{A}n^2\times\overline{e^2-c^2}+\mathrm{a}e^2\times\overline{n^2+c^2}-ac^2\times\overline{n^2+e^2}}{\overline{ce^2-c^2e}\times\overline{n^2+m^2}}+m^2\times$ . . . $\frac{\mathrm{A}n^2\times\overline{e-c}-\mathrm{a}e\times\overline{n^2+c^2}+ac\times\overline{n^2+e^2}}{\overline{ce^2-c^2e}\times\overline{n^2+m^2}}$: *formule* qui peut être d'un grand usage pour trouver toutes les impulsions ausquelles les surfaces courbes sont sujettes, aussi-tôt qu'on connoît déja trois de ces impulsions. Cette formule peut servir pour chaque moitié de la prouë, prise séparément;

pour la moitié qui eſt la plus exposée au choc, lorſqu'on affectera la tangente m du ſigne $+$, & ſur l'autre moitié, lorſqu'on affectera cette tangente du ſigne $-$.

Mais lorſque la ſuperficie qui reçoit le choc a deux parties parfaitement égales, qui s'étendent de part & d'autre d'une ligne droite, qu'on peut prendre pour axe, & qu'on voudra trouver l'impulſion ſur les deux parties tout à la fois, on pourra conſtruire d'autres formules qui ſeront beaucoup plus ſimples. L'expreſſion $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ en renferme à proprement parler deux autres; puiſque ſi on prend $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ & qu'il ſoit queſtion comme ici du choc que reçoit la prouë; cette premiere expreſſion marque le choc ſur la moitié qui eſt du côté de l'angle de la dérive; & ſi on prend $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, on aura le choc ſur le côté opposé, qui eſt le moins exposé à l'action de l'eau. Ainſi pour avoir l'impulſion que ſouffre la prouë entiere, nous n'avons qu'à joindre $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ avec $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, & nous aurons $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$; ſupposé qu'il s'agiſſe d'impulſions directes ou verticales : car on ſçait que les deux impulſions directes, de même que les deux verticales que reçoivent les deux moitiez de la prouë, s'exercent dans le même ſens & s'aident l'une & l'autre. Mais ſi nous voulons avoir le choc latéral, il faut ſouſtraire celui $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit un côté, de celui $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit l'autre côté, & nous aurons $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ pour la force avec laquelle la prouë entiére ſera pouſſée latéralement, par le choc le plus fort. De sorte que $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ sont les deux formes sous lesquelles se trouvent toujours les impulsions relatives que souffre la prouë entiere : les impulsions directes & les verticales viennent toujours sous la premiere forme, & les latérales, sous la seconde.

Or il suffit maintenant que nous connoissions deux impulsions selon une certaine détermination pour pouvoir découvrir toutes les autres selon la même détermination ; au lieu qu'il nous falloit auparavant en connoître trois. Je nomme encore A le choc direct ou vertical que reçoit la prouë entiére, lorsque l'angle de la dérive est nul, ou lorsque le Navire single directement sur sa quille, & a, le choc direct ou vertical que reçoit la prouë, lorsque le Navire suit une route dont c marque la tangente de l'obliquité. Je substituë successivement les deux valeurs zero, & c de la tangente de la dérive à la place de m dans l'expression générale $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & je réduis cette expression à ces deux autres $\frac{{}^2E}{n^2}$, & $\frac{{}^2E + 2c^2G}{n^2 + c^2}$ qui doivent donc être égales à A & à a. Déduisant ensuite une valeur de ${}^2E$, de chaque de ces équations $\frac{{}^2E}{n^2} = A$ & $\frac{{}^2E + 2c^2G}{n^2 + c^2} = a$, nous trouvons ${}^2E = An^2$ & ${}^2E = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; & comparant ces deux valeurs, il nous vient $An^2 = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; d'où nous tirons $G = \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{2c^2}$. Enfin si nous faisons disparoître E & G de l'expression $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ nous aurons *la formule* $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui marque, en grandeurs entiérement connuës, les impulsions relatives directes ou verticales, pour les routes de toutes les obliquitez.

Mais nous trouverons encore bien plus aisément les chocs relatifs latéraux que la prouë entiére est sujette à recevoir ; & cette facilité vient de ce que l'expression $\frac{2mF}{n^2+m^2}$ de ces chocs ne contient qu'une seule inconnuë F. Je nomme b le choc latéral qui convient à un angle de dérive dont c est la tangente ; je substituë cette tangente à la place de m, & il me vient $\frac{2cF}{n^2+c^2}$ qui doit donc être égale à b. Il suit de-là que $F=\frac{b \times \overline{n^2+c^2}}{2c}$; & introduisant cette valeur de F dans $\frac{2mF}{n^2+m^2}$, nous aurons la *formule* $\frac{m}{n^2+m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2+c^2}}{c}$, qui exprime, d'une maniére très-simple, les impulsions laterales sur la prouë entiere, pour tous les angles de dérive dont m est la tangente.

Voilà le moyen de découvrir toutes les impulsions latérales aussi-tôt qu'on en a déja découvert une. Mais en y faisant un peu d'attention, on reconnoît aisément qu'on peut les trouver aussi sans en supposer aucune de connuë ; parce qu'on peut les déduire des impulsions directes. Cela vient de la conformité qu'il y a entre l'expression $\frac{m}{b^2} \times \int \frac{2n^3qydydx^2}{r \times \overline{dx^2+ay^2}}$ ou $\frac{m}{n^2+m^2} \int \frac{2n^3qydydx^2}{r \times \overline{ax^2+dy^2}}$ de cette impulsion latérale, & le second terme de l'expression $\frac{1}{n^2+m^2} \int \frac{2n^4qydy^3}{r \times \overline{dx^2+dy^2}} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \int \frac{n^2qydydx^2}{r \times \overline{dx^2+dy^2}}$ de l'impulsion relative directe que souffre la prouë entiére. Ces deux expressions sont déduites des formules de la Table de la page 52 ; & si on compare la derniere avec $\frac{An^2}{n^2+m^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \times \frac{-An^2+a \times \overline{n^2+c^2}}{c^2}$ qui lui est égale & qui a la même forme, on verra que $\frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ eſt la valeur de l'intégrale $\int \frac{n^2 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$. Multipliant enſuite par ^2n, nous aurons $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ pour la valeur de . . . $\int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$, & par conséquent $\frac{m}{n^2 + m^2} \times$ . . . . $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ ſera celle de l'impulſion latérale $\frac{m}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$. Ainſi on voit que nous avons deux méthodes de trouver ces impulſions pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez. Si nous connoiſſons déja une de ces impulſions (b) pour un angle de dérive dont c eſt la tangente, nous nous ſervirons de la formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$ de l'article précédent : mais ſi nous n'en connoiſſons aucune, & que nous ayons ſimplement les impulſions relatives directes A & a, dans la route directe & dans une route oblique, nous n'aurons qu'à nous ſervir de *la formule* $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$.

Enfin ce ſont non-ſeulement les impulſions relatives qu'on peut découvrir par les moyens précédens, mais on peut auſſi trouver leurs momens : car ils ſe réduiſent également toujours à l'une ou à l'autre de ces deux formes $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ ou $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$. Comme les momens ne ſont que les impulſions multipliées par les diſtances de leurs directions à un certain terme, & que ces diſtances ne ſont point ſujettes à changer, par les diverſes obliquitez de la route, il eſt clair que les momens qui appartiennent à chaque moitié de la prouë, doivent avoir la même forme

$\frac{E + nF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ que les impulsions mêmes ; & c'est ce qu'on voit aussi en jettant les yeux sur les formules de la Table de la page 52, qui contiennent des momens dans leur numérateur. Mais si on cherche les momens pour la prouë entiére ; ce qu'on fera en ajoutant les deux momens particuliers, lorsqu'ils sont tous deux *positifs*, ou en retranchant l'un de l'autre, lorsqu'il y en a un qui doit être regardé comme *négatif*, on trouvera toujours $\frac{2E + 2m^2 G}{n^2 + m^2}$ dans le premier cas, & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ dans le second : & ainsi on pourra avoir recours à nos formules générales, $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$ pour découvrir les momens de toutes les impulsions, aussi-tôt qu'on en aura déja découvert quelques-uns.

Lorsqu'on cherche par rapport au sommet de la prouë le moment de l'impulsion latérale que souffre la prouë entiere, on trouve qu'il vient sous la seconde forme $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$; & si on le divise par l'impulsion latérale, qui se trouve aussi sous la seconde forme, & que nous pouvons exprimer par $\frac{2mP}{n^2 + m^2}$ en prenant P pour une grandeur constante, nous aurons $\frac{F}{P}$ pour la quantité VX [Figure 5. Planc. 5.] dont la direction YZ de l'impulsion latérale que souffre la prouë est éloignée du sommet V de la prouë : ce qui nous apprend que cette direction YZ reste toujours dans le même endroit par rapport à la longueur du Vaisseau. Mais ce n'est pas la même chose des autres directions ; elles sont toutes sujettes à changer, aussi-tôt que le Navire prend des routes de différentes obliquitez. Si nous cherchons, par exemple, le moment de

Fig. 5. Plan. 5.

l'impulsion

l'impulsion directe par rapport au plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, nous le trouverons encore sous la seconde forme, & nous pourrons l'exprimer par $\frac{2mQ}{n^2+m^2}$, en prenant Q pour une grandeur constante. Fig. 5. Plan. 5.

Nous trouverons ce moment sous la seconde forme, parce que le moment qui appartient à une des moitiez de la prouë est *négatif* par rapport à l'autre; ce qui ne vient pas des impulsions, puisqu'elles agissent toutes deux dans le même sens, & qu'elles sont par conséquent toutes deux *positives*; mais cela vient de ce que les deux directions sont placées de differens côtez du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, & que la distance d'une de ces directions au plan vertical doit être censée *négative*. Enfin le moment total $\frac{2nQ}{n^2+m^2}$ étant divisé par l'impulsion directe que souffre la prouë entiére, & que nous pouvons représenter par $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$, nous trouverons $\frac{mQ}{R+m^2S}$ pour la distance XY de l'axe de la prouë à la direction YT de l'impulsion relative directe à laquelle la prouë entiére est exposée; & on voit que cette distance est sujette à changer selon que la tangente m de l'obliquité de la route augmente ou diminuë.

Mais ce qui est très-remarquable, c'est que quoique YT s'approche ou s'éloigne de l'axe VE de la prouë, la direction composée YW sur laquelle s'exerce toute la force horisontale de l'eau, passe cependant toujours par le même point D de l'axe VE. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer que la direction composée YW est la diagonale du rectangle YTWZ qui a pour ses côtez YZ & YT, les deux impulsions relatives, latérale & directe que nous venons de désigner par $\frac{2mP}{n^2+m^2}$ & $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$. Et

Fig. 5. Plan. 5.

faisant ensuite cette proportion $YZ = \frac{2mP}{n^2 + m^2}$ | $ZW = YT = \frac{2R + 2m^2S}{n^2 + m^2}$ || $XY = \frac{mQ}{R + m^2S}$ | XD, nous trouverons pour XD la grandeur constante $\frac{P}{Q}$. Ainsi le point D est toujours également éloigné de la direction YZ de l'impulsion latérale ; & comme d'un autre côté cette direction est toujours à la même distance de l'extrémité V de la prouë, il s'ensuit que le point D par lequel passe la direction composée YW de toute l'impulsion horisontale, tant latérale que directe, sera aussi toujours également éloigné de l'extrémité V de la prouë. Il nous est très-avantageux de connoître cette propriété qu'ont les prouës de toutes sortes de figures. Car c'est de part & d'autre du point D qu'on doit mettre en équilibre les voiles de l'avant & de l'arriére ; & puisque ce point ne change point par l'obliquité des routes, il n'est pas nécessaire, pour le rendre stable, de nous assujettir à ne donner à la prouë qu'une certaine forme particuliére. Nous pourrons au contraire, choisir toujours la figure qui nous procurera par ailleurs le plus d'avantages ; & nous aurons encore la commodité de pouvoir déterminer le point D en cherchant simplement la direction YW dans une seule route.

Il est vrai que toutes les choses précédentes n'ont lieu que lorsque l'eau ne rencontre précisément que les mêmes parties de la prouë. Mais comme l'obliquité des routes n'est pas ordinairement excessive, on pourra très-souvent négliger la nouvelle partie de la carene, qui se trouvera exposée au choc d'autant plus qu'elle n'en recevra toujours que très-peu. Et dans les rencontres où on voudra pousser l'exactitude plus loin, on n'aura qu'à chercher encore par les moyens précédens l'impulsion que souffre la prouë : ce sera toujours autant de fait ; & il ne restera plus qu'à y joindre l'impulsion sur la nouvelle partie, impulsion qu'on découvrira aisément par la méthode du

Chap. III. en partageant cette nouvelle partie en quelques triangles. Il arrivera aussi pour l'ordinaire que les directions des trois chocs relatifs seront toutes en differens plans, & qu'elles ne se couperont en aucun point. Alors, si on en excepte un cas très-singulier, il ne sera jamais possible de composer exactement ces trois forces ni de les réduire à une seule direction. Mais comme on peut se dispenser, dans la pratique des Arts, d'observer une précision trop rigoureuse, il n'y aura point d'inconvenient à chercher la direction du choc absolu, comme si les directions des impulsions relatives se trouvoient deux à deux exactement dans le même plan.

CHAPITRE VI.

Remarques sur les propriétez particuliéres qu'ont toutes les prouës formées en demi conoïdes.

JUsqu'ici nous n'avons parlé que des propriétez qui conviennent aux prouës de toutes sortes de figures; mais si on attribuë aux prouës quelques especes de formes déterminées, il arrivera qu'outre les propriétez précedentes, qui sont générales & communes, elles en auront toujours d'autres qui leur seront particuliéres. C'est ce que nous allons faire voir dans les prouës en demi conoïdes après avoir donné les dimensions de celle qui trouve à fendre l'eau le moins de résistance qu'il est possible.

Nous mettons ces mesures dans cet endroit-cy de nos Additions, parce que nous n'avons point eu occasion de les inserer ailleurs. Nous avons cru qu'en les calculant nous rendrions quelque service à la Marine; car tout ce qu'on nous a donné touchant le problême de la prouë la plus avantageuse, est beaucoup au-dessus de la portée des ouvriers; au lieu que la Table suivante met tout le monde en état de profiter de cette découverte. On peut voir dans l'*Analyse démontrée* du R. P. Reyneau, que nous avons déja citée, que a étant une grandeur constante & z une variable, les abscisses de la courbe qui doit engendrer la prouë, sont égales à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$, & les ordonnées correspondantes égales à $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$. Nous avons pris 100 pour la valeur de la grandeur arbitraire constante a; ce nombre est assez grand pour qu'on puisse déterminer les dimensions des plus gros Vaisseaux, à moins d'une ligne près.

TABLE

Des dimensions de la prouë la plus avantageuse.

Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.	Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.
0	308	58	0	2880	1904	240	142
6	317	70	19	3366	2102	250	146
20	336	80	33	3911	2316	260	150
44	364	90	44	4539	2545	270	154
78	400	100	55	5194	2791	280	158
125	444	110	64	5943	3053	290	161
185	496	120	73	6769	3333	300	165
260	557	130	81	7678	3631	310	168
354	626	140	89	8675	3948	320	171
468	704	150	95	9767	4284	330	174
604	792	160	102	10959	4640	340	177
766	890	170	108	12258	5016	350	180
956	999	180	114	13668	5413	360	183
1178	1118	190	119	15198	5832	370	186
1434	1250	200	124	16852	6273	380	188
1729	1394	210	129	18639	6737	390	191
2065	1550	220	134	20565	7225	400	194
2448	1720	230	138	22636	7736	410	196

L'uſage de cette Table ſera tout-à-fait aiſé. Après avoir tiré une ligne droite pour ſervir d'axe, on portera deſſus la longueur de chaque abſciſſe, meſurée ſur une échelle de parties égales, & on lui élevera une perpendiculaire égale à l'ordonnée qui lui répond dans la Table. On conduira enſuite une ligne courbe par les extrémitez de toutes ces ordonnées ou perpendiculaires, & la faiſant tourner autour de ſon axe, elle formera la prouë la plus avantageuſe. Enfin comme cette prouë eſt un demi-conoïde, toutes ſes coupes perpendiculaires à ſon axe, ou tous ſes *gabaris*, pour parler en terme de conſtruction, ſont des demi-cercles. On trouvera les rayons de ces *gabaris*, ou les demi largeurs de la prouë, dans la ſeconde & dans la ſixiéme colonne, & on verra dans la premiere & dans la cinquiéme à quelle diſtance de l'extrémité de la prouë, on doit mettre ces demi largeurs. Il reſtera au ſommet du conoïde une petite ouverture, parce que la ſurface ne vient pas joindre l'extrémité de l'axe: mais on peut fermer cet endroit avec un plan, ou bien en prolongeant la ſurface en cône. Quant aux autres colonnes de notre Table, elles ne ſerviront que lorſqu'on voudra trouver les chocs relatifs de l'eau par le moyen des expreſſions du Chapitre VIII. de la premiere Section: nous avons marqué dans ces colonnes, & les valeurs que nous avons attribuées à z, & les logarithmes Lz qu'ont ces diverſes valeurs, dans une logarithmique dont $a = 100$ eſt la ſoutangente.

Pour venir maintenant aux propriétez particuliéres qu'ont toutes les prouës formées en conoïdes, nous ferons d'abord ſouvenir les Lecteurs que les formules de la Table de la page 52 ſont conſtruites pour ces ſortes de figures. Si on déduit enſuite de la premiere formule, l'impulſion relative directe que ſouffre toute la prouë, on aura . . . $\int \frac{2n^4 qy dy^3 + m^2 n^2 qy dy dx^2}{b^2 r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; & il eſt clair que ſi on pouvoit intégrer cette expreſſion, ſans l'aſſujettir à la courbure d'au-

une prouë déterminée, on auroit généralement l'impulsion directe que tous les conoïdes sont sujets à souffrir. Or c'est ce qu'on peut faire dans un certain cas. On le peut, lorsque le quarré m^2 de la tangente de la dérive est double du quarré n^2 du rayon, ou lorsque cette tangente est égale à $n\sqrt{2}$. Car l'expression précédente se réduit alors à $\int \frac{2n^4qydy^3 + 2n^4qydydx^2}{h^2r \times dx^2 + dy^2}$, qui se réduit par la division à .... $\int \frac{n^4qydy}{h^2r}$ ou à $\int \frac{2n^2qydy}{3r}$, en mettant $3n^2$ à la place de $h^2 = n^2 + m^2$; & si on intégre cette derniere expression, on trouve $\frac{n^2qy^2}{3r}$, qui est le produit du tiers du quarré du sinus total n par l'étenduë $\frac{qy^2}{r}$ du demi cercle qui sert de base au demi conoïde & qui a l'ordonnée y pour rayon. Ainsi on voit cette vérité assez surprenante que tous les conoïdes de même base sont sujets à la même impulsion directe, aussi-tôt que la tangente m de l'angle de la dérive est égale à $n\sqrt{2}$, ou aussi-tôt que le fluide fait avec l'axe du conoïde un angle d'environ 54 degrez 44 minutes.
Fig. 6. Plan. 5. C'est-à-dire, que si CFE (Fig. 6. Plan. 5.) est un demi cercle qui a y pour rayon, & par conséquent $\frac{qy^2}{r}$ pour surface, & qu'on mette sur ce demi cercle, un cône, ou un conoïde parabolique ou hyperbolique CAEF, &c. l'impulsion de l'eau selon le sens de l'axe AO, dans le cas marqué, sera toujours la même : elle sera toujours $\frac{n^2qy^2}{3r}$; & cette impulsion sera précisément égale à celle que recevroit le demi cercle CFE, si le fluide pouvoit le rencontrer. Car on peut considérer la surface de ce demi cercle, comme celle d'un conoïde, dont l'axe AO seroit infiniment petit ; & ainsi tout ce qui est vrai pour les conoïdes en général, le doit être aussi pour ce demi cercle CFE qui leur sert de base.

La prouë qui a la figure la plus avantageuſe étant du nombre des conoïdes, doit recevoir auſſi une égale impulſion dans la route oblique de 54 degrez 44 minutes de dérive. Deſorte qu'elle perd, dans ce cas, l'avantage qu'elle a ſur toutes les autres prouës. Mais elle le conſerve au moins juſques-là; c'eſt-à-dire, que dans toutes les routes obliques, elle trouve toujours un peu moins d'obſtacle de la part de l'eau, ſelon le ſens direct, que tous les autres conoïdes; & ce n'eſt enfin que lorſque la dérive eſt parvenuë à environ 54 degrez 44 minutes qu'il n'y a pas de différence entre les réſiſtances. Au ſurplus, toutes les autres eſpeces de figures ont auſſi une propriété qui a rapport à celle que nous remarquons ici. Si on examine, par exemple, les impulſions directes ſur les lignes courbes dont les deux branches ſont parfaitement égales de part & d'autre de leur axe, comme dans la parabole ou dans l'hyperbole, on trouvera que toutes ces courbes ſouffrent toujours préciſément la même impulſion auſſitôt que l'obliquité de la route eſt, non pas de 54 degrez 44 minutes comme dans les conoïdes, mais de 45 degrez juſtes. Il nous ſeroit très-facile de prouver cette propriété des lignes courbes. Mais nous ne le faiſons pas, parce qu'il n'en reviendroit aucune utilité. Il ne ſuffit pas de conſidérer les Vaiſſeaux comme s'ils n'étoient terminez que par un ſimple trait ou une ſimple ligne: car la ſurface de leur prouë eſt courbe dans tous les ſens, dans le ſens horiſontal & dans le ſens vertical; & de plus leurs coupes horiſontales ne ſont pas des figures ſemblables.

Enfin, ſi nous revenons aux prouës en conoïdes, & ſi nous tirons de la 4e formule de la Table de la page 52,

l'expreſſion $\int \frac{6n^4 y dy^2 dx + 2m^2 n^2 y dy^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulſion relative verticale que ſouffre la prouë entiére, nous pourrons faire à peu près les mêmes remarques ſur cette impulſion que ſur la relative directe. Mais afin que nous puiſſions diviser le numérateur $6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3$ par $dx^2 + dy^2$ il faut que m^2 soit égale à $3n^2$, ou que l'angle de la dérive soit de 60 degrez. Alors $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy}}$ deviendra $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 6n^4ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy}}$, qui se réduit effectivement par la division à $\int \frac{n^4ydx}{h^2}$ ou à $\int \frac{1}{2} n^2ydx$, en mettant $4n^2$ à la place de $h^2 = n^2 + m^2$, & c'est-là l'impulsion verticale à laquelle sont exposez tous les conoïdes, aussi-tôt que le quarré de la tangente m est triple du quarré n^2 du rayon, ou que la tangente m est égale à $n\sqrt{3}$. Or comme ydx est l'élement de la surface AOE [Fig. 5. Plan. 5.] renfermée entre l'axe AO & la courbe AHE, il est clair que $\int ydx$ est l'étenduë de cette surface AOE, & que $\int \frac{1}{2} n^2ydx$ est le produit de cette étenduë par la moitié du quarré du sinus total. Ainsi voici encore une vérité qui est une espece de paradoxe. Toutes les prouës CAEF formées en demi conoïdes, qui ont leur coupe horisontale ACE de même étenduë, sont sujettes à la même impulsion relative selon le sens vertical, lorsque l'angle de la dérive ou l'angle de la direction du fluide & de l'axe du conoïde, est de 60 degrez. D'où il suit que pour juger dans ce cas, de l'impulsion verticale, il n'est pas nécessaire de connoître la figure de la prouë; il suffit de sçavoir seulement l'étenduë de sa coupe faite à fleur d'eau.

Au surplus ces observations ne sont pas de simple curiosité; car elles nous mettent en état de découvrir beaucoup plus aisément les impulsions de l'eau sur toutes les prouës formées en conoïdes. On sçait que pour se servir des formules $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ du Chapitre précédent, il il faut avoir déja trouvé deux impulſions A & a, l'une pour la route directe, & l'autre pour une autre route dont c eſt la tangente de l'obliquité. Mais nous n'aurons déſormais qu'à chercher ſimplement le choc pour la route directe ; car les deux remarques que nous venons de faire ſur les proües en conoïdes, feront que nous connoîtrons toujours aiſément une autre impulſion directe ou verticale. Lorſqu'il s'agira, par exemple, des chocs relatifs ſelon le ſens paralelle à la quille, ou ſelon le ſens latéral perpendiculaire à la quille, leſquels ſuppoſent également la connoiſſance de deux impulſions relatives directes, A & a, nous n'aurons qu'à nous ſouvenir que lorſque l'angle de la dérive eſt d'environ 54 degrez 44 minutes, ou que la tangente de cet angle eſt égale à $n\sqrt{2}$, l'impulſion directe, qui eſt alors préciſément la même que celle que recevroit le demi cercle CFE s'il étoit expoſé au choc de l'eau, eſt égale au produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'étenduë de ce demi cercle. Ainſi nous n'aurons qu'à introduire $n\sqrt{2}$ à la place de c, & le produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'aire du demi cercle CFE à la place de l'impulſion a ; & ſi nous mettons auſſi à la place de A, l'impulſion que nous aurons trouvée dans la route directe, nos formules exprimeront en termes entiérement connus, les impulſions que ſouffre la proüe dans les routes de toutes les obliquitez. Fig. 6. Plan. 5.

Pour ne pas laiſſer ceci ſans quelque application, nous ſuppoſerons que la proüe du Navire le *S. Pierre* dont nous avons parlé dans le Chapitre IV. de ces Additions, eſt un demi conoïde, & que le demi cercle CFE qui lui ſert de baſe eſt de 6687 pouces quarrez. Multipliant cette étenduë par le tiers du quarré du ſinus total n que nous ferons ici de 100 parties de même que dans le Chapitre que nous venons de citer, il nous viendra 22290000 pour l'impulſion relative que doit recevoir la proüe ſelon le ſens de la quille dans la route dont $100\sqrt{2} = n\sqrt{2}$ eſt la tangente de l'obliquité. Or nous n'avons qu'à ſubſtituer dans la formule $\frac{An^2}{n^2+m^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \sqrt{n^2+c^2}}{c^2}$; cette tangente $100\sqrt{2}$ à la place de c, l'impulsion 22290000, qui convient à cette tangente, à la place de a & l'impulsion 10245735 qui appartient à la route directe (comme nous l'avons trouvé dans le Chapitre IV.) à la place de A; & il nous viendra $\frac{102457350000 + m^2 \times 28312131}{10000 + m^2}$ pour l'expression générale des chocs relatifs directs dans toutes les routes : c'est-à-dire, qu'il ne restera donc plus qu'à introduire à la place de m, la tangente de quel angle de dérive on voudra, & on aura l'impulsion pour cet angle. Si on fait de semblables substitutions dans la formule $\frac{m}{n^2+m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \sqrt{n^2+c^2}}{c^2}$ qui sert à trouver les impulsions latérales par le moyen des impulsions directes, nous aurons $\frac{m}{10000+m^2} \times 5662426500$ pour l'expression générale de ces impulsions; & on déterminera aussi cette expression à servir pour quelle route particuliére on voudra, en substituant à la place de m, la tangente de chaque angle de dérive.

Ce sera encore à peu près la même chose pour les chocs relatifs verticaux, aussi-tôt qu'on aura déja trouvé, par la méthode du Chapitre III. ou par quelqu'autre moyen, le choc vertical A pour la route directe. Car la connoissance de l'aire de la surface CAE, nous tiendra lieu d'une seconde impulsion; puisque le produit de la moitié de cette surface par la moitié $\frac{1}{2}n^2$ du quarré du sinus total, représente, comme nous l'avons vû, l'impulsion verticale dans la route de 60 degrez de dérive. C'est pourquoi nous n'aurons qu'à introduire ce produit à la place de a, & $n\sqrt{3}$, à la place de c dans la formule $\frac{An^2}{n^2+m^2}$

$+ \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui ſert également pour les impulſions verticales que pour les directes, & on aura l'expreſſion de ces impulſions verticales pour toutes les routes.

Enfin il ſera peut-être aſſez convenable de réſumer ici en peut de mots les principales choſes que nous avons expliquées dans ces Additions. Les Lecteurs ont trouvé dans le Chapitre III. la maniére de découvrir l'impulſion que l'eau fait ſur les proues de toutes ſortes de figures, en partageant leurs ſurfaces en pluſieurs parties triangulaires ſenſiblement planes. On ſe ſervira de cette méthode pour trouver l'impulſion directe & l'impulſion verticale dans deux routes différentes, dans la directe & dans une oblique qu'on choiſira à volonté : & *n* déſignant enſuite le ſinus total ; *c* la tangente de la dérive de la route oblique ; & A & a les deux impulſions verticales trouvées par la méthode du Chapitre III. la formule $\frac{An^2}{n^2 + m^2}$ $+ \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera toutes les impulſions verticales, pour tous les autres angles de dérive dont *m* ſera la tangente.

Cette même formule exprimera auſſi les impulſions relatives directes pour toutes les routes ; auſſi-tôt que A & a déſigneront les deux impulſions directes trouvées par la méthode du Chapitre III. & cette autre formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera en même-tems toutes les impulſions latérales. C'eſt ce que nous avons expliqué dans le Chapitre V. & nous avons fait voir auſſi que la direction composée de tout le choc horiſontal de l'eau paſſe toujours par le même point de la quille. De ſorte qu'il ſuffit de chercher cette direction dans une ſeule route oblique pour ſçavoir de part & d'autre de quel point, on doit toujours mettre toutes les voiles en équilibre.

Ce que nous venons de dire convient aux prouës de toutes les figures ; mais lorsque la prouë est faite en demi conoïde, il suffit de chercher, par la méthode du Chapitre III. les impulsions directe & verticale pour la seule route directe. Alors A désignant l'impulsion directe connuë, & e l'étenduë du demi cercle CFE qui sert de base au demi conoïde de la prouë, nous aurons, 1°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}en^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulsions directes dans toutes les routes dont m sera la tangente de l'obliquité. Nous aurons 2°. $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \overline{- An + en^3}$ pour les impulsions latérales. Et enfin f désignant l'étenduë de la coupe horisontale CAE de la prouë, faite à fleur d'eau, & A l'impulsion verticale trouvée dans la route directe, nous aurons 3°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{- \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}fn^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulsions verticales dans toutes les autres toutes.

Nous eussions pû pousser ces Remarques beaucoup plus loin, & passer ensuite à la résolution générale des plus importans Problêmes de Manœuvre. Mais cela demanderoit un Traité particulier ; d'autant plus que nous ne pourrions pas expliquer ici toutes ces choses sans sortir des bornes que nous avons dû nous prescrire dans ces Additions. On voit que d'une Théorie assez difficile, nous sommes descendus à des regles très-simples. Il arriveroit encore la même chose. Et on pourroit instruire aisément de ces regles les Marins & les Constructeurs ; sans exiger d'eux qu'ils entrassent dans toutes les difficultez de la spéculation.

FIN.

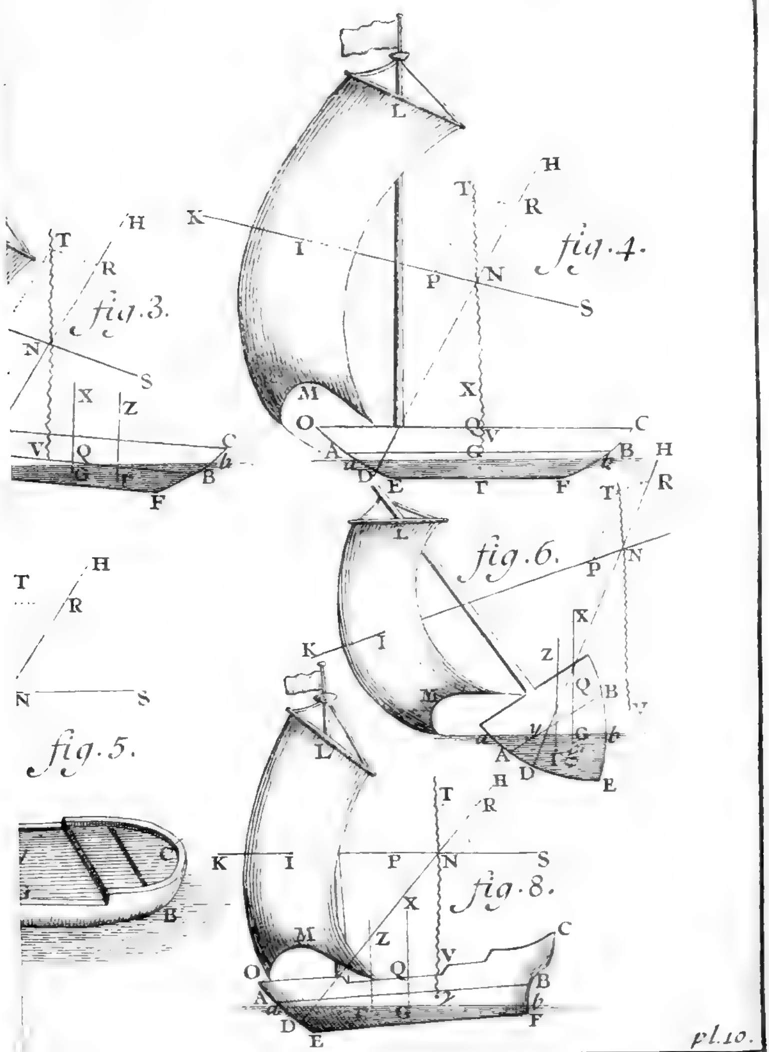
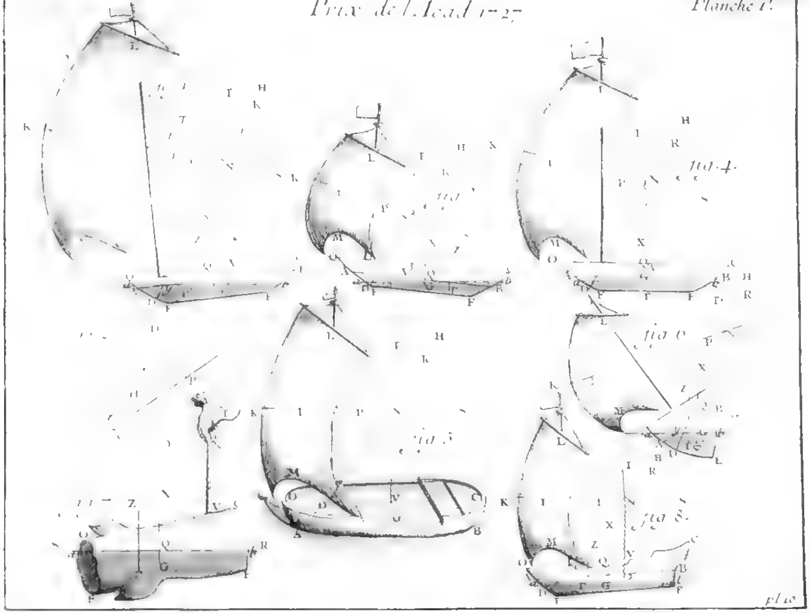


fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 8.

Prix de l'Acad. 1727 Planche 1re



pl. 10

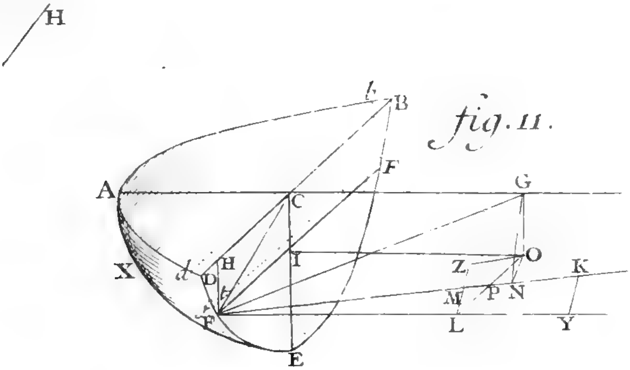


fig. 11.

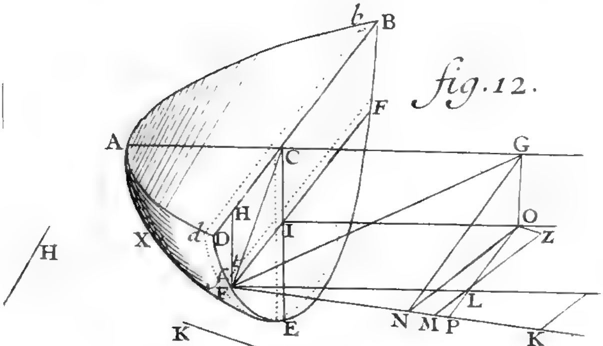


fig. 12.

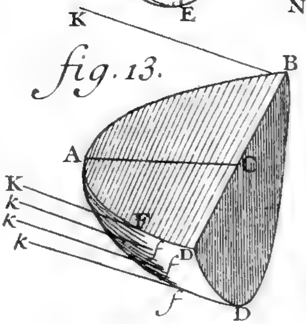


fig. 13.

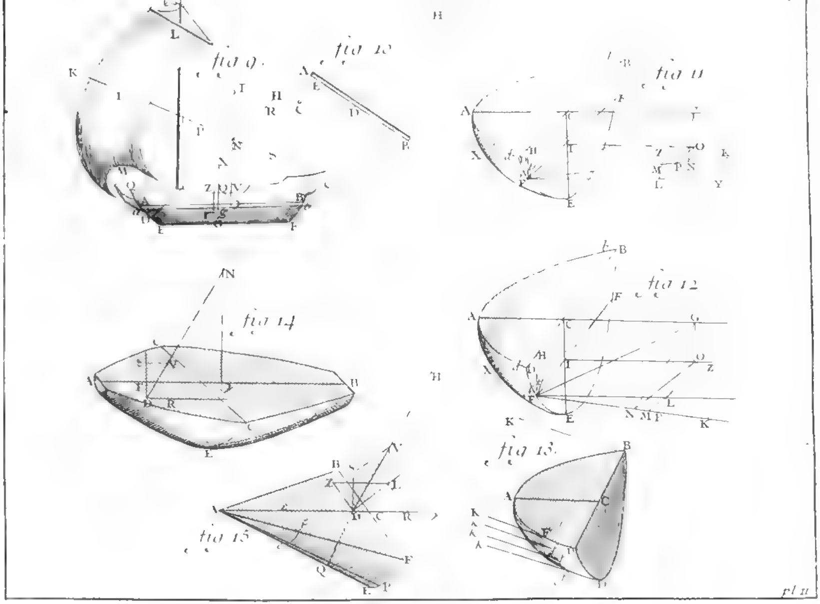


fig. 9.
fig. 10
fig. 11
fig. 12
fig. 13.
fig. 14
fig. 15

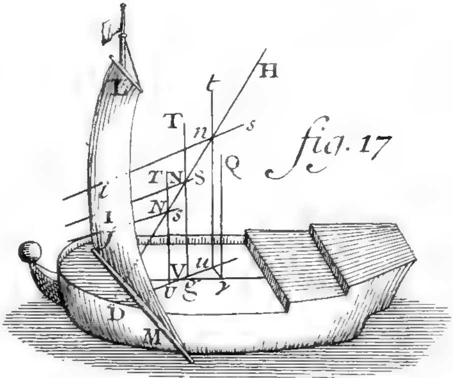


fig. 17

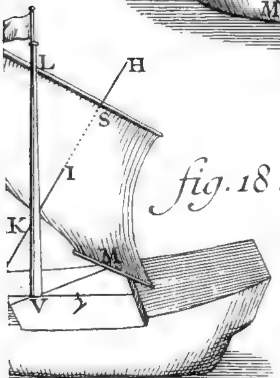


fig. 18.

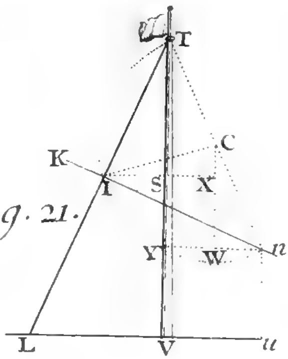


fig. 21.

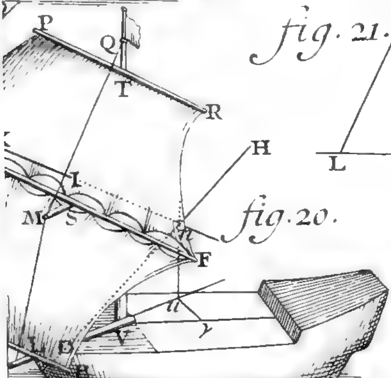


fig. 20.

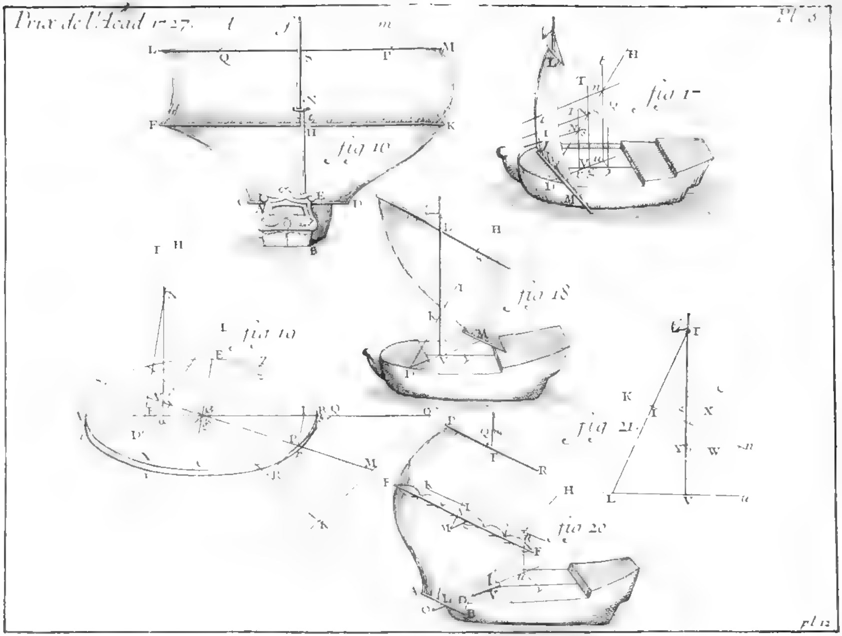


fig. 16
fig. 17
fig. 18
fig. 19
fig. 20
fig. 21

fig. 24.

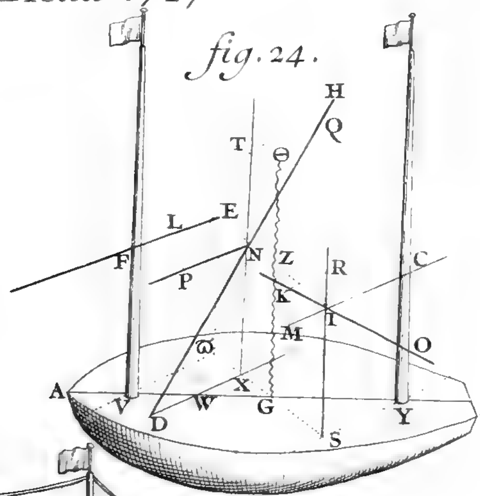


fig. 25.

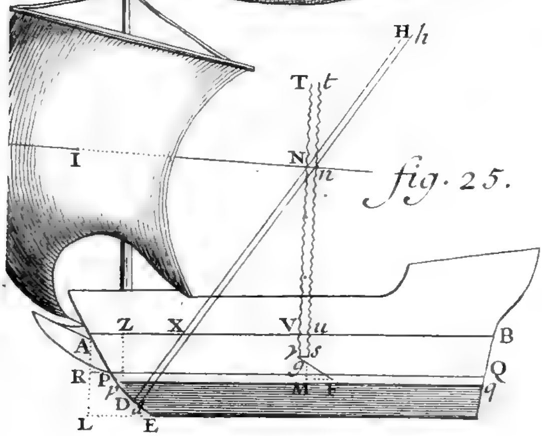
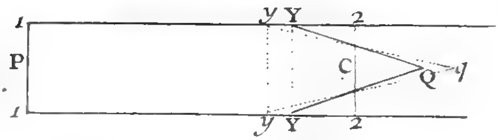
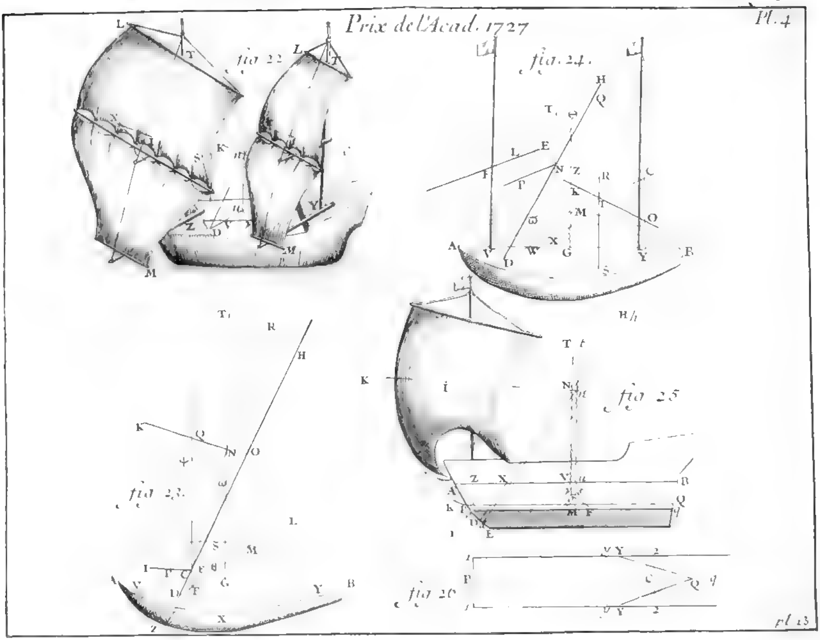


fig. 26.




Prix de l'Acad. 1727
Pl. 4
fig. 22
fig. 24.
fig. 23.
fig. 25
fig. 26
pl. 13

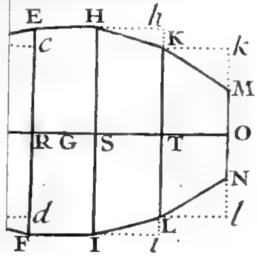


fig. 3.

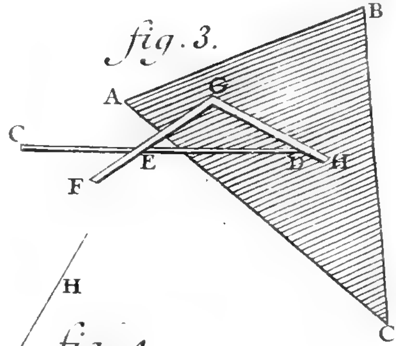


fig. 4.

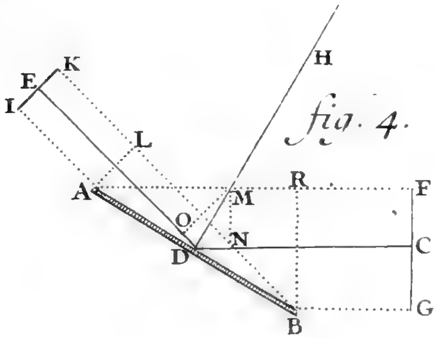
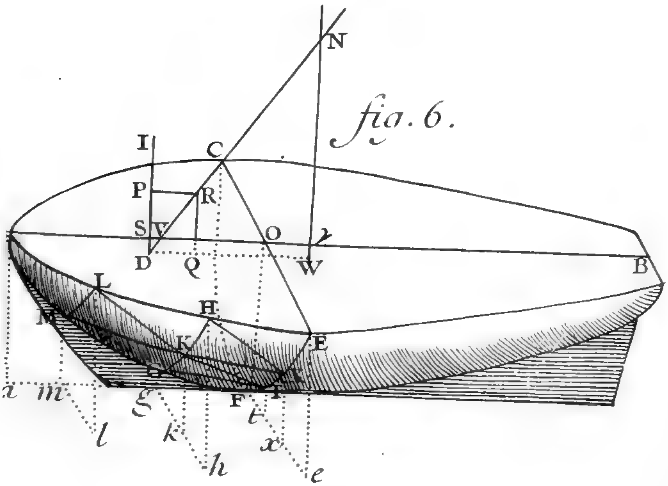


fig. 6.



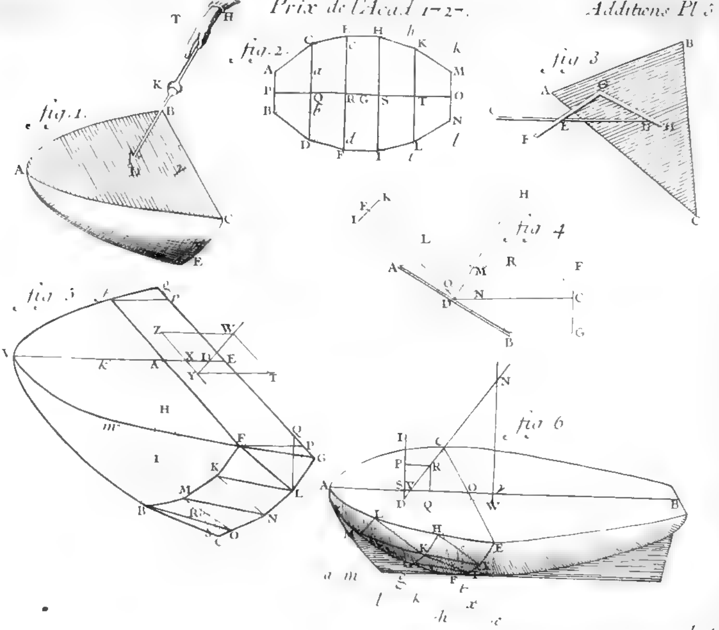


fig. 1.
fig. 2.
fig. 3
fig. 4
fig. 5
fig. 6

RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTÉ LE PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
Depuis leur fondation jusqu'à present.

Avec quelques pieces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

TOME SECOND.

Qui contient les Pieces depuis 1727 *jusqu'en* 1732.

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

CATALOGUE

Des Ouvrages contenus dans ce Second Volume.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome Second.

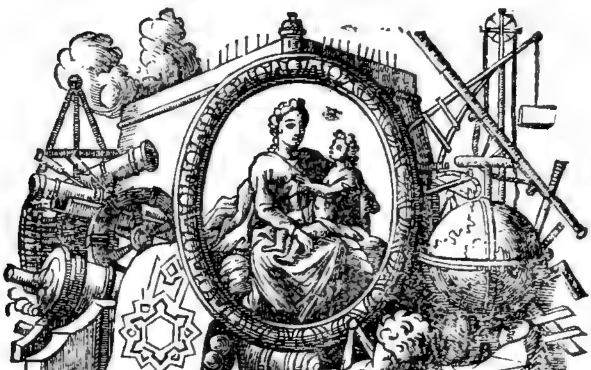
MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMATE NAUTICO;

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE
Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via San-Jacobæa, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Errata quamvis leviora hæc ſunt.

Pag.	*Lin.*	*Errat.*	*Lege.*
10 §. XVI. . .	13.	lineæ,	linea.
14	3.	Spina,	Spinæ.
21	7	inclinadam,	inclinandam.
eadem §. XXXVI.	6.	eo	ea.
23	7. & 8.	incomputum,	in computum.
25 §. XLV. . . .	3.	aſſenſus,	aſcenſus.
29 §. LIII. . . .	6.	Romanis,	Rhenanis *& ſic deinceps pone ubique Rhenanis pro Romanis, ſcil. pp.* 30, 39, 40.
35 *penultim. & ultim.*		denominatione,	denominatore.
38 §. LXXIII. . .	2.	$\frac{nacz}{nz+mff}$	$\frac{nacz}{naz+mff}$
ibidem. . .	7, 8, 10.	lconſl,	l. conſt. *id eſt, Logarithm. Conſt.*
39 §. LXXVI. .	1.	indigitas,	indigitat.
48 . . .	*antepenult.*	iſta,—propoſitos.	iſtas—propoſito.

MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,

Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia Scientiarum proposuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÊME

Quelle est la meilleure maniére de mâter les Vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

§. I.

A Constitutione & collocatione malorum, potissimùm universa navigatio dependet in navibus quæ non à remis sed solis velis propelluntur. Vela scilicet antennis alligata malis applicantur, & vento obversa, ejus impetum sustinendo navem promovent. In implantatione malorum in hoc eſt incumbendum, ut navis, quâ abſque diſcrimine poteſt maximâ, velocitate incedat, quod ut obtineatur, ad locum, altitudinem, & numerum malorum, diligentiſſime eſt attendendum. Quod ad locum primo attinet, in ejus determinatione opera atque ſtudium ſummum eſt adhibendum, ut gubernaculum, cujus actione de navis celeritate ſemper quicquam detrahitur, ſi ejus uſus plane evitari nequeat, minimam, quam poſſibile eſt vim, impendere debeat. Vocatur linea in navibus ſuper ſentina à prora ad puppim ducta, ſpina navis, & Gallicè *la quille*, in hâc inſeruntur mali ut quilibet ſit in medio navis. Si navis ſecundùm directionem ſpinæ iſtius movetur, gubernaculo opus non erit ad navem in iſto ſitu continendam, ubicumque mali, modo in ſpina, ſint plantati. Verum cum navis non juxta ſpinam promovetur, ſed directio motus navis cum ſpina angulum conſtituit, qui angulus, deviationis angulus, & Gallicè *l'angle de la dérive* appellatur, tum non ita, ubicumque ſiti ſint mali in ſpina, navis iſtum deviationis angulum conſervabit, ſeu eandem poſitionem, ſed ad hanc retinendam peculiaris malorum locus eſt determinandus, qui malorum locus alius eſſe deberet, in quolibet alio angulo deviationis. Et ita cum naves in aqua progrediendo, ut ad optatum perveniant locum, modo hanc, modo aliam deviationem recipere debeant, pro quovis angulo alius malis tribuendus eſſet locus. Quod autem in navibus malis ſemel erectis cum fieri nequeat, malis immotis manentibus, ope gubernaculi efficiendum eſt, ut navis in eodem deviationis angulo conſervetur.

§. II.

Cum autem gubernaculum agere debet, reſiſtentia quâ navi reſiſtitur augetur, & ita celeritas navis minuitur, idque eo magis quo major à gubernaculo effectus efficiendus eſt, ſcilicet igitur quo magis ſitus malorum ab eo ſitu differt, quem habere deberent ad id, ut gubernaculo plane opus non sit. Ne ergo nimiùm excrescat vis gubernaculi, talis malis assignandus est locus, qui in illis navis deviationibus, quas navis crebriùs habet, ab illo loco, quo gubernaculum non in usum vocandum esset, non multum discrepet, quo fiet ut gubernaculi actione celeritas navis nunquam sensibiliter decrementum patietur.

§. III.

Verum quotquot in nave positi sint mali, semper erit punctum in spina navis ubi si collocetur malus unicus altitudinis quæ æqualis est summæ altitudinum illorum plurium totidemque velis instructus, qui eundem effectum edat, istud punctum vocare licet centrum commune virium navem propellentium. Datis vero loco malorum & eorum viribus ope velorum à vento mutuatis, centrum istud facile reperietur, non absimili modo, ei, quo centrum commune gravitatis plurium corporum in eâdem rectâ jacentium reperitur, hoc tantum discrimine, quod ibi capacitas velorum malorum eo loco sumatur, quo in determinatione centri gravitatis pondus corporum consideratur; & ita facilius erit dato centro communi virium promoventium navem locum malorum invenire: in posterum itaque sufficiet unicum istud centrum determinasse, hoc enim noto, quotcunque mali sint navi inserendi, eorum loci facile reperientur.

§. IV.

Plures mali navibus non inseruntur, nisi tantæ altitudinis, quanta requiritur unicus malus haberi nequit, tum enim pluribus efficiendum est quod unicus præstare debuisset: cum ergo altitudo malorum desideratur, altitudo nonnisi unici mali, pluribus æquipollentis determinanda est. Hæc enim, cum cognita fuerit, in tot partes est distribuenda, donec partes illæ tantillæ fiant seu tantæ altitudinis, cujus mali haberi possunt; & sic invenietur numerus malorum & per §. præcedentem quoque eorum locus.

§. V.

Altitudo vero malorum determinanda eſt quatenus ea capax eſt velorum, quæ ſunt præcipua cauſa vis impulſivæ; non igitur tam de altitudine malorum, quam de altitudine velorum quæſtio eſt interpretanda: eſſet quidem nec altitudo velorum contemplanda, ſi vis navem promovens ſola reſpiciatur, etenim eâdem manente vi propulſivâ, ubicumque ea applicetur ſive in unico puncto tota ſive in pluribus diviſim, ſive in locis malorum ſublimioribus ſive humilioribus; verum ea portio vis venti quæ navem inclinat ſcilicet proram profundius immergit, creſcit quo in altioribus malorum locis vis ea ſit applicata: præſtat ergo quo latiora fiant vela, ut ſufficiens virium quantitas in locis malorum inferioribus poſſit comprehendi; ſi enim arctiora fiant & minoris latitudinis in ſublimius ſeſe extenderent vela, & ita vis navem inclinans creſceret, quod vero id ipſum eſt, quod effugiendum in determinatione altitudinis malorum propoſitum eſſe debet: quo circa cum altitudo malorum quantum fieri poteſt, circumſcribenda ſit, vela malis in locis quoad fieri poteſt humillimis applicari debent, niſi venti vis ibi ſenſibiliter diminuta ſit, atque velis quantum aliæ circumſtantiæ id permittunt, maxima tribuenda eſt latitudo.

§. VI.

Verum nec hæc obſervando numerus velorum pro lubitu multiplicari poteſt, nimis enim aucto velorum numero contingere poſſet ut navis ſi non prorſus in aquam proſternatur, tamen proram ulteriùs quam ſecuritas navis permittit, immergat. Quod ut melius concipiatur, notandum eſt, quamlibet venti potentiam in velis applicatam, duplicem in navem exercere vim, unam quâ navem propelfit, alteram quâ navem inclinat, proram profundiùs immergendo; facit ſcilicet, ut quæ quieſcente nave verticalia fuere, nunc dum ſit in motu verſus proram inclinentur, idque eo magis quo major eſt venti vis, & quo in ſublimiori loco malorum ſit applicata; unde fieri poteſt vi propellente vel nimium aucta vel nimis ſublime applicata; ut prora ulterius, quam tutum eſt, immergatur vel penitus ſubmergatur.

§. VII.

Ne igitur navis nimium inclinetur, terminus eſt conſtituendus quouſque prora immergi poſſit abſque navis periculo, quo cognito, quærendum eſt quantum virium à vento ſit excipiendum ut navis eouſque præcisè & non ulterius inclinetur, unde habebitur vis qua navis promoveri poteſt maxima, ſi enim major aſſumeretur, navis periclitaretur, quia tum navis ulteriùs quam par eſt, inclinaretur: ſin vero minor ſumatur vis, navis celeriùs adhuc abſque periculo promoveri poſſet; maxima ergo hoc modo invenietur vis navem propellens, ſeu invenietur modus malos implantandi, ut navis, quàm poſſibile eſt celerrime procedat. Cum itaque hæc de loco atque altitudine malorum ritè excuſſero, Problemati me ſatisfeciſſe perſuaſus eſſe potero.

§. VIII.

Meditationes ergo meas in duo iſta capita figam, & quæ in ipſis ſolvenda proponuntur, perpendam, ſolutionemque tentabo. In primo ſcilicet Capite de loco malorum mihi agendum erit, ibi in locum centri virium navem propellentium inquiram, ubi illud in collocatione malorum aſſumendum ſit, ut navis motui maxime ſit proficuum. In ſecundo autem Capite tractandum erit de altitudine malorum, ſeu ſaltem de altitudine unici mali, pluribus æquipollentis; concipiam nempe nonniſi unicum malum erigendum eſſe, eumque quæram, ex cujus longitudine inventa facile erit judicare, quot mali sint inserendi, de altitudine ergo mali, seu potiùs de longitudine velorum, data eorum latitudine nobis prospiciendum erit, ut navis quàm absque periculo potest celerrimè procedat. Accedo itaque ad ipsam hujus ænigmatis solutionem atque ILLUSTRISSIMAM AC CELEBERRIMAM ACADEMIAM, ut pro sua pollent, uti in omnibus disciplinis, ita potissimum in scientiis Physico Mechanicis, eruditione atque sagacitate, hasce exiles pagellas attente legere, suumque de eis judicium ferre, haud dedignari velint, humillime atque demisse rogo atque oro.

CAPUT PRIMUM.

De loco ubi assumi debet commune centrum virium navem propellentium.

§. IX.

Cum navis in aqua procedit propulsa à vi venti, ut in eodem situ, eademque deviatione conservetur, & navis non in latera rotetur propter resistentiam ab aqua perferendam, oportet ut centrum commune virium navem propellentium situm sit in linea mediæ directionis vis resistentiæ, ab aqua in navis latera exactæ, scilicet cum hoc centrum in spina navis quoque existere debeat, assumendum erit hoc centrum in puncto spinæ, ubi à linea mediarum directionum resistentiæ secatur. Cum ergo linea ista mediarum directionum cognita fuerit, innotescet quoque centrum virium, locus scilicet ubi collocari debet malus si unicus tantum sit erigendus.

§. X.

Si ex Capite sequente innotuerit plures malos esse implantandos navi, id ex dictis jam ita fiet, sicque eorum loci invenientur, primum in spina sunt collocandi & dein in talibus ab isto centro distantiis, ut summa factorum ex capacitate venti uniuscujusvis mali in distantiam ejus à centro ab una parte istius centri sit æqualis, summæ similium factorum ex altera parte. Cum enim istæ summæ factorum æquales fuerint vires sese in æquilibrio conservabunt, ut navis circa centrum illud gyrari nequeat. Hoc ergo in collocatione malorum observato, navis perpetuò eandem deviationem conservabit, ita ut opus non sit gubernaculi adminiculo, quamdiu scilicet idem flat ventus vel saltem quandiu ventus, si vela exactè sint expansa ut planam superficiem constituant, eandem velorum superficiem scilicet eam puppi obversam ferit, modo enim vela eundem conservent situm si sint exacte expansa, navis quoque versus eundem locum dirigitur, quisquis ventus flaverit, modo non cum linea directionis navis angulum recto æqualem vel majorem constituat.

§. XI.

Verum cum commoditas navigandi postulaverit ut navis in aliam deviationem collocetur, quia tum positio lineæ mediarum directionum resistentiæ mutatur, quoque locus centri virium navem propellentium alibi assumendus esset, vel proræ propiùs vel vero puppi admovendo, quomodo vero mutatâ deviatione navis locus centri virium mutandus sit investigabo. Ponam primo angulum deviationis pristino majorem fieri, & linea mediarum directionum resistentiæ versus puppim magis cum spina concurret & inde centrum virium navem propellentium ad puppim magis assumendum esset. Quod si non fiat, nec gubernaculo succurratur, navis in sua positione non permanebit, sed rotando angulum deviationis augmentabit, donec velorum superficies à vento avertantur, sin vero nova illa deviatio priore minor ponatur angulus deviationis diminuetur continuò donec evanescat.

§. XII.

Hisce vero impediendis inservit gubernaculum, quod ad conservandam eandem navis deviationem, eo majorem vim impendere debet, quo centrum commune virium assumtum magis ab illo quod assumtum esse deberet discrepat. Verum cum sic resistentia augeatur & proinde celeritas navis diminuatur, alio remedio huic incommodo occurri poterit, mutando reipsa locum centri virium, quod duplici modo fieri potest; primo ipsos malos de loco movendo; secundo autem manentibus malis immotis eorum capacitatem venti mutando vela nova vel super addendo vel jam expansa contrahendo. Priori modo mederi possent, si non omnes saltem unicus malus mobilis redderetur; quod fieri posset & locum ubi locatur & ea loca quibus funibus alligatur ita fabricando, ut aliquantulum malus de loco reptare possit vel ad proram, vel ad puppim, minima enim loci mutatio sufficiet ad centrum virium sufficienter transvehendum, præsertim si ab initio tale assumtum fuerit centrum virium, quod ab aliis centris quæ in aliis possibilibus navis deviationibus locum habent non multum distat. Cum ergo angulus deviationis major statuatur ac in initio fuerat, cum tum centrum virium puppi accedere deberet, malus iste mobilis ad puppim magis movebitur eousque donec gubernaculo opus non amplius sit. Sin vero angulus deviationis minor evadat, malus hic versus proram promovendus erit.

§. XIII.

Si aliæ circumstantiæ non permittunt ut mali mobiles reddantur, altero modo obviam iri poterit, scilicet transportatione velorum, seu expansione in uno malo, novorum velorum in alio vero ut eadem vis conservetur totidem malorum contractione, hoc enim modo quoque centrum virium in alium transferetur locum. Et quidem cum

cum primo ſuppoſuerim angulum deviationis creſcere, ut centrum virium ad puppim magis accedat, vela ex parte centri verſus proram diminuenda ſunt contractione vel ſaltem diminutione latitudinis quorumdam velorum & contra ex altera centri parte verſus puppim tantundem velorum de novo extendendo vel latitudinem velorum augendo.

In altero vero caſu decreſcentis anguli deviationis, vela verſus puppim diminuenda & ea verſus proram augmentanda erunt. Quantum vero demendum ſit adponendumve, gubernaculum indicabit; eouſque enim addendum detrahendumve eſt velis donec gubernaculum nil amplius agere debeat. Atque tum quoque navis in ſuo ſitu abſque interventu gubernaculi conſervabitur.

§. XIV.

Quodcumque autem iſtorum remediorum adhibere lubuerit, ſive primo fabricatione mali mobilis, ſive altero tranſlatione velorum, ſive horum neutro ſed gubernaculo, ne multum opus ſit motione mali mobilis aut tranſlatione velorum, aut ſi tertium remedium adhibeatur, ubi ad hoc quam maxime reſpiciendum eſt, ne gubernaculum valide agere debeat, unde celeritas navis diminueretur, talis eſt in conſtitutione malorum locus centri virium eligendus à quo ſi navis alias deviationes habeat, centra illis deviationibus competentia non multum differant. Tale autem punctum ut determinetur, neceſſe eſt, ut figura navis in computum ducatur, cum reſiſtentia aquæ dependeat potiſſimum à laterum figura, quæ in aquam impingunt.

§. XV.

Ut à ſimpliciſſimis initium ducamus, ſint duo navis latera roſtrum componentia, lineæ rectæ, quæ quidem ſuppoſitio licet navi accuratè non competat, tamen hìc nobis ubi non fixum aliquod punctum quæritur, aliquam

Fig. I. lucem fœnerari poterit. Sit ergo ABHC navis figura, A ejus prora, H autem puppis, AH ſpina angulos A & H biſecans, erunt & latera AB AC æqualia & latera puppis BH & CH. Sint AB & AC partes navis reſiſtentiæ expoſitæ, eæque ſolæ, quod ſemper continget ſi angulus deviationis navis minor erit quam dimidius angulus puppis H. Sit D*d* vel E*e* directio motus navis, impinget navis ſecundum hanc directionem in aquam, ſeu cum res eodem redeat, facilioris conceptus gratia ſupponam navem quieſcere & aquam juxta eandem directionem *d*D vel *e*E eadem celeritate quam habebat navis, in navem impingere, ſcilicet in latera AB & AC, neutrum laterum BH vel CH ferire poterit cum ſit angulus deviationis quem D*d*, cum ſpinâ HA, conſtituit minor quam angulus dimidius puppis H.

§. XVI.

Notum eſt ex hydroſtaticâ aquam in hæc latera reſiſtentiam ſuam normaliter in eadem latera exercituram, & cum aqua in idem latus AB & AC illidens ubique eodem angulo incidat, erit centrum virium eidem lateri AB vel AC impreſſarum in earum medio D & E. In his ergo punctis totam reſiſtentiam tanquam congregatam concipiam, eritque directio reſiſtentiæ cum ſit in latera normalis in latere AB linea DG & in AC linea EG quæ ſunt ſigillatim normales in latera AB & AC. Hæ duæ directiones ubi ſeſe mutuo ſecant, erit centrum commune virium reſiſtentiæ; concurrunt autem ut palam eſt ob latera AC & AB æqualia in puncto ſpinæ G per quod tranſit lineæ æquilibrii mediarum directionum reſiſtentiæ; quamcumque autem hæc linea habeat poſitionem, ſecabit ea ſpinam AH in puncto G. Erit ergo punctum G id ipſum centrum quod quæritur, de quo hoc notandum eſt, quod ſit ſemper conſtans, quæcumque ſit navis deviatio, modo ejus angulus angulum puppis BHC dimidium non excedat.

§. XVII.

Si ergo navibus hujusmodi figura tribueretur, maximum hoc commodum obtineretur quod, loco centri virium manente fixo, navis absque gubernaculi ope in quolibet deviationis angulo, malis semel ritè constitutis conservari posset, modo, ut jam aliquoties notavi, angulus deviationis minor sit quam angulus puppis dimidius. Atque si ex re erit majores deviationis angulos usurpare eo majores quoque puppis anguli construi possent, ad id, ut aqua latera BH atque CH nunquam lambat. Punctum vero G quomodo definiatur, facile colligi potest, scilicet bisecando alterutrum laterum rostrum navis, componentium, & ex bisectionis puncto in idem latus perpendicularem erigendo, erit factum quod quæritur; punctum enim G erit ubi ista perpendicularis spinam navis secat.

§. XVIII.

Si hæc figura ob alias causas incommoda videretur quæ navi tribuatur, possum insuper alias figuras indigitare, quæ navibus dari possent ut absque gubernaculi adminiculo immotis malis & velis, navis eandem deviationem obtineat, seu ut centrum commune virium in eodem loco maneat; nil aliud enim ad hoc requiritur quam ut, existente figura navis aquam ferientis ex lineis rectis conflata, perpendiculares ex punctis mediis singulorum navis aquam ferientium laterum, in eadem latera, conveniant omnes in eodem spinæ puncto, seu ut omnia ista latera sint chordæ ejusdem circuli centrum in spina navis habentis, tum enim in hoc centro convenient omnes perpendiculares in medium cujusvis lateris navis in aquam impingentis, unde centrum istud circuli ipsum erit centrum virium quæsitum. Sit ACEDB circulus, centrum ejus G & diameter quæ pro spina navis accipietur, AGH. Ducantur chordæ ex utrâque parte spinæ quot Fig. II.

quæcumque lubuerit ut AB BD & AC CE, ducanturque lineæ proram constituentes DH & EH, habebitur figura navis hanc prærogativam habens ut centrum virium in eodem maneat loco, utcumque mutato deviationis angulo, modo deviationis versus plagam E angulus, angulum AHE non excedat & deviationis versus plagam D angulus, angulum AHD non excedat; centrum vero virium erit in G.

§. XIX.

Hoc usum quidem habere posset in constructione navium, sed cum de hoc non sit quæstio, propius ad figuram navium receptam accedendum est. Contemplabor eam post Virum celeberrimum Joannem Bernoullium tanquam duo segmenta circularia æqualia super eadem chordâ; in hac vero hypothesi multo difficilius pro quovis deviationis angulo centrum virium determinatur, cum ideo quod latera navis resistentiam sentientia, sint mutabilia in alio deviationis angulo, tum quod figura sit curvilinea, adeoque incidentiæ angulus in quovis puncto alius est. Hic mihi quia non pro qualibet deviatione centrum virium cognitum habere opus est, necesse non erit modum tradere centrum virium in ista hypotesi pro quovis deviationis angulo determinandi, sed sufficiet si duo saltem centra in duabus deviationibus quarum una possibilium maxima est, altera minima determinavero, quæ duo centra limitum adinstar esse possunt, quos inter determinandum est punctum illud loco centri communis virium accipiendum, quod quæritur. Assumo ergo hasce duas deviationes minimam illam possibilium seu illam cujus angulus est æqualis nihilo seu evanescit, & alteram possibilium maximam pro qua accipiam angulum rectum seu 90 graduum, ultra hunc angulum deviatio navis crescere nequit, cum puppis in proram & prora in puppim converteretur. Pro utraque si determinavero centra, certus sum, inter ea id quod quæritur contineri, magis autem versus centrum pro priori deviatione, quæ nulla est, inventum, assumendum est, quam versus posterius, ubi directio motus navis cum spina constituit angulum rectum, cum anguli deviationum navis magis consuetarum propius semper sint angulo evanescenti quam 90 gradubus. Ac subinde cum sit liberum assumere inter ista duo centra illud quod desideratur seu quod sit centrum commune virium in maxime consuetis deviationibus, tale quoque assumendum est, quod facile & sine multo labore construi possit.

§. XX.

Indagabo itaque primo centrum cum deviatio est graduum 90. Sit FAMD navis, F prora, FM spina; N centrum arcus FAM, ex centro N ducatur NGA spinam bisecans in G, bisecabit ea quoque arcum FAM; eritque in spinam normalis. Moveatur ergo navis juxta directionem NA in aqua, ita ut angulus deviationis sit 90 grad. palam est, quia arcus AM similis est & æqualis arcui AF, atque tantam quantam hic resistentiam patitur, fore ipsam AN lineam æquilibrii resistentiæ, adeoque punctum G ubi spina FM ab NA secatur fore centrum commune virium, in isthac navis deviatione. Habeo itaque jam centrum commune virium navis cum ejus motus directio cum spina angulum 90 graduum constituit; pro deviatione autem evanescente magis erit arduum istud centrum definire, unde meam quam dabo constructionis analysim hic non subjungam, ne nimium sim prolixus, sed ejus demonstrationem ex Cl. D. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, depromam. Fig. III.

§. XXI.

Ponamus itaque navem secundum directionem spinæ MF moveri in aqua, verum quidem est ubicumque centrum virium in spina accipiatur, hanc navis deviationem, quæ nulla est, conservatam iri. Quæritur autem illud punctum in spina FM in quo secatur spina à lineæ æquilibrii mediarum directionum resistentiæ arcus FA tantùm, qui hac in parte spina FM solus resistentiam patitur; nam in A erit navis directio tangens AT, secundum quam resistentiam perfert; etenim in eodem puncto spinæ FM quo à linea æquilibrii resistentiæ arcus AF secatur, secabitur quoque à linea mediarum directionum seu æquilibrii resistentiæ quam arcus DF perfert, quia hi duo arcus AF & DF similes sunt & æquales & aquæ resistentiam æqualiter sufferunt. Et hinc punctum illud, quo spina FM à linea æquilibrii mediæ resistentiæ arcus AF secatur, verum erit centrum virium navis cum deviatio evanescit. Et hoc punctum proinde etiam erit terminus centrorum in omnibus navis deviationibus; versus proram seu istud centrum præ omnibus aliis proxime accedit ad proram.

§. XXII.

Sic autem istud centrum determino. Ex centro N ducatur recta NL arcum AF bifariam secans in L, spinamque FM in I; producatur ea in K usque ut sit IK = IN: producatur quoque radius AN, in eaque sumantur puncta E & Y; ut sit EY = NE = AN. Jungantur puncta E & I rectâ EI: huicque paralella ducatur ex K linea KH, quæ producta transibit per punctum Y, nam quia KI=IN occurret illa linea producta in aliquo puncto quod tantum distat ab E, quantum E distat ab N, ob NI = IK; hoc punctum ergo ipsum erit punctum Y. Punctum autem H in spina navis FM, ubi ea à linea KY secatur, erit centrum commune virium, cum nempe navis secundum directionem spinæ movetur.

§. XXIII.

Rationem hujus constructionis petere est ex Cel. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, ex Capitis XIII. paragrapho 4. ubi centrum mediæ resistentiæ, quam quilibet arcus circularis subit, determinat. Quem paragraphum, ne Illustrissimi Judices opus habeant, aliunde demonstrationis meæ constructionem quærere, ipsissimis celeb. Auctoris verbis una cum ejus figura hîc adjungo, sic se habent ejus verba. „ Soit donné un arc de cercle quelconque APF mû dans l'eau suivant la tangente AT, N est le centre de cet arc, NA le rayon au point d'attouchement, FG perpendiculaire, sur NA, AE le diamêtre du même arc APF. Prolongez AE en Y en sorte que EY = au rayon. Prenez NR égal aux trois quarts de la troisiéme proportionelle de YG à EG. Elevez la perpendiculaire RS & la faites égale aux trois quarts de GF. Tirez enfin NS. Je dis que le point S sera le centre de la resistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne. « Fig. IV.

§. XXIV.

Linea ergo ista æquilibrii mediæ resistentiæ NS ubi ea secat spinam FG, ibi, nempe in H erit centrum commune virium resistentiæ. Ex mea autem constructione idem repetiri punctum H ex eo patere potest quod linea GH in utraque constructione æqualiter determinetur, quod ita demonstro. In constructione Bernoullianâ est $GH = \frac{RS.\ NG}{RN}$ ob triangula similia NRS, NGH; est autem $RS = \frac{3}{4}\ GF$ & $NR = \frac{3}{4}\frac{EG^2}{YG}$. Unde his valoribus substitutis erit $GH = \frac{GF.\ NG\ YG}{EG^2}$.

§. XXV.

Ex meâ vero constructione fundata in Bernoullianâ, Fig. III. est $GH = \frac{GI.\ YG}{EG}$ ob triangula similia EGI, & YGH; lineæ enim EI & YH sunt paralellæ. Ducatur EF, erit ea paralella lineæ NL , bisecat enim LN arcum AF , unde cum N sit centrum illius arcus, erit arcus AL mensura anguli ANL ; cum vero sit NA = NE erit punctum E in peripheria ejusdem circuli & inde anguli AEF mensura erit dimidius arcus AF, id est, arcus AL; est ergo angulus ANL = angulo AEF, adeoque linea NI paralella lineæ EF ; sunt ergo triangula NGI & EGF similia , quocirca erit $GI = \frac{GF \cdot NG}{EG}$ quod substitutum in superiore æquatione loco GI, proveniet $GH = \frac{GF \cdot NG \cdot YG}{EG^2}$. Cum itaque in figuris III. & IV. punctis respondentibus eædem appositæ sint literæ , erit GH in figura III. eadem cum GH in figura IV. ideoque punctum H idem quoque erit in utraque figura. Unde concluditur illud à me recte esse determinatum.

§. XXVI.

Determinati ergo sunt duo centrorum limites , nempe puncta G & H , inter quæ assumendum est illud quod quæritur centrum cujus respectu mali in navibus collocentur. Propius vero versus punctum H quam versus G sumendum illud est , cum deviationes navium sæpius sint infra angulum 45 graduum , quam eum superent. Est autem inter puncta G & H punctum I jam determinatum, quod observo semper propius esse puncto H quam puncto G ; distantia enim HI se habet ad distantiam GI ut EY ad EG, id est, cum EY sit æqualis EN, erit illa ratio ut EN ad EG quæ est semper minoris inæqualitatis. Unde autumo si illud centrum quæsitum in circa in puncto I assumatur , haud multum à scopo aberratum iri ; nam præterquam quod puncto H propius sit quam puncto G , idem deprehenditur cum eo quod inveniretur , si latera AF & DF tanquam lineæ rectæ considerentur , quodque centrum jam determinatum est : punctum enim I hîc determinabitur bisecando latus alterutrum AF & ex bisectionis

nis puncto L in AF normalem erigendo, punctum enim in quo eſt concurſus linearum LN & ſpinæ FM, erit iſtud punctum I. Facillime ergo inveniri poterit punctum iſtud in poſterum pro centro habendum.

§. XXVII.

Manifeſtum ergo eſt, me non monente vim velorum verſus proram multomajorem fore, quam ad puppim, cum centrum I ſemper in prora navis reperiatur. Si itaque in nave unicus tantum erigendus ſit malus, ille ponetur in puncto iſto I. Si duo mali, unus ex una parte puncti I, alter ex altera parte, in talibus diſtantiis ab I quæ ſint reciproce ut vires quas à vento excipiunt. Eodem modo ſe res habebit ſi plures mali in nave ſint erigendi. Atque ſic locus malorum optimus & utiliſſimus eſt indigitatus. Reſtat ad hoc Caput plane abſolvendum, ut addam qualem angulum cum horiſonte, mali conſtituere debeant.

§. XXVIII.

Cum mali verticales ventum ad angulos rectos excipiant, ſi nimirum linea venti in planum velorum perpendicularis eſt, quæ eſt vis maxima venti, utpote quæ creſcit in duplicata ratione ſinus anguli incidentiæ cæteris paribus, utique mali maxima vi navem propellendi gaudebunt, abſque longa igitur diſquiſitione mali ita ſunt conſtituendi, ut cum navis in pleno motu fuerit, mali tum ſint verticales. Cum itaque detur angulus ad quem navis inclinari debeat, mali ab initio verſus puppim angulo iſto inclinari debent, ut cum navis plene moveatur, proraque ad datum angulum ſubmergatur, mali tum fiant verticales, verum cum funes verſus puppim à vi quam à vento ſuſtinere debent extendantur magis, unde fit ut mali protinus ad proram inclinent, cui autem facile, ut & aliis quæ hîc impedimentum quoddam creare poſſint, intelligentes Naupegi, mederi poterunt.

CAPUT ALTERUM.

De altitudine malorum, seu quantitate virium navem propellentium.

§. XXIX.

SI navis à vento vela inflante propellitur, duplicem in navem exerceri vim experientiâ constat. Unam qua navis promoveatur, alteram vero qua navis inclinetur versus proram seu qua prora profundiùs immergitur. Prioris effectus gratia vela adhibentur, ne operoso remigando navis propelli debeat. Posterior effectus merum est incommodum in navigationibus, cum propter illum vis impellens non pro lubitu augeri queat, ne prora prorsus aut saltem tantum quam sine periculo nequit immergatur.

§. XXX.

Huic autem incommodo obviam eundo, & navem extra omne periculum ponendo, tanta velorum copia est admittenda quæ faciat ut navis ad certum aliquem & fixum gradum inclinetur quo sit & perseverare possit sine ullo discrimine, cum proinde ista navis inclinatio non solum à velorum quantitate, verum etiam & præcipuè à loco applicationis & latitudine velorum dependeat, determinandus est inter omnes illos casus quibus navis ad datum gradum seu ad datum inclinationis angulum inclinetur, ille qui navem celerrimè promovet, seu qui velorum maximam admittit copiam; hoc enim casu, palam est fore ut navis quantum absque periculo potest celerrime promoveatur.

§. XXXI.

Cum itaque proponatur angulus inclinationis seu ille angulus, quem constituere debent ea in nave cum linea verticali, quæ nave quiescente in ipsa verticali fuere, oportet ut determinetur quantitas velorum quæ malis applicata, navi ad propositum angulum inclinandæ præcise par sit. Verum ad vis istius quantitatem determinandam, quum quælibet venti vis duplicem in navem exerat effectum, necesse est ut primum inquiramus quanta vis venti portio navi promovendæ destinata sit & quanta navi inclinandæ. Hoc autem ut inveniam, sequenti modo ratiocinor.

§. XXXII.

Primo, cum prævideam resistentiam aquæ ad istum effectum multum conferre, ponam aquam navi plane nullam resistentiam opponere, sed navem liberrime transmittere, manente tamen eâdem aquæ gravitate. Patet in hac hypothesi nullam venti portionem in nave inclinanda consumi, sed totam venti vim navi propellendæ inservire; ponamus enim navem aliquantulum tantùm inclinari, scilicet ex ordinario situ quo centrum gravitatis ad infima quæ potest descendit, detorqueri, patet navem hoc in situ permanere non posse utcunque celeriter navis deferatur; navis enim cum in situ isto non naturali perseverare nequeat, rursus in naturalem reverti conabitur; quod duplici modo fieri poterit, vel si mali retrocedant & ita proram rursus ex aqua extollent, donec situs naturalis obtineatur, vel autem si navis ipsa celerius quam mali progrediendo ex situ coacto erumpat & ita sese restituat; prius fieri nequit cum ventus malos regredi non permittat, posterius navis facillimè peraget, cum nullam inveniat resistentiam, quæ restitutionem istam impedire posset, & ita navis hoc modo in aqua non resistente progrediendo plane non inclinabitur quantacunque venti vis adhibeatur adeoque tota vis, quam ventus in vela exerit, in nave promovenda insumetur, & nulla in nave inclinanda.

§. XXXIII.

Transeo jam ad alterum extremum & suppono aquam navi infinitam resistentiam facere, scilicet concipi potest aqua in glaciem durissimam conversa, cavitas autem cui insistit navis politissima, hoc modo enim fiet ut navis promoveri nequeat ob resistentiam respectu aquæ resistentiam infinitam, attamen inclinari poterit navis; motui enim inclinationis non resistetur ob superficiem glaciei perfectè lævigatam. Expansis itaque velis patet totam venti vim in nave inclinanda occupatam fore.

§. XXXIV.

Hisce duobus extremis consideratis, pervenio ad aquam naturaliter consistentem, quæ est tanquam medium inter duo extrema ista; nec enim plane nullam obvertit navi resistentiam nec infinitam, unde jam palam esse potest, cum ab utroque extremorum aqua aliquid participet, venti vim & navem propellere debere & navem quoque inclinare. Perpendendum ergo est quanta vis venti portio in promovenda, & quanta in inclinanda nave occupetur, quæ duæ portiones totam vim venti adæquare debent, cum effectus suos secundum easdem directiones edant. Est itaque vis venti navem propellens aucta vi venti navem inclinante æqualis totæ venti vi.

§. XXXV.

Si effectus venti aliter consideretur, patet partem potentiæ venti consumi in superanda resistentia aquæ, atque partem in promovenda nave; quæ duæ partes, cum effectus suos quoque secundum eandem directionem edant, simul sumptæ totam venti vim adæquant. Comparando ergo istam distributionem cum eâ quam in §. præcedente institituimus, inveniemus, summam virium venti ejus quæ navem inclinat & ejus quæ navem promovet, æqualem esse summæ virium venti ejus quæ aquæ resistentiam superat & ejus quæ navem promovet; demta ex hac æquatione utrinque vi navem propellente, emerget vim venti resistentiam aquæ superantis æqualem esse vi venti navem inclinantis. Atque ita patet quanta vis ad inclinadam navem impendatur, nempe tanta, quanta superandæ resistentiæ aquæ par est. Cum ergo sit resistentia navis in duplicata ratione celeritatis ejus, erit quoque vis superandæ resistentiæ destinata, & hinc quoque vis navem inclinans erit in duplicata ratione celeritatis navis; quo celerius ergo navis procedit, eo magis quoque navis inclinabitur, & in ipso motus initio cum celeritas navis adhuc est infinite parva, erit quoque vis navem inclinans infinite parva, & crescente navis celeritate angulus inclinationis augmentabitur.

§. XXXVI.

Quemadmodum corpora cadentia paulatim majorem acquirant celeritatem à vi gravitatis continuo ea ad descensum sollicitante nec illis subito celeritas ea quam tandem acquirunt communicatur & sicut lignum torrenti injectum ab initio infinite parvam quidem habet celeritatem, eo vero continuo augetur, sic quoque vento vela impellente ab initio navis celeritas est infinite parva, crescit autem ea continuo, donec tandem tantam acquirat celeritatem quæ ulterius augeri nequit, si enim aqua nullam opponeret navi resistentiam, tandem navis acquireret celeritatem æqualem celeritati venti, resistente autem aquâ celeritatem tandem post tempus infinitum quidem acquiret navis minorem venti celeritate, tanto scilicet minorem ut ventus celeritate residuâ vela petens præcisè superandæ resistentiæ par sit. Dico post tempus demum infinitum, sed jam post aliquantum temporis spatium, tantam acquirit navis celeritatem quæ sensibiliter ulteriùs non crescit.

§. XXXVII.

Cum ergo navis motu accelerato procedat, resistentiæ quoque crescit & tunc vis superandæ resistentiæ destinata etiam crescit; & proinde quoque vis navem inclinans, ut adeo angulus inclinationis continuo crescat donec tandem cum navis celeritas eadem permanserit, immutatus remaneat; nave autem uniformiter procedente, tota vis vela propellens in superanda aquæ resistentia consumitur, & tunc quoque tota venti vis, cum navis celeritas maxima fuerit, in inclinanda nave consumetur.

§. XXXVIII.

Cum autem proponatur angulus ad quem navis inclinari debet, procul dubio hic angulus maximus esse debet eorum ad quos navis inclinatur, seu debet esse angulus inclinationis cum navis fuerit in pleno motu; si enim isti angulo æqualis fieret inclinationis angulus mox ab initio motus, tum angulus inclinationis protinus cresceret, & tandem multo fieret major ac erat propositum; maximum ergo inclinationis angulum inposterum pro cognito habebimus, nempe eo dato investigabimus quantitatem vis à vento mutuandæ quæ navi tandem ad propositum angulum inclinandum par sit, seu cum iste angulus dein idem permaneat, requiritur vis quæ navem ad hunc usque angulum inclinatam conservare possit.

§. XXXIX.

Ut istud commodius detegam, unicum tantum malum navi infixum supponam, & in ejus puncto aliquo, circa quod quaqua versum vela & proinde vis venti æqualiter sunt dispersa, totam venti vim admittendam congregatam considerabo, quod punctum ergo instar centri communis velorum, quemadmodum in posterum quoque vocabitur, erit. Quo autem facilius vim ad navem ad propositum angulum inclinandum requisitam inveniam loco venti pondus in computum ducam, quod in eodem centro communi velorum applicatum ponam, atque malum horiſontaliter, quod ope trochleæ fieri poterit, trahens, atque ſic determinandum eſt pondus, quod navi ad datum angulum inclinandum par ſit, quo facto poſtmodum tradam methodum vim venti cum ponderibus comparandi, ut loco ponderis inventi, ventum rurſus in computum introducam, atque ſic determinem quantum virium à vento excipiendum ſit ut navis ad propoſitum angulum inclinetur.

§. XL.

Cum autem jam notum ſit quantum virium inclinationi navis deſtinatum ſit, proinde navem tanquam quieſcentem conſiderare potero, ſeu quod eodem redit, aquam tanquam in glaciem congelatam conſiderabo, ita tamen lævigatam ut navis in cavitate ſua liberrimè abſque ulla ſtrictione inclinari & reclinari poſſit; hoc enim modo navis tanquam in medio infinite reſiſtente conſtituta erit conſiderata, & proinde ea vis ſola, quæ inclinandæ navi inſervit in centro velorum applicata navem eodem modo inclinabit, ac ſi navis in aqua naturali proceſſerit. Hic ergo quoque, ubi loco venti pondus in computum duco, navem eodem modo collocatam in glacie contemplabor, & indagabo pondus quod navem ad propoſitum angulum inclinare poſſit.

§. XLI.

Non ſufficit autem ad pondus quæſitum inveniendum proponere angulum inclinationis; ſed præterea requiritur ut cognoſcatur figura navis, pondus atque locum centri gravitatis ejus. Quod ad pondus navis & locum centri gravitatis attinet, ea generaliter tractabo ut ad quoſlibet ſpeciales caſus applicari poſſint; per pondus navis autem non intelligo pondus navis vacuæ ſed oneratæ, & eodem modo centrum gravitatis oneratæ navis intelligo. Quod autem ad figuram navis, ſpinam ejus tanquam in arcum circularem curvatam concipio, modo ea ejus pars sit arcus circuli, quæ in aquam intrat; sufficit hujus curvaturæ radius in computum ducetur, seu potius distantia centri curvaturæ spinæ à centro navis gravitatis. Si spinæ curvedo non exactè sit circularis non multum refert, sed pro ea curvatura assumenda est curvatura circularis ad eam quam proxime accedens.

§. XLII.

Fig. V. His positis sit AMHNB navis seu potius ejus spina, B prora & A puppis, MN superficies aquæ: sitque navis ita inclinata ut linea *mr*, quæ in statu quietis navis in horisontem perpendicularis fuerat cum verticali *rn*, nunc faciat angulum *mrn*. Sit C centrum gravitatis totius navis, & G centrum arcus AMNB, seu si arcus AMNB non fuerit exacte circularis, G est centrum arcus circularis curvaturæ spinæ proxime æqualis seu talis arcus qui transit per puncta M & N, & segmentum sub chorda MN comprehendit, æquale ipsi MHN; GH est linea verticalis in isto navis situ quæ erit in MN normalis & proinde eam quoque ut & arcum MHN bisecat. GC est distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ G. EF est malus verticalis in quo sit F centrum commune velorum, in isto puncto loco venti sit applicatum pondus P, quod circa trochleam R malum secundum directionem horisontalem FR trahit, quærendum est quantum debeat esse pondus P quod navem in ista positione conservare possit.

§. XLIII.

In situ navis naturali descendit centrum gravitatis C ad locum, quam possibile est infimum. Patet autem cum semper æqualis arcus MHN sub linea MN seu superficie aquæ contineatur, centrum C gravitatis magis descendere non posse quam cum sit in ipsa verticali GH; cum enim distantia GC semper eadem maneat & punctum

tum G immutatum quoque ſit, totam navis molem in C congregatam concipiendo, manifeſtum eſt pendulum GC quieſcere non poſſe niſi ſit punctum C in linea verticali GH. Linea ergo GC fuit in ſtatu quietis verticalis, unde angulus CGH erit angulus inclinationis navis & proinde æqualis angulo *mrn*.

§. XLIV.

Ut autem inveniam quantitatem ponderis P quod cum nave in iſto ſitu non naturali in æquilibrio conſiſtat, pono pondus P aliquantulum deſcendere per lineolam infinite parvam P*p*, cum navis progredi non poſſe ſupponitur ob aquam in glaciem mutatam, in ſua cavitate circa centrum cavitatis G aliquantulum vertetur ut ex ſitu AMHNB in ſitum, *a*MHN*b* veniat, & malus EF in *ef*; ita ut ſit F*f* = P*p*. Centrum gravitatis C perveniet in *c*, ita ut ducta G*c* angulus CG*c* æqualis ſit angulo FE*f*. Ex *c* demittatur verticalis, *cd*, horiſontali per C tranſeunti in *d* occurrens, aſcendit centrum gravitatis navis per altitudinem *cd*, triangulum autem C*cd* ſimile erit triangulo *rmn*, nam quia linea *cd* paralella eſt lineæ GH, erit ſumma angulorum G*cd* & HG*c* æqualis duobus rectis; angulus vero C*c*G eſt rectus, ergo angulus C*cd* plus angulo *c*GH conſtituit unum rectum; cum autem triangulum C*cd* in *d*, ſit rectangulum, erit ſumma angulorum C*cd* & *c*C*d* quoque recto æqualis, unde erit angulus *c*C*d* æqualis angulo HG*c*, ſeu cum nonniſi infiniteſima parte differant angulo CGH, ſeu angulo *mrn*; præterea anguli *d* & *n* æquales ſunt, quia uterque rectus eſt, unde triangula *rmn* & C*cd* ſunt ſimilia.

§. XLV.

Sed notum eſt ex Mechanica, duo pondera utcunque ſita ſeſe in æquilibrio conſervare cum vel tantillum mutata eorum poſitione, aſſenſus centri gravitatis unius ſe habeat ad deſcenſum centri gravitatis alterius reciprocè,

D

ut pondus prioris ad pondus posterioris, seu directè, ut pondus posterioris ad pondus prioris. Hoc applicando in nostro exemplo, cum navis & pondus P se quoque in æquilibrio servare debeant, erit pondus navis quod Q vocabitur, ad pondus P ut descensus hujus Pp, ad ascensum centri gravitatis navis cd, unde erit $P.\,Pp = Q.\,cd$. seu ob $Pp = Ff$ erit $P.\,Ff = Q.\,cd$.

§. XLVI.

Quia autem angulus FEf æqualis est angulo CGc, & angulus EFf est rectus ob EF verticalem & FR horisontalem, erunt triangula GCc & EFf similia adeoque Ff: $EF = Cc : CG$ unde $Ff = \frac{EF.\,Cc}{CG}$ consequenter $P.\,EF.\,Cc = Q.\,CG.\,cd$. seu $P = \frac{Q.\,CG.\,cd}{EF.\,Cc}$ verum ob triangula rmn, Ccd similia, est $Cc : cd = rm : mn$, id est, ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis, quæ ratio cum sit proposita, ponatur, ea ut $1 : s$ erit $P = \frac{Q.\,CG.\,s}{EF}$. Sit distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ spinæ G, nempe $CG = b$, EF, quæ est dimidia mali altitudo cum sit F centrum velorum, & vela supponantur ubique ejusdem latitudinis, ponatur autem tota mali altitudo (mali scilicet unius, cui, si plures sint navi inserendi, æquipollere debent) quæ hîc nobis determinanda proponitur, æqualis, z. erit ergo $EF = \frac{1}{2} z$, & habebitur $P = \frac{2Qbs}{z}$.

§. XLVII.

Determinatum ergo est pondus P, quod navem in dato inclinationis angulo conservare potest; huic ponderi æquivalere debet vis à vento excipienda: ad hanc ergo quoque definitionem necesse est ut primum inquiram in rationem quam vis venti ad pondera habeat, seu ut vim venti in ponderibus exprimam. Hoc quidem experientia institui posset, verum etiam à priori ex theoria proportionem deduci posse monstrabo. Experientia hoc sequenti modo fieri potest. Fiat malus utcunque brevis AH circa punctum A mobilis, huic sit alligatum velum planum EH, quod vento exponatur, qui secundum directionem RF in illud impingat, malumque circa polum A rotari conetur; applicetur autem in puncto F centro veli, funiculus FR qui circa trochleam R trahatur à pondere P ita ut malus ab isto pondere retrahatur, determinetur autem experientiâ pondus P ei addendo vel subtrahendo donec malus in situ verticali conservetur, & tum erit pondus P quod vento istud velum EH inflanti æquipollet, & cum innotuerit capacitas veli & celeritas venti, ex inde facile comparatio in aliis venti celeritatibus & aliis velis vel majoribus vel minoribus institui poterit. Fig. VI.

§. XLVIII.

Generaliter autem ratio inter vim venti & pondera à priori ex theoria hoc modo innotescere poterit, ut generalius rem complectar, abstraham à vento seu aëre & ejus loco quodlibet fluidum contemplabor, ejusque percussiones cum ponderibus comparare tentabo. Sit vas cylindricum EADBF, isto fluido usque in EF repletum, basis autem ACBD sit horisontalis, patet, fundum istud premi à fluido incumbente, ita ut perforato ubivis hoc fundo, fluidum tanta celeritate efflueret quantam acquirere potest corpus cadendo ex altitudine FB. Quemadmodum Clar. Hermannus in suis annexis ad Phoronomiam, Celeberrimo Bernoullio suppeditante, primus publice demonstravit, fundum ergo sustinet pressionem fluidi ferendo, idem ac si idem fluidum ea celeritate qua efflueret per foramen, in illud impingeret. Fig VII.

§. XLIX.

Demonstravit autem modo citatus acutissimus Bernoulli apud Michelottum in Libro *De separatione fluidorum*, fluidum per foramen effluens dimidiæ saltem densitatis censendum esse, ejus quam in vase habebat; inter duos enim globulos seu atomos fluidi effluentis contineri tantundem vacui, ita ut globuli quæ in vase contigui fuerant; in egressu separentur, ita ut in æquali spatio saltem dimidium contineatur fluidi in exitu ex foramine, quam ejus in vase, unde rationem reddit celebris phænomeni de contractione fili fluidi ex vase erumpente. Hoc ergo in nostro casu applicato, dicendum est fundum vasis ferendo pressionem fluidi in vase contenti, idem sustinere ac si fluidum duplo rarius celeritate, æquali ei quam grave ex altitudine FB descendendo acquirere potest, in id irrueret.

§. L.

Habeo ergo rationem seu proportionem inter pondera & vim percussionis fluidorum; ex hisce enim concluditur, cum fluidum quodvis celeritate quacumque in planum directè seu perpendiculariter irruit, planum idem sustinere ac si in situ horisontali positum sufferret pressionem fluidi duplo densioris & altitudinis tantæ, ex qua grave cadendo celeritatem æqualem celeritati fluidi allabentis aquirere potest: cum ergo innotuerit pondus hujus fluidi duplo densioris baseos æqualis plano dato & altitudinis dictæ, habebitur pondus vi fluidi illius allabentis æquivalens.

§. LI.

Applicetur hoc ad ventum, & patebit vela ventum directe excipiendo idem sustinere ac si in situ horisontali posita perferrent pressionem fluidi quod aëre duplo densius est, & altitudinis ex qua grave cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti. Sit v celeritas venti ea scilicet qua vela petit seu celeritas respectiva. Experientia autem constat grave ex altitudine 15 pedum

Rhenanorum descendendo celeritatem adipisci qua cum tempore unius minuti secundi percurrere possit 30 pedes, ut celeritatem venti v, exeffectu seu spatio percurso dato tempore metiamur, designet v numerum pedum Rhenanorum quos tempore unius minuti secundi percurrere potest.

§. LII.

Cum altitudines in descensu corporum sint ut quadrata celeritatum acquisitarum, & corpus ex altitudine 15 pedum descendendo acquirat celeritatem ut 30 fiat ut 900 quadratum ipsius 30 ad vv quadratum celeritatis venti respectivæ, ita 15 pedes ad $\frac{15\,vv}{900} = \frac{vv}{60}$ ped. quæ est altitudo ex qua corpus cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti v.

§. LIII.

Habeo itaque altitudinem illius fluidi quod suo pondere æquivalet vi venti. Basis erit superficies velorum; est autem eorum longitudo quæ eadem est cum altitudine mali, jam posita æqualis z. Sit præterea latitudo velorum $= a$, erit ergo basis illa æqualis az. Sunt autem a & z etiam in pedibus Romanis exprimenda cum v jam sit ita expressa, erit ergo moles fluidi illius suo pondere æquivalentis vi venti $= \frac{azvv}{60}$ pedibus cubicis.

§. LIV.

Restat ergo ad pondus vi percussivæ venti æquipollens inveniendum, ut gravitatem fluidi illius inquiramus; quia autem fluidum illud duplo densius ponitur quam aer, erit etiam duplo gravius, unde cum pes cubicus aeris ponderet quam proxime $\frac{1}{12}$ libræ, ponderabit pes cubicus illius fluidi $\frac{1}{6}$ libræ, unde $\frac{azvv}{60}$ pedes cubici pondere æquabunt $\frac{azvv}{360}$ libras, & hoc eſt pondus, quod trahendo eundem effectum præſtare valet ac ventus celeritatē ut v vela impellente; hoc ergo pondus æquale ponendum eſt ponderi P. quod quoque loco vis venti poſitum fuit, & erit $P = \frac{azvu}{360}$.

§. LV.

Inventum autem fuerat §. 46. $P = \frac{2Qbs}{z}$. Unde erit $\frac{2Qb}{z} = \frac{azvv}{360}$, ſeu $azzvv = 720Qbs$. Ut autem perfecta reperiatur uniformitas, b in pedibus quoque Romanis & Q in libris exprimenda ſunt. Nempe diſtantia centri gravitatis à centro curvaturæ in pedibus, & pondus navis in libris, ut omnia ad eandem referantur unitatem, æquatio autem ad hanc reducetur extrahendo utrinque radicem quadratam, $zv = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ unde invenitur $z = \frac{12}{v}\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$.

§. LVI.

En ergo jam æquationem, ex qua altitudo quæſita malorum z determinari poteſt. Datis primo pondere navis Q in libris. Secundo diſtantia b centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum quæ ubique eadem ſupponitur a, in pedibus quoque. Et quarto celeritate venti relativa , nempe ea qua navem petit; cum enim navis quoque celeritatem habeat , aer ſua celeritate in navem impingere nequit, ſed vela petit celeritate, qua celeritas venti celeritatem navis excedit; hæc autem velocitas v exprimenda eſt in pedibus itidem Rhenanis, ſcilicet indigitat ea quot pedes ventus uno minuto ſecundo emetiatur celeritate respectiva, præterea angulus inclinationis nempe sinus ejus s existente sinu toto $= 1$ per se datus est. Et sic altitudo mali z determinari poterit.

§. LVII.

Notandum est in expressione mali z resistentiam aquæ non in computum venire, & hinc eo facilius erit altitudinem mali supputare. Cum autem requiratur vis venti cum navis jam fuerit in pleno, motu à celeritate venti detrahenda est celeritas navis & habebitur celeritas v; & hinc mirum non est quod resistentia aquæ non in computum ineat; ejus enim loco introducta est celeritas respectiva v. Ad hanc enim determinandam data venti celeritate, requiritur navis celeritas, ad cujus cognitionem utique resistentia aquæ & partes navis in quas aqua impingit in computum duci debent.

§. LVIII.

Cum autem difficile sit data venti celeritate navis celeritatem prævidere ut celeritas venti respectiva haberi possit, quæ in expressione altitudinis mali cognita esse debet, necesse est ut methodum tradam navis celeritatem quovis peracto spatio inveniendi. Sufficeret equidem celeritatem navis maximam seu eam quam acquirit spatio infinito percurso indicasse, cum v sit celeritas venti respectiva, cum navis maximam jam acquisierit celeritatem. Verum cum hîc commoda offeratur occasio, & celeritas navis maxima exinde facillime inveniri queat, modum inveniendi navis celeritatem quovis peracto spatio, hîc in medium proferam; ex eo enim legem accelerationis navis videre erit, & cum naves non quidem infinitum spatium percurrere debeant, ut uniformiter procedant, sed aliquanto spatio perverso jam tantam acquirunt celeritatem quæ sensibiliter postmodum non crescit, patebit quoque quantum spatium navis percurrere debeat, ut sensibiliter uniformi motu procedat.

§. LIX.

Ad hoc vero inveniendum necesse est ut resistentia aquæ in computum ducatur. Quia autem navium figura talis non est quæ nave in aquâ motâ, aquam normaliter percutiat, sed oblique & in uno loco obliquius quam alio, aquæ resistentiam patiatur. Non ergo pro ratione superficiei navis aquam stringentis resistentiam metiri licet, cum ea quoque in alio deviationis angulo alia sit, ad huic inconvenienti occurrendum assumam aliquod planum quod aquam ea qua navis movetur celeritate, normaliter feriendo, eandem cum nave resistentiam subeat. Hoc modo enim facilius erit resistentiam navis contemplari, cum angulus incidentiæ supponatur semper rectus, & spatium aquam feriens constans, nonnisi ergo ad celeritatem qua in aquam impingit attendendum erit.

§. LX.

Pro hoc autem plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore assumi posse video sectionem navis transversalem maximam, ejus scilicet navis partis quæ in aqua degit, hæc quidem cum navis secundum spinæ directionem movetur aquam normaliter feriendo, multo majorem sufferret resistentiam quam navis, & hinc istam sectionem pro illo plano assumendo in excessu peccaretur, verum nave obliquè motâ, resistentia ejus quoque augetur atque cum prora navis profundius submergitur superficies navis aquam findens incrementum accipit, unde resistentia quoque augebitur, præcipuè cum gubernaculo utuntur. Quocirca resistentia, quam sectio illa transversalis aquam normaliter feriendo major vixerit, nisi planè sit æqualis aut aliquantulum minor, quam resistentia navis. Et proindè sectio illa transversalis maxima non totius navis sed saltem partis ejus aquæ immersæ, pro plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore accipi poterit.

§. LXI.

§. LXI.

Sit itaque ista sectio æqualis ff, est autem ff exprimenda in pedibus quadratis, sit præterea altitudo parallelepipedi cujus basis est ff quod capacitate seu mole partem navis sub aqua mersam adæquat $= h$, quæ altitudo etiam in pedibus est exprimenda, cum comparanda sit cum latitudine velorum & altitudine eorundem quæ in pedibus exprimuntur. Erit ergo moles partis navis aquæ immersæ æqualis hff pedibus cubicis, erit enim hff moles parallelepipedi illius quod partem navis aquæ mersam adæquat.

§. LXII.

Ponatur materia navis ejusque onus per omnes partes navis æqualiter dispersa, ut navis tanquam corpus homogeneum considerari possit, ejusdem nempe ubique densitatis, immutato tamen ejus pondere sit ratio istius navis densitatis ad densitatem aquæ ut K ad m, & ad densitatem aeris ut K ad n. Erit ergo pars navis aquæ immersa quoad massam ut $Khff$. Totius vero navis massa cum ut homogenea consideretur, se habet ad partem navis submersam ut densitas aquæ m ad densitatem navis K; erit ergo massa totius navis ut $mhff$. Hisce positis sic ad cognitionem celeritatis navis pervenio.

§. LXIII.

Sit navis jam in motu, & percurrerit spatium y pedum; sit ejus celeritas tum acquisita $= v$, indicat nempe v numerum pedum quos corpus celeritate v motu uniformi minuto secundo percurre potest, sit celeritas venti $=$ c eodem modo c exprimetur per numerum pedum quos ventus uno minuto secundo absolvere potest, unde venti celeritas respectiva erit $= c - v$. Est autem capacitas velorum $= az$ & spatium seu planum quod in aquam impingit, & resistentiam excipit $= ff$.

§. LXIV.

Promoveatur navis per diſtantiam infinite parvam, nempe per elementum ſpatii deſcripti y. Scilicet per dy & quæratur acceleratio dum navis per dy promovetur. Patitur autem interea navis impulſum à vento, quo navis acceleretur, retardatur vero etiam à reſiſtentia aquæ. Eſt ergo ab incremento celeritatis à vento generato ſubtrahendum decrementum celeritatis à reſiſtentia aquæ productum. Et habebitur elementum ſeu incrementum celeritatis navis dum per ſpatiolum dy pergit.

§. LXV.

Quia aer celeritate c, quæ major eſt navis celeritate, promovetur, impetus fit ab aere in vela & inde navis celeritas augetur, iſtud vero incrementum celeritatis ex lege communicationis motus in colliſione corporum inveniri poteſt, cum corpora ſunt elaſtica, aer enim & vela uti & deinceps aqua & partes navis in aquam irruentes tanquam corpora elaſtica ſunt conſideranda, ſi non integra tamen particulæ eorum minimæ ex quibus ſunt conflata, cum enim nave ſemel mota, vela æqualiter ſemper expanſa ſupponantur, & navis figura immutata quoque maneat, neceſſe eſt ut vela & ſuperficies navis ſi eorum figura ab aere impingente & aqua reſiſtente aliquo modo immutetur, tamen ſeſe ſtatim reſtituant, & ita pro elaſticis haberi queant.

§. LXVI.

Aerem ad hoc contemplor ut congeriem globulorum infinite parvorum quorum diameter æqualis ſit elemento quo navis promovetur nempe ipſi dy, tanta ergo copia hujuſmodi globulorum, quantum vela capere poſſunt celeritate c, impinget in vela celeritate v, pergentia. Datis ergo mole navis & mole aeris in vela irruentis, celeritas navis poſt conflictum reperietur, ſi ſcilicet dum navis per *dy* fertur resistentia aquæ tolleretur abs qua si dematur pristina celeritas seu ea quam habebat dum esset in procinctu per *dy* promoveri, remanebit elementum celeritatis, quod per spatiolum *dy* navis acquireret, demta resistentia aquæ.

§. LXVII.

Constat autem ex regulis communicationis motus, si corpus A incurrat celeritate ut & in corpus B celeritate b motum, tum fore post conflictum celeritatem corporis B æqualem, $\frac{2A\& + \overline{B - A}\,b}{A + B}$ ut hoc ad nostrum casum applicem & A massa aeris incidentis, hæc autem massa est ut volumen ductum in densitatem aeris quam posueram, ut n, volumen autem aeris incidentis; erit aerea lamina crassitiei $= dy$ & tanta quanta velis implendis sufficit, velorum superficies ventum excipiens est $= az$ & inde volumen aeris impingentis erit $azdy$, consequenter massa aeris impingentis est $nazdy$, hic valor loco A est substituendus.

§. LXVIII.

Pro & autem celeritate corporis A ponetur c, celeritas venti & pro corpore B ponenda erit totius navis massa quippe quæ à vento propellitur, erit ergo B $= mhff$, etenim §. 62. inventum fuit massam navis æquari $mhff$, loco autem celeritatis b poni debet v celeritas navis. His valoribus substitutis reperietur celeritas navis post conflictum $= \frac{2naczdy + \overline{mhff - nazdy}\,v}{nazdy + mhff}$ ab hac celeritate si detrahatur ea ante conflictum, nempe v reperietur incrementum celeritatis per spatiolum dy, ab impulsu venti productum nempe $\frac{2nazcdy - 2nazvdy}{nazdy + mhff}$. Cum autem sit in denominatione $nazdy$ respectu $mhff$ infinite parvum, evanescet illud & denominator erit solum $mhff$; erit ergo incrementum celeritatis à vento ortum $= \frac{\overline{c - v}.\ 2naxdy}{mhff}$.

§. LXIX.

Hoc est ergo incrementum celeritatis à vi venti productum; inveniendum restat decrementum celeritatis à vi resistentiæ aquæ effectum. Hoc eodem quoque modo arguendo innotescet, supponam nimirum aquam consistere ex globulis, quorum diameter sit $= dy$, patet cum navis per dy movetur, in tot navem impingere globulos, idque normaliter ad directionem motus navis, quot planum ff capere potest; suppono enim, cum ut jam ostensum est eodem redeat, navem eandem pati resistentiam, quam suffert planum ff directè aquam eadem celeritate percutiendo. Erit ergo volumen aquæ in quod navis impingit $= ffdy$, quod ductum in densitatem aquæ m, dabit massam illius aquæ; erit nempe ea $= mffdy$.

§. LXX.

Cum vero aqua quiescens supponatur, navis vero celeritate v procedens ex isto lemmate celeritas navis post conflictum elucescet posito quod per spatiolum dy, nihil à vento excipiat navis. Si corpus A celeritate & in corpus B quiescens impingat, erit post conflictum celeritas corporis A residua $= \frac{A - B.\,\&}{A + B}$. Hic massa navis $mhff$ cum A est comparanda, ejus celeritas vero v, cum &, massa vero aquea resistens $mffdy$ cum B comparanda est; erit ergo celeritas navis residua post conflictum $=$ $\frac{mhffv - mffvdy}{mhff + mffdy}$ quæ si auferatur à celeritate navis v, ante conflictum habebitur decrementum celeritatis, quo navis celeritas per spatiolum dy pergendo à resistentia aquæ imminueretur, si non novum incrementum à vento acciperet, erit nempe celeritas amissa per dy, $= \frac{2mffvdy}{mhff + mffdy}$ $=$ [evanescente, $mffdy$, respectu $mhff$] $\frac{2mffvdy}{mhff} = \frac{2vdy}{h}$.

§. LXXI.

Navis itaque pergendo per elementum dy, à vento accipit celeritatis elementum $\frac{\overline{c-v}\ 2nazdy}{mhff}$. Amittit autem de sua celeritate in superatione resistentiæ $\frac{2vdy}{h}$. Unde subtrahendo elementum retardationis motus navis ab elemento accelerationis, reperietur incrementum celeritatis navis v, dum per dy fertur, nempe $dv = \frac{\overline{c-v}.2nazdy}{mhff} - \frac{2vdy}{h} = \frac{\overline{c-v}.\ 2nazdy - 2mffvdy}{mhff}$.

§. LXXII.

Patet hinc incrementum celeritatis esse manente dy, constante, ut $\overline{c-v}.naz - mffv$, seu ut $naz.\ c - v.\ \overline{naz + mff}$ quo magis ergo crescit celeritas navis v, eo magis decrescit elementum celeritatis donec si fuerit $v = \frac{nacz}{naz + mff}$ tum celeritas ulterius non crescat, sed eadem maneat; est ergo hæc celeritas quam navis acquirere potest, maxima iisdem manentibus celeritate venti, capacitate velorum & spatio resistentiam aquæ excipiente, unde concluditur celeritatem navis maximam cæteris paribus esse ut celeritatem venti, eamque se habere ad venti celeritatem ut naz ad $naz + mff$. Quo magis ergo capacitas velorum augetur, eo magis quoque celeritas venti augebitur manente spatio seu plano ff eodem, & manente az capacitate velorum eadem ut & ff, celeritatem navis fore eandem, sive vela sint latiora, sive arctiora, modo ejusdem sint capacitatis, hinc concluditur.

§. LXXIII.

Sic ergo inventa eſt celeritas navis maxima æqualis $\frac{nacz}{naz + mff}$ ad determinandum vero celeritatem navis quovis percurſo ſpatio, æquatio §. 71 inventa integranda eſt, ad hoc efficiendum eam ad hanc reduco $\frac{2dy}{mbff} = \frac{dv}{c.naz - v.\overline{naz + mff}} = \frac{-1}{naz + mff} \frac{-dv.\overline{naz + mff}}{c.naz - v.\overline{naz + mff}}$ hujus æquationis integrale per logarithmos habetur $\frac{2y}{mbff} = \frac{-1}{naz + mff} [\, l\overline{c.naz - v\,(naz + mff)} - lconſl.\,]$ Seu reducendo $\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lconſl - l\overline{cnaz - v\,(naz + mff)}$ ad determinationem conſtantis ponatur $y = o$ & debet eſſe v æquari nihilo. Unde erit $lconſl = lcnaz$. Erit ergo $\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lcnaz - l\overline{cnaz - v.\,(naz + mff.)}$

§. LXXIV.

Dicatur celeritas, qua celeritas v à celeritate, quam navis acquirere poteſt maxima, differt, u, erit $v = \frac{nacz}{naz + mff} - u$ hoc valore ſubſtituto loco v erit $\frac{2nazy + 2mffy}{mbff} = lcnaz - lu.\overline{naz + mff} = lc - lu + lnaz - l\overline{naz + mff}$. Et hinc inveniri poterit diſtantia y; qua abſoluta corpus acquiſierit velocitatem utcunque parum à celeritate maxima differentem, ut haberi poſſit ſpatium quo percurſo celeritas navis abſque ſenſibili errore pro maxima haberi queat; determinatis vero literis in numeris, logarithmi eorum non Ulaquiani aut Briggiani aſſumi debent, ſed logarithmi hyperbolici qui habentur. Si logarithmi Ulaquii ducantur in 2.302585093 quam proxime.

§. LXXV.

Sed revertamur ad æquationem altitudinem mali z, exprimentem, cum ibi reperiatur quantitas v, quæ indicat celeritatem venti reſpectivam, cum navis promovetur celeritate maxima, invenietur ergo celeritas v. Si à celeritate venti c ſubtrahatur celeritas navis maxima nempe $\frac{nacz}{naz + mff}$; erit ergo $v = \frac{mcff}{naz + mff}$.

§. LXXVI.

Indigitas autem hîc c numerum pedum Romanorum quos ventus uno minuto ſecundo percurrere poteſt, nempe cum naves pro vehementioribus ventis, quippe quibus ſpirantibus naves in periculo eſſe poſſunt, inſtrui debeant, pro c poni poteſt ſpatium 80 uſque ad 100 pedum, quemadmodum experimentis à variis celebribus viris inſtitutis concludere licet, quod nempe venti vehementiſſimi tempore unius minuti ſecundi ſpatium 80 uſque ad 100 pedum abſolvant.

§. LXXVII.

Ponatur autem valor loco v inventus in æquatione §. 55 inventa $zv = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$, & habebitur $\frac{mcffz}{nacz + mff} = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ ex qua reperietur altitudo mali quæſita $z = \frac{12mff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{cmff - 12na\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Hic ergo habemus æquationem perfectiſſimam, ex qua altitudo z in meris cognitis determinari poteſt, ſcilicet in pedibus.

§. LXXVIII.

Ulterius adhuc æquatio inventa reduci poteſt exterminando m & n; cum enim sit m ad n ut densitas aquæ ad densitatem aeris *i. e.* quam proxime ut 800 ad 1. ponatur loco m 800, & loco n, unitas, & repericetur ista æquatio $z =$

$$\frac{9600ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{800aff - 12a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200aff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$$ sc. pedibus.

§. LXXIX.

Datis ergo in nave primo sectione maxima transversa portionis navis aquæ immersæ ff in pedibus quadratis Rhenanis. Secundo distantia centri curvaturæ spinæ à centro gravitatis navis totius b in pedibus. Tertio latitudine velorum seu longitudine antennarum a itidem in pedibus Romanis. Quarto pondere totius navis Q in libris ut & quinto spatio c quod ventus minuto secundo percurrere potest in pedibus quoque, pro quo ab 80 ad 100 usque pedes assumi possunt, hîc ego pro c ponam $36\sqrt{5}$ ut & numerator & denominator per $\sqrt{5}$ dividi queat.

§. LXXX.

Hoc posito habebitur altitudo mali $z = \frac{800ff\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{2400ff - a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$

$= \frac{800ff\sqrt{Qabs}}{400aff - a\sqrt{Qabs}}$ multiplicato & numeratore & denominatore per a, ex hac æquatione determinabitur altitudo quæsita z in pedibus Rhenanis; quæ altitudo cum inventa fuerit, si sit major quam ut unicus malus tantus construi possit, distribuenda ea erit in tot partes donec mali tanti haberi queant qui æquales sunt illis partibus respectivè. Et sic ex hac æquatione determinatur quoque numerus malorum. Hi vero mali sic determinati navem inclinabunt ad tantum angulum cujus sinus se habet ad sinum totum ut s ad 1. Hæc ratio autem antea est assumenda & quidem talis ut angulus iste sit inter omnes illos angulos ad quos

navis

navis absque periculo inclinari possit maximus, ut maxima quoque inveniatur vis propellens.

§. LXXXI.

Ex ista æquatione altitudinem mali definiente hæc consectaria deducere licet, quæ in fabricatione atque oneratione navium ut & confectione velorum magnum usum habere possunt, seu exinde concludi potest quomodo sint naves formandæ atque onerandæ quæcunque velis sit latitudo danda, ut maxima quam fieri potest, reperiatur vis ad navem ad propositum angulum inclinandam.

§. LXXXII.

Patet igitur primo statim quo major sit *b* distantia centri curvaturæ spinæ navis à centro gravitatis ejusdem, eo majorem quoque posse assumi altitudinem malorum, sive eo majorem à vento excipi posse vim. In oneratione ergo navium in id est attendendum ut centrum gravitatis in loco quo fieri potest infimo sit positum, quod obtinebitur, si merces specifice graviores in loco navis quoad fieri potest infimo collocentur, atque ut in usu est, carina gravi oneretur sabulo, unde fiet ut centrum commune gravitatis ad infimum locum descendat, adeoque distantiæ ejus à centro curvaturæ augeatur & proinde quoque vis venti admittenda.

§. LXXXIII.

Pro navibus vero fabricandis sequitur utilissimum esse quo spina minus incurvetur, ne quis autem putet hinc sequi optimum fore si spina fieret linea recta seu sectio navis secundum longitudinem rectangulum, spina enim quæ sub aqua continetur, continuus debet esse arcus circuli, sic autem esset composita ex tribus lineis rectis, unde hæc conclusio deduci nequit: cum itaque dico utilissimum esse promotioni navis, quo spina minus incurvetur, id ita est intelligendum quo longior sit navis seu quo longior sit spina, manente altitudine partis navis submerſæ eadem, ſic enim diſtantia centri curvaturæ elongabitur magis, & proinde ejus diſtantia à centro gravitatis.

§. LXXXIV.

Si contra naves ita breves fiant, manente altitudine partis navis immerſæ eadem, ſeu ſpina in arcum tam exigui circuli incurvetur ut centrum gravitatis & centrum curvaturæ coincidant, patet ex æquatione, plane tum nullam à vento excipi poſſe vim; vis enim minima navi ſubvertendæ prorſus par erit.

§. LXXXV.

Et hinc quoque concludi poteſt, cum curvatura tranſverſalis navis valde magna ſit, ſeu cum ſectio navis tranſverſalis ſit ſegmentnm circuli valde parvi reſpectu circuli cujus portio eſt ſectio navis ſecundum ſpinam, eo magis ultra fixum terminum navem inclinatum iri quo major ſit angulus deviationis. Quæ enim ſupra de curvatura ſpinæ dicta ſunt nonniſi valent quam cum navis ſecundum ſpinæ directionem promovetur; cum autem angulus deviationis navi datus fuerit, loco curvaturæ ſpinæ ponenda erit curvatura lineæ in fundo navis ductæ ſecundum directionem motus navis & navem biſecantis, quam lineam, ſpinam imaginariam nuncupare licet.

§. LXXXVI.

Cum navis itaque habuerit deviationem b ſignificat diſtantiam centri gravitatis à centro curvaturæ ſpinæ imaginariæ, & cum ſpinæ iſtæ imaginariæ ſint arcus eo minorum circulorum quo deviatio navis major eſt, erit quoque tum centrum curvaturæ ſpinæ imaginariæ centro gravitatis propius, ut inde linea b, quoque decreſcat, & igitur altitudo malorum ſeu vis navem propellens eo magis erit diminuenda, quo deviatio navis fiat major; maxime ergo erit periculoſum navibus magnam tribuere deviationem, ſi enim manſerit vis impellens, navis valde ultra angulum propositum inclinabitur.

§. LXXXVII.

Huic incommodo obviam eundi ergo, & ne altitudo malorum aut velorum copia in deviationibus navis minuenda sit, naves aliquantum magnæ latitudinis construi possent ut differentia inter curvaturam spinæ veræ & spinæ imaginariæ cum navis deviatio fuerit 90 graduum, non sit valde magna, ut proinde spinæ imaginariæ in solitis navis deviationibus à spina vera quoad curvaturam non differant, & proinde distantia b centri gravitatis navis à centro curvaturæ spinæ, sensibiliter non imminuatur cum navis in deviatione promota fuerit.

§. LXXXVIII.

Observo deinde, quod si navis tantæ longitudinis fabricetur, seu spina sit arcus tanti circuli, ut distantia b, centri gravitatis à centro curvaturæ spinæ sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ ped. tum infiniti mali constitui debeant aut unus infinitæ altitudinis ad hoc ut navis ad datum angulum inclinetur, & si b, fuerit major quam $\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ pedes nec infinitam vim fore parem navi ad angulum propositum inclinandæ.

§. LXXXIX.

Cum enim fuerit $b = \frac{5760000f^4}{Q_{35}}$. In æquatione §. 80. data, nempe $z = \frac{-800ff\sqrt{Qabs}}{24000aff - a\sqrt{Qabs}}$ denominator fractionis cui z æqualis, evanescit & inde z fiet infinite longa. Hinc ergo patet quantam prærogativam habeant naves longiores præ brevioribus; si enim longitudo tanta fuerit ut b sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{35}}$ mali seu numerus velorum pro arbitrio multiplicari poterit abſque periculo navis.

§. XC.

Dein quod ad latitudinem velorum a ex æquatione deducitur, quod quidem paradoxum videtur, ſed nihilominus veriſſimum eſt, quo magis augeatur velorum altitudo, eo magis quoque altitudinem malorum z, augeri abſque navis periculo, cum tamen navis non ultra propoſitum angulum inclinetur. Patet enim cum a, creſcat, numeratorem quidem fractionis altitudinem z, exprimentis, diminui; eſt enim illa fractio $\dfrac{240cff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Verum notandum, alteram denominatoris partem $3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ ſeu $3\sqrt{5Qabs}$ ſigno — affectam in eadem ratione creſcere, & cum denominatoris pars $200cff$ ſigno + affecta maneat, denominator totius in majore ratione decreſcit quam numerator, unde fractio ipſa & eo ipſo altitudo z, aucta latitudine velorum ſeu longitudine antennarum augebitur.

§. XCI.

Hinc ergo patet quanti ſit emolumenti antennas, quantum fieri poteſt, longas adhibere, cum inde quantitas virium navem propellentium quoque augeri poſſit. Si latitudine velorum aucta, mali ejuſdem altitudinis reliqui poſſent, magnum hoc eſſet commodum ad augendam navis celeritatem; verum aucta latitudine velorum, non ſolum altitudo malorum eadem manere poteſt, ſed ea præterea augeri poterit, unde aucta latitudine velorum vis propellens navem multo magis augebitur, & proinde quoque celeritas navis, abſque periculo navis.

§. XCII.

Quin imo si latitudo velorum a fiat $= \frac{57600cof^4}{Qbs}$ pedum reperietur longitudo malorum z, ob denominatorem evanescentem infinita, & hinc altitudo malorum atque numerus pro lubitu multiplicari poterit absque navis periculo; utcunque enim augeatur altitudo & numerus malorum navis tamen non ad propositum angulum inclinabitur, cum demum vis infinita navi ad istum angulum inclinandæ par sit, si nempe fuerit latitudo velorum $= \frac{57600cof^4}{Qbs}$ sin autem ea major insuper fuerit, nec vis infinita sufficiet ad navem ad angulum cujus sinus est ad sinum totum ut s ad 1 inclinandam.

§. XCIII.

Pervenio tandem ad angulum inclinationis, & noto quo major ille assumatur, eo majorem posse à vento accipi vim; ut igitur aliquantulum ingens assumi posset, oportet ut navis in nullo sit periculo, licet prora profundius immergatur; ad hoc igitur efficiendum, ut scilicet angulus inclinationis magnus assumi possit absque navis periculo utile esse potest si prora navis magis elevata fiat quam reliqua navis pars, sic enim navis non periclitabitur, etsi, prora aliquo usque immergatur, & hinc angulus inclinationis aliquantus assumi poterit.

§. XCIV.

Vel etiam ad idem obtinendum, maxima & gravissima quibus navis onerari debet, onera puppi sunt immittenda; hoc enim modo puppis deprimetur & prora elevabitur, ut adeo major restet proræ pars extra aquam, quæ sine navis periculo aquæ immergi potest, & hoc modo angulus inclinationis major quoque assumi poterit. Ex hiſce ergo conſectariis patet, quænam obſervanda ſint cum in fabricatione & oneratione navium, tum in confectione velorum ut navis quâ abſque periculo poteſt maxima promoveatur celeritate, & non dubito quin iſta in praxi magnum uſum habere queant ſi obſerventur. Atque ex iſta meâ theoriâ propoſita quavis nave, inveniri poterit abſque multo labore, & altitudo & numerus malorum, ut navis non ſit in periculo & tamen maxima celeritate deferatur.

§. XCV.

Cum itaque determinata ſit altitudo malorum z, prævideri facile poterit navis celeritas maxima. Eſt enim ea ut inventum eſt, æqualis $\frac{nacz}{mff + naz}$ ſeu cum ſit $m = 800$. & $n = 1$ erit ea $= \frac{acz}{800ff + az}$ Eſt autem $z =$ $\frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$ quemadmodum §. 78 reperi, ſi iſte valor loco z ſubſtituatur reperietur, celeritas navis maxima $\frac{2400acff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{160000cf^4}$ ſeu $\frac{3\sqrt{5Qabs}}{200ff}$ ſeu navis celeritas tanta erit ut tempore unius minuti ſecundi percurrere poſſit ſpatium pedum $\frac{3\sqrt{5Qabs}}{200ff}$.

§. XCVI.

Cum venti celeritas non ingrediatur expreſſionem celeritatis navis maximæ, patet navem hac celeritate proceſſuram quacumque celeritate ventus flaverit, modo navem ad angulum propoſitum inclinandam par fuerit. Patet denuo exinde celeritatem navis maximam eſſe in ratione subduplicata latitudinis velorum, nempe si ea quadruplæ latitudinis conficiantur, tum navem duplo celerius processuram, eodem modo celeritas navis est quoque in subduplicata ratione distantiæ centri gravitatis totius navis à centro curvaturæ spinæ, atque etiam in subduplicata ratione sinus anguli inclinationis navis. Dein quoque si plures sint naves perfecte similes, sed diversæ magnitudinis, cum pondera earum sint in ratione sesquiplicata superficierum & proinde erit Q ut f^3. Erunt earum navium celeritates cæteris paribus in ratione reciproca subduplicata longitudinum navium earumdem, quo minores ergo conficiuntur naves, quoque velocius propelluntur cæteris paribus, scilicet si fuerint per omnia similes.

§. XCVII.

Jam aliquoties memoravi, si altitudo z tanta reperiatur ut unus malus tantæ altitudinis haberi nequeat, tum plures esse sumendos quorum altitudines junctim sumtæ inventæ z æquales sint qui plures mali tum eundem effectum edent, ac unicus longitudinis z. Si haberi potuisset, si nempe latitudo velorum ubique fuerit, eadem nempe æqualis ipsi a.

§. XCVIII.

Quod autem illi plures eundem edant effectum, exinde patet quod manente facto ex latitudine velorum in altitudinem seu longitudinem eodem, sive manente capacitate velorum ut & latitudine eadem, vis cum propellens tum inclinans navem eadem quoque permaneat, quemadmodum ex jam allatis colligere licet, sive ergo plures sive pauciores constituantur mali, modo eadem velorum magnitudo seu copia eademque latitudo maneat factum illud ex longitudine & latitudine velorum idem permanebit adeoque navis eodem modo tum quoad celeritatem tum quoad inclinationem promovebitur.

§. XCIX.

Suppono vero hic vela malis ad infimum uſque locum applicari, quod vero cum fieri nequeat, ob venti vim vel ibi in inferioribus ſcilicet partibus malorum vel plane impeditam vel maxime debilitatam, altitudo malorum major erit quam longitudo velorum, quæ autem in theoria æquales conſideratæ fuerant; cum itaque centrum velorum ſupra punctum malorum medium cadat, neceſſe eſt tum fore ſi capacitas velorum eſſet æqualis az, ut navis ultra propoſitum angulum inclinetur: verum cum longitudo velorum minor ſit quam z, capacitas velorum quoque minor erit quam az, unde propemodum compenſationem fieri exiſtimandum eſt ut navis tamen non ultra propoſitum angulum inclinetur, ſed ſic cum longitudo velorum minor fuerit quam altitudo malorum, vis navem propellems minor erit ac in theoria poſitum fuerit. Eoque minor erit quo plures fuerint mali in nave erecti, mali ergo ſi plures fuerint inſerendi altiſſimi quam fieri poteſt ſumantur, ut ita numerus malorum reſtringatur.

§. C.

Hic tandem hiſce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propoſitam ſatis perpenderim, problematique ſatisfecerim. Haud opus eſſe exiſtimavi iſtam meam theoriam experientiâ confirmare, cum integra & ex certiſſimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera ſit ac an in praxi locum habere queat, minime poſſit. Si autem ea applicaretur ad exemplum aliquod ſpeciale, longitudinem malorum pro nave propoſitâ inveſtigando, ſtatim apariturum foret, eam haud fallere. Si forte Illustrissima Academia iſta, pagellas dignaretur pretio propoſitos nomen Autoris & locum ubi degit, ex appoſita ſchedula cognoſcere erit.

FINIS.

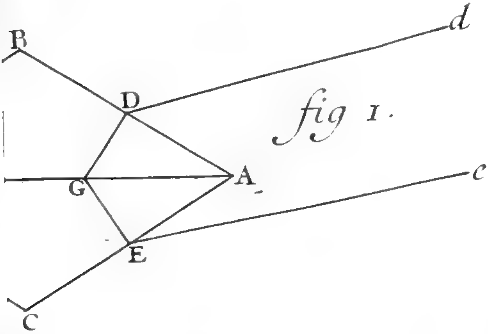


fig I.

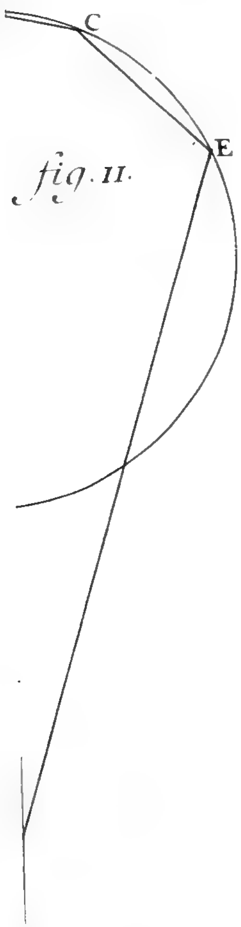


fig. II.

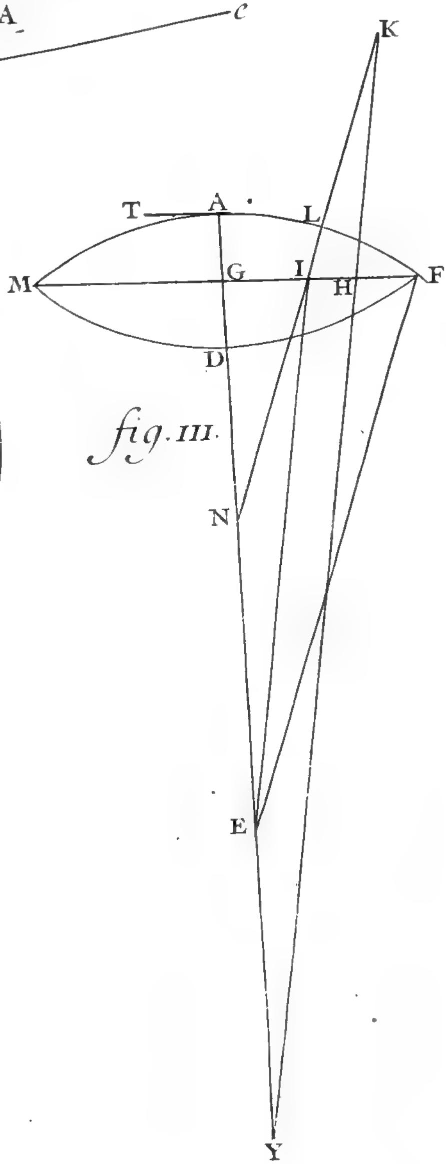
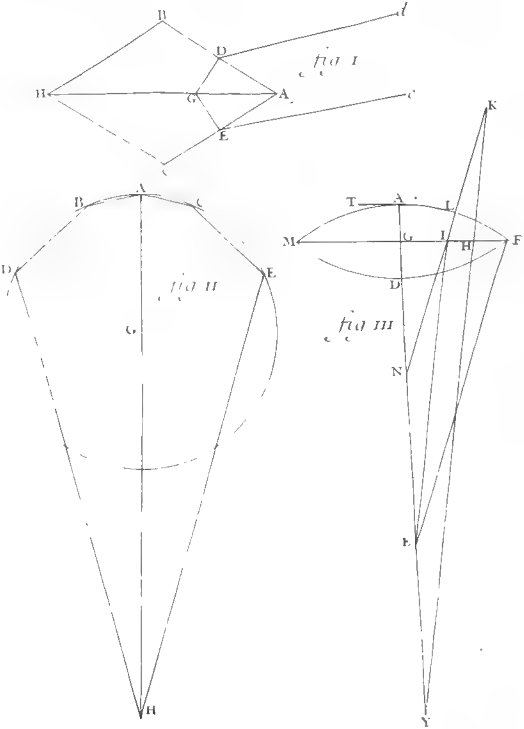


fig. III.

Pl. I

Piece q a c. 1727. Meditationes



pl. 15

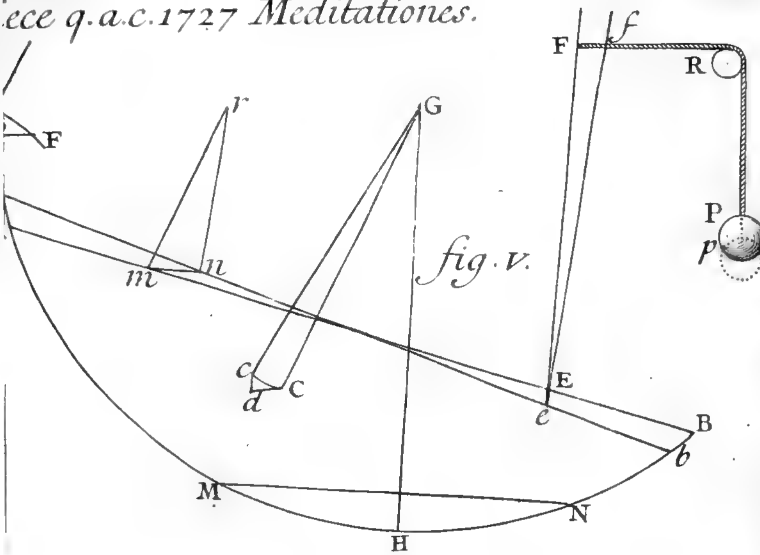


fig. V.

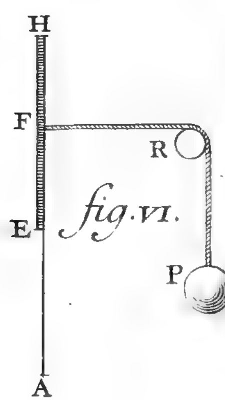


fig. VI.

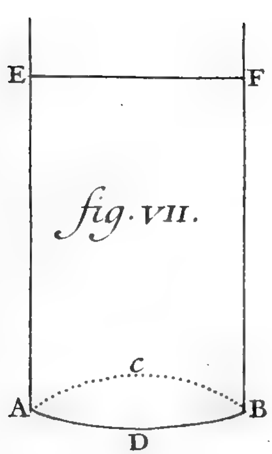


fig. VII.

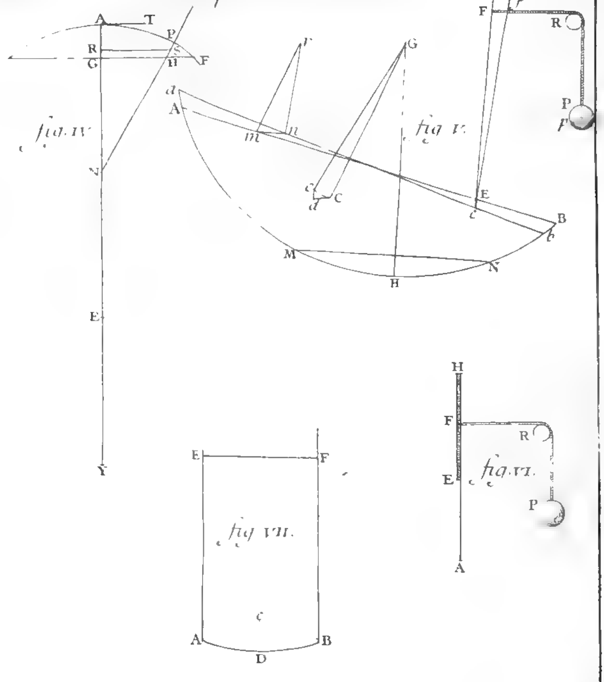


fig. IV
A T P R S G H F N E Y
fig. V
a A m n r G c d C E e F f R P p B b M N H
fig. VI
H F R E P A
fig. VII
E F c A B D

DE LA MÂTURE

DES

VAISSEAUX,

PIECE QUI A CONCOURU
à l'occaſion du Prix propoſé l'an 1727. par
Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences.

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au coin de la ruë
des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

MEMOIRE
OU L'ON EXAMINE
Quelle est la meilleure maniere de mâter les Vaisseaux, tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

Illi robur & æs triplex
Circa pectus erat, qui fragilem truci
Commisit pelago ratem
Primus, *Horat. L. 1. Od. 3.*

LA meilleure maniere de mâter les Vaisseaux consiste, 1°. à disposer les Mâts de telle sorte que la resistance de l'eau contre le Vaisseau soit toujours en équilibre sur le Mât, s'il n'y en a qu'un, ou sur le centre de force de tous les Mâts, s'il y en a plusieurs.

2°. A disposer les Mâts de telle sorte qu'ils ne se nuisent point les uns aux autres, autrement il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur un même Vaisseau; mais qu'ils puissent également recevoir le vent, & qu'ils en puissent recevoir le plus qu'il est possible.

3°. A proportionner si bien les hauteurs des Mâts aux places qu'ils occupent, que les Vaisseaux ne tanguent point trop, c'est-à-dire, qu'ils ne donnent point trop du nez dans l'eau.

4°. Enfin à bien proportionner les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, à leur longueur, & à leur gabarit, afin qu'on en tire tout l'avantage possible dans la navigation.

C'est ce que nous allons examiner dans ce Memoire, après avoir fait voir quelle est la resistance qu'un corps solide en mouvement trouve dans un liquide qui est en repos.

CHAPITRE PREMIER.

Où l'on examine la resistance qu'un corps solide en mouvement rencontre dans un fluide en repos.

ARTICLE I.

LOrsqu'un corps solide est mû dans un fluide, il y trouve une resistance égale à l'effort que le fluide feroit sur lui s'il étoit en repos, & que le fluide se mût contre lui avec une vîtesse égale dans une direction opposée.

Ainsi au lieu de supposer que le corps solide se meut dans un fluide en repos, on peut supposer que c'est le fluide qui se meut contre le corps avec la même vîtesse que l'on auroit attribuée au corps, mais dans une direction contraire.

ARTICLE II.

Lorsqu'un plan se meut dans un fluide, il y trouve une resistance perpendiculaire à lui-même, quelque inclinaison qu'il ait à la direction de son mouvement.

DEMONSTRATION.

1°. Si le plan est perpendiculaire à la direction de son mouvement, il est évident qu'il trouvera dans le fluide une resistance perpendiculaire à lui-même. Fig. I.

2°. S'il est oblique à la direction de son mouvement, je dis qu'il trouvera aussi une resistance perpendiculaire à lui-même. Car soit un plan AB, ou plûtôt le profil d'un plan qui se meut suivant la direction CD dans un fluide quelconque, comme l'on peut supposer (suivant l'article premier,) que c'est le fluide qui se meut contre le plan suivant la direction DC, il est évident que le plan sera poussé par chaque filet CD du fluide qui a la direction DC. D'un point quelconque P de cette direction DC, soit tirée PQ perpendiculaire au plan AB, & PO parallele au même plan; & soit achevé le parallelogramme POCQ. Il est évident que l'effort que le filet fait suivant la direction PC de son mouvement étant exprimé par PC, se décompose en deux autres efforts dont l'un est PQ perpendiculaire au plan, & l'autre PO parallele au même plan; mais l'effort PO étant parallele au plan ne fait aucune impression sur lui. Donc il ne reste que l'effort PQ qui fasse impression sur le plan. Donc un filet qui se meut obliquement contre un plan, fait contre lui un effort perpendiculaire.

Donc un plan qui se meut obliquement dans un fluide y trouve une resistance perpendiculaire à lui-même.

COROLLAIRE I.

Puisque l'effort du filet DC étant representé par PC Fig. I.

ſe decompoſe en deux forces exprimées par PO, & PQ, il eſt évident que l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction, eſt à l'effort qu'il fait contre le plan AB comme PC eſt à PQ; mais PC eſt à PQ comme le ſinus de l'angle droit PQC eſt au ſinus de l'angle PCQ que la direction DC du mouvement fait avec le plan AB.

Donc la force ou reſiſtance abſoluë d'un filet d'eau eſt à l'effort qu'il fait contre un plan comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle que la direction du mouvement fait avec le plan qui ſe meut.

COROLLAIRE II.

Fig. II. Si deux ſurfaces planes AB, MN differemment inclinées ſe meuvent ſuivant la même direction CD, la reſiſtance que le filet DC fera au plan AB ſera à la reſiſtance qu'il fera au plan MN, comme le ſinus de l'angle DCB eſt au ſinus de l'angle DCN.

Car ſi l'on appelle p l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction;

f, l'effort qu'il fait contre le plan AB,

Et φ; l'effort qu'il fait contre le plan MN, & r, le ſinus total, l'on aura ſuivant le Corollaire premier,

$p : \varphi :: r :$ au ſinus de l'angle DCN

l'on aura auſſi par le même corollaire

$f : p ::$ ſinus de l'angle DCB $: r$.

Donc l'on aura, en multipliant par ordre,

$f : \varphi ::$ le ſinus de l'angle DCB : eſt au ſin. de l'angle DCN.

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances f, φ que le même filet fait à deux plans AB, MN differemment inclinez, ſont comme les ſinus des angles que ces plans font avec la direction CD de leur mouvement.

ARTICLE III.

Si pluſieurs plans égaux AB, AC ſont differemment inclinez aux directions MN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les ſinus des angles que ces plans feront avec les directions MN ou AF de leurs mouvemens. Fig. III.

Car ſi de l'extremité A commune à ces deux ſurfaces l'on decrit un arc de cercle par l'extremité B du plan AB; cet arc paſſera par l'extremité C du plan AC, parce que AB= AC. Et ſi l'on tire BD, CF perpendiculairement à la direction AF du mouvement des deux plans AB, AC, ces perpendiculaires exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſeront aux plans AB. AC. & ſeront en même-tems les ſinus des angles FAB, FAC que les plans font avec la direction AF de leur mouvement. Donc les quantitez d'eau qui reſiſtent à deux plans égaux differemment inclinez à la direction AF de leur mouvement, ſeront entr'elles comme les ſinus des angles BAF, CAF que ces plans font avec la direction de leur mouvement.

COROLLAIRE.

Donc ſi pluſieurs plans inégaux AB, AM ſont differemment inclinez à la direction AN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les longueurs AB, AM des plans multipliées par les ſinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. Fig. IV.

Pour le démontrer, ſoit tiré un arc BQ & les perpendiculaires BD, CF, MN ſur la direction AN du mouvement des plans, les deux perpendiculaires BD, MN exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſent au mouvement des plans AB, AM & les perpendiculaires BD, CF ſeront les ſinus des angles BAN, MAN que les plans

AB, AM font avec la direction AN de leur mouvement. Ainsi il s'agit de démontrer que les perpendiculaires BD, MN qui expriment les quantitez d'eau resistantes, sont entr'elles comme AB X BD & AM X CF.

Or BD : CF : : BD : CF :

CF : MN : : AC : AM : : AB : AM

Donc en multipliant par ordre

BD : MN : : AB X BD : AM X CF

C'est-à-dire, que les quantitez d'eau BD, MN qui resistent aux plans AB, AM sont entr'elles comme les longueurs AB, AM de ces plans multipliées par les sinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

ARTICLE IV.

Si deux plans inégaux AB, AC *se meuvent avec la même vîtesse suivant la direction* AN *à laquelle ils sont differemment inclinez; je dis que les resistances qu'ils trouveront seront comme leurs longueurs* AB, AM *multipliées par les quarrez des sinus des angles qu'ils font avec la direction* AN *de leur mouvement.*

DEMONSTRATION.

Fig. IV. Si l'on suppose le fluide divisé en une infinité de filets PR, PR paralleles à la direction AN du mouvement des plans; il est évident que la resistance du fluide au plan AB, sera égale à la resistance que lui feroit un filet PR multipliée par la quantité BD des filets qui lui resistent.

De même la resistance du fluide au plan AM est égal à la resistance d'un filet PR multipliée par la quantité MN des filets qui lui resistent.

Ainsi en nommant

f, la resistance qu'un filet d'eau fait au plan AB,

φ, la resistance que le même filet fait au plan AM,

p, la quantité des filets d'eau qui resistent au plan AB,
ϖ, la quantité de filets qui resistent au plan AM,
fp sera la resistance que le plan AB trouvera dans le fluide,
$\varphi\varpi$, sera la resistance que le plan AM trouvera dans le même fluide en se mouvant avec la même vitesse.

Mais suivant le Cor. II. de l'Art. II.

$f : \varphi :: BD, CF$ & suivant le Corollaire de l'Article III.

$p = BD : \varpi = MN :: AB \times BD : AM \times CF.$

Donc en multipliant par ordre

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2.$$

C'est-à-dire, que les resistances fp, $\varphi\varpi$ que les plans AB, AM rencontrent dans un fluide où ils se meuvent avec la même vitesse, sont entr'elles comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrez $\overline{BD}^2$, $\overline{CF}^2$ des sinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

Si les plans AB & AM sont égaux au lieu de

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$$

l'on aura $fp : \varphi\pi :: \overline{BD}^2 : \overline{CF}^2$.

C'est-à-dire, que les resistances fp, $\varphi\varpi$ que les plans égaux trouveront dans le même fluide où ils se meuvent avec la même vitesse seront entr'elles comme les quarrez des sinus des angles que ces plans font avec la direction AN de leur mouvement.

CHAPITRE II.

Où l'on recherche la direction de la resistance composée qu'une figure donnée rencontre dans le fluide où elle se meut, & le point par lequel doit passer cette direction.

ARTICLE I.

DEterminer la direction de la resistance composée qu'un parallelepipede trouve dans un fluide où il se meut parallelement à sa face superieure ou inferieure, & déterminer le point par lequel passe cet effort composé.

SOLUTION.

Tirez EN perpendiculairement sur le milieu de la face AD, & FM perpendiculairement sur le milieu de l'autre face CD, le point P sera celui par lequel doit passer la direction de la résistance composée que le parallelepipede ABCD rencontre dans le fluide. Fig. V.

Car quelle que soit la direction du mouvement du corps, le fluide resistera toujours perpendiculairement à ses faces AD, CD suivant l'Article II. mais les efforts ou resistances qui se font sur les faces AD, CD sont réunis au milieu E, F de ces faces. Donc EN étant perpendiculaire sur le milieu de la face, AB sera la direction de la resistance qui se fait contre AD; & FM étant perpendiculaire sur le milieu de CD, sera la direction de la resistance qui se fait contre le plan CD.

Donc le point P où se rencontrent ces deux perpendiculaires est celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée. Voyons maintenant quelle est cette direction.

Sur les perpendicnlaires EN, FM, prenez PN & PM en en raiſon des réſiſtances que l'eau fait aux faces AD, CD. Et ayant achevé le parallelogramme PMON, tirez la diagonale OP, & cette diagonale ſera la veritable direction de la réſiſtance composée.

Mais nous avons vû dans l'Article IV. du Chapitre precedent, que la réſiſtance que l'eau fait au plan AD & la réſiſtance qu'elle fait au plan CD ſont entr'elles, comme les longueurs de ces plans multipliées par les quarrez des ſinus des angles que les plans font avec la direction de leur mouvement. Ainſi ſuppoſant que le mouvement ſe fait ſuivant AH ou GI, ſi l'on fait $AD = DG$ & que l'on tire HDI perpendiculairement à la direction AH du mouvement, l'on aura (en prenant $AD = DG$ pour le ſinus total,) HD pour le ſinus de l'angle HAD que le plan AD fait avec la direction AH, & DI ſera le ſinus de l'angle DGI que le plan CD fait avec ſa direction GI.

Donc il faut faire $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{DI}^2$

Maintenant ſi le parallelepipede eſt rectangle, l'on aura $DI = AH$, parce que les triangles AHD, DIG ſeront ſemblables & égaux.

Donc on aura, $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2$

Mais $\overline{DH}^2 : \overline{AH}^2 :: KD : AK$

Et par conſequent

$AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2 :: AD \times KD : CD \times AK ::$

$\overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Donc il faut faire $PN : PM :: \overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Et la diagonale OP ſera la veritable direction de la réſiſtance composée que le parallelepipede rectangle ou plûtôt ſa ſection horiſontale rencontre dans le fluide où il ſe meut.

COROLLAIRE.

Donc si le parallelepipede ABCD est rectangle, la direction de la résistance composée de celles que toutes ses faces trouvent passera par son milieu.

Car il est évident que la direction de l'effort ou résistance que trouvera chaque face passera par le milieu du parallelepipede rectangle, & par conséquent la direction de la résistance composée des résistances qui se font à toutes les faces passera aussi par le milieu du parallelepipede.

ARTICLE II.

Fig. VI. & VII. *Determiner la direction de la résistance composée qu'un fluide fait à une lozange ou rhombe qui se meut parallelement à son plan.*

SOLUTION.

Soit le rhombe ABCD qui se meut dans son plan parallelement à AH; si l'on tire HDI perpendiculaire sur HA, DH sera le sinus de l'angle DAH que la face AD fait avec la direction AH; & DI sera le sinus de l'angle DCI que la face DC fait avec la direction CI ou AH.

Donc si après avoir tiré ENP perpendiculairement sur le milieu de AD, & FMP perpendiculairement sur le milieu de CD, l'on fait $PN : PM :: \overline{DH}^2 : \overline{DI}^2$, c'est-à-dire, comme la résistance que trouve la face AD, est à la résistance que trouve la face CD; & qu'on acheve le parallelogramme PMON, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouve le rhombe ABCD en se mouvant parallelement à AH.

COROLLAIRE I.

Il est évident que la direction PO de la résistance composée qu'un rhombe trouve dans un fluide, ne passera pas toujours par le milieu T du rhombe, mais qu'elle y passera dans un cas, sçavoir quand la direction AH du mouvement du rhombe divisera un angle du rhombe en deux parties égales, & pour lors la direction du mouvement du rhombe se confondra avec la direction de la resistance composée qu'il trouvera dans le fluide.

COROLLAIRE II.

Soit EP perpendiculaire sur le milieu de AD, il est évident que la direction de l'effort ou résistance composée passera par le point P où cette perpendiculaire coupe la diagonale AC, tant qu'il n'y aura que les faces AD, DC qui souffriront la résistance du fluide, conjointement ou séparement. Fig. VI.

ARTICLE III.

Etant donné un poligone semblable à un poligone inscrit dans la coupe horisontale d'un Vaisseau, determiner la direction de la resistance composée qu'il trouve en se mouvant dans un fluide.

SOLUTION.

Soit ABCQFED le poligone proposé tel que AB=AD, BC=DE, CQ=EF & les angles ABC=ADE, tel en un mot que la quille GA le divise en deux parties semblables & égales. Il s'agit de déterminer la direction ϖp de la résistance composée qu'il trouve dans le fluide; pour cela. Fig. VIII

Soit tiré KPN perpendiculairement sur le milieu de BA & LPM perpendiculairement sur le milieu de AD, enſuite ſoit fait PN : PM : : $\overline{AH}^2 : \overline{AI}^2$. Et le parallelogramme MN étant achevé, ſoit tirée la diagonale PO : cette diagonale exprimera la réſiſtance composée de celles que les deux faces AB, AD trouvent dans le fluide.

Soit preſentement XRS perpendiculaire ſur le milieu de BC, laquelle rencontre en R le prolongement OT de la diagonale PO, & ſoit fait

RS : PN : : BC X $\overline{\lambda\mu}^2$: BA X $\overline{HA}^2$, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance que trouve le côté BC eſt à la réſiſtance que trouve le côté BA.

Enfin ayant pris RT = PO ſur le prolongement de PO. Soit achevé le parallelogramme TS : ſa diagonale RV, ſera la réſiſtance composée des trois réſiſtances que trouvent les trois côtez AD, AB, BC.

Enfin ayant fait une perpendiculaire Yσ ſur le milieu de CQ, & ayant prolongé la diagonale RV juſqu'à ce que l'on ait $\varpi\delta$ = RV; ſoit $\varpi\sigma$: PN : : comme la réſiſtance que trouve le côté QC, eſt à la réſiſtance que trouve le côté AB, c'eſt-à-dire, comme QC X $\overline{\gamma\varepsilon}^2$: eſt à BA X $\overline{HA}^2$ & ſoit achevé le parallelogramme $\delta\sigma$; ſa diagonale $\varpi\rho$ ſera la réſiſtance composée des reſiſtances que trouvent les côtez AD, AB, BC, CQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

ARTICLE IV.

Trouver la direction de la réſiſtance composée qu'une courbe quelconque trouve dans le fluide où elle ſe meut dans ſon plan.

SOLUTION.

Soit AMD une courbe qui ſe meut dans ſon plan ſuivant la direction AF. que AB perpendiculaire à la direction AF du mouvement ſoit priſe pour la ligne des coupées, & PM, *pm* paralleles à la direction du mouvement ſoient priſes pour les ordonnées.

Pour avoir la direction de la résistance composée que la courbe trouve, il est évident qu'il n'y a qu'à trouver la somme de toutes les résistances que la courbe trouve parallelement à la ligne des coupées, & la somme des resistances que la même courbe trouve parallelement aux ordonnées, ensuite faire un parallelogramme HG dont les côtez adjacents BG, BH soient proportionnels à ces deux sommes, & en même-tems paralleles aux coupées & aux ordonnées. Cela posé, la diagonale LB sera parallele à la direction de la résistance composée que la courbe trouve en se mouvant dans le fluide avec une direction AF. Fig. IX.

Soient deux ordonnées infiniment proches PM, *pm*. Et deux filets d'eau MF, *m*F aussi infiniment proches.

Et soit fait la coupée AP $= x$

l'ordonnée MP $= y$

la differentiele P*p* ou MC de la coupée $= dx$

la differentiele C*m* de l'ordonneé $= dy$

& la differentiele M*m* de la courbe $= dz$

Soit la force absoluë d'un filet d'eau MF $= f$.

l'on aura la force absoluë de l'eau MFF*m* qui s'oppose au mouvement de la differentiele M*m*; $= f \times \text{MC} = fdx$.

Mais la force absoluë de l'eau est à la résistance qu'elle fait au mouvement d'un plan comme le sinus total est au sinus de l'angle que le plan fait avec la direction de son mouvement. (Chap. I. Art. II. Cor. I.)

Ainsi nommant φ la résistance que l'eau FM*m*F fait au mouvement de la differentiele M*m*. L'on aura $fdx : \varphi ::$ comme le sinus total est au sinus de l'angle FM*m* ou M*m*C. :: $m\text{M} = dz : \text{MC} = dx$.

C'est-à-dire, que l'on aura $fdx : \varphi :: dz : dx$

D'où l'on tire $\varphi = \frac{f\overline{dx}^2}{dz}$. Et en faisant la force absoluë f égale à l'unité, l'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ pour la résistance que le fluide fait à chaque differentiele de la courbe.

Mais cette résistance $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ étant perpendiculaire à la differentiele M*m* se décompose en deux résistances, dont l'une est suivant MQ parallele aux coupées, & l'autre suivant MP parallele aux ordonnées PM.

Or ces deux forces suivant MP, & MQ étant nommées p, π

L'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : p :: MS : MP :: dz : dx$.

Donc la résistance p que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement à ses ordonnées est égale $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$.

L'on aura de même $\varphi = \frac{\overline{ax}^2}{dz} : \pi :: MS : MQ :: dz : dy$.

Donc la résistance ϖ que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement aux coupées est égale $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

Donc l'integrale $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ est la résistance que la courbe trouve parallelement aux ordonnées MP; & $\int \frac{dya\overline{x}^2}{\overline{dz}^2}$ la résistance qu'elle trouve parallelement aux coupées AP.

Maintenant si par un point quelconque B l'on fait BH parallele aux ordonnées MP, & BG parallele aux coupées AP; & que l'on fasse BH : BG :: $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} : \int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

En achevant le paralellogramme HG, sa diagonale LB sera parallele à la résistance composée que la courbe AMB trouve en se mouvant suivant la direction AF.

Appliquons maintenant ce raisonnement à une courbe donnée, par exemple, à un arc de cercle.

EXEMPLE.

Soit la courbe AMD un arc de cercle qui ſe meut dans un fluide parallelement à AF, & dont le centre ſoit en S.

Soit tirée SE parallelement à la direction AF du mouvement & aux ordonnées PM, & ſoit tirée SG parallelement à la ligne AB des coupées. Fig. 10.

Cela poſé ſoient les raïons SG, SA, SM, SE $= r$
L'ordonnée PM . . . . $= y$
La coupée AP . . . . $= x$
Les lignes AH, PI, BL . . . $= b$
La ligne AB ou HL . . . $= a$
La ligne SH . . . . $= c$

L'on aura $\overline{AH}^2 = \overline{SA}^2 - \overline{SH}^2$ ou $bb = rr - cc$.
Et $SI = SH - AP = c - x$
L'on aura $IM = PI + PM = b + y$.
Donc

$\overline{IM}^2 = (bb + 2by + yy) = \overline{SM}^2 - \overline{SI}^2 = (rr - cc + 2cx - xx)$ & mettant, bb, en la place de ſon égale, $rr - cc$,

L'on aura $\overline{IM}^2 = bb + 2by + yy = bb + 2cx - xx$.

D'où l'on tire $y = \sqrt{2cx - xx + bb} - b$

Et par conſéquent $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$.

Cela poſé, voyons quelle eſt la ſomme $\int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ des réſiſtances qui ſe font parallelement à AP.

A cauſe des triangles ſemblables mCM, MIS l'on aura $\overline{MC}^2 = \overline{dx}^2 : \overline{Mm}^2 = \overline{dz}^2 :: \overline{IM}^2 = bb + 2cx - xx : \overline{SM}^2 = rr$

Donc $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{bb + 2cx - xx}{rr}$ laquelle étant multipliée par l'équation $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$, l'on aura $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr}$ dont on trouvera l'integrale comme il ſuit ;

Soit $u = \sqrt{2cx - xx + bb}$, l'on aura $uu = 2cx - xx + bb$ & par conséquent $cc - 2cx + xx = bb + cc - uu$,

& . . . . $c - x = \sqrt{bb + cc - uu}$

Donc . . . . . $dx = \frac{udu}{\sqrt{bb + cc - uu}}$,

multipliant les deux dernieres équations l'une par l'autre.

L'on aura $\overline{c - x} \times dx = udu$, laquelle équation étant multipliée par celle-ci $\sqrt{2cx - xx + bb} = u$

l'on aura $\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx = uudu$,

& par conséquent $\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{uudu}{rr}$

& tirant les integrales, l'on aura

$$\int \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{u^3}{3rr} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb}}{3rr}$$

qui eſt l'integrale demandée, laquelle exprime la ſomme de toutes les réſiſtances qui ſe font parallelement aux coupées AP contre la courbe AM. Mais comme cette integrale ne ſe détruit point en faiſant $x = 0$, & qu'il reſte $\frac{b^3}{3rr}$ il faut en retrancher $\frac{b^3}{3rr}$ & le reſte $\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr}$ ſera la veritable integrale qui exprime la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux coupées AP.

Voyons maintenant quelle eſt la ſomme $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées.

Puiſque

Puiſque nous avons déja trouvé $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr}$

l'on aura en multipliant par dx, $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} = \frac{\overline{2cx - xx + bb} \times dx}{rr}$

& tirant les integrales l'on aura $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} = \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

laquelle integrale eſt la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées PM.

Donc ſi l'on fait SQ parallele aux coupées, SO parallele aux ordonnées, & que l'on prenne SQ : SO

$$:: \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr} : \frac{cx^2 - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$$

$:: \sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3 : 3cxx - x^3 + 3bbx$, & qu'on acheve le parallelogramme OQ, ſa diagonale ST ſera parallele à la direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve en ſe mouvant dans un fluide parallelement à AF. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Si le point S d'où partent les proportionnelles SO, SQ aux réſiſtances que la courbe trouve parallelement aux coupées & aux ordonnées eſt le centre de l'arc, la diagonale TS qui paſſera par ce centre S, ſera la véritable direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve dans le fluide.

Car la réſiſtance que chaque filet du fluide fait à l'arc AM eſt perpendiculaire à cet arc, & eſt par conséquent dirigée vers le centre. Donc la réſiſtance composée de toutes ces réſiſtances paſſera auſſi par le centre.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la réſiſtance composée que tout l'arc AM trouve, il faudra faire AP = AB, c'eſt-à-dire, $x = a$

& pour lors l'on aura

$$SQ : SO :: \sqrt{2ca - aa + bb} \times \overline{2ca - aa + bb} - b^3 : 3caa + 3bba - a^3$$

& la diagonale ST fera la réſiſtance composée que toute la courbe AMD trouve dans le fluide en ſe mouvant parallelement à AF.

COROLLAIRE III.

Si l'arc AD devenoit = GD enſorte que la direction AF du mouvement lui fût tangente à l'extremité G.

Il eſt évident que AH = b deviendroit = o.

& que SH = C deviendroit = r. Et AB ou a = LG.

Ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci

$$SQ : SO :: \sqrt{2ra - aa} \times \overline{2ra - aa} : 3raa - a^3 :: \sqrt{\overline{2r - a} \times a} :$$

$$\frac{\overline{3r - a} \times a}{2r - a} :: \sqrt{\overline{2SG - LG} \times LG} = LD : \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$$ d'où

l'on tire cette conſtruction.

CONSTRUCTION.

Fig. XI. Ayant achevé le demi-cercle ADEX & prolongé DL juſqu'en N en ſorte que LN = 3 SG − LG, tirez NX & lui menez par le point G une parallele GZ ; vous aurez

$$LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}.$$

Car à cauſe des paralleles NX, AZ l'on aura

$$LX = 2SG - LG : LN = 3SG - LG :: LG : LZ.$$

D'où l'on tire $LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$.

Ainſi faiſant SQ = LD & SO = LZ, ou en faiſant SQ : SO : : LD : LZ & achevant le parallelogramme QO ſa diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que la courbe GD trouve dans le fluide en ſe mouvant ſuivant une direction GF qui le touche à ſon extremité G.

COROLLAIRE IV.

Si la courbe GD, qui est touchante par son extremité G à la direction de son mouvement, étoit un quart de cercle AE; il est évident que LG=a deviendroit=SG=r ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci, Fig. XI.

$$SQ : SO :: r^3 : 2r^3 :: 1 : 2$$

Ainsi en faisant SQ : SO :: 1 : 2 la diagonale ST sera la direction de la résistance composée que le quart de cercle trouve dans un fluide, lorsque la direction de son mouvement le touche à son extrémité.

ARTICLE V.

L'angle que fait la quille d'un Vaisseau avec la direction de son mouvement étant donné : déterminer la direction de la résistance que rencontre une section horisontale de Vaisseau terminée par plusieurs arcs de cercles. Fig. XII.

SOLUTION.

Soit ABCGDE la section horizontale terminée par les arcs AB, AH, BC, DE, & soit CF, ou BF la direction de son mouvement.

Il est évident que l'arc AE sera touché en un point E par la direction EF du mouvement du Vaisseau. Ainsi connoissant son centre H l'on pourra par le Corollaire III. de l'article précedent déterminer la direction KH de la résistance qu'il trouve dans le fluide suivant la direction EF, ou AF.

Comme l'arc AB n'est point touché par la direction BF, ou AF de son mouvement : Si l'on connoît son centre I l'on pourra trouver par le Corollaire II. de l'Art. précedent, la direction LI de la résistance qu'il trouve en se mouvant suivant la direction BF.

L'on pourra de même trouver par le Corollaire II. de l'Article précedent la direction RS de la résistance que trouve l'arc BC.

Maintenant si l'on fait PM à PN comme la résistance composée que trouve l'arc AE est à la résistance que trouve l'arc AB dans le mouvement du Vaisseau suivant AF, & qu'on acheve le parallelogramme MN, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouvent ces deux arcs AE, AB.

Enfin après avoir prolongé cette diagonale PO en V, en sorte que TV = PO, si l'on fait TS à PM comme la résistance composée qui se fait sur l'arc BC est à la résistance composée qui se fait contre l'arc AE & qu'on acheve le parallelogramme VS, sa diagonale TX sera la direction de la résistance composée que la section horisontale ABCDE trouve dans le fluide où elle se meut suivant la direction AF.

REMARQUE.

Il paroît d'abord que cette solution n'est point complette, attendu que les Corollaires II. & III. de l'Article précedent ne donnent point les efforts composez ou résistances composées qui se font contre les arcs de cercles, mais seulement leurs directions. Mais cette difficulté sera bientôt levée si l'on fait attention que nous avons trouvé dans l'exemple de l'Article IV. la somme des efforts ou résistances que l'arc trouve parallelement aux coupées avec la somme des résistances que le même arc trouve parallelement aux ordonnées, & comme les directions de ces deux sommes sont à angle droit, il est évident que la racine quarrée de la somme de leurs quarrez sera la valeur de la résistance composée que l'arc trouve en se mouvant dans le fluide.

Donc l'on pourra prendre PM, PM, TS dans les rapports des résistances composées que les arcs AE, AB, BC trouvent en ſe mouvant dans le fluide ſuivant la direction BC.

CHAPITRE III.

Où l'on examine quel eſt l'endroit le plus avantageux pour planter le mât lorſqu'il n'y en a qu'un.

PRemierement il eſt certain que le Mât doit toujours être planté dans un point de la quille du Vaiſſeau, afin que le Vaiſſeau ait les mêmes avantages des deux côtez de la quille.

2°. Le Mât doit être planté dans un lieu tel que la réſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau ſoit toujours en équilibre ſur le Mât, autrement le Vaiſſeau ne pourroit garder la direction qu'on lui auroit donnée.

Mais la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ne ſçauroit être en équilibre ſur le Mât, que le Mât ne ſoit planté dans la direction de la réſiſtance composée que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Donc il faut planter le Mât dans la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Cela posé, nous allons déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans des Vaiſſeaux de differentes figures.

ARTICLE I.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans un Vaiſſeau dont la coupe horiſontale eſt un parallelogramme rectangle.

SOLUTION.

Fig. V. Nous avons vû dans l'Article I. & ſon Corollaire du Chapitre II. que la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouve un rectangle paſſe toujours par ſon milieu. Il s'enſuit donc qu'il faut toujours mettre le Mât dans le milieu du parallelogramme rectangle, c'eſt-à-dire, en un point P qui ſoit au milieu de la quille ES. Et le Mât ainſi placé mettra toujours en équilibre ſur lui-même la réſiſtance que le rectangle trouvera dans l'eau. *C. Q. F. T.*

ARTICLE II.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorſque la coupe horiſontale du Vaiſſeau eſt un rhombe.

SOLUTION.

Fig. VI. Nous avons vû dans l'Article II. du Chapitre II. & dans ſon Corollaire que la direction de la réſiſtance composée que trouve le rhombe paſſoit par le point P, où ſe rencontrent les perpendiculaires tirées ſur les milieux des faces AD, CD, qui ſouffrent la réſiſtance.

Mais ce point de rencontre P, par lequel doit paſſer la réſiſtance composée que trouve le rhombe, eſt ſur la quille BD lorſqu'il n'y a que les faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille BD, qui ſouffrent la réſiſtance du fluide.

Donc il faudroit planter le Mât au point P, ſi le fluide ne réſiſtoit jamais qu'aux faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille.

Fig. VII. Mais ſi la quille étoit AC comme dans la Figure VII. où le fluide réſiſte aux faces AD, DC qui ſont d'un même côté de la quille ; on ne pourroit point mettre le Mât au point P où se rencontrent les perpendiculaires EP, FP tirées sur le milieu des faces AD, DF ausquelles le fluide résiste; attendu que ce point P ne se rencontre pas sur la quille AC; mais au point S où la direction PO de la résistance composée de celles que souffrent les faces AD, DC, rencontre la quille AC.

Or il est évident que ce point S ne sera pas toujours le même, mais se rapprochera du milieu T, à mesure que l'angle HAC, que la quille fait avec la direction AH de son mouvement augmentera & se rapprochera du point Q à mesure que l'angle HAC diminuëra.

Mais comme le Mât ne sçauroit changer de place à mesure que le point S varie, il lui faut chercher une place fixe, dans laquelle il puisse metre en équilibre avec le secours d'un gouvernail la résistance composée quelconque que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Comme la quille ne doit jamais être perpendiculaire à la direction du mouvement du Vaisseau, il faut placer le Mât entre le point T & le point Q, à telle distance du point Q que le gouvernail puisse rendre la résistance composée de l'arriere égale à la résistance composée de l'avant, lorsque cette derniere est la plus grande qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur le Mât.

Et c'est ce que je vais déterminer.

Soit le gouvernail GC parallele à la face AB, si l'on fait LO perpendiculaire sur le milieu du gouvernail GC, & EV perpendiculaire sur le milieu de la face AB, & qu'ayant prolongé la face CD en V, l'on fasse VX égale au gouvernail GC, & LO, égale à la face BA. Enfin si l'on tire OX, & que du point R où cette ligne rencontre CD prolongée, l'on tire RS parallele à EV ou LO, cette ligne RS donnera sur la quille un point S, tel qu'en y plantant le Mât il pourra toujours, avec le secours du gouvernail, mettre la résistance de l'eau en équilibre; pourvû cependant que l'angle que la quille fait avec la direction de son mouvement n'approche pas trop de l'an- Fig. XIII.

gle droit, lorſque le point S ne tombe point ſur le point T.

DEMONSTRATION.

Premierement, puiſque le gouvernail GC & la face AB ſont paralleles, ils feront des angles égaux avec la direction du mouvement du Vaiſſeau; ainſi la réſiſtance que la face trouvera, ſera à celle que le gouvernail rencontrera, comme BA : GC.

Mais par la conſtruction BA : GC :: LO : VX :: LR : RV

Donc la réſiſtance que trouve la face BA eſt à la réſiſtance que trouve le gouvernail GC :: LR : RV.

Mais EV, LO étant perpendiculaires ſur les milieux de BA, GC, ſont les directions véritables des réſiſtances que trouvent BA & GC; & les lignes LR, RV ſont égales aux diſtances du point S aux directions LO, EV, des réſiſtances que trouvent le gouvernail & la face.

Donc les réſiſtances que trouvent BA, GC, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances RV, LR de leurs directions au point S. Donc ces réſiſtances ſeront en équilibre ſur le point S.

Puiſque la réſiſtance que trouve le gouvernail eſt en équilibre ſur le point S avec la réſiſtance que trouve la face BA; il s'enſuit qu'il n'y aura qu'une ſeule diſpoſition de la quille avec la direction du mouvement dans laquelle la réſiſtance composée de celle du Vaiſſeau, & de celle du gouvernail puiſſe être en équilibre ſur le point S, lorſque le gouvernail eſt parallele à la face BA; & le Vaiſſeau eſt dans cette diſpoſition lorſque la direction BF de ſon mouvement eſt parallele à la face BC, c'eſt-à-dire, lorſque le fluide ne réſiſte qu'à la face BA.

Car ſi le Vaiſſeau étoit dans une autre diſpoſition où le fluide réſiſtât encore à la face BC ou à la face DA, la réſiſtance que trouve la face BA étant en équilibre avec la réſiſtance que trouve le gouvernail GC cet équilibre ſeroit rompu par la réſiſtance que trouveroit la face BC,

ou

ou la face DA, enſorte que la réſiſtance que le Vaiſſeau trouveroit du côté du gouvernail par rapport au Mât ſeroit plus grande que celle qu'il trouveroit du côté de la prouë.

Donc la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau du côté de la prouë par rapport au Mât eſt la plus forte qu'il eſt poſſible pour faire tourner le Vaiſſeau ſur un point quelconque S, quand la direction BF du mouvement eſt parallele à la face BC.

Mais la direction GC du gouvernail dans un rhombe eſt la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible, lorſqu'il eſt parallele à la face BA ou CD ; car ne pouvant point faire un plus grand angle GCQ avec la quille que n'en fait la face AB du Vaiſſeau, attendu que les faces BC, CD du rhombe ne permettent pas au timon du gouvernail de faire un plus grand angle, le courant de l'eau ne ſçauroit avoir plus de priſe ſur lui que ſur la face BA.

Donc le point S eſt tel que le Mât y étant planté, la plus grande réſiſtance que trouve le gouvernail peut augmenter la réſiſtance du Vaiſſeau du côté de la poupe, juſqu'à ce qu'elle ſoit en équilibre avec la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve du côté de la prouë lorſque cette réſiſtance a la plus grande qu'il eſt poſſible par rapport à celle de la poupe.

Donc il faut planter le Mât au point S.

ARTICLE III.

Un poligone étant inſcrit dans la coupe horiſontale d'un Vaiſſeau, déterminer le point de la quille où il faut planter le Mât.

SOLUTION.

Ayant trouvé par l'Article III. du Chapitre précedent la direction $\varpi\rho$ de la réſiſtance composée de toutes les Fig. VIII.

résistances que trouvent les parties du Vaisseau ; prolongez cette direction $\pi\rho$ jusqu'à ce qu'elle rencontre la quille & le point de rencontre θ sera celui où il faudroit planter le Mât si la direction de l'effort ou résistance composée que trouve le Vaisseau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ de section n'est pas toujours le même, il faut chercher quelle est l'inclinaison de la quille à la direction de son mouvement, lorsque ce point θ est le plus près de la prouë, ce qui arrive lorsque la quille fait un fort petit angle avec la direction du mouvement; ensuite il faut reculer le même point vers la poupe jusqu'à ce que la plus grande résistance du gouvernail puisse augmenter la résistance de la poupe au point que la direction de l'effort composé de toutes les résistances puisse encore passer par ce point reculé θ.

Mais comme ce point θ est fort écarté du milieu de la quille, & que le gouvernail n'a pas toute la force nécessaire pour le rapprocher du milieu, l'on approche le point θ le plus près qu'il est possible du milieu lorsqu'il n'y a qu'un Mât, & par le moyen des manœuvres l'on rapproche la vergue, & par conséquent la voile plus ou moins de la poupe ou de la prouë, suivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaisseau par rapport à la quille.

ARTICLE IV.

Déterminer le point θ de la quille le plus avantageux pour y planter le Mât, lorsque la section horisontale du Vaisseau est terminée par plusieurs arcs de cercle.

Solution.

Fig. XII. Ayant déterminé dans l'Article V. du Chapitre précédent la direction TX de la réſiſtance composée que trouve la ſection horiſontale du Vaiſſeau ; prolongez cette direction TX juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille en un point θ : Ce point θ ſeroit celui dans lequel il faudroit planter le Mât, ſi la direction TX de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ n'eſt point fixe, & qu'il faut planter le Mât dans un point fixe,

Il faut chercher quelle eſt la direction du mouvement par rapport à la quille, dans laquelle le point θ eſt le plus près qu'il eſt poſſible de la prouë, & reculer ce point θ juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau avec ſon gouvernail puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ, alors on pourra mettre le Mât dans ce point θ s'il n'eſt point trop écarté du milieu du Vaiſſeau.

Mais ſi ce point θ quoique reculé, étoit encore trop écarté du milieu du Vaiſſeau, l'on pourroit encore le rapprocher un peu du milieu ; mais dans ce cas il faudroit par le moyen des manœuvres retirer les vergues vers la poupe ou la prouë ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

Corollaire.

Il ſuit des quatre Articles précedens qu'il faut mettre le Mât entre le milieu du Vaiſſeau & la prouë, ſans pourtant trop l'écarter du milieu ; car ſi on l'écartoit trop du milieu, il ne pourroit point mettre en équilibre ſur lui la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau lorſque la direction de cette réſiſtance paſſe près du milieu, ſçavoir lorſque la direction du mouvement du Vaiſſeau fait avec la quille un angle qui approche de l'ange droit.

SCHOLIE.

Si l'on connoissoit exactement la figure d'un Vaisseau, il est évident que l'on pourroit de cette maniére déterminer le point le plus avantageux pour poser le Mât. Mais les gabaris des vaisseaux sont si différens qu'il faudroit un modele de chaque Vaisseau pour y déterminer ce point.

Comme il est trop difficile de déterminer l'effort composé ou résistance composée de toutes les résistances que trouvent les figures terminées par plusieurs courbes, je crois qu'il vaudroit beaucoup mieux regarder les Vaisseaux comme des solides terminez par plusieurs plans ; car alors sans beaucoup de Géometrie l'on pourroit déterminer par l'Article III. de Chapitre II. la direction de l'effort composé ou résistance composée que le fluide fait contre les sections horisontales du Vaisseau, & par conséquent contre tout le Vaisseau lorsque toutes ses faces sont perpendiculaires aux sections horisontales.

Enfin si les faces du Vaisseau ne sont point perpendiculaires à la section horisontale, il faudra chercher les résistances que le fluide fera perpendiculairement à ces faces, & chercher ensuite ce qu'il en résulte horisontalement à toutes ces faces.

CHAPITRE IV.

Où l'on examine quelle doit être la situation des Mâts, leur hauteur & leur nombre.

Nous avons vû dans le Chapitre précedent quelle étoit la maniére de poser le Mât d'un Vaisseau lorsqu'il n'y en a qu'un ; mais comme le gouvernail auquel il faut avoir recours pour mettre la résistance de l'eau en équilibre sur ce Mât unique, retarde le sillage du Vaisseau. Voyons si nous ne pourrions point appercevoir quelqu'avantage dans la pluralité des Mâts.

Il est évident 1°. qu'en mettant plusieurs Mâts sur un Vaisseau, l'on peut toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sans le secours d'un gouvernail; car si le Vaisseau trouve plus de résistance du côté de l'avant que du côté de l'arriere, il n'a qu'à prendre plus de vent avec les voiles des Mâts d'avant qu'avec celles des Mâts d'arriere; de cette maniére l'on pourra toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sur le centre de force de tous les Mâts.

2°. L'on peut prendre plus de vent avec plusieurs Mâts qu'avec un seul, à moins que le seul Mât qu'on mettroit ne récompensât par sa hauteur, & par la grandeur de ses voiles, le grand nombre de voiles qu'on peut mettre sur plusieurs Mâts. Mais dans ce cas le Mât deviendroit trop élevé & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour faire pancher le Vaisseau, & même pour le faire capot, comme il est arrivé plusieurs fois; & les vergues devenant trop longues, sortiroient trop hors le Vaisseau, & rendroient par conséquent les manœuvres trop difficiles.

ARTICLE I.

Les intervalles des Masts doivent être comme les sommes des demi-vergues ou des vergues qui passent par ces intervalles.

DEMONSTRATION.

Soit un Vaisseau quelconque dont les Mâts sont placez dans des points quelconques A, G, M, & dont les Fig. XII. *

vergues soient RB, CI, DQ attachées aux Mâts par leurs milieux; ensorte que AB, GI, MQ soient les demi-vergues.

Quelque soit la hauteur des Mâts, il est clair que si l'on veut profiter de la grandeur des voiles, il faut 1°. qu'elles ne laissent point échapper le vent.

2°. Qu'elles ne se couvrent point les unes les autres.

Pour cela il faut que la ligne BC qui passe par l'extrémité B de la vergue d'artimon, & par l'extrémité C de la grande vergue, soit parallele à la ligne ID qui passe par l'extrémité I de la grande vergue, & par l'extrémité D de la vergue de misene, lorsque toutes les vergues sont paralleles. Car cela posé, le vent qui souffleroit suivant BC, ID, seroit reçû sur toutes les voiles qui n'en laisseroient point échapper. Voyons maintenant quelles doivent être pour cela les distances des Mâts.

Puisque les vergues RB, CI, DQ, sont paralleles, & que les lignes BC, ID du vent sont aussi paralleles, les quatre triangles BAE, CGE, IGF, DMF seront semblables.

L'on aura donc $CG : GI :: EG : GF$,

Mais $CG = GI$ donc $EG = GF$,

L'on aura $AB : AE :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG : EG$,

L'on aura aussi $CG : EG = GF :: DM : FM$.

Donc $CG + DM : GF + FM :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG + DM : GF + FM$.

C'est-à-dire, que les intervalles des Mâts sont comme les sommes des demi-vergues qui passent par ces intervalles, ou pour mieux dire, qui sont adjacentes à ces intervalles.

ARTICLE II.

Lorsque les voiles d'un même Vaisseau sont semblables,

les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Maſts.

DEMONSTRATION.

Les longueurs des vergues ſont comme les largeurs des voiles, ou plûtôt ſont égales aux largeurs des voiles.

Mais puiſque les voiles ſont ſemblables, les largeurs des voiles ſont comme leurs longueurs. Mais les longueurs des voiles devant occuper les hauteurs des Mâts, ſont comme les hauteurs des Mâts.

Donc les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs de leurs Mâts. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des Mâts adjacents à ces intervalles, quand les voiles ſont ſemblables. Car pour lors les vergues étant comme les hauteurs des Mâts, les ſommes des vergues ſont comme les ſommes des Mâts. Mais nous avons vû que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des vergues adjacentes. Donc ces intervalles ſont comme les ſommes des Mâts adjacens.

Comme il eſt aſſez ordinaire de faire des voiles ſemblables, ſur tout les voiles des huniers & les voiles baſſes du grand Mât & du Mât de miſene, je ſuppoſerai toujours dans la ſuite que les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts.

ARTICLE III.

Les diſtances SP, QP, RP *des Maſts au point* P, *par lequel doit paſſer leur centre de force étant données, déterminer le meilleur rapport dans lequel on puiſſe faire les hauteurs de ces Maſts.* Fig. XIV.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de rapports dans lesquels les Mâts étant faits leur centre de force passera toujours par le point P, les Mâts étant toujours aux points S.Q.R. Il n'y a cependant qu'un seul rapport dans lequel ces Mâts puissent être faits le plus avantageusement qu'il est possible; & c'est ce meilleur rapport qu'il faut déterminer.

Pour trouver ce meilleur rapport, il faut sçavoir qu'il ne suffit pas que le centre de force des Mâts passe par le point P, mais il faut encore que les intervalles des Mâts soient comme les sommes des vergues qui sont aux extremitez de ces intervalles. 2°. Que les hauteurs des voiles soient comme les hauteurs des Mâts, ainsi qu'on le pratique, du moins dans les trois huniers & dans le grand Mât, & le Mât de misene. Cela posé, si l'on prend pour les hauteurs des Mâts leur partie qui est hors le Vaisseau.

Soit { la hauteur du grand Mât . . . . $= x$
la hauteur du Mât de misene . . . . . $= y$
la hauteur du Mât d'artimon . . . . . $= z$.

Soit aussi { la longueur de la vergue du grand Mât . . . $= V$
la longueur de la vergue de misene . . . . $= u$
la longueur de la vergue de fougue d'artimon . $= v$

Soit enfin { la distance QP du grand Mât au point P . . $= r$
la distance SP du Mât de misene au point P $= p$
la distance RP de l'artimon au point P . . $= q$

L'on aura { la distance QS du grand Mât au Mât de misene $= r + p$
la distance QR du grand Mât à l'artimon . $= q - r$

Mais suivant l'Article I. ces intervalles $r + p$, $q - r$ de Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues

vergues qui sont aux extrémitez de ces intervalles.

On aura donc $r + p : q - r :: V + u : V + v$.

Mais les voiles étant semblables, l'on aura les longueurs V, u, v, des vergues comme les hauteurs x . y . z des Mâts. Et par conséquent $V + u : V + v :: x + y : x + z$.

Donc $r + p : q - r :: x + y : x + z$,

ce qui donne $rx + px + rz + pz = qx - rx + qy - ry$

d'où l'on tire $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \dfrac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{array} \right.$

Mais le centre de force des trois Mâts $x : y : z$ devant se trouver au point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau, il faut que l'énergie du Mât de Misene y qui se trouve d'un côté de ce point soit égale à la somme des énergies du grand Mât x, & du Mât d'Artimon z qui se trouvent tous deux de l'autre côté du même point P.

Mais puisque par l'hypothêse les longueurs des vergues, & par conséquent les largeurs des voiles, sont comme les hauteurs des Mâts, & que les hauteurs des voiles doivent être aussi comme les hauteurs des Mâts, il est évident que les surfaces des voiles seront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conséquent les efforts que le vent fera contr'elles seront aussi comme les quarrez des hauteurs des Mâts.

On pourra donc prendre les quarrez xx, yy, zz des hauteurs des Mâts x, y, z, pour les efforts que le vent fait contre les voiles de ces Mâts.

Donc si l'on multiplie ces quarrez xx, yy, zz des Mâts par leurs distances QR, SP, RP ou r, p, q au point P.

On aura le produit $\left\{ \begin{array}{l} rxx \text{. pour l'énergie du grand Mât,} \\ pyy \text{. pour l'énergie du Misene,} \\ qzz \text{. pour l'énergie de l'Artimon,} \end{array} \right.$

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'artimon.

On aura donc cette égalité,

$$pyy = rxx + qzz$$

Mais nous avons trouvé $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \dfrac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{array} \right.$

quarrant ces deux égalitez l'on aura,

$$1^{\circ}.\ xx = \frac{qqy^2 - 2qry^2 + r^2y^2 - 2qryz + 2r^2yz + rrzz - 2pqyz + 2pryz + 2przz + p^2z^2}{\overline{p + 2r - q}^2}$$

$$2^{\circ}.\ yy = \frac{\overline{4qr + 4pr + pp - 4qr - 2pq + qq} \times xx + \overline{4rr + 6pr - 2qr + 2pp - 2pq} \times xz + \overline{r + p}^2 \times zz}{qq - 2qr + rr}$$

Maintenant si l'on substituë l'une après l'autre, ces valeurs de xx & de yy dans l'équation $pyy = rxx + qzz$.

Lon aura les deux égalitez suivantes. Donc l'une ne contiendra point de x & l'autre point de y.

$$3^{\circ}.\ \overline{pyy - qzz} \times \overline{p + 2r - q}^2 = rqqy^2 - 2qr^2y^2 + r^3yy - 2qr^2yz + 2r^3yz + r^3zz - 2pqryz + 2prryz + 2prrzz + rppzz.$$

$$4^{\circ}.\ \overline{rxx + qzz} \times \overline{qq - 2qr + rr} = 4pr^2x^2 + 4pprx^2 + p^3x^2 - 4pqrx^2 - 2p^2qx^2 + q^2x^2p + 4prrxz + 2pprxz - 2pqrxz + prrzz + 4pprxz + 2p^3xz - 2ppqxz + 2pprzz + p^3zz.$$

Si l'on ordonne la premiere de ces deux équations par rapport à y, & la seconde par papport à x, l'on aura,

$$5^{\circ}.\ yy.\times\left\{\begin{array}{l}\overline{p+2r-q}^{2}.\times.p\\ -rqq\\ +2qrr\\ -r^{3}\end{array}\right. +y.\times.\left\{\begin{array}{l}+2qrrz\\ -2r^{3}z\\ +2pqrz\\ -2prrz\end{array}\right. = zz.\times.\left\{\begin{array}{l}\overline{p+2r-q}^{2}\times q\\ +r^{3}\\ +2prr\\ +rp^{2}.\end{array}\right.$$

$$6^{\circ}.\ xx\times\left\{\begin{array}{l}+qqr\\ -2qrr\\ +rrr\\ -4prr\\ -4ppr\\ -p^{3}\\ +4prq\\ +2ppq\\ -pqq\end{array}\right. +x.\times.\left\{\begin{array}{l}-4prrz\\ -2pprz\\ +2pqrz\\ -4pprz\\ -2p^{3}z\\ +2ppqz\end{array}\right. = zz.\times\left\{\begin{array}{l}-q^{3}\\ +2qqr\\ -qrr\\ +prr\\ +2ppr\\ +p^{3}.\end{array}\right.$$

La premiere de ces deux égalitez nous fournira la valeur de y, & la seconde nous fournira la valeur de x. dans lesquelles valeurs il n'y aura point de. x. ni de. y. sçavoir,

$$7^{\circ}.\ y=\sqrt{\frac{\overline{p+2r-q}^{2}\times qzz+\overline{r+p}^{2}\times rzz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}+\overline{\frac{qrrz-r^{3}z+pqrz-prrz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}}^{2}}$$

$$\frac{-qrrz+r^{3}z-pqrz+prrz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}$$

$$8^{\circ}.\ x=\sqrt{\frac{\overline{p+r}^{2}\times pzz+\overline{q-r}^{2}\times -qzz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}+\overline{\frac{\overline{-3pr-2r^{2}+qr-pp+pq}\times pz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}}^{2}}$$

$$\frac{\overline{+3pr+2rr-qr+pp-pq}\times pz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}$$

$9^{\circ}.\ z=z$

Donc si l'on multiplie les seconds membres des équations 7^e, 8^e & 9^e, par $\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r$, & qu'ensuite on les divise par z.

On aura les hauteurs $x:y:z$ des Mâts dans les rapports suivans.

$$
\left.\begin{array}{c} x \\ - \\ y \\ - \\ z \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l}
\sqrt{\overline{\overline{p+r}^2\times\overline{-p+q-r}^2\times q.\times\overline{p+2r-q}^2\times\overline{p+q-r}^2\times\overline{-r+3p^2r+2pr^2-pqr+p^3-p^2q}} \\ \quad \overline{-3p^2r-2prr+pqr-p^3+ppq}^2} \\
\hline
\sqrt{\overline{\overline{p+2r-q}^2\times\overline{q+r+p}^2\times r.\times.\overline{p+r-q}^2.\times.\overline{p+q-r}^2.\times.\overline{-r+qrr+r^3-pqr-prr}} \\ \quad \overline{-qrr+r^3-pqr+prr}^2} \\
\hline
\overline{p+r-q}^2\times\overline{p+q-r}^2\times -r
\end{array}\right.
$$

qui ſont les plus avantageux pour mettre les Mâts en équilibre ſur le point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE I.

Il faut remarquer que le rapport que nous venons de déterminer convient mieux aux Mâts de hunes & au perroquet d'artimon qu'au grand Mât, au Mât de Miſene & à l'Artimon. Puiſque l'on ne met jamais en équilibre ſur le point P l'Artimon, le grand Mât & la Miſene. Attendu que l'Artimon, ſe trouvant du même côté que le grand Mât par rapport au point P deviendroit trop petit, & ſeroit par conſéquent incapable de gouverner le Vaiſſeau. L'on fait même la hauteur de l'artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene ; & afin que ſa voile ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible ſans couvrir la grande voile, l'on incline ſa vergue d'environ 45° : enſorte que ſa voile qui eſt triangulaire laiſſe aiſément paſſer le vent ſur la grande voile.

Mais comme l'on doit cependant toujours conſerver l'équilibre, on y ajoute un quatriéme Mât à la prouë qui fait équilibre avec l'excès de la grandeur de la voilure d'Artimon ; ou ſi l'on ne ſçauroit ſe ſervir de la voile du

Beaupré qui est à la prouë, l'on cargue la voile basse du grand Mât jusqu'à ce que l'Artimon fasse équilibre avec le Mât de Misene.

Nous verrons ensuite de l'Article suivant dans quel rapport il faut faire la hauteur & la vergue du Beaupré, afin qu'il puisse faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon.

REMARQUE II.

Comme j'ai donné la maniere de trouver la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, il est évident que l'on peut trouver le point où la Quille est coupée par la direction de cette résistance. Si on ne peut déterminer ce point géométriquement, l'on peut du moins le faire méchaniquement, sçavoir en mettant le Vaisseau que l'on veut mâter à la traine d'un autre Vaisseau, en lui attachant le cable qui le traîne à son bord entre l'éperon & le maître Beau, car pour lors la direction de la corde coupera la Quille dans le point où la direction de la résistance que trouve le Vaisseau la coupe.

Car puisque l'effort de la corde est en équilibre avec la résistance que trouve le Vaisseau; il est clair que la direction de la corde doit être la même que la direction de la résistance que trouve le Vaisseau.

ARTICLE IV.

Les hauteurs de trois Mâts étant données, déterminer leurs situations les plus avantageuses.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de points dans lesquels les trois Mâts donnez étant plantez, ils pourront faire équilibre sur le point P, il n'y en a cependant que trois où Fig. XIV.

l'on puiſſe les planter le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Pour déterminer ces points géometriquement, il faut ſçavoir qu'il ne ſuffit pas que les trois Mâts faſſent enſemble équilibre ſur le point P, c'eſt-à-dire, que leur centre P de force ſoit dans la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau; mais qu'il faut encore 1°. que les diſtances des Mâts ſoient comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances (Art. I.)

2°. Que les longueurs des vergues ſoient comme les hauteurs de leurs Mâts. Par l'Article II.

Mais la poſition du Mât de Miſene étant déterminée naturellement à l'extrémité de la Quille, il n'y a que deux points où les Mâts d'Artimon & le grand Mât étant plantez.

1°. Les Mâts pourront faire équilibre ſur le point P.

2°. Les intervalles des trois Mâts ſeront comme les ſommes des vergues qui peuvent occuper ces intervalles.

3°. Les longueurs des vergues des trois Mâts ſeront comme les hauteurs des Mâts.

Ce ſont donc ces deux points avec l'extrémité de la Quille qui ſont les trois points les plus avantageux pour poſer les trois Mâts. Ainſi ce ſont eux qu'il s'agit de trouver. Pour cela.

Soit la hauteur du grand Mât . . . $= g$
La hauteur du Mât de Miſene . . . $= m$
La hauteur du Mât d'Artimon . . . $= a$

La longueur de la vergue du grand Mât $= V$
La vergue du Mât de Miſene . . . $= u$
La vergue d'Artimon . . . . $= v$

La diſtance QP du grand Mât au point P $= x$
La diſtance SP du Mât de Miſene au point P $= y$
La diſtance PR du Mât d'Artimon au point P $= z$

On aura $\begin{cases}\text{La diſtance QS du grand Mât au Mât de Miſene} = x+y \\ \text{La diſtance QR du grand Mât au Mât d'Artimon} = z-x\end{cases}$

Mais ſuivant l'Article I. les intervalles QS, QR des Mâts doivent être comme les ſommes $V+u$, $V+v$ des vergues qui doivent occuper ces intervalles. L'on aura donc

$QS = x+y : QR = z-x :: V+u : V+v$

Mais les longueurs $V : u : v$ des vergues étant comme les hauteurs $g : m : a$ des Mâts.

On aura $V+u : V+v :: g+m : g+a$.

Donc $x+y : z-x :: g+m :: g+a$,

ce qui donne cette égalité,

$$gz + mz - gx - mx = gx + gy + ax + ay$$

D'ou l'on tire,

$$x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$$

$$y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$$

$$z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$$

Mais le centre de force des trois Mâts devant ſe trouver au point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau; il faut que l'énergie du Mât de Miſene qui eſt d'un côté de ce point P ſoit égale à la ſomme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon qui ſont de l'autre côté de ce même point P.

Mais puiſque les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts, ſi l'on fait les hauteurs des voiles comme les hauteurs des Mâts, & les largeurs des voiles comme les longueurs des vergues, ainſi qu'on le pratique; les ſurfaces des voiles ſeront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conſéquent les efforts que le vent fera contr'elles ſeront auſſi comme les quarrez des hauteurs de leurs Mâts.

Cela posé, l'on pourra toujours prendre les quarrez des hauteurs des Mâts pour les efforts que le vent fait contre leurs voiles.

Ainsi multipliant les quarrez gg, mm, aa des hauteurs des Mâts par leurs distances x, y : z au point P sur lequel les puissances des Mâts doivent être en équilibre, l'on aura,

$g^2x =$ à l'énergie du grand Mât,

$m^2y =$ à l'énergie du Mât de Misene,

$aaz =$ à l'énergie du Mât d'Artimon.

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de Misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon. L'on aura donc cette égalité,

$$m^2y = g^2x + a^2z$$

Maintenant si l'on substituë dans cette équation la valeur de $x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$ que nous avons trouvée.

On aura

$$am^2y - a^3z + 2gm^2y - 2ga^2z + m^3y - ma^2z = g^3z + g^2mz - g^3y - g^2ay$$

D'où l'on tire,

$$1^o.\ y = \frac{g^3z + g^2mz + a^3z + 2ga^2z + ma^2z}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}$$

$$2^o.\ z = \frac{am^2y + 2gm^2y + m^3y + g^3y + ag^2y}{g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + a^2}$$

Substituant aussi dans la même équation $mmy = g^2x + a^2z$ la valeur de $y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$ que nous avons trouvée.

On aura $m^2gz + m^3z - 2m^2gx - m^3x - am^2x = ag^2x + g^3x + a^3z + ga^2z$ de laquelle on tire cette équation,

$$3^o.\ x = \frac{m^2gz + m^3z - a^3z - ga^2z}{ag^2 + g^3 + 2m^2g + m^3 + am^2}.$$

Substituant de même dans l'équation $mmy = g^2x + a^2z$

la

la valeur de $z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$ l'on aura

$$a^3x + 2ga^2x + ma^2x + a^3y + a^2gy = gm^2y + m^3y - g^3x - mg^2x$$

de laquelle on tire.

$$4^o.\ x = \frac{gm^2y + m^3y - a^3y - a^2gy}{a^3 + 2ga^2 + ma^2 + g^3 + mg^2}$$

Les ſeconds termes des deux équations numérotées 1°. & 3°. ayant tous deux même dénominateur & étant multipliez tous deux par z, l'on aura cette analogie,

$$y : x :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + ma^2 : m^2g + m^3 - a^3 - ga^2$$

Les ſeconds termes des équations numérotées 2°. & 4°. ayant auſſi toutes deux même dénominateur & étant multipliez par y, l'on aura cette analogie,

$$x : z :: gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2.$$

Multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura,

$$y : z :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + maa : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$$

Donc les diſtances QP : SP : RP ou $x : y : z$ des trois Mâts donnez ſont dans des rapports connus, ſçavoir ;

$$\left.\begin{array}{l} x : \\ y : \\ z \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : \\ g^3 + g^2m + 2ga^2 + ma^2 + a^3 : \\ am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2 \end{array}\right.$$

Ce qu'il falloit trouver.

Corollaire I.

Comme les rapports des indéterminez x, y, z ſont trouvez, il eſt évident que ſi l'on détermine celle que l'on voudra de ces trois indéterminées, les deux autres ſeront auſſi déterminées.

Mais les Mâts devant être les plus écartez qu'il eſt poſſible, afin que leurs voiles ne ſe couvrent point les unes les autres ; il faut néceſſairement poſer un des trois Mâts à l'extrémité de la Quille, ce qui détermine ſa diſtance au point P, & par conséquent aussi les distances des deux autres Mâts au même point P.

Donc en plaçant un des Mâts à l'extrémité de la Quille du côté de la Prouë, les distances des trois Mâts seront déterminées par l'Article précedent, de telle sorte qu'ils seront posez le plus avantageusement qu'il est possible.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs du grand Hunier, du Hunier de Misene, & du Perroquet de Fougue, c'est-à-dire d'Artimon sont données, & qu'on les veuille mettre en équilibre sur le point P, ensorte que leurs distances soient les plus avantageuses qu'il est possible, afin qu'ils ne laissent point échapper le vent. Comme la position du Mât de Misene est déterminée à l'extrémité de la Quille vers la Prouë, la distance de son Hunier au point P est donnée, & par conséquent les distances du grand Hunier & du Perroquet d'Artimon au point P sont aussi déterminées par l'Article précedent, ensorte que ces trois Huniers seront placez le plus avantageusement qu'il est possible.

COROLLAIRE III.

Si les voiles des trois Huniers sont en équilibre sur le point P, il est évident que si l'on veut mettre aussi les voiles des trois grands Mâts en équilibre sur le même point P; il faudra faire les voiles des trois grands Mâts dans le même rapport que les voiles des Huniers.

Mais les voiles des Huniers étant semblables sont entr'elles comme les quarrez de leurs bases, c'est-à-dire, comme les quarrez des vergues qui les bordent par le bas.

Donc les surfaces des voiles des trois grands Mâts doivent être comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles de leurs Huniers.

Mais les voiles du Hunier de Misene, du grand Hunier, & du Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue sont bordées par la vergue de Miſene, la grande vergue, & la vergue de Fougue.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles du Mât de Miſene, du grand Mât & du Mât d'Artimon en équilibre ſur le point P, il faut que leurs ſurfaces ſoient comme les quarrez des vergues de Miſene, du grand Mât, & de Fougue.

Mais ſi l'on envergue les voiles baſſes à ces vergues, & que les hauteurs des Mâts ſoient comme les longueurs de ces vergues, les voiles ſeront comme les quarrez des longueurs de ces vergues, auſquelles elles ſont enverguées. C'eſt-à-dire, comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles des Huniers; ou comme les ſurfaces des voiles des Huniers, qui ſont en équilibre entr'elles.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles baſſes des trois grands Mâts en équilibre ſur le point P, ſur lequel les voiles des trois Huniers ſont en équilibre, il faut que les hauteurs du Mât de Miſene, du grand Mât, & du Mât d'Artimon ſoient entr'elles comme les longueurs de la vergue de Miſene, de la grande vergue, & de la vergue de Fougue, ou comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune qui ſont comme ces vergues.

COROLLAIRE IV.

Donc ſi les voiles du grand Mât, & du Mât de Miſene ſont entr'elles comme les voiles de leurs Huniers; mais que la voile d'Artimon ne ſoit point à celle de ſon Perroquet comme la voile du grand Mât eſt à celle de ſon Hunier. Les voiles baſſes ne ſeront point en équilibre ſur le point P, où les voiles de leurs Huniers ſont en équilibre.

Comme les hauteurs du Mât de Miſene & du grand Mât, ſont entr'elles comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune, leurs voiles ſeront dans la même raiſon, avec les voiles de leurs Huniers.

Mais le Mât d'Artimon n'eſt point au grand Mât comme la hauteur du Hunier d'Artimon eſt à la hauteur du grand

Hunier; outre cela la voile d'Artimon n'eſt point enverguée à la vergue de Fougue qui borde la voile du Hunier d'Artimon, mais elle eſt beaucoup plus longue. Donc la voile d'Artimon & la voile du grand Mât ne ſeront point entr'elles comme les voiles de leurs Huniers.

Donc la voile de Miſene, la grande voile & la voile d'Artimon ne ſeront point en équilibre ſur le point P où les voiles des Huniers de Miſene, du grand Mât, & d'Artimon ſont en équilibre.

C'eſt pourquoi ſi l'on veut rétablir l'équilibre ſur le point P, il faudra augmenter la voilure de l'avant dans le rapport que nous allons déterminer, après avoir fait les remarques ſuivantes ſur la voilure de l'Artimon & celle du Beaupré.

REMARQUE.

Comme l'Artimon & le Beaupré doivent ſervir comme de gouvernail pour tenir le Vaiſſeau dans une direction donnée, il faut que les voilures de ces Mâts ne ſoient point trop petites; autrement le Vaiſſeau n'en ſentiroit point aſſez la force, & il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit le ſillage du Vaiſſeau.

Mais en faiſant le Mât d'Artimon d'une certaine élevation par exemple, égal au Mât de Miſene (je prens les longueurs des Mâts depuis le pont juſques aux hunes, c'eſt-à-dire, que je prends les parties des Mâts qui ſortent du vaiſſeau pour les veritables hauteurs des Mâts) il couvriroit le grand Mât & le rendroit non-ſeulement inutile, mais le centre de force des Mâts ſe trouvant trop à l'arriere, il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit encore le ſillage du Vaiſſeau.

Pour remedier à cet inconvenient qui naîtroit de la hauteur du Mât d'Artimon, & pour avoir cette hauteur conſidérable, afin de pouvoir mieux manier le Vaiſſeau; on ne fait point la vergue de l'Artimon parallele aux autres vergues, mais on l'incline de 45°. ou environ, enſorte que le vent peut toujours paſſer ſur les voiles des autres Mâts malgré la hauteur du Mât d'Artimon, & malgré la grandeur de ſa voile qui eſt un triangle rectangle iſoſcelle dont l'hypothénuſe eſt occupée par la vergue inclinée de 45°.

Cela poſé, l'on pourra faire la hauteur du Mât d'Artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene. Et comme ſa voile eſt triangulaire, l'on pourra faire ſa ſurface égale à la moitié de la voile de Miſene & même égale à la moitié de la voile du grand Mât.

Pour la voilure du Beaupré, il faut remarquer qu'elle doit faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon, c'eſt-à-dire, avec ce que le Mât d'Artimon a trop de voilure pour faire équilibre avec le grand Mât & le Mât de Miſene ſur le point P. Voyons donc quel eſt l'excès de la voilure d'Artimon.

Nous avons vû que pour mettre l'équilibre entre les Mâts, il falloit que les voiles baſſes fuſſent comme les hautes, c'eſt-à-dire, que la voile du Hunier du grand Mât fût à la voile du grand Mât comme la voile du Hunier d'Artimon eſt à la voile d'Artimon, lorſque les voiles hautes ſont en équilibre ſur le point P.

Donc ſi l'on appelle m la voile du grand Mât, μ la voile de ſon Hunier, p la voile d'Artimon, π la voile de ſon Hunier ou Perroquet. Si l'on veut que les Mâts inferieurs faſſent équilibre comme les ſuperieurs,

On aura $m : \mu :: p : \varpi$, ou $\mu : \varpi :: m : p$:

Mais $\mu : \varpi ::$ le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon, parce que les voiles étant ſemblables, ſont comme les quarrez de leurs hauteurs.

Donc $m : p ::$ le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon.

Ainſi en appellant h le grand Hunier, & f le Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue, l'on aura $m : p :: hh : ff$.

D'où l'on tire $p = \frac{mff}{hh}$.

C'est-à-dire, que la voile p : d'Artimon doit être égale $\frac{mff}{hh}$ pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle du Mât de Misene.

Mais si l'on fait la voile p d'Artimon égale à la moitié de la grande voile ; la voile d'Artimon sera trop grande pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle de Misene, de toute la quantité dont $\frac{m}{2}$ ou la moitié de la grande voile surpasse $\frac{mff}{hh}$ qui est la grandeur que devroit avoir la voile d'Artimon pour faire l'équilibre dont nous venons de parler.

Il faut donc augmenter la voilure de l'avant de telle sorte que l'augmentation fasse équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui est l'excès dont la moitié de la grande voile, ou dont la voile d'Artimon surpasse la grandeur qu'elle devroit avoir.

Or, cette augmentation de la voilure de l'avant ne se peut faire que par l'addition d'un Mât que l'on nomme Beaupré, lequel on incline afin qu'il saille hors le Vaisseau, & que sa voile soit par conséquent plus écartée du Mât de Misene qui la couvriroit si elle en étoit trop proche. Il s'agit donc de déterminer la grandeur de la voile du Beaupré afin qu'elle puisse faire équilibre avec la puissance $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$. C'est ce que je vais faire.

ARTICLE V.

Déterminer la voilure du Beaupré.

On fait ordinairement saillir le Beaupré de maniére que l'Eperon se trouve à peu près au milieu de ce Mât.

Connoissant donc la distance de l'Eperon au Mât de Misene, le double de cette distance sera la distance du Mât de Misene à la Hune du Beaupré, ou ce qui est le même, la distance du Mât de Misene au point d'attache de la vergue de Beaupré.

Mais nous avons vû que les distances des Mâts, ou ce qui est le même, les distances des vergues doivent être comme les sommes des vergues qui passent par ces distances. Fig. XIV.

Donc si l'on appelle V la vergue du grand Mât,
u la vergue de Misene,
q la vergue de Beaupré.

Si l'on appelle b la distance SQ du Mât de Misene au grand Mât, laquelle est trouvée : c, la distance de la vergue de Beaupré au Mât de Misene laquelle est donnée.

On aura $b : c :: V + u : u + q$,

Et par conséquent $bu + bq = cV + cu$,

D'où l'on tire $q = \frac{cV + cu - bu}{b}$.

Maintenant si l'on nomme d la distance de la vergue de Beaupré au point P sur lequel il faut que les Mâts soient en équilibre.

Et si l'on nomme l la distance RP du Mât d'Artimon au point P, & s la hauteur de la voile de Beaupré.

L'on aura $sq = \frac{scV + scu - sbu}{b}$ pour la surface de la Sivadiere ou voile de Beaupré, parce que nous avons appellé q la vergue de Beaupré.

Et multipliant cette ſurface par ſa diſtance d, au point P le produit $dsq = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}$ ſera l'énergie que la voile de Beaupré a ſur le point P.

Mais puiſque les voiles du Beaupré doivent être en équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$ qui eſt l'excès de la voile d'Artimon, il faut que l'énergie de cet excès ſoit égale à l'énergie de la voile du Beaupré.

Il faut donc multiplier cet excès $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$ de la voile d'Artimon par la diſtance l, au point P, & le produit $\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bb}$ ſera l'énergie de cet excès qui doit être égale à l'énergie du Beaupré, ce qui donne cette égalité.

$$\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bb} = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}.$$

D'où l'on tire $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{bb}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$ qui eſt la hauteur de la Sivadiere ou voile de Beaupré.

Donc il faut incliner le Mât de Beaupré de maniére que l'on y puiſſe mettre une voile dont la hauteur ſoit

$$= s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{bb}} \times b}{dcV + dcu - abu}.$$

Et que la longueur q de ſa vergue ſoit $= \frac{cV + cu - bu}{b}$

Comme la longueur de l'Eperon eſt toujours donnée, la diſtance c de la vergue de Beaupré eſt auſſi donnée, puiſqu'on la fait double de la longueur de l'Eperon : c'eſt-à-dire, double de la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, il eſt évident que toutes les grandeurs qui ſe trouvent dans les valeurs de s & de q ſont connuës.

C'eſt-

C'eſt-à-dire, que l'on connoît quelle doit être la longueur q de la vergue de Beaupré, & quelle doit être la hauteur s de ſa voile, & par conſéquent quelle doit être l'élevation du Beaupré, puiſque cette élevation doit permettre une voile dont la hauteur ſoit $s = \frac{\overline{\frac{lm}{L} - \frac{lmss}{kh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$

ARTICLE VI.

Quel doit être le nombre des Maſts.

Il y a des Vaiſſeaux où l'on ne met que deux Mâts, comme dans les Balandres; d'autres où l'on n'en met qu'un, comme dans certains Hyaks d'Angleterre; mais dans tous les grands Vaiſſeaux qui ont beſoin de vîteſſe l'on met toujours quatre Mâts inferieurs, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, l'Artimon & le Beaupré; ſur ces quatre Mâts l'on ente quatre Mâts de Hune, dont deux ſe nomment Perroquets; ſçavoir le Mât de Hune d'Artimon qui ſe nomme Perroquet de Fougue, & le Mât de Hune de Beaupré qu'on nomme Perroquet de Beaupré.

On ente auſſi des Perroquets ſur les Mâts de Hune, du grand Mât, & du Mât de Miſene.

1°. Si l'on fait attention que la voilure élevée eſt excellente dans un beau tems, & très-mauvaiſe dans un tems gros, l'on appercevra tout d'un coup les avantages des Mâts de Hunes dont on peut amener les voiles dans un mauvais tems & dont l'on peut ſe ſervir dans le beau.

2°. Si l'on remarque que l'uſage de la voilure eſt non-ſeulement de faire avancer le Vaiſſeau, mais auſſi de le gouverner, & qu'ainſi il faut qu'il y ait des voiles que l'on puiſſe manier facilement; l'on ſentira la néceſſité de mettre quatre Mâts inferieurs.

Car si l'on ne mettoit que deux Mâts dans un Vaisseau, il faudroit que ces deux Mâts pussent recevoir autant de vent que quatre, autrement ils n'auroient pas les mêmes avantages que quatre Mâts. Il faudroit donc que les voiles de ces deux Mâts fussent aussi grandes que les voiles des quatre Mâts, sçavoir du grand Mât, du Mât de Misene, du Mât d'Artimon & du Beaupré.

Mais les voiles de ces deux Mâts étant trop grandes, on ne pourroit point 1°. les manier comme l'on fait la voile d'Artimon, dans les differentes manœures. 2°. La voilure deviendroit trop élevée & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour renverser le Vaisseau.

Donc quatre Mâts sont plus avantageux que deux, lorsque les Vaisseaux sont grands, & que l'on peut mettre les Mâts à une distance suffisante les uns des autres pour qu'ils puissent tous recevoir le vent.

On trouve par la même raison, plus d'avantage dans quatre Mâts que dans deux. Car premierement la voilure du Beaupré ne nuisant point à la voilure des autres Mâts, il est évident qu'on ne peut le retrancher sans perdre gratuitement tous les avantages qu'on en pourroit tirer. Mais l'on trouve beaucoup plus d'avantage dans les trois autres Mâts que dans deux, attendu qu'avec trois Mâts l'on peut faire les voiles du grand Mât & celle du Mât de Misene fort grandes, & que l'on peut réserver le Mât d'Artimon pour gouverner le Vaisseau dans un gros tems, lorsqu'on ne peut pas se servir des autres Mâts, & même pour le gouverner dans un beau tems.

On m'objectera que la grande voile demeure souvent inutile, sçavoir lorsque l'on a le vent en poupe, ou qu'il ne fait qu'un petit angle avec la Quille du Vaisseau ; & qu'ainsi il faudroit reculer le grand Mât, & par conséquent retrancher le Mât d'Artimon qui en seroit trop près, parce qu'en reculant le Mât d'Artimon, l'on pourroit nuire à la barre du gouvernail qui a besoin d'être longue.

Je répons à cela que dans ce cas la voile d'Artimon reçoit le vent comme celle du grand Mât le recevroit si le grand Mât étoit en la place de l'Artimon, car la voile du grand Mât n'étant que double de celle d'Artimon, l'on ne pourroit tout au plus, que recevoir une fois plus de vent avec le grand Mât qu'avec l'Artimon. Je dis plus, qu'on ne pourroit recevoir plus de vent avec la voile du grand Mât reculé qu'on n'en reçoit avec la voile d'Artimon. Car dans ce cas, la voile du grand Mât devant faire l'office de la voile d'artimon, il la faudroit faire plus petite pour la rendre plus facile à manier.

Donc quand les Vaisseaux sont grands, il faut mettre quatre Mâts, sçavoir le grand Mât, le Mât de Misene, le Mât d'Artimon & le Mât de Beaupré, sur lesquels on ente des Mâts de Hune, & sur les Mâts de Hune du grand Mât & du Mât de Misene, l'on ente des Perroquets.

Il est évident qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre seroit inutile, & même nuisible; attendu que les voiles se couvriroient les unes les autres.

Nous avons vû dans les deux Articles précedens dans quel rapport il falloit faire les hauteurs de ces Mâts lorsque leur position est donnée; & dans quel rapport il falloit faire leurs distances au point P, quand leurs hauteurs sont données. Enfin nous avons fait voir dans quel rapport il falloit faire la hauteur du Beaupré & la longueur de sa vergue par rapport aux autres Mâts. Fig. XIV.

CHAPITRE V.

Où l'on examine quelle proportion on doit observer dans la Mâture de differens Vaisseaux.

IL faut garder dans la Mâture de differens Vaisseaux une proportion telle que le vent n'ait pas plus d'avantage pour faire pancher un petit Vaiſſeau qu'un grand. Pour cela il faut examiner quelle eſt la réſiſtance qu'un Vaiſſeau fait au vent qui le fait pancher ; & quelle eſt la force du vent pour le faire pancher : enſuite je déterminerai dans quel rapport doit être la hauteur des Mâts de différens Vaiſſeaux.

ARTICLE I.

Quelle eſt la réſiſtance qu'un Vaiſſeau fait au vent qui le fait pancher.

Lorſqu'un Vaiſſeau quelconque flotte librement dans l'eau ou ſur l'eau, le centre de gravité de ce Vaiſſeau & le centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ſont dans la même verticale.

DEMONSTRATION.

L'eau que le Vaiſſeau a chaſſé pour en occuper la place fait pour reprendre ſa place un effort égal à celui que le Vaiſſeau a fait pour l'en faire ſortir, c'eſt-à-dire, égal à la peſanteur du Vaiſſeau, enſorte que ces deux efforts font équilibre entr'eux : mais lorſque deux forces ſont en équilibre entr'elles, elles ſont oppoſées dans leurs directions. Donc la peſanteur ou force verticale du Vaiſſeau qui eſt reunie à ſon centre de gravité, eſt oppoſée à l'effort de l'eau qui eſt auſſi réuni à ſon centre de gravité.

Donc les centres de gravité du Vaiſſeau & de l'eau dont il occupe la place ſont dans la même verticale.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Fig. XV. Donc ſi l'on fait ſortir le centre de gravité P du Vaiſſeau de la verticale CZ qui paſſe par le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupe; 1°. ce Vaiſſeau fera effort pour prendre une ſituation telle que ſon centre de gravité P & le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupera ſoient dans la même verticale CZ.

2°. L'énergie de cet effort ſera égal à la peſanteur du Vaiſſeau multipliée par la diſtance CR du centre de gravité C, du volume d'eau qu'il occupe à la direction verticale RP de ſon centre de gravité P.

Car lorſque le centre de gravité du Vaiſſeau eſt retenu par quelque puiſſance hors la verticale du centre de gravité C de la place qu'il occupe; la peſanteur du Vaiſſeau & cette puiſſance ſont en équilibre ſur le centre de gravité C de la place que le Vaiſſeau occupe. Ainſi l'énergie du Vaiſſeau eſt égale à ſa peſanteur multipliée par la diſtance CR du centre de gravité de la place que le Vaiſſeau occupe dans l'eau; à la direction PR du centre de gravité du Vaiſſeau.

ARTICLE II.

Quelle eſt la proportion qu'il faut obſerver dans la hauteur des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez dont les longueurs ſoient l, λ Fig. XV. & XVI.
les largeurs . . . . r, ρ
les hauteurs des Mâts . . . m, μ
les ſurfaces des voiles . . . u, v
& les peſanteurs . . . p, π

La mâture de ces deux Vaiſſeaux doit être telle qu'étant expoſez au même vent avec leurs voiles, l'un ne panche pas plus que utre.

Soient donc les deux Vaisseaux proposez exposez au même vent & également inclinez.

Comme ces deux Vaisseaux sont semblables, les places qu'ils occuperont dans l'eau seront semblables, ensorte que les centres de gravité de ces Vaisseaux & des places qu'ils occuperont seront semblablement posez. L'on aura donc $CR : cr :: DE : de :: r : \rho :: l : \lambda$

Donc $CR : cr :: l : \lambda$

Mais puisque les Vaisseaux sont semblables $p : \pi :: l^3 : \lambda^3$ c'est-à-dire, que leurs pesanteurs sont comme les cubes de leurs longueurs.

Donc en multipliant ces deux analogies

$$p \times CR : \pi \times cr :: l^4 : \lambda^4$$

C'est-à-dire, que les énergies que des Vaisseaux ont pour reprendre leur situation naturelle sont comme les quatriémes puissances l^4, λ^4 de leurs longueurs, lorsqu'ils sont semblables & semblablement inclinez.

D'un autre côté puisque la force du vent est la même pour ces deux Vaisseaux, les énergies que le vent aura pour les faire pancher seront comme les surfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'est-à-dire, comme mu, μv.

Mais les énergies du vent pour faire pancher ces Vaisseaux sont comme les énergies que ces Vaisseaux ont pour se redresser.

L'on aura donc $mu : \mu v :: l^4 : \lambda^4$.

D'ou l'on tire cette formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$.
qui nous fournira le rapport qu'il doit y avoir entre les Mâts de differens Vaisseaux semblables, comme nous allons le voir dans les Corollaires suivans.

COROLLAIRE I.

Si les longueurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux, leurs surfaces seront comme

les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, qu'on aura $u : v :: ll : \lambda\lambda$.
ce qui donne $u\lambda\lambda = vll$.
& diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $m\lambda^2 = \mu l^2$ de laquelle on tire $m : \mu :: l^2 : \lambda^2$; c'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables doivent être comme les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait les longueurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs des Mâts.

On aura leurs ſurfaces $u : v :: mm : \mu\mu$

Ce qui donne $u\mu\mu = vmm$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^4}{\mu\mu} = \frac{\mu l^4}{mm}$ ou $m^3\lambda^4 = \mu^3 l^4$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: l^4 : \lambda^4$.

C'eſt-à-dire, que quand les hauteurs & largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, les cubes des hauteurs des Mâts doivent être comme les quatriémes puiſſances des longueurs des Vaiſſeaux que je ſuppoſe ſemblables.

COROLLAIRE III.

Si les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

On aura les ſurfaces des voiles $u : v :: ml : \mu\lambda$.

Ce qui donne $u\mu\lambda = vml$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^3}{\mu} = \frac{\mu l^3}{m}$ ou $mm\lambda^3 = \mu\mu l^3$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: l^3 : \lambda^3$.

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des longueurs des Vaiſſeaux quand les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

ARTICLE III.

Quel rapport il faut obſerver dans la mâture des Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits, c'eſt-à-dire, en hauteur & en largeur ſeulement, & non en longueur.

Solution.

J'appelle deux Vaiſſeaux *ſemblables en gabarits*, lorſque la Section perpendiculaire à la Quille où le profil du maître Beau de l'un eſt ſemblable au maître Beau de l'autre, qu'après avoir encore coupé ces deux Vaiſſeaux perpendiculairement à leur Quille, de maniére que ces Quilles ſoient coupées dans la même raiſon, l'on trouve les Sections ſemblables & dans le même rapport que les Sections des maîtres Beaux.

Comme il arrive ſouvent de faire de tels Vaiſſeaux ſans faire leurs longueurs dans le même rapport que leurs largeurs, il faut examiner quel rapport on doit obſerver dans la hauteur de leurs Mâts.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & ſoit

leur longueur . . .	l, λ
leur largeur	$r : \rho$
leur peſanteur . . .	$p : \pi$
la ſurface de leurs voiles . .	$u : v$
la hauteur de leurs Mâts . .	$m : \mu$

Puiſque les Sections perpendiculaires à la Quille ſont ſemblables,

ſemblables, elles ſeront entr'elles comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux.

Cela poſé, ſoient les ſections moyennes de ces Vaiſſeaux . . . . $g : \gamma$

On aura . . . $g : \gamma :: rr\ \rho\rho$

Donc . . . $lg : \lambda\gamma :: lrr : \lambda\rho\rho$

C'eſt-à-dire, que les ſolides lg $\lambda\gamma$ de ces Vaiſſeaux ſeront comme leurs longueurs multipliées par les quarrez de leurs largeurs.

Mais ſi les Vaiſſeaux ſont chargez ſemblablement, leurs charges p; π ſeront comme leurs ſolides, c'eſt à-dire, comme les produits faits de leurs longueurs & des quarrez de leurs largeurs. Donc $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$.

Les parties des Sections perpendiculaires à la Quille qui enfoncent dans l'eau étant auſſi ſemblables, les centres C, c de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau ſont ſemblablement poſez dans les Sections correſpondantes où ils ſe trouvent, parce que les Sections ſont ſemblables, & que l'on ſuppoſe ces Vaiſſeaux ſemblablement poſez dans l'eau.

Mais les centres de gravité des Vaiſſeaux ſe trouvent dans la même Section que les centres de gravité des volumes d'eau qu'ils occupent, & y ſont ſemblablement poſez.

Donc les diſtances CR, cr des centres de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau, aux directions verticales PR, pr des centres de gravité P. p des mêmes Vaiſſeaux ſont dans des Sections ſemblables, & ſont entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux ou de ces Sections. Ainſi . . CR : $cr :: r : \rho$

Mais nous avons vû que . $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$

Donc l'on aura $p \times CR : \varpi \times cr :: lr^3 : l\rho^3$.

Mais $p \times CR$ & $\pi \times cr$ ſont les énergies que les Vaiſſeaux ont pour ſe redreſſer.

Donc ces énergies ſont comme les produits faits de leurs longueurs & des cubes de leurs largeurs.

D'un autre côté les efforts que fait le même vent ſur deux differens Vaiſſeaux étant comme les ſurfaces des voiles, les énergies du vent pour les renverſer ſeront comme les ſurfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'eſt-à-dire : : um, $v\mu$.

Mais puiſque l'effort que fait le vent pour pancher le Vaiſſeau eſt en équilibre avec l'effort que fait le Vaiſſeau pour ſe redreſſer.

Il faut que l'énergie du Vaiſſeau ſoit égale à l'énergie du vent.

Donc $lrrr : \lambda\rho\rho\rho : : um : v\mu$

Ce qui donne cette formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

Dans laquelle on peut trouver le rapport qu'il faut mettre entre les Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits, comme on le va voir dans les Corollaires ſuivans.

COROLLAIRE I.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux, les ſurfaces u, v des voiles ſeront comme les quarrez ll, $\lambda\lambda$ des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, que $u : v : : ll\ \lambda\lambda$

Ce qui donne $vll = u\lambda\lambda$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3u}{l} = \frac{\rho^3m}{\lambda}$.

D'où l'on tire $m : \mu : : \frac{r^3}{l} : \frac{\rho^3}{\lambda}$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m μ des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux diviſez par les longueurs; lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les largeurs r, ρ des Vaiſſeaux, l'on aura $u : v :: rr\,\rho\rho$.

Et par conſéquent $vrr = u\,\rho\rho$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3 v\mu = \lambda\rho^3 um$

On aura . . . $lr\mu = \lambda\rho m$.

D'où l'on tire . . . $m : \mu :: lr : \lambda\rho$.

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être comme les produits lr, $\lambda\rho$ des longueurs des Vaiſſeaux par leurs largeurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les largeurs des Vaiſſeaux.

Corollaire III.

Si l'on fait les hauteurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs m, μ des Mâts, l'on aura $u ; v :: mm : \mu\mu$ & par conſéquent $vmm = u\mu\mu$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3 v\mu = \lambda\rho^3 um$.

On aura $\frac{lr^3\mu}{mm} = \frac{\lambda\rho^3 m}{\mu\mu}$, ou $lr^3\mu^3 = \lambda\rho^3 m^3$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: lr^3 : \lambda\rho^3$

Ou bien $m : \mu :: r\sqrt[3]{l} : \rho\sqrt[3]{\lambda}$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux multipliées par les racines cubiques de leurs longueurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts.

Corollaire IV.

Si l'on fait $u : v :: lr : \lambda\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vlr = u\lambda\rho$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3 v\mu = \lambda\rho^3 um$.

On aura $r^2\mu = \rho^2 m$.

D'où l'on tire $m ; \mu :: rr : \rho\rho$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait $u : v : lm : \lambda\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs des Vaiſſeaux & des hauteurs des Mâts, l'on aura $vlm = u\lambda\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3u}{m} = \frac{\rho^3m}{\mu}$, ou $r^3\mu\mu = \rho^3mm$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: r^3\rho^3$

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE VI.

Si l'on fait $u : v :: mr : \mu\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des hauteurs des Mâts, & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vmr = u\mu\rho$.

Et diviſant par cette égalité la formule $lr^3u\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^2\mu}{m} = \frac{\lambda\rho^2m}{\mu}$, ou $lr^2\mu^2 = \lambda\rho^2m^2$;

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: lrr : \lambda\rho\rho$,

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les ſolides faits des longueurs des Vaiſſeaux par les quarrez de leurs largeurs.

COROLLAIRE VII.

Si l'on fait $u : v :: lrm : \lambda\rho\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs, & des largeurs des Vaiſſeaux;

On aura $vlrm = u\lambda\rho\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura $\frac{rr\mu}{m} = \frac{\rho\rho m}{\mu}$, ou $rr\mu\mu = \rho\rho mm$ ou $r\mu = \rho m$,

D'où l'on tire $m : \mu :: r : \rho$,

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les largeurs des Vaiſſeaux quand les ſurfaces des voiles ſont comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

Il eſt donc évident que l'on pourra toujours détermi-miner par ces deux articles quel rapport il doit y avoir entre les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux, dans quelque rapport que l'on varie les dimenſions des voiles ou leurs ſurfaces. Car l'Article II. fournira toujours une formule pour les Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & en longueur. Et le III. Article fournira une formule pour les Vaiſſeaux qui ſont ſeulement ſemblables en gabarits.

REMARQUE GENERALE.

Avant de finir abſolument ce Memoire, il eſt bon de faire quelques remarques ſur les principales choſes que nous y avons traitées, & ſur celles que nous y avons ſuppoſées.

Dans le Chapitre premier.

Nous avons examiné de quelle maniere un fluide réſiſtoit au mouvement des plans, & dans quels rapports ſe faiſoient ces réſiſtances.

Dans le ſecond Chapitre.

Nous avons cherché la direction de la réſiſtance compoſée de toutes les réſiſtances qu'une figure rectiligne quelconque, & une figure terminée par des arcs de cercle, trouvoit dans un fluide, ce qui étoit absolument nécessaire pour sçavoir où l'on devoit planter le Mât.

Dans le troisiéme Chapitre.

Nous avons examiné quel étoit l'endroit le plus avantageux pour planter le Mâts lorsqu'il n'y en avoit qu'un, & nous avons déterminé qu'il le falloit placer dans un point de la Quille où elle est coupée par la direction de la résistance composée de toutes les résistances que le Vaisseau trouve dans l'eau. Mais comme ce point n'est pas toujours le même, nous avons dit qu'il en falloit choisir un tel que le gouvernail y pût toujours faire passer la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, & nous avons déterminé ce point dans le rhombe.

Dans le Chapitre quatriéme.

Nous avons examiné tout ce qui peut concerner les hauteurs, le nombre & les situations des Mâts d'un même Vaisseau; car

1°. Dans l'Article I. nous avons démontré que les intervalles des Mâts doivent être comme les sommes des demi-vergues qui sont aux extrémitez de ces intervalles.

Dans l'Article II. nous avons démontré que les hauteurs des Mâts étoient comme les longueurs des vergues quand les voiles sont semblables, ce que nous avons supposé dans les articles suivans.

Dans l'Article III. nous avons déterminé les hauteurs les plus convenables des Mâts lorsque leur situation est donnée.

Dans l'Article IV. nous avons déterminé les places les plus avantageuses qu'il falloit donner aux Mâts quand leur hauteur est donnée.

Dans l'Article V. nous avons examiné les proprietez du Beaupré, & nous avons déterminé sa voilure quand sa distance est donnée au centre de force.

Et dans l'Article VI. nous avons examiné quel effet produiroit un plus petit nombre de Mâts, & nous avons conclu qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre seroit inutile.

Dans le Chapitre cinquiéme.

Nous avons examiné le rapport que l'on devoit observer pour les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux.

Dans l'Article II. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaisseaux semblables en longueur & en gabarits.

Enfin dans l'Article III. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaisseaux qui sont semblables en gabarits seulement, & non en longueur.

Nous n'avons donné dans ce dernier Chapitre & le précedent que des rapports ; car on ne peut rien déterminer absolument dans ces sortes de matieres, qu'en connoissant, 1°. la pesanteur absoluë d'un Vaisseau, la position exacte de son centre de gravité, & la position du centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ; enfin la plus grande force du vent dont on se sert. Si toutes ces choses étoient données, l'on pourroit déterminer absolument toutes les mesures dont nous avons donné les rapports géneraux.

FIN.

Approbation de Messieurs de l'Academie.

L'Academie a jugé que cette Piece qui a pour devise : *Omnes enim trahimur & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, &c.* & la suivante dont la devise est : *Illi robur & æs triplex circa pectus erat, &c.* meritoient d'être imprimées, & qu'il falloit que le Public profitât des recherches curieuses & des nouvelles vûës qu'elles contiennent. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris le 10. Avril 1728.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.*

ERRATA.

Page 6. ligne 1. de l'Article IV. au lieu de, Si deux plans inégaux AB, AC, *lisez*, si deux plans inégaux AB, AM.

Page 18. ligne pénultiéme, au lieu de, qui le touche, *lisez*, qui la touche.

Page 20. ligne pénultiéme, au lieu de, PM, PM, TS, *lisez*, PM, PN, TS.

Page 21. ligne 2. au lieu de, BC, *lisez*, BE.

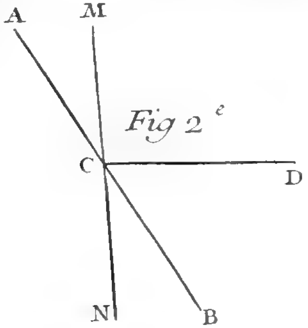


Fig 2.e

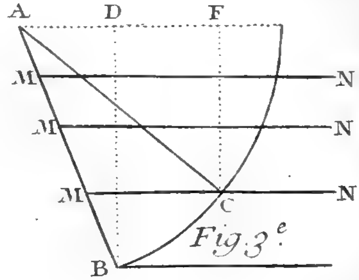
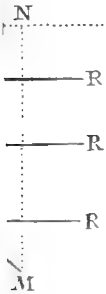


Fig 3.e



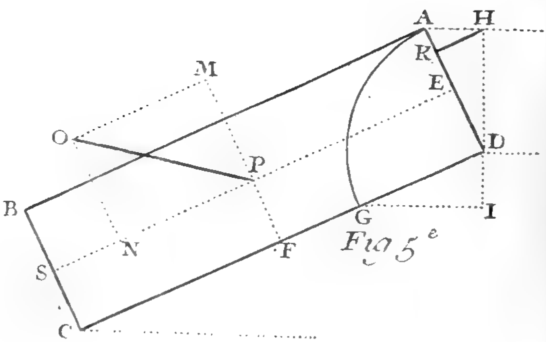


Fig 5.e

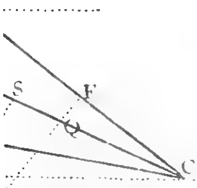


Fig. 7.e

Fig. 6.e

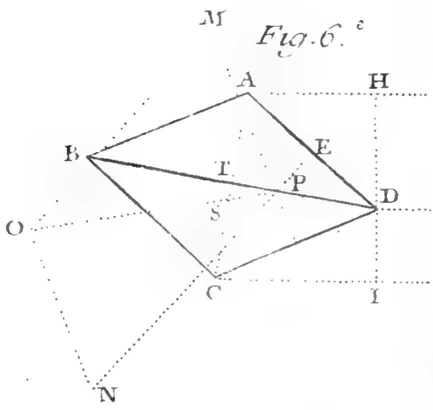
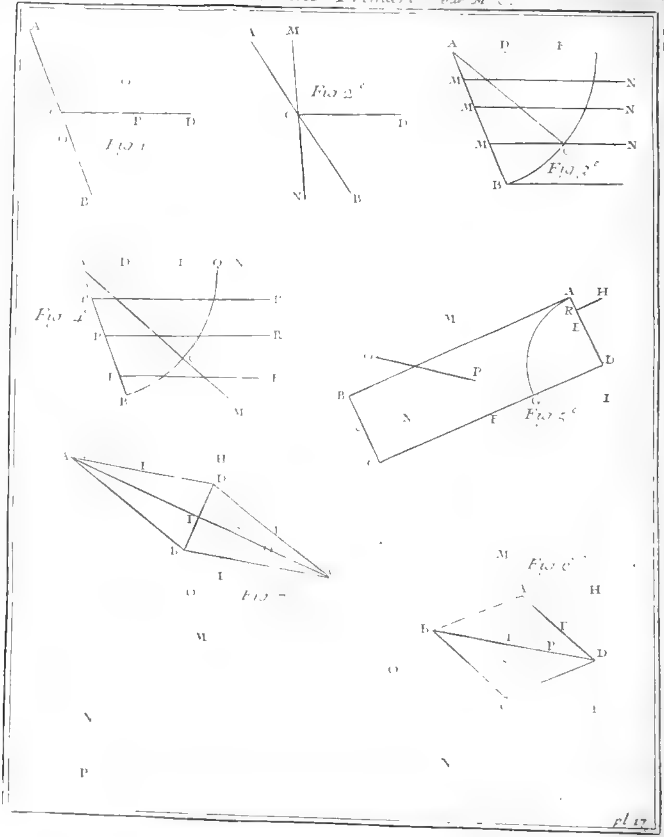
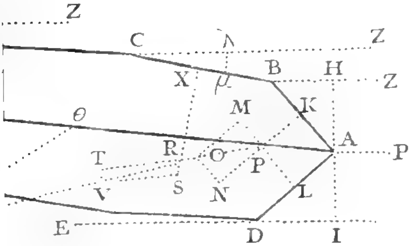


Planche Premiere Piece qui a concourue en 172- par M. C.





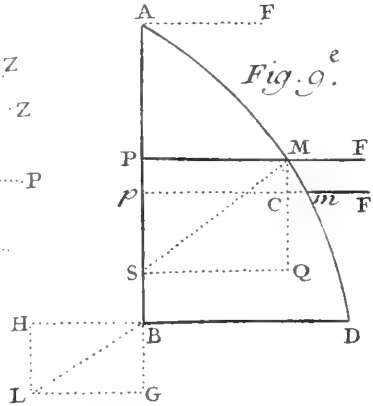


Fig. 9e.

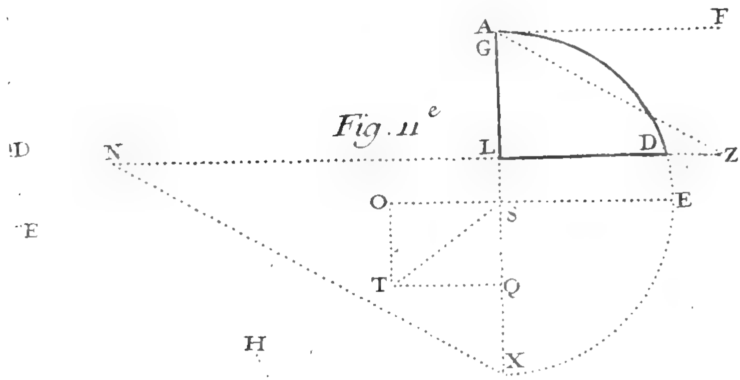
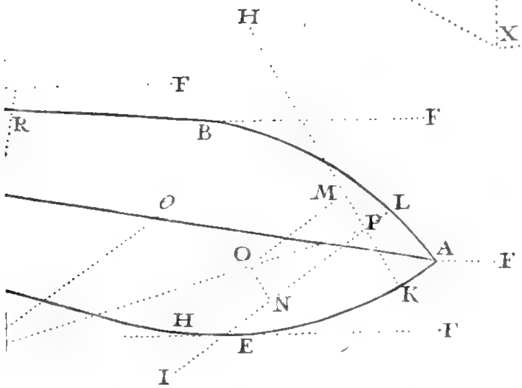


Fig. 11e



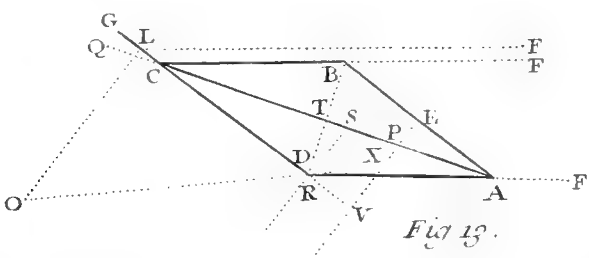
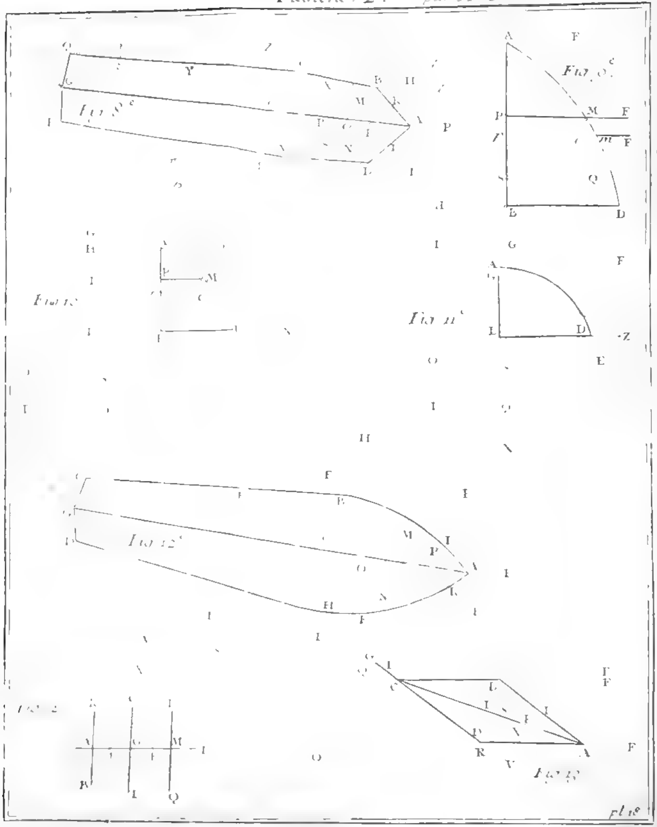


Fig 13.

Planche. 2e. Piece qui a Concourue en 1727. par Mr C



Piece qui à Concourue en 1727.
par Mr. C..

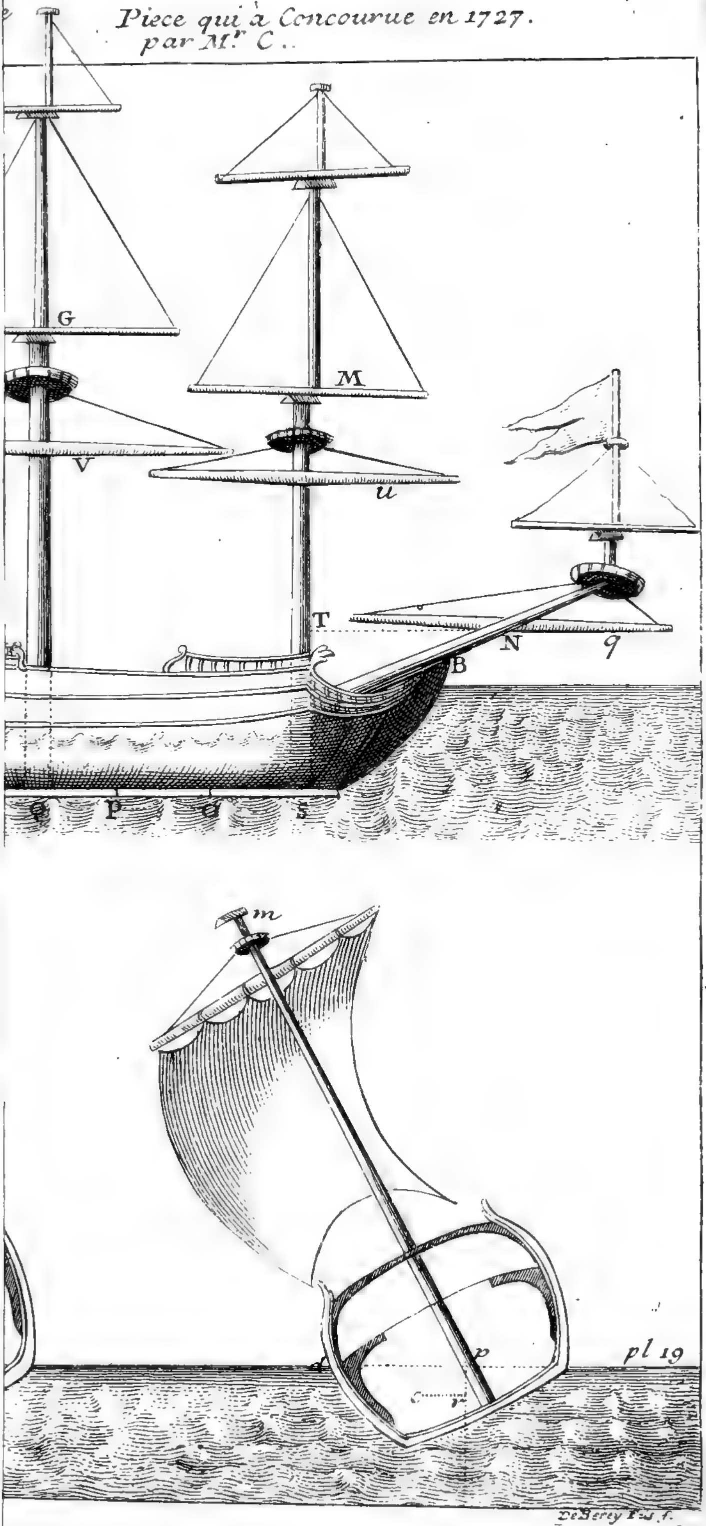
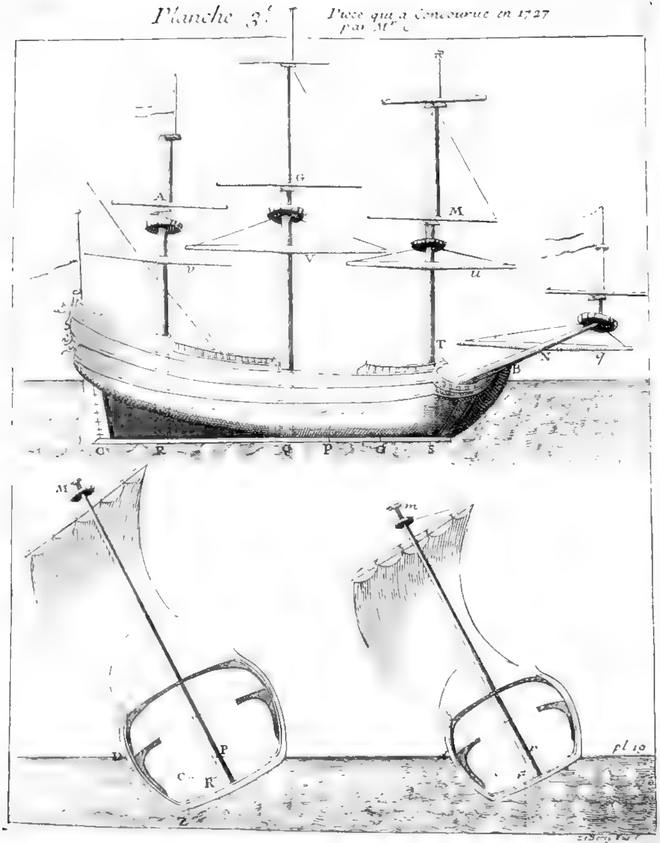


Planche 3.e Piece qui a concouru en 1727 par M.r C



DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

Quæ Præmium à Regia Scientiarum Academia promulgatum, retulit: anno 1728.

PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, via San-Jacobea, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Auctore GEORG. BERNH. BÜLFFINGER
Physicæ experimentalis & Theoreticæ Prof. Petropoli.

DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

FREDRO.

Vis rem bene habere, lente fac, & sæpe corrige.

§. I.

MODESTE agendum est, si quis post irritos magnorum virorum conatus quærere gravitatis causam velit: licebit tamen, sine majorum injuria, dicere in re difficili sententiam, à prioribus nonnihil abludentem; major enim subinde lux affulsit sequentibus antiqua secula temporibus. Refero ad noctis periodum, quicquid antiqui circa hoc argumentum, palpando magis, quam videndo conati sunt. Superiori demùm seculo Aurora illuxit: vivimus in diei vicinia. Cartesius & Hugenius usi diluculo, non pauca rectius distinxerunt, quam eorumdem antecessores fecerant. Nisi nebulas denuo alii vorticibus obfudissent, fortassis non multum nobis ad plenam lucem deesset. Sed conflictamur adhuc cum tenebris sæpe: cum nebulis semper: in multis ad vorticum doctrinam pertinentibus nihil, in aliis obscure videmus. Caute igitur hoc negotium agi debet. Necesse est myopem Physicus imitetur. Nihil è longinquo statuere nudis oculis debet. Debet experimentis institutis objecta propius admovere oculis: vel Geometria tanquam tubo interposito visum longius protendere distinctum. Hæc norma erit præsentis scriptiunculæ.

§. II.

Circa gravitatem duas agnosco Philosophantium Sectas. Alteri Phisico-Mechanicam gravitatis naturalis causam quærunt: alteri de illa desperantes, acquiescunt in Phænomenis, vel Metaphysicam gravitati originem adscribunt. Nihil hic in alterius gentis contumeliam dixero. Qui Phænomena corporum totalium & particularium innumera, ex eorumdem posita gravitate derivarunt; gravitatem vero corporibus omnibus ab origine sua divinitus esse ingenitam voluerunt, sine causarum interventu secundarum: illi, ingenue dicam, Geometriæ insignem peritiam in primo ostenderunt argumento: in secundo videntur justo nimium festinasse.

§. III.

Placet hac in re Illustris Neutoni factum. Peregit ille primam, quæ Physici est partem. Agnovit ex Phænomenis naturæ plurimis, dari in corporibus mundi majoribus atque minoribus speciem aliquam gravitatis: ex iisdem factis eruit Leges quoque & mensuras gravitati illi convenientes: atque has cognitas denuò ad explicanda Phænomena naturæ alia solerter transtulit. Partem vero alteram, quæ sit gravitatis hujus origo, & parentes, studiose non attigit.

§. IV.

Fortassis ex eo ipso patet, non esse hoc argumentum humano pervium intellectui? Nolim desperes. Si ex methodi præscripto quæras, nunquam ludes laborem tuum. Nemo impossibilitatem demonstravit: neque, si vel maxime de illa constaret, inutilis esset omnis opera, quæ indagandæ gravitatis causæ impenditur. Habeat & Physica suam circuli quadraturam: & si perfectam dare non potest, eruat approximationes tamen; vel aliud quærendo, aliud inveniat. Nondum Cartesius negotium absolvit: docuit tamen aliqua, quæ scire jucundum est. Successerunt illi Hugenius, Saurinus, Malebranchius: singuli fecerunt operæ suæ pretium, & laudem commeruerunt ingenuam; etsi nullus rem omnem perfecerit. Si eadem nostra sors fuerit, gaudebimus, aliquid, in hoc negotio promotum esse opella hac nostra: deducere singula ad liquidum, ne quidem præsumimus. Non est hoc unius hominis, vel ætatis. Sequamur itaque vestigia Magistrorum artis: vel, si malis, insistamus gigantum humeris, ut pumilis nobis longius liceat prospicere.

§. V.

Quæritur causa gravitatis Physica generalis. Necessum igitur est, indicare materias & motus, quibus positis oriuntur Phænomena gravitatis. Sufficit vero, tales enarrare, ut generalia gravitatis Phænomena inde possint intelligi. Non puto requiri ut facta omnia specialia, ut difficultates omnes, ut quæstiones quæcunque huic argumento connexæ sunt simul evolvantur: non enim hæc generalis tractatio foret; neque hoc ævo est in potestate hominis cujusquam. Existimo, non male me sensum quæstionis penetrare, si existimem requiri tractationem ejusmodi, qualem illustris dederat Hugenius. *Discours sur la pesanteur.*

§. VI.

Phænomena autem gravitatis naturalis generalia ab Hugenio sequentia enarrantur. 1. Corpora terrestria tendunt versus centrum. 2. Actio gravitatis non potest impediri per interpositum corpus utcumque densum. 3. Partes corporis omnes, etiam internæ, augent pondus, sive, pondus est proportionale massæ corporis. 4. Gravia cadentia accelerantur in ratione temporis. 5. Gravitas in diversis telluris locis est diversa: quibus addo Corollarium primi hoc. 6. Corpora gravia componunt nucleum sensibiliter sphæricum. Difficillima sunt primum & sextum. His semel expositis, in plerisque reliquis rebus uti licebit Hugenianis meletematis. Repetamus ab origine rem omnem, sed breviter & eo ordine, quo in ipsa hujus argumenti indagatione progressi sumus.

§. VII.

Fig. I. Quærendam in motu gravitatis originem, recte Hugenius ostendit. Ex rectilineo versus eandem aliquam plagam motu oriri non potest nisus particularum A. B. C. D. E. F. &c. in diversis positarum locis versus idem punctum O, inter illas ubicumque situm. Sequitur ergo, ut pro simplici compositus examinari motus, & pro recto curvus debeat, idemque in se rediens. Æquum est, ut circularem primo loco expendamus, æqualitas enim gravitatis in diversis circa centrum plagis uniformem videtur causam arguere.

§. VIII.

Cognitum erat antiquis, corpora in gyrum acta concipere conatum discedendi ex orbita, in qua rotantur. Directionem vero illius nisus in singulis viæ punctis esse in linea circulum rotando descriptum ibidem tangente, sequitur ex natura motus simplicis, & directione elementorum circuli. Cognito semel hoc nisu, eodemque ad usus funditorum bellicos translato, non potuit non observari, majores esse conatus corporum homogeneorum & æqualium, sed majori celeritate rotatorum; majores corporum æqualium & æque velocium, sed densiorum; majores denique corporum homogeneorum & æque velocium, sed majorum.

§. IX.

Ista vulgaribus fundarum experimentis ubique innotuerant: sed remotiora erant à similitudine gravitatis, quam ut illa vulgaribus quoque oculis perspici posset. Propius erat alterum, non minus frequens, sed neglectum à Philosophis, Phænomenum. Quando triticum à paleis purgare instituunt agricolæ, videas mixtim illa cribro imponi, & agitari cribrum reciprocis in gyrum conversionibus: eoque fieri, ut in medium paleæ colligantur, solidiora vero ad peripheriam tendant, atque etiam emergant grana. Simile alterum est Keplero allegatum, quo cernimus ligna & paleas vorticibus aquæ innatantes colligi in medium vorticis. *Vid. Epist. Astron. Copern. lib. I. p. 95.*

§. X.

Cartesius ejusmodi aliquod factum transtulit ad gravitatis causam. Concipit sphæram duplicis generis corpusculis repletam, quorum altera ad recipiendum motum concitatum aptiora sint alteris. Fingit, eam spheram celeriter in gyrum agi circa axem aliquem suum: eoque facto contendit, corpuscula motui concipiendo aptiora eniti ad peripheriam, cætera ad centrum compelli, & in nucleum colligi sphæricum. *Conf. Cartesii Epist. Tom. 2. Ep. 32. p. 127. & Epist. 40. p. 167.*

§. XI.

Nova hæc erat Phænomeni applicatio; igitur à multis rejecta, admissa à multis sine sufficienti examine. Longum esset enarrare objectiunculas omnes, & responsiones iisdem oppositas. Fatendum est, nihil esse vorticibus Cartesianis simplicius: igitur omnia putem tentanda prius quam deserantur; atque si omnino servari non possint, velim, ut non nisi minima, quæ fieri potest, mutatio fiat. Animus igitur est inhærere viri magni vestigiis, & non nisi in illis cedere, quæ per argumenta sententiæ opposita, nobis extorquentur.

§. XII.

Duo sunt præcipue Hugenii argumenta, quæ difficultatem faciunt. Alterum: quod in Cartesiano vortice gravium directio non ad centrum spheræ, sed ad axem gyri ferretur; id jam admonuerat ante Cartesii applicationem Keplerus in Epist. Astron. Cop. l. 1. p. 97. Alterum: quod enormis materiæ circa tellurem gyrantis impetus terrestria secum raperet corpora. Dignissima sunt eximia Authoris sui sagacitate, quæ adversus argumenta hæc disputavit vir celeberrimus in Diario Gallico ad an. 1723. mense Jan. & ad annum 1707. Suppl. mensis Maii; denique in Commentariis Academiæ Scientiarum ad an. 1709. Si enim defendi possunt Pergama dextrâ, hac possunt, vel altera non dispari in Actis Erudit. ad annum 1686. m. Febr. & ad annum 1695. m. Decem. pag. 547.

§. XIII.

Non diffiteor, visum mihi ab initio, quod in Cartesiano vortice directiones gravium vergerent versus axem gyri, non ad centrum Sphæræ. Videbatur, particulam in Tropico rotatam concipere nisum recedendi à circulo Tropico secundum tangentem Tropici, non vero secundum tangentem vel Meridiani vel Eclipticæ. Finge enim annihilari utrumque segmentum Sphæræ, ex utraque Tropici parte positum; ita ut solum supersit planum, in quo Tropicus jacet: manebit corpusculo vis sua, fugietque ex Tropico per tangentem Tropici, & directio vis centri fugæ erit in plano Tropici. Qualis autem est corpusculi hujus actio, talem in Sphæra continente reactionem quoque concipiebam; itaque & reactonis directionem in eodem Tropici plano constitui inferebam. Ex eo sequebatur directio corpusculorum cedentium in plano Tropici, ad axem vorticis, non ad centrum ejus: plane uti Keplerus dixerat, & Schematismo quoque expresserat. Fig. II.

§. XIV.

Nolui vero illi ratiocinio acquiescere, postquam tantos contrarium sentire viros comperi. Itaque constitui ad experientiam appellare, tentaturus vorticem: non cylindricum, quem Cel. Dom. Saulmon sufficienter examinavit, sed Sphæricum, ubi scilicet figura nuclei oculis præsens de directione gravium luculenter testaretur. Experimenti capiendi opportunitas se mihi ante biennium obtulit: eoque attento ideam theoriæ sequentis illico mente concepi, & eruditorum compluribus sermone & scripto communicavi. Experimentum hoc est.

§. XV.

Assumo Sphæram vitream majorem cavam, qualis in experimento de luce per affrictum producenda adhibetur ab Hauksbejo, & reliquis; illam per latus unum apertum, & epistomio instructum impleo aqua pene totam, sic ut parva aëris quantitas relinquatur; in eandem simul
Fig. III. nonnihil limaturæ Martis conjicio. Applico hanc Sphæram axiculis suis instructam machinæ, cujus ope rotari circa axem Horisontalem pro lubitu possit. Inchoata gyratione observatur.

1. Chalybeum pulverem efficere Æquatorem aliquem pro illius copia latiorem, vel strictiorem.

2. Eundemque si diversi generis particulis constet, remittente nonnihil gyrationis velocitate, divelli, ut præter Æquatorem, Tropici vel Polares circuli appareant.

3. Aërem in summo Sphæræ constitutum, inchoata gyratione depelli à statione sua versus illam partem, in quam dirigitur gyratio, divisum in guttulas diversi generis.

4. Guttas illas aëreas aquæ intermixtas colligi in figuram quasi cylindricam, ex aqua & aëre mixtis constantem, sic tamen ut multo plus aëris sit ex ea parte, ubi aër descendere cogitur, quam ex altera ubi ascendit.
Fig. IV.

5. Guttulas singulares sæpe circa & cylindrum illum facere motus illis similes, quibus Planetarum loca è terris visa designantur. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709.

6. Citatiore facta rotatione magis magisque in arctum cogi guttulas aëreas, & colligi versus axem Sphæræ.

7. Denique aërem ab aqua penitus solvi, & cylindricum in medio Sphæræ nucleum exhibere oculis, exactissime formatum.

8. Si quis Sphæræ suæ à nimio pondere & rotationis vehementia metuat, ultimum hoc multo elegantius apparebit, si minor est aquæ quam aëris in vitro quantitas.

9. Manebit quoque Phænomenon, si deinceps remittatur

tatur Sphæræ rotantis velocitas; quin etiam ea quiescente durabit aliquandiu cylindrus; donec scil. motus aquæ per affrictum ad vitri latera consumatur.

Experimenta hæc viderunt Mathematici è primariis, atque etiam illustres eminenti dignitate viri, multa cum sua voluptate.

§. XVI.

Video hic, materiam fluidam spatio sphærico comprehensam, & sive cum superficie concludente, sive absque illa in gyros circa axem aliquem actam, pellere corpora ad motum ineptiora versus loca minoris motûs rotatorii, & colligere illa in nucleum figuræ, non sphæricæ, sed omnino cylindricæ. Video figuram illam distincte: eamdemque ad casus transfero similes, illos scilicet ubi in Sphæra fluida arca axem rotata vis centrifuga in majoribus ab axe distantiis major est, & corpora fortioribus cedentia coeunt in nucleum. Ita vero demum infero, in ejusmodi casibus directiones corpusculorum cedentium tendere non ad centrum Sphæræ, sed ad axem rotationis. Fateor itaque nonnullam in Cartesiano systemate imperfectionem, & de medelis circumspicio.

§. XVII.

Si rotatio circa axem efficit directiones ad axem, pronum est colligere, directiones singulorum corpusculorum versus centrum factas, oriri ex eorumdem rotationibus circa centrum. Itaque Hugenianæ rotationes videntur negotio accommodæ. Fortassis eâdem viâ incidit in sententiam suam vir illustris. Nolo transcribere Hypotesin viri, quæ legi potest in ipsius de gravitate discursu, p. 135. & seq. Quoniam plerique impossibilitatem illius vorticis defendunt, operæ pretium est, dicere de illo sententiam; namque mitius statuo.

§. XVIII.

Per Hugenianam Hypothesin concluditur materia subtilis fluida in spatio aliquo sphærico, & motibus infinite variis agitatur. Videamus, quid in extima fluidi superficie futurum sit? Oriuntur infinitæ particularum fluidi in spatium ambiens sphæricum incursiones, reflexiones, & retroreflexiones. Ex harum commixtione varia non possunt non oriri particularum plurimarum directiones in elementis Perypheriæ concludentis circularibus. Motæ semel eâ directione particulæ continuabunt motus in arcubus circularibus, donec illis impedimenta occurrant. Si occurrant in directionibus etiam circularibus, utraque particucula post ictum denuo movebitur circulariter. Sin alia sit directio, fiet denuo conflictus directionum & reflexionum, donec omnia desinant in directiones sub ista superficie sphærica circulares. Ita tandem obtinemus stratum sub spatio concludente sphærico primum; quod nunc denuo adhibere licet loco superficiei comprehendentis: atque sic deinceps, donec interiora Sphæræ fluidæ omnia motibus agitentur circularibus quidem, sed diversissimis. Ita fingi origo motuum potest circularium.

§. XIX.

Durationi eorum prospexit Hugenius. Motus semel introducti non resolventur in alios circa axem aliquem rotantes; diversi adeoque in consentientes: Postulat enim naturæ lex Hugenio observata, ut non obstantibus conflictibus quibuscumque, eadem motûs totalis quantitas versus eamdem plagam conservetur. Atque hactenus sic satis bene negotium procedit.

§. XX.

Multum vero absumus ab eo, ut idem dici confectum possit. Obstat admonitio viri perspicacis, qui Hugenianum vorticem in Diario Parisino examinavit. Ita ille de motibus fluidi confusis, & sub sphærica concludente superficie in circulares degenerantibus: *Ils doivent devenir circulaires, je vois cela clairement; circulaires autour du centre de l'espace, c'est ce que je ne vois pas.* Nihil hîc dici potest brevius, & exactius. Quæ enim ratio est, ut motus illi confusi inter infinitos motus circulares sub illo spatio concludente sphærico possibiles, præcise degenerent in motus circulorum maximorum? Saltari hîc inferendo extra dubium est attendentibus.

§. XXI.

Quid ergo? Cartesius faciles fabricat vortices: sed illi, licet positi, non sufficiunt Phænomenis. Incipit feliciter, absolvere autem similiter non potest. Hugenius feliciter finit; posito quem fingit, vortice, optatæ gravium directiones sponte succedunt: non inchoat æque feliciter; non enim sequuntur vortices ex hypothesi per illum assumtâ. Hic de novo res geri, atque ita, si fieri potest, peragi debet, ut felix Cartesii initium resolvatur in felicem Hugenii finem. Puto, dari vorticem tertii generis, quem nescio, an ad Cartesianum malis, an ad Hugenianum referre? Fertur circa axes cum Cartesiano, & singula tamen ejus puncta describunt circulos maximos, ut in Hugeniano vortice. In ejus notitiam sic perveni.

§. XXII.

In cylindrica nuclei figura primo hoc deest ad rotunditatem, quod versus Polos extenditur, non in medio

Sphæræ solum continetur. Huic malo remedium afferas, si novam feceris gyrationem quæ partes circa Polos positas colligat in medium. Quid si igitur duplex eodem tempore rotatio fieret circa axes duos, ad se invicem perpendiculares? Brevitatis causâ, & ad similitudinem experimenti mox recensendi, vocabimus axem alterum horisontalem; alterum verticalem. Certum est, per actionem unius vorticis pelli corpuscula cedentia ad axem horisontalem, per actionem alterius pelli ad verticalem: quænam ex combinatis hisce actionibus * nuclei figura oritur?

§. XXIII.

Congruit & satisfacit instituto nostro casus vorticum combinatorum simplicissimus; assumatur Spæra vitrea eadem, quâ supra usi sumus §. XV. gyretur illa uno eodemque tempore circa axem & horisontalem & verticalem, velocitate etiam eâdem, sic, ut eodem tempore absolvatur utraque rotatio; fiat autem rotatio utraque sic, ut punctum quodcunque *p*. ab oculo spectatoris per utramque removeatur, vel ut per utramque versus spectatorem promoveatur: dico, directionem omnium particularum cedentium ferri ad centrum Sphæræ; vim centrifugam

* Amplissimus hic Geometriæ campus aperitur, pro diversis, quæ fieri possunt hypothesibus. Namque duo illi vortices possunt fingi in fluido eodem, possunt in diversis se invicem transfluentibus: possunt concipi æqualiter aut utcumque inæqualiter fortes: potest conatus materiæ cedentis centrifugus assumi comparabilis vel incomparabiliter parvus ad conatum materiæ superantis: potest adeo materia cedens simul obsequi motui vorticis rotatorio, potest concipi ut infinite cedens: possunt conatus centrifugi & centripeti crescere vel decrescere in ratione quacumque distantiarum ab axibus respectivis: possunt duo axes rotationum utcumque ad se invicem inclinari: possunt fingi plures duobus vortices: potest totum systema concipi ut motu aliquo communi agitatum, vel secus: potest datâ vorticum lege inquiri via corpusculi cujusque cedentis; potest figura nuclei ex particulis cedentibus oriundi; potest celeritas descensûs, potest vis, sive pondus particulæ in singulis viæ locis; possunt etiam inverse, ex hisce datis definiri vorticum supponendorum leges, & sic porro. De talibus licebit suo loco disserere; in præsenti opella nonnisi ea tangam, quæ proxime ad institutum pertinent, & experimento ei rei destinato confirmari possunt. Differunt enim à Geometricis Dissertationes Physicæ.

in singulis fluidi particulis esse uti distantiam earum à centro; & nucleum à particulis cedentibus compositum, esse sphæricum.

§. XXIV.

Hæc ita facile intelliguntur. Si Sphæra ABC D, circa axem A C, B D, simul & æque velociter rotetur, circa axem scilicet AC in directione litterarum *p*, *q*, *r*, *s*, *p*, circa axem vero BD in directione litterarum *p*, *t*, *u*, *x*, *p*: & assumas punctum quodcumque *p* vel *x* in superficie sphærica positum; & mente sequaris viam hujus puncti, donec absolutâ rotatione una redeat in pristinum locum: observabis punctum illud describere circulum in Sphæra maximum, secundum directionem *p*, *y*, *t*, *p*: Patet id, si vel tarde Sphæram convertas, & singulos puncti situs annotes, vel pro singulis puncti sitibus motus rotatorios elementares simplices in totidem compositos, ex receptis motuum compositionibus compingas: ita enim & sensibus & rationi obvia erit puncti illius via, circulum describens maximum. Habemus igitur, singula Sphæræ vitreæ puncta describere circulos in hac rotatione maximos. Fig. V.

§. XXV.

Idem de fluido dicendum est. Resolve enim universum fluidum in orbes sphæricos crassitiei indefinite parvæ Extimus eorum vitro contiguus vel eodem movebitur modo, quo vitrum ipsum, vel diverso. Si eodem, obtinuimus optata. Si diverso, dabitur vitri à fluido quiescente vel aliter moto aliqua translatio; à translatione affrictus; ab affrictu motus. Non igitur proximus vitro orbis fluidus erit in statu manente, donec nulla erit utriusque translatio, hoc est, orbis fluidus vitro contiguus movebitur uti vitrum. Sed & orbis secundus primo contiguus movebitur eodem modo ex iisdem causis. Igitur Sphæra vitrea una cum suo fluido contento, movebitur per modum solidi, quando scilicet ad statum permanentem pervenit.

§. XXVI.

Sunt igitur tempora periodica punctorum in fluido hoc gyrantium quorumcumque æqualia: igitur vires centrifugæ uti celeritates; celeritates vero uti distantiæ à centro. Sunt directiones omnium rotationum in circulis maximis, ergo & directiones particularum cedentium in planis per centrum Sphæræ transeuntibus, & ad centrum illud tendentes. Estque figura nuclei ea, in cujus superficie jacent omnes illæ trajectoriæ quæ ad vias centripetas corpusculorum cedentium sunt orthogonales, hoc est, sphærica.

Per Newt. Prop. IV Cor. 3. l. 1. Princ.

§. XXVII.

Præmisso ratiocinio non evidente minus, quam facili, optabam, ut oculis ista simul exhibere liceret. Pro eo fine amicus aliquis meus sequentem commendavit machinam: fulcra OP & GN ferrea sunt, & firmata ad superiorem machinam. Eorum alteri GN affigitur trochlea immobilis, in quam intrat annuli metallici ABCD axis CT: per alterum OP transit axis annuli, & trochleæ ad annulum fixæ, AEV; sic ut ope funis trans trochleam E ducti ad rotam majorem, in gyrum agatur annulus una cum vitro incluso circa axem horisontalem AC. Eodem vero tempore, quo transfertur vitrum ab annulo, etiam rotatur illud circa axem verticalem BD ope trochleæ HI ad axem vitri affixæ. Ope enim funis HIKFG, qui circa trochlæam HI ducitur, indeque ad trochleas minores, sed æque altas K & k excurrit, atque ab illis ad trochleam immobilem FG ex utroque latere descendit, eamdemque ambit, ope, inquam, hujus funis fit, ut dum annulus cum brachio LMK circa axem AC rotatur, una etiam rotetur trochlea HI, & consequenter

Fig. VI.

vitrum BD, circa axem BD. Necessum vero est pro faciliori effectu, ut distantia K*k* respondeat diametro trochleæ FG. Diameter autem trochleæ HI debet esse ad diametrum alterius FG in ratione reciproca celeritatum, quibus fieri debent rotationes circa axes respectivos, BD & AC. Parato machinæ modulo, vidimus ex voto succedere rotationem utramque, itaque artifici id negotium datum est, ut justâ illam magnitudine efficeret. Sed tarde ea res procedit, ut hæc dimittere cogar, antequam experimenti successum tentare licet. Cogor itaque ratiociniis confidere hactenus expositis.

*S*i per eas difficultates, quibuscum hæc loci conflictor obtinere machinam justo adhuc tempore possim, curabo ut successum sive prosperum, sive adversum mature possim significare.

§. XXVIII.

*S*i Mechanica solum quæstio proposita esset: invenire scilicet conditiones materiæ & motuum eas, quibus positis sequantur directiones corporum cedentium versus centrum Sphæræ vorticosæ, & nucleus in illa sphæricus; putarem me instituto penitus satisfecisse. Si Physica specialis tractatio requireretur: abrumperem hoc loco Dissertationis meæ filum, atque ignorantiam faterer ingenue. Quoniam Physica quæritur causa, sed generalis tantum; itaque teneor & audeo aliquid amplius tentare. Nolim promittere, quod reverâ in rerum natura fiant, quæ dicturus sum; ad illum finem speciale & repetitum examen requiritur. Hoc agam, ut generalibus monitis intelligatur, nondum id evictum esse, quod vortices Cartesiani pauxillum inflexi non sufficiant Phænomenis gravitatis & Astrorum generalibus.

§. XXIX.

In experimento usi sumus fluido eodem dupliciter ro-

tato. Si ex abrupto philoſophari de natura, & Deum ex machina evocare ad modum quorumdam eruditorum placeret: fingerem in vortice fluido cœleſti ABCD ſtratum
Fig. VII. aliquod intermedium EF GH duplici illâ rotatione ſuperius §. XXIII. expoſitâ, præditum divinitus. Ita pro fluido & corporibus omnibus ſtrato illi incluſis, obtinerem directiones gravitati debitas, & pondera in ratione diſtantiarum à centro, plane ut in ſimili caſu Neutonus lib. III. prop. IX. definivit. Ex adverſo pro partibus fluidi ulterioribus facile foret, invenire naturam fluidi, quæ gyrationes efficeret temporibus Planetarum periodicis debitas; quicquid alii de ea re deſperaverint.

§. XXX.

Nimirum conſiderari poteſt ſtratum illud intermedium gyrans una cum fluido contento, uti Sphæra ſolida Neutoni l. II. prop. 52. ſed duplici ſimul rotatione affecta. Namque & hoc loco duorum ſtratorum ulteriorum & contiguorum quorumcumque, ut EFGH & *efgh*, aut ABCD & *abcd* impreſſiones in ſe mutuo factæ debent eſſe invicem æquales, ſi fluidum concipias in ſtatu manente conſtitutum. Jam impreſſio oritur ex affrictu, affrictus ex partium ſeſe contingentium tranſlatione. Itaque ſi fluidum in eadem à centro diſtantia ſit ſimilare, ſed in diverſis diſtantiis inæqualiter denſum, & reſiſtentia tranſlationi oppoſita ſit in ratione quacumque velocitatis: erunt impreſſiones in ratione compoſita ex ſuperficie, ex functione data tranſlationis ſive velocitatis, & ratione aliquâ datâ denſitatis: fingi enim generatim & abſtracte loquendo, major minorve impreſſio poteſt, in ratione quacumque multitudinis partium ſe contingentium: adeoque exprimendo rem in ſymbolis, poſitis I & *i* pro impreſſione, $\odot$ & [illegible] pro tranſlatione, Δ & δ pro denſitate, S & ſ pro ſuperficie, *m* & *n* pro exponentibus datis, erunt $I : i = S \times \odot^m \times \Delta^n : S \times \odot^m \times \delta^n$.

§. XXXI.

§. XXXI.

Jam quia impressiones debent esse æquales, erunt $S\Theta^m\Delta^n = s\theta^m\delta^n$, adeoque $\theta^m : \Theta^m = S\Delta^n\, s\delta^n$, & quoniam superficies sunt in ratione duplicata distantiarum à centro, sive $S : s = D^2 : d^2$, erit $\theta^m : \Theta^n = D^2\Delta^n : d^2\delta^n$ sive $\theta : \Theta = D^{\frac{2}{m}}\Delta^{\frac{n}{m}} \cdot d^{\frac{2}{m}}\delta^{\frac{n}{m}}$, hoc est, translationes erunt reciproce, uti functiones memoratæ sive $\Theta = D^{-\frac{2}{m}}\Delta^{-\frac{n}{m}}$. Fig. VIII. Comparatis nunc duorum stratorum motibus angularibus POQ & ROS eodem tempore factis, exprimet TS translationem inferioris strati, & TOS, sive TS divisum per TO exponet differentiam motûs angularis. Habebimus igitur differentias motuum angularium $\frac{TS}{TO} = D^{\frac{-2-m}{m}}\Delta^{-\frac{n}{m}}$.

§. XXXII.

Fiant nunc (ad imitationem Neutonis) ad lineam OT perpendiculares GH, IK, $= D^{\frac{-2-m}{m}}\Delta^{-\frac{n}{m}}$ exprimet area curvæ KIF, HGF, motus totos angulares $= \int . D^{\frac{-2-m}{m}}\Delta^{-\frac{n}{m}} \times GI$, sive ponendo $D = x = OG$, adeoque $GI = dx$, erit motus angularis $= \int . x^{\frac{-2-m}{m}}\Delta^{-\frac{n}{m}}dx$, & faciendo $\Delta = D^p = x^p$, habebimus tandem $\int . x^{\frac{-2-m-pn}{m}}dx = -\frac{m}{2+pn}x^{\frac{-2-pn}{m}}$

neglectâ scilicet additione quantitatis constantis, quam neque signum privativum requirit, neque natura Problematis admittit. Cumque in motu circulari tempora Periodica sint motibus angularibus reciproca, erunt tempora diversorum orbium periodica $= x^{\frac{2+pn}{m}}$, negligendo iterum constantes, in priori formula adhuc obvias.

§. XXXIII.

Hæc jam facile applicantur ad Propositionem Kepleri pro temporibus diversorum Planetarum periodicis. Namque ponendo T & t pro temporibus duorum Planetarum periodicis, per Kepleri regulam est $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$, adeoque $T = x^{\frac{3}{2}}$. Sufficit igitur, ut fiat $\frac{2+pn}{m} = \frac{3}{2}$, hoc est $4 + 2pn = 3m$, quod infinitis fieri modis potest, non solum in genere, ubi & littera m est arbitraria, sed etiam in hypothesi Neutonis, ubi $m = 1$. facit $pn = -\frac{1}{2}$. Atque si etiam $n = 1$, manebit tamen $p = -\frac{1}{2}$ pro lege densitatis; eruntque adeo $\Delta : \delta = \sqrt{d} : \sqrt{D}$, hoc est, densitates in ratione reciproca sub duplicata distantiarum. Ex quo intelligitur, viros quosdam doctissimos præter sufficientes causas rejecisse Saurinianam adversus Neutonis objecta responsionem. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709. *p.m.* 186. 187. *& Neuton. in Schol. Prop.* LII. *l. II. Princip.*

§. XXXIV.

Neque minus congrua foret hæc nostra fictio ad difficultates alias à vorticibus removendas. Si velocitates semper cum distantiis decrescentibus crescant, incommodum est, quod tandem infinite magnam statuere illam in medio vorticis oporteret, pro obtinendis in tanta Planetarum distantia celeritatibus adhuc sufficientibus. Sin terminare hæc augmenta velis in superficie corporis centralis, atque ab illius vertigine extrorsum continuare velocitates fluidi, Keplerianam regulam sequentis: incommodum est ab eruditissimo Domino Polenio annotatum, quod decrescentibus ab eo principio velocitatibus Planetarum tempora periodica prodeant mirum quantum veris majora. *Vide Dial. de Vort. Cœlestibus*, §. 121. *p.* 114. 115. Utrumque durum est: sequitur autem in hypothesi, quæ easdem vorticis leges per totum extendit vorticem. Sed in memorata §. XXIX. fictione potest extra corpus centrale, in spatio inter corpus istum, & primum Planetam vel Satellitem intermedio, assumi stratum illud, eidemque affingi celeritas, quæ conveniat Planetarum gyrationibus: vertigo autem corporis centralis circa axem suum aliis deduci fontibus debet.

§. XXXV.

Neque id me male habet, quandoquidem nec Neutonianæ attractionum, nec Cartesianæ vorticum fictiones producendo motui vertiginis huc usque potuerunt applicari. Facile igitur solatium est in communi infortunio; præcipue hoc loco, quo Thetice non loquimur, sed Hypotheseos solum commoda aut incommoda pervestigamus. Cui accedit, nos infra ostensuros: quod motus vertiginis, etsi ex vorticibus nondum explicari directe possit, non tamen illis repugnet.

§. XXXVI.

Gravior est illa difficultas, quæ ex comparatione duarum, ut vocant, analogiarum in systemate planetico fundamentalium oritur. Analogiam hîc intelligimus, quæ intercedit inter celeritates rotationum debitas diversis vorticum stratis: & analogiam primam vocamus illam, quæ debetur duobus stratis, quorum alterum transit per Planetam inferiorem in media, vel aliâ quâdam suæ orbitæ distantiâ positum; alterum per Planetam superiorem, in mediâ etiam, vel simili aliâ suæ orbitæ distantiâ consideratum. Et quoniam parva est, distantiarum maximæ & minimæ differentia respectu ejus discriminis, quod inter distantias duorum Planetarum intercedit, itaque tempora Periodica horum stratorum circularium assumimus, uti tempora Planetarum Periodica. Positis igitur T & t pro temporibus, S & s pro spatiis percurrendis, D & d pro distantiis stratorum, C & c pro celeritatibus, erunt tempora $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$. Jam vero spatia percurrenda sunt $S : s = D : d$, motus autem in circulo est æqualis. Igitur celeritates sunt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{1-\frac{3}{2}} : d^{1-\frac{m}{2}} := d^{\frac{1}{2}} : D^{\frac{1}{2}}$. Prima igitur hæc analogia requirit celeritates stratorum circularium, in ratione reciproca subduplicata distantiarum.

§. XXXVII.

Secundam vocamus analogiam, quæ exhibet celeritates stratorum diversorum circularium in ejusdem Planetæ orbe inæqualiter distantium. Eruitur etiam hæc ex temporibus motuum Planeticorum, per alteram scilicet Kepleri regulam; vi cujus tempora sunt ut areæ, quas verrunt radii vectores. Si igitur tempuscula, qui-
Fig. IX. bus Planeta percurrit elementa Pp, & Qq dicantur dT & dt, radii vectores, sive distantiæ à centro vorticis OP & OQ dicantur X & x, arculi circulares $P\varpi$ & $Q\chi$ sint dY & dy: erunt spatiola $dS : ds = dY : dy$, tempuscula $dT : dt = XdY : xdy$: adeoque ob motum in tempusculo infinite parvo æquabilem celeritates $C : c = \frac{dS}{dT} : \frac{ds}{dt} = \frac{dY}{XdY} : \frac{dy}{xdy} = x : X = d : D$. Secunda igitur ana-

logia requirit, celeritates ſtratorum circularium vorticis in ratione ſimplici reciprocâ diſtantiarum.

§. XXXVIII.

Duæ, quantum mihi conſtat, difficultatis hujus ſolutiones publice prodierunt. Altera diſcrimen, quod inter haſce celeritatum expreſſiones invenitur, ideo parvi facit, & contemni jubet, quoniam, ſi de orbita tantum unius ejuſdemque Planetæ quæſtio moveatur, radices diſtantiarum Aphelii & Perihelii à centro communi videantur prope-modum æquales. Inſiſtit itaque hæc ſolutio analogiæ primæ, & ſecundæ differentiam non moratur. Sunt quibus hæc nimium heroica videtur reſponſio. Arbitrantur, etſi differentia inter maximam minimamque unius Planetæ à centro diſtantiam exigua ſit reſpectu differentiæ inter diſtantias duorum Planetarum, non tamen exiguam eſſe reſpectu velocitatum, ſeu radicum diſtantiarum Aphelii & Perihelii. Mercurii enim exemplo celeritates illas eſſe uti 68 : 55. *Vide Cel. Joh. Poleni Dial. de Vortic.* §. 138. *p.* 131.

§. XXXIX.

Altera eſt illuſtriſſimi Leibnitii ſolutio. Putat ille, interrumpi vorticem ſolarem hac lege, ut per craſſitiem orbis cujuſque Planetæ obtineat circulatio harmonica, celeritates §. XXXVII. indicatas generans: ſed in ſpatiis vorticis inter hoſce orbes mediis, ſervari leges §. XXXVI. deductas ex temporibus diverſorum Planetarum periodicis. Interruptionem ægre tulit Gregorius: & quis non ægre ferat primò auditam? Fateor, & mihi illam diſplicuiſſe à principio; & diſplicere etiamnum, ſi evitari poſſit, ſine graviori incommodo. Gravius vero incommodum mihi in Phyſicis videtur, ſi teneat admittere vires Planetam trahentes, ſine ſubjecto virium, ſi motus Planetæ regulariter impreſſos ſine impulſu corporis moti in movendum. Itaque duo hîc agenda esse censui; alterum: ut inquirerem, an positis vorticibus necessaria sit interruptio memorata? alterum, ut definirem, quales vorticis conditiones esse debeant in singulis locis, ut Phænomenis interruptio satisfaciat. Possunt enim conditiones alteræ præ alteris supponi & tolerari facilius.

§. XL.

Equidem si strata ipsa vorticis gyrantis liceret concipere Elliptica, ad modum orbitarum Planeticarum, liceret evitare interruptionem illam celeritatum. Sint enim
Fig. X. ABCD, & *a b c d* duo ejusmodi strata Elliptica: sit in S locus solis: & habeant areolæ CSE, *cSe* eandem rationem ad suam unaquæque aream totalem: sitque C & *c* aphelium vorticosi strati ABCD & *a b c d*. Repræsentabunt CE & *ce* arculos circulares radiis SC & *Sc* descriptos. Eritque adeo.

Tempus per CE ad tempus per *ce*, uti tempus El-
$T \quad : \quad t \quad = \quad D^{\frac{5}{2}}$
lips. ABCD ad tempus per *a b c d*, & denuo, uti areola
$: d^{\frac{3}{2}}$
CSE ad areolam *cSe* ita $CS \times CE : cS \times ce = D \times CE : d.ce$, hoc est $D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}} = D \times CE : d \times ce$, adeoque $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} = CE : ce$ $= Spat : spat.$ unde emergunt celeritates etiam ex una orbita ad aliam: $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} : d^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} = d : D$ plane uti obtinentur §. XXXVII. pro diversis unius orbitæ locis. Succederent igitur omnia similiter, si vortices tractare liceret, uti Neuto orbitas. Fateor autem, deesse nobis medium, quo strata vorticum dirigere in Ellipses liceat, solem in Foco positum ambientes.

§. XLI.

Agnoscimus itaque, quoniam circularia assumi strata vorticosa debent, evitari illorum diversitatem quoad rotandi celeritates non posse. Id satis patet ex comparatione dictorum §. XXXVI. & XXXVII. Patet etiam exemplis: si enim extendere velles legem §. XXXVII. erutam, ad diversos Planetas, obtinerentur tempora illorum periodica longe justo majora. Cum enim sit $C : c = d : D$, & $S : s = D : d$ essent tempora $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c} = \frac{D}{d} : \frac{d}{D} = D^2 : d^2$. Adeoque assumtis Terrâ & Saturno, erit distantia Telluris ad distantiam Saturni, sive $d : D = 2 : 19$, & tempus periodicum telluris annuum $= 1$. unde fieret tempus periodicum Saturni $T = \frac{D^2 t}{d} = \frac{361}{4} = 90$ annorum. Ex adverso, si analogia duarum orbitarum transferretur ad diversa ejusdem orbitæ loca, ob $C : c = \sqrt{d} : \sqrt{D}$. *vide* §. XXXVI. & ob spatia arculis expressa, obtineremus tempuscula $= dY\sqrt{X}$ contra analogiam alteram §. XXXVII. poterat id ex directa tractatione horum paragraphorum intelligi: sed malui inevitabilitatem interruptionis etiam ex reciproca illatione colligere. *Conf. Jo. Poleni de verticib. cœlest.* §. 136. *& seq. p.* 128. 140.

§. XLII.

Res igitur omnis eò redit, ut tolerabiliorem reddamus isthanc legis rotandi interruptionem, allegando conditiones vorticis huic fini necessarias. Commodum hîc accidit, quod combinari dicta §. XXXIII. & XLI. possint. Finge, fluidum vorticosum ex uno orbe Planetico versus alterum decrescere densitatibus suis, eâ lege ut denſitas Δ ſit reciproca ſubduplicata diſtantiæ, ſive $\Delta = D^{-\frac{1}{2}}$: Obtinebimus per §. XXXIII. Tempora periodica & celeritates, quæ debentur analogiæ primæ ad diverſos Planetarum orbes pertinenti. Finge ſecundo loco, fluidum vorticoſum per craſſitiem orbis cujuſque planetici eſſe uniformiter denſum, adeoque in formula §. XXXIII. inventa, eſſe $m = 1$, $n = 1$, & $p = 0$. ut ſcil. $\Delta = D^p$ fiat uniformis; invenies $2 + pn = 2m = 2$, & $T : t = D^2 : d^2$. plane uti requiritur per legem celeritatis inter duas ejuſdem orbitæ diſtantias aſſumtam §. XLI. Omnis igitur illa vorticum interruptio abſolvetur hoc uno, ut diverſa ſit vorticum denſitas, conſtans illa per ſingulorum orbium craſſitiem, & decreſcens in eorumdem orbium intervallis.

§. XLIII.

Non dubito quin hoc audito cauſam requirant Lectores cur eadem ſit vorticis denſitas per craſſitiem orbium Planeticorum, & diverſa in ſpatiis interceptis? Equidem, ſi & huic quæſtioni ſatis quod eſt facere liceret, putarem me à plena vorticum aſſertione parum abeſſe. Id vero tempori commendo, vel aliorum induſtriæ. Fortaſſis aliquæ hîc partes ſunt retardationis & accelerationis, quæ diverſis fluidi partibus fiunt à Planeta. Cum enim planeta una cum ſuo vortice particulari deferatur à fluido circa ſolem gyrante, impelletur ille à fluido, ſed per demonſtrata & experimentum Cel. Poleni tardius movebitur ab initio, quam ipſum fluidum. Succeſſive tamen accelerabitur, ita ut eâdem cum fluido tandem celeritate deferretur, ſi fluida in totum illum Planetæ ambitum incurrentis celeritas foret directe proportionalis ad diſtantias ſingulorum fluidi, ut ſic dicam filorum. Quoniam vero celerius moventur fila fluidi inferiora, quam ſuperiora: itaque redigetur Planeta cum ſuo vortice particulari ad celeritatem quandam æquatam; quæ cadit inter maximam

ximam & minimam filorum fluidorum deferentium. Ita fiet, ut à tergo Planetæ fluidum inferius retrorsum, à fronte ejus fluidum superius antrorsum impellatur: ex utroque sequitur condensatio, sed partialis. An illa diu continuata sese diffundat, redigatque orbem Planetæ universum ad eandem sensibiliter densitatem, id definire non ausim: æqualem vero orbis cujuscumque densitatem non dubito asserere; siquidem præter dicta §. XLII. eadem quoque necessaria est per Prop. LIII. lib. II. Principiorum Neutoni, quæ postulat, ut corpora quæ in vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sint densitatis cum vortice; adeoque propter densitatem Planetæ constantem etiam vorticis densitas sit uniformis & eadem. Cætera, ubi densitatem Planetæ dico, non de crusta loquor sola, sed de universo Planetæ in vortice delati composito.

§. XLIV.

Ut igitur quæ hactenus exposui, in summam ipse redigam: fateor superesse disquisitionem causæ Physicæ, quæ efficiat ut fluidum vorticosum per intervalla æqualiter densum sit, & inæqualiter? Puto autem, intelligi etiam ex superioribus, nullis hucusque contradictionibus involvi vortices cœlestes. Dixi autem ista pro more seculi, quod gravitatem extendere in cœlos solet. Rigorose enim agendo, potuissem ab ista applicatione manum abstinere, & in solo Hugenii instituto (Vid. §. V.) persistere; hoc est, præcipua gravitatis terrestris Phænomena deducere ex vortice jam supposito, & difficultates, si quæ hoc respectu intercedunt, resolvere. Id nunc agere constitui.

§. XLV.

Phænomena gravitatis §. VI. enarrata per vorticem nostrum obtineri posse patet ex superioribus nostris, si conferantur cum Hugenianis. Phænomena primum &

sextum, directiones scilicet gravium versus centrum, & figuram nuclei sphæricam ostendimus §. XXIII. & seq. secundum & tertium, actio nimirum gravitatis trans corpora utcunque densa, & in partes eorum internas æqualiter propagata, ex subtilitate materiæ vorticosæ Hugenius recte deduxit. Quartum, de acceleratione secundum tempora, sequitur ex stupenda materiæ agentis celeritate, & distantiarum in quibus experimenta capi possunt, nimiâ parvitate, consentientibus passim eruditis, inter quos velim conferas cum Hugenio Cel. Saurinum in Comment. ad an 1709. ubi celeritatem eandem ex Kepleri regula, & ex gravium Phænomenis derivat. Quintum ex rotatione circa axem derivamus cum Neutone, Hugenio & aliis omnibus.

§. XLVI.

Difficultates animo hæ succurrunt. Objecit Cartesio Hugenius, quod in ipsius experimento densiora ad peripheriam enitantur corpora, rariora ad centrum concurrant; id plane adversari Phænomeno gravitatis; præterea impetum materiæ gyrantis tantum esse in corpora terrestria, ut illa non possint non simul abripi à torrente, id quod experientiæ refragatur. Posset etiam quæri, cur posito tali vortice duplicato nucleus non sequatur eandem cum fluido rotato viam? Cur motus vertiginis non respondeat directioni & celeritati vorticis?

§. XLVII.

Prima est maxime obvia difficultas, sednonnisi primo aspectu gravis. In experimento corpora graviora ad peripheriam vergunt, in tellure graviora versus centrum eunt: si in hac appellatione subsistas, minus illa consentiunt. Sed gravitatis vocabulum in vortice demum constituendo est accidentarium: loquamur exactius, & generaliter. Illa corpora emergunt ad circumferentiam, quæ illius vorticis motui maxime obsecundant. Talia sunt in vortice majori corpuscula ætheris, & quæcumque plus ætheris quam terrestris materiæ continent. Igitur in vortice majori versus peripheriam enituntur post ætherem corpuscula terrestrium rariora; namque in illis est plus ætheris; ætherem enim hîc vocabo fluidum illud vorticosum.

§. XLVIII.

Si vorticem feceris in generali vortice peculiarem, cujus adeo motus rotatorii sint diversi à gyratione vorticis generalis: necessum est, illa corpora, quæ plus ætheris, & consequenter plus impulsûs secundum vorticem majorem habent, minus obsequi motui vorticis particularis diverso à priori; corpora autem illa, quæ minus ætheris comprehendunt, minus etiam impediuntur à motu vorticoso generali, adeoque magis abripi possunt à motu vorticoso speciali. Igitur in peculiari vortice pro ratione densitatis corporum ad exteriora emergent densiora corpora, ex ratione eadem, quæ in generali vortice illa versus centrum colligit.

§. XLIX.

Non id ineptum videtur mihi, si dixero, naturam in vorticibus particularibus id facere, quo posito minimum impediatur ætheris inclusi motus secundum præcepta vorticis sui generalis peragendus. Atque hoc obtinet, si rariora versus centrum eant corpora, sive verticalis concipiatur circulus rotationis, sive horisontalis, sive alius quicunque. Particulæ enim in centro positæ non differunt ab aliis extra vorticem quiescentibus, adeoque de motu vorticis particularis nihil participant. Cæteræ, quo sunt axi propiores, eo propius illorum motus ab horum quiete abest; quo remotiores, eo differunt magis, magisque.

§. L.

Fig. XI. Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sit guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vase futurum est? Per affrictum vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *b*B*e* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affrictioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hîc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & pecularis acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment. Ac. Scient. Alteram difficultatem § XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circulatem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hîc in nullas sensibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulsum fieri in corpora gravia, & sensibiliter in eadem agere concessit: sed alio deinceps medio alterum denuo sufflaminavit impulsum. Jussit sibi succedere impulsus laterales infinito numero, diversissimos directione suâ, oriundos ex rotationibus materiæ subtilis confusissime quaqua versum factos, & consequenter se mutuo destruentes. Fateor, nimis hanc videri artificiosam confusionem, quam ut illi fidere ausim. Itaque illam impulsuum successionem non minus quam ipsum Hugenianum vorticem §. XX. suo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc est via compendiosior, quam nunc inibo? Si eædem sunt vires centrifugæ fluidi, & corpusculi fluido innatantis, facta rotatione non cedet corpusculum versus interiora vorticis, sed in circulo suo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipsius, & corpusculi in fluido constituti, v. gr. aquæ & ceræ non sint multum differentes, cedet quidem fluido nitenti corpusculum, sed cedet in linea vehementer spirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpusculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: sic, ut elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpusculi circularem, & N*m* viam versus centrum. Finge igitur, corpusculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinities, hoc est, incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus *m*MC, incidet via M*m* in radium MC, & MN erit respectu M*m* Fig. XII.

incomparabiliter parvum. Corpusculum igitur ex illius fluidi impulsu directe versus centrum perget, sine sensibili motu laterali.

§. LIV.

Quantæcumque igitur virtutis fuerit hoc fluidum; nunquam id efficiet, ut circularem vel lateralem motum consequatur corpusculum cedens. Cum enim impulsus lateralis semper evanescat præ verticali; corpusculum ipsum, si liberum est, recta descendet; sin obstaculo impeditur, tanto nisu versus illud opprimetur, ut lateralis impulsus præ illo evanescat. Cumque hi impulsus in omnes corporum particulas fiant æqualiter, nihil ab hac laterali violentia patietur corporum, etiam mollissimorum, textura.

§. LV.

Illud per se patet, etsi impulsum verticalem incomparabiliter majorem assumam impulsu laterali: non ideo absolutam impulsus verticalis vim statui infinitam. Potest illa assumi, quanta aut quantulacumque arridet; vel potius debet illa definiri tanta, quantam ostendunt Phænomena gravitatis. Res semper salva erit, si memineris, corpusculi terrei vim centrifugam posse concipi adhuc incomparabiliter minorem.

§. LVI.

Atque ita tertiam simul evitavimus difficultatem §. XLVI. Patet enim ex hactenus dictis, cur neque unus vortex motum vertiginis circa axem, neque duplicatus producat motum Planetæ circa centrum suum eo modo, quo ipse vortex rotatur. Semper enim evanescit impulsus in corpuscula cedentia lateralis præ altero verticaliter facto. Nisi igitur aliunde accederet motus vertiginis terræ & Planetarum cæterorum, quiescerent illi in vorticibus suis, sine vertigine; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LVII.

Quoniam & ex motu vertiginis sumitur contra vortices argumentum, placet rationem reddere, cur aliunde illum esse derivandum dixerim. Nego, sequi illum ex actione vorticis generalis. Impedit directio hujus motus: impedit axis vertiginis: impedit consensus vertiginis in Planeta primario & secundario. De tempore periodico nihil dicam, quoniam illius respectu medicinam nondum despero.

§. LVIII.

Sit O locus solis: A B C orbita telluris, secundum ordinem litterarum harumce ex Occidente in Orientem latæ. Erit per regulam Kepleri celeritas fluidi vorticosi major infra lineam A B C, & minor supra illam. Diximus §. XLIII. corpus ipsum telluris $b\,e$ B f impelli à fluido impingente, ejusdemque tandiu accelerari motum, donec acquirat celeritatem aliquam constantem, mediamque inter maximam fili fluidi $a\,b\,c$, & minimam fili a B γ. Celerius itaque moveri terram in B, quam fluidum antecedens; adeoque illud circa B f impelli à corpore Planetico, & accumulari. Ex adverso tardius moveri terram in b quam fluidum insequens: itaque hoc impediri à Planeta, & accumulari circa eb. Inde duplex fluidi actio in Planetam. Sit m quasi centrum actionis fluidi in eb constituti, & n centrum reactionis fluidi in Bf pressi; erunt directiones actionum harum secundum mp & nq. Itaque rotabitur corpus circa centrum aliquod in linea nm centra actionis conjungente positum; & qui- Fig. XIII.

dem secundum directionem litterarum $bfBe$, hoc est ex Oriente in Occidentem; plane adversus naturæ consuetudinem.

§. LIX.

Ingeniosum est, quod de refluxu vir eruditus dixit: sed Hypotheseos tantum gratiâ excogitatum videtur. Vult fluidum circa eb accumulatum refluere in partem vacuam eB; & alterum circa Bf congestum refluere in partem fb vacuam: eodemque refluxu simul Planetam rotari in eandem partem. Conveniret id hactenus Phænomeno: sed quærere possis, cur fluidum circa eb, pressum à sequenti, potius in partem eB feratur, quam in alteram bf trans Planetam festinet? cur item, quod circa Bf premitur fluidum, potius in fb fluat, quam in Be? Cur porro tantus refluxui effectus tribuatur, ut non solum destruat impulsum fluidi directe venientis, sed motum quoque eidem contrarium Planetæ inducat? Cur in experimentis Cel. Polenii rotatio corpusculi natantis sequatur directionem, quam à fluxu nos deduximus? non eam, quam à refluxu vir ingeniosissimus? De consensu vertiginis in primario & secundario mox dicam. Patet igitur, quod ex actione vorticis generali sequeretur motus vertiginis directione sua contrarius naturali.

§. LX.

Neque id solum. Centrum hujus rotationis foret centrum motus æquali, punctum scilicet lineæ nm, per quod ducitur filum fluidi gyrantis illud, quod naturaliter celeritatem habet eam, quam corpus Planeticum ex diversis illis fluidi impulsibus acquisivit. Id, si à centro corporis distat, novas gignit difficultates. Sed finge illud non distare sensibiliter: hoc facto axis rotationis erit ad planum orbitæ perpendicularis; nequaquam inclinatus.

§. LXI.

§. LXI.

Denique rotatio satellitum circa axem suum dirigeretur in plagam contrariam ejus, in quam fertur vertigo primarii. Sit denuo A B C orbita telluris: & A *b* CBA vortex tellurem ambiens, qui per §. LVIII. rotabitur secundum A*b*CBA. Jam porro hujus vorticis eædem sunt leges, quæ prioris, scilicet ut celeritas decrescat cum distantiis crescentibus: igitur Luna per illius actionem rotabitur secundum *s t u x*, dum terra vertitur secundum *o p q r*. illa ex Occidente in Orientem, hæc ex Oriente in Occidentem. Nullus igitur in directione vertiginis consensus foret inter primarium & secundarios Planetas. Neque hic in subsidium advocari refluxus potest; quod si enim primarii directio per illum restituitur, destruitur tamen directio secundarii. Fig. XIV.

§. LXII.

Non igitur vertiginem à vorticibus derivare artificiis hactenus cognitis licet: Neque ideo tamen vortices rejicere; non magis ac Neutonianæ attractiones ideo rejiciuntur, quoniam plura sunt, interque illa etiam §. XXXV. ipse motus vertiginis, quorum origo ex illa theoria nondum explicari potest. Sufficit ostendisse medium, quo evitari contradictio inter vortices, & vertiginis tempora atque directionem potest. Nimirum in nostra hypothesi §. LIII. LIV. & LVI. exposita, vorticibus plane indifferens est, sive quiescat corpus centrale, sive in partem quamcumque vertatur. Hoc vero necessum erat contra objectiones à vertigine: originem vero vertiginis aliam assignare si possumus, bene est; si non possumus, ignorantiam id nostram probat, non falsitatem vorticum.

§. LXIII.

Propero ad finem: itaque non nisi unum adjungo. Si molestum est Lectoribus, quod §. XXIX. ex abrupto duplex rotationis motus affingitur strato alicui, vel orbi fluido; non miror. Sed neque hic subsistendum puto; neque intercedo, si ulteriores harum rotationum causas velint inquirere. Quin ipse id faciendum esse judico, atque, ut fieri facilius possit, nonnihil adminiculi subministrare amplius volo.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri omnino potest, ut duo fluida diversa sese invicem transfluant sine impedimento sensibili. Adsunt ejus rei exempla. Si vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex altero vitri latere positi in acum magneticam ex altera & opposita parte sitam; magnetica vero per vortices explicantur Phænomena. Similiter ferrum ex polo magnetis armato pendulum non ideo cadet, si in gyrum illud circumagas velocissime. Non itaque generaliter repugnat, vorticem unum gyrare trans alterum.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut duo se invicem vortices transfluant, hac lege, ut neuter alterum impediat, uterque autem rotetur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis uterque agat æqualiter: dico, fictionem hanc alteram æquipollere illi priori, quam §. XXIX. fecimus. Finge enim corpusculum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido utroque densitatis; recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum à fluido circa axem AC rotato recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio itaque corpusculi nec cedentis vortici, nec illum superantis, foret in circulo maximo sphæræ per locum corpusculi descriptæ: igitur directio corpusculi non amplius æque densi, sed fluido utrique nonnihil deorsum cedentis, erit in spirali super illius circuli plano descripta; & directio corpusculi infinite cedentis, erit in recta XO, non minus, atque id supra per alteram invenimus hypothesin. Fig. XV.

§. LXVI.

An tales in natura vortices invenire liceat, non facile dixero. Agnovit alicubi magnus scientiarum instaurator Cartesius duos apud idem sidus materiæ cœlestis vortices, quorum directiones se invicem decussent. Vide Princip. Philos. p. III. §. CVIII. CIX. sed quales §. CX. proponuntur, nostro nondum conveniunt instituto. Atque, licet eorum aliqua accommodare scopo nostro non sit impossibile, cujusmodi forent, si interiorem verticem ultra maculæ superficiem extenderes, si vorticum per polos gyrantium impulsus finxeris alternativos, & similia: sperari tamen vix potest, ut reliquas vorticum §. LXV. requisitorum leges iisdem liceat asserere. Itaque omnino præltat, de specialibus nihil definire.

§. LXVII.

Manebimus, spero, Philosophi, si de rebus parum compertis taceamus. Dedimus theorema mechanicum, quo mediante præcipua gravitatis Phænomena deducere ex vorticibus licet: ostendimus, quales in natura vortices inveniri debeant, si gravitatem illis, & præcipuos Astrorum motus imputare velis: monuimus, quid in quibusdam contra vortices argumentis desiderari adhuc cum ratione possit: conciliavimus non pauca, quæ minus invicem consentire videbantur. Potuit id fieri tractatione generali, & ut plurimum abstracta. Si specialiora alii, & magis applicata desiderent, illa, fatemur, nondum esse in potestate. Fortassis ita defendimus vortices, ut alteri in eorum assertione, alteri in eorumdem reprehensione per hæc nostra confirmentur. Neutrum nos male habebit. Sufficiet honori nostro, si methodum approbaverint, & tantum in hac scriptiuncula novi atque boni deprehenderint Lectores nostri, ut eandem legisse ipsos non pœniteat. Nobis, quæ hic dicta sunt, sæpius emendanda; quæ omissa sunt, lente videntur addenda: symbolum enim huic Dissertationi est illud Leopoliensis Castellani, Andreæ Maximiliani Fredro, prudens monitum.

Vis rem benè habere: lentè fac, & sæpè corrige.

EMENDATIO

Quorumdam Paragraphorum, in Dissertatione cui Lemma est :

Vis rem benè habere : lentè fac, & sæpè corrige.

§. LIII.

VISUM est aliquando, facilem ex hac difficultate exitum esse : sed præcipitato falsus fui judicio. Ita autem primò inferebam. Si corporis fluido immersi, & fluidi ipsius æquales sunt centrifugæ vires : factâ vorticis rotatione corpusculum non cedet versus interiora vorticis, sed in circulo rotabitur una cum fluido sibi contiguo. Sin vires centrifugæ corpusculi solidi sint paulo minores viribus fluidi : cedet utique nitenti ad peripheriam fluido corpusculum illi immersum, sed movebitur in linea spirali, plures circa axem vorticis gyros peractura. Id experimentis docuit Celeber. Saulmon in Comment. Acad. Scient. an. 1715. p. m. & seq. Jam, quo major est virium differentia, eo via corpusculi cedentis à circulari recedit magis magisque, & ad rectilineam accedit ; sic, ut, exponendo viam corpusculi circularem per MN, & centripetam per N*m*, in tempusculo infinite parvo, elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant cum radio MC. Quod si itaque corpusculum solidum fingatur habere vim centrifugam incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius : evanescet angulus *m*MC, incideтque via M*m* in radium MC; erit enim hoc casu MN respectu lineolæ N*m* incompa- Fig. XII.

rabiliter parva. Igitur in tali vortice corpusculum cedens movebitur in linea recta MC, sine sensibili motu laterali, extra illam faciendo.

§. LIV.

Rectè id quidem; sed linea MC ipsa movebitur cum vortice in gyrum. Itaque si motus corpusculi cedentis absolutus considerari debeat; erit ille compositus, ex motu proprio corpusculi in linea MC; & ex motu communi ipsius lineæ MC una cum vortice suo translata. Etsi igitur motus corpusculi proprius fiat in directione MC rectilinea; non id tamen sufficit Phænomeno gravitatis naturalis quoad directionem rectilineam, & horisonti perpendicularem; præcipue in nostris vorticibus, ubi omnes rotationes fiunt in circulis sphæræ maximis.

§. LV.

Quod si igitur cavendum est, ne corpusculum solidum à duplici mea rotatione §. 29. impulsum, præter appropinquationem ad centrum, participes etiam ex motu circulari utrinque impresso, adeoque spirales describat in plano per centrum vorticis transeunte: adhibendum erit medium, quod se à principio statim animo obtulit meo, sed ideo hactenus rejectum, & nonnisi in casum necessitatis asservatum fuit, quoniam id simplicitati hypotheseos præjudicat. Duplicandi sunt denuo vortices nostri, ad exemplum vorticis magnetici. Recte Cartesius & alii duos magneti vortices vindicant, à Polo ad Polum gyrantes, contrarios sibi, & quam proxime æquales; quorum neuter alterum impedit, & quorum opera fit, ut suspensæ circa magnetem sphæricum in capsula positum acus nondum excitatæ dirigantur in situs ad superficiem magnetis perpendiculares. Equidem, si duo fingas fluida sibi invicem occurrentia rotationibus contrariis, neutrius motum circularem sequi corpusculum poterit: itaque via ejus ex spirali recta fiet ad centrum vorticis directa. Difficile hoc remedium est, fateor, & quo lubens carerem. Cum tamen ejus rei exemplum in magnetibus detur, atque inde jam à Cartesio translatum sit ad sidera; (*vide Princip. Philos. p. III.* §. 110.) præstat hoc, quam nihil, dicere.

§. LVI.

Ita vero & tertiam evitabimus difficultatem. Patet ex dictis, quomodo cavendum sit, ne vortex circa axem unum factus telluri motum vertiginis imprimat, vel vortex circa binos axes rotatus corpori centrali motum imprimat rotatorum: illi enim simplici circa eundem axem simplex alius contrariâ directione latus, huic vero opponendus est alius circa eosdem axes in contrarium gyrans vortex compositus. Ita enim elidentur impulsus fluidorum circulares in corpusculum sibi immersum. Atque adeo, nisi aliunde accederet motus vertiginis Terræ & Planetarum Cœlorum, quiescerent illi in vorticibus suis; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra §. 27. recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri utique potest, ut duo & plura etiam fluida sese invicem sine impedimento transfluant sensibili. Potest igitur si malis, id quod §. 23. & seq. per duplicem unius fluidi rotationem quæsivimus, fieri per duo fluida se invicem decussantia. Fateor rem fieri difficilem, si §. 23. & seq. cum §. LV. componas: ita enim quatuor fluida exsurgent, trans se invicem gyrantia. Neque præsto est exemplum penitus simile: etsi trium vorticum exempla non desint. Si enim vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum, celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex alterutro vitri latere siti in acum magneticam ex opposita parte sitam. Habemus vero hîc vortices à magnete duos, & unum aquæ gyrantis. Ita nec rotatio ferri ex polo magnetis armato pendentis impedit actiones vorticis utriusque magnetici.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut plures se invicem vortices transfluant hac lege, ut nullus alterum impediat, singuli autem rotentur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis singuli agant æqualiter: dico fictionem hanc novam, æquipollere illis, quas §. 29. & 55. fecimus. Facilitatis gratiâ consideremus duos tantum vortices, quos composito ante memorato §. 29. æquipollentes credimus futuros. Sit corpusculum solidum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido vis centrifugæ: recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum, à fluido circa axem horisontalem AC rotato, recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio igitur corpusculi nec cedentis fluido, nec idem superantis foret in circulo sphæræ maximo per punctum X descriptæ. Igitur directio corpusculi nonnihil cedentis foret in spirali super illius circuli plano descripta: &, si singuli vortices duplicentur ex §. 55. directio corpusculi cedentis erit in recta XO, tendens ad centrum vorticis. Ista igitur in abstracto dicta sufficiant.

Fig. XV.

§. LVI.

.... Cartesius duos, imo tres, apud....

FINIS.

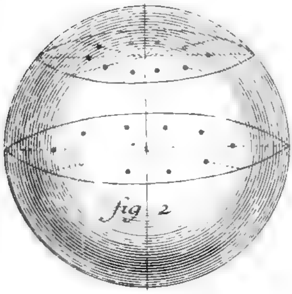


fig. 2

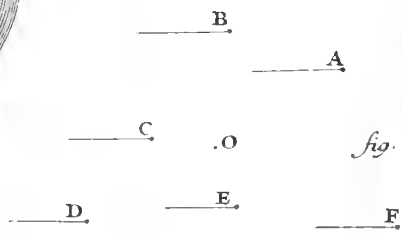


fig. 1

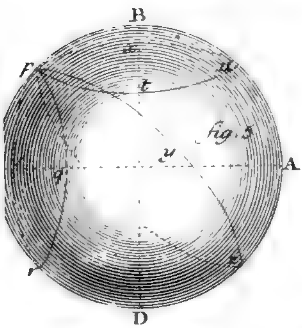


fig. 5

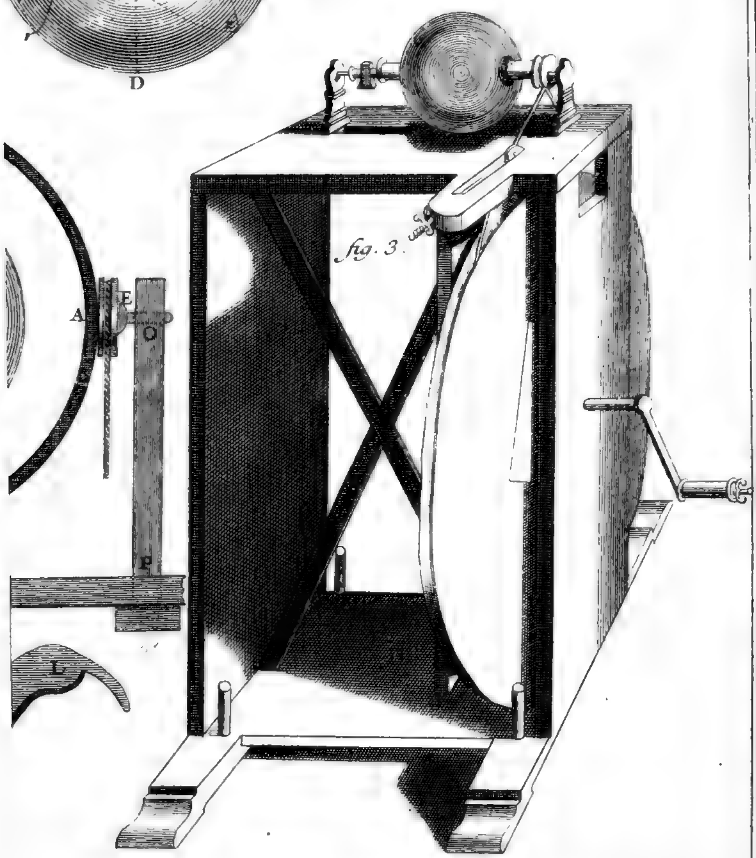
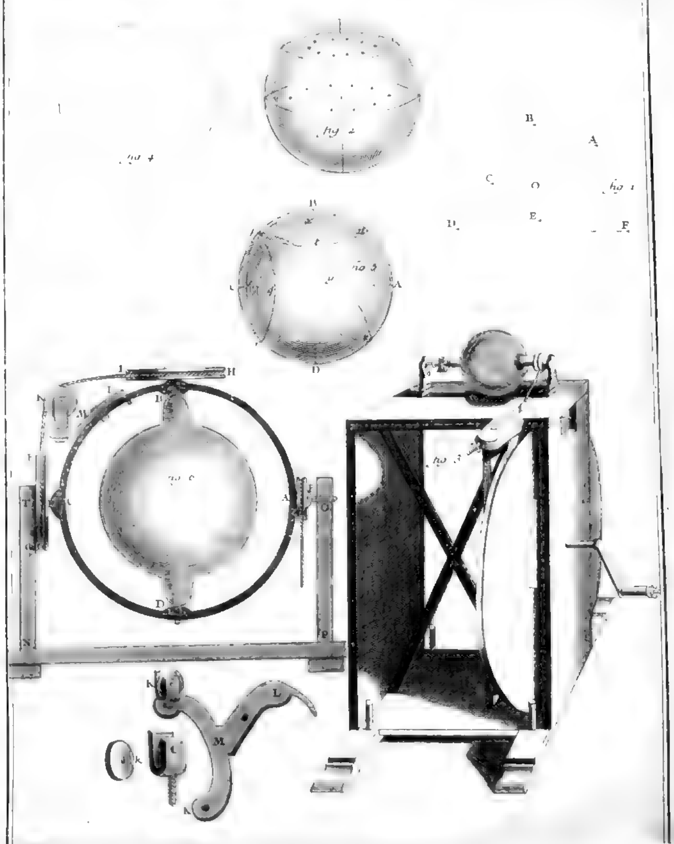


fig. 3

Prix de l'Academie 1738 Tab. I

18



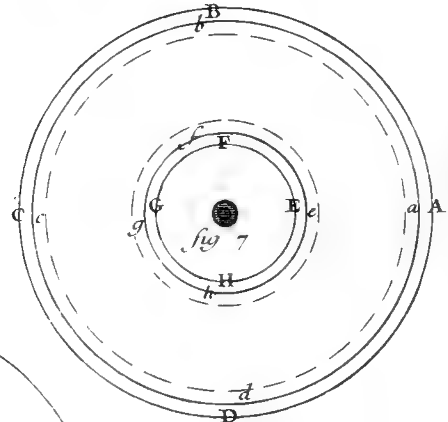


fig 7

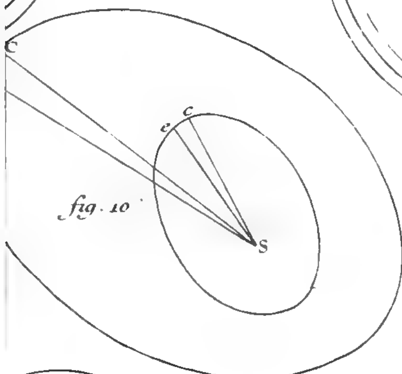


fig. 10

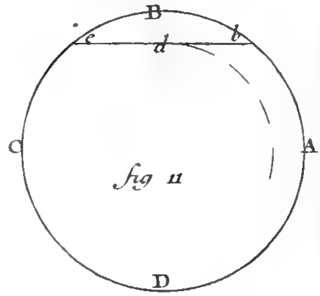


fig 11

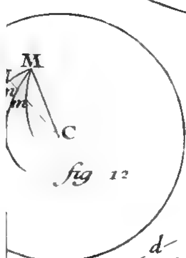


fig 12

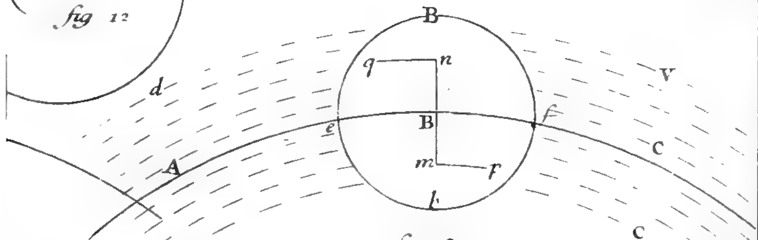


fig. 13

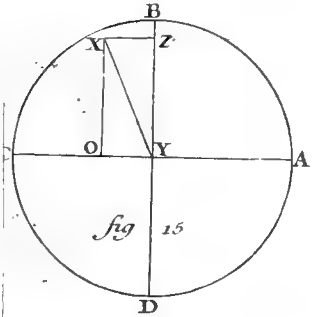
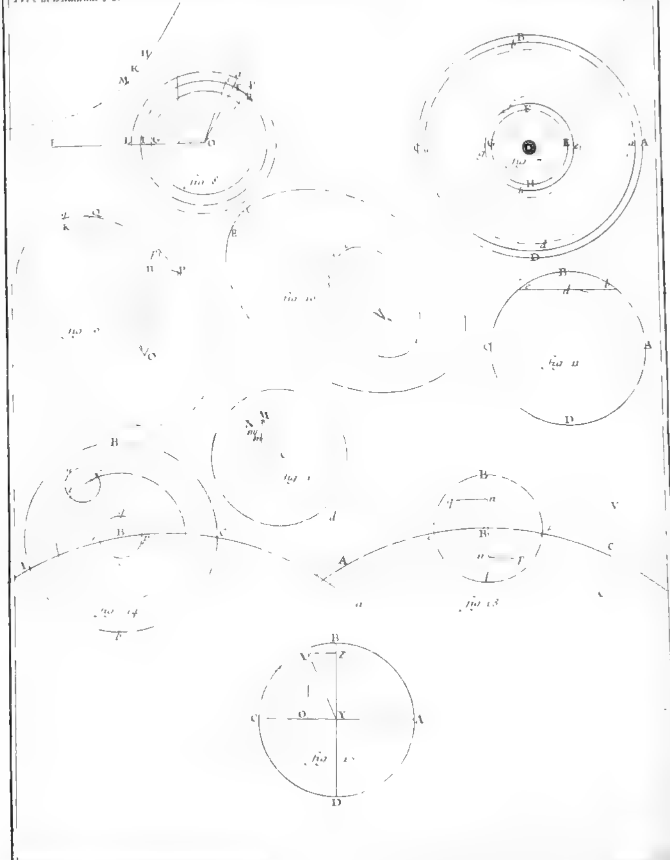


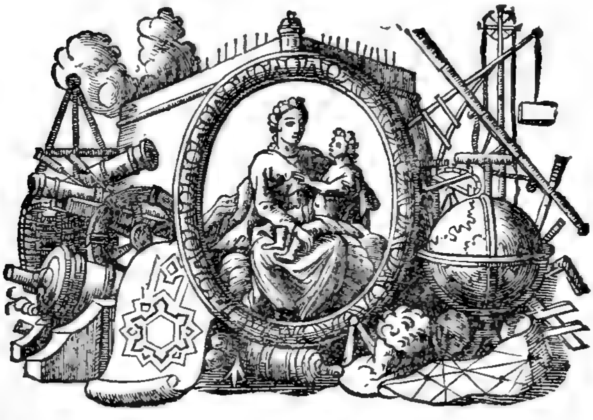
fig 15



DE LA METHODE
D'OBSERVER
EXACTEMENT SUR MER
LA HAUTEUR DES ASTRES.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Academie Royale des Sciences
pour l'année 1729.

Par Monsieur BOUGUER, *Professeur Royal en Hydrographie au Croisic, & Membre de l'Academie Royale de Bordeaux.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXIX.
Avec Approbation & Privilege du Roy.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du *6.* Avril *1699* n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du *13.* Août *1713.* Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journaliéres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées*; comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la datte desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, &qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

DE LA MÉTHODE D'OBSERVER EXACTEMENT SUR MER LA HAUTEUR DES ASTRES.

—— Oculoſque ſub aſtra tenebat.

Virg. Mar. Æneï. Lib V.

LORSQUE l'Academie Royale des Sciences propoſe aux Sçavans de toutes les Nations, de déterminer *quelle eſt la meilleure Méthode d'obſerver les hauteurs ſur Mer, par le Soleil & par les Etoiles; ſoit par des inſtrumens déja connus, ſoit par des inſtrumens de nouvelle invention*, Elle montre dans cette rencontre, comme dans toutes les autres, l'extrême attention qu'elle a pour l'utilité publique, & pour la perfection des Arts. Elle ne pouvoit pas choiſir en effet de matiere plus importante, & qui interreſsât davantage les Marins. Car réduits en Mer à ne pouvoir trouver que la ſeule latitude, avec un peu de préciſion, les Pilotes ne ſçavent point trop ce qu'ils doivent penſer des inſtrumens dont ils ſe ſervent ; & il ne paroît pas non plus que les Hydrographes aïent pris beaucoup de ſoin de les en inſtruire. Heureuſement rien n'eſt plus propre à porter les Sçavans à faire tous leurs efforts, pour tâcher de ſupléer à ce défaut, que l'invitation que fait aujourd'hui l'ACADEMIE. Je me ſuis auſſi laiſſé entraîner par l'eſperance, peut-être, trop flateuſe, de pouvoir mériter les ſuffrages de cette célébre Compagnie : mais je ne propoſe mes idées, qu'après les avoir examinées avec le dernier ſcrupule ; & qu'après avoir fait attention, que le Tribunal devant lequel j'oſe parler, diſtingue le vrai du faux, à ſes moindres caracteres.

§. I.

On peut diviſer en deux eſpeces différentes, tous les inſtrumens qu'on peut emploïer ſur Mer, pour obſerver la hauteur des Aſtres. Les premiers, qui paroiſſent être d'un uſage beaucoup plus commode à terre, ont un fil à plomb, ou bien ils prennent d'eux-mêmes, par leur peſanteur, une ſituation horiſontale. Nous avons de ce nombre le quart de cercle ordinaire des Aſtronomes, l'aſtrolabe, l'anneau aſtronomique, l'Hémiſphere nautique de *Michel Cognet*, &c. Les autres inſtrumens, comme le bâton aſtronomique de *Gemma*, l'arbaleſtrille, le quartier Anglois, &c. ſont ceux qui ont beſoin d'horiſon & qui ne peuvent ſervir qu'en Mer ; parce que l'Obſervateur eſt obligé, pour les ajuſter, de prendre pour ligne horiſontale, le raïon viſuel tiré de ſon œil à la ſéparation aparente de la Mer & du Ciel. C'eſt de ces derniers inſtrumens dont on ſe ſert depuis aſſez long-tems dans la Marine, mais peut être s'eſt on déterminé un peu trop-tôt en leur faveur ; car eſt-il certain qu'on ne pourroit pas à l'aide d'une bonne ſuſpenſion, garantir les premiers des plus grandes agitations du vaiſſeau ? Ce doute nous engage à examiner principalement les inſtrumens de la premiere eſpece; ceux qui prennent d'eux-mêmes leur ſituation. Nous ferons enſuite nôtre choix : Et afin de ne rien omettre ſur le ſujet dont il s'agit, nous ajouterons une ſeconde Partie, dans laquelle nous parlerons des corrections, dont la hauteur a beſoin.

PREMIERE PARTIE.

Examen des Inſtrumens, qui ſont les plus propres pour obſerver en Mer la hauteur des Aſtres.

CHAPITRE PREMIER.

Deſcription des Inſtrumens qui portent avec eux leur horiſon ; & premierement de l'Aſtrolabe.

§. II.

SI on examinoit d'abord la maniere de ſuſpendre les Inſtrumens de la premiere eſpece, & ſi on trouvoit qu'on ne le peut pas faire d'une maniere aſſez parfaite, on pourroit ſe diſpenſer de parler enſuite de ces ſortes d'Inſtrumens. Mais comme nous nous propoſons toujours d'en dire quelques choſes, nous croïons qu'il eſt plus à propos de ne travailler à leur ſuſpenſion, qu'après que nous aurons choiſi celui qui eſt le plus exact & le plus commode. Les Figures 1, 2, 3, 4 & 5. repréſentent à peu près tous ces Inſtrumens dont on s'eſt ſervi, ou dont on pourroit ſe ſervir dans la Marine. Le premier eſt l'aſtrolabe des Pilotes, bien different des trois aſtrolabes des Aſtronomes, qui ne ſont autre choſe que des Planiſpheres, qu'on attribuë à *Ptolomée*, à *Gemma*, & à *Royas*. L'aſtro- Fig. 1.

labe des Marins eſt un gros cercle de cuivre de 8 ou 9 pouces de diametre, dont la circonférence eſt partagée en quatre parties égales par les deux diametres KL & HI; & dont chaque partie eſt diviſée en 90 degrez. Il a de plus une allidade ou regle mobile BD apliquée au centre C, & qui porte à ſes deux extremitez, deux pinnules B & D. On ſuſpend cet inſtrument par la boucle A; & dirigeant enſuite l'allidade BD vers l'aſtre, on trouve la hauteur marquée en F ou en E.

§. III.

Il n'eſt pas néceſſaire d'expliquer comment on graduë cet inſtrument; mais il eſt à propos de dire un mot d'un défaut conſidérable que nous avons remarqué dans la conſtruction de tous ceux que nous avons vû. C'eſt qu'au lieu de placer les deux pinnules vers les deux extremitez de l'allidade, en mettant entre elles le plus grand éloignement qu'il eſt poſſible, les Pilotes les faiſoient placer au contraire vers le centre à environ deux pouces de diſtance l'une de l'autre. Le Pere *Fournier* qui autoriſe cet uſage dans ſon *Hydrographie*, veut qu'on s'y conforme, afin que le centre de gravité de l'inſtrument ne ſoit point ſujet à changer de place lorſqu'on fait tourner l'allidade; ou pour me ſervir des propres termes de ce bon Pere, *afin que l'allidade ou regle qui porte les pinnules, ſoit inſenſible en quelque ſituation qu'elle ſoit, au reſpect du poids de l'Inſtrument*. Mais il eſt certain qu'auſſi-tôt que l'allidade eſt bien en équilibre, autour du centre C, on peut la faire tourner, ſans craindre que ſon centre de gravité change de place, ni que celui de tout l'Inſtrument en change auſſi. Il n'y a que le centre d'oſcillation qui ne reſte pas toujours dans le même endroit. Mais comme il eſt démontré que ce centre eſt toujours ſitué dans tous les corps, ſur la ligne droite qui paſſe par leur point de ſuſpenſion & par leur centre de gravité, ce centre ne doit faire ſimplement que monter ou deſcendre un peu, le long du diametre K L, lorſqu'on fait tourner l'allidade ; & ainſi ce doit être préciſement la même choſe, que s'il reſtoit toujours dans le même endroit.

§. I V.

Pour nous, nous ſoupçonnerions que les Pilotes n'aprochoient ainſi les deux pinnules l'une de l'autre, qu'afin d'avoir enſuite plus de facilité à diriger l'allidade vers l'Aſtre. Mais ils ne remarquoient pas que cette facilité portoit préjudice à l'exactitude Ils dirigeoient, il eſt vrai, plus aiſément l'allidade : mais ce n'étoit que parce qu'ils ſe contentoient de le faire avec moins de juſteſſe ; ou que parce qu'ils voïoient moins bien enſuite l'erreur qu'ils pouvoient commettre. En effet ſi dans un grand aſtrolabe, les deux pinnules ſont, par exemple, éloignées l'une de l'autre de 16. pouces, on ne pourra pas en dirigeant l'allidade ſe tromper de 3 ou 4 minutes, ſans qu'on s'en aperçoive auſſi-tôt : car le raïon de lumiere qui paſſe à travers d'une des pinnules, au lieu de venir tomber exactement ſur le milieu de l'autre, en tombera à un ſixiéme ou à un ſeptiéme de ligne, & cette petite quantité commence à être ſenſible. Mais ce ne ſeroit plus la même choſe, ſi on raprochoit les deux pinnules, & qu'on les mît à quatre ou cinq fois moins de diſtance l'une de l'autre : il eſt évident qu'il faudroit alors, que l'erreur fût quatre ou cinq fois plus grande, pour qu'elle ſe manifeſtât auſſi ſenſiblement. C'eſt pourquoi il n'y a point de doute, qu'on ne doive toujours mettre entre les pinnules, la plus grande diſtance qu'il eſt poſſible.

De l'Anneau Aſtronomique.

§. V.

La ſeconde figure repréſente l'anneau aſtronomique, Fig. 2.

qui eſt un gros anneau de cuivre, qu'on ſuſpend par la boucle A, comme l'aſtrolabe; mais qui a un petit trou en B, par lequel on fait paſſer la lumiere du Soleil; & cette lumiere venant ſe projetter en D, dans la partie interieure de l'anneau, marque la hauteur de l'Aſtre. Le petit trou B doit être éloigné du point de ſuſpenſion A, d'environ 45 degrez ou de la huitiéme partie de la circonférence, afin que l'Inſtrument puiſſe ſervir à obſerver les grandes & les petites hauteurs avec la même exactitude. On voit auſſi aſſez que la ſurface interieure de la demie circonférence GDH, qui eſt ſujette à recevoir les raïons de lumiere, doit être diviſée en 90 parties, pour tenir lieu de degrez; & que ces parties doivent être ſubdiviſées en d'autres plus petites, pour marquer les minutes.

§. VI.

Cette graduation de l'anneau aſtronomique eſt un peu plus difficile à faire que celle de l'aſtrolabe. Car le petit trou B étant pris pour centre, on eſt obligé de décrire le quart de cercle FE, compris entre la ligne horiſontale BE & la ligne verticale BF; & après avoir diviſé ce quart de cercle en degrez, il faut tendre un fil ou bien tirer des lignes droites du centre B à tous les points de diviſion, & ce ſont ces lignes qui déterminent les degrez ſur la demie circonférence GDH de l'anneau. Tous les Auteurs qui ont parlé de cet Inſtrument, preſcrivent ordinairement cette conſtruction. Mais il ne paroît pas qu'ils aïent fait attention à toute la néceſſité qu'il y a de la ſuivre; car ils n'en ont point parlé. Cependant on rendroit preſque toujours la graduation très-défectueuſe, ſi ſans ſe donner la peine de tracer le quart de cercle EDF, & de tirer toutes les lignes BL, BN &c, on ſe contentoit de diviſer immédiatement la demie circonférence GDH en 90 parties égales. Cette méthode reviendroit à l'autre, ſi le demi cercle GDH étoit géométriquement parfait; mais elle s'en éloigneroit presque toujours sensiblement dans la pratique, parce que l'anneau n'est jamais rond dans la derniere rigueur.

§. VII.

Pour voir évidemment ce que nous avançons ici, on n'a qu'à suposer que l'arc G*r*D n'est pas exactement circulaire, & qu'il s'éloigne en *r* de l'arc de cercle GKD de la petite quantité *r*K. Cette quantité peut aller fort aisément à un cinquiéme ou à un quart de ligne sans qu'on s'en aperçoive : car ce n'est pas ici la même chose que lorsqu'il s'agit d'un cercle tracé sur un plan. On peut vérifier sans aucune peine l'exactitude de ce dernier, en apliquant un compas à son centre : mais on ne peut pas vérifier avec la même facilité la rondeur de la surface intérieure de l'anneau ; parce qu'outre que cette surface pourroit être exactement circulaire par ses deux bords, & ne l'être pas par le milieu, il y a encore assez de difficulté à déterminer son centre. Mais suposons donc qu'il s'en faut la quantité *r*K que l'anneau ne soit exactement rond en *r* : il est évident que ce défaut n'empêchera pas qu'on ne détermine, par exemple, exactement le point R du 15me degré de hauteur, si du point L qui marque le 15me degré, sur le quart de cercle EDF, on tire la ligne droite LKB au point B. Mais il y auroit de l'erreur, si pour marquer le 15me degré on prenoit sur la surface interieure de l'anneau, la moitié de l'arc GP qui répond à 30 degrez : car on trouveroit alors le point *r* qui seroit situé sur le sémi-diametre CK & qui différeroit du point R, du petit espace *r*R, presqu'égal à *r*K. Ainsi, si *r*K étoit effectivement d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne, *r*R seroit à peu près d'autant, & causeroit parconsequent une erreur assez considérable dans la graduation. C'est ce qui montre qu'on ne doit pas diviser l'anneau astronomique, en se contentant de faire par le moïen du compas tous ses degrez égaux : mais qu'on doit emploïer le quart de cercle E D F, pour trouver principalement les premieres divisions vers G & les dernieres vers H. Au surplus l'anneau astronomique est d'un usage assez commode, aussi-tôt que le peu d'agitation du Vaisseau laisse la liberté de s'en servir. Aussi raporte-t-on que feu M. de Chazelles l'emploïoit avec beaucoup de succès dans ses voïages sur la Méditerranée.

Description de quelques autres Instrumens proposez par différens Auteurs.

§. VIII.

Outre les deux Instrumens précedens dont on a fait un long usage dans la Marine, on en a proposé plusieurs autres, ausquels on attribuoit quelques avantages particuliers. On a de ce nombre l'Hémisphere nautique de *Michel Cognet*, d'Anvers, qui prétendoit non-seulement observer en Mer la hauteur du Soleil, mais qui vouloit aussi que son Instrument servît de Cadran, & qu'il fit trouver en même-tems la latitude de l'endroit où l'on est. Le seul nom d'Hémisphere suffit pour donner une idée de la figure de cet Instrument. On l'orientoit par le moïen d'une Boussole; & la hauteur du Soleil se mesuroit sur un demi cercle mobile qui servoit d'azimuth ou de vertical, & qui représentoit la moitié supérieure d'un astrolabe.

§. IX.

Fig. 3. On voit dans la Figure 3 le demi cercle de M. *Meynier*, actuellement Professeur Royal en Hydrographie au *Havre de Grace*. Ce demi cercle se suspend par la boucle A; & le raïon du Soleil passant par la pinnule C, qui répond au centre, vient se rendre en E dans la partie interieure de l'arc, & fait connoître la hauteur comme dans l'anneau astronomique. Cet instrument peut être aussi d'usage

la

la nuit, pour obſerver la hauteur des Etoiles : mais aparemment qu'on le ſuſpend dans un ſens contraire, & qu'on viſe à l'Etoile par la pinnule du centre & par une autre pinnule ſituée ſur la circonférence. Nous ne connoiſſons ce demi cercle que pour en avoir vû une deſcription très-ſuccinte * : mais nous ne doutons point que ſon ſçavant Auteur ne lui procure une ſituation conſtamment horiſontale, malgré le poid de la pinnule qui eſt ſituée ſur la circonférence, & qu'on eſt obligé de faire monter ou deſcendre ſelon que les hauteurs ſont plus ou moins grandes.

§. X.

La Figure 4 repréſente un quart de cercle, dont on pourroit ſe ſervir de la même maniere que du demi cercle de M. *Meynier ;* mais qui ne feroit propre que pour obſerver la hauteur du Soleil. On ſuſpendroit ce quart de cercle par la boucle A, & faiſant paſſer la lumiere du Soleil par le petit trou C, elle viendroit marquer en E la hauteur. Enfin on voit dans la Figure 5 un autre quart de cercle qui ne differe du précédent qu'en ce qu'il ne prend pas de lui-même ſa ſituation & qu'il faut la lui donner, en plaçant horiſontalement ſon côté BC, par le moïen d'un niveau à air HI qui y eſt attaché. On peut apliquer le niveau de la même façon à pluſieurs autres inſtrumens [a] : c'eſt ce qui fut propoſé la premiere fois dans les aſſemblées qui ſe tenoient à Paris, chez le fameux M. *Thevenot*, & ce qu'on communiqua enſuite aux Académies de Londres & de Florence.

Fig. 4.

Fig. 5.

§. XI.

Au ſurplus, comme tous les Inſtrumens qui portent

* Dans l'Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1724. *pag.* 93.

a Voyez la quatriéme partie des voyages de M. Thevenot.

leur horiſon avec eux, ſe raportent aiſément à ceux dont nous venons de parler, il n'eſt nullement beſoin de nous répandre dans de plus longues deſcriptions, ni de multiplier davantage nos Figures. Nous ne faiſons point mention ici du quart de cercle des Aſtronomes; parce qu'il paroît aſſez que cet Inſtrument, qui eſt très-exact à terre, le ſeroit très-peu ſur un Vaiſſeau, à cauſe de la double agitation à laquelle il ſeroit ſujet; ſçavoir à ſon agitation propre, & à celle de ſon fil à plomb. Il n'en eſt pas de même de la plûpart des Inſtrumens dont on vient de parler; car ils ne ſont expoſez qu'à leurs ſeuls & propres balancemens, & ils ſont donc par cette raiſon beaucoup plus commodes pour la Mer. On ne gagneroit rien auſſi de ſubſtituer à la place du fil à plomb, une regle chargée d'un poid par ſon extremité d'enbas : car outre qu'elle ſeroit expoſée à la même agitation, elle donneroit encore beaucoup plus de priſe au choc du vent. Ainſi dans le deſſein où nous ſommes de marquer quels ſont les Inſtrumens qu'on doit préferer ſur Mer, nous n'avons qu'à examiner ſimplement ceux que nous avons repréſentez dans nos cinq premieres Figures.

CHAPITRE II.

Du choix qu'on doit faire entre les Inſtrumens décrits dans le Chapitre précédent.

§. XII.

IL ſemble d'abord que quelques-uns de ces Inſtrumens ſont préférables aux autres, parce qu'ils peuvent ſervir la nuit pour prendre hauteur aux Etoiles. Mais pour peu qu'on y faſſe attention, on reconnoît qu'il n'y en a aucun de cette eſpece, qui ſoit propre à cette obſervation, & qui ait à cet égard un avantage bien réel ſur les autres.

Qu'on ſe ſerve de l'aſtrolabe ou du demi cercle de la Figure ; en le changeant de diſpoſition, il faudra pour obſerver la hauteur d'une Etoile, la regarder par deux pinnules ; mais comme la premiere de ces pinnules ne ſera percée que d'un très-petit trou, il ſera extrémement difficile de viſer exactement à l'Etoile, pendant que l'Inſtrument d'un côté & l'Obſervateur de l'autre, ſeront toujours expoſez à quelque mouvement. Pour ſe convaincre de ce que nous diſons ici, on n'a qu'à tâcher de prendre à terre la hauteur de quelque Etoile avec l'aſtrolabe, ou avec quelqu'autre Inſtrument ſuſpendu de la même maniere : on verra combien on eſt incommodé par les plus petits balancemens que le vent imprime à l'aſtrolabe. L'Etoile ſera difficile à ſaiſir ; on perdra du tems à diriger la regle mobile ; & l'Inſtrument une fois agité par le vent ou par la main de l'Obſervateur, ne reprendra pas enſuite tout d'un coup ſa ſituation verticale. Voilà déja bien des difficultez : mais on en trouvera encore de bien plus conſidérables, ſur un Vaiſſeau : car l'agitation de l'Inſtrument ſera entretenuë & continuée par le mouvement qu'a toujours le Navire, & le Pilote ſera obligé en même-tems, pour ſe ſoutenir, de s'apuïer alternativement ſur l'une & l'autre jambe, de s'incliner de part & d'autre, & de prendre je ne ſçai combien de différentes poſtures. Il n'eſt pas poſſible d'exprimer toutes ces ſituations : mais il eſt toujours évident qu'elles ne permettront point de regarder par les pinnules, ni d'apliquer l'œil à l'allidade. Il faut en un mot, pour qu'un Pilote puiſſe obſerver en Mer la hauteur des Etoiles, qu'il ôte à ſon Inſtrument la liberté de ſe mouvoir & qu'il l'aſſujetiſſe contre ſon œil, de maniere qu'il ne ſoit ſujet à aucune autre agitation qu'à celle qu'il reçoit lui-même du Vaiſſeau. Mais il faudroit pour cela que l'Inſtrument eût raport à l'arbaleſtrille ou au quartier Anglois : car, comme il ne prendroit plus de lui-même ſa ſituation horiſontale, le Pilote ſeroit obligé, pour la lui donner, de ſe ſervir de l'horiſon ſenſible ou viſuel.

§. XIII.

Il faut remarquer que ceci eſt conforme à ce que penſent les gens du Métier ſur ce ſujet. Car le *Pere Fournier*, par exemple, qui avoit une longue expérience de la Mer, & dont l'autorité doit être par conſequent d'un très-grand poid dans un pareil fait, inſinuë (pag. 370.) de ſon *Hydrographie*, qu'on ne peut point ſe ſervir de l'aſtrolabe, pour obſerver la hauteur des Etoiles. Il eſt vrai qu'on n'avoit point encore réuſſi de ſon tems à diminuer l'agitation de l'Inſtrument, en le ſuſpendant d'une maniere particuliere. Mais on peut aſſurer que quelque parfaite que ſoit la ſuſpenſion qu'on inventera, l'Inſtrument ſera toujours ſujet à quelques balancemens, & à quelques ſecouſſes irrégulieres, qui ne s'accorderont point avec celles de l'Obſervateur : & il eſt clair qu'il n'en faut pas davantage pour empêcher d'apliquer l'œil à une pinnule fort étroite, & de viſer à un objet tel qu'une Etoile.

§. XIV.

Cela ſupoſé, on ne doit conſiderer les Inſtrumens qui portent leur horiſon avec eux, que dans le ſimple uſage qu'on en peut faire pour obſerver la hauteur du Soleil, & on n'a donc ici ſimplement qu'à examiner leſquels ſont les plus propres pour cette obſervation. Il faut choiſir d'abord ceux qui ont de plus grands degrez : car on ſçait que c'eſt de cette grandeur que dépend principalement l'exactitude des opérations. Elle en dépend même de deux manieres ; parce que, 1°. Le Fabricateur commet moins d'erreur en conſtruiſant l'Inſtrument ; & parce que, 2°. L'Obſervateur en commet auſſi moins lorſqu'il s'en ſert. Il eſt certain que quelque ſoin qu'aporte un Ouvrier lorſqu'il place les pinnules, & lorſqu'il fait les diviſions des degrez, il peut toujours ſe tromper de quelques petites quantitez ; au moins de celles qui ſe refuſent à nos regards. Or ces petites erreurs deviennent moins conſidérables à meſure que les degrez de l'Inſtrument ſont plus grands. Si, par exemple, ces erreurs ſont de la dixiéme partie d'une ligne, elles ne produiront qu'une minute dans un certain Inſtrument : au lieu qu'elles en produiroient trois ou quatre dans un autre dont les degrez ſeroient trois ou quatre fois plus petits. Ce ſera auſſi la même choſe pour l'Obſervateur ; il croira que l'allidade ſe trouvera préciſement ſur une certaine diviſion, ou que le raïon de l'Aſtre viendra s'y rendre exactement : mais il s'en manquera toujours quelque choſe ; & cette erreur ſe trouvera d'un plus grand nombre de minutes ſi les degrez ſont plus petits. Voilà ce qui oblige de choiſir les Inſtrumens dont les degrez ont le plus d'étenduë : mais on a auſſi quelqu'autre ehoſe à conſiderer. Il eſt certain que tout le reſte étant égal, on doit préferer les Inſtrumens qui ſe placent d'eux-mêmes ; ceux qui n'ont point d'allidade ou de regle mobile ; ceux qui n'obligent point l'Obſervateur à partager ſon attention ; ceux enfin qui ſont d'une figure moins embaraſſante.

§. XV.

Mais il ſuffit de conſiderer les Inſtrumens que nous venons de décrire, pour reconnoître que l'anneau aſtronomique & le quart de cercle de la Figure 4 ſont les ſeuls qui ont à peu près tous ces avantages. On voit d'abord que les degrez de l'anneau ſont beaucoup plus grands que ceux de l'aſtrolabe & que ceux du demi cercle de la Figure 3 ; & cette grandeur des degrez nous promet donc déja une plus grande exactitude. Mais une autre raiſon nous engage encore à préferer en particulier l'anneau à l'aſtrolabe : c'eſt qu'il ſuffit de tourner le côté de l'anneau vers le Soleil, pour que la hauteur ſe trouve marquée comme d'elle-même en D ſur la ſurface interieure : au lieu qu'après avoir fait la même chose à l'astrolabe, il faut encore toucher bien des fois à sa regle mobile, avant de pouvoir la diriger exactement vers le Soleil; & on a quelquefois beaucoup de peine à réussir. L'Hémisphere nautique de *Michel Cognet* est sujette à plusieurs défauts, qu'on pourroit peut-être venir à bout de corriger: mais ce même inconvénient lui resteroit toujours; & on peut reprocher aussi quelque chose de semblable au quart de cercle de la Figure 5 proposé chez M. *Thevenot*. S'il est difficile en effet d'ajuster la regle mobile de l'astrolabe, il doit l'être encore incomparablement davantage, & on peut même dire qu'il doit être impossible de mettre sur un Navire le niveau HI, dans une situation exactement horisontale, & de l'entretenir pendant quelque tems, précisement dans le même état. D'ailleurs on est obligé de regarder en deux endroits à la fois lorsqu'on se sert de ce dernier instrument: on est obligé de prendre garde à la situation du niveau, & de considerer en même-tems le point où se termine le raïon de lumiere; & ainsi il faudroit toujours deux personnes pour observer la hauteur.

§. XVI.

Mais ne pourroit-on pas imaginer quelqu'autre Instrument qui n'eût point besoin d horison, & qui fût encore plus parfait que l'anneau astronomique ou que le quart de cercle de la Figure 4? On voit assez que cela n'est pas possible: car dans une opération aussi simple que celle de prendre hauteur, on ne doit emploïer que des Instrumens très-simples; & de pareils Instrumens ont dû s'offrir les premiers & comme d'eux-mêmes à l'esprit. Ainsi, s'il est très-facile d'en imaginer encore de nouveaux, il n'y a cependant aucun lieu de croire qu'on puisse en inventer de préférables: ou bien ils ne représenteroient pas si naturellement la partie du Ciel qu'on veut mesurer; ou bien ils ne feroient pas fi faciles à ajufter; ou bien leurs degrez ne feroient pas fi grands à proportion. C'eft auffi ce que l'expérience juftifie en quelque maniere; puifque dans le genre des Inftrumens dont il s'agit ici, nous ne voïons pas que ceux qu'on a propofez depuis un certain tems, comme, par exemple, le quart de cercle de la Figure 5 l'emporte le moins du monde fur ceux * qui furent mis en ufage il y a trois fiecles, par les premiers Inftituteurs de la nouvelle Navigation.

§. XVII.

Ainfi il ne refteroit plus qu'à choifir entre l'anneau aftronomique & le quart de cercle de la Figure 4. Mais ces deux Inftrumens font affez égaux: car s'il eft un peu plus facile de bien graduer le dernier, il paroît auffi qu'il eft un peu plus aifé de bien fufpendre l'autre. Cette derniere confidération fait que nous nous déterminons en faveur de l'anneau. Il s'agit à préfent d'examiner s'il eft poffible de lui donner effectivement une fufpenfion affez parfaite; car cela eft encore néceffaire pour qu'on puiffe s'en fervir en Mer avec fuccès, & qu'on ne foit pas obligé de revenir aux Inftrumens qui font actuellement en ufage. C'eft ce que nous allons voir dans le Chapitre fuivant.

* Les Portugais imaginerent l'Aftrolabe, & commencerent à s'en fervir fous le Regne de Jean II.

CHAPITRE III.

De la suspension de l'Anneau Astronomique, & des autres Instrumens dont on peut se servir pour observer la hauteur des Astres.

§. XVIII.

IL n'est difficile de suspendre les Instrumens de la premiere espece, qu'à cause des secousses ausquelles le Vaisseau est sujet. Il en reçoit dans le sens horisontal & dans le vertical : & comme ces secousses sont produites par l'agitation de la Mer, & par le choc continuel des vagues, il n'est pas possible de les arrêter entierement ; tout ce qu'on peut faire c'est de les rendre moins violentes. On doit esperer qu'on y réüssira mieux maintenant qu'on a des régles plus sûres pour mâter les Vaisseaux. Les trois piéces sur ce sujet qui viennent de paroître par les soins de l'Académie, ne peuvent pas manquer de renfermer beaucoup d'inventions très-utiles. Mais quelque chose qu'on fasse, nous osons cependant assurer qu'on ne pourra jamais détruire toute l'agitation du Vaisseau. Il ne dépend pas de l'adresse des hommes, d'empêcher qu'une vague qui vient choquer le Navire par la prouë, ne l'arrête toujours un peu en lui causant une secousse vers l'arriere ; ni qu'une vague qui le choque par la poupe, ne lui imprime aussi quelques nouveaux degrez de vitesse en le poussant vers l'avant. Outre cela le Vaisseau sera toujours sujet à des secousses dans le sens vertical ; puisqu'en même-tems que les vagues le poussent horisontalement, elles le poussent aussi toujours en haut, à cause de l'inclination de sa proüe & de ses flancs : ainsi il doit s'élever avec force, & retomber ensuite par sa pesanteur lorsque le choq de la vague est accompli. Ce sont ces dernieres secousses que

que l'Auteur de la premiere des Piéces qu'on vient de citer a bien vû qu'il ne pouvoit pas empêcher ; mais qu'il a tâché de rendre moins irrégulieres & moins dangereuses, en faisant en sorte que le Navire conservât toujours sa situation horisontale lorsqu'il sort de l'eau, & lorsqu'il s'y enfonce.

Remarques sur les différentes suspensions qu'on a proposées jusques ici.

§. XIX.

Il n'est pas nécessaire d'un plus long examen des mouvemens du Vaisseau, pour se mettre en état de mieux juger de la bonté de toutes les suspensions qu'on a proposées jusques ici. On a voulu se servir de *genoux*, de *ressorts* à boudin, de *manches* de cuir, capables d'extension & de compression, &c. Mais il semble qu'on n'a toujours eu en vuë que de remédier aux secousses qui se font dans le sens vertical ; quoique ce ne soient pas celles-là qui alterent le plus la situation des Instrumens. Il est vrai que si elles les surprennent lorsqu'ils sont déja inclinez, elles peuvent faire augmenter leur inclinaison : mais généralement parlant, ce sont les secousses qui se font dans le sens horisontal qui produisent le mal, & qui causent les balancemens, qu'il seroit important d'empêcher. Représentons-nous un Pendule, un poid suspendu à l'extremité d'un fil : ce pendule demeurera exactement vertical tant que le Navire singlera avec un mouvement parfaitement uniforme : mais il commencera à faire des vibrations, aussi-tôt que la vitesse du sillage souffrira quelque changement ; parce que le mouvement du poid ne s'accordera plus avec celui du point de suspension. Si une vague, par exemple, en choquant la proüe, fait diminuer tout à coup la vitesse du Navire d'une certaine quantité ; le poid ira ensuite plus vite que le point de suspension de cette même quantité: & ainſi il avancera vers l'avant, en décrivant un arc de cercle par raport au Navire, juſqu'à ce qu'il ait perdu en montant toute ſa viteſſe relative. Mais lorſqu'il l'aura perduë, il retournera en arriere par ſa peſanteur; il fera donc pluſieurs vibrations de part & d'autre, & comme l'agitation de la Mer eſt continuelle, ces vibrations ne ceſſeront preſque jamais. Or la même choſe doit arriver auſſi aux Inſtrumens propres à prendre hauteur: car ce ne ſont toujours que des eſpeces de pendules, malgré tous les reſſorts & tous les genoux auſquels ils ſont attachez. Supoſé qu'on ſuſpende, par exemple, l'Inſtrument à des reſſorts AX & AZ (*Fig. 2.*) ces reſſorts obéïront un peu lorſque l'Inſtrument tendra à avancer d'un certain côté: mais le bas de l'Inſtrument avancera cependant toujours avec beaucoup plus de facilité que le haut.

§. XX.

Il peut venir en penſée de ſuſpendre l'Inſtrument d'une maniere toute différente; de le poſer ſur un morceau de bois ou ſur quelqu'autre corps léger, & de le faire floter ſur une liqueur. Mais lorſqu'après le choc d'une nouvelle vague, l'Inſtrument avancera avec une viteſſe différente de celle du Vaiſſeau, il trouvera toujours de la difficulté à fendre la liqueur qui le ſuporte; & ainſi ſa partie ſupérieure avancera plus promptement que l'inférieure, & il ſera par conſéquent encore ſujet à s'incliner, & à faire des balancemens. Lorſqu'on ſuſpend l'Inſtrument avec des reſſorts, ces reſſorts après qu'ils ſe ſont comprimez tendent avec force à reprendre leur premier état, & ils font des vibrations qui doivent contribuer à rendre irrégulieres celles de l'Inſtrument. Ce n'eſt pas ici la même choſe: car après que la liqueur a cedé au mouvement de l'Inſtrument, elle ne le repouſſe point en arriere avec la même force qu'un reſſort, qui en ſe reſtituant eſt ſujet à un retour. C'eſt pourquoi cette derniere ſuſpenſion eſt préférable à la premiere : mais cependant elle doit être encore toujours très-défectueuse ; puisque pendant que le haut de l'Instrument peut avancer avec sa premiere vitesse, le bas n'a pas la même liberté à cause de la résistance de la liqueur.

§. XXI.

En un mot, tant que l'Instrument sera suspendu par un point différent de son centre de gravité, il sera sujet à s'incliner & à faire des balancemens ; parce qu'une de ses extrémitez recevra par l'entremise des ressorts ou de la liqueur les secousses du Navire, au lieu que l'autre ne les recevra pas avec la même facilité, & qu'elle avancera toujours pendant quelque tems avec sa premiere vitesse. Ainsi pour rendre la suspension entierement parfaite, il faudroit pouvoir soutenir l'Instrument par son centre de gravité même : alors une partie ne pourroit point avancer sans l'autre, & comme le Vaisseau communiqueroit ensuite ses agitations à toutes les parties de l'Instrument à la fois, il ne tendroit point à lui faire perdre sa situation verticale. Mais ne tomberoit-on pas aussi dans un autre inconvenient ? Car on sçait qu'un corps suspendu par son centre de gravité n'affecte de lui-même aucune situation particuliere, & qu'il demeure aussi-bien dans un état que dans un autre ; de sorte qu'il ne peut se trouver ensuite de niveau, que par hazard. Il faudroit donc pouvoir réünir ces deux conditions, qui paroissent néanmoins incompatibles : que l'instrument, 1°. Fût suspendu par son centre de gravité, & que, 2°. Il affectât toujours de prendre une certaine situation. Il faudroit qu'il fût suspendu par son centre de gravité ; afin que les secousses du Navire ne lui causassent point de balancemens : & il faudroit qu'il affectât toujours un certain état ; afin qu'il pût toujours se trouver de niveau, & nous tenir continuellement lieu d'Horison.

Maniere de ſoutenir l'Inſtrument par ſon centre de gravité, & de faire cependant enſorte qu'il affecte toujours de prendre une certaine ſituation.

§. XXII.

Si ces deux conditions ne ſont pas incompatibles, il n'y a ſelon toutes les aparences qu'un ſeul moïen de les concilier. C'eſt de faire floter l'Inſtrument ſur une liqueur, comme dans le §. 20 : Mais en faiſant enſorte que le centre de gravité du tout, de l'Inſtrument & du corps qui le ſuporte, ſe trouve dans le milieu de la partie
Fig. 6. ſumergée. C'eſt-à-dire, que ſi SQRT (*Fig. 6.*) eſt la ſurface d'une certaine quantité d'eau ou d'huile, contenuë dans un grand vaſe, & que l'anneau aſtronomique A BC ſoit ſoutenu par le corps cilindrique & plat DEGF, qui flote dans le vaſe, il faut que ce corps DEGF ſoit tellement chargé, que le centre de gravité V du tout, ſe trouve enfoncé dans la liqueur & ſitué préciſement au milieu de la partie ſumergée QRGF. Il eſt certain que l'Inſtrument affectera enſuite une ſituation conſtante : car le corps DEGF tendra toujours à ſe mettre de niveau, & il s'y metroit quand même le centre de gravité V ſeroit beaucoup plus élevé. D'un autre côté l'Inſtrument & le corps DEGF ſeront comme ſuſpendus par leur centre de gravité V : car l'Hydroſtatique nous aprend que la force de la liqueur qui les ſoutiendra, en pouſſant de bas en haut, agira comme ſi elle étoit réunie dans le centre de gravité de l'eſpace QRGF qu'occupe la partie ſumergée. Si l'Inſtrument tend auſſi à avancer de côté ou d'autre, la direction de la réſiſtance de la liqueur paſſera par le centre de gravité V ; & ainſi cette réſiſtance s'opoſera au mouvement de toutes les parties de l'Inſtrument en même-tems, & elle ne le fera par conſequent point incliner. Voilà ce qui montre que nôtre ſuſpenſion ſatisferoit éga-

lement aux deux conditions qu'il s'agiſſoit de remplir. Fig. 6.

§. XXIII.

Pour rendre ceci encore plus ſenſible, ſupoſons pour un moment, que le corps DEFG s'incline de la plus petite quantité. La force avec laquelle la liqueur le pouſſera en haut, ne ſe réunira plus dans le centre de gravité V, mais dans le centre de gravité de la partie qui ſera alors ſumergée; & cette force agiſſant de bas en haut ſur une direction qui ne paſſera plus par le centre de gravité V, & qui ſera ſituée par raport à ce centre du côté de l'inclinaiſon, travaillera à rétablir la ſituation horiſontale. Il eſt vrai que lorſque le corps DEFG eſt de niveau, la force relative qui l'entretient dans cette ſituation eſt nulle ou infiniment petite: mais il ſuffit que cette force ſoit toujours prête à agir en cas d'inclinaſion, & qu'elle augmente lorſque l'inclinaiſon eſt plus grande. C'eſt en effet préciſement de la même maniere que les Pendules conſervent leur ſituation verticale: car la force relative qui les retient dans le même état, lorſqu'ils ſont ſituez verticalement eſt nulle ou infiniment petite; mais comme cette force augmente à meſure que le poid s'éloigne de la ligne verticale, elle l'oblige toujours d'y revenir. Toute la différence qu'il y a, c'eſt que le pendule ne peut pas conſerver ſa ſituation verticale dans un Navire; parce que comme on l'a déja aſſez dit, ſon poid n'eſt pas diſpoſé à ſuivre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion. Au lieu que les ſecouſſes du Vaiſſeau ne doivent pas alterer de la même maniere la ſituation de notre Inſtrument; parce qu'elles doivent ſe communiquer d'abord à ſon centre de gravité, par l'entremiſe de la liqueur, & quelles doivent tendre à faire avancer toutes ſes parties en même-tems.

§. XXIV.

Fig. 6. Pour faire maintenant enſorte que le centre de gravité V de l'Inſtrument ABC & du corps DEGF, ſe trouve effectivement au milieu de la partie ſumergée QRGF; on ſupoſera que ce corps DEGF eſt creux comme une boëte ou que c'en eſt même une; & que lorſqu'elle eſt tout-à-fait vuide & qu'elle n'eſt chargée que du poid de l'Inſtrument ABC, elle n'enfonce dans la liqueur que juſqu'à la ligne KL. Nous nommerons e la quantité verticale FK ou GL de cet enfoncement; & nous déſignerons par la lettre a la hauteur HI du centre de gravité commun H de cette boëte DEGF & de l'Inſtrument. Si nous voulons enſuite nous ſervir d'une plaque de plomb ou de quelqu'autre métail NOGF, pour charger la boëte & pour faire deſcendre le centre de gravité de H en V; nous nommerons z l'épaiſſeur NF ou OG de cette plaque, & nous exprimerons par les letres p & q le raport qu'il y a entre les peſanteurs ſpécifiques du plomb & de la liqueur dont nous nous ſervirons pour ſoutenir notre Inſtrument. Cela ſupoſé lorſqu'on mettra la plaque de métail dans le fond de la boëte DEGF, l'enfoncement augmentera de la quantité KQ ou LR qui ſera égale à $\frac{pz}{q}$. La boëte lorſqu'elle eſt vuide n'enfonce que juſqu'à la ligne KL; mais auſſi-tôt que ſon poid deviendra plus grand, elle enfoncera davantage & elle ne s'arrêtera que lorſqu'elle occupera la place d'un nouveau volume de liqueur qui ſoit préciſement du même poid que la charge qu'on lui aura ajoutée. Or z étant l'épaiſſeur FN ou GO de la plaque de métail, & p & q déſignant le raport des peſanteurs ſpécifiques de ce métail & de la liqueur, il eſt évident que $\frac{pz}{q}$ doit marquer ici l'épaiſſeur du volume de

liqueur qui eſt de même poid que la plaque NOGF. Fig. 6.
Ainſi $\frac{pz}{q}$ déſigne l'enfoncement KQ ou LR, produit par la peſanteur de cette plaque : & comme la boëte DEGF enfonçoit déja de la quantité FK ou GL $= e$, nous aurons $e + \frac{pz}{q}$ pour l'enfoncement total.

§. XXV.

Mais en même-tems que la plaque de métail NOGF fait que la boëte enfonce d'une plus grande quantité, elle fait auſſi que le centre de gravité H du tout change de place & qu'il ſe trouve plus bas. Pour découvrir le point V où il ſe trouve enſuite, on n'a qu'à faire attention que le centre de gravité commun de l'Inſtrument & de la boëte étant en H, & que celui de la plaque étant en S au milieu de ſon épaiſſeur IP ; le centre de gravité V du tout, doit partager la diſtance HS, en raiſon réciproque de la peſanteur de la plaque, & de la peſanteur de l'Inſtrument & de la boëte : c'eſt-à-dire, que VS doit être à VH, comme le poid de l'Inſtrument & de la boëte joints enſemble, eſt au poid de la plaque NOGF : & il ſuit de-là *componendo* que HS eſt à VH, comme la peſanteur du tout, de l'Inſtrument, de la boëte & de la plaque, eſt à la peſanteur particuliere de la plaque. Mais la boëte étant cilindrique, les enfoncemens ſont proportionels aux peſanteurs qui les produiſent, & ainſi nous pouvons mettre à la place de la peſanteur totale, l'enfoncement total FQ ou GR $= e + \frac{pz}{q}$, & à la place de la peſanteur particuliere de la plaque, l'enfoncement KQ ou LR $= \frac{pz}{q}$ que cauſe ſa peſanteur. On aura donc cette analogie ; HS $=$ HI $-$ SI $= a - \frac{1}{2}z$ | VH || $e +$

Fig. 6. $\frac{pz}{q} \mid \frac{pz}{q}$: & si après avoir déduit de cette analogie, la valeur $\frac{\frac{apz}{q} - \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$ de VH, on l'ôte de IH $= a$, il viendra $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$, pour la quantité requise IV, dont le centre de gravité V est élevé au-dessus du fond de la boëte. Mais puisque cette quantité doit être égale à la moitié de FQ ou de GR ($= e + \frac{pz}{q}$), pour que le centre de gravité V réponde au milieu de la partie sumergée FQRG, nous aurons l'équation du second degré $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}} = \frac{1}{2} e + \frac{pz}{2q}$ qui nous fournit la *formule* $z = \frac{-epq + q\sqrt{2ae \times \overline{p^2 - pq} + e^2pq}}{p^2 - pq}$; & cette formule exprime en grandeurs entierement connuës l'épaisseur z, qu'on doit donner à la piéce de métail NOGF.

§. XXVI.

On voit assez sans qu'il soit nécessaire que nous le disions, qu'on ne se servira dela formule précédente, qu'après qu'on aura déja construit l'instrument ABC & la boëte DEGF. On jugera par le poid qu'ils auront ensemble & par la pesanteur spécifique de la liqueur, de la quantité FK ou GL $= e$ dont la boëte doit d'abord enfoncer : ou bien pour trouver cette quantité d'une maniére plus simple, on la cherchera par l'experience, en faisant floter l'instrument sur la liqueur. Il sera aussi plus commode & plus

plus exact de déterminer le centre de gravité H par l'expérience, que de le chercher par le calcul, ſur les dimenſions de l'inſtrument & de la boëte. Enfin on connoîtra auſſi toûjours le rapport de p & de q, des peſanteurs ſpécifiques du métail dont on formera la plaque NOGF, & de la liqueur dont on ſe ſervira pour faire floter l'inſtrument. Ainſi rien n'empêchera d'employer la formule $z = \frac{-epq + q\sqrt{2ae \times \overline{p^2 - pq} + e^2pq}}{p^2 - pq}$ pour découvrir l'épaiſſeur que doit avoir la plaque.

§. XXVII.

Au ſurplus il faudra faire l'Inſtrument plus ou moins grand, ſelon qu'on voudra obſerver les hauteurs avec plus ou moins d'exactitude: mais il ſuffiroit peut-être de lui donner toujours 17 ou 18 pouces de diametre, & d'en donner 24 à la boëte cilindrique DG, avec 8 de hauteur. Supoſé qu'on fît cette boëte d'étain & qu'on lui donnât effectivement les dimenſions que nous diſons, avec une ligne d'épaiſſeur à ſon pourtour & à ſes deux fonds, elle peſeroit environ 37 livres, auſquelles on pourroit ajouter encore 7 livres pour le poid de l'Inſtrument. Ce ſeroit en tout 44 livres: cette peſanteur feroit enfoncer la boëte dans l'eau de Mer d'environ $2\frac{1}{3}$ pouces, & le centre de gravité commun H de la boëte & de l'Inſtrument, ſeroit élevé au-deſſus du fond FG de $6\frac{1}{4}$ pouces. Ainſi il faudroit introduire $6\frac{1}{4}$, & $2\frac{1}{3}$, à la place de a & de e, dans nôtre formule; & ſi on ſe déterminoit à faire auſſi la plaque NG d'étain, il n'y auroit qu'à mettre 43 & 6 à la place de p & de q; parce que les peſanteurs ſpécifiques de l'étain & de l'eau de Mer, ſont à très-peu de choſe près comme 43 eſt à 6. C'eſt de cette ſorte que j'ai trouvé que la plaque NOGF doit avoir un peu plus de $5\frac{1}{3}$ lignes d'épaiſſeur: & il eſt facile de voir enſuite qu'elle doit avoir Fig. 6.

presque 202 pouces cubiques de solidité, & qu'elle doit peser environ 60 livres 5 onces, à proportion du pied cubique qui pese 516 livres 2 onces. Il sera facile sur ces mesures de donner à la plaque sa juste grandeur : mais comme il peut cependant se glisser toujours quelques erreurs, & que d'ailleurs nous avons aussi négligé quelque chose, afin de rendre notre solution plus simple, il sera à propos de faire la plaque un peu plus pesante, afin que le centre de gravité se trouve un peu trop bas ; & l'on apliquera au haut de l'Instrument un petit poid Z, comme
Fig. 7. on le voit dans la Figure 7, qu'on fera monter ou descendre le long de la vis PQ, jusqu'à ce qu'on reconnoisse par la stabilité de l'Instrument, que le centre de gravité est dans sa véritable place. On a représenté dans la Figure 7 la machine entiere : RO est le vase qui contient la liqueur & qui est soutenu comme les boussoles de Mer ; & DE est la boëte cilindrique qui flote sur la liqueur, & qui porte l'anneau astronomique ABC. On voit bien que nous n'avons pas pu marquer dans cette Figure la plaque d'étain qui doit être dans le fond de la boëte ; n'y représenter des ressorts qu'on doit mettre au tour du vase RO par dedans, pour obliger la boëte DE à demeurer toujours à peu près dans le milieu : mais deux de ces ressorts paroissent en Z
Fig. 6. & en Y dans la Figure 6 ; & il est clair qu'ils doivent répondre au milieu de la partie sumergée de la boëte ; afin que la direction de leur effort, lorsqu'ils agissent, passe toujours précisément par le centre de gravité V.

Remarques sur la suspension précedente.

§. XXVIII.

Enfin on néglige de raporter ici différentes autres précautions, parce qu'elles sont assez faciles à imaginer, & qu'on craint aussi de se trop étendre. Il est, par exemple, évident qu'au lieu de soutenir le vase RO [Fig. 7.) comme les bouſſoles de Mer ou comme les lampes de *Cardan*, on pourroit le faire floter dans un autre vaſe, en faiſant enſorte que ſon centre de gravité & de toute ſa charge ſe trouvât au milieu de la partie ſumergée. Il eſt clair qu'il faut auſſi choiſir l'endroit du Vaiſſeau où il y a le moins de mouvement : cet endroit ſe trouve vers le centre de gravité du Navire ; ou plûtôt vers le centre de gravité de la coupe horiſontale de la carene faite à fleur d'eau, comme on pourroit le démontrer aſſez aiſément. Avec toutes ces attentions on rendroit la machine aſſez parfaite : mais on eſt cependant obligé d'avoüer qu'elle ſera encore toujours ſujette à faire quelques balancemens. Elle conſerveroit ſa ſituation verticale ſi la ſurface de la liqueur reſtoit continuellement de niveau : mais comme cette ſurface ſe trouvera ſouvent inclinée, à cauſe de l'agitation du Navire ; l'Inſtrument ſera auſſi toujours un peu expoſé à perdre ſa ſituation horiſontale.

§. XXIX.

En effet lorſque pluſieurs vagues viennent choquer le Navire, elles doivent faire changer ſenſiblement la viteſſe de ſon ſillage, elles doivent la faire accélerer ou la faire diminuer ; & le changement doit ſe faire par des degrez ſenſiblement égaux, tant que les vagues n'impriment qu'une petite partie de leur viteſſe au Navire ; parce qu'elles doivent toujours le fraper alors à peu près avec la même force. Or ſi la viteſſe du Vaiſſeau ne diminuë, par exemple, que d'un pied dans une ſeconde, la diminution ſe fera par des degrez environ vingt-ſix fois plus petits que ceux qu'imprime la peſanteur aux corps qui tombent ; car la peſanteur communique, comme on le ſçait, environ 26 pieds de viteſſe par ſeconde. Mais pendant que le Vaiſſeau perdra ainſi continuellement de petits degrez de ſa viteſſe, les particules de la liqueur contenuës dans le vaſe RTSX (Fig. 8.) tendront à avancer Fig. 8.

avec ces mêmes degrez, puiſqu'elles ne peuvent pas faire ſur le champ la même perte que le Vaiſſeau. Ainſi en même-tems que chaque molecule C tendra à deſcendre verticalement par ſa peſanteur CD, elle tendra à avancer horiſontalement avec la force CE, qui dans la ſupoſition que nous avons faite, ſera la vingt-ſixiéme partie de CD: c'eſt à-dire donc que chaque molecule tendra à deſcendre le long de la direction compoſée CF, par le concours de ſa peſanteur & de ſa force horiſontale: & comme la même choſe doit arriver à toutes les autres molecules, il eſt ſenſible qu'on peut les conſiderer comme ſi leur peſanteur avoit changé de direction, & comme ſi elle s'exerçoit ſur CF au lieu de le faire ſur CD. C'eſt pourquoi la ſurface AB de la liqueur ne doit plus ſe trouver de niveau ni être perpendiculaire à CD; mais elle doit l'être à CF: & ainſi elle ſera ici inclinée d'environ $2^{deg.}\ 12^{min}$; puiſque CE étant la vingt-ſixiéme partie de CD, la diagonale CF du rectangle ECDF, doit faire avec CD un angle de $2^{o}.\ 12^{min}$ Cette inclinaiſon eſt déja aſſez conſidérable: mais lorſque les vagues ſeront plus fortes & qu'elles cauſeront un plus grand changement dans la viteſſe du Navire, la ſurface AB ſe trouvera encore plus inclinée: & il eſt clair qu'on ne doit point attendre pendant une ſemblable diſpoſition de la liqueur, que les corps qui floteront deſſus, puiſſent conſerver exactement leur ſituation verticale. Il eſt vrai que les choſes ne demeureront gueres long-tems dans cet état; mais l'Inſtrument, avant de reprendre ſa ſituation naturelle, fera pluſieurs vibrations de part & d'autre, & peut-être qu'il ne ſe ſera point encore mis en repos, lorſqu'une nouvelle ſuite de vagues viendra reproduire une nouvelle inclinaiſon.

§. XXX.

Si encore les vibrations de l'Inſtrument étoient régulieres; elles n'empêcheroient pas tout à fait d'obſerver exactement la hauteur. Il n'y auroit qu'à remarquer le point le plus haut & le point le plus bas, où se termineroit le raïon de lumiere; & deux vibrations immédiates étant sensiblement égales, il n'y auroit qu'à prendre le milieu entre les deux points. Il arriveroit même que les vibrations allant en diminuant, les points où le rayon du Soleil viendroit se rendre, s'aprocheroient de plus en plus les uns des autres; de sorte que ces points marqueroient continuellement la hauteur avec plus d'exactitude, à peu près de la même maniere que les termes d'une série convergente, donnent toujours avec plus de précision la quantité exprimée par la série. Mais il suffit d'avoir vû la Mer, pour avoüer qu'on ne peut pas compter sur cette régularité des vibrations. Car les ondes ne gardant aucun ordre ni aucune mesure dans leur choc, & imprimant des secousses au Navire vers différens côtez, elles feront cause que les balancemens de notre anneau seront non-seulement irréguliers, mais qu'ils ne se feront point aussi dans le même plan. Ainsi, quoique notre Instrument soit peut-être suspendu de la maniere la plus parfaite qu'il est possible, nous devons craindre qu'il ne puisse pas être d'usage dans toutes sortes de rencontres. C'est à l'expérience à nous en aprendre le succès : mais on a cru qu'on devoit toujours en attendant examiner les Instrumens de la seconde espece; ceux qui ne se placent pas d'eux-mêmes, mais que le Pilote ajuste par le moïen de l'horison sensible ou visuel.

CHAPITRE IV.

Examen des Instrumens qu'on ajuste par le moïen de l'horison visuel.

§. XXXI.

ON peut regarder comme une incommodité dans ces sortes d'Instrumens, que pour les ajuster, on soit obligé de viser à l'horison sensible ou aparent : mais nous ne doutons point qu'il ne soit cependant toujours plus facile de leur donner de cette maniere, la situation qu'ils doivent avoir, que de la leur procurer par le moïen de quelque suspension particuliere. Suposons que le Pilote prenne hauteur avec l'Instrument représenté dans la Figure 9, qu'on apelle ordinairement *Quartier Anglois*; le Pilote mettra la pinnule E sur un certain nombre de degrez de l'arc BA; & tournant le dos vers le Soleil, il apliquera l'œil à la pinnule F qui est située sur l'autre arc HD, & il la fera monter ou descendre jusqu'à ce qu'il voïe l'horison par la pinnule C & que l'ombre de la pinnule E tombe en même-tems sur la pinnule C: & la hauteur du Soleil sera mesurée par les deux arcs BE & HF joints ensemble, puisque ces deux arcs mesurent la grandeur de l'angle SCF, formé par le raïon SC de l'Astre & par la ligne horisontale FC. Sans doute que pendant cette observation, le Vaisseau sera exposé au choc de plusieurs vagues; mais l'Instrument ne recevra toujours point d'autres secousses que celles que lui communiquera le Pilote, puisqu'il n'a point ici la liberté de se mouvoir à part & que le Pilote le tient fermement. Je sçai bien aussi que le Pilote sera obligé, pour se tenir debout, de s'incliner de côté & d'autre, & de se mettre successivement en différentes situations : mais on doit remarquer que tous ces mouvemens lui serviront en même-tems pour ne point perdre l'horison de vuë, & que lorsqu'il lui arrivera de s'en écarter, il lui sera toujours facile d'y revenir & de s'y fixer : au lieu qu'une machine qui revient à sa situation naturelle, ne s'y arrête jamais d'abord; parce que l'action de la pesanteur ou des ressorts qui l'y fait revenir, lui communique toujours un mouvement qui la transporte au-delà. C'est ce qui montre que l'homme même, si on peut s'exprimer de la sorte, est la machine de suspension la plus parfaite de toutes. Aussi voïons-nous que si on ne peut pas construire un Instrument qui reste toujours, malgré l'agitation du Navire, dirigé exactement vers un certain point, les Marins ne laissent pas de bien ajuster leurs fusils sur les oiseaux qui sont en l'air, & de les tirer en volant.

§. XXXII.

Ainsi il suffit que l'Instrument soit construit avec soin, & qu'il soit capable de recevoir un certain degré de perfection dans sa graduation, pour qu'on puisse observer la hauteur avec exactitude. On n'entreprend point ici l'examen de tous les Instrumens : cette discussion seroit longue & ennuïeuse; & d'ailleurs il est certain que le quartier Anglois est le meilleur. Nos Pilotes se servent cependant beaucoup de l'arbalestrille; mais outre que les degrez de cet Instrument sont inégaux, ce qui augmente beaucoup la difficulté de le construire exactement, il est encore sujet à plusieurs inconvéniens. Les marteaux ne sont quelquefois pas bien perpendiculaires à la fleche; les marteaux s'usent par les extremitez; la fleche se courbe; & enfin la forme de cet Instrument ne permet pas de le tenir avec assez de force, lorsque le vent est violent. Mais ce qui fait principalement qu'on préfere ici le quartier Anglois; c'est qu'on croit qu'il est plus facile de le perfectioner, en lui faisant quelque changement.

Des changemens qu'il faut faire au quartier Anglois, pour lui donner toute la perfection possible.

§. XXXIII.

Les Pilotes n'ont fait sans doute l'arc BA d'un plus petit raïon que l'arc HD, qu'afin de rendre l'Instrument plus portatif: mais ils l'ont aussi rendu en même-tems beaucoup plus défectueux. Car c'est en vain qu'ils répondent qu'ils ont toujours le soin de mettre la pinnule E sur un nombre juste de degrez, afin que s'il y a des minutes dans la hauteur du Soleil, elles se trouvent marquées sur l'autre arc HD, où elles sont plus faciles à distinguer à cause de la plus grande étenduë des degrez. Rien n'est plus foible que cette raison; car une partie de la hauteur est toujours mesurée avec peu d'exactitude, puisque les degrez de l'arc BA sont trés-petits. Il n'est pas nécessaire de répéter ici, ce qu'on a dit dans le §. 14. Il y aura toujours quelque erreur dans la graduation de l'arc BA; le Pilote se trompera toujours de quelque petite quantité en voulant mettre la pinnule E sur un certain nombre de degrez, & il se trompera encore en croïant faire tomber exactement l'ombre de cette pinnule sur la pinnule C du centre. Or ces trois erreurs, quoiqu'elles soient peut-être toujours d'une quantité constante, comme de la cinquiéme ou de la quatriéme partie d'une ligne, seront cependant d'un plus grand nombre de minutes, à mesure que l'arc BA sera d'un plus petit raïon. Ainsi il est très certain qu'on doit augmenter ce raïon; & que pour rendre l'Instrument parfait, il faut ne le faire que d'un seul arc de cercle comme dans la Figure 10. Nous convenons qu'il ne
Fig. 10. sera plus tout-à-fait si commode à transporter: mais on doit aisément sacrifier ce leger avantage, lorsqu'il s'agit d'ôter un défaut considérable dans un Instrument.

§. XXXIV.

§. XXXIV.

Quant à la grandeur qu'on doit donner ensuite à ce quart de cercle, il est certain qu'à mesure qu'on l'augmentera on se trouvera plus en état de placer exactement la pinnule E, & de distinguer les scrupules du degré. Mais cette grandeur ne contribuera pas à rendre toutes les Parties de l'observation plus exactes: car comme l'œil sera ensuite plus éloigné de la pinnule C, il se peut faire que l'ombre de la pinnule E ne tombe pas si exactement sur la pinnule C; & que cependant l'observateur ne s'en aperçoive point. Quelquefois on tire avantage de toutes les manieres de la grandeur d'un Instrument: on le construit avec plus d'exactitude; & les observations se font aussi avec plus de précision. C'est ce qui a lieu, par exemple, dans la Méridienne que traça autrefois dans l'Eglise de saint Petrone de Boulogne le célébre feu M. Cassini. La grandeur des degrez donne de la facilité à en distinguer les plus petites parties: Mais si l'Observateur étoit logé au haut de la voute proche du trou par lequel entre la lumiere du Soleil, & qu'il n'eût pas la liberté de descendre pour venir considerer de près l'endroit où se termine cette lumiere, il est certain qu'il ne tireroit pas le même fruit de la grande étenduë de l'Instrument. Or c'est la même chose pour notre quart de cercle: car en même-tems que le Pilote vise à l'horison aparent par les pinnules F & C, il faut qu'il considere si l'ombre de la pinnule E tombe exactement sur C, & il est sensible qu'il le fait avec moins d'exactitude à mesure que l'Instrument est plus grand. On nous dira peut-être que la distance FC est toujours trop petite pour qu'on puisse commettre une erreur considérable: mais nous ne sçavons que trop que nous ne voïons pas également bien à toutes les distances, lorsqu'il s'agit principalement de distinguer de très petits objets, comme l'épaisseur d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne.

Après cela il est permis de faire un peu plus d'attention à l'incommodité que causeroit un trop grand quart de cercle ; & on peut donc se contenter de lui donner 22 ou 23 pouces de raïon, comme on le fait ordinairement à l'arc HD du quartier Anglois.

§. XXXV.

Au surplus il n'est pas nécessaire de parler ici de la force qu'on doit donner aux Piéces qui composent cet Instrument, pour que fait en bois il puisse se soutenir. Nous ne dirons rien aussi de la maniere de diviser les dégrez en minute. Les Fabricateurs d'Instrumens de Mathématique, sçavent que cette division se fait en traçant sur le limbe plusieurs cercles concentriques, qu'on coupe par des lignes obliques ou transversales qui doivent être courbes, aussi-tôt que les cercles sont tous à une égale distance les uns des autres; mais qu'on fait cependant droites sans erreur sensible ; pourvû qu'il y ait peu d'intervale entre les cercles. Ces transversales doivent être dans la rigueur de petites portions de spirale (de celle d'Archimede:) mais en rendant inégales les distances des cercles; on peut faire en sorte que les transversales deviennent des arcs de cercles, & alors on peut diviser le limbe par une méthode Géométrique & très-connuë. Nous nous proposions d'apliquer à la pinnule E une espece de micrometre, qui nous eût dispensé de diviser le limbe en minutes, & que nous eussions fait avancer d'un mouvement continu par le moïen d'une vis : mais comme les deux mains du Pilote sont déja occupées à tenir le quart de cercle, il seroit assez difficile de se servir de ce micrometre ; & d'ailleurs cette petite machine seroit trop délicate pour plusieurs Marins. Nous ne pouvons pas non plus enchasser dans la pinnule F un verre convexe pour servir d'oculaire, & pour mettre l'observateur en état de mieux distinguer en C le point où se termine le raïon de l'Astre. Car il faudroit enſuite, comme nous l'aprend la Dioptrique, placer un autre verre au-delà du point C, afin que l'Obſervateur pût auſſi découvrir l'horiſon : mais ce dernier verre formeroit avec le premier une lunette très-incommode & très-facile à déranger.

§. XXXVI.

Tout ce qu'on peut faire pour rendre les obſervations plus exactes, c'eſt d'apliquer à la pinnule E un petit verre convexe, dont le foïer ſe trouve en C ; & on marquera ſur la pinnule C du centre, non-ſeulement ce foïer, mais on tracera auſſi le contour de l'ombre du corps même de la pinnule E. On a repréſenté ici en grand la pinnule du centre, en lui faiſant tourner vers nous le côté qu'elle doit préſenter à l'œil de l'Obſervateur. P eſt le trou par le moïen duquel on aplique cette pinnule au centre du quart de cercle, de la même maniere qu'on le fait dans le quartier Anglois : MN eſt une fente d'une vingtaine de lignes de longueur par laquelle on regarde l'horiſon ; C eſt le point où doit venir ſe rendre le raïon du Soleil ; & OQRT eſt l'eſpace où doit ſe faire la projection de l'ombre du corps de la pinnule E. Ainſi lorſque le Pilote voudra prendre hauteur, il n'aura qu'à avoir égard à l'une ou à l'autre de ces choſes ; ou faire tomber l'ombre de la pinnule E ſur le rectangle OQRT, ou faire tomber le raïon de l'Aſtre dans le point C, & viſer enſuite à l'horiſon par la pinnule F & par la fente MN. Si on mettoit la pinnule E en différens endroits, la projection de ſon ombre changeroit conſidérablement de largeur, & ne pourroit pas être renfermée dans le rectangle OQRT : c'eſt pourquoi nous placerons toujours préciſement la pinnule E dans le même endroit au commencement de la graduation ; & il n'y aura donc que la pinnule oculaire qu'il faudra faire gliſſer en haut ou en bas, ſelon que la hauteur ſera plus ou moins grande. Ce mouvement de la pinnule F ſe fera fort aiſément avec le pouce de la main gauche ; parce que cette main sera apliquée sur le limbe proche de la pinnule, pendant que l'autre main sera alongée derriere l'Instrument pour le saisir par quelqu'autre endroit : c'est ce que nous avons éprouvé plusieurs fois sur le quartier Anglois.

§. XXXVII.

Il faut remarquer qu'il est absolument nécessaire de mettre toujours un petit verre convexe à la pinnule E, ou bien de se servir de l'ombre entiere de cette pinnule, afin d'éviter l'erreur que causeroit le pénombre. Nos Auteurs de Marine prétendent qu'on peut fort bien n'avoir égard qu'au bord supérieur de l'ombre, & que comme ce bord est terminé par les raïons qui viennent du haut du disque du Soleil, la hauteur se trouve trop grande du demi diametre aparent du Soleil; & qu'ainsi il faut retrancher ce demi diametre pour avoir la hauteur véritable. Mais on reconnoît fort aisément que ce précepte est tout-à-fait défectueux. Si nos yeux étoient parfaitement bons & pouvoient distinguer les plus foibles degrez de lumiere, sans doute qu'en observant la hauteur du Soleil par l'ombre d'un stile, on trouveroit la hauteur du bord supérieur de l'Astre & non pas la hauteur du centre. Mais comme il s'en faut beaucoup que nos yeux aïent tant de délicatesse, nous prenons toujours une partie de la pénombre pour l'ombre même; & cela fait que l'erreur de la hauteur n'est jamais égale au demi diametre entier du Soleil. Pour vérifier ce que j'avance ici, j'exposai au Soleil le 19 de Juin de cette année (1728.) un morceau de bois très-plat & large de $5\frac{1}{3}$ lignes & je faisois tomber son ombre à environ deux pieds de distance sur un arc de cercle divisé en degrez & en minutes. Cette ombre se trouva plus étroite que le morceau de bois d'environ $2\frac{2}{3}$ lignes qui valoient environ 26 minutes sur l'arc; & ainsi cette ombre n'étoit pas terminée par des raïons qui venoient des deux bords du Soleil; puisqu'elle eût été dans ce cas plus étroite que le morceau de bois de 31^{min} 38^{sec}, ou de tout le diametre aparent du Soleil. Je ne voulus pas m'en raporter à mes seuls yeux; plusieurs personnes se mettant toujours à deux pieds de distance de l'ombre, trouverent toutes qu'elle étoit plus étroite que le morceau de bois; mais de différentes quantitez; les unes de $2\frac{2}{3}$ lignes, qui valoient, comme je l'ai déja dit, 26 minutes, & les autres de 2 lignes, qui ne valoient que 20 minutes. Or cette observation fait voir qu'on se trompe très-sensiblement lorsqu'on prend la hauteur par le moïen de l'ombre de quelque stile ou de quelque marteau, & qu'on retranche ensuite le demi diametre du Soleil; puisque l'erreur n'est pas égale à ce demi diametre, & qu'elle est différente selon que les yeux de l'Observateur sont differemment conformez.

§. XXXVIII.

Enfin il n'a été question jusques ici que de la maniere d'observer la hauteur du Soleil: mais notre Instrument pourra aussi servir à observer celle des Etoiles; pourvû qu'elles ne soient point trop élevées. Il faudra faire exprès pour cela un trés-petit trou à l'extremité de la fente de la pinnule C du centre; on y apliquera l'œil; & on aprochera les deux pinnules E & F l'une de l'autre, jusqu'à ce qu'on voïe l'horison par le bord de l'une & l'Astre par le bord de l'autre, & la hauteur sera ensuite comprise, comme il est évident, entre les deux pinnules. On pourra de cette maniere observer la hauteur des Etoiles qui sont audessous du 10^{me} degré d'élévation, mais lorsqu'elles seront plus hautes, cette méthode ne pourra plus être d'usage; parce qu'on ne pourra plus gueres voir du même coup d'œil l'Horison & l'Etoile. Il faudroit quitter un de ces objets pour regarder l'autre; on seroit même obligé de remuer la tête; & cela ne pourroit pas manquer de causer du dérangement dans la situation de l'Instrument. Au surplus tous les autres Instrumens seront sujets au même défaut, & nous avons assez fait voir (§. 12.) que ceux qui prennent d'eux-mêmes leur situation horisontale, sont encore moins propres pour ces sortes d'observations. Ainsi tout ce que nous pouvons faire, c'est de choisir des Etoiles qui soient peu élevées; mais qui soient cependant au-dessus du 2^{me} degré de hauteur, afin que la réfraction soit plus réguliere & plus connuë. Il reste maintenant à parler de cette réfraction & des autres corrections dont la hauteur a besoin. Nous ne dirons rien de la paralaxe; parce que celle des Etoiles est absolument insensible, & que la plus grande du Soleil n'est que de 10″ selon M. *Cassini*, ou même que de 6″ selon M. *de la Hire*. Mais nous ne pouvons pas nous dispenser de parler de l'inclinaison de l'horison visuel, puisque l'erreur que produit cette inclinaison est particuliere aux Instrumens de la seconde espece. On prend ordinairement pour ligne droite, le raïon visuel conduit de notre œil à l'horison sensible: cependant ce raïon est une ligne courbe; puisque c'est une portion de la ligne que décrit la lumiere en traversant l'Atmosphere. Il est à propos de considerer ce raïon dans son état de ligne courbe; quand ce ne seroit que pour reconnoître s'il est permis de négliger sa courbure: mais avant d'examiner cette portion de ligne, il faut que nous tâchions de découvrir la nature de la courbe entiere.

Fin de la premiere Partie.

SECONDE PARTIE.

Des corrections qu'il faut faire à la hauteur aparente des Astres, pour avoir la hauteur véritable.

CHAPITRE PREMIER.

De la réfraction Astronomique.

§. XXXIX.

PLusieurs grands Géometres ont cherché la nature de la *Solaire*, ou de cette ligne courbe que tracent dans l'air les raïons qui nous viennent des Astres : mais ils ont toujours négligé la sphéricité des différentes couches, dont on peut concevoir que l'Atmosphere est formée. Cependant il est certain qu'on doit y faire une expresse attention ; & qu'il ne suffit pas, comme on le pourroit croire d'abord, de chercher la nature de la *Solaire* pour des couches planes, & de courber ensuite cette ligne à proportion qu'on supose que les couches se courbent elles-mêmes pour devenir Sphériques. Car un raïon de lumiere qui avance ici horisontalement, fait avec les couches supérieures des angles de 30 min. d'un degré, de deux degrez &c. & cette diversité d'angles d'incidence, qui vient principalement de la courbure des couches, doit aporter de la différence dans la refraction même. C'est aussi par cette raison qu'on ne peut pas apliquer à l'Atmosphère, le fameux Théorême avancé par M. *Nevvton* dans son Optique, * qu'un raïon de lumiere qui passe à travers plusieurs milieux de différentes densitez, & compris entre des surfaces paralelles, souffre précisement par le trajet de tous ces milieux, la même réfraction que s'il passoit immédiatement du premier au dernier. Cette proposition n'est vraïe que lorsque les surfaces sont planes, & il s'en faut extrêmement qu'on puisse s'en servir pour déterminer les réfractions astronomiques, ni pour découvrir *le pouvoir refringent* qu'a l'air grossier d'ici-bas, par raport à celui qu'a l'air subtil du haut de l'Atmosphere.

§. XL.

Peut-être donc qu'on entreprend ici de donner la premiere solution légitime du problême de la *Solaire*. Pour
Fig. 11. entrer en matiere, on suposera que KAO (*Fig.* 11.) est une portion de la surface de la terre, dont le point C est le centre: on concevra le semidiametre CA prolongé indéfiniment vers D, & on imaginera une courbe BGI qui ait CD pour axe, & dont les ordonnées AB, FG, DI représentent les différentes dilatations de l'air à chaque hauteur au-dessus de la terre; ou plûtôt ces ordonnées doivent marquer les diverses dilatations de la matiere réfractive répanduë dans l'air. Concevant après cela un raïon de lumiere NPA, qui à cause de la réfraction continuelle qu'il souffre en passant toujours dans un milieu plus dense, décrit avant de parvenir à nous la courbe NPA, nous considererons les trois parties consécutives & infiniment petites Pp, $p\pi$, $\pi\varpi$; & les aïant prolongées indéfiniment vers le bas, afin d'avoir les trois tangentes PL, pl, $\pi\lambda$ à la courbe NPA, nous abaisserons du centre C de la terre, les trois perpendiculaires CL, Cl, & Cλ sur ces tangentes. Enfin on tirera les lignes CP, Cπ; & aïant décrit du point C comme centre, les trois arcs PF, Spf,

* Dans la propos. X de la troisiéme Partie du second Livre.

$s\pi\varphi$, on élevera perpendiculairement à l'axe CD de la courbe BGI, les trois ordonnées FG, fg, $\varphi\gamma$.

LEMME.

§. XLI.

Cela ſupoſé, il eſt évident qu'à cauſe de l'infinie petiteſſe des épaiſſeurs Ff, $f\varphi$, on peut ſupoſer que l'ordonnée GF exprime la dilatation de l'air ou de la matiere réfractive qui eſt compriſe dans toute la couche ſphérique, dont FPpf eſt une portion, & dont Ff eſt l'épaiſſeur; & que l'ordonnée gf repréſente pareillement la dilatation de la matiere refractive, compriſe dans toute la couche qui eſt imédiatement au-deſſous, & dont $f\varphi$ ou ps eſt la petite épaiſſeur. Ainſi le raïon de lumiere fera le petit trajet Pp ſans ſe courber: mais rendu en p, il s'y rompra, parce qu'il rencontrera en cet endroit de l'air plus condenſé; & par conſequent, au lieu de continuer le long de pL, il ſe détournera ſelon pl; & le détour ſera tel, qu'il y aura même raport de FG au ſinus de l'angle d'incidence que de fg au ſinus de l'angle de réfraction. C'eſt ce qui doit arriver ſelon la loi ordinaire des réfractions: mais ſi on conſidere que Cpl, eſt égal à l'angle d'incidence, & que Cpl eſt l'angle même de réfraction, on conclura que FG eſt à CL, comme fg eſt à Cl; puiſque dans les deux trianges CpL, Cpl qui ont même hypotenuſe Cp, les côtez CL, & Cl ſont en même raiſon que les ſinus des angles CpL, Cpl, & que par la nature de la réfraction, FG doit être au ſinus de l'angle CpL, comme fg au ſinus de l'angle Cpl. On prouvera avec la même facilité que fg eſt à Cl, comme $\varphi\gamma$ eſt à Cλ: car le raïon étant parvenu en π en faiſant avec la verticale Cπ, un angle d'incidence Cπl, il ſouffrira dans ce point un ſecond détour, enſuite duquel il avancera ſelon $\pi\lambda$ & fera avec la même verticale Cπ, l'angle de réfraction C

F

$\pi\lambda$. Mais comme les deux triangles rectangles $C\pi l$, $C\pi\lambda$ ont encore une même hypoteneuse $C\pi$, il est clair que Cl sera à $C\lambda$, comme le sinus de l'angle $C\pi l$ sera au sinus de l'angle $C\pi\lambda$: & qu'ainsi les ordonnées gf & $\gamma\varphi$ qui expriment le raport qui doit être entre les sinus des angles d'incidence & de refraction $C\pi l$ & $C\pi\lambda$, exprimeront aussi le raport qui doit se trouver entre Cl & $C\lambda$; & il y aura donc par consequent même raison de gf à Cl, que de $\gamma\varphi$ à $C\lambda$. Or il résulte de tout cela que GF est à CL, comme $\lambda\varphi$ est à $C\lambda$; puisque l'un & l'autre de ces raports, est égal à celui de gf à Cl. Et comme on peut apliquer le même raisonnement à toutes les autres Parties de la solaire ou de la courbe tracée par le raïon de lumiere ; il s'ensuit que les perpendiculaires tirées du centre de la terre sur les tangentes de cette courbe, seront continuellement proportionelles aux ordonnées correspondantes de la courbe IGB des dilatations : c'est-à-dire, que si on tire du centre C de la terre des perpendiculaires CR, CM &c. sur les tangentes NR, AM &c. de la Solaire, il y aura continuellement même raport de ID à CR que de AB à CM, que de GF à CL, &c.

Trouver la courbe des dilatations lorsqu'on connoît la Solaire ou la courbe que suit le raïon de lumiere.

§. XLII.

Fig. 11. Cette propriété de la Solaire & de la courbe des dilatations, peut servir également à découvrir la premiere ou la seconde de ces lignes courbes, lorsque l'autre sera donnée. Il sera toujours très-facile de trouver la seconde aussi-tôt qu'on connoîtra la premiere. Car la connoissance qu'on aura de cette premiere, fera qu'on pourra lui tirer des tangentes par tous ses points, & si on mene ensuite du centre de la terre des perpendiculaires sur ces tangentes, elles exprimeront par leurs longueurs combien

l'air ou la matiere réfractive doit être dilatée en chaque point de la Solaire, & il n'y aura donc qu'à faire les ordonnées correspondantes de la courbe BGI de la même longueur que ces perpendiculaires. Si on cherche par cette méthode quelle proportion il faut que suivent les dilatations à différentes hauteurs au-dessus de la terre, pour que les raïons de lumiere décrivent des logarithmiques spirales, en traversant l'Atmosphere ; on verra tout d'un coup qu'il faut que ces diverses dilatations soient en même raison, que les distances au centre de la terre ; de sorte que BGI doit être alors une ligne droite. C'est ce qui est évident. Car la logarithmique spirale faisant toujours le même angle avec ses apliquées, tous les triangles rectangles CPL, formez par ces apliquées CP, par les tangentes PL & par les perpendiculaires CL à ces tangentes, doivent être semblables ; & ainsi il y a toujours même raport entre les perpendiculaires CL & les apliquées CP : mais il suit de là que les dilatations GF, qui sont proportionelles aux perpendiculaires CL (selon le lemme précédent) le sont aussi aux apliquées CP, ou aux distances C P au centre de la terre. On trouvera par la même méthode que pour que les raïons de lumiere tracent des arcs d'Epicycloïde, il faut que les dilatations soient comme les ordonnées d'une hyperbole, dont C seroit le centre, & CD l'axe déterminé prolongé.

Connoissant la courbe des dilatations, trouver la ligne courbe que tracent dans l'Atmosphere les raïons de lumiere.

§. XLIII.

On peut aussi, mais avec un peu plus de difficulté, résoudre le problême inverse du précédent ; c'est-à-dire, découvrir la courbe que tracent les raïons de lumiere, lorsque les diverses dilatations de la matiere refractive sont connuës. Pour donner ici une solution générale de ce pro-

blême, on nommera a le raïon CA de la terre; c la perpendiculaire CM abaissée du centre C sur la ligne AM, qui est tangente de la solaire, dans le point A où cette
Fig. 11. courbe parvient à nous. On voit assez que CA étant pris pour le sinus total, cette perpendiculaire $CM=c$ est le sinus de l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; puisque CAM est l'angle que fait la solaire NPA avec la verticale CAD, lorsque nous la recevons ici bas. Nous nommerons de plus a la premiere ordonnée AB de la courbe BGI des dilatations: c'est ce que nous pouvons faire, puisque les ordonnées de cette courbe ne représentent point des grandeurs absoluës, mais simplement le raport des dilatations. Enfin z designera toutes les autres ordonnées, comme GF, DI de la même courbe; y ses abscisses CF, CD qui sont égales aux apliquées CP, CN de la solaire APN; & prenant sur la circonférence de la terre les abscisses AP, AO de cette seconde courbe, on les nommera u. Nous aurons après cela, $dy=Ff=SP$; & $du=eE$.

§. XLIV.

Si on fait maintenant attention au Lemme demontré §. 41. que les ordonnées de la courbe des dilatations sont continuellement proportionelles aux perpendiculaires tirées du centre C sur les tangentes de la solaire, on pourra faire cette proportion $AB=a \mid CM=c \parallel GF=z \mid CL=\frac{cz}{a}$. Ainsi la question se réduit à faire ensorte que la courbe ANP que décrit le raïon de lumiere, ait effectivement dans tous ses points, $\frac{cz}{a}$ pour les perpendiculaires comme CL tirées du centre C, sur ses tangentes PL. Pour cela je cherche la petite ligne ou le petit arc pS, par cette analogie; $CE=a \mid eE=du \mid Cp=y \mid pS=$

$\frac{ydu}{a}$; & ajoutant le quaré de pS avec celui de $SP = dy$, & tirant la racine quarée de la somme, il me vient $\sqrt{\frac{y^2du^2}{a^2} + dy^2} = \frac{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}{a}$ pour la valeur de pP. La ressemblance du petit triangle pSP & du grand CLP me fait ensuite découvrir la valeur de la perpendiculaire CL par cette analogie, $pP = \frac{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}{a} \mid pS = \frac{ydu}{a} \parallel CP = y \mid CL = \frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}$. Et comme cette perpendiculaire CL que nous trouvons ainsi égale à $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}$, le doit être aussi à $\frac{cz}{a}$, nous aurons l'équation $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}} = \frac{cz}{a}$, dont nous tirons $a^2y^4du^2 = c^2z^2y^2du^2 + a^2c^2z^2dy^2$, & $a^2y^4du^2 - c^2z^2y^2du^2 = a^2c^2z^2dy^2$, & enfin la formule $du = \frac{aczdy}{y\sqrt{a^2y^2 - c^2z^2}}$, ou $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$. Or on voit assez qu'on peut toujours construire aisément la solaire par cette formule; pourvû qu'on supose connuë la quadrature des courbes. C'est ce qu'il n'est pas necessaire d'expliquer. Nous pourrions aussi nous dispenser de dire que pour trouver la valeur de u ou de l'arc AE par le calcul, il n'y a qu'à tirer l'expression de z en y, de l'équation qui marque la nature de la courbe BGI des dilatations, & qu'introduisant cette expression à la place de z, dans la formule $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$, le second membre ne contiendra plus que y de seule variable avec sa differentielle; ce qui nous permetra toujours d'en prendre l'intégrale, & de trouver au moins par aproximation, la valeur de l'arc u qui répond à chaque apliquée y. Fig. 11.

§. XLV.

On peut non-ſeulement conſtruire de cette ſorte la ligne APN que tracent dans l'air les raïons de lumiere; mais on peut toujours auſſi découvrir la quantité de la réfraction aſtronomique, ou la quantité dont ces raïons ſe courbent depuis leur entrée dans l'Atmoſphere juſqu'à nous. La courbure qu'ils ſouffrent en chaque point p, eſt meſurée par l'angle infiniment petit que font deux tangentes voiſines PL, pl; & la courbure totale eſt égale à l'angle que font les tangentes aux deux extremitez de la courbe. Il ſuit de là que ſi nous abaiſſons du centre C de la terre, des perpendiculaires CL, Cl ſur les deux tangentes PL, pl; nous pourrons regarder le petit arc xX compris entre ces deux perpendiculaires, comme l'élément de la réfraction aſtronomique, puiſqu'il meſurera l'angle LCl, qui eſt égal à celui que font les deux tangentes : & par la même raiſon l'arc entier KZ intercepté entre les deux lignes CMK & CR, qui ſont perpendiculaires aux tangentes AM & NR, aux deux extremitez de la courbe, pourra être pris pour la courbure que ſouffre le raïon dans tout ſon trajet. Or ſi on ſe ſouvient que CL $= \frac{cz}{a}$, on aura $\frac{cdz}{a}$ pour la petite partie LH dont CL ſurpaſſe Cl; & on pourra découvrir la valeur de ce petit arc Xx par cette analogie PL $= \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}$ | LH $= \frac{cdz}{a}$ || CX $= a$ | Xx. Il vient de cette ſorte $\frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ pour l'expreſſion de ce petit arc : expreſſion qui eſt générale, & qui convient également à toutes les differentes hypotheſes des dilatations de l'air.

Mais on la réduira, comme on le ſçait, à chaque hypotheſe particuliere, en ſubſtituant à la place de z ſa valeur exprimée en y; & il ne reſtera plus enſuite qu'à en prendre l'intégrale, pour avoir la quantité $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ de la réfraction aſtronomique.

§. LXVI.

Il ſeroit aſſez facile ſelon cela, ſi on connoiſſoit les diverſes dilatations z de la matiere réfractive à différentes hauteurs au-deſſus de la terre, de découvrir la nature de la courbe que décrivent les raïons de lumiere; & le raport des réfractions : car on n'auroit toujours qu'à ſe ſervir pour la premiere de ces déterminations de la formule $u = \int \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & pour la ſeconde de la formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$. Mais malheureuſement on ne connoît point les dilatations de la matiere réfractive, dont on auroit beſoin. On a bien quelque connoiſſance des différentes dilatations de l'air; mais il eſt certain que les réfractions n'en ſuivent pas le raport. En effet l'air pris à une grande hauteur au-deſſus de la terre, eſt mille fois & dix mille fois plus dilaté qu'ici bas; & ainſi, ſi les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, ſuivoient le raport ſimple de ces dilatations, comme l'ont ſupoſé preſque toutes les perſonnes qui ont traité ce ſujet, un raïon de lumiere qui ſeroit d'abord horiſontal, devroit ſe rompre ſi conſidérablement dans l'Atmoſphere, qu'il deviendroit preſque vertical, avant de parvenir juſqu'à nous.

C'eſt ce qui nous a obligé de ſupoſer que les réfractions étoient cauſées dans l'Atmoſphere par une matiere différente de l'air, & que nous avons apellée *réfractive.* Mais ſi on ne veut point admettre l'exiſtence de cette matiere, nous ne nous en mettons point en peine. Car les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, qui ne ſont point proportionels aux dilatations de l'air, le ſont certainement à quelque puiſſance ou à quelque fonction de ces dilatations. Or on n'a qu'à regarder la courbe BGI, comme exprimant les dilatations de l'air élevées à ces puiſſances ou à ces fonctions quelles quelles ſoient.

Déterminer la Solaire pour toutes les Hypotheſes dans leſquelles les dilatations z *ſont proportionelles aux diſtances* y *au centre de la terre, élevées à une puiſſance quelconque* m.

§. XLVII.

Mais enfin, puiſque nous ne connoiſſons point la courbe BGI des dilatations, nous allons ſupoſer que ſes ordonnées FG $= z$ ſont égales à une puiſſance quelconque m des diſtances y au centre de la terre; c'eſt-à-dire, que nous ſupoſerons $z = y^m$, ou plûtôt $z = a^{1-m} y^m$, afin d'obſerver la loi des Homogenes. De cette ſorte nous comprendrons dans notre calcul une infinité de différentes hypotheſes de dilatations, puiſque m peut repréſenter une infinité de différentes puiſſances. Cette ſupoſition donne $dz = ma^{1-m} y^{m-1} dy$, & ſi on introduit cette valeur à la place de dz, & $a^{1-m} y^m$ à la place de z, dans les formules générales $\frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$; la premiere qui exprime l'élement du des abſciſſes AE ou

ou AO de la Solaire, se changera en . . . .
$\frac{ca^{1-m}y^{m}dy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2a^{2-2m}}{a^2}y^{2m}}} = \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ & on aura

donc par conséquent $u = \int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, pour ces abscisses, ou pour les arcs AE, ou AO qui répondent à chaque apliquée CP ou CN $= y$. D'un autre côté, la seconde formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$, qui exprime la quantité de la réfraction astronomique, se changera par de pareilles substitutions, en $\int \frac{mca^{1-m}y^{m-1}dy}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2a^{2-2m}}{a^2}y^{2m}}} =$

$\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ & c'est donc là la quantité de la réfraction. Il nous reste maintenant à trouver les valeurs de ces deux intégrales $\int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}} = u$,

& $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Mais c'est assez que nous en trouvions une, pour que nous aïons les deux; car on voit qu'elles sont dans un raport constant, que la premiere ou que le progrès horisontal OA du raion de lumiere à mesurer sur la circonférence de la terre, est à la seconde intégrale ou à la réfraction astronomique, comme l'unité est à m : & c'est ce qui est très-remarquable.

§. XLVIII.

On peut trouver très-aisément ces deux intégrales, en suposant la rectification des arcs de cercle. On n'a d'abord qu'à tirer du centre C de la terre (Figure 12.) une Fig. 12.

Fig. 12. ligne CΔ parallele à AM, qui est tangente à l'extremité A de la Solaire NPA; l'arc AΔ sera du même nombre de degrez, que l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; & le sinus droit AΣ sera égal à CM $= c$. Si on regarde ensuite quelque apliquée CP (y) de la Solaire, comme connuë; on n'aura qu'à faire le sinus droit TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$, & multiplier l'arc compris entre le point A & le point T par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'arc AE, par l'extremité E duquel on doit faire passer l'apliquée CP: & multipliant ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, il viendra la quantité de la réfraction que souffre le raïon de lumiere dans le trajet PA. Pour démontrer cela, je conçois la ligne tv parallele & infiniment proche de TV; & du point t je tire la petite ligne $t6$ parallelement à CΔ. Il est clair que $ca^{1-m}y^{m-1}$ étant la valeur de TV, nous aurons $\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}} = \sqrt{\overline{CT}^2 - \overline{TV}^2}$ pour celle de CV, & si nous prenons la différentielle de $ca^{1-m}y^{m-1}$, il nous viendra $\overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}$ dy pour T6. Mais comme le grand triangle CVT est semblable au petit T6t, nous pouvons faire cette proportion CV $= \sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}$ | CT $= a$ || T6 $= \overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}dy$ | Tt, & nous trouverons de cette sorte que T$t = \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Or il suit de là que l'arc entier AT, qui est la somme de tous les petits arcs Tt, sera la valeur de l'intégrale $\int \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$: car y étant supposée égale à a, comme cela arrive au point

A, le sinus TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$ se trouve égal à AΣ $= c$, Fig. 12.
& l'arc est par conséquent nul ; mais à mesure que y augmente, le sinus TV s'éloigne de AΣ, & l'arc AT croît d'une nouvelle partie Tt qui est, comme on le voit, continuellement égale à $\frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Mais enfin puisque l'arc AT est la valeur de l'intégrale . . . $\int \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, il est évident qu'il ne reste plus qu'à le multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'intégrale . . $\int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}} = x$, qui est la valeur de l'abscisse AE, qui répond à chaque apliquée CP de la Solaire ; & que si on multiplie ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, on aura l'intégrale $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ qui exprime la quantité de la réfraction. Rien n'empêchera de faire la même chose pour toutes les autres apliquées y. Mais il est évident que si DN est la surface supérieure de l'Atmosphere, ou que si la matiere réfractive ne change plus de densité au-dessus de cette surface ; il faudra prendre CN, pour derniere apliquée, puisque le raïon de lumiere ne souffrira aucune réfraction au-dessus du point N. Ainsi si on fait le sinus droit ΘΞ égal à ca^{1-m} CN^{m-1}, ce sera l'arc AΘ intercepté entre les sinus AΞ & ΘΞ qu'il faudra multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'abscisse correspondante AO ; & qu'il faudra multiplier par $\frac{m}{m-1}$ pour avoir la réfraction astronomique, ou la courbure totale que reçoit le raïon de lumiere, en traversant toute l'épaisseur de l'Atmosphere, depuis N jusqu'en A.

Fig. 12.

§. XLIX.

Il ſuit de tout cela qu'il n'importe que l'expoſant m ſoit un nombre poſitif ou négatif, entier ou rompu, & que pourvû qu'il ne ſoit pas irationel, on peut toujours déterminer géometriquement la quantité de la réfraction, & tracer géometriquement la Solaire. Car il ſera toujours poſſible de trouver la valeur $ca^{1-m}y^{m-1}$ des ſinus TV & ⊙Ʒ pour les apliquées CP & CN : & l'arc AT ou A⊙ étant déterminé, ou pourra toujours découvrir la réfraction, auſſi-bien que l'arc AE ou AO qui ſert d'abſciſſe à l'apliquée CP ou CN : puiſque ces arcs ſont des multiples ou des ſoûmultiples de l'arc AT ou A⊙, & que nous avons des méthodes géometriques, pour diviſer un arc, ou pour le multiplier, ſelon quel raport nous voulons, auſſi-tôt que ce raport eſt de nombre à nombre. Il faut cependant qu'outre l'irationalité de l'expoſant m, nous exceptions encore un cas, dans lequel la Solaire ſe trouve être une courbe méchanique. C'eſt lorſque les différentes dilatations de la matiere réfractive ſont en même raiſon que ſes diſtances au centre de la Terre. Dans ce cas z eſt égale ou proportionelle à y ; m deſigne l'unité, & la Solaire eſt une logarithmique ſpirale. C'eſt ce qu'on reconnoît par la formule $u = \int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, qui ſe réduit à $u = \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} \int \frac{ady}{y}$, laquelle apartient à la logarithmique ſpirale. C'eſt auſſi ce qui eſt conforme à ce qu'on a vû cy-devant, (§. 42.) que pour que les raïons de lumiere ſuivent cette ligne courbe, il faut que les dilatations des différentes couches de l'Atmoſphere, ſoient proportionelles à leurs diſtances au centre de la terre.

Fig. 12.

De la conſtruction de la Table des réfractions ; & du choix d'une hypotheſe des dilatations de l'air.

§. L.

On n'inſiſtera pas davantage ſur la nature de la Solaire, & on ſe bornera à parler des réfractions. Il eſt évident que puiſqu'elles ſont toujours proportionelles à l'arc AΘ intercepté entre le ſinus AΞ (c) du complement de la hauteur aparente, & le ſinus ΘΞ ($ca^{1-m}y^{m-1}$) qui a un raport conſtant avec le ſinus AΞ, & qui eſt toujours égal au produit de ce ſinus par $a^{1-m}y^{m-1}$ ou par a^{1-m} CN $^{m-1}$; il eſt, dis-je, évident qu'il ſera toujours facile de les calculer (les réfractions), par le moïen des tables des ſinus ; pourvû qu'on connoiſſe l'expoſant m, & la plus grande apliquée CN. On pourra auſſi en venir à bout par le moïen des ſéries : car ſi continuant de nommer a le ſemi-diametre CA de la Terre & C le ſinus complement AΞ de la hauteur aparente, nous déſignons par b le ſinus de cette même hauteur, & nous ſupoſons $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ & $1 - g = a^{1-m}$ CN $^{m-1}$; nous aurons $c \times \overline{1-g}$ ou $c - cg$ pour le ſinus ΘΞ & la ſérie infinie $\frac{acg}{b} - \frac{ac^3}{2b^3}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5}g^3$, &c. pour la valeur de l'arc AΘ, comme on peut le voir aiſément; & il ne reſtera donc plus qu'à multiplier cette ſérie par $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ pour avoir $\frac{ac}{bh}g - \frac{ac^3}{2b^3h}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^2}{6b^5h}g^3$, &c. pour la quantité de la réfraction. Mais il eſt clair que faute de connoître les quantitez g & h, nous ne pouvons point faire uſage de cette ſérie. Nous ne connoiſſons point h,

Fig. 11. parce que nous ignorons la valeur de m, ou que nous ne ſçavons pas laquelle de toutes les hypotheſes repréſentées par l'équation $z = a^{1-m} y^m$ eſt la plus conforme à la nature : & nous ne connoiſſons pas non plus g, parce qu'outre que la valeur de m nous eſt inconnuë, nous ne connoiſſons point auſſi la hauteur de l'Atmoſphere, ou la longueur de la plus grande apliquée CN.

§. L I.

Mais rien n'eſt plus facile que de découvrir ces deux grandeurs h & g, auſſi-tôt qu'on a ſeulement trouvé par des obſervations exactes, la réfraction aſtronomique pour deux différentes hauteurs aparentes. Car comparant l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3$, &c. avec ces deux réfractions connuës par obſervation ; on aura deux différentes équations, & on ſçait qu'il n'en faut pas davantage, pour pouvoir déterminer deux inconnuës. C'eſt ce qu'on va tâcher d'exécuter ici ; mais en emploïant comme cela eſt abſolument néceſſaire la methode des ſuites & celle de leur retour, parce que, comme il s'agit d'arcs & de ſinus, l'opération apartient à la géometrie tranſcendante. Nous ſupoſons d'abord pour une plus grande facilité que la réfraction horiſontale eſt une des deux que nous connoiſſons, & nous la déſignerons par e : l'autre réfraction connue, nous la nommerons f, & nous nommerons q le ſinus de la hauteur aparente & p le ſinus de complement. Si nous introduiſons enſuite q & p à la place de b & de c dans l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^2h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3 -$ &c. des réfractions, nous aurons $\frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^2h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3 -$ &c. pour la réfraction f qui convient à la hauteur aparente, dont q eſt

Fig. 12.

le sinus & p le cosinus; & ainsi nous aurons $f = \frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^2h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3 -$ &c. Je change cette équation en $h = \frac{ap}{qf} g - \frac{ap^3}{2q^2f} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5f} g^3 -$ &c. & je trouve par la methode qu'on apelle le retour des suites; $g = \frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 +$ &c. Voilà donc une valeur de g qui nous est fournie par la seconde hauteur aparente & par la réfraction astronomique f qui lui convient: mais la premiere hauteur & la premiere réfraction; c'est-à-dire, la réfraction horisontale e peut nous fournir aussi une valeur de g, & il est évident que pour la trouver tout d'un coup, nous n'avons qu'à metre e à la place de f; & *zero* & a à la place de q & de p, parce que lorsqu'un Astre paroît dans l'horison, le sinus de sa hauteur aparente est nul, & le sinus complement de cette hauteur est égal au sinus total a. Il viendra de cette sorte $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 +$ &c; & combinant cette seconde valeur de g avec la premiere, on fera disparoître g, & on aura l'équation $\frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 +$ &c. $= \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6 -$ &c. qui ne contient plus que la seule inconnuë h. Mais cette derniere équation se réduit à $\frac{qf}{ap} = \frac{e^2 - f^2}{2a^2} h + \frac{f^3q}{6a^3p} h^2 - \frac{e^4 + f^4}{24a^4} h^3 - \frac{f^5q}{120a^5p} h^4 +$ &c, & elle donne par le retour des suites $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}} -$

Fig. 12.

$$+ \frac{16 af^9 q^5 + 6aq^3 f^3 p^2 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,5}}$$

$$\frac{+ 300aq^5 p^2 f^7 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{f^4 - e^4} - 400aq^7 f^{13} + 36aq^5 p^2 f^9 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}}{235p^7 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,7}}$$

&c. Ainſi on peut maintenant regarder h, comme connuë; puiſque la ſérie précédente qui l'exprime, n'eſt formée que de grandeurs connuës, & que d'ailleurs il eſt facile de voir que cette ſérie eſt très-convergente. Enfin il ne reſte plus qu'à introduire cette valeur de h dans l'équation $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6$ &c. pour avoir $g = \frac{2q^2 e^2 f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}} - \frac{8q^4 e^2 f^6 - 2q^4 e^4 f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,4}}$

$$\frac{+ 400q^6 e^2 f^{10} + 160q^6 e^4 f^8 + 8q^6 e^6 f^6 + 120q^4 p^2 e^2 f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,6}}$$

&c. & il viendra donc $1 - g = 1 - \frac{2q^2 e^2 f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}} +$

$$\frac{8q^4 e^2 f^6 + 2q^4 e^4 f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,4}}$$

$$\frac{- 400q^6 e^2 f^{10} - 160q^6 e^4 f^8 - 8q^6 e^6 f^6 - 120q^4 p^2 e^2 f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,6}}$$

+ &c.

§. LII.

Connoiſſant ainſi les valeurs de h & de g, rien n'empêche de trouver à préſent la réfraction aſtronomique, pour quelle hauteur aparente on voudra. On n'a qu'à introduire les valeurs de h & de g dans la formule générale $\frac{ac}{bb} g - \frac{ac^3}{2b^3 h} g^2 +$ &c. du §. 50. Ou ſi on veut découvrir la même choſe par les tables des ſinus, on multipliera le ſinus A $\Xi = c$ du complement de la hauteur propoſée par la valeur de $a^{1-m} y^{m-1}$ ou de a^{1-m} CN^{m-1}

CN^{m-1} que fournit la derniere série du §. 51. en donnant la valeur de $1-g$; & on aura au produit le sinus $\Theta\Xi = ca^{1-m}CN^{m-1}$. On cherchera ensuite dans les Tables à quel arc $\Theta\Delta$ ce sinus répond; & retranchant cet arc de celui $A\Delta$ du complement de la hauteur aparente, il viendra l'arc $A\Theta$, qu'il ne restera plus qu'à multiplier par Fig. 12.

$\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$, ou qu'à diviser par h, dont la série

$\frac{2aqf}{p\times\overline{e^2-f^2}} - \frac{4af^3q^3}{3p^3\times\overline{e^2-f^2}^3}$, &c. est l'expression; & il viendra au quotien la réfraction qu'on vouloit découvrir. On fera la même chose pour toutes les autres hauteurs aparentes, & on trouvera donc de cette sorte toutes les réfractions, en suposant simplement qu'on en connoît deux par les observations; sçavoir l'une (e), lorsque l'Astre paroît dans l'horison; & l'autre (f), lorsque l'Astre est élevé d'une hauteur aparente, dont q est le sinus & p le sinus de complement, pendant que a désigne le sinus total.

§. LIII.

Le Livre de la connoissance des Tems marque 32′ 20″ pour la réfraction horisontale; mais comme les observations donnent presque toujours cette réfraction un peu plus grande, on l'a suposée de 33′ complettes. On a pris ensuite la réfraction qui apartient au 26me degré de hauteur, & on l'a fixée à 2′ 12″, en se conformant aux Tables de M. de la Hire. Si après cela on prend 10000000 pour le sinus total, & qu'on cherche combien valent à proportion les petits arcs de 33′ & de 2′ 12″ de réfraction, on trouvera 95944 & 6400, comme on le peut voir tout d'un coup en cherchant dans les Tables les sinus de ces arcs, parce que leurs sinus leur sont sensiblement égaux. Ainsi 10000000 étant la valeur de a; 95944 sera celle de e & 6400 celle de f; & on aura de plus 4383712 pour le sinus q de 26 degrez, & 8987940 pour le sinus p de complement. Or introduisant ces nombres

Fig. 12.

dans la série $1 - g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} +$

$\frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$

$$\frac{-400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

$+$ &c, on trouvera $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour la valeur de $1 - g$ ou de $a^{1-m}\,CN^{m-1}$: & il faut remarquer que cette série est si convergente, qu'il n'est pas nécessaire de pousser l'aproximation au-delà du second terme. L'autre série $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}^2} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}^3}$

$\frac{+16af^9q^5 + 6aq^3f^3p^2 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2 - f^2}^5}$ + &c. qui est également convergente, donnera en même-tems $\frac{22458}{3300}$ pour la valeur de h, & on aura donc $\frac{3300}{22458}$ pour celle de $\frac{1}{h}$ ou de $\frac{m}{m-1}$.

§. LIV.

Ainsi c'est la fraction $\frac{9978668785}{10000000000}$ qui exprime le raport constant des sinus $A\Sigma$ & $\Theta\Xi$, entre lesquels l'arc $A\Theta$ est intercepté, & c'est $\frac{3300}{22458}$ qui marque le raport de cet arc & de la réfraction. C'est-à-dire qu'on doit toujours multiplier le sinus de complement $A\Xi$ de chaque hauteur aparente, par $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour avoir le sinus $\Theta\Xi$; & que lorsque l'arc $A\Theta$ est trouvé en degrez, minutes & secondes, il faut le multiplier par $\frac{3300}{22458}$ pour avoir la réfraction requise. Si on nous propose, par exemple, 10 degrez de hauteur aparente, nous multiplierons le sinus complement 9848077 de cette hauteur par $\frac{9978668785}{10000000000}$, ou ce qui est la même chose, nous retrancherons du logarithme 9. 9933515 de ce sinus, le nombre constant 9274, parce que $-$ 9274 est le logarithme de $\frac{9978668785}{10000000000}$. Il nous viendra 9. 9924241, pour le logarithme du sinus $\Theta\Xi$

qui répond à $79^{\circ}. 19'. 45''$; & ainſi l'arc AΘ ſera de $40'. 15''$ ou de $2415''$; & ſi on le multiplie par le nombre conſtant $\frac{2300}{23458} = \frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ on trouvera $355''$ ou $5'. 55''$ pour la quantité de la réfraction qu'on vouloit découvrir. C'eſt de cette ſorte que nous avons calculé la Table ſuivante. Fig. 12.

Nouvelle Table des réfractions Aſtronomiques.

Hauteurs aparentes.	Réfractions.		Hauteurs aparentes.	Réfractions.		Hauteurs aparentes.	Réfractions.	
Deg.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.
0	33		31	1	47	61		35
1	25	20	32	1	43	62		34
2	19	47	33	1	39	63		32
3	15	50	34	1	35	64		30
4	13	1	35	1	32	65		29
5	10	58	36	1	29	66		28
6	9	25	37	1	26	67		27
7	8	5	38	1	23	68		26
8	7	18	39	1	20	69		25
9	6	3	40	1	17	70		24
10	5	55	41	1	15	71		22
11	5	24	42	1	12	72		21
12	4	57	43	1	9	73		20
13	4	35	44	1	6	74		19
14	4	15	45	1	4	75		17
15	3	58	46	1	2	76		16
16	3	43	47	1	0	77		15
17	3	29	48		58	78		13
18	3	17	49		56	79		12
19	3	6	50		54	80		11
20	2	56	51		52	81		10
21	2	47	52		50	82		9
22	2	39	53		48	83		8
23	2	32	54		46	84		7
24	2	25	55		45	85		6
25	2	18	56		43	86		4
26	2	12	57		42	87		3
27	2	6	58		40	88		2
28	2	1	59		38	89		1
29	1	56	60		37	90		0
30	1	52						

Fig. 12.

§. L V.

Il n'eſt pas néceſſaire de s'arrêter ici à expliquer l'uſage de cette Table. Tous les Pilotes un peu inſtruits dans la théorie de leur art, ſçavent aſſez que les réfractions ſont communes aux hauteurs meſurées par toutes ſortes d'inſtrumens; & que puiſque ces réfractions ſont paroître les Aſtres un peu plus élevez qu'ils ne ſont en effet, on doit toujours retrancher la réfraction de la hauteur aparente, pour avoir la hauteur véritable. On n'inſiſte pas davantage ſur cet article. Mais les Lecteurs ſeront ſans doute bien-aiſes de connoître la valeur de m, afin de ſçavoir le degré de l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$ & de connoître quelle eſt l'hypotheſe qui ſert de fondement à nôtre table.

Nous avons trouvé (§. 15.) que $\frac{1}{n}$ ou $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$:

mais cette fraction $\frac{3300}{22458}$ doit être regardée comme *négative*, parce qu'elle marque le raport de l'arc $A\odot$ à la réfraction aſtronomique, & que l'arc $A\odot$ eſt *négatif*, parce que les ſinus TV ou $\odot\Xi$ diminuent ici à meſure que les apliquées AP, ou $AN = y$ augmentent. Ainſi au lieu de

l'équation $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$, nous avons $\frac{m}{m-1} = -\frac{3300}{22458}$;

d'où nous tirons $25758\, m = 3300$ & $m = \frac{3300}{25758}$ & ſi nous mettons cette valeur à la place de m dans l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$ de la courbe BGI des dilatations, il viendra $z = a^{\frac{22458}{25758}} \times y^{\frac{3300}{25758}}$ ou $z^{25758} = a^{22458} y^{3300}$; & c'eſt donc là l'équation qui repréſente nôtre hypotheſe particuliere; hypotheſe qui eſt préferable à la multitude infinie d'autres renfermées dans l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$. Il eſt vrai que quelque ſiſtême qu'on embraſſe ſur cette matiere, il arrive preſque toujours que les réfractions ſont proportionelles à un arc $A\odot$ intercepté entre deux ſinus $A\Xi$, $\odot\Xi$ qui ont entr'eux un raport conſtant. Mais il suffit que ce raport soit différent, ou que les deux sinus soient pris en quelqu'autre endroit du quart de cercle, pour que les réfractions suivent une autre progression, & que la Table soit différente ; & enfin nôtre hypothese a toujours cet avantage singulier, d'être choisie entre une infinité d'autres. On pouvoit bien avoir fait quatre ou cinq différentes supositions & examiné ensuite laquelle étoit la meilleure : mais ce n'est qu'en suivant une méthode semblable à celle qu'on vient d'expliquer qu'on pouvoit pousser la discussion infiniment plus loin ; & choisir, non pas entre quatre ou cinq hypotheses, mais entre une infinité. Fig. 12.

§. LVI.

Nous pouvons dire aussi à l'avantage de nos calculs, qu'ils s'accordent assez exactement avec les observations des plus sçavans Astronomes. Après que *Tycho* eut donné dans le premier livre de ses *Progymnasmata* des Tables des réfractions déduites de ses observations, personne ne toucha à cette matiere, jusqu'au tems du célébre feu M. *Cassini*, qui l'examina le premier avec des yeux de Géometre, qui inventa une hypothese très-ingénieuse, & qui démontra que les réfractions devoient alterer, jusqu'au zénit, la hauteur des Astres. La Table de la connoissance des Tems est calculée sur cette hypothese ; mais M. *Cassini* qui ne travaille pas aujourd'hui avec moins d'assiduité ni moins de succès que son illustre pere, à perfectioner l'Astronomie, a remarqué que les réfractions sont un peu plus grandes qu'elles ne sont marquées dans la table, lorsque l'Astre est tout-à-fait proche de l'horison ; qu'à très-peu de hauteur, elles deviennent un peu plus petites, & qu'ensuite elles commencent de rechef à surpasser celles de la table. Il suit de là que l'hypothese ancienne ne représente pas bien la progression des réfractions ; & c'est aussi ce qu'a observé feu M. *de la Hire*. Mais si on examine la nouvelle table que nous

Fig. 12. donnons ici, on reconnoîtra que cette progreſſion y eſt beaucoup mieux obſervée ; & nous pourrions montrer en particulier, que nos réfractions ſont effectivement plus petites que celles de la connoiſſance des tems depuis environ la 5^{me} minute de hauteur aparente juſqu'un peu au-deſſous du 4^{me} degré, & qu'enſuite elles deviennent un peu plus grandes. Après tout notre table ne doit être principalement exacte dans ces climats-ci, que pendant l'été ; & il eſt certain que ſi on vouloit en conſtruire une autre pour l'hyver, il faudroit ſupoſer la réfraction horiſontale beaucoup plus forte, & telle qu'on l'obſerve ordinairement dans cette ſaiſon. On ſe ſerviroit également pour cela des ſéries $1 \frac{-2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} + \frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$ $-$ &c. & $\frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}^3} +$ &c : de la premiere pour trouver l'expoſant $1 - g$ du raport qu'il faudroit metre entre les ſinus AZ & ΘZ ; & de la ſeconde, pour découvrir l'expoſant $\frac{1}{h}$ ou $\frac{m}{m-1}$ du raport de l'arc $A\Theta$ à la réfraction.

CHAPITRE II.

De l'Inclinaiſon de l'Horiſon viſuel.

§. LVII.

SI on s'étoit déterminé dans la premiere Partie, en faveur d'un Inſtrument qui portât ſon horiſon avec lui, on n'auroit ſimplement qu'à retrancher la réfraction aſtronomique de la hauteur aparente pour avoir la hauteur véritable. Mais comme on a choiſi un Inſtrument d'une autre eſpece, on eſt obligé de faire encore une correction à la hauteur. Car lorſqu'on eſt élevé au-deſſus de la Mer, & qu'on regarde ſon extremité aparente, le raïon viſuel n'eſt pas de niveau, il eſt incliné du côté de la Mer; & il eſt plus ou moins incliné, ſelon qu'on eſt plus ou moins élevé. Or cette inclinaiſon doit alterer la hauteur des Aſtres; puiſque la hauteur n'eſt autre choſe que l'angle formé par le raïon de l'Aſtre & par une ligne parfaitement horiſontale; & qu'au lieu de cette derniere ligne on en emploïe une qui eſt inclinée. Si (par exemple) le cercle ADM (Fig. 13.) repréſente la circonférence de la terre, & ſi un obſervateur eſt ſitué en B & élevé de la quantité AB au-deſſus de la ſurface de la Mer, il n'y a qu'à tirer du point B la ligne BD qui touche la circonférence du cercle en quelque point D, & cette tangente repréſentera le raïon de l'horiſon viſuel: de ſorte que ce ſera au-deſſus de cette ligne que l'obſervateur prendra la hauteur des Aſtres, faute de pouvoir la prendre immédiatement au-deſſus de la ligne FBG, qui eſt parfaitement de niveau. Mais on voit que l'obſervateur ſe trompera de l'angle FBD dont l'horiſon viſuel eſt incliné: & que pour corriger l'erreur, il faut ajouter cet angle FBD à la hauteur aparente de l'Aſtre, lorſqu'on obſerve cette hauteur * *par derriere.* Fig. 12. Fig. 13.

§. LVIII.

Nous diſons qu'il faut ajouter à la hauteur obſervée de l'Aſtre, l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, lorſqu'on prend hauteur *par derriere*: c'eſt ce qui eſt ſenſible; car ſi l'Aſtre eſt en I & qu'on lui tourne le dos, pour obſerver ſa hauteur, la tangente BD ſera l'horiſon viſuel, & nôtre Inſtrument nous donnera l'angle IBE formé par le raïon

* Prendre hauteur *par derriere*, c'eſt prendre hauteur en tournant le dos à l'Aſtre, comme nous l'avons expliqué au commencement du dernier Chapitre de l'autre Partie, & les Pilotes diſent qu'ils prennent hauteur *par devant* lorſqu'ils viſent à l'Aſtre même, comme nous l'avons expliqué à la fin du même Chapitre, en parlant de la maniere d'obſerver la hauteur des Etoiles.

Fig. 12. IB de l'Aſtre & par le prolongement BE de la tangente BD : mais on voit que cet angle eſt plus petit que celui IBG de la véritable hauteur, de la quantité dont l'horiſon eſt incliné. Ce ſeroit tout le contraire ſi on prenoit *par devant* la hauteur d'un Aſtre H : car on trouveroit par le moïen de l'Inſtrument l'angle HBD qui eſt trop grand ; & ainſi il faudroit alors retrancher l'angle de l'inclinaiſon.

§. LIX.

Au ſurplus il eſt très-facile de calculer cette inclinaiſon de l'horiſon pour toutes les différentes élévations de l'obſervateur au-deſſus de la Mer, auſſi-tôt qu'on ſupoſe que le raïon viſuel eſt une ligne droite. Il eſt ſenſible que cette inclinaiſon eſt égale à l'angle fait au centre de la terre, par la ligne BC & par le ſemi-diametre CD qui ſe rend au point D où le raïon touche la ſurface de la Mer. Ainſi ſi dans le triangle rectangle BCD, on compare le raïon DC de la terre au ſinus total ; BC qui eſt connuë, puiſque c'eſt la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, repréſentera la ſecante de l'angle BCD & en même-tems celle de l'angle de l'inclinaiſon BFD. En un mot on peut toujours faire cette proportion, le raïon de la terre eſt au ſinus total, comme la diſtance BC de l'obſervateur au centre de la terre eſt à la ſecante de l'inclinaiſon, & il n'y aura qu'à renverſer cette analogie pour trouver la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, lorſque l'inclinaiſon de l'horiſon ſera donnée. C'eſt de cette ſorte qu'on a calculé la Table ſuivante.

Table

Fig. 15.

Table des inclinaisons de l'Horison sensible.

Elévations au-dessus de la Mer. Pieds	Pouc.	*Incli-naif. de l'horison visuel.* Min.	*Elévations au-dessus de la Mer.* Pieds.	*Incli-naif. de l'horison visuel.* Min.	*Elévations au-dessus de la Mer.* Pieds.	*Incli-naif. de l'horison visuel.* Min.
0	10	1	365	21	1395	41
3	4	2	401	22	1470	42
7	5	3	439	23	1534	43
13	3	4	478	24	1607	44
20	9	5	519	25	1681	45
29	11	6	561	26	1756	46
39	9	7	605	27	1833	47
53	2	8	651	28	1912	48
67	3	9	698	29	1993	49
83	0	10	747	30	2074	50
100	5	11	798	31	2159	51
119	5	12	850	32	2244	52
140	3	13	904	33	2331	53
162	8	14	960	34	2420	54
186	8	15	1017	35	2511	55
212		16	1076	36	2603	56
240		17	1136	37	2697	57
269		18	1198	38	2792	58
299		19	1262	39	2889	59
331		20	1328	40	2988	60

§. LX.

Comme les plus grands Vaisseaux ne sont pas fort élevez au-dessus de la surface de la Mer, il n'y aura que les premiers nombres de la Table précédente qui pourront servir. Les autres seroient seulement d'usage, si étant à terre sur quelque montagne proche de la Mer, on vouloit observer la hauteur des Astres à la maniere des Marins, en prenant pour horison l'extremité aparente de la Mer. Mais dans ce cas la Table précédente ne seroit pas assez exacte : car le raïon visuel BD se courbe sensi-

Fig. 13. blement par les réfractions, dans le long trajet qu'il a à faire depuis l'œil jusques vers le point D. Le raïon visuel doit se courber sensiblement, puisqu'il est, comme nous l'avons déja dit à la fin de la premiere Partie, une portion de la *solaire* ou de la ligne courbe que tracent les raïons de lumiere, en traversant l'Atmosphere : & il est clair que cette courbure des raïons, doit rendre les inclinaisons de l'horison un peu plus petites que celles qui sont marquées ci-dessus. Si on étoit, par exemple, élevé au-dessus de la surface de la Mer de 2440 pieds ou de 2460, l'inclinaison de l'horison visuel seroit selon la Table d'environ 54′ 20″ : & cependant M. *Cassini* observa le 12 Mars 1701, au pied de la tour de la *Massane*, qui est proche de *Collioure*, & qui est élevé de 408 $\frac{1}{2}$ Toises ou de 2451 pieds que l'inclinaison de l'horison visuel n'étoit que de 50′ 20″. La différence étant assez considérable, nous avons cru qu'il étoit à propos de nous servir de la Théorie établie dans le Chapitre précedent, pour tâcher de découvrir les inclinaisons de l'horison avec plus d'exactitude. C'est même ce qui nous a engagé à ne traiter ce sujet qu'après avoir examiné les réfractions; sans cela nous eussions suivi un ordre contraire. Ce que nous avons dit des réfractions nous met en effet plus en état de connoître exactement les inclinaisons de l'horison. Mais cela n'empêche pas que pour avoir la hauteur véritable d'un Astre, on ne doive toujours, à parler dans la rigueur, corriger l'inclinaison de l'horison avant de corriger la réfraction : Car les réfractions qui sont marquées dans la Table, ne sont pas calculées pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison incliné; mais pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison parfaitement de niveau.

De l'Inclinaison de l'Horison aparent, lorsque les raïons visuels sont pris pour des lignes courbes.

§. LXI.

Considerons la Figure 14, dans laquelle ✝AE est une partie de la surface de la terre & BG est la courbe des dilatations de l'Atmosphere; & suposons comme ci-devant (§. 43.) que cette ligne BG est tracée de sorte que sa premiere ordonnée AB soit égale au semi-diametre AC de la terre. Cette condition fera que si AP est une portion de *solaire* ou de la ligne courbe que trace dans l'Atmosphere un raïon de lumiere, & que si cette courbe touche la surface de la terre en A; les perpendiculaires CR tirées du centre C sur les tangentes PR de cette ligne, seront non-seulement proportionelles aux ordonnées correspondantes FG de la courbe des dilatations; mais elles leur seront aussi égales. C'est ce qui suit de ce qu'on a dit dans le Chapire précédent (§. 41.) car la solaire AP rencontrant CA perpendiculairement en A, il doit y avoir même raport de CA à AB que de CR à FG : mais puisque les deux premiers termes de cette proportion sont égaux entr'eux, les deux derniers CR & FG le seront aussi. Si maintenant on fait attention que la courbe AP peut être prise pour le raïon visuel d'un observateur qui seroit situé en P, & qui étendant sa vuë aussi loin que lui permettroit la rondeur de la terre, regarderoit l'extremité aparente A de la Mer, on reconnoîtroit que l'angle RPC est le complement de l'inclinaison de l'horison aparent, puisque le raïon visuel AP est dirigé lorsqu'il entre dans l'œil de l'observateur P, comme s'il venoit du point R, & qu'il fait avec la verticale PC l'angle RPC. Il doit donc y avoir par consequent dans le triangle rectangle CPR, même raport de CP à CR que du sinus total au sinus du complement de l'inclinaison proposée de l'horison vi- Fig. 14.

Fig. 14. ſuel. Mais pour mettre ce raport entre CP & CR, on n'a qu'à le mettre entre les deux autres lignes CF & FG qui leur ſont égales; & il eſt clair que pour le mettre entre ces deux dernieres lignes, on n'a qu'à prendre AC pour le ſinus total, & faire AΩ égal au ſinus de complement de l'inclinaiſon propoſée & tirer la ligne CG par le point Ω. Ainſi voici une conſtruction très-ſimple & très-générale. C'eſt de faire l'arc AΨ égal au complement de l'inclinaiſon de l'horiſon ou égal à l'angle RPC qu'on veut que faſſe le raïon viſuel AP avec la verticale CP de l'obſervateur; & tirant du point Ψ la ligne ΨΩ parallelement à CA, afin de faire ΩA égale au ſinus ΨΦ, il n'y aura qu'à tirer par le point Ω la ligne CG, juſqu'à ce qu'elle rencontre la courbe BG des dilatations en quelque point G; & menant enſuite l'ordonnée GF parallelement à BA ou perpendiculairement à CF, le point F fera connoître combien il faut que l'obſervateur P ſoit élevé au-deſſus de la Mer, pour que ſon horiſon viſuel ſoit incliné de la quantité preſcrite.

§. LXII.

Pour reſoudre le même problême par le calcul, on continuera de nommer y les diſtances CP ou CF au centre de la terre, & z les ordonnées FG de la courbe des dilatations: & ſi on prend de plus r pour le ſinus total, & i pour le ſinus du complement de l'inclinaiſon qu'on veut qu'ait l'horiſon aparent; on aura à cauſe du triangle rectangle CRP cette analogie, $r \mid CP = y \parallel i \mid CR = FG = z$: D'où on tire $rz = iy$. Or il ſuffit, comme il eſt ſenſible, d'introduire dans cette petite formule la valeur de z en y, (valeur qu'on connoît toujours, auſſi-tôt qu'on ſçait la nature de la courbe des dilatations,) & il viendra une autre équation qui ne contiendra plus que y de ſeule inconnuë, & dont il n'y aura plus par conſequent qu'à chercher les racines. On a ſupoſé dans l'autre Chapitre $z = a^{1-m} y^{m}$ & on a trouvé qu'entre la multitude infinie d'hypotheſes que cette équation repréſente, c'eſt $z = a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ qui eſt conforme aux obſervations. On n'a donc qu'à introduire $a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ ou plus généralement $a^{1-m} y^{m}$ à la place de z dans la formule $rz = iy$: il viendra $r\, a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}} = iy$ ou $ra^{1-m} y^{m} = iy$; & ſi à cauſe de la trop haute dimenſion de ces équations, on les reſoud par les logarithmes, on trouvera $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$ ou généralement $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$. Or il eſt très-facile de trouver par ces formules, combien l'obſervateur doit être élevé au-deſſus de la Mer, pour que ſon horiſon viſuel ſoit incliné d'une quantité donnée. Il n'y a, comme on le voit, qu'à multiplier par $\frac{25758}{22458}$ ou généralement par $\frac{1}{1-m}$, l'excès du logarithme Lr du ſinus total ſur le logarithme Li du coſinus de l'inclinaiſon propoſée; & ajoutant le produit au logarithme du ſemi-diametre terreſtre a, il viendra le logarithme de la diſtance y de l'obſervateur au centre de la terre : & il ne reſtera donc plus qu'à ſouſtraire de cette diſtance y, le ſemi-diametre a. Cette méthode nous a procuré la Table ſuivante. Fig. 14.

Fig. 14.

Nouvelle Table des Inclinaiſons de l'Horiſon viſuel.

Elévations au-deſſus de la Mer.		Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.	Elévations au-deſſus de la Mer.	Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.	Elévations au-deſſus de la Mer.	Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.
Pieds	Pouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
	11	1	420	21	1601	41
3	9	2	459	22	1680	42
8	7	3	504	23	1761	43
15	3	4	548	24	1844	44
23	10	5	595	25	1928	45
34	3	6	645	26	2015	46
46	7	7	694	27	2103	47
60	11	8	747	28	2194	48
77	0	9	801	29	2286	49
95	2	10	857	30	2381	50
115	1	11	915	31	2477	51
136	11	12	975	32	2575	52
160	9	13	1037	33	2674	53
186	5	14	1101	34	2777	54
214		15	1166	35	2881	55
243		16	1234	36	2986	56
275		17	1304	37	3094	57
308		18	1375	38	3203	58
343		19	1448	39	3324	59
381		20	1524	40	3428	60

§. LXIII.

Il paroîtra peut-être que c'eſt pouſſer la délicateſſe trop loin, de vouloir obliger les Pilotes à ne ſe ſervir que de cette ſeconde Table au lieu de la premiere. Mais cependant il ſuffit que l'obſervateur ſoit élevé de trente pieds, pour que la différence ſoit déja de près d'une demie minute : & ſi on étoit obligé de monter dans la hune afin de découvrir la Mer par-deſſus quelques iſles ou quelques rochers, l'erreur pourroit aller à près d'une minute. Or nous ſommes perſuadez qu'on ne doit preſque rien négliger dans une ſemblable matiere : car quelque ſoin & quelque peine qu'on ſe donne, il arrive qu'on ſe trompe encore ſouvent d'une quantité trop ſenſible. D'ailleurs il étoit toujours néceſſaire d'entreprendre la diſcuſſion précédente, au moins pour ſçavoir, comme on l'a déja dit, ce qu'on doit penſer de l'exactitude de la Table ordinaire. Fig. 14.

§. LXIV.

Enfin ſi dans la formule $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$, ou $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$, on traite le coſinus i de l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, comme inconnu, on trouvera $Li = Lr - \frac{22458}{25758} \times \overline{Ly - La}$ ou plus généralement $Li = Lr - \overline{1 + m} \times \overline{Ly - La}$; & on pourra aiſément par le moïen de ces nouvelles formules découvrir l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, lorſqu'on connoîtra l'élévation de l'obſervateur au-deſſus de la ſurface de la Mer. Après avoir pris l'excès du logarithme Ly de la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, ſur le logarithme La du raïon même de la terre, il faudra multiplier cet excès par $\frac{22458}{25738}$ ou généralement par $1 - m$, & retranchant le produit qu'on trouvera du logarithme Lr du ſinus total, il viendra le logarithme Li du ſinus de complement de l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel. Si on vouloit après cela trouver la diſtance à l'horiſon ou à l'extremité aparente de la Mer, il n'y auroit qu'à multiplier le nombre de minutes & de ſecondes de l'inclinaiſon aparente, par $\frac{1}{1-m}$ ou par $\frac{25758}{22458}$; & il viendroit la diſtance requiſe en minutes & ſecondes de grand cercle de la terre. C'eſt ce qu'on ne demontre point, parce que cela n'eſt point néceſſaire à nôtre ſujet : Il ſuffit d'ajouter que

Fig. 14. comme les réfractions sont sujettes à plusieurs irrégularitez, tant à cause de la différente quantité de vapeurs qui se soutiennent dans la partie basse de l'Atmosphere, que parce que la masse même de l'air est sujette à changer de hauteur, on ne peut pas promettre que les déterminations précédentes s'accordent toujours dans la derniere rigueur, avec les observations qu'on pourra faire. Mais les irrégularitez se faisant tantôt dans un sens & tantôt dans un autre, les raïons de lumiere doivent être plus ou moins courbes; & c'est donc assez, pour que les calculs aïent toute l'exactitude possible, qu'ils représentent toujours la courbure moïenne des raïons. Or nous avons lieu de croire, que si les calculs qu'on a mis en usage jusques ici n'ont point eu ce degré de perfection, & que s'ils n'ont pas dû faire trouver les quantitez moïennes, parce qu'ils n'ont toujours été faits que dans la supposition que les raïons de lumiere sont des lignes droites; ce ne sera pas tout-à-fait la même chose des supputations que nous avons emploïées.

FIN.

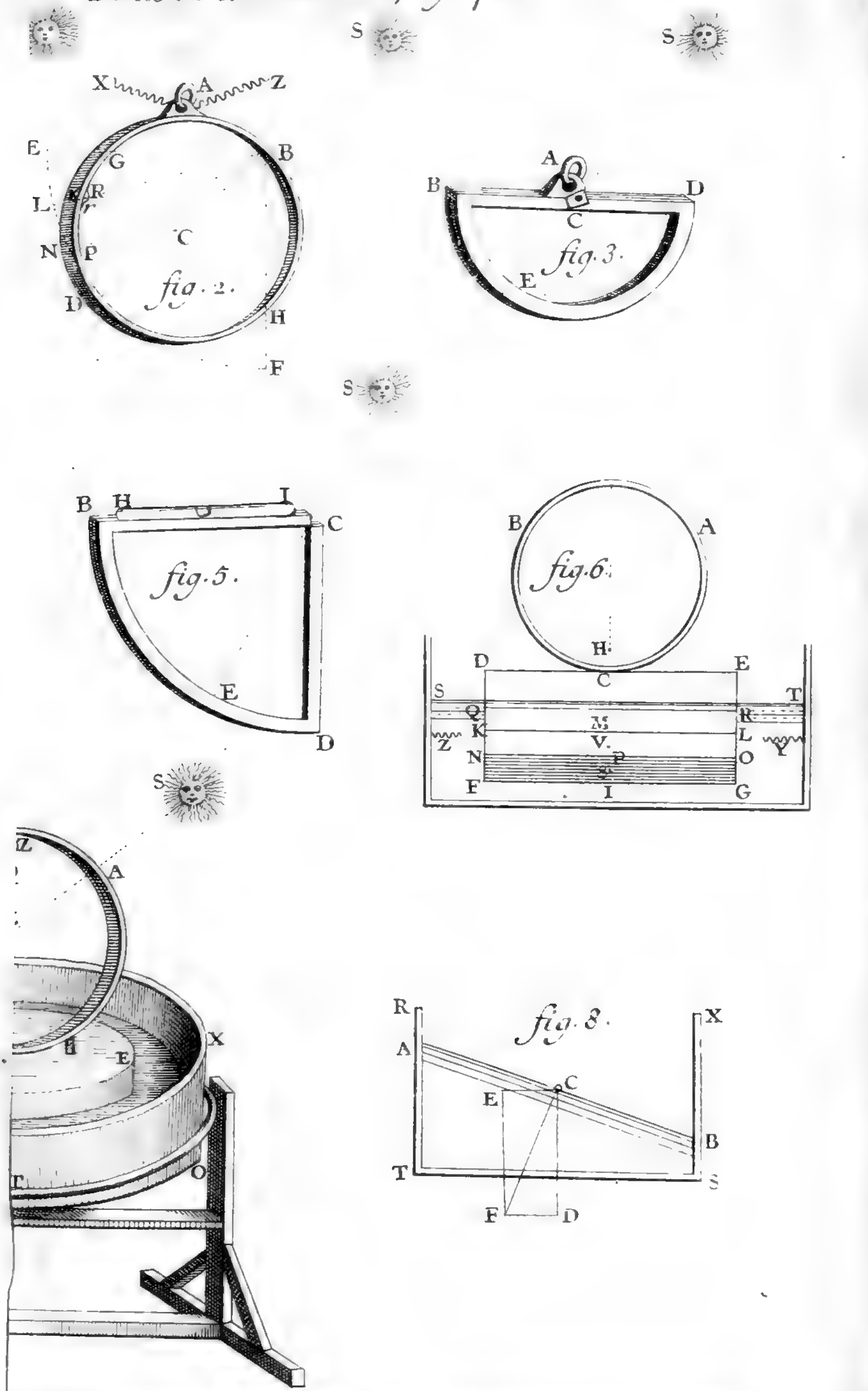
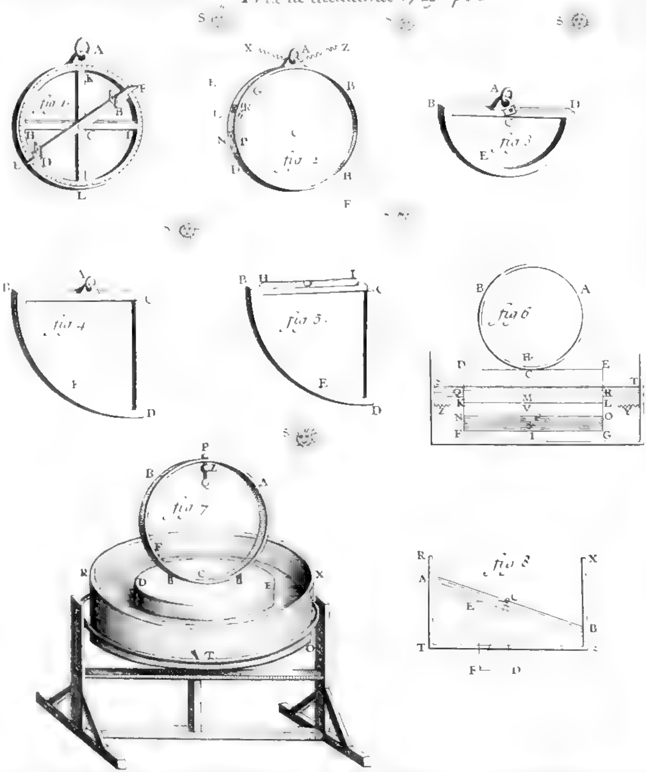


fig. 2.
fig. 3.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 8.

Prix de l'academie 1729. pl.1.



pl 22

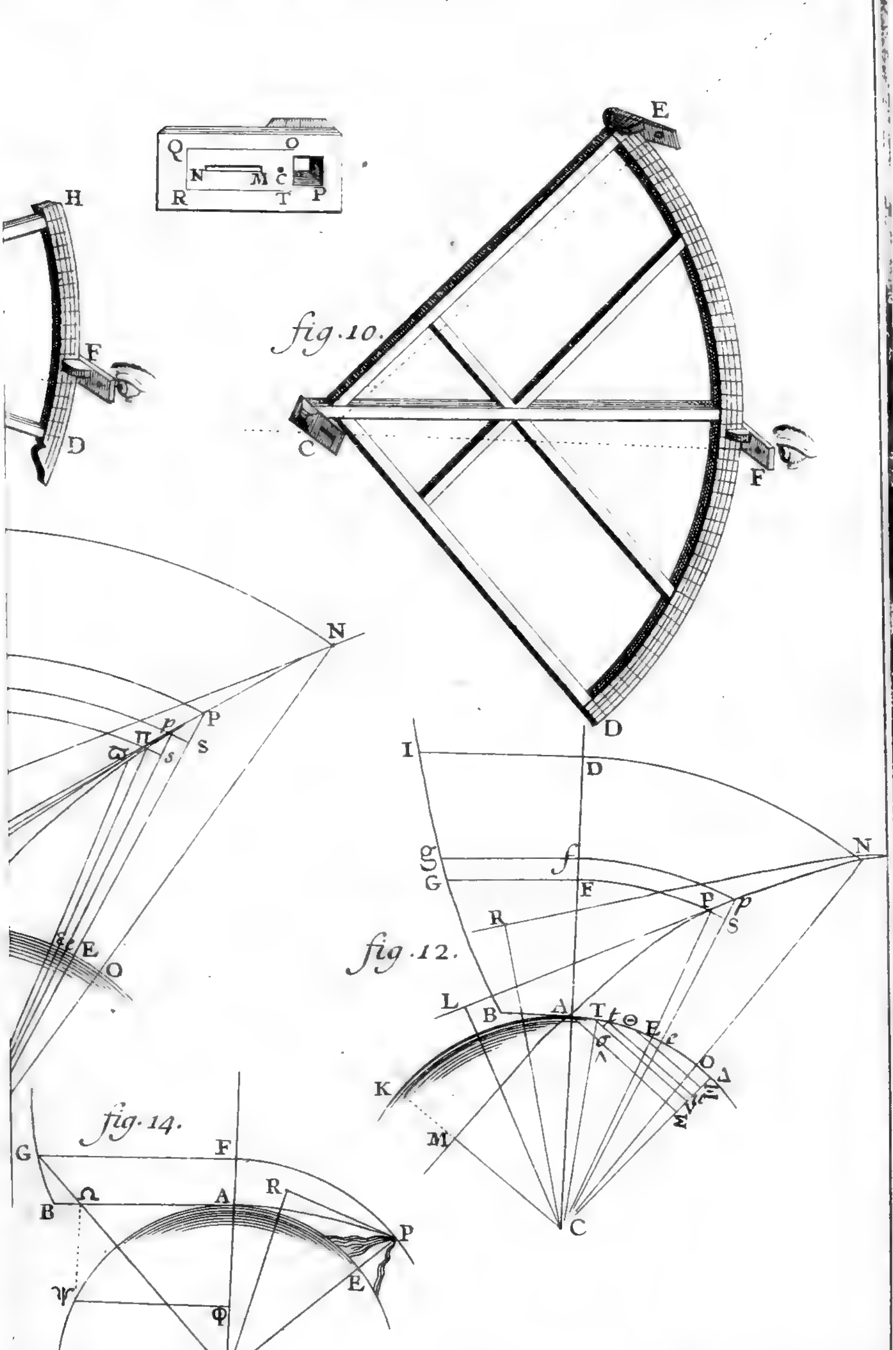


fig. 10.
fig. 12.
fig. 14.

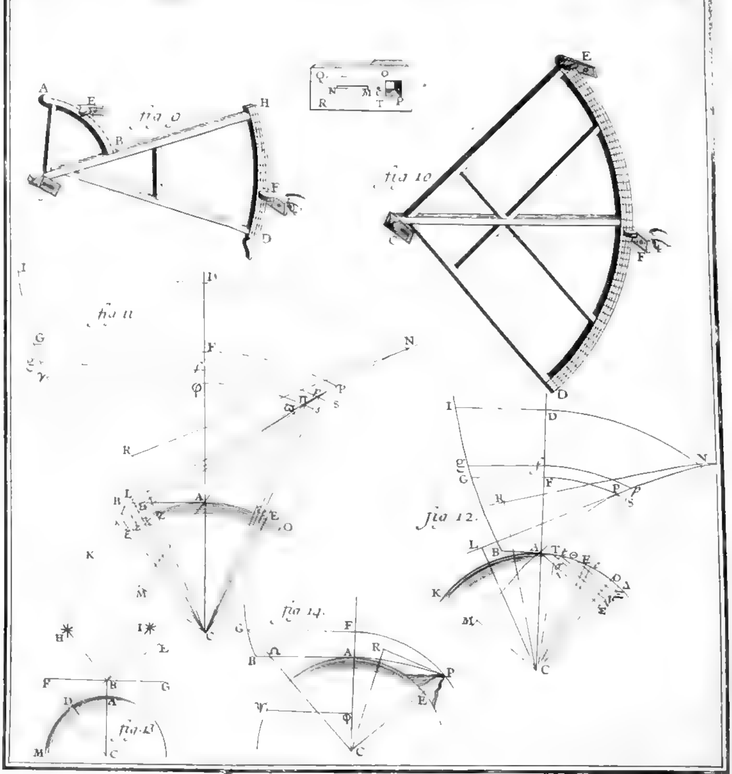


fig. 9
fig. 10
fig. 11
fig. 12
fig. 13
fig. 14

NOUVELLES PENSÉES
SUR LE SYSTÊME
DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI *Professeur des Mathématiques à Bâle, & membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

A PARIS, RUE S. JACQUES.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'ACADEMIE a trouvé cinq Piéces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui méritoient de concourir, & principalement la Piece N°. 13. dont la Devise est :

Me vero primum dulces ante omnia Musæ
Accipiant, Cœlique vias & sydera monstrent.

Les autres sont la Piece N°. 3. dont la Devise est : *Sicut tenebræ ejus, ita & lumen ejus.* La Piece N°. 26. dont la Devise est : *Multa contigit scire, sed non intelligere.* La Piece N°. 20. dont la Devise est : *Cœli enarrant gloriam Dei, & opera manuum ejus annunciat firmamentum.* Et la Piece N°. 27. dont la Devise est : *Ex minimis maxima.*

NOTA. *Page* 16. *après la ligne* 22. au lieu de, $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx + \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge - - - - *lisez*

$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge

NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

Virtus recludens immeritis mori
Cœlum, negata tentat iter via.

Horat. Od. 2. Lib. 3. Carm.

---

§. I.

L'ILLUSTRE Académie des Sciences ayant proposé pour l'année 1730. cette question : *Quelle est la cause de la figure elliptique des Orbites des Planètes, & pourquoy le grand axe de ces Ellipses change de position, ou ce qui revient au même, Pourquoy leur Aphélie, ou* *leur Apogée répond ſucceſſivement à differens points du Ciel?* J'ai cru qu'il m'étoit permis d'eſſayer mes forces ſur ce ſujet. On ſera peut-être ſurpris de voir que j'oſe reproduire ſur la ſcene les Tourbillons céleſtes, dans un tems où pluſieurs Philoſophes, particulierement des Anglois, les regardent comme de pures chimeres, & n'en parlent qu'avec le dernier mépris; mais la ſavante COMPAGNIE à l'éxamen de laquelle je ſoumets mes penſées, jugera ſi on a raiſon de condamner un Syſtême bâti ſur des principes clairs & intelligibles, & de lui en ſubſtituer un autre fondé ſur des principes dont on ne peut ſe former aucune idée; ce qui en matiere de Phyſique me paroit une raiſon ſuffiſante pour rejetter un tel Syſtême, quand il ſeroit au reſte le plus heureuſement inventé pour l'explication de tous les Phénomènes, ſur tout ſi on a les moyens en main de faire voir que par le premier Syſtême bien ménagé, on eſt en état, non ſeulement de rendre raiſon de ces mêmes Phénomènes; mais auſſi de répondre aux objections les plus fortes qu'on a voulu faire valoir en Angleterre, comme des armes invincibles contre les Tourbillons. Or je montrerai dans ce petit Diſcours qu'on a effectivement ces moyens pour éxécuter l'un & l'autre. Je vais commencer par faire une courte diſcuſſion des differentes idées que l'on a ſur le Syſtême général du Monde; enſuite je répondrai à la prétendue impoſſibilité des Tourbillons fondée ſur deux Propoſitions de M. Newton; En troiſiéme lieu je donnerai la ſolution de la queſtion propoſée, par l'hypotheſe des Tourbillons.

§. II.

Les deux parties que contient cette Queſtion, conſiſtent à déterminer 1°. la cauſe des Ellipſes que les Planètes décrivent dans le Ciel, 2°. la cauſe du changement de poſition des grands axes de ces Ellipſes. On ſuppoſe donc, comme une choſe avérée, que les Orbites des Planètes ont une figure elliptique, & que les Aphélies ſont mobiles.

§. III.

On a raiſon de le ſuppoſer ; les Phénomènes démontrent l'un & l'autre, quoique quant aux Planètes principales, le mouvement de leur Aphélie ſoir ſi lent, que pluſieurs, tant Aſtronomes que Philoſophes, ont voulu douter s'il eſt véritable, ou plûtôt apparent ; mais je le ſuppoſerai réel & véritable, d'autant plus qu'il découle fort naturellement du Syſtême dont j'entreprends la défenſe.

§. IV.

L'arrangement des parties du Monde, l'ordre & le mouvement des Aſtres, enfin la ſymmetrie entre tout ce qui compoſe l'Univers, eſt ce qu'on nomme communément le Syſtême du Monde ; mais comme c'eſt une explication phyſique qu'on demande ſur les deux points en queſtion, on voit bien qu'il ne ſuffit pas de regarder ce grand édifice avec des yeux Aſtronomes, c'eſt-à-dire de ſe contenter de ſavoir le cours & les autres ſymptomes des Aſtres, ſuivant les régles établies par les obſervations & l'idée du Syſtême qu'on adopte, ſans ſe mettre en peine comment ni pourquoy les choſes ſont ainſi faites & point autrement. Il faut de plus pénétrer dans les Cauſes phyſiques, connoître les Loix du mouvement, & les prendre de la ſource, ſi on veut être en état de rendre raiſon des effets obſervés par les Aſtronomes.

§. V.

Cependant comme les Aſtronomes ſont obligés de choiſir un Syſtême qui convienne, autant qu'il eſt poſſible, aux Phénomenes céleſtes dans toutes les particularités qui les accompagnent; auſſi les Phyſiciens ne ſont pas moins obligés de s'y tenir préférablement à tout autre; car comment pourroit-on tirer des vérités en raiſonnant ſur une hypothèſe douteuſe, ou tout-à-fait fauſſe? Ainſi je ne m'arrêterai pas au Syſtême de Ptolomée, ni à celui de Ticho, puiſqu'il y a long-tems qu'on reconnoît l'inſuffiſance de l'un & de l'autre, tant pour l'Aſtronomie que pour la Phyſique.

§. VI.

Le Syſtême de Copernic eſt celui qui quadre le mieux pour l'Aſtronomie, comme étant le plus ſimple. On ſatisfait par ſon moyen aux principaux Phénomènes; & il eſt d'ailleurs confirmé par un grand nombre d'obſervations & par des découvertes nouvellement faites, depuis qu'on a trouvé moyen d'employer les grands tuyaux optiques pour obſerver le Ciel. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne qui font leurs révolutions autour de ces Aſtres, le mouvement propre de Jupiter, celui de Mars & de Venus ſur leur centre, ſemblable au mouvement diurne de la Terre, les Phaſes croiſſantes & décroiſſantes de Venus, le mouvement du Soleil autour de ſon centre fixe & immobile, & pluſieurs autres découvertes de cette nature, font autant de preuves preſque certaines de la vérité du Syſtême de Copernic. Auſſi les Aſtronomes les plus habiles & de ce ſiécle & du paſſé, l'ont-ils reçû ſans difficulté, comme le ſeul qui puiſſe expliquer tous ces Phénomènes d'une maniere ſimple & naturelle.

§. VII.

Mais pour ce qui eſt des cauſes Phyſiques qui produiſent les mouvemens des corps céleſtes & les variétés de ces mouvemens, il s'en faut beaucoup que les Philoſophes ne ſoyent d'accord entre eux. Mon but n'eſt pas d'éxaminer le ſentiment de chacun; on ne l'éxige pas. Je me propoſe ſeulement, parce que cela me conduit à mon ſujet, de confronter les deux differentes opinions qui ont fait le plus de bruit dans le monde. La premiere eſt celle de M. Deſcartes; la ſeconde qui eſt la plus en vogue en Angleterre, vient du fameux M. Newton.

§. VIII.

Pour parler de cette derniere, en premier lieu, on ſait que M. Newton l'a bâtie ſur les vûës de Kepler, dont il a emprunté le fondement pour compoſer ſon Syſtême. Il ne faut pas nier qu'il n'ait éxécuté ſon deſſein fort heureuſement par la force centrifuge des Planètes contrebalancée par une force contraire de leur gravitation vers le centre du mouvement. Quant à la premiere de ces deux forces, ſa nature eſt connuë, on en conçoit clairement la cauſe, & perſonne ne fait difficulté d'accorder, qu'une pierre, par éxemple, agitée en rond par une fronde, acquiert un effort continuel pour s'éloigner du centre, parce qu'elle eſt empêchée par la fronde de ſe mouvoir en ligne droite, qui eſt la tangente du cercle en tout point où la pierre ſe trouve, & qui eſt la direction naturelle qu'elle ſuivroit, ſi elle n'étoit point retenuë par la fronde: Et comme il faut une certaine force pour détourner à tout moment la pierre de ſon mouvement rectiligne, il eſt viſible qu'elle doit faire une réſiſtance égale (puiſque l'action & la réaction ſont toujours égales) & c'eſt dans cette réſiſtance que conſiſte la force centrifuge. Ainſi cette force eſt reconnuë & admiſe comme un principe clair & intelligible.

§. IX.

Mais quand il s'agit d'expliquer la cauſe de la gravitation des Planètes ſur le Soleil, & la raiſon pourquoy elles ne trouvent point de réſiſtance de la part du milieu dans lequel elles ſe meuvent, il a falu hazarder deux ſupoſitions hardies, qui révoltent les eſprits accoûtumés à ne recevoir dans la Phyſique que des principes inconteſtables & évidens. La prémière de ces ſuppoſitions eſt d'attibuer aux corps une vertu ou faculté *attractive*, par laquelle ils s'attirent mutuellement, ſans le ſecours d'aucune autre action. La ſeconde conſiſte à ſuppoſer dans le Monde un *vuide* parfait. Voilà donc *l'attraction & le vuide* (comme dit agréablement M. de Fontenelle) *bannis de la Phyſique par Deſcartes, & bannis pour jamais ſelon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle, dont on ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés*; deux principes qui tendent directement à rétablir ſur le trône le Péripathétiſme, qui a tyranniſé ſi longtems les anciens Philoſophes. Auſſi M. Newton a-t-il bien ſenti & prévû les objections qu'on lui feroit, en particulier contre la péſanteur innée des corps, c'eſt pour cela qu'il proteſte en pluſieurs endroits, qu'il n'adopte ce ſentiment que comme une hypothèſe, par exemple, à la page 389. de ſes Principes Phil. Nat. Edit. derniere: *Attamen*, dit-il, *gravitatem corporibus eſſentialem eſſe minime affirmo*, plus retenu en cela que ſes Sectateurs outrés, tels que M. Cottes, qui a fait la Préface devant cette Edition, où il prétend poſitivement & d'un air impérieux contre les Cartéſiens. pag. 8. & 9. *Que la péſanteur n'eſt pas moins eſſentielle aux corps que leur étenduë, mobilité & impetrabilité.* On voit là le Diſciple plus courageux que le Maître.

§. X.

Mais puiſque cette confiance de parler ne nous oblige en aucune maniere de donner aveuglément dans ces ſentimens incompréhenſibles, il nous ſera permis d'abandonner le Syſtême de M. Newton, quelque ingénieux qu'il ſoit, juſqu'à ce qu'il ſoit délivré de tout ce qui choque la ſaine raiſon, comme en effet, je crois avoir trouvé un expédient tout particulier pour expliquer la gravitation des Planètes par une cauſe purement méchanique, ſans recourir ni à l'attraction, ni au vuide, avec cet avantage, que je me fais fort de montrer clairement, pourquoi les gravitations des Planètes ſur le Soleil doivent être en raiſon renverſée des quarrés des diſtances au centre du Soleil, ce que M. Newton & ſes Sectateurs ont ſeulement ſuppoſé comme une hypothèſe ſans pouvoir le démontrer, pour en déduire les Ellipſes, au foyer deſquelles on place le Soleil, ou le centre auquel tendent les gravitations. Mais mes penſées là-deſſus me donneroient matiere à une autre Diſſertation, que j'aurai l'honneur de communiquer à l'illuſtre ACADE'MIE, quand je verrai que celle-ci aura été reçûë favorablement. Je m'attache pour le préſent à convaincre les Adverſaires des Tourbillons, qu'ils ſont beaucoup plus commodes qu'on ne l'a crû juſqu'ici, pour ſauver les Phénomènes, en particulier ceux dont il eſt ici queſtion, ce qui diſſipera en quelque façon les difficultés, auſquelles ce Syſtême étoit ſujet.

§. XI.

Les Tourbillons que M. Deſcartes a introduits, ſont trop connus des Phyſiciens pour en faire une ample deſcription. On ſait que par ces Tourbillons il a prétendu expliquer deux effets principaux, ſavoir le mouvement des Planètes autour du Soleil, & la nature de pésanteur, qui fait descendre les corps grossiers vers le centre de la Terre ou d'une autre Planète. Mais ce Systême tout spécieux qu'il est d'abord, n'a pas manqué de rencontrer ses Antagonistes : on y a trouvé à redire sur tout ; que par les Tourbillons il est très-difficile d'expliquer la Règle de Kepler, que les observations les plus éxactes vérifient d'une maniere admirable. En conséquence de cette Règle les Planètes décrivent au tour du centre du Soleil, non par des cercles excentriques, comme on croyoit, mais des Ellipses, quoique approchantes des cercles; le Soleil est dans un des foyers de chacune de ces Ellipses ; le tems pour parcourir un arc d'une Ellipse est proportionel à l'aire du Secteur Elliptique formé par cet arc & les deux lignes droites tirées du foyer aux extrémités du même arc ; Les tems périodiques des révolutions entières des Planètes sont en raison sesquipliquée de leurs distances moyennes au centre du Soleil, c'est-à-dire, que les quarrés des tems périodiques, sont comme les cubes de ces distances. D'où il suit, que la vitesse moyenne des Planètes est réciproquement comme la racine quarrée de leur distance moyenne. Enfin tout cela s'observe aussi dans les Planètes sécundaires ou Satellites au tour de leur Planète principale.

§. XII.

D'ailleurs M. Descartes a tâché de rendre quelque raison pourquoy une même Planète est tantôt plus, tantôt moins éloignée du Soleil, ce qui se fait, selon lui & ses Commentateurs, parce que le Tourbillon solaire, entouré de plusieurs autres Tourbillons inégaux, en est pressé inégalement, en sorte que l'interstice par où doit passer la matiere du Tourbillon, étant d'un côté plus étroit, & du côté opposé plus large, il faut que la Planète

Planète s'approche plus du Soleil, & marche plus vite là où elle eſt ſerrée, & qu'elle s'éloigne plus du Soleil, & aille plus lentement à l'endroit où elle eſt plus au large. Quand on accorderoit cela, on voit bien que les Orbites des Planètes ne ſeront pas des cercles, & qu'elles auront leurs Aphélies & Perihélies; mais faut-il pour cela, dira-t-on, que les Orbites ſoyent juſtement des Ellipſes? Que le Soleil ſoit juſtement placé dans un des foyers? Que les Planètes obſervent ſi préciſément dans leur cours la loi de Kepler? Faut-il auſſi que les apſides ſoyent mobiles, nonobſtant que l'inégalité des interſtices entre le Soleil & les Tourbillons voiſins paroiſſent par cette explication devoir occuper toujours les mêmes endroits, par raport aux étoiles fixes? Voudra-t-on dire que Dieu a fait exprès un arrangement tout particulier par une eſpèce de miracle entre les Tourbillons, pour produire ces effets? en vérité cela feroit ce qu'on apelle *Deum accerſere ex machina.* On pourroit ſoûtenir avec le même droit, que Dieu dirige immédiatement par ſa Toute-puiſſance la machine de l'Univers, & que c'eſt ſa pure volonté, que les Corps céleſtes ſe meuvent de la ſorte, & point autrement; ou bien on pourroit rapeller ces Génies ou ces Intelligences, que Dieu a conſtituées, ſelon la groteſque idée de certains Anciens, pour tourner éternellement les Cieux & les Aſtres, en obſervant la Règle de Kepler. Mais s'il étoit permis de raiſonner ſur ce pied-là en entaſſant hypothèſes ſur hypothèſes, il n'y auroit aucun Phénomène dans la Nature des choſes, dont on ne pût imaginer ſur le champ quelque explication, ſemblable à celle que donne par plaiſanterie M. Cottes dans ſa préface que j'ai alléguée ci-deſſus, où pour ſe rire des Tourbillons Cartéſiens, il dit, quoiqu'avec un peu trop de préſomption, qu'ils ne ſont pas plus propres pour expliquer les mouvemens des Planètes, que ſeroit l'hypothèſe de celui qui pour rendre raiſon pourquoi une pierre jettée en l'air décrit une Parabole, voudroit ſoûtenir, que c'eſt parce qu'il y a une matiere ſubtile qui ſe meut en tous ſens, & toûjours ſur des Paraboles grandes & petites, tellement que la pierre entraînée par le cours de cette matiere, ſera obligée de ſuivre la route de l'une ou de l'autre de ces Paraboles, ſelon la direction & la force avec laquelle la pierre a été jettée.

§. XIII.

Un tel uſage des Tourbillons ſeroit, en vérité, ridicule; mais d'un autre côté on leur feroit grand tort de les rejetter tout-à-fait à cauſe des difficultés qui ſe préſentent d'abord. Si on veut être équitable, il faut voir ſi on ne peut pas les lever par quelque tempérament ou explication raiſonnable. Ce ſeroit une eſpece d'ingratitude, ſi nous ne reconnoiſſions que c'eſt principalement à M. Deſcartes que nous ſommes redevables des premieres idées qu'il nous a données pour raiſonner en Phyſique, ſur des principes qu'on peut entendre clairement, au lieu de tout ce fatras de qualités occultes, de formes ſubſtantielles, de facultés, de vertus plaſtiques, & de cent autres chimeres ſemblables que l'Antiquité nous avoit laiſſées.

§. XIV.

Les Tourbillons ſe préſentent ſi naturellement à l'eſprit, qu'on ne ſauroit preſque ſe diſpenſer de les admettre. Mais pour diſſiper les inconveniens qui réſultent de la manière dont M. Deſcartes veut qu'ils emportent les Planètes, ne fera-t-on pas bien d'y apporter quelque remède, en montrant un autre effet auquel on n'a pas ſongé, qui nous mette en état d'en tirer, d'une manière ſimple & claire, les Phénomènes des Aſtres, comme je tâcherai de faire, lorſqu'après cette diſcuſſion j'aurai l'honneur d'expoſer à mes Juges la nouvelle idée que j'ajoûte au Syſtême de Deſcartes, qui me paroît la plus ſimple & la plus naturelle, tant pour obvier aux difficultés, que pour donner une réponſe convenable au ſujet de la queſtion propoſée par l'ACADE'MIE.

§. XV.

Quoique les Tourbillons Cartéſiens ſoyent, comme nous venons de voir, ſujets à de grandes difficultés, il faut avoüer auſſi qu'il y en a, formées même par des Philoſophes célèbres, qui ne ſont qu'apparentes, & qu'on peut d'abord diſſiper par des réponſes ſolides. En effet, le Savant M. Saurin n'a-t-il pas ſolidement répondu dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1709. à l'objection de M. Huguens ſur la cauſe de la Peſanteur? lorſque celui-ci avoit prétendu, que ſi la matiere céleſte ſe mouvoit proche de la Terre en même ſens, avec une viteſſe qui devroit être, ſelon ſon calcul, beaucoup plus grande que la viteſſe du mouvement journalier de la Terre au tour de ſon axe, il ne ſeroit pas poſſible que par le continuel effort d'un mouvement ſi rapide, elle n'entrainât avec elle tous les corps qui ſont ſur la ſurface de la Terre, ce qui n'arrive pas. La raiſon que M. Saurin a donnée, pourquoy ce mouvement ſi rapide ne doit pas ſe faire ſentir, ni entrainer les corps qui ſont ſur la Terre, me paroît ſi bonne, qu'elle ne ſauroit être meilleure, ni plus ſatisfaiſante.

§. XVI.

Je paſſe donc à une autre objection, qui paroît d'autant plus importante qu'on l'a voulu fonder ſur une démonſtration géométrique. Elle vient du célèbre M.

Newton, qui a donné deux propositions dans ses Principes de la Phil. nat. ce sont la 51e & la 52e du second Livre, par lesquelles il prétend démontrer l'impossibilité des Tourbillons. Mais outre la réponse judicieuse de M. Saurin que lon voit à la fin de son Mémoire allégué, je trouve que le raisonnement de M. Newton est un sophisme manifeste, étant fondé sur deux suppositions également fausses. Voici comme il raisonne. Il conçoit d'abord un fluide uniforme & infini en repos, dans lequel il fait tourner un Cylindre, & puis aussi une Sphère solide autour de leur axe. Il divise par la pensée le fluide en une infinité de couches d'une épaisseur égale & infiniment petite, toutes paralleles à la surface du Cylindre, ou de la Sphere. Cette surface en tournant fait une impression continuelle sur la prémière couche qui lui est contiguë, & l'entraine peu à peu: de même cette prémière couche met en mouvement la seconde, celle-ci la troisième, & ainsi consécutivement chacune des couches entrainera par son frottement sa voisine ultérieure, jusqu'à ce qu'une grande partie du fluide soit mise dans une espèce de Tourbillon, qui tourne à chaque distance avec une vitesse permanente & convenable à l'éloignement de l'axe du Cylindre ou de la Sphere. Pour déterminer le tems périodique qui convient à la révolution de chaque couche, M. Newton considere les couches comme solides & d'une petite épaisseur égale, comme je l'ai déja dit; ensuite il parle ainsi (v. pag. 375. Ed. dernière) „ Quoniam homogeneum „ est fluidum, impressiones contiguorum Orbium in „ se mutuo factæ erunt (per hypoth.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus „ impressiones fiunt. Si impressio in orbem aliquem „ major est vel minor ex parte concava quam ex parte „ convexa, prævalebit impressio fortior, & motum orbis vel accelerabit, vel retardabit, prout in eundem

„ regionem cum ipſius motu vel in contrariam diri-
„ gitur. Proinde ut orbis unuſquiſque in motu ſuo
„ uniformiter perſeveret, debent impreſſiones ex parte
„ utraque ſibi invicem æquare & fieri in regiones con-
„ trarias. Unde cum impreſſiones ſint ut contiguæ ſu-
„ perficies & harum tranſlationes ab invicem, erunt
„ tranſlationes inverſe ut ſuperficies (cylindricæ). h.
„ e. inverſe ut ſuperficierum diſtantiæ ab axe, &c.

§. XVII.

Or les dernières lignes de ce Raiſonnement, qui ne ſont qu'une répétition des prémières, contiennent une double erreur. Car 1°. les impreſſions que ſe font les Couches, les unes ſur les autres, conſiſtent dans la réſiſtance que cauſe le frottement, lorſque la ſurface convexe d'une couche ſe ſépare de la ſurface concave de la couche voiſine: mais on ſait que cette réſiſtance dépend uniquement de la force avec laquelle les deux ſurfaces ſont preſſées l'une contre l'autre, & point du tout de la grandeur ou de l'étenduë dans laquelle elles ſe touchent. Nous avons ſur ce ſujet une excellente Diſſertation de feu M. Amontons dans les Mémoires de l'Académie de 1699. où il fait voir pag. 212. *Que la réſiſtance cauſée par le frottement des ſurfaces de differentes étenduës eſt toûjours la même, lorſqu'elles ſont chargées de poids égaux, ou ce qui eſt la même choſe, lorſque les preſſions ſont égales.* Cependant M. Newton conſidere ſeulement l'étenduë des Couches & la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, ſans faire attention à la quantité de preſſion dont chacune eſt preſſée contre ſa voiſine. 2°. Il néglige entierement de faire intervenir l'action du Levier, dont la conſidération pourtant eſt ici abſolument néceſſaire, étant viſible que la même force appliquée ſuivant la tangente de la Circonference d'une grande rouë, a plus d'efficace pour la faire tourner, qu'elle n'a lorsqu'on l'applique à la circonference d'un rayon plus petit. D'où vient donc que M. Newton, qui regarde ces couches comme autant de rouës solides à tourner sur leur axe commun, ne tire pas en conséquence le raport des distances au centre, qu'observent les forces du frottement dans les couches, pour avoir leur véritable *momentum* ou efficace? D'où vient aussi qu'il ne met pas en ligne de compte la quantité de pression que chaque couche doit soûtenir, puisque, sans la pression, les Couches ne feroient que glisser l'une sur l'autre sans se frotter, comme il est évident par les expériences de M. Amontons.

§. XVIII.

Voilà deux erreurs qu'on ne sauroit concevoir comment elles sont échapées à la sagacité d'un si grand Géomètre, & moins encore peut-on s'imaginer pourquoy ses zélés Partisans ne se sont point apperçûs pendant si long-tems, jusques-là même qu'ils ont laissé paroître ces fautes dans les trois différentes éditions qu'on a faites en Angleterre de l'Ouvrage de M. Newton, fort long-tems l'une après l'autre. Voyons ce qu'il faut faire pour rémedier à ce double deffaut. Pour cette fin je donne la solution de ses deux Propositions dans les articles suivans; on jugera si je n'ai pas mieux réüssi.

§. XIX.

Il est évident que chaque couche du fluide entre deux autres voisines, pour qu'elle puisse circuler avec une vitesse uniforme, doit recevoir autant d'efficace par le frottement de la couche inférieure, pour en être avancée ou accélerée, qu'elle en reçoit en sens contraire par le frottement de la supérieure pour en être retardée, de sorte que les décroissemens de vitesse étant à tous momens réparés par des accroissemens égaux, la couche conserve sa circulation uniforme. Or qu'est-ce qui produit ces deux effets égaux & contraires l'un à l'autre ? C'est sans doute la force du frottement que souffre chaque couche, en *avant*[2], & en *arriere*[1], par les deux contiguës, la supérieure & l'inférieure; mais cette force d'où vient-elle au frottement, puisque ni le seul attouchement des surfaces, ni la vitesse rélative avec laquelle elles se séparent, quelque grande qu'elle soit, ne produisent encore aucune force ? Voici donc d'où je dérive cette force. Pendant qu'une couche est en circulation, il est visible qu'elle fait un continuel effort pour se dilater, à cause de la force centrifuge avec laquelle toutes ses parties cherchent à s'éloigner du centre de la circulation; mais la dilatation actuelle étant empêchée par la couche voisine supérieure, il est naturel que celle-ci en sera pressée. C'est donc ainsi que la premiere, ou la plus basse couche mise en circulation, presse la seconde, & la seconde aidée de la premiere, presse la troisième; celle-ci aidée des deux précédentes, presse la quatrième, & ainsi de couche en couche par toute l'étendue du Tourbillon. D'où il suit que pour estimer la quantité de l'impression que chaque couche éxerce sur la surface concave de la suivante, il faut prendre la force centrifuge de la matiere, non de la seule couche inférieure contiguë, mais de toutes les précédentes, puisque la derniere des couches doit toûjours soûtenir l'effort total de la force centrifuge que toute la matiere du fluide compris sous elle acquiert par la circulation.

§. XX.

Il ne reste que le calcul à faire pour trouver com-

bien de pression chacune des couches précédentes contribuë à presser la derniere ; la somme de toutes
Fig. I. ces pressions donnera la pression totale. Soit donc le corps *S* que je supose premierement cylindrique, & qui par le mouvement au tour de son axe produit dans le fluide un tourbillon composé d'une infinité de couches d'épaisseur égale & infiniment petite. Prenons deux de ces couches, comme *ERP* & *GMC* éloignées l'une de l'autre de l'intervalle *EG*, & considerons *ERP* comme la derniere, dont le rayon *SE* soit d'abord d'une longueur déterminée & invariable $= a$, pendant que l'autre couche *GMC* considérée comme une des précédentes, a le rayon *SG* indeterminé & variable $= x$, & l'épaisseur constante $Gg = dx$. Soit *V* la vitesse absoluë avec laquelle la couche *GMC* circule au tour de *S*. La quantité de matiere contenuë dans la couche *GMC* est proportionelle au produit de *SG* par *Gg*; donc cette quantité s'exprimera par xdx, ce qui étant multiplié par la force centrifuge absoluë (qui est, comme on sait, en raison composée de la directe du quarré de la vitesse & de la réciproque simple du rayon, c'est-à-dire en raison de $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx + \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge de la matiere contenuë dans la couche *GMC*.

§. XXI.

C'est donc avec cette force $vvdx$ que la couche particuliere *GMC* sans le secours des précédentes inférieures fait un effort pour se dilater, je veux dire qu'elle presse le fluide extérieur contenu dans l'espace *RPEGCM*. Or c'est un principe d'Hydrostatique, qu'un fluide qui remplit éxactement quelque espace, étant pressé d'un côté, répand également la même pression

pression sur toutes les parties des parois extérieures de l'espace qui renferme le fluide Donc pour savoir quelle sera la pression que toute la surface concave de la Couche *ERP* reçoit de l'effort dilatatif de la seule Couche *GMC*, il faut faire cette analogie. *Comme la circonférence* GMC *est à la circonference* ERP, *ou, comme le rayon* SG (x) *est au rayon* SE (a); *ainsi la force centrifuge ou l'effort dilatatif de la Couche* GMC *que nous avons trouvée* $= vvdx$ *est à une quatrième* $\frac{avvdx}{x}$, qui montre par conséquent la pression que la surface concave de la derniere Couche *ERP* souffre de l'effort dilatatif de *GMC*. Donc la Somme ou l'Integrale de $\frac{avvdx}{x}$, c'est à dire $a\int\frac{vvdx}{x}$ désignera la pression totale que toutes les Couches inférieures comprises entre *S* & *GMC* transmettent conjointement sur la concavité de la derniere *ERP*. Faisons présentement cette Couche *ERP* variable & contiguë à *GMC*, afin que nous ayons indéterminément la pression totale sur chacune. Ainsi il n'y a qu'à mettre x pour a; & nous aurons $x\int\frac{vvdx}{x}$ = à l'impression totale que le fluide du tourbillon communique à la surface concave d'une Couche quelconque, dont le rayon est x; donc cet $x\int\frac{vvdx}{x}$ dénotant la force avec laquelle la surface convexe d'une Couche est pressée contre la concave de la plus voisine supérieure, doit, selon l'expérience & le raisonnement de M. Amontons, règler la force du frottement que se font les deux Couches contiguës l'une à l'autre, ce qui s'exécute en cette maniere.

§. XXII.

Ayant tiré (Fig. II.) une ligne droite *SE* qui coupe les circonférences des Couches A, B, C, &c. aux points L, M, N, O, &c. Que l'on conçoive les arcs LR, MT, NV, OP, &c. qui expriment les viteſſes réelles avec leſquelles les Couches font leurs révolutions au tour de S. La Courbe RPF qui paſſe par les points R, T, V, P, &c. ſera nommée la Courbe des viteſſes. Conſiderons une de ces Couches, par éxemple B entre les deux voiſines A & C & tirons les rayons ST & SV qui coupent l'arc MT aux points T & t pour avoir le petit arc Tt, élément de *Tranſlation* comme M. Newton l'apelle, c'eſt-à-dire la viteſſe rélative avec laquelle la Couche B ſe ſépare de ſes voiſines A & C Soit donc comme auparavant la diſtance indéterminée SM ou $SN = x$, MT ou $NV = v$; nous aurons $Tt = TM - tM = TM - VN + VN - tM$; Or $TM - VN$ n'eſt autre choſe que la differentielle de l'arc TM priſe négativement, je veux dire, que $TM - VN = -dv$, & $VN - tM$ (parce que $SN . NM :: VN . VN - tM$) $= \frac{vdx}{x}$. Et partant $Tt = -dv + \frac{vdx}{x} = \frac{vdx - xdv}{x}$. La même choſe ſe peut conclure en différentiant la viteſſe angulaire, dont la meſure eſt l'angle TSM ou $\frac{v}{x}$; Car $VSN - TSM = -TST = -d\left(\frac{v}{x}\right) = \frac{vdx - xdv}{xx}$: Mais $TST = \frac{Tt}{TS} = \frac{Tt}{x}$, donc $Tt = \frac{vdx - xdv}{x}$ comme auparavant.

§. XXIII.

Tout cela étant ainſi trouvé, il en faut déduire le *momentum* ou l'efficace du frottement des Couches, en prenant les trois raiſons, qui en doivent déterminer l'effet total. 1°. La preſſion des Couches exprimée par $x\int\frac{vvdx}{x}$, 2°. La viteſſe rélative de tranſlation ou de ſéparation de leurs ſurfaces contiguës, 3°. La longueur du Levier, c'eſt-à-dire, le rayon des Couches qui eſt $= x$. Ainſi la raiſon compoſée de ces trois raiſons $x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times x\int\frac{vvdx}{x}$, ce qui fait $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ donnera le *momentum* du frottement, en vertu duquel la ſurface concave de chaque Couche eſt pouſſée en avant, pendant que ſa ſurface extérieure ou convexe en eſt autant préciſément repouſſée en arriere; dont l'effet eſt que la Couche ſera conſervée dans ſa circulation uniforme. Mais afin que cela arrive généralement à toutes les Couches, il n'y a qu'à faire $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} =$ à une quantité conſtante que je nommerai cdx. Ainſi j'ai cette équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$, qui détermine la nature de la courbe des viteſſes *RPF*, par conſéquent auſſi la loi de la viteſſe réelle du tourbillon pour chaque diſtance au centre *S*. Or comme je remarque que dans le facteur du prémier membre $vxdx - xxdv$ les deux indéterminées v & x montent enſemble à la même dimenſion, ſavoir à la ſeconde, cela me fait connoître que v peut être égal à une certaine puiſſance de x. Pour la trouver, ſupoſons $v = x^n$, & partant $dv = nx^{n-1}dx$, & ſubſtituons ces deux valeurs dans notre équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$; le prémier membre $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ (après avoir pris l'Integrale de $\frac{vvdx}{x}$, ou de $x^{2n-1}dx$, qui eſt $\frac{1}{2n}x^{2n}$) ſe change en $\overline{x^{n+1}dx - nx^{n+1}dx} \times \frac{1}{2n}x^{2n}$ ou $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}dx$. Nous avons donc cette Equation $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}$

$dx = cdx$, laquelle doit êtrre identique, afin qu'elle satisfasse à l'équation trouvée, c'est pourquoi il faut faire $3n+1 = 0$, & $\frac{1-n}{2n} = c$, ce qui donne $n = -\frac{1}{3}$ & $c = -2$, par conséquent $x^{3n+1} = x^0 = 1$. La valeur de n étant ainsi déterminée, je dis que notre Equation différentielle $\overline{vxdx - xxdv} \times \int \frac{vvdx}{x} = cdx$ convient à cette autre algébrique $v = x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

§. XXIV.

D'où l'on voit que la vitesse v, avec laquelle la matiere du tourbillon circule, est reciproquement proportionelle à la racine cubique de sa distance au centre S. Il est présentement aisé d'en tirer aussi les tems périodiques; car puisque ces tems sont directement comme les circonferences à parcourir & reciproquement comme les vitesses, & que les circonférences sont comme les rayons, le tems d'une circulation sera proportionel à $\frac{x}{v} = x\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Je dis donc que les tems périodiques des parties du fluide sont en raison sesquitripliquées, ou comme les racines cubiques de la quatrième puissance des distances à l'axe cylindrique, au lieu que M. Newton les a trouvées facilement en raison de simples distances.

§. XXV.

Examinons à présent l'autre cas, où le corps S qui tourne uniformément sur son centre est une Sphère, laquelle formera autour d'elle un tourbillon sphérique, que nous diviserons par la pensée avec M. Newton en une infinité de Couches concentriques d'épaisseur égale & infiniment petite. Il s'agit de trouver la loy des viteſſes que ces Couches auront dans le plan de l'Equateur, je veux dire, dans le plan qui paſſe par le centre perpendiculairement à l'axe, lorſque chacune de ces Couches aura acquis ſon mouvement uniforme. La méthode eſt tout-à-fait la même que celle dont je me ſuis ſervi pour le cas précédent. On conſiderera ſeulement chaque Couche comme diviſée en zones d'une largeur infiniment petite par des cercles parallèles à l'Equateur. Et d'autant que ces zones d'une même Couche doivent achever leur révolution dans le même tems, parce que les Couches ſont regardées comme ſolides, il eſt viſible que nous n'avons qu'à chercher la viteſſe d'une ſeule de ces zones pour en tirer enſuite le tems d'une révolution de toute la Couche ſphérique. Prenons donc la première zone contiguë à l'Equateur. (Fig. I.) D'abord il eſt manifeſte, que ſi *GMC* répréſente l'Equateur ou le circuit de la zone conſidéré avec ſon épaiſſeur *Gg* infiniment petite & égale dans toutes les Couches ſphériques, la quantité de matière contenuë dans la zone *GMC*, dont l'épaiſſeur eſt *Gg*, ſera ici proportionelle au produit du quarré de *SG* par *Gg*, parceque les zones ſemblables en différentes Couches ſphériques ſont comme les quarrés des rayons; & partant ladite quantité de matière ſera exprimée par $xxdx$, ce qui multiplié par la force centrifuge abſoluë $\frac{vv}{x}$, me donne $xxdx \times \frac{vv}{x} = vvxdx$ pour la force centrifuge de la matière qui remplit la zone de l'épaiſſeur *Gg*. Enſuite pour connoître la preſſion que la ſurface concave de la zone ſemblable *ERP* priſe ſur la derniere Couche ſphérique doit ſouffrir par l'effort dilatatif de la ſeule zone *GMC* ſans l'aide des précédentes, il faut faire ici cette analogie. *Comme le quarré de la circonférence* GMC, *au quarre de la circonférence* ERP, *ou comme le quarré du rayon* SG (xx) *eſt au quarré du rayon* SE (aa), *ainſi l'effort di-*

latatif de la zone GMC ($vvxdx$) *est à un quatriéme* $\frac{aavvdx}{x}$, qui marque la pression que ce même effort éxerce sur la surface concave de la zone *ERP* ; Donc l'Integrale de cela qui est $aa\int\frac{vvdx}{x}$ donne la pression totale que toutes les zones semblables des Couches inferieures comprises entre *S* & *GMC* transferent conjointement sur la surface concave de la derniere zone *ERP*. En changeant présentement la déterminée, a, en, x ; nous aurons pour ce cas du tourbillon sphérique $xx\int\frac{vvdx}{x}$ pour la force de pression entiere que la zone dont le rayon est x doit soutenir. Et achevant le reste comme dans le cas précédent, nous aurons le *momentum* du frottement pour faire circuler les zones supérieures par les inférieures $= x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times xx \int\frac{vvdx}{x} = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int\frac{vvdx}{x}$, ce qui doit être égal à une quantité constante cdx. Suposons ici comme ci-devant, que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$, nous trouverons en faisant le calcul, que $n = -\frac{2}{3}$ & $c = -\frac{5}{4}$, d'où on conclut que l'équation différentielle $\overline{vxxdx - x^3dvx} \times \int\frac{vvdx}{x}$ se réduit à cette algébrique $v = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{xx}}$

§. XXVI.

Cela fait voir que, dans un tourbillon sphérique, la vitesse des Couches sous l'Equateur est réciproquement comme la racine cubique du quarré de la distance au centre ; ou bien, parce que chaque couche fait sa révolution avec toutes ses parties ensemble comme une Sphere solide qui tourne sur son axe, il est clair que la vitesse sous tel parallele que l'on voudra ſera reciproquement proportionelle à la racine cubique du quarré de la diſtance pérpendiculaire à l'axe. C'eſt-pourquoi les tems périodiques de différentes Couches étant toûjours proportionels à $\frac{x}{v}$, s'exprimeront dans ce cas par $x^{\frac{5}{3}}$, c'eſt-à-dire, que les parties d'un tourbillon formé par le tournoyement d'une Sphère font la révolution en des tems qui ſont comme les racines cubiques de la cinquiéme puiſſance de leurs éloignemens du centre de la Sphère. Mais M. Newton les a trouvés par ſon raiſonnement erroné, comme les quarrés de ces éloignemens.

§. XXVII.

On peut remarquer en paſſant une particularité aſſés curieuſe, c'eſt que les tems périodiques trouvés par M. Newton, pour le tourbillon cylindrique en raiſon de x ſont trop petits, devant être en raiſon de $x^{\frac{4}{3}}$, mais au contraire ceux qu'il trouve pour le tourbillon ſphérique en raiſon de xx ſont trop grands, puiſqu'ils ne ſont véritablement que comme $x^{\frac{5}{3}}$. D'où il paroît que ſon erreur l'a fait écarter de la Regle de Kepler, pour le prémier cas dans le défaut, & pour le ſecond dans l'excés, de part & d'autre plus qu'il n'étoit juſte. En effet, chacune de nos deux proportions aproche bien plus de l'éxactitude de cette regle, qui veut, que les tems periodiques des Planètes ſoient en raiſon ſeſquipliquée des diſtances moyennes, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$. Or $x^{\frac{4}{3}}$ que nous avons trouvé, marque une raiſon un peu plus petite que celle de $x^{\frac{3}{2}}$, & $x^{\frac{5}{3}}$ en donne une un peu plus grande que $x^{\frac{3}{2}}$.

§. XXVIII.

Ne ſeroit-il donc pas permis de hazarder à cette occaſion quelque conjecture en faveur des tourbillons

Cartésiens? On pourroit dire que puisque la figure cylindrique du Soleil donne un peu trop peu, & la figure sphérique un peu trop, il y a peut-être, une figure à donner au Soleil entre le cylindrique & la Sphère, qui produiroit au juste ce qu'il faut. Mais donnera-t-on au Soleil une autre figure que celle d'un Globe? Je répondrois, pourquoi non? Les Physiciens d'aujourd'hui ne sont-ils pas du sentiment, que la Terre, les Planètes, enfin tous les Corps célestes qui tournent sur leur centre doivent avoir une figure, non pas tout-à-fait sphérique, mais celle d'un Sphéroïde, soit oblong, comme M. de Mairan en a montré la possibilité (voy. les Mém. de l'Académie de 1720.) soit aplati fait par la conversion d'une Ellipse autour de son petit axe? Au moins, les observations des Astronomes ont vérifié cela dans Jupiter, dont la distance d'un Pole à l'autre a été observée plus petite que le diamètre de son Equateur. Pourquoi donc le Soleil qui tourne aussi sur son axe, témoin le mouvement de ses taches, en seroit-il éxempt? au lieu qu'il semble qu'il devroit être le plus sujet à cet aplatissement vers ses poles, à cause qu'il est vraisemblablement composé d'une matière entiérement fluide: Il faut peut-être peu de différence entre la longueur de son axe & le diamètre de son Equateur, pour que les tems périodiques des Couches du tourbillon solaire suivent éxactement la Règle de Kepler.

§. XXIX.

D'ailleurs nous avons supposé jusqu'ici avec M. Newton une parfaite uniformité dans tout le fluide du tourbillon; mais outre l'inégale fluidité qui s'y trouve selon toutes les aparences, à mesure qu'on s'éloigne du centre, ce que M. Saurin a fort bien remarqué, on peut & même on doit supposer aussi une différente densité dans la matiere céleste, je parle de cette matiere

tiere qui compose proprement le tourbillon, & laquelle par le continuel effort de s'éloigner du centre, retient les Planètes dans leurs Orbites & les entraine, en sorte que les Planètes occuperont chacune telle ou telle région dans le tourbillon, où la matière céleste leur est convenable en densité. Car si le tourbillon étoit, par toute son étenduë, uniformément dense, & que les Planètes fussent aussi d'une même densité, il est visible qu'elles seroient toutes également éloignées du Soleil, & feroient leurs périodes en tems égaux. Voyons donc quelle loi de densité doivent observer les differentes couches du tourbillon, afin que les tems périodiques suivent précisément la Règle de Kepler. Le calcul n'en est pas trop difficile, après celui que j'ai fait pour l'uniformité de la matière du tourbillon. Le voici en considérant le Soleil de figure spherique, qui est le cas le plus convenable; sans avoir besoin de recourir au sphéroïde oblong ou aplati.

§. XXX.

Puisque tout revient à bien supputer la pression, que les couches inférieures communiquent aux supérieures, & que nous avons montré §. 25. que si toutes les couches étoient également denses, la pression de chacune sous l'Equateur seroit proportionelle à $xx \frac{\int vvdx}{x}$, il faut ici faire entrer la densité que je supose proportionelle à x^p, je veux dire à une certaine puissance de la distance x, dont je chercherai l'exposant p. Je raisonne donc ainsi. La quantité de matiere contenuë dans la zone GMC (Fig. I.) qui est contiguë à l'Equateur du tourbillon, ou plûtôt de sa couche, dont le rayon est x, est proportionelle au produit, non seulement du quarré SG par Gg, mais encore par la puissance cherchée de SG, c'est-à-dire qu'elle est proportionelle à $xx \times dx \times x^p$; Donc cette quantité de matière ſera exprimée par $x^{p+2}dx$. D'où l'on tire, comme j'ai fait §. 25. $xx\int vvx^{p-1}dx$ pour la preſſion entiere de la zone, dont le rayon eſt x. Ainſi le *momentum* du frottement ſera $= x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times xx\int vvx^{p-1} dx = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int vvx^{p-1}dx$; faiſons cela $= cdx$, & ſupoſons (pour le réduire à une équation algébrique) que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$; Nous trouverons que $n = \frac{-p-2}{3}$ & $c = \frac{p-4}{p+5}$; On aura donc la viteſſe $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$ & le tems périodique $\left(\frac{x}{v}\right) = x\sqrt[3]{x^{p+2}} = x^{\frac{p+5}{3}}$. Si nous voulons rendre préſentement les tems périodiques conformes à la Règle de Kepler, il faut que $x^{\frac{p+5}{3}}$ ſoit $= x^{\frac{3}{2}}$, & partant $\frac{p+5}{3} = \frac{3}{2}$, ce qui donne $p = -\frac{1}{2}$. Donc afin que cette Règle ait lieu, il faut que la denſité de la matiere du tourbillon ſoit réciproquement comme la racine quarrée des diſtances au centre ſubſtituant cette valeur de $p = -\frac{1}{2}$ dans l'expreſſion de la viteſſe $v \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$, nous aurons $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{-\frac{1}{2}+2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$, c'eſt-à-dire que la viteſſe ſera auſſi comme la racine quarrée des diſtances, conformément à la Règle de Kepler. Ainſi la viteſſe & la denſité ſont en même raiſon.

§. XXXI.

On trouvera peut-être étrange que la matiere ſoit plus denſe près du centre que loin de-là, vû qu'il ſemble, que le fluide du tourbillon étant compoſé de parties héterogènes, les plus denſes ayant une plus grande force centrifuge devroient gagner le deſſus, & ſe ranger vers la circonférence du tourbillon; mais pour obvier à cette difficulté, on peut concevoir deux ſortes de denſité, l'une qui conſiſte dans une plus grande grosseur des particules, l'autre dans une plus grande multitude de particules contenuës dans un volume égal, lesquelles, quoique moins grossieres, peuvent être si serrées, que, prises ensemble, elles feront une plus grande quantité de matiere. Or il est fort probable, que vers le centre du tourbillon, les particules, quoiqu'extrêmement subtiles, sont aussi beaucoup plus serrées que celles qui sont vers la circonférence, lesquelles, quoique plus grossieres, ne laissent pas d'être beaucoup plus écartées les unes des autres, nageant dans un fluide infiniment subtil qui passe librement par les plus petits interstices des particules du tourbillon, lequel fluide, par conséquent, ne fait que remplir le vuide, sans faire aucune résistance aux Corps célestes emportés par le tourbillon.

§. XXXII.

Nous voilà donc, enfin, débarassés de la grande objection, que l'on a fait tant valoir contre le Systême des tourbillons. Les Adversaires ne manqueroient pas, sans doute, d'y insister perpétuellement, si je n'avois pas démontré, une bonne fois, la fausseté des deux Propositions de M. Newton, qui ont fourni la matiere à cette objection. Ainsi on m'accordera que j'ai fait voir par des principes incontestables, que l'effet des tourbillons peut conspirer merveilleusement avec la Règle de Kepler, quant à la loi des tems périodiques des Planètes.

§. XXXIII.

Après tout ce détail, dans lequel il m'a falu entrer nécessairement pour mettre les tourbillons à l'abri des objections, & par lequel je ne crois pas avoir fait une chose inutile, ni désagréable aux Fauteurs des tourbillons, qui m'en sauront, peut-être, bon gré, après ce détail, dis je, je me suis frayé le chemin pour rendre raison, avec plus de succès de ce qu'on demande. C'est, sans doute, une autre difficulté, pour le moins aussi grande que celles que nous venons de dissiper, qui est de dire pourquoi les Orbites des Planètes ne sont pas des cercles éxacts, mais des Ellipses; pourquoi le Soleil ou le centre des tourbillons n'est pas aussi le centre de ces Ellipses; Enfin la plus grande difficulté est d'expliquer la cause qui fait que les axes de ces Ellipses sont mobiles, c'est en quoi consiste précisément la question de l'illustre ACADÉMIE. Je vais donc satisfaire aux deux points de notre sujet, selon l'ordre de division que j'ai faite §. 2. en montrant 1°. que la figure Elliptique des Orbites peut fort bien subsister avec les tourbillons dans toutes les circonstances qu'on remarque. 2°. Que les Apsides doivent être mobiles, ou ce qui est la même chose, que le grand axe des Orbites Elliptiques change de position par raport aux étoiles fixes, dont je dois expliquer la cause.

§. XXXIV.

Je ne veux rien changer dans la figure sphérique des Couches du tourbillon solaire; je les laisse même parfaitement concentrique au Soleil, au moins jusqu'à une vaste étenduë au-delà de Saturne, ce qui rendra entierement infructueuse l'objection de M. Newton qui veut prouver que les parties du tourbillon ne peuvent pas décrire des Ellipses; (voy. le *Scholium* à la fin du second Livre de ses Principes) sa démonstration contre laquelle on pourroit faire bien des exceptions, ne nous touche pas. Il est certain qu'une Planète qui seroit d'abord placée dans une Couche, dont la matiere fût avec elle de la même densité, suivroit éxactement le cours de cette Couche, & décriroit par conséquent un cercle parfait au tour du centre du tourbillon. Mais voyons ce qui doit arriver, ſi une Planète au commencement de ſon éxiſtence ne ſe trouve pas placée dans une Couche qui ſoit également denſe que la Planéte; Il eſt naturel, que ſuivant ce que j'ai expliqué ci-deſſus, cette Planète n'étant pas dans ſon point d'équilibre, elle doit ou deſcendre, ou monter, ſelon qu'elle eſt ou plus, ou moins denſe que la matiere du tourbillon qui l'environne: Remarqués que je prends toûjours le mot de denſité dans le ſens que je lui ai donné §. 31. Mais pendant qu'elle change ainſi de place en ligne droite, par raport au centre du tourbillon; elle eſt auſſi emportée au tour de ce centre par le mouvement circulaire de la matiere celeſte; il en réſultera donc dans la Planète un mouvement compoſé, qui lui fera décrire une ligne différente de la circonférence d'un cercle. Il s'agit de faire comprendre que cette ligne ſera une Ellipſe, dont le grand axe ne changera ſenſiblement de poſition qu'après un grand nombre de révolutions.

§. XXXV.

Soit *S* le centre d'un cercle *CAB.* qui repréſente la ſection d'une couche ſphérique, de la même denſité que la Planète *P* placée un peu au-delà de cette couche. Si on fait abſtraction du mouvement circulaire, ou que l'on ſuppoſe que la Planète *P* ſoit empêchée d'être emportée par le tourbillon; mais en ſorte qu'elle puiſſe pourtant deſcendre ou ſe mouvoir librement ſur le rayon *PS*, on conçoit aiſément qu'elle deſcendra, en effet, avec accéleration, pendant qu'elle ſe trouve encore au-deſſus de *C* dans une matiere moins denſe, & qu'étant parvenuë en *C*, elle aura acquis ſa plus grande viteſſe; delà elle continuera de deſcendre, mais avec un mouvement retardé, à meſure qu'elle paſſe par des couches plus denſes, juſqu'à ce que le mouvement de deſcente ſoit entierement détruit en *D* par la réſiſtance Fig. III.

de la matiere des couches inférieures ; Or la Planète ne pouvant ſubſiſter en *D*, parce qu'elle ſeroit dans une matiere trop denſe, elle ſera obligée de remonter en *P* avec un mouvement, d'abord acceleré, & puis retardé. De *P* elle redeſcendra en *D*, puis remontera, & de cette maniere, il ſe fera une reciprocation comme les oſcillations des Pendules, ou comme les balancemens du vif-argent dans le tuyau du Baromètre, que l'on obſerve quand on le ſecouë un peu. Il faut remarquer que *CD* doit être plus petit que *CP*, parce que les couches inférieures ayant plus de denſité que les ſupérieures, la Planète en deſcendant depuis le point d'équilibre *C* où elle a acquis ſa plus grande viteſſe, rencontre plus de réſiſtance, qu'en montant du même point *C* avec la même viteſſe qu'elle avoit acquiſe en deſcendant.

§. XXXVI.

Donnons à préſent auſſi à la Planète le mouvement tranſlatif, je parle de celui auquel elle s'accommode en entrant ſucceſſivement dans une autre couche qui l'emporte au tour de *S* par un petit arc élémentaire. Concevons donc que la Planète entrainée par le fluide du tourbillon parte du point de ſa plus grande hauteur *P*, en ſorte que ſi elle ne deſcendoit pas, elle iroit conjointement avec la couche *FHR*, ne faiſant autre choſe qu'obéïr à ſon mouvement & recevoir ſa viteſſe. Mais puiſque la Planète eſt obligée de deſcendre en même tems qu'elle eſt emportée par le tourbillon, elle quittera à tout moment la couche où elle eſt, pour entrer dans une autre dont elle va prendre le mouvement de circulation. Il eſt manifeſte, comme je l'ai déja inſinué, que la Planète pour ſatisfaire à ſes deux mouvemens, continuëra ſon chemin ſuivant une courbe particuliere *PLEM*, dont je chercherai la figure.

§. XXXVII.

Supoſons d'abord, qu'il faille préciſément le même tems à la Planète pour deſcendre de *P* en *D*, qu'il faut à la matiere céleſte pour lui faire décrire la moitié d'une révolution *PLE*; il ſuit de cette ſupoſition, que pour achever l'autre moitié *EMP*, il faut encore le même tems qui eſt auſſi celui dans lequel la Planète remonteroit de *D* en *P*. Et puiſque les viteſſes accélerées & retardées de *P* en *D* ſont les mêmes dans un ordre renverſé, que celles de *D* en *P*, il faut que la même choſe ſe faſſe à rebours, lorſque la Planète décrit la moitié *EMP*, qui ſe faiſoit en décrivant la premiere moitié *PLE*; Donc ces deux moitiés *PLE* & *PME* ſont deux courbes égales & ſemblables, ou plûtôt deux branches d'une même courbe; Donc elles font enſemble la courbe entière *PLEMP*, en forme d'Ellipſe, qui a pour axe la droite *PE*, dont l'extrêmité *P* eſt l'Aphélie & l'autre *E* le Périhélie. Ayant prolongé l'axe *PE* qui coupera les cercles *PHR* & *CAB* en *E* & *G*, nous aurons $GE = PD$, dont $SE\ (SG - GE) = SP - PD = SD$, c'eſt-à-dire, que la diſtance de l'Aphélie *P* au Soleil *S* ſurpaſſe celle du Perihélie *E*, de l'intervalle *PD* entre les deux couches extrêmes, qui ſont les limites de toutes celles que la Planète traverſe, en faiſant chaque révolution.

§. XXXVIII.

Mais pour connoître la nature de cette courbe Elliptique *PLEM*, & afin d'être aſſuré que c'eſt une véritable Ellipſe, une des ſections coniques, & que le point *S* en eſt le foyer. On voit bien, ſans que je le diſe, que cela dépend en partie de la viteſſe des couches, qui eſt connuë, étant comme $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ou en raiſon ſoudoublée réciproque de leurs diſtances au Soleil, & en partie de la viteſſe accélerée & enſuite retardée de la deſcente de *P* en *D*. Or la loi ſuivant laquelle la variation de cette viteſſe ſe doit faire, afin que ce mouvement combiné avec la circulation des couches, oblige la Planète de décrire une telle Ellipſe, cette loi, dis-je, ſe découvre en faiſant attention, avec combien de force la Planète eſt pouſſée ou repouſſée, quand elle ſe trouve dans une couche d'une denſité différente de la ſienne. Connoiſſant ainſi les loix de la viteſſe tranſlative, & de celle de la deſcente, on ſera en état de déterminer la nature de l'Ellipſe *PLEM*. Car ſoit *N* un point quelconque, auquel la Planète ſoit parvenuë, & que l'on tire la droite *SN*, & une autre *Sn*, infiniment proche. Soit auſſi décrit du centre *S* l'arc *NI* & ſon plus proche *ni* qui coupe *SN* au point *e*, il eſt clair que *Ii* ou *Ne* eſt à *ne*, comme la viteſſe acquiſe en *I* ſi la Planète tomboit perpendiculairement de *P* en *I*, eſt à la viteſſe de la couche *IN*; Ainſi le raport de *Ne* à *en* du triangle élémentaire *N en* étant déterminé, on en trouvera la nature de la courbe *PLM* par la méthode des tangentes inverſe. Ou bien on pourra proceder ſynthetiquement, en ſupoſant que *PLM* eſt une Ellipſe ordinaire, dont *S* ſoit le foyer, & chercher enſuite par la méthode différentielle directe le raport de *Ne* à *ne*, pour en tirer la viteſſe requiſe en *I*, afin que nôtre courbe devienne l'Ellipſe ſupoſée. Je n'ajoute pas le calcul, parce qu'il ſeroit long & pénible. Il ſuffit pour la premiere partie de la queſtion, d'avoir indiqué la cauſe qui peut produire la figure Elliptique des Orbites des Planètes, les principes d'où je l'ai déduite ſont clairs, intelligibles & admis de tous ceux qui entendent la Méchanique, c'eſt, je crois, tout ce qu'on prétend ſur cet article, & je ne penſe pas qu'on trouve la moindre difficulté dans la ſuppoſition que je fais, que les oſcillations des Planètes perſeverent ſans être alte-

rées

rées par la résistance externe que leur opose la matiere du tourbillon, comme il arrive à une Pendule agitée dans notre air grossier, où nous voyons que l'étenduë des oscillations diminuë enfin sensiblement par la résistance de l'air, jusqu'à l'entiere extinction du mouvement. Car l'énorme grosseur des Globes des Planètes, jointes à l'extrême rareté de la matiere du tourbillon où elles nagent, fait concevoir aisément, sans le secours du calcul de M. Newton, que dans une centaine de siécle, il n'arrivera point de changement sensible, ni à la durée, ni à l'étenduë des oscillations que les Planètes ont une fois commencé de faire. Passons donc à l'autre partie, où on demande pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, c'est à quoi il me sera facile de satisfaire, toute la réponse pouvant être tirée de mon explication comme un simple Corollaire, de la maniere qui suit.

§. XXXIX.

Il est visible que les Apsides *P* & *E* répondroient constament aux mêmes points du Ciel, si le tems périodique pour achever une révolution enitere *PLMP* étoit précisément égal au tems que la Planète employeroit (si elle n'étoit point emportée) à descendre de *P* en *D* & à remonter de *D* en *P*, poussée & repoussée par la seule force qui vient de l'inégalité de densité, comme je l'ai expliqué ci-dessus. Mais qu'est-ce qui empêche de supposer, que le tems périodique d'une révolution n'est pas parfaitement égal au tems des deux oscillations? d'autant plus que nous savons d'ailleurs, que dans la nature des choses il est presque impossible de trouver deux productions d'une égalité parfaite & prise à la rigueur géométrique. Il nous est donc permis de suposer que la Planète fait sa révolution un peu plûtôt que deux de ses oscillations. Ainsi suposons cela comme une chose fort naturelle, & voyons quel effet il en résultera.

§. XL.

La Planète qui quitte le point *P* & qui après avoir parcouru tout le Ciel, revient à la ligne *SP*, n'aura pas encore achevé, tout-à-fait, de remonter à la même hauteur *SP*, c'est à-dire, il lui manque encore quelque chose pour revenir à son Aphélie. Donc la Planète après la premiere révolution, croisera la ligne *SP* obliquement, quoique bien après, au-dessous de *P*, & consumera encore un peu de tems avant que d'atteindre la circonférence *PHR* dans un point π qui sera le lieu de l'Aphélie après la prémiere révolution. On voit donc une raison physique déduite du Systéme des tourbillons. 1°. Pourquoi les Orbites des Planètes sont des Ellipses. 2°. Pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, ou pourquoi leur Aphélie répond successivement à différens points du Ciel. Ce sont les deux articles ausquels j'avois à satisfaire.

§. XLI.

Il faut suivant mon explication, que le mouvement de l'Aphélie soit uniforme, & qu'il se fasse d'Occident en Orient selon l'ordre des Signes, au moins pour les Planètes principales; mais ce mouvement est si lent, que le petit arc $P\pi$ (Fig. III.) qui est parcouru dans le tems d'une révolution, est insensible, & qu'il ne peut devenir sensible qu'après un grand nombre de révolutions: Aussi cela fait-il que les Astronomes ne pouvant pas faire des observations assés fréquentes sur ce sujet, ne sont pas d'accord combien il faut donner de mouvement à l'Aphélie de chaque Planète. M. Newton supose comme vrai, que le progrès de l'Aphélie de Mars suivant l'ordre des signes est tel, qu'en cent années il n'avance que de 33. min. 20. ſecondes, en ſorte qu'il faudroit 648 ſiecles pour une ſeule révolution de l'Aphélie de Mars, d'où il conclut par ſa théorie fondée ſur l'attraction mutuelle entre les Planètes, que les Aphélies des autres Planètes inférieures doivent avancer auſſi dans l'ordre des ſignes en raiſon ſeſquipliquée de leurs diſtances au Soleil, en ſorte que dans un ſiecle l'Aphélie de la Terre avancera de 17. min. 14. ſec. celui de Venus de 10. min. 53 ſec. & enfin celui de Mercure de 4. min. 16. ſec. Il ſemble qu'il a établi cette proportion ſeſquipliquée ſur une pure aparence & ſans aucun fondement ; car je ne vois pas, & je crois que bien d'autres plus clairvoyans que moi ne voyent pas non plus, comment la gravitation de l'une ſur l'autre (quand on l'accorderoit) demande une telle proportion, d'autant plus que, ſelon lui, cette même gravitation produit ſur l'Aphélie de Saturne un effet entierement irrégulier & contre ſa règle, puiſqu'il veut que cet Aphélie ſoit tantôt avancé, tantôt reculé par l'attraction de Jupiter dans le tems de conjonction de ces deux Planètes. Ne ſemble t-il pas que M. Newton devroit dire la même choſe de chaque Planète inférieure ? Car s'il y avoit une telle attraction, la Terre, par éxemple, étant dans ſon Aphélie, quand elle précède Jupiter, par raport au Zodiaque, en ſeroit retirée, & au contraire elle en ſeroit avancée, quand Jupiter la précède, c'eſt-à-dire, que la même force que Jupiter fait influer ſur la Terre cauſeroit des effets entierement opoſés, avant & après la conjonction de la Terre & de Jupiter ; mais on ne remarque rien de ſemblable, & M. Newton lui-même ne l'infere pas de ſon hypothèſe, comme il le devroit faire.

§. XLII.

Quant au mouvement de la Lune, il eſt ſujet à tant d'irrégularités, qu'on a de la peine à le bien mettre en règles. Cela vient de ce que la Lune étant Satellite de la Terre, elle est emportée au tour de celle-ci par son tourbillon particulier, lequel lui-même envelopé dans le tourbillon solaire, & entrainé au tour du Soleil, soufre de grandes variations à bien des égards, ausquelles il ne seroit pas sujet s'il étoit libre & hors d'un autre tourbillon, & que le centre de la Terre fût immobile comme celui du Soleil ou d'une autre Etoile fixe. D'où il est clair 1°. que le tourbillon de la Terre serré comme il est entre les Couches du grand Tourbillon solaire qui le terminent par en haut & par en bas, doit se rétrecir dans la ligne droite tirée par les centres du Soleil & de la Terre, & s'étendre suivant la perpendiculaire à cette ligne, à peu près comme une vessie pressée entre deux plans, se doit aplatir. 2°. Comme la matiere du tourbillon terrestre, quand elle est entre la Terre & le Soleil se meut à contre sens du mouvement de la matiere du tourbillon solaire; mais quand elle circule à l'oposite, où elle est le plus éloignée du Soleil, elle va de même côté avec le grand tourbillon, il est visible que la partie d'en bas du tourbillon terrestre, trouvant plus de résistance, & partant plus de pression que celle d'en haut, il faut que l'interstice entre la Terre & l'extrêmité inferieure de son tourbillon soit plus étroit que l'interstice oposé, qui est entre la Terre & l'extrêmité superieure. D'où il suit 3°. que les sections des Couches qui composent le tourbillon de la Terre, sont d'une figure inégale & différente du cercle, non point pourtant comme les Ellipses ordinaires, qui ont les concavités oposées égales, telles que Descartes & quelques autres ont conçû l'Orbite de la Lune, en plaçant la Terre dans le centre de cet Orbite. Mais je conçois la chose à peu près ainsi.

§. XLIII.

Soit *T* le centre de la Terre (Fig. IV.) *PTS* la ligne droite tirée vers le Soleil, à laquelle ſoit conçûë la perpendiculaire *ATB*. Du centre *T* & ſur *AB* comme ſur le grand axe ſoient décrites deux demi-Ellipſes *ACB* & *AFB*; dont le petit demi-axe ſuperieur *TC* ſoit un peu plus grand que l'autre petit demi-axe inferieur *TF*. La courbe entiere *CAFBC* repreſentera aſſés bien la ſection d'une couche du tourbillon terreſtre; tellement que ſi la Lune étoit de la même denſité que la matiere de cette couche, & qu'elle fût d'abord placée au point *C*, elle ſeroit obligée de ſuivre le cours de la Couche, & décriroit par conſéquent la ligne *CAFB* Mais pour donner une idée générale des principales circonſtances qui accompagnent le mouvement de la Lune, il n'y a qu'à ſupoſer, ſuivant ma Théorie, que la Lune ait été miſe primitivement au delà de *C*, ſavoir en *P* où la matiere du tourbillon de la Terre eſt moins denſe que la Lune, & où les Couches commencent à devenir d'une rondeur plus uniforme & plus aprochante de la figure ſpherique (car il eſt à remarquer qu'à meſure que la matiere du tourbillon eſt plus éloignée du centre de ſon mouvement, par conſéquent moins preſſée par la proximité de la Terre, les Couches affecteront plus la figure ſphérique). Cela étant, concevons le cercle *PHGR* décrit du centre *T* & du rayon *TP*, qu'on pourra nommer la limite des Apogées de la Lune. Soit auſſi *PD* l'intervalle des oſcillations qu'elle feroit, ſi n'étant point emportée par le tourbillon, elle pouvoit deſcendre & remonter à cauſe de la difference de denſité. Il eſt clair que la couche qui paſſe par *D* ſera la limite des Perigées, qui ſera plus aplati que la couche d'équilibre *CAFB*. Ainſi elle coupera le grand axe aux points *I* & *K* plus près de *A* & *B*, que n'eſt le point *D* du point *C*; C'eſt pourquoy l'intervalle des oscillations *HI* & *RR* sera plus petit que l'intervalle *PD* ; mais puisque *CD* est un peu plus grand que *FE* & par récompense *FG* un peu plus grand que [illegible], on voit que les deux intervalles *PI* & *GE* doivent être à peu près égaux, comme le sont éxactement les deux autres *HI* & *RR*.

§. XLIV.

Après tous ces préparatifs, considerons la route que doit tenir la Lune dans le tourbillon, & les Phénomènes qui en découlent. Si les oscillations par *PD* & *GE* étoient parfaitement isochrones aux oscillations par *HI* & *RR*, & que le tems de deux oscillations fût aussi parfaitement égal au tems périodique de la Lune, on voit bien qu'en combinant le mouvement translatif avec le mouvement d'oscillation, l'Orbite *PLEM* qui en résultera, devroit être toûjours la même pour chaque révolution, de sorte que l'Apogée *P* & le Perigée *E* arrivroient toûjours dans les syzygies, & les points de moyennes distances dans les quadratures. Mais les intervalles *P D* & *GE* étant plus grands que les intervalles *HI* & *RR*, il est raisonnable de dire, qu'il faut plus de tems pour faire une oscillation par *PD* ou *GE*, que pour en faire une par *HI* ou *RR*. Voici les conséquences que j'en tire.

§. XLV.

Quand la Lune part de son Apogée, que je supose être présentement dans les syzygies, par exemple en *P*, il faudra plus d'une révolution entiere pour qu'ayant fait deux oscillations elle soit remontée à son Apogée, qui sera par conséquent avancé en π. Après une seconde révolution, l'Apogée sera avancé d'avantage en *p*, mais non pas autant qu'il l'étoit après la premiere révolution, parce que les tems des oscillations commencent à diminuer. Et comme ils diminuent juſqu'à ce que l'Apogée ſoit parvenu dans la quadrature, on conçoit que le progrès de l'Apogée doit être retardé juſqu'en *H*, que delà il doit être derechef accéleré juſqu'en *G*, puis retardé juſqu'en *R*, & enfin accéleré juſqu'en L'avancement moyen ſur chaque révolution de la Lune eſt d'environ 3½ degrès, ce qui fait que l'Apogée principal employe à peu près 9. ans à parcourir tout le cercle *PHGR* Je dis le principal, pour le diſtinguer des deux autres Apogées particuliers, qui ſe trouvent toûjours dans les quadratures, aux extrêmités du grand axe *AB* de la Couche Elliptique *CAFB*, que l'on peut prendre pour l'Orbite moyenne que la Lune décrit au tour de la Terre, de cette maniere la Lune ſera chaque mois deux fois dans l'Apogée, & deux fois auſſi dans le Perigée. De plus on voit que la Lune doit avoir la plus grande viteſſe dans les ſyzygies, parce que les couches du tourbillon terreſtre étant le plus ſerrées dans ces endroits, doivent ſe mouvoir plus rapidement qu'ailleurs. Et de ces deux plus grandes viteſſes, celle que prend la Lune lorſqu'elle eſt pleine, eſt moindre que quand elle eſt nouvelle, parce que le tourbillon eſt plus preſſé entre *TF* qu'entre *TC* Par la même raiſon, la plus grande excentricité ſe fait lorſque l'Apogée principal ſe trouve dans les ſyzygies. Je pourrois démontrer par cette Théorie pluſieurs autres particularités, qui ſont vérifiées par les obſervations. Auſſi le mouvement annuel de la Terre environnée de ſon tourbillon, autour du Soleil, cauſe de nouvelles irrégularités dans le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais toutes ces particularités ſont hors de notre ſujet, & on ne prétend pas que je donne ici un Syſtême complet de l'Aſtronomie.

§. XLVI.

Pour ce qui eſt des Satellites des deux Planètes ſupérieures, je crois que si on pouvoit les observer de près & sur les globes-mêmes de ces deux Planètes, on remarqueroit sans doute dans le mouvement des Satellites les mêmes inégalités, que l'on remarque ici-bas dans le mouvement de la Lune, il n'y auroit de différence que du plus ou moins, en ce que le tourbillon de Jupiter, par exemple, étant beaucoup plus étendu, plus rapide & plus fort que celui de la Terre, & au contraire le tourbillon du Soleil à la distance de Jupiter étant beaucoup plus foible que dans la région où nage notre Terre, il est bien naturel que le tourbillon de Jupiter ne souffre pas tant de dérangement dans la figure sphérique de ses couches, que le tourbillon terrestre. Il y auroit bien d'autres réfléxions à faire sur le Systême de la Lune, & celui des Satellites; mais puisque cette matiere me meneroit hors de mon sujet, qui ne doit regarder, à ce que je crois, que les Planètes principales, je prie mes Lecteurs de prendre le peu que j'ai dit sur le mouvement de la Lune & des autres Satellites, comme une legere ébauche d'une ample Théorie, qui mériteroit d'être cultivée & perfectionnée. Mon dessein a été de faire comprendre qu'avec les tourbillons on seroit en état d'expliquer encore d'autres Phénomènes que ceux qui font le sujet de la question proposée.

§. XLVII.

Avant que de finir ce Discours, je proposerai ici par surcroit une maniere de se répresenter en quelque façon à l'œil la génération des Orbites des Planètes, & l'avancement de leur Aphélie, par une expérience, moyennant un Pendule. Par les Théorêmes de M. Huguens, qu'il a mis à la fin de son excellent Ouvrage *de Horologio oscillatorio*, & qui ont été démontrés dans ses œuvres posthumes, & par plusieurs autres personnes; on sçait que les Pendules de différentes longueurs qui font des circulations

circulations coniques d'une égale hauteur, achevent leurs circulations en tems égaux, c'eſt-à-dire, que tous ces Pendules circulans ainſi, ſont iſochrones; c'eſt le Théorême 7^e^. Mais par le 9^e^ Théorême, on voit que le tems périodique d'une circulation très petite, qui ſe fait lorſque le fil du Pendule fait un angle fort aigu avec la verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, & qui eſt l'axe du cone, que le Pendule décrit, on voit, dis-je, que le tems périodique eſt égal au tems d'une double oſcillation laterale très petite, que le même Pendule fait, lorſqu'il eſt agité dans un plan vertical, qui paſſe par le point de ſuſpenſion.

§. XLVIII.

Soit donc le fil du Pendule *AP* ſuſpendu en *A*, faiſant avec la verticale *AC* un angle quelconque *PAC*, & qu'on donne au poids *P* une viteſſe convenable ſuivant la tangente du cercle *PDEF* décrit du rayon *CP*, afin qu'avec cette viteſſe le Pendule *AP* décrive en l'air la ſurface conique, dont la baze eſt le même cercle *PDEF*; Cette viteſſe doit être (ce qu'on déduit aiſément des Théorêmes 5^e^ & 7^e^ de M. Huguens) à la viteſſe que le poids *P* pourroit acquérir en tombant de la moitié de la hauteur *AC*, comme le rayon *PC* eſt à la hauteur entiere *AC*. Avec une telle viteſſe une fois imprimée, le poids *P* continuera de circuler toûjours ſur la circonférence *PDEF*, ſupoſé que l'air ne faſſe point de réſiſtance: Car dans ces circonſtances le poids *P* eſt retenu ſur l'Orbite circulaire *PDEF* par deux forces qui ſe contrebalancent, l'une qui eſt la centrifuge du poids *P*, cherchant à dilater l'angle *PAC*, & l'autre force eſt ſa propre peſanteur, qui tendant à deſcendre, fait effort pour diminuer le même angle *PAC*. Mais dès qu'on donne au poids *P* une viteſſe un peu plus petite, ou qu'il perd quelque choſe de celle qu'on lui avoit d'abord Fig. V.

imprimée, il ne circulera plus sur l'Orbite circulaire *PDEF*, mais il la changera en une autre qui aura la figure d'une Ellipse *PGEH* décrite sur la surface sphérique, dont le centre est *A*, & le rayon *AP*. Cependant cette Ellipse pourra être regardée comme plane, pourvû que l'angle *PAC* soit médiocrement aigu par ex. de 12. ou 15. dégrés.

§. XLIX.

En observant ce mouvement, on verra avec plaisir, que le grand axe de cette Ellipse *PE* change de position après chaque révolution, tellement qu'après la prémiere, les deux extrêmités de l'axe *P* & *E*, se trouveront avancées en π & ϵ en même sens que se fait la circulation, & les avancemens de ces deux points continueront ainsi, jusqu'à ce qu'après plusieurs révolutions du Pendule ils ayent parcouru toute la circonférence *PDEF*, pourvû que durant ce mouvement la résistance de l'air ne trouble pas sensiblement cet effet. Ainsi voilà le poids *P* réprésentant une Planète qui fait ses révolutions sur l'Orbite Elliptique *PGEH*, dont l'Aphélie *P* ou E avance peu à peu, jusqu'à faire tout le tour du cercle *PDEF*, & cela du même côté que se font les révolutions, il n'y a guères de différence dans cette comparaison avec le mouvement des Planètes, sinon qu'ici les Apsides *P* & *E* sont tous deux des Aphélies par raport au centre *C* considéré comme le Soleil, & la comparaison conviendroit parfaitement, si les forces centrales avec lesquelles les Planètes sont poussées vers le Soleil étoient directement comme leurs distances; car les Orbites des Planètes seroient des Ellipses, dont le centre & non pas le foyer seroit la place du Soleil. Quant au reste la mobilité & l'avancement de l'Aphélie *P* dans notre expérience, vient évidemment de la cause que j'ai indiquée en expliquant la mobilité de l'Aphélie des Planétes.

§. L.

Pour en être assuré, on considerera que le poids *P* n'ayant pas assés de vitesse initiale pour décrire un cercle, la force de sa pesanteur prévaudra à la force centrifuge; Donc il sera obligé de se raprocher du centre pendant qu'il circule en même tems, ce qui lui fait décrire l'arc *PG* entre *PC* & *PD*, jusqu'à ce que la distance *CG* soit assés petite, & la vitesse assés grande; (car il doit s'accelerer à cause de ce surplus de force qui le pousse vers le centre) pour que la force centrifuge reprenant le dessus, repousse le poids à la distance *CE* égale à *CP*, & ainsi le poids continuera à décrire l'Ellipse *PGEH*. Or c'est ce surplus de force qui feroit faire au Pendule *AP* des oscillations laterales très petites dans le plan vertical, & puisque *AP* est 7 *AC*, le tems d'une de ces oscillations doit être un peu plus grand que le tems d'une oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*. Donc le tems d'une circulation conique du Pendule *AP* (lequel tems est égal par le Théorême 9e. au tems d'une double oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*) sera un peu plus petit que le double du tems qu'il faut au poids *P* pour parvenir en *G* où il est le plus près du centre *C*, & pour s'en éloigner à sa plus grande distance en *E*.

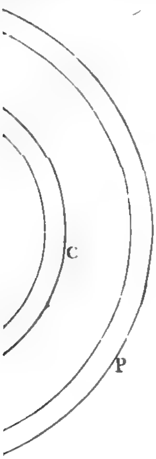
§. LI.

D'où il paroît que quand le poids *P* a achevé une révolution entiere sur l'Ellipse *PGEH*, il ne sera pas encore revenu tout-à-fait à son premier plus grand éloignement; il se trouvera donc un peu plus avant en π lorsqu'il aura atteint ce point du plus grand éloignement. C'est ainsi que le point *P* qui représente un des Aphélies paroîtra parcourir la circonférence *PDEF* après un bon nombre de révolutions du Pendule, & cela dans le même sens que se font les révolutions elles-mêmes, tout comme on l'observe dans le mouvement des Planètes principales, avec cette difference seulement, que les Planètes ne passent en chaque révolution qu'une fois par l'Aphélie, & une fois par le Périhélie, au lieu qu'ici le Pendule a deux Aphélies en *P* & *E*, & deux Perihélies en *G* & *H*, par lesquels on le voit passer en chaque révolution.

§. LII.

Si l'angle *PAC* est fort aigu, en sorte que la longueur du Pendule *AP* ne differe pas sensiblement de la hauteur verticale *AC*, alors la force centrale qui pousse continuellement le poids *P* vers le centre *C*, est par tout proportionelle à sa distance *PC*, comme il seroit aisé de le prouver, ce qui fait que la Courbe *PGEH* devient une véritable Ellipse, conformément à la proposition *X* du premier Livre des Principes de M. Newton, & l'axe des Aphélies *PE* ne change plus de position. En effet, on remarque que le mouvement du Pendule commençant à s'affoiblir par la résistance de l'air, les petites Ellipses continuent de se décrire pendant plusieurs révolutions, sans que les Aphélies *P* & *E* avancent sensiblement.

FIN.



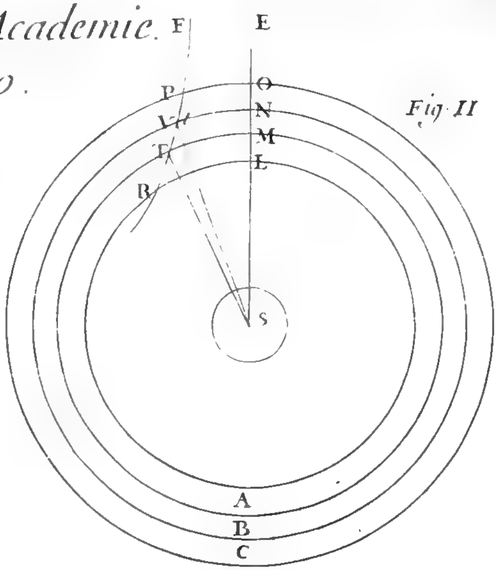


Fig. II

Fig. III.

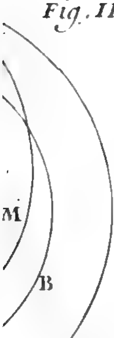


Fig. IV.

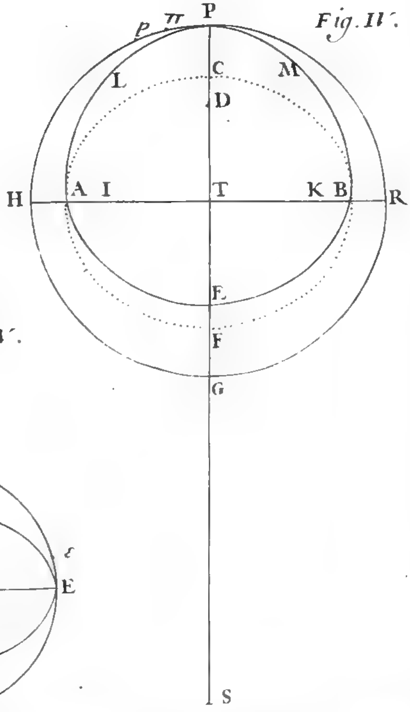
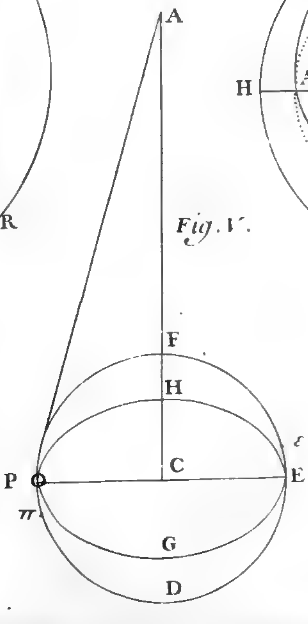
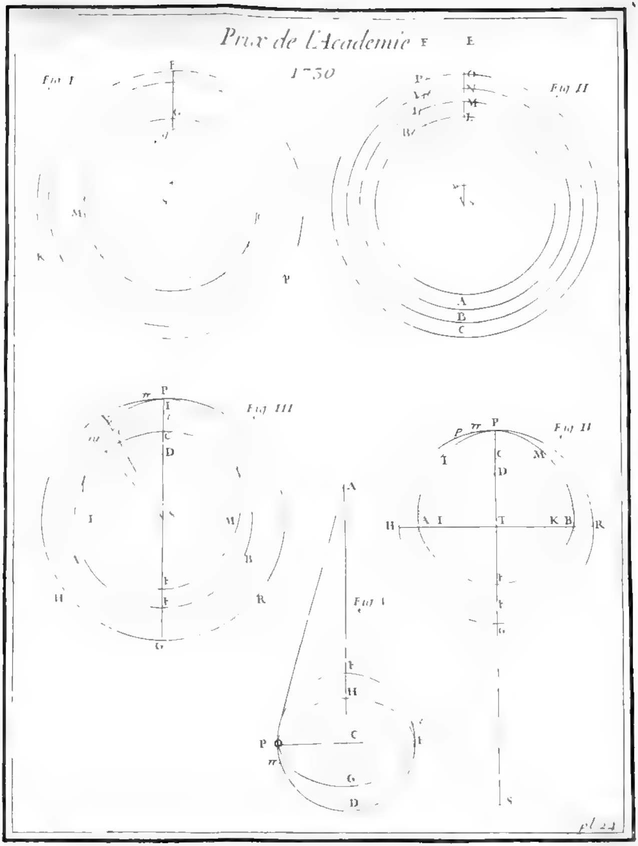


Fig. V.



Prix de l'Academie

1750



pl. 24

DE LA ME'THODE D'OBSERVER EN MER LA DE'CLINAISON DE LA BOUSSOLE.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Académie Royale des Sçiences
pour l'année 1731.

Par Monsieur BOUGUER, *Hydrographe du Roy au Havre de Grace, & Membre de l'Académie Royale de Bordeaux.*

A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXI.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

AVERTISSEMENT.

L'Academie a jugé qu'après la piece qui a remporté le Prix, celle qui en a le plus approché, eſt celle qui a pour Deviſe, *Omnibus oblatum, cunctis acquirere fas eſt.* num. 3. & enſuite la piece Latine, num. 8. qui a pour Deviſe, *Nova ſi nigri videas miracula ſaxi &c.* Claudian. Epigr. XIV.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôts de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences,* Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui sont l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre & débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées;* comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent,* & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le tems de *quinze années* consecutives, à compter du jour de la datte desdites presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages imprimez par l'imprimeur de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers audit Dénonciateur, & de tous dépens, dommages &

interêts, à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquels vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes, qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles, tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29. jour du mois de Juin, l'an de grace 1717. & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 23. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717. Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné President de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les différens Académiciens qui la composent, en jouïr pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

DE LA METHODE D'OBSERVER EN MER LA DECLINAISON DE LA BOUSSOLE.

Nec frustrà signorum obitus speculamur & ortus.
Virg. Mar. G. 1.

SI les Modernes n'ont fait quelquefois par leurs plus grands travaux qu'ajoûter quelques degrez de perfection aux connoissances qu'ils avoient reçûës des Anciens, ils ont fait bien davantage dans l'Art de naviger, en inventant la Boussole, & en l'employant avec méthode dans les voyages de long cours. Heureux de vivre dans un siécle où l'on joüit de cette admirable découverte,

& où l'on ſçait s'en ſervir avec plus de ſuccès qu'on ne faiſoit d'abord ; nous traverſons ſans crainte les plus vaſtes Mers, dont nous oſerions à peine perdre les rivages de vûë. L'uſage de cet inſtrument a comme raproché de nous toutes les parties de la Terre ; il nous a appris qu'il y a des hommes au-delà de l'Ocean dans des endroits où nous n'en ſoupçonnions pas ; & il a établi de la communication entre eux & nous, quoique la Nature, nous eût, ce ſemble, deſtinés à n'en point avoir. Il s'agit cependant encore d'aſſurer la Navigation par une connoiſſance plus éxacte de la route que ſuivent les Vaiſſeaux, en perfectionnant, s'il eſt poſſible, la méthode d'obſerver en Mer la déclinaiſon à laquelle la Bouſſole eſt ſujette. Invité par l'importance de cette recherche, & par l'avantage qui peut en revenir au Public, j'ai l'honneur de préſenter mes Réflexions à l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ; en même temps, je l'avoüe, que j'y ſuis auſſi fort excité, non pas par la récompenſe attachée au Prix, mais par la gloire qu'il doit y avoir, à le recevoir des mains d'une Compagnie, dont les jugemens ſont d'un ſi grand poids chez toutes les Nations ſçavantes. Je me renferme dès à préſent dans mon ſujet ; & m'interdiſant toutes diſcuſſions phyſiques ſur les proprietez de l'aiman, & ſur la cauſe générale de la déclinaiſon de l'aiguille, quoiqu'elles puſſent être de quelque utilité, je diviſe mes Remarques en trois parties. Je parle dans la premiere de la conſtruction des Bouſſoles ; je tâche dans la ſeconde de rendre plus éxacts & plus commodes les moyens d'obſerver la déclinaiſon ou variation de ces inſtrumens, & j'entreprends dans la troiſiéme de choiſir entre ces divers moyens, ou de déterminer ceux qu'on doit employer préférablement dans chaque rencontre.

PREMIERE PARTIE.

De la construction des Boussoles & des Compas de variation.

COmme la Boussole est un instrument assez connu; il seroit très-inutile de nous arrêter à en faire une description entiere, & à parler de la construction de toutes ses parties; d'autant plus qu'on peut presque toujours dans les choses de pratique, s'en raporter sur plusieurs points à l'expérience des Ouvriers. Notre principal objet doit être, sans doute, d'éxaminer la disposition qu'on doit donner au morceau de fer qui anime cet instrument, & la maniere de l'aimanter. Cet éxamen nous interesse; puisqu'il est de la derniere consequence que toutes les Boussoles ayent éxactement la même variation, & qu'il arrive très-souvent qu'elles en ont de differentes.

I.

De la figure qu'on doit donner à l'aiguille.

PLusieurs causes peuvent mettre de l'inégalité dans la vivacité où la force avec laquelle l'aiguille aimantée tend à se diriger: mais il semble que cet instrument ne devroit toujours affecter que la seule situation, qui est conforme au cours de la matiere magnétique, de cette matiere dont la Physique nous apprend l'éxistence, & qui circule continuellement d'un Pole à l'autre de la Terre. La différence ne peut venir que de la diſpoſition des pores du morceau de fer ou d'acier qu'on aimante: La matiere magnétique trouvant, ſelon toutes les aparences, plus de facilité à ſe mouvoir dans le fer que dans tous les autres corps, ſe meut ſelon la longueur du morceau; mais elle ne la ſuit éxactement que lorſqu'elle peut ſuivre en même temps le fil du fer, ou que c'eſt dans ce ſens que les pores ont le plus de rectitude. Pluſieurs expériences que je me diſpenſe de raporter, établiſſent cette plus grande facilité que trouve la matiere magnétique à traverſer le fer dans un ſens que dans un autre. Je me contenterai de dire qu'ayant fait faire pluſieurs aiguilles de ce fer batu qu'on nomme *tole*, j'ai remarqué que celles dont la longueur n'avoit pas été priſe ſelon le fil, étoient ſujettes à une variation différente, & qu'elles s'écartoient toujours du Méridien magnétique du côté que je l'avois prévû.

La figure premiere repreſente une de ces aiguilles, & les hachures dont elle eſt couverte, marquent les eſpeces de fibres que forment par leur arrangement les parties du fer forgé. Le mouvement de la matiere magnétique ſe faiſoit ſelon la longueur *A B*, mais il s'accommodoit auſſi un peu à la diſpoſition des eſpeces de fibres, & c'eſt ce qui étoit cauſe que cette aiguille ne ſe dirigeoit pas éxactement ſelon *D F*, comme le faiſoient les autres, qui avoient été priſes de fil dans la tole. Outre cela cette aiguille avoit peu de vertu, quoiqu'elle eût été touchée à l'un des meilleurs aimans qu'on ait en Europe; ce qui montre que la diſpoſition des pores empêchoit non ſeulement la matiere magnétique de ſe mouvoir éxactement le long de la ligne *A B*, mais qu'elle étoit cauſe encore que cette matiere ne couloit pas en ſi grande quantité dans l'aiguille.

Il ſuit de-là qu'il n'eſt point à propos de donner aux morceaux de tole qu'on veut aimanter, la figure d'un lozange vuidé par le milieu, comme dans la figure 2; puisque la matiere magnétique tend à se mouvoir selon les côtez de ce lozange, à cause de leur longueur, & qu'elle y trouve beaucoup de difficulté, parce que le plus grand nombre des pores n'est pas disposé dans ce sens. Ainsi ces sortes d'aiguilles ne doivent aporter que peu de vivacité dans leur mouvement; & il vaut mieux, comme on le fait dans la Marine, former le lozange avec du simple fil d'archal, parce que toutes les parties de ce fer sont assujetties à un certain arrangement qui s'accorde avec la longueur. Cependant il s'en faut encore beaucoup que ces dernieres boussoles soient dans un état parfait. Car la matiere magnétique est obligée d'abandonner son cours naturel ou la direction qu'elle a sur la surface de la Terre, pour suivre les côtez du lozange. De plus les deux moitiés se contrarient, & tendent à détruire leur vertu en se touchant en *A* & en *B*, par des extrêmitez qui ont de l'antipatie l'une pour l'autre. Et enfin au lieu qu'une bonne aiguille n'est pas plus sujette à avoir une déclinaison irreguliere, lorsqu'elle a perdu de sa vertu qu'auparavant, & qu'elle ne fait simplement que se mouvoir avec plus de lenteur; celle-ci en perdant de sa force, prend souvent une situation plus ou moins differente du Méridien; & cela même sans que le frotement du pivot y ait aucune part.

C'est que chaque partie *DA*, *EA*, &c. du fil de fer fait effort pour se placer en particulier sur le Méridien magnétique, & que si chacune ne s'y place pas, ce n'est que parce qu'elle en est empêchée par les autres: De sorte que le lozange ne reste dans une certaine situation que lorsque les quatre efforts sont en équilibre. Mais si la vertu d'une des parties vient à recevoir quelque altération, ce qui peut arriver par plusieurs causes, l'équilibre ne subsistera plus, & il faudra que l'aiguille prenne une autre situation par raport au cours de la matiere magnétique. Suposé, par éxemple, que les trois côtez *A D*, *D B*, *B E*, perdent toute leur vertu, pendant que le côté *E A* conserve encore quelque chose de la sienne, rien ne s'opposera ensuite à l'effort que fera ce côté pour se placer sur le Méridien magnétique. & on sera donc sujet à se tromper d'une quantité excessive dans la déclinaison, si on continuë, comme on ne peut pas manquer de le faire, de prendre toujours la diagonale *A B* pour la ligne Nord & Sud de la Boussole. Ainsi on voit que ces sortes d'aiguilles ne se gâtent pas simplement en perdant peü à peu de leur vivacité, mais en passant aussi par une infinité d'états dans lesquels elles ne sont propres qu'à en imposer aux Marins; puisqu'elles leur indiquent, dans la variation ou dans le cours de la matiere magnétique, des changemens qui n'y sont point arrivés.

On peut expérimenter d'une maniere très-simple ce que nous disons ici, en aimantant un lozange *A D B E* (fig. 3.) formé de quatre morceaux de fil de fer, & en remarquant la situation qu'il prend lorsqu'il a la liberté de tourner sur un pivot *C*. Si on ôte ensuite un des quatre morceaux, par éxemple *A E*, les deux *D A* & *B E* qui sont paralleles, & qui tendent à se diriger également selon le cours de la matiere magnétique, n'en seront plus empêchés que par le fil *B D* qui tend aussi à se mettre dans la même situation; mais qui ayant moins de force, parce qu'il est seul, doit ceder un peu: De sorte que le point *A* passant en *a*, & le point *B* en *b*, les deux morceaux de fer *A D* & *E B* prendront une situation plus aprochante de la direction de la matiere magnétique, pendant que *D B* prendra une situation un peu plus differente. J'en ai fait l'expérience plusieurs fois. Mais il est évident que si la roüille ou quelqu'autre cause trouve plus de facilité à détruire la vertu d'un des quatre morceaux de fer *A E*, que des trois autres, cela produira à peu près le même effet que si on ôtoit ce morceau. C'est ce qui montre qu'il vaut infiniment mieux ne faire l'aiguille que d'une seule piece, comme dans la figure 1, & être attentif en même temps à prendre sa longueur, selon le fil de la tole. Alors l'aiguille aimantée ne sera point sujette à avoir differentes variations, à mesure qu'elle perdra la qualité que lui a communiqué l'aiman; & outre cela elle poura conserver sa vertu plus long-temps; Car on sçait qu'un morceau de fer disposé selon le Méridien, peut en acquerir une nouvelle lorsqu'il demeure un tems considérable dans la même situation: au lieu que ce n'est pas la même chose dans la figure 3, où il n'y a aucune partie située selon le cours de la matiere magnétique. Il est vrai qu'une pareille aiguille n'est pas si propre à soutenir la rose sur laquelle les rumbs sont tracés: Mais on peut mettre un lozange de fil de leton à la place de celui de fer, & on ne doit pas craindre que l'aiguille construite comme nous le disons, & faite d'acier non trempé, n'ait toujours assez de force pour animer l'instrument.

II.

De la maniere d'aimanter la Boussole.

QUant à la qualité de la pierre d'aiman & à la maniere de *toucher*, il n'y a pas lieu de croire, malgré ce qu'en ont dit quelques Auteurs, qu'elles puissent aporter de la différence dans la variation. Aussitôt que l'aiguille sera faite d'une seule lame terminée en pointe, & que ses pores seront bien dirigés selon sa longueur; on ne peut en se servant d'une pierre d'une moindre ou d'une meilleure qualité, communiquer que plus ou moins de vertu à cette aiguille, sans qu'il y ait pour cela de changement dans sa déclinaison ; puisqu'elle doit toujours se placer selon le cours de la matiere magnétique. C'est l'obliquité du cours de cette matiere qui est la cause générale de la variation des Boussoles : Notre Globe étant extrêmement hétérogène, la matiere magnétique est détournée du plan des Méridiens, & suit quelquefois des lignes très-différentes. Comme nous ne pouvons pas changer la direction de ce cours, nous ne devons pas prétendre aussi pouvoir garantir nos Boussoles de variation : mais il suffit au moins que nous prenions les précautions que nous avons marquées, pour que dans le même tems & dans le même lieu, les aiguilles ne déclinent toutes que de la même quantité. Il est cependant toujours à propos de leur communiquer le plus de vertu qu'il est possible, afin qu'elles puissent surmonter plus aisément le frotement du pivot, qui les empêche quelquefois de se diriger.

On sçait que lorsqu'on touche l'aiguille, c'est la derniere partie touchée qui acquere la plus grande vertu : mais on ne fait pas, ce me semble, toujous assez attention à disposer l'aiguille pendant l'attouchement selon le cours de la matiere magnétique, qui forme le tourbillon particulier de la pierre. Si *N C S* (fig. 4) est un aiman, & que *S* soit le Pole qui se tourne vers le Sud, on sçait que c'est sur ce Pole qu'on doit toucher la partie de la Boussole qui est destinée à indiquer le Nord ; mais il ne faudroit pas disposer l'aiguille *n s* comme dans la figure 4, & la faire glisser sur l'armure, en commençant par l'extrêmité *s* du Sud, & en finissant par celle *n* du Nord : Cette derniere extrêmité n'acquerroit de cette sorte que peu de vertu ; parce que la matiere magnétique qui passe de l'armure dans l'aiguille, est beaucoup plus disposée à couler de *S* en *N*, qu'à couler en sens absolument contraire. C'est pourquoi il vaut mieux placer l'aiguille perpendiculairement à l'axe de la pierre ; mais il est encore beaucoup

plus

plus avantageux de la placer comme dans la figure 5, & de la faire gliſſer, juſqu'à ce que ſon extrêmité *s* touche l'autre armure *N*. Ici preſque toute la matiere magnétique qui ſort du Pole *S* de la pierre coule le long de l'aiguille, pour aller ſe rendre à l'autre Pole *N*; & ſi quelque partie de cette matiere coule de *a* en *n*, la diſpoſition qu'elle donne à la portion *an* de l'aiguille, ne peut être que foible, & doit être détruite ſur le champ, lorſque tous les points de *an* paſſent auſſi à leur tour ſur le Pole *S*, & qu'ils avancent vers le milieu de la pierre. En effet comme la matiere magnétique ſe meut en plus grande quantité ou de *S* en *N*, ou de *N* en *S*, elle eſt beaucoup plus en état de ſe frayer un chemin dans l'aiguille, & d'y faire des traces profondes.

Ainſi la longueur la plus convenable que doit avoir une aiguille pour pouvoir s'aimanter d'une maniere parfaite, c'eſt la diſtance qui ſe trouve entre les deux armures : & il eſt à propos qu'elle ne ſoit pas plus longue, afin que ſon extrêmité *s* vienne ſimplement toucher l'armure *N*, & qu'elle ne gliſſe point deſſus. Ce mouvement donneroit occaſion à la matiere magnétique de couler en ſens contraire dans la portion de l'aiguille qui iroit au-delà, & de détruire la qualité déja communiquée. Tout ce qu'il y a, c'eſt que les armures ordinaires ne ſont faites que pour donner à l'aiman une plus grande force pour ſoûtenir des poids: Au lieu qu'on pouroit, peut-être, leur donner une autre figure qui ſeroit plus avantageuſe, lorſqu'on veut toucher de longues aiguilles. Il n'y auroit vraiſemblablement qu'à faire terminer l'armure *S* par un plan incliné en dehors, au lieu qu'elle eſt terminée par un plan parallele à l'axe de la pierre, & il faudroit en même temps donner plus de longueur à l'armure *N*, afin que l'aiguille pût venir la toucher, lorſque l'extrêmité *n* ſeroit renduë en *S*. Rien n'empêcheroit auſſi d'avoir différentes armures, pour pouvoir aimanter les aiguilles de toutes ſortes de longueurs.

III.

Que la maniere qui eſt en uſage d'obſerver ſur le Compas de variation, l'azimuth des Aſtres qui ſont dans l'Horiſon, eſt auſſi parfaite qu'il eſt poſſible.

JUſques ici il n'a été queſtion que de la principale partie de la Bouſſole; mais il nous faut maintenant parler des autres parties, ou plutôt de l'uſage qu'on eſt obligé d'en faire, lorſqu'on veut découvrir la variation. On ſe ſert pour cela d'une Bouſſole particuliere (fig. 6) qu'on nomme *Compas de variation*, qui a deux pinnules *L* & *H* ſur les deux côtez opoſez de ſa boëte *AQCB*. un fil *LH* eſt tendu horiſontalement d'une pinnule à l'autre, & la circonference de la Bouſſole eſt diviſée en degrez. Pour obſerver avec cet inſtrument dans quel azimuth ou dans quel rumbs paroît un aſtre qui ſe leve ou qui ſe couche, un Pilote viſe à cet aſtre par les deux pinnules, & un autre Pilote ne fait ſimplement qu'éxaminer combien le fil qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, differe de la ligne Eſt & Oüeſt. On a de cette ſorte avec facilité l'azimuth ou l'amplitude qu'on peut nommer *obſervée* ou *magnétique*, pour la diſtinguer de l'autre que fournit le calcul, qui eſt la diſtance du lever ou du coucher de l'aſtre aux vrais points de l'Eſt ou de l'Oüeſt. Cette obſervation ſe feroit cependant encore plus aiſément à Terre; une ſeule perſonne en viendroit à bout, parce que rien ne l'empêcheroit de remarquer la ſituation du fil, après qu'elle auroit viſé à l'aſtre par les pinnules. Mais en Mer ce n'eſt pas la même choſe; comme le Vaiſſeau change continuellement d'état, on eſt obligé de faire ces deux choſes abſolument à la fois, de diriger la bouſſole & de compter ſur la circonference de la roſe les degrez de l'amplitude ; ce qui éxige de la maniere dont les Compas ſont conſtruits, l'attention actuelle de deux perſonnes. Il ſeroit inutile d'un autre côté de changer la forme des Bouſſoles : car on feroit perdre à ces inſtrumens toute leur ſimplicité, & cela empêcheroit que l'operation devint plus éxacte.

IV.

Que ce n'eſt pas la même choſe des moyens d'obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont à une hauteur conſiderable.

MAis ſi les Pilotes obſervent avec autant de préciſion qu'il eſt poſſible, l'azimuth des aſtres qui ſont dans l'Horiſon, on peut aſſurer qu'il n'y a rien de plus défectueux que les moyens qu'ils employent, lorſque les aſtres ſont à quelque hauteur. On auroit de la peine à le croire ſi on ne le ſçavoit que trop, par le témoignage que forment tous les Traitez de Marine, que quoique le fil *LH* (fig. 6.) qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, ne ſoit élevé tout au plus que d'un demi pouce au-deſſus de la roſe, & qu'il ne ſoit gueres poſſible de le mettre plus haut, à cauſe de la difficulté qu'il y auroit enſuite de le faire toujours répondre éxactement au-deſſus du centre, les Marins ſe contentent pour le diriger ou pour le mettre dans le vertical du Soleil, de faire en ſorte que ſon ombre *NO* paſſe par le milieu de la *chape G* qui occupe le centre. Je laiſſe à penſer ſi un pareil moyen doit être bon dans la pratique, & ſi lorſque l'aſtre eſt conſidérablement élevé, on ne doit pas être exposé à se tromper de 3 ou 4 degr. ou même de 5 à 6 dans son azimuth. Il suffit en effet que le Soleil soit à 45 degr. de hauteur, pour que le point *M* dont l'ombre doit tomber sur la chape, ne soit éloigné du milieu *D* du fil, que de la distance *MD* d'un demi pouce, égale à l'élevation *DG* du fil au-dessus de la rose. Mais quand même on se tromperoit alors assez considérablement dans la disposition de la Boussole, pour que le fil *LH* prît la situation *lh* différente de 3 degr. de celle qu'il devroit avoir, l'erreur ne seroit point encore assez grande pour se manifester. Car le point *M* ne changeroit de place que de la petite quantité *Mm* qui ne seroit pas d'un tiers de ligne, & il ne s'en manqueroit donc aussi que cette même quantité, qui n'est pas sensible dans cette rencontre, que l'ombre du fil ne passât toujours par le centre. Lorsque la hauteur du Soleil sera plus grande, le point *M* sera cependant encore moins éloigné du milieu de la Boussole, & il est clair que s'il en est deux ou trois fois plus proche, on pourra commettre des erreurs encore deux ou trois fois plus fortes, sans qu'elles se fassent sentir davantage. En un mot l'observation se fait toujours avec aussi peu d'éxactitude que si on ôtoit à la Boussole presque toute sa grandeur, & qu'on ne lui donnât que *DM* pour rayon, ou qu'un pouce ou un pouce & demi de diametre, au lieu de 7 à 8 qu'elle a ordinairement dans les Compas de variation.

On ne peut pas compter davantage sur les autres moyens proposés par quelques Auteurs, du moins de la maniere dont il les ont expliqués; de se servir de l'ombre d'un fil à plomb ou de quelque stile élevé verticalement sur le bord de la Boussole. Ces Auteurs, faute d'avoir assez examiné la cause de l'agitation des instrumens qu'on porte en Mer, ont crû que parce qu'on réüssit à terre à faire qu'un fil à plomb demeure dans une ſituation verticale, lorſqu'on le charge d'un poids conſidérable, il n'y a qu'à faire auſſi la même choſe ſur un Vaiſſeau. On réüſſit à terre, parce que les vibrations des inſtrumens n'y ſont ordinairement cauſées que par la ſeule agitation de l'air; au lieu que les vibrations dont il s'agit ici, n'étant produites que par le défaut d'uniformité qui ſe trouve toujours dans la viteſſe du Navire, il eſt fort inutile de donner une plus grande charge à l'inſtrument; car il ne ſera pas plus diſpoſé à prendre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion, lorſque le choc de quelques vagues accelerera ou retardera tout à coup la marche du Vaiſſeau. Ce n'eſt donc pas en Mer par l'action de la peſanteur ni par quelque ſuſpenſion particuliere qu'on peut procurer à un fil ou à un ſtile, une ſituation éxactement verticale. Il vaut infiniment mieux que ce ſoit l'Obſervateur qui ſoutienne lui-même ſon inſtrument, & qui le diſpoſe en ſe ſervant de l'Horiſon ſenſible ou viſuel, à peu près comme il diſpoſe déja ſon Arbaleſtrille ou ſon Quartier Anglois, lorſqu'il obſerve la hauteur des Aſtres. De cette ſorte la Bouſſole ne ſera point ſujette à des balancemens irreguliers, comme le ſeroit en Mer un inſtrument qui n'affecteroit une certaine ſituation, que parce qu'il y ſeroit néceſſité par une cauſe purement phyſique. Si le Pilote eſt obligé de changer ſans ceſſe de poſtures pour ſe tenir debout & pour s'empêcher de tomber, il prendra toujours préciſément les mêmes attitudes que s'il ne penſoit & ne travailloit qu'à conſerver à la Bouſſole une ſituation conſtante.

V.

Moyen plus éxact d'obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont élevés.

AInſi pour obſerver l'azimuth du Soleil lorſque cet aſtre eſt à une hauteur conſidérable, il n'y a qu'à ſe ſervir encore d'un Compas qui ait un ſtile, qu'on mettra au-deſſus de la pinnule *H*. Ce ſtile ne ſera ſi on le veut, qu'un ſimple fil de leton, & il ſera toujours facile de le ſituer de maniere qu'il ſoit perpendiculaire au côté *CE*. Mais après cela il ne faudra pas s'arrêter, comme on l'a fait juſqu'à preſent, à la ſituation à peu près horiſontale que prendroit l'inſtrument par ſa propre peſanteur, puiſqu'il eſt certain que le plus leger défaut dans cette ſituation peut cauſer des erreurs tout à fait grandes dans l'obſervation de l'azimuth. Pour faire donc la choſe avec plus de précision, on appliquera l'œil à la pinnule *H*, & tournant enſuite le dos vers le Soleil, on fera enſorte que l'ombre du ſtile tombe ſur l'autre pinnule, & qu'on voye en même temps l'horiſon ſenſible par le bord *AF* du Compas. Cette opération n'a rien de plus difficile que lorſqu'on prend la hauteur d'un aſtre par derriere. Dans l'une comme dans l'autre, on n'eſt toujours obligé de faire attention qu'à deux choſes; qu'à viſer à l'Horiſon, & qu'à faire tomber l'ombre d'un marteau ou d'un ſtile ſur un certain endroit. Or en obſervant ici ces deux conditions, en regardant l'extrêmité aparente de la Mer par le bord opoſé *AF* de la Bouſſole, lorſque l'œil eſt appliqué à la pinnule *H*, & en faiſant tomber en même temps ſur la pinnule *L* l'ombre du ſtile que nous ſuppoſons élevé en *H*, il eſt clair que quoique ce ſtile puiſſe pancher conſidérablement à cauſe de l'inclinaiſon de l'Horiſon viſuel, ſon ombre ne laiſſera pas d'être toujours éxactement dans le plan du vertical du Soleil, de même que le fil *L H*; parce que l'inclinaiſon ne ſe fera que dans le plan même de ce vertical. Ainſi un ſecond Obſervateur n'aura donc qu'à éxaminer ſur la circonference de la Bouſſole qui eſt diviſée en degrez, combien le fil *L H* differe de la ligne Eſt & Oüeſt, pour avoir l'azimuth magnétique.

VI.

Moyen d'obſerver en même temps l'azimuth & la hauteur d'un aſtre.

AU lieu d'élever un ſtile ſur un des côtez de la Bouſſole, on pouroit ſe ſervir auſſi d'un quart de cercle de 18 ou 20 pouces de rayon, qu'on mettroit au-deſſus, comme nous l'avons repreſenté dans la figure 7; & alors on auroit l'avantage de pouvoir obſerver l'azimuth de l'aſtre & ſa hauteur tout à la fois. La Bouſſole & le quart de cercle ſeroient attachés par des vis, & il ſeroit facile de faire enſorte que le tout ne pesât pas plus qu'un quartier Anglois ordinaire, puiſqu'il ne ſeroit point néceſſaire que la Bouſſole fût renfermée dans une double boëte, ni qu'elle fût entourée de ces cercles de cuivre qu'on nomme balanciers, qui ſervent à la ſuſpendre. Après tout ſi l'inſtrument peſoit un peu trop, pour qu'on pût en y appliquant les deux mains, le ſoutenir à la hauteur de l'œil, il n'y auroit qu'à l'apuyer ſur quelque choſe qui ſupportât ſon poids, ſans empêcher qu'on pût le diriger aiſément. Enfin on mettroit ſur le quart de cercle, entre les deux pinnules *G* & *H*, la hauteur apparente qu'on voudroit qu'eût l'aſtre au temps de l'obſervation ; & lorſque cet aſtre ſeroit ſur le point d'y parvenir, le Pilote viſeroit à l'horiſon par les pinnules *G* & *F*, en attendant le moment que l'ombre de la pinnule *H* tombât ſur la pinnule *F* du centre ; & un autre Obſervateur compteroit en même temps les degrez de l'azimuth ſur la circonference de la Bouſſole. Il faut remarquer que les trois pinnules *G*, *H* & *F*, doivent être conſtruites comme celle du quartier Anglois ; mais qu'il eſt bon que la derniere ait une fente de 28 à 30 lignes ne longueur, au lieu d'une de 15 à 16 qu'on lui donne ordinairement ; & cela afin qu'en découvrant une plus grande partie de l'Horiſon ſenſible, on ſoit plus en état de mettre avec exactitude le quart de cercle verticalement. On poura auſſi ſe ſervir la nuit de ce même inſtrument pour obſerver l'azimuth des étoiles, pourvû qu'elles ne ſoient point trop élevées, & qu'en regardant par la pinnule *F* du centre, on puiſſe voir du même coup d'œil l'Horiſon par la pinnule *G* d'en bas, & l'aſtre par celle *H* d'en haut. Tout cela eſt déſormais trop ſimple pour que nous nous y arrêtions davantage : Nous allons maintenant traiter des moyens de découvrir la variation.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

Des moyens de déterminer en Mer la déclinaiſon de l'aiguille aimantée.

I.

Que toutes les methodes de trouver la variation de la Bouſſole ſe réduiſſent à comparer la vraye ſituation qu'a l'aſtre par raport aux régions du Monde, avec la ſituation qu'il a par raport aux rumbs du Compas.

IL eſt ſenſible qu'on doit toujours avoir recours à quelques obſervations aſtronomiques pour découvrir la déclinaiſon de la Bouſſole, & que les obſervations qu'on doit employer, ſont celles qui peuvent ſervir à déterminer la ligne Méridienne; puiſque la variation ou déclinaiſon de l'aiguille n'eſt autre choſe que la quantité dont elle differe de cette ligne. En général, il faut toujours connoître la ſituation éxacte & préciſe de quelque aſtre par raport aux Regions du Monde, & obſerver en même temps ſi l'aſtre eſt ſitué de la même maniere par raport aux principaux points du Compas; afin de pouvoir comparer ces deux diverſes ſituations. C'eſt à cela que ſe réduiſent infailliblement toutes les méthodes. Ainſi ſans nous mettre en peine d'en faire un dénombrement inutile, nous n'avons, pour tâcher de répandre par nos réfléxions quelque nouveau jour ſur cette matiere; qu'à travailler à rendre plus éxacts ou plus faciles les moyens de trouver la diſtance des aſtres aux vrais points de l'Orient ou de l'Occident; puiſque nous avons déja aſſez parlé de la maniere d'obſerver leurs diſtances aux points de l'Eſt ou de l'Oüeſt de la Bouſſole.

II.

De l'équation qu'il faut appliquer à la Table des Amplitudes, lorſqu'on obſerve les aſtres dans l'horiſon ſenſible & viſuel.

NOus pouvons conſiderer les aſtres dans deux cas differens, ou lorſqu'ils ſont dans l'horiſon, ou lorſqu'ils ſont à une certaine hauteur. Quelques perſonnes zelées pour le Public, ont déja diſpenſé les Pilotes de faire aucun calcul dans le premier cas. Elles ont conſtruit des Tables des Amplitudes qui marquent la diſtance du lever ou du coucher des aſtres au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, pour toutes les differentes déclinaiſons, & pour tous les degrez de hauteur polaire des endroits où l'on peut ſe trouver. Ces Tables ſont trop communes, pour que nous les inſerions ici; elles ſont imprimées dans preſque tous les Livres de Pilotage. Tout ce qu'il y a, c'eſt qu'elles ſont ordinairement conſtruites dans la ſeule ſupoſition que les aſtres ſont éxactement dans l'horiſon rationel; & cependant on n'obſerve preſque toujours l'amplitude en Mer que lorſque les aſtres ſont dans l'horiſon ſenſible, & beaucoup au-deſſous du terme dans lequel la Table les ſupoſe. C'eſt ſur cette diſconvenance que nous nous propoſons d'inſiſter un peu; afin de faire enſorte, s'il eſt poſſible, qu'elle ne cauſe aucune erreur dans les Obſervations.

Le premier moyen eſt d'appliquer une équation ou correction à l'amplitude des Tables, afin de la rendre propre au temps précis du lever ou du coucher apparent : & comme la principale difference qu'il y a entre l'horiſon ſenſible & le rationel, vient de la réfraction horiſontale qui eſt dans ces climats ci de 32 ou 33 minutes, quelques perſonnes ont cru qu'il ſuffiſoit de régler l'équation ſur cette quantité. Mais outre que la réfraction eſt differente ſelon les endroits de la terre où l'on eſt ſitué, vers l'équateur ou vers les poles, & qu'elle change par les ſaiſons ; l'horiſon ſenſible ſe trouve auſſi plus ou moins incliné, ſelon qu'on eſt plus ou moins élevé au-deſſus de la ſurface de la Mer ; ce qui contribuë encore à faire que les aſtres ſont plus ou moins abaiſſés au-deſſous de l'horiſon rationel, lorſqu'ils nous paroiſſent ſe lever ou ſe coucher. Si l'on eſt, par éxemple, vers le milieu de la zone torride, la réfraction horiſontale ne ſera que d'environ 20. minutes, & ſi on eſt dans un Navire élevé de 8 pieds, le rayon viſuel conduit de l'œil à la ſéparation apparente de la Mer & du Ciel, ne ſera incliné que d'environ 3 minutes. Ainſi lorſque l'aſtre paroîtra dans l'horiſon, il ne ſera que d'environ 23 minutes au-deſſous, & ce ne ſera que ſur le pied de ces 23 minutes qu'il faudra corriger la Table des Amplitudes. Au lieu que ſi on étoit à l'extrêmité de la zone temperée vers le cercle polaire où la réfraction eſt de 59 ou 60 min. & qu'on fût outre cela à 25 ou 30 pieds de hauteur au-deſſus de la ſurface de la Mer, l'aſtre paroîtroit ſe coucher, lorſqu'il ſeroit déja deſcendu de 65 ou 66 min. au-deſſous de l'horiſon ; & ſon amplitude differeroit donc alors beaucoup plus, par cette ſeule raiſon, de celle qui lui eſt attribuée dans la Table. S'il eſt vrai d'un autre côté que les réfractions horiſontales ſoyent tellement irregulieres, qu'on ne puiſſe jamais les bien connoître, il n'eſt pas moins conſtant que les corrections qu'il faut appliquer à l'amplitude, doivent être au moins toujours reglées ſur ce qu'on ſçait avec certitude ſur cette matiere, & que rien n'eſt moins excuſable que de ſupoſer que l'aſtre eſt toujours abaiſſé de la même quantité, lorſqu'on ſçait qu'il eſt abaiſſé d'une quantité très-différente. C'eſt pourquoi les équations ou corrections dont il s'agit, doivent être calculées néceſſairement comme dans la Table ſuivante, pour divers nombre de minutes d'abaiſſement; afin de pouvoir ſervir dans tous les lieux & dans toutes les ſaiſons, & de pouvoir ſervir auſſi à des Obſevrateurs plus ou moins élevés au-deſſus de la ſurface de la mer.

TABLE

Des Equations qu'il faut appliquer aux vrayes amplitudes, lorſque les aſtres ſont au-deſſus de l'horiſon.

Hauteurs Polaires.	Minutes dont les Astres sont au-dessous de l'Horison	AMPLITUDES. 0	10	20	30	25	40	45	50	55
		D. M.	D. M.	D .M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
Degres.	20	0. 4	0. 4	0. 4	0. 4					
10	30	0. 5	0. 5	0. 5	0. 6					
	40	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
20	20	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
	30	0. 11	0. 11	0. 12	0. 12					
	40	0. 15	0. 15	0. 16	0. 16					
30	20	0. 11	0. 11	0. 12	0. 13					
	30	0. 17	0 17	0. 18	0. 20					
	40	0. 23	0. 23	0. 24	0. 26					
	50	0. 29	0. 29	0. 30	0. 33					
35	20	0. 14	0. 14	0. 15	0. 16					
	30	0. 21	0. 21	0. 22	0. 24					
	40	0. 28	0 28	0. 30	0. 32					
	50	0. 35	0. 35	0. 37	0. 40					
	60	0. 42	0. 43	0. 45	0. 48					
40	30	0. 25	0. 25	0. 27	0. 29	0. 30				
	40	0. 33	0 33	0. 36	0. 39	0. 40				
	50	0. 41	0. 42	0. 45	0. 48	0 51				
	60	0. 50	0. 51	0. 54	0. 58	1, 1				
45	30	0. 30	0. 30	0. 32	0. 34	0. 37				
	40	0. 40	0. 40	0. 42	0. 46	0. 49				
	50	0. 50	0. 50	0. 53	0. 58	1. 1				
	60	1. 0	1. 1	1. 4	1. 9	1. 14 1. 13				
50	30	0. 36	0. 36	0. 38	0. 41	0. 43	0. 46			
	40	0. 48	0. 48	0. 50	0. 55	0 58	1. 1			
	50	1. 0	1. 0	1. 3	1. 9	1. 13 1. 12	1. 18 1. 17			
	60	1. 12	1. 13	1. 16	1. 23	1. 28 1. 27	1. 34 1. 32			
55	30	0. 43	0. 43	0. 45	0. 49	0. 52	0. 56	1. 1 1. 0		
	40	0. 57	0. 58	1. 1	1. 7 1. 6	1. 10 1. 9	1. 15 1 14	1. 22 1 20		
	50	1. 11	1. 12	1. 16	1. 23 1. 22	1. 28 1. 26	1. 34 1. 32	1. 42 1. 39		
	60	1. 26	1. 27	1. 32 1. 31	1. 40 1. 38	1. 46 1. 44	1. 53 1. 50	2. 3 1. 59		
60	30	0. 52	0. 53	0. 55	1. 0	1. 4 1. 3	1. 8 1. 7	1. 14 1. 13	1. 22 1. 20	1. 32 1. 29
	40	1. 10	1. 11	1. 14	1. 21 1. 20	1. 25 1. 24	1. 31 1. 30	1. 39 1. 37	1. 50 1. 46	2. 4 1. 58
	50	1. 27	1. 28	1. 32	1. 41 1. 40	1. 47 1. 45	1. 55 1. 52	2. 4 2. 1	2. 18 2. 12	2. 36 2. 27
	60	1. 44	1. 46	1. 51 1. 50	2. 1 1: 59	2. 9 2. 5	2. 18 2. 14	2. 30 2. 24	2. 47 2. 37	3. 9 2. 55

Pour rendre ſenſible l'uſage de cette Table, nous ſupoſerons que la hauteur polaire eſt de 55 degrez, que la réfraction jointe avec l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel fait 40 min. & que la vraye amplitude eſt de 45. degrez. Nous chercherons les 40 min. dans la ſeconde colonne proche de 55. degr. de hauteur polaire qui ſont marqués dans la premiere ; & les faiſant couvenir avec l'amplitude marquée au haut, nous aurons 1. deg. 22. min. & 1. deg. 20. min. pour les deux équations qu'il faut appliquer à l'amplitude, ſelon qu'elle eſt du côté du Pole élevé ou du Pole abaiſſé. La premiere doit être ajoûtée, & la ſeconde ſouſtraite ; de ſorte que l'amplitude ſera de 46. deg. 22. min. ou de 43. degr. 40. min. non pas pour l'inſtant que l'aſtre touche à l'horiſon rationel, puiſque nous avons ſupoſé qu'elle eſt alors de 45 degr. mais dans le moment que l'aſtre paroît ſe lever ou ſe coucher, & qu'il eſt 40 min. au-deſſous du vrai horiſon. Il nous étoit facile d'étendre cette Table : mais il nous paroît qu'au lieu de modifier ainſi la vraye amplitude, & de n'obſerver l'aſtre ſur la Bouſſole qu'à ſon lever ou à ſon coucher, il vaut mieux ſe ſervir de la vraye amplitude même ; mais avoir auſſi le ſoin d'obſerver l'aſtre, lorſqu'ayant quelque hauteur aparente, il eſt éxactement dans l'horiſon rationel Il n'y aura de cette ſorte point tant à craindre des irregularitez de la réfraction, non plus que de la diverſité des diſtances de l'Obſervateur à l'extrêmité apparente de la Mer. Car on peut démontrer que ce n'eſt pas dans la rigueur, l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel ; mais la diſtance à l'extrêmité apparente de la Mer, réduite en minutes de grand cercle, qu'il faut ajoûter à la refraction horiſontale, pour avoir la quantité dont les aſtres ſont réelement au-deſſous de l'horiſon, lorſqu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher.

III.

Qu'au lieu d'aporter, comme nous venons de le faire, quelque modification à la Table des amplitudes, il vaut mieux tâcher d'obſerver les aſtres lorſqu'ils ſont éxactement dans l'horiſon rationel.

POur ſe convaincre que ce ſecond expédient eſt préférable au premier, on n'a qu'à remarquer que la réfraction horiſontale eſt ſujette à des irrégularitez de 17 ou 18 min. pendant qu'à un demi degré de hauteur apparente, la réfraction ſouffre à peine des variétez de 9 ou 10 min. On peut conſulter ſur cela les Obſervations du ſçavant M. Caſſini, qui trouva le 19 de Décembre 1712. à 2 min. 40 ſec. de hauteur, que la réfraction étoit de 51 min. 4 ſec. plus grande de 18 ou 19 min. que celle qu'on trouve ordinairement: Au lieu qu'on peut regarder comme les deux réfractions les plus differentes qu'on ait obſervées à 31 min de hauteur, celle de 36 min. 9 ſec. & l'autre de 27 min. l'une le 19 Novembre 1712, & l'autre le 24 Aouſt de l'année ſuivante. Or lorſqu'on obſerve les aſtres ſur la Bouſſole dans l'inſtant qu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher, & qu'on aporte pour cela quelque modification à l'amplitude qui eſt marquée dans la Table, on s'expoſe à ſe tromper beaucoup; puiſqu'il ſe peut faire qu'on employe l'équation qui convient à 32. min de réfraction, quoiqu'elle ſoit alors effectivement de 40 ou 50 min. Mais ce n'eſt pas la même choſe, ſi on laiſſe l'amplitude des Tables dans l'état où elle eſt, & qu'on ſoit éxact en même temps à n'obſerver l'aſtre que lorſqu'il eſt dans l'horiſon rationel; car il faut pour cela qu'il ſoit à près d'un demi degré de hauteur apparente, & les anomalies de la réfraction sont alors environ deux fois plus petites. Ainsi au lieu d'alterer les amplitudes pour les accommoder au temps de l'observation, il vaut beaucoup mieux accommoder l'observation au moment préfix pour lequel la Table est construite.

Mais comme on se dispense souvent dans les choses de pratique de suivre rigoureusement les regles, sans que les opérations en deviennent pour cela moins éxactes, il suffit ici d'observer le Soleil lorsque le bord inférieur de son disque paroît élevé au-dessus de l'horison, à la vûë simple, d'environ la moitié de son diametre apparent; & alors cet astre sera à peu près dans l'horison rationel. Quand on voudra faire les choses dans la derniere précision, & ne rien négliger, il n'y aura qu'à se servir de l'instrument represénté dans la figure 7, pour mesurer la hauteur. La réfraction qui éleve en Eté de 32 ou 33 min. les astres, lorsqu'ils sont au-dessous de l'horison rationel de cette même quantité, ne les éleve que d'environ 28 min. lorsqu'ils sont dans l'horison rationel même. Ainsi c'est à cette hauteur apparente qu'il faut les observer, pour qu'ils n'ayent point effectivement de hauteur; après cependant y avoir ajoûté l'inclinaison de l'horison visuel, qui contribuë encore à les faire paroître un peu plus haut. Suposé donc qu'on fût à 20 pieds d'élevation au-dessus de la surface de la Mer, ce qui donne environ 5 min. d'inclinaison à l'horison visuel, il faudroit mettre environ 33 min. entre les deux pinnules *G* & *H* du quart du cercle, & appliquant ensuite l'œil à la pinnule *F* du centre, il faudroit attendre qu'on pût voir l'horison par la pinnule *G* & l'astre par la pinnule *H*. L'astre seroit alors éxactement dans l'horison rationel, & auroit l'amplitude que lui attribuë la Table. C'est pourquoi il n'y auroit donc plus, pour découvrir la déclinaison de l'aiguille, qu'à comparer cette amplitude

plitude avec celle qu'on obſerveroit ſur la Bouſſole.

IV.

Que comme on ne peut pas toujours trouver la variation de la Bouſſole par la comparaiſon des amplitudes, il eſt abſolument néceſſaire de ſe ſervir quelquefois des aſtres qui ont quelque hauteur.

MAis ſi cette méthode de trouver la variation eſt toujours aſſez éxacte, il arrive d'un autre côté, qu'on n'a pas toujours la liberté de l'employer, parce que le Ciel n'eſt pas aſſez pur proche de l'horiſon. Quelquefois le Soleil paroît tout le jour dans tout ſon éclat, & que ce n'eſt qu'à ſon coucher où il eſt attendu par le Pilote impatient, qu'il ſe couvre de nuages, qui ne permettent plus de le voir: de ſorte qu'il n'eſt pas ſans éxemple que pendant un mois de la plus belle ſaiſon, on n'ait pû l'obſerver que deux ou trois fois. Il ſeroit cependant à ſouhaiter qu'on pût le faire tous les jours; car le Navire qui ſingle à pleine voile, & qui avance en 24. heures quelquefois de cent lieuës, paſſe continuellement dans des endroits où la déclinaiſon de l'aiguille eſt differente, & tant qu'on ne pourra pas la découvrir trèsſouvent, on connoîtra non ſeulement avec moins d'éxactitude le rumbs ſur lequel on fait route; mais on laiſſera encore dans le même état, & ſans en retirer aucune utilité, la partie de la ſcience magnétique, qui peut avoir un raport plus immédiat au Probléme des longitudes Hydrographiques. Il eſt donc abſolument néceſſaire d'avoir quelquefois recours aux aſtres, lorſqu'ils ſont à une hauteur conſiderable au-deſſus de l'horiſon. On ſçait que nous le pouvons faire avec quelque apparence de ſuccès; puiſque nous avons vû dans la premiere partie une maniere aſſez éxacte de trouver alors ſur la Bouſſole l'azimuth ou le rumbs dans lequel les aſtres répondent. Je ſçai bien que le calcul qu'il faut faire en même tems pour découvrir le vrai azimuth ou la ſituation de l'aſtre par raport au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, paroîtra toujours trop long à quelques Pilotes, pour qu'ils l'entreprennent volontiers : Mais ce ne ſera point là au moins un obſtacle pour ceux de cette profeſſion, qui aiment à remplir leur devoir, & qui ne ſe diſpenſoient de ſe ſervir en Mer de cette méthode, que parce qu'ils la trouvoient défectueuſe

---

V.

Moïen, en ſe ſervant d'une Table, de trouver la variation, par les aſtres qui ſont dans le cercle horaire de 6 heures.

C'Eſt pour en faciliter encore l'uſage, que nous avons calculé l'azimuth des aſtres qui ſont dans le cercle horaire de ſix heures ; ce qui mettra les Marins en état d'obſerver beaucoup plus ſouvent la déclinaiſon de l'aiguille, puiſque le Ciel eſt preſque toujours plus ſerein & plus pur à une certaine hauteur, qu'il ne l'eſt à l'horiſon. La Table que nous inſerons ici eſt conſtruite pour toutes les hauteurs polaires juſqu'à 80 degr. & s'étend à tous les aſtres qui ne ſont pas éloignés de l'équateur de plus de 24 degr. Elle indique deux choſes ; la hauteur à laquelle doit être l'aſtre, lorſqu'il faut l'obſerver, & l'angle que fait alors ſon azimuth avec le premier vertical ; ou ce qui revient au même, la diſtance de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, à meſurer ſur l'horiſon. Si on eſt, par éxemple, par 62 degrez de hauteur polaire, & que l'aſtre ait 9 degr. de déclinaiſon, on trouvera dans la Table 7 degr. 56 min. & 4 degr. 15 min. Le premier de ces nombres nous apprend la hauteur vraie à laquelle il faut obſerver l'aſtre pour qu'il ſoit dans le cercle horaire de ſix heures, & le ſecond 4 degr. 15 min. exprime la diſtance au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. De ſorte que ſi l'aſtre ſe trouve à cette même diſtance de l'Eſt ou de l'Oüeſt de la Bouſſole & du même côté, ce ſera une marque que les rumbs du compas répondent à ceux du Monde, & qu'il n'y a par conſéquent point de variation.

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DÉCLINAISONS											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 2	0. 4	0. 6	0. 8	0. 11	0. 13	0. 15	0. 17	0. 19	0. 21	0. 23	0. 25
	1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	6. 59	7. 59	8. 59	9. 59	10. 59	11. 59
4	0. 4	0. 8	0. 13	0. 17	0. 21	0. 25	0. 29	0. 33	0. 38	0. 42	0. 46	0. 50
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 59	5. 59	6. 59	7. 59	8. 59	9. 58	10. 58	11. 58
6	0. 7	0. 13	0. 19	0. 25	0. 32	0. 38	0. 44	0. 50	0. 57	1. 3	1. 9	1. 15
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 58	5. 58	6. 58	7. 57	8. 57	9. 57	10. 56	11. 56
8	0. 9	0. 17	0. 26	0. 34	0. 43	0. 50	0. 58	1. 6	1. 15	1. 23	1. 31	1. 39
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 58	4. 57	5. 56	6. 55	7. 55	8. 54	9. 54	10. 53	11. 53
10	0. 11	0. 20	0. 32	0. 41	0. 52	1. 2	1. 13	1. 23	1. 34	1. 43	1. 54	2. 4
	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 54	7. 53	8. 5	9. 51	10. 50	11. 49
12	0. 13	0. 24	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 28	1. 40	1. 52	2. 4	2. 17	2. 29
	0. 58	1. 57	2. 56	3. 55	4. 54	5. 52	6. 51	7. 50	8. 48	9. 47	10. 46	11. 45
14	0. 14	0. 29	0. 44	0. 59	1. 12	1. 27	1. 42	1. 56	2. 10	2. 25	2. 39	2. 53
	0. 58	1. 56	2. 55	3. 53	4. 51	5. 49	6. 47	7. 46	8. 44	9. 42	10. 41	11. 39
16	0. 16	0. 34	0. 50	1. 7	1. 22	1. 39	1. 56	2. 12	2. 28	2. 45	3. 1	3. 17
	0. 57	1. 55	2. 53	3. 51	4. 48	5. 46	6. 44	7. 42	8. 39	9. 37	10. 35	11. 33
18	0. 19	0. 38	0. 56	1. 15	1. 32	1. 51	2. 10	2. 28	2. 46	3. 5	3. 23	3. 41
	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 46	5. 42	6. 39	7. 37	8. 34	9. 31	10. 28	11. 26
20	0. 21	0. 42	1. 2	1. 23	1. 42	2. 3	2. 24	2. 44	3. 4	3. 25	3. 45	4. 5
	0. 56	1. 53	2. 49	3. 46	4. 42	5. 38	6. 35	7. 31	8. 28	9. 25	10. 21	[illegible]
22	0. 23	0. 46	1. 8	1. 31	1. 52	2. 1	2. 37	2. 59	3. 21	3. 44	4. 6	4. 28
	0. 56	1. 51	2. 47	3. 43	4. 38	. 34	6. 30	7. 25	8. 2	9. 17	10. 13	11. 9
24	0. 25	0. 50	1. 14	1. 39	2. 2	2. 27	2. 50	3. 14	3. 38	4. 3	4. 27	4. 51
	0. 55	1. 50	2. 44	3. 29	4. 34	5. 25	6. 24	7. 19	8. 14	9. 9	10. 4	10. 59
26	0. 27	0. 54	1. 20	1. 46	2. 13	2. 38	3. 3	3. 29	3. 55	4. 22	4. 48	5. 14
	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 12	8. 6	9. 0	9. 54	10. 49
28	0. 29	0. 57	1. 25	1. 53	2. 21	2. 49	3. 16	3. 44	4. 12	4. 41	5. 8	5. 26
	0. 53	1. 46	2. [illegible]	3. 32	4. 25	5. 1	6. 11	7. 4	7. 57	8. 51	9. 44	10. 38
30	0. 31	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 0	3. 29	3. 59	4. 29	4. 59	5. 28	5. 58
	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	. 2	5. 12	6. 4	6. 56	7. 48	8. 41	9. 33	10. 26
31	0. 32	1. 3	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	. 36	4. 6	4. 37	5. 8	5. 38	6. 9
	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 52	7. 44	. 36	9. 27	10. 20
32	0. 32	1. 5	1. 36	2. 8	2. 40	3. 12	3. 43	4. 13	4. 45	5. 17	5. 48	6. 20
	0. 51	1. 42	2. 33	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 48	7. 39	8. 30	9. 21	10. 13
33	0. 33	1. 7	1. 39	2. 12	2. 4	3. 17	3. 49	4. 20	4. 53	5. 26	5. 58	6. 31
	0. 51	1. 41	2. 31	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 44	7. 34	8. 25	9. 15	10. 7
34	0. 34	1. 8	1. 42	2. 15	2. 49	3. 22	3. 55	4. 27	5. 1	5. 35	6. 8	6. 41
	0. 50	1. 40	2. 29	3. 19	4. 9	4. 55	5. 49	6. 39	7. 29	8. 15	9. 9	10. 0
35	0. 35	1. 10	1. 44	2. 18	2. 53	3. 27	4. 1	4. 34	5. [illegible]	5. 44	6. 18	6. 51
	0. 49	1. 39	2. 27	3. 16	4. 6	4. 56	5. 45	6. 3	7. 24	8. 14	9. 3	9. 53
36	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 57	3. 32	4. 7	4. 41	5. 17	5. 53	6. 27	7. 1
	0. 48	1. 37	2. 25	3. 1[illegible]	4. 3	4. 52	5. 40	6. 29	7. 18	8. 8	8. 56	9. 45
37	0. 36	1. 12	1. 48	2. 24	3. 1	3. 37	4. 13	4. 48	5. 25	6. 1	6. 36	7. 11
	0. 48	1. 36	2. 23	3. 12	4. 0	4. 48	5. 36	6. 24	7. 13	8. 2	8. 50	9. 38
38	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 55	5. 32	6. 9	6. 44	7. 21
	0. 47	1. 35	2. 22	3. 9	3. 56	4. 44	5. 31	6. 19	7. [illegible]	7. 5[illegible]	8. 43	9. 31
39	0. 38	1. 16	1. 54	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 2	5. 39	6. 17	6. 53	7. 31
	0. 40	1. 34	2. 20	3. 7	3. 53	4. 4[illegible]	5. 27	6. 14	7. [illegible]	7. 48	8. 36	9. 23
40	0. 39	1. 17	1. 56	2. 34	3. 13	3. 52	4. 30	5. 8	5. 46	6. 25	7. 2	7. 41
	0. 46	1. 32	2. 18	3. 4	3. 50	4. 36	5. 22	6. 9	6. 55	7. 41	8. 28	9. 15
41	0. 39	1. 19	1. 58	2. 37	3. 17	3. 57	4. 35	5. 14	5. 53	6. 33	7. 11	7. 51
	0. 45	1. 31	2. 16	3.	3. 47	4. 3	5. 18	6. 4	6. 49	7. 35	8. 21	9. 7
42	0. 40	1. 20	2. 0	2. 40	3. 21	4. 1	4. 40	5. 20	6. 1	6. 41	7. 20	8. 0
	0. 44	1. 29	2. 1[illegible]	2. 58	3. 43	4. 28	5. 13	5. 58	6. 43	6. 28	8. 13	8. 59
43	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 46	5. 27	. 8	6. 49	7. 29	8. 9
	0. 44	1. 28	2. 11	2. 56	3. 40	4. 24	5. 8	5. 52	6. 36	7. 21	8. 6	8. 51

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 27 12. 59	0. 29 13. 59	0. 31 14. 59	0. 33 15. 59	0. 35 16. 59	0. 37 17. 59	0. 39 18. 59	0. 41 19. 59	0. 43 20. 59	0. 45 21. 59	0. 47 22. 59	0. 49 23. 59
4	0. 54 12. 58	0. 58 13. 58	1. 2 14. 58	1. 6 15. 58	1. 10 16. 58	1. 14 17. 58	1. 18 18. 57	1. 22 19. 57	1. 26 20. 57	1. 30 21. 57	1. 34 22. 57	1. 38 23. 57
6	1. 21 12. 56	1. 27 13. 56	1. 34 14. 55	1. 40 15. 55	1. 46 16. 55	1. 52 17. 54	1. 58 18. 54	2. 2 19. 54	2. 8 20. 54	2. 14 21. 54	2. 20 22. 53	2. 26 23. 53
8	1. 48 12. 52	1. 56 13. 52	2. 4 14. 52	2. 12 15. 51	2. 20 16. 51	2. 28 17. 50	2. 36 18. 50	2. 44 19. 49	2. 52 20. 49	3. 0 21. 48	3. 8 22. 48	3. 16 23. 47
10	2. 15 12. 48	2. 25 13. 48	2. 35 14. 47	2. 45 15. 46	2. 54 16. 45	3. 4 17. 44	3. 14 18. 44	3. 24 19. 43	3. 34 20. 42	3. 44 21. 42	3. 54 22. 41	4. 3 23. 41
12	2. 41 12. 44	2. 53 13. 42	3. 5 14. 41	3. 17 15. 40	3. 29 16. 39	3. 41 17. 38	3. 52 18. 37	4. 4 19. 36	4. 16 20. 35	4. 28 21. 34	4. 40 22. 33	4. 51 23. 32
14	3. 7 12. 37	3. 21 13. 36	3. 35 14. 34	3. 49 15. 33	4. 3 16. 21	4. 17 17. 30	4. 30 18. 28	4. 44 19. 27	4. 58 20. 25	5. 12 21. 24	5. 26 22. 23	5. 39 23. 22
16	3. 33 12. 31	3. 49 13. 29	4. 5 14. 27	4. 21 15. 24	4. 37 16. 23	4. 53 17. 21	5. 8 18. 19	5. 24 19. 17	5. 40 20. 15	5. 56 21. 13	6. 11 22. 11	6. 26 23. 10
18	3. 59 12. 23	4. 17 13. 20	4. 35 14. 17	4. 53 15. 15	5. 11 16. 12	5. 29 17. 10	5. 46 18. 8	6. 4 19. 6	6. 22 20. 3	6. 39 21. 1	9. 56 21. 59	7. 13 22. 57
20	4. 25 12. 14	4. 45 13. 11	5. 5 14. 8	5. 25 15. 5	5. 45 16. 2	6. 5 16. 59	6. 24 17. 56	6. 44 18. 53	7. 3 19. 50	7. 22 20. 47	7. 41 21. 44	8. 0 22. 42
22	4. 50 12. 5	5. 12 13. 1	5. 34 13. 57	5. 55 14. 53	6. 17 15. 49	6. 39 16. 46	7. 0 17. 42	7. 22 18. 39	7. 43 19. 35	8. 4 20. 32	8. 24 21. 28	8. 45 22. 26
24	5. 15 11. 54	5. 39 12. 50	6. 2 13. 45	6. 25 14. 41	6. 49 15. 36	7. 13 16. 32	7. 36 17. 28	8. 0 18. 24	8. 22 19. 20	8. 45 20. 16	9. 7 21. 12	9. 30 22. 8
26	5. 39 11. 43	6. 5 12. 38	6. 30 13. 32	6. 55 14. 27	7. 21 15. 22	7. 47 16. 17	8. 12 17. 12	8. 37 18. 7	9. 1 9. 2	9. 36 19. 57	9. 50 20. 52	10. 15 21. 48
28	5. 3 11. 31	6. 31 12. 25	6. 58 13. 18	7. 25 14. 12	7. 53 15. 6	8. 20 16. 0	8. 47 16. 54	8. 14 17. 49	9. 40 18. 43	10. 17 19. 38	10. 33 20. 33	11. 0 21. 28
30	6. 27 11. 18	6. 57 12. 11	7. 26 13. 4	7. 55 13. 57	8. 25 14. 50	8. 54 15. 43	9. 22 16. 36	9. 51 17. 30	10. 19 18. 23	10. 48 19. 17	11. 16 20. 11	11. 44 23. 5
31	6. 39 11. 11	7. 10 12. 4	7. 40 12. 56	8. 9 13. 49	8. 40 14. 41	9. 10 15. 34	9. 39 1 . 26	10. 9 17. 20	0. 38 18. 13	11. 8 19. 6	11. 37 20. 0	12. 5 20. 53
32	6. 51 [illegible]. 4	7. 22 11. 56	7. 53 12. 48	8. 23 13. 40	8. 55 4. 32	5. 26 15. 24	9. 56 16. 16	10. 27 17. 9	10. 57 8. 2	11. 27 18. 55	11. 56 19. 48	12. 26 20. 41
33	7. 3 10. 57	7. 34 11. 49	8. 6 12. 40	8. 38 13. 3	9. 10 14. 23	9. 42 15. 15	10. 13 16. 6	10. 45 16. 58	11. 16 17. 51	11. 46 18. 43	12. 16 19. 36	12. 47 20. 29
34	7. 14 10. 50	7. 46 11. 41	8. 19 12. 31	8. 52 13. 22	9. 25 14. 13	9. 57 5. 5	10. 30 15. 56	11. 2 16. 47	11. 34 17. 39	12. 5 18. 31	12. 36 19. 23	13. 8 20. 16
35	7. 25 10. 42	7. 58 11. 33	8. 32 12. 23	9. 5 13. 13	9. 40 14. 4	10. 13 14. 55	10. 46 15. 45	11. 19 16. 36	11. 52 17. 28	12. 24 18. 19	12. 56 19. 10	13. 29 20. 3
36	7. 36 10. 34	8. 10 11. 24	8. 45 12. 14	9. 19 13. 4	9. 55 13. 54	10. 28 14. 44	11. 2 15. 34	11. 36 16. 25	12. 10 17. 15	12. 43 18. 6	13. 16 18. 57	13. 50 19. 49
37	7. 47 10. 27	8. 22 11. 16	8. 58 12. 5	9. 33 12. 54	10. 9 13. 45	10. 43 14. 33	11. 18 15. 23	11. 53 16. 13	12. 28 17. 3	13. 2 17. 53	13. 36 18. 44	14. 10 19. 35
38	7. 58 10. 19	8. 34 11. 7	9. 11 11. 55	9. 46 12. 44	10. 23 13. 33	1 . 58 14. 22	11. 34 15. 11	12. 9 16. 0	12. 45 16. 50	13. 20 17. 40	13. 55 18. 30	14. 30 19. 20
39	8. 9 10. 11	8. 46 10. 58	9. 23 11. 46	9. 59 12. 34	10. 37 13. 22	11. 13 14. 11	11. 49 14. 59	12. 26 15. 48	13. 2 16. 37	13. 38 17. 26	14. 14 18. 16	14. 50 19. 5
40	8. 19 10. 2	8. 57 10. 49	9. 35 11. 36	10. 12 12. 23	10. 51 13. 11	11. 28 13. 59	12. 5 14. 47	12. 42 15. 35	13. 15 16. 23	13. 56 17. 12	14. 33 18. 2	15. 2 18. 50
41	8. 29 9. 53	9. 8 10. 40	9. 47 11. 26	10. 25 12. 13	11. 4 13. 0	11. 43 13. 47	12. 20 14. 34	12. 58 15. 22	13. 36 16. 9	14. 14 16. 58	14. 51 17. 46	15. 29 18. 34
42	8. 39 9. 44	9. 19 10. 30	9. 59 11. 16	10. 38 12. 2	11. 17 12. 48	11. 57 13. 35	12. 35 14. 21	13. 14 15. 8	13. 52 15. 55	14. 31 16. 43	15. 8 17. 30	15. 46 18. 13
43	8. 49 9. 35	9. 30 10. 20	10. 11 11. 5	10. 51 11. 51	11. 30 12. 36	12. 11 13. 22	12. 50 14. 8	13. 30 14. 54	14. 5 15. 41	14. 48 16. 28	15. 27 7. 15	16. 5 18. 2

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D.	D. M.	D. M	D. M.	D. M	D. M	D. M.	D. M	D. M	D. M	D. M.	D. M.	D. M.
44	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 10	4. 52	5. 33	6. 15	6. 57	7. 37	8. 28
	0. 43	1. 26	2. 9	2. 53	3. 36	3. 20	4. 3	5. 46	6. 30	7. 14	7. 58	8. 42
45	0. 42	1. 24	2. 7	2. 50	3. 32	4. 15	4. 57	5. 39	6. 22	7. 4	7. 45	8. 27
	0. 42	1. 25	2. 7	2. 50	3. 33	4. 16	4. 58	5. 41	6. 24	7. 7	7. 50	8. 33
46	0. 43	1. 25	2. 9	2. 53	3. 36	4. 19	5. 2	5. 45	6. 29	7. 11	7. 53	8. 36
	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 11	4. 53	5. 35	6. 17	6. 59	7. 41	8. 24
47	0. 44	1. 27	2. 12	2. 56	3. 40	4. 23	5. 7	5. 51	6. 35	7. 18	8. 1	8. 45
	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 47	5. 29	6. 10	6. 52	7. 33	8. 15
48	0. 45	1. 29	2. 14	2. 59	3. 43	4. 27	5. 12	5. 57	6. 41	7. 25	8. 9	8. 54
	0. 40	1. 20	2. 0	2. 41	3. 21	4. 1	4. 41	5. 22	6. 3	6. 44	7. 25	8. 6
49	0. 45	1. 30	2. 16	3. 1	3. 46	4. 31	5. 17	6. 2	6. 47	7. 32	8. 17	9. 2
	0. 39	1. 19	1. 58	2. 38	3. 17	3. 57	4. 36	5. 16	5. 56	6. 36	7. 16	7. 57
50	0. 45	1. 31	2. 17	3. 3	3. 49	4. 35	5. 21	6. 7	6. 53	7. 39	8. 24	9. 10
	0. 38	1. 17	1. 55	2. 34	3. 13	3. 52	4. 31	5. 10	5. 49	6. 38	7. 7	7. 47
51	0. 46	1. 33	2. 20	3. 6	3. 53	4. 39	5. 26	6. 13	6. 59	7. 46	8. 32	9. 18
	0. 37	1. 16	1. 53	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 4	5. 42	6. 20	6. 58	7. 37
52	0. 46	1. 35	2. 22	3. 9	3. 57	4. 43	5. 31	6. 19	7. 5	7. 53	8. 39	9. 26
	0. 37	1. 14	1. 51	2. 29	3. 5	3. 42	4. 19	4. 57	5. 34	6. 12	6. 49	7. 27
53	0. 47	1. 37	2. 24	3. 12	4. 0	4. 47	5. 36	6. 24	7. 11	8. 0	8. 46	9. 34
	0. 36	1. 13	1. 49	2. 25	3. 1	3. 37	4. 13	4. 50	5. 27	6. 4	6. 40	7. 17
54	0. 48	1. 38	2. 26	3. 15	4. 3	4. 51	5. 41	6. 29	7. 17	8. 6	8. 53	9. 41
	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 56	3. 32	4. 7	4. 43	5. 19	5. 55	6. 31	7. 7
55	0. 49	1. 39	2. 28	3. 17	4. 6	4. 55	5. 45	6. 34	7. 23	8. 12	9. 0	9. 48
	0. 34	1. 9	1. 43	2. 18	2. 52	3. 27	4. 2	4. 37	5. 12	5. 47	6. 22	6. 57
56	0. 50	1. 40	2. 20	3. 20	4. 9	4. 59	5. 49	5. 39	7. 28	8. 18	9. 7	9. 55
	0. 33	1. 7	1. 40	2. 14	2. 48	3. 22	3. 56	4. 30	5. 4	5. 38	6. 12	6. 47
57	0. 51	1. 41	2. 32	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 43	7. 33	8. 24	9. 13	10. 2
	0. 32	1. 6	1. 38	2. 11	2. 44	3. 17	3. 50	4. 23	4. 56	5. 29	6. 3	6. 37
58	0. 51	1. 42	2. 34	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 47	7. 38	8. 29	9. 19	10. 9
	0. 32	1. 4	1. 35	2. 7	2. 39	3. 11	3. 43	4. 15	4. 47	5. 20	5. 53	6. 26
59	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 51	7. 43	8. 34	9. 25	10. 16
	0. 31	1. 2	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 37	4. 8	4. 39	5. 11	5. 43	6. 15
60	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	4. 20	5. 12	6. 4	6. 55	7. 47	8. 39	9. 31	10. 22
	0. 30	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 1	3. 31	4. 1	4. 31	5. 2	5. 33	6. 4
62	0. 53	1. 46	2. 39	3. 32	4. 25	5. 18	6. 11	7. 3	7. 56	8. 49	9. 42	10. 34
	0. 28	0. 56	1. 24	1. 53	2. 21	2. 50	3. 18	3. 46	4. 15	4. 44	5. 13	5. 42
64	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 11	8. 5	8. 58	9. 52	10. 46
	0. 26	0. 53	1. 19	. 45	2. 11	2. 38	3. 5	3. 32	3. 58	4. 25	4. 52	5. 19
66	0. 55	1. 50	2. 44	3. 39	4. 34	5. 29	6. 24	7. 18	8. 13	9. 7	10. 2	10. 57
	0. 24	0. 49	1. 13	1. 38	2. 2	2. 27	2. 51	3. 16	3. 41	4. 6	4. 31	4. 56
68	0. 56	1. 52	2. 47	3. 42	4. 38	5. 34	6. 30	7. 25	8. 20	9. 15	10. 11	11. 7
	0. 22	0. 45	1. 7	1. 3	1. 52	1. 15	2. 38	3. 1	3. 24	3. 47	4. 10	4. 33
70	0. 56	1. 53	2. 49	3. 45	4. 42	5. 38	6. 36	7. 31	8. 27	9. 23	10. 20	10. 16
	0. 20	0. 41	1. 1	1. 22	1. 42	2. 3	2. 24	2. 45	3. 6	3. 27	3. 48	4. 9
72	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 45	5. 42	6. 40	7. 36	8. 33	9. 30	10. 27	11. 24
	0. 18	0. 37	0. 55	1. 14	1. 33	1. 52	2. 10	2. 29	2. 48	3. 7	3. 26	3. 45
74	0. 58	1. 55	2. 53	3. 50	4. 48	5. 46	6. 44	7. 4	8. 38	9. 36	10. 34	11. 31
	0. 16	0. 33	0. 49	1. 6	1. 23	1. 40	1. 56	2. 13	2. 30	2. 47	3. 4	3. 21
76	0. 58	1. 56	2. 54	3. 52	4. 51	5. 49	6. 47	7. 45	8. 43	9. 41	10. 40	11. 38
	0. 14	0. 29	0. 43	0. 58	1. 12	1. 27	1. 42	1. 57	2. 12	2. 27	2. 42	2. 57
78	0. 59	1. 57	2. 56	3. 54	4. 53	5. 52	6. 50	7. 49	8. 48	9. 47	10. 45	11. 44
	0. 12	0. 25	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 27	1. 40	1. 53	2. 6	2. 19	2. 32
80	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 53	7. 53	8. 52	8. 51	1. 50	11. 49
	0. 10	0. 21	0. 31	0. 42	0. 52	1. 3	1. 13	1. 24	1. 34	1. 45	1. 56	2. 7

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D M	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D. M.
44	8. 59	9. 41	10. 22	11. 3	11. 43	12. 24	13. 5	13. 45	14. 25	15. 5	15. 45	16. 24
	9. 26	10. 10	10. 54	11. 39	12. 24	13. 9	13. 54	14. 40	15. 26	16. 12	16. 59	17. 46
45	9. 9	9. 51	10. 33	11. 15	11. 56	12. 37	13. 19	14. 0	14. 41	15. 22	16. 3	16. 43
	9. 17	10. 0	10. 44	11. 28	12. 12	12. 56	13. 41	14. 26	15. 11	15. 57	16. 43	17. 29
46	9. 19	10. 1	10. 44	11. 27	12. 9	12. 50	13. 33	14. 15	14. 57	15. 38	16. 20	17. 1
	9. 7	9. 50	10. 33	11. 16	11. 59	12. 43	13. 27	14. 11	14. 56	15. 41	16. 26	17. 11
47	9. 28	10. 11	10. 55	11. 39	12. 21	3. 3	13. 47	14. 29	15. 12	15. 54	16. 37	17. 18
	8. 57	9. 39	10. 22	11. 4	11. 47	12. 30	13. 13	13. 56	14. 40	15. 25	16. 9	16. 53
48	9. 37	10. 21	11. 6	11. 50	12. 33	13. 16	14. 0	14. 43	15. 27	16. 10	[illegible]	17. 35
	8. 47	9. 28	10. 10	10. 52	11. 34	12. 16	12. 58	13. 41	14. 24	15. 8	15. 51	16. 35
49	9. 46	10. 31	11. 16	12. 1	12. 45	13. 29	14. 13	14. 57	15. 42	16. 26	17. 10	17. 53
	8. 37	9. 17	9. 58	10. 40	11. 21	12. 2	12. 44	13. 26	14. 8	14. 51	15. 3[illegible]	16. 17
50	9. 55	10. 41	11. 26	12. 12	12. 57	13. 42	14. 26	15. 11	15. 57	6. 42	17. 26	18. 9
	8. 26	9. 6	9. 46	10. 27	11. 7	11. 48	12. 29	13. 10	13. 52	14. 34	15. 16	15. 58
51	10. 4	10. 50	11. 36	12. 23	13. 8	13. 54	14. 39	15. 24	16. 1	16. 56	17. 4	18. 25
	8. 16	8. 55	9. 34	10. 14	10. 54	11. 34	12. 14	12. 54	3. 35	14. 16	14. 5[illegible]	15. 39
52	10. 12	10. 59	11. 46	12. 33	13. 19	14. 6	14. 42	15. 37	16. 15	17. 10	17. 56	18. 41
	8. 5	8. 44	9. 22	10. 1	10. 40	11. 19	11. 58	12. 38	12. 18	13. 58	14. 39	15. 20
53	10. 20	11. 8	11. 56	12. 43	13. 30	14. 18	14. 54	15. 50	16. 38	17. 24	18. 11	18. 57
	7. 54	8. 32	9. 10	9. 48	0. 26	11. 4	11. 42	11. 21	13. 1	13. 40	14. 20	15. 0
54	10. 28	11. 17	12. 5	12. 53	13. 41	14. 29	15. 16	16. 3	16. 5[illegible]	17. 38	18. 26	15. 13
	7. 43	8. 20	8. 57	9. [illegible]	10. 11	10. 49	11. 26	12. 4	12. 43	13. 22	14. 1	14. 40
55	10. 36	11. 25	12. 14	13. 3	13. 52	14. 40	15. 28	16. 16	17. 4	17. 52	18. 40	19. 28
	7. 32	8. 8	8. 44	9. 21	9. 57	10. 34	11. 10	11. 47	12. 25	13. 3	13. 41	14. 20
56	10. 44	11. 33	12. 23	13. 13	14. 2	14. 51	15. 39	16. 28	17. 17	18. 5	18. 54	19. 42
	7. 21	7. 56	8. 31	9. 7	9. 42	10. 18	10. 54	11. 30	12. 7	12. 44	13. 21	13. 59
57	10. 52	11. 41	12. 32	13. 22	14. 1[illegible]	15. 1	15. 50	16. 40	17. 29	18. 18	19. 8	19. 56
	7. 10	7. 44	8. 18	8. 53	9. 27	10. 2	10. 37	11. 13	11. 49	12. 25	13. 1	13. 28
58	11. 0	11. 49	12. 41	13. 31	14. 22	15. 11	16. 1	16. 51	17. 41	18. 31	19. 21	0. 10
	6. 59	7. 32	8. 5	8. 38	9. 2	9. 46	10. 20	10. 55	11. 30	12. 5	12. 40	13. 16
59	11. 7	11. 57	12. 49	13. 40	14. 31	15. 2	16. 12	17. 2	17. 53	18. 44	19. 34	20. 24
	6. 47	7. 19	7. 52	8. 24	8. 57	9. 30	10. 5	10. 37	11. 11	11. 45	12. 20	2. 59
60	11. 14	12. 5	12. 57	13. 49	14. 40	15. 31	16. 22	17. 13	18. 5	18. 56	19. 47	20. 37
	6. 35	7. 6	7. 38	8. 10	8. 42	5. 14	9. 46	10. 19	10. 52	11. 25	11. 59	12. 33
62	11. 26	12. 19	13. 12	14. 5	14. 58	15. 49	16. 41	17. 33	18. 26	19. 18	20. 10	21. 1
	6. 11	6. 41	7. 10	7. 40	8. 10	8. 40	9. 11	9. 42	10. 13	10. 44	11. 16	11. 48
64	11. 38	12. 33	13. 27	14. 20	15. 13	16. 7	17. 0	17. 53	18. 47	19. 40	20. 3[illegible]	21. 25
	5. 46	6. 14	6. 42	7. 10	7. 38	8. 6	8. 35	9. 4	9. 33	10. 3	0. 3[illegible]	1. 2
66	11. 52	12. 46	13. 41	14. 35	15. 29	16. 24	17. 18	18. 13	19. 7	20. 1	20. 55	21. 49
	5. 22	5. 48	6. 13	6. 39	7. 5	7. 32	7. 58	8. 2[illegible]	8. 52	9. 20	9. 48	10. 16
68	12. 2	12. 57	13. 53	14. 48	15. 43	16. 39	17. 34	18. 29	19. 24	20. 19	21. 1[illegible]	22. 5
	4. 56	5. 20	5. 44	6. 8	6. 32	6. 56	7. 21	7. 46	8. 11	8. 36	9. 2	9. 28
79	12. 12	13. 38	14. [illegible]	15. 1	15. 57	16. 53	17. 49	18. 45	19. 41	20. 37	21. 3	22. 28
	4. 30	4. 52	5. 14	5. 36	5. 58	0. 21	6. 43	7. [illegible]	7. 29	7. 52	8. 16	[illegible]. 0
72	12. 21	13. 17	14. 15	15. 12	15. 8	17. 5	8. 2	18. 58	19. 56	20. 53	21. 49	22. 45
	4. 4	4. 2[illegible]	4. 44	5. 4	5. 24	5. 44	6. 4	6. 25	6. 46	7. 7	7. 28	7. 50
74	12. 29	13. 26	14. 24	15. 22	15. 19	17. 16	18. 14	19. 11	20. 9	21. 7	22. 4	23. 1
	3. 38	3. 56	4. 13	4. 3	4. 49	5. 7	5. 25	5. 44	6. 2	6. 21	[illegible]. 4[illegible]	7. [illegible]
76	12. 36	13. 34	14. 32	15. 3[illegible]	16. 29	17. 27	18. 25	19. 23	20. 21	21. 19	22. 17	23. 15
	3. 12	3. 27	3. 42	3. 58	4. 14	4. 30	4. 46	5. 2	5. 18	5. 35	5. 52	6. 9
78	12. 42	13. 41	14. 39	15. 39	16. 37	17. 35	18. 34	19. 33	20. 31	21. 30	22. 28	23. 27
	2. 45	2. 58	3. 11	3. 25	3. 38	3. 52	4. 6	4. 20	4. 34	4. 48	5. 2	5. 17
80	12. 48	13. 47	14. 46	15. 45	16. 44	17. 43	8. 42	19. 41	20. 40	21. 39	22. 38	23. 37
	2. 18	2. 29	2. 40	2. 51	3. 2	3. 14	3. 25	2. 37	3. 49	4. 1	4. 13	4. 25

VI.

Moyen de se servir de la Table ordinaire des amplitudes pour trouver la variation de la Bouſſole, par les aſtres qui ſont dans le premier vertical.

NOus pouvons encore fournir aux Marins une autre occaſion de trouver la déclinaiſon de l'aiguille, par l'azimuth d'un aſtre qui eſt élevé, & cela ſans qu'ils ſoient obligés d'entrer dans aucun calcul. C'eſt lorſque les aſtres paſſent dans le premier vertical; & pour les prendre dans le moment précis de ce paſſage, il n'y a qu'à les obſerver à une certaine hauteur qu'on trouvera par le moyen des Tables ordinaires des amplitudes. Après avoir pris le complement de la hauteur polaire, on le fera convenir dans la Table comme ſi c'étoit une hauteur polaire même, avec la déclinaiſon de l'aſtre, & au lieu d'avoir l'amplitude, on trouvera la hauteur de l'aſtre, lorſqu'il paſſe dans le premier vertical. Cette pratique eſt fondée ſur ce que cette hauteur qu'on veut découvrir, eſt l'hypotheneuſe d'un triangle ſpherique rectangle, dont on connoît un des angles obliques, & le côté opoſé, & ſur ce qu'on peut ſe ſervir dans une pareille circonſtance, de toutes les Tables qui ſont déja conſtruites pour donner l'hypoteneuſe de quelqu'autre triangle ſpherique, dont on connoît également un des angles obliques, & le côté opoſé. Supoſé donc qu'on ſoit par 40 degr. de hauteur polaire, & que l'aſtre ſoit éloigné de l'équateur de 6 degr. il n'y a qu'à chercher dans la Table ordinaire des amplitudes, dans celle qui eſt inſerée, par éxemple, dans le Livre de la Connoiſſance des temps de 1729, & des années précédentes ; il n'y a, dis-je, qu'à chercher 50 degr. au haut, & 6 degr. dans la premiere colonne, & on aprendra que l'astre est élevé de 9 deg. 22 min. lorsqu'il passe dans le premier vertical. Ainsi lorsqu'on l'observera à cette hauteur, il indiquera le point du vrai Est ou du vrai Oüest, & il n'y aura donc qu'à éxaminer en même temps la situation de la Boussole. Lorsque le Soleil est du côté du Pole abaissé, on ne le voit point passer par le premier vertical ni par le cercle horaire de six heures ; ce qui empêche de se servir alors de cet astre dans les deux cas marqués : mais il y a toujours du côté du Pole élevé plusieurs étoiles qui sont propres à ces sortes d'observations.

VII.

Qu'il est assez difficile de trouver éxactement la variation par des instrumens qu'on orienteroit à peu près comme on dispose certains cadrans portatifs.

ENfin si on n'a point eu la commodité de découvrir la variation de la Boussole dans l'une de ces trois occasions, ou lorsque l'astre se levoit ou se couchoit, ou lorsqu'il passoit par le cercle horaire de 6 heures, ou lorsqu'il passoit par le premier vertical, il faudra avoir recours au calcul pour trouver par la trigonometrie sphérique le vrai azimuth. C'est ce qui est expliqué trop au long dans plusieurs Traitez de Marine, pour que nous soyons obligés d'insister sur la maniere de faire ce calcul. Nous nous contenterons de dire qu'il n'y a gueres lieu d'esperer qu'on puisse éviter la longueur de l'opération, en se servant de quelques figures, ou en employant quelques instrumens particuliers : On ne peut toujours parvenir par tous

tous ces moyens qu'à une détermination trop grossiere & trop éloignée d'une certaine éxactitude. Nous ne sçaurions croire, par éxemple, qu'on puisse se servir avec succès de l'anneau astronomique universel, placé au-dessus d'une boussole ainsi qu'on le voit represénté dans quelques Livres, comme dans le Traité, *Pratical Navigation, or an introduction to the wol Art* de M. Seller Hydrographe Anglois. On oriente cet instrument, comme pour observer l'heure, & l'anneau situé alors selon les Régions du Monde, rend sensible la variation de la Boussole qui est placée au-dessous. Mais outre qu'on n'a point de cette sorte égard à la réfraction, & qu'on ne peût pas d'un autre côté donner une grandeur suffisante à l'anneau; quelle difficulté ne doit-il pas y avoir encore à l'orienter sur un Navire, où il n'est pas possible qu'un instrument prenne de lui-même une situation éxactement verticale?

Puisqu'il est comme décidé que ce n'est qu'en se servant de l'horison sensible ou visuel qu'on peut entretenir un instrument dans un état constant, il faut que ce soit le Pilote qui le soutienne, & afin qu'il l'oriente en même temps sans avoir besoin du secours d'aucune autre personne, il faut qu'en visant à l'horison, il puisse éxaminer si le rayon de l'astre tombe précisément dans l'endroit convenable. Voilà les deux conditions qui doivent, avec une construction éxacte, caractériser un instrument parfait dans ce genre: Et cela supoſé, on ne peût gueres lui donner que la forme que nous avons representée dans la figure 8. *AC* est une regle de 18 ou 20 pouces de long, qu'on dispose horisontalement, en appliquant l'œil à la pinnule *B*, & en regardant l'extrêmité apparente de la Mer par la fente de la pinnule *D*. Cette regle porte un demi cercle *EFG* divisé en degrez, qui sert a donner à la regle mobile *CH* attachée au centre *C*, la même situation qu'à l axe du Monde. On fait glisser le long de cette

E

derniere regle le demi cercle *K N M* qui eſt ſitué perpendiculairement au reſte de l'inſtrument, & qui repreſente un parallele à l'équateur, & on éloigne ce demi cercle du centre *C*, ou on l'en approche, en comptant depuis *C* juſqu'en *L* ſur la regle *C H* que nous ſupoſons graduée,la déclinaiſon du Soleil. On voit aſſez qu'il ſera facile de graduer cette regle; car ſi on prend le ſemidiametre *N L* du demi cercle *K N M* pour ſinus total, les diverſes parties *C L* ſeront les tangentes des differentes déclinaiſons du Soleil, ou des angles, comme *C N L* formés par les rayons de cet aſtre, & par le plan du demi cercle *K N M*, qui eſt parallele à l'équateur. Enfin la conſtruction entiere de l'inſtrument ne ſera pas plus difficile; & ſon uſage ſera auſſi tout-à-fait ſimple, puiſqu'il ſuffira de viſer à l'horiſon par les pinnules *B* & *D*, & de faire tomber le bord de l'ombre du demi cercle *K N M* ſur le point *C*; pour que la regle *A C* ſe trouve diſpoſée dans le plan du méridien, & qu'elle puiſſe faire connoître la variation des Bouſſoles qu'on mettra à côté. Cependant il nous paroît encore que quoique cet inſtrument ait, peut-être, toute la perfection qu'on puiſſe lui donner, il s'en faut beaucoup qu'il doive faire trouver la variation avec la même éxactitude que lorſqu'on ſe ſert du calcul. Car on eſt toujours expoſé à commettre ces erreurs inévitables qui ſe trouvent dans toutes les opérations, & elles doivent être ici à peu près les mêmes que lorſqu'on cherche la hauteur d'un aſtre & ſon azimuth par le moyen de l'inſtrument de la figure 7. On obſerve en effet les mêmes choſes, quoiqu'on le faſſe d'une maniere implicite. Mais la hauteur de l'aſtre & ſon azimuth étant ou déterminés ou comme déterminés, il vaut infiniment mieux déduire le reſte par ſuputation, que de le vouloir trouver par la ſeule conſtruction de l'inſtrument; puiſque cet inſtrument ſera toujours ſujet à quelques défauts dans ſa diſpoſition particuliere, & que ces défauts produiront de nouvelles erreurs que ne produiroit pas le calcul.

VIII.

Du choix que nous avons à faire dans la partie suivante.

IL nous resteroit à parler encore de quelques autres moyens proposés par differens Auteurs : Mais comme ils se réduisent tous aux mêmes élemens, & qu'ils suposent à peu près les mêmes principes, il n'est pas nécessaire d'étendre davantage cette seconde partie, que nous avons bien moins destinée à l'explication de plusieurs moyens déja assez connus, qu'à tâcher de leur conferer à tous quelques nouveaux degrez de facilité ou d'éxactitude, en perfectionant les differentes operations dont ils peuvent être formés. Il est évident d'ailleurs qu'il n'y a point de méthode qui soit d'un usage plus étendu que celle de trouver la variation par une seule observation. Ainsi le choix que nous nous proposons de faire dans la partie suivante, ne doit pas tant tomber sur les divers moyens qu'on peut employer, que sur les deux differentes applications qu'on peut faire du même. Il s'agit de déterminer en quel endroit du Ciel il faut que l'astre soit, pour que toute l'operation se trouve plus éxacte : Il faut marquer si l'astre doit être dans l'horison ou à une certaine hauteur. On verra aussi qu'il suffit de faire ce choix avec connoissance de cause, pour pouvoir prononcer sur le mérite de toutes les autres méthodes de trouver la variation, & pour reconnoître dans quelles circonstances on peut principalement les employer. Nous pourrions, peut-être, encore promettre davantage ; car nous sommes perſuadés qu'on ne peut pas réſoudre la queſtion préſente, en entrant dans le dernier détail de la choſe, & en ſe conduiſant d'une maniere un peu rigoureuſe, ſans répandre en même temps quelques lumieres ſur divers points d'Aſtronomie. Il eſt toujours certain que nous ne pouvons pas réüſſir dans notre entrepriſe, ſans fournir une méthode reglée de diſtinguer toujours entre plusieurs conſtructions ou opérations qui ſervent de ſolutions au même problême, celles qui ſont les meilleures dans la pratique; ce qui ne peut pas manquer de contribuer à promouvoir une ſcience comme l'Aſtronomie, qui eſt toute fondée ſur le choix & ſur l'uſage des obſervations.

TROISIE'ME PARTIE.

Du choix entre les divers moyens d'obſerver la variation.

I.

De la maniere dont on peut choiſir entre pluſieurs méthodes qui ſont également bonnes dans la théorie.

LEs défauts des inſtrumens dont nous ſommes obligés de nous ſervir, & l'imperfection de nos ſens, ſont cauſe que nous nous trompons toujours de quelque choſe dans nos opérations. On doit ſans doute ſe propoſer la plus grande juſteſſe ; on doit agir avec une attention auſſi ſcrupuleuſe que ſi on prétendoit ne ſe point tromper du tout : Mais après cela il faut ſe contenter de l'éxactitude qu'on peut obtenir. Il ſuffit ici, par éxemple, de commettre quelque erreur, ou en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, ou en prenant la hauteur de l'aſtre, qui ſert à trouver le vrai azimuth, pour ſe tromper dans la déclinaiſon de l'aiguille. On ne doit pas attendre du hazard que ces erreurs ſe corrigent mutuellement, quoique cela puiſſe arriver quelquefois : Mais on peut éxaminer dans quelles rencontres elles tirent moins à conſequence. Il n'y a pour cela qu'à les conſiderer dès leurs origines, éxaminer leurs effets dans chaque partie de l'opération, & les ſuivre juſques dans le dernier réſultat : à peu près de la même maniere que dans le calcul des fluxions, on trouve le changement qu'apporte à une expreſſion algébrique la variabilité de quelqu'une des quantités dont elle eſt formée. Toutes les méthodes qu'il s'agit de comparer, ſont, ſi on le veut, parfaitement légitimes, elles ſont rigoureuſement géometriques, *ἀκριβῶς geometricæ*: Mais il n'eſt pas ſurprenant que les mêmes erreurs commiſes dans les obſervations dont ōn a beſoin, & qu'on prend pour fondement du calcul, mettent dans la pratique, en ſe compliquant de diverſes manieres, une grande différence entre des méthodes qui ſont également bonnes dans la ſpéculation.

Ce que nous venons de dire qu'on doit conſiderer les erreurs dès leurs origines, & voir à quoi elles ſe réduiſent en les ſuivant dans leur propagation; à peu près comme on cherche dans le calcul differentiel l'augmentation ou la diminution que reçoit un polinome ou une quantité algébrique, par le changement infiniment petit que ſouffre quelqu'un de ſes facteurs; cela, dis-je, ſuffit pour donner une idée aux Géometres, de la maniere dont nous devons nous conduire dans le choix que nous nous propoſons de faire. Comme les erreurs dont nous voulons découvrir le réſultat, ſont toujours très-petites en comparaiſon des quantités qu'elles alterent, que ces erreurs ne ſont ici que de petits arcs de 10, de 15 ou de 20 minutes, qui ſont ſenſiblement de petites lignes droites, nous pouvons employer le calcul differentiel même, & conſiderer ces erreurs comme ſi elles étoient des fluxions ou des differentielles; parce que ſi elles ſont effectivement plus grandes, elles ſuivent au moins toujours ſenſiblement les mêmes raports. On n'avoit, peut-être, point encore donné cet uſage au calcul différentiel: Il faut convenir qu'il n'y a pas grand mérite à y avoir penſé; mais on oſe cependant aſſurer, qu'on peut tirer de très-grands avantages de cette nouvelle application.

II.

Moyen de découvrir les erreurs produites dans le calcul de l'azimuth, par les petites quantités dont on est toujours sujet à se tromper dans l'observation de la hauteur de l'astre.

AU lieu de nous servir de la Trigonometrie sphérique, nous employerons la projection Orthographique de la Sphere : Nous suposerons qu'on ait representé tous les cercles sur le plan du Méridien, en abaissant sur ce plan des perpendiculaires de tous leurs points. *A* & *B* (fig. 9 & 10) sont les deux Poles du Monde ; *H* & *I* le Zénith & le Nadir ; *DE* l'horison ; *FG* l'équateur ; *KQ* le parallele à l'équateur sur lequel est l'astre *S* ; *MSN* est son almicantarath, & l'ellipse *HSLI* represente son azimuth. Nous désignerons le rayon *DC*, le sinus total, par la lettre *a* ; le sinus de la hauteur polaire par *b* ; & le sinus de complement de cette hauteur par *c*. Nous nommerons *h* le sinus de la hauteur *DM*, ou *NE* de l'astre *S* ; c'est-à-dire, que $CV = h$, & nous aurons en même temps $\sqrt{a^2 - h^2} = \sqrt{CM^2 - CV^2}$ pour le sinus *MV* de complement. *z* marquera le sinus *LC* de l'angle que fait l'azimuth de l'astre avec le premier vertical, ou le sinus de la distance de cet astre au vrai Est ou au vrai Oüest, à mesurer sur l'horison. Et enfin *e* sera l'erreur, commise dans l'observation de la hauteur *LS*, ou ce qui revient au même, *e* désignera le petit intervalle *Mm* ou *Nn* qu'il y a entre l'almicantarath *MSN* sur lequel l'astre est effectivement, & l'almicantarath *msn* sur lequel on croit qu'il est situé, parce qu'on s'eſt trompé de la petite quantité e, en obſervant ſa hauteur.

Il eſt clair que ſupoſé, comme nous le faiſons d'abord ici, qu'on connoiſſe éxactement la latitude du lieu où l'on eſt, & qu'on connoiſſe auſſi dans la derniere préciſion la déclinaiſon de l'aſtre, cette erreur e ſera cauſe qu'on croira l'aſtre en s, pendant qu'il ſera effectivement en S. Ainſi le calcul fera trouver la ſituation de l'azimuth $HslI$, au lieu de donner celle de l'azimuth $HSLI$; & c'eſt donc la difference qu'il y a entre ces deux verticaux qu'il s'agit de découvrir. Or ſi après avoir tiré les deux petites lignes mZ & sP parallelement à HC, & avoir conduit le rayon MC, on conſidere que la reſſemblance du petit triangle MmZ & du grand CMV, fournit cette proportion $MC\ (a).\ MV(\sqrt{a^2-b^2})::Mm\,(e).\,mZ$, on aura $\frac{e\sqrt{a^2-b^2}}{a}$ pour la valeur de mZ, & on trouvera $\frac{eb}{a}$ pour celle de MZ par cette autre proportion; $MC(a).\ CV\ (b)::\ Mm\ (e).\ MZ$. Dans le petit triangle rectangle sPS, où l'angle s eſt égal à celui de la hauteur polaire, & l'angle S au complement, on poura enſuite trouver PS par cette analogie; le ſinus c de ce dernier angle eſt au côté $Ps = mZ = \frac{e\sqrt{a^2-b^2}}{a}$, comme le ſinus b de l'angle s égal à la hauteur polaire eſt à $PS = \frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac}$. Et ſi d'un autre côté on fait attention que toutes les ordonnées comme MV du demi cercle $HMDI$ ſont aux ordonnées correſpondantes RV de l'ellipſe $HRlI$, comme DC eſt à lC, ou à LC, & qu'il y a auſſi le même raport des élemens MZ des ordonnées du cercle aux élemens correſpondans RP des ordonnées de l'ellipſe, on poura trouver RP par cette analogie; $DC\ (a).\ lC = LC$

(z)

$(z)::MZ\left(\frac{eb}{a}\right).RP=\frac{ebz}{aa}$; & si on ajoute RP à PS dont nont nous avons déja trouvé la valeur, nous aurons $RS=\frac{eb\sqrt{a^2-b^2}}{ac}+\frac{ebz}{a^2}$, supofé que l'astre soit du côté du Pole abaissé par raport au premier vertical, comme dans la figure 9. Mais il faudra ôter RP de PS, si l'astre est de l'autre côté, comme dans la figure 10, & on aura $RS=\frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac}-\frac{ebz}{a^2}$: De sorte qu'en réünissant les deux expressions ensemble, on a $\frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac}\pm\frac{ebz}{a^2}$ ou $\frac{abe\sqrt{a^2-b^2}\pm cebz}{a^2c}$ pour la valeur de RS, qui est l'intervale compris entre les deux azimuths HlI, & HLI sur l'almicantarath MN. Enfin comme RS est à lL, en même raison que SV est à LC, ou que MV est à DC, nous aurons cette analogie $MV(\sqrt{a^2-b^2}.DC(a)::RS=\frac{abe\sqrt{a^2-b^2}\pm cebz}{a^2c}.Ll$; ce qui nous donne $\frac{abe\sqrt{a^2-b^2}\pm cebz}{ac\sqrt{a^2-b^2}}$ pour le petit intervale lL compris sur l'horison.

Mais cet intervale lL mesuré qu'il est sur le diametre de l'horison, differe de celui qui est compris sur l'horison-même entre les deux azimuths; & c'est cependant ce dernier que nous devons trouver, dont lL n'est que la projection. Cet intervale que nous voulons découvrir, est representé par le petit arc $\Lambda\lambda$ dans la figure 11, où le demi cercle $D\varkappa E$ represente une moitié de l'horison, DE est la ligne Nord & Sud; $\varkappa$ est le point du vrai Est ou du vrai Oüest, & Λ & λ les deux points où les deux azimuths dont dont HLI & HlI sont les projections, viennent rencontrer l'horison $D\varkappa E$: De sorte que $\Lambda\varkappa$ est la vraye distance horisontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest, & $\lambda\varkappa$ est la distance trouvée par le calcul, & qu'on regarde comme vraye, parce qu'on ſe trompe. Si on fait attention après cela que le petit arc $\Lambda\lambda$ peut être pris pour une ligne droite, & qu'il eſt l'hypoteneuſe du petit triangle $\Lambda\theta\lambda$ qui eſt ſemblable au grand $CL\Lambda$, il ne reſtera plus qu'à faire cette proportion, $L\Lambda = \sqrt{\overline{C\Lambda}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{a^2-z^2}$. $C\Lambda\,(a)::\theta\lambda = lL = \frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{ac\sqrt{a^2-b^2}}$. $\Lambda\lambda = \frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}} = \frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a-z^2}}$. Ainſi nous connoiſſons maintenant combien une erreur commiſe dans l'obſervation de la hauteur de l'aſtre S, influë dans le calcul qu'on eſt obligé de faire pour découvrir la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. Nous voyons qu'en ſe trompant de la quantité e ſur la hauteur, on ſe trompe de la quantité $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b_2}\sqrt{a^2-z}}$ dans la ſituation de l'azimuth. Cette derniere erreur réſultant de l'autre, en eſt comme le *moment*.

III.

Que les aſtres qui ſont dans la partie du Nord ſont les plus propres pour l'obſervation de la variation.

CEla ſupoſé, nous pouvons maintenant réſoudre avec beaucoup de facilité pluſieurs problémes qui ne laiſſent pas d'être curieux, & qui ſont encore beaucoup plus utiles. Il ſuffit, par exemple, de jetter les yeux ſur l'expreſſion $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ pour connoître que lorſqu'on veut trouver la variation de la Bouſſole, ou déterminer la ligne méridienne, il vaut beaucoup mieux ſe ſervir des aſtres, qui ſont par raport au premier vertical du côté du pole élevé, que de ceux qui ſont de l'autre côté; c'eſt ce qui eſt de la derniere évidence. Car que l'aſtre ſoit du côté du Nord, ou du côté du Sud, on peut ſe tromper de la même quantité e, lorſqu'on obſerve ſa hauteur; mais cette même erreur e en produit une bien plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorſque l'aſtre, par éxemple, eſt ici du côté du Sud, que lorſqu'il eſt du côté du Nord; puiſqu'en général $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au premier cas, eſt plus grand que $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au ſecond. Nous voyons encore que ſi on étoit obligé de ſe ſervir des aſtres qui ſont du côté du Sud, ou du côté du pole abaiſſé, il faudroit préferer ceux qui ſont les plus proches du premier vertical : Car à meſure que le ſinus de leur diſtance au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt eſt plus petit, l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on a à craindre, ſe trouve auſſi plus petite. Il vaudroit encore beaucoup mieux avoir recours aux aſtres qui ſont dans le premier vertical-même : le ſinus CL (z) ſeroit alors nul, & on ne ſeroit expoſé à ſe tromper dans le vrai azimuth que de la quantité $\frac{be}{c}$ à laquelle ſe reduit alors $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$.

IV.

Que dans tous les almicantaraths qui ſont plus élevés que le Pole, il y a un certain point où l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur de l'aſtre, n'influë point du tout dans le calcul de l'azimuth.

MAis il ne faut pas que noûs nous contentions de ſçavoir que ce ſont les aſtres qui ſont du côté du Nord ou du côté du pole élevé, qui ſont les plus propres pour la détermination de la ligne méridienne ; il faut que nous tâchions de marquer l'endroit précis où il faut qu'ils ſoient, pour que la détermination ſoit faite avec le plus d'éxactitude qu'il eſt poſſible. Je conſidere d'abord que l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ peut être nulle, quoiqu'on ſe trompe toujours de la même quantité e dans l'obſervation de la hauteur ; il ſuffit pour cela que les deux termes $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ ſoient égaux, puiſqu'étant affectez de ſignes contraires, ils ſe détruiront mutuellement. Mais l'égalité de ces deux termes ſe réduit à $\frac{ab}{c} = \frac{hz}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont il nous eſt également libre de tirer ou la valeur de z en ſuppoſant que h eſt connuë, ou celle de h, en ſuppoſant que c'eſt z qu'on connoît. Dans la premiere ſuppoſition il vient $z = \frac{ab\sqrt{a^2-h^2}}{ch}$; dans la ſeconde $h = \frac{a^2b}{\sqrt{c^2z^2+a^2b^2}}$ ou bien $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2-b^2z^2+a^2b^2}}$

en mettant a^2-b^2 à la place de c^2; & l'on peut se servir de l'une ou de l'autre de ces deux formules, pour déterminer les points; comme *O* (fig. 10.) où il faut que soient les astres, pour que l'erreur *e* qu'on commet dans l'observation de leur hauteur, n'influë point dans le calcul qu'on est obligé de faire, pour découvrir la situation de leur vrai azimuth. La formule $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2-b^2z^2+a^2b^2}}$ nous fait voir que dans chaque azimuth *HTI* il y a un poiut *O* qui a cette proprieté, & que ce point se trouve plus ou moins élevé au-dessus de l'horison, selon que l'azimuth differe plus ou moins du premier vertical, ou selon que *CT* (z) se trouve plus ou moins grand. Si l'azimuth *HTI* se confond avec le premier vertical, *CT* sera nul, & la formule $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2-b^2z^2+a^2b^2}}$ donnera *a* pour la valeur de *h*; ce qui nous apprend que le point *O* est au zenith : au lieu que si on supose $z = a$, ce qui arrive lorsque l'azimuth *HTI* se confond avec la moitié du méridien *HEI*; on trouve *b* pour la valeur de *h*, de sorte que le point *O* est alors à la même hauteur que le pole, & il est donc dans le pole-même. Enfin pour peu qu'on éxamine la nature de ces points, on verra que ce sont ceux de digression de tous les astres, qui dans leurs mouvemens journaliers passent entre le pole & le zenith. Le parallele que décrivent ces astres, est touché dans le point *O* par l'azimuth *HTI*; là il y a une petite partie *Oo* commune à ces deux cercles, & lorsque l'astre y est parvenu, il monte ou descend sans changer sensiblement de vertical; ce qui fait quon peut se tromper dans l'observation de la hauteur, sans que l'erreur tire à conséquence dans la situation de l'azimuth. Si on cherche le lieu de tous les points *O*, on verra qu'ils forment la circonference d'une hyperbole dont *C* est le centre, & *CE* & *CF* les deux

Asymptotes. Ces points sont ici sur la ligne courbe, dans la projection : Mais il faudroit élever des perpendiculaires au plan du méridien, pour les avoir sur la surface-même de la Sphere.

V.

Que de tous les Astres qui sont à une même hauteur, & qui sont moins élevés que le Pole, ce sont ceux qui sont sur le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour l'observation de la variation.

CE ne sont que les almicantaraths qui sont au-dessus du Pole, qui ont des points comme O, où l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on peut commettre dans le calcul de l'azimuth, se réduit à rien : Mais il peut y avoir au moins dans les autres almicantaraths des points où l'erreur est la plus petite qu'il est possible. Pour trouver la valeur de z qui rend effectivement $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ un *minimum* dans chaque parallele à l'horison ; je prends la différentielle de cette quantité, en regardant simplement z comme variable. Il vient $\frac{abezdz\sqrt{a^2-b^2} - a^2cehdz}{c\sqrt{a^2-b^2}\times\overline{a^2-z^2}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on trouve $z = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$; ce qui fait déja connoître qu'il faut que le sinus CL de la distance horisontale de l'astre S (fig. 9. & 10.) au vrai Est ou au vrai Oüest soit égal à $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$ pour que le calcul de l'azimuth ſe reſſente le moins qu'il eſt poſſible, de l'erreur qui peut ſe trouver dans la hauteur. Mais ſi on fait cette proportion $CE\,(a)$. $VN\,(\sqrt{a^2-h^2})$ :: $CL = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-h^2}}$. $VS = \frac{ch}{b}$, on verra que VS doit être égale à VX, puiſqu'on trouve $\frac{ch}{b}$ pour ſa valeur, & que c'eſt auſſi celle de VX; car dans le triangle XVC, le ſinus b de l'angle VXC qui eſt égal à la hauteur polaire, eſt à $CV\,(h)$ comme le ſinus c de l'angle VCX complement de la hauteur polaire eſt à $VX = \frac{ch}{b}$. Ainſi on voit que de tous les aſtres qui ſont ſur un même almicantarath MN, ce ſont ceux qui paſſent actuellement en X par le cercle horaire de ſix heures, qui ſont les plus propres pour les obſervations qui ont raport à la détermination des lignes méridiennes. Il eſt vrai que ſi on ſe trompe en obſervant la hauteur, on commettra auſſi quelque erreur dans le calcul qu'on fera pour trouver la ſituation de l'azimuth : mais cela n'empêche pas que le point X ne ſoit toujours le plus avantageux ; puiſqu'on ſeroit expoſé à ſe tromper également, en obſervant la hauteur des aſtres qui ſont dans les autres points de l'almicantarath, & que la même erreur influeroit alors beaucoup plus dans la ſituation de l'azimuth. Au ſurplus ſi on introduit $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$ à la place de z dans $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$, afin de rendre particuliere au point X, cette expreſſion qui convient à tous les points de VN, on trouvera après quelques réductions, $\frac{ae\sqrt{b^2-h^2}}{c\sqrt{a^2-h^2}}$ ou $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$, & ce ſera donc là la moindre erreur qu'on aura à craindre ; c'eſt-à-dire, que ce ſera la quantité dont on ſera ſujet à ſe tromper, lorſque l'aſtre ſera en Ξ ou en *X*, &c. dans le cercle horaire de ſix heures.

VI.

Qu'il y a encore cet avantage à obſerver les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, que l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur polaire, n'influë point dans le calcul de l'azimuth.

Nous pouvons encore confirmer par une autre raiſon la propriété ſinguliere que nous attribuons à tous les points de ce cercle. C'eſt que ſi on ſe trompe dans l'obſervation de la hauteur polaire, l'erreur qu'on commettra, n'en produira aucune dans le calcul du vrai azimuth; & ce ne ſeroit pas la même choſe, ſi l'aſtre étoit dans tous les autres endroits du Ciel. Supoſé qu'on ſe trompe dans la hauteur polaire *AE* (fig. 12.) de la quantité *Aa*, on ſe trompera également dans la ſituation de l'équateur *FG*; le parallele *KQ* ſe trouvera ſitué en *kq*, & le calcul donnera la ſituation de l'azimuth *HslI*, comme ſi l'aſtre étoit en *s*, quoiqu'il ſoit effectivement en *S*, & que ce ſoit *HSLI* ſon azimuth. Il eſt facile de trouver la différence des deux, ou la quantité dont on ſe trompe dans le calcul. Car *CL* (z) ſinus de la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, étant donné, comme ci-devant, de même que le ſinus *h* de la hauteur *SL* de l'aſtre, on n'a qu'à chercher d'abord *VS*, qui eſt à *CL*, comme *VM* ſinus complement de la hauteur de l'aſtre eſt au ſinus total *CE*. *VS* étant trouvée, on cherchera *VX* par le moyen du triangle *CVX*, dont on connoît tous les angles &

& le côté CV (h). On trouvera ensuite SY dans le triangle SXY; & après avoir trouvé sP par cette proportion qui est fondée sur la ressemblance des deux secteurs ACa & sYP; CA est à l'erreur Aa commise dans la hauteur polaire, comme SY est à sP, il faudra, en résolvant le petit triangle SPs, chercher son hypoteneuse Ss, qui est l'intervale compris entre les deux ellipses $HSLI$ & $HslI$ sur le parallele MN à l'Horison, & il ne restera plus qu'à achever le reste précisément, comme on l'a fait dans les figures 9. & 10. après avoir découvert RS. On trouve de cette sorte que p désignant l'erreur Aa dans la hauteur polaire, la formule $\frac{bzp}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ exprime la quantité dont on se trompe dans la situation du vrai azimuth HLI. C'est ce que nous ne faisons qu'indiquer, parce qu'il n'y a rien de difficile dans tout cela, pour ceux qui ont entendu ce que nous avons déja dit. Nous nous contentons de faire remarquer que les deux points S & s, celui où est effectivement l'astre, & celui où on le supose dans le calcul, à cause de l'erreur qu'on commet dans la hauteur polaire, sont d'autant plus éloignés l'un de l'autre, que l'astre est plus éloigné du point Y; & que ces deux poinrs S & s se confondent, & n'en forment plus qu'un seul, aussi-tôt que l'astre est en Y sur le cercle horaire de six heures, parce que c'est en cet endroit où se coupent les deux differentes situations KQ & kq du parallele à l'équateur. Il est donc certain que deux choses contribuënt à nous devoir faire préférer, pour l'observation de la variation de la Boussole, les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures. Si l'on n'observe pas leur hauteur dans la derniere éxactitude, l'erreur qu'on commettra, influëra toujours moins dans le calcul de l'azimuth, que si on employoit les astres qui sont dans tous les autres points du même almicantarath; & ſi on ſe trompe outre cela dans la hauteur polaire, on n'aura du tout rien à craindre de cette derniere erreur. C'eſt ce double avantage qui nous a engagé à conſtruire la Table qu'on a vû dans la ſeconde partie.

VIII.

Que de tous les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, ce ſont les plus proches du pole lorſqu'on eſt à terre, qui ſont les plus propres pour la détermination de la variation.

SCachant de cette ſorte que ce ſont les points Ξ, Υ, X, &c. (fig. 9. & 10.) du cercle horaire de ſix heures qui ſont les plus propres pour les obſervations de la variation, il faut que nous choiſiſſions maintenant entre ces points, & que nous déterminions celui où l'erreur qu'on eſt ſujet à commettre, influë encore le moins; celui où le *moment* de l'erreur, ſi on peut parler de la ſorte, eſt un *minimum minimorum.* Or il eſt facile de remarquer que pourvû que la quantité e dont on eſt ſujet à ſe tromper, ſoit conſtante, l'erreur $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ qu'on commettra * dans la ſituation de l'azimuth diminuera toujours, à meſure que l'aſtre ſera plus élevé, ou plus avancé vers le pole. Car plus le ſinus h de la hauteur eſt grand, plus la quantité fractionaire $\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ eſt petite; parce que le numérateur b^2-h^2 reçoit à proportion une plus grande diminution que le dénominateur a^2-h^2. Ainſi on voit

* Voyez l'article V.

qu'entre tous les aſtres Ξ, Υ, X, &c. qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, on doit préférer pour la détermination de la ligne méridienne, ou pour l'obſervation de la variation, ceux comme ξ qui ont le plus de déclinaiſon, & que c'eſt au pole où l'erreur qui eſt déja plus petite que dans tous les autres points également élevés au-deſſus de l'horiſon, ſe trouve encore moindre, & ſe réduit même à rien. Il faut cependant remarquer qu'on ne doit préférer ainſi les aſtres qui ſont proche du pole, de même que ceux qui ſont dans leur digreſſion en o, que lorſqu'on eſt à Terre, & qu'on a la commodité d'avoir des fils à plomb auſſi longs qu'on le veut, dont on peut ſe ſervir pour obſerver avec la même éxactitude l'azimuth des aſtres qui ont une grande hauteur, que l'azimuth de ceux qui ſont moins élevés. En Mer on n'a pas le même avantage; & ce n'eſt qu'après un mûr éxamen, que nous pouvons ſçavoir en quel point du cercle horaire de ſix heures, il eſt alors plus à propos d'obſerver les aſtres. Il n'importe en effet qu'on calcule plus éxactement leur vrai azimuth ou leur diſtance horiſontale au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, ſi on trouve en même temps avec beaucoup moins de préciſion leur azimuth magnétique, ou leur diſtance à l'Eſt ou à l'Oüeſt de la Bouſſole.

VIII.

Examen de l'erreur qu'on peut commettre, en obſervant en Mer ſur la Bouſſole, l'azimuth des aſtres qui ſont élevés.

NOus ne pouvons décider cette queſtion qu'en éxaminant à part les erreurs auſquelles on eſt expoſé dans l'obſervation de ce dernier azimuth, lorſque les aſtres ſont plus ou moins élevés. L'erreur vient principalement de la grande difficulté qu'il y a en Mer de mettre un inſtrument, le quart de cercle, par éxemple, de la figure 7. dans une ſituation éxactement verticale. On ne s'aſſure qu'on lui donne cette ſituation, qu'en regardant l'horiſon ſenſible par la fente de la pinnule *F*; mais comme la partie de l'horiſon qu'on découvre ne peut jamais être fort grande, il eſt très-facile de ſe tromper de 25. ou 30. minutes, & même de 40. ou 50. ſans qu'on s'en apperçoive. Si on donne en effet à la fente de la pinnule *F*, 3. pouces de longueur, au lieu de 15. ou 16. lignes qu'on ſe contente de lui donner dans les quartiers Anglois, & ſupoſé que l'inſtrument ſoit incliné d'un demi degré, il ne s'en manquera pas un tiers de ligne que le bord de la fente ne paroiſſe toucher encore par tout l'horiſon viſuel, & on doit convenir que cette quantité n'eſt pas ſenſible, lorſqu'on la regarde du point *G*, & qu'on reçoit outre cela toujours quelque mouvement de l'agitation du Vaiſſeau. Quoiqu'il en ſoit, ſi le quart de cercle *A B C* (fig. 13.) au lieu d'être mis dans une ſituation éxactement verticale, & d'être bien dirigé vers le Soleil *S*, eſt incliné comme a *C B* d'un certain nombre de minutes, le point *E* dont l'ombre doit tomber ſur le centre *C*, ſe trouvera en *e*, & ſon ombre ne tombera plus enſuite ſur le centre, mais en *c* à la diſtance *Cc* qui ſera égale à *E e*, puiſque le grand éloignement de l'aſtre eſt cauſe que tous ſes rayons ſont ici paralleles. Ainſi l'Obſervateur dont la principale attention eſt de faire en ſorte que le centre reçoive l'ombre du point *e*, ſera obligé de tranſporter ce centre de *C* en *c*, & de donner à ſon inſtrument la ſituation *a c b*, en faiſant paſſer le côté a *C* en *a c* qui lui eſt parallele, & en mettant *C B* en *c b*. Après cela il croira ſon inſtrument bien diſpoſé; & prenant *c b* pour le rumbs auquel répond l'aſtre, il ſe trompera néanmoins de l'angle *C P c* dans la ſituation de l'azimuth ; & c'eſt donc cet angle qu'il reſte à découvrir. Mais *E e* étant égal à *C c*, l'angle *E P e* qui repreſente l'inclinaiſon de l'inſtrument, de même que l'angle *A C* a auquel il eſt égal, doit être à l'angle *C P c*, dont nous avons interêt de trouver la quantité, en raiſon inverſe de *P E* à *P C*, puiſqu'on peut conſiderer ces deux angles comme infiniment petits, & qu'ayant des baſes égales, ils doivent être en raiſon reciproque de leurs côtés ; c'eſt-à-dire, que ſi *C P* eſt la moitié ou le tiers de *P E*, l'angle *C P c* ſera double ou triple de *E P e*. Si on prend par conſequent *i* pour déſigner le nombre de minutes de l'angle *A C* a, ou de l'angle *E P e*, nous aurons cette proportion ; *C P* eſt à *P E* comme *i* eſt à la valeur $i \times \frac{PE}{CP}$ de l'angle *C P c*. Mais *E P* étant le ſinus de la hauteur de l'aſtre, ſinus que nous avons deja marqué par *h*, & *C P* étant le ſinus de complement $= \sqrt{a^2 - h^2}$, Nous changerons $i \times \frac{PE}{CP}$ en $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}}$ qui exprime donc toujours le même angle *C P c*, ou l'erreur que commet le Pilote, en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, avec un quart de cercle *a c b*, incliné d'un nombre de minutes déſigné par *i*.

IX.

Que ce n'eſt pas ſur les Vaiſſeaux comme à Terre, & que de tous les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, ce ſont les plus proches de l'équateur, qui ſont les plus propres, lorſqu'on eſt en Mer, pour la détermination de la variation.

IL eſt très-poſſible que le Pilote commette encore quelques autres erreurs : mais nous pouvons les négliger ; non pas parce qu'elles ſont peu conſiderables, mais parce qu'il n'eſt pas néceſſaire d'y faire attention, auſſi-tôt que les differentes circonſtances de l'obſervation ne les ſont ni augmenter ni diminuer. C'eſt pourquoi nous nous contentons d'ajoûter $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ à la quantité $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ dont nous avons vû ci-devant * qu'on peut ſe tromper dans le calcul du vrai azimuth, lorſque l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures ; & j'ai $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ pour l'erreur totale qu'on peut commettre dans la détermination de la déclinaiſon de la Bouſſole. On nous objectera, peut-être, que les deux erreurs particulietes $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne ſe joignent pas toujours enſemble, & qu'au contraire elles ſe corrigent quelquefois l'une & l'autre : ſi au lieu de trouver, par éxemple, 40. degrez pour la diſtance de l'aſtre à l'Oüeſt de la Bouſſole, on trouve 40. de-

* Art. V.

grez 10. minutes, & qu'on se trompe aussi de 10. minutes de trop sur la distance de 60. degrez de l'astre au vrai Oüest, on aura 20. degrez pour la variation de la Boussole, tout comme si on ne s'étoit pas trompé des deux quantités $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$, chacune de 10. minutes. Cependant nous les ajoûtons, parce que nous trouvons toujours de cette sorte la plus grande erreur à laquelle on est exposé, & qu'aussi nous pouvons nous dispenser d'éxaminer ici les differentes manieres dont les erreurs particulieres peuvent se combiner; ce qui nous engageroit à calculer les divers degrez de probabilité de chaque combinaison. Enfin puisque $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ represente toute l'erreur qu'on a à craindre dans l'observation de la déclinaison de l'aiguille, lorsqu'on se sert pour cela des astres les plus convenables, c'est-à-dire, de ceux qui sont situés sur le cercle horaire de six heures; nous n'avons plus qu'à voir si cette quantité a un *minimum*. Or prenant sa differentielle $\frac{a^2 idh\sqrt{b^2-h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2-h^2}\times\overline{a^2-{}^2}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on en déduit $h = \frac{abi}{\sqrt{a^2i^2+c^2e^2}}$: mais attribuant ensuite cette valeur à h, on trouve que l'erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne se réduit qu'à $\frac{b}{c}\sqrt{i^2+e^2}$; au lieu que lorsqu'on fait $h = o$, ou qu'on suppose que l'astre est en C dans l'horison, la même erreur se réduit à $\frac{be}{c}$, qui est beaucoup plus petite.

Ainsi au lieu ne trouver un *minimum*, on trouve un *maximum*, & il faut par consequent que l'erreur totale $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ se trouve proche de l'horison, de plus grande en plus grande, à mesure qu'on prend des points plus élevés dans le cercle horaire de six heures. C'est ce qui paroît aussi lorsqu'on examine la differentielle $\frac{a^2 idh\sqrt{b^2-h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2-h^2} \times \overline{a^2-h^2}^{\frac{3}{2}}}$: Car lorsque l'astre est en C dans l'horison, le sinus h devient nul, & le second terme de la differentielle qui est affecté du signe moins, le devient aussi ; de sorte qu'il ne reste que le premier terme qui est positif, & qui fait augmenter l'erreur, aussi-tôt qu'elle reçoit quelque changement. L'erreur continuë à augmenter jusqu'à ce qu'elle soit parvenuë au *maximum*, qui est son terme de grandeur, ou tant que le premier terme de la différentielle surpasse le second, & il est sensible qu'elle doit aller ensuite en diminuant. Mais au Pole elle ne l'a point encore assez fait, pour être aussi petite qu'elle l'étoit d'abord : Car suposant le sinus h de la hauteur de l'astre égal au sinus b de la hauteur du Pole, on trouve que l'erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne se réduit encore qu'à $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ou à $\frac{bi}{c}$ qui est certainement plus grande que $\frac{be}{c}$; puisque la quantité i dont on peut se tromper dans la situation verticale de l'instrument est toujours beaucoup plus grande que la quantité e, dont on peut se tromper dans la hauteur même de l'astre. Tout cela montre que ce n'est pas dans les Vaisseaux comme à Terre, & que la difficulté qu'il y a en Mer à observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont à quelque hauteur, fait qu'on ne doit pas préférer ceux qui sont en ξ vers le Pole ; mais ceux qui sont proche du vrai Est ou du

vrai

vrai Oüest, & qu'il n'est aucun endroit dans tout le Ciel plus propre que ces deux points, pour les observations dont il s'agit. C'est ce qui ne peut arriver que parce que l'erreur $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-b^2}}$ à laquelle on est exposé dans le calcul du vrai azimuth, ne souffre pas encore une assez grande diminution de C en Υ, pour détruire l'augmentation que reçoit l'autre erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qu'on peut commettre en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique : de sorte que l'erreur totale qu'on a à craindre dans la détermination de la variation augmente plus par ce dernier côté, qu'elle ne diminuë par l'autre.

X.

Qu'il nous reste à éxaminer en quel endroit de son parallele il est plus à propos d'observer chaque astre particulier.

IL nous reste maintenant à éxaminer en quel endroit de son parallele il est plus avantageux d'observer chaque astre : Car comme il n'a été question jusques ici que de choisir entre plusieurs astres, lorsqu'ils paroissent en même temps, ou de marquer d'une maniere absoluë les points du Ciel les plus avantageux, tout ce que nous avons dit n'est point aplicable aux divers points du même parallele, qui sont tous dans différens almicantaraths, & qui ne répondent point au cercle horaire de six heures. Ainsi quoique nous venions de voir qu'il vaut mieux se servir d'un astre qui est en C (fig. 9.) au point du vrai Est ou du vrai Oüest, que d'un autre qui feroit fitué en *Υ*, cela n'empêche pas qu'il ne foit, peut-être, plus avantageux d'obferver ce dernier aftre en *Υ*, qu'à fon lever ou à fon coucher en Σ; parce que l'erreur eft beaucoup plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorfque l'aftre eft en Σ que s'il étoit en *C*. Voilà donc un nouveau problême qui eft important, & que nous n'avons point encore penfé à réfoudre. Il faut que nous nous fervions maintenant de la formule $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ que nous avons trouvée d'abord (vers la fin de l'art. 11.) pour l'expreffion générale de l'erreur qu'on commet dans le calcul du vrai azimuth, lorfqu'on fe trompe de la quantité e fur la hauteur de l'aftre. Il faut que nous nous fervions de cette formule générale; puifqu'il ne s'agit plus de comparer fimplement les differens points du cercle horaire de fix heures, les uns avec les autres. Nous devons avoir auffi égard à l'erreur $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ dont nous avons fait mention cy-devant (art. 6.) que produit la quantité p, dont on eft fujet à fe tromper dans la hauteur du Pole. Et enfin il faut encore joindre à ces deux premieres erreurs qui fe trouvent dans le vrai azimuth, celle $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qui fe trouve dans l'azimuth magnétique, & qu'on commet à part en obfervant un aftre à diverfes hauteurs audeffus de l'horifon, avec un inftrument qui eft toujours incliné de quelque quantité i.

XI.

Moyens de trouver les erreurs ausquelles on est exposé en observant le même astre en differens points de son parallele.

IL est clair que voulant comparer entre eux les divers points du même parallele KQ, nous devons introduire la déclinaison de l'astre dans l'expression des deux premieres erreurs; afin que regardant comme constante la déclinaison, nous n'ayons qu'à rendre variable ou la hauteur ou l'azimuth, pour faire convenir ces deux expressions à tous les points du parallele. Si nous nommons f le sinus $C\Upsilon$ (fig. 9. & 10.) de la distance FK, ou GQ de l'équateur au parallele, nous trouverons dans le Triangle rectangle $C\Upsilon\odot$, le côté $C\odot$ pour cette analogie, le sinus b de l'angle $\odot$, qui est égal à celui ACE de la hauteur du Pole, est à $C\Upsilon(f)$, comme le sinus a de l'angle Υ, le sinus total, est à $C\odot = \frac{af}{b}$. Otant ensuite $C\odot$ de $CV(h)$, ou CV de $C\odot$, selon que l'astre est du côté du Sud, ou du côté du Nord par raport au premier vertical, on aura $\pm h \mp \frac{af}{b}$ pour l'expression générale de $\odot V$, & dans le triangle rectangle $\odot VS$, on trouvera VS par cette analogie; le sinus c de l'angle S qui est égal au complement de la hauteur polaire, est à $\odot V = \pm h \mp \frac{af}{b}$. comme le sinus b de l'angle $\odot$ est à $VS = \pm \frac{bh}{c} \mp \frac{af}{c}$. Enfin VM ou $VN = \sqrt{a^2-h^2}$ étant par la nature de l'ellipse, à CD, ou à CE (a) comme VS est à CL, on aura $\pm \frac{abh}{c\sqrt{a^2-h^2}} \mp \frac{a^2f}{c\sqrt{a^2-h^2}}$ pour la valeur de CL

qui eſt, comme on le ſçait, le ſinus de l'angle que fait l'azimuth avec le premier vertical, ou le ſinus de la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt.

Ainſi nous n'avons qu'à introduire cette valeur à la place de z dans les deux formules $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{abhp}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & nous les transformerons en d'autres qui ne contiendront plus z, mais qui contiendront f. Il vient après quelques legeres réductions $\frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour la premiere, c'eſt-à-dire pour l'erreur que cauſe dans la ſituation du vrai azimuth, l'erreur e commiſe dans la hauteur de l'aſtre; & $\frac{\pm a^2bp \mp abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour celle que produit auſſi de ſon côté, la quantité p dont on ſe trompe dans la hauteur polaire.

XII.

Que c'eſt à leur lever ou à leur coucher qu'il vaut mieux dans ces païs-cy obſerver les aſtres, dont la déclinaiſon eſt méridionale.

CEla ſupoſé, nous reconnoiſſons fort aiſément que lorſqu'un aſtre eſt ſur un parallele kq qui eſt du côté du Pole abaiſſé, que lorſque le Soleil eſt, par éxemple, dans la partie d'Hyver, on doit beaucoup plutôt l'obſerver à ſon lever ou à ſon coucher en Π, que lorſqu'il eſt en Δ à une hauteur conſidérable. Car le Soleil étant du côté du Sud, le ſinus f de ſa déclinaiſon eſt négatif, & l'erreur $-\frac{a^2be-afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ dans laquelle f eſt ſupoſé poſitif, ſe change alors en $\frac{a^2be+afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}}$ qui doit être d'autant plus grande, que h eſt plus grand; puiſque l'augmentation de h cauſe en même temps celle du numérateur $a^2be + af\,e$, & la diminution du dénominateur . . . $\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}$. Plus le ſinus h eſt donc grand, ou plus l'aſtre eſt élevé, plus l'erreur à laquelle on eſt expoſé dans le calcul de l'azimuth eſt grande; & comme l'erreur qu'on commet dans l'azimuth magnétique en l'obſervant ſur le compas, eſt auſſi plus conſidérable, il eſt évident de toutes les manieres, que la circonſtance la plus convenable pour trouver la variation de la Bouſſole, eſt le lever ou le coucher de l'aſtre; d'autant plus que c'eſt auſſi alors que l'erreur qui vient de la hauteur polaire eſt la moindre. Il eſt vrai que ſi la Sphere eſt fort oblique, & que ſi le parallele kq du Soleil eſt outre cela fort éloigné de l'équateur, il vaudroit beaucoup mieux chercher la variation, par le moyen de quelques étoiles qui euſſent peu de déclinaiſon ſeptentrionale; & ſupoſé qu'on ne pût pas les voir dans l'horiſon, il n'y auroit qu'à les prendre à leur paſſage par le cercle horaire de ſix heures. Mais il n'eſt pas moins certain que ſi l'on veut abſolument ſe ſervir du Soleil dans le cas dont il s'agit, il ne ſoit toujours beaucoup plus avantageux d'obſerver alors cet aſtre à ſon lever ou à ſon coucher, que d'attendre qu'il ait quelque hauteur.

C'eſt ce que j'ai voulu examiner d'une maniere particuliere, en ſupputant toute l'erreur qu'on a à craindre par la latitude d'Uranibourg, par 55. degr. 34. min.

de latitude ſeptentrionale, lorſqu'au ſolſtice d'hiver le Soleil eſt dans l'horiſon, & qu'enſuite il monte à 5. & à 10. degrez. Nous ſuppoſerons pour cela que l'erreur p qu'on peut commettre dans la hauteur polaire eſt de 10 minutes, parce que c'eſt ordinairement la plus grande quantité dont les Marins habiles ſe trompent, dans la hauteur des aſtres qui paſſent par le méridien à quelque diſtance du zénith. Comme les aſtres ſont alors quelque temps ſans changer ſenſiblement de hauteur, le Pilote peut faire ſon obſervation avec plus d'éxactitude : Mais comme le changement de la hauteur eſt beaucoup plus ſubit vers l'Orient ou vers l'Occident, & qu'on n'a pas le moindre temps pour la vérifier, j'ai ſupoſé de 15. minutes l'erreur e, qu'on peut commettre dans les hauteurs obſervées dans ces dernieres circonſtances; & je la ſupoſe toujours conſtante, parce que s'il eſt un peu plus difficile d'obſerver les grandes hauteurs que les petites, on a auſſi d'un autre côté moins à craindre des irregularitez de la réfraction. Or on trouve que les 15. minutes dans la hauteur de l'aſtre produiſent à l'horiſon environ 31. min. d'erreur dans le calcul de l'azimuth ou de l'amplitude, & que les 10. min. d'incertitude dans la hauteur polaire produiſent $14\frac{1}{2}$ minutes; d'où il ſuit qu'on eſt expoſé à commettre une erreur totale de 44. ou 45. minutes. Mais ſi l'aſtre eſt élevé de 5. degrez, on peut ſe tromper d'environ 42. minutes d'une part, & d'environ 24. de l'autre, ce qui fait un degré 6. minutes, & l'erreur monte à 2. degrez 17. minutes, lorſque l'aſtre eſt à 10. degrez de hauteur. Ainſi quoique nous ne faſſions point encore ici attention à l'inclinaiſon de 30. minutes qu'on pourroit donner, ſans qu'on s'en apperçût, au quart de cercle de la fig. 7. ou aux autres inſtrumens dont on ſe ſerviroit pour obſerver l'azimuth magnétique, nous voyons que l'erreur dans laquelle on peut tomber en déterminant la variation, augmente conſidérablement, à mesure que le Soleil s'éleve. Il est certain d'ailleurs que si les supositions que nous avons faites, ne sont pas absolument conformes à la vérité, elles ne doivent pas s'en éloigner sensiblement.

XIII.

Que lorsque la déclinaison d'un astre est septentrionale, il vaut mieux dans ces païs-cy observer cet astre dans le cercle horaire de six heures, que dans l'horison; surtout lorsque la hauteur polaire est fort grande.

Enfin si l'astre est par raport à l'équateur du côté du Pole élevé, il sera beaucoup plus difficile de déterminer le point précis, où il sera à propos de l'observer; & cela parce que les differentes erreurs qu'on a à craindre, n'augmentent plus toutes en même temps, comme elles le faisoient, à mesure que l'astre s'éleve. Les deux erreurs ausquelles on est exposé dans le calcul du vrai azimuth, sont alors $-\frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ & $\frac{-a^2hp+abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ comme nous les avons trouvées dans l'article XI. Et si on les ajoûte ensemble avec la quantité $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont on peut se tromper d'un autre côté, en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique, il viendra $\frac{a^2bce-acfhe-\overline{a^2hp+abfp}\sqrt{a^2-h^2}+cih\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour toute l'erreur qu'on peut commettre dans la détermination de la variation. C'est cette quantité qu'il s'agiroit de rendre la moindre qu'il eſt poſſible. Mais comme elle eſt formée de trois quantitez particulieres, dont les progrez ſont differens ; que la derniere augmente à meſure que les aſtres s'élevent au-deſſus de l'horiſon ; que la ſeconde diminuë en même temps, juſqu'à ce que les aſtres ſoient parvenus au cercle horaire de ſix heures, & que la premiere diminuë encore un peu au delà, comme on peut le reconnoître ſans beaucoup de peine ; il arrive que cette complication des trois erreurs qui contribuë à rendre le probléme d'un degré plus élevé, fait en même temps que nous pouvons nous diſpenſer de le réſoudre. L'une de ces erreurs augmentant lorſque l'autre diminuë, cela eſt cauſe que l'erreur totale n'eſt jamais ſi grande, & qu'on n'eſt pas ſi fort intereſſé à déterminer l'endroit précis de ſon *minimum.* C'eſt pourquoi nous pouvons nous contenter d'éxaminer ſimplement, s'il eſt plus avantageux d'obſerver l'aſtre dans l'horiſon ou dans le cercle horaire de ſix heures ; d'autant plus qu'à l'aide de la Table des amplitudes, & de celle que nous avons donnée dans la partie précédente, nous avons une plus grande facilité d'obſerver la variation dans ces deux cas. Pour avoir l'erreur qu'on peut commettre, lorſque l'aſtre eſt dans l'horiſon, on n'a qu'à effacer tous les termes où ſe trouve le ſinus h, devenu nul, on trouvera $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$: & ſi au lieu de ſupoſer $h = o$, on le ſupoſe $= \frac{bf}{a}$, valeur qu'il a dans le cercle horaire de ſix heures, (comme on le ſçait par cette analogie ; le ſinus total a eſt au ſinus $C\Upsilon = f$ de la déclinaiſon de l'aſtre Υ, comme le ſinus b de l'angle $C\Upsilon\Psi$ égal à celui de la hauteur du Pole, eſt au ſinus $C\Psi$ (h) ($= \frac{bf}{a}$) de la hauteur de l'aſtre) ; ſi on

ſupoſe

ſupoſe, dis-je, $h = \frac{bf}{a}$, ou que l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures, l'erreur totale ſe trouvera alors exprimée par $\frac{abe\sqrt{a^2\ f^2}+bcfi}{\sqrt{a^4-b\,f^2}}$. Ainſi il ne s'agit que de comparer $\frac{bce+bfp}{c\sqrt{c^4-f^2}}$ & $\frac{abe\sqrt{a^2-f^2}+bcfi}{c\sqrt{a^4-b^2f^2}}$.

On pourroit déterminer dans quelles rencontres ces quantités ſont égales, en cherchant la déclinaiſon que doit avoir l'aſtre, lorſque la hauteur polaire eſt donnée; ou en cherchant la hauteur polaire, lorſqu'on connoît la déclinaiſon. Sans ſe donner cette peine, on peut prendre pour régle, qu'il vaut toujours mieux obſerver l'aſtre lorſqu'il eſt dans le cercle horaire de ſix heures, que lorſqu'il eſt dans l'horiſon; remarquant néanmoins que l'avantage eſt ſi peu conſidérable, qu'il n'importe preſque point de ſe ſervir plutôt de l'une de ces circonſtances que de l'autre, dans tous les lieux qui ne ſont éloignés de l'équateur que de 45. ou 50. degrez. Dans les endroits qui ſont au-delà, l'obliquité de la Sphere (ſurtout ſi l'aſtre a une grande déclinaiſon) rend la difference plus ſenſible, en faiſant augmenter beaucoup dans l'horiſon, & l'erreur qui vient de la quantité dont on ſe trompe toujours dans la hauteur polaire, & celle qui eſt produite par la quantité dont on ſe trompe dans la hauteur même de l'aſtre; & alors la préférence eſt beaucoup plus décidée, pour le cas où l'aſtre ſe trouve dans le cercle horaire de ſix heures. Si l'on eſt, par éxemple, vers le ſolſtice d'Eté par 55. degrez 34. minutes de latitude ſeptentrionale, l'erreur totale qu'on aura à craindre, lorſqu'on obſervera la variation par le lever ou le coucher du Soleil, ſera de 45 minutes. Mais l'erreur diminuëra à meſure que l'aſtre s'élevera: car à 5. degrez de hauteur, l'erreur ne ſera que de 39. minutes: à dix degrez de hauteur, elle ne ſera que d'environ $34\frac{1}{2}$ minutes : à 15. degrez de $32'.16''$; & enfin à 19. degrez 11. minutes, lorſque le Soleil ſera parvenu au cercle horaire de ſix heures, elle ſera encore un peu plus petite, elle ſera de $31'.55''$. Or pour peu qu'on ſoit par une latitude plus grande, la diminution ſe fera encore d'une maniere plus ſubite. Car l'erreur $\frac{bce+bfp}{c\sqrt{c^2-f^2}}$ ſeroit, par éxemple, d'environ un degr. 6. min. par 60. degr. de latitude, le Soleil étant dans l'horiſon ; au lieu que cet aſtre étant dans le cercle horaire de ſix heures, à 20. degr. 11. min. de hauteur, l'erreur ne ſeroit plus que d'environ 36. minutes, comme on le trouve par la formule $\frac{abe\sqrt{a^2-f^2}+bcfi}{c\sqrt{a^4-b^2f^2}}$. Il y a lieu de croire outre cela que dans ces païs fort avancés vers le Pole, les réfractions horiſontales ſont beaucoup plus irregulieres qu'elles ne le ſont ici ; & c'eſt une nouvelle raiſon qui doit déterminer encore à n'obſerver les aſtres, que lorſqu'ils ſont un peu élevés.

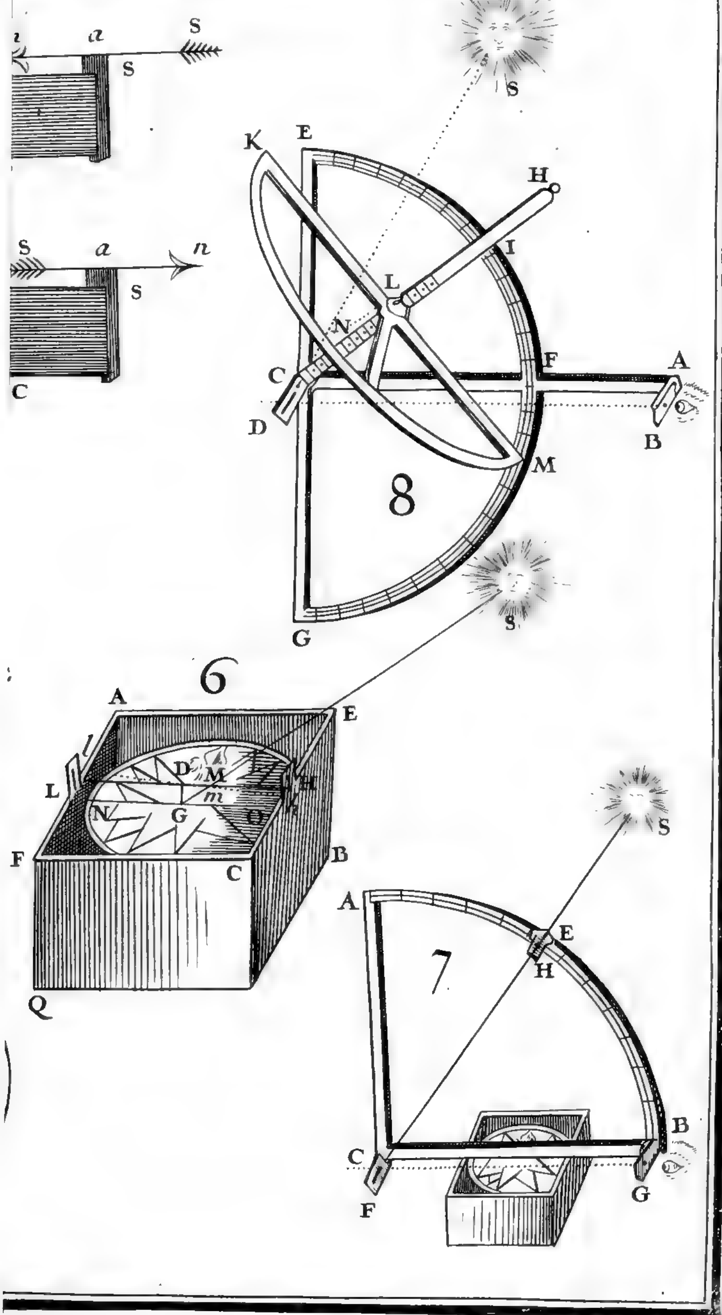
XIV.

Que les réfléxions précédentes peuvent ſervir auſſi lorſqu'on obſerve la variation par deux hauteurs correſpondantes.

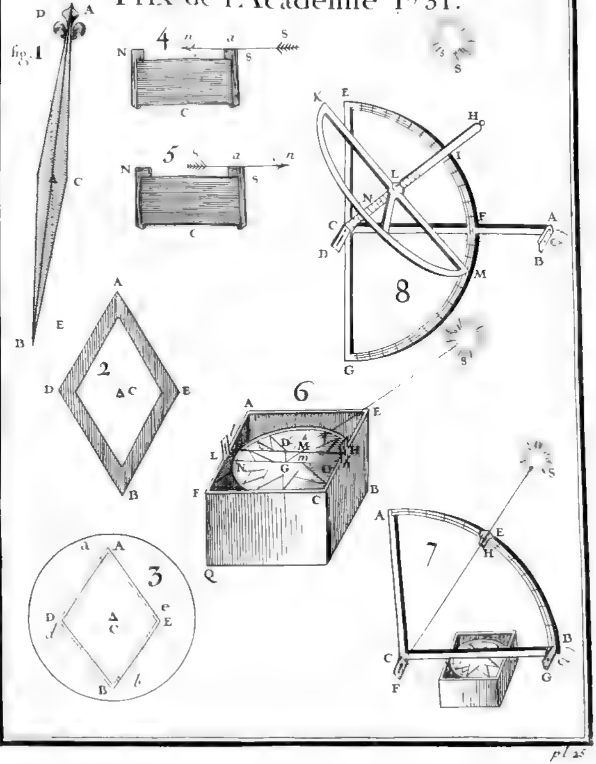
AU ſurplus, en déterminant, comme nous venons de le faire, les endroits du Ciel, où doivent être les aſtres, lorſqu'on veut découvrir en Mer la variation de l'aiguille par une ſeule obſervation, nous marquons auſſi aſſez les endroits qu'il faut préferer, lorſqu'on en employe pluſieurs. On en multiplie quelquefois mal-à-propos le nombre, ſans penſer que c'eſt preſque toujours multiplier les occaſions de ſe tromper. Ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'on obſerve l'aſtre dans deux hauteurs correſpondantes; il faut ſeulement qu'il y ait un temps conſidérable entre les deux obſervations, puiſqu'elles doivent être faites de part & d'autre, ou dans l'horiſon, ou dans le cercle horaire de ſix heures, afin que les petites quantitez dont on eſt toujours ſujet à ſe tromper, ſoient d'un moindre *moment*, ou tirent moins à conſéquence. Mais dans un intervale de 10. ou 12. heures, il peut arriver ſouvent que la hauteur polaire & la déclinaiſon de l'aſtre changent d'une quantité ſenſible, & même auſſi quelquefois la variation; & alors cette méthode qui paroît très-ſimple, parce qu'elle ne ſupoſe la connoiſſance d'aucun principe, ceſſe d'être immédiate, & devient très-compliquée, par l'attention expreſſe qu'on eſt obligé de faire aux changemens ſurvenus entre les deux obſervations. Enfin comme tous les moyens d'obſerver la variation de la Bouſſole, engagent dans les mêmes opérations, il eſt conſtant que les remarques que nous venons de faire, ſont non-ſeulement propres à nous apprendre ce que nous en devons penſer, mais à nous faire connoître auſſi dans quelles occaſions on peut principalement les employer. Cet uſage de nos réfléxions ſera toujours facile, & comme elles ſont d'ailleurs aſſez étenduës, il eſt temps de les terminer Nous les ſoumettons avec d'autant plus de plaiſir au jugement de l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, que nous ſçavons que cette célébre Compagnie ne ſe fait pas moins admirer par la ſageſſe de ſes déciſions ſur tout ce qu'on lui préſente, que par l'extrême beauté des differentes découvertes qu'elle produit elle-même tous les jours, & dont elle enrichit continuellement le Public.

F I N.

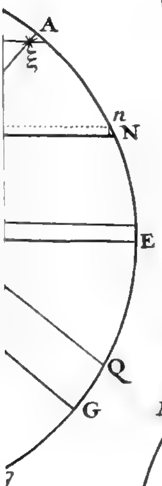
de l'Académie 1731.

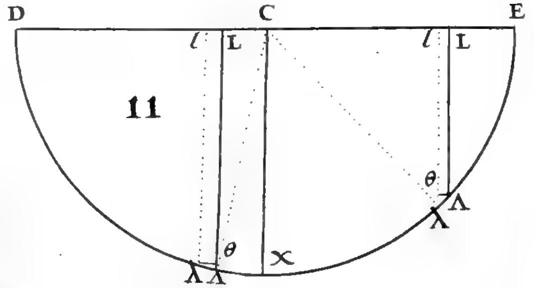


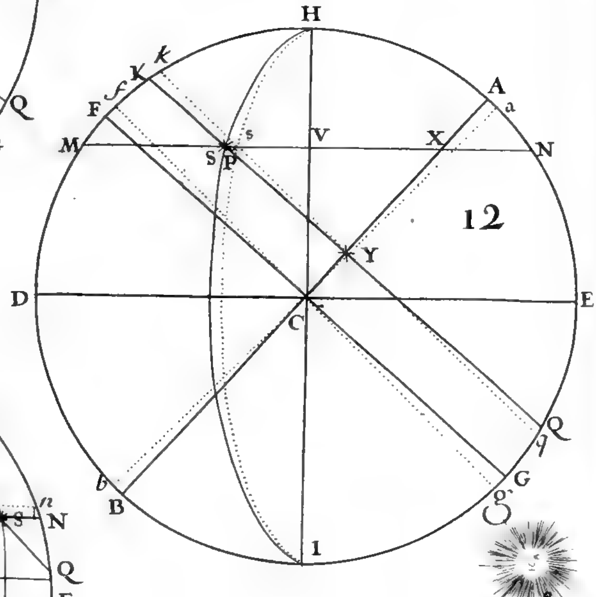
Prix de l'Académie 1731.

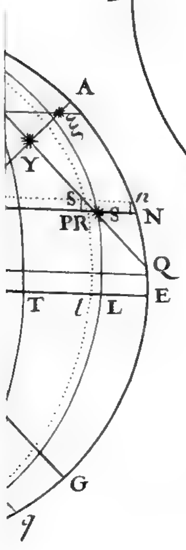


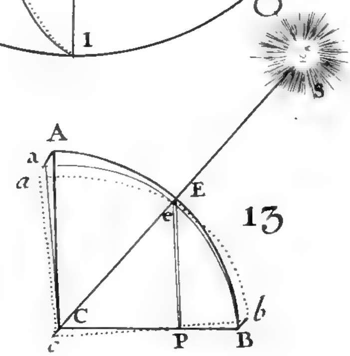
e l'Académie . 1731.





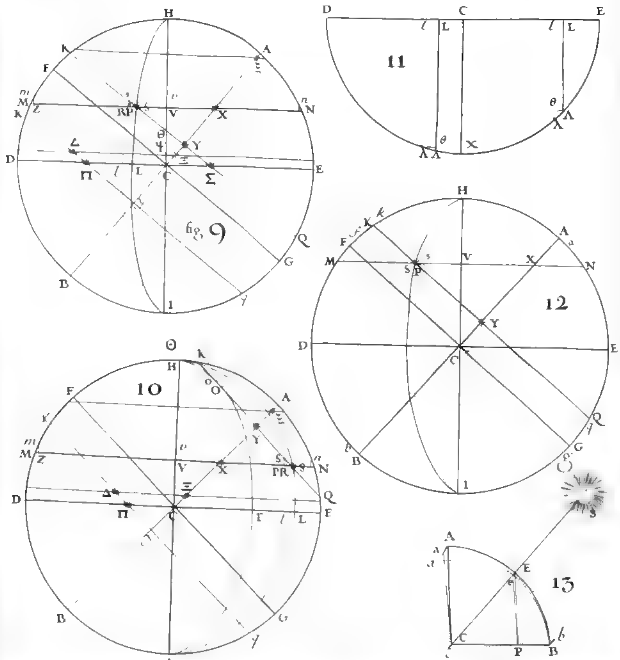






pl. 26.

Prix de l'Académie. 1731.



ENTRETIENS SUR LA CAUSE DE L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES.

Où l'on répond à la Queſtion propoſée par l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, pour le ſujet du Prix des années 1732. & 1734.

Par M. BOUGUER *de la même Academie, & Hydrographe du Roy au Havre de Grace.*

A PARIS, RUE S. JACQUES.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins ; A l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXIV.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre Académie Roïale des Sciences nous a très humblement fait exposer, que depuis qu'il nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui sont l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du sixiéme Avril 1699. n'aïant point eu de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du treiziéme Août 1713. celles de 1704. & celles de 1717. étant aussi expirées. Et désirant donner à notredite Académie en Corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moïens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public : Nous avons permis & permettons par ces Présentes à notredite Académie de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caracteres, & autant de fois que bon leur semblera, toutes les recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans notre Académie Roïale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que notredite Académie jugera à propos de faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'Impression. Et ce pendant le tems & espace de six années consécutives, à compter du jour de la datte desd. Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient d'en introduire d'impressions étrangeres dans aucun lieu de notre obéïssance, comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesd. Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation ou correction ; changement de titre, même en feüillets ſéparés, ou autrement, ſans la Permiſſion expreſſe & par écrit de notre Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, ou ſes aïans cauſe ; à peine de confiſcation des exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris dans trois mois de la datte d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Roïaume & non ailleurs, & que notredite Académie ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notammment à celui du 10. Avril 1723. & qu'avant de les expoſer en vente les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſd. Ouvrages, ſeront remis dans le même état avec les approbations & certificats ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque Publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin; le tout à peine de nullité des Préſentes : du contenu deſquelles Nous mandons & enjoignons de faire joüir notred. Académie, ou ceux qui auront droit d'elle ou ſes aïans cauſes, pleinement & paiſiblement ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie deſd. Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſd. Ouvrages, ſoit tenuë pour dûëment ſignifiée, & qu'aux copies collationnées, par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires. Car tel eſt notre plaiſir.

Donné à Paris le 21. jour de Janvier l'an de grace mil ſept cens trente quatre, & de notre régne le dix-neuviéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

SAINSON.

Contrôlé.

PRÉFACE.

DEPUIS que j'eus le bonheur il y a environ deux ans de posseder à la campagne mes trois amis Ariste, Théodore & Eugene, à qui je dois les Entretiens suivans, il ne m'a pas été possible de les rassembler, & je n'ai même pû recevoir des nouvelles que d'Eugene. Les deux autres ont entrepris différens voyages qui ont interrompu un commerce que je ne pouvois pas manquer de cultiver avec soin. C'est ce qui m'oblige de soumettre au jugement de l'ACADEMIE la Piéce que j'avois déja eu l'honneur de lui présenter en 1731; & j'y joins seulement cette Préface, qui en contiendra une espéce d'extrait, avec la confirmation de divers Articles. Si j'avois pû avoir le consentement de Théodore, j'eus retranché différentes choses du premier Entretien, qui tendent à prouver que les attractions de M. Newton bien loin d'être contraires à la Philosophie de M. Descartes, en sont plutôt le suplément, & la perfection; en ce qu'elles peuvent appartenir aussi-bien au Méchanisme que les loix du mouvement. L'absence de Théodore m'a empêché de rien changer: mais au surplus, plus j'ai éxaminé le fond des trois entretiens, plus je me suis confirmé dans la pensée où j'étois, qu'il n'est pas possible d'expliquer autrement l'obliquité du cours des Planetes. Il m'est permis de parler de la ſorte, & mes trois amis le pouroient faire auſſi; puiſqu'ils n'ont rien avancé & que je n'ai auſſi rien écrit, que ſur la foy des démonſtrations, & qu'après y avoir été comme forcé par le dégré d'évidence, dont ces matieres ſont ſuſceptibles. Mais ce n'eſt pas malheureuſement aſſez pour qu'un ouvrage ſoit bon, qu'il ne contienne que des véritez démontrées, autant qu'elles le peuvent être; il faut encore que ces véritez ſoyent expliquées avec clarté, & qu'elles ſoienr miſes dans une certaine diſpoſition qui leur eſt preſque toujours néceſſaire, pour qu'elles puiſſent fraper l'eſprit des Lecteurs. Sur cela je dois avoüer ingénument ma faute, & déclarer que les trois Entretiens que je préſente, ne peuvent pas manquer d'avoir perdu beaucoup de leur prix, en paſſant entre mes mains. Tout ce qui me raſſure, c'eſt que ſi la vérité expoſée avec peu d'adreſſe, tombe quelquefois dans l'obſcurité; ce n'eſt pas devant un Tribunal auſſi éclairé que celui qui doit prononcer dans cette rencontre.

Remarques ſur le premier Entretien.

J'ai dit que ſi j'avois cru le pouvoir faire pendant l'abſence de Théodore, j'eus ſuprimé une grande partie du premier Entretien, dans lequel il s'agit des attractions. Ce n'eſt pas que je ne croye que les raiſonnemens de Théodore ne ſoient aſſez fondés: Car il me paroît qu'il faut ſuivre néceſſairement la voye qu'il indique, pour découvrir toutes les loix de la nature. M. Deſcartes vouloit qu'on fermât les yeux, qu'on rentrât en ſoi-même, & qu'en éxaminant dans le ſilence des ſens extérieurs les propriétez de la matiere ou de l'étenduë, on tâchât de deviner comment les choſes ont été faites Mais on ne peut point aprendre de cette ſorte ſi l'ETRE SUPREME s'eſt contenté d'établir une ſeule loy; cette loy par éxemple, que tous les corps doivent ſe mouvoir en ligne droite; ou s'il a jugé à propos d'en établir pluſieurs autres, qui doivent modifier celle-cy. Nous croyons donc qu'il faut faire usage des sens, qu'il faut ouvrir les yeux, faire une grande attention aux Phénomenes; & que si l'on parvient à démontrer qu'il y en a qu'on ne peut point expliquer par les loix du mouvement, il faut alors avoir nécessairement recours à quelque autre principe qui doit trouver également sa force & son efficacité dans la volonté toute-puissante de celui qui fait tout ce qu'il veut. Mais si cet article du premier Entretien ne laisse pas d'être éxact, on peut le regarder d'un autre côté comme formant une digression un peu longue, & nous sommes persuadés que Théodore, malgré son zéle pour la Philosophie Angloise, en conviendroit maintenant. D'ailleurs on ne fait dans tout le reste presqu'aucun usage des attractions, & il est outre cela certain, comme le prouve Euge e, que ces attractions bien loin d'être la cause de l'inclinaison de l'orbite des Planetes, elles ont dû travailler toujours au contraire à la diminuer un peu.

On prouve aussi dans le premier Entretien que l'inclinaison dont il s'agit, n'est pas causée, comme l'ont enseigné plusieurs Cartésiens, par le fluide qui se trouve resserré entre les Planetes. lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres, & qui les pousse chacune de leur côté par l'effort qu'il fait pour s'étendre. Cette cause, comme on le démontre, ne peut que faire varier un peu les inclinaisons, les faire tantôt augmenter & tantôt diminuer; mais ne peut pas les avoir produites, ni les avoir portées au point où elles sont. Enfin après avoir fait plusieurs réfléxions sur les divers changemens que peuvent recevoir les inclinaisons, & sur la maniere de reconnoître si elles sont causées par un fluide trop resserré qui pousse les Planetes en dehors, ou par les attractions qui tendent à les raprocher; on démontre que les Planetes suivent toujours sensiblement la direction du fluide qui les entraîne; & que pour peu qu'elles s'écartassent de cette direction à droit ou à gauche, elles y seroient bien-tôt ſenſiblement ramenées, par le choc lateral du fluide.

Remarques ſur le ſecond Entretien.

Tout cela confirme d'une maniere inconteſtable le ſentiment qu'on tâche d'établir dans le ſecond Entretien. On peut, en ſuivant l'Hypotheſe des Tourbillons du fameux Deſcartes, embraſſer deux différentes opinions ſur l'obliquité du cours des Planetes, & du mouvement des couches à peu près Shériques, dont les tourbillons ſont formés. Ou bien dans le commencement des choſes; toutes les parties de chaque tourbillon circuloient éxactement dans le même ſens, & elles ont enſuite un peu changé de chemin: ou bien toutes les parties de matieres, mûës par une premiere impreſſion, ſuivoient d'abord une infinité de diverſes routes; mais après s'être choquées une infinité de fois, elles ont pris des directions moins obliques les unes par raport aux autres; & ſi elles ne s'accordent pas encore à ſe mouvoir ſenſiblement dans le même ſens, c'eſt parce qu'elles n'ont pas eu tout le temps de s'y aſſujettir. Les choſes, ſelon ces deux opinions, partent de deux points bien différens, pour venir à l'état d'obliquité où nous les voyons; elles partent ou du plus éxact parallelisme ou de la plus grande diverſité de directions. Mais il me paroît que le premier ſentiment n'eſt pas ſoutenable. Si toute la matiere du tourbillon s'étoit mûë d'abord dans le même ſens, rien enſuite ne l'auroit pû faire changer de chemin, & on verroit encore toutes les Planetes circuler aujourd'hui dans le plan de l'écliptique, & tourner toutes auſſi ſur leur propre centre éxactement dans le même ſens. Il eſt vrai que lorſque les Planetes ſe trouveroient heliocentriquement en conjonctions, il arriveroit quelque changement dans leurs cours par la réaction du fluide qui ſe trouveroit reſſerré entre deux: mais le changement ne ſeroit que paſſager, & ſeroit ſujet à une alternative continuelle; à peu près comme celui des 20. minutes qu'on observe dans la plus grande latitude de la Lune.

Nous devons ajoûter encore cette nouvelle considération, que si les Planetes pouvoient être détournées de leurs directions, le Soleil qui occupe le centre du tourbillon, devroit au moins toujours faire ses circulations sur son propre centre dans le même sens; & ce seroit aussi la même chose de chaque Planete considérée par raport au petit tourbillon qui l'envelope. Notre petit tourbillon, par éxemple, doit circuler vers ses extrêmitez à peu près dans le sens de l'écliptique, c'est ce que nous sçavons par le mouvement de la Lune: au lieu que nous voyons que notre terre fait ses révolutions journalieres selon une direction qui différe de 23 deg. 29 min. de l'écliptique. Or peut-on imaginer quelque cause, qui ait pû faire tourner la Terre sur son centre dans un sens si éloigné, de celui que suit toute la matiere étherée qui nous environne? Suposons même que la direction des couches superieures de notre petit tourbillon ait été un peu changée par quelque agent extérieur; suposons qu'elle ait été alterée de cinq ou six degrez: la Terre devroit toujours faire ses révolutions sur son propre centre dans le même sens, ou n'auroit tout au plus changé de directions, que de cinq ou six degrez. En effet si une boule tourne sur son centre, pendant qu'un fluide tourne autour d'elle précisément dans le même sens; il est certain que si l'on cause quelque changement dans le cours du fluide, ce changement ne se communiquera qu'en partie à la boule; & que la boule n'en recevra jamais un plus grand.

Ainsi bien loin de croire que toutes les parties de matiere, ont été mûës dans le commencement des choses précisément dans le même sens, & qu'elles ont ensuite perdu cette conformité de directions; nous devons assurer au contraire, & nous devons regarder cela comme démontré, que les parties d'éther ont été portées de différens côtés par la premiere impreſſion qu'elles ont reçûës ; & que ſi nous voyons que preſque toutes les Planetes ſuivent encore dans leur circulation annuelle autour du Soleil, & dans leur révolution particuliere ſur leur propre centre, des directions fort différentes, c'eſt un reſte de l'eſpece de confuſion ou de déſordre dans lequel étoit d'abord toute la matiere. C'eſt ce qui s'accorde parfaitement avec la Tradition des Egyptiens que Hérodote nous a conſervée, que l'équateur de notre terre étoit autrefois perpendiculaire à l'écliptique. Cependant nous dirons ſimplement que notre ſentiment eſt comme démontré : Car outre que les choſes de Phyſique ne ſont pas ſuſceptibles comme celles de Géometrie, de démonſtrations rigoureuſes, nous ſommes encore très-perſuadés qu'on ne doit rien avancer qu'avec beaucoup de réſerve, lorſqu'on entreprend de pénétrer dans le ſécret de l'origine des choſes. Mais enfin ſi les tourbillons n'ont point été formés de la maniere dont nous le diſons : il eſt toujours très-certain que tout eſt actuellement diſpoſé, comme ſi la matiere avoit d'abord été mûë ſelon une infinité de divers ſens. Les parties qui forment chaque couche ſphérique, ont dû s'obliger aiſément par le choc à ſuivre éxactement le même chemin ; c'eſt pourquoi toutes ces parties ont décrit preſque dès le commencement, des cercles éxactement paralleles. Mais il eſt évident que les couches n'ont pas pû aſſujettir de la même maniere leurs voiſines à prendre la même direction : Car elles ne peuvent agir que très-peu les unes ſur les autres ; elles ne peuvent agir que par voye de friction, & que parce qu'il y a toujours entr'elles, malgré l'extréme fluidité de l'éther, quelque eſpece d'engrainement. Ainſi, quoique le mouvement des unes influë toujours un peu ſur le mouvement des autres, & que leurs directions deviennent continuellement plus conformes, il n'eſt point étonnant que nous remarquions encore aujourd'hui une grande obliquité dans tous les mouvemens céleſtes.

Ce que nous disons ici se trouve confirmé, autant qu'il peut l'être, par l'état où nous voyons les choses. Il est certain que la grandeur de l'action des couches d'un tourbillon les unes sur les autres, dépend du plus ou du moins de vitesse de ces couches; & aussi sçavons-nous qu'il y a une plus grande conformité de directions, dans tous les tourbillons particuliers où il y a plus de mouvement. Nous pouvons juger, par éxemple, par la grande vitesse avec laquelle tourne Jupiter sur son centre, & par la promptitude de la circulation de ses satellites, que les couches sphériques dont le tourbillon particulier qui environne cette Planete, est formé, ont dû agir avec une grande force les unes sur les autres, & mettre une prompte conformité entre leurs directions. C'est ce qui est cause qu'il se trouve moins d'obliquité dans Jupiter que dans toutes les autres Planetes, entre l'équateur selon lequel se font les révolutions journalieres, & l'Orbite selon laquelle se font les circulations annuelles autour du Soleil. Si nous éxaminons maintenant le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, & que nous fassions attention qu'il tourne avec beaucoup moins de vitesse, nous reconnoîtrons que l'action des couches les unes sur les autres, doit être beaucoup plus foible, & qu'elle a dû travailler par conséquent avec moins d'efficacité à détruire l'obliquité des directions. C'est ce qui s'accorde encore avec l'expérience: Car la Terre en tournant sur son propre centre, & les couches d'éther qui nous environnent, suivent des routes fort différentes. Enfin si nous considerons que le tourbillon particulier de Vénus doit tourner avec une extrême lenteur, puisque Vénus qui n'est pas plus grosse que la Terre, employe cependant 23. ou 24. fois plus de temps à faire une révolution sur son centre, nous conclurrons que les couches sphériques dont ce tourbillon est formé, doivent agir encore beaucoup moins les unes sur les autres; & aussi sçait-on par les Observations de M. Bianchini, que l'équateur de cette

Planete fait encore un angle extrêmement grand, un angle d'environ 75. degrez, avec le plan de son Orbite.

Ce seroit un problême très-important à résoudre pour l'Astronomie Physique, mais qui est d'une discution trop longue pour être traité avec la derniere éxactitude dans une Préface; que de chercher par quels dégrez les directions des couches dont un tourbillon est formé, doivent s'aprocher les unes des autres. Au lieu de considérer des surfaces sphériques, nous nous contenterons d'éxaminer ici en passant des surfaces planes, que nous supposerons glisser de côté les unes sur les autres; & nous chercherons les changemens qui doivent arriver à leurs directions par le frotement. Soient donc deux plans horisontaux mis l'un sur l'autre, & qui se touchent immédiatement dans tous leurs points, & que l'un se meuve selon la direction horisontale A B, & de la quantité AB, pendant que l'autre se meut selon la direction horisontale A C de la quantité AC égale à AB. *figure* 1. Comme ces deux plans ne sont pas censés se toucher par des surfaces parfaitement Mathématiques, ils seront sujets à une friction réciproque & continuelle, & il est évident que le point A de l'un & le point A de l'autre, en se rencontrant en A, se heurteront avec la vitesse respective BC; puisque ces deux points s'éloignent l'un de l'autre de la quantité B C. pendant que le premier parcourt l'espace AB; & que le second parcourt l'espace égal A C. En effet les deux plans ont déja quelque conformité dans leurs mouvemens: ils s'accordent à avancer selon AD; & on peut dire qu'ils ne se meuvent point l'un par raport à l'autre selon cette détermination. Mais ce n'est pas la même chose du mouvement lateral, de l'un selon DB, & de l'autre selon DC: Ces deux mouvemens sont contraires, & il est clair que les points des deux plans doivent se heurter avec la vitesse BC, somme des deux vitesses laterales DB & DC. Or cet espece de choc qui se fait ainsi

ainſi entre les points des deux plans, doit faire diminuer leur viteſſe reſpective, & doit toujours la faire diminuer d'une quantité proportionnelle, pourvû qu'il ne ſe faſſe par le frotement aucun changement dans les petites inégalitez des deux ſurfaces. C'eſt-à-dire donc, qu'après que la viteſſe reſpective B C ſera diminuée, par éxemple, d'une dixiéme partie B b d'un côté, & d'une dixiéme partie C c de l'autre, la nouvelle viteſſe reſpective b c qui ſera plus petite, diminuëra également dans un temps égal de deux de ſes dixiémes parties. Ainſi on voit évidemment, que lorſque les directions A B & A C ſe changent continuellement en d'autres A b & A c, les détours ſucceſſifs ne ſont point égaux; mais qu'ils ſont continuellement proportionnels à la viteſſe reſpective. Il ſuit delà que les lignes D B, D b, &c. qu'on peut prendre pour les tangentes de la moitié des angles B A D de l'obliquité des directions, diminuënt en progreſſion Géometrique, ou diminuent en même raiſon que les Ordonnées de la ligne courbe, qu'on nomme logiſtique ou logarithmique.

Mais il n'a point encore été queſtion juſques à préſent de la viteſſe abſoluë avec laquelle les deux plans gliſſent l'un ſur l'autre. Il me paroît que cette viteſſe n'aporte aucune différence dans l'action particuliere de chaque point contre chaque point. Car que A B & A C ſoient deux fois plus grandes ou deux fois plus petites; la ſoutendante B C ſera auſſi deux fois plus grande ou deux fois plus petite, de même que les petits détours B b & C c; mais les angles B A b & C A c feront toujours les mêmes. Cependant l'action devient plus grande ou plus petite; mais c'eſt ſimplement parce qu'il y a dans un temps égal un plus grand ou un moindre nombre de points qui ſe heurtent ou qui ſe froiſſent : De ſorte qu'eu égard à tout, les détours B b & C c, cauſés dans chaque inſtant par la friction totale, ſont proportionels aux produits des viteſſes abſoluës A B ou A C par les tangentes DB de la moitié des angles BAD de l'obliquité des directions. Ainsi si nous nommons a la ligne constante AD ; x la ligne variable DB, & dx ses diminutions momentanées Bb ; t les temps pendant lesquels se font les changemens de directions, & dt les parties infiniment petites de ces temps, nous aurons $x\sqrt{a^2+x^2}$ ($= BD \times AB = BD \times \sqrt{AD^2+DB^2}$) pour le produit qui est continuellement proportionel à la petite diminution dx que reçoit sans cesse x ; & nous pourons faire cette analogie, la constante a ou plutôt a^2 (afin d'observer l'Homogenéïté) est à dt, comme $x\sqrt{a^2+x^2}$ est à dx : ce qui donne $dt \times x\sqrt{a^2+x^2} = a^2 dx$, & $dt = \frac{a^2 dx}{x\sqrt{a^2+x^2}}$. Or cette équation différentielle apartient à l'Hyperbole équilatere comparée à son second axe ; & si l'on veut pour la facilité des aplications qu'on en voudra faire, la transformer en une équation logarithmique, on n'a qu'à prendre une nouvelle inconnuë S ; & supofez qu'elle est telle que $x = \frac{2\sqrt{2}\times a^2 s}{2s^2 - a^2}$, ou que $S = \sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}}$. On trouvera effectivement, en introduisant $\frac{2\sqrt{2}a^2 s}{2s^2-a^2}$ à la place de x, & $\frac{4\sqrt{2}a^2s^2ds+2\sqrt{2}a^4ds}{\overline{2s^2-a^2}^2}$ à la place de dx, cette autre équation $dt = \frac{ads}{S}$; & on aura par conséquent $t = Ls$; ou si l'on rétablit x, on aura $t = L\sqrt{\frac{1}{2}}\times\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$, ou à cause de la nature des logarithmes, $t = L\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x} - \frac{1}{2}L2$.

Cette derniere équation qui nous aprend que les temps t que les directions AB & AC mettent à changer de situation, sont proportionels aux logarithmes de

$\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins la moitié du logarithme de 2, nous indique en même temps une proprieté fort simple & fort remarquable. Car si du point A comme centre, & de l'intervale AD, on décrit le demi-cercle LDM, & qu'après avoir prolongé BA jusqu'en M, on tire au point M une tangente MN au cercle, & qu'on le conduise jusqu'à la rencontre de BC prolongée en N, on aura MN pour la valeur de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$; puisque la ressemblance des triangles rectangles ADB & NMB, donne cette proportion, $BD = x . AD = a :: MB = MA + AB = a + \sqrt{a^2+x^2} . MN = \frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$. Ainsi les temps t, qui sont proportionels aux logarithmes de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins la moitié du logarithme de 2, sont aussi proportionels aux logarithmes de MN moins la moitié du logarithme de 2. Il est évident d'un autre côté que MN est la tangente du complement du quart de l'obliquité des directions AB, & AC; Car l'angle MAN est le complement de l'angle ANM, qui est la moitié de l'angle BNM, & ce dernier angle est égal à l'angle BAD de la derniere obliquité. On voit donc qu'il n'y a qu'à prendre les log. tang. compl. du quart de l'obliquité des directions, & en retrancher la moitié du log. de 2, ou le nombre constant 1505150; & que les restes seront proportionels aux temps t; & par conséquent les différences de ces restes, ou les différences mêmes des log. tang. seront proportionelles aux différences ou aux parties de temps, correspondantes.

Si l'on veut maintenant appliquer cette premiere ébauche de Théorie à quelque tourbillon particulier, comme par éxemple, à celui de la Terre, on acquerra au moins quelque notion de la lenteur avec laquelle toutes les couches d'éther travaillent mutuellement à mettre de la conformité dans leurs directions. Si l'on confidére les couches les plus éloignées de nous, & celles qui en font les plus proches, on trouvera une obliquité d'environ 23 deg. 29 min. & on poura fupofer que cette obliquité diminuë maintenant d'environ une minute par fiécle. Or fi l'on veut trouver après cela combien l'équateur de notre terre auroit dû employer de temps, pour paffer de l'état de perpendicularité qu'il avoit autrefois par raport à l'écliptique, felon les Egyptiens, à l'état où il eft à préfent, nous n'avons qu'à faire cette analogie; la différence 3115. des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 23. deg. 28 min. eft à un fiécle, comme la différence 6051225 des log. tang. compl. des quarts de 90 deg. & de 23 deg. 29 min. eft à environ 1942 fiécles ou à 194. mille ans; & tel feroit donc le temps écoulé depuis l'époque dont parle Hérodote. Mais comme cette durée eft beaucoup trop longue, pour s'accorder avec ce que nous fçavons d'ailleurs, on peut foupçonner que l'équateur n'a jamais été perpendiculaire, ni prefque perpendiculaire à l'écliptique : De forte que la Tradition des Egyptiens ne peut être vraye qu'en cela; que dans le commencement des chofes, l'angle que formoient ces deux cercles, étoit beaucoup plus grand.

On peut chercher de la même maniere combien il faut de temps pour que l'obliquité diminuë d'une certaine quantité, pour qu'elle fe réduife, par éxemple, à 20 degrez juftes. Il n'y aura fimplement qu'à faire cette analogie; 3115 eft à un fiécle, comme la différence 701500 des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 20 degr. eft à 225 fiécles & un cinquiéme; de forte qu'il faut environ 22520 ans, pour que l'inclinaifon de l'équateur pat raport à l'écliptique, ne fe trouve plus que de 20 degr. On voit par la lenteur de la diminution qu'il faudroit une fuite étonnante de fiécles, pour faire difparoître toute l'obliquité : mais en faisant un peu plus d'attention à la nature du Problême, on s'aperçoit que l'obliquité ne doit jamais se détruire entierement, & que les directions des couches ne peuvent devenir que sensiblement paralleles.

Si nous passons des tourbillons particuliers au grand tourbillon qui les renferme tous, & qui a le Soleil pour centre, nous pourons faire aussi à peu près les mêmes remarques; & si nous trouvons qu'il y a beaucoup plus de conformité entre ses directions, il nous sera facile de reconnoître que cela vient de la rapidité du mouvement, & de ce que les couches par leurs plus grandes actions, se sont assujeties beaucoup plutôt à se mouvoir à peu près dans le même sens. On remarque encore des effets de cette action dans le progrès des nœuds, & peut-être aussi dans le changement d'inclinaison des Planetes. Enfin toutes les parties s'acheminent sans cesse, mais avec lenteur, vers cet état d'uniformité, ou si l'on veut, de perfection, dans lequel tous les mouvemens s'accompliroient dans le même sens. L'écliptique même, ou la route que trace la terre, ne doit joüir d'aucune exception particuliere; & il est constant que comme elle est plus éloignée du chemin commun, elle doit être aussi plus exposée à l'action des couches d'éther, qui sont au-dessus & au-dessous. Ce n'est en effet que par un reste de Péripatétisme qu'on a pû s'imaginer que l'écliptique devoit être absolument immobile, pendant que les Orbites de toutes les Planetes changent continuellement de place. Par une prévention à peu près semblable, quelques Auteurs ont crû que si l'écliptique changeoit de situation, il devoit le faire sur les deux points des équinoxes; au lieu qu'on fait voir que ce doit être sur des points très-différens; sur des points situés vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*.

Il nous reste à répondre à une objection tirée du mouvement des Cometes, qui paroissent s'éloigner souvent par l'obliquité de leurs cours, de la direction que doit avoir la matiere Celeste ; & nous sommes d'autant plus obligés de satisfaire à cette difficulté, qu'elle a été comme attachée * au sujet du Prix, par M. Cassini, un des plus illustres Membres de l'Académie des Sciences. Mais ce même Académicien a lui-même fourni la meilleure des réponses, en montrant & en prouvant que la grande obliquité, par raport à l'écliptique, qu'on observe dans l'Orbite des Cometes, n'est le plus souvent qu'apparente, & qu'elle vient du mouvement de la Terre, qui doit même quelquefois nous faire paroître les Cometes rétrogrades, de même que les Planetes supérieures. C'est ce que nous avons aussi trouvé en rapellant au calcul un assez grand nombre d'Observations. Il se peut faire outre cela que quelques Cometes, au lieu d'apartenir à notre tourbillon Solaire, apartiennent à quelques tourbillons voisins, & dans ce cas elles doivent suivre le cours de ces tourbillons, qui peut être fort oblique par raport au cours du nôtre. Il n'y a pas lieu de croire que les tourbillons soient éxactement sphériques ; ils peuvent être fort applatis vers les poles : Car nous ne voyons rien qui puisse empêcher de leur apliquer la plus grande partie des Remarques que fait M. de Maupertuis dans son ingénieux Discours sur la figure des Astres. Or si les tourbillons ont la forme d'une espece de meule, par la grande force centrifuge qu'ils ont dans leur équateur ; une Comete qui nous paroît à quelque distance de l'écliptique, peut fort bien n'être pas fort éloignée de nous, & circuler cependant dans un autre tourbillon. Elle peut être, ou une Planete principale, ou un Satellite d'une Planete principale ; & être par conséquent sujete aux mêmes loix dans ce tourbillon que toutes nos Planetes dans le nôtre.

* Dans l'assemblée publique d'après Pâques de 1730.

Remarques sur le troisiéme Entretien.

Mais nous voici enfin parvenus au troisiéme Entretien ;

dont il ne nous reſte plus qu'à faire un court extrait. Cet Entretien eſt deſtiné à l'explication de différentes choſes particulieres & détachées. Il s'agit d'abord de la préceſſion des équinoxes, & on fait voir qu'on ne peut l'attribuer qu'à l'action des couches les unes ſur les autres de notre petit tourbillon; action qui ſe tranſmet à la fin juſqu'à notre globe. On montre à cette occaſion que la Terre en tournant autour du Soleil de même que les autres Planetes, tend par elle-même à conſerver un éxact parallelisme dans la ſituation de ſon axe & de ſon équateur: De ſorte qu'on prétend que ces eſpeces de vis * qu'a imaginé M. Deſcartes, pour donner aux Planetes une ſituation conſtante, ſont abſolument inutiles.

Ce qu'on dit à ce ſujet, peut recevoir un nouveau degré de confirmation par quelques expériences très-ſimples. Si l'on prend une aſſiéte parfaitement ronde, & qui ne ſoit point godronnée, & qu'après l'avoir renverſée, on la ſoûtienne ſur la pointe d'une aiguille, on poura en la portant ainſi, ſe promener dans la chambre, faire pluſieurs tours, aller & revenir; & on verra avec quelque eſpece d'étonnement que l'aſſiete malgré tous les mouvemens. aura conſervé ſa premiere ſituation; ce qu'on reconnoîtra à quelque marque qu'on aura faite. Pour rendre l'expérience encore plus conforme à ce qui ſe paſſe dans le Ciel, on n'a qu'à faire floter dans un vaſe rempli d'eau, un corps parfaitement rond, comme une boule de bois dont on aura poli la ſurface; & il ſera facile de remarquer, lorſqu'on tranſportera le vaſe, que la boule affecte toujours la même ſituation, & qu'elle ne reçoit qu'avec difficulté les mouvemens irréguliers du vaſe, par l'entremiſe de l'eau. Or tout cela fait toucher au doigt cette vérité importante, & cependant méconnuë des Cartéſiens, que notre tranſport continuel autour du Soleil, ne doit point empêcher la Terre de conſerver éxactement le parallelisme de ſon axe. Ainſi c'eſt l'éther qui nous environne, qui peut ſeul produire

* La matiere canelée.

le leger changement de ſituations que nous obſervons: Mais comme l'éther eſt incomparablement plus fluide que l'eau du vaſe dont nous venons de parler, les mouvemens de ſes couches n'influent preſque point les uns ſur les autres ; & c'eſt ce qui fait que la ſituation ne change gueres.

On montre auſſi la dépendance ſécrete qu'il y a entre la préceſſion des équinoxes & le retardement des nœuds de la Lune ; & on explique enſuite les changemens que reçoit l'inclinaiſon de cette petite Planete : Mais nous n'inſiſterons que ſur la remarque qui finit cet Entretien, parce qu'elle nous paroît mériter une attention particuliere. Eugene après avoir parlé des latitudes de la Lune, entreprend de marquer les effets que doivent produire les changemens de latitude ſur la viteſſe de ce Satellite de la Terre. Il préſume qu'outre les augmentations de viteſſe qu'on remarque proche des Syzygies, & que Tycho a obſervé le premier, on doit trouver encore une plus grande augmentation, lorſque la Planete a peu de latitude ; parce qu'elle paſſe alors dans l'endroit de notre tourbillon le plus étroit, & où elle doit recevoir le plus de mouvement de la matiere éthérée qui la tranſporte autour de la Terre. Cette remarque eſt ſi conforme aux principes de la plus ſure Méchanique, que nous ne pouvons pas la regarder comme une penſée purement hazardée : Mais ce qui nous perſuade encore plus qu'elle ne doit point être mépriſée des Aſtronomes, c'eſt qu'en r'éxaminant depuis le même ſujet, nous avons eu le plaiſir de voir qu'il ſe paſſe quelque choſe de ſemblable dans les conjonctions des Planetes principales, qui doivent toujours agir un peu les unes ſur les autres par leur rencontre, & qui ne le font cependant d'une maniere ſenſible, que lorſqu'elles ſe trouvent en conjonctions proche de leurs nœuds mutuels, ou proche de l'interſection réciproque de leurs Orbites.

Saturne

Saturne pouſſe aſſez loin l'irrégularité dans ſes mouvemens, pour qu'on pût ſoupçonner, il y a quelque temps qu'il avoit perdu de ſa viteſſe par la ſuite de ſes révolutions. C'eſt ce qui réſultoit, ce ſemble, des obſervations faites vers le milieu du dernier ſiécle par le Pere Riccioli & par Hévélius, depuis 1642. juſqu'en 1671. Le mouvement de cette Planete a enſuite augmenté juſqu'au commencement de ce ſiécle, après lequel il a diminué derechef. Ce changement a paru ne ſuivre aucune regle, & ne peut point être attribué aux conjonctions en général, puiſqu'il s'en fait dans toutes les révolutions: Mais nous croyons avoir indiqué la vraye cauſe de l'irrégularité dont il s'agit, en diſtinguant entre les conjonctions, celles qui ſe font proche des nœuds mutuels. Toutes les fois que des Planetes, telles que Jupiter & Saturne, qui ſont environnées de tourbillons particuliers fort étendus, paſſent vis-à-vis les uns des autres, elles rétreciſſent le paſſage de la matiere étherée du grand tourbillon qui les tranſporte autour du Soleil, & cette matiere qui ne peut pas manquer de ſe mouvoir avec plus de viteſſe, doit en communiquer aux Planetes, qui ſe trouveront enſuite pendant long-temps un peu plus avancées. Mais il faut remarquer que cet effet ne devient aſſez grand pour être ſenſible, que lorſque les deux Planetes ſe trouvent en conjonctions proche de leur nœud mutuel; parce que c'eſt alors que ſe trouvant l'une éxactement au-deſſus de l'autre, le paſſage de la matiere étherée eſt plus conſidérablement rétreci. Ainſi ſi en comparant les obſervations de 1671. avec celles de 1700. & de 1701, Saturne paroît être allé un peu plus vite; nous en avons la cauſe dans ſa conjonction avec Jupiter, qui s'eſt faite en 1683, fort proche du nœud mutuel de ces deux Planetes, qui ſe trouve au ſeptiéme degré du Signe du Lion. Une autre conjonction ſe fera encore aſſez proche de ce même nœud en 1742; & la viteſſe de Saturne ſe trouvera encore alors un peu augmentée. Au ſurplus, quoique toutes ces choſes nous paroiſſent tout-à-fait évidentes, nous attendrons néanmoins le Jugement de l'ACADEMIE; pour ſçavoir le Jugement que nous en devons porter nous-mêmes.

Le 1. d'Aouſt 1733.

ENTRETIENS
SUR LA CAUSE
DE L'INCLINAISON
DES ORBITES DES PLANETES.

PREMIER ENTRETIEN.

Après avoir fait une digression sur la nature des attractions, on montre qu'elles ne sont pas propres à résoudre la Question proposée par l'Académie, & on fait voir que les explications qu'ont donné quelques Cartésiens, ne sont pas plus suffisantes. On prouve ensuite que les Planetes se meuvent autour du Soleil précisément dans le même sens que le Fluide qui les entraîne.

IL y avoit déja quelques jours que Théodore, Ariste & Eugene étoient chez moi à la campagne où ils se délassoient des embarras de la Ville, lorsque nous aprîmes par une Lettre de Paris que l'Académie Royale des Sciences proposoit pour sujet du Prix qu'elle doit distribuer en 1732 *, d'expli-

* On écrivoit ceci vers le commencement de 1731.

quer pourquoi les Planetes ne se meuvent pas précisément dans le même sens, en faisant leur révolution autour du Soleil. Nous joüissions d'un grand loisir; nous n'avions rien de mieux à faire; & comme je sçavois que mes trois amis s'entretenoient volontiers des choses de Physique, je ne laissai point échaper cette occasion de les jetter sur une matiere qui me fait à moi-même beaucoup de plaisir, quoique je ne la possede que bien peu. Théodore par la lecture des Ouvrages de Képler & de ceux de Newton, ce grand Géometre dont la mémoire vivra toujours, est devenu Partisan zélé des attractions: Il admire sans cesse cette heureuse convenance qui fait qu'il suffit de les suposer, pour pouvoir expliquer sans peine les Phénomenes les plus difficiles. Ariste & Eugenes sont Cartésiens; le premier l'est rigoureusement; mais le second plus libre dans ses sentimens, s'éloigne souvent de ceux de Descartes. Il prétend seulement avec ce Philosophe que rien ne s'éxecute dans l'Univers matériel que par la configuration des corps, & que par leur mouvement. Au reste je pourois ajoûter que ces trois Messieurs sont d'une parfaite probité; & que s'ils cultivent l'homme Sçavant, ils cultivent encore beaucoup plus l'homme Moral.

Je leur demandai, si ce seroit un Sectateur de Descartes ou de Newton, qui résoudroit la question proposée par l'Académie. Un des Cartésiens, je ne me souviens pas lequel, répondit que l'Académie s'étoit déja assez expliquée sur les attractions; & que quoiqu'elle sentît parfaitement toute la beauté de la Philosophie que désormais on peut appeller Angloise, elle ne reconnoissoit cependant dans la Physique que les seules causes Méchaniques. Il n'en fallut pas davantage pour exciter tout le zéle de Théodore, qui trouva extraordinaire que les Cartésiens, après avoir éprouvé une infinité de fois l'insuffisance ou l'infécondité de leurs principes, refusassent encore d'admettre les attractions, & de les regarder comme une loy de la Nature. Vous ne faites pas attention, dit-il, que ce n'eſt pas renoncer au méchaniſme que d'avoir recours à un nouveau principe, lorſqu'il le faut abſolument ; c'eſt reconnoître ſeulement que le Méchaniſme contient plus de différentes loix qu'on ne l'a crû juſqu'ici. Or vos tourbillons ne s'accordent point avec les différentes circonſtances du mouvement des Aſtres : Vous n'avez rien dit de plauſible ſur la peſanteur des Graves ; vous ne réüſſiſſez pas mieux à expliquer certaines proprietés de la lumiere ; vous ne.... Rien ne prouve mieux qu'outre les regles ordinaires de la Méchanique, il y en a quelqu'autre dans la Nature que vous ne connoiſſez pas, & qui fait cependant partie du Méchaniſme.

Les deux Cartéſiens vouloient interrompre notre Partiſan des attractions ; mais il ne leur fut pas poſſible. Je vois bien, continua-t-il, que vous voulez m'objecter que c'eſt revenir aux vertus ou facultés occultes qui ont regné ſi long-temps dans l'Ecole, & qu'on en a enfin proſcrites. Mais remarqués que chaque faculté ou chaque vertu n'étoit imaginée que pour rendre raiſon d'un effet particulier, & qu'outre cela on la regardoit comme une eſpece de ſubſtance qui éxiſtoit indépendamment & à part de la choſe qu'elle affectoit. Mais les attractions telles qu'elles ſont ſupoſées par les Anglois, ou telles qu'elles le doivent être, ne ſont pas faites pour n'expliquer qu'un ſeul Phénomene : leur uſage eſt preſque auſſi étendu que celui des loix du mouvement. Enfin il ſuffit de déclarer que leur force *attirante* ou *mouvante* n'eſt autre choſe que la volonté même de l'Auteur de la Nature, pour prévenir l'erreur où l'on pouroit tomber, de les confondre avec les qualités Péripatéticienes. J'ajoûte encore à l'avantage des attractions, que l'obſcurité que vous croyez y voir, n'eſt qu'apparente, & qu'elle vient de ce que vous voulez les expliquer par les loix du mouvement ; ne faiſant pas attention que cette entreprise n'eſt pas plus légitime, que ſi vous prétendiez déduire les loix du mouvement de celles des attractions. Les loix de la Nature ſont paralleles : Ce ſont des ſources qui mêlent ſouvent leurs eaux ; mais qui ſont elles-mêmes ſéparées, & au-delà deſquelles on ne doit point aller en Phyſique ; de même qu'en Géometrie, on ne remonte point au-delà des axiomes, & qu'on ne les explique point les uns par les autres.

Au ſurplus, continua Théodore, les loix du mouvement ne ſont-elles pas elles-mêmes auſſi ſujettes à quelque difficulté, lorſqu'on les conſidére d'une certaine façon ? N'eſt-il pas ſurprenant, par éxemple, qu'un corps pouſſé en même temps ſelon deux différentes directions, embraſſe toujours ſur le champ, & avant qu'on s'en ſoit aperçû, la diagonale d'un certain parallelograme, ſans tenter jamais aucune autre voye, ni en changer pour venir enfin à cette diagonale ? Si je vous faiſois bien ſentir toute cette difficulté, & ſi nous l'éxaminions enſuite attentivement, vous verriez qu'elle tire ſon origine, de même que pluſieurs autres, de ce qu'il y a de Métaphyſique dans l'établiſſement des loix-mêmes du mouvement ; ou pour m'expliquer en d'autres termes, qu'elle vient de ce qu'on veut mal-à-propos donner une explication Phyſique d'une choſe qui n'a point de cauſe corporelle, & qui ne s'éxecute que par l'efficacité que l'Etre ſuprême eſt Maître d'attacher aux loix qu'il établit. Il ſe trouve une pareille obſcurité dans les attractions ; mais on peut auſſi y faire la même réponſe : Car ſi les corps s'attirent mutuellement, & s'ils s'attirent ſelon certaines regles, c'eſt parce que toute la Nature eſt obéïſſante aux loix que ſon Auteur lui impoſe ; & c'eſt auſſi par la même raiſon que les corps ſe communiquent du mouvement, lorſqu'ils ſe choquent.

Théodore avança pluſieurs autres choſes, dont je ne puis pas aſſez me ſouvenir ; mais il nous dit enfin qu'il ſe taiſoit, & qu'il alloit nous écouter avec toute l'attention dont il étoit capable. Nous devons vous être trop obligés de cette grace, repartit Eugene, pour que nous ne nous hâtions pas d'en profiter. Vous ſupoſés toujours que les principes ordinaires de la Méchanique n'ont pas aſſez de fécondité pour pouvoir produire en ſe combinant de toutes les manieres, cette charmante variété que nous admirons dans l'Univers. Mais c'eſt ce que perſonne n'a encore prouvé, quoiqu'il fallût commencer par-là, pour ſe mettre en droit d'établir un nouveau principe. Ce ſeroit-là vous offrir une trop vaſte carriere : mais faites-nous voir ici ſeulement, puiſque l'occaſion s'en préſente, qu'il n'eſt pas poſſible avec les loix vulgaires du Méchaniſme, d'expliquer la différente Inclinaiſon des Planetes. Cela bien démontré, nous commencerons à reconnoître que les regles ordinaires du mouvement ne ſuffiſent pas, & qu'ainſi elles ne ſont pas les ſeules de la Nature : Nous trouvant enſuite forcés d'en admettre quelques autres, il ne nous coûtera rien pour vous faire plaiſir, de donner la préférence aux attractions.

Vous faites en vérité parfaitement bien vos conditions, répondit Théodore. Je ne doute pas qu'on ne puiſſe donner une explication complete de pluſieurs Phénomenes, en ne ſupoſant que les loix ordinaires du mouvement ; de même qu'en n'employant que quelqu'une de ces dernieres loix, on vient à bout de rendre raiſon de certains effets. Mais il ſuffit que nous trouvions un ſeul Phénomene, un ſeul cas, qu'on ne puiſſe pas abſolument expliquer avec un pareil ſecours, pour que nous ſoyons en droit de conclure, que la Nature nous a fait un ſecret de quelques autres de ces regles, dont elle ſçait ſe ſervir dans l'occaſion. D'ailleurs les Cartéſiens mitigés comme vous, Eugene, rendent aiſément raiſon de chaque choſe priſe ſéparément ; & cela parce-qu'ils ſe permettent tant de différentes ſupoſitions, qu'à la fin les principes Cartéſiens deviennent aſſez féconds, pour produire ſeuls l'effet qu'on veut expliquer. S'agit-il, par éxemple, de tourbillons; l'un de vous ſupoſera la matiere étherée plus denſe vers le centre, pendant qu'un autre qui voudra donner la cauſe de quelqu'autre Phénomene, rendra cette matiere plus denſe vers la circonférence; & un troiſiéme ſera encore bien reçû à ſupoſer par tout une denſité uniforme. Je ne puis pas m'empêcher après cela de vous comparer tous à une troupe d'Horlogers qui entreprendroient de faire une Pendule, mais qui y travailleroient ſéparément, ſans s'aſſujettir à la même meſure, ni aux différens raports que doivent avoir toutes les parties. Vous agiſſez à peu près de la même maniere: L'un explique la cauſe de la peſanteur, l'autre la cauſe de la dureté des corps; & je vous vois en train de parler de l'Inclinaiſon des Planetes: mais tout cela, ce ſont différentes parties de la Pendule qu'on ne poura jamais raſſembler; parce qu'elles ne ſont pas faites les unes pour les autres. De ſorte qu'après avoir donné des explications ſur tout, vous verrez avec étonnement qu'il n'y aura rien d'expliqué, & que vous ſerez enfin obligés de vous faire Newtoniens.

Mais pour répondre à l'invitation que vous venez de me faire, de montrer que les regles vulgaires du Méchaniſme ne ſuffiſent pas; je vais non ſeulement refuter toutes les différentes explications qu'on a données juſques à préſent de la cauſe de la peſanteur, mais vous faire voir auſſi par un dénombrement éxact de tous les autres moyens qui ſont conformes aux idées de Deſcartes, que ce Phénomene n'eſt point explicable, tant qu'on n'admet que les ſeuls principes de cet Auteur Si vous l'aimez mieux, je prendrai quelqu'autre point de Phyſique: Car il y en a pluſieurs qui ſont également propres à mon deſſein. Voulez-vous que nous éxaminions l'excentricité des . . . . , ? Oh non, dirent nos deux Cartéſiens: Pour une pareille entrepriſe, il nous faudroit un plus grand loiſir; la diſcution ſeroit longue, & vous

ſçavez

ſçavez que nous devons ce ſoir nous en retourner. Mais comment voulez-vous donc, réprit Théodore, que je réponde à la Queſtion propoſée par l'Académie? Je me ſers des attractions ſans les établir, ma Piéce ne ſera point admiſe; & malheureuſement je ne puis réüſſir à montrer que ces ſortes de forces ont lieu dans la Nature, qu'en faiſant différentes incurſions ſur toutes les parties de la Phyſique, afin de faire voir que les principes ordinaires n'ont pas toute la fécondité néceſſaire. Ma foy, reprit Ariſte en riant, vous ferez tout auſſi-bien de renoncer de bonne grace aux honneurs du Triomphe, ou bien rendez-vous Cartéſien pour quelque temps: Car il y a lieu de croire, & il paroît que vous en convenez, que l'Inclinaiſon des Planetes eſt un de ces Phénomenes dans leſquels l'attraction n'a que peu de part. Il eſt cependant vrai que la ſuppoſition de ce principe vous fournit différentes choſes fort ingénieuſes ſur le mouvement des nœuds, & ſur le changement d'Inclinaiſon de la Lune & des autres Satellites. Mais vous ne réüſſiſſez pas également, lorſque vous traitez de l'inclinaiſon des Planetes principales. Quoiqu'il n'y ait rien de régulier ni dans ces Inclinaiſons, ni dans la ſituation de ces nœuds, vous prétendez que toutes ces choſes ſont encore préciſément dans le même état, que lorſqu'elles ſortirent des mains du Créateur. Vous ne faites pas attention que l'extrême irrégularité qu'on y remarque, montre avec la derniere évidence que les cauſes ſecondes y ont eu part.

Je crois, interrompit Eugene, qu'on peut dire quelque choſe de plus, contre l'uſage que Théodore auroit peut-être envie de faire des attractions dans la Queſtion dont il s'agit: Je crois que ſi les attractions avoient lieu, elles détruiroient bien-tôt toute l'Inclinaiſon qu'on veut expliquer. M. Newton nous aſſure que l'action des Planetes les unes ſur les autres, que cette force avec laquelle elles s'attirent mutuellement, ne fait naître dans la ſituation de leurs Orbites que quelques inégalitez qu'on peut négliger *, *inæqualitates aliquæ, ſed quæ ob parvitatem hic contemni poſſunt.* Pour moi je vous avoüe que comme ce grand Mathématicien n'admet aucun fluide, ni aucun autre obſtacle qui puiſſe s'oppoſer le moins du monde à l'effet des attractions, il me paroît qu'elles devroient avoir bientôt fait diſparoître l'obliquité des Orbites, & obligé tout le Syſtême Planétaire à ſe mouvoir éxactement dans le même ſens. Il n'importe que cette force n'agiſſe que très-peu ; auſſi-tôt qu'elle agit, & qu'elle produit quelques inégalitez, *inæqualitates aliquæ :* Dès-lors toutes les Planetes doivent avoir à ſuivre le même chemin, une eſpece d'inclination que rien n'eſt capable d'arrêter ; puiſqu'elles ſe meuvent comme dans le vuide, & que leur tendance vers le Soleil n'eſt du tout point contraire au mouvement lateral, par lequel l'obliquité de leurs Orbites diminuëroit. Je ne conviens point de tout cela, repartit Théodore ; j'aurois même beaucoup de choſes à vous répondre ; mais je vois bien que vous ne voulez pas que je prétende au Prix. Je ne ſçai cependant ſi l'opinion de Deſcattes miſe dans un plus grand jour, ſera beaucoup plus propre à ſatisfaire l'Académie des Sciences ?

* Vid. Proper. XIV. libr. III. ſecun. Edit.

M. Deſcartes, reprit Ariſte, s'eſt contenté d'indiquer les principes qui peuvent ſervir à réſoudre cette queſtion, ſans l'avoir éxaminé d'une maniere particuliere ; mais les Sectateurs de ce grand homme, comme M. Gadrois * & quelques autres, en ont donné une explication qui me paroît tout-à-fait évidente. Vous convenez avec nous de Syſtême ſur le mouvement des Planetes, entre leſquelles nous mettons la Terre : Vous êtes trop habile Aſtronome pour n'en pas convenir. Vous ſçavez que toutes les Planetes ſuſpenduës à différentes diſtances du Soleil, circulent autour de cet Aſtre en mettant plus ou moins de temps à achever leur révolution, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins éloignées.

* Pag. 185 & ſuiv. du Syſt. du Monde.

Je me dispense aussi de prouver l'éxistence des tourbillons en général, & celle en particulier du tourbillon Solaire. On voit aussi-tôt qu'on renonce à toutes especes de vertus ocultes; que si la Terre & les autres Planetes ne se meuvent pas en ligne droite; que si elles font leur révolution autour du Soleil, ce n'est que parce qu'elles sont retenuës par un fluide qui les oblige par la rapidité de son cours, à circuler avec lui. Chacune en effet iroit bien-tôt se perdre vers les extrêmitez du Monde, si elle n'étoit transportée que par sa propre vélocité. Et si elle n'étoit pas détournée sans cesse par l'éther qui forme ce vaste tourbillon, qui s'étend jusques vers les étoiles fixes, & dont le Soleil est le centre. Il est clair outre cela que les parties de ce fluide, après avoir suivi différentes directions, & après s'être choquées mutuellement différentes fois, ont dû à la fin circuler toutes précisément dans le même sens. Ainsi il ne reste plus qu'à vous montrer pourquoi les Planetes ne suivent pas éxactement le cours de la matiere céleste ou étherée qui les transporte.

C'est parce qu'elles se trouvent souvent en conjonctions les unes avec les autres par raport au Soleil, & qu'alors elles rétrecissent le passage de la matiere éthérée; matiere qui ne peut pas être pressée, sans repousser les Planetes chacune de leur côté, ni sans les détourner de la direction qu'elles suivoient.

Il me paroît, interrompit Eugene, que l'Inclinaison des Planetes demande absolument une autre cause: Car celle-cy rendroit l'Inclinaison sujette à une vicissitude continuelle. Vous en conviendrez aussi-tôt que vous ferez attention, que la conjonction de deux Planetes doit produire des effets tout contraires, selon qu'elle se fait en deçà ou en delà de leurs nœuds mutuels. Il est vrai que si deux Planetes se trouvent vis-à-vis l'une de l'autre, après avoir déja passé par un de leurs nœuds réciproques, ou par l'intersection mutuelle de leurs orbites, la matiere étherée qui se trouvera resserrée entre elles, &

qui accelerera un peu ſa viteſſe, les pouſſera, comme vous le dites, de part & d'autre en dehors, & tendra à augmenter leur Inclinaiſon, ou à ouvrir l'angle formé par leurs Orbites qui étoient divergentes. C'eſt ce qu'on peut voir aiſément ſur la figure que je trace *fig.* 2. . . . . E & F ſont les deux Planetes; AB l'Orbite de la premiere; AC celle de la ſeconde, & A le nœud mutuel que ces Planetes ont déja paſſé. Je n'ai que faire d'obſerver que ſi une de ces deux lignes repréſente une des deux Orbites, l'autre ligne ne repréſentera pas l'autre; mais ſimplement ſa projection, puiſque l'une des deux Orbites eſt au-deſſus de l'autre. Quoiqu'il en ſoit, la matiere étherée qui paſſe entre les deux Planetes, & qui conformément à la regle de Képler, ſe meut moins vite que l'inférieure, mais plus promptement que la ſupérieure, doit accelerer ſa viteſſe dans le paſſage plus étroit, & doit en pouſſant en dehors les deux Planetes, leur faire ſuivre des lignes Eb & Fc qui ont une plus grande Inclinaiſon, que n'en avoient les premieres AB & AC. Mais remarqués que ce ſera tout le contraire, ſi les Planetes ſe trouvent en conjonction dans le voiſinage d'un de leurs nœuds mutuels A, avant que d'y être parvenuës. Car la matiere étherée qui ſe trouvera preſſée, & qui les pouſſera encore de part & d'autre en dehors, travaillera alors à diminuer la convergence de leurs directions, ou à éloigner le point *a fig.* 3. d'interſection de ces deux lignes; ce qui ne peut avoir lieu, ſans que leur Inclinaiſon réciproque ne diminuë. Or comme les conjonctions ſe font ſucceſſivement dans différens points du Zodiaque, il eſt conſtant que s'il y en a un certain nombre qui occaſionnent l'augmentation de l'inclinaiſon des Orbites, parce qu'elles ſe font après la rencontre des nœuds réciproques; il y en a préciſément le même nombre qui occaſionnent la diminution, parce qu'elles ſe font avant la rencontre des nœuds : Ainſi on ne peut expliquer de cette ſorte que les legeres variations que ſouffrent vraisemblablement les Inclinaisons de toutes les Planetes; mais on ne peut pas rendre raison de l'Inclinaison même.

Vous ne remarqués pas, répondit Ariste, que l'obliquité dont il s'agit, a pû fort bien n'être produite, qu'après plusieurs révolutions. J'y pense, reprit aussitôt Eugene; car si nous prenons pour éxemple les conjonctions de Saturne & de Jupiter, il me seroit facile de vous montrer que, quoique ces deux Planetes se rencontrent tous les vingt-ans, elles ne se rencontrent cependant proche de leurs nœuds mutuels, qu'environ de 60. en 60. ans, après que la premiere a fait un peu plus de deux circulations, & la seconde un peu plus de cinq. Mais enfin poussés le nombre des révolutions si loin que vous le voudrez, s'il se trouve des conjonctions qui sont propres à faire augmenter l'Inclinaison, il s'en trouvera le même nombre qui seront propres à la faire diminuer; puisqu'elles se succedent toutes d'une façon reglée, & qu'il s'en fait autant avant l'intersection des Orbites, qu'il s'en fait après. Saturne & Jupiter dans ces derniers temps se sont trouvés en conjonction dans des points fort proches de leur nœud mutuel qui est dans le signe du Lion; ils s'y sont trouvés en 1563, en 1623, en 1683, & ils s'y trouveront encore en 1742 : Et dans trois ou quatre siécles, sçavoir en 1961, en 2020 & 2140, ils se joüeront autour de l'autre nœud qui est dans le Signe du Verseau. Mais je le repete encore une fois, si entre ces conjonctions les unes étoient capables de produire l'obliquité de 1 degr. 16 min. que l'Orbite de Saturne a par raport à celle de Jupiter, les autres seroient également capables de reduire à leur tour cette obliquité à rien. Cette alternative seroit déja arrivée un très-grand nombre de fois; elle seroit arrivée en dernier lieu en 1683, & elle n'eût sans doute pas échapée aux regards attentifs des Astronomes, qui observent continuellement le Ciel.

Au ſurplus, continua Eugene, ſi les conjonctions ne cauſent pas, comme vous le prétendiez, Ariſte, cette obliquité conſidérable que nous remarquons dans le mouvement des Planetes, il ſeroit très-curieux & très-important d'éxaminer ſi elles ne la rendent pas au moins un peu variable. Je me conſolerois, répondit Ariſte, ſi j'avois donné occaſion à cette découverte. Peut-être que la variation dont il s'agit, n'eſt pas aſſez grande pour être aperçûë, & qu'elle ſe refuſera toujours aux recherches des Obſervateurs les plus éxacts. Mais combien n'y a-t-il pas auſſi de petites irrégularitez dans le Ciel, qu'on rejette ſur le défaut des inſtrumens, & qu'on ne remarque point, parce qu'on ne s'y attend pas; au lieu qu'elles ſe manifeſteroient ſans peine, ſi nous ſçavions en faire l'objet de notre curioſité & de notre attention. Je ſuis même le plus trompé du monde ſi ceci ne pouroit pas ſervir au jugement du grand procès qui eſt entre Théodore & nous, ou plutôt entre Newton & Deſcartes. Nous venons de voir que lorſque les Planetes ſe rencontrent après avoir paſſé le point où leurs Orbites ſe coupent, leur obliquité réciproque doit augmenter; au lieu qu'elle doit recevoir quelque diminution, lorſque les Planetes ſe rencontrent avant que d'être parvenuës à ce point: Mais il me ſemble qu'il arriveroit tout autrement, ſi les attractions étoient une loy de la Nature, & que tous les corps y fuſſent ſujets. En effet lorſque deux Planetes ſe rencontrent, après avoir paſſé leur nœud, & qu'elles vont en s'éloignant l'une de l'autre, leur attraction mutuelle rendroit leurs directions moins divergentes; puiſqu'elle tendroit à les raprocher réciproquement: Et au contraire, lorſque les Planetes ne ſeroient point encore arrivées à l'interſection de leurs Orbites, la force avec laquelle elles s'attireroient mutuellement, rendroient leurs directions encore plus convergentes, & feroit par conſéquent augmentet leur Inclinaiſon. Vous voyez donc qu'auſſitôt ~~que~~ les Aſtronomes réuſſiroient à apercevoir le changement de directions que reçoivent les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres proche de leur nœud; il sera facile de reconnoître par la nature de ce changement, s'il est causé par un fluide qui accelere sa vitesse, & qui pousse de part & d'autre en dehors lorsqu'il est resserré; ou s'il est causé au contraire par les attractions Newtonienes, qui font que tous les corps pesent les uns vers les autres, & tendent à s'aprocher.

Théodore qui écoutoit la conversation fort attentivement, parut approuver la remarque d'Ariste. Apparemment, dit-il, qu'on n'a point fait attention que les variations dont il s'agit, doivent se faire en différens sens dans l'un & dans l'autre Systême : Car on ne s'est point encore avisé de remarquer quelle conséquence on peut tirer de celles qu'on observe dans les Satellites de Jupiter, lorsque cette Planete se trouve en conjonction avec Saturne. Mais pour revenir à la premiere cause de l'Inclinaison, je ne sçai, continua-t-il, comment Eugene à son tour viendra à bout de l'expliquer : Car quand même les Planetes seroient quelquefois détournées de la direction du tourbillon, elles seroient bientôt obligées d'y revenir par la rapidité extrême du cours de l'éther. M. Newton a démontré que les fluides qui ne laissent aucun intervale entre les petites molécules dont ils sont formés, font par leur choc une impression beaucoup plus grande qu'on ne le pense ordinairement. Or lorsqu'une Planete avance selon une direction qui differe de 4 ou de 5 degrez de celle du fluide qui la transporte, elle est exposée à une impulsion laterale capable d'un très-grand effet. Quelle puissance Eugene veut-il employer pour soûtenir la Planete contre une pareille impulsion, & l'empêcher de ceder entierement au courant qui l'entraîne ?

Ne soyez point si fort en peine de ce que je pense, repliqua Eugene : Je suis de votre sentiment en ceci; & je vous dirai même qu'ayant eu il y a quelque temps occasion de discuter toutes ces matieres, j'ai fait le calcul de l'impulſion laterale dont vous parlés, & que je l'ai trouvé trop grande, pour qu'elle ne doive pas obliger les Planetes à ſuivre éxactement le cours du tourbillon. Il ſuffiſoit de faire ce calcul pour une ſeule Planete, & je l'ai fait pour Venus. Il tira en même temps un papier, ſur lequel il y avoit différentes ſuputations, avec une figure ſemblable à celle que je mets ici. *fig.* 4. Supoſons, pourſuivit-il, que A B repréſente & la direction que ſuit la matiere étherée, & l'eſpace qu'elle parcourt dans un certain temps; & que A C à peu près égal à A B, ſoit le chemin fait par Vénus dans le même temps ſur la direction A C, qui differe de celle du fluide de la quantité de l'Inclinaiſon; c'eſt-à-dire, de 3 degrez 23 ou 24 minutes. Il eſt évident que la ſouſtendente B C de l'angle de l'Inclinaiſon repréſentera la viteſſe reſpective de la Planete par raport au fluide; puiſque le fluide & la Planete s'éloignent l'un de l'autre de la quantité de cette ſouſtendente, pendant qu'ils parcourent les eſpaces A B & A C. On trouve en réſolvant le triangle B A C, que B C eſt environ la dix-ſeptiéme partie de A B; de ſorte que la Planete rencontre le fluide de côté avec la dix-ſeptiéme partie de ſa viteſſe abſoluë; ce qui produit préciſément le même effet que ſi la Planete étoit en repos, & que la matiere étherée vint la rencontrer en ſens contraire, & la pouſſer de C vers B, avec une pareille viteſſe.

Peut-être m'objectera-t-on que la matiere étherée ne fait pas un auſſi grand effort par ſon choc que le prétend M. Newton; & que l'impulſion qui réſulte de la dix-ſeptiéme partie de ſa viteſſe totale n'eſt pas fort conſidérable. Mais la réponſe à cette difficulté eſt toute prête: Car je puis montrer qu'une viteſſe qui n'eſt qu'environ la huitiéme partie de celle-ci, ou que la cent-quarantiéme partie de la viteſſe totale produit un effet ſenſible. On ſçait que toutes les Planetes, comme Mercure, Vénus, &c. ne font pas leurs révolutions autour du du Soleil d'un mouvement uniforme; elles en augmentent depuis leur Aphélie jusqu'à leur Périhélie : mais d'où peut venir cette augmentation, si ce n'est de la plus grande rapidité qu'ont les différentes couches d'éther, dans lesquelles les Planetes passent continuellement ? On n'a cependant qu'à éxaminer dans Vénus combien la vitesse de la matiere éthérée est plus grande vers le Périhelie que vers l'Aphelie, & on trouvera par la regle de Képler, que la différence n'est pas de la cent-quarantiéme partie ; de sorte que ce n'est tout au plus qu'avec cet excès de vitesse, que l'éther peut agir sur Vénus, pour lui imprimer un plus grand mouvement. Or je demande, si lorsque l'éther choque la Planete de côté à cause de sa déviation, & qu'elle employe pour la faire revenir sur AB une vitesse huit fois plus grande, laquelle rend l'impulsion 64 fois plus forte; (car on sçait que les impulsions sont comme les quarrez des vitesses,) je demande si la Planete peut persister à suivre sa direction oblique, & si en partant d'un de ses nœuds avec une Inclinaison de 3 ou 4 degrez, par raport au cours du tourbillon, elle peut revenir à l'autre nœud avec cette même obliquité. Je crois donc que les Planetes suivent éxactement le cours du fluide qui les entraîne, sans qu'il y ait d'autre différence que ces variations dont nous avons vraisemblablement trouvé la cause dans les conjonctions. Eugene vouloit encore dire quelque chose ; mais il survint de la compagnie qui dîna avec nous, & qui nous interrompit.

Fin du premier Entretien.

SECOND ENTRETIEN.

On montre dans cet Entretien, que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut venir que de ce que les couches d'éther qui les entraînent, & dont le tourbillon Solaire eſt formé, ne ſe meuvent pas préciſément dans le même ſens; & l'on fait voir que les changemens les plus conſidérables qu'on apperçoit, ſoit dans les Inclinaiſons, ſoit dans la ſituation des nœuds, ſont cauſés par l'action des couches les unes ſur les autres, qui tendent mutuellement par leur friction, à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens.

LA frugalité de notre repas le rendit plus court; & auſſitôt que nous nous trouvâmes ſeuls, Théodore prenant la parole nous dit: Qu'il voyoit bien qu'Eugene faiſoit dépendre l'Inclinaiſon des Planetes de la différente obliquité du cours des couches Sphériques, dont le tourbillon eſt formé. Vous l'avez dit, repartit Eugene; & quoiqu'Ariſte attaché qu'il eſt aux ſeuls ſentimens de M. Deſcartes, ſe ſoit d'abord déclaré contre cette Theſe, il ne peut pas maintenant ſe diſpenſer de l'adopter. Je tremble, je vous l'avouë, pour nos tourbillons, répondit Ariſte, & je crains que toute la diſpoſition ne s'en trouve alterée. Vous éxagerez votre crainte, repliqua Eugene, & cependant il n'eſt plus temps de le faire: Car vous êtes convenu que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut pas être produite par leurs conjonctions, & que quand même les Planetes ſeroient quelquefois détournées de la direction de l'éther par quelque cauſe paſſagere, elles feroient bien-tôt forcées d'y revenir par le choc continuel de ce fluide. Vous ne pouvez pas douter après cela que l'Inclinaifon dont nous cherchons la caufe, ne vienne du tourbillon-même, & que fes différentes couches ne circulent felon différens fens.

Si vous éxaminez, par éxemple, le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, vous ferez forcé de reconnoître que la direction de l'éther qui eft proche de nous, eft indiquée par le mouvement même de la Terre qui tourne fur fon centre en 24 heures, & qu'ainfi il fe meut ici-bas dans le fens de l'Equateur : Mais puifqu'il n'eft pas moins certain que l'Orbite de la Lune nous montre à peu près la direction qu'a la matiere étherée à quatre-vingt-dix mille lieuës ou à cent mille lieuës d'ici, il eft comme démontré qu'il s'en faut beaucoup que toutes les couches du fluide qui circule autour de nous, fuivent éxactement le même chemin ; & on voit affez que ce doit être à peu près la même chofe dans le grand tourbillon qui environne le Soleil, & qui emporte la Terre & toutes les autres Planetes autour de cet Aftre.

Au furplus, continua-t-il, on reconnoît aifément que les chofes doivent être ainfi, auffitôt qu'on éxamine la génération des tourbillons. Si dans le débroüillement du Cahos, toutes les parties de matiere qui forment chaque couche Sphérique, ont dû s'accorder à fe mouvoir précifément dans le même fens, les différentes couches n'ont pas pû s'affujettir de la même maniere à fuivre éxactement la même direction. Les parties de la même couche font expofées à fe heurter fans ceffe, tant qu'elles ne décrivent pas des cercles parfaitement paralleles ; de forte que c'eft par le choc qu'elles s'obligent à ne fuivre qu'un feul chemin, qu'une direction moyenne ou compofée, qui réfulte de la compofition des mouvemens particuliers qu'elles avoient toutes. Mais comment voulez-vous enfuite que les couches fe follicitent à embraffer toutes la même direction? Elles ne le peuvent faire que par leur frotement ou leur friction mutuelle: mais ce frotement ne peut être que très-foible dans une matiere aussi fluide que l'éther. Je ne dis pas que dans la premiere institution des tourbillons, lorsque les couches circuloient d'abord dans des sens très-différens; le frotement ne fût capable d'effet plus considérable, & qu'il ne fit diminuer par des dégrez très-sensibles l'obliquité des directions. Mais à présent ce ne doit plus être la même chose: Car la friction mutuelle de deux couches doit être moindre à mesure que leurs mouvemens deviennent plus conformes. Outre cela il s'est pû faire dans les parties-mêmes de l'éther quelque changement, qui contribuë encore à la diminuer; c'est ce qui est peut-être cause qu'il est si difficile de découvrir des vestiges de cette friction, maintenant que la machine de l'Univers est comme parvenuë depuis plusieurs siécles à un certain état de permanence. Ainsi vous voyez que les Planetes n'ont différentes Inclinaisons, que parce que les couches du grand tourbillon ne circulent pas éxactement dans le même sens; vous voyez encore que cette diversité de directions dans l'éther, vient originairement du desordre ou du dérangement où étoit d'abord la matiere; & de ce que l'action des couches les unes sur les autres, n'a pas été assez forte, pour mettre une parfaite conformité dans leurs mouvemens.

J'entre à la fin dans vos raisons, reprit Ariste; il me paroît tout comme à vous, que si les couches de la matiere étherée étoient séparées par des surfaces infiniment polies, elles ne pouroient jamais influer sur le mouvement les unes des autres; puisqu'en suivant chacune leur direction, elles glisseroient l'une sur l'autre, sans se faire la moindre résistance. Mais aussitôt que leurs surfaces ne seront pas parfaitement polies, & qu'elles seront sujettes au moindre petit engrainement, la friction mutuelle des parties d'éther qui les composent, les assujettira peu à peu à suivre le même chemin. C'est de cette ſorte que la matiere de tous les tourbillons a pû s'accorder à circuler à peu près dans le même ſens; & ce doit être encore là le grand principe de tous les changemens qui arrivent dans leurs circulations; puiſque les couches dont ils ſont formés, ne peuvent agir les unes ſur les autres que par cette ſeule voye.

Ce principe, pourſuivit-il, dans le moment-même que je vous parle, me dévoile, ou je ſuis le plus trompé du monde, la cauſe de je ne ſçai combien de miſteres d'Aſtronomie & de Phyſique. Je puis, par éxemple, par ſon moyen, ſans même porter ma vûë au dehors du petit tourbillon particulier qui nous environne, expliquer comment s'eſt pû faire le changement d'obliquité que pluſieurs Aſtronomes prétendent qu'a ſouffert l'écliptique par raport à l'équateur. J'avois toujours trouvé quelque obſcurité dans un endroit des Principes de M. Deſcartes, où ce grand Philoſophe en parlant de l'axe de la Terre, dit en des termes * que j'ai encore préſens à l'eſprit : *Interim tamen, quia duæ converſiones Terræ, annua ſcilicet & diurna, commodiùs peragerentur, ſi fierent circa axes parallelos, cauſſæ hoc impedientes paulatim utrimque immutantur: undè fit, ut ſucceſſu temporis declinatio Eclipticæ ab Æquatore minuatur.* Je reconnois maintenant que l'écliptique ne peut gueres changer de ſituation: car il faudroit une cauſe bien puiſſante pour détourner la Terre de la route qu'elle ſuit en circulant autour du Soleil; & d'ailleurs les changemens qu'on croit avoir aperçûs dans la latitude de quelques étoiles fixes, ne s'accordent pas aſſez entre eux, pour juſtifier ce détour. Mais il me paroît que l'équateur doit être beaucoup plus variable, puiſqu'il réſulte du mouvement journalier de la Terre ſur ſon propre centre, & qu'il s'en faut beaucoup que ce mouvement ne ſe faſſe dans le même ſens que tournent autour de nous toutes les différentes couches d'éther qui nous environnent. Il y a bien de l'aparence que vers les limites de notre tourbillon particulier, les couches d'é-

* CLVI. Part. tert. Princ. Philoſ.

ther ſe meuvent dans le même plan que celles du tourbillon Solaire. Mais ſi l'on conſidére un point de notre tourbillon, moins éloigné, ſi l'on deſcend juſques à la Lune, on trouvera, comme vous venez de nous le faire remarquer, que la matiere étherée ne ſe meut plus dans le même ſens, & que l'obliquité eſt de plus de cinq degrez; & ſi l'on deſcend encore plus bas, ſi l'on vient juſqu'à la Terre, on verra que la différence des directions eſt encore plus grande, & qu'elle va à près de 23 degrez & demi. Or ſupoſant que la friction mutuelle des parties d'éther ſoit capable de quelque effet, il eſt certain qu'elle ne peut pas travailler à aſſujettir peu à peu toute la matiere de notre tourbillon particulier à ſe mouvoir préciſément dans le même ſens, ſans tendre à faire changer auſſi de ſituation à l'équateur de la Terre, & à la rendre moins oblique par raport à l'écliptique. Ce ne ſera, je le ſçai bien, qu'après une longue ſuite de ſiécles que ces deux cercles ſe confondront : mais pour peu qu'on reconnoiſſe la cauſe qui fait diminuer l'obliquité, on ne craindra pas avec quelques Philoſophes, que ce premier changement puiſſe être ſuivi d'un autre, qui ſe faſſe en ſens contraire. C'eſt pourquoi lorſque la choſe ſera une fois arrivée, les hommes joüiront d'un perpetuel équinoxe.

Je m'applaudis fort, interrompit Eugene, de vous voir ainſi commenter M. Deſcartes, & je reconnois avec plaiſir par le *commodiùs converſiones peragerentur*, que ce Philoſophe a fait attention au principe que nous employons. Au reſte je ſuis très-convaincu que ſi l'Inclinaiſon de l'équateur par raport à l'écliptique, a ſouffert effectivement quelque diminution, il n'eſt pas poſſible d'en aſſigner une autre cauſe. La Terre tournant tous les jours ſur ſon propre centre, doit tendre à le faire continuellement dans le même ſens, par ce principe de Phyſique ou plutôt de Métaphyſique, que chaque choſe perſiſte dans ſa maniere d'être. C'eſt pourquoi ſi la Terre ne fait plus ses circulations journalieres selon la même direction qu'elle les faisoit autrefois, il faut absolument que ce soit le fluide qui nous environne qui produise le changement, & il ne le peut faire que par voye de friction. Mais si vous le voulez, nous prendrons les choses de plus loin; nous éxaminerons d'une façon particuliere les effets du frotement; & afin de ne pas mêler si souvent la Terre avec le Ciel, nous appliquerons d'abord nos remarques au grand tourbillon dont le Soleil est le centre.

Je supose que ACBED *fig.* 5. représente une sphere qui circule de C vers E & vers D sur les deux poles A & B; de sorte que le grand cercle CED qui est autant éloigné d'un pole que de l'autre, marque la direction précise du mouvement. Cette Sphere est renfermée dans une autre qui est creuse, qui la touche dans tous les points de sa surface, & qui tournant sur le pole L, a le cercle CMD pour équateur & pour direction de son mouvement. Cette seconde Sphere doit être ici considérée comme transparente, & comme je ne puis pas la représenter, c'est à votre imagination à y suppléer. Je prends maintenant au hazard un point G sur la surface convexe de la premiere Sphere; & je considére que pendant qu'il parcourt dans un temps infiniment petit, le petit espace GH qui est une portion du parallele FGK par tout également éloigné du pole A, le point G de la Sphere extérieure parcourt autour du pole L le petit espace GO. D'où il suit que ces deux points qui se touchoient, se meuvent l'un par raport à l'autre de la quantité OH, puisque c'est de cette quantité dont ils s'éloignent, pendant qu'ils parcourent les petits espaces GH & GO. C'est-à-dire donc que pendant que le point G de la Sphere intérieure fait le petit chemin GH, il doit recevoir le même frotement que s'il demeuroit en repos en H, & que si le point correspondant de l'autre Sphere avançoit de H vers O. Mais que doit-il arriver de ce frotement? Il est clair que le point G de la Sphere intérieure sera sollicité à avancer de la quantité HO, & que si la friction n'est pas assez puissante pour lui faire parcourir tout ce petit espace, elle tendra au moins à lui en faire parcourir une partie HQ. Ainsi vous voyez que pendant que le point G de la surface convexe de la premiere Sphere tend par sa propre vélocité à parcourir GH, le frotement qu'il souffre de la part du point G de la surface concave de l'autre Sphere, tend à lui faire prendre le petit détour HQ : Et si l'on compose ou si l'on réünit ces deux mouvemens, il se trouvera que tout bien compté, le point G qui tendoit d'abord à parcourir GH, tend maintenant à parcourir GQ.

Cela est évident, interrompit Théodore; & je vois par la même raison que le point G de la Sphere extérieure, au lieu de suivre GO, tend à cause de la friction qu'il reçoit, à parcourir GR; parce que la Sphere intérieure se meut par raport à l'extérieure de O vers H, & tend par le frotement qu'elle produit, à causer le petit détour OR dans le mouvement GO du point G. Je vois aussi qu'on peut dire la même chose de tous les autres points des deux Spheres. Ainsi il est certain que la diversité qui se trouve dans leur direction, doit disparoître peu à peu; puisque l'angle HGO de l'Obliquité se réduit à l'angle QGR qui est plus petit, ou qu'au moins il s'y réduiroit si la diminution d'obliquité étoit éxactement la même dans tous les autres points des deux surfaces Sphériques. Il ne resteroit plus, ajoûta-t-il, qu'à donner une certaine forme à ce raisonnement pour en faire une démonstration éxacte du principe que vous avez suposé, & dont Ariste a même déja voulu faire usage; que dans l'hypothese des tourbillons, la friction travaille continuellement à mettre une plus grande conformité dans le mouvement de toutes les couches.

C'est ce qui n'avoit pas grand besoin de démonstration, reprit Eugene; mais si vous le voulez, nous allons continuer notre éxamen. Je demande sur quel point

se

ſe fera le changement de directions de nos Spheres ; c'eſt-à-dire, que je veux ſçavoir ſi lorſque l'angle de l'obliquité E C M formé par les deux équateurs des deux Sphéres, ſe réduit à un angle plus petit, tel que *e c m*, les nouveaux équateurs ſe coupent toujours dans les mêmes points C & D ; ou s'ils ſe coupent dans quelques autres. Je demande en un mot ſi pendant que l'Inclinaiſon diminuë, les nœuds mutuels conſervent la même place, ou s'ils ont quelques progrès? Mais, répondirent Théodore & Ariſte, il y a bien de l'apparence qu'ils doivent avancer dans le même ſens que tournent les Sphéres. je le croyois d'abord comme vous, reprit Eugene: Cependant après y avoir ſerieuſement penſé, j'ai reconnu qu'ils n'ont aucun mouvement.

Pour vous en convaincre, vous n'avez qu'à conſiderer deux à deux les points des deux Spheres ; éxaminez en même temps le mouvement du point G & celui du point *g*, où ſe coupent encore les deux cercles F I K & Y N X. Le point G de la Sphere intérieure tend à ſuivre G Q, & le point *g* tend dans la même Sphere à ſuivre *g q* ; parce que la friction à laquelle il eſt ſujette, produit le petit détour *h q* dans ſon mouvement *g h* ; en même temps que la friction que ſouffre le point G, produit les détours H Q dans ſon mouvement G H. Il n'eſt pas néceſſaire que je diſe que les détours H Q & *h q* ſont éxactement égaux, de même que les petits eſpaces GQ, & *g q*: Car les points G & *g* ſont expoſez à des frictions parfaitement égales, à cauſe de la conformité de leur ſituation. Mais puiſque les points G & *g* tendent à parcourir les petits eſpaces G Q & *g q*, nous n'avons qu'à prolonger leurs directions juſques à ce qu'elles ſe rencontrent, & ſi nous composons enſuite leurs mouvemens, nous ſçaurons ce qui doit réſulter de leur commun effort. Ces directions prolongées ſe coupent en S, qui eſt également éloigné de G que de *g*, & qui répond au Méridien A L I M B, qui paſſe par les poles des deux couches, & qui mesure l'angle de l'Inclinaison E C M, en passant par les points de limite E & M. Outre cela les deux directions G S T & *sg*, sont situées de la même maniere de part & d'autre du plan de ce Méridien. Ainsi si nous les composons, en faisant attention que les quantitez de mouvement G Q & *gq*, sont parfaitement égales, il résultera une direction moyenne S V qui coupera par la moitié l'angle *g* S T que font les deux directions, & qui sera perpendiculaire au plan du Méridien A L E M B. C'est-à-dire donc, que si chaque point G & *g* tend, pris séparément à suivre une direction oblique par raport au Méridien, ils tendent cependant joints ensemble à se mouvoir selon un sens perpendiculaire au plan de ce cercle; parce que leurs obliquités se détruisent mutuellement. Or comme c'est la même chose de tous les autres points de la Sphere A C E D B, il est évident que si cette Sphere change de direction dans ses révolutions; que si elle se meut selon C *e* D, au lieu de le faire selon C E D, son mouvement se fera toujours perpendiculairement au plan du même Méridien A E B. Le nouvel équateur C D passera donc par les mêmes points C & D, qui sont les poles de ce Méridien: Et comme on peut prouver de la même maniere que le nouvel équateur C D de la Sphere extérieure sera également perpendiculaire au Méridien A E B, il faudra qu'il passe aussi toujours par les mêmes points C & D; d'où il suit que les nœuds mutuels ne seront sujets à aucun changement.

Voilà, dit Ariste, une espece d'emblême, dont il est maintenant aisé de faire l'application. Vos Spheres intérieures & extérieures représentent les différentes couches dont les tourbillons sont formés; elles nous montrent que deux couches qui se touchent immédiatement, doivent conserver leurs nœuds mutuels: D'où il suit que les Orbites de deux Planetes voisines, comme Saturne & Jupiter, doivent toujours se couper dans les mêmes endroits. Mais ce ne font que les nœuds mutuels qui doivent être ainfi immobiles ; ces nœuds qui font vers le feptiéme degré du Lion & du Verfeau. Car tous les autres points des deux Orbites étant fujets à changer, il eft évident qu'elles couperont fans ceffe l'écliptique dans différens endroits, & qu'ainfi ces derniers nœuds qui font les feuls que les Aftronomes ayent coûtume d'obferver, auront un mouvement continuel. Ce que vous dites, reprit Eugene, de l'immobilité des nœuds mutuels, feroit éxactement vrai, fi le mouvement de chaque couche n'étoit pas alteré en même tems par la friction des couches qui font au-deffus & au-deffous ; ce qui apporte de la complication dans tous les changemens qu'elle reçoit. Mais c'eft ce que vous verrez beaucoup mieux en jettant les yeux fur la figure que voici, qui repréfente le Zodiaque comme étendu & développé.

J'ai tracé dans cette figure *, continua-t-il, les routes de toutes les Planetes, & même auffi la route des taches du Soleil. Toutes ces routes paroiffent ici courbes ; mais leur courbure ne vient que de la façon dont j'ai fait le développement ; j'ai voulu rendre droite la route de la Terre. Une autre chofe dont je dois vous avertir, c'eft que j'ai beaucoup éxageré l'Inclinaifon des Planetes ; afin de rendre la figure moins confufe, & elle ne l'eft encore que trop : mais cela n'empêche pas qu'elle ne puiffe repréfenter tous les nœuds également bien: Cela fuppofé, fi nous cherchons vers le feptiéme dégré du Lion l'interfection M des Orbites de Saturne & de Jupiter ; nous verrons que fi la friction mutuelle que fe font les couches d'éther qui tranfportent ces deux Planetes, eft capable d'action, elle doit faire retarder par raport aux étoiles fixes, les nœuds de Saturne, & faire diminuer fon Inclinaifon. Car la friction tendant à faire approcher les deux Orbites l'une de l'autre, ou à diminuer l'angle PMN qu'elles forment en M, elle ne peut pas produire en cela le moindre effet, fans donner une

* Voyez la Planche qui eft à la fin de ces Entretiens, *figure 6.*

ſituation comme M n à l'orbite de Saturne, & une ſituation M π à celle de Jupiter; ce qui rendroit plus petite l'Inclinaiſon de Saturne par raport à l'écliptique, & ce qui feroit en même temps paſſer ſon nœud de N en n. Mais nous ne pouvons rien ſtatuer ſur cet article; parce que ne ſçachant pas qu'elle eſt la direction des couches d'éther ſupérieures, nous ignorons ſi elles contribuent à augmenter cet effet, ou à le détruire, ou à en produire un contraire. Cependant pluſieurs Aſtronomes, comme Logomontanus & M. Boüillaud font retarder conſidérablement les nœuds de cette Planete; & dans ce cas ſon Inclinaiſon iroit en diminuant. M. Boüillaud comparant quelques obſervations faites de ſon temps avec celle de Tycho, & avec une autre faite à Athenes 1085 ans auparavant, trouve que le nœud avance par an de 26 ſecondes; mais c'eſt par raport au point mobile des équinoxes, qui retarde, comme vous le ſçavez, par raport aux étoiles fixes d'environ 51 ſecondes. Ainſi quoique le nœud avance par raport au point de l'équinoxe, il retarde réellement, & il le fait de 25 ſecondes. Si ce retardement a lieu, la diminution annuelle de l'Inclinaiſon doit être d'environ 4 ſecondes : C'eſt ce qu'on trouve en réſolvant le triangle Sphérique N M n.

Mais, reprit Ariſte, vous pouvez beaucoup mieux juger du changement que doit ſouffrir l'Orbite de Jupiter; puiſque vous ſçavez la direction de Saturne qui eſt au-deſſus, & celle de Mars qui eſt au-deſſous. Cependant comme il me paroît ſur votre figure que les Orbites de ces deux Planetes ſont ſituées de différens côtés par raport à celles de Jupiter, les effets doivent être contraires, & il doit être difficile de déterminer lequel peut prévaloir. Je n'en diſconviens pas, répondit Eugene; mais on ne laiſſe pas néanmoins de voir par pluſieurs raiſons que la couche d'éther qui entraîne Mars, doit plus agir ſur le mouvement de Jupiter, que n'agit celle qui entraine Saturne. D'abord Jupiter eſt beaucoup plus proche de la premiere de ces Planetes que de l'autre. Mais outre cela la ſituation particuliere du nœud mutuel Q de Jupiter & de Mars, contribuë encore à rendre l'action plus conſiderable, au moins par raport au mouvement du nœud P de l'Orbite de Jupiter & de l'écliptique. Les couches d'éther qui tranſportent Mars autour du Soleil, tendent à faire prendre à l'Orbite de Jupiter la ſituation Q p, qui paſſe toujours conformément à ce que nous avons démontré, par le nœud mutuel Q; & d'un autre côté les couches d'éther qui entrainent Saturne, & dont la direction coupe l'Orbite de Jupiter au point M, tendent à faire prendre à cette même Orbite la ſituation M π. Mais quand même ces couches ſupérieures & inférieures qui tranſportent Saturne & Mars, ſuſpendroient à peu près leurs effets par raport à l'Inclinaiſon de Jupiter, qu'elles tendent à alterer en ſens contraire, elles ne le ſuſpendroient pas également par raport à la ſituation du nœud P. Car ſi l'angle du changement P Q p produit dans l'Orbite P Q par l'action des couches inférieures, eſt égal à l'angle P M π produit en ſens contraire par les couches ſupérieures, le retardement P p produit par les premieres couches, ſera plus grand que le progrès P π cauſé en ſens contraire dans le même nœud par les ſecondes; & cela dans le même raport que le ſinus de la diſtance Q P eſt plus grand que le ſinus de la diſtance P M. C'eſt pourquoi l'Inclinaiſon de Jupiter par raport à l'écliptique peut fort bien ne point changer; parce que les couches ſupérieures & inférieures ſe font mutuellement obſtacle à cet égard; mais cela n'empêche pas que le nœud ne doive aller de P vers p, & retarder par raport aux étoiles fixes; ce qui s'accorde avec le ſentiment de preſque tous les Aſtronomes.

Tout ceci, continua encore Eugene, ſeroit ſuſceptible de différentes recherches Géometriques; mais ce n'eſt point ici le lieu de vous rendre compte de toutes les diſcutions dans leſquelles je ſuis entré; c'eſt aſſez que je vous expoſe mes vûës générales. Si l'on éxamine de la même maniere le mouvement des autres Planetes, on verra que l'Inclinaiſon de Mars doit un peu diminuer, & que ſes nœuds doivent néceſſairement avancer par raport aux étoiles fixes. Que ceux de Vénus doivent au contraire retarder, mais que ſon Inclinaiſon peut demeurer dans le même état, parce que ſi les couches inférieures d'éther tendent par leur friction à la faire augmenter, les ſupérieures tendent en même temps à la faire diminuer. Quant à Mercure ſon Inclinaiſon doit diminuer un peu, & ſes nœuds doivent avancer avec moins de lenteur que ceux des autres Planetes; ce qui ſe trouve confirmé par toutes les obſervations. Enfin le chemin que ſuivent les taches du Soleil, doit auſſi changer un peu de direction; ſon obliquité doit diminuer, & ſes nœuds doivent néceſſairement retarder par raport aux étoiles. Voilà les effets que doit avoir la friction, ſupoſé qu'elle ſoit capable d'en avoir.

Je pourrois, pourſuivit-il, pour donner du poids à ce que j'avance, alleguer le ſentiment des Aſtronomes qui m'eſt favorable dans preſque tous les points. Mais il faut l'avoüer, que le défaut des obſervations anciennes fait que la Phyſique eſt beaucoup plus en état de nous inſtruire dans cette rencontre que ne l'eſt l'Aſtronomie. Il eſt vrai, dit Théodore, que nous ne pouvons gueres compter ſur l'éxactitude des obſervations faites avant Tycho. C'eſt de quoi ſe plaignoit Képler; & comme ſa Phyſique n'alloit pas tout-à-fait ſi loin que vous prétendez que va la vôtre, il laiſſoit à la poſtérité à prononcer ſur toutes ces choſes. *Cum igitur deſtituamur idoneis obſervationibus Antiquitatis, cogit nos ipſa rei conditio, hanc diſputationem, ut multa alia relinquere poſteritati.* Il faut donc avoüer, continua-t-il en ſouriant, que vous ne travaillez pas ici comme les autres Phyſiciens, à expliquer des faits connus; mais que vous nous donnez des eſpeces de Propheties, en nous annonçant comment les choſes doivent arriver dans les ſiécles futurs les plus éloignés; c'eſt-là prétendre enchaîner l'avenir. Mais malheureuſement les changemens dont il s'agit, ſe font avec une lenteur qui eſt capable d'impatienter, & pour que vos prédictions ſoient vérifiées, il faut que le Monde ait encore une durée extrêmement conſidérable : *Si quidem*, pour me ſervir une ſeconde fois des termes de Képler, qui croyoit toujours bonnement que toutes ces choſes ne pouvoient être ſçûës que par les obſervations poſtérieures; *ſi quidem Deo placuerit juſtum humano generi ſpatium temporis in hoc mundo indulgere, ad reſidua iſta perdiſcenda.*

Je m'apperçois, repliqua Eugene, que les réfléxions que j'ai faites ne ſont pas abſolument mauvaiſes; puiſqu'au lieu de les combattre par des raiſons, vous vous contentez de vous divertir de la trop grande hardieſſe avec laquelle vous feignez que je les avance. Mais raillez tant qu'il vous plaira, je crois vous avoir prouvé dans l'hypotheſe des tourbillons, que ſi les Orbites des Planetes changent de place, & que ſi elles en changent d'une façon uniforme, ſans le faire par ſault, ni tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre, ce qui montreroit que les conjonctions y auroient part, cela ne peut venir que de ce que les couches d'éther alterent réciproquement leurs directions, en tendant par leur friction à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens. Il n'en eſt pas du changement d'Inclinaiſon des Planetes, ni du progrès de leurs nœuds, comme du mouvement de leur aphélie & de leur perihelie. Un leger défaut de commenſurabilité entre la durée des révolutions, & l'eſpece de mouvement d'oſcillation par lequel chaque Planete tantôt s'approche & tantôt s'éloigne du Soleil, ſuffit pour faire changer de place à la ligne des apſides. Mais auſſitôt que l'Inclinaiſon augmente ou diminuë, & que les nœuds ſe meuvent; il faut néceſſairement que toute l'Orbite change de place, & que la Planete ſe détourne de ſa direction vers la droite ou vers la gauche, pour circuler dans un autre plan ; & il eſt certain qu'un pareil détour ne peut être cauſé que par un agent extérieur, qui pouſſe de côté avec force.

Au ſurplus je ne vous affirme point encore que la friction produiſe actuellement des effets ſenſibles : elle en a ſans doute produit autrefois ; autrement il y auroit beaucoup plus de diverſité que nous n'en remarquons dans le cours de toute la matiere céleſte dont les tourbillons ſont formés : mais ſi les couches d'éther peuvent ſe mouvoir maintenant ſans agir ſenſiblement l'une ſur l'autre, par leur frotement mutuel, leurs directions ne ſeront pas ſujettes à être alterées, & les Orbites des Planetes ſeront immobiles, à ces accidens près dont nous avons parlé, qui ſe doivent faire tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre, & qui ſont cauſés par les conjonctions. Ne ſoyez point étonné, interrompit bruſquement Ariſte, ſi Théodore n'approuve pas la mobilité que vous attribués aux Orbites. Vous devez vous reſſouvenir qu'il ne peut pas manquer de ſoutenir que tout le Syſtême Planétaire n'eſt ſujet qu'à très-peu de changement, puiſqu'il ne juge de l'immobilité même des étoiles fixes, que parce qu'elles conſervent à peu près la même ſituation par raport aux principaux points de ce Syſtême. Il imite un Nautonnier qui ayant fait pluſieurs fois le voyage de la Jamaïque en Angleterre, au lieu de conclure qu'il a toujours fait à peu près le même chemin, puiſqu'il a toujours paſſé proche de la Bermude ; concluëroit au contraire que cette Iſle n'a du tout point changé de place, parce qu'il l'a toujours trouvé vers le même endroit de ſa route. Mais vous tardez trop à reprendre le fil de votre diſcours : je crois qu'en nous parlant des Planetes, vous avez paſſé de Mars à Venus en oubliant la Terre. Elle eſt cependant une des plus conſidérables ; & celle, je m'imagine, pour laquelle vous prenez le plus d'interêt.

Nous

Nous y sommes trop attachés, malgré toute notre Philosophie, répondit Eugene, pour que nous puissions l'oublier si aisément. Je ne l'ai au contraire laissée là derriere que pour vous en entretenir plus au long. Il est très-singulier, que presque tous les Astronomes prétendent en même temps, que les Orbites des Planetes changent de place, & que celles de la Terre soient toujours la même; quoiqu'elle doive être naturellement dans le même cas que toutes les autres. D'où lui viendroit cette exception? Il est vrai qu'elle est comme placée au milieu; mais si elle est ainsi située, il s'en faut beaucoup, qu'eu égard à l'Inclinaison, elle suive une direction moyenne: C'est elle au contraire & Mercure; qui s'écartent le plus de la route commune. Suposé donc que les Orbites de toutes les Planetes soient mobiles, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, si leurs nœuds ont quelque mouvemens, il est incontestable que l'écliptique, ou que le chemin que fait la Terre autour du Soleil, souffre aussi quelque mutation; & qu'ainsi les latitudes des étoiles ne sont pas absolument constantes. Il y a même lieu de croire que la route de la Terre est encore plus variable que les Orbites des autres Planetes; & il suit de-là que si l'on observe quelque variation dans les nœuds de ces dernieres, il doit y en avoir aussi nécessairement dans l'Orbite de la Terre. Au reste, comme le changement ne peut être causé que par l'action des couches d'éther qui sont au-dessus & au-dessous de celle qui nous emporte autour du Soleil, & que nous pouvons juger de la direction de ces couches par le chemin que suivent Venus & Mars; il suffit de jetter les yeux sur notre figure, pour voir que les deux points A & B, sur lesquels le changement se peut faire, sont situés vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*. C'est pourquoi les étoiles qui sont vers ces deux points, doivent toujours conserver leur même latitude; & ce sont celles qui sont situées vers le commencement des Signes de *Virgo*

& de *Pisces*, qui doivent en changer le plus.

Il est vrai, poursuivit Eugene, que Tycho & quelques autres Astronomes ont déja soutenu que l'écliptique étoit sujet à changer; mais ils s'imaginoient que c'étoit sur les points des équinoxes, ne faisant pas attention que ces points sont purement accidentels; & que s'ils dépendent de la situation de l'écliptique, ils dépendent autant de celle de l'équateur qui n'a aucun raport immédiat avec cet autre cercle. En effet, que la Terre tourne dans un certain sens ou dans un autre, sur son propre centre, pendant qu'elle est entraînée autour du Soleil par le grand tourbillon ; cela peut-il causer quelque changement dans cette derniere route, surtout si le mouvement qu'elle a sur son propre centre, différe beaucoup de celui qu'a vers ses limites le petit tourbillon dans lequel elle est renfermée? Mais on sera ainsi toujours sujet à se tromper dans l'Astronomie, tant qu'on n'aura point recours aux lumieres de la Physique, pour distinguer les choses qui dépendent immédiatement les unes des autres, de celles qui n'ont que des raports éloignés. Il suffit de considerer ici la détermination des différentes couches du tourbillon Solaire, pour voir que si l'écliptique change de place, ce ne peut être que parce que les couches supérieures & inférieures à celle qui nous entraîne, conspirent également à nous faire embrasser un chemin plus approchant de celui qu'elles tiennent. D'un autre côté il est également clair, sur ce que nous avons prouvé cy-devant, que le changement ne se peut faire que sur les points A & B, que nous avons déja indiqués, vers lesquels les directions de ces couches rencontrent la direction que nous suivons.

Aparemment, dit Ariste, que ce n'est que la prévention où l'on a été pour les points des équinoxes, qui a principalement empêché qu'on n'ait déja prononcé d'une maniere décisive sur la mutabilité ou l'immutabilité de l'écliptique. On s'est attendu à trouver un plus grand changement dans la latitude des étoiles, qui ſont ſituées vers les points des ſolſtices, & un moindre dans celles des étoiles qui ſont vers le commencement d'*Aries* & de *Libra*; au lieu que c'eſt tout le contraire : & cela a fait attribuer aux obſervations défectueuſes des Anciens, toutes les différences qu'on a aperçûës. Maintenant que j'y penſe, M. Boüillaud & le P. Riccioli ſont tombés dans cette erreur. Pour nous, ſi nous ne voulons pas décider abſolument la queſtion, nous pouvons au moins mettre la poſterité en état de le faire aiſément : C'eſt un ſervice que nous ne ſçaurions lui refuſer, puiſque ce n'eſt que de nous qu'elle peut le recevoir. Nous n'avons qu'à obſerver dans la derniere préciſion la latitude d'un certain nombre d'étoiles, ſituées dans les endroits où ſe doivent faire les plus grands changemens. J'approuve fort votre penſée, reprit Eugene; le cœur du Lion, *Regulus* & *Fomahaum* ſont à peu près dans la ſituation que vous demandés. M. de la Hire donne 27'. 6" de latitude Boreale à la premiere de ces étoiles, & 21°. 5'. 23" de latitude Auſtrale à la ſeconde : Ainſi nos Neveux n'auront qu'à vérifier ces deux diſtances.

Ce n'eſt que de cette ſorte, continua Eugene, qu'on pourra démêler les différentes cauſes qui ſont varier l'obliquité de l'écliptique par raport à l'équateur. Vous voyez que le changement eſt compliqué : l'écliptique ne conſerve pas la même ſituation, & l'équateur en change auſſi; mais la variation totale doit être moins conſiderable, parce que les changemens particuliers ſe font en ſens contraires. Comme dans le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, les couches ſupérieures ſe meuvent à peu près dans le ſens de l'écliptique, elles travaillent ſans ceſſe à diminuer l'obliquité du mouvement des couches inférieures : ce qui ne ſe peut pas faire, ſans que l'équateur de la Terre ne s'approche un peu de l'écliptique, ainſi que vous l'avez vous-même expliqué. Mais ſi vous jettez les yeux ſur notre Zodiaque ; vous verrez que dans le grand tourbillon qui nous entraine avec toutes les Planetes autour du Soleil, la friction des différentes couches tend à aprocher de l'étoile R, qui eſt *Regulus*, l'écliptique, ou la route que trace la Terre : & il eſt évident que l'écliptique ne peut pas s'approcher de cette étoile, dont la latitude & la déclinaiſon ſont Septentrionales, ſans s'éloigner en même temps de notre équateur. Ainſi ſi l'obliquité n'eſt pas la même qu'elle a été autrefois ; & ſi l'on y a déja obſervé une diminution de 23 ou 24 minutes, c'eſt une marque que le tourbillon particulier de la Terre a plus fait avancer l'équateur vers l'écliptique, que le tourbillon Solaire n'a fait reculer ce dernier cercle. C'eſt auſſi ce qui s'accorde parfaitement bien avec la conſtitution particuliere des deux tourbillons : car comme les couches dans le petit circulent, ainſi que nous l'avons déja remarqué, ſelon des directions plus différentes ; leur friction doit produire des accidens plus marqués, & l'équateur doit être maintenant beaucoup plus ſujet à recevoir du changement que l'écliptique.

Fin du ſecond Entretien.

TROISIEME ENTRETIEN.

On se sert dans cet Entretien des principes établis cy-devant, pour expliquer différentes particularités du mouvement des Planetes; la précession des Equinoxes; la stabilité des nœuds des Satellites de Jupiter; les differentes inclinaisons de l'Orbite de la Lune, &c.

NOus interrompimes la conversation pour donner à Eugene le temps de se reposer : Nous joüâmes quelques parties d'Echets. Le jeu étant fini, nous recommençâmes notre Entretien : & Eugene nous dit, que nous pouvions toujours douter de l'efficacité de la friction des parties d'éther les unes contre les autres, parce que nous n'en avions encore vûs aucun indice absolument certain. Mais ajoûta-t-il, puisque nous en sommes au mouvement de la Terre, je vais vous parler d'une des affections de ce mouvement, qu'on ne peut, ce me semble, expliquer que par cette cause. C'est la précession des équinoxes, & je suis persuadé que sur la seule exposition du fait, que vous connoissez aussi-bien que moi; mais dont il faut cependant que je vous renouvelle l'idée, vous tomberez d'accord de ce que j'avance. S (dit-il, en nous montrant la figure que vous voyez ici) *fig. 7.* représente le Soleil; IMNK est la Terre, qui tournant continuellement autour de son propre centre T, est emportée avec son tourbillon particulier ABCD sur la circonférence de l'écliptique CEFG. La Terre en faisant ses révolutions journalieres sur son propre centre, ne tourne pas ſelon le cercle IMNK, mais ſelon KLM; de ſorte que c'eſt KLM qui eſt l'équateur, ou plutôt la moitié de ce cercle qui eſt expoſée à notre vûë. Dans l'état où ſont ici toutes les choſes, le Soleil eſt dans le plan de l'équateur, parce qu'il répond éxactement à la ſection de ce cercle & de l'écliptique. C'eſt la ligne MK qui repréſente cette ſection, laquelle étant prolongée, paſſe par le Soleil, & va ſe rendre à quelque étoile P, que je ſupoſe ſe trouver éxactement au commencement d'*Aries*. Il faut 365 jours 6 heures 9 ou 10 minutes à la Terre pour achever ſa révolution entiere autour du Soleil, & pour que ſon centre revienne éxactement en T : c'eſt ce qu'on appelle l'année Syderale; parce que le Soleil paroît ſe retrouver vis-à-vis de la même étoile P. Mais comme l'équateur change un peu de ſituation pendant ce temps-là, qu'il ſe trouve en mLk, & que ſa commune ſection avec l'écliptique n'eſt plus la ligne MK, mais mk, qui en différe de l'angle KTk, qui eſt d'environ 51 ſecondes, il ſuffit que la Terre ſoit revenuë en t, qui eſt éloigné de T de 51 ſecondes meſurées ſur l'orbe annuel, pour que notre année (l'année tropique de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes) ſoit révoluë, & pour que le Soleil paroiſſe dans l'équateur. Nous en convenons, interrompit Ariſte, & il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer le détail plus loin. La Terre étant d'abord en T, le Soleil s'eſt trouvé ſur l'équateur, & a paru vis-à-vis de l'étoile P, qui a été priſe pour le commencement d'*Aries*. Mais un an après, la terre n'eſt encore arrivée qu'en t, lorſque le Soleil paroît également ſur l'équateur, à cauſe du changement de ſituation de ce cercle; & c'eſt le point p, vis-à-vis duquel cet Aſtre ſe trouve, qui eſt pris cette ſeconde fois pour point de l'équinoxe. De ſorte que le commencement d'*Aries* conſideré comme Dodecatemorie, *précede* ou va contre l'ordre des ſignes de la quantité Pp de 51″; & comme on ne s'aviſoit pas d'abord d'attribuer ce changement à la Terre, on a cru pendant long-temps que les étoiles fixes changeoient de place, & qu'elles avançoient ſelon l'ordre des Signes de la même quantité.

Mais dites-moi maintenant, reprit Eugene, s'il vous paroît qu'on puiſſe expliquer cette variation de l'équateur en employant quelque autre principe que l'action des couches de notre tourbillon particulier, les unes ſur les autres ? La Terre eſt entrainée autour du Soleil ; mais ſa révolution achevée, il ſe trouve que notre équateur a changé de place, ou que nous ne tournons plus préciſément dans le même ſens ſur le centre de notre globe. Quelle peut être encore une fois la cauſe de ce Phénomene ſingulier ? Il ne faut pas la chercher dans notre globe même : car comme il tend à tourner toujours dans le même ſens, il faut abſolument une cauſe étrangere pour lui faire changer de direction. Il faut donc que la préceſſion des équinoxes vienne de notre tourbillon particulier. Comme toutes ſes couches ne ſuivent pas le même mouvement, elles agiſſent les unes ſur les autres, & il n'eſt pas ſurprenant que leur action faſſe retarder les nœuds K & M de la Terre, de la même maniere que la friction dans le tourbillon Solaire doit faire retarder les nœuds propres du Soleil, quoiqu'on n'ait point encore obſervé ce retardement. Remarquez qu'il ſeroit fort inutile de chercher une cauſe plus éloignée ; de la faire dépendre, par éxemple, de quelques preſſions ou de quelques chocs du tourbillon Solaire. Car que peuvent produire tous ces chocs ? Faire accelerer ou retarder le mouvement des couches qui ſont les plus éloignées de nous, & faire changer leur direction. Mais comment voulés-vous après cela que ces changemens ſe tranſmettent aux couches inférieures & à notre globe, ſi ce n'eſt par la friction ? Ainſi ce ſeroit retomber dans mon ſentiment. Tout cela conſideré, je ne feindrai point de vous dire, que comme il me paroît impoſſible de rendre raiſon autrement de la variation de notre équateur, je regarde ce Phénomene comme un indice aſſuré, que les couches d'éther agiſſent les unes ſur les autres. Je doutois que leur friction mutuelle fût capable de produire des altérations conſidérables, tant que je n'éxaminois que l'obliquité de l'écliptique, ou que le mouvement des nœuds des Planetes principales; j'en doutois, parce que ces faits ſont conteſtés. Mais l'action de la friction ſe trouve décelée ici, & on eſt forcé de reconnoître qu'elle eſt encore maintenant capable de ſe faire appercevoir par ſes effets.

Pour moi, interrompit Théodore, quoique je n'entreprenne pas, & que je fuſſe même fâché de troubler votre confiance, je vous avoüerai que je ne ſuis point tant étonné de voir * que le diametre MK, dans lequel l'équateur coupe l'écliptique, change de ſituation de 51″ pendant le cours de l'année, que de voir qu'il n'en change pas davantage, & qu'il ne ſe trouve point abſolument dérangé par la révolution de la Terre autour du Soleil, il me ſemble que c'eſt-là vous propoſer une grande difficulté: Car ne vous paroît-il pas comme à moi, que la même cauſe qui tranſporte un corps, je ne dis pas le long d'une ligne droite, mais le long d'une ligne courbe, doit alterer continuellement ſa ſituation? Deſcartes & ſes Sectateurs zélés, ſont obligés d'avoir recours à la matiere canelée, qu'ils font deſcendre ſelon l'axe de chaque tourbillon; mais leur explication n'atteint pas même à la moindre vraiſemblance. La difficulté que vous propoſés, reprit Eugene, n'eſt pas grande; d'ailleurs on peut la faire avec autant de droit à un Newtonien qu'à un Cartéſien. Je l'ai ſentie, & j'ai cherché à la réſoudre; parce qu'il m'a paru effectivement qu'on ne pouvoit pas ſans l'éclaircir, concevoir le paralleliſme de l'axe des Planetes tant principales que ſecondaires, ni différentes autres particularités de leur mouvement.

* Voyez la figure précédente.

Conſiderez cette figure, *fig.* 8. dans laquelle ABDE eſt une Sphere qui eſt tranſportée de C en N par une puiſſance appliquée à ſon centre : il eſt évident que le diametre B E ſe trouvera ſitué en M P parallelement à ſa premiere ſituation. Car le mouvement doit ſe diſtribuer également dans la Sphere vers B & vers E de part & d'autre du centre; & il n'y a aucune cauſe qui doive faire avancer une des extrêmitez du diametre B E plus promptement que l'autre. Mais ſuppoſons maintenant que le Globe étant parvenu en N, une nouvelle puiſſance appliquée encore au même point, détourne ſelon la ligne N T, le mouvement; toutes les parties de la Sphere étant ſituées également de part & d'autre du centre, auront une égale part au détour; & ainſi elles parcourront toutes des lignes paralleles & également longues: D'où il ſuit que le diametre B E ſe trouvera ſitué en R S, en conſervant toujours un éxact parallelisme. Or ce ſera la même choſe, quelque nombre de détours qu'on imagine; & ce ſera donc auſſi le même cas, ſi le globe eſt tranſporté le long d'une ligne courbe, puiſque cette courbe ne ſera toujours que l'aſſemblage d'une infinité de petites lignes droites.

Il n'y aura non plus aucune différence, lorſque la puiſſance qui tranſporte le globe, au lieu d'être appliquée au centre, ſera appliquée ſur ſa ſurface. Que P Q R S *fig. 9.* ſoit un Globe qui tourne ſur ſon centre C, & que A B O E ſoit un autre Globe beaucoup plus petit, renfermé dans le grand, en un eſpace creux A B O E, qui ne ſoit préciſément capable que de le recevoir; & ſupoſons de plus, que la ſurface convexe du petit Globe & la concave qui la touche, ſoient parfaitement polies, de maniere qu'il n'y ait aucun frotement. Je dis que le petit Globe pendant qu'il ſera tranſporté par le grand autour de ſon centre C, conſervera toujours éxactement ſa même ſituation. Auſſi-tôt que le frotement eſt abſolument nul, le grand globe ne peut agir en aucune maniere ſur

H

le petit, pour alterer le parallelisme de ses axes comme B E. Car si la force qui transporte le petit Globe, est appliquée à sa surface, elle est toute employée à le faire circuler autour de C; sans qu'il s'en fasse aucune décomposition, qui puisse occasioner le moindre piroüetement. En un mot la direction de cette force, passe éxactement par le centre K, c'est la même chose que si elle ne s'éxerçoit que sur ce point; & c'est donc le même cas qu'auparavant. Il resulte de tout cela que l'axe de la Terre doit conserver son parallelisme, & l'équateur sa même situation, malgré notre transport continuel autour du Soleil: C'est ce que demande la premiere institution de la chose. De sorte que s'il y arrive quelque alteration, s'il y arrive le plus petit changement possible, c'est une nécessité qu'il soit produit par une cause extérieure, par l'action des différentes couches du tourbillon les unes sur les autres, & enfin par l'action des dernieres couches sur notre Globe. Mais comme l'éther est extrêmement fluide, & que toutes les couches glissent les unes sur les autres avec une si grande facilité, qu'elles n'alterent presque point leurs directions, la Terre se trouve toujours comme laissée à elle-même: & c'est pourquoi la situation de son axe & de son équateur ne reçoit presque point d'alteration, & qu'elle ne change pendant toute une année que d'environ 51 secondes.

Je vois bien, interrompit Ariste, qu'il faut assurer la même chose, non seulement de toutes les autres Planetes, mais aussi de leurs tourbillons particuliers, & de toutes les couches qui les forment. C'est-à-dire, que les axes & les équateurs doivent affecter par tout un éxact parallelisme, & qu'il est toujours nécessaire d'une autre cause que du transport général autour du Soleil, pour que les axes & les équateurs changent de situation. C'est ce qui est très-certain, reprit Eugene, & c'est ce qui se trouve confirmé d'une maniere particuliere par les circonſtances que nous ſçavons du tourbillon de Jupiter. La friction ne peut pas agir ſur les nœuds des Satellites de cette Planete ; parce que tous ces nœuds ſe répondent éxactement, & que comme nous l'avons vû cy-devant, deux couches qui ſe touchent immédiatement, ne peuvent par leur action l'une ſur lautre, que faire changer leur inclinaiſon mutuelle. C'eſt la même choſe d'une troiſiéme & d'une quatriéme couche, auſſi-tôt qu'elles ont toutes les mêmes nœuds ; & auſſi voyons-nous que les Orbites des quatre petites Lunes, coupent encore l'Orbite de la Planete principale au milieu du quinziéme degré du Lion & du Verſeau, comme elles le faiſoient en 1650. du temps du célébre feu M. Caſſini ; quoique Jupiter ait fait depuis ſix à ſept révolutions autour du Soleil. Je trouve bien de la différence, dit Théodore, dans le petit tourbillon qui environne la Terre : Car les nœuds de la Lune, ou les interſections de ſon Orbite & de l'écliptique, retardent par an de plus de 19. degrés ; rétrogradation qui eſt extrêmement conſidérable par raport à celle des nœuds propres de la Terre. Ce qui m'étonne encore plus, c'eſt que pendant que les nœuds de la Lune ont un ſi grand mouvement, la ſituation de ſon Orbite, par raport à l'écliptique, ne change que très-peu. Mais nous ne ſçavons pas, répondit Ariſte, combien notre tourbillon particulier s'étend au-delà de la Lune : peut-être qu'il ne s'y étend que bien peu, & que l'obliquité des couches qui ſont dans cet eſpace, change par ſault & d'une maniere ſubite ; ce qui fait augmenter conſidérablement les effets de la friction, quant au mouvement des nœuds. Dans le grand eſpace qui eſt entre la Lune & nous, la différence de l'obliquité des couches peut être mieux diſtribuée ; elle peut ſe faire par des degrez ſi inſenſibles, que la friction ſe trouve comme nulle, & que la Terre n'en reſſente preſque point l'effet.

Il n'en faut pas douter, reprit Eugene, qu'on ne puisse imaginer une infinité de diverses dispositions dans les directions des couches de notre tourbillon particulier, qui soient également propres à expliquer pourquoi les nœuds de la Lune rétrogradent si considérablement, pendant que l'inclinaison de cette petite Planete est à peu près constante par raport à l'écliptique. Nous avons vû cy-devant en éxaminant le tourbillon Solaire, comment il se peut faire qu'une couche soit entre deux autres, qui suspendent mutuellement leur effet, eu égard à l'Inclinaison, & qui ne le suspendent pas également, eu égard au mouvement du nœud. Au reste vous n'ignorez pas que l'obliquité de l'Orbite de la Lune, n'est pas absolument constante, & qu'elle varie d'environ une vingtaine de minutes, depuis 5 degrez 1 minute, jusqu'à 5 degrez 20 min. Cette variation, puisqu'elle est sujette à une alternative continuelle, ne peut être causée que par les Syzygies qui se font proche des nœuds, conformément à ce que nous avons dit ce matin. Notre tourbillon particulier étant fortement comprimé du côté du Soleil & à l'oposite, prend une figure ovale, dont le petit axe est dirigé vers cet Astre. La Lune qui n'est pas tout-à-fait située à l'extrêmité de ce tourbillon, ne s'assujettit pas, comme le pensoit M. Descartes, à tracer une ovale parallele à celle-là; mais toutes les fois qu'elle s'aproche des Syzygies, elle se ressent de la plus grande vitesse qu'a la matiere ètherée dans ces endroits retrecis, & il est évident par les raisons que nous avons alleguées, que l'éther qui se trouve comprimé, & dont la vitesse est principalement accelerée dans le sens de l'écliptique, doit alterer l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune en divers sens, selon que cette Orbite se trouve convergente ou divergente avec l'écliptique, ou pour m'expliquer en d'autres termes, selon que la Lune avance vers son nœud, ou selon qu'elle l'a déja passé. Nous apprenons auſſi par les Obſervations de tous les Aſtronomes, que l'obliquité dont il s'agit, augmente, lorſque les nœuds approchent de la ligne des Syzygies; & qu'au contraire elle diminuë, lorſque les nœuds s'éloignent de cette ligne. Deſorte que le terme qui fait la ſéparation de l'augmentation & de la diminution, ſe trouve toujours placé dans le paſſage des nœuds par l'endroit le plus reſſerré de notre petit tourbillon.

Je ne ſouhaiterois plus, continua-t-il, qu'une choſe qui n'a pas un raport immédiat à ce que nous diſons ici; mais qui y a cependant raport, & qui peut contribuer à perfectionner la Théorie de la Lune. Je ſouhaiterois que les Aſtronomes obſervaſſent ſi cette Planete ne prend pas une plus grande viteſſe dans ſes Syzygies, lorſqu'elle a peu de latitude, que lorſqu'elle en a beaucoup. Il y a déja long-temps qu'on a reconnu que tout le reſte étant égal, elle ſe meut plus vite dans les conjonctions & oppoſitions, que dans tout autre temps. C'eſt qu'elle reçoit un nouveau mouvement en paſſant dans des endroits de notre tourbillon où l'éther ſe meut avec plus de rapidité. Mais qu'on l'éxamine avec ſoin; je ſuis perſuadé qu'elle en reçoit encore plus, lorſqu'elle a moins de latitude, ou lorſqu'elle paſſe plus préciſément dans l'endroit le plus reſſerré, dans l'endroit où le cours de l'éther eſt le plus rapide. Or lorſque cette Planete a une fois reçû un plus grand mouvement, elle doit aller un peu plus vite pendant toute ſa révolution; & ainſi toutes les circonſtances étant d'ailleurs les mêmes, les mois ſinodiques & périodiques doivent être un peu plus courts, lorſque les nœuds ſont dans la ligne des Syzygies. Vous voyez donc qu'à toutes les choſes avec leſquelles on ſçait que la viteſſe de la Lune a raport, il faut joindre encore la ſituation des nœuds dont cette viteſſe dépend. Il ſuit de-là que l'argument de la latitude eſt un des élemens dont on ne doit pas ſimplement ſe ſervir, comme on l'a fait jusques ici, lorsqu'on veut réduire à l'écliptique le lieu de la Lune ; mais qu'on doit l'employer aussi dès la premiere institution du calcul, pour déterminer le lieu même de cette Planete dans son Orbite.

Ici mes trois amis remarquerent que le Soleil étoit sur le point d'achever sa course, & que l'Occident déja tout en feu, s'étoit, pour ainsi dire, paré de toutes ses couleurs, afin de mieux recevoir cet Astre. Ils changerent d'entretien, & la conversation en très-peu de temps, roula sur différens sujets. Ils parlerent de cette Divine Sagesse qui se manifeste si clairement dans la disposition de toutes les parties de l'Univers : Ils dirent qu'il étoit bien facile de reconnoître que ce magnifique Chef-d'œuvre n'étoit pas l'ouvrage du hazard, comme le pensoient Epicure & Lucrece. Ce n'est au contraire, s'écrierent-ils, qu'une Intelligence infinie qui a pû discuter tous les moyens, & discerner entre une infinité de loix possibles, celles qui étoient les plus propres par leur établissement, à répandre de la varieté & de la symmétrie, & à lier entre elles toutes ces parties innombrables, qui ont des raports trop marqués, pour qu'on puisse douter qu'elles n'ayent été faites les unes pour les autres. Enfin avant que de partir, Eugene demanda à Théodore ce qu'il pensoit des différentes explications qu'Ariste & lui venoient de donner. Théodore répondit qu'il lui paroissoit effectivement qu'on ne pouvoit gueres dire d'autres choses dans l'hypothese des tourbillons ; mais qu'il valoit beaucoup mieux s'en raporter au jugement d'une COMPAGNIE SÇAVANTE, aux lumieres de laquelle les Philosophes de toutes les Sectes, se faisoient gloire de déferer. Il n'y a, ajoûta-t-il, qu'à prier notre cher Hôte, qui n'est suspect à aucun de nous, & qui nous a écouté avec toute l'attention d'un Disciple de Pitagore, de faire un précis de notre Entretien. Mais j'éxige une condition : Je veux, dit-il, qu'il n'oublie absolument rien de ce que j'ai avancé en faveur des Attractions ; je veux de plus, qu'il avertisse que vous m'avez non seulement empêché de faire usage de ce principe, mais même de démontrer qu'il fait partie du Méchanisme.

Fin du troisiéme & dernier Entretien.

Le 12. Juillet 1731.

Deus autem noster in Cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit.

EXTRAIT DES REGISTRES

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Du 19. May 1734.

MOnsieur BOUGUER ayant demandé à L'ACADEMIE son Approbation pour l'Impression d'une Piéce présentée au dernier Prix, dont le N°. est 26. * & la Devise, *Deus autem noster in Cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit*, & qu'il a déclaré avoir été composée par lui, & présentée avant qu'il eût été reçû dans l'Academie, ce qui a été averé ; la Compagnie a jugé qu'il ne lui falloit point d'autre Approbation, que sa déclaration publique qu'elle avoit faite, que cette Piéce étoit la premiere des trois qui avoient le plus approché du Prix. En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 22. May 1734.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.*

* M. Fontenelle met un numero à chaque Piéce qu'il reçoit; celle-ci a eu le numero 26. parce qu'elle est arrivée le vingt-sixiéme.

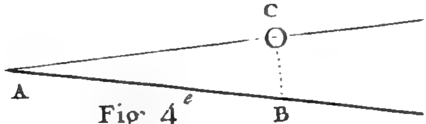


Fig 4^e

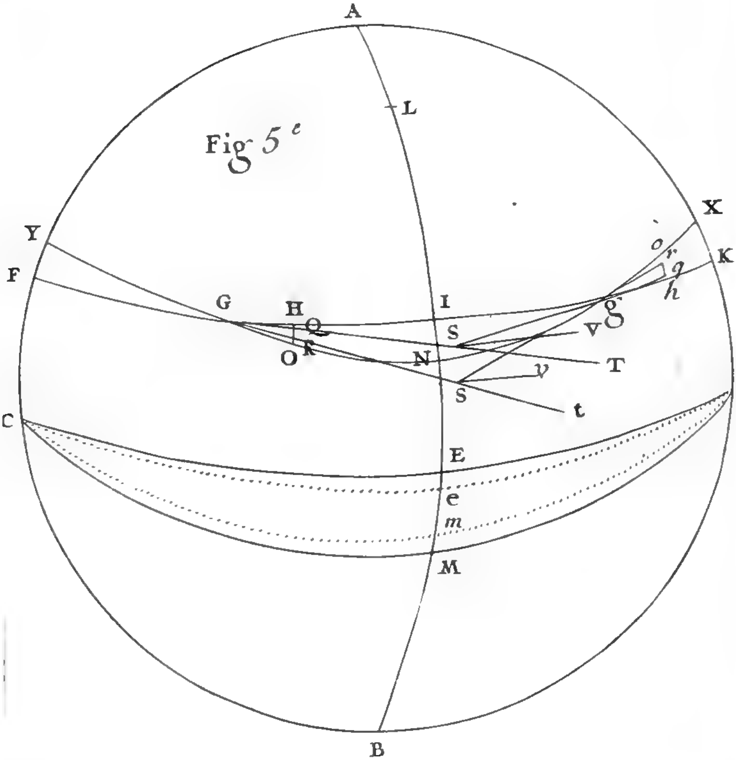


Fig 5^e

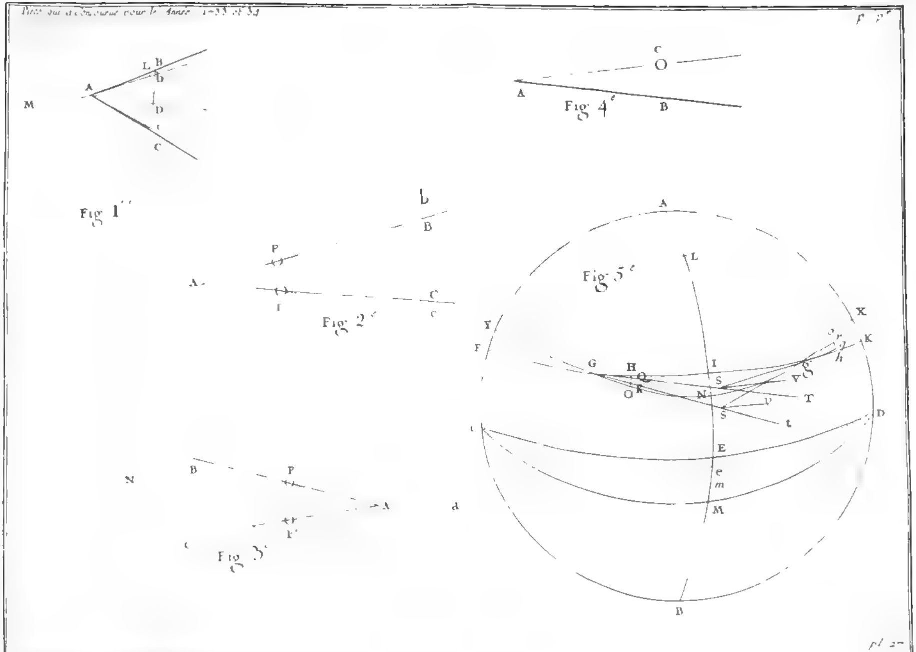
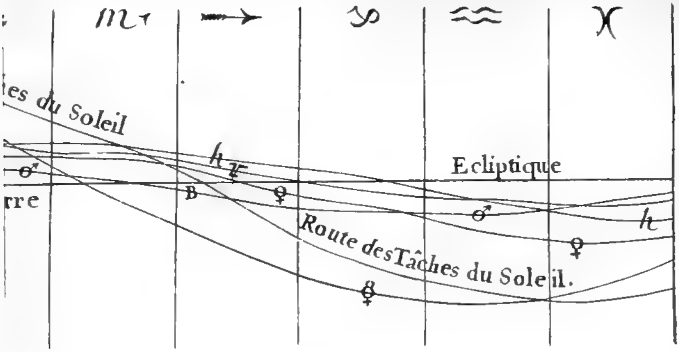
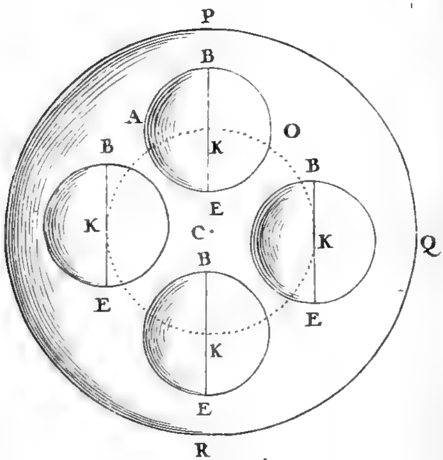


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Pl. 2.

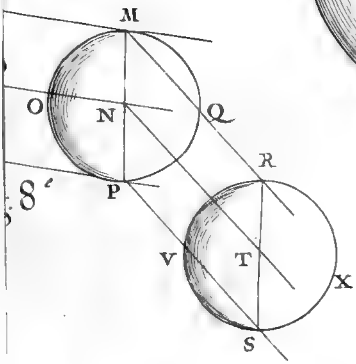


hes du Soleil
Ecliptique
rre
B
Route des Tâches du Soleil.



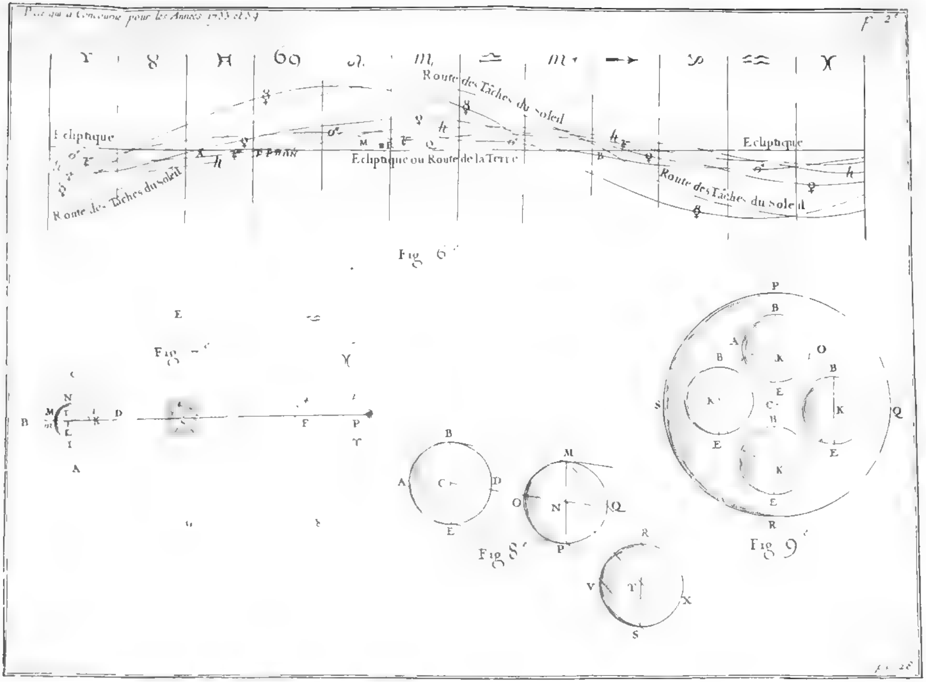
P
B
A
O
K
B
E
C
S
Q
E
R

Fig. 9e



M
O
N
Q
P
R
V
T
X
S

8e


Route des Taches du Soleil
Ecliptique
Ecliptique ou Route de la Terre
Route des Taches du Soleil
Route des Taches du Soleil
Ecliptique
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9