RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTÉ LES PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Depuis leur fondation jusqu'à présent.

Avec les Pieces qui y ont concouru.

TOME TROISIEME.

Contenant les Pieces depuis 1734 *jusqu'en* 1737.

A PARIS,

Chez
- GABRIEL MARTIN, rue Saint Jacques, à l'Etoile.
- J. B. COIGNARD, Imprimeur ordinaire du Roi, rue S. Jacques, à la Bible d'Or.
- HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, rue S. Jacques à Saint Thomas d'Aquin.
- CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi, pour l'Artillerie & le Génie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LII.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

PIECES

contenues dans ce troisiéme Volume.

L'Académie n'ayant pas été satisfaite des Ouvrages qui lui furent envoyés pour mériter le prix de 1732, *laissa encore pour deux ans la même matiére proposée aux recherches des Sçavans, avec un Prix double. Elle a vû cette année le succès de son délai ; parmi les Piéces qu'elle a reçûes, Elle en a trouvé deux qui méritent le Prix, & qui par des beautés différentes, lui ont parû chacune y avoir un droit égal. Ces Piéces sont :*

I. Essai d'une nouvelle Physique céleste, servant à expliquer les principaux Phénomenes du Ciel, & en particulier la cause physique de l'inclinaison des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil : par M. Jean BERNOULLI, Professeur de Mathématiques en l'Université de Basle.

II. *Disquisitiones Physico-Astronomicæ problematis ab inclyta Scientiarum Academia Regia, quæ Parisiis floret, iterùm propositi :* par M. Daniel BERNOULLI, Professeur en Anatomie, en l'Université de Basle.

III. Recherches physiques & géométriques sur la question : Comment se fait la propagation de la Lumiere ; par M. Jean BERNOULLI, Docteur en Droit.

L'Académie ayant jugé à propos de remettre à cette année 1737 *le Prix du sujet proposé en* 1735 *sur les Ancres, Elle partagea ce sujet en trois parties : la premiere sur la figure des Ancres, la seconde sur leur fabrique, & la troisieme sur la maniere* *de les éprouver. Les deux premiers Prix ont été adjugés à M. Jean Bernoulli & à M. Tresaguet ; mais le sujet du troisieme ne lui ayant pas parû suffisamment rempli, Elle l'a partagé également entre deux Pieces qui lui ont paru mériter également son approbation.*

IV. Discours sur les Ancres : par M. Jean BERNOULLI, Docteur en Droit.

V. Mémoire sur la fabrique des Ancres : par M. TRESAGUET, ancien Ingénieur des Ponts & Chaussées.

VI. Réflexions sur la meilleure figure à donner aux Ancres, & la meilleure maniere de les essayer : par M. Daniel BERNOULLI, Professeur en Anatomie.

VII. Dissertations sur les Ancres, qui répondent aux trois questions proposées à ce sujet par l'Académie R. D. S. par M. le Marquis de POLENI.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome troisiéme.

La planche de la premiere Piece de M. Jean BERNOULLI, après la page 92

La planche de la seconde Piece sur la Lumiere, par M. Jean BERNOULLI, après la page 66

Les trois planches de la premiere Piecede 1737. sur les Ancres, par M. Jean BERNOULLI, après la page 32

Les onze planches du deuxieme Mémoire sur les Ancres, par M. TRESAGUET, doivent se placer à la fin, à la page 46

La planche du troisiéme Mémoire sur les Ancres, par M. Daniel BERNOULLI, après la page 84

Les planches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 & 9, du quatrieme Mémoire sur les Ancres, par M. le Marquis POLENI, doivent se placer à la fin du Volume après la page 159.

PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

LE PRIX

DOUBLE

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

EN M. DCCXXXIV.

*

Avertissement de l'Académie.

L'ACADÉMIE, lorsqu'elle proposa la question sur l'Inclinaison des Plans des Orbites des Planetes, en désiroit la solution plus qu'elle ne l'espéroit; aucun des ouvrages qui lui furent envoyés ne lui parut mériter le Prix de l'année 1732, & elle laissa encore pour deux ans la même matiére proposée aux recherches des Sçavans, avec un Prix double. L'Académie voit aujourd'hui le succès de son délai; parmi les Piéces qu'elle a reçûes, elle en a trouvé deux qui méritent le Prix, & qui, par des beautés différentes, lui ont paru chacune y avoir un droit égal.

Dans ce cas, où l'égalité ne permet pas de choisir, & semble d'elle-même établir la loi de récompenser également des mérites égaux, l'Académie est encore autorisée, par l'Arrêt du Parlement, qui a expliqué le Testament de M. de Meslay; elle a donc jugé que le Prix double de cette année seroit partagé également entre les deux Auteurs des Piéces suivantes.

Cependant l'Académie avant que de prononcer son jugement, avoit résolu de renouveller dans cette occasion un avertissement qu'elle a déja fait autrefois : *Comme elle ne restraint à aucun systême les explicatioas qu'elle demande des Phénomenes, le suffrage aussi qu'elle donne à ces explications n'est point une adop-*

tion des principes sur lesquels elles sont fondées, ni de toutes les conséquences qu'on en tire.

Les trois Piéces qui ont le plus approché du Prix, sont la Piéce 26, dont la Devise est, *Deus autem noster in cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit*; la Piéce 17, dont la Devise est, *Emendantur priora posterioribus*; & la Piéce 28, dont la Devise est, *Inclinavit cœlos, & descendit, & caligo sub pedibus ejus.*

M. Jean Bernoulli, Professeur en Mathématique à Bâle, & M. Daniel Bernoulli son fils, Professeur en Anatomie & en Botanique, ont remporté le Prix de 1734.

ESSAI

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE CELESTE,

Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel, & en particulier la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil.

Felices animæ, quibus hæc cognoſcere primùm,
Inque domos ſuperas ſcandere, cura fuit.
Ovid. Faſtor. lib. 1.

DISCOURS PRELIMINAIRE.

§. I.

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, ſelon ſon noble deſſein de faire fleurir les Sciences & les beaux Arts, invite les Sçavans de toutes les nations, ſans diſtinction, à travailler ſur les ſujets qu'elle leur propoſe tous les ans, avec un prix deſtiné à celui qui aura le mieux réuſſi. Le ſujet pour l'année 1732. n'ayant point été traité à la ſatisfaction de l'illuſtre Académie, elle l'a remis ſur le tapis une ſeconde fois pour l'année 1734. & pour encourager davantage les curieux, elle a trouvé bon d'en doubler le prix.

La queſtion eſt conçûe en ces termes : *Quelle eſt la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe, & d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont différentes entre elles.* C'eſt, ſans doute, une matiere très-importante, & très-digne d'être approfondie avec une ſérieuſe application.

§. II.

Il n'y a eu juſqu'ici que deux ſyſtémes de Phyſique, qui ayent fait grand bruit, & partagé les opinions des Phyſiciens : l'un eſt le fameux ſyſtéme des *Tourbillons*, introduit par M. Deſcartes ; l'autre eſt celui de M. Newton, qui ſe ſert du *Vuide* & des *Attractions*, fondé d'ailleurs ſur deux loix que la Nature ſuit dans le mouvement des Planetes & de leurs Satellites.

L'un & l'autre de ces deux ſyſtémes eſt très-bien imaginé, & chacun a ſes beautés ; mais auſſi faut-il convenir qu'il y a de part & d'autre de grands défauts, & des difficultés que perſonne n'a encore entiérement levées : de ſorte que je ne m'étonne point que les pieces données pour le dénoûment de notre queſtion, n'ayent pas eu le bonheur de contenter le goût exquis de M^rs. les Juges : c'eſt apparemment que les Auteurs des pieces ont donné avec trop de déférence dans l'un ou l'autre de ces deux ſyſtémes, ſans aſſez de diſcernement du bon d'avec le mauvais. Car, encore un coup, il faut demeurer d'accord que chacun a ſon mauvais côté, par lequel il faudroit l'enviſager auſſi avant que de s'y livrer entiérement.

§. III.

M. de Maupertuis, dans l'excellent Diſcours ſur les différentes figures des Aſtres, qu'il donna au public vers la fin de l'année derniére, expoſe très-diſtinctement toutes les difficultés auſquelles les deux ſyſtémes ſont ſujets, quoiqu'en qualité de

Géométre, il admette celui de M. Newton, à cause de l'exactitude avec laquelle la plûpart des phenomenes célestes s'expliquent dans ce systéme, & non point à cause de l'évidence des principes qu'on y adopte. Il a raison de dire, que tout effet réglé, nonobstant que sa cause soit inconnue, peut être l'objet des Mathématiciens ; témoin Galilée, qui, sans connoître la cause de la pesanteur des corps vers la terre, n'a pas laissé de nous donner sur cette pesanteur, une théorie très-belle & très-sûre, & d'expliquer les phénomenes qui en dépendent ; témoin aussi lui-même, qui, dans le chapitre penultiéme, nous donne, en habile Mathématicien, la solution de deux problémes difficiles, sur les figures que doivent prendre les fluides qui tournent autour d'un axe, & sur la nature d'un torrent de matiére fluide, circulant autour d'un axe hors du torrent : où il suppose la pesanteur du fluide comme une attraction, sans avoir besoin d'en indiquer la cause, ni de dire en quoi elle consiste. Il remarque fort bien, que M. Newton avoit assez de candeur, pour ne regarder jamais l'attraction comme une explication de la pesanteur des corps les uns vers les autres, & pour avertir qu'il n'employoit ce terme que pour désigner un fait, & non point une cause.

Il n'en est pas autrement du Vuide parfait que M. Newton suppose ; il lui est permis de le supposer, tant qu'il ne s'en sert que comme d'un milieu, ou d'un fluide sans résistance, se mettant peu en peine si un tel milieu ou un tel vuide peut exister ou non. Un Géométre, en tant que tel, n'est pas obligé d'expliquer l'origine des faits : il peut les supposer, pourvû que, pour en découvrir les propriétés, il raisonne juste sur les hypothéses établies. Il seroit à souhaiter que les partisans de M. Newton eussent suivi l'exemple de leur maître ; & qu'au lieu de prétendre que le vuide & l'attraction sont des réalités dans la nature des choses, & que ce sont des principes d'existence, ils les eussent seulement envisagés comme des maniéres de concevoir.

§. IV.

C'est donc au Physicien qui veut chercher les causes des faits, à établir des principes d'existence, & ces principes doivent être clairs & intelligibles, si bien que leur possibilité se manifeste d'elle-même. Je ne pense pas que le principe d'attraction ait autant d'évidence que celui d'impulſion : je vois, par exemple, avec une évidence entiére, qu'un corps en mouvement qui en rencontre un autre en repos, doit le mouvoir auſſi, non-ſeulement parce que les corps ſont impénétrables, mais parce que le choc eſt une action, & que toute action doit avoir ſon effet, qui produit un changement dans l'état de celui qui le reçoit: mais il n'y a point d'autre changement d'état dans le corps choqué, que celui de quitter l'état de repos où il étoit pour ſe mouvoir; car c'eſt une loi générale reçûe dans la Statique & la Méchanique, que les corps preſſés plus d'un côté que de l'autre, doivent céder vers où ils ſont le moins preſſés. Or le choc ſe fait par preſſion ; c'eſt donc une action dont il réſulte un effet. Qui veut concevoir une action ſans effet, il veut concevoir une chimére.

Tout au contraire, un corps ſans mouvement ne peut pas agir, puiſque l'action d'un corps dépend uniquement de ſon mouvement; ainſi je ne vois pas comment deux corps éloignés & en repos peuvent s'attirer mutuellement, c'eſt-à-dire, ſe mettre en mouvement d'eux-mêmes; ce ſeroit un effet ſans cauſe, & une action ſans principe d'agir. Vouloir recourir à la volonté immédiate de Dieu, & dire que Dieu les pouſſe l'un vers l'autre avec une certaine force, lorſqu'ils ſont à une certaine diſtance de l'un à l'autre, ce ſeroit bannir les cauſes ſecondes de la Nature; il vaudroit autant dire que tous les phénomenes, & tout ce qui arrive dans l'univers, s'exécute immédiatement par la cauſe premiére, je veux dire, par la volonté divine; & que les cauſes ſecondes n'y contribuent que comme des occaſions qui déterminent l'Etre ſouverain à agir d'une telle ou telle maniére, ſelon les diverſes contingences: mais ce ſeroit introduire de nouveau le ſyſtéme des cauſes occaſionnelles, qui n'a guéres contenté les Philoſophes de bon goût.

§. V.

Les inconvénients qui réſultent de ces deux principes incompréhenſibles pour un Phyſicien, je parle du Vuide & de l'Attraction, ne ſont pas les ſeuls qui empêchent d'admettre dans la Phyſique le ſyſtéme de M. Newton: il y en a d'autres, par rapport à quelques phénomenes, qui reſtent inexplicables, quand même on accorderoit ces principes; ce ſont, par exemple, la rotation des Planetes autour de leur axe ; comme auſſi la direction commune de leur révolution autour du Soleil, ſe faiſant chacune ſous le zodiaque d'Occident en Orient, ainſi que ſe fait auſſi la révolution du Soleil ſur ſon axe ; item, les mouvemens irréguliers des Cometes, dont preſque chacune a ſa direction particuliére, & ſouvent contraire l'une à l'autre. Il ſemble que le Vuide parfait, tel que M. Newton le ſuppoſe, devroit permettre aux Planetes auſſi-bien qu'aux Cometes, de ſe choiſir chacune une route particuliére, & indépendante de la régularité de direction. M. Newton a ſi bien ſenti cette difficulté, qu'il avoue que ce phénomene eſt quelque choſe de ſurnaturel.

§. VI.

Le ſyſtéme des Tourbillons imaginé à la maniere de M. Deſcartes, ne laiſſe pas d'être expoſé auſſi à de grandes objections : on ſçait que la gravitation des Planetes vers le Soleil, attribuée à l'effet de la force centrifuge de la matiére du Tourbillon, ne devroit pas ſe faire directement au centre du Soleil, mais perpendiculairement vers l'axe du Tourbillon, de même que les corps graves ſur la terre devroient avoir une tendance perpendiculaire à l'axe, & ne point tendre au centre de la terre. Il ſemble auſſi que les Planetes principales, ſi elles étoient ſimplement entraînées par le courant de la matiére du Tourbillon ſolaire, devroient avoir la même vîteſſe & la même denſité, qu'ont les couches du Tourbillon, dans la région où elles nagent ; tout comme un vaiſſeau abandonné au courant d'un fleuve, acquiert enfin une vîteſſe commune avec l'eau qui l'emporte : de ſorte que la force centrifuge des Planetes deviendroit précisément égale à celle qu'auroit un égal volume de matiére du Tourbillon aux endroits où nagent les Planetes : donc à cauſe du parfait équilibre entre ces deux forces centrifuges, les Planetes, n'ayant point de gravitation plus ou moins grande dans un tems que dans un autre, ne varieroient jamais de diſtance au Soleil. Il eſt vrai qu'on a propoſé différens moyens pour faire voir comment les Planetes peuvent s'approcher & s'éloigner du Soleil, pendant que le Tourbillon les entraîne ; mais tous ces moyens, quelque vraiſemblables qu'ils ſoient d'ailleurs, ne m'ont jamais paru aſſez naturels.

Il y a encore dans le Tourbillon à la Cartésienne une difficulté, qui consiste en ce que les vîtesses de ses couches sont beaucoup trop grandes, par rapport à celle de l'Equateur du Soleil, pour que la circulation de cet astre & celle de son Tourbillon dépendent d'un même principe. Cela est si vrai, que Kepler avant la découverte des taches sur le disque du Soleil, soupçonnoit qu'il devoit avoir un mouvement de rotation, dont la période étoit de 3 jours au lieu de 25 $\frac{1}{2}$ jours, comme les observations des taches l'ont montré dans la suite.

§. VII.

Mais ce qu'il y a de plus fort contre le systéme des Tourbillons, comme le remarque très-à-propos M. de Maupertuis, résulte de l'incompatibilité pour ce systéme entre les deux loix de Kepler, qui s'observent pourtant généralement dans le cours des Planetes, tant principales que secondaires. En vertu de la premiére de ces loix, les secteurs de l'orbe elliptique d'une Planete, formés autour du foyer qu'occupe le Soleil, sont constamment proportionnels aux tems qu'elle emploie à parcourir les arcs de l'ellipse, compris dans ces secteurs. Par la seconde loi, il faut que les tems périodiques de différentes Planetes soient en raison sesquipliquée de leurs distances moyennes au Soleil, ce qui s'étend aussi aux Satellites par rapport à la Planete principale, autour de laquelle ils font leurs révolutions.

Si donc, selon l'hypothése commune des Tourbillons, la vîtesse des Planetes se regle sur celle des couches de la matiére du Tourbillon, il faudroit, suivant la premiére loi des secteurs proportionnels aux tems, que les vîtesses réelles des couches fussent en raison inverse des distances au centre, c'est en quoi consiste la circulation harmonique de M. Leibnits. Mais en conséquence de la seconde loi, qui veut que les tems périodiques des différentes Planetes soient en raison sesquipliquée des distances au centre, il faudroit que ces mêmes vîtesses réelles des couches fussent en raison soudoublée réciproque de leurs distances. Les vîtesses des couches auroient donc en même tems deux différentes raisons par rapport aux distances, ce qui impliqueroit une manifeste contradiction.

Pour la ſauver, on pourroit peut-être inventer un nouveau Tourbillon qui ſatisfît à une des loix, pendant que l'autre ſatisferoit à l'autre ; & chacun de ces deux Tourbillons devroit circuler ſuivant ſa propre regle, ſans s'interrompre mutuellement en ſe traverſant, à peu près comme M. Bullfinger a voulu expliquer (d'une maniére plus ingénieuſe que vraiſemblable) l'effet de la peſanteur & ſa tendance vers le centre de la terre, en multipliant les Tourbillons. Mais c'eſt ici où l'on pourroit demander ſi la ſimplicité des opérations de la nature permet de prodiguer ſi libéralement *des matiéres & des mouvemens*, *ſans autre raiſon que le beſoin qu'on en a*. Il eſt vrai que c'eſt une libéralité qui ne coute rien, mais auſſi peu pardonnable que celles des anciens Aſtronomes, qui, pour ſuppléer à l'inſuffiſance de leurs hypothéſes, n'ont point fait ſcrupule de créer de nouveaux cieux cryſtallins, des épicycles, & d'autres ouvrages de cette nature, à meſure qu'on en avoit beſoin pour expliquer de nouvelles irrégularités qui ſe découvroient dans le mouvement des Aſtres, ſans ſe mettre en peine ſi tous ces embarras étoient convenables à la ſimplicité, à la beauté, & à la ſymmétrie de l'Univers. Que n'auroient-ils pas encore fait, ces mêmes Aſtronomes, ſi déja de leur tems on eût connu les merveilles du ciel, découvertes dans ces derniers ſiécles, que n'auroient-ils pas fait, dis-je, pour les expliquer à leur maniére ? on ne verroit, je crois, qu'un labyrinthe d'une infinité de cercles nouveaux.

§. VIII.

Je reviens à nos deux ſyſtémes donnés par Deſcartes & par M. Newton : de quelque côté que je me tourne, je rencontre dans chacun des difficultés preſque inſurmontables. J'ai donc crû qu'en voulant ſe dévouer aveuglément à l'un ou à l'autre de ces deux ſyſtémes, on ne pourroit pas répondre d'une maniére ſatisfaiſante à la queſtion propoſée. Un juſte milieu entre les deux m'a paru le plus ſûr ; pour cette fin, j'ai choiſi de l'un & de l'autre ce qu'il y a de plus naturel & de plus ſimple : j'ai abandonné dans chacun, ceux des principes qui choquent ou la raiſon ou le bon ſens, ne me ſervant que de ceux qui ſont clairs & intelligibles : j'en ai tiré des conſéquences, qui en découlent naturellement ſans les forcer. De cette maniére j'ai tâché de concilier enſemble les deux ſyſtémes par leur beau côté, pour en former un nouveau. J'admets dans ce nouveau ſyſtéme les Tourbillons des deux eſpeces, tant ceux du Soleil & des Etoiles fixes, que les particuliers autour des Planetes principales. Je ne leur donne point d'autre mouvement que celui qu'ils ont reçû du même principe qui a fait tourner les Aſtres ſur leur centre qu'ils environnent. C'eſt la maniére la plus ſimple de concevoir la circulation d'un Tourbillon.

La gravitation des Planetes vers le centre du Soleil, & la peſanteur des corps vers le centre de la terre, n'a pour cauſe ni l'attraction de M. Newton, ni la force centrifuge de la matiére du Tourbillon ſelon M. Deſcartes; mais l'impulſion immédiate d'une matiére, qui, ſous la forme d'un Torrent que je nomme *central*, ſe jette continuellement de toute la circonférence du Tourbillon ſur ſon centre, & imprime par conſéquent à tous les corps qu'il rencontre ſur ſon chemin, la même tendance vers le centre du Tourbillon. De-là je rends raiſon de la propriété de cette gravitation des Planetes, néceſſaire pour qu'elles décrivent des ellipſes autour du foyer, qui eſt le centre des tendances: Et tout ce qu'en déduit M. Newton par ſes attractions, ſe déduit naturellement de ma théorie des impulſions du Torrent central.

Cependant mes principes ayant entre eux une liaiſon étroite, je ne pourrois pas commodément raiſonner ſur le ſujet en queſtion, ſans faire préalablement une deſcription de mon ſyſtéme: ce que je fais d'autant plus volontiers, que j'aurai occaſion d'expliquer en même tems les cauſes des principaux phénomenes du ciel, & de donner ainſi une idée générale d'une nouvelle Phyſique céleſte.

Je partage mon ouvrage en quatre parties; les trois premiéres ſeront employées à l'expoſition du nouveau ſyſtéme, & à l'explication des faits; & la quatriéme partie traitera en particulier de la Queſtion propoſée, où je ferai voir que la cauſe qui fait que la route des Planetes principales s'écarte du plan de l'Equateur du Soleil, eſt ſemblable à celle qui détourne les vaiſſeaux ſur mer de la direction de la Quille, ce que l'on appelle la *Dérive des vaiſſeaux*.

PREMIERE PARTIE.

§. IX.

IL y a long-tems que l'on a remarqué, que suivant l'idée que Descartes donne pour expliquer la cause de la pesanteur par l'action de ses Tourbillons, les corps graves ne devroient pas tendre directement au centre, mais perpendiculairement à l'axe de ces mêmes Tourbillons ; les expériences faites depuis, ont confirmé cette objection, en ce qu'on a vû qu'une sphere de verre remplie d'eau jusqu'à une partie qui contenoit de l'air, ou une matiére liquide de moindre densité que l'eau, étant tournée rapidement sur son axe, cet air ou cette matiére moins dense se rangeoit non point autour du centre en forme de globe, mais plutôt le long de l'axe, & formoit un noyau allongé, approchant de la figure cylindrique, conformément à la nature des forces centrifuges, qui veut que les parties qui en ont moins, comme sont les moins denses, cédent aux plus denses, qui ont plus de force centrifuge, & tendent par conséquent vers le centre du cercle parallele à l'équateur de la sphere, c'est-à-dire, perpendiculairement à son axe. Qu'on lise pour cela le discours de M. Bulffinger.

M. Huguens voulant obvier à cet inconvénient, a imaginé une autre sorte de Tourbillon, dont la matiére se meut en tout sens sur la surface sphérique de chaque couche dont il conçoit composé son Tourbillon ; de-là il prétend faire voir pourquoi les corps pesans tendent directement au centre du Tourbillon : mais ce mouvement prétendu souffre de très-grandes difficultés, parce qu'on ne sçauroit dire ce qui peut entretenir ce mouvement, d'autant qu'il semble que chaque particule du Tourbillon, étant rencontrée par une autre de masse & de vîtesse égale directement opposée, toutes les deux devroient s'arrêter tout court, à moins qu'on ne veuille supposer un ressort parfait dans ces corpuscules élémentaires qui les repousse, sans pouvoir dire d'où leur vient ce ressort, & partant plus difficile à expliquer que la cause de la pesanteur elle-même.

§. X.

Selon mon ſyſtéme, il faut concevoir deux ſortes de matiére, comme auſſi deux mouvemens principaux dans un Tourbillon céleſte ; l'une de ces ſortes de matiére, eſt celle que je conçois comme parfaitement liquide, je veux dire, non-ſeulement diviſible à l'infini, ce qui eſt commun à tous les corps, mais diviſée réellement à l'infini & ſans bornes, ou plutôt c'eſt un fluide uniforme, qui n'eſt pas compoſé de corpuſcules élémentaires, comme on conçoit les fluides ordinaires, qui, ſelon la multitude & groſſeur de ces corpuſcules plus ou moins ſerrés, ſont conçûs être plus ou moins denſes, & faire une plus ou moins grande réſiſtance aux corps ſenſibles qui y nagent : au lieu que notre matiére parfaitement liquide, en tant qu'elle eſt deſtituée de corpuſcules élémentaires, eſt ſans réſiſtance, comme nous verrons plus amplement ci-après.

M. Deſcartes paroît avoir ſuppoſé quelque choſe d'approchant, par ſa matiére qu'il appelle du *premier élément* ; mais il y a une tres-grande différence entre nos deux maniéres de concevoir la nature & l'origine de cette matiére. La voici :

§. XI.

On ſçait que ce Philoſophe prétendoit, que lorſqu'un Tourbillon céleſte devoit ſe former d'une maſſe de matiére, au commencement en repos, & diviſée en petits corpuſcules qui ſe joignoient exactement les uns aux autres, ne laiſſant aucun vuide entre eux ; que toute cette grande maſſe ayant pris par la volonté de Dieu, un mouvement de circulation autour d'un centre, ces corpuſcules ont dû quitter leurs places, & ſe choquer de toutes parts, d'où il eſt arrivé, ſelon lui, que par la fréquente attrition de leurs angles & prominences avancées, ils ſe ſont enfin écornés, juſqu'à s'arrondir parfaitement en petits globules très-ſolides, & deſtitués de pores ; car Deſcartes croit que la ſolidité ou la dureté des corps n'a point d'autre cauſe que le repos relatif de leurs parties entre elles.

C'eſt l'amas de tous ces petits globules qu'il a voulu nommer la matiére du ſecond élément, & qui par la continuation de ſon mouvement circulaire une fois imprimé, forme un des

Tourbillons céleſtes. Le déchet, ou la raclûre provenue après l'arrondiſſement des globules, eſt ce que Deſcartes a nommé matiére du premier élément, dont les particules incomparablement plus petites que les globules, n'ont aucune figure réguliére ni déterminée, mais ſervent en partie à remplir les interſtices triangulaires des globules, & en partie à s'amaſſer autour du centre du Tourbillon dans l'eſpace qui ſeroit reſté vuide par la formation & diminution des globules, leſquels par leur force centrifuge ſe ſont éloignés du centre. Cet amas de matiére du premier élément qui occupe la région centrale du Tourbillon, eſt, ſelon Deſcartes, la ſubſtance du Soleil, ou d'une autre étoile.

§. XII.

Je ne veux pas m'amuſer à faire l'hiſtoire de toutes les conſéquences que ce grand Philoſophe a tirées de cette hypotheſe, pour en compoſer tout ſon ſyſtéme du monde. Il me ſuffit de faire voir que ſa matiére du premier élément n'eſt pas actuellement diviſée à l'infini, puiſqu'il veut que chacune de ces particules ait été ſéparée d'une plus grande, dont elle faiſoit partie; elle eſt donc encore un corpuſcule entier & indiviſé, quoique ſujet à des changemens infinis de grandeur & de figure. De-là il ſuit que notre Philoſophe a regardé la ſolidité ou la dureté des particules élémentaires, c'eſt-à-dire, ce repos relatif de leurs parties internes, comme un attribut eſſentiel ou attaché à leur nature.

§. XIII.

Mais moi, tout au contraire, je penſe que la dureté des corps, quelque petits qu'ils ſoient, eſt une qualité accidentelle, qui n'eſt point compriſe dans l'idée que nous devons avoir du corps. La cohéſion des parties, ſoit parfaite ou imparfaite, eſt un phénomene qui a ſa cauſe comme tous les autres phénomenes de la nature. Qui dit corps, ne dit autre choſe que ce qui eſt étendu, mobile & impénétrable; voilà tout ce que l'idée du corps doit renfermer; il n'eſt pas même néceſſaire de faire entrer la diviſibilité dans la définition du corps, comme étant déja compriſe dans la ſeule notion de l'étendue.

§. XIV.

Cela étant, il est visible que la matiére, en tant que matiére, est non-seulement divisible à l'infini, mais qu'immédiatement après sa création, elle pouvoit être réellement divisée à l'infini; j'entends ici une *infinité* absolue, en sorte qu'il n'y a pas même des particules infiniment petites, ou, pour parler ainsi, des différentielles de matiére, dont on puisse dire qu'elles ont une solidité nécessaire: car, encore une fois, la solidité n'entre pas dans la nature du corps, & n'en est point du tout essentielle. Je sçais bien qu'il y a des Philosophes, & presque la plûpart, qui croyent que les corpuscules élémentaires qui composent les corps sensibles, sont solides de leur nature, comme si la petitesse pouvoit changer la nature du corps; mais c'est un préjugé tout pur, dont on devroit se défaire.

Ainsi je conçois très-clairement, qu'il peut y avoir sans contradiction dans le monde, une telle matiére que je viens de décrire, & que j'appellerai, prise dans ce sens, *matiére premiére*, ou matiére du *premier élément*, dont la nature est d'avoir une division, ou plutôt une dissolution de parties qui va à l'infini absolu. En effet, qu'est-ce qui m'empêche de supposer l'existence de ce premier élément? car après la création de la matiére en général, le créateur n'avoit qu'à en laisser une partie dans son état naturel, & cette partie étoit déja ce premier élément, sans que le Créateur y ajoûtât une nouvelle qualité.

§. XV.

L'autre partie de la matiére aura été employée primitivement à en former des corpuscules, en prenant pour chacun une petite quantité de matiére du premier élément, ramassée ensemble, & qui par le seul mouvement conspirant dans tous ses points, fait une massule dont les parties sont par cela même cohérentes, sans dire qu'elles soient invinciblement dures. Ce sont donc ces corpuscules élémentaires que je qualifierai du titre de *matiére du second élément*. Je ne prétends pas, à l'exemple de Descartes, montrer comment par les différentes combinaisons de la matiére du second élément avec le concours du premier s'est formé la matiére du troisiéme élément, & de-là comment les corps terrestres & célestes ont pû prendre leur origine ; ce seroit une entreprise trop hardie & trop présomptueuse pour moi. Mon but est seulement de faire voir que par la nature & par l'action de la matiére du premier & du second élément, tels que je les ai expliqués ici, je me trouve en état de rendre raison des principaux phénomenes célestes que l'Astronomie a observés, & partant aussi de celui qui fait le sujet de la question de l'illustre Académie.

§. XVI.

La matiére du premier élément étant parfaitement liquide, & n'ayant point de parties cohérentes, on voit bien qu'elle ne fait aucune résistance aux corps qui s'y meuvent ; car la résistance des fluides ne vient que de l'inertie des molécules dont les fluides sont composés, & dont un corps qui y nage, doit à tout moment remuer & déplacer une certaine quantité, ce qui ne se peut faire sans leur communiquer une partie de son mouvement, & en perdre par conséquent tout autant. Et c'est en quoi consiste la résistance, qui, la vîtesse étant égale, sera toujours proportionnelle à la densité du fluide indépendamment de la grosseur des molécules : car c'est le volume entier, & non pas le nombre, que le corps mû déplace dans un petit tems donné, qui doit déterminer la quantité de la résistance.

Ainsi on accorde à M. Newton, que faisant abstraction de la ténacité & du frottement du fluide contre le corps, ce qui cause une autre espéce de résistance, & ne regardant que la résistance qui vient de l'opposition & du déplacement d'un volume de molécules que le corps rencontre, cette résistance sera en raison composée de la densité & du quarré de la vîtesse : on accorde donc aussi, qu'une plus ou moins grande subtilité de ces molécules, ne fait rien à l'estimation de la résistance, étant visible que les plus subtiles molécules peuvent être si serrées, que le fluide qui en est composé sera beaucoup plus dense qu'un autre dont les molécules (peut-être plus grossiéres) ne laissent pas de composer un fluide d'une rareté fort grande ; tel est, par exemple, l'air dont toutes les molécules élémentaires, selon toutes les apparences, ont plus de grosseur que celles du vif-argent, quoique le vif-argent soit bien dix mille fois plus dense que l'air.

§. XVII.

Mais ſelon l'idée que nous avons de notre matiére du premier élément, puiſqu'elle n'eſt pas un amas de molécules ſolides comme un autre fluide, il eſt évident qu'elle n'a pas cette inertie requiſe pour oppoſer de la réſiſtance aux corps qui s'y meuvent. C'eſt donc une matiére liquide d'une continuité & homogénéïté parfaite, qui cede avec une facilité infinie au moindre mouvement d'un corps; qui ne fait que remplir le vuide, & s'accommoder à tout moment aux différentes ſituations des corps qu'elle environne. Cela fait que les corps y peuvent continuer leur mouvement ſans en rien perdre, tout comme ils feroient, s'ils nageoient dans un vuide parfait, tel que le ſuppoſent les partiſans rigides de M. Newton.

§. XVIII.

Suivant ma théorie, la nature & la formation d'un Tourbillon céleſte, ſe fait comme je vais l'expliquer. Il faut concevoir une prodigieuſe quantité de matiére fluide, mais non pas de celle que Deſcartes appelle des globules céleſtes; je ſuppoſe que ſa plus grande partie ſoit faite de cette matiére du premier élément parfaitement liquide, dans laquelle ſoit mêlée une bonne partie de matiére du ſecond élément, diſperſée par toute la maſſe, en ſorte que les particules du ſecond élément, quoique bien proches les unes des autres, ne laiſſent pas d'avoir des intervalles, qui ſont bien grands en comparaiſon des diametres de ces particules, à peu près comme je conçois que le peu de fumée qui ſort d'un grain d'encens mis ſur un charbon ardent remplit tout l'air d'une chambre, ou comme un grain de cochenille peut teindre une grande quantité d'eau claire. Donc toute cette maſſe de matiére parfaitement liquide, mais impregnée de particules du ſecond élément, commençant à être tournée autour du centre en forme d'un Tourbillon, continuera de ſe mouvoir avec la vîteſſe une fois acquiſe; mais cette vîteſſe, qui ſera vers l'équateur du Tourbillon à peu près en raiſon réciproque de la racine quarrée de la diſtance au centre, comme on a démontré ailleurs que la nature du Tourbillon le requiert, n'eſt pas à beaucoup près ſi rapide que ſe l'imaginent ceux qui croyent avec Descartes, que les Planetes sont emportées par le Tourbillon autour du Soleil. Car je ferai voir que les Planetes ont un tout autre principe de leur mouvement annuel, & que la circulation de la matiére du Tourbillon est destinée à un autre usage qu'à celui d'emporter les Planetes.

§. XIX.

Je reviens à considérer le Tourbillon dans l'état de génération : dès le moment donc qu'il a commencé à circuler, les particules du second élément ont à la vérité acquis un peu de force centrifuge ; je dis *un peu*, parce que leur mouvement circulaire est très-lent par rapport à celui qui seroit requis pour entraîner les Planetes, suivant l'idée de M. Descartes ; cependant cette force centrifuge, quelque petite qu'elle soit, a fait monter un peu les particules du second élément, en s'éloignant du centre ; s'étant ainsi rapprochées entre elles, elles ont composé le corps du Tourbillon plus dense qu'il n'étoit, & la densité introduite a été différente, selon les différens éloignemens du centre, & la diversité des particules, soit dans leur grosseur, figure, ou autres circonstances, ce qu'il n'est pas à propos d'approfondir, comme ne faisant rien à mon dessein. Il suffit que je dise que la densité la plus grande qui se trouve dans le Tourbillon, peut être conçûe de si peu de conséquence, que malgré cette densité, la matiére du second élément est encore si rare, que le mouvement d'une Planete n'en sçauroit être retardé sensiblement pendant un grand nombre de siécles.

§. XX.

Cependant, par l'éloignement du centre & par la condensation de la matiere du second élément, il resta un espace autour du centre du Tourbillon, qui fut rempli de matiére du premier élément d'une liquidité parfaite, entremêlée pourtant de particules grossiéres, qui, par l'irrégularité de leurs figures, se sont accrochées en partie, & n'ont pas acquis assez de force centrifuge pour sortir de cet abysme de matiére du premier élément.

§. XXI.

C'est cette matiére infiniment liquide, accumulée & renfermée dans l'espace central de chaque Tourbillon, qui fait ce qu'on appelle une étoile fixe, ou le Soleil qui eſt au centre du Tourbillon ſolaire, dont je veux entretenir mon lecteur; tout ce que j'en dirai pouvant être appliqué aux autres Tourbillons, dont chacun eſt parmi les autres, comme entouré de ceux qui lui ſont les plus voiſins tout à l'entour.

§. XXII.

La maſſe totale du Soleil, ramaſſée autour du centre de ſon Tourbillon, aura acquis par la premiére impreſſion ce mouvement de rotation ſur ſon centre, dont une révolution (comme on le connoît par ſes taches) s'acheve dans le tems de 25 $\frac{1}{2}$ jours par rapport aux étoiles fixes, mouvement trop tranquille & trop lent pour produire une force centrifuge de quelque conſidération, comme je le ferai voir ci-deſſous.

§. XXIII.

Mais la matiére du Soleil, qui eſt infiniment ſubtile, & dont la moindre portion l'eſt auſſi, par conſéquent ſuſceptible d'une extrême agilité, cette matiére, dis-je, n'auroit-elle point d'autre principe de mouvement que celui dont je viens de parler, en vertu duquel tout le globe ſolaire tourne ſur ſon axe d'une viteſſe aſſez uniforme, de même que ſon tourbillon dans chacune de ſes couches? Il ne faut pas douter que la matiére du Soleil, outre ſon mouvement rotatif, ne ſoit encore dans une agitation très-violente, qu'elle a reçûe dès le commencement de ſon exiſtence, & qui ne ſçauroit diminuer par la longueur du tems, quoique cette agitation ſe faſſe confuſément & en tout ſens: car comme ce liquide parfait eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps qui y nagent, ainſi que nous l'avons dit, il s'enſuit que les parties n'ayant point de connexion entre elles, ſe mouvront auſſi très-librement, ſans s'empêcher ni ſe réſiſter en aucune maniére.

§. XXIV.

Voyons ce qui doit arriver aux corpuſcules groſſiers & irréguliers, que j'ai dit (§. XX.) être mêlés par-ci par-là dans cet océan du premier élément; & qui par l'irrégularité de leur figure, & par la lenteur du mouvement de rotation de la maſſe du Soleil,

Soleil, n'acquiérent pas assez de force centrifuge pour sortir & s'éloigner du Soleil, ou s'il y en a qui s'éloignent, cet éloignement ne s'étendra qu'à une certaine distance, par exemple, tout au plus jusqu'à l'orbite de la terre, peut-être dans un tems plus que dans un autre. Enfin selon la constitution & l'agilité de ces corpuscules, une partie ira assez loin, une autre se rangera plus ou moins haut à proportion de la force centrifuge que les corpuscules reçoivent par le tournoyement du Soleil.

§. XXV.

C'est peut-être de cette matiére qui s'échappe du Soleil, que se forme une espece d'atmosphere platte autour de cet astre, & particuliérement sur le plan de son équateur, puisque c'est ici où le mouvement de circulation est le plus vîte, & où par conséquent la force centrifuge est la plus grande. Ainsi il n'y a nul doute que ce ne soit cet atmosphere qui cause la lumiére zodiacale, que M. Cassini le pere observa la premiere fois le soir du 18. Mars 1683. comme il l'a annoncé lui-même dans le Journal des Sçavants du 10. Mai de la même année. Après lui, M. Fatio de Duiller remarqua aussi cette lumiére dans l'Automne le matin avant le lever du Soleil, d'où il conjectura d'abord, qu'elle devoit paroître le plus sensiblement dans ces deux saisons, sçavoir dans le Printems après le coucher du Soleil, & dans l'Automne avant son lever, parce qu'alors dans nos climats, l'écliptique (ou plûtôt le plan de l'équateur solaire) sur lequel la lumiére (qu'on appelle zodiacale) se répand, s'éleve le plus droit sur l'horison, ou s'approche le plus d'un cercle vertical.

§. XXVI.

Après cette petite digression je reviens à mon systéme, qui se développera par l'explication des principaux phénomenes astronomiques, entre lesquels celui qui est en question demande le plus d'attention, vû l'extrême difficulté qui se présente de tout côté en voulant chercher une cause physique probable, qui fasse détourner la route des Planetes du plan de l'équateur solaire, d'autant qu'il paroît être contre le cours & l'ordre de la nature, que les corps mûs ne suivent pas la direction de la caufe mouvante, là où les corps céleftes ont un champ libre d'aller en tel ou tel fens, vers où la force motrice les détermine.

C'eft ici en effet, que l'action des Tourbillons à la Cartéfienne fouffre un horrible échec ; car le mouvement du Tourbillon & celui du Soleil fur fon axe, fe faifant chacun d'Occident en Orient, prennent fans doute leur origine d'une même caufe : le Tourbillon & le Soleil font un tout, ainfi la même force primitive qui a fait tourner l'un, a auffi fait tourner l'autre ; donc l'équateur de l'un & l'équateur de l'autre devroient être dans un même plan ; donc auffi les Planetes, qui flottent tranquillement (felon l'idée de Defcartes) dans la matiére du Tourbillon, devroient fuivre abfolument fa direction, tout comme un bateau dans une riviere abandonné à lui-même, eft bientôt entraîné par l'eau, & dirigé fuivant le fil du courant. Cependant les Planetes ne marchent pas fur les traces du courant du Tourbillon, elles s'en écartent, & décrivent des routes particuliéres, dont les plans coupent le plan commun du Tourbillon & du Soleil dans la ligne des Nœuds qui paffe par leur centre commun. Voilà le point capital de la difficulté.

§. XXVII.

Pour me préparer à y répondre convenablement, je continue à faire mes réflexions fur les effets que doit produire la véhémente agitation de la matiére du premier élement, dont j'ai commencé à parler. (§. XXIII.) Je regarde d'abord cette agitation comme la plus forte ébullition que l'on puiffe concevoir, & d'autant plus forte que la quantité de corpufcules irréguliers du fecond élément qui s'y trouvent difperfés, ne fçauroit rallentir ni diminuer en rien la violence de cette ébullition, parce que quelque copieufe que foit cette matiére hétérogéne des corpufcules, elle eft comptée pour rien en comparaifon de toute la maffe du Soleil, & n'y fera pas plus qu'une pincée de pouffiére que je jetterois dans un grand chauderon rempli d'eau bouillante.

Cependant ces corpufcules ne laiffent pas d'être la caufe de plufieurs effets confidérables tant au dedans qu'au dehors du Soleil ; car comme ils font obligés de fubir la même agitation confufe, ils ne peuvent que fe choquer très-fréquemment avec une grande impétuofité, par où il arrive qu'une partie des plus grofſiers & irréguliers, pouvant réſiſter à la rupture, s'accrochent enſemble, & forment enfin de gros pelotons, à peu près comme ſe font les avalanges de neige, qui groſſiſſent en roulant avec précipitation du haut d'une montagne. C'eſt de-là ſans doute, que tirent leur origine les taches de différente grandeur & figure, que l'on obſerve ſur le diſque du Soleil, qui vraiſemblablement ne ſont autre choſe que ces gros pelotons, expulſés quelquefois vers la ſurface du Soleil, & enſuite derechef engloutis.

L'apparition de ces taches a été d'un grand ſecours aux Aſtronomes, qui par leur mouvement ſur le diſque ſolaire ont eu l'avantage de déterminer deux choſes : 1°. le tems périodique d'une révolution du Soleil ſur ſon axe ; & 2°. la ſituation de ſon équateur par rapport aux étoiles fixes. Par où ils ont connu que ce mouvement de rotation ſe fait en même ſens que la révolution des planetes autour du ſoleil, ſçavoir ſuivant l'ordre des ſignes ; marque certaine que ces mouvemens ſont les effets d'une même cauſe. Quant à l'équateur ſolaire, ils ont auſſi trouvé par leurs frequentes obſervations, qu'il n'eſt pas dans un plan commun avec l'écliptique ou l'orbite de la terre, ni avec les orbites des autres Planetes, mais que toutes ces orbites ſont différemment inclinées, tant entre elles, que par rapport à l'équateur du Soleil. Or, comme cette différence ne paroît pas bien s'accorder avec la mutuelle dépendance qui devroit régner entre le mouvement de rotation du Soleil, & celui de ſon tourbillon, c'eſt juſtement ce qui a occaſionné l'illuſtre Académie d'en demander la cauſe Phyſique ; mais avant que d'en venir à la ſolution de cette importante queſtion, il faut néceſſairement achever d'expliquer mon ſyſtéme, afin que la liaiſon entre tous les phénomenes, dont l'explication en découle ſi naturellement, ſoit expoſée dans un plus grand jour. Je me flatte que la ſimplicité, auſſi-bien que la fécondité des principes dont je me ſers, ſera agréable à tous ceux qui aiment qu'un ſyſtéme ſoit clair & intelligible.

§. XXVIII.

Nous avons conſidéré l'effet que produiſent les corpuſcules groſſiers & crochus, en formant par leur rencontre & leur concreſcence, les taches du Soleil. Je paſſe maintenant à méditer ſur ceux qui ſont moins groſſiers, & d'une conſiſtence friable :

je vois avec une évidence entiére, que ceux-ci ne pouvant pas résister à l'impétuosité & fréquente collision, sans se rompre de plus en plus, deviendront d'une subtilité qui surpasse la force de l'imagination. C'est donc dans l'agitation incroyablement violente, & la collision perpétuelle de ces petites massules, que consiste la lumiére éclatante, & la chaleur excessive du Soleil. Il n'y a qu'à voir comment l'une & l'autre est portée au-dehors du Soleil à une distance immense, & avec une rapidité prodigieuse.

§. XXIX.

Je ne sçais si on ne m'accordera pas facilement, que ces massules réduites à une petitesse quasi infinie, & mises dans une effervescence extraordinaire, ne pouvant plus se contenir dans leurs bornes, seront chassées & jettées hors du Soleil avec une vîtesse incomparablement plus grande que tout ce qu'on peut imaginer de plus rapide, & cela en direction droite du centre vers tous les points de la surface extrême, & au-delà même (comme nous l'entendrons bientôt) du Tourbillon. Nous voyons au moins une foible image de telles explosions dans les liqueurs spiritueuses faites par la chymie, lesquelles étant fortement secouées & agitées, rendent une odeur beaucoup plus forte & plus au loin que quand elles sont dans un état calme, marque certaine que par le mouvement d'agitation les particules spiritueuses sont poussées dehors, & dispersées de toute part à la ronde jusqu'à une distance considérable.

Je conçois donc que ces effluves qui sortent du Soleil sans cesse en ligne droite par l'effet d'une explosion très-violente, sont ce qu'on appelle les rayons du Soleil, qui portent sur tout ce qu'ils rencontrent la lumiére & la chaleur de la maniére qu'on sçait assez, sans que je m'y arrête long-tems.

§. XXX.

Je dois plutôt répondre à deux objections qu'on peut me faire; la premiére est, pourquoi par ce continuel écoulement de ces massules, qui dure déja depuis la création du monde, la source qui est dans le Soleil, ne tarit pas à la fin, & que la matiére ne lui en manque jamais? La seconde objection consiste en ce qu'on me demandera, d'où vient que les rayons qui traversent les vastes étendues du ciel, ne perdent rien de leur rapidité ? Pour ce qui est de la derniére de ces objections, à laquelle je répondrai en premier lieu, je dis sans détour, que chaque Tourbillon n'étant qu'une masse de matiére du premier élément, mais sans agitation intestine, qui se trouve seulement dans celle du Soleil & des autres étoiles fixes, & que dans cette masse du Tourbillon y ayant bien quantité de particules du second élément, mais qui sont fort dispersées les unes des autres ; on voit bien, que puisque la matiére du premier élément ne résiste pas, les rayons y passeront sans aucun obstacle de la part de cette matiére, & à cause des grands interstices que laissent entre elles les particules du second élément, l'extrême subtilité des massules dont les rayons sont composés, fait aussi qu'il n'y a point d'empêchement à craindre pour leur passage ; & que si par hasard il y en a, l'une ou l'autre de ces particules, qui se rencontre sur leur chemin, sera bien vîte refoulée, & écartée par le flux continuel du rayon.

§. XXXI.

Mais quant à la premiére objection, elle mérite plus d'attention, d'autant que la réponse que j'y donnerai, m'ouvre justement le chemin pour parvenir à la connoissance de la cause physique d'un des plus importans phénomenes, je parle de la pesanteur. On renvoie donc la réponse, pour la donner lorsque j'aurai à expliquer la pesanteur dans toute son étendue ; il suffit que je dise en passant, que la perte de la matiére du Soleil qui se fait par l'écoulement des rayons, est à tout moment réparée par une égale quantité d'autre matiére qui s'y jette de tout côté, venant des extrémités du Tourbillon vers le Soleil, de la maniére que j'indiquerai.

Revenons donc aux rayons du Soleil, dans le progrès desquels consiste la propagation de la lumiére. Il y a long-tems que l'on est désabusé de croire avec Descartes, que cette propagation soit instantanée comme un effort qui se communique à la fois d'un bout à l'autre par toute la longueur d'un bâton, quand il est pressé par l'une des extrémités. L'observation qu'a faite M. Romer, montre évidemment que le progrès de la lumiére est successif, quoique prodigieusement rapide, puisqu'elle parcourt le diametre de l'orbe annuel de la terre dans le tems de 22 minutes horaires; en sorte que dans une seule minute elle fait un chemin de mille diametres de la terre, & $16\frac{2}{3}$ diametres dans une seconde. Une telle vîtesse, qui est six cens mille fois plus grande que celle du son, a paru à M. Huguens trop énorme pour croire que la propagation de la lumiére se fasse par un transport actuel d'une matiére, qui, depuis l'objet lumineux, s'en vienne jusqu'à nous. Il a donc mieux aimé concevoir cette propagation sur le pied que se fait celle du son, qui s'étend par des ondes sphériques, comme on le voit dans son Traité de la Lumiére, d'ailleurs très-ingénieux; où il prétend que les particules qui composent le rayon, sans sortir loin de leur place, se poussent successivement, comme feroient de petites boules élastiques mises bout à bout sur une longue file en ligne droite, dont la premiére en mouvement choqueroit la seconde, celle-ci la troisiéme, & ainsi de suite, tout le mouvement de la premiére boule seroit transmis à la derniére par les boules intermédiaires.

§. XXXII.

Mais sans parler de l'impossibilité du hasard, qui demanderoit que toutes ces petites boules fussent mises très-exactement & à la rigueur géométrique en ligne droite; car ce qu'il dit, que si une des boules en rencontroit à la fois trois ou plusieurs autres, la communication du mouvement en ligne droite ne laisseroit pas de se faire sur les suivantes avec la même vîtesse, est très-faux, & contre les regles de la communication du mouvement; sans parler donc de cet inconvénient, on voit bien que par-là il ne gagneroit rien pour sauver la difficulté qu'il y auroit à comprendre cette énorme vîtesse, qu'il faut supposer en statuant que la matiére des rayons se transporte effectivement depuis l'objet rayonnant jusqu'à la plus grande distance où la lumiére se porte; car quand on lui accorderoit cette sorte de transmission de mouvement d'une boule à l'autre, ne faut-il pas que chacune reçoive successivement la même vîtesse par l'impression de la précédente? & la rapidité de cette succession de l'une à l'autre n'est-elle pas plus incompréhensible, que si la vîtesse une fois imprimée à chacune des boules ne fait que persévérer, puisqu'il n'y a rien en leur chemin qui leur résiste, comme nous avons fait voir?

Outre cela, l'élasticité des boules d'où leur viendroit-elle, vû que les corps sont naturellement sans ressort? & s'ils en ont, il faut qu'il y ait une cause qui le produise; car certainement l'idée que l'on a du corps, ne renferme pas celle de l'élasticité, autrement tout corps devroit être élastique, ce qui est contre l'expérience: donc, selon M. Huguens, il faudroit supposer encore un autre genre de matiére, qui fût incomparablement plus subtile que ces boules qui composent les rayons de lumiére, lesquelles sont déja d'une si grande subtilité, qu'elles passent librement les pores les plus étroits, tels que sont ceux du verre, du crystal, du diamant; ce seroit donc cette autre matiére, qui, entrant avec une rapidité inconcevable dans les globules de la lumiére, leur devroit procurer cette parfaite élasticité.

Ainsi M. Huguens, bien loin d'éviter la difficulté, qui, selon lui, se rencontre en supposant un transport effectif des globules de lumiére avec une si grande vîtesse, est réduit à supposer dans la matiére qui leur donne le ressort, une vîtesse infiniment plus grande; ou veut-il peut-être, que l'élasticité leur soit innée ou essentielle, sans qu'on ait besoin de supposer pour cela une cause étrangére? mais ce seroit attribuer à la matiére une qualité aussi incompréhensible que l'est la vertu attractrice, que donnent si libéralement aux corps Mrs les Newtoniens, se mettant peu en peine qu'on l'entende ou non. En fait de Physique, on a raison de rejetter la coutume de ceux, qui, pour expliquer quelque phénomene, ont recours à des principes chimériques, plus obscurs que ce qui est en question.

§. XXXIII.

Après cette discussion, nous ne balancerons plus à établir pour hypothése, que les petites masses très-fines (que je nommerai *massules*) formées dans le Soleil par cette agitation violente, sont continuellement chassées hors du Soleil avec une rapidité nécessaire pour parcourir mille diametres de la terre dans une minute de tems. Et comme cette explosion se fait de tout côté, ou vers toutes les plages du monde, il est visible qu'il y a autant de rayons partans du Soleil, que l'on peut s'imaginer de lignes droites tirées du centre vers toute la circonférence de son Tourbillon, & que chaque rayon est une file rectiligne d'une infinité de massules qui se suivent immédiatement les unes après les autres avec cette prodigieuse vîtesse.

Rien n'empêche donc de concevoir, qu'à cause de leur extrême petitesse, elles pénetrent librement les pores des corps grossiers sur lesquels elles tombent, comme sont les Planetes & leurs atmospheres, sans y produire d'autre effet que la lumiére & la chaleur; la lumiére se termine sur la surface des corps, à moins que leurs pores ne soient disposés en ligne droite, auquel cas la lumiére passe plus outre avec les rayons; car ceux-ci passent toujours (au moins pour la plûpart) de part en part, quoiqu'ils soient obligés d'aller en serpentant par les corps qu'on nomme *opaques*, à cause des détours & des sinuosités obliques des pores, mais néanmoins sans rien perdre de leur rapidité; car les pores sont assez larges pour donner un libre passage, ils changent seulement la direction, & interrompent par-là l'effet de la lumiére, qui demande la continuation en ligne droite. Mais pour la chaleur, qui est causée par le frottement continuel que souffrent les pores intérieurs ou leurs parois, quand les rayons y passent, & agitent les petits filamens qui avancent hors de ces parois; il est clair que les parties des corps opaques en étant ébranlées en diverses maniéres, reçoivent cette qualité qu'on appelle *chaleur*.

§. XXXIV.

Ce n'est pas mon dessein de m'arrêter plus long-tems sur l'explication de ces deux effets, j'entends de la lumiére & de la chaleur; je n'en eusse même point du tout parlé, comme hors de mon sujet, si la petite description de mon systéme (que je dois faire préliminairement avant que de donner une solution probable de notre question) ne m'y eût conduit directement.

Je reprends donc le fil de mon discours, pour voir ce qui arrive de plus, lorsque les rayons du Soleil, après avoir passé au travers des Planetes, aussi-bien que tous ceux, qui, ne les traversant pas, sont parvenus au-dessus de la région de Saturne, où ils ne rencontrent plus de Planetes jusqu'à l'extrémité du Tourbillon ; à moins que dans cette vaste étendue, il n'y ait peut-être encore quelques autres Planetes, mais qui pour être trop éloignées ou trop petites, ne sont pas visibles.

§. XXXV.

Les massules, dont les files composent les rayons, étant ainsi parvenues à l'extrémité du Tourbillon, sont d'une très-grande rareté, puisque toutes celles qui partoient à la fois en lignes droites depuis la surface du Soleil, sont présentement répandues par toute la surface du Tourbillon ; par conséquent les densités étant en raison réciproque des espaces qu'une même quantité de massules occupe, il est évident que la densité de leur masse totale dans l'instant qu'elles partent du Soleil, est à la densité de cette même masse répandue sur toute la surface du Tourbillon, réciproquement comme le quarré du demi-diametre du Tourbillon est au quarré du demi-diametre du Soleil. D'où il paroît qu'à cause de cette grande raréfaction de la matiére des rayons solaires, la lumiére doit être affoiblie dans la même raison directe ; avec tout cela les rayons ne laissent pas de continuer leur route avec la même rapidité, & de pénétrer non-seulement dans les Tourbillons voisins, mais de les traverser, & encore d'autres plus éloignés, pour porter leur lumiére, quoiqu'affoiblie extrêmement, à des distances immenses : il faut bien que cela soit ainsi, car sans cela les étoiles fixes, qui dardent leurs rayons dans notre Tourbillon au travers de plusieurs autres qui sont entre deux, ne seroient pas visibles.

§. XXXVI.

Cependant, considérons maintenant un autre effet qui doit arriver à la matiére des rayons, lorsqu'elle est portée à l'extrémité de son Tourbillon, & qu'elle est prête à entrer dans celui qui le touche immédiatement : il est très-probable, & moralement certain, que parmi tant de millions de milliards de ces massules qui se présentent à chaque instant sur toute la superficie du Tourbillon, & dont le plus grand nombre passe plus outre, il y en a pourtant aussi une multitude très-considérable, qui sont rencontrées par tout autant de massules semblables, lesquelles chassées du fond des Tourbillons qui environnent le nôtre, viennent fondre sur les premiéres avec la même force. D'où il s'ensuit que ces massules n'ayant naturellement point de ressort, comme je l'ai dit ci-dessus, il faut que toutes les fois que deux de ces massules de différens Tourbillons viennent à se choquer directement, elles perdent toutes deux leur mouvement, & s'arrêtent tout court colées ensemble, & forment ainsi une nouvelle massule en repos, deux fois plus grosse que chacune n'étoit auparavant. Il peut même arriver sans beaucoup de hasard, que plusieurs de ces nouvelles massules en repos, viennent à être choquées à la fois par deux autres primitives, l'une d'un côté, & l'autre du côté opposé, auquel cas il est derechef manifeste par les regles de la communication du mouvement des corps sans ressort, que ce second choc détruisant le mouvement opposé de ces deux nouvelles massules, & les collant aux deux premiéres, il s'en formera un petit peloton en repos, & quatre fois plus gros qu'une des massules primitives.

De cette maniére je conçois clairement, que ces pelotons peuvent grossir de plus en plus avant que d'être chassés de leur repos par des chocs qui viennent d'un seul côté, soit pour retourner ensemble au Soleil, si le choc vient du côté d'un Tourbillon voisin, soit pour pénétrer plus avant dans un des Tourbillons voisins, lorsque le choc vient du côté du Tourbillon solaire.

§. XXXVII.

Ainsi voilà notre Tourbillon solaire, & chacun des autres, terminé par une espece de voile d'un tissu fort rare & poreux, dont les parties ne sont point liées ensemble, en sorte que le plus grand nombre des massules qui composent les rayons y passent librement, pour sortir & entrer d'un Tourbillon dans l'autre: mais à cause de leur multitude infinie, il y en aura toujours assez que le hasard dirige à tomber centralement sur autant de pelotons, qui sont là dans l'inaction & en repos, par conséquent dans un état d'indifférence à être emportés vers où ils sont poussés, c'est-à-dire, les uns pour descendre au Soleil, les autres pour rentrer dans un autre Tourbillon. Il peut même arriver qu'en chemin faisant, quelques-uns de ces pelotons se joignent à d'autres qu'ils entraînent avec eux, & grossiront par ce nouvel accroissement.

De cette maniére nous concevons qu'il doit descendre continuellement du ciel une pluie abondante & impétueuse de pelotons repoussés en bas par le choc des massules, qui sortent des Tourbillons circonvoisins.

§. XXXVIII.

Je vais faire à présent mes réflexions sur la nature & l'effet de ce déluge de pelotons qui tombe de toute part de la circonférence du Tourbillon vers le centre, & que j'appellerai pour cela *Torrent central*, parce qu'effectivement sa matiére est assez copieuse pour qu'elle se jette avec précipitation comme un Torrent perpétuel sur le Soleil. C'est donc de cette matiére, que le Soleil recouvre sa nourriture, pour réparer la perte qu'il fait sans cesse par l'émanation des files de massules, je veux dire, par les rayons; à peu près comme les eaux qui sortent de l'Océan, soit par l'évaporation, ou par la filtration par les pores de la terre, lorsque de maniére ou d'autre, moyennant la chaleur, elles se résolvent en vapeurs, dont ensuite plusieurs parcelles se joignant ensemble en gouttes, retombent en forme de pluie, ou sortent des lieux élevés de la terre pour composer de petits ruisseaux, qui eux-mêmes par leur concours, forment de grands fleuves pour regagner les mers.

Ou bien ne pourroit-on pas faire cette autre comparaison, prise de ce que nous voyons la fumée qui s'éleve de la matiére combustible, & dont une partie s'attache au tuyau de la cheminée, & fait la suyé, laquelle reprenant peu à peu par la réunion des petites particules de la fumée une consistence plus grossiére, se détache enfin, & retombe au foyer. C'est donc ainsi qu'on répond à la premiére objection formée dans le §. XXX. Or il est assez intelligible, sans que je le dise, que les pelotons rentrés dans le Soleil, sont d'abord contraints de suivre la violente agitation confuse, qui se trouve dans toute la masse du Soleil, & ne seront pas long-tems sans être réduits, par la fréquente collision, dans leur premier état de petitesse, c'est-à-dire, dans la forme des massules propres à subir l'explosion nécessaire pour le dardement des rayons, tout comme la suye retombée dans le feu, se brûle, & se dissout une seconde fois en fumée, & remonte.

En tout cela je ne vois rien qui puiſſe choquer l'imagination; mais il ſe préſente une difficulté dans la maniére de concevoir la deſcente du Torrent central juſqu'au Soleil, ſans que les files de pelotons s'empêchent mutuellement de deſcendre avant que d'arriver à la ſurface du Soleil : car ſi les pelotons encore en repos occupent toute la vaſte étendue de la circonférence du Tourbillon ; & qu'ils viennent enſuite ſe précipiter ſur la ſurface du Soleil, où ils doivent occuper une étendue quaſi infiniment plus petite, il faut ſans doute que la denſité des files près du Soleil devienne comme infinie par rapport à celle que les pelotons ont entre eux pendant qu'ils ſont diſperſés à l'extrémité du Tourbillon : ainſi il ſemble que les files devroient enfin en deſcendant, ſe toucher par les côtés, avant que d'achever la deſcente totale ; mais cela ſe faiſant, il eſt ſenſible que les files du Torrent ne pourroient plus deſcendre davantage, ſans que les pelotons ſe pénétraſſent, d'où il s'enſuit que le Torrent s'arrêteroit, & demeureroit ſuſpendu à une bonne diſtance du Soleil.

Pour lever cette difficulté, on n'a qu'à dire que, quoique les files ſoient aſſez ſerrées autour même de la circonférence du Tourbillon, rien n'empêche pourtant qu'on ne puiſſe ſuppoſer que leurs interſtices peuvent être diminués tant que l'on veut, pourvû que l'on conçoive que la ſomme de tous les diametres des pelotons ſitués autour de la circonférence du Tourbillon, n'excéde pas la circonférence du Soleil : de cette maniére nous comprendrons aiſément que le Torrent deſcendra juſqu'au Soleil, ſans que les files viennent à ſe toucher. Il eſt vrai que pour que cela ſoit, il faut que les pelotons ſoient ſuppoſés d'une ſubtilité extrême, nonobſtant que le plus petit d'entre eux ait une maſſe trois fois plus groſſe qu'une maſſule du rayon ſolaire. La diviſibilité de la matiére à l'infini, permet de donner aux particules une telle ſubtilité que l'on jugera convenable. Il n'y a donc point de contradiction de ſtatuer que nos pelotons occupant toute la ſurface du Tourbillon, & ſerrés entre eux ſi près que l'on voudra, ils pourront néanmoins, étant tranſportés ſur le Soleil, trouver aſſez d'eſpace ſur ſa ſurface, pour y être ſitués au large, & ſans ſe toucher les uns les autres.

SECONDE PARTIE.

§. XXXIX.

APRE'S avoir donné une idée, ce me semble, assez intelligible de la génération de nos pelotons, qui doivent former le Torrent central, je poursuis ma théorie, pour en déduire les causes des phénomenes & des faits célestes; je commence par expliquer la cause de la pesanteur. A cette fin, je ferai mes remarques sur les grosseurs respectives, & les vîtesses que peuvent acquérir les pelotons, lorsqu'ils sont mis en mouvement par l'impulsion des massules qui viennent des Tourbillons du dehors. De ce que je viens d'expliquer, il est d'abord manifeste que les plus petits pelotons qui forment le Torrent central, sont composés pour le moins de trois massules, sçavoir de deux, qui, par leur choc direct, se sont mis en repos, & de la troisiéme, qui leur donne l'impulsion, & vont conjointement descendre vers le Soleil, ne faisant plus qu'un seul petit corps que j'ai nommé *peloton*, dont la commune vîtesse sera (par les regles de la communication du mouvement pour les corps sans ressort) le tiers de la vîtesse d'une massule avant le choc.

La seconde sorte de pelotons, sont ceux qui sont composés de 5 massules, lorsqu'après que deux ont perdu leur mouvement par le choc direct, deux autres les heurtent en même-tems, & en direction opposée, par où elles perdent aussi leur mouvement, & ne font qu'augmenter la masse du peloton, qui sera par conséquent composé de 4 massules, & encore sans mouvement, jusqu'à ce que la 5^{me} vienne du dehors les choquer, & descendre ensemble comme une masse commune avec la 5^{me} partie de la vîtesse d'une massule. La 3^{me}, la 4^{me}, la 5^{me} sorte de pelotons, & ainsi de suite, seront composés de 7 massules, de 9, de 11, &c. & descendront avec $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, &c. de la vîtesse d'une massule. Je ne prétends pas cependant que la formation de nos pelotons soit justement si réguliére que nous venons de le dire; il peut arriver qu'un des pelotons déja mis en mouvement, en rencontre sous lui un autre qui est encore en repos, ou qui a une vîtesse plus petite, auquel cas il s'en fera un peloton plus gros, qui acquerra une vîtesse selon la combinaison de la différente grosseur & vîtesse de leur masse particuliére. Concevons en général un peloton de masse *A* avec la vîtesse *m*, qui choque sous lui un peloton de masse *B*, qui a déja une vîtesse, mais plus petite *n*; la masse du peloton composé, qui sera $A+B$, prendra une vitesse $=\frac{mA+nB}{A+B}$ suivant les regles de la communication du mouvement pour les corps non-élastiques. Enfin, mon but étoit de faire comprendre que le Torrent central doit être composé de pelotons de toutes sortes de grosseur & de vîtesse avec laquelle ils se portent vers le Soleil.

§. XL.

Nous pouvons prendre de tous ces pelotons de différente grosseur & vîtesse, un d'une grosseur & d'une vîtesse moyenne, quelle qu'elle soit; par exemple, qu'il soit dix ou cent fois plus gros qu'une des massules, & qu'il ait la centiéme ou la dixiéme partie de la vîtesse de celle-ci: une exacte détermination de cette circonstance n'est nullement nécessaire pour mon dessein; c'est assez que je puisse concevoir l'existence d'un Torrent central en forme d'un fluide, composé de ces pelotons, qui sont poussés de haut en bas depuis toute la surface du Tourbillon jusques dans le Soleil, & que ce fluide du Torrent, qui, comme nous l'avons montré, ne manque jamais de matiére, se précipite avec une grande rapidité.

Car quand même cette rapidité seroit mille fois plus petite que celle d'une seule massule, qui est celle de la lumiére; cette rapidité du Torrent central ne laisseroit pas d'être encore très-considérable, puisque selon ce que nous avons remarqué (§. XXXI.) elle seroit assez grande pour parcourir dans le tems d'une minute la longueur d'un diametre entier de la terre. Le Torrent central avec une telle vîtesse, sera donc en état de produire un effet tout particulier sur un corps qu'il rencontre dans son chemin, & cet effet est précisément la gravitation des Planetes vers le Soleil: voici comme je conçois que la chose se fait.

§. XLI.

Les pores & les interstices entre les parties élémentaires terrestres qui composent les Planetes, sont suffisamment larges pour laisser passer sans obstacle les files des massules qui partent du Soleil; mais après qu'à leur retour une bonne quantité de ces mêmes massules se sont accumulées en petits pelotons, qui fournissent la matiére au Torrent central, & desquels le plus petit est pour le moins trois fois plus gros qu'une massule; il est déja assez évident que les pelotons n'enfileront plus si aisément les mêmes pores des corps terrestres; d'où il arrive que le Torrent central fait un effort continuel sur la Planete qu'il rencontre, pour la pousser en bas vers le centre commun du Tourbillon, de la même maniére qu'un courant d'eau donnant contre un obstacle, fait un effort continuel pour l'entraîner, égal à la force avec laquelle cet obstacle résiste.

Il n'y a point d'autre différence entre ces deux actions, sinon que l'eau frappe seulement les surfaces extérieures des corps qui lui résistent, au lieu que notre Torrent ayant des pelotons de toutes sortes de grosseur, les plus petits pénétreront jusqu'aux moindres pores avant que de perdre leurs forces, & les imprimeront par conséquent aux moindres parties des corps terrestres, pendant que les plus gros pelotons consument leurs forces en frappant la premiére superficie de la Planete, après en avoir déja employé une partie à pénétrer, en vainquant la résistance de l'atmosphere qui enveloppe le corps de la Planete.

Les pelotons qui conservent un reste de mouvement après leur passage à travers la Planete, poursuivront leur route vers le Soleil; mais ceux qui consument tout-à-fait leur force, en donnant ou sur l'atmosphere seulement, ou sur la superficie extérieure du corps de la Planete, resteroient là sans mouvement, si par la succession continuelle de la nouvelle matiére du Torrent, ils n'étoient obligés de faire place en esquivant à côté, & de se laisser entraîner par le fluide latéral du Torrent, qui ne fait plus que friser la Planete, ou son atmosphere.

§. XLII.

Je ne crois pas qu'on puisse rien prétendre de plus pour la cause de la pesanteur des Planetes vers le Soleil; l'explication courte, mais claire, que nous en avons donnée, comprend tous les éclaircissemens qu'on pourroit demander sur diverses particularités & circonſtances qui accompagnent la nature de cette gravitation. Car on voit 1°. que non-ſeulement le corps de la Planete, pris dans ſon total, doit être peſant, mais que chacune de ſes parties en ſon particulier le doit être auſſi à proportion de ſa maſſe, parce que la matiére du Torrent central pénétre & agit ſur la Planete ſelon toutes ſes dimenſions, ſur les parties intérieures auſſi-bien que ſur les extérieures. On s'apperçoit 2°. pourquoi les forces de la gravitation, que Mrs les Newtoniens attribuent à une vertu attractrice, doivent être entre elles en raiſon réciproque des quarrés des diſtances au Soleil, puiſqu'il eſt évident que les filets du Torrent ſe rétréciſſent par les côtés à meſure qu'ils s'approchent du Soleil, & partant que leur denſité, dont dépend l'eſtimation des forces abſolues, obſerve cette proportion, tout comme les rayons auſſi produiſent une lumiére dont les vivacités ſont comme leur denſité, c'eſt-à-dire, réciproquement comme les quarrés des diſtances du point lumineux. Il eſt clair 3°. que les particules élémentaires des corps groſſiers (j'entends les plus petites, qui ſont ſolides & ſans pores) ne reçoivent l'action de la peſanteur que par leur ſurface, puiſque ces particules n'ayant point de pores, ne peuvent pas admettre dans leur intérieur la matiére du Torrent, qui doit les rendre peſantes.

Il me ſemble que cette ſeule conſidération fait voir clairement la nullité de la prétendue attraction. Car ſi les corps avoient de leur nature cette qualité eſſentielle de s'attirer l'un l'autre, il eſt certain que les particules élémentaires ſeroient peſantes en raiſon de leur ſolidité, & non pas de leur ſurface; & qu'ainſi une même particule élémentaire à un éloignement double du corps dont il eſt attiré, en recevroit une force qui ne ſeroit pas ſous-quadruple, mais ſous-octuple de celle qu'elle reçoit à une diſtance ſimple, puiſque la denſité, ou la multitude des rayons qui partent du corps attirant, & qui ſaiſiſſent la particule, devroit être eſtimée par la quantité de ſa maſſe, & non point de ſa ſurface; d'où il s'enſuit que la force de cette attraction diminueroit en raiſon triplée, ou comme les cubes, & point du tout comme les quarrés des diſtances: de-là on peut démontrer aiſément, que les maſſes entiéres des Planetes n'auroient point d'autre gravitation ſur le Soleil, que celle de

ſes

ſes particules élémentaires, dont la diminution ſe feroit en raiſon des cubes des diſtances.

Que deviendra donc le ſyſtéme de M. Newton par rapport à la Phyſique, ſi ſon fondement principal tombe en ruine? Je m'étonne que pas un de ſes partiſans outrés ne ſe ſoit apperçû de l'inconvénient qui réſulte de l'hypothéſe des attractions, que l'on veut attribuer, comme une qualité eſſentielle, non-ſeulement aux corps groſſiers, mais auſſi à leurs particules élémentaires deſtituées de pores, ce qui ne peut ſubſiſter, ainſi que nous l'avons démontré, avec la loi ſuivant laquelle la gravitation des Planetes doit varier par rapport aux éloignemens du Soleil, pour qu'elles décrivent des orbites elliptiques autour de cet aſtre placé dans un de leurs foyers.

§. XLIII.

Il n'y a nul doute que ce que nous avons dit juſqu'à préſent ſur la cauſe & la nature de la peſanteur des Planetes vers le centre du Soleil, ne doive être appliqué auſſi aux peſanteurs particuliéres qui agiſſent ſur les corps enveloppés dans les Tourbillons ſecondaires, pour les pouſſer vers les centres de ces Tourbillons. Car naturellement chaque Planete principale, comme, par exemple, la terre qui tourne ſur ſon propre axe, ſera munie d'un Tourbillon particulier, & aura dans ſon centre une eſpece de petit Soleil, je veux dire, un amas de cette matiére parfaitement liquide & bouillante, laquelle, avec les autres circonſtances, doit produire en petit ce que la force du Soleil fait dans un degré beaucoup plus éminent.

Ainſi tous les corps, & même la Lune, qui ſont de la dépendance du Tourbillon terreſtre, ſeront pouſſés par un Torrent central qui s'y forme, vers le centre de la terre, avec des forces réciproquement proportionnelles aux quarrés des diſtances. C'eſt donc auſſi dans l'action de ces forces, que conſiſte la peſanteur des corps graves terreſtres. Je n'en dis pas davantage, de peur d'ennuyer mon Lecteur par une longue répétition de ce qui a été expliqué ſur la cauſe générale de la peſanteur.

§. XLIV.

Je ne ſçaurois m'empêcher à cette occaſion, de communiquer mes pensées sur la maniére d'expliquer la pesanteur, que l'on voit dans le petit livre de M. Villemot, intitulé : *Nouveau Systéme, ou Nouvelle explication du mouvement des Planetes ;* où l'Auteur expose son systéme, établi aussi sur le bouillonnement d'un feu central, mais dont la nature, l'origine & les effets différent infiniment de l'idée sous laquelle je le conçois, outre qu'il le donne dans une toute autre vûe pour en tirer les phénomenes célestes, que je ne le fais dans mon systéme. On n'a qu'à lire l'un & l'autre pour en voir la différence : le seul chapitre de la pesanteur fait déja connoître que les principes de Statique & d'Hydrostatique ne lui étoient pas assez familiers. Voici de quelle maniére il raisonne, p. 182. Après avoir supposé que rien ne peut sortir de la matiére bouillonnante au centre de la terre, cette matiére, selon lui, ne fait que tendre ou s'efforcer à s'en éloigner en ligne droite, sans s'en éloigner effectivement ; « mais on conçoit, dit-il, qu'elle pousse, ou plutôt qu'elle presse toute la matiére voisine, & qu'ainsi elle » doit pousser vers le centre les corps grossiers, par la même » raison que l'eau tendant en bas fait monter le liége dont elle » prend la place. »

M. Villemot considére cette matiére voisine, répandue jusqu'à l'extrémité du Tourbillon, comme un fluide renfermé de toute part, lequel venant à être pressé par un bout, cette pression se communique d'abord à l'extrémité opposée, & de-là ne pouvant aller plus loin, elle rejaillit sur le corps grossier qui s'y trouve, & l'oblige, à ce qu'il croit, de s'approcher vers le principe de la pression : mais ne devoit-il pas voir que par la loi d'Hydrostatique la pression se communiquant également sur toutes les parties du fluide, le corps qui en est environné, doit soûtenir une compression uniforme tout à l'entour, & sera par conséquent pressé par-devant tout autant qu'il l'est par derriére, ce qui lui fera garder un parfait équilibre. Si quelqu'autre que M. Villemot eût allégué la compression prise du liége que l'eau fait monter, comme un exemple pour expliquer la cause de la pesanteur, je dirois que ce seroit commettre le Sophisme, que l'on appelle dans les écoles *Petition de principe*, puisqu'il supposeroit que l'eau est pesante, & que le liége est moins pesant, sans expliquer la cause pourquoi l'un & l'autre est pesant. Car si on pouvoit ôter à l'eau & au liége ſubmergé leur peſanteur naturelle, & qu'au lieu de cela on preſſât de haut en bas la ſuperficie horiſontale de l'eau, on auroit beau preſſer, on verroit que le liége ne bougeroit pas de ſa place.

§. XLV.

Pour en être convaincu, on n'a qu'à prendre un tuyau de verre *AB*, fermé en *B*, & ouvert en *A* : qu'on le rempliſſe d'eau juſqu'en *P* ; & qu'étant mis dans la ſituation horiſontale, on y mette vers le milieu un petit morceau de liége *L*, qui puiſſe nager librement dans l'eau ſans aucun frottement ſenſible contre le verre ; que l'on faſſe entrer par l'ouverture *A* le piſton *PC*, & qu'on preſſe fortement le cylindre d'eau *CB* de *C* vers *B*. C'eſt-là juſtement le cas de M. Villemot ; car la preſſion de la matiére bouillonnante eſt ici repréſentée par la preſſion du piſton *PC* ; la matiére voiſine preſſée, qui ſe termine par l'extrémité du Tourbillon, doit être comparée au cylindre d'eau *PB*, dont la preſſion ſe termine en *B* ; le corps groſſier dont il veut expliquer la peſanteur, ſe repréſente par le morceau de liége *L* : donc ſi ſon explication avoit lieu, il faudroit que par l'effort du piſton *PC*, le liége *L* s'en approchât, & vînt à s'y joindre. Mais la ſaine Hydroſtatique m'apprend, ſans en faire l'expérience, qu'avec la plus grande force du piſton que le tuyau puiſſe ſoûtenir, on ne déplacera jamais le morceau de liége *L*, bien loin de le faire approcher du piſton *PC*. Fig. I.

Ainſi l'explication donnée par M. Villemot ſur la cauſe de la peſanteur, n'eſt qu'une pure illuſion, auſſi évidente que celle qui ſe trouve à la p. 186 de ſon livre, où, pour prouver que la terre eſt plus élevée vers l'équateur que vers les poles, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt un ſphéroïde applati, il recourt à l'obſervation de M. Caſſini, qui a obſervé que les degrés de la terre diminuent en allant de l'équinoxiale vers les poles ; car cette obſervation ſuppoſée exacte, comme il n'en faut pas douter, prouve juſtement le contraire, ſçavoir que la figure de la terre doit être un ſphéroïde allongé : la raiſon en eſt, parce que les méridiens d'un tel ſphéroïde ont leur plus grande courbure aux poles, ce qui fait que les degrés de latitude diminuent à meſure qu'ils s'éloignent de l'équinoxiale, au lieu que dans un ſphéroïde applati, par une raiſon contraire, leur plus grande courbure ſe trouvant où les méridiens croiſent l'équateur, y racourcit le plus ſenſiblement la longueur des degrés, qui enſuite s'allongent en allant vers les poles. La ſçavante Diſſertation ſur ces deux ſortes de ſphéroïdes, publiée par M. de Mairan dans les Mémoires de 1720, mérite d'être lûe, parce qu'elle contient des raiſonnemens ſolides touchant la figure de la terre.

§. XLVI.

Quoi qu'il en ſoit, il faut avouer qu'une ſimple preſſion, telle que M. Villemot l'a imaginée, n'eſt point du tout propre à en tirer la cauſe de la peſanteur; & comme nous avons déja vû, (§. IX.) que les Tourbillons conçus à la maniére de M. Huguens, deſquels il fait mouvoir la matiére ſur des ſurfaces ſphériques en tout ſens, ne pourroient pas ſubſiſter, parce que leurs particules s'entre-choquant, & n'étant point élaſtiques, s'arrêteroient mutuellement, d'où il arriveroit dans peu, que toute la matiére d'un Tourbillon de cette nature ſe changeroit en une maſſe immobile.

D'ailleurs le Tourbillon fait ſelon l'idée de M. Deſcartes, que nous adoptons auſſi, mais pour un autre uſage (comme nous le verrons) que pour cauſer la peſanteur par la force centrifuge de ſa matiére, prévalente à celle des corps terreſtres; ce Tourbillon, dis-je, n'étant point du tout ſuffiſant pour expliquer les propriétés de la peſanteur, puiſque les corps groſſiers devroient être chaſſés, non point au centre, mais perpendiculairement à l'axe d'un Tourbillon; outre pluſieurs autres inconvéniens qui réſultent de cette hypothéſe, dont nous avons indiqué quelques-uns, (§. VI. & VII.) l'unique reméde qui reſte pour avoir une idée générale de la cauſe de la peſanteur, & de toutes ſes propriétés, à moins qu'on ne veuille recourir aux attractions de M. Newton, c'eſt d'admettre notre Torrent central, par lequel on explique ſi naturellement & ſi intelligiblement tout ce qu'il a voulu expliquer par ſes attractions, & bien davantage, ainſi qu'on le verra bien-tôt, par la raiſon que je rendrai de la rotation des Planetes principales autour de leur axe, où il paroîtra très-clairement que cette rotation (difficile à expliquer par le ſyſtéme de Newton) n'eſt qu'une ſuite de l'action du Torrent ſur la Planete.

§. XLVII.

Je vais donc contempler de plus près les Tourbillons de Descartes, afin de tirer de leur nature ce qui sert principalement à perfectionner ma théorie. J'ai déja dit au commencement de ce Discours, qu'un Tourbillon céleste est 1°. un amas ou une quantité prodigieuse de matiére parfaitement liquide, qui ne fait point de résistance aux corps qui s'y meuvent; 2°. que cette matiére, quoique de la même nature que celle du Soleil, n'a pas ce bouillonnement excessif dont celle-ci est agitée; mais 3°. qu'elle tourne d'un mouvement tranquille autour du Soleil, avec une vîtesse que je déterminerai; 4°. que ce Tourbillon de matiére parfaitement liquide charrie avec lui une multitude infinie de particules du second élément, que je veux bien nommer avec M. Descartes, *globules célestes*, sans s'entre-toucher pourtant, comme il les a conçus, mais séparés & dispersés, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, cent ou mille fois plus grands que le diametre d'un globule; je fais cette supposition dans cette seule vûe, que l'on puisse concevoir comment les massules des rayons & les pelotons du Torrent passent à travers des distances immenses fort librement, sans rencontrer de fréquents obstacles, en heurtant contre des globules célestes; & que s'ils en rencontrent par-ci par-là, ils les écartent facilement par la rapidité de leur mouvement, & rendent le passage libre à ceux qui les suivent de près.

§. XLVIII.

Pour ce qui est de la vîtesse avec laquelle le Tourbillon doit tourner autour du Soleil, on a démontré ailleurs que la vîtesse (quelle qu'elle soit) des parties du Tourbillon sous son équateur, doit être à peu près réciproquement proportionnelle à la racine quarrée de leurs éloignemens du centre du Soleil, d'où dépend la regle de Kepler, qui veut que leurs tems périodiques soient en raison sesquipliquée de ces mêmes éloignemens. Mais pour avoir une idée distincte de la vîtesse actuelle à chaque distance, je fais cette réflexion: Le mouvement de circulation de la masse du Soleil, & celui de son Tourbillon, se faisant en même sens, sçavoir d'Occident en Orient, il n'y a pas lieu de douter que ces deux mouvemens ne viennent d'un même principe, en ſorte que l'un doit être la regle de l'autre. Or la vîteſſe d'un point de l'équateur du Soleil eſt telle, qu'il acheve ſa circulation autour du centre en 25 $\frac{1}{2}$ jours, ce qu'on connoît par le mouvement des taches ſolaires. Donc concevant le Tourbillon diviſé en une infinité de couches concentriques d'une épaiſſeur infiniment petite, il faut que la premiére couche contiguë à la ſurface du Soleil, ait la même vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'elle faſſe ſa rotation conjointement avec le Soleil; car quelle raiſon auroit-on de lui donner une vîteſſe différente & beaucoup plus grande, ſans forger un nouveau principe de mouvement de circulation, indépendant de celui du Soleil? & que pourroit-on imaginer de capable d'entretenir cette grande diverſité de mouvemens entre deux fluides, qui ſe touchent immédiatement, ſans qu'ils ſe confondent enfin en un mouvement commun?

Suppoſons donc comme une choſe raiſonnable, que la premiére & plus baſſe couche faſſe ſa circulation avec le Soleil en 25 $\frac{1}{2}$ jours; pour en tirer la vîteſſe réelle d'une autre couche, par exemple, de celle qui a pour demi-diametre la diſtance moyenne de la terre au centre du Soleil, que l'on compte ordinairement de 22000 demi-diametres de la terre; le demi-diametre du Soleil contenant 100 demi-diametres terreſtres, il faut faire, en vertu de la regle de Kepler, (car on a démontré dans une autre occaſion, que le Tourbillon a la propriété, que les vîteſſes réelles de différentes couches ſont à peu près réciproquement proportionnelles à la racine quarrée de leurs diſtances au centre, & non pas aux ſimples diſtances, comme quelques-uns l'ont avancé) il faut faire, dis-je, cette analogie; comme $\sqrt{22000}$ eſt à $\sqrt{100}$, ainſi la vîteſſe d'un point de l'équateur ſolaire, que je nomme V, eſt à la vîteſſe de l'équateur de la couche, pour la diſtance moyenne de la terre; mais on a à fort peu près $\sqrt{22000} . \sqrt{100} :: 150 . 10 :: 15 . 1$; donc la vîteſſe de l'équateur de cette couche $= \frac{1}{15} V$, c'eſt-à-dire, 15 fois plus petite que celle de l'équateur du Soleil, de ſorte qu'il lui faut 15 fois 25 $\frac{1}{2}$ ou 382 $\frac{1}{2}$ jours pour parcourir un arc égal en longueur à la périphérie du Soleil; cet arc eſt donc contenu dans toute ſa circonférence autant de fois que le demi-diametre du Soleil eſt contenu dans le demi-diametre de la couche, c'eſt-à-dire, 220 fois; ainsi il faut prendre $382\frac{1}{2}$ jours 220 fois, & nous aurons 84150 jours, ce qui fait 230 années & 143 jours pour le tems d'une révolution entiére de la matiére du Tourbillon à la distance moyenne de la terre au Soleil.

Ce calcul appliqué à toutes les Planetes, on trouvera les tems périodiques de la matiére du Tourbillon pour la distance moyenne de chacune; voici le résultat de mon calcul, en négligeant les jours à ajoûter :

Pour	Saturne	6744 années.
	Jupiter.	2715.
	Mars.	428.
	Terre.	230.
	Vénus.	140.
	Mercure.	54.

La conclusion que j'en tire, est que chaque Planete a son mouvement moyen sur son orbite plus de 230 fois plus vîte que n'est la vîtesse avec laquelle circule la matiére du Tourbillon dans la région moyenne où se trouve la Planete : voici maintenant les remarques que je fais là-dessus.

§. XLIX.

Le principe du mouvement des Planetes autour du Soleil ne vient pas de celui de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, comme l'eau d'une riviére emporte un tronc d'arbre, selon le sentiment de Descartes; car la Planete se laissant entraîner par le courant du Tourbillon, ne pourroit acquérir tout au plus que la vîtesse du fluide où elle nage, comme je l'ai déja dit.

Il faut donc que la grande vîtesse avec laquelle les Planetes circulent autour du Soleil, ait un autre principe; c'est pourquoi je ne fais point de difficulté de statuer ici avec M. Newton, que cette vîtesse est primitive, qui leur a été imprimée dès le commencement de leur formation. Cette vîtesse dure encore aujourd'hui, & durera sans doute jusqu'à la fin du monde, sans que la résistance de la matiére du Tourbillon puisse lui causer le moindre retardement sensible : car la plus grande partie de cette matiére étant parfaitement liquide, ne résiste pas, & les globules célestes qui y nagent fort au large, sont encore d'une petiteſſe & d'une rareté plus que ſuffiſante, pour que leur choc contre les corps d'une groſſeur énorme, comme ſont ceux des Planetes, ne puiſſe rien gagner ſur eux, ni retarder leur mouvement d'une maniére ſenſible, durant le cours de pluſieurs centaines de ſiécles.

On peut donc conſidérer ſûrement les Planetes, comme ſi elles ſe mouvoient dans un vuide parfait, tel que M. Newton l'a ſuppoſé, quoique véritablement tout ſoit rempli de matiére.

§. L.

Par-là nous ne tombons pas dans l'embarras où ſe trouvoit M. Newton à l'occaſion de la régularité du mouvement de toutes les Planetes, qui ſe fait, ſuivant la commune direction, d'Occident en Orient. M. de Mairan dit très-judicieuſement dans les Mémoires de 1729, qu'on eſt fondé à demander raiſon de ce mouvement commun des Planetes d'Occident en Orient dans le ſyſtéme de Newton, cette uniformité n'étant nullement requiſe là où il y a un grand vuide, qui permettroit aux corps céleſtes de ſe mouvoir en tout ſens, ſçavoir à chacun ſelon ſa propre direction, comme il arrive actuellement aux cometes qui ſuivent leurs routes particuliéres. On en a même obſervé, qui faiſoient leurs cours contre l'ordre des ſignes.

Cette régularité, dis-je, du mouvement des Planetes ſous le Zodiaque, a tellement réduit à l'étroit M. Newton, qu'il fut obligé d'avouer ingénûment, que dans ſon ſyſtéme on ne peut point donner de raiſon phyſique de ce phénomene, qu'il regarde preſque comme un miracle : voici comme il s'exprime ſur cet article (pag. 527. Princ. phil. edit. 3.) *Feruntur*, dit-il, *cometæ motibus valde excentricis in omnes cœlorum partes, quod fieri non poteſt niſi vortices tollantur ; perſeverabunt quidem in orbibus ſuis per leges gravitatis, ſed regularem orbium ſitum primitùs acquirere per leges haſce minimè potuerunt planetæ & cometæ.* Hi motus regulares (*planetarum*) originem non habent ex cauſis mechanicis.

Si ces cauſes ne ſont pas méchaniques, elles ne ſont donc pas naturelles ou phyſiques ; il prétend donc qu'elles ſoient ſurnaturelles ou miraculeuſes : mais ſied-il bien à un grand Philoſophe de crier au miracle, quand il s'agit de donner l'explication

cation d'un phénomene que la nature nous présente.

§. LI.

Par la théorie que je viens d'établir, on trouve un expédient assez facile pour montrer la cause de ladite régularité du mouvement des Planetes, & de l'irrégularité de celui des Cometes: car quant au premier point, supposons que les Planetes commencent d'exister, chacune avec sa direction & vîtesse particuliére, selon que le hasard l'a voulu; qu'en arrivera-t-il? Je vois d'abord que chacune poussée par le Torrent central vers le Soleil, pendant que sa vîtesse primitivement acquise, la transporte au travers d'une colomne du Torrent à l'autre, elle sera obligée de décrire une ligne courbe, plus ou moins éloignée du Soleil, selon que la direction & la vîtesse primitivement imprimée le demande, afin que la force centrifuge, qui dépend de la courbure & de la vîtesse, puisse contre-balancer l'effort central du Torrent, dérivé perpendiculairement sur la courbe; lors donc que la Planete est parvenue dans cet état d'équilibre, elle continuera, en vertu du principe de Statique, de décrire toujours la même courbe, sçavoir son orbite autour du Soleil.

Mais les forces centripetes, qui sont dans ma théorie les pressions du Torrent central, étant en raison réciproque du quarré des distances au Soleil, il est visible par la démonstration indirecte de M. Newton, & par celle qu'on en a donnée ensuite *à priori*, que cette orbite doit être une ellipse, dont un des foyers est dans le centre du Soleil. Nous avons donc autant de différentes orbites elliptiques, dont les plans passent nécessairement par le centre du Soleil, qu'il y a de Planetes principales.

Cependant jusqu'ici nous ne voyons pas encore pourquoi tous ces plans sont resserrés ou renfermés entre deux plans paralleles, qui terminent dans le firmament une zone peu large, qu'on appelle le zodiaque, partagée en deux selon la largeur par un 3^me^ plan, qui est celui de l'écliptique ou de l'orbite de la terre; & pourquoi le mouvement de toutes les Planetes, qui décrivent leurs orbites elliptiques sur ces plans, est dirigé réguliérement d'Occident en Orient, & pas un en sens contraire; je parle du mouvement réel, & non pas de l'apparent, qui est quelquefois rétrograde.

§. LII.

Voici ma penſée là-deſſus : s'il n'y avoit point de Tourbillon, je veux dire, ſi toute la matiére qui remplit cette vaſte étendue autour du Soleil bien loin au-delà de Saturne, n'avoit point de mouvement de circulation, je tiens pour inconteſtable, que les directions des Planetes ſeroient encore comme au commencement purement fortuites, & ſans aucune régularité, en ſorte que les plans de leurs orbes couperoient le firmament en de grands cercles qui ſeroient ſitués ſans ordre par rapport aux plages du monde, de même que cela s'obſerve encore aujourd'hui dans le mouvement des Cometes, dont preſque chacune a ſa direction particuliére, par la raiſon que je dirai ci-après.

Mais puiſqu'il y a un Tourbillon, quoique fort tardif & fort foible, il aura eu, quelque foible qu'il ſoit, aſſez de force pour changer peu à peu la direction de la Planete, ſans altérer ſenſiblement ſa vîteſſe, juſqu'à ce que ſa direction ſoit devenue à peu près conforme à la direction du Tourbillon, qui va d'Occident en Orient, je dis *à peu près*, pour marquer qu'il y a une cauſe que j'expliquerai, qui empêche l'entiére conformité de direction ; c'eſt juſtement en quoi conſiſte le nœud de la queſtion propoſée, pour le dénoûment duquel il m'a fallu faire tout ce diſcours afin de faire voir la connexion des phénomenes qui découlent ſi naturellement des principes de mon ſyſtéme.

§. LIII.

On voit donc déja par quelle raiſon les Planetes ont pû changer leurs directions primitivement irréguliéres en direction réguliére & commune d'Occident en Orient, qui eſt celle du Soleil ſur ſon axe, & auſſi celle de ſon Tourbillon : on m'objectera peut-être, que j'ai ôté à la matiére du Tourbillon toute force ſenſible de réſiſter au mouvement des Planetes, pendant que je lui en accorde aſſez pour en changer les directions ; mais on ſe levera cette difficulté, ſi on daigne faire cette réflexion, qu'il faut incomparablement plus de force, pour augmenter ou diminuer la vîteſſe d'un corps qui eſt déja en mouvement, que pour en changer ſeulement la direction. Nous voyons, par exemple, qu'une fuſée, qui vole tout droit dans les airs avec beaucoup de vîtesse, change considérablement de direction par le moindre vent qui souffle, sans une perte sensible de sa vîtesse: aussi voyons-nous qu'une bale de plomb chassée avec une extrême rapidité par la force de la poudre, ne laisse pas, malgré toute sa densité, d'être détournée de sa direction par un petit vent à peine sensible, qui vient de côté.

Ce qui rend cette explication plus probable, c'est justement l'irrégularité des directions des Cometes, qu'elles ont pû garder depuis leur origine jusqu'à nos tems; tant s'en faut que cette irrégularité serve d'argument pour détruire le systéme des Tourbillons, comme M. Newton l'a voulu insinuer à l'endroit cité; voici de quelle maniére j'en prouve le contraire : comme les orbites des Cometes sont des ellipses extrêmement longues en comparaison de leur largeur, ayant le Soleil dans leur foyer, quasi infiniment plus près du périhélie que de l'aphélie, selon le sentiment même de M. Newton; il faut que le tems que la Comete emploie à parcourir la partie supérieure de son orbite allongée, qui s'étend à une énorme distance au-dessus de Saturne, soit de beaucoup plus grand que le reste du tems périodique, qu'elle emploie à passer par la région des Planetes, & qui ne peut qu'être fort court, tant à cause de la grande vîtesse que la Comete acquiert en approchant du périhélie, qu'à cause de la petitesse du chemin à parcourir dans la basse région par rapport à l'extrême longueur de la partie supérieure, où il faut passer par l'aphélie avec un mouvement très-tardif. Puis donc que dans ces grands éloignemens du Soleil les circulations du Tourbillon doivent être si lentes, que sa matiére peut bien être considérée comme immobile, elle ne fera par conséquent point d'effet sensible pour changer la direction de la Comete, pendant tout le tems qu'elle séjourne dans ces endroits si élevés: mais le séjour qu'elle fait dans notre voisinage, est trop court pour se laisser détourner beaucoup de sa route par la circulation du Tourbillon.

§. LIV.

Cela étant, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on n'observe pas dans le cours des Cometes cette régularité de direction, qui se voit dans celui des Planetes : c'est plutôt une conséquence naturelle de notre théorie, que chaque Comete doit ſuivre ſa route particuliére, que le cas fortuit lui a aſſignée dans le premier commencement, ſans aucune altération perceptible. Si le monde eût déja duré quelques mille ſiécles, ou qu'il durât encore autant, pour permettre aux Cometes de parachever pluſieurs centaines de révolutions, je ne doute pas que leur direction ne s'accommodât enfin auſſi peu à peu à ſuivre le Zodiaque d'Occident en Orient.

La fameuſe Comete de 1680, dont M. Newton fait la deſcription avec beaucoup d'exactitude, ſe trouva dans ſon périhélie le 8 Décembre, ſelon ſon calcul, laiſſant un ſi petit intervalle entre elle & le Soleil, qu'à peine la ſixiéme partie du diametre du Soleil eût pû être miſe entre deux : cependant le 5 Janvier ſuivant, c'eſt-à-dire, en moins de 30 jours elle étoit déja hors de la région du grand orbe ; & après le 5 Mars elle diſparut, en allant s'enfoncer dans les plus hautes régions du Tourbillon, où elle paſſera 575 années (ſuivant la ſupputation de M. Halley) avant que de redeſcendre dans nos quartiers, où pareillement elle ne reſtera viſible que 5 ou 6 mois : elle ſera donc pour le moins 574 années ſans ſouffrir la moindre altération ſenſible dans ſa direction de la part du Tourbillon, ni dans l'inclinaiſon de ſon orbite ſur le plan de l'écliptique, laquelle inclinaiſon eſt, ſelon le même M. Halley, de 60 deg. 56 min. & les 6 mois, ou ſi on veut, le double qu'elle eſt à paſſer par les régions planétaires, ne ſont pas à beaucoup près ſuffiſans, pour que la force du Tourbillon circulant puiſſe la troubler dans ſa direction, à moins que ce ne ſoit l'atmoſphére du Soleil, par laquelle cette Comete paſſe en allant vers ſon périhélie (comme le croit M. Newton) qui y puiſſe apporter quelque petit changement ; mais ce n'eſt pas de quoi il s'agit ici.

Enfin, les Planetes qui ne ſortent jamais des régions où elles ſont ſans ceſſe expoſées à l'action du Tourbillon qui tend à rendre par petits degrés leur direction uniforme, quand elle ne l'eſt pas déja ; que ſçait-on ſi d'abord après leur création il ne falloit pas des ſiécles entiers pour leur procurer cette uniformité permanente, à laquelle nous les voyons aujourd'hui réduites ? N'eſt-il donc pas probable que l'unique raiſon pourquoi les directions des Cometes sont si irréguliéres, est parce que se trouvant la plus grande partie du tems de leur révolution hors de cette action du Tourbillon, il s'en faut beaucoup qu'il n'y ait eu assez de tems pour conformer leurs directions à la régularité de celles des Planetes ? & cela d'autant plus que les Cometes qui descendent plus souvent vers nous, c'est-à-dire, qui achevent leur révolution en moins de tems, ne paroissent pas entiérement exemptes de l'effet que la circulation du Tourbillon peut faire sur elles, en ce que les plans de leurs orbites approchent plus de celui de l'équateur du Tourbillon, que ne font ceux des Cometes, dont les révolutions sont d'une durée excessive. Il y a effectivement une Comete, que M. Halley croit être la même qui parut dans les années 1531, 1607, 1682, & qui, selon lui, avoit aussi paru l'an 1456, & reparoîtra l'an 1758, laquelle par conséquent n'emploie que 75 $\frac{1}{2}$ années pour parcourir sa période; cette Comete, dis-je, a son orbite inclinée seulement de 17 deg. 56 min. sur le plan de l'écliptique, suivant la remarque de M. Halley, au lieu que l'inclinaison de la Comete de 1680 sur l'écliptique, est, comme nous avons vû, de plus de 60 degrés. Il est vrai que la différence de ces inclinaisons peut provenir du hasard des directions primitives; mais rien n'empêche que la cause alléguée n'y puisse avoir aussi sa part. Le meilleur moyen de s'en assûrer, seroit que les Astronomes qui viendront après nous, observassent, à chaque retour, la Comete qui doit reparoître en 1758, si tant est qu'elle revienne tous les 75 $\frac{1}{2}$ ans, pour voir si l'angle du plan de son orbite avec celui de l'écliptique, ou plutôt avec le plan de l'équateur solaire, ne diminuera pas peu à peu après plusieurs de ses révolutions. Si cela arrivoit, ma conjecture deviendroit une vérité certaine.

TROISIE'ME PARTIE.

§. LV.

AVANT que d'entrer dans le point essentiel du sujet de la Question, il reste encore à examiner un des plus importans phénomenes : c'est le mouvement diurne des Planetes principales, ou la rotation sur leur axe, dont j'entreprends d'expliquer la cause physique par les principes établis de ma théorie ; je le fais d'autant plus volontiers, que je n'ai point lû d'Auteur qui m'ait donné là-dessus une entiére satisfaction. M. Villemot, dans son Traité (chap. 1. part. 2.) croit de ce que la terre est emportée par le Tourbillon, & se meut moins vîte par le bas de son globe que la matiére du Tourbillon, mais plus vîte par le haut, que le fluide reflue, (comme il dit) d'un hémisphére à l'autre, d'où il prétend prouver que la terre doit tourner sur son axe d'Occident en Orient, comme fait le Tourbillon lui-même.

M. de la Hire lui a fort bien objecté, que, selon ce principe, la terre devoit tourner dans un sens contraire : l'Auteur lui a voulu répondre, par un éclaircissement que l'on voit à la fin de son Traité ; mais il n'y a pas assez de solidité dans sa réponse, & la difficulté subsiste toujours.

J'ai lû dans les Mémoires de l'Académie de 1729, une piece excellente de la façon de M. de Mairan, où il rejette aussi l'explication de M. Villemot, & lui substitue la sienne, qui est à la vérité très-ingénieuse. Il déduit la cause de la rotation des Planetes d'Occident en Orient, de ce que l'hémisphére inférieur de la Planete doit être plus pesant que le supérieur, par cela seul, que celui-ci est plus éloigné du Soleil que celui-là, d'où il conclud que l'impulsion du fluide contre l'hémisphére supérieur, comme le moins pesant, devoit avoir plus d'effet pour l'entraîner, que celle sur l'hémisphére inférieur, qui, ayant plus de poids, a aussi plus d'inertie pour résister. Or, les deux hémisphéres inégalement pesants, ne l'étant pas constamment par leur nature, mais par leur position seule ; il est visible que l'inférieur qui est le plus pesant quand il monte, perd son avantage, & devient le plus leger, & au contraire le supérieur en descendant prend cet avantage, de devenir le plus pesant du plus leger qu'il étoit. De cette maniére le fluide du Tourbillon ayant une fois ébranlé le supérieur avec plus d'efficace que l'inférieur, cette action se renouvellant toujours, il falloit que le supérieur se précipitant en avant, c'est-à-dire, d'Occident en Orient, fît enfin tourner par degrés la Planete sur son axe, jusqu'à ce que la rotation eût pris une vîtesse constante, qui dure encore aujourd'hui.

Mais quelque déférence que j'aie pour les sentimens de l'illustre Auteur de cette explication, je dois dire que j'ai de fortes raisons, que le tems ne me permet pas d'exposer tout au long, de douter que la rotation des Planetes puisse être l'effet de l'inégalité perpétuelle de pesanteur des deux hémisphéres ; car sans rien dire des autres difficultés qui se présentent contre cette conjecture si subtilement imaginée, il me semble que l'inégalité de pesanteur des hémisphéres est trop insensible pour produire un effet si considérable, tel que seroit la grande vîtesse de rotation imprimée à la prodigieuse masse de Jupiter, pour lui faire faire une révolution entiére sur son axe en moins de dix heures. Si on veut prendre la peine de faire le calcul, on trouvera que cette vîtesse du mouvement diurne d'un point pris sur l'équateur de Jupiter, est presque égale à la vîtesse du mouvement annuel de cette Planete autour du Soleil, par conséquent aussi presque égale à la vîtesse même du fluide du Tourbillon, qui l'emporte suivant le sens du systéme de M. Descartes : il faudroit donc que l'impulsion faite par le fluide sur l'hémisphére inférieur, sans doute contraire à la rotation, ne l'eût ou point retardé, ou fort peu, de sorte que toute la force du fluide eût été uniquement employée à la rotation, sans rien contribuer ni à pousser l'hémisphére inférieur, ni à transporter tout le corps planetaire sur son orbite ; cependant, il s'y meut librement d'un mouvement progressif, & tourne en même tems sur son axe ; comment accorder tout cela ?

§. LVI.

Voyons s'il n'y auroit pas moyen de s'en éclaircir par quelque expérience, qui nous mît devant les yeux l'effet que pourroit produire l'action d'un fluide à faire tourner un corps sphérique qui y nage, & dont la partie inférieure fût, par sa position seule, constamment plus pesante que la supérieure.

Pour cette fin, on prendra une boule creuse d'une matiére moins pesante que l'eau, par exemple, de bois; on y versera par une petite ouverture une liqueur plus pesante, par exemple, du vif-argent, autant qu'il en faut pour donner à la boule avec le vif-argent au-dedans, un poids presque égal à celui d'un volume d'eau, que la boule entiérement enfoncée y occuperoit, afin que la boule ainsi chargée de vif-argent, mise dans l'eau, s'y plonge jusqu'au niveau, sans pourtant descendre au fond. Cela fait, & après avoir bouché le trou par lequel on a fait entrer le vif-argent, on se choisira une riviére dont le courant soit uniforme, & la surface bien unie comme la glace d'un miroir; on y plongera doucement la boule jusqu'à son sommet: voilà donc la boule dans un état semblable à celui que M. de Mairan attribue aux Planetes, quand elles ont commencé d'être emportées par le fluide du Tourbillon.

Car l'hémisphére inférieur de notre boule, chargé de vif-argent, est aussi constamment & par la position seule, plus pesant que l'hémisphére supérieur, en sorte qu'elle peut tourner sur son axe, & avoir néanmoins l'hémisphére d'enbas toujours plus pesant que celui d'enhaut, tout comme le sçavant Auteur le conçoit dans les Planetes, avec cette seule différence, qu'au lieu que dans les Planetes l'inégalité de pesanteur des hémisphéres est quasi infiniment petite, ici dans notre boule, on peut faire cette inégalité aussi sensible que l'on voudra, & ce qui plus est, la vîtesse de l'eau qui donne contre l'hémisphére supérieur de la boule, est pour le moins aussi grande, si elle n'est pas plus grande, que celle avec laquelle est frappé l'hémisphére inférieur, au lieu que dans le Tourbillon la premiére est plus petite que l'autre; d'où il devroit résulter par cette double cause une rotation bien prompte dans la boule: cependant je serai bien surpris quand j'apprendrai (car je n'ai pas fait cette expérience) que la boule venant à être plongée dans le courant de la riviére, & abandonnée à elle-même, aura fait autre chose que suivre simplement le mouvement progressif de l'eau qui l'entraîne, sans subir la moindre rotation.

§. LVII.

Croyant avoir de bonnes raiſons de prévoir quel ſera le ſuccès de cette expérience, je puis m'être trompé, ce qui eſt très-facile en fait de Phyſique, auquel cas je déclare que j'adopterai volontiers l'explication ingénieuſe de M. de Mairan. En attendant que je ſois convaincu d'un ſuccès contraire, il me ſera permis de dire à mon lecteur, que j'ai cherché ailleurs la cauſe du mouvement diurne des Planetes, & que je crois l'avoir trouvée dans notre Torrent central; voici comment: Je conſidére d'abord la Planete comme n'ayant point encore de mouvement progreſſif ſur ſon orbe; dans cet état je vois que le Torrent la pouſſe de toute ſa force en ligne droite vers le Soleil avec une accélération que doit produire la preſſion du Torrent, qui eſt reciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances au Soleil: Je vois auſſi que durant la deſcente, la Planete ne tournera nullement ſur ſon centre, non plus qu'une pierre ſphérique qui tombe verticalement ſans pirouetter, parce que la preſſion du Torrent ſe répandant également ſur toutes les parties de la Planete, les retiendra en équilibre, & donnera le paralléliſme à leur mouvement.

Mais s'il ſurvient à la Planete une vîteſſe latérale primitivement imprimée, qui lui fait décrire ſon orbe elliptique de la maniére que nous l'avons expliqué ci-deſſus, alors l'équilibre & le parallélisme du mouvement des parties ne peut plus ſe soûtenir; la raiſon en eſt manifeſte; car il eſt très-clair que les parties antérieures de la Planete, qui ſe trouvent du côté où elle tend, vont en quelque façon au-devant & à la rencontre des filets du Torrent que la Planete eſt prête à traverſer, au lieu que les parties de l'autre côté fuyent en quelque maniére ceux des filets qu'elles vont quitter, ce qui fait que la Planete eſt frappée ſur le devant avec plus de force que ſur le dos. Il faut donc que le côté antérieur céde au Torrent, c'eſt-à-dire, qu'il deſcende, & que le côté poſtérieur monte contre l'action du Torrent; & cela continuant toujours, la Planete, à meſure qu'elle avance ſur ſon orbe, eſt obligée de pirouetter avec une vîteſſe proportionnée à cet excès de force. On voit donc d'abord, ſans l'expliquer davantage, que ces deux mouvemens, le diurne &

l'annuel, doivent se faire en même sens, sçavoir d'Occident en Orient.

§. LVIII.

Ceci bien entendu, on ne doit pas s'imaginer que ce soit seulement la surface extrême de la Planete, dont la partie supérieure souffre une plus forte impulsion par-devant que par derriére : mais la même chose arrive à toutes les couches paralleles autour du centre dont on conçoit composé le corps planetaire, parce que les pelotons du Torrent étant de toutes sortes de grandeur, (§. XXXIX.) il y en aura toujours, qui, après avoir pénétré les pores des couches les plus éloignées du centre, tomberont sur une qui a assez de densité, par conséquent ses pores assez étroits, pour ne leur pas donner le passage libre, en sorte que cette autre couche doit, aussi-bien que la premiére, soûtenir l'impulsion du Torrent, & par la raison alleguée, une impulsion plus forte sur la partie qui va devant, que sur celle qui suit.

Il faut même étendre cette explication jusqu'aux couches extérieures qui environnent le corps de la Planete, je parle de celles qui doivent composer son Tourbillon particulier, & qui seront sans doute frappées par les plus gros pelotons du Torrent. Par où l'on voit non-seulement pourquoi le Tourbillon particulier doit avoir la même direction pour tourner d'Occident en Orient, qu'a le Tourbillon général ; mais que toutes ces couches tant de la Planete que de son Tourbillon, s'entre-aident à suivre cette commune direction, chacune contribuant de sa part à la rotation par la prévalente impulsion qu'elle reçoit sur le devant.

Cette force du Torrent central, qui frappe avec plus d'énergie la partie antérieure de la Planete & de son Tourbillon particulier pour lui procurer la rotation, peut fort bien être comparée à la force de l'eau d'une cataracte, laquelle se précipitant sur les aîles d'une rouë de moulin, la fait tourner sur son axe ; car quand même à l'opposite de cette cataracte, il y en auroit une autre, mais moins forte, tombant sur les aîles diamétralement opposées, celle-ci feroit à la vérité un effort sur la rouë pour la faire tourner à contre-sens : mais la premiére l'emportant sur l'autre ne laisseroit pas de faire pirouetter la rouë de son côté, quoiqu'avec moins de vîtesse qu'elle ne feroit sans son antagoniste.

§. LIX.

Dans cette nouvelle théorie, je regarde la Planete comme ayant déja acquis par la longueur du tems la commune direction permanente du grand Tourbillon solaire, de la maniére dont je l'ai expliqué ci-dessus. Car il est bien vrai que pendant ce tems-là elle étoit déja contrainte en passant continuellement à travers le Torrent, de pirouetter ; mais à cause de l'irrégularité de sa route, l'axe de sa rotation a dû changer à tout moment de situation dans le globe, jusqu'à ce qu'enfin se conformant avec la direction du Tourbillon général, la situation de l'axe se fixât. Quant à la vîtesse du mouvement de rotation, on s'apperçoit bien qu'elle ne dépend pas seulement de la rapidité ou de la force avec laquelle le Torrent central agit sur la Planete, & sur son Tourbillon particulier, mais de plusieurs autres circonstances, comme, par exemple, de la densité de la matiére dont le corps planetaire est composé : puisqu'il est notoire, toutes choses d'ailleurs étant égales, qu'un corps plus dense est plus difficile à remuer, à cause de sa plus grande inertie, qu'un corps moins dense ; item, de l'éloignement du Soleil, car dans une plus grande distance les filets du Torrent ont plus de rareté, par conséquent moins de force pour faire tourner la Planete, en même raison que la pesanteur est plus petite que dans une moindre distance : aussi la différente grosseur des Planetes peut faire varier la vîtesse de rotation, non pas tant parce que le Torrent a plus de prise sur les grandes couches à cause de leurs plus grandes surfaces, que parce que la même force étant appliquée à la circonférence d'une grande rouë, fait plus d'effet qu'étant appliquée à celle d'une plus petite. Ajoûtez-y l'obliquité de l'axe de rotation par rapport à la direction du Torrent ; cette obliquité devant nécessairement diminuer l'action du Torrent pour faire tourner la Planete autour de son axe.

La complication de toutes ces causes peut faire que la rotation se fait plus ou moins vîte, que n'exigeroit la distance de la Planete au Soleil, selon que les unes ou les autres de ces causes sont les prévalentes.

§. LX.

Ainsi Jupiter qui est environ 5 fois plus éloigné du Soleil que la Terre, & partant la force du Torrent dans cette région 25 fois plus foible qu'elle n'est dans la région de la terre, néanmoins Jupiter acheve une de ses rotations en dix heures de tems, au lieu que la Terre a besoin de plus du double de ce tems pour une seule révolution sur son centre; la raison en est manifeste par ces trois circonstances: 1°. l'équateur de Jupiter représente une rouë dont le diametre est 10 fois plus grand que celui de la Terre; donc si ces deux corps n'étoient que des disques plats de même épaisseur, il y auroit par la nature du levier dix fois plus de facilité à faire tourner Jupiter que la Terre. Mais puisque ce sont des globes, dont les surfaces exposées à l'action du Torrent, sont comme les quarrés de leurs diametres, il y aura, tout le reste étant égal, dix fois dix, ou cent degrés de facilité pour le tournoyement de Jupiter contre un degré pour celui de la Terre: mais comme par-contre l'action du Torrent à la distance de Jupiter est 25 fois plus foible qu'à la distance de la Terre, il faut combiner ces deux raisons de 100 à 1, & de 1 à 25, d'où résulte la raison de 4 à 1, qui marque que si Jupiter & la Terre étoient d'une même densité, la facilité de rotation dans Jupiter ne seroit plus que quadruple de celle dans la Terre. Mais 2°. la matiére qui compose le corps de Jupiter, étant, si nous nous en rapportons au calcul de M. Newton, 5 fois moins dense que le corps de la Terre, cela fera la raison quadruple encore 5 fois plus grande, de sorte qu'à ces deux égards la facilité de rotation, c'est-à-dire, la vîtesse qui en résultera dans l'équateur de Jupiter, doit être 20 fois plus grande que celle de l'équateur de la Terre. Outre cela, 3°. les observations montrent que l'axe de Jupiter est presque perpendiculaire au plan de son orbite, par conséquent aussi à la direction du Torrent central, au lieu que l'axe de la Terre incline de $23\frac{1}{2}$ degrés, ce qui diminue encore, comme il est aisé à prouver, la vîtesse de rotation de la Terre en même raison que le quarré du sinus du complément de $23\frac{1}{2}$ degrés est plus petit que le quarré du sinus total. Or les Tables des sinus font connoître que ces deux quarrés sont à peu près comme 5 est à 6.

Composant donc la raison de 20 à 1, avec celle-ci de 5 à 6; la vîtesse rotative absolue de l'équateur de Jupiter est à celle de la Terre comme 20 est à $\frac{5}{6}$, ou comme 24 à 1. Ainsi puisque les tems périodiques de deux globes qui tournent ſur leur axe, ſont en raiſon directe de leurs diametres, & inverſe des vîteſſes abſolues de leurs équateurs, nous aurons le tems d'une révolution de Jupiter ſur ſon axe à celui de la Terre :: $\frac{10}{24}$. 1 :: 10 . 24, conformément aux obſervations.

§. LXI.

De tout cela nous tirons cette regle générale pour le mouvement diurne des Planetes : *Il faut compoſer ou multiplier enſemble ces quatre raiſons, ſçavoir, la raiſon inverſe du quarré des diſtances au Soleil; la raiſon directe du quarré des diametres; la raiſon ſimple inverſe des denſités; & la raiſon directe du quarré des ſinus du complément des inclinaiſons des axes ſur les plans des orbites : le produit donnera la raiſon des vîteſſes rotatives des équateurs.*

Mais n'y ayant aucune obſervation qui puiſſe nous apprendre les denſités des Planetes, il faudra ſe contenter de quelque conjecture probable. Or, ſi on veut accepter ce que M. Newton a trouvé par ſa ſupputation, que la denſité de Jupiter eſt à celle de la Terre à peu près comme 1 eſt à 5, c'eſt-à-dire, réciproquement comme leurs diſtances au Soleil; & comme d'ailleurs il paroît fort probable que les Planetes les plus denſes occupent les plus baſſes régions dans le Tourbillon ſolaire; on ſeroit porté à établir pour un principe général, que *les denſités des corps planetaires ſont réciproquement proportionnelles à leurs diſtances au Soleil.* La même choſe devroit s'entendre des Satellites par rapport aux diſtances à leurs Planetes principales.

Cela poſé, on pourroit abreger la regle que je viens de donner; car les deux raiſons qui entrent dans cette regle, ſçavoir, la premiére inverſe du quarré des diſtances au Soleil, & la troiſiéme ſimple inverſe des denſités, donneroient toujours par leur compoſition, la ſimple raiſon inverſe des diſtances; ainſi il n'y auroit plus que ces trois raiſons à multiplier enſemble, ſçavoir *la raiſon ſimple inverſe des diſtances; la raiſon directe doublée des diametres; & la raiſon directe doublée des ſinus du complément des inclinaiſons des axes : le produit donneroit la raiſon des vîteſſes rotatives des équateurs.*

§. LXII.

Voyons ce qui résulteroit en appliquant cette regle à la Planete de Vénus, & en adoptant ce qu'il y a dans la *Connoissance des Tems*, où je trouve que 1°. la distance moyenne de Vénus au Soleil est à celle de la Terre environ comme 5 à 7, dont la raison inverse est de 7 à 5; que 2°. leurs diametres sont égaux, & par conséquent leurs quarrés sont comme 1 à 1; & 3°. par l'observation de M. Bianchini, l'inclinaison de l'axe de Vénus sur le plan de son orbite est de 75 degrés: mais puisque M. Bianchini ajoûte qu'il y a des tems dans la période de Vénus, où l'axe de rotation paroît se confondre entiérement avec l'axe d'illumination, c'est-à-dire, que l'inclinaison est totale, ou de 90 degrés; nous prendrons un juste milieu entre 75° & 90°; prenons donc 80° pour l'inclinaison la plus ordinaire de l'axe de Vénus, en sorte que son complément étant de 10 degrés, & le complément de l'inclinaison de l'axe de la Terre de $66\frac{1}{2}$ degrés, on trouve dans les Tables, que les sinus de ces deux compléments sont à peu près en raison de 3 à 16, dont la raison doublée sera de 9 à 256; c'est pourquoi, selon la regle, il faut multiplier les exposants de nos trois raisons, & nous aurons $\frac{7}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{9}{256} = \frac{63}{1280}$, d'où il suit que la vîtesse de rotation de l'équateur de Vénus seroit à celle de l'équateur de la Terre, comme 63 est à 1280, par conséquent les globes de ces deux Planetes étant posés égaux, les tems périodiques de leurs révolutions diurnes sont réciproquement comme 1280 à 63, ou bien près, comme $20\frac{1}{3}$ à 1; on auroit donc 20 jours & 8 heures pour une rotation entiére de Vénus, ce qui est un peu moins de 23 jours, comme il est marqué dans la Connoissance des Tems.

Mais en donnant un seul degré de plus à l'inclinaison médiocre de l'axe de Vénus, en sorte qu'elle soit de 81° au lieu de 80°, nous trouverons par notre régle, que la révolution diurne de cette Planete seroit environ de 25 jours; ce nombre surpasse celui de 23 jours, presque autant que celui-ci surpasse les 20 jours 8 heures, que nous avons trouvés par la premiére supposition. Nous voilà donc réduits à prononcer que la véritable inclinaison moyenne de l'axe de Vénus entre la plus petite de 75 degrés, & la plus grande de 90 degrés, est un peu plus grande que de 80 degrés, mais un peu moindre que de 81 degrés. C'est beaucoup que nos principes nous ayent mené à une si grande précision, dans un cas où l'inclinaison de l'axe est variable dans chaque révolution annuelle, ce qui est un phénomene étrange, & tout particulier à Vénus; les autres Planetes, que je sçache, ne changeant point sensiblement d'inclinaison de leurs axes, pendant leur cours autour du Soleil, si ce n'est peut-être cette petite nutation ou libration, s'il y en a une, dont parle M. Newton, mais qui est si insensible, qu'elle ne mérite point d'attention.

§. LXIII.

Dans cette recherche, on a supposé que la matiére qui compose le globe d'une Planete, est uniformément dense par toute son étenduë, ou que tous les corps particuliers, qui, pris ensemble, font le total, sont homogenes; mais comme l'expérience fait voir que le globe terrestre que nous habitons, est composé d'une infinité de parties hétérogenes, plus ou moins denses les unes que les autres, selon leur différente nature, il est bien à présumer qu'il en est de même dans les autres Planetes, quoiqu'il y en ait peut-être où la diversité n'est pas si considérable, ou dont les parties hétérogenes sont arrangées autour du centre, d'une telle maniére que le total fera le même effet par une espece de compensation du plus & du moins, que s'il étoit uniformément dense : dans un tel cas, notre regle ne s'écarteroit pas beaucoup de la vérité du fait.

Quant au reste, si les parties hétérogenes d'une Planete sont trop inégalement distribuées autour du centre du globe, en sorte que le centre de gravité, que je nommerois plutôt le centre d'*inertie*, de toute la masse, différe beaucoup du centre de figure, je dis que c'est justement cette inégale distribution, qui est la cause de l'obliquité de l'axe de rotation, ou qui fait pencher cet axe sur le plan de son orbite; voici la maniere dont je conçois la chose.

§. LXIV.

J'ai déja démontré que dans ce systéme, aussi-bien que dans celui de M. Newton, les orbites des Planetes doivent être des ellipses qui ont leur foyer dans le centre du Soleil, vers lequel tendent directement les filets du Torrent central; il est visible que la direction des filets qui donnent sur une Planete, est située toujours sur le plan de son orbite; il sera donc son effort pour faire tourner la Planete sur une ligne droite, qui passe par son centre perpendiculairement au plan de l'orbite; c'est pourquoi si le globe de la Planete se trouve dans une entiére indifférence d'obéir au mouvement rotatif en telle ou telle direction, selon qu'il est frappé, il faut de nécessité que cette ligne droite devienne effectivement l'axe de rotation.

Or cette différence se trouve, lorsque le centre de gravité ou d'*inertie* est dans le centre même du globe, ce qui peut arriver en deux maniéres; sçavoir 1°. quand la matiére du globe est réellement homogene, ou uniformément dense; 2°. quand ses parties, quoique non uniformément denses, sont tellement distribuées que leur commun centre d'inertie tombe dans le centre du globe, comme, par exemple, quand on conçoit le globe composé de couches, dont chacune soit d'une densité uniforme, mais de différente densité entre elles. Mais si le centre d'inertie est éloigné du centre de figure ou du globe, alors cette indifférence au mouvement rotatif n'a plus lieu, étant sensible par les loix de la Méchanique, qu'il y a plus de facilité à tourner un globe, de façon que son centre d'inertie demeure immobile pendant le tournoyement, qu'il n'y en a lorsqu'on le veut tourner dans un autre sens, qui ne se peut faire sans mouvoir le centre d'inertie, parce que de cette maniére n'y ayant plus d'équilibre entre les inerties partiales, on est obligé de vaincre l'inertie totale de la masse, ce qui demande plus de force à mesure que le centre d'inertie fait plus de chemin par la rotation.

§. LXV.

Cela bien entendu, considérons la Planete comme n'ayant point encore de rotation, mais prête à la subir par l'impression du Torrent: je conçois le diametre tiré par les deux centres, d'inertie & de figure; si ce diametre par un coup de hasard se trouve perpendiculaire sur le plan de l'orbite, il est évident que la rotation commencera à se faire autour de ce diametre, qui enfile les deux centres, qui sera par conséquent l'axe de rotation, parce que de cette maniére le mouvement ne rencontre nulle opposition de la part du centre d'inertie, qui étant dans l'axe même, demeure immobile; mais si le diametre qui passe par les deux centres, est

oblique

oblique au plan de l'orbite, alors l'impression du Torrent ne tournera plus le globe autour de la ligne perpendiculaire sur le plan de l'orbite, à cause de l'obstacle que lui oppose l'inertie totale de la masse. Cet obstacle devroit être vaincu, pour mettre aussi le centre d'inertie en mouvement de rotation, ce qui ne pouvant pas se faire aisément, & sans quelque perte de la force du Torrent, la rotation changera plutôt de direction, en évitant, autant qu'il est possible, la difficulté de faire tourner le centre d'inertie; je veux dire que le globe se prêtant à la plus facile détermination, tournera, ou exactement, ou peu s'en faut, sur le diametre qui passe par les deux centres, qui sera par cela même l'axe de rotation.

La situation oblique de cet axe, que le hasard lui a une fois donnée, doit ensuite se conserver toujours, parce que le corps planetaire étant constamment dans son équilibre par la force centrifuge contre-balancée par la gravitation causée par l'impulsion du Torrent, l'axe de rotation ne peut que garder son parallelisme, d'où il ne sortiroit jamais s'il n'en étoit détourné insensiblement par une cause étrangére, dont nous parlerons dans la suite, qui fait qu'après un grand nombre de révolutions autour du Soleil, le changement de situation devient un peu sensible, en sorte que l'axe prolongé jusqu'aux étoiles fixes, son extrémité, ou le pole de l'équateur, paroît décrire un petit cercle autour du pole de l'écliptique, qui se fait dans le ciel, en étendant par la pensée le plan de l'orbite jusqu'au firmament.

§. LXVI.

Après cette longue déduction, on ne peut plus demander dans notre systéme, pourquoi le mouvement diurne ou de rotation se fait, ni pourquoi il se fait selon la même direction dans la partie supérieure de la Planete, selon laquelle se fait son mouvement périodique autour du Soleil. Les difficultés qui se présentent à cet égard dans l'hypothése des attractions, sont entiérement levées par l'action du Torrent, plus forte sur l'hémisphére antérieur qui va au-devant de son action, que sur le postérieur qui la suit.

On peut former une autre demande dans le systême de M. Newton, pour le moins aussi importante que la premiére, qui eſt que l'hypothéſe des attractions étant jointe à celle du grand vuide, on eſt en droit de demander pourquoi l'orbite de chaque Planete change inſenſiblement de place, en tournant d'un mouvement très-lent & uniforme autour de ſon foyer qui eſt dans le centre du Soleil, & pourquoi ce mouvement ſe fait auſſi d'Occident en Orient, ce qui cauſe qu'après une longue ſuite d'années on remarque que les apſides s'avancent un peu vers l'Orient. L'exiſtence du vuide ſuppoſée, & les forces centrales en raiſon inverſe doublée des diſtances, exigent néceſſairement que les orbites ſoient des courbes rentrantes en elles-mêmes, qu'elles ſoient des ellipſes parfaites, dont l'axe ou la ligne des apſides ſoit abſolument immobile. Il eſt vrai que pour rendre raiſon de leur mobilité, M. Newton a recours aux influences que les Planetes ont les unes ſur les autres par leurs attractions mutuelles, par leſquelles il croit devoir arriver que la régularité de leur mouvement ſe trouble, & que par-là les aphélies deviennent mobiles : mais on a démontré ailleurs l'inſuffiſance & la foibleſſe de cette raiſon, puiſqu'on a fait voir que, par exemple, Jupiter, qui, par ſa groſſeur, doit exercer le plus de force d'attraction ſur une autre Planete, devroit tantôt avancer, tantôt faire reculer l'aphélie de celle-ci, ſelon que l'un ou l'autre précéde, bien loin de produire un mouvement toujours en avant, égal & uniforme.

§. LXVII.

Notre théorie nous fournit une explication de ce phénomene très-ſimple & très-naturelle, quoique différente de celle qu'on a donnée dans une autre occaſion ; voici cette nouvelle explication, tirée des principes établis dans ce diſcours. Nous avons vû ci-deſſus, que le grand Tourbillon ſolaire eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps céleſtes, qui puiſſe être tant ſoit peu ſenſible en pluſieurs milliers d'années ; que ſa circulation d'Occident en Orient doit être tranquille & uniforme dans chaque couche ; & que la vîteſſe de cette circulation eſt 230 fois moins grande, qu'on ne la doit ſuppoſer dans le ſyſtéme de Deſcartes, qui veut que la Planete qui y nage n'ait point d'autre mouvement autour du Soleil, que celui qu'elle emprunte de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, au lieu que, ſelon M. Newton, & ſelon mes principes, le mouvement annuel de la Planete n'a pas ſon origine de celui du Tourbillon, mais qu'il lui a été primitivement imprimé, en ſorte que l'origine eſt intrinſeque, & indépendante de toute autre cauſe que de la premiére, tout auſſi-bien que les Cartéſiens rigides ſont obligés de reconnoître que la circulation tant du Soleil, que celle du Tourbillon autour d'un centre commun, tirent immédiatement leur origine de la premiére cauſe, je veux dire, de l'Auteur du premier mouvement.

De plus, nous avons vû (§. LII. & ſuiv.) que, quoique le Tourbillon n'ait pas aſſez de force pour augmenter ou diminuer ſenſiblement les vîteſſes des Planetes ſur leurs orbites, que demande la régle de Kepler, il en a pourtant aſſez pour cauſer quelque changement dans leurs directions, juſques-là même que les orbites ayant eu au commencement leurs poſitions ſur différens plans, ſans ordre & ſans régularité, les directions de leurs cours, & par-là les poſitions de leurs orbes ſe ſont rangées peu à peu par le mouvement du grand Tourbillon, dans l'eſpace du Zodiaque. Après donc que le plan d'une orbite a été réduit ainſi dans ſa ſituation convenable & permanente, la Planete continueroit éternellement à décrire la même orbite, & repaſſeroit dans chaque révolution par les mêmes apſides, tout comme dans le vuide parfait, ſçavoir ſi le Tourbillon venoit à ceſſer de ſe mouvoir.

Mais comme il circule toujours d'Occident en Orient, & ne ceſſe jamais; ſon effet ſera non pas de changer la vîteſſe ſenſible de la Planete, mais au moins d'en faire anticiper un peu la direction en chaque point de l'orbite; d'où il s'enſuit viſiblement que l'orbite elle-même paroîtra circuler d'un mouvement uniforme, mais très-lent, autour de ſon foyer, & tranſporter par conſéquent les apſides avec la même lenteur uniforme, & dans la même direction d'Occident en Orient.

Voilà une explication, ce me ſemble, bien ſimple & pas moins claire, d'un phénomene, qui, par ſon importance, fut trouvé digne par l'illuſtre Académie d'être propoſé pour le ſujet du Prix de 1730.

QUATRIE'ME PARTIE.

§. LXVIII.

JUSQU'ICI j'ai traité des principaux phénomenes, que l'Astronomie moderne a observés avec le plus d'exactitude & d'application. Les raisons physiques que j'ai tirées de ma théorie pour expliquer ces faits, me paroissent telles, qu'on les pourra envisager pour le moins comme des conjectures très-probables, sur-tout à cause de la simplicité & de la clarté des principes sur lesquels j'ai bâti mon systéme. Je soûmets cependant le tout à la décision de mes Juges sages & éclairés, accoutumés à ne prononcer leur sentence qu'en faveur de la solidité du raisonnement.

Il est tems présentement, que je tâche de satisfaire aussi à la Question qui revient sur le tapis, à cause que selon ce qu'insinue le Programme publié pour l'année 1734, on n'a rien trouvé dans les pieces qui ont été envoyées la premiére fois, d'assez précis ni d'assez clair sur le sujet en question, & que c'est pour cela qu'on n'a pas cru devoir adjuger le prix; mais qu'une matiére aussi importante pour l'Astronomie physique étant très-digne d'être approfondie, l'illustre Académie a jugé qu'il étoit utile de proposer de nouveau le même sujet pour l'année 1734, en y attachant un prix double de l'ordinaire. Cette générosité & louable attention pour le bien public, doit exciter les Sçavans, & particuliérement ceux, qui, portés par eux-mêmes pour l'avancement des Sciences, ont toujours tâché d'y contribuer, indépendamment même du profit qui leur en pourroit revenir.

Animé de cet esprit, je vais produire mes pensées sur *la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des Planetes par rapport au plan de l'équateur & de la révolution du Soleil autour de son axe;* & indiquer ensuite, *d'où vient que les inclinaisons de ces orbites sont différentes entre elles.* Ce sont là les propres termes dans lesquels la Question est proposée. Je me flatte que la solution que j'en donnerai, sera d'autant plus goûtée, qu'elle a une liaison parfaite avec les principes de ma théorie.

Auſſi eſt-ce dans cette ſeule vûe que j'ai communiqué un peu au long cette théorie, afin qu'on ne trouve pas étrange que je m'y ſois étendu à expliquer des faits aſtronomiques, qui ſemblent avoir peu de connexion avec le ſujet dont il s'agit préſentement. Si on veut examiner une partie d'un édifice, on fait bien de contempler auparavant tout l'édifice en ſon entier, & enſuite les parties ſéparément, pour juger ſi celle dont il s'agit eſt dans l'ordre & dans la ſymmetrie avec les autres; c'eſt en quoi conſiſte la beauté de tout l'édifice : ainſi je crois n'avoir pas mal fait d'avoir expoſé à la vûe un ſyſtéme avec les principales particularités qui en rehauſſent le prix : outre que les œuvres ſurérogatoires, comme je penſe, ne ſont pas déſagréables, lorſqu'elles donnent un luſtre au devoir eſſentiel.

§. LXIX.

Pour en venir donc à la Queſtion propoſée : elle conſiſte en deux parties. On demande 1°. la cauſe phyſique des inclinaiſons des orbites; 2°. la raiſon de la diverſité de ces inclinaiſons. Il n'y a qu'à bien ſatisfaire à la premiére partie par une réponſe convenable, on verra que la réponſe à la ſeconde s'enſuivra d'elle-même.

A cette fin, je prie mon lecteur de prêter le plus d'attention à mes raiſonnements ſur le premier de ces deux points, comme ſur le plus eſſentiel, & de ſe ſouvenir avant toutes choſes, de la nature du Tourbillon ſolaire, auquel j'ai attribué, par de bonnes raiſons, une viteſſe 230 fois plus petite qu'on ne la ſuppoſe dans le ſyſtéme Cartéſien, & avec cela, une force très-inſenſible de réſiſter, ou de diminuer la vîteſſe des Planetes, à cauſe que la plus grande partie de la matiére du Tourbillon eſt un liquide parfait, diviſé actuellement à l'infini & ſans borne, ou plutôt n'ayant point de parties élémentaires ſans diviſion (§. x. & ſuiv.) par conſéquent incapables de faire la moindre réſiſtance aux corps qui s'y meuvent; mais que le reſte de la matiére, ſçavoir les globules céleſtes, qui entrent pour une très-petite partie dans la compoſition du Tourbillon, ſont d'une rareté extrême, je veux dire, ſi diſperſés par tout le vaſte océan du Tourbillon, que les corps énormes des Planetes y paſſent librement comme dans un vuide parfait, avec les vîteſſes qu'ils doivent acquérir dans les divers endroits de leurs orbes elliptiques en vertu de la regle de Kepler.

Cependant si la résistance de cette matiére doit être comptée pour rien, nous avons démontré qu'il n'en est pas de même du changement de direction que doivent subir les Planetes sur leurs routes, selon la diversité des circonstances, quoique sans rien perdre de leur vîtesse. (§. LII. & LIII.) Or c'est ce changement de direction, provenant de l'opposition des globules célestes, qui peut devenir sensible, & même considérable par la longueur du tems, pour faire que les plans des orbites, après avoir été réduits dans une situation permanente, comme je l'ai expliqué ci-dessus, ne se trouvent pas précisément dans le plan commun de l'équateur du Tourbillon, mais qu'ils s'en écartent, en sorte que les orbites couperont cet équateur sous des angles plus ou moins grands, selon la diverse constitution des Planetes, c'est ce que je me mets en devoir d'expliquer plus amplement & en détail.

§. LXX.

D'abord je me figure que le plan de l'équateur du grand Tourbillon n'est point différent de celui de l'équateur du Soleil même. Je regarde le Soleil & son Tourbillon comme un tout, dont celui-ci est, pour ainsi dire, la continuation de celui-là; de sorte que le Soleil ayant reçu une fois son mouvement de circulation autour d'un axe, ce mouvement a été communiqué peu à peu à la matiére qui l'environne, & forme présentement son Tourbillon, dont la circulation ne fait que suivre celle du Soleil dans la même direction d'Occident en Orient, & partant autour du même axe, mais avec plus de vîtesse dans les couches plus voisines que dans les éloignées, jusqu'à ce que ces différentes vîtesses soient enfin parvenues à l'état d'uniformité, sçavoir chacune convenable à la distance au Soleil, telle que la demandoient les loix de la Méchanique dans la formation d'un Tourbillon, comme on l'a démontré autrefois.

C'est-là l'idée la plus simple & la plus naturelle qu'on puisse avoir au sujet de la formation & du mouvement d'un Tourbillon; car quelle contrainte ne faut-il pas se donner pour s'imaginer avec les Cartésiens outrés, que la premiére couche du Tourbillon solaire fasse sa circulation 230 fois plus rapidement que la surface du Soleil, à laquelle la premiére couche est contiguë? & quelle peine n'a-t-on pas aussi à concevoir que le Tourbillon particulier terrestre dans sa plus basse région contiguë à la surface de la Terre, circule 17 fois plus vîte que ne fait la Terre elle-même par son mouvement diurne? c'est pourtant ce qu'il faut dire, si on veut soûtenir que les Planetes autour du Soleil, & la Lune autour de la Terre empruntent leur mouvement de celui des Tourbillons par lesquels on prétend que ces corps célestes sont entraînés.

Ne seroit-on pas fondé à demander pourquoi à l'endroit où le Tourbillon solaire touche le Soleil, & où le terrestre touche la Terre, les deux mouvemens ne se confondent pas enfin, ou ne se conforment pas l'un à l'autre? Quelle cause pourroit-on inventer, qui entretînt cette grande inégalité de vîtesse de deux matiéres fluides, qui se frotteroient continuellement, sans qu'il en résultât le moindre retardement dans la plus vîte, ni d'accélération dans la plus lente? le bon sens n'en est-il pas choqué? Notre hypothése remédie à tous ces inconvénients : ainsi continuons à nous en servir pour l'explication du fait en question, d'une maniére qui en rende la cause précise & claire, telle qu'on la demande.

§. LXXI.

On m'accordera donc, puisque j'ai fait voir que cela convenoit mieux à la simplicité de la Nature, que le mouvement du Tourbillon est la production de celui du Soleil, ou plutôt que celui-là n'est autre chose que la continuation de celui-ci; d'où il suit qu'il ne se fait point de saut subit de la vîtesse de l'un à la vîtesse de l'autre, mais que déja depuis le centre, la diminution de vîtesse circulante se fait graduellement vers la circonférence, suivant la loi d'un Tourbillon, au moins jusqu'à une vaste distance au-dessus de la région des Planetes; que par conséquent toutes ses parties sans exception, circulent autour d'un même axe, qui est celui du Soleil; ce sont donc les mêmes poles & le même plan des équateurs de toutes les couches qui composent le Tourbillon : car quelle raison auroit-on de croire, comme quelques-uns se le sont imaginé, que les couches à différentes distances changent de direction dans leur circulation? il n'y a là aucune cause physique à alléguer, qui soit solide.

Je me fonde toujours ſur la ſimplicité, & tiens pour un principe général, qu'il ne faut jamais s'en écarter ſans une extrême néceſſité.

Cela étant, je vois avec une entiére évidence, qu'après que les Planetes ont une fois acquis la direction permanente, de la maniére que je l'ai expliqué, cette direction devroit être exactement conforme à celle du Tourbillon, puiſque celle-ci a produit l'autre, cela veut dire que toutes les orbites devroient ſe trouver parfaitement ſur le plan commun de l'équateur du Soleil & du Tourbillon : cependant les obſervations font connoître qu'elles s'en écartent un peu, & que leurs plans coupent le plan de l'équateur ſolaire en différents endroits, & ſous différents angles, dont le plus grand monte à 7° 30′, qui eſt celui que fait l'orbite de la Terre.

Cette déviation m'a donc fait juger que ſa principale cauſe ne doit pas être cherchée uniquement dans la matiére du Tourbillon qui environne immédiatement la Planete par un contact immédiat, & qui devroit plutôt, comme nous l'avons vû, l'entretenir dans le mouvement commun ſur le plan de l'équateur. Mais faut-il peut-être recourir à une autre cauſe, qui agiſſe de loin ſur la Planete, pour la détourner de la direction du Tourbillon, ſelon le ſentiment de Kepler, & de quelques autres après lui, qui ont introduit une eſpece de magnétiſme immatériel émanant du Soleil, & capable de changer la ſituation & le cours des Planetes ? mais cette viſion, qui ne vaut pas plus que les attractions, eſt auſſi obſcure que les qualités occultes.

N'allons donc pas ſi loin, & cherchons la véritable cauſe de notre phénomene dans le corps même de la Planete ; on l'y trouvera ſûrement, d'autant plus recevable, qu'elle ne développe pas ſeulement le fait, mais auſſi les circonſtances qui l'accompagnent indiquées par les obſervations les plus exactes ; marque indubitable qu'il y a ici quelque choſe de plus qu'une ſimple conjecture plauſible.

§. LXXII.

Je commence par examiner ce qui arriveroit au mouvement annuel d'une Planete, en ſuppoſant que ſa figure eſt une ſphére parfaite.

parfaite. Je vois qu'un tel corps a une entiére indifférence à obéïr avec une égale facilité en telle ou telle direction que le fluide ambiant lui imprime. Or, comme je l'ai déja dit plus d'une fois, le Tourbillon, quoiqu'il n'ait pas de force suffisante pour changer sensiblement les vîtesses des corps célestes, ne laisse pas d'en disposer les directions (si elles sont d'abord différentes de la sienne) qu'elles deviennent peu à peu conformes à la direction commune de toutes les parties du Tourbillon.

Il ne faut donc pas douter qu'une Planete parfaitement sphérique (s'il y en avoit) ne demeurât continuellement dans le plan de l'équateur solaire, dont elle ne s'écarteroit jamais, en sorte que le plan de cet équateur & celui de l'orbite planetaire ne feroient point d'angle, & ne seroient qu'un même plan : cela me paroît clair, sans autre explication plus ample.

§. LXXIII.

Mais on sçait aujourd'hui que les corps des Planetes n'ont pas la figure d'un globe parfait. Quant à la Terre, il y a des Philosophes qui lui attribuent la figure d'un sphéroïde allongé vers les poles; au contraire, Mrs Newton, Huguens & d'autres, disent qu'elle est un sphéroïde applati. On convient généralement par les observations, que l'axe de Jupiter est plus petit que le diametre de son équateur, en raison environ de 12 à 13. Il n'y a pas à douter, en réfléchissant sur les causes physiques qu'on allegue de part & d'autre, qu'une telle inégalité de diametres plus ou moins grande, ne se trouve aussi dans la figure des autres Planetes.

Je suis donc en droit de demander qu'on m'accorde que les Planetes sont des sphéroïdes : & je démontrerai que cette figure supposée emporte nécessairement, que 1°. les Planetes ne peuvent pas se mouvoir exactement sur la direction du Tourbillon, je veux dire, que les plans de leurs orbites seront différens du plan de l'équateur solaire, qui est aussi celui du Tourbillon, & que c'est dans cette différente position que consiste l'inclinaison des orbites par rapport au plan de l'équateur solaire : que 2°. cette inclinaison sera plus ou moins grande, selon que le sphéroïde différe plus ou moins d'une sphére parfaite. Ces deux points démontrés, formeront la réponse à la premiére & à la seconde partie de la Question.

§. LXXIV.

Je dis donc que l'une & l'autre espece de sphéroïde, tant applati qu'allongé, doit causer que la direction du mouvement de la Planete se détourne de la route qu'elle prendroit sur le plan commun de l'équateur solaire, si la Planete étoit une sphére; avec cette différence, que les nœuds de ces deux sphéroïdes sur l'équateur du Soleil seront de noms contraires, je veux dire, que là où se fera le nœud ascendant ou Boreal dans le cas du sphéroïde applati, il deviendra nœud descendant ou Austral, si on suppose que c'est un sphéroïde allongé, & réciproquement le nœud descendant du sphéroïde applati se change en ascendant pour le sphéroïde allongé : j'en donne l'explication tirée de la navigation.

On sçait que les vaisseaux poussés obliquement par le vent, au lieu d'aller dans la direction de la quille, en sont insensiblement détournés en prenant une autre route, dont la direction fait, avec celle de la quille, un angle que les Marins appellent la *dérive* du vaisseau.

La nature & la cause de cet effet est connuë & traitée amplement dans la manœuvre des vaisseaux : c'est que si le corps du vaisseau avoit la figure d'un cercle ou d'une sphére, par conséquent indifférente à se mouvoir avec une égale facilité en tout sens, il iroit sans doute, abandonné à lui-même, dans la direction que lui donneroit la ligne moyenne de la force mouvante, & cette direction pourroit passer aussi pour celle de la quille, puisque chaque diametre la pourroit être : tout au contraire, un vaisseau fort long, mais infiniment peu large, suivroit constamment la direction de sa longueur ou de sa quille, quelle que fût l'obliquité de la direction de la force mouvante. Car un tel vaisseau ne trouvant point de résistance sensible à la prouë, & toute la force de l'eau donnant sur le côté, il est visible qu'il doit se mouvoir exactement sur la direction de la quille sans la moindre dérive. Mais comme il est impossible dans la structure des vaisseaux, de faire en sorte que la prouë ne souffre dans le sillage, quelque résistance que l'eau lui oppose; cela est la cause que le vaisseau est obligé de prendre une route moyenne entre la direction de la quille & celle de la force mouvante; c'est-à-dire, de ſubir une dérive plus ou moins grande, ſelon que la réſiſtance de l'eau contre la prouë eſt plus ou moins ſenſible.

Je dis donc qu'il ſe fait la même choſe dans le mouvement des Planetes, lorſqu'elles n'ont pas la figure d'une ſphére exacte : ainſi il me ſera permis d'y faire l'application, dont le réſultat montrera combien mes raiſonnements ſont conformes aux obſervations faites ſur cette matiére.

§. LXXV.

Soit *GC* une portion de l'équateur du Tourbillon, & ſuppoſons d'abord qu'une Planete *BDAE* ait ſon centre *C* ſur la ligne *GC*, avec un mouvement de *G* vers *C*. Je vois clairement, que ſi la Planete étoit une ſphére parfaite, elle continueroit ſon mouvement ſur la même ligne de *C* vers *N*, nonobſtant l'oppoſition de la matiére du Tourbillon compriſe entre les tangentes extrêmes *ML*, *SR* paralleles à *GC* : car cette oppoſition qui n'auroit pas de force pour diminuer ſenſiblement la vîteſſe de la Planete, n'en a pas non plus pour changer la direction du mouvement ; parce que les deux arcs *OBM*, *OES*, étant en ce cas deux quarts-de-cercle d'une ſituation ſemblable au-deſſus & au-deſſous de *CO*, il eſt évident que pour chaque filet tel que *TF*, contre lequel donne l'arc ſupérieur *OBM*, & qui feroit impreſſion ſuivant *F*φ perpendiculaire à la courbe, il y a un autre filet ſemblable, qui donne ſur l'arc inférieur, & qui fait une pareille impreſſion, mais de bas en haut, au lieu que le premier l'a fait de haut en bas ; en ſorte que toutes ces impreſſions ſe trouvant en équilibre par rapport à la direction *GC*, la Planete continuera toujours à ſe mouvoir ſur cette direction, & n'en ſera jamais détournée. Fig. 2. & 3.

§. LXXVI.

Si le corps planetaire *BDAE* eſt un ſphéroïde, ſoit applati ou allongé, mais dont l'axe de rotation ou du mouvement diurne *BA* eſt exactement perpendiculaire ſur *GC*, ou ſur le plan de l'équateur du Tourbillon, de ſorte que l'équateur *DE* de la Planete, & celui du Tourbillon *GC* ; ne ſont que ſur un même plan ; alors le point *E* tombant ſur *O*, les oppoſitions de la part du fluide contre *EB* & *EA* ſont encore ſemblables & égales, d'où il ſuit auſſi que la direction du centre *C* ſuivant *GC*, ne ſera point changée. Donc une Planete ſphéroïdique, qui auroit ſon axe de rotation perpendiculairement érigé ſur le plan de l'équateur ſolaire, ne ſortiroit jamais de ce plan, c'eſt-à-dire, que le plan de l'orbite planetaire & le plan de l'équateur du Soleil ne feroient point d'angle. Voilà les deux cas uniques où il n'y auroit point d'inclinaiſon.

§. LXXVII.

Fig. 2. Mais conſidérons préſentement la Planete comme ayant la figure d'un ſphéroïde applati, dont l'axe de rotation *BA* ſoit oblique ſur la direction *GC*, que je regarde toujours comme une partie de l'équateur du Tourbillon; & voyons ſi la Planete pourra ſe ſoûtenir ſur la direction *GC*, ou ſi elle ſera obligée de s'en écarter peu à peu pour prendre une autre route *gc*. Pour cette fin, ſoit le point *V* le plus avant vers le côté où va la Planete, par lequel ſi on conçoit tirée la tangente *HVI*, cette tangente ſera perpendiculaire aux directions *ML*, *ON*, *SR*, & le point d'attouchement *V* ſera au-deſſous de la direction *GCN*; tellement que l'arc total *MOS* expoſé à l'action des filets du fluide compris entre *ML* & *SR*, eſt partagé en deux parties inégales *VOM*, *VES*, dont la plus grande *VOM* reçoit auſſi le plus grand nombre de filets, qui conſpirent tous à pouſſer la planete obliquement de haut en bas, & la moindre partie *VES* reçoit le plus petit nombre de ces filets, qui agiſſent conjointement ſur la Planete pour la repouſſer obliquement de bas en haut.

Donc ces deux forces ſur *VBM* & *VES* étant inégales, la plus petite cedera à la plus grande, d'où il ſuit que le centre *C* quittera la direction *GC*, & en ſuivra une autre *gc* au-deſſous de la premiére. Ce qui arrive déja dès-lors que l'angle *BCO* commence à devenir aigu: car il faut conſidérer que cet angle *BCO*, que fait l'axe de rotation *BC*, toujours parallele à lui-même, avec la direction *CO*, toujours dans une autre poſition, change continuellement de grandeur, comme nous le verrons ci-après plus particuliérement.

§. LXXVIII.

Si nous ſuppoſons maintenant le cas où la Planete, après avoir fait le demi-tour depuis un des nœuds juſqu'à l'autre, ſe meut dans un ſens contraire au premier, ſçavoir de *C* vers *G*, en ſorte que l'angle *BCG* ſoit obtus, on voit évidemment que la plus forte impreſſion du fluide du Tourbillon, qui ſe déploie fur la partie découverte *MDAS*, vient de bas en haut, & détournera par conféquent le centre *C* de la direction *CG*, pour lui faire prendre la direction $c\gamma$ au-deffus de *CG*, ce qui arrive auffi d'abord que l'angle *BCG* commence à devenir obtus.

Il eft à remarquer que les deux points d'interfection, où les deux lignes *cg*, γc coupent la ligne *CG* prolongée de part & d'autre, repréfenteront les deux nœuds de la Planete, fçavoir, la premiére interfection donnera le nœud auftral, & la feconde le nœud boreal.

Il refte à expliquer l'effet que produira l'oppofition du fluide du Tourbillon contre une Planete qui auroit la figure d'un fphéroïde allongé, d'où nous verrons que cet effet fera renverfé par rapport au premier, dans l'ordre du mouvement de la Planete fur fon orbite, je veux dire, que le nœud defcendant ou auftral fe change ici en boreal, & réciproquement le boreal en auftral.

§. LXXIX.

Soit donc une Planete en forme de fphéroïde oblong *BDAE*; Fig. 3.
l'axe de rotation *BA* plus grand que le diametre de fon équateur *DE*; fon pole boreal *B*, & auftral *A*; le centre *C*. Soient tirées toutes les autres lignes comme dans la figure précédente; nous voyons d'abord que le point d'attouchement *V*, qui partage l'arc *MVS* expofé à la preffion du fluide contenu entre les filets extrêmes *LM*, *RS*, eft au-deffus de la direction de l'équateur du Tourbillon : c'eft pour cela que la preffion exercée fur la partie inférieure *VES*, dont la direction moyenne va de bas en haut, eft prévalente à celle qui s'exerce fur la fupérieure *VBM*, dont la moyenne direction tend de haut en bas. Ainfi le centre *C* ne pouvant pas fe foûtenir fur la direction *GC*, en fera détourné vers le fupérieur *c*, & fuivra la route *g c* au-deffus de *GC*. Et comme cette inégale preffion, dont l'inférieure eft la plus forte, commence dès que l'angle *BCO* devient aigu, on voit que *CG*, *cg* prolongées, doivent fe couper du côté de *G*, *g*, d'où la Planete vient, & que par conféquent le point d'interfection fera le nœud boreal, puifque ce fera dans ce point, comme nous le verrons, que l'angle *BCO* étant droit, va devenir aigu.

§. LXXX.

Mais au contraire, si tout le reste demeurant le même, on suppose le cas où la Planete se meut de *C* vers *G*, & où l'angle *BCG* est obtus; on prouve par un raisonnement semblable à celui que nous avons fait dans le §. LXXVIII. que la Planete sera obligée de descendre vers le pole austral du Tourbillon, & que son centre décrira la route *cg*, qui étant prolongée du côté d'où elle vient, coupera *GC* dans un point vers *N*, qui sera le nœud Austral. Car ce sera ici où l'angle *BCG*, de droit qu'il est, commence à se changer en angle obtus.

Il faut remarquer pour l'une & l'autre espece de sphéroïdes, que l'axe de rotation étant incliné sur le plan de l'orbite, il arrive deux fois dans chaque révolution annuelle, que les angles *GCB* & *BCO* deviennent droits, je veux dire, que la direction du centre de la Planete soit perpendiculaire à la position de l'axe *BA*, sçavoir, une fois lorsque la Planete parvient à l'endroit de son orbite, où son axe de rotation prolongé rencontre ou coupe l'axe de l'équateur solaire vers le pole Boreal, & une fois encore lorsqu'après une demi-révolution ces deux axes prolongés se rencontrent vers le pole Austral.

§. LXXXI.

C'est donc dans ces deux points que les angles *BCG*, *BCO* sont droits; ils sont par conséquent comme le passage où la direction de l'action du fluide sur la surface du sphéroïde change d'obliquité, & fait que la partie qui donnoit plus de prise à cette action, commence à devenir celle qui en donne moins, & réciproquement la partie qui y étoit moins exposée, va l'être plus que l'autre: cela est évident, en faisant attention au parallelisme que l'axe de rotation conserve pendant sa révolution autour du Soleil.

De-là il paroît que les nœuds des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil se trouvent dans les points où les Planetes parviennent à leurs solstices; puisque c'est visiblement dans ces points, que l'axe du Tourbillon & l'axe de rotation d'une Planete sont dans un même plan, & que les angles *BCG*, *ECO* deviennent droits: en considérant au moins l'orbite de la Planete comme un cercle parfait, dont le centre seroit dans celui du

Tourbillon; mais étant véritablement une Ellipse, quoique fort approchante du cercle, nous verrons plus bas que cela sera que les nœuds seront un peu éloignés des points solstitiaux.

§. LXXXII.

Jusqu'ici nous avons considéré le mouvement de la Planete comme se faisant dans un fluide calme & en repos, dont la seule opposition doit la faire écarter de la direction qu'elle auroit si elle étoit parfaitement ronde, ou si son mouvement se faisoit dans le vuide; de la même maniére que les vaisseaux souffrent une dérive, lorsque la tendance de leur route n'est pas directement opposée à la direction moyenne de la résistance de l'eau: tellement que le lieu d'un vaisseau s'éloigne de plus en plus de l'endroit où il se trouveroit, si on pouvoit éviter la cause de la dérive.

Mais puisque le fluide du Tourbillon a lui-même un mouvement, quoique 230 fois plus lent que celui de la Planete, qui se fait de même côté d'Occident en Orient, & dont j'ai démontré que l'effet est de la diriger insensiblement à prendre une conformité de direction commune dans le plan de l'équateur solaire, il est sensible que plus la Planete s'écarte de cette direction à cause de l'inégalité de pression qu'elle rencontre par-devant, plus aussi sera-t-elle obligée par cette autre cause, de regagner le dessus, & de se rapprocher de l'équateur du Tourbillon.

La premiere de ces deux causes, qui depend de l'inclinaison de l'axe *BA* de la Planete sur la direction de sa route, va en augmentant depuis le moment que les angles *BCG*, *BCO* sont devenus droits, jusqu'à ce qu'ils deviennent le plus inégaux qu'ils peuvent, l'un devenant le plus obtus & l'autre le plus aigu, autant que l'autre cause, qui cherche à redresser la dérive, le leur permet; c'est-à-dire, depuis le nœud jusqu'à la limite de la Planete, ou depuis l'intersection de l'équateur & de l'orbite, jusqu'au point de leur plus grand éloignement.

Ce point passé, le parallelisme de l'axe *BA* fait que les angles *BCG*, *BCO* se rapprochent chacun de l'angle droit, par où il arrive que l'inégalité de pression du fluide contre les deux parties *VBM*, *VES* diminue, pendant que l'autre action tend continuellement à remettre la Planete sur la direction du fluide; elle sera donc repoussée en chemin faisant vers le plan de l'équateur solaire, qu'elle traversera dans le nœud opposé, où derechef l'axe *BA* est perpendiculaire à la direction du mouvement de la Planete sur son orbite; par conséquent nulle inégalité d'impression du fluide contre les deux parties *VEM*, *VES*.

Après que la Planete a passé ce nœud opposé, il est aussi sensible qu'elle continuera l'autre moitié de sa route de la même maniére, & suivant la même loi qu'elle a fait la premiére: en sorte que l'une s'écartant ou faisant sa dérive vers le pole austral, selon l'espece du sphéroïde, l'autre la fera nécessairement vers le pole boreal; parce qu'après un demi-tour de révolution, les parties de la surface exposées aux impressions du fluide changent de situation; celle qui en recevoit le plus, ayant été d'un côté par rapport à la direction du fluide, sera celle qui en recevra le moins, & réciproquement.

§. LXXXIII.

Voilà les deux causes contraires l'une à l'autre, qui doivent régler la situation du plan de l'orbite, & lui donner une certaine inclinaison par rapport au plan de l'équateur solaire. Et comme la quantité de la *dérive* (il me sera permis d'appeller ainsi la déviation causée par l'opposition du fluide, semblable à celle de l'eau contre le vaisseau) dépend entiérement, en partie de la figure du sphéroïde plus ou moins différente de l'uniformité d'une sphére, & en partie de la plus ou moins grande obliquité de l'axe du mouvement diurne sur le plan de l'orbite, puisqu'il ne se feroit point de dérive, comme nous l'avons déja dit, si cet axe étoit perpendiculairement érigé sur ce plan, quand même le sphéroïde différeroit beaucoup de la sphéricité parfaite: comme donc, dis-je, ces deux circonstances, la figure du sphéroïde & la position de l'axe, sont sans doute différentes dans les différentes Planetes, il ne faudra plus demander pourquoi les inclinaisons des orbites sont différentes entre elles; car chacune des Planetes étant dans un état particulier par rapport à ces deux circonstances, il est évident que l'inclinaison de son orbite lui doit être aussi particuliére, je veux dire, différente des autres; il seroit donc inutile d'expliquer plus amplement la cause de ce phénomene.

Cependant, pour dire encore quelque chose sur la quantité de l'inclinaison des orbites; nous avons vû que la résistance qu'oppose qu'oppose le fluide du Tourbillon au mouvement des corps célestes est si insensible, que leur vîtesse n'en souffre aucune diminution perceptible, peut-être pas même pendant toute la durée du monde; nous avons vû pareillement, que le mouvement circulant du Tourbillon avec une vîtesse 230 fois plus petite que celle de la Planete dans la région où elle se trouve, ne peut non plus ni accélerer ni retarder la vîtesse qu'elle doit acquérir dans les différens endroits de son orbite elliptique, en vertu de la regle de Kepler, mais que tout ce que le Tourbillon circulant peut produire, c'est de diriger peu à peu le mouvement progressif des Planetes à prendre sa direction commune d'Occident en Orient.

Ainsi réflechissant sur la foiblesse des deux causes que je viens d'expliquer, qui concourent à déterminer les inclinaisons des orbites, & qui influent seulement sur les directions, & non point sur les vîtesses; il est très-probable que l'inclinaison de chaque orbite n'a pas été produite dès la premiére révolution, mais qu'il a fallu un grand nombre de révolutions, avant que l'inclinaison soit parvenue à sa quantité fixe & permanente, telle qu'on l'observe aujourd'hui.

§. LXXXIV.

Une autre circonstance digne d'attention, c'est que l'orbite étant une ellipse qui a le Soleil dans un de ses foyers, duquel toutes les lignes droites tirées aux points de la circonférence, excepté les deux apsides, font des angles obliques avec les tangentes, il est clair que pendant le tems que la Planete est à monter depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie, la direction du fluide du Tourbillon contre la surface antérieure de la Planete, fait un angle obtus avec la ligne de la distance au Soleil, & que cet angle devient aigu dès qu'elle a passé l'aphélie jusqu'à son retour au périhélie.

Mais comme les orbes elliptiques approchent beaucoup des cercles véritables, ces angles obtus & aigus ne différent que très-peu des angles droits; d'où on doit conclure que les deux points de l'orbite où se fait l'équilibre de l'impression du fluide sur la Planete, c'est-à-dire, les deux nœuds, ne se trouvent pas exactement dans les deux points solstitiaux, mais toujours fort près: en sorte que l'on peut être assûré que les Planetes arrivent à leurs ſolſtices, ou un peu avant, ou un peu après qu'elles paſſent par les nœuds.

§. LXXXV.

Au moins cela ſe vérifie très-bien par l'obſervation faite du nœud boreal de l orbite de la Terre par rapport à l'équateur du Soleil, qui ſe trouve, le Soleil étant dans le 8^{me} degré de ♊, éloigné du ſolſtice d'été ſeulement de 22 degrés. Il ſeroit à ſouhaiter que M^{rs} les Obſervateurs priſſent la peine de déterminer les lieux des ſolſtices des autres Planetes, comme ils ont fait ceux des nœuds ſur l'équateur ſolaire, pour voir ſi dans chacune des Planetes les nœuds & les points ſolſtitiaux ne ſe ſuivent pas de bien près: une telle obſervation donneroit un grand poids à ma conjecture ſur la véritable cauſe de l'inclinaiſon des orbites planétaires, ſuppoſé que pour chaque Planete on trouve une proximité conſtante entre ces deux points; il faudroit, par exemple, que Mars paſſant par ſon nœud, qui eſt entre le 14^{me} & le 15^{me} degré de ♊, ne fût pas bien loin de ſon ſolſtice, ſoit qu'il l'eût déja paſſé, ou qu'il fût près de le paſſer.

§. LXXXVI.

A cette occaſion je ne dois pas paſſer ſous ſilence une des plus importantes utilités qu'on retireroit de mon ſyſtéme, s'il avoit le bonheur d'être agréé: cette utilité conſiſteroit en ce qu'on ſeroit en état de décider la fameuſe queſtion ſur la véritable figure de la Terre, ſi elle eſt un ſphéroïde allongé ou applati. Les ſentimens des Philoſophes de notre tems, touchant cette queſtion, ſont partagés depuis 40 ou 50 ans. On allegue de part & d'autre des preuves ſolides: M^{rs} Huguens, Newton & pluſieurs grands Géometres qui les ſuivent, prétendent que la diminution de la peſanteur des corps terreſtres vers l'équateur de la Terre, cauſée par la force centrifuge de ces corps, qui réſulte du mouvement journalier de la Terre, laquelle force eſt plus grande dans ces endroits que dans les lieux plus proches des poles, eſt un argument invincible que la Terre eſt plus élevée vers l'équateur que vers les poles; à quoi ils ajoûtent l'expérience de l'accourciſſement des pendules à ſecondes, qu'il faut leur donner dans les pays voiſins de l'équateur, marque évidente, à ce qu'ils penſent, d'une plus grande diminution de peſanteur.

D'autres grands Hommes soûtiennent le contraire, se fondant principalement sur la mesure actuelle de la Terre, faite en différens endroits & en divers pays, avec toute l'exactitude possible; l'expérience ayant constamment montré que les degrés d'un même méridien avoient plus de longueur dans les lieux de moindre latitude que dans les plus septentrionaux, & que leur longueur diminuoit à mesure qu'on approchoit du pole. Ce qui est une preuve géométriquement certaine, que le méridien a la forme d'une ellipse, dont le grand axe passe par les poles de la Terre, & que par conséquent la figure de la Terre est un sphéroïde oblong.

On ne sçauroit presque douter de l'exactitude avec laquelle ces mesures ont été prises en France, si on lit les ouvrages qu'on en a publiés, & qu'on réfléchisse sur les soins & les précautions extraordinaires employées dans ce pénible travail. La piéce que M. Cassini a donnée sur la figure de la Terre dans les Mémoires de 1713. pag. 188. mérite une attention particuliére, par la solidité de ses raisonnemens, pour établir le sphéroïde allongé; & il ne semble pas que cet illustre Auteur ait été ébranlé dans son sentiment par la seconde édition des Principes Phil. de M. Newton, qui parut la même année 1713. où M. Newton ne persiste pas seulement dans son opinion contraire, fondée sur l'inégalité des pendules à secondes, mais il donne encore, pag. 383. une liste (qu'on ne trouve point dans la premiére édition,) de la mesure d'un degré pris consécutivement sur le méridien, par où il prétend faire voir que leurs longueurs vont en augmentant depuis l'équateur jusqu'au pole; comme si c'étoit une affaire décidée, que l'accourcissement des pendules fût une marque infaillible que les parties de la Terre sont plus élevées vers l'équateur que vers les poles, au lieu qu'on n'en peut conclure autre chose tout au plus, sinon que la Terre est un sphéroïde moins allongé, qu'elle ne le seroit si elle étoit encore dans son état primitif, cela veut dire, sans le mouvement diurne, ce que M. de Mairan a très-bien expliqué dans ses excellentes Recherches Géométriques sur la diminution des degrés en allant de l'équateur vers les poles. *Voyez les Mém. de l'Acad. de* 1720. *pag.* 231.

§. LXXXVII.

Enfin, M. Caſſini bien loin de changer de ſentiment après la ſeconde édition de l'ouvrage de M. Newton, nous a donné une nouvelle Diſſertation dans les Mémoires de 1718, p. 245, où non-ſeulement il confirme ce qu'il avoit avancé touchant la figure oblongue de la Terre, & la préciſion extraordinaire avec laquelle fut priſe la meſure des degrés du Méridien, mais il pouſſe l'exactitude juſqu'à déterminer en toiſes l'axe de la Terre, le diametre de l'Equateur & l'intervalle des deux foyers de l'Ellipſe génératrice du ſphéroïde allongé. *Voyez p. 255.*

Or ce grand Aſtronome, qui lui-même s'étoit employé à ce travail de concert avec M^rs^ Maraldi & de la Hire, également habiles dans l'art d'obſerver, auroit-il bien avancé avec tant d'aſſûrance un fait, s'il n'en avoit pas été convaincu par des opérations réïtérées & vérifiées par un grand nombre d'autres ?

Un ſurcroît de preuves ſe tire préſentement de ma Théorie, qui décide en faveur du Sphéroïde allongé : car de ce que j'ai démontré aux §§. LXXIX, LXXX, il ſuit néceſſairement que quand on obſerve qu'une Planete dans le tems de ſon ſolſtice d'été eſt aux environs de ſon nœud aſcendant, il faut que cette Planete ait la figure d'un ſphéroïde oblong ; mais parmi grand nombre d'obſervations que le même M. Caſſini, diligent obſervateur tant pour le Ciel que pour la Terre, a faites avec une aſſiduité infatigable pour déterminer le mouvement des taches du Soleil, il s'en trouve une dans les Mémoires de 1703, p. 109, & les ſuites dans les pages ſuivantes, où la deſcription exacte de deux taches qui parcouroient à peu près le même parallele ſur le diſque du Soleil, & peu éloigné de ſon équateur, eſt entiérement conforme à ma penſée ; car il n'y a qu'à jetter les yeux ſur la Figure que l'Obſervateur a fait graver pour tracer la route qu'ont tenuë ces deux taches, depuis le 24 Mai 1703 juſqu'au 3 Juin ſuivant.

Cette route étant ſenſiblement une ligne droite, ſi on conçoit une parallele tirée par le centre du diſque, cette parallele repréſentera l'équateur du Soleil, & il eſt viſible que du côté d'Occident, elle ira au-deſſous de l'écliptique marquée dans la Figure, faiſant enſemble un angle de 8 degrés, qui eſt l'inclinaiſon du plan de l'écliptique ou de l'orbite de la Terre ſur le plan de l'équateur ſolaire ; de ſorte que l'interſection de ces deux lignes ſur le diſque, c'eſt-à-dire, de l'équateur & de l'écliptique, déſigne le nœud aſcendant de cette derniére par rapport à l'équateur ſolaire. Par ce nœud, ſi par la penſée on tire du centre du Soleil une ligne droite juſqu'à l'orbite terreſtre, le point où cette droite la rencontre ſera le nœud aſcendant de la Terre.

C'eſt donc par le nœud aſcendant ou Boréal que la Terre paſſa le 28 Mai 1703, jour marqué par M. Caſſini, p. 112, pour le paſſage de la tache par le milieu de ſon parallele, le Soleil étant alors dans le 8me degré de ♊, c'eſt-à-dire, 22 degrés ou à peu près autant de jours avant le ſolſtice d'été.

D'où je dois inférer, ſuivant ma théorie, que la figure de la Terre eſt à la vérité celle d'un ſphéroïde allongé, conformément au réſultat des obſervations faites en France par des meſures actuelles. Je me flatte que cette conformité ne déplaira pas à Mrs les Obſervateurs, d'autant qu'elle détruit le ſoupçon de quelque inexactitude gliſſée dans leurs opérations, prétexte unique de ceux qui ſont pour le ſphéroïde applati de la Terre.

§. LXXXVIII.

Pour faire comprendre plus diſtinctement les différens effets que produit l'oppoſition du fluide du Tourbillon ſur les ſphéroïdes des deux différentes eſpeces ; je tâcherai de mettre clairement devant les yeux tout ce que j'ai démontré ci-deſſus par les Figures 2 & 3. J'employerai pour cela deux nouvelles Figures, qui repréſenteront pour l'un & l'autre ſphéroïde ce qui lui doit arriver dans ſon cours pendant une révolution entiére autour du Soleil. Je ſuppoſerai, pour ſubvenir à l'imagination, que l'orbite eſt circulaire, & que le Soleil eſt dans le centre ; car il ne s'agit ici que d'expoſer à la vûe comment ſe fait l'inclinaiſon des Plans des Orbites par rapport au Plan de l'Equateur Solaire.

§. LXXXIX.

Soit le centre du Soleil *S*, l'équateur du Tourbillon *EFHG* Fig. 4 & 5. concentrique, & dans un même plan avec l'équateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe *BSA*, qui eſt perpendiculaire au plan de ces deux équateurs ; *B* le pole boreal ou ſupérieur du Soleil ; *A* le pole auſtral ou inférieur. Concevant qu'une Planete, par exemple, la Terre, ſe trouve d'abord ſur l'équateur du Tourbillon dans le point du ſolſtice d'été *E*, & qu'elle ſoit déterminée à ſe mouvoir autour du Soleil, nous comprendrons aiſément par ce qui a été expliqué ci-deſſus, que la Terre décriroit parfaitement l'Equateur du Tourbillon, je veux dire, que cet équateur & l'orbite de la Terre ſeroit un même cercle, ſi la figure du globe terreſtre étoit parfaitement ſphérique, parce que l'uniformité de cette figure n'admettroit aucune cauſe extérieure qui pût détourner la Terre de ſa route une fois commencée, de même qu'un vaiſſeau ſphérique ſur mer étant pouſſé ſuivant une certaine direction, ira toujours dans la même direction, ſans ſouffrir la moindre dérive.

Mais la Terre ayant la figure de ſphéroïde, il eſt ſenſible que pendant ſa révolution autour du Soleil elle préſente à l'oppoſition de la matiére du Tourbillon, une moitié de ſa ſurface qui change continuellement de poſition, & partant auſſi de figure par rapport à la direction, à cauſe que l'axe de rotation de la Terre *b a* conſerve ſon parallelisme, pendant que les directions du fluide oppoſé changent à tout moment de ſituation, puiſque ces directions ne ſont autre choſe que les tangentes de l'orbite. Ainſi les changemens de direction cauſent l'inégalité de l'action du fluide ſur la ſurface antérieure de la Terre.

Cette ſurface eſt partagée en deux parties inégales, l'une audeſſus du point le plus avancé *V*, (Voyez Fig. 2 & 2.) l'autre au-deſſous; ce qui cauſe de part & d'autre des impreſſions de forces inégales qui font écarter la Terre, en fórme de dérive, de la route qu'elle tiendroit, ſi elle étoit parfaitement ronde; c'eſt pour cela qu'elle quittera l'équateur du Tourbillon pour décrire un autre cercle, dont voici les conditions.

§. XC.

Fig. 4. Conſidérons en premier lieu la Terre comme un ſphéroïde applati, & ſuppoſons-la placée dans le point *E*. D'abord il eſt clair que dans cette ſituation, l'axe de rotation de la Terre *b a*, & l'axe de révolution du ſoleil *BA* étant prolongés, ſe rencontreront dans la partie ſupérieure en *G*, & formeront le triangle rectangle *GSE*, dont l'angle *SGE* eſt de 23° 30′, meſure de la plus

grande déclinaison du Soleil. Il est clair aussi, que le plan du triangle *GSE* est perpendiculaire sur le plan de l'équateur du Tourbillon; d'où il suit, que s'imaginant tirée *Ee* tangente de l'équateur du Tourbillon en *E*, cette tangente sera perpendiculaire à *EG*, & fera par conséquent avec l'axe de rotation *ba*, deux angles droits *eEb*, *eEa*.

Ainsi le fluide du Tourbillon s'opposant également à la partie boreale & australe de la surface qui se présente à sa direction, l'équilibre du mouvement sur l'équateur se maintiendroit parfaitement, & la terre n'en sortiroit jamais, si l'angle *eEb* demeuroit toujours droit. Mais comme l'axe de la Terre *ba* conserve sensiblement sa situation parallele, on voit que dès qu'elle part du point solstitial d'Eté *E*, pour aller vers *F*, cet angle *eEb* diminuë de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle soit parvenuë dans son point équinoxial de l'Automne, où l'angle fait par l'axe de la Terre & la ligne de direction, sera le plus petit ou le plus aigu: d'où, en vertu de ce que nous avons démontré ci-dessus (§. LXXVII.) pour le sphéroïde applati, il faut que l'opposition du fluide sur la partie boreale de la surface, soit la prévalente, ce qui fera dériver la Terre vers le pole austral du Tourbillon; en sorte qu'après le premier quartier de sa révolution, au lieu de se trouver en *F*, elle se trouvera en *L*, où l'angle *fLb* fait par la direction *fL* & l'axe *Lb* est le plus aigu.

Mais comme depuis l'endroit *L* cet angle recommence de croître, en devenant successivement moins aigu jusqu'en *H*, qui est le point du solstice d'Hyver, où l'axe de rotation de la Terre *ba* prolongé rencontre l'axe du Tourbillon en *a*, & où par conséquent la direction *hH* redevient perpendiculaire à l'axe *ba*: c'est pourquoi pendant le tems que la Terre est à parcourir le second quartier de sa révolution *LH*, l'avantage de l'action du fluide sur la partie supérieure de la surface du sphéroïde applati diminuë jusqu'à son entiére extinction au point *H*, où l'action sur la supérieure & l'inférieure est dans son équilibre parfait, parce que le fluide s'oppose à l'une & à l'autre d'une maniére égale & semblable.

Mais puisque l'autre action du Tourbillon, en tant qu'il ne cesse de circuler continuellement d'Occident en Orient, poursuit toujours la Terre, & tend à la remettre dans sa direction commune, comme nous l'avons expliqué ci-dessus tout au long, il est visible qu'après qu'elle a passé le point *L* où elle a souffert sa plus grande dérive, elle doit se rapprocher ensuite de l'équateur du Tourbillon, de la même maniére qu'elle s'en étoit écartée en parcourant le premier quartier.

§. XCI.

Il ne reste donc plus qu'à considérer la route que doit prendre la Terre, en parcourant les deux autres quartiers de son orbite. Or, il est d'abord manifeste que tout se fait ici à rebours, c'est-à-dire, que l'angle *hHb*, de droit qu'il étoit, commence à devenir obtus, dès que la Terre part du point solstitial d'hyver *H*, & que cet angle augmente jusqu'au point *M*, où l'angle *gMb* est le plus obtus qu'il est possible; depuis *M* cet angle décroît jusqu'en *E*, où il redevient droit.

Ainsi en appliquant notre raisonnement de l'article précédent à la circonstance présente, on verra par le §. LXXVIII. que l'opposition du fluide ayant ici l'avantage du côté de la surface inférieure de la Terre, la dérive se doit faire vers le pole supérieur; donc les deux derniers quartiers *HM*, *ME*, se formeront de la même maniére que les deux premiers *EL*, *LH*, par rapport à leur figure, mais avec différentes positions par rapport au plan de l'équateur *EFHG*, en ce que la premiére moitié de l'orbite *ELH* s'écarte de ce plan vers le pole austral, autant que la seconde s'en écarte vers le pole boreal; si bien que le plan de l'orbite doit couper nécessairement le plan de l'équateur, qui est aussi celui du Soleil selon notre théorie, dans la ligne *EH*, qui passe par le centre de cet astre *S*.

Tout ce qui pourroit faire quelque peine, ce seroit de sçavoir pourquoi l'orbite entiére *ELHM*, formée ainsi par les dérives, est justement sur un plan, pouvant être, à ce qu'il semble, une courbe à double courbure; mais on se levera cette difficulté, si on se souvient de ce que nous avons expliqué ci-dessus touchant la différence qu'il y a entre la force qui produit du mouvement dans un corps, & celle qui en change seulement la direction, où il a été démontré que la moindre opposition, ou une force insensible est déja capable de changer peu à peu la direction d'un corps mis en mouvement par une force très-grande, sans pourtant

tant que la courbe que ce corps est obligé de décrire par l'action de cette grande force, change de nature. Ici il en est de même: la figure des orbites est causée par la gravitation des Planetes vers le Soleil, contre-balancée par les forces centrifuges; & cette gravitation a pour cause la force du Torrent central, qui est une force très-grande, par rapport à laquelle l'opposition du fluide contre le mouvement des Planetes, est une force comme infiniment petite, qui n'en change que la direction, c'est-à-dire, qui a causé insensiblement leur dérive, laissant pour le reste aux orbites leur figure, & aux Planetes leur vîtesse, telle qu'elles auroient si elles se mouvoient dans un grand vuide, comme le suppose M. Newton: mais on démontre géométriquement, que la gravitation dirigée toujours vers le Soleil, fait que chaque orbite est sur un plan qui passe par le centre du Soleil; elle le sera donc encore après qu'il lui sera survenu la dérive réglée & permanente, par où l'orbite ne perd rien de sa figure, mais change seulement de position, passant du plan de l'équateur du Tourbillon sur un autre plan qui coupe le premier, comme je l'ai dit, dans le centre du Soleil, sous un angle *ISL* ou *GSM*, mesure de l'inclinaison plus ou moins grande, selon qu'exige le sphéroïde plus ou moins applati.

§. XCII.

Quelque petit que soit cet angle, même pour l'orbite de la Terre, qui est celle de toutes les orbites qui a la plus grande inclinaison, sçavoir de $7\frac{1}{2}$ degrés, il ne faut pourtant pas croire que cette inclinaison ait été acquise dès la premiére révolution de la Terre autour du Soleil; car cela marqueroit un effet trop sensible pour une cause si foible, telle que nous avons supposé être la force de l'opposition du fluide, incapable d'altérer ou de retarder la vîtesse des Planetes, mais capable seulement d'en changer, par la longueur du tems, les directions, comme nous l'avons insinué plusieurs fois.

Rien ne nous empêche donc de concevoir que l'inclinaison des orbites ait été produite, en naissant insensiblement, & en prenant à chaque révolution un nouveau petit degré de dérive, jusqu'à parvenir après un grand nombre de révolutions, à l'inclinaison totale que l'on observe aujourd'hui dans les orbites,

& qui eſt permanente ſans pouvoir prendre de nouvelles augmentations, étant empêchée par le mouvement du Tourbillon d'Occident en Orient, qui s'efforce ſans ceſſe de rendre aux Planetes la direction commune dans le plan de ſon équateur, comme nous l'avons expliqué aſſez amplement.

C'eſt-là le cours ordinaire des effets de la Nature, qui ne produit rien ſubitement, mais par ſucceſſion de degré en degré, quoique tantôt plus tantôt moins vîte, ſelon l'intenſité de la force qu'elle emploie, & la diverſité des circonſtances.

§. XCIII.

Fig. 5. Après tout cela, on voit que ſi la Terre avoit véritablement la figure de ſphéroïde applati, le point *E* du ſolſtice d'Eté ſeroit le nœud deſcendant, & ſon oppoſé le nœud aſcendant. Mais en donnant à la Terre la figure de ſphéroïde allongé, il n'y a qu'à accommoder à cette hypothéſe le raiſonnement que nous avons fait juſqu'ici depuis le §. XC. & on trouvera un effet entiérement contraire par rapport à la nature des nœuds.

Car on s'apperçoit clairement (§. LXXIX.) que la Terre étant dans ſon ſolſtice d'Eté *E*, ou aux environs, ſa ſurface allongée vers les poles, ſera la cauſe d'une dérive boréale, qu'elle ſubira en parcourant les deux premiers quartiers de ſon orbite *EL*, *LH*, comme réciproquement la dérive doit être auſtrale depuis environ le ſolſtice d'Hyver *H* en achevant de parcourir les deux derniers quartiers *HM*, *ME*; en ſorte que dans ce cas c'eſt le point *E* qui ſera le nœud aſcendant, & *H* le deſcendant.

Voilà donc déterminés par notre raiſonnement, les nœuds pour le ſphéroïde allongé, à peu près comme l'expérience le confirme pour la Terre, fondée ſur les Obſervations alleguées de M. Caſſini, qui aſſigne le nœud aſcendant vû du Soleil au 8^{me} degré de ♐, & par conſéquent le deſcendant au 8^{me} dégré de ♊, aſſez près des ſolſtices, qui ſeroient peut-être préciſément dans les ſolſtices mêmes, ſi l'action du fluide du Tourbillon ſolaire ſur la ſurface de la Terre n'étoit pas troublée un peu par ſon propre Tourbillon, qui intercepte en partie cette action, & par d'autres cauſes accidentelles & particuliéres, dont nous avons fait mention ci-devant.

Après cette heureuſe conformité de notre théorie, avec les obſervations céleſtes, peut-on plus long-tems refuſer à la Terre la figure de ſphéroïde oblong, fondée d'ailleurs ſur la dimenſion des degrés de la méridienne, entrepriſe & exécutée par le même M. Caſſini, avec une exactitude inconcevable?

§. XCIV.

Le parallélíſme de l'axe de rotation des Planetes étant ſuppoſé être conſtant & parfait, il eſt viſible que les nœuds de leurs orbites ou leurs interſections avec l'équateur du Tourbillon, ſeroient entiérement immobiles, & répondroient toujours aux mêmes endroits du firmament par rapport au Soleil; mais le parallélíſme eſt ſujet à une variation, quoique très-petite, qui ne ſe fait ſentir qu'après un grand nombre de révolutions. Il eſt facile d'en rendre raiſon par notre théorie: car la Planete, par exemple, notre Terre, circulant autour des poles de l'écliptique avec ſa propre vîteſſe, pendant que le fluide du grand Tourbillon circule de même côté, mais autour des poles de l'équateur ſolaire, & avec une vîteſſe 230 fois plus petite; c'eſt comme ſi un globe flottant dans une eau calme, étoit obligé, par une force extérieure, de ſe mouvoir d'Occident en Orient, autour d'un centre pris à quelque diſtance hors du globe. Or il eſt aiſé de concevoir que la réſiſtance de l'eau, exercée ſur la ſurface antérieure du globe, ſe fera en ſens contraire d'Orient en Occident, & que cette réſiſtance agit plus fortement contre l'hémiſphére le plus éloigné du centre de circulation, que contre le plus proche, parce que celui-là faiſant un plus grand chemin en circulant que celui-ci, frappe l'eau avec plus de vîteſſe; le globe ſera donc déterminé à pirouetter ſur lui-même à contre-ſens de ſon mouvement progreſſif, c'eſt-à-dire, d'Orient en Occident, autour d'un axe perpendiculaire ſur le plan de la circulation.

On en pourroit faire l'expérience ſemblable à celle que M. Poleni a faite, mais dans un autre deſſein, voulant démontrer que le mouvement diurne des Planetes ne peut pas être cauſé par le mouvement du grand Tourbillon, pris à la façon de Deſcartes. *Voyez Poleni, de Vorticibus Cœleſt.* p. 72 & 73. De-là il devient clair, comme quoi la Terre repréſentée par ce globe, pendant qu'elle fait ſa révolution annuelle, doit tourner ſur elle-même contre l'ordre des ſignes autour d'un axe perpendiculaire au plan de ſon orbite; par conſéquent auſſi l'axe oblique du mouvement diurne tournera lui-même ſur cet axe perpendiculaire, d'où il ſuit que les poles de l'équateur terreſtre paroîtront décrire de petits cercles autour des poles de l'écliptique dans la direction d'Orient en Occident.

§. XCV.

C'eſt de ce troiſiéme mouvement de la Terre que dépend (comme il eſt très-facile de le comprendre) le reculement des interſections de l'équateur & de l'écliptique, que l'on nomme dans le Syſtéme de Copernic, *Préceſſion des équinoxes*, parce que ces deux points reculent continuellement ſur l'écliptique vers les ſignes précédents, ce qui produit dans les étoiles fixes & dans tous les points immobiles du Ciel, un mouvement apparent, contraire d'Occident en Orient autour des poles de l'écliptique.

C'eſt donc ainſi que le parallèliſme de l'axe de rotation diurne de la Terre & de toutes les Planetes qui ont cet axe oblique ſur le plan de leurs orbites, ne ſe conſerve pas exactement; mais puiſque la réſiſtance du fluide du grand Tourbillon, ſelon ce que nous avons démontré, doit être extrêmement foible, il faut que la variation de ce parallèliſme ſoit auſſi très-inſenſible, & que le mouvement apparent qui en réſulte dans les fixes ſoit très-lent. Comme en effet les étoiles fixes vûes de la Terre n'avancent dans leur longitude que de 50 ſecondes par an, ce qui demanderoit un tems de 25920 années pour une révolution entiére du Firmament.

Une autre choſe à laquelle on n'a pas encore aſſez penſé, c'eſt peut-être que les poles de ce mouvement ſi tardif ne ſe trouvent pas précíſément dans les poles de l'écliptique, comme on l'a cru juſqu'ici; en voici ma raiſon : il eſt vrai que la réſiſtance du fluide eſt directement oppoſée à la direction du mouvement annuel qui ſe fait ſur le plan de l'écliptique, & qu'à cet égard, ſi la réſiſtance agiſſoit ſeule contre le mouvement, ce qui arriveroit ſi le fluide du Tourbillon étoit tout-à-fait calme & en repos, il ne faut pas douter que le troiſiéme mouvement de la Terre, dont il eſt ici queſtion, ne ſe feroit exactement au-

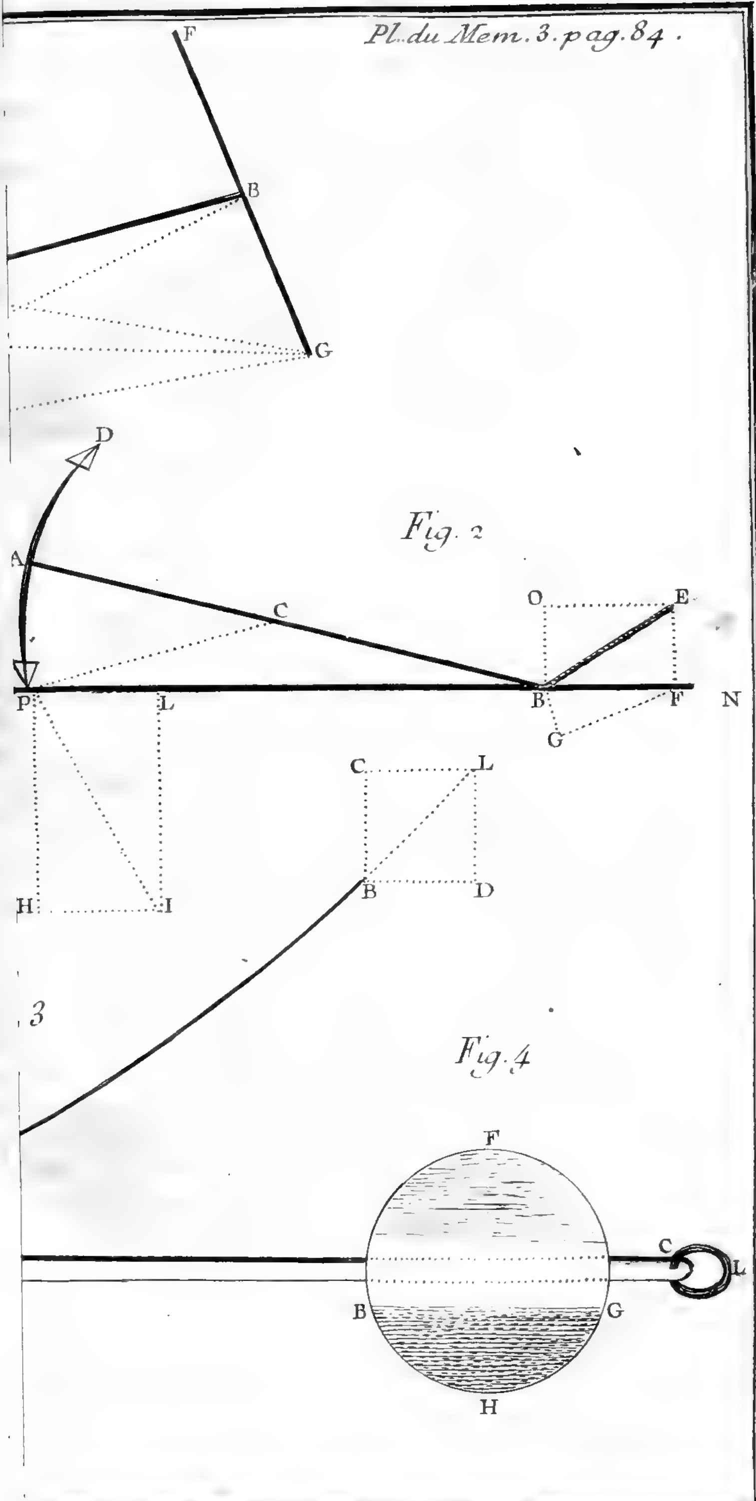
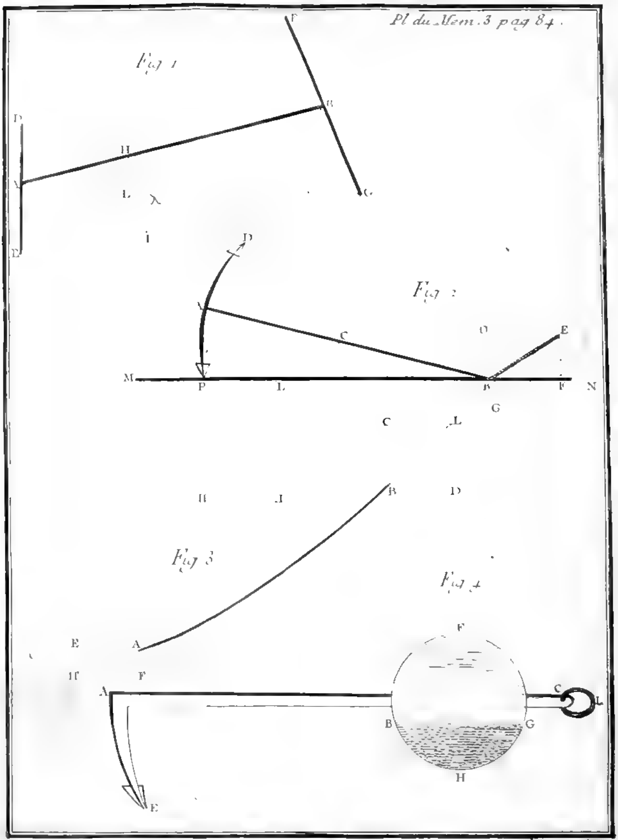


Fig. 2

Fig. 4

Simonneau Sculp.


Pl du Mem. 3 pag 84.
Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
F
B
D
H
A
L
G
E
D
A
C
O
E
M
P
L
B
F
N
G
C
L
H
I
B
D
E
A
H
F
A
F
C
L
B
G
H
E

tour de l'axe perpendiculaire au plan de l'écliptique ; mais le fluide du grand Tourbillon ayant lui-même son mouvement circulant suivant la direction de l'équateur solaire, différente un peu de la direction de la résistance, il est certain que de ces deux actions compliquées, il résulte une direction moyenne, quoique beaucoup plus approchante de celle de l'écliptique, comme de la plus forte, que de celle de l'équateur solaire ; d'où on peut raisonnablement conclure, que l'axe du troisiéme mouvement est tant soit peu oblique sur le plan de l'écliptique ; or, cette obliquité doit aussi causer nécessairement une petite variation apparente dans les latitudes des Fixes, mais incomparablement moins sensible que celles qu'on remarque dans leurs longitudes.

§. XCVI.

Cette variation de latitude paroît paradoxe à la plûpart des Astronomes, qui ne se mettent pas toujours en peine des causes physiques, contens de ce qu'ils croyent sçavoir par observation. Cependant plusieurs des plus fameux Astronomes, comme Tycho-Brahé lui-même & Kepler, qui cite l'autorité du premier, favorisent le changement de latitude des étoiles fixes : *Si comparetur* (dit Kepler, Epit. Astron. pag. 724.) *ecliptica (id est orbita Telluris sub fixis) secum ipsa, secundùm diversa sæcula, deprehendit sanè Braheus ex mutatis fixarum latitudinibus eclipticam hodiernam concessisse ad latera eclipticæ pristinæ.* Mais selon mon explication, il falloit dire que le mouvement apparent des fixes d'Occident en Orient se fait autour des poles, qui ne sont pas précisément dans les poles de l'écliptique, (c'est-à-dire, de l'orbite de la Terre ;) car de cette maniére on conçoit la petite variation de latitude, sans qu'il soit besoin que le plan de l'orbite change de place. Le plus simple, dans l'explication des causes de la Nature, est toujours préférable à ce qui a moins de simplicité.

§. XCVII.

Pour revenir maintenant aux nœuds des orbites avec l'équateur du Soleil, il faut dire, selon ma théorie, qu'ils ont aussi un petit mouvement contre l'ordre des signes, & cela à cause qu'ils ont une connexion essentielle, comme je l'ai fait voir, avec les points des solstices, par conséquent aussi avec les équinoxiaux, qui en sont éloignés de trois signes. En effet, il y a des Astronomes qui donnent 51″ par an au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite de la Terre avec l'équateur du Soleil, qui est à peu près la quantité de la rétrogradation annuelle des équinoxes, ce qui sert de confirmation de la dépendance essentielle entre ces nœuds & les solstices ; chose qui mérite d'être vérifiée ultérieurement par des observations exactes, afin de s'assûrer que c'est un fait général qui regarde toutes les Planetes principales, ce qui rendroit ma conjecture tout-à-fait certaine.

§. XCVIII.

Quoiqu'au reste la déclinaison des limites, ou, ce qui revient au même, l'élévation des plans des orbites sur le plan de l'équateur du Soleil, doive être constante & invariable, il pourra néanmoins arriver qu'on y appercevra avec le tems quelque petite variation, mais qui ne sera qu'apparente, dont la cause doit être attribuée à ce changement insensible de latitude des étoiles fixes dont nous venons de parler. On rencontre dans l'Astronomie pratique une infinité d'autres minuties, qui résultent des observations que l'on prend souvent pour des réalités, quand ce ne sont que de simples apparences, dont un systéme physique général (quelque solide qu'il soit) n'est pas toujours responsable.

§. XCIX.

Si je ne craignois d'être trop long dans cette 4^{me} partie de mon Discours, où je me suis principalement attaché au sujet de la Question, je pourrois m'étendre à d'autres phénomenes, qui ne sont pas précisément compris dans la question, mais qui y ont beaucoup de rapport ; tel est, par exemple, le mouvement de la Lune autour de la Terre, où on pourroit demander pareillement, d'où vient que ce mouvement ne se fait pas dans le plan de l'équateur de la Terre ; car ce que les orbites des Planetes principales sont à l'égard de l'équateur du Soleil, l'orbite de la Lune, & celles des autres Satellites le sont par rapport à l'équateur de leurs Planetes principales ; & comme celles-ci ont le grand Tourbillon général pour guide de leur mouvement autour du Soleil, ainsi les Satellites sont dirigés par les Tourbillons particuliers qui les enveloppent, & qui environnent les Planetes principales dont ils sont Satellites.

Je dis que les Satellites sont *dirigés* par les Tourbillons particuliers, & non point entraînés, par la même raison que j'ai exposée tout au long pour les Planetes principales ; car les uns & les autres de ces corps ont, selon ma théorie, leur mouvement d'une impression primitive, en sorte que le fluide du Tourbillon n'y contribuë toujours que la commune direction d'Occident en Orient.

§. C.

Cependant, s'il m'est permis de communiquer encore en peu de pages mes pensées, sur ce qui peut être la cause physique de ce que la circulation de la Lune autour de la Terre, ne se fait pas selon le plan de l'équateur terrestre ; je pense que cette cause est différente de celle qui fait l'inclinaison des orbites planetaires principales sur l'équateur du Soleil. La différence consiste dans la diverse façon du grand Tourbillon, & du Tourbillon particulier de la Terre ; toutes les parties du premier font leurs circulations sur des cercles paralleles au plan de l'équateur solaire, parce que, selon ce que j'ai établi, le mouvement du Tourbillon entier & de toutes ses parties, tire son origine d'une même cause primitive, qui a commencé de faire tourner le Soleil sur son axe ; le Soleil & son Tourbillon font ensemble une masse fluide totale, & n'ont qu'un même plan pour leur équateur, que les Planetes principales ne quitteroient jamais si leur figure étoit parfaitement sphérique, ou que leur axe de rotation fût perpendiculaire sur le plan de l'équateur solaire.

Mais il en est autrement d'un Tourbillon particulier, par exemple, de celui de la Terre ; car enclavé comme il est dans le grand Tourbillon général, il n'a pas la liberté de tourner avec une égale facilité dans toutes les distances de ses couches autour de l'axe de la Planete qu'il environne, ainsi qu'il le feroit s'il étoit dehors & indépendant du grand Tourbillon ; mais il n'est pas mal aisé de concevoir que les couches proches de l'extrémité du Tourbillon terrestre, s accommodent insensiblement au courant du grand Tourbillon, comme du plus fort, pendant que les couches intérieures & bien proches de la surface de la Terre conservent la direction autour de son axe de rotation ;

c'est pourquoi les couches d'entre-deux, participant de l'un & de l'autre de ces deux effets, auront chacune leur propre direction, les plus éloignées se conformant plus à la direction de l'écliptique, ou plutôt de l'équateur du Soleil, & les moins éloignées à la direction de l'équateur de la Terre, selon la différente distance de chacune.

§. CI.

De-là nous voyons la raison pourquoi la Lune, quand même elle seroit supposée parfaitement sphérique, doit se tenir si près de l'écliptique, que son orbe n'incline sur celle-ci que de 5 degrés, au lieu que l'équateur de la Terre fait avec l'écliptique un angle de 23 $\frac{1}{2}$ degrés. C'est que le courant du fluide du Tourbillon de la Terre prend sans doute dans la région de la Lune, une direction que la Lune elle-même est obligée de prendre sur un plan bien moins élevé sur l'écliptique que sur l'équateur de la Terre, marque certaine que la Lune elle-même est fort proche des confins du Tourbillon terrestre.

Si la région de la Lune étoit beaucoup au-dessous de celle qu'elle occupe présentement, ou que le Tourbillon de la Terre s'étendît beaucoup au-delà des termes que lui a prescrits la Nature, nous verrions peut-être que l'orbe de la Lune seroit tout-à-fait sur le plan de l'équateur terrestre, ou en déclineroit fort peu.

§. CII.

Ma conjecture se fortifie considérablement par ce qu'on a observé sur les 5 Satellites de Saturne : c'est que les orbes ou les cercles des quatre premiers se trouvent tous sur un même plan, qui est aussi le plan de son anneau; cette uniformité ne laisse pas douter un moment, que ce plan ne soit aussi exactement le plan de l'équateur de Saturne. Or le 5^{me} Satellite (qui a sa distance au centre de Saturne trois fois plus grande que celle du 4^{me}) circule sur un orbe dont le plan décline beaucoup de celui des 4 premiers & de l'anneau, & s'éloigne moins de l'orbite de Saturne, que ne fait le plan commun de ceux-ci, puisque selon la supputation de M. Cassini, (*Voyez les Mém. de 1717, p. 153 & 155.*) l'inclinaison véritable du cercle du 5^{me} Satellite par rapport à l'orbite de Saturne, est de 13° 8′, & l'inclinaison véritable des cercles des 4 autres Satellites & du plan de l'anneau avec l'orbite de Saturne, est de 31°, conformément à ce que donne M. Huguens

guens pour l'obliquité de l'axe de Saturne (*V. Cosm. p.* 108.) la différence est de 17° 52′, dont le cercle du 5^{me} Satellite s'écarte moins de l'orbite, que les cercles des autres & l'anneau.

Que doit-on conclure de tout cela? sinon que le Tourbillon particulier de Saturne s'étend considérablement au-delà de son 5^{me} Satellite, mais non pas tant que la direction du fluide dans la région de ce Satellite ne commence déja à pencher vers la direction de l'orbite même de Saturne, peu différente de la direction du grand Tourbillon, l'angle de leurs plans n'étant que d'environ 6 degrés.

Si, suivant la conjecture de M. Huguens, (*Cosmoth. p. 99.*) il y avoit encore d'autres Satellites autour de Saturne, que le tems découvrira peut-être, sur-tout entre les deux extrêmes qui laissent entre eux un intervalle trop grand pour avoir une juste proportion avec les intervalles des autres, il n'y a pas à douter que le cercle de celui qui seroit entre le 5^{me} & le 4^{me}, n'eût une inclinaison avec l'orbite de Saturne moyenne entre 13° 8′ & 31°; comme au contraire un Satellite plus éloigné que le cinquiéme, ne manqueroit pas à coup sûr, d'avoir son inclinaison moindre que 13° 8′.

§. CIII.

J'avouë cependant qu'une cause accidentelle qu'on ne prévoit pas, pourroit démentir en apparence ma conjecture touchant un sixiéme Satellite qui seroit entre les deux extrêmes, pouvant arriver que l'inclinaison de son cercle se trouvât hors des inclinaisons des deux cercles voisins. Nous en avons un exemple visible dans le second Satellite de Jupiter, dont le cercle décline un peu de ceux des trois autres, chacun desquels circule autour de Jupiter dans un plan commun & parallele aux bandes de cette Planete, ce que feu M. Cassini a observé le premier (V. les Mém. depuis *1666* jusqu'à 1699. Tome VIII.) quoique sans déterminer alors de combien l'inclinaison du second différoit de celle des trois autres Satellites.

La vérité de ce Phénomene extraordinaire fut confirmée ensuite par les observations de M. Maraldi, (V. Mém. de 1729, p. 399.) en vertu desquelles il donne 4° 33′ à l'inclinaison du cercle du second Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, & la fait d'un degré & demi plus grande que celle des autres.

Pour rendre quelque raiſon plauſible de la biſarrerie de ce Phénomene, je remarque que Saturne & Jupiter, à cauſe de l'énorme groſſeur de leur corps par rapport à la Terre, doivent avoir auſſi leurs Tourbillons particuliers d'une étenduë beaucoup plus vaſte que celui de la Terre, tellement qu'à une diſtance aſſez grande depuis la ſurface de ces gros corps, la direction du mouvement de leurs Tourbillons ne ſouffre point d'altération ſenſible par l'influence du Tourbillon général, mais qu'ils ſont obligés de ſuivre la direction commune du mouvement de rotation de ces deux Planetes, comme le Tourbillon général lui-même ſuit la direction de la rotation du Soleil.

C'eſt ce qui fait, comme je l'ai déja expliqué, que les quatre premiers Satellites de Saturne & ſon anneau, circulent ſelon le plan de ſon équateur, le ſeul cinquiéme s'en écartant, parce qu'il eſt à une diſtance où le Tourbillon de Saturne commence à être déréglé un peu par l'action du grand Tourbillon ſolaire. Le Tourbillon de Jupiter ayant ſans doute la plus grande étenduë entre tous les Tourbillons particuliers, il faut convenir que tous ſes quatre Satellites ſont compris dans un eſpace autour de lui, juſqu'où l'action du Tourbillon ſolaire ne ſçauroit pénétrer, puiſque le plus éloigné des Satellites, auſſi-bien que le premier & le troiſiéme, circule exactement ſelon le plan prolongé de l'équateur de Jupiter. Ainſi je penſe que de ce que le ſecond Satellite décline ſeul de l'équateur de Jupiter, on ne peut pas donner pour cauſe celle qui fait décliner le cinquiéme Satellite de Saturne de la direction commune de ſes compagnons.

§. CIV.

C'eſt pourquoi il faut recourir à une cauſe accidentelle, qui agiſſe en particulier ſur le ſecond Satellite de Jupiter, ſans que cette cauſe regarde les trois autres : mais je n'en trouve point de plus ſimple ni de plus naturelle, que celle-là même qui fait dériver les Planetes principales de la direction du grand Tourbillon, qu'elles prendroient ſi elles étoient parfaitement ſphériques.

Il n'y a donc qu'à dire que les Satellites de ces deux grandes Planetes ſont apparemment des Globes parfaits, excepté le ſecond de Jupiter, qui peut bien être ſphéroïde ou moins globe que les trois autres; raiſon ſuffiſante pourquoi ſon cercle autour de Jupiter décline un peu de l'équateur de cet Aſtre, pendant que les trois autres obſervent exactement (à cauſe de leur ſphéricité) en circulant, la ſituation commune avec le plan de l'équateur, ſans ſouffrir aucune déviation ſenſible, qui, par cela même, ſont vraiſemblablement des globes parfaits, à l'imitation des quatre premiers Satellites de Saturne.

Je ne décide rien ſur la figure du cinquiéme, ni ſur celle de la Lune, (que M. Newton dans ſes Princ. Natur. Part. III. prop. 38, fondé ſur l'hypothéſe d'attraction, prend pour un ſphéroïde oblong, dont il veut que l'axe ſe dirige toujours vers la Terre,) ayant déja fait voir que l'inclinaiſon de leurs orbes peut avoir lieu, quand même ces deux corps ſeroient parfaitement ſphériques, ſçavoir parce qu'ils ſe trouvent ſi avant vers les extrémités des Tourbillons de Saturne & de la Terre, où la direction de leurs cours peut être altérée par la violence du grand Tourbillon Solaire, dont la direction eſt différente de la leur.

FIN.

Fautes à corriger.

Page 52. ligne antepenult. Compoſant, *liſez*, Comparant.
Page 67. §. LXXV *lig.* 16. l'a fait, *liſez*, la fait.

Fig. IV.

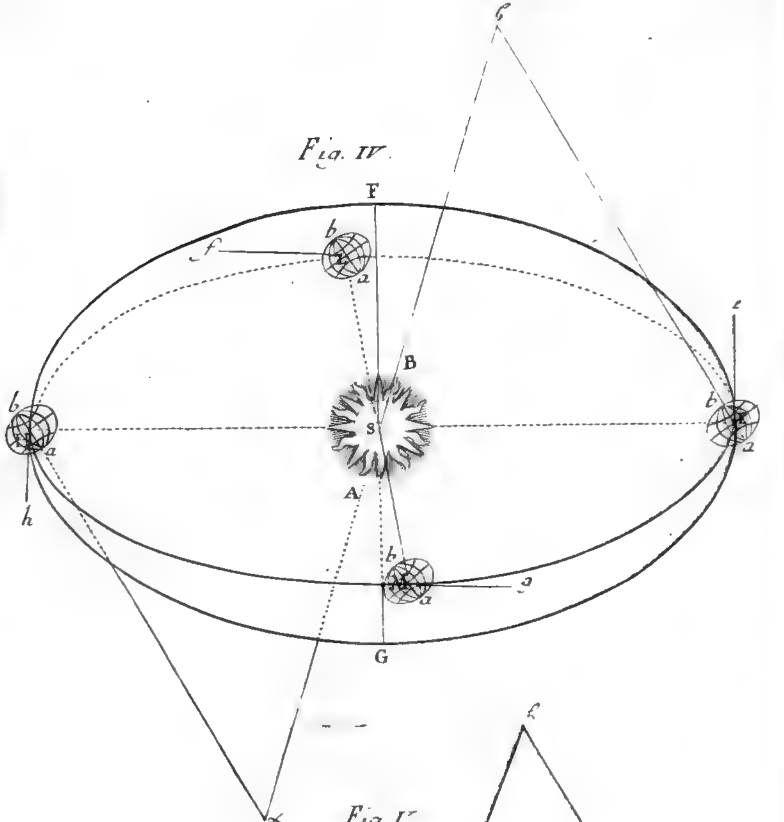
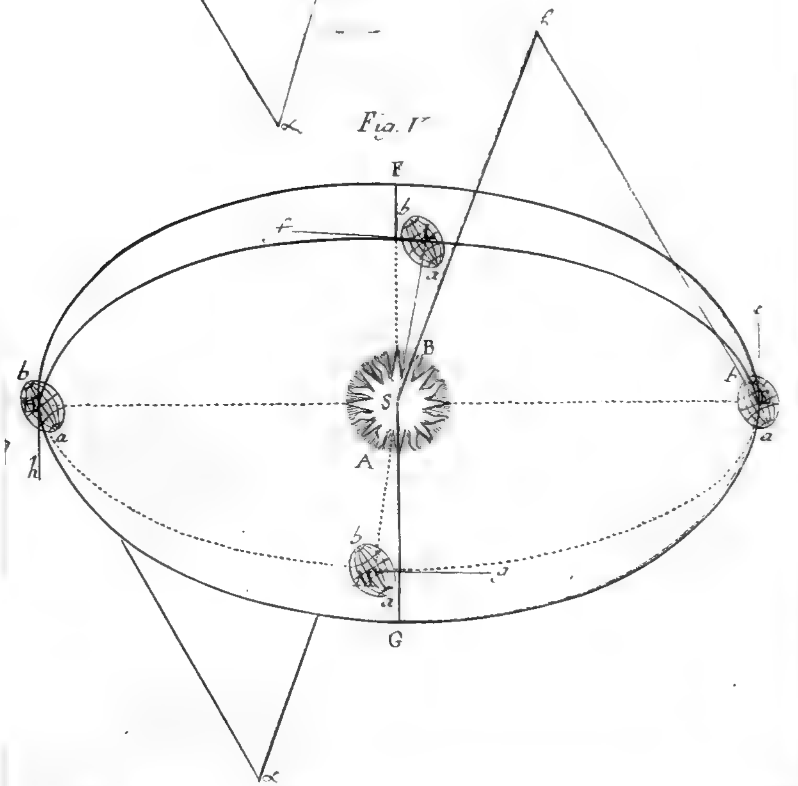


Fig. V.



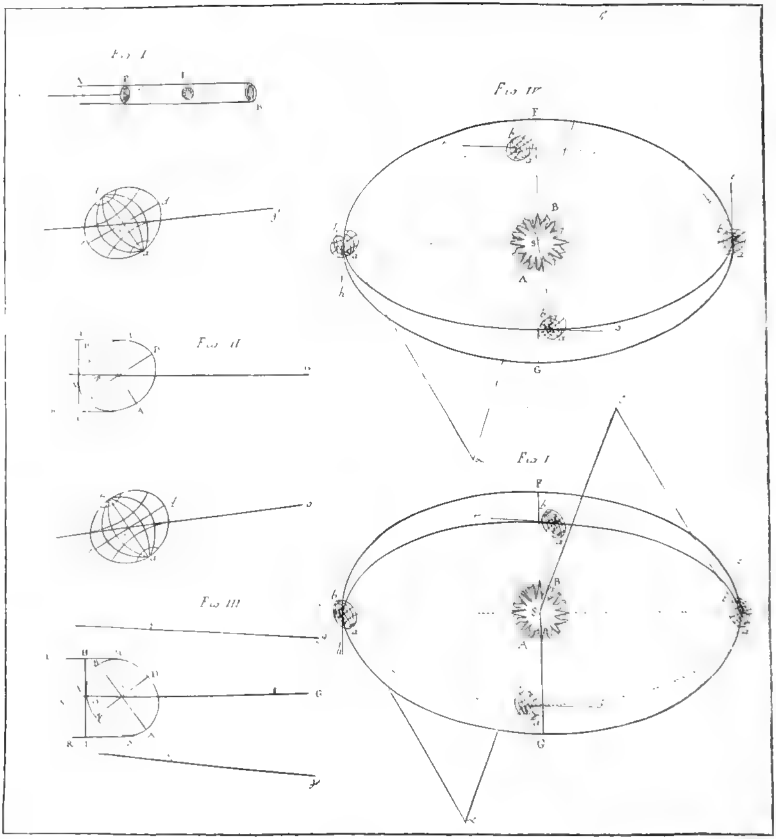


Fig. I
Fig. II
Fig. III
Fig. IV
Fig. V

RECHERCHES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES,

SUR LE PROBLEME PROPOSÉ POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Académie Royale des Sciences de Paris.

Quelle est la cause physique de l'inclinaison des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe; Et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont différentes entre elles.

PIECE DE M. DANIEL BERNOULLI,
DES ACADÉMIES DE PETERSBOURG, DE BOLOGNE, &c.
& Professeur d'ANATOMIE & de BOTANIQUE
en l'Université de Bâle.

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.

Traduite en François par son Auteur.

PREFACE.

J'AI fait cette traduction à la priére de quelques-uns de mes amis de Paris, à qui je dois toutes sortes de déférences & de reconnoissance. Ceux qui voudront se donner la peine de la confronter avec l'original Latin, verront que si ce n'est pas une traduction de mot à mot, au moins j'ai gardé le sens de chaque période : mais j'ai fait quelques petites additions ou éclaircissemens, dont j'ai pû me passer avant que j'aie sçû que je pourrois avoir d'autres lecteurs que Messieurs les Juges. Ces additions sont distinguées du corps de la piéce par deux parentheses de cette forme [...] qui les renferment.

Je prie ici le lecteur, de ne point trouver mauvais le style que j'ai affecté en parlant de mon pere : je m'en suis servi pour me cacher davantage aux Académiciens.

RECHERCHES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES,

SUR LE PROBLEME PROPOSE' POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Académie Royale des Sciences de Paris.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

§. I. LE Problême que l'illustre Académie propose, a deux parties; l'une regarde l'inclinaison, ou la non-coincidence des Orbites céleštes avec l'Equateur solaire; l'autre a pour objet la diversité de ces inclinaisons. Nous considérerons l'une & l'autre en même tems, notre Systême ne permettant pas qu'on les sépare.

§. II. On voit par la maniére même en laquelle l'Académie a énoncé son Problême, qu'elle présuppose y avoir une liaison entre les Orbites des Planetes & l'Equateur du Soleil, qui tende à les mettre dans un plan commun, & que sans une raison particuliére, les Orbites planétaires seroient tout-à-fait dans le même plan avec l'Equateur solaire.

Cela m'a de même toujours paru fort vrai-semblable; car pourroit-on, pour ne point alléguer d'autres raisons, attribuer à un pur hasard, le peu d'inclinaison de toutes ces Orbites au plan de l'Equateur solaire? Ou si cela pouvoit paroître encore douteux, [vû le peu de précision & de certitude dans la position de l'Equateur solaire] du moins ne pourra-t-on pas disconvenir que les Orbites planetaires ne tendent vers un plan commun, puisque sans cela il auroit été moralement impossible, que les Orbites fussent renfermées dans des limites aussi serrées qu'elles le sont. Ceci étant, il est fort probable que ce plan de commune tendance est le même que celui de l'Equateur solaire, celui-ci étant le seul dans lequel on puisse trouver quelque raison capable de produire un tel Phénomene.

Cela posé, il s'agit de trouver une raison physique, qui fasse pencher & approcher les Orbites célestes vers l'Equateur du Soleil, & de déterminer pourquoi ces Orbites ne sont point tout-à-fait ni dans le plan dudit Equateur, ni dans un plan commun.

§. III. Avant que d'entreprendre ces deux points, il ne sera pas hors de propos d'examiner plus particuliérement ce que nous avons posé en fait; sçavoir, *que les Orbites célestes s'approchent de trop près pour ne point affecter quelque plan commun situé au milieu d'elles, & que ce n'est que par une circonstance particuliére, que les mêmes Orbites ne sont pas entiérement unies dans un même plan.* Sans cet examen, on pourroit attribuer à un hasard le Phénomene qui fait le sujet de notre question, & regarder tout notre raisonnement comme superflu, ou peut-être même chimérique.

Voici comme je m'y prendrai: Je chercherai de toutes les Orbites planetaires les deux qui se coupent sous le plus grand angle; après quoi je calculerai quelle probabilité il y a, que toutes les autres Orbites soient renfermées par hasard dans les limites de ces deux Orbites. On verra par-là que cette probabilité est si petite, qu'elle doit passer pour une impossibilité morale.

§. IV. Après avoir comparé chaque Orbite avec chacune, & calculé les angles sous lesquels elles s'entre-coupent, j'ai trouvé se couper sous le plus grand angle l'Orbite de Mercure, & celle de la Terre ou l'écliptique: car leurs plans font un angle de 6° 54': pendant que l'Orbite de Saturne ne fait, avec celle de Mercure, qu'un angle de 6° 24'; & l'Orbite de Jupiter, encore avec celle de Mercure, un angle de 6° 8'. Toutes les autres Orbites, de quelque maniére qu'on les combine, se coupent sous des angles beaucoup plus petits. Je parle ici des Orbites des Planetes principales.

[Il est facile de voir qu'on peut trouver lesdites intersections par la simple Trigonométrie; car comme on connoît les nœuds des Orbites, aussi-bien que leurs inclinaisons avec l'écliptique, on on aura dans un triangle ſphérique pour baſe donnée, la diſtance des nœuds ; & les deux angles autour de la baſe ſeront connus par les angles d'inclinaiſon des Orbites avec l'écliptique. De-là on trouvera l'angle oppoſé à la baſe qui fait l'angle d interſection des deux Orbites : ainſi, par exemple, on trouve l'angle ſous lequel les Orbites de Saturne & de Mercure ſe coupoient l'an 1700, en conſidérant que, ſuivant Kepler, on avoit alors le nœud aſcendant de Saturne dans le 22° 49′ du *Cancer*, & celui de Mercure dans le 14° 47′ du *Taureau* : la diſtance des nœuds eſt donc ici de 68° 2′, qui fait la baſe du triangle. Et, ſuivant le même Auteur, l'Orbite de Saturne coupe l'écliptique ſous un angle de 2° 32′, & celle de Mercure ſous un angle de 6° 54′. On a donc les angles autour de la baſe de 2° 32′ & 173° 6′ : & cherchant de-là l'angle oppoſé à la baſe, on le trouve de 6° 24′, comme nous l'avons marqué. Au reſte, on voit bien que les nœuds étant différemment mobiles, les angles d'interſection des Orbites doivent être variables ; mais cela n'eſt ici d'aucune importance.]

Je m'imagine donc toute la ſurface ſphérique ceinte d'une zone, ou eſpece de Zodiaque, de la largeur de 6° 54′. (Car telle eſt la plus grande inclinaiſon de l'Orbite de Mercure avec l'écliptique.) Cette zone contiendra à peu près la dix-ſeptiéme partie de la ſurface ſphérique. Si l'on conſidere donc les Orbites planetaires comme placées par un pur haſard, il ſera queſtion de déterminer quel degré de probabilité il y a, pour que toutes les Orbites tombent dans une zone donnée de poſition, faiſant la dix-ſeptiéme partie de toute la ſurface ſphérique. Mais la poſition elle-même de la zone ſe détermine par une des Orbites, quelle qu'elle ſoit, puiſqu'elles ne différent gueres entre-elles ; ce qui fait qu'il n'y a plus que cinq Orbites qui entrent en ligne de compte : cela poſé, on trouvera par les régles ordinaires, le nombre des cas, qui faſſent tomber les 5 Orbites dans ladite zone, au nombre des cas contraires, comme 1 à $17^5 - 1$; c'eſt-à-dire, comme 1 à 1419856.

[Je ne donne pas à cette méthode toute la préciſion géométrique, ce que le Lecteur n'aura pas manqué de remarquer ; mais je m'en ſuis contenté, parce qu'il ne s'agit ici que d'avoir quelque idée générale de la choſe. Un nombre conſidérablement plus grand ou plus petit, ne nous feroit pas envisager autrement le point de la question. On voit pourtant assez que notre proportion ne peut être fort éloignée de la véritable. Mais, me demandera-t-on, quelle est donc la véritable ? Je réponds à cette demande, qu'on ne sçauroit la déterminer, à cause du mouvement des nœuds qui changent à tout moment les limites des Orbites : j'ai donc simplement considéré une zone, hors de laquelle aucun point des Orbites, quoique changeantes de position, ne sorte jamais, & j'ai comparé cette zone avec la surface de la sphére, dont elle fait à peu près la dix-septiéme partie, tantôt plus, tantôt moins, à cause de la variabilité des limites. Dans cette zone, il n'y a aucun point qui ne soit sujet à être touché par une des Orbites ; & hors de la même zone, il n'y a aucun point qui puisse jamais l'être ; d'où l'on voit assez le fondement de ma solution. Si tous les nœuds étoient constamment dans un même point commun, il auroit fallu avoir égard au plus grand angle d'intersection de 2 Orbites que nous avons vû être de $6^\circ\ 54'$: & comme cet angle auroit pû aller jusqu'à 90°, si le hasard l'avoit formé, il faudroit comparer ces deux angles, & dire que le premier fait environ la treiziéme partie du second ; d'où l'on tireroit le degré de probabilité, (pour qu'aucune des Orbites ne fît avec une autre Orbite un angle plus grand que de $6^\circ\ 54'$,) égal à $1 : (13^5 - 1)$ qui donne une proportion environ quatre fois plus grande, que dans la premiére solution ; sçavoir, celle de 1 à 371292. Enfin, la meilleure maniére de calculer le degré de probabilité, seroit de considérer le plan au milieu des Orbites, (qui, selon toutes les apparences, est le plan même de l'Equateur solaire,) avec lequel chaque Orbite, quoique mobile, fait sans doute un angle constant, ou presque constant. Si ce plan étoit donné de position, il faudroit calculer quelle Orbite fait le plus grand angle avec ce plan, & quelle est la grandeur de cet angle : & comme dans l'hypothése des Orbites fortuitement placées, cet angle auroit pû monter jusqu'à 90 degrés, on auroit encore eu à considérer le rapport dudit angle avec celui de 90°, &, posé ce rapport être de 1 à m, le degré de probabilité cherché, seroit maintenant comme 1 à $m^6 - 1$. Je mets ici l'exposant 6 au lieu de 5, que j'ai mis dans les deux exemples précédens, parce que leterme fixe n'eſt pas ici une des Orbites, mais l'Equateur ſolaire. Cette méthode me paroîtroit la plus juſte de toutes, ſi la détermination de l'Equateur ſolaire étoit un peu plus certaine; ſuivant ce que M. Caſſini rapporte dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'année 1701, c'eſt l'Orbite de la Terre qui fait le plus grand angle avec l'équateur ſolaire, & cet angle doit être de 7° 30′, cela donneroit $m = 12$, & $m^6 - 1 = 2985983$. Si donc toutes les Orbites étoient placées fortuitement par rapport à l'équateur ſolaire, il y auroit à parier 2985983 contre 1, qu'elles n'en ſeroient pas toutes ſi proches. Toutes ces méthodes, quoique fort différentes, ne donnent pas des nombres extrêmement inégaux. Cependant je m'attacherai au nombre donné en premier lieu, & n'ai fait cette addition que dans le deſſein de faire voir au Lecteur quel fond on y peut faire.]

§. V. Quelques-uns trouveront peut-être à redire à cette méthode: je m'en étois moi-même d'abord fait une autre: cependant, tout bien conſidéré, je lui ai préféré celle que j'ai expoſée en premier lieu. Je ne m'arrêterai pourtant pas à l'affermir, pour ne me pas éloigner davantage de notre propos principal.

Cependant, pour mieux faire ſentir le ridicule qu'il y auroit d'attribuer à un pur haſard la poſition ſerrée des Orbites, nous comparerons la queſtion des ſix Orbites avec celle d'une ſimple interſection. Je dis donc que cette poſition des Orbites eſt moins probable, que ne ſeroit celle de deux Orbites qui doivent ſe couper ſous un angle plus petit que d'un quart de ſeconde: [car puiſque l'angle de 90° eſt à l'angle de 15‴, comme 1296000 à 1, il n'y a ici que 1295999 cas contre un, au lieu que là nous avons trouvé y en avoir 1419856 contre 1:] or ſi, par exemple, la Nature n'avoit donné à l'Ecliptique qu'un angle de 15‴ d'inclinaiſon par rapport à l'Equateur de la Terre, ſuppoſant que l'habileté des hommes eût pû arriver à meſurer de tels angles; quelqu'un auroit-il pû croire que cela ſe fût fait par pur haſard, ſans qu'il y eût la moindre liaiſon entre l'Ecliptique & ledit Equateur? Mais ſi nous faiſons encore attention aux Satellites de Jupiter & de Saturne, qui, de même que les Planetes principales, font leur courſe preſque dans un plan commun, (excepté le dernier Satellite de Saturne, qui, par une raiſon particuliére, que notre théorie même indiquera, n'a pas tout-à-fait cette loi,) il ne pourra plus rester le moindre scrupule sur cette matiére ; & qui n'est pas dans ce sentiment, doit rejetter toutes les vérités que nous connoissons par induction. Revenons à notre sujet principal.

§. VI. Nous avons dit, qu'il y a un plan qui doit avoir quelque rapport avec les Orbites des Planetes, dans lequel ces Orbites tâchent de se réünir ; que ce plan est situé au milieu des Orbites ; & enfin qu'il est, selon toutes les apparences, le même que celui de l'Equateur solaire, tant parce que le plan de cet Equateur traverse effectivement le milieu des Orbites, autant qu'on en peut juger par les observations faites sur les taches du Soleil, que parce que c'est le seul plan qui puisse fournir une raison physique de ce point. Après quoi nous avons ajoûté, qu'il doit y avoir une circonstance particuliére, par rapport à laquelle les Orbites planetaires peuvent n'être pas entiérement unies dans le plan de l'Equateur solaire, ou dans un plan commun. C'est dans ces deux points que consiste principalement la question proposée. Je sens donc, que pour satisfaire à la demande de l'Académie, je dois premiérement montrer, ce qui peut avoir tiré les Orbites planetaires si près de l'Equateur solaire ; & en second lieu, pourquoi ces Orbites ne sont pas entiérement unies avec le même Equateur.

§. VII. Je suis persuadé que tous les corps célestes ont leur atmosphére ; & quoique M. Huguens n'en ait point voulu accorder à la Lune par plusieurs raisons qu'il a alléguées, je crois pourtant que cette opinion est maintenant généralement bannie : car plusieurs phénomenes en prouvent absolument la fausseté. Il est vrai que la matiére qui fait les différentes atmosphéres, peut être différente, comme d'être plus dense, ou plus rare : il est pourtant à présumer que toutes les atmosphéres ont des propriétés semblables. Comme je suis assûré, toutes choses bien considérées, que c'est de l'atmosphére qui environne le Soleil, qu'il faut tirer la solution de notre Problême, il ne sera pas hors de propos d'indiquer ici les propriétés principales de l'atmosphére de la Terre, pour les appliquer à celle du Soleil.

L'air, qui fait l'atmosphére de la Terre, est un fluide pesant vers le centre de la Terre, élastique, & par conséquent de différentes densités dans les endroits plus ou moins élevés.

La denſité de l'air diminue ſi fortement, qu'il doit être d'une rareté incompréhenſible dans la région de la Lune, s'il eſt vrai qu'il y atteigne : car la denſité eſt diminuée environ de la moitié à chaque lieuë d'Allemagne d'élévation ; de ſorte que la denſité de l'air près la ſurface de la Terre étant exprimée par 1, elle ſera dans la région de la Lune moindre que $\frac{1}{50000}$; l'atmoſphére de la Terre ne peut pourtant que s'étendre à l'infini, à moins qu'elle ne ſoit environnée & retenue par un autre fluide élaſtique ; & elle l'eſt, comme je préſume, par l'atmoſphére ſolaire; les limites de l'atmoſphére de la Terre ſeront là où ſes élaſticités ſont égales à celle de l'atmoſphére du Soleil : on peut donc douter, ſi l'atmoſphére de la Terre va juſqu'à la région de la Lune ou non. Je ſuis porté à croire qu'elle ne s'étend pas ſi loin, à cauſe de l'exceſſive rareté que l'air y devroit avoir, qui ſurpaſſe toute imagination : il y a deux autres circonſtances qui m'en diſſuadent. C'eſt premiérement la trop grande inclinaiſon de l'Orbite de la Lune avec l'Equateur de la Terre, qui ſans doute ſeroit beaucoup moindre, ſi la Lune étoit environnée de l'atmoſphére de la Terre, comme je tâcherai de le faire voir ci-deſſous ; la ſeconde eſt, que la Lune nous montre toujours la même face.

La denſité de l'air eſt encore diminuée par le chaud, & augmentée par le froid ; & enfin l'air eſt mû autour de l'axe de la Terre avec la même vîteſſe, ou ſenſiblement telle que la ſurface : car ſans cela nous ne manquerions pas de ſentir un vent continuel d'Orient en Occident, mais un vent incomparablement plus fort que dans les plus grandes tempêtes : cela eſt clair, puiſque chaque point de l'Equateur fait dans une ſeconde de tems, par la révolution diurne de la Terre, un eſpace de plus de mille quatre cens pieds ; & que les vents les plus impétueux font à peine cinquante pieds dans une ſeconde : & c'eſt non-ſeulement à la ſurface de la Mer que l'air ſe meut enſemble avec la Terre, avec la vîteſſe marquée ; mais la même choſe arrive encore ſur les pointes des plus hautes montagnes ouvertes de tous côtés, comme ſur celle du Pic dans l'Iſle de Ténériffe.

Il eſt encore facile de démontrer, que toute l'atmoſphére depuis la ſurface de la Terre juſques dans ſes plus hauts endroits, ne manqueroit pas de faire le tour dans 24 heures de tems, si son mouvement n'étoit point empêché par le frottement de sa surface contre l'atmosphére solaire. Ce frottement & empêchement, qui se fait vers la surface, influë jusques sur la surface de la Terre dans toute l'atmosphére, & fait que ses différentes couches font leur révolution en différens tems. C'est M. Jean Bernoulli, qui nous a montré les véritables loix de ce mouvement pour toutes les hypothéses par rapport aux variations des densités, dans sa belle Dissertation, que l'Académie a couronnée du Prix de l'an 1730, digne de cette glorieuse récompense.

[Ce que j'ai allégué ci-dessus touchant l'énorme diminution des densités de l'air, qui s'éloigne davantage de la surface de la Terre, est presque généralement reçû par les Géometres; & ils se fondent sur ce que les densités de l'air sont toujours proportionnelles aux forces qui les compriment, d'où ils concluent que les distances depuis la surface de la Terre croissant arithmétiquement, les densités doivent décroître géométriquement; c'est-à-dire, que (la densité de l'air à la surface de la mer étant $=1$, la hauteur verticale par-dessus cette surface $=x$, la densité de l'air qui répond à cette hauteur $=y$,) l'équation entre les hauteurs verticales des lieux & les densités de l'air doit être celle-ci, $log. \frac{1}{y} = \frac{x}{a}$, la valeur de a, disent-ils, se trouvant par une expérience : ainsi, par exemple, si le Barometre est supposé tomber de sa $\frac{1}{336}$ partie en l'élevant depuis la surface de la Mer de 63 pieds, on obtiendra à peu près $a = 335 \times 63 = 21105$. Et si de-là on veut sçavoir quelle seroit la hauteur verticale où la densité de l'air seroit $= \frac{1}{2}$, on la trouve environ égale à 14600 pieds : au lieu de cette quantité, j'ai mis une lieuë d'Allemagne, quoique beaucoup plus grande, pour ne point paroître avoir voulu exagérer la chose. C'est-là le raisonnement le plus commun des Géometres, que j'ai voulu suivre, parce qu'il ne s'agit pas ici de trouver des nombres exacts, & que je n'ai pas eu le tems, lorsque je composois cette Piéce, d'entrer dans des détails, étant près de mon départ de Petersbourg ; je ne l'approuve pourtant pas, ni ne l'approuvois alors, sçachant bien dès-lors, qu'il ne répond pas assez bien aux expériences qu'on a faites sur cette matiére, & que l'on y néglige plusieurs points très-essentiels; sçavoir, 1°. La diminution de la pesanteur en s'éloignant de la surface de la Terre : c'est un point que M. Newton n'a pas manqué de considérer dans le *Liv.* 2. *Prop.* 22. *des Princ. Math.* mais qui n'est pas de conséquence pour les petites hauteurs, telles que sont celles des montagnes par-dessus la surface de la Mer, de sorte que ce n'est pas à cette raison, qu'il faut attribuer le trop peu de conformité entre le calcul exposé & les expériences faites par les Physiciens. 2°. La diversité des forces centrifuges des parties de l'air contraires à leur pesanteur. Ce point est, de même que le premier, sans grande conséquence pour les hauteurs médiocres. 3°. La diversité de chaleur, tant dans les différentes parties des mêmes couches, que dans les différentes couches; car l'augmentation de chaleur dilate aussi-bien l'air, que la diminution des forces qui le compriment. Je m'assûre que c'est ici la seule raison qui fait différer si sensiblement les expériences d'avec l'hypothése communément reçûë. On voit par-là combien il est difficile de donner une méthode exacte pour calculer la diminution des densités de l'air : ce que je dis ci-dessous de l'atmosphere du Soleil (§. IX.) servira à éclaircir davantage cette matiére; mais je la traiterai un peu plus en détail dans un Ouvrage hydrodynamique, que je compte de publier au premier jour.]

§. VIII. De ces propriétés que nous connoissons de l'atmosphére de la Terre, nous conclurons que le Soleil est de même environné d'un fluide pareil à notre air, pesant vers le centre du Soleil, doué d'une force élastique, qui sans doute se renforcera, la chaleur du Soleil étant augmentée; ce fluide aura donc aussi ses différentes densités dans ses différentes distances de la surface du Soleil, tellement que s'il y avoit par-tout un même degré de chaleur, & que la pesanteur fût aussi en tous lieux la même, les densités deviendroient proportionnelles aux appliquées d'une logarithmique, les distances depuis la surface du Soleil étant exprimées par les abscisses : mais comme l'un & l'autre décroissent en s'éloignant du Soleil, les variations des densités suivront une autre loi, que nous allons examiner ci-dessous.

L'atmosphére solaire s'étendra tant que son élasticité devienne égale à celle d'une autre atmosphére, que nous ne connoisſons pas, dans laquelle la ſolaire peut être enveloppée, comme l'atmoſphére de la Terre l'eſt dans celle du Soleil.

Enfin, la remarque la plus eſſentielle pour notre deſſein eſt, que ce fluide ſolaire doit néceſſairement faire ſes révolutions autour de l'axe du Soleil, & même que toutes ſes parties ne manqueroient pas de faire le tour enſemble avec le Soleil dans 25 $\frac{1}{2}$ jours de tems, ſi le mouvement n'étoit pas empéché dans les limites de l'atmoſphére : cet empêchement fera que les tems périodiques de la matiére croîtront vers les limites. Je préſume pourtant que malgré cette diminution de mouvement, les vîteſſes (qui ſans cela ſuivroient la proportion des diſtances de l'axe du Soleil) ne laiſſent pas d'être plus grandes, quand les diſtances dudit axe ſont plus grandes.

§. IX. Quant à la méthode de trouver les différentes denſités de l'atmoſphére dans différens lieux, je ne crois pas qu'on puiſſe les connoître parfaitement, les choſes qui déterminent le Problême nous manquant.

Nous nous contenterons d'en avoir quelque legere idée, en choiſiſſant les hypothéſes les plus probables. Poſons que la peſanteur vers le centre du Soleil ſuive la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du même centre : que les denſités du fluide ſoient par-tout en raiſon directe des poids de l'atmoſphére qu'il ſoûtient, & en raiſon réciproque de ſa chaleur : que la chaleur ſuive, de même que la peſanteur, la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du centre du Soleil, & enfin que les meſures des élaſticités ſoient les poids qu'elles ſoûtiennent.

Après ces hypothéſes, nous nommerons le rayon du Soleil r, la diſtance d'un endroit donné au centre du Soleil $= x$. Nous marquerons la denſité de l'air, ſon élaſticité & ſa chaleur, telles qu'elles ſont à la ſurface du Soleil par l'unité : la denſité qui convient à l'endroit propoſé $= D$, & l'élaſticité pour le même endroit $= E$. Nous aurons de cette maniére en vertu des hypotheſes, *que la denſité eſt par-tout proportionnelle au poids de l'atmoſphére ſupérieure diviſé par la chaleur, ou bien à l'élaſticité diviſée par la chaleur, qui eſt* $\frac{rr}{xx}$.

$$D = \frac{Exx}{rr}.$$

Concevons l'atmoſphére compoſée d'une infinité de couches autour

autour du centre du Soleil ; il eſt clair que $-dE$, qui marque la diminution infiniment petite de l'élaſticité qui répond à dx, ou à la différence de x ; il eſt, dis-je, clair que dE ſera proportionnelle au poids de la couche correſpondante, dont la hauteur eſt dx : mais ce poids eſt proportionnel au produit de la même hauteur dx, par la denſité D, & par la force de la péſanteur $\frac{rr}{xx}$; donc prenant n pour un nombre conſtant, on aura

$$-dE = \frac{nrrDdx}{xx},$$

& mettant dans cette équation pour D, ſa valeur trouvée tantôt, on obtient $dE = -nEdx$, dont l'intégrale eſt (déſignant par c le nombre qui a pour logarithme l'unité)

$$E = c^{n \times (r-x)}.$$

On voit par cette équation, que les élaſticités décroiſſent dans l'atmoſphére ſolaire, en s'éloignant du Soleil, de la même maniére qu'elles feroient, ſi la peſanteur & la chaleur étoient par-tout les mêmes, qui ſont les deux hypothéſes dont on ſe ſert pour trouver les variations des denſités de l'atmoſphére de la Terre, leſquelles hypothéſes pourtant ne ſont gueres convenables pour cet effet, comme M. Newton l'a auſſi obſervé. Si maintenant on ſubſtitue dans la premiére pour E ſa valeur trouvée, on aura cette équation finale

$$D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}\, rr}.$$

§. X. Il ſuit de cette équation, que la plus grande denſité de l'atmoſphére ſolaire, n'eſt pas à la ſurface du Soleil, mais dans quelque autre endroit, qui peut être très-éloigné du Soleil : la raiſon phyſique en eſt, que l'atmoſphére ſe raréfie extrêmement par l'énorme chaleur qui régne autour du Soleil. L'endroit de la plus grande denſité eſt éloigné du centre de la quantité $\frac{2}{n}$, & on ne ſçauroit déterminer la valeur de n, tant qu'on ne peut trouver par une expérience en quelque endroit la denſité réelle de l'atmoſphére.

§. XI. Mais poſons, par exemple, que la plus grande denſité de l'atmoſphére ſolaire eſt près de Vénus, qui eſt éloigné du centre du Soleil d'environ cent cinquante rayons du Soleil : on aura $\frac{2}{n} = 150r$ ou bien $n = \frac{1}{75r}$: donc l'équation appliquée à ce cas, eſt

$$D = \frac{xx}{\overset{(x-r):(75r)}{c}\quad \overline{}\quad rr} ;$$

ce qui marque les denſités de l'atmoſphére comme il ſuit :

Sur la ſurface du Soleil	= 1
Dans la région de Mercure	= 2200
Vénus	= 3000
La Terre	= 2600
Mars	= 1300
Jupiter	= 0,40
Saturne	= 0,000006

§. XII. Dans cette hypothéſe les denſités de l'atmoſphére ſolaire deviennent aſſez égales dans les régions de Mercure, de Vénus, de la Terre & de Mars : mais autour de Jupiter, & ſur-tout autour de Saturne, la matiére deviendroit ſi rare, qu'elle ne pourroit plus produire aucun effet ſenſible. Il y a donc lieu de croire que l'endroit de la plus grande denſité eſt encore au-delà de la région de Vénus. Si on la ſuppoſe être dans la région de Mars, alors les denſités feront dans cette proportion :

Sur la ſurface du Soleil	= 1
Dans la région de Mercure	= 4170
Vénus	= 8910
La Terre	= 12300
Mars	= 14400
Jupiter	= 1310
Saturne	= 15

§. XIII. Si la plus grande denſité eſt ſuppoſée être autour de Jupiter, l'atmoſphére ſolaire en devient encore beaucoup plus uniforme depuis Mercure juſqu'à Saturne ; & cette poſition me paroît la plus probable : car comme un grand nombre de phénomenes, communs à toutes les Planetes, me paroiſſent pouvoir ſe déduire de l'atmoſphére ſolaire, c'eſt très-à-propos que les denſités de cette atmoſphére peuvent, dans toute l'étendue des régions planétaires, n'être pas exceſſivement inégales, comme elles le ſont dans l'atmoſphére de la Terre ſous de médiocres différences de hauteur. Que l'on prenne dans notre atmosphére seulement la hauteur d'un demi-diametre de la Terre par-dessus la surface de la Terre que nous habitons, on verra que l'air y doit déja être d'une rareté inconcevable.

§. XIV. Après avoir exposé ce qui regarde l'atmosphére solaire, je crois devoir dire ici, qu'il ne me paroît pas que cette atmosphére mûë autour de l'axe du Soleil, puisse faire toutes les fonctions que l'on attribue aux Tourbillons déférants, & que ce n'est pas elle par conséquent, qui retient les Planetes dans leurs Orbites : car dans un Tourbillon déférant, la densité de sa matiére doit être égale à la densité des corps, qui y nagent, comme M. Newton a fait voir : mais l'atmosphére solaire est, sans doute, par-tout incomparablement plus rare, que ne sont les corps céléstes mûs autour du Soleil. Il y a une autre circonstance, qui me paroît démontrer entiérement, que cette atmosphére n'a pas l'usage des Tourbillons déférants ; c'est que les vitesses de la matiére, & du corps emporté par le Tourbillon, doivent être égales. Or, par la regle de Kepler, le tems périodique d'une Planete, qui seroit près la surface du Soleil, feroit le tour environ dans trois heures, pendant que la matiére de l'atmosphére, qui touche le Soleil, a besoin de 25 jours & demi pour faire sa révolution, de même que l'atmosphére de la Terre, près sa surface, fait la sienne dans 24 heures de tems. Je n'entre pas ici dans l'examen, si cet argument n'est pas contraire au systême des Tourbillons en général, que je ne veux pas réfuter.

Il y a donc une autre cause qui retient les planetes dans leurs Orbites, & qui contre-balance leur force centrifuge : cette cause, quelle qu'elle soit, pousse les corps vers le centre du Soleil, puisque les plans des Orbites passent par ce centre. Si l'on trouve que les Tourbillons déférants puissent rendre cet office aux Planetes & à la Terre, je ne m'opposerai point qu'on établisse de tels Tourbillons, qui traversent l'atmosphére, & cela ne sera pas contraire à ce que j'ai dit, que l'atmosphére elle-même ne peut pas faire cette fonction : j'avoue pourtant, que même après avoir lû attentivement la Dissertation de M. Jean Bernoulli, que j'ai citée ci-dessus, il me reste encore plusieurs difficultés contre le systême des Tourbillons. Mais la grande pénétration de ce célébre Auteur, & sur-tout l'éminente autorité de l'Académie, dont il a peut-être emporté les ſuffrages juſques dans cette matiére, ne me permettent pas de dire mon ſentiment avec confiance. Je ſouffrirai encore qu'on diſe, que l'atmoſphére mûë autour de l'axe du Soleil, eſt préciſément le Tourbillon déférant des Planetes, s'il paroît aux autres que cela puiſſe être, quoiqu'à moi cela ne me paroiſſe pas. Car l'hypothéſe dont j'ai beſoin pour mon ſyſtême, eſt une choſe dont nous ſçavons par expérience qu'elle exiſte, & n'eſt plus révoquée en doute; ſçavoir, *qu'il y a une cauſe, que j'appellerai* peſanteur ſolaire, *qui contre-balance la force centrifuge, & qui pouſſe continuellement les Planetes & la Terre vers le centre du Soleil.*

§. XV. En cas qu'on voulût déduire la *peſanteur ſolaire* (comme quelques-uns l'ont fait par rapport à celle qui ſe fait vers le centre de la Terre) de la force centrifuge d'une matiére ſubtile mûë très-rapidement, & cela d'autant plus que la matiére eſt plus ſubtile & plus rare; j'ai cru, auſſi-bien que quelques amis à qui javois marqué mon ſentiment, qu'on pouvoit faire quelque changement dans les ſyſtêmes de Deſcartes & de Huguens. Mais je n'avois pas encore lû alors avec aſſez d'attention, ce que quelques Sçavans ont publié pour accommoder & accorder la deſcente verticale des corps vers le centre de la Terre, avec l'hypothéſe d'un Tourbillon ſimple mû autour de l'axe de la Terre. Je ne laiſſerai pas de dire ici mon ſentiment ſur cette matiére. J'ai donc penſé, ſi l'on ne pourroit pas admettre pluſieurs Tourbillons d'une matiére ſubtile, & même un nombre preſque infini, mûs autour de differens axes, tous paſſans par le centre du Soleil. Car Deſcartes a déja conçû dans d'autres occaſions, la matiére ſubtile ſe traverſer librement, & cela d'un ſens contraire: outre cela, j'ai conſidéré que tous les Phyſiciens ſont en ces tems-ci d'accord, que toutes les Planetes ont une peſanteur mutuelle qui pouſſe l'une vers l'autre: quand même on ne voudroit donc accorder qu'un Tourbillon autour de chaque Planete pour produire la peſanteur, on ne pourra pourtant nier que tous ces Tourbillons ne ſe traverſent librement, & que la même choſe arriveroit, ſi ces corps céleſtes étoient mille fois plus nombreux. Mais il y a encore une autre raiſon, qui m'induiſoit à croire, que ce mouvement compoſé de pluſieurs Tourbillons en tout ſens, n'étoit ni abſurde, ni impoſſible;

c'eſt que les Phyſiciens conviennent, que la lumiére n'eſt autre choſe qu'un mouvement très-rapide de petites ſphéres extrêmement ſubtiles : cependant il eſt ſûr par l'image renverſée des objets, qui ſe fait dans les chambres obſcures, que tous les rayons de la lumiére, de quelque côté qu'ils viennent, quoiqu'ils ſe coupent en un point, ne laiſſent pas de ſe traverſer librement ſans ſe confondre; & que chaque rayon fait le même effet que s'il étoit ſeul. Tout cela me portoit à croire que l'on pouvoit, ſans abſurdité, ſuppoſer un grand nombre de Tourbillons d'une matiére ſubtile gravifique, ſe traverſant librement & ſur différens axes, qui paſſent tous par le centre du Soleil : & de cette maniére il n'y auroit aucune propriété connue de la peſanteur, ſoit de celle qui ſe fait vers le centre de la Terre, ſoit de celle que j'appelle ſolaire, qui ne coulât très-naturellement de cette hypothéſe. Mais comme cela n'appartient proprement pas à notre propos, je ne m'y arrêterai pas davantage.

§. XVI. Je viens à notre propos principal. Le mouvement de l'atmoſphére ſolaire fait d'abord, en ne faiſant point d'attention à la *peſanteur ſolaire*, que les corps tendent à faire leur courſe, ou dans l'Equateur du Soleil, ou dans un plan parallele : & ſi ces corps marchent obliquement, il arrivera que peu à peu ils s'accommoderont à ladite direction, mais pourtant ſans la prendre jamais parfaitement, ſinon après un tems infini. Les corps s'approcheront d'autant plus vîte de leur direction naturelle, que la matiére qui les environne eſt plus denſe; que la différence des vîteſſes des corps & de la matiére eſt plus grande; que les corps ſont d'une matiére plus rare; & enfin, d'autant que ces corps ſont plus petits.

La *peſanteur ſolaire* contraire & égale à la force centrifuge des corps céleſtes, fait d'ailleurs que ces corps ne peuvent ſe mouvoir que dans des plans qui paſſent par le centre du Soleil.

Il paroît donc, en conſidérant l'action de l'atmoſphére, & la *peſanteur ſolaire* enſemble, que la direction naturelle & immuable des corps qui ſe meuvent autour du Soleil, doit être telle, qu'elle ſatisfaſſe aux deux points que nous venons d'expoſer; ce qui ne peut ſe faire ſans que les Orbites ſoient dans l'Equateur ſolaire. Si elles ne ſont pas réellement dans cet Equateur, qui eſt leur ſituation naturelle & immuable, elles s'en approchent,

& cela fort ſenſiblement, lorſqu'elles en ſont beaucoup éloignées ; mais au contraire avec une extrême lenteur, lorſque les mêmes Orbites ſe confondent preſque avec ledit Equateur; auſſi-bien n'y arrivent-elles tout-à-fait qu'après un tems infini. C'eſt-là la nature des corps mûs dans des milieux, ſoit réſiſtans, ſoit déférants. Ainſi, par exemple, les corps, qui, projettés dans le vuide, décrivent une parabole, font dans les milieux réſiſtans une courbe, laquelle approche d'abord fort vîte d'une ligne verticale, ſans pourtant jamais l'atteindre tout-à-fait.

§. XVII. Je me perſuade donc qu'aux tems fort reculés, les corps qui ſe meuvent autour du Soleil, ont décrit des Orbites, faiſant avec l'Equateur ſolaire, des angles beaucoup plus grands qu'ils ne font à préſent, & que ces angles ont varié beaucoup plus entre les différentes Orbites, que dans nos tems : mais que ces Orbites ont été réduites peu à peu dans les bornes étroites où elles ſont à préſent, & qu'après un tems infini, elles ſe réüniront entiérement dans un même plan, qui ſera celui de l'Equateur ſolaire. Cela étant, nous avons ſatisfait en même tems aux deux points expoſés §. VI. qui devoient faire le ſujet de notre Diſcours. Voici le précis de mon explication. L'action de l'atmoſphére ſolaire, jointe à la *peſanteur ſolaire*, fait que les corps mûs autour du Soleil, tendent à ſe mouvoir dans le plan de l'Equateur ſolaire, & qu'ils s'en approchent de plus en plus. Ces approchemens étant fort ſenſibles, lorſque les Orbites font un grand angle avec l'Equateur ſolaire, & le Monde ayant été créé depuis très-long-tems, cela fait que les Orbites ne peuvent qu'être preſque dans le plan dudit Equateur, & enfin la raiſon pour laquelle ces Orbites n'y ſont pas entiérement, eſt que cela ne peut ariver qu'après un tems infini.

§. XVIII. On auroit tort d'objecter ici, qu'il paroît par les plus anciennes obſervations, que les Orbites n'ont point changé de déclinaiſon : car il eſt à préſumer que la matiére de l'atmoſphére eſt ſi ſubtile, que les Orbites planétaires étant proches de l'Equateur ſolaire, un tems de pluſieurs ſiécles n'y puiſſe produire un changement ſenſible. Il n'eſt pas ſûr d'ailleurs, qu'on n'eût obſervé aucun changement, ſi l'on avoit été auſſi exact du tems d'Hipparque à faire les obſervations Aſtronomiques, qu'on l'eſt à préſent. On peut alleguer ici l'exemple de l'écliptique, dont la déclinaiſon a été obſervée il y a deux mille ans par Pythée de 23° 49′ 10″, qui aujourd'hui n'eſt que de 23° 29′; ſur quoi mérite d'être lû ce qu'il y a dans *l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris, pour l'année* 1716, *p.* 48. Je ne ſçais pas aſſez quel fond l'on peut faire ſur les obſervations des anciens Aſtronomes : cependant je ne crois pas qu'il y ait perſonne, qui ſoûtienne encore les corps céleſtes n'être ſujets à aucuns changemens : car le monde n'eſt pas depuis l'éternité, ni ne durera éternellement, ni ne demeurera enfin toujours dans le même état, tant qu'il dure. On donne un mouvement aux nœuds & aux aphélies, *ce qu'auſſi-bien demande cette même théorie que je viens d'expoſer :* pourquoi ne voudroit-on pas accorder que les Orbites planétaires puiſſent varier auſſi en s'approchant inſenſiblement de l'Equateur ſolaire? Je ne crois pourtant pas que les Orbites prennent jamais des déclinaiſons contraires, après être paſſées par le plan dudit Equateur ſolaire, mais qu'elles reſteroient toujours dans cet Equateur, ſi elles y étoient une fois, & que c'eſt-là leur aſſiette naturelle & immuable : peut-être que les aphélies & les nœuds ont de même leurs limites, leſquelles s'ils avoient atteints, ils ne ſouffriroient plus aucun changement; & c'eſt ſans doute là la raiſon pourquoi ils ſe meuvent ſi lentement : car tout ce qui eſt près de ſon état, aſymptote & invariable, ne peut plus ſouffrir de changemens fort ſenſibles; & ce qui tend depuis ſi long-tems vers ſon point d'invariabilité, ne peut qu'en être fort près. Les variations des Orbites que la Lune décrit, ſont d'une autre nature, & doivent ſe déduire d'une autre origine : car ces Orbites lunaires ont leurs limites de part & d'autre, qu'elles reprennent toujours. Mais ſans doute que les périodes de ces variations & excurſions, ont auſſi leurs inégalités moindres à préſent, qu'elles n'ont été autrefois, & qui enfin s'évanoüiront entiérement, de même que les irrégularités dans les Orbites planetaires. On peut noter ici que la Lune, quand même elle eſt ſuppoſée immédiatement environnée de l'atmoſphére ſolaire, n'en eſt pas traînée vers l'Equateur ſolaire : car autant qu'elle y eſt pouſſée depuis un nœud juſqu'à l'autre, autant en eſt-elle repouſſée dans ſon retour au premier nœud : mais je ne doute pas, que les Orbites lunaires ne s'approchent plutôt de l'Equateur de la Terre, s'il eſt vrai que l'atmoſphére de celle-ci aille juſqu'à la Lune, ou ſi elle y a encore une denſité ſenſible, ce que j'ai pourtant de la peine à croire, préſumant que l'atmoſphére de la Terre finit avant que d'atteindre à la Lune, vû l'extrême rareté qu'elle doit déja avoir dans les hauteurs médiocres, comme j'ai dit §. VII. De-là on peut tirer la raiſon pourquoi les Orbites lunaires ne ſont fort proches ni de l'Equateur ſolaire, ni de celui de la Terre.

[Ce que j'ai allégué dans le préſent article ſur les variations des nœuds & des aphélies, comme conformes à notre théorie, mérite bien quelque éclairciſſement: le préſent ſyſtême en ſera rendu plus univerſel & plus plauſible. Diſons d'abord un mot ſur les *nœuds ſolaires;* j'appellerai tels dans la ſuite les interſections de l'Equateur ſolaire avec les Orbites planetaires. On voit aſſez, ſans autre explication, que l'atmoſphére ſolaire doit néceſſairement faire avancer ces *nœuds ſolaires:* elle fera avancer de même les aphélies, ce qu'on voit plus diſtinctement en s'imaginant les Orbites être extrêmement excentriques. Les nœuds & les aphélies étant donc mobiles par rapport à l'Equateur ſolaire, ils le ſeront auſſi par rapport à l'écliptique, auquel nous les rapportons. Ainſi toutes les Orbites planetaires doivent être regardées comme mûës en avant dans l'ordre des ſignes céleſtes, & tant les nœuds que les aphélies, nous paroîtroient ſe mouvoir en cet ordre, ſi l'écliptique, ou l'orbite de la Terre ne varioit pas elle-même: mais les variations que l'orbite de la Terre ſubit pareillement, peuvent faire paroître les mouvemens des autres Orbites, tout autres qu'ils ne ſont, & même quelquefois contraires, ſelon les circonſtances, ce qu'il ne ſera pas difficile de comprendre pour ceux qui veulent ſe donner la peine de conſidérer cette affaire avec attention. C'eſt auſſi ſans doute le mouvement de l'Orbite de la Terre, qui fait que l'Equateur coupe continuellement en d'autres points l'écliptique; d'où il faut tirer le mouvement des points équinoctiaux, qu'on croit faire le tour dans 25000 ans, ou environ.]

§. XIX. Il n'en eſt pas de même des atmoſphéres de Jupiter & de Saturne, dans leſquelles je ne doute pas que les denſités décroiſſent moins vîte, que dans celle de la Terre: car quoique l'on poſe dans les atmoſphéres de Saturne & de Jupiter, que

que les densités décroissent géométriquement, pendant que les distances vont en progression arithmétique, comme cela est supposé ordinairement dans l'atmosphére de la Terre, il se peut pourtant que pendant qu'il faut une élévation d'une lieuë pour faire diminuer de la moitié la densité de l'air, il faille une élévation incomparablement plus grande pour obtenir un effet semblable dans les atmosphéres de Saturne & de Jupiter, & que de cette maniére les Satellites de l'une & l'autre Planete soient encore environnées d'une matiére assez dense, & cela d'autant plus facilement, que les Satellites ne sont pas extrêmement éloignés de leurs Planetes par rapport aux diamétres de celles-ci. On voit par-là, pourquoi tant les Satellites de Jupiter que ceux de Saturne, (en exceptant seulement de ceux-ci le dernier, ou le plus haut,) sont presque dans des mêmes plans de part & d'autre, quoique les deux plans soient fort différens entre eux, puisqu'ils font un angle d'environ 31 degrés: & pourquoi les plans que les Satellites affectent, sont précisément ceux des équateurs de leurs Planetes principales.

Quant au cinquiéme Satellite de Saturne, il est très-remarquable, qu'il s'écarte seul de la regle générale: car pendant que les quatre autres Satellites, de même que l'anneau, font tous leurs revolutions dans le plan de l'équateur de Saturne, ou peu s'en faut, l'Orbite du dernier Satellite fait, avec cet équateur, un angle d'environ 15 ou 16 degrés, comme le célebre M. Cassini l'a démontré dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'année* 1714, *p.* 375. Cette exception paroîtra peut-être au premier abord contraire à notre théorie: mais après avoir tout bien considéré, j'en ai été confirmé dans mon opinion. Car j'avois déja commencé à croire, que l'atmosphére de Saturne ne s'étend pas jusqu'à la région du cinquiéme Satellite, ou qu'elle n'y est plus d'aucun poids, à cause de sa trop grande subtilité. Ce qui m'avoit déja induit auparavant à ce sentiment est, que le mouvement journalier des corps célestes, me paroissoit dépendre de l'atmosphére dans laquelle les corps nagent; me persuadant que la Lune ne montre toujours une même face à la Terre, que parce que l'atmosphére de la Terre ne va pas jusqu'à la Lune: & réfléchissant ensuite sur ce que le cinquiéme Satellite de Saturne montre pareillement à sa Planete principale la méme face, je ne pouvois plus douter que ce Satellite ne soit placé hors de l'atmosphére de Saturne, & que par conséquent il ne sçauroit avoir aucune tendance vers l'équateur de Saturne. Voila sans doute la vraie raison de sa trop grande déclinaison avec ledit équateur; cela étant, la conjecture de M^{rs} Huguens & Newton, qui croyoient que tous les Satellites tournoient toujours le méme côté à la Planete principale, est mal fondée, étant persuadé que tous les autres Satellites ont un mouvement journalier, puisque leur coincidence, ou presque-coincidence avec l'équateur de leur Planete, montre qu'ils nagent dans l'atmosphére.

§. XX. Je n'ai pas voulu omettre ces remarques sur les Satellites, parce qu'elles confirment notre systéme général. Je reviens aux atmosphéres; & comme c'est d'elles que j'ai tiré la solution de notre Probléme, il ne sera pas hors de propos d'expliquer méchaniquement leur action. Ce que je dirai de l'atmosphére du Soleil, pourra de même être appliqué aux autres atmosphéres.

Les Orbites des Planetes coupent l'équateur du Soleil en deux points, ou *nœuds solaires :* considérons une Planete se trouvant dans un de ces nœuds; en partant de-là elle se meut sous une direction oblique à l'équateur du soleil, mais en même tems elle acquiert par l'action de l'atmosphére solaire, qui se meut plus vîtement que ne fait la Planete, un fort petit mouvement parallele à l'équateur: & comme les deux mouvemens se font du même côté, dans quelque endroit que la Planete se trouve, il est clair qu'il en résulte un mouvement composé, qui devient continuellement plus parallele à l'équateur. (On remarquera ici, que le mouvement de l'atmosphére solaire est tantôt commun avec le cours des Satellites, & tantôt contraire, ce qui est la raison pour laquelle les Satellites ne s'approchent point de l'équateur solaire, mais de celui de leur Planete.) L'approchement des Planetes vers l'équateur Solaire, est le plus sensible dans les nœuds solaires, & dans les points de la plus grande déclinaison il est nul, parce que la tangente de l'Orbite y devient parallele avec l'équateur. Les positions de diverses Planetes étant posées semblables, elles s'approcheront d'autant plus vîte de l'équateur solaire, qu'elles en sont plus éloignées;

qu'elles ont un plus petit diametre, & une moindre densité; que la matiére de l'atmosphére qui environne les Planetes, est plus dense; & enfin d'autant plus vîte que l'excès de la vîtesse de la matiére, par-dessus celle des Planetes, est plus grande. Comme on ne sçauroit définir toutes ces circonstances dans différentes Planetes, il est impossible de marquer quelles Planetes s'approchent plus vîte de l'équateur solaire.

§. XXI. Après avoir allegué plusieurs raisons pour prouver que les Planetes tendent vers l'équateur du Soleil, & qu'elles s'en approchent de plus en plus; il sera bon d'examiner ici, par les observations Astronomiques, quelle est l'inclinaison des Orbites par rapport audit équateur : pour la connoître, il faut sçavoir l'endroit des nœuds, ou intersections des Orbites planetaires avec l'écliptique, & enfin la situation de l'équateur solaire par rapport à l'écliptique. Selon Kepler, le nœud ascendant de Saturne est maintenant au 22° 49′ du *Cancer*, & l'inclinaison de son orbite avec l'écliptique de 2° 32′ : le ☊ de *Jupiter* au 5° 31′ du Cancer, & l'inclinaison de 1° 20′ : le ☊ de Mars au 17° 50′ du Taureau, & l'inclinaison de 1° 50′ : le ☊ de Vénus au 14° 47′ des Gémeaux, & l'inclinaison de 3° 22′ : le ☊ de Mercure au 14° du Taureau, & l'inclinaison de 6° 54′. Dans toutes ces déterminations, les Astronomes de notre tems s'accordent à fort peu près : mais ils sont fort différens sur la position de l'équateur solaire : aussi-bien les observations dont on se sert pour cet effet, ne sont pas d'une nature à pouvoir la déterminer au juste. Dans l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année* 1701, l'équateur solaire est déduit faire un angle avec l'écliptique de 7° 30′, & dans les Mémoires de la même année, il est dit, que le pole qui regarde le Septentrion répond au huitiéme degré des Poissons. En suivant ces hypothéses, l'équateur solaire est coupé par l'orbite . . . .

de Saturne, sous un angle de	5°	58′
Jupiter	6	21
La Terre	7	30
Mars	5	49
Vénus	4	10
Mercure	2	56

C'est ici l'orbite de la Terre, qui fait le plus grand angle avec l'équateur solaire; sçavoir de 7° 30'.

[Il est facile de voir quelle est la méthode de trouver les inclinaisons des orbites avec l'équateur solaire; elle ne différe pas de celle de *trouver les inclinaisons que les Orbites ont entre elles*, exposée ci-dessus à la remarque du §. IV. Car connoissant le nœud solaire de l'écliptique, & les nœuds des orbites planetaires avec l'écliptique, la distance du nœud solaire aux autres nœuds, donne un côté dans le triangle sphérique à résoudre: les angles que l'équateur solaire, & les orbites planetaires font avec l'écliptique, sont les deux angles connus dans le même triangle; d'où l'on trouve le troisiéme angle, qui est l'angle de l'inclinaison des orbites avec l'équateur solaire.]

§. XXII. Mais comme la position de l'équateur solaire est fort incertaine; de telle maniére que, selon quelques-uns, son inclinaison avec l'écliptique ne surpasse pas deux degrés, on pourroit peut-être sans absurdité, feindre une telle position, que son inclinaison moyenne avec toutes les orbites planetaires, fût la moindre, à laquelle condition l'on peut satisfaire en essayant un grand nombre de positions: ainsi, par exemple, dans la précédente hypothése, l'inclinaison moyenne des orbites avec l'équateur solaire, est de 5° 11': mais si l'on supposoit que cet équateur fit avec l'écliptique un angle de 3° 22', & que son Pole Boreal répondît au 20° des Poissons, alors l'équateur solaire seroit coupé par l'orbite

de Saturne sous un angle de	1°	51'
Jupiter	2	7
Mars	2	4
La Terre	3	22
Vénus	0	20
Mercure	4	34

& l'inclinaison moyenne des orbites (qui a été tantôt de 5° 11') ne seroit plus que de 2° 23'. Je ne sçais si on ne pourroit pas préférer cette position de l'équateur solaire, quoiqu'appuyée sur une pure conjecture, & trouvée *à posteriori*, aux autres positions, fondées sur les taches du Soleil, en attendant que les Astronomes nous donnent une méthode Astronomique plus exacte.

§. XXIII. En expliquant ci-dessus méchaniquement l'action de l'atmosphére solaire sur la Terre & sur les Planetes, j'ai considéré la matiére de l'atmosphére comme mûë avec plus de vîtesse que les corps qu'elle environne : ce n'est pas que notre systême le demande ainsi, mais parce que cela me paroît d'ailleurs probable.

Or soit, si on le veut, que la matiére ne se meuve pas plus vîte, & même qu'elle se meuve plus lentement, elle ne laissera pas de faire le même effet sur les orbites, en les approchant de l'équateur solaire. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à résoudre le mouvement de la matiére en deux ; l'un parallele, & l'autre perpendiculaire à la direction de la Planete ; & on voit assez que ce dernier agissant toujours vers l'Equateur, ne sçauroit manquer de pousser la Planete vers ce côté.

§. XXIV. Des Planetes venons aux Cometes : je dis que les plans des Orbites de celles-ci ne changeront jamais sensiblement leur inclinaison avec l'Equateur solaire, quelque grande qu'elle soit, ou parce qu'elles sont presque toujours posées entiérement hors de l'atmosphére solaire, (comme vraisemblablement la Lune l'est hors de celle de la Terre, & le cinquiéme Satellite de Saturne hors de celle de Saturne) ou parce qu'elles ne se laissent point détourner de leur route, à cause de la trop grande subtilité de la matiére de l'atmosphére, qui les environne pendant leur révolution presque toute entiére. Il est vrai que les Cometes étant près de leur périhélie, elles doivent s'approcher un peu de l'Equateur solaire : mais ce tems est à peine comparable avec le reste du tems de la révolution, & il paroît par les exemples allégués ci-dessus §§. XI. & XII. sur les densités de l'atmosphére solaire, que la densité commençant une fois à décroître, elle décroît si vîte qu'elle se perd d'abord presque toute entiére; tout cela montre pourquoi les Cometes, dont la distance au Soleil est pendant presque tout le tems de la révolution comme infinie, ne tendent pas sensiblement vers l'Equateur du Soleil. Je croirois pourtant facilement, que les Orbites des Cometes depuis tout le tems de leur existence se sont approchées un peu dudit Equateur : ce qui me fait pancher davantage à cette opinion, est que dans le grand nombre des Cometes marquées dans les Ephémérides, il m'a paru que l'inclinaison moyenne de leurs Orbites, par rapport à l'Equateur solaire, ne manqueroit pas d'être à fort peu près de 45°, si elles ne s'en étoient actuellement un peu approchées : j'ai donc ramassé les observations de plusieurs Cometes qui ont paru depuis quelques siécles; & pour m'épargner la peine du calcul, j'ai supposé que ladite inclinaison moyenne par rapport à l'Equateur solaire, est la même que par rapport à l'écliptique, leurs plans ne différant gueres, & les différences de ces deux especes d'inclinaison ne pouvant manquer de se détruire à peu près de part & d'autre : ce qui fait aussi qu'on n'a pas besoin d'être fort scrupuleux sur la justesse des observations, puisque leurs erreurs se détruiront de même fort probablement. Voici donc le Catalogue des Cometes.

De la Comete de l'an 1337, l'inclin. à l'éclipt.	32°	11′	0″
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	40
1694	11	46	0

L'inclinaiſon moyenne eſt de 43° 39′. Il eſt donc clair que les Cometes n'ont preſque point de liaiſon du tout avec l'Equateur ſolaire, & qu'elles ne s'en approchent qu'inſenſiblement, & avec une extrême lenteur.

§. XXV. Cette différence entre les Cometes & les Planetes, connuë par les obſervations, & ſi conforme à notre théorie, m'engage à en expliquer une autre, qui ſemble confirmer entiérement notre hypothéſe. Elle conſiſte dans les excentricités des Cometes & des Planetes. C'eſt aſſûrément une choſe merveilleuſe, que les Cometes ayent toutes une excentricité preſque infinie, & les Planetes preſque nulle; & je ne vois pas qu'on puiſſe donner une raiſon ſuffiſante & méchanique de ce fait, en n'employant que la ſimple hypothéſe des gravitations ou attractions mutuelles: mais en joignant à cette hypothéſe celle de l'action de l'atmoſphére ſolaire, on peut expliquer ſi clairement ce point, qu'il paroît que la choſe n'auroit pas pû être autrement.

Faiſons abſtraction pour un moment de l'atmoſphére ſolaire, & poſons la peſanteur ſolaire par-tout réciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances. Qu'on conçoive un corps devoir être projetté dans une direction perpendiculaire au rayon tiré du Soleil au corps: ſi la projection ſe fait avec la vîteſſe que le corps pourroit acquerir en tombant vers le Soleil d'une ſeconde hauteur égale à la premiére, le corps décrira un cercle; ſi la vîteſſe initiale eſt moindre, il décrira une ellipſe, dont l'aphélie eſt à l'endroit de la projection; & ſi elle eſt plus grande, le corps décrira encore une ellipſe, mais dont le périhélie eſt à l'endroit de la projection: tout cela ſe démontre dans la méchanique. Si la projection eſt tout-à-fait caſuelle, comme elle l'eſt à notre égard, & qu'on ſuppoſe que tous les degrés de vîteſſe juſqu'à l'infiniment grande, arrivent avec une facilité égale, il eſt probable, & même certain, que l'excentricité de l'ellipſe que le corps projetté décrira autour du Soleil, doit être infinie. Mais comme il n'y a pas dans la nature des degrés actuellement infiniment grands, la propoſition doit être changée, de maniére qu'on diſe que l'excentricité doit être fort probablement très-grande, & preſqu'infinie. Et quand le mouvement ſe fait dans un vuide ou preſque vuide, les ellipſes décrites une fois, continueront toujours ou fort long-tems. Ceci montre, à mon avis, fort exactement pourquoi les Cometes décrivent des ellipses presque paraboliques, puisqu'elles ont dû vraisemblablement en décrire dans le tems de leur origine, & qu'elles ne changent pas sensiblement comme étant presque entiérement hors de l'atmosphére solaire. Mais si nous nous servons du même raisonnement pour les Planetes qui nagent dans l'atmosphére du Soleil, nous voyons bien qu'à la vérité elles ont pû d'abord faire des ellipses fort excentriques, mais qu'elles ont dû nécessairement s'approcher peu à peu des Orbites circulaires, & qu'elles en décriront un jour de plus exactes, ce que je démontre ainsi. Quoique les tems périodiques de la matiére qui compose l'atmosphére solaire, croissent à mesure qu'elle s'éloigne de l'axe du Soleil, il est pourtant à présumer que les vîtesses ne diminuent point, mais qu'elles croissent aussi, comme j'ai marqué §. VIII : car si le mouvement de chaque couche se faisoit librement, les vîtesses croîtroient exactement en raison des distances de l'axe du Soleil : au contraire la vîtesse de la Planete est d'autant plus grande, qu'elle est plus proche du Soleil : (je ferai ici abstraction du changement de la vîtesse moyenne de la Planete, d'autant plus que la Planete tend de plus en plus à prendre une vîtesse immuable.) Donc la Planete doit nécessairement être retardée par l'atmosphére, lorsqu'elle est près de son périhélie ; & au contraire avancer, lorsqu'elle est près de son aphélie. Chacun de ces deux points fait, comme on le démontre dans la méchanique, que la Planete décrit une orbite continuellement plus circulaire, & moins excentrique ; de maniére qu'il n'est plus surprenant que les Orbites planétaires soient à présent presque circulaires ; il est à croire qu'avec le tems elles deviendront encore plus circulaires, sans pourtant qu'elles le soient jamais parfaitement, sinon après un tems infini. Comme il y a au reste plusieurs circonstances qu'on ne sçauroit définir dans les Planetes, & qui concourent à rendre les diminutions des excentricités plus sensibles, on ne sçauroit marquer quelle Orbite planetaire devroit être en vertu de cette théorie, plus ou moins excentrique : ces diminutions dépendent à peu près des mêmes points qui font diminuer les inclinaisons des Orbites par rapport à l'Equateur solaire, & que j'ai exposés §. XX.

cela

cela me confirme dans ma conjecture que j'ai alléguée §. XXII. sur la position de l'Equateur solaire : car suivant cette position, l'inclinaison de l'Orbite de Vénus avec l'Equateur solaire est presque nulle, de même que son excentricité est presque nulle, & l'inclinaison de l'Orbite de Mercure avec le même Equateur est la plus grande de toutes, comme aussi son excentricité est la plus grande.

§. XXVI. Ne vaut-il pas mieux employer ces principes, que de recourir à une volonté immédiate du Créateur, comme le font par rapport à plusieurs phénomenes ceux qui veulent tout déduire de la simple gravitation mutuelle des corps mûs dans un vuide ; & peut-il se faire que la volonté de Dieu n'ait pas tout son effet ? qu'il ait voulu que les orbites planetaires fussent dans un même plan, sans qu'elles le soient parfaitement; qu'elles fussent circulaires sans qu'elles soient tout-à-fait telles ? & ainsi de plusieurs autres points, auxquels il faut rapporter que la Terre & toutes les Planetes se meuvent d'un même sens, & nommément de celui duquel le Soleil se tourne autour de son axe ; qu'il en est de même dans les Mondes de Saturne & de Jupiter, lesquelles choses sont telles, que si elles étoient encore cachées, notre théorie nous les dicteroit, pendant que M. Newton même, le plus grand Philosophe de notre siécle, déclare dans son *Optique*, qu'on n'en sçauroit donner aucune raison méchanique.

§. XXVII. Disons encore deux mots sur le mouvement diurne des Planetes : je suis porté à croire que c'est aussi l'atmosphére qui le produit : ce qui m'y engage, est que la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne, (dont les plus grandes inclinaisons avec les Equateurs de la Terre & de Saturne me font croire que les atmosphéres de ces deux corps n'agissent pas sur la Lune & ledit Satellite) n'ont point de mouvement diurne pareil à celui des Planetes, marque que le mouvement diurne, & la presque-coincidence des Orbites avec leur Equateur correspondant ont une même cause. Mais je ne vois point d'autre maniére d'expliquer le mouvement des Planetes autour de leur axe par l'action de l'atmosphére solaire, qu'en disant que la matiére de l'atmosphére (dont les vîtesses augmentent en s'éloignant de l'axe du Soleil, comme j'ai dit §. VIII.) fait un plus grand effort ſur l'hémiſphére de la Planete oppoſée au Soleil, que ſur celui qui regarde le Soleil, ce qui peut faire que les Planetes roulent dans le même ſens de leur mouvement progreſſif. La raiſon d'ailleurs, qui fait que les axes des Planetes ne ſont pas tout-à-fait paralleles à l'axe de l'atmoſphére ſolaire, conſiſte peut-être dans l'hétérogenéïté de la matiére qui compoſe les Planetes; car le centre de gravité de chaque Planete tâche de s'éloigner du Soleil le plus qu'il peut, & cet effort joint au premier, pourroit produire l'obliquité des axes, & faire, s'il agit ſeul, que les corps montrent toujours la même face au centre de la révolution, comme font la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne.

§. XXVIII. Voilà ce que j'avois à dire ſur le problême propoſé par l'Académie. Il y a long-tems que j'ai fait ces méditations, mais j'ai été obligé de les mettre par écrit fort à la hâte. J'eſpere donc, s'il y avoit quelques erreurs de calcul ou de poſition dans les nombres, ſur leſquels les Aſtronomes conviennent, ou qui s'en déduiſent facilement, qu'on me les pardonnera; la hâte m'a obligé à la briéveté, ſans cela j'aurois pû alléguer pluſieurs autres remarques, & étendre davantage celles que j'ai alléguées, & donner de cette maniére un plus grand volume à la préſente Diſſertation. Je me flatte pourtant que ce que j'ai dit ſuffira pour l'intention que l'Académie a eûë dans ſon Problême.

DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ

PROBLEMATIS

AB

INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA,

QUÆ PARISIIS FLORET,

ITERUM PROPOSITI.

Quelle est la cause Physique de l'inclinaison des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe ; Et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont différentes entre elles.

SIVE

Quænam est causa physica inclinationis planorum, in quibus Planetæ Orbitas suas perficiunt ad planum Æquatoris, vertigini Solis circa axem suum respondentis ; Et quî fit ut inclinationes istarum Orbitarum sint inter se diversæ.

Authore DAN. BERNOULLI, *Acad. Petrop. & Bonon. Socio, in Acad. Basiliensi Anat. & Bot. Professore.*

DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ,

PROBLEMATIS AB INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA, QUÆ PARISIIS FLORET, *ITERUM PROPOSITI.*

SYMBOLUM.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

---

§. I. DUABUS constat partibus Problema ab illustri Academia propositum; altera Orbitarum cœlestium ad Æquatorem Solis inclinationem respicit; altera inclinationis in singulis Planetis diversitatem. Utraque nobis simul erit pertractanda; neque enim commodè ab invicem separantur.

§. II. Patet autem ex ipsis, quæ problema definiunt verbis, id ab Academia in antecessum poni, esse aliquid, quod Orbitas Planetarum ad Æquatoris solaris planum trahat; & in hoc quicquid sit, latere rursùs rationem, ob quam istæ Orbitæ non perfectè cum eodem plano coincidant. Id mihi quoque fuit semper visum admodùm probabile.

Nimis enim, ut alias non dicam rationes, Planetarum Orbitæ ad Æquatoris solaris planum accedunt, quàm ut id fortuito concursui tribui posse videatur; aut si hoc alicui dubium videri possit, id saltem omni exceptione majus erit, Orbitas Planetarum commune aliquod affectare planum, cùm aliàs fieri vix potuisset, ut omnes intra tam angustos continerentur limites: verisimile autem est, istud ipsum, quod Planetis omnibus fere est commune, planum, quodque procul dubio continuè appetunt, esse planum Æquatoris solaris, cùm in hoc solo ratio istius rei aliqua sufficiens esse possit. Hoc igitur posito, indicandum erit, quare Orbitæ Planetarum ad Æquatoris solaris planum acclinent, & quid porrò causæ in hac re latere possit, quòd Orbitæ eædem nec inter se, nec cum Æquatoris plano conveniunt perfectè.

§. III. Priùs verò quàm huic operam demus quæstioni solvendæ, è re nostra erit, ne in vacuum disseruisse videamur, ut id ipsum, quod modò assumpsimus de communi Orbitarum planetariarum plano, à quo non sine speciali causa aliquantulùm recedant, nunc disertiùs ostendamus. Rem ita instituam, ut inquiram in duas Orbitas cœlestes, maximè ad se inclinatas, seu maximo se decussantes angulo; (per inclinationem enim hìc intelligo angulum inclinationis;) posteaque calculo subducam, quanta sit probabilitas, ut reliquæ Orbitæ omnes intra terminos duarum dictarum Orbitarum cadant. Ita elucescet, tantillam esse hanc probabilitatem, ut *moraliter impossibile* dicendum sit, id sine efficiente ratione fortuitò ita contigisse.

§. IV. Postquam singulas Orbitas cum singulis comparavi, deprehendi maximam inclinationem habere Orbitam Mercurii ad Orbitam Terræ seu ad eclipticam; angulum enim inclinationis inter se formant $6° 54'$; Orbita autem Saturni ad Orbitam Mercurii inclinat $6° 24'$, & Orbita Jovis ad Orbitam Mercurii $6° 8'$, reliquæ omnes multò minùs ad se invicem inclinant. Loquor hìc de Orbitis Planetarum primariorum. Fingo jam superficiem sphæricam zonâ quâdam seu zodiaco latitudinis $6° 24'$ (quanta nempe est inclinatio Orbitæ Mercurii ad eclipticam) cinctam, quæ partem totius superficiei sphæricæ continebit, præter propter decimam-septimam. Superest igitur, si Orbitas Planetarum casu in cœlo locatas putemus, ut definiamus quanta sit probabilitas, quâ omnes intra zonam datam decimam-septimam superficiei sphæricæ partem exæquantem, contineantur. Zona ipsa autem positione datâ non est, nisi unam Orbitam jam locatam censeamus, adeo ut quinque tantùm planetariarum Orbitarum positiones casuales censendæ forent, si casu res contigisset. Ita autem secundùm regulas cognitas invenitur numerus casuum locationis intra definitos terminos obtinendæ, ad numerum casuum contrariorum, ut 1 ad $17^5 - 1$, seu ut 1 ad 1419856.

§. V. Videbitur fortasse aliquibus calculus aliter instituendus. Mihi quoque cùm hac de re primùm cogitarem, alia succurrit methodus; illam tamen quam modò exposui, maximè puto plausibilem. Nolo autem in illa suffulcienda esse prolixior, ne nimis ab instituto nostro præcipuo divertam. Ut verò nunc planè appareat, quàm ridiculum foret, propinquas positiones Orbitarum planetariarum casui tribuere, mutabimus quæstionem positionum multiplicium in aliam positione unicâ circumscriptam. Dico igitur, faciliùs casu contingere, ut duæ Orbitæ angulo se intersecent intra quartam minuti secundi partem: Quis verò, si v. g. factum à natura fuisset, ut ecliptica ad Æquatorem Terræ quartâ tantùm parte unius minuti secundi inclinaret: quem angulum, ponam, arte humanâ accuratè potuisse observari: quis, inquam, hanc positionem puro casui fuisset tributurus? Si verò præterea animum attendamus ad Satellites tam Jovis quàm Saturni, quorum pariter Orbitæ (excepto extremo Saturni Satellite, qui ab regula generali ob specialem, quam ipsa theoria nostra indicabit, rationem, recedit) in eodem fere plano utrobique conveniunt, nihil ampliùs eâ de re nos dubitare sinet. Qui secùs sentit, is omne ratiocinium, quod dicitur *ab inductione* rejiciat. Nunc eò, unde discessimus, revertimur.

§. VI. Diximus planum esse, quod Orbitæ Planetarum appetant, inter ipsas Orbitas medium; & verosimillimum esse, planum istud coincidere cum Æquatore Solis, cùm, quia, quantum ex observationibus à maculis solaribus desumptis judicare licet, parum differt planum Æquatoris Solis ab Orbitis Planetarum, tum quòd in Æquatore Solis facillimè ratio istius rei sufficiens excogitari possit, & denique esse rationem particularem, quominus Orbitæ Planetarum nec inter se nec cum Æquatore Solis perfectè conveniant. In his consistit ambobus articulis desiderata problematis solutio. Igitur ut votis Academiæ satisfiat, id mihi incumbere sentio, ut priùs ostendam, quâ ratione Orbitæ Planetarum ad Solis Æquatorem tendere possint, & quî fieri possit, quominus in eo sint omnes perfectè positi.

§. VII. Nullum esse corpus cœleste, quod non suam habeat atmosphæram circumfusam, mihi persuadeo. Et quamvis Hugenius expreſsè negaverit Lunam atmoſphærâ cingi, ſuamque ſententiam multis rationibus firmare allaboraverit, neminem tamen nunc ampliùs in ea ſtare ſententia puto: plurima enim phænomena contrarium probant. Materia quidem harum atmoſphærarum in diverſis corporibus diverſa eſſe poteſt, in aliis nempe denſior, in aliis rarior: veroſimile tamen eſt, in ſingulis atmoſphæris ſimiles eſſe affectiones. Igitur è re noſtra erit, ut hìc indicemus affectiones præcipuas atmoſphæræ Terram ambientis, eaſdemque applicemus atmoſphæræ ſolari: in hac enim veram problematis Academici ſolutionem quærendam eſſe, rebus omnibus bene ponderatis, planè ſum certus.

Aër, atmoſphæram componens terreſtrem, corpus fluidum eſt, versùs centrum Terræ gravitans, elaſticum, & ſic in diverſis à centro Terræ diſtantiis inæqualiter denſum. Denſitas ejus ita celeriter decreſcit, ut in regione Lunæ, ſi eò uſque ſe expandit, incredibilis debeat eſſe raritatis; ſingulis enim milliaris Germanici altitudinibus fit circiter altero tanto rarior, ſic ut poſitâ denſitate aëris in ſuperficie Terræ $= 1$, ſit ejus denſitas in regione Lunæ minor futura quàm $\frac{x}{250000}$, attamen in infinitum ſe expandat atmoſphæra neceſſe eſt, niſi ab alio fluido elaſtico coërceatur: coërcebitur autem, ut ego conjicio, alicubi ab atmoſphæra ſolari, & talibus circumſcribetur terminis, in quibus utriuſque atmoſphæræ elaſticitas æqualis ſit. Igitur dubium eſt, an ad regionem Lunæ uſque extendatur, nec-ne. Id ego non crediderim ob ſtupendam omnique opinione majorem, quam ibi debeat habere aër raritatem: tum etiam ob magnam Orbitæ Lunæ ad Æquatorem terreſtrem inclinationem mediam, non futuram, ut infrà probabile faciam, ſi Luna vortici aëris circa axem Terræ moti immerſa eſſet, & denique ob id, quòd Luna ſimilem nobis perpetuò oſtendat faciem. Aëris terreſtris denſitas porrò diminuitur à calore, augeturque à frigore. Denique aër in ſuperficie Terræ eadem velocitate vel proximè tali circa ejuſdem axem movetur, atque ſuperficies ipſa, aliàs enim ventum continuum, eumque vehementiſſimum, ab Oriente versùs Occidentem eſſemus percepturi: id perſpicuum eſt, quòd punctum in Æquatore à vertigine Terræ intra minutum ſecundùm ſpatium plus quàm mille quadringentorum pedum conficiat,

conficiat, ventus autem impetuosissimus vix quinquaginta pedes eodem tempore percurrat: imò non-solùm in superficie maris aër, eâ quâ dixi velocitate simul cum Terra movetur, sed & in locis altissimis, hisque in omnes plagas apertis, veluti in cacumine montis Pici in insula Teneriffa. Facile etiam demonstratu est, totum hoc fluidum Terram ambiens unà cum Terra intra 24 horas circulum fuisse absoluturum, nisi in extima suî superficie motus à fluido solari inhiberetur. Facit autem ista motûs versùs circumferentiam inhibitio, ut fluidum aliâ lege circumagatur, quam quidem pro omnibus densitatum in fluido diminutionibus acutissimè definivit cel. Joh. Bernoullius, in eleganti Dissertatione, quam Academia præmio anni 1730 affecit, digna profectò honorificâ istâ remuneratione.

§. VIII. Ex hisce atmosphæræ terrestris affectionibus colligere licet, Solem pariter fluido cingi aëri nostro analogo; quod versùs centrum Solis gravitet, elasticitate præditum sit, quæ probabiliter à calore Solis acuto intenditur, à diminuto relaxatur: diversas pariter fluidum habebit densitates in diversis à Sole distantiis: & si quidem calor uniformis totam animaret atmosphæram solarem, sique uniformis quoque esset gravitatio, responderent utique densitates applicatis in logarithmica, cùm distantiæ à Sole exprimuntur per abscissas: quia verò & calor & gravitatio decrescunt, dum distantiæ à Sole augentur, necesse est aliam legem sequantur densitatum variationes, quam infrà paucis perpendemus. Fluidum solare etiam expandetur usquedum termini ipsius ab alio fluido coërceantur, pariter atque atmosphæra terrestris ab solari continetur. Denique id præcipuè ad rem nostram pertinet, fieri non posse, quin fluidum circa axem Solis circumagatur, & quidem singulas partes unà cum Sole intra 25 $\frac{1}{2}$ dierum spatium revolutionem suam fuisse absoluturas, nisi motus in peripheria inhiberetur; ob hanc autem inhibitionem tempora periodica materiæ versùs extrema crescent: nec tamen ita crescent ut velocitates diminuantur: quin potiùs velocitates augeri existimo.

§. IX. Venio ad id quod dixi de diversis fluidi densitatibus, in diversis locis cognoscendis: non puto autem, illas rectè cognosci posse, sed tantùm aliqualiter, quia hypotheses accuratæ problema definientes non habentur. Ponamus gravitationem corporum versùs centrum Solis rationem ſequi reciprocam duplicatam diſtantiarum ab eodem centro : vim autem centrifugam fluidi gravitatem ejus notabiliter non diminuere. Fingamus porrò denſitates fluidi ubique proportionales eſſe, ponderibus atmoſphæræ ſuperincumbentis diviſis per reſpondentes caloris menſuras : calorem autem unà cum gravitatione æquali ratione diminui versùs peripheriam putabimus : ita quoque elaſticitatum menſuras à ponderibus ſuperincumbentibus deſumemus. His factis poſitionibus, deſignabimus radium Solis per r, diſtantiam dati loci à centro Solis per x : denſitatem ut & elaſticitatem atque calorem fluidi in ſuperficie Solis faciemus $=1$: denſitatem ejuſdem in aſſumpto loco $= D$, elaſticitatemque $= E$. Ita erit per aſſumptas hypotheſes (quòd denſitas ubique proportionalis ſit ponderi atmoſphæræ ſuperjacentis, ſeu elaſticitati, diviſo per calorem, id eſt per $\frac{rr}{xx}$) $D = \frac{Exx}{rr}$. Præterea ſi atmoſphæram cogitatione in ſtrata circa centrum Solis concentrica dividamus infinita, patet fore decrementum elaſticitatis dE, dum altitudo x quantitate infinitè parvâ dx creſcit, proportionale ponderi ſtrati, quod habet altitudinem minimam dx; ſed pondus hoc proportionale eſt altitudini dx, multiplicatæ per denſitatem D, atque per gravitatem $\frac{rr}{xx}$. Igitur aſſumptâ litterâ n pro aliqua conſtante, erit $-dE = \frac{nrrDdx}{xx}$; ſi in iſta æquatione ſubſtituatur pro D valor antea determinatus, fit $dE = -nEdx$, vel factâ debitâ integratione, indicatoque numero, cujus logarithmus eſt unitas per c, $E = c^{n(r-x)}$. Ex iſta æquatione conſequens eſt elaſticitates in atmoſphæra ſolari recedendo à Sole decreſcere eodem modo, ac ſi conſtantes ubique forent gravitatis ac caloris gradus. Quâ hypotheſi uti ſolent (minùs tamen accuratè, obſervante id quoque Newtono) ad variationes denſitatum in atmoſphæra terreſtri ſub diverſis altitudinibus calculo ſubducendas. Jam ſi in prima æquatione ſubſtituatur valor inventus pro E, orietur talis æquatio

$$D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}\,rr}.$$

§. X. Sequitur ex iſta æquatione, maximam aëris Soli circumfusi densitatem non esse in superficie Solis, sed in loco alio à Sole fortasse longè dissito, cujus rei ratio physica est, quòd ab ingenti calore, qui prope Solem est, atmosphæra admodùm rarefit. Locus autem quo maxima est densitas, distat à centro Solis quantitate $\frac{2}{n}$, nec potest valor litteræ n definiri quandiu in nullo atmosphæræ loco, realis ejus densitas experimento observari potest.

§. XI. Ponamus autem, exempli causâ, maximam densitatem esse in regione Veneris, quæ centum quinquaginta præter propter radiis Solis à Sole distat, erit $\frac{2}{n} = 150\,r$, seu $n = \frac{1}{75}r$; & sic æquatio specifica densitatum hæc foret $D = \frac{xx}{c^{(x-r) : (75r)}\,rr}$, essentque densitates ipsæ fere ut sequitur

In superficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 2200
Veneris	= 3000
Terræ	= 2600
Martis	= 1300
Jovis	= 0,40
Saturni	= 0,000006

§. XII. In ista hypothesi densitates atmosphæræ solaris in regionibus Mercurii, Veneris, Terræ & Martis essent satis æquales: circa Jovem autem, & præsertim Saturnum, raritas nimia foret, quàm ut ullum effectum habere possit: quapropter conjecturæ locus est, regionem maximæ densitatis in atmosphæra solari magis distare à Sole quàm Orbitam Veneris. Sin autem in Orbita Martis maximæ densitatis locum esse ponamus, habebunt densitates rationem circiter sequentem;

In superficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 4170
Veneris	= 8910
Terræ	= 12300
Martis	= 14400
Jovis	= 1310
Saturni	= 15

§. XIII. Atque si maxima densitas in regione Jovis constituta ponatur, multò uniformior atmosphæra solaris invenietur à Mercurio usque ad Saturnum; hæcque positio mihi videtur omnium probabilissima: quia enim plurima phænomena systematis planetarii ab atmosphæra solari deduci posse mihi videntur omnibus Planetis communia, commendabile id admodum est, quòd atmosphæræ solaris densitates per totam systematis planetarii extensionem esse possint non multùm admodùm inæquales, cùm in atmosphæra terrestri sub mediocribus distantiarum augmentis non possint non supra modum esse inæquales; in nostra atmosphæra, si locum sumas unicâ terræ semi-diametro à superficie elevatum, ea jam esse debet aëris raritas secundùm plerorumque authorum sententias, quam ne cogitatione quidem assequi possumus.

§. XIV. Expositis his, quæ ad atmosphæram solarem pertinent, monendum hìc esse duco, non fungi, ut mihi videtur, hanc atmosphæram circa axem Solis motam omnibus officiis, quæ vorticibus tribui solent deferentibus, nec adeoque hanc esse quæ Terram Planetasque primarios in Orbitis suis contineat. Nam in vortice deferente materiæ densitas debet esse æqualis densitati corporum, quæ illi innatant, ut rectè monuit Newtonus: atmosphæram autem solarem incomparabiliter rariorem ubique puto, quàm sunt corpora circa Solem lata. Sed & aliud est, quod, ut videtur, planè evincit, non esse hanc atmosphæram idem quod vortices deferentes, nempe quòd velocitates tum corporis tum materiæ vorticosæ debeant esse æquales; sed secundùm regulam Kepleri Planetæ in superficie Solis constituti tempus periodicum debet esse præter propter trium horarum, cùm ibidem atmosphæra certè periodum absolvit intra 25 dies cum dimidio, non secus ac terrestris atmosphæra intra 24 horas semel revolvitur in vicinia Terræ: quod tamen argumentum an non simul contra vorticum deferentium, quos nolo hìc refutare, hypothesin sit, non satis perspicio. Igitur aliam conjicio esse causam, quæ corpora circa Solem lata in Orbitis suis contineat, & ubique eorumdem vim centrifugam coërceat: hæc autem causa, qualiscumque sit, corpora trudit versùs centrum Solis, quia plana Orbitarum per centrum Solis transeunt. Si vortices deferentes id Planetis Terræque officium facere possint, per me licebit hujusmodi vortices præter atmosphæras fingere; neque id pugnabit cum eo, quòd atmoſphæra naturam vorticum non habeat, quamvis fatear, non potuiſſe me omnem, quem antea habui, mihi ſcrupulum eximere, perlectâ etiam attentiſſimè diſſertatione Bernoullianâ, hanc in rem conſcriptâ, quam ſuprà laudavi. Vetat autem tum viri celeberrimi perſpicacia, tum potiſſimùm Academiæ, cujus approbationem neſcio annon hac quoque in parte habuerit, ſumma auctoritas, ne cum fiducia ſententiam dicere audeam. Licebit quoque, (ſi id commodè fieri poſſe videatur, mihi autem non videtur,) atmoſphæram circa axem Solis latam cum vorticibus deferentibus confundere: hypotheſin enim, quâ ad ſequentia ſtabilienda opus habeo, experientia demonſtrat, & à nemine in dubium vocatur, eſſe nempe aliquid, quod *gravitatem ſolarem* deinceps dicam, vi centrifugæ contrarium, quod Planetas Terramque versùs centrum Solis urget.

§. XV. Si verò gravitas ſolaris inſtar gravitatis terreſtris à vi centrifuga materiæ rapidiſſimè motæ, & quidem eò rapidiùs, quo rarior eſt atque ſubtilior materia, petenda ſit, tum mutatis paulò ſententiis Carteſii atque Hugenii rem alio modo conſiderari poſſe, mihi olim & amicis, quibus ſententiam meam perſcripſeram, viſum eſt. Nondum autem tunc omni attentione perlegeram, quæ ab auctoribus doctiſſimè tradita ſunt, ad conciliandum deſcenſum corporum gravium versùs centrum Terræ cum vortice ſimplici circa axem moto. Cogitavi nempe, annon plures materiæ ſubtilis vortices, imò quaſi infinitos circa diverſos axes per centrum Solis tranſeuntes fingere liceret: motus enim contrarios in materia ſubtili nequaquam ſe impedientes in aliis occaſionibus jam concepit magnus Carteſius: præthereà conſideravi, id omnibus nunc in conceſſis eſſe, quòd ſingula corpora cœleſtia ad ſe invicem gravitant; etiamſi igitur vel ſimplex vortex ſtatuatur circa quodlibet corpus, negari tamen non poteſt, hos vortices liberrimè ſe transfluere, idemque futurum fuiſſe, ſi vel millies hæc corpora cœleſtia fuiſſent multiplicata.

Sed aliud inſuper eſt argumentum, quo inducebar ut crederem, hujuſmodi multiplicem vorticum motum non eſſe in ſe abſurdum aut impoſſibilem. Scilicet demonſtratum eſt apud philoſophos, lumen aliud non eſſe niſi motum longè rapidiſſimum globulorum admodùm ſubtilium : interim certum eſt ex contrario, qui in cameris obſcuris fit, imaginum ſitu ratione objectorum depictorum, radios luminis ex omni plaga in puncto ſe decuſſantes, minimè confundi, & quemlibet eundem edere affectum, ac ſi ſolus fuiſſet : putabam igitur non abſurdum futurum, ſi plures ponerentur vortices, ſuper diverſis axibus per centrum Solis tranſeuntibus liberrimè ſe transfluentes. Et ita certè nulla foret gravitatis, ſive ſolaris, ſive terreſtris, affectio, quæ non commodiſſimè indè deduci poſſet : quia verò hæc propriè non pertinent ad inſtitutum noſtrum, eorum expoſitioni diutiùs non immorabor.

§. XVI. Venio ad rem. Facit primò motus atmoſphæræ ſolaris, ſi ab gravitate versùs centrum Solis animum abſtrahamus, ut corpora ſive in plano Æquatoris, ſive in plano parallelo progredi tentent, atque ſi obliquè incedant, fit, ut ſenſim ad dictam vergant directionem, nec tamen niſi poſt tempus infinitum eam perfectè aſſequantur : vergent autem eò citiùs, quò denſior eſt materia, quâ corpus circumdatur, quò major eſt celeritatum corporis & materiæ differentia, quò rarius eſt corpus, & quò minoris voluminis. *Gravitas* autem *ſolaris* vi centrifugæ Planetarum Terræque contraria & æqualis, facit, ut hæc corpora aliter moveri non poſſint, quàm in plano per centrum Solis tranſeunte. Apparet igitur ex utraque actione tum atmoſphæræ, tum gravitatis ſolaris conjuncta corpora ita motum iri, ut utrique ſatisfiat, quod aliter eſſe nequit, quàm cùm in Æquatore Solis moventur, ſi modò ad ſtatum durationis, ſeu, ut dicitur, *permanentiæ* jam reducta ponantur.

Ad hunc quidem ſtatum corpora citò vergunt, cùm ab eo ſunt remotiora ; at cùm eum tantùm non attigerunt, poſſunt diutiſſimè in eadem ſemper ad ſenſus permanere motûs directione, nec enim verum & ultimum *permanentiæ* ſtatum niſi poſt tempus infinitum aſſumunt. Hæc eſt notiſſima corporum quæ in mediis reſiſtentibus aut deferentibus feruntur, affectio. Ita corpora, quæ in vacuo projecta ab gravitatis actione parabolam deſcribunt, in fluido curvam faciunt, quæ citiſſimè à motûs initio ad lineam verticalem convergit, eamque numquam planè attingit.

§. XVII. Puto itaque à remotiſſimis temporibus corpora, quæ circa Solem feruntur, longè majori angulo inclinata fuisse ad Æquatorem Solis, in diversisque Planetis admodùm magis diversam habuisse, quàm nunc habent inclinationem. Ea verò ab atmosphæra solari sensim in arctos, qui nunc sunt, limites fuisse coacta, & post tempus infinitum, manentibus reliquis esse in eodem Æquatore coïtura. Quæ si ita sint, apparet, utrique desiderato §. VI. indicato simul nunc esse satisfactum. Facit nempe actio atmosphæræ cum gravitate solari conjuncta, ut corpora circa Solem mota planum Æquatoris solaris appetant: faciunt cita corporum convergentia, cùm obliquitates magnæ sunt, & longæva mundi creatio, ut eadem corpora nunc fere sint in Æquatoris istius plano: denique, quòd in eo non perfectè posita sint plano, in causa est tempus infinitum, post quod demum talis communis positio oriri possit.

§. XVIII. Huic nostræ sententiæ non repugnat, quòd ex antiquissimis observationibus loca Planetarum non fuisse mutata videntur. Probabile enim est, materiam usque adeò esse subtilem, ut cùm Æquatori solari vicina sunt corpora cœlestia, nullam in illis mutationem notabilem facere possint tempora plurimorum sæculorum; neque præterea certum est, si Hipparchi temporibus observationes astronomicæ eâ accuratione, quâ nunc solent, fuissent institutæ, nullam differentiam sese fuisse manifestaturam. Huc pertinet exemplum eclipticæ, cujus obliquitas ad Æquatorem ante bis mille circiter annos à Pythea observata fuit 23° 49′ 10″, quæ hodie 23° 29′ statuitur, quâ de re legi merentur, quæ exstant in Hist. Acad. Reg. Sc. Paris. ad an. 1716, pag. 48. & seqq. Equidem non satis perspectum habeo, quantùm observationibus veterum Astronomorum fidi possit; neminem autem esse puto, qui sidera cœlestia nullis mutationibus obnoxia statuat. Nec enim mundus est ab æterno, nec in æternum durabit, nec utique donec durabit, in eodem constantissimè statu perseverabit. Moveri censentur Nodi Apheliaque, idque certè postulat eadem nostra, quam huc usque tradidimus theoria. Quidnî ergo etiam inclinationes Orbitarum ad planum Æquatoris solaris mutari poterunt? non puto tamen Orbitas, quæ semel ad unam partem inclinatæ fuerunt, transire posse ad inclinationes contrarias, sed esse in his statum aliquem durationis, ad quem tendunt, qui aderit simul ac ad Æquatorem pervenerint.

Fortaſſe etiam Aphelia & Nodi ſuos habent limites, quos ſi attigerint, nullas ampliùs variationes habitura ſint: hæcque veroſimiliter ratio eſt, quòd tam lentè moveantur: quicquid enim ſtatui durationis proximum eſt, lentiſſimas ſubit mutationes: non poteſt autem non ei eſſe proximum, quod à tam longo tempore ad eundem vergit. Variationes Lunæ aliùs ſunt indolis, & ex alio etiam derivandæ ſunt fonte: habent enim hæ ſuos ultra citraque terminos ad quos uſque recurrunt. Puto tamen periodos, quas variationes Lunæ habent, ſuas quoque pati inæqualitates, nunc minores, quàm olim fuerunt, & tandem prorſus abituras, hacque in re cum Planetis primariis convenire.

Interim notari meretur, Lunam parum aut nihil ad Æquatorem Solis ab atmoſphæra ſolari appelli: quantum enim appellitur, dum ab uno Nodo ad alterum movetur, tantum repellitur dum ab hoc ad primum regreditur. Nullum autem dubium eſt, quin potiùs ſenſim ad Æquatorem terreſtrem Orbitæ ejus ſint acceſſuræ, ſi modò atmoſphæra Terræ in regione Lunæ aliquam reſiduam habeat denſitatem perceptibilem, quod tamen vix credo, quin potiùs totam atmoſphæram terreſtrem priùs terminari puto, quàm ad regionem lunarem aſcenderit. Suprà enim §. VII. jam monuimus, atmoſphæram Terræ nimis rareſcere, quàm ut in mediocribus elevationibus ampliùs eſſe poſſit perceptibilis. Inde intelligitur, cur Orbitæ lunares nec Æquatori Solis, nec Æquatori Terræ ſint admodùm vicinæ.

§. XIX. Alia res eſt in atmoſphæris Jovis & Saturni, in quibus, ut non dubito, denſitates lentiùs decreſcunt. Etiamſi enim in illis, ut in atmoſphæra terreſtri proximè fit, denſitates in ratione geometrica decreſcere ponantur, dum altitudines arithmeticè progrediuntur; fieri tamen poteſt, ut cum ſingulis milliaribus in terreſtri atmoſphæra denſitates dimidiantur, in atmoſphæris Joviali & Saturnia incomparabilitermajor ad id requiratur elevatio, & ſic utrobique in Satellitum regione atmoſphæra notabilem ſuperſtitem habeat denſitatem, idque eò faciliùs, quòd hi Satellites à Planetis ſuis ratione habitâ ad diametros horum Planetarum, non ſint admodùm remoti.

His præmonitis, quivis jam rationem percipit, quòd Satellites Jovis æque ac Saturni (ſi modò in hoc extremum Satellitem excipias) ſint proximè in communibus planis, quamvis plana ambo

ambo ſint inter ſe valde diverſa : angulum enim faciunt circiter 31 graduum, planum autem ab utraque parte affectant Æquatoris Planetæ primarii. Quod verò ad quintum Satellitem Saturni attinet, res mira eſt, quòd à regula generali recedat. Dum enim reliqui quatuor Satellites æquè ac annulus in plano Æquatoris Saturnii proximè ſiti ſunt, ſolus extremus ab hoc plano 15 aut 16 gradibus declinat, utì id demonſtravit Cel. Caſſini in comment. Acad. Reg. Sc. Pariſ. an. 1714, pag. 375.

Videbitur id fortaſſe primo intuitu theoriæ noſtræ contrarium; mihi verò poſtquam omnia attentè conſideraſſem, admodùm placuit iſtud phænomenon, cùm de illo cogitare inciperem. Jam enim mihi perſuaſeram, atmoſphæram ſaturniam non ſe extendere ad regionem quinti Satellitis, aut ſaltem notabilem ibi denſitatem non habere amplius; idque ideò menti infixum tenebam, quòd ab atmoſphæris corporum motum horum circa axem proprium pendere crederem, & cùm Luna faciem eandem ſemper Terræ obvertat, confirmatus fui in ſententia, atmoſphæram Terræ ad Lunam non pertingere. Tum protinùs in mentem venit, quòd quintus quoque Satelles Saturnius eandem ſemper Saturno faciem oſtendat, indicio eſſe, eum pariter ab actione atmoſphæræ ſaturniæ liberum, nec proinde ad Æquatorem Saturni appelli. Quibus ita penſitatis, magnâ animi voluptate intellexi, me jamjam veram penetraſſe rationem, quâ extremus Saturni Satelles, iſque ſolus, tum in ſyſtemate ſaturnio, tum in joviali atque ſolari à plano corporis, circa quod volvitur, tantùm declinat. Tum quoque intellexi, omni jam fundamento deſtitui conjecturam Hugenii atque Newtoni, Satellites ſingulos, Lunæ inſtar, Planetis ſuis primariis invariatam manifeſtare faciem, remque aliter eſſe jam pro demonſtrato habeo, reliqui enim Satellites omnes ſuis involuti ſunt atmoſphæris, quia minimo angulo Æquatorem Planetæ primarii ſecant.

§. XX. Hæc de Planetis ſecundariis. Videntur autem ſententiæ noſtræ admodùm favere atque adeò opportunè monita. Revertor ad atmoſphæras corporum cœleſtium, & quoniam ab his petii ſolutionem Problematis, earum actionem breviter ad regulas revocabo mechanicas. Quod autem de atmoſphæra ſolari dicam, ad reliquas pertinebit omnes. Orbitæ Planetarum in duobus interſecant locis Æquatorem Solis, quos vocabo *Nodos ſolares*. Putemus aliquem Planetam in alterutro nodo poſitum, & inde curſum ſuum pergere; dum verò ſic in directione ad Æquatorem ſolarem obliquè movetur, ſimul ab atmoſphæra celeriter circumacta, motum acquirit eidem Æquatori parallelum, ſed incomparabiliter priori minorem; & quia directiones in utroque motu conſpirant, ubicunque Planeta poſitus ſit, apparet motum compoſitum inde continuè fieri magis Æquatori parallelum.

(Notetur in Planetis ſecundariis actionem atmoſphæræ Solaris curſui Satellitum modò ſecundum, modò contrarium eſſe, quæ ratio eſt, quòd Satellites non vergunt ad Æquatorem Solarem, ſed ad Æquatorem Planetæ ſui primarii.) Hicque Planetarum ad Æquatorem acceſſus maximè ſenſibilis eſt in Nodis, in locis maximi ab Æquatore receſſûs nullus eſt, quia ibi tangentes ſunt Æquatori parallelæ. In ſimilibus autem ratione diverſorum Planetarum locis acceſſus ad Æquatorem eò ſenſibiliores erunt, quò magis Orbitæ tangentes ab Æquatore reclinant, quò minores habent diametrum & denſitatem Planetæ, quò majoris eſt denſitatis materia atmoſphæræ circumfuſæ, & quò major eſt differentia inter celeritatem præfatæ materiæ ac Planetæ; quæ omnia, quia ratione diverſorum Planetarum definiri nequeunt, conjicere non poſſumus, quinam Planetæ citiùs convergant ad Solis Æquatorem.

§. XXI. Poſtquam multis rationibus probabile fecimus, quòd Planetæ ad Æquatorem Solis tendant, & poſt longa tempora viciniùs ad eandem ſint appropinquaturi, erit è re noſtra, ut videamus ex obſervationibus aſtronomicis, quamnam actu habeant Orbitæ ad eundem Æquatorem inclinationem. Id verò cognoſcitur ex ſitu Nodorum, ex inclinationibus Planetarum ad eclipticam, & ex ſitu Æquatoris ſolaris ratione eclipticæ. Secundùm Keplerum, eſt nunc Nodus aſcendens Saturni in 22° 49′ Cancri, ejuſque inclinatio maxima ad eclipticam 2° 32′: Jovis ☊ in 5° 31′ Cancri, ejuſque inclinatio 1° 20′: Martis ☊ in 17° 50′ Tauri, atque ejus inclinatio 1° 50′: Veneris ☊ in 14° 49′ Geminorum, inclinatio 3° 22′: Mercurii ☊ in 14° 47′ Tauri, inclinatio 6° 54′; atque in his determinationibus recentiores etiam Aſtronomi proximè conveniunt: ſed major inter illos diſſenſus eſt, in definiendo Æquatoris ſolaris ſitu; nec certè obſervationes hanc in rem inſtitutæ ejus ſunt indolis, ut accuratè definiri queat. In Hiſt. Acad. Reg. Sc. Pariſ. ad annum 1701, ſtabilitur inclinatio ejus ad eclipticam 7° 30′, & in commentariis ejuſdem anni polus Æquatoris ſolaris versùs Boream reſpondere dicitur 8° Piſcium. Secundùm has hypotheſes interſecatur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	5°	58′
Jovis	6	21
Martis	5	49
Terræ	7	30
Veneris	4	10
Mercurii	2	56

Inclinatio maxima pertinet ad Orbitam Terræ, quæ cum Æquatore Solis angulum facit 7° 30′.

§. XXII. Quia verò incerta admodùm eſt poſitio Æquatoris ſolaris, ita ut non defuerint qui illum cum ecliptica angulum facere affirmarent duobus gradibus vix majorem; non abſurdum erit, ejus axi talem affingere poſitionem, ut inclinatio Æquatoris media ad Orbitas Planetarum minima ſit, cui conditioni tentando ſatisfieri poteſt. Ita in præcedente hypotheſi inclinatio media Orbitarum eſt 5° 11′. At ſi Æquatorem Solis eclipticam ſecare ponamus ſub angulo 3° 22′, & polus Æquatoris Boream reſpiciens ſtatuatur in 20° Piſcium, tunc interſecabitur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	1°	51′
Jovis	2	7
Martis	2	4
Terræ	3	22
Veneris	0	20
Mercurii	4	34

Et ſic fit inclinatio Orbitarum media, quæ anteà fuit 5° 11′, tantùm 2° 23′. Hanc igitur axis poſitionem, etſi tantùm argumento quod dicunt à poſteriori indicatam, fere prætulerim aliis, quæ obſervationibus macularum innituntur, donec certior methodus aliquando ab Aſtronomis pro illius poſitione determinanda excogitetur.

§. XXIII. Cùm suprà actionem atmosphæræ solaris, quâ Terra & Planetæ ad Æquatorem Solis sollicitantur, mechanicè explicarem, materiam atmosphæræ celeriùs circumagi consideravi, quàm corpora eidem immersa, neque verò id posui ceu aliquid, quod in theoria nostra aliter esse nequeat: visum mihi potius est aliundè probabile. Sit verò, si ita videbitur, nec majori velocitate moveatur atmosphæra, imò feratur minori quàm Planeta; nihilominùs hunc sensim ad Æquatorem solarem reducet. Quod ut appareat, motus atmosphæræ resolvi potest in duos alios, quorum unus sit motui Planetæ parallelus, alter ad priorem perpendicularis: hic verò, quia semper versùs Æquatorem agit, non potest non Planetam ad eundem sollicitare.

§. XXIV. A Planetis veniamus ad Cometas. Dico autem, hos inclinationem suam ad Solis Æquatorem, quantacumque sit, non posse sensibiliter mutare, quia fere semper sunt aut planè positi extra atmosphæram Solis (prouti verisimiliter Luna est respectu atmosphæræ terrestris, & quintus Satelles Saturni ratione atmosphæræ saturniæ) aut ob nimiam atmosphæræ raritatem ab illa parùm in motu suo perturbari possunt. Equidem cùm Cometæ sunt circa perihelium, aliquantulum ad Æquatorem Solis accedent: sed tempus id vix est comparabile cum reliquo revolutionis tempore. Apparet autem ex exemplis suprà §§. XI. & XII. allatis, pro densitatibus atmosphæræ solaris, quòd cùm densitas ista crescere desiit, deinde tam citò decrescat, ut fere mox omnis evanescat; quod confirmat, Cometas, quorum distantia à Sole per totum fere revolutionis tempus quasi infinita est, parùm ad Æquatorem Solis appelli. Interim tamen facilè mihi persuaderi patiar, Orbitas Cometarum ad Æquatorem aliquantulùm accessisse. Quod ad hanc me procliviorem facit opinionem, hoc est: in magno quorum Ephemerides habentur, Cometarum numero, visum fuit, inclinationem mediam ad Æquatorem Solis probabiliter futuram fuisse 45° proximè nisi ad eundem aliquantulùm accessissent. Igitur catalogum adhibui Cometarum, ut eorundem inclinationem mediam cognoscerem. Hæc autem non potest non eadem esse ad sensum, sive planum Æquatoris solaris, sive eclipticæ consideretur, quia parum differunt hæc ambo plana, & cùm aliqui Cometæ majorem habent inclinationem ad Æquatorem Solis, quàm ad eclipticam, alii habent minorem, eritque inclinatio media proximè eadem. Idem quoque valet ratione ejus, quòd inclinationes in ſingulis Cometis non accuratè habeantur; errores enim ab utraque parte ſe probabiliter deſtruent. Catalogus Cometarum hic eſt:

Cometæ anni 1337, inclin. ad eclipt..	32°	11′	0″
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	46
1694	11	46	0

Inclinatio media eſt 43° 39′. Ex qua apparet, Orbitas Cometarum à Plano Æquatoris Solis aut nihil affici, aut ſi afficiantur, accedere potiùs ad iſtud planum, quàm recedere.

§. XXV. Quoniam in eo nunc ſumus occupati, ut oſtendamus differentiam Cometas inter & Planetas, experientiâ confirmatam, ac theoriæ noſtræ omninò conformem, lubet hìc adjicere aliam, quæ pariter cum theoria egregiè conſentit. Verſatur autem in excentricitatibus tum Cometarum tum Planetarum. Res profectò mirabilis est, Cometarum omnium excentricitates esse quasi infinitas. Planetarum autem pene nullas. Cujus rei videant, an rationem mechanicam reddere possint, qui phænomena cœlestia simplici gravitationum attractionumve hypothesi explicare cupiunt. Nos verò cùm gravitationi adjungimus actionem atmosphæræ solaris circa axem Solis motam, rem ita explicabimus, ut videatur, aliter esse non potuisse. Seponamus itaque rationem atmosphæræ, gravitationem autem distantiarum à Sole quadratis reciprocè proportionalem ubique statuamus: sitque nunc corpus in directione ad radium è Sole ad corpus ductum perpendiculari projiciendum. Si projectio eâ fiat celeritate, quam corpus altero tanto à Sole elevatum casu suo versùs Solem ad pristinam usque altitudinem acquirit, movebitur in circulo circa Solem: si minori projiciatur velocitate, movebitur in ellipsi, eritque locus projectionis aphelium; si majori, rursus in ellipsi feretur, sed in qua locus projectionis sit perihelium. Hæc ex cognitis principiis mechanicis derivantur. Si omninò casualis sit projectionis velocitas, uti ratione nostrum est, & omnes possibiles velocitatis gradus ad infinitesimum usque æquè facilè contingere ponantur, probabile imò certum erit, excentricitatem ellipsis, quam corpus projectum describet, fore infinitam. Quia verò in natura non dantur reapse velocitates infinitæ, res ita immutanda erit, ut dicatur admodum probabile esse, ingentem & tantùm non infinitam fore excentricitatem. Et cùm in vacuo fit motus aut quasi vacuo, ellipses semel descriptæ aut sine fine continuabuntur, aut diutissimè durabunt. Hæc, nî fallor, accuratè ostendunt, quare Cometæ ellipses fere parabolicas describant, quia & probabiliter in origine sua tales describere debuerunt, & easdem ceu ab actione atmosphæræ solaris fere planè liberi, non possunt non diutissimè continuare. Sed cùm idem ratiocinium ad Planetas atmosphæræ actioni involutos applicamus, intelligimus quidem potuisse eos ellipses in ortu suo describere valdè excentricas, sed sensim ad Orbitas circulares vergere debuisse, & aliquando tales propiùs esse descripturos; quod sic demonstro: Materiæ atmosphæricæ velocitas à Sole versùs peripheriam verosimiliter crescit (quamvis etiam tempus periodicum crescat, utì monui §. VIII.) quia in hypothesi, quòd motus cujusvis crustæ liberè fiat, velocitates in eâdem ratione cum diſtantiis ab axe Solis creſcere debent. Planetæ autem velocitas eò major eſt, quò Soli ſit propior; igitur ſi Planeta velocitatem mediam (ad mediam autem aliquam velocitatem conſtantem neceſſariò vergere debet) jam conſervare ponatur, fieri non poteſt, quin in perihelio ab atmoſphæra retardetur, in aphelio acceleretur; utrumque autem, quod ex mechanicis demonſtratur, facit, ut corpus Orbitam magis circularem, minuſque excentricam deſcribat, ita ut mirum non ſit, Planetas, Orbitas circa centrum Solis nunc fere circulares deſcribere; perfectè autem circulares non niſi poſt tempus deſcribent infinitum. Quia porrò multa concurrunt, quæ in Planetarum corporibus definiri nequeunt, ad diminutionem excentricitatis ſenſibiliorem faciendam, dici non poteſt, quiſnam Planeta vi iſtius theoriæ probabiliter magis minus-ve excentricus eſſe debeat. Concurrunt autem eadem fere, quæ in inclinatione Orbitarum ad Æquatorem Solis, quæ §. XX. recenſui; ita ut confirmer in poſitione, quam §. XXII. à poſteriori dedi Æquatori ſolari. Quia pro iſta poſitione inclinatio Orbitæ Veneris ad Æquatorem Solis fere nulla eſt, prouti quoque excentricitatem ejus fere nullam eſſe, nôrunt Aſtronomi: in Mercurio verò & inclinatio ad Æquatorem Solis, & excentricitas maxima eſt.

§. XXVI. An-non meliùs nos huic philoſophandi methodo, quæ ubique naturæ phænomenis convenit, committemus, quàm ut protinus Deum, ut dicunt, ex machina accerſamus, & ejus voluntati immediatè tribuamus, quod ex legibus à ſummo rerum Creatore omnibus corporibus præſcriptis conſequitur: anque fieri poteſt, ut voluntas Dei non plenum ſuum habeat effectum? ut Orbitas coincidere voluerit, nec perfectè coincidant; ut circulares circa Solem voluerit, nec perfectè tales ſint, & quæ ſunt hujuſmodi alia. Ad ea quoque pertinet, quòd motus Terræ omniumque Planetarum ad communem tendant plagam, & quidem quòd ad eandem versùs quam Sol motu ſuo circa axem movetur; quòd eadem motuum affectio etiam in ſyſtemate joviali ſaturnioque ſit: quæ omnia talia ſunt, ut ſi adhuc lateant, ex theoria noſtra prævideri poſſint, & quorum tamen vel ipſe Newtonus philoſophator acutiſſimus, rationem mechanicam excogitari poſſe nullam affirmat, in tractatu ſuo optico.

§. XXVII. Denique nec id omittere debeo, quod ad motum Planetarum circa axem suum pertinet. Visum enim fuit hunc quoque à motu atmosphæræ solaris, qualem hactenus adhibuimus, illustrari. Fingamus vorticem, cujus partes singulæ eodem tempore revolvantur, eique corpus immersum homogeneum, quòd simul motu cum fluido communi feratur; corpus id eandem perpetuo vorticis axi faciem obvertet; ita enim apparet contingere, cùm quælibet corporis particula ad fluidum pertinere putatur. Sed si tempus periodicum à centro versùs peripheriam crescit in vortice, tum corpus circa axem feretur, motu vortici contrario, quod percipimus cùm corpus alternatim liquescere in suamque se figuram restituere consideramus. Attamen axis corporis axi vorticis parallelus manebit: sed si corpus heterogeneum sit, sique corpus in plano ad axem vorticis non perpendiculari incedat, variis modis fieri potest, ut axis corporis axi vorticis non sit parallelus. Hæc si ita sint, ratio non difficulter percipitur motuum, quos Planetæ, ipsaque Terra circa axem habent. Contrarii erunt vertigines motibus circa Solem, quia tempora periodica in atmosphæra solari, crescentibus distantiis à Sole, simul crescunt. [* At si ponamus insuper centrum corporis, quod anteà communi velocitate cum materia ferri finximus, tardiùs procedere simulque velocitates materiæ crescere versùs extrema, in qua nos stare utraque sententia testantur §§. VIII. & XX. videmus fieri sic posse, ut vertigines Planetarum cum motu suo revolutionis conspirent, quia hemisphærium Planetæ à Sole aversum majorem impetum recipit à materia atmosphæræ quàm hemisphærium Solem spectans.] Axis quoque corporum, quomodò possit esse obliquus ad axem Solis intelligitur, nec difficile est videre tempora vertiginum augeri maximam partem ab aucta differentia temporum periodicorum materiæ, ubi hæc extremitates Planetarum radit. Hæc differentia eò major erit, quò major est diameter Planetæ, & quò minus à Sole distat; cui proprietati non malè respondent tempora vertiginum in Venere, Terra, Marte & Jove (in Mercurio & Saturno adhuc latent); attamen non à Solis Planetarum diametris eorundem definiri vertiginum tempora, nec theoria postulat, nec observatis astronomicis probabile fit. Hæc ita in corporibus vortici immersis: ea verò quæ à vortice non afficiuntur

** Author postquam se præmio donatum fuisse accepisset, verba quæ sunt intra parenthesin quasi à scriba omissa, restituenda misit.*

ideò

ideò faciem immutatam centro, circa quod feruntur, obvertunt, quia centrum gravitatis locum à centro revolutionis remotissimum appetit, quæ ratio est, quòd Luna Terræ & extremus saturnius Satelles Saturno invariatam faciem ostendat. Atmosphæra autem solaris in Satellitibus non potest revolutionem, sed tantùm levem aliquam titubationem producere.

§. XXVIII. Hæc sunt quæ à longo quidem tempore in argumentum ab Academia propositum meditatus sum, sed quæ non-nisi festinanter in chartam conjicere licuit. Spero adeoque, si qui errores fortasse in numeros, de quibus Astronomi inter se conveniunt, aut qui facillimo calculo inde deduci possunt, irrepserint, hos mihi facilè condonatum iri. Brevis ubique fui, quia festinare debui: alia multa nova potuissem superaddere, tumque etiam allata magis extendere, & sic majus volumen hisce nostris disquisitionibus conciliare. Puto tamen hæc pro desideratis Academiæ sufficere.

FINIS.

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PREMIER
DES PRIX
PROPOSÉS
PAR L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,
POUR L'ANNÉE M. DCCXXXVII.

Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.

Avertissement de l'Académie.

PLUSIEURS excellentes Piéces que l'Académie a reçûes cette année sur le sujet des Ancres, sont le fruit du delai auquel elle se détermina en 1735. Cependant ayant divisé ce Sujet en trois parties différentes, qui devoient faire l'objet d'autant de Prix, elle n'a pas trouvé des Piéces d'un égal mérite pour tous les trois. La figure des Ancres, comme plus susceptible de l'application de la Géométrie, est la partie qui en a fourni davantage, & les meilleures. Celle de la Forge & de la fabrique des Ancres, n'en a donné qu'un petit nombre; & l'épreuve des Ancres n'en a point procuré que l'Académie ait pû couronner sous ce titre. La Compagnie a donc adjugé le Prix du Sujet, *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres?* à la Piéce N° 5 (de 1737) qui a pour Devise,

Hîc teneat nostras Anchora jacta rates,

& qui est de M. *Jean Bernoulli*, Docteur en Droit.

Elle a donné le Prix de la fabrique, *Quelle est la meilleure maniére de forger les Ancres?* au N° 7, dont la Devise est *Vis unita fortior*, & qui est de M. *Tresaguet*, ancien Ingénieur des Ponts & Chaussées.

A l'égard du troisiéme Sujet, *Quelle est la meilleure maniére d'éprouver les Ancres?* & qui ne lui a pas paru suffisamment rempli, Elle a jugé à propos de distribuer le Prix qu'elle y avoit destiné, en égale part à deux Piéces, où elle a trouvé d'ailleurs des Recherches curieuſes & utiles, tant ſur la figure des Ancres, que ſur les autres Sujets, & ſur pluſieurs pratiques qu'elle n'a pas voulu qui fuſſent perdues pour le Public.

L'une, qui eſt le N° 9, & qui a pour Deviſe, *Omnia conando docilis ſolertia vincit*, eſt de M. *Daniel Bernoulli*, Profeſſeur en Anatomie.

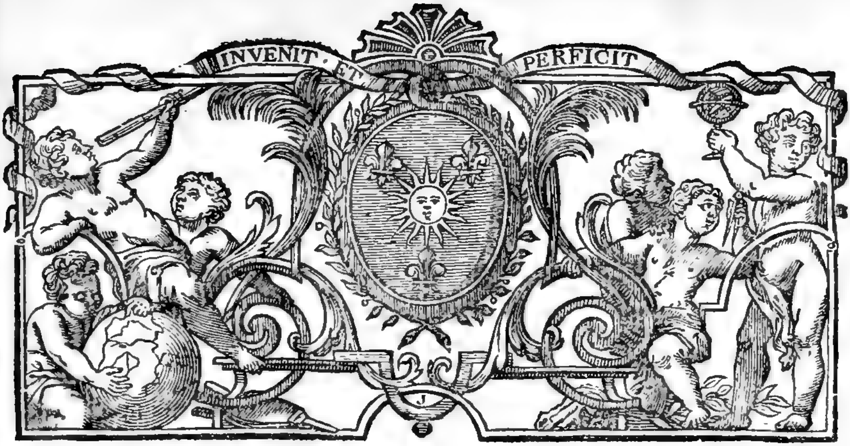
L'autre; N° 11, qui contient trois parties, & qui a trois Deviſes, par ce vers ainſi varié,

$$\textit{Hîc teneat noſtras Anchora} \left\{\begin{array}{c}\textit{Firma}\\ \textit{Ducta}\\ \textit{Certa}\end{array}\right\} \textit{rates},$$

eſt de M. le Marquis *Poleni*, Profeſſeur de Mathématique à Padouë.

Les deux Piéces qui ont le plus approché du Prix, & c'eſt par rapport à la fabrique ou à l'épreuve des Ancres, ſont le N°. 5 (de 1735) qui a pour Deviſe, N° 154.

Et le N° 13 (de 1737) qui a pour Deviſe, *Si non bene ſaltem voluiſſe decorum eſt*, eſt de M. le Comte de Crequi.



DISCOURS
SUR
LES ANCRES.

QUELLE EST LA FIGURE LA PLUS AVANTAGEUSE QU'ON PUISSE DONNER AUX ANCRES ?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le premier Prix de l'année 1737.

Hic teneat noſtras Anchora jacta rates.

Ovid. lib. 1. *de Art. am.*

---

§. I.

L'ILLUSTRE Académie Royale des Sciences ayant jugé à propos de propoſer une ſeconde fois le ſujet qu'elle avoit déja propoſé pour le Prix de l'année 1735 ; elle en a fait trois ſujets différens, énoncés en ces termes :

1°. *Quelle eſt la figure la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Ancres ?*

2°. *Quelle eſt la meilleure maniére de forger les Ancres ?*

3°. *Quelle eſt la meilleure maniére d'éprouver les Ancres ?*

C'eſt principalement ſur le premier de ces trois ſujets que j'ai l'honneur de lui propoſer mes réflexions dans ce petit Diſcours, que j'oſe ſoumettre au jugement éclairé de mes Juges. Je m'attacherai cependant auſſi à expliquer mes penſées ſur le troiſiéme ſujet, en faiſant voir de quelle maniére on pourra faire les épreuves convenables ſur des modeles de petites Ancres, pour en tirer des conſéquences applicables aux grandes.

§. II.

Il y a lieu de croire, que l'Académie en demandant *quelle eſt la figure la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Ancres*, veut ſçavoir proprement *quelle eſt la meilleure maniére de ſe ſervir des Ancres, non-ſeulement par rapport à la figure qu'il convient de leur donner, mais auſſi par rapport à d'autres circonſtances auxquelles il eſt bon d'avoir égard ?* Pour me conformer donc le plus qu'il eſt poſſible à ſon intention, je crois devoir conſidérer l'Ancre dans trois tems différens, ſçavoir, lorſqu'elle tombe au fond de la mer, lorſqu'elle y entre, lorſqu'elle y eſt fixée. C'eſt-là l'ordre que je ſuivrai dans cette Diſſertation; j'appuyerai auſſi mes raiſonnemens ſur quelques expériences qui leur ajoûteront beaucoup de poids.

§. III.

Avant que d'entrer en matiére, il faut que j'explique les parties dont eſt compoſée l'Ancre repréſentée dans la Fig. 1.

Fig. 1. *DH* eſt une piéce de fer, qu'on nomme la *verge*; la partie *EDE* ſoudée au bout de la verge, qui fait la croix de l'Ancre, s'appelle la *croiſée*; *DE*, la moitié de la croiſée, eſt appellée le *bras* ou la *branche*; au bout de la branche eſt ſoudée la patte *F*; je ne conſidérerai au commencement le bras de la croiſée avec ſa patte, que comme une ſeule ligne droite. A l'autre bout *H* de la verge, eſt attachée une piéce de bois perpendiculairement au plan de la croiſée, c'eſt le *jas* ou *jouet* de l'Ancre; *C* repréſente un gros anneau de fer

nommé l'*arganneau*, auquel eſt attaché le *cable*, qui eſt une groſſe corde, par le moyen de laquelle le Vaiſſeau eſt arrêté après que l'Ancre eſt jettée.

Je ne parle pas des *Grapins d'abordage*, autre eſpece d'Ancre que celle que nous avons repréſentée, ayant ordinairement quatre branches, & des crochets en place de pattes; on ne ſe ſert de ces *Grapins* que ſur les Galéres, ou bien pour accrocher un Vaiſſeau ennemi, & je ne crois pas qu'ils faſſent partie du ſujet propoſé; d'ailleurs le plus eſſentiel de ce que je dirai ſur les Ancres, pourra s'entendre auſſi des *Grapins*.

§. IV.

Quand l'Ancre tombe au fond, elle n'y mord pas auſſitôt, ou du moins pas toujours; cela dépend de la ſituation où elle ſe trouve alors, & qui n'eſt pas toujours la même; quelquefois le plan de la croiſée eſt perpendiculaire ſur le fond de la mer, quelquefois il lui eſt parallele ou preſque parallele, & le plus ſouvent il eſt oblique. Toutes ces ſituations ne ſont pas indifférentes ſans doute, & chacun voit que la premiére eſt la plus propre pour faire mordre & enfoncer l'Ancre dans le fond.

§. V.

Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on trouvât un moyen pour faire prendre à l'Ancre, en tombant au fond, telle ſituation qu'on voudroit lui donner; outre qu'on pourroit ſe paſſer alors du *jas*, qui eſt fort embarraſſant, & qui ne ſert tout au plus qu'à empêcher que l'arc de l'Ancre ou la croiſée ne prenne la ſituation parallele au fond.

§. VI.

L'Ancre ayant une fois mordu, il s'agit de la faire entrer auſſi avant & avec autant de force qu'il eſt poſſible, dans le fond; & il eſt à remarquer ici, qu'à meſure qu'elle avance, on conçoit que ſa verge change de direction, & qu'ordinairement elle fait au commencement un angle avec le cable, comme dans la Fig. 2. que cet angle devient de plus en plus obtus, à meſure que le cable eſt tendu plus fort par l'effort que le Vaiſſeau fait pour s'éloigner de l'endroit de l'Ancre Fig. 2.

qui l'arrête, & qu'à la fin le cable étant fortement tendu; il est presque en droite ligne avec la verge comme dans la
Fig. 3. Fig. 3. & l'un & l'autre peuvent alors passer pour une seule ligne droite, qui sera comme horisontale, si la longueur du cable surpasse considérablement la profondeur de la mer, d'autant que le plus souvent on n'est pas en état de jetter l'Ancre en des endroits fort profonds. Cependant si on avoit l'invention de mettre l'Ancre dans telle situation que l'on voudroit, lorsqu'elle est au fond, on pourroit, par ce moyen, faire en sorte que la verge fût dès le commencement en ligne droite avec le cable, ce qui seroit encore un avantage considérable.

§. VII.

L'invention dont je viens d'insinuer l'utilité, ne me paroît ni impossible, ni même difficile; je vois à vûe de pays plusieurs moyens pour en venir à bout; mais cette matiére n'étant pas de mon ressort, je n'oserois me hasarder à en proposer un ici, craignant qu'il ne se trouvât dans son exécution des difficultés auxquelles je n'eusse pas pensé.

§. VIII.

Voyons maintenant ce qui fait pénétrer l'Ancre plus avant dans le fond, lorsque le Vaisseau vient à être entraîné par les vagues, & aussi par le vent qui donne toujours contre le Vaisseau, quand même les voiles sont *carguées*. C'est d'un côté la résistance que le poids de l'Ancre oppose à ce que le Vaisseau ne soit emporté avec trop de facilité, & de l'autre l'obliquité de l'angle sous lequel l'Ancre a mordu dans la terre.

Il faut sans doute que l'Ancre ait un certain poids; car il est clair, que si elle étoit trop legere, outre qu'elle seroit sujette à la rupture, son peu de résistance seroit aisément surmonté par la force avec laquelle les vents & les vagues poussent le corps du Vaisseau; cependant elle ne doit pas être trop lourde ou trop pesante non plus, parce qu'on auroit trop de peine à la retirer. Il faut donc un certain milieu, qu'il seroit impossible de déterminer par le calcul; cela dépend

dépend d'une infinité de circonſtances, qui ne ſont pas déterminées elles-mêmes : il a fallu conſulter pour cela l'expérience, de même que pour la longueur & l'épaiſſeur de l'Ancre. On fait l'épaiſſeur de la plus grande, nommée la *maîtreſſe Ancre*, d'autant de pouces qu'il y a de pieds dans la moitié de la largeur du Vaiſſeau ; pour ce qui eſt de la longueur & du poids de la maîtreſſe Ancre, leur proportion eſt marquée dans la Table qui ſuit, par laquelle il paroît que la longueur de l'Ancre doit être comme la largeur du Vaiſſeau, mais le poids de l'Ancre en raiſon cubique de la même largeur du Vaiſſeau.

TABLE contenant la longueur & le poids que doit avoir la grande Ancre d'un Vaiſſeau, à proportion de la largeur de ce Vaiſſeau.

Largeur du Vaiſſeau.	Longueur de l'Ancre.	Poids de l'Ancre.
Pieds.	Pieds.	Livres.
8	$3\frac{1}{5}$	33.
9	$3\frac{3}{5}$	47.
10	4	64.
11	$4\frac{2}{5}$	84.
12	$4\frac{4}{5}$	110.
20	8	512.
30	12	1728.
40	16	4096.
50	20	8000.

§. IX.

J'ai dit qu'outre le poids de l'Ancre c'étoit auſſi l'obliquité de l'angle ſous lequel la patte ſe préſente au fond, qui la faiſoit entrer de plus en plus, à meſure que le Vaiſſeau eſt pouſſé. En effet, tout angle n'eſt pas également propre pour cela, & l'on voit d'abord qu'on n'obtiendroit pas cet effet de l'Ancre, ſi on la faiſoit comme elle eſt repréſentée

Fig. 4. dans la Fig. 4. en ſorte que la croiſée avec ſa patte fût en ligne droite perpendiculaire à la verge, parce que la direction de la force avec laquelle la verge eſt tirée, ſeroit perpendiculaire à la direction de la croiſée, & qu'ainſi cette force ne contribueroit en rien pour faire entrer l'une des pattes dans le fond.

D'un autre côté l'on voit auſſi que ſi la croiſée étoit trop oblique, c'eſt-à-dire, ſi elle faiſoit un angle trop aigu

Fig. 5. avec la verge, comme dans la Fig. 5. il arriveroit que la patte ne mordroit pas aſſez dans le fond, & qu'en avançant elle friſeroit ſeulement la ſurface de la terre, ou tout au plus elle ne feroit que des ſillons ou des rayons pareils à ceux que fait le ſoc d'une charrue en remuant la terre; le *Vaiſſeau chaſſeroit ſur ſon Ancre*, comme les Marins s'expriment, parce que la réſiſtance de l'Ancre ne ſeroit pas ſuffiſante pour l'arrêter.

§. X.

Cherchons donc l'Angle le plus favorable, c'eſt-à-dire, celui ſous lequel la patte entre le plus profondément, & avec le plus de facilité & de force.

Pour cet effet, nous n'avons qu'à déterminer généralement la force avec laquelle la patte entre dans le fond ſous un angle variable, & égaler enſuite cette force à un *maximum*, ce qui nous donnera le ſinus de l'angle le plus avantageux.

Fig. 6. Soit pour cette fin dans la Fig. 6. CA le cable, FG le fond de la mer conſidéré comme preſque parallele à la direction de la verge & du cable CB; AB la verge, NBE la croiſée. Ayant tiré HI perpendiculaire ſur BN, ſoit nommée cette HI (ſinus de l'angle cherché HBI) $= m$; (co-ſinus du même angle) $= n = \sqrt{(1 - mm)}$; HB (ſinus total) $= 1$; enfin, la force avec laquelle le cable eſt tiré $= f$. Cette force f étant appliquée obliquement à la branche BN, ne ſera pas toute employée ſuivant la direction BN; je la décompoſe donc ſuivant BI & HI, dont la premiére eſt dans la direction de BN, & la ſeconde per-

pendiculaire à cette même direction ; maintenant je dis, HB (1). BI (m) : : f (toute la force avec laquelle le cable est tendu,). mf, qui sera la partie de cette force employée suivant la direction BN; mais cette force mf n'est pas toute employée non plus à faire entrer l'Ancre dans le fond, & nous avons déja dit, que si la direction BN étoit fort oblique, l'ancre ne mordroit point. Il faudra donc derechef décomposer cette derniére force suivant NL parallele, & ML perpendiculaire au fond de la mer ; de ces deux forces, ce n'est que la derniére qui fait entrer l'Ancre dans le fond : or, cette force est $= mnf$; car prenant $MN = HB = 1$; ML sera $= HI = n$ & $NL = BI = m$, & j'aurai cette analogie, MN (1). ML (n) : : mf (toute la force suivant BN) à la force résultante suivant $ML = mnf$.

Ainsi cette force mnf, ou (divisant par la constante f) mn doit être un *maximum*, ce qui nous donne [en mettant pour n sa valeur $\sqrt{(1 - mm)}$ & puis en différenciant $m\sqrt{(1 - mm)}$] cette équation, $dm\sqrt{(1 - mm)} - \frac{mmdm}{\sqrt{(1-mm)}} = 0$, ou bien $mm = 1 - mm$, & partant $m = \sqrt{\frac{1}{2}}$, comme aussi $n = \sqrt{(1 - mm)} = \sqrt{\frac{1}{2}}$: le triangle rectangle HIB sera donc isoscéle, & par conséquent l'angle cherché HBI égal à un demi-droit.

§. XI.

Le calcul que nous venons de faire suppose,

1°. Que le fond de la mer est horisontal ; ce n'est pas que nous le croyons tel par-tout, ce qui seroit absurde, mais au moins il sera tel le plus souvent, & nous n'avons pas plus de raison de lui donner une autre situation, n'y ayant aucune certitude.

2°. Que le cable est horisontal aussi, ce qui n'est pas vrai à la rigueur; mais j'ai déja insinué ci-dessus, qu'il peut passer pour tel lorsqu'il est bien tendu & assez long, par rapport à la profondeur de la mer. On voit donc qu'il est bon de faire les cables aussi longs qu'il est possible, selon *que les* *autres circonstances le permettent*, afin qu'ils approchent d'autant plus d'être horisontaux.

Il y a encore une autre raison pour laquelle on doit faire les cables aussi longs que l'on peut ; c'est afin qu'ils prêtent mieux aux bouffées des vents, de même qu'aux secousses des vagues, & qu'ils soient moins sujets à se rompre ; parce que les extensions étant moins brusques dans une longue corde que dans une courte, elles prêtent plus aisément à la violence subite des bouffées & des secousses.

Quand je parle d'extension, ce n'est pas que je veuille dire par-là que les cables s'étendent réellement en longueur, mais c'est qu'un cable bien long, qui, comme l'on sçait, est fort pesant, ne sçauroit jamais être si bien tendu, qu'il ne lui reste encore quelque courbure, & que par conséquent les bouffées & les secousses ne le puissent tendre encore davantage ; c'est cette tension que j'ai appellée *extension*, & c'est dans ce sens qu'on pourroit dire d'une chaîne de fer suspendue horisontalement par les deux bouts, qu'elle s'étend, quoique le fer ne soit pas extensible, parce que les deux points de suspension s'éloignant l'un de l'autre, la chaîne paroît s'allonger.

§. XII.

Je dis qu'il est bon de faire les cables aussi longs qu'il est possible, selon *que les autres circonstances le permettent* ; car on pense bien qu'on ne peut pas les faire aussi longs que l'on veut à l'indéfini. On a sur un Vaisseau grand nombre de cables, & ces cables, si on les faisoit trop longs, ne laisseroient pas que d'embarrasser, tant par rapport au volume qu'au poids.

Mais il me vient une idée, qui peut-être n'est pas à rejetter, pour faire prêter un cable d'une longueur donnée autant que prêteroit un autre bien plus long, voici donc à quoi je pense : c'est de partager le cable en plusieurs parties, longues chacune de 20, 30 ou 40 pieds, & de joindre ces parties, par des ressorts de fer assez forts, comme seroit, par exemple, le
Fig. 7. ressort *BC* (Fig. 7.) entre les deux cordes *BA* & *CD*, lequel se dilateroit lorsqu'une grande force viendroit subitement à

tendre la corde totale AD, par-dessus la tension qu'elle souffroit déja auparavant. On voit donc que par la dilatation de plusieurs ressorts mis entre deux, de distance en distance par toute la longueur du cable, cette longueur pourroit, en s'allongeant considérablement, donner au cable la qualité de parer les plus violentes extensions, & de résister ainsi à la rupture par les dilatations & resserremens alternatifs des ressorts, selon la violence plus ou moins grande des bouffées & des secousses.

Je suis persuadé que si on exécutoit cette idée, on s'en trouveroit fort bien; car je ne crois pas que de cette maniére on courût aucun risque de perdre jamais d'Ancre, ce qui seroit un avantage très-essentiel, vû que l'expérience ne nous montre que trop, combien il arrive souvent à un Vaisseau de perdre sa maîtresse Ancre; or cette Ancre une fois perdue, le Vaisseau est fort mal, parce qu'un pareil accident n'arrive que dans le tems de grosses tempêtes.

§. XIII.

Nous avons supposé encore jusqu'ici, que la patte étoit en ligne continuée avec la croisée, ce qui pourtant n'est pas nécessaire; car il suffit que la ligne de direction du plan de la patte fasse avec le fond l'angle trouvé de 45 degrés, & le bras de la croisée pourra avoir telle figure, & faire tel angle avec la patte que l'on voudra.

Il ne convient pas même que le bras considéré comme une ligne droite, soit dans la même direction avec la patte; en voici la raison: il faut, comme nous avons dit ci-dessus, que l'épaisseur, la longueur & le poids de l'Ancre gardent une certaine proportion avec la largeur du Vaisseau. Or cette proportion ne pourroit pas subsister, si chaque bras de la croisée étoit dans la même direction que sa patte; je veux dire, que si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & le poids qui sont requis, sa longueur deviendroit trop petite, ou bien si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & la longueur requises, elle deviendroit trop pesante, ce qu'il faut éviter avec soin, parce que la maîtresse Ancre est déja si lourde d'elle-même, qu'on ne peut la retirer qu'avec beaucoup de peine, & que pour cette raiſon on ne ſe réſoud à la jetter que dans la derniére néceſſité, comme dans un tems d'orage; ajoûtez à cela, qu'il ne convient pas de charger le Vaiſſeau au-delà du néceſſaire.

Il faut donc, pour garder la juſte proportion marquée dans la Table, que chaque bras de la croiſée (conſidéré toujours comme rectiligne) faſſe un angle avec la direction de ſa
Fig. 8. patte, comme dans la Fig. 8, où l'on voit que les lignes *DC*, *EC*, qui marquent les directions ou les prolongations des pattes *DE*, ne concourent qu'au point *C*, qui eſt au-deſſus du ſommet *B* de la verge *AB*.

§. XIV.

L'angle de 45 degrés que nous avons trouvé ci-deſſus, eſt à la vérité le plus avantageux pour faire entrer la patte dans le fond; mais il ne le ſera pas pour l'y faire demeurer quand elle y eſt fixée une fois, & pour empêcher que le Vaiſſeau ne chaſſe ſur ſon Ancre: car alors plus le plan de la patte approchera d'être perpendiculaire ſur la ſurface du fond de la mer, plus auſſi y tiendra-t-elle ferme, parce qu'elle trouve plus de réſiſtance, & ces réſiſtances ſont comme les quarrés des ſinus de l'angle que fait la patte avec le fond. Car d'abord la patte rencontre plus de matiére qui réſiſte ſous un angle plus approchant d'un droit que ſous un plus petit en raiſon des ſinus de ces angles, & puis chaque particule de cette matiére réſiſte davantage ſous le premier de ces angles, que ſous l'autre encore en raiſon de ces mêmes ſinus; d'où il réſulte, comme j'ai dit, que les réſiſtances totales ſont en raiſon doublée des ſinus de l'angle de la patte avec le fond.

§. XV.

Ce que je viens de dire eſt aiſé à vérifier par une expérience, il n'y a qu'à faire deux couliſſes d'inégale largeur
Fig. 9. & 10. *ABCD*, *abcd* (*Fig. 9 & 10*;) rempliſſez l'une & l'autre de terre graſſe d'égale conſiſtance; plantez-y les petites planchettes *EF*, *ef*, parfaitement égales entre elles, mais

inégalement inclinées ſur la direction de leur couliſſe ; aux centres G, g, de ces planchettes, attachez des ficelles GHP, ghp, que vous ferez paſſer par-deſſus les poulies H, h ; & au bout de ces ficelles ſuſpendez des poids P, p, que vous augmenterez ſucceſſivement, juſqu'à ce qu'ils commencent à vaincre la réſiſtance de la terre graſſe, en faiſant avancer les planchettes ; vous trouverez alors que le poids P ſera au poids p, comme le quarré du ſinus de l'angle EFC, au quarré du ſinus de l'angle efc.

Ayant donc égard à cela, il ſera bon de faire l'angle en queſtion un peu plus grand que de 45 degrés.

§. XVI.

Je ne me ſuis pas fort étendu dans les réflexions que j'ai faites juſqu'ici, en conſidérant l'Ancre dans le tems où elle tombe au fond de la mer, & dans celui où elle y mord, parce que ce n'eſt pas là le principal de la queſtion ; il eſt bien plus eſſentiel d'examiner quelle figure il convient de donner à la branche de l'Ancre, pour en avoir le plus d'avantage qu'il eſt poſſible, lorſqu'elle eſt une fois fixée ; & c'eſt à quoi je vais m'appliquer avec plus de ſoin dans la ſuite de ce Diſcours.

§. XVII.

Mais avant que de continuer, il faut que je m'explique ſur quelques termes dont je me ſervirai, & qui ſans cela pourroient cauſer de l'équivoque.

Que l'on conçoive donc (*Fig.* 11.) l'Ancre dans une ſituation horiſontale, dont la projection de la croiſée ſoit $ACBDA$, & celle de la verge ſoit DE ; que l'on conçoive auſſi un plan vertical & parallele à la verge, lequel coupe la croiſée, & que la ſection faſſe un parallélogramme rectangle $HFGI$; car c'eſt ſous cette forme que je veux que le contour de la croiſée ſoit conſtruit, comme la plus commode pour en faire le calcul ; cela bien entendu, j'appellerai le côté horiſontal GF ou IH *l'épaiſſeur de la croiſée* ; le côté vertical GI ou FH ſa *largeur* ; l'arc ADB ſa *longueur*, & l'aire de la ſection $HFGI$ ſa *groſſeur* ; enfin, j'entendrai Fig. 11.

par la *surface intérieure de la croisée*, la surface dans laquelle est situé le côté *GI* du rectangle vertical *HG*, laquelle surface je nommerai dans la suite aussi, *surface concave de l'Ancre*; mais pour le présent je fais abstraction de sa concavité.

Après cette explication, je retourne à mon sujet.

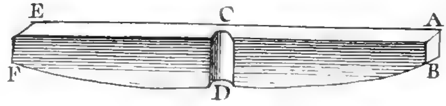
§. XVIII.

Pour que la figure de l'Ancre soit la plus avantageuse, il faut qu'elle lui donne deux avantages ou deux qualités les plus favorables, l'une pour résister le plus qu'il est possible à être cassée, & l'autre pour être le moins sujette à se plier ou à changer de figure; la figure par le moyen de laquelle on obtient le premier avantage, regarde la grosseur de l'Ancre, & celle qui doit procurer le second avantage, regarde la surface intérieure de l'Ancre. Nous chercherons premiérement la premiére de ces deux figures, puis l'autre, & enfin nous verrons comment il faut les combiner ensemble pour en avoir les deux avantages à la fois.

Je dis d'abord qu'il ne faut pas que la branche de la croisée ait par-tout une égale grosseur, parce qu'elle ne résisteroit pas également par toute sa longueur à être cassée; elle se casseroit plus aisément, par la nature du levier, vers le sommet de la croisée, que vers ses extrémités; par conséquent elle ne seroit pas forte à proportion de la matiére qui la compose; il y auroit donc de la matiére employée inutilement vers les extrémités, ou trop peu de matiére vers le sommet. Il faut donc distribuer la matiére en telle façon, que la branche soit par-tout également forte: c'est par cette raison que l'on fait les arcs des arbalêtes plus minces vers leurs extrémités, que vers le milieu.

Or, Galilée a déja démontré que, dans une poutre horisontale, insérée par un des deux bouts dans un mur, & portant un gros poids attaché à l'autre, la force pour résister est uniforme dans toute la longueur de cette poutre, lorsque
Fig. 12. les *EF*, *EF* (*Fig.* 12.) qui représentent les grosseurs de la poutre, sont par-tout proportionnelles aux appliquées correspondantes *DB*, *DB* de la parabole Apollonienne *ABC*, c'est-à-dire,

Fig. 3



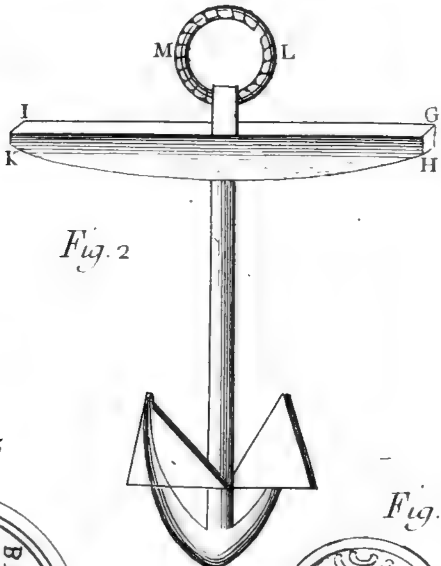


Fig. 2

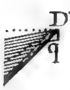


Fig. 5

Fig. 6

Fig. 10

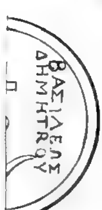


Fig. 9

2

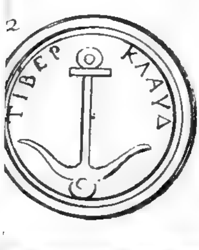
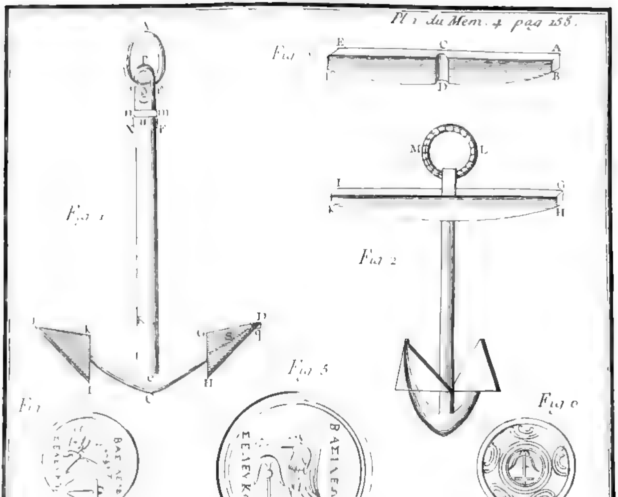


Fig. 13

Simonneau Sculp.



Pl. 1 du Mem. 4 pag. 158.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
ΒΑΣΙΛΕΩΣ
ΣΕΛΕΥΚΟΥ
ΤΙΒΕΡ
ΚΛΑΥΔ

Fig. 1

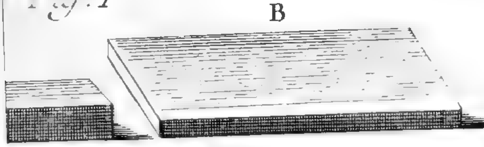


Fig. 2

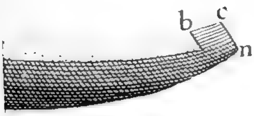
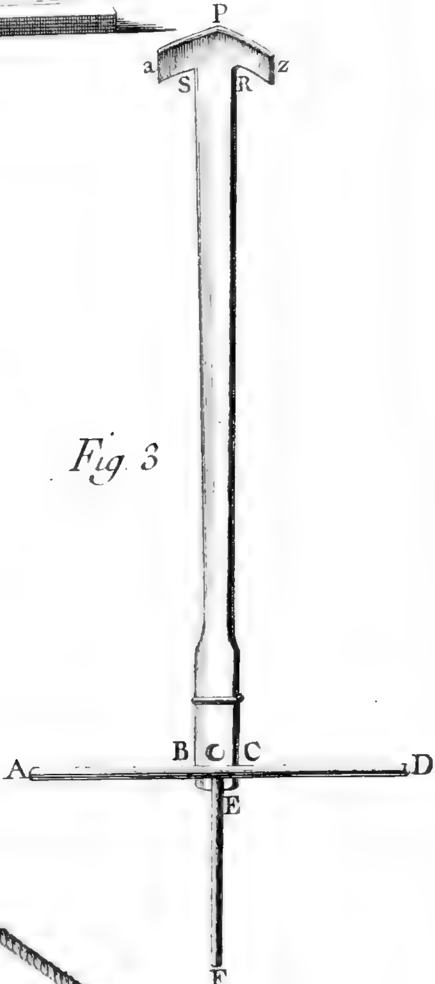


Fig. 3



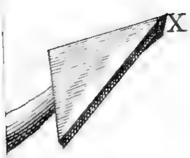
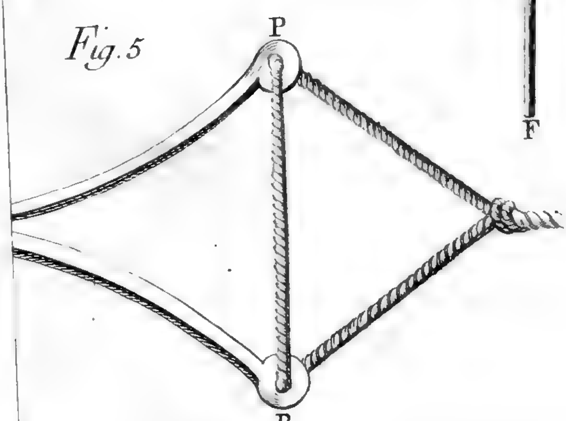


Fig. 5



Simonneau Sculp.

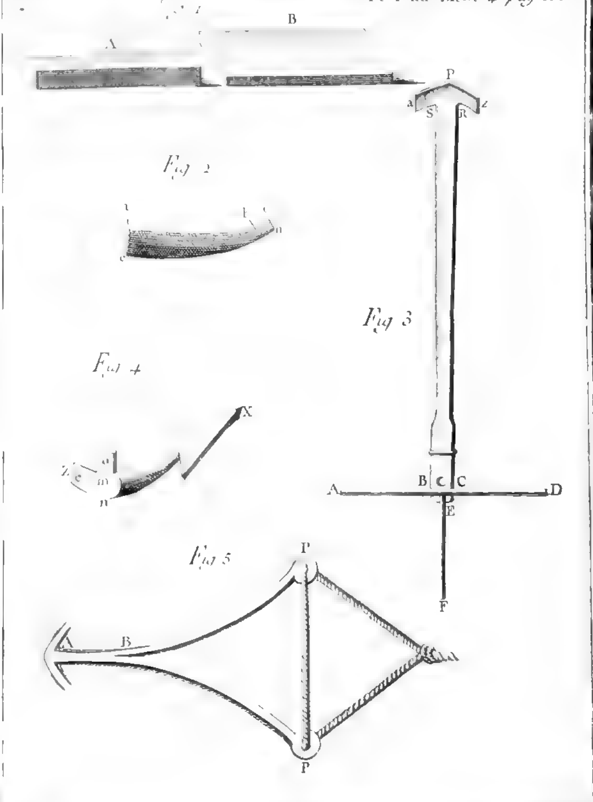
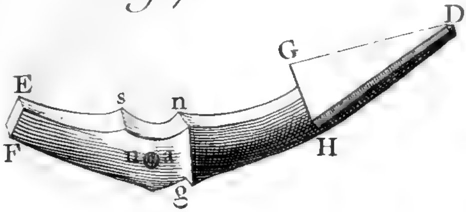

B
A
P
a
S
R
Z
Fig 2
Fig 3
Fig 4
X
B
C
C
A
D
E
F
Fig 5
P
A
B
P

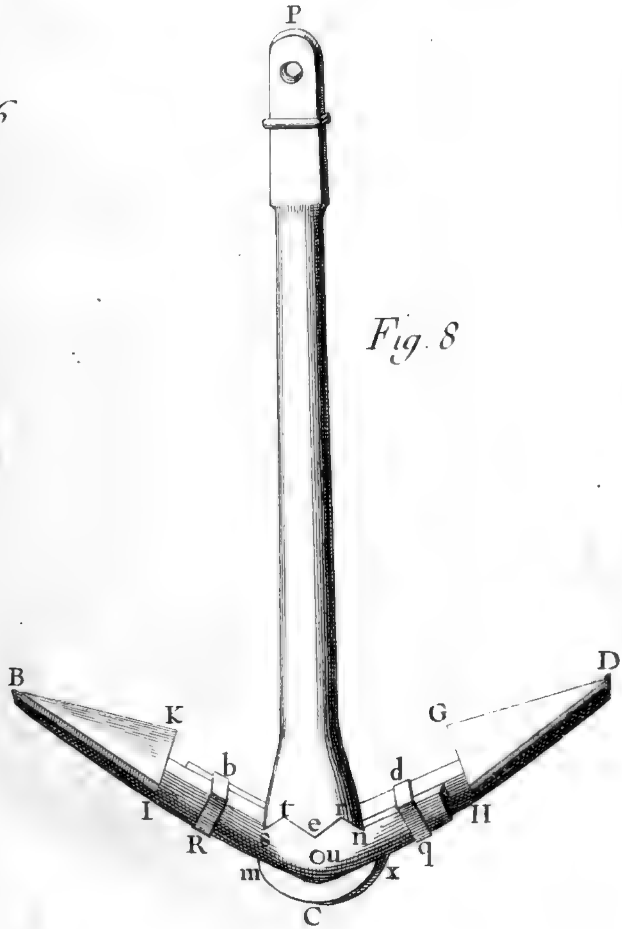
Fig. 7



ig. 6

x

Fig. 8



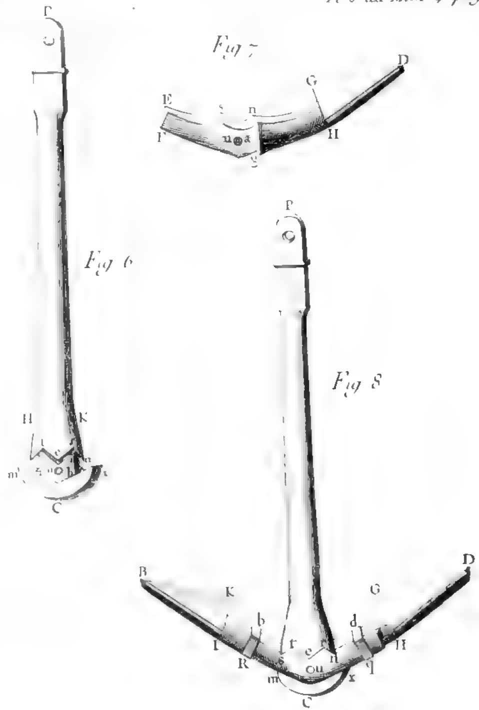
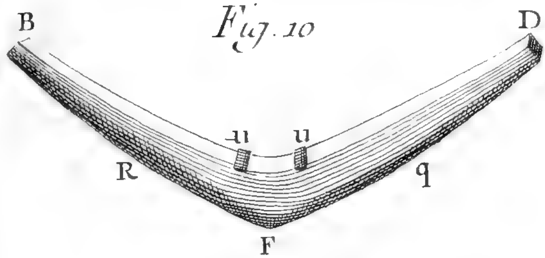


Fig 7
D
G
E
s
n
F
u a
H
g
Fig 6
Fig 8
P
H
K
C
B
K
G
D
b
d
I
R
t
e
n
H
q
m
ou
x
C

Fig. 10



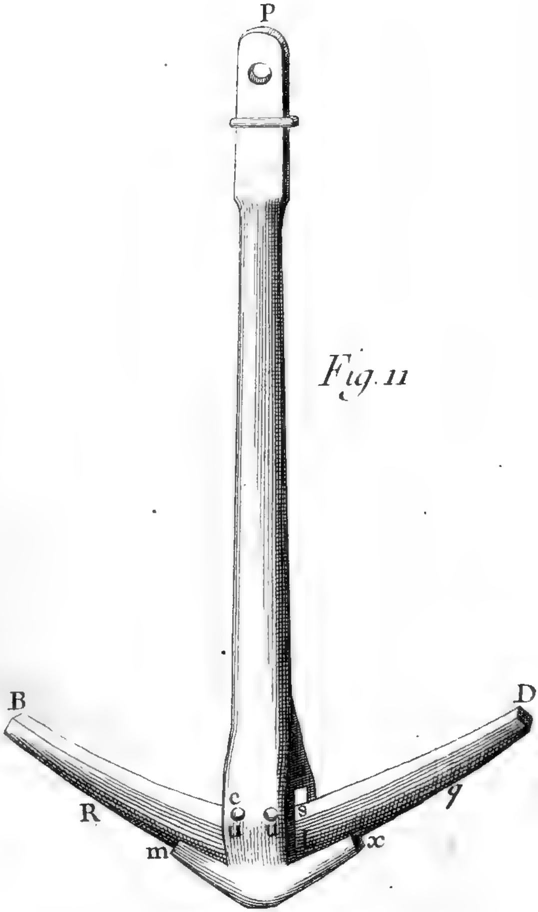
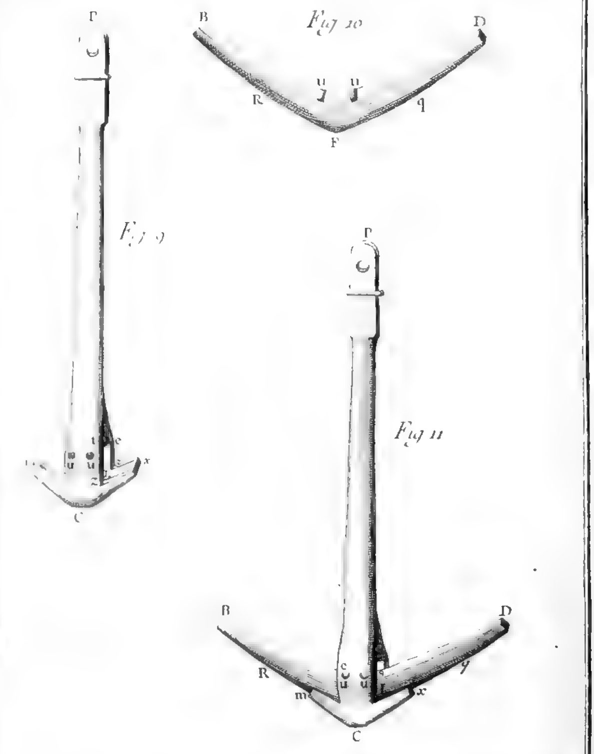
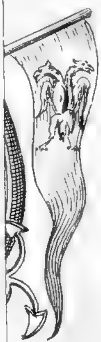


Fig. 11

Pl 4 du Mem. 4 pag 158





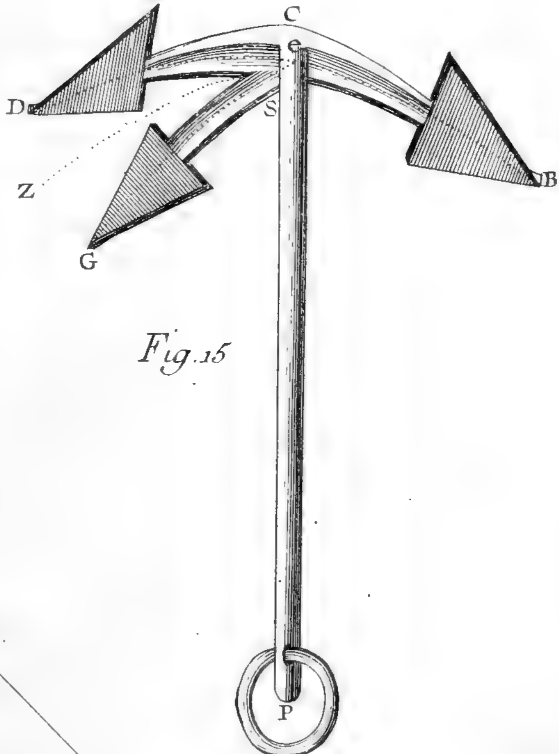
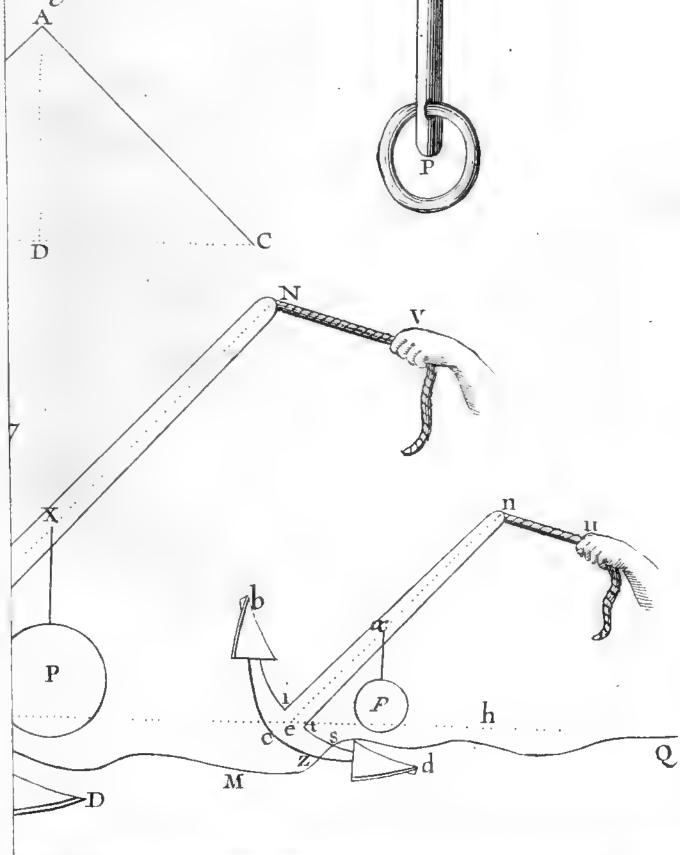


Fig. 15

Fig. 16



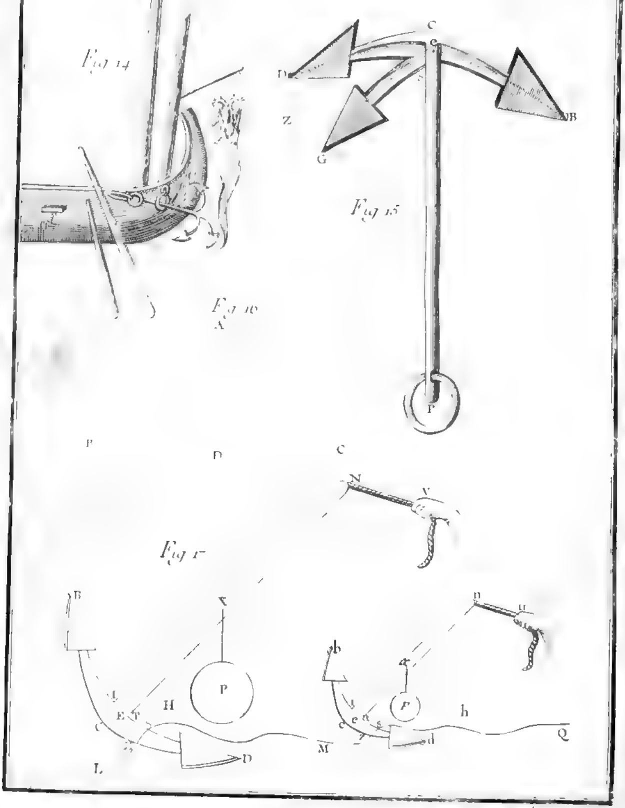


Fig. 14
C
e
D
B
Z
G
Fig. 15
Fig. 16
A
P
F
D
C
N
V
Fig. 17
B
X
P
H
E
L
M
D
Q
h
d
n
u

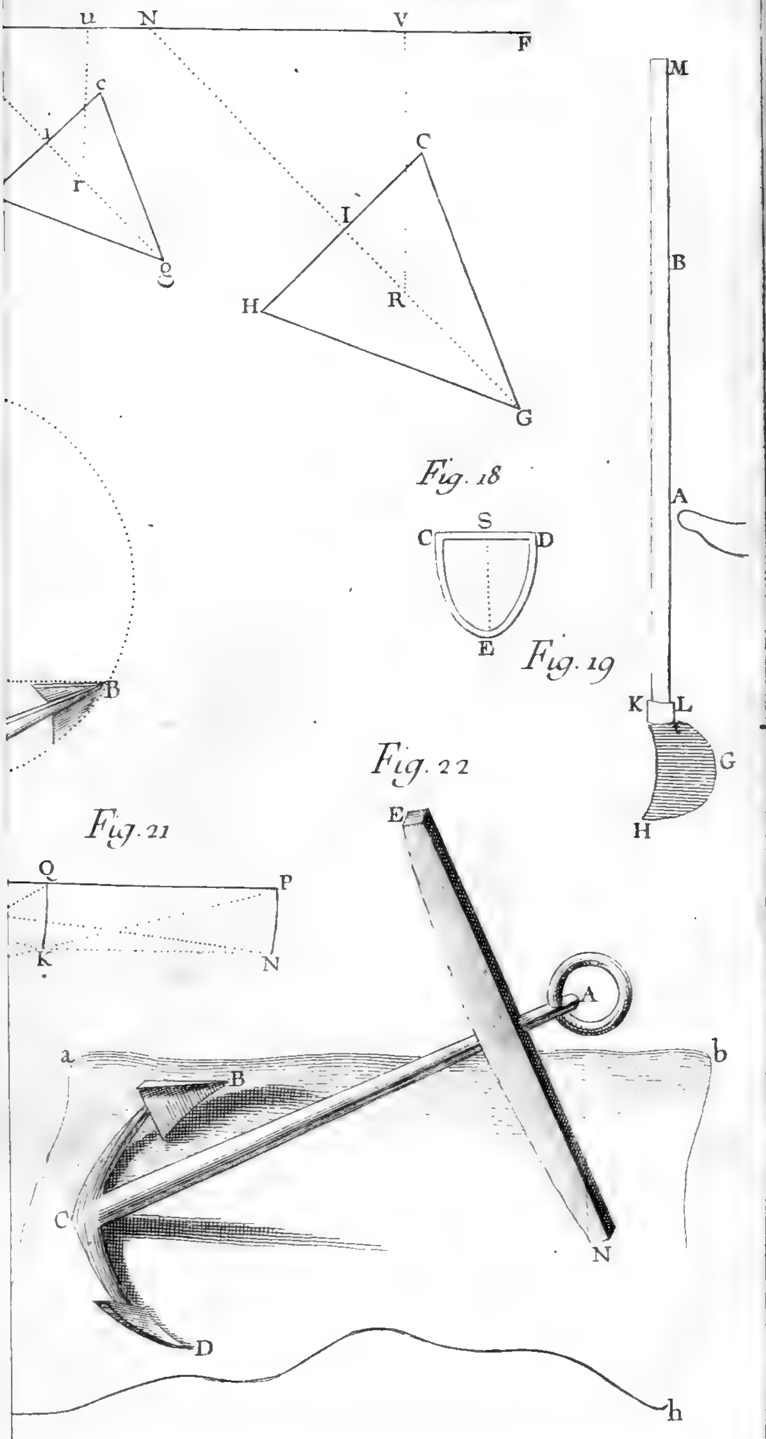


Fig. 18

Fig. 19

Fig. 21

Fig. 22

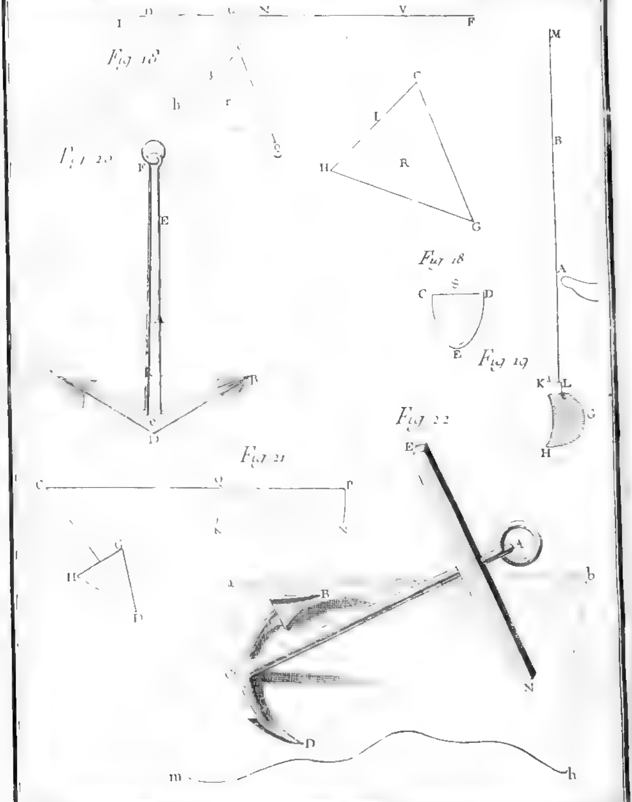


Fig 18
Fig 18
Fig 19
Fig 20
Fig 21
Fig 22

Fig. 23

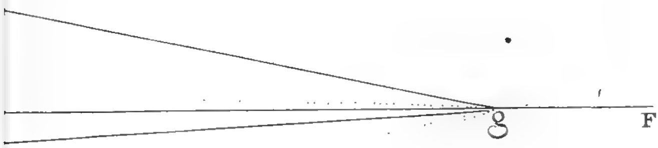


Fig. 24

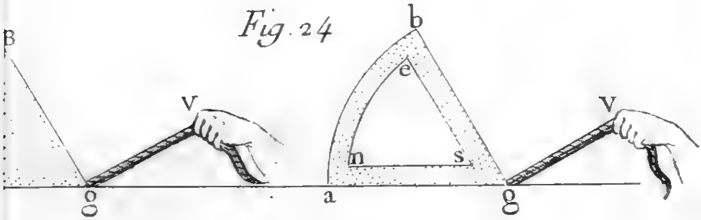


Fig. 25

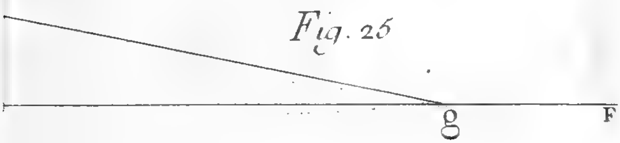
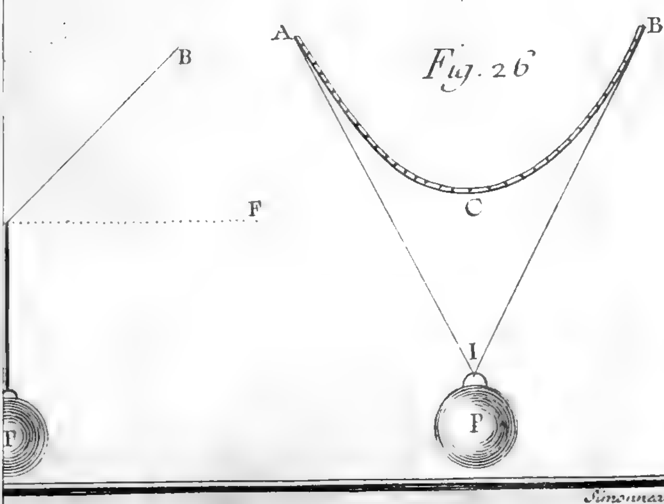


Fig. 26



Simonneau Sculp.

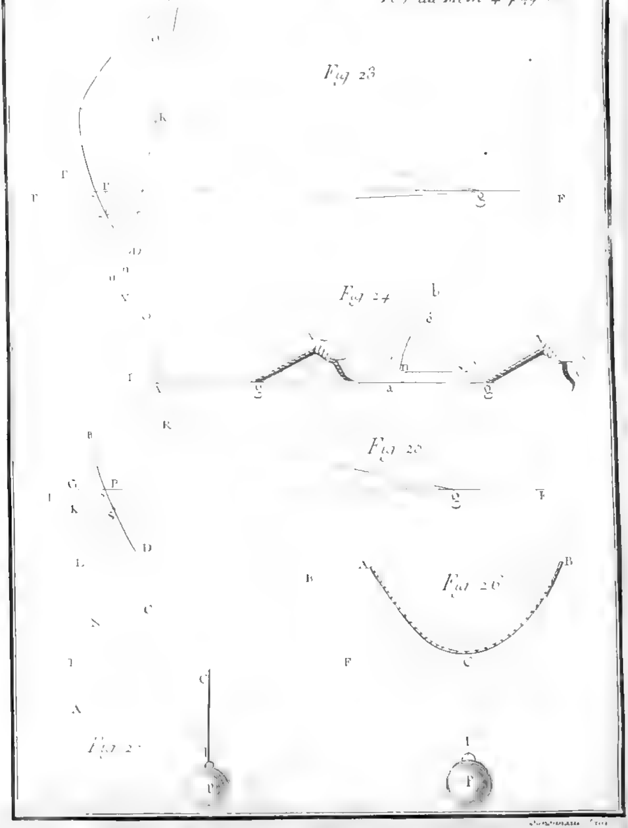
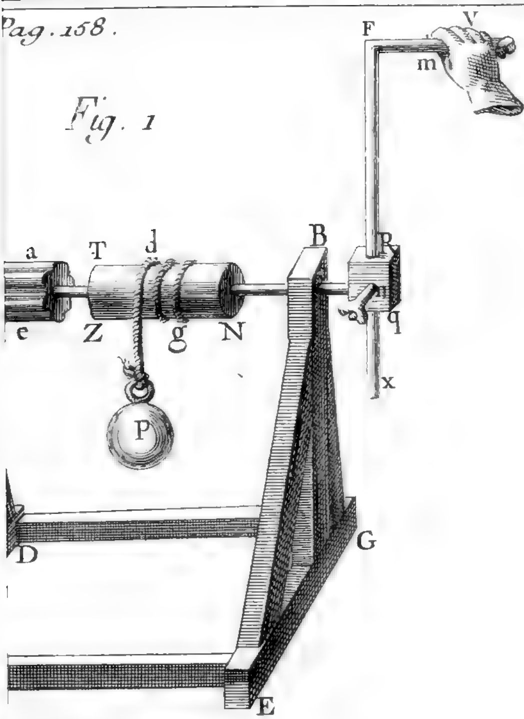


Fig 23
Fig 24
Fig 26

Fig. 1



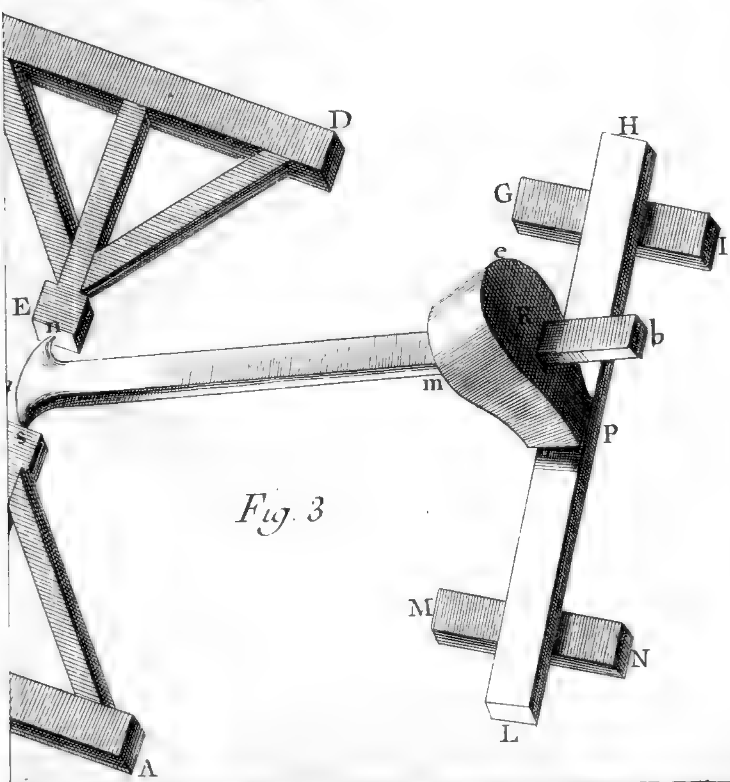


Fig. 3

Simonneau Sculp.

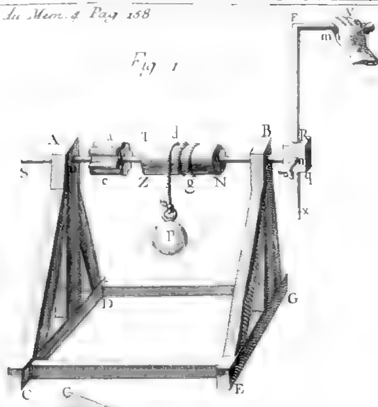


Fig. 1

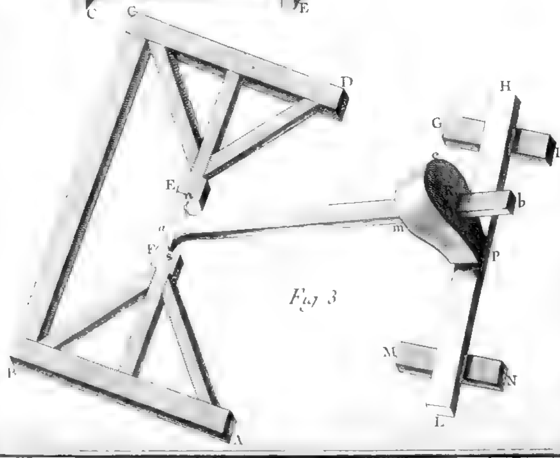


Fig. 3

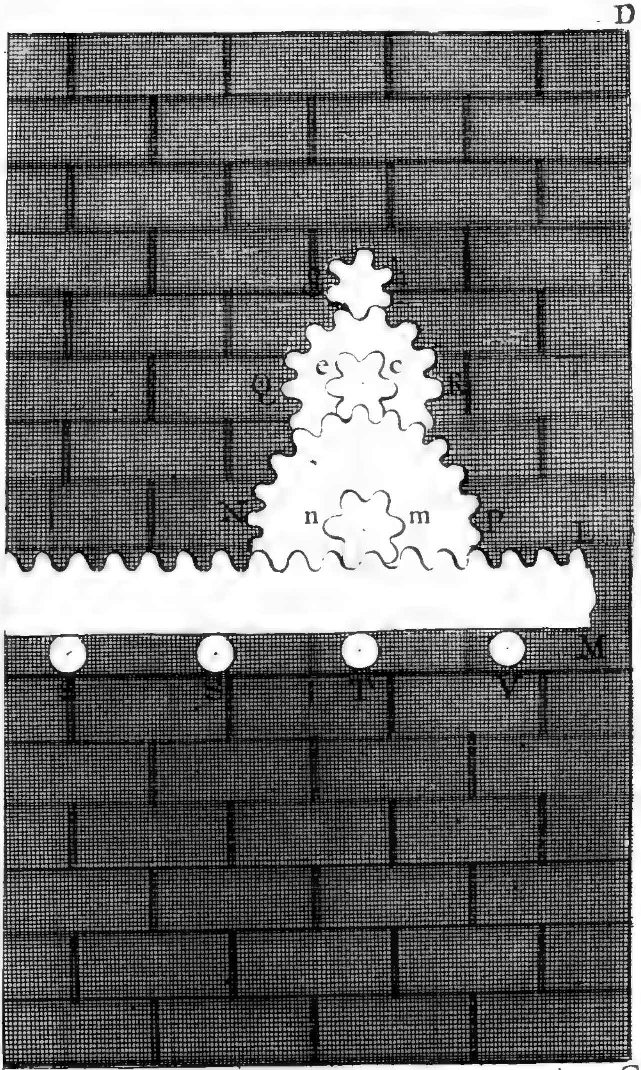


Fig. 2

Simonneau Sculp.

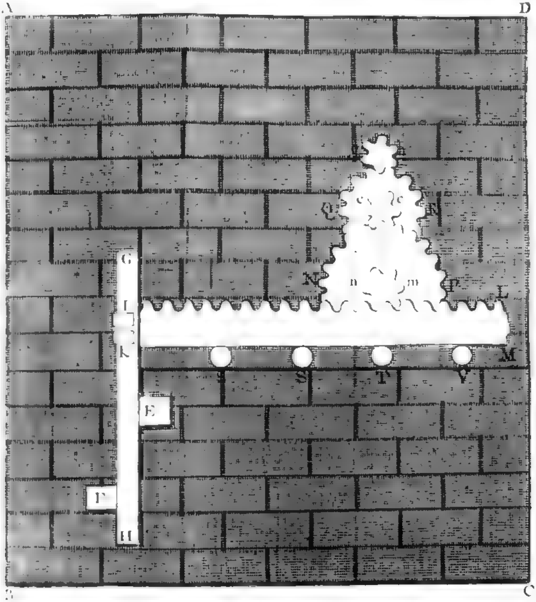


Fig 2

Simonneau Sculp.

c'eſt-à-dire, lorſque AEH eſt elle-même une parabole : ſuppoſé que la largeur, qui, dans la poſition que donne Galilée à la poutre, eſt horiſontale, ſoit égale dans tous les points F,F.

§. XIX.

Ainſi il eſt à remarquer que cette derniére propoſition n'eſt vraye, que pour le cas où l'Ancre, ou la poutre (pour me ſervir du même terme dont ſe ſert Galilée) chargée à l'extrémité d'un poids attaché, faiſant abſtraction de ſa propre peſanteur, eſt également large par toute ſa longueur, c'eſt-à-dire, lorſque la ſurface intérieure de la croiſée, conſidérée comme plane, eſt un parallélogramme rectangle ; car ſi ſa largeur eſt variable, la courbe (dont les appliquées repréſentent les épaiſſeurs de la poutre) changera de nature ſuivant la loi des largeurs, de ſorte que l'équation générale de cette courbe pour des largeurs quelconques, contiendra trois indéterminées, dont l'une, par exemple, celle qui dénote la largeur variable de la poutre, ſera arbitraire, pourvû que les aires des ſections tranſverſales, c'eſt-à-dire, les rectangles GH (*Fig.* 11.) ſoient proportionnelles aux appliquées de la parabole.

* Pour trouver cette équation générale, ſoit $DFAMN$ (*Fig.* 13.) la poutre qui réſiſteroit par-tout également à une puiſſance qu'on appliqueroit en D, ſuivant la direction DC, & ſoit DeF la courbe des épaiſſeurs, dont nous cherchons l'équation, ou la courbe, dont les appliquées be marquent les épaiſſeurs de la poutre ou du bras de la croiſée ; ſoit l'aire du rectangle ec la ſection tranſverſale de la poutre, enſorte que be étant ſon épaiſſeur, bc ou ed ſoit ſa largeur aux points b ou e ; cette droite bc étant préſentement variable, ſera l'appliquée d'une courbe DcM, qui terminera la ſurface intérieure de la croiſée, & qu'on pourra appeller *courbe des largeurs*, laquelle, de même que la courbe des épaiſ- Fig. 13.

* Pour éviter la confuſion, il eſt bon de faire remarquer que, ſuivant l'idée de Galilée, il faut conſidérer la projection de la poutre comme faite ſur un plan vertical, parallele à la longueur de la poutre DA, enſorte que l'épaiſſeur ſe change ici en largeur, & réciproquement la largeur en épaiſſeur.

ſeurs DeF, aura pour axe la droite DA. Nommons toute la longueur $DA=a$, $Ab=y$, l'épaiſſeur $be=t$, la largeur $bc=z$, & la puiſſance qu'on ſuppoſe être appliquée en $D=p$.

La nature de la courbe DeF ſera telle, que pour chaque point b le moment de la puiſſance en D, c'eſt-à-dire, p multiplié par la diſtance $a-y$, ſera égal au moment de la force avec laquelle la poutre réſiſte à la rupture dans l'endroit du rectangle ec; or cette réſiſtance abſoluë étant proportionnelle à la multitude des fibres qui devroient être rompues à la fois, & par conſéquent proportionnelle à l'aire du rectangle ec qui eſt $=zt$, il eſt viſible, par la nature du levier, que la réſiſtance abſolue zt multipliée par la diſtance du centre de gravité à la baſe bc, qui eſt comme l'appui de ce levier, exprime par-tout le moment de la réſiſtance; mais la diſtance du centre de gravité à la baſe d'un rectangle étant au milieu, on voit bien qu'elle ſera toujours proportionnelle à t, donc le moment de la réſiſtance ſera exprimé par $zt \times t=ztt$; il me vient donc cette équation pour la courbe DeF, $ztt=p(a-y)$ contenant trois indéterminées y, t, z, deſquelles par conſéquent il y en aura une d'arbitraire, par exemple z, laquelle étant enſuite déterminée par une autre circonſtance que nous n'avons pas encore tirée en conſidération pour ce ſujet, il n'y aura qu'à ſubſtituer la valeur de z en y ou en t, pour avoir l'équation à la courbe DeF dans chaque cas particulier.

§. XX.

Pour la ſimplicité, nous avons conſidéré juſqu'ici la ſurface intérieure de l'Ancre comme plane, & nous le pouvions ſans que cette ſuppoſition entrât pour rien dans le calcul par rapport au ſujet dont il s'agiſſoit; car l'on ſçait que le moment d'une puiſſance eſt le même dans un levier droit & dans un levier courbe, ſi ſa diſtance à l'appui eſt la même dans l'un & l'autre levier. Cependant il y a une autre circonſtance à laquelle nous n'avons pas encore fait attention, & qui ne permet pas que la ſurface intérieure de l'Ancre ſoit plane; c'eſt que de cette maniére on n'obtiendroit pas le ſecond avantage requis dans l'Ancre, dont nous avons parlé ci-deſſus (*Art. XVIII.*) car dans ce cas la branche ne ſeroit pas dans une diſpoſition convenable pour conſerver ſa figure, quand le cable commence à ſe bander fortement, quoique d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſez forte pour réſiſter à la rupture; c'eſt ce qui nous conduit à la conſidération de cette autre qualité que doit avoir l'Ancre, & qui eſt bien la principale: car il ne ſuffit pas que ſes dimenſions ſoient dans la juſte proportion, pour qu'elle réſiſte uniformément à la rupture par toute la longueur de ſa croiſée, mais il faut de plus lui donner une certaine courbure, qui faſſe que la croiſée ne ſoit pas pliable ou ſujette, je ne dis pas à la rupture, mais à changer de figure, par la forte preſſion exercée contre la ſurface intérieure de la branche enfoncée dans la terre, laquelle preſſion lui arrive par l'oppoſition de la terre, qui doit arrêter l'Ancre, ou la tenir immobile, lorſque le cable bandé fait tout ſon effort pour l'entraîner.

§. XXI.

Après d'aſſez longues méditations, & pluſieurs tentatives que j'ai faites, pour découvrir en quoi pourroit conſiſter le principe de la recherche de la plus avantageuſe courbure qu'il faut donner à la croiſée, pour que ſa branche enfoncée ne ſe plie en aucun endroit, quelque grand que ſoit l'effort du cable bandé, pourvû que d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſez robuſte, pour n'être point rompuë entiérement; j'ai enfin réuſſi dans mon entrepriſe, ayant trouvé le véritable & unique fondement de cette recherche, puiſqu'il me paroît au-deſſus de toute exception, tellement qu'après avoir communiqué mon idée à un de mes amis, bon connoiſſeur en fait de méchanique, il approuva fort ma théorie, dont il ſe ſervira peut-être lui-même, ſuppoſé que l'envie lui prenne de travailler auſſi ſur le ſujet en queſtion. Voici donc ma théorie: d'abord je me figure la branche enfoncée de la croiſée, comme étant faite de matiére parfaitement flexible, excepté ces deux extrémités, ſçavoir, la patte & le ſommet de la croiſée, que je conſidére comme deux points fixes, auxquels ſeroit attachée la branche flexible en forme de linge ou de voile, qui ſe courbe, comme on ſçait, d'une certaine façon que la nature elle-même preſcrit par la loi des preſſions exercées ſur la ſurface du linge ou de la voile, par le poids d'une liqueur ou par la force du vent. Ainſi quand la branche flexible eſt tirée fortement par le cable attaché à la verge de l'Ancre, on voit bien que la réſiſtance de la terre, contre laquelle la ſurface intérieure de la branche fléxible eſt preſſée, doit faire le même effet que fait le poids d'une liqueur, ou l'impétuoſité du vent, c'eſt-à-dire, que la branche fléxible prendra d'elle-même une certaine courbure ſelon l'exigence de la loi des preſſions. Or, il eſt viſible que cette courbure une fois priſe ſera permanente, quoique la branche ſoit encore fléxible; donc à plus forte raiſon, ſi nous ſuppoſons que dans cet état l'Ancre reprenne ſa roideur ou ſa dureté, on ne pourra nier que la courbure des branches de la croiſée ne ſoit préciſément celle que nous cherchons, pour que les branches ne ſoient point pliables, puiſqu'elle auroit été engendrée par les preſſions mêmes qui donnent l'équilibre à toutes les parties de la branche fixée en terre, de ſorte que ſi une ſeule partie venoit à être déplacée de ſa ſituation, tout cet équilibre ſeroit troublé dans le moment, ce qui ſeroit contre la loi des preſſions, qui ont produit la courbure dans la ſurface concave de la branche, pendant qu'elle étoit encore, comme nous l'avons ſuppoſé, dans l'état de fléxibilité.

§. XXII.

De tout ceci, nous voyons que la courbure que l'on doit donner à chaque demi-croiſée, ou plutôt à ſa ſurface concave, eſt du genre des lingiéres ou des voiliéres; or cette courbe deviendra de différente nature, ſelon que la ſurface concave ſera uniformément ou non-uniformément large. Pour la déterminer généralement, j'employerai le principe ordinaire pour la recherche des courbes fléxibles par la preſſion des fluides, lequel conſiſte en ce que la force d'un fluide qui heurte obliquement contre les élémens d'une courbe, eſt conftamment en raifon doublée du finus de l'angle, que fait la courbe avec les paralleles à l'axe ; d'autant que nous avons dit ci-deffus (*Art. XIV.*) que les réfiftances que fouffre la branche de l'Ancre par l'oppofition de la terre où elle eft enfoncée, font en cette raifon-là. Cherchons donc maintenant cette courbe.

§. XXIII.

L'on fçait qu'un fil tiré ou pouffé par une infinité de forces, fuivant les directions perpendiculaires à la figure courbe qu'il prend, demeurant en équilibre, il faut que la courbure de ce fil [c'eft-à-dire, l'angle de contact] foit par-tout proportionnelle à la force qui la caufe ; car (*Fig.* 14.) en concevant la courbe comme un polygone infinilatéral *a b c d e f*, où les forces font appliquées aux angles *b*, *c*, *d*, &c. fuivant les directions normales à la courbe, on voit par le principe de Statique, que la force en *b* eft à la force en *c*, en raifon compofée de la force en *b* à la tenfion fuivant *b c*, & de la tenfion fuivant *c b* (égale à la premiére) à la force en *c*; la premiére raifon du finus de l'angle *a b c*, ou de l'angle du contact *a b r*, qui eft fon complément à deux droits au finus total, & la feconde du finus total au finus de l'angle *b c d* ou *b c s*, donne *ex æquo directo*, que la force en *b* eft à la force en *c*, comme le finus de l'angle *a b r* eft au finus de l'angle *b c s*, ou (à caufe de l'infinie petiteffe de ces angles) comme l'angle *a b r* à l'angle *b c s* ; donc les courbures en *b* & en *c* font refpectivement comme les forces ; & ainfi de toutes les autres *d*, *e*, &c. *C. Q. F. D.*

C'eft par ce principe que l'on a déterminé les courbes des voiles, celles des linges & toutes celles qui font faites par les preffions des fluides fur des matiéres parfaitement fléxibles, lefquelles preffions, comme on fçait par la nature des fluides, s'exercent toujours en directions normales à la courbe ; ainfi la chofe eft trop connuë pour m'y arrêter plus long-tems.

§. XXIV.

Il faut donc voir quelle courbe en réfultera, lorfque les preffions (en donnant d'abord à la furface concave de la

croisée une largeur uniforme par toute sa longueur) seront proportionnelles aux quarrés des sinus de l'angle que fait la
Fig. 15. courbe *ABC* (*Fig.* 15.) avec les paralleles à l'axe, c'est-à-dire, à $\frac{dy^2}{ds^2}$, en nommant AD, x; DB, y, & l'arc AB, s. En général dans toutes les courbes l'angle de contact (en faisant ds constante) est $= \frac{-ddy}{dx}$; cet angle de contact est donc, (suivant la théorie exposée dans l'article précédent) proportionnel à la force qui presse, & qui elle-même est proportionnelle à $\frac{dy^2}{ds^2}$. Nous aurons donc $\frac{dy^2}{ds^2}$ multiplié encore par la longueur de l'élément ds, c'est-à-dire, $\frac{dy^2}{ds} = \frac{-ddy}{dx}$, ou (pour obtenir l'homogénéïté) $= \frac{-addy}{dx}$; ce qui donne $\frac{dx}{ds} = \frac{-addy}{dy^2}$; en intégrant, il provient $\frac{x}{ds} = \frac{a}{dy} + \frac{c}{ds}$, ou bien (en réduisant les fractions en entiers, & mettant pour ds^2 sa valeur $dx^2 + dy^2$), on aura $(x-c)^2 \times dy^2 = aadx^2 + aady^2$, & par conséquent $[(x-c)^2 - aa]\,dy^2 = aadx^2$: d'où enfin nous tirerons $dy = \frac{adx}{\sqrt{[(x-c)^2 - aa]}}$, qui est l'équation pour les chaînettes. Que si on fait l'arbitraire $c = 0$, on obtient l'équation ordinaire pour la chaînette, $dy = \frac{adx}{\sqrt{(xx - aa)}}$. *C. Q. F. T.*

Corollaire. Donc la croisée, qui a sa surface concave partout également large, étant courbée suivant la courbure d'une chaînette ordinaire, ne pourra pas être pliée, ni changer de figure par les pressions opposées de la terre où elle est enfoncée, quelque grand que soit leur ressort, c'est-à-dire, que l'Ancre, si elle n'est pas assez forte, se rompra plutôt en piéces que de plier la moindre chose en aucun endroit.

§. XXV.

J'ai vérifié le calcul que nous venons de faire par l'expérience qui suit.

J'ai pris une maſſe de terre graſſe, à laquelle j'ai donné la forme d'un parallelépipede rectangle *ACD* (*Fig.* 16.) aux côtés duquel j'ai appliqué une ficelle dont la longueur égaloit environ la moitié du contour du parallelépipede, en ſorte qu'en appliquant un bout au point *B* au milieu de la ſurface *ABC*, & faiſant paſſer la ficelle par *C* & *D*, l'autre bout vînt atteindre au milieu de la ſurface oppoſée, ſçavoir vis-à-vis de *B*; cela étant fait, j'ai pris les deux bouts de la ficelle avec les deux mains, & j'ai tiré ainſi la ficelle à travers la terre graſſe, ſuivant la direction horiſontale *BA*, en ſorte que le mouvement égal des deux extrémités fût toujours parallele aux côtés du parallelépipede, & que la ſection ſe fit dans un plan horiſontal : à peu près comme on fait lorſqu'on veut couper en deux une piece de ſavon par le moyen d'un fil d'archal ; j'ai continué ce mouvement juſqu'à ce que toute la ficelle, excepté les deux bouts que je tenois avec les mains, ait été cachée dans la terre graſſe ; enſuite de quoi, ayant ſéparé la partie ſupérieure du parallelépipede, j'ai examiné quelle étoit la figure que la ficelle avoit priſe, & je l'ai trouvée aſſez bien la même que celle d'une chaînette d'égale longueur. Fig. 16.

§. XXVI.

Cette expérience demande beaucoup de précaution & beaucoup de délicateſſe dans ſon exécution, par rapport à toutes ſes circonſtances. Il faut d'abord que la terre ne ſoit pas trop ſéche ni trop épaiſſe, mais elle doit être aiſée à manier. Il faut de plus qu'elle ſoit bien épurée, & qu'elle ne contienne point de grains de ſable qui pourroient altérer la figure de la ficelle : il convient auſſi de prendre une aſſez grande quantité de terre, pour que toute la maſſe ne ſoit pas entraînée par l'effort avec lequel on tire la ficelle. Au reſte, il faut ſe ſervir pour cette expérience, de terre graſſe, ou de quelqu'autre matiére ſemblable, & non point de quelque liqueur, telle, par exemple, que l'eau ; car ſi on faiſoit l'expérience dans l'eau, la ficelle étant tirée, ne feroit pas, en pouſſant, reculer les particules de l'eau, elle ne feroit que fendre l'eau, en séparant ses particules qui s'échapperoient de côté & d'autre, & les directions de leurs résistances ne seroient pas normales aux élémens de la ficelle; par conséquent ce ne seroit pas notre cas.

Pour ce qui est de la ficelle, il faut qu'elle soit sans aucune roideur, & par-tout également facile à être pliée, elle doit aussi avoir quelque largeur en forme de ruban; car si on ne se servoit que d'un fil délié, il ne feroit encore que fendre ou séparer les particules de la terre grasse, sans les pousser devant soi. Il faut avoir bien soin encore que le mouvement de ce ruban soit horisontal & uniforme. Enfin, il faut prendre bien garde qu'en séparant la partie supérieure de la terre grasse, cela se fasse avec beaucoup de délicatesse, pour ne rien changer à la figure que le ruban aura prise. Sans toutes ces précautions, l'expérience pourroit, en apparence, démentir mon raisonnement.

§. XXVII.

Il est vrai que la solution donnée dans l'article XXIV. n'a lieu que lorsque la figure courbe n'est qu'une ligne : ou plutôt lorsque la surface concave de la croisée est par-tout de la même largeur. Cependant les épaisseurs pourront être inégales, & telles qu'on les jugera convenables; car l'épaisseur n'entre pour rien dans la résistance, d'autant qu'il est visible que de tout le parallélogramme ec (*Fig.* 13.) ce n'est que le côté bc qui est exposé à la résistance.

Que si pourtant on trouvoit à propos de faire la surface concave inégalement large, en donnant, par exemple, à chaque branche la figure d'un conoïde parabolique courbé en trompe, alors le calcul deviendroit beaucoup plus embarrassant; car la largeur de la section n'étant plus constante, comme elle l'étoit auparavant, il faudra encore multiplier par elle le $\frac{dy^2}{ds}$ pour avoir la force qui s'exerce sur un élément de la courbe considérée comme ayant une largeur variable; or cette largeur de la section transversale du conoïde parabolique, est proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. Nous aurons donc

donc $\frac{-ddy}{dx}$, ou (à cauſe de ds conſtante) $\frac{ddx}{dy} = \frac{dy^2 \sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$ & (en diviſant par dy) $\frac{ddx}{dy^2}$ ou $\frac{ddx}{ds^2-dx^2} = \frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, par conſéquent $\int \frac{ddx}{ds^2-dx^2}$, ou $\frac{1}{2ds} \left(\int \frac{ddx}{ds-dx} + \int \frac{ddx}{ds+dx}\right) = \int \frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, ou négligeant de part & d'autre les ds conſtans, $\frac{1}{2} \left(\int \frac{ddx}{ds-dx} + \int \frac{ddx}{ds+dx} \right) = \int \frac{dy\sqrt{(a-y)}}{b\sqrt{a}}$; le premier membre eſt $= \frac{1}{2} L \frac{ds+dx}{ds-dx}$, & l'autre eſt $= \frac{-\frac{2}{3}(a-y)^{\frac{3}{2}}}{b\sqrt{a}} + \frac{\frac{2}{3}a}{b}$.

Je n'acheve pas le calcul, parce qu'il n'aboutit pas à grande choſe; cependant j'ai été bien-aiſe de montrer la maniére dont je m'y ſuis pris pour ce cas, où l'équation differentio-différentielle ſe réduit aux ſimples différentielles du premier degré, parce que cette méthode m'a fait ſonger à un moyen de faire en ſorte que la courbe cherchée devienne algébrique, & même d'une infinité de maniéres. Je vais l'indiquer en peu de mots.

§. XXVIII.

Ce qui eſt cauſe, dans notre dernier cas, que la courbe n'eſt pas algébrique, c'eſt que le premier membre de l'équation n'eſt intégrable que par les logarithmes, & que le ſecond membre l'eſt abſolument. Si donc je puis faire en ſorte que ce ſecond membre ſoit auſſi une différentielle logarithmique, j'obtiendrai ce que je ſouhaite, ſçavoir une équation algébrique: or, je puis ſubſtituer à $\sqrt{(a-y)}$ une quantité qui en faſſe une différentielle logarithmique, & il m'eſt permis de le faire, pourvû que je faſſe variable la largeur de la ſurface concave proportionnellement à cette quantité; au lieu que dans notre dernier cas, elle étoit proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. En effet, nous avons déja dit qu'il n'importoit quelle que fût cette largeur, pourvû qu'on réglât là-deſſus l'épaiſſeur de l'Ancre, afin de ſatisfaire à la premiére qualité qu'elle doit avoir pour résister uniformément à la rupture, suivant la théorie de Galilée. Or nous avons donné dans l'article XIX, une équation générale pour la courbe des épaisseurs de l'Ancre, quelle que soit sa largeur, variable ou invariable de sa surface concave. Un exemple suffira pour expliquer ma pensée.

§. XXIX.

Posons que la surface concave de l'Ancre, contre laquelle la pression s'exerce, soit inégalement large; qu'elle soit terminée de part & d'autre par une courbe, dont les appliquées à l'axe soient proportionnelles à $\frac{1}{aa-yy}$, l'équation pour la courbe cherchée deviendra celle-ci $\frac{ddx}{dy} = \frac{ady^2}{ds(aa-yy)}$, & (en divisant par $\frac{dy}{ds}$) $\frac{dsddx}{dy^2}$ ou $\frac{dsddx}{ds^2-dx^2} = \frac{ady}{aa-yy}$. Ici on voit que le second membre est aussi une différentielle logarithmique, & qu'il est parfaitement semblable au premier. En décomposant donc ces deux membres, on aura $\frac{ddx}{ds-dx} + \frac{ddx}{ds+dx} = \frac{dy}{a-y} + \frac{dy}{a+y}$, &, en intégrant, $L\frac{ds+dx}{ds-dx} = L\frac{a+y}{a-y} + L\frac{b}{a}$ (je prends b pour arbitraire). Donc $\frac{ds+dx}{ds-dx} = \frac{ab+by}{aa-ay}$, &, en multipliant en croix, & rangeant les ds d'un côté & les dx de l'autre, $(aa-ab-ay-by)ds = (ay-by-aa-ab)dx$. Enfin, après avoir pris les quarrés, & substitué pour ds^2 sa valeur dx^2+dy^2, on parvient à cette équation finale $dx = \frac{aa-ab-ay-by}{2\sqrt{(a^2b-abyy)}}dy$; qui, dans le cas où $b=a$, donne $dx = \frac{-ydy}{\sqrt{(aa-yy)}}$ & $x = \sqrt{(aa-yy)}+c$. D'où l'on voit qu'il y a un cas où la courbe cherchée est un cercle.

Il faut noter ici, en passant, que si l'arbitraire b est prise $=-a$, l'équation qui en viendra, $dx = \frac{ady}{\sqrt{(yy-aa)}}$, est encore pour la chaînette, si bien que cette fameuse courbe peut ſatisfaire non-ſeulement dans le cas de l'invariabilité des largeurs, comme nous avons trouvé dans l'article XXIV, mais auſſi lorſque l'on fait les largeurs variables en raiſon de $\frac{1}{aa-yy}$. Choſe digne d'attention pour la pratique, à cauſe de la facilité avec laquelle cette courbe ſe forme d'elle-même par une chaîne ſuſpendue par les deux bouts.

§. XXX.

Nommons maintenant généralement la largeur indéterminée de la ſurface concave de la croiſée $= z$, & nous aurons $\frac{ddx}{dy}$ (à cauſe de ds conſtante) $= \frac{-ddy}{dx} = \frac{zdy^2}{ds}$; multipliant par $ds\,dx$, & diviſant par dy^2, il vient $\frac{-ds\,ddy}{dy^2} = z\,dx$; en intégrant, on a $\frac{ds}{dy} = \int z\,dx$: en prenant les quarrés, & multipliant par dy^2, l'on trouve $dx^2 + dy^2 = dy^2 (\int z\,dx)^2$, ou bien $dx^2 = [(\int z\,dx)^2 - 1]\,dy^2$, & enfin $\frac{dx}{\sqrt{[(\int z\,dx) - 1]}} = dy$.

Voilà l'équation générale de la courbe, en donnant à la ſurface concave de l'Ancre une largeur quelconque, conſtante ou variable, ſuivant telle loi qu'on voudra, puiſque cette loi eſt arbitraire. Donc ſi l'on fait z conſtante, l'équation ſera pour la chaînette, ce qui eſt le cas que nous avons déja eu ci-deſſus, (*art. XXIV.*) comme je viens de l'inſinuer dans l'article précédent.

Si l'on fait $z = \frac{1}{xx}$, la courbe devient un cercle; car on aura $dy = \frac{x\,dx}{\sqrt{(1-xx)}}$ & $y = -\sqrt{(1-xx)}$.

Pour avoir généralement telle équation qu'on voudra, il n'y a qu'à chercher dans cette équation la valeur de dy, la faire égale à $\frac{dx}{\sqrt{[(\int z\,dx)^2-1]}}$, on en tirera aiſément la valeur de z. Par exemple, ſi on ſouhaite que la courbe pour la croiſée ſoit une parabole qui ait pour équation $yy = 2cx$, on aura $dy = \frac{c\,dx}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{dx}{\sqrt{[(\int z\,dx)^2-1]}}$, par conſéquent $\frac{c}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{1}{\sqrt{[(\int z\,dx)^2-1]}}$, & l'on obtiendra $z = \frac{1}{\sqrt{(2cx+cc)}} = \frac{1}{\sqrt{(yy+cc)}}$.

§. XXXI.

La théorie des Voiliéres fournit aussi, comme elle le doit, la même solution de notre Problême : nous allons la donner en peu de mots, elle servira de petite récapitulation de ce que nous venons de dire.

Fig. 17. Soit HBC (*Fig.* 17.) la courbure de la surface concave de la demi-croisée, FeD la courbe d'égale résistance, c'est-à-dire, la courbe dont les épaisseurs représentent les épaisseurs de la poutre qui résisteroit par-tout également à une puissance qu'on appliqueroit en D, suivant la direction DC; soit le rectangle ec la section transversale de la poutre, dont eb est l'épaisseur, & bc ou ed la largeur au point b ou e ; soient de plus dans tous les points B qui répondent aux points b ou e, les épaisseurs Bf de la croisée proportionnelles aux épaisseurs correspondantes be de la poutre, de même aussi les largeurs de la surface concave proportionnelles aux largeurs ed ou bc de la poutre, en sorte que les grosseurs ou les aires des sections transversales deviennent proportionnelles aux grosseurs ou aux aires correspondantes ec des sections de la poutre.

Soient nommées, toute la longueur $AD = a$, $HE = x$, $EB = y = Ab$, $eb = t$, $bc = z$, la puissance qu'on suppose être appliquée en D, suivant DC parallele aux épaisseurs $eb = p$.

Nous avons trouvé ci-dessus (*art. XIX.*) pour la nature de la courbe FeD cette équation $ztt = p\,(a - y)$ contenant trois indéterminées, desquelles il y en a une d'arbitraire, par exemple z. Mais comme la courbure HBC de l'Ancre doit être celle que l'Ancre prendroit de soi-même, si elle étoit parfaitement flexible, & qu'elle fût pressée contre la matiére du fond plus ou moins dure, dont la résistance s'exerçât principalement sur l'extrémité C, c'est-à-dire, sur la patte dont l'étendue étant considérablement plus grande que celle de la surface concave du bras enfoncé de la croisée, il faudra considérer cette résistance exercée sur la patte, comme la puissance p qui doit soûtenir les efforts qui se font également pour plier le bras dans tous les points B, à peu près ſemblable à la réſiſtance des vergues qui ſoûtiennent les voiles pendant que le vent les enfle, & leur donne la juſte courbure : or pour trouver cette courbure dans l'Ancre (conſidérée comme flexible), ſçavoir celle que l'Ancre enfoncée prendroit en appliquant ſa ſurface concave HBC contre la terre intérieure du fond de la mer, il faut former cette équation en conſéquence de la théorie des Voiliéres, $\frac{-ddy}{dy} = \frac{dy^2}{ds^2} \times \frac{zds}{ab} = \frac{zdy^2}{abds}$. Donc $\frac{-ddy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds}$, & leurs intégrales $\frac{1}{dy} = \frac{1}{abds} \int zdx$, ou $abds = dy \int zdx$.

§. XXXII.

Cette équation renferme encore trois indéterminées y, z & x, deſquelles les deux premiéres ſont contenues déja dans l'équation à la courbe des épaiſſeurs $ztt = p(a - y)$, d'où il paroît que les trois courbes, celle des *épaiſſeurs* de l'Ancre, celle des *largeurs* de la ſurface concave, & celle de la courbure de la ſurface concave elle-même, ſont tellement liées enſemble, que l'une étant priſe à volonté, la nature des deux autres en découle néceſſairement. Donc, puiſque nous avons pris z pour arbitraire, nous pourrons prendre pour elle une telle fonction de x, qui rende la quantité différentielle zdx intégrale. Je nommerai donc ſon intégrale X, quelque fonction de x, & j'aurai $abds = Xdy$ & leurs quarrés $aabb(dx^2 + dy^2) = XXdy^2$; d'où je tire $aabbdx^2 = (XX - aabb)dy^2$ & $dy = \frac{abdx}{\sqrt{(XX - aabb)}}$.

Pour que cette équation devienne algébrique, on pourra choiſir de toutes les X une telle qui rende ſon dernier membre intégrable.

§. XXXIII.

Mais il eſt plus commode de prendre pour HBC telle courbe que l'on veut, c'eſt-à-dire, de regarder les y comme arbitraires, & d'en déterminer enſuite les z.

Je veux, par exemple, que HBC ſoit une parabole, qui ait pour équation $\frac{yy}{2c}=x$, ou $\frac{ydy}{c}=dx$: on aura ds^2 ou $dx^2+dy^2=\frac{yydy^2+ccdy^2}{cc}$, dont la différentielle (à cause de ds^2 constant) doit être égale à zero, d'où on trouvera $ddy=\frac{-ydy^2}{cc+yy}$. Donc si dans l'équation générale $\frac{-ddy}{dy^2}=\frac{zdx}{abds}$, trouvée sur la fin de l'article XXXI. on substitue les valeurs de ddy, dx & ds, qui sont $\frac{-ydy^2}{cc+yy}$, $\frac{ydy}{c}$ & $\frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, cette équation-là se change en celle-ci $\frac{y}{cc+yy}=\frac{zy}{ab\sqrt{(cc+yy)}}$, d'où je tire z ou bc $=\frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ & l'équation à la courbe des épaisseurs de la poutre FeD, que nous avons trouvée être $ztt=p(a-y)$, (*Art XIX.*) dégénérera en celle-ci $\frac{abtt}{\sqrt{(cc+yy)}}=p(a-y)$, ou $abtt=(pa-py)\times\sqrt{(cc+yy)}$, & t ou eb, ou sa proportionnelle $Bf=\sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$.

Si l'on veut que HBC soit un cercle dans lequel $y=1-\sqrt{(1-xx)}$, on aura $dy=\frac{xdx}{\sqrt{(1-xx)}}$, $ddy=\frac{xddx-x^3ddx+dx^2}{(1-x)^{\frac{3}{2}}}=$ (à cause de ds constante) $\frac{-dxddx}{dy}$ $=\frac{-\sqrt{(1-xx)}ddx}{x}=$ (en substituant pour ddx sa valeur $\frac{-xdx^2}{1-xx}$) $\frac{dx^2}{\sqrt{(1-xx)}}$, & $ds\left[=\sqrt{(dx^2+dy^2)}\right]=\frac{dx}{\sqrt{(1-xx)}}$, par conséquent l'équation $\frac{-ddy}{dx}=\frac{zdy^2}{abds}$ sera transformée en celle-ci $\frac{-dx}{\sqrt{(1-xx)}}=\frac{zxxdx^2}{1-xx}:\frac{abdx}{\sqrt{(1-xx)}}=\frac{zxxdx}{ab\sqrt{(1-xx)}}$; d'où l'on obtient $z=\frac{ab}{xx}$.

Tout cela est conforme à ce que nous avons trouvé dans l'article XXX.

§. XXXIV.

Je crois que les réflexions que nous venons de proposer, satisfont abondamment à notre question, puisqu'elles enseignent à conſtruire en pluſieurs maniéres l'Ancre de telle façon qu'elle ait les quatre qualités eſſentielles, ſçavoir, 1°. d'entrer ou de mordre le plus facilement dans le fond ; 2°. d'y demeurer le plus ferme ; 3°. de réſiſter le plus à la rupture ; & enfin, 4°. d'être le moins ſujette à ſe plier ou à changer de figure.

Elle aura les deux premiéres qualités, comme nous avons montré dans les articles X & XV. ſi le plan de la patte fait avec la verge un angle d'un peu plus de 45 degrés.

Pour ce qui eſt des deux autres qualités, elles dépendent de la figure de l'Ancre, & on peut les lui procurer d'une infinité de maniéres; elle les aura, par exemple, ſuivant ce que nous avons trouvé dans l'article précédent, ſi on donne à ſa ſurface concave une figure parabolique exprimée par cette équation $yy = 2cx$ (en conſidérant la verge comme l'axe de la parabole, & nommant les abſciſſes depuis le ſommet x, & les appliquées y; pour c elle eſt arbitraire), & ſi de plus on fait les largeurs z de la même ſurface concave proportionnelles à $\frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ (a eſt égal à la longueur de la branche, & b eſt arbitraire), & enfin les épaiſſeurs t de la branche, proportionnelles à $\sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, (p déſigne la force qui s'exerce ſur la patte). Car puiſque $z = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$, & $t = \sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, on aura $ztt = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}} \times \frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab} = pa - py$; par conſéquent (ſuivant l'article XIX.) la branche réſiſtera le plus qu'il eſt poſſible à la rupture.

De plus, on aura $dx = \frac{ydy}{c}$, $zdx = \frac{abydy}{c\sqrt{(cc+yy)}}$; donc $\int zdx = \frac{ab}{c}\sqrt{(cc+yy)}$ & $dy\int zdx = \frac{abdy}{c}\sqrt{(cc+yy)}$; mais ds étant $= \frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, on aura auſſi $abds = \frac{abdy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$; ainſi $abds = dy\int zdx$, par conſéquent (ſuivant l'article XXXI.) la branche ſera le moins ſujette à ſe plier, ou à changer de figure.

§. XXXV.

Il ne me reste plus qu'à dire quelques mots sur le troisiéme Sujet proposé par l'Académie, suivant ce que j'ai promis dès le commencement de mon Discours : car pour ce qui est du second Sujet, comme il est hors de ma sphére, je n'entreprendrai point d'en parler ; il faudroit avoir la pénétration & l'expérience de M. de Reaumur, pour connoître à fond la nature intime & les propriétés du fer, la maniére de le manier & de le forger, selon qu'exigent les circonstances, sans quoi il seroit difficile de travailler avec succès sur cette matiére.

§. XXXVI.

Je ne sçais si j'entre bien dans la pensée de l'Académie, ou si en demandant *quelle est la meilleure maniére d'éprouver les Ancres?* elle demande autre chose que de sçavoir la *meilleure maniére de connoître la force de l'Ancre*, c'est-à-dire, de connoître à quelle force l'Ancre peut résister sans se rompre.

Si c'est-là ce que l'Académie veut sçavoir, il me semble qu'il n'y a pas de maniére plus facile & plus sûre, que de faire cette épreuve sur une Ancre fabriquée en petit; je veux dire, de construire une petite Ancre à laquelle on donnera la figure & les dimensions indiquées ci-dessus, de suspendre un poids à une de ses extrémités, & de voir jusqu'à quel point il faudra augmenter ce poids avant que l'Ancre se casse; d'où l'on pourra conclure quelle sera la force d'une grande Ancre semblable à la petite, & qui aura par conséquent toutes ses dimensions en raison donnée avec celles qui sont homologues dans la petite.

§. XXXVII.

Je dis qu'on pourra connoître de cette maniére quelle sera la force de la grande Ancre, parce qu'il est aisé de démontrer que les puissances que deux Ancres semblables, mais de différens poids, peuvent soûtenir, seront entre elles comme les quarrés des dimensions homologues ; car nous avons vû dans l'article XIX, que dans toute Ancre le moment de la force avec laquelle elle résiste à la rupture dans un un endroit quelconque, c'eſt-à-dire, ztt doit être égal au moment du poids que l'Ancre peut ſupporter, c'eſt-à-dire, à $p \times (a - y)$; donc $p = \frac{ztt}{a-y}$. Mais dans les Ancres ſemblables, les z, les t & les $a-y$ qui ſe répondent, ſont tous en même raiſon, ſçavoir, comme les dimenſions homologues, par exemple, comme les longueurs a des demi-croiſées; ainſi les p ou les poids que deux Ancres ſemblables peuvent ſupporter, ſeront entre eux comme les $\frac{a^3}{a}$, ou comme les aa; d'où il ſuit, comme j'ai dit, que les puiſſances p auxquelles deux Ancres ſemblables peuvent réſiſter, ſont entre elles comme les quarrés des dimenſions homologues de ces Ancres. De ſorte que ſi je trouve qu'une petite Ancre peſant, par exemple, une livre, puiſſe ſoûtenir un poids de 400 livres attaché à une de ſes extrémités, je conclurai de-là qu'une Ancre ſemblable peſant 8000 liv. pourra ſoûtenir un poids de 160000 livres.

Il s'agit après cela de ſçavoir ſi la force avec laquelle l'Ancre eſt tirée par le Vaiſſeau tourmenté par les vents & les vagues dans les plus groſſes tempêtes, ſurpaſſe celle d'un poids de 160000 liv. & ſi elle ne la ſurpaſſe pas, on pourra dire qu'une Ancre de 8000 liv. eſt capable de réſiſter aux plus groſſes tempêtes. Pour moi, j'avouë que je ne ſçais pas juſqu'où va la force des vents & des vagues, lorſque la mer eſt la plus orageuſe; mais je ne doute pas qu'on n'ait des expériences là-deſſus. On voit bien que c'eſt une affaire de pure expérience; il ſuffit que j'aye fait voir, qu'en conſtruiſant en petit un modele d'Ancre, dont on peut aiſément éprouver juſqu'où va la plus grande force à ſoûtenir, on eſt en état de calculer par ma régle, à combien de force telle grande Ancre que l'on voudra, pourra réſiſter, pourvû qu'on en connoiſſe les dimenſions.

§. XXXVIII.

Ce que j'ai dit dans l'article précédent, que les p, ou les puiſſances auxquelles les Ancres peuvent réſiſter, étoient proportionnelles aux $\frac{ztt}{a-y}$, me donne occaſion de faire une remarque que j'aurois pû faire plutôt, mais qui me paroît trouver ici plus commodément sa place. C'est que sans employer plus de matiére, on peut faire en sorte que les Ancres résistent à une plus grande puissance, en faisant les épaisseurs t plus grandes que les largeurs z, sans pourtant changer les grosseurs zt, ce qui se fera en diminuant les z en même raison que l'on augmente les t; car si je prends t un nombre n fois plus grand pour avoir nt, & z autant de fois plus petit pour avoir $\frac{1}{n}z$, il est visible que j'aurai $\frac{1}{n}z \times nt = zt$; par conséquent l'Ancre dans toute sa longueur conservera ses premiéres grosseurs; donc aussi son poids ou sa masse totale ne changera pas non plus. Cependant la force d'une Ancre dont les largeurs sont $\frac{1}{n}z$, & les épaisseurs nt, sera n fois plus grande que celle d'une autre Ancre de poids égal, mais dont les largeurs seroient z, & les épaisseurs t: ce qui est facile à prouver. Car la force de celle-ci étant simplement exprimée par $\frac{ztt}{a-y}$, la force de l'autre sera $\frac{\frac{1}{n}z \times nntt}{a-y}$, ou $\frac{nztt}{a-y}$; or on voit que $\frac{ztt}{a-y}$ est à $\frac{nztt}{a-y}$ comme 1 à n.

De cette maniére on pourroit augmenter à l'infini la force de résister dans les Ancres sans rien changer à leur poids ni à leur courbure. Mais il y a deux choses à observer, qui empêchent de diminuer trop leurs largeurs : car 1°. la surface concave n'ayant pas une largeur raisonnable, il pourroit arriver facilement, que le Vaisseau vînt à chasser sur l'Ancre qui fendroit la terre comme par un tranchant, à moins que la patte seule ne fût capable de l'arrêter; 2°. l'Ancre étant trop mince selon le plan de la croisée, l'opposition de la terre pourroit la faire plier de côté ou d'autre, comme une lame se plie lorsque de son tranchant elle donne tant soit peu obliquement contre un obstacle. Ainsi il faudra toujours observer un juste milieu pour éviter le trop ou le trop peu : c'est le plus souvent l'expérience qu'il faut consulter sur les circonstances qui ne sont pas essentielles à la question dont il s'agit.

FIN de la Piéce qui a remporté le premier Prix.

MEMOIRE
SUR LA FABRIQUE
DES ANCRES.

Piéce qui a remporté le ſecond des Prix propoſés par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1737.

Par M. TRESAGUET, ancien Ingénieur des Ponts & Chauſſées.

MEMOIRE
SUR LA FABRIQUE
DES ANCRES.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE DE FORGER LES ANCRES?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le second Prix de l'année 1737.

Vis unita fortior.

IL faut néceſſairement connoître la nature du Fer, pour juger ſûrement de la maniére dont il doit être mis en œuvre.

Il ſe tire des Mines en grains de différentes groſſeurs & de différentes figures, depuis une ligne de diametre juſqu'à 12 lignes, & plus. Planche II.

On jette ces grains dans un grand vaiſſeau ou fourneau de maçonnerie rempli de charbon de bois, que deux gros soufflets qui agiſſent alternativement par le moyen de l'eau, entretiennent toujours allumé. On y mêle une pierre blanche appellée *caſtine*, partagée en petits morceaux d'un ou deux pouces cubes, pour lui ſervir de diſſolvant. La mine ſe fond en liqueur qui tombe au fond du fourneau, comme ce qu'il y a de plus peſant; la terre & quelques parties hété- Planche III, IV, V & VI.

Planche IV. rogénes mêlées avec les parties du Fer, la castine fondue, la cendre des charbons, tout cela surnage, & c'est ce que l'on appelle le *litier*.

On fait couler séparément le Fer dans un moule, par Planche III. une ouverture qui se fait au bas du fourneau, après avoir fait sortir le litier par une autre au-dessus ; il s'y congele en se refroidissant, de sorte que toutes les petites parties intérieures du Fer se rapprochent les unes des autres, à peu près de la même maniére qu'elles l'étoient dans un seul grain, mais dans une bien plus grande quantité, suivant que l'on en a mis plus ou moins en fusion, & ordinairement on en rassemble assez pour former un prîme triangulaire de 15 pieds de long, sur 8 à 10 pouces de côté, ce qui pese environ 2000 livres, & ce que l'on appelle en Berry une *Gueuse*.

Cette fonte composée de petites parties irréguliéres de métal, qui se touchent les unes les autres, laissent entre elles de petits espaces remplis du reste de cette matiére hétérogéne, qui ne s'en est pû entiérement séparer par cette premiére opération.

Planche VII. On dispose un bout de la gueuse sur une espéce de caisse de Fer d'environ 3 pieds de long sur deux de large, & un de profondeur ; on la couvre de charbon de bois que l'on entretient toujours bien allumé, par le moyen de soufflets pareils à ceux du fourneau : le feu amollit cette fonte au point de la faire tomber dans cette caisse en petites masses, parties par parties, à peu près comme la cire d'Espagne sur du papier. Cette opération différe de la premiére, en ce que les parties hétérogénes mêlées avec le métal, ne sont pas mises en assez grand mouvement, pour écarter beaucoup les premiéres les unes des autres, mais seulement les faire, pour ainsi dire, tressaillir.

On rassemble avec un ringard, qui est une longue barre de Fer quarrée, tout ce qui est tombé dans la caisse ; il s'en forme une masse que l'on appelle une *Loupe*, laquelle on prend avec de grosses tenailles pour la porter sous un gros marteau que l'eau fait aussi mouvoir. Ce marteau en frappant dessus, rapproche toutes les parties du métal, & en exprime quelques-unes des hétérogénes qui les tenoient trop éloignées. On forme un parallélepipede, on le reporte au feu, & ensuite sous le gros marteau pour l'allonger, & cela autant de fois qu'il est nécessaire pour le réduire en barre de la longueur & de la forme que l'on veut, platte ou quarrée.

Dans ces derniéres opérations, non-seulement les parties du métal se pressent encore les unes contre les autres, par la force des coups de marteau qui les comprime, mais étant amollies par le feu, elles changent de figure, & s'allongent à peu près dans la même proportion que toute la barre; les parties hétérogénes & liquides qui sont restées entre elles, quoiqu'en petite quantité, leur donnent la facilité de se placer en sorte qu'elles s'engagent tellement entre elles, que leur tissure, difficile à déranger entiérement, les rend seulement pliables, en glissant un peu les unes contre les autres, & c'est en quoi consiste la qualité des Fers doux.

Tout ce qui précéde s'est dit des Fers en général, & ne regarde cependant que ceux provenant de certaines Mines. Il y en a de si chargées de matiéres étrangéres, que l'on ne peut, sans beaucoup de travail & de dépense, les en dégager, ce qui fait que les parties de métal nageant, pour ainsi dire, au milieu des premiéres, ne peuvent, avec les opérations ordinaires, que se rapprocher les unes des autres, sans changer que peu leur figure, ni s'entrelacer comme celles dont on a parlé, de sorte que la moindre force suffit pour les dégager; & c'est de cette sorte qu'est composé le Fer cassant, d'autant plus que les matiéres étrangeres qui s'expriment de tous les Fers, tiennent de la nature du Verre, comme l'expérience nous l'apprend.

On a vû qu'en forgeant une loupe sous le gros marteau, les petites parties de métal prenoient à peu près chacune en particulier, la forme du tout ensemble, ainsi celles d'une barre platte, sont autant de petites lames qui s'arrangent les unes entre les autres, ce que l'on apperçoit même à la simple vûe; de sorte que pour partager ces sortes de barres en deux, on eſt obligé de les plier pluſieurs fois d'un côté & d'autre; ce qui eſt, pour ainſi dire, les déchirer, plutôt que de les caſſer, par la difficulté d'en dégager les petites lames les unes des autres, & de vaincre pour cela leur frottement.

Il eſt encore à obſerver qu'il faut une force des plus conſidérables pour faire caſſer, & même courber une barre platte ſur le côté, & cela parce qu'il y a beaucoup plus de parties qui réſiſtent à leur ſéparation que de l'autre ſens, & beaucoup plus de frottement. Ces principes bien entendus, il eſt aiſé d'en conclure quelle doit être la véritable maniére de forger les Ancres.

Il faut prendre pour exemple les plus groſſes qui ſe ſont faites.

La longueur d'une Ancre de 6000 livres doit être à peu près de 15 pieds, & ſa groſſeur de 10 pouces.

Pour compoſer une auſſi groſſe maſſe de Fer, on n'a que des loupes de 50 livres peſant ou environ, telles qu'elles ſe tirent d'une gueuſe l'une après l'autre, comme on l'a dit cidevant.

On ſçait qu'en faiſant chauffer deux morceaux de Fer juſqu'à un certain degré, les appliquant l'un ſur l'autre, & frappant deſſus, ils s'uniſſent de ſorte qu'ils ne forment plus qu'un même corps, c'eſt ce qu'on appelle *ſouder ces Fers l'un à l'autre*. Alors les parties métalliques s'inſinuent les unes entre les autres, facilitées par ce qu'il y a de parties étrangeres preſque liquifiées, & cela d'autant mieux que les parties de Fer de l'une & de l'autre ſont diſpoſées de même ſens & pareillement figurées.

Si l'on faiſoit chauffer deux de ces loupes pour les joindre enſemble, & ainſi conſécutivement juſqu'à ce que cette piéce fût formée des proportions qu'elle doit avoir, on voit que les parties du Fer n'auroient pû acquérir ni la figure, ni la liaiſon qu'ont celles d'une barre platte formée d'une pareille loupe, parce que chacune de ces loupes ne ſera point allongée à beaucoup près; la piéce d'Ancre ne ſe pouvant former de cette ſorte, pour ainſi dire, que par tronçons, ni

s'épure

s'épurer autant qu'il eſt néceſſaire, de ſes parties étrangéres & caſſantes qui reſtent dans les loupes, ne pourroit avoir toute bonne qualité des Fers doux.

Il en ſeroit de même ſi on la formoit de pluſieurs piéces de Fer courtes, quoique plus épurées, mais qui ne peuvent jamais avoir l'avantage de la tiſſure des parties intérieures, outre bien d'autres inconvéniens auxquels ces ſortes de fabriques ſeroient ſujettes, dont le détail eſt inutile à préſent. Planche VIII. Fig. 1.

Il ne reſte donc plus que de la compoſer de barres; mais il y a pluſieurs façons de s'y prendre.

On avoit imaginé de faire un paquet de pluſieurs barres de Fer quarrées, de la longueur que l'on vouloit donner à l'Ancre, entretenues enſemble par des liens de Fer. Ce paquet étoit porté au feu, ou par le milieu, ou par un bout, & chauffé au point néceſſaire; pluſieurs forgerons frappoient deſſus à grands coups, de forts marteaux élevés à tours de bras ſoudoient la ſuperficie de la partie qui avoit été chauffée; mais quelque forte que fût l'impreſſion de tous ces marteaux, elle n'a jamais pû être aſſez grande pour pénétrer juſqu'au centre de la piéce, de ſorte que ce qui étoit ſoudé formoit une eſpéce de croute ou de fourreau dans lequel les barres du milieu étoient renfermées, ainſi que des plumes dans une caſſe d'écritoire; au moyen de quoi, lorſque dans les grands mouvemens d'une Mer agitée, cette croute ſe caſſoit, les barres du milieu n'étant point entretenues enſemble, ne réſiſtoient pas long-tems, tout ſe diſloquoit, s'il eſt permis de le dire ainſi. D'ailleurs, l'uſage eſt de donner aux Ancres une figure pyramidale, en les groſſiſſant depuis le quarré juſqu'à la croiſée, tant les verges que les bras, de ſorte que les barres qui compoſent le paquet étant également groſſes d'un bout à l'autre, pour groſſir la piéce vers la croiſée, on inſéroit de petits bouts de barres entre les grandes, ce que l'on appelloit des *fourrures*, leſquelles non-ſeulement ne tenoient que par un bout, & ne donnoient aucune nouvelle force à l'Ancre, mais encore laiſſoient néceſſairement des vuides préjudiciables entre les grandes barres, parce que Fig. 2. Fig. 4. Planche X. Fig. 1. Planche VIII. Fig. 3.

dans le mouvement, elles servoient de point d'appui pour les casser.

La maniére suivante de forger, de disposer les barres, & de les souder, remédie à tous ces défauts; c'est ce que l'on croit démontré, tout ce qui précéde étant bien entendu.

On supposera qu'elles doivent avoir la figure que l'usage leur donne.

Planche IX. On forge des barres plattes & pyramidales, en sorte que l'un des bouts est plus large & plus épais que l'autre, & que la même proportion suive dans toute la longueur; on leur donne moins de longueur que n'en doit avoir la piéce, soit que ce soit une verge ou un bras que l'on veuille forger; on en fait de deux largeurs différentes seulement, mais plusieurs de différentes épaisseurs.

On en arrange d'une même espéce les unes à côté des autres sur le même plan, en sorte qu'elles ayent ensemble plus que le diametre de la piéce, observant de commencer par celles qui ont le plus d'épaisseur; sur celles-là, on en pose d'autres plus larges & moins épaisses, afin qu'elles recouvrent les joints des premiéres, & l'on continue de suite jusqu'au centre du paquet que l'on veut former; après quoi on pose de semblables lits de barres, dont les épaisseurs augmentent dans la même proportion à mesure qu'elles s'éloignent du centre.

On connoît par le calcul, le plus de grosseur & le moins de longueur que doit avoir le paquet, pour que la piéce se trouve avoir les proportions que l'on veut lui donner, & qu'elle soit du poids demandé. On fait le paquet plus court & plus gros que ne doit être la piéce, parce qu'en le forgeant il s'allonge, & diminue de grosseur; & l'on connoît que toutes les barres sont également chauffées, & par conséquent soudées, parce qu'elles s'allongent également, ce qui se voit aisément par le bout du paquet. On donne plus d'épaisseur aux barres les plus éloignées du centre, parce que le feu agit davantage sur elles, & en enleve plus de parties, & celles du centre sont plus minces, parce que le feu y pénétre moins, & qu'elles sont ainsi plus aisées à chauffer.

On lie toutes ces barres ensemble avec des liens soudés, de différens diametres, que l'on fait entrer par le petit bout du paquet, & que l'on chasse ensuite à grands coups de marteau, jusqu'à ce qu'ils soient parvenus à un endroit où toutes les barres soient extrêmement en serre.

Ce paquet étant fait & bien affermi, on le porte à la forge; on pose l'endroit que l'on veut chauffer au-dessus de ce que l'on appelle la *tuyere*, qui est l'ouverture par laquelle le vent des soufflets se communique au foyer, & on le dispose de sorte que les différens lits des barres soient situés verticalement. On couvre le tout d'une quantité de charbon de pierre proportionnée à la grosseur de la piéce, après y en avoir jetté une pellerée d'allumé. Ce charbon, qui doit être d'une pierre assez menue, onctueuse, & non de celles, qui, remplies de souffre, s'enflamment d'abord, s'unit le plus que l'on peut, & s'applatit par le dessus, afin qu'il n'y ait point d'ouvertures qui communiquent du dedans au dehors; on le mouille pour faciliter cette opération, & empêcher que la superficie extérieure ne reçoive l'impression du feu; on est attentif, pendant toute la chaude, à ce qu'elle se conserve en cet état & sans fractures. Le tout reste ainsi un petit espace de tems, sans faire agir les soufflets, pendant quoi le feu s'allume peu à peu, ensuite on donne un vent médiocre, & enfin tout celui des deux soufflets qui agissent alternativement, comme à toutes les autres forges, & donnent un vent continuel. Par cette gradation de vent, les petites parties de Fer s'ébranlent peu à peu, & celles de la superficie communiquent leur mouvement aux autres, au lieu qu'un vent continu & violent, détacheroit ces premiéres, avant que les plus près du centre fussent suffisamment agitées. Les charbons les plus proches de la piéce se consument; elle se trouve isolée au milieu d'une voûte embrasée, dans laquelle le vent circule continuellement, & porte de toutes parts les parties imperceptibles du charbon qu'il détache, lesquelles mettent en mouvement toutes celles du paquet comprises dans la voûte.

Elles s'insinuent premiérement entre les couches verticales des barres, vis-à-vis desquelles le vent a plus de force à la sortie des soufflets, & pénétrent ensuite dans les joints horisontaux des épaisseurs des barres; si le vent a plus de force dans cet endroit, il trouve aussi plus de résistance dans ces petits passages étroits & détournés, & c'est ainsi que le tout se chauffe également.

Pour connoître s'il l'est au degré nécessaire, on perce la voûte joignant le paquet; on le tourne & retourne, si on le juge nécessaire, ce qui est facile, étant isolé, comme on l'a dit, sans rompre la voûte, le charbon n'étant plus adhérant; enfin, lorsque l'on s'apperçoit qu'il est blanc, & au degré nécessaire pour bien souder, on le tire du feu.

On le porte sous un gros marteau de 7 à 800 pesant, qui, tombant d'environ 3 pieds de hauteur, d'où il est encore poussé par un ressort, soude en quatre coups toutes ces barres les unes avec les autres, celles du centre comme celles de la superficie, en sorte qu'elles ne forment plus qu'un seul corps; de maniére que si on le coupoit dans quelque endroit que ce fût, on n'y reconnoîtroit aucunes jointures : on continue de cette sorte partie par partie successivement dans toute la longueur du paquet, jusqu'à ce qu'il soit entiérement soudé.

Une pareille piéce de Fer a certainement toutes les qualités du meilleur Fer, & le plus doux & le moins cassant; ses parties métalliques n'ont pû changer de figure, elles ont été frappées du même sens que lorsque les barres ont été formées, rien n'en a interrompu la tissure, elles se sont même encore allongées, & par conséquent plus engagées les unes dans les autres, le paquet ayant été fait moins long & plus gros que la piéce ne devoit être; elle est plus épurée de cette matiére cassante dont ses parties étoient trop environnées.

Le poids d'une Ancre est déterminé par la force de l'équipage du Vaisseau pour lequel elle est destinée, c'est-à-dire, par le nombre d'hommes qui peuvent servir au Cabestan; étant d'ailleurs d'un Fer de la meilleure qualité qu'elle puisse être, il s'agit de tirer encore tout l'avantage poſſible de la quantité.

De la maniére dont une Ancre eſt mouillée, le plus grand effort qu'elle fait eſt dans le plan qui paſſe par la verge & les deux bras.

De ce que l'on a dit d'une barre platte, qu'elle étoit infiniment plus difficile à caſſer ſur le côté que ſur le plat, on en doit conclure infailliblement que l'Ancre, pour avoir auſſi toute la force poſſible, doit être platte en ce ſens, & non pas ronde ni quarrée, mais un parallélepipede prolongé, dont les angles cependant doivent être abbattus en rond, tant pour empêcher qu'elle ne coupe les cables, que parce que par le frottement contre les rochers ou autrement, elle pourroit ſouffrir de l'altération dans ſes parties les plus foibles, enfin pour la facilité de la manœuvre.

Elle auroit plus de force, moins elle auroit de longueur, parce que ſes parties groſſiroient à proportion.

Enfin, quoique l'uſage ſoit établi de les faire pyramidales, peut-être parce qu'elles ont plus de grace, c'eſt-à-dire, plus foibles vers l'organneau, ainſi que les bras vers les pattes, il ſemble qu'elles devroient être par-tout également groſſes, d'autant que lorſque l'on jette une Ancre, il eſt très-incertain quel ſera le point d'appui; parce qu'elle pénétre très-inégalement dans tous les différens fonds qu'elle rencontre.

Les pattes méritent autant d'attention que les autres parties de l'Ancre, & ne ſe font cependant que de loupes applaties, dont les parties intérieures n'ont aucune liaiſon, quoiqu'il ſoit néceſſaire qu'elles réſiſtent à toutes les violentes ſecouſſes de la Mer: il ſeroit donc d'une extrême conſéquence de les forger comme le reſte, en ſoudant pluſieurs barres enſemble, pour les applatir enſuite dans les proportions qu'elles doivent avoir; elles ſe ſouderont même plus exactement aux bras, leurs petites parties étant diſpoſées du même ſens, de ſorte qu'en s'y appliquant, elles ſe placeront plus facilement entre celles-là, ſans les croiſer ni les trop ſéparer, comme ſeroient des grains irréguliers de la fonte.

Ceux qui conduisent cette fabrique, doivent, par un calcul exact, régler toutes les dimensions des Ancres, par rapport au poids de chacune pour le leur donner juste, & en même-tems les proportions conformes à celles qui leur seront prescrites. Ils doivent en tracer le dessein sur un plan, pour les faire exécuter avec justesse.

Les inconvéniens de cette fabrique proviennent de l'inattention des chauffeurs, qui laissent brûler le Fer, les barres se trouvent coupées; ils y appliquent des piéces du premier Fer qu'ils trouvent, & cette partie devient, sans comparaison, beaucoup plus foible que les autres. C'est à ce que cela n'arrive jamais, qu'il est nécessaire de veiller avec grand soin, parce que l'on doit regarder une piéce manquée lorsque cela arrive.

EXPLICATION DES PLANCHES
du Mémoire sur la fabrique des Ancres.

PLANCHE I.

Ourdon, ou *Etablissement de Charbonniers.*

Figure 1. Cordes de bois dressées.
2. Fourneau commencé.
3. Fourneau dressé.
4. Fourneau bougé, ou incrusté de terre, auquel on met le feu pour convertir le bois en charbon.

PLANCHE II.

Mineray.

Figure 1. Mineurs ou Tireurs de Mine.
2. Laveurs pour nettoyer la Mine.
3. Grapeur qui lave une seconde fois la Mine dans un chaudron percé comme une passoire.

PLANCHE III.

Masse de Fourneau.

Figure 1. Ouverture par laquelle on fait sortir le litier ou l'écume du Fer, que des manœuvres cassent lorsqu'il est congelé, pour l'enlever en morceaux.

2. Ouverture par où le Fondeur fait couler la fonte dans le moule, qu'il a creusé pour former la gueuse.

3. Gueuse.

PLANCHE IV.

Coupe du Fourneau perpendiculaire à la face de l'autre part.

Figure 1. Litier.

2. Mine fondue.

3. Intérieur, ou cuve du fourneau.

PLANCHE V.

Coupe du Fourneau parallele à la premiére face, tel qu'il est chargé & en feu.

Figure 1. Soufflets de bois qui agissent alternativement par le moyen de l'eau.

2. Tuyere dans laquelle s'insinuent les deux bouts des soufflets.

PLANCHE VI.

Derriére du Fourneau par où on le charge.

PLANCHE VII.

Affinerie.

Figure 1. Gueuse.

2. Bout de la gueuse en fusion.

3. Affineur qui rassemble les parties tombées dans l'affinerie.

4. Loupe que le valet d'affineur rassemble davantage, & raffermit.

Fig. 4, 4. Loupe que le Marteleur commence à forger ſous le gros marteau, de laquelle il s'exprime encore du litier.

PLANCHE VIII.

Forge aux Ancres.

Figure 1. Ancre de miſes ou de différentes piéces les unes au bout des autres.

2. Verge en paquets de barres de Fer quarré, aſſemblées indiſtinctement.

3. Coupe de cette verge où les fourrures s'apperçoivent.

4. Cette verge forgée à bras, telles qu'elles ſe forgent dans les Ports.

5. Verge de barres plattes au feu.

6. Verge de barres plattes ſous le gros marteau.

PLANCHE IX.

Figure 1. Barres du ſecond lit de la verge.

2. Barres du premier lit.

3. Profil du petit bout.

4. Profil du gros bout.

PLANCHE X.

Figure 1. Forgerons qui portent un bras d'Ancre pour être ſoudé à la verge par le gros marteau, ce qui ne peut ſe faire que dans les groſſes Forges, & eſt infiniment plus ſûr que de les ſouder à bras, comme il ſe pratiquoit.

2. Maître Ancrier qui rogne l'Ancre, par où l'on connoît en même-tems que toutes les barres ſont unies, & ne forment plus qu'un même corps.

PLANCHE XI.

Figure 1. Ancre de barres non ſoudées intérieurement.

2. Forgerons qui donnent la courbure au bras.

FIN de la Piéce qui a remporté le ſecond Prix.

RÉFLEXIONS

RÉFLEXIONS
SUR LA MEILLEURE FIGURE
A DONNER
AUX ANCRES,
ET LA MEILLEURE MANIERE
DE LES ESSAYER.

Piéce qui a partagé le troisiéme des Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1737.

Par M. DANIEL BERNOULLI, Professeur en Anatomie.

REFLEXIONS
SUR LA MEILLEURE FIGURE
A DONNER
AUX ANCRES,
ET LA MEILLEURE MANIERE
DE LES ESSAYER.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIÉRE D'ÉPROUVER LES ANCRES?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le troisiéme Prix de l'année 1737.

Omnia conando docilis ſolertia vincit.

I.

QUOIQUE l'hiſtoire des Ancres nous manque preſque entiérement, il ne faut pourtant pas douter que l'invention n'en ſoit très-ancienne, tant à cauſe de l'ancienneté du nom, que de leur néceſſité indiſpenſable dans les grandes Navigations, telles qu'on a faites depuis des tems immémorials. Il y a donc apparence que les Ancres n'auront gueres manqué d'atteindre à la plus grande perfection dont elles ſont capables : toute correction poſſible & importante aura difficilement échappé à tant de Nations, à tant de recherches & à tant de ſiécles, mais ſur-tout à nos derniers tems, dans leſquels on a pouſſé les Sciences & les Arts en général, & la Navigation en particulier, à un degré de perfection que nos Ancêtres auroient à peine oſé eſpérer. Je ſens donc bien la difficulté de mon entrepriſe; mais auſſi me ſemble-t-il que dans les choſes auſſi importantes & auſſi perfectionnées, la moindre addition doit être reçûe avec autant de ſatisfaction qu'on reçoit des inventions toutes nouvelles. C'étoit-là ſans doute le motif de l'illuſtre Académie, de donner pour ſujet de ſes Prix la perfection des Ancres & de l'ancrage, & de le donner pour la ſeconde fois. Il en eſt comme des Horloges; l'application des pendules par M. Huguens n'en eſt qu'une légere addition, mais qui mérite autant d'éloges que tout ce qu'on avoit inventé auparavant ſur la Meſure du Tems. Il eſt vrai qu'on pourroit facilement imaginer des eſpéces d'Ancres toutes nouvelles, ou faire de grands changemens à leur ſtructure reçûe : ces nouveautés ou changemens pourroient avoir de bonnes apparences: mais lorſqu'on en feroit l'eſſai, on trouveroit peut-être ces nouvelles Ancres bien inférieures aux ordinaires. On verra dans la ſuite que j'ai examiné avec beaucoup de ſoin la ſtructure des Ancres, tâchant d'approfondir leur méchaniſme avec les fonctions de chaque partie, & il m'a paru d'y voir beaucoup d'invention; j'ai donc crû n'y devoir changer que dans les circonſtances qui dépendent abſolument de la Géométrie: l'expérience a fait voir l'eſſentiel, & le raiſonnement qu'un homme de Lettres peut faire dans ſon Cabinet, ne doit plus y avoir de priſe que dans les choſes d'une méchanique bien menagée, & cela non tant pour décider que pour donner à penſer aux perſonnes intelligentes qui ſont à portée de faire de nouvelles expériences.

Voici l'ordre que je me propoſe dans ce Diſcours: je commencerai par expoſer la ſtructure ordinaire des Ancres, après quoi je décrirai la maniére méchanique dont elles agiſſent; je chercherai enſuite ce qu'il faut faire pour rendre leur uſage le plus ſûr & le plus parfait, & pour diminuer quelques inconvéniens qui leur restent, en parcourant toutes les parties des Ancres : je donnerai la description d'une nouvelle sorte d'Ancres, & enfin j'ajoûterai quelques réfléxions sur la meilleure maniére d'essayer les Ancres ; mais je ne toucherai que légerement ces deux derniers points.

II.

Les Vaisseaux portent ordinairement quatre Ancres de différente grandeur ; la plus grande est la *maîtresse Ancre*, qu'on réserve pour les cas extraordinaires & les plus périlleux en tems d'orage : la seconde est celle dont on se sert ordinairement : la troisiéme, nommée l'*Ancre d'affourche*, un peu plus petite que la précédente, est celle que l'on mouille opposée à l'Ancre déja jettée, c'est-à-dire, de sorte que leurs cables forment un angle tantôt plus tantôt moins grand ; la quatriéme est appellée l'*Ancre à touer* ; elle est beaucoup plus petite que les précédentes, aussi ne s'en sert-on pas pour arrêter les Vaisseaux, mais pour les *touer*. Toutes ces Ancres, quoique de différente grandeur, ne laissent pas d'avoir les mêmes proportions dans leurs parties, de sorte qu'il seroit superflu d'en traiter séparément.

Les Ancres sont composées des parties suivantes. Il y a la *vergue* : c'est une barre de Fer d'une épaisseur égale, c'est-à-dire, cylindrique : sa longueur est proportionnée à la largeur du Vaisseau, & cette proportion est dans la maîtresse Ancre comme 2 à 5. Le diametre de la *vergue* fait environ la vingt-sixiéme partie de sa longueur : le bout de la *vergue*, qui joint le *jas*, est quarré, ou plutôt prismatique sur une section quarrée : il est troué à l'extrémité pour donner passage à l'*arganeau*, qui est un anneau de fer, auquel le *cable* est attaché ; & afin que celui-ci ne se pourrisse pas par l'enrouillure de l'*arganeau*, on enveloppe l'*arganeau* avec de vieux cordages. Le bout prismatique de la *vergue* est plus épais que le reste, pour y mieux faire tenir le *jas* par lequel il passe.

Ce *jas* est un assemblage de deux piéces de bois d'une figure égale, empattées fort étroitement ensemble : il fait un angle droit avec la *vergue*, & va en diminuant vers les extrémités : sa longueur ne différe pas beaucoup de celle de la *vergue ;* mais il a environ quatre fois plus d'épaisseur dans son milieu que la *vergue* n'en a.

A l'autre bout de la *vergue* est soudée la *croisée* sous un angle droit & perpendiculairement au plan qui passe par le *jas* & la *vergue*. La *croisée* est recourbée vers le *jas*, & sa courbure forme environ un arc-de-cercle de soixante degrés, plus ou moins, dont le centre viendroit à peu près au milieu de la *vergue* : ses épaisseurs vont en diminuant vers les deux bouts : elle a enfin deux branches, dont chacune peut être censée former un arc-de-cercle d'environ trente degrés.

Les *pattes* sont deux piéces de fer triangulaires, soudées sur le dedans de chaque bout de la *croisée ;* leur longueur est un peu plus grande que la base, qu'on appelle les *oreilles :* elles sont recourbées en dedans autant que la *croisée*, pour pouvoir mordre plus facilement dans le sable du fond de la Mer.

Enfin le *cable* peut encore être censé appartenir à l'Ancre : il est attaché, comme j'ai déja dit, par l'*arganeau :* sa longueur est ordinairement de 120 brasses : il passe par les *écubiers* du Vaisseau, qui sont des trous faits aux côtés de l'avant du Vaisseau ; les quarrés de leurs épaisseurs, qui en marquent le nombre des fils, ne suivent pas la proportion des poids des Ancres, & on a des Tables là-dessus, qui ne sont fondées absolument que sur l'expérience. Voici cependant un exemple. Une Ancre de 500 livres a un cable d'environ 3 pouces de diametre ; il sera composé de 375 fils, dont chacun est estimé de 4 livres de poids, de sorte que tout le *cable* pesera 1500 livres, & par conséquent trois fois plus que toute l'Ancre. Les cordages sont tantôt plus tantôt moins pesans, suivant qu'ils sont plus ou moins roides ; cependant dans l'eau ils sont tous d'une même pesanteur spécifique, & lorsqu'ils sont bien mouillés & imbibés, ils descendent sous l'eau par leur propre poids, étant alors d'une pesanteur spécifique plus grande que l'eau.

J'ai pris ces descriptions & proportions d'un Livre de

Navigation, & même quelques-unes des ſimples figures ſans deſcription, ſur-tout lorſqu'elles me paroiſſoient conformes aux obſervations que j'avois faites autrefois moi-même ſur les Ancres ; j'établirai ma théorie ſur ces proportions, & ſi on ne leur trouvoit pas aſſez de préciſion, il ſera facile d'accommoder mon raiſonnement aux véritables proportions.

III.

Examinons maintenant de quelle maniére les Ancres étant jettées dans la Mer, mordent dans le ſable : c'eſt certainement ici le point principal, & qui demande le plus d'attention : auſſi nous faudra-t-il, pour connoître à fond toute la méchanique des Ancres, commencer ces recherches d'un peu loin. Il eſt clair que l'Ancre ne ſçauroit mordre dans le fond à moins de lui préſenter ſa pointe, c'eſt-à-dire, d'avoir la *croiſée* dans un plan vertical : mais les Ancres peuvent ſe coucher ſur un fond horiſontal de deux maniéres différentes : l'une tient la *croiſée* couchée ſur le fond pendant que le *jas* y eſt appuyé par un de ſes bouts ; dans l'autre c'eſt au contraire le *jas* qui eſt couché horiſontalement, & la *croiſée* eſt ſoûtenue par la pointe de l'une de ſes *pattes :* ce n'eſt que dans celle-ci que l'ancrage peut ſe faire : voyons cependant laquelle de ces deux ſituations eſt la plus naturelle aux Ancres : nous examinerons ce point d'abord hors de l'eau, & enſuite dans l'eau.

IV.

Soit dans la premiére Figure *DE* la ligne droite qui joint les extrémités des deux *pattes :* on peut la conſidérer ici à la place de la *croiſée*, comme ſi celle-ci n'avoit point de courbure : ſoit *AB* la *vergue*, & *FG* le *jas :* concevons pour la premiére ſituation la ligne *DE* couchée horiſontalement, de ſorte que les points *D*, *A*, *E* & *G* ſoient dans un plan horiſontal, & les points *G*, *B*, *I* & *A*, dans un plan vertical. Examinons à préſent ce qu'il faut pour changer cette ſituation de l'Ancre, & lui faire prendre l'autre ſituation : il faut, pour cet effet que l'ancre tourne autour de la ligne *EG*, qui joint l'une des pointes de la *croiſée* avec le point d'appui du *jas*. De cette maniére le centre de gravité de l'Ancre (que Fig. 1.

je ſuppoſerai en H) s'éleve d'abord juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé au point le plus haut, après quoi l'Ancre acheve de ſe renverſer par ſon propre poids, & prend ainſi la ſeconde ſituation qui eſt requiſe pour les ancrages. Il s'agit ici de ſçavoir combien le centre de gravité H eſt élevé pendant ce renverſement, puiſque la force requiſe pour faire prendre à l'Ancre la ſituation qu'elle doit avoir, lorſqu'elle ne l'a pas, eſt proportionnelle à cette même élévation du centre de gravité.

Pour cet effet, qu'on tire les droites HE & HG, comme auſſi la ligne AG, puis HL perpendiculaire à AG & HI perpendiculaire à EG: on voit que la hauteur initiale du centre de gravité par-deſſus l'horiſon eſt égale à HL, & que ſa plus grande hauteur, pendant le renverſement de l'Ancre, eſt égale à HI, de ſorte que pour renverſer l'Ancre, il faut auparavant donner à ſon centre de gravité une élévation égale à $HI-HL$: il ne reſte donc plus qu'à exprimer analytiquement ces lignes.

Soit $AE=a$, $BG=\alpha$, $AH=b$, $BH=\beta$, on aura $AG=\sqrt{(AB^2+BG^2)}=\sqrt{(\alpha\alpha+bb+2b\beta+\beta\beta)}$: delà on tire $EG=\sqrt{(AE^2+AG^2)}=\sqrt{(aa+\alpha\alpha+bb+2b\beta+\beta\beta)}$; pour abréger, je ſuppoſerai $EG=c$: on trouvera HL, en prenant la quatriéme proportionnelle à AG, GB & AH, ce qui donne

$$HL=\frac{b\alpha}{\sqrt{(\alpha\alpha+bb+2b\beta+\beta\beta)}}.$$

Pour trouver la ligne HI, je conſidére le triangle EHG, dont la baſe EG eſt $=c$; le côté $EH=\sqrt{(EA^2+AH^2)}=\sqrt{(aa+bb)}$, & le côté $HG=\sqrt{(GB^2+BH^2)}=\sqrt{(\alpha\alpha+\beta\beta)}$: des trois côtés donnés, on trouve la perpendiculaire à la baſe, ſçavoir:

$$HI=\frac{\sqrt{(\overline{2aa+2bb}\times\overline{\alpha\alpha+\beta\beta}+2cc\times\overline{aa+bb+\alpha\alpha+\beta\beta}-\overline{aa+bb}^2-\overline{\alpha\alpha+\beta\beta}^2-c^4)}}{2c}.$$

Connoiſſant donc les droites HI & HL, leur différence donnera l'élévation cherchée du centre de gravité, pendant qu'on fait prendre à l'Ancre ſa juſte poſition, laquelle élévation doit être eſtimée proportionnelle à la force requiſe pour cet effet.

V.

V.

Changeons maintenant la proposition, en supposant au contraire que l'Ancre soit dans sa juste position, c'est-à-dire, que la *croisée* soit dans le plan vertical, le *jas* étant couché horisontalement; & voyons quelle est la force qui pourroit faire quitter à l'Ancre cette position nécessaire pour l'ancrage, & la remettre dans l'état qu'elle a été supposée au commencement de l'article précédent. Il est facile de voir qu'on n'a qu'à convertir pour cet effet les lettres a & α, comme aussi b & β; ce que faisant, la valeur de c, qui est $=\sqrt{(aa+\alpha\alpha+bb+2b\beta+\beta\beta)}$, demeure dans les deux cas la même. Si l'on tire donc $H\lambda$ perpendiculaire à EB, ce sera $HI - H\lambda$ qui exprimera la force requise à ce second renversement. La premiére ligne HI est la même que dans le premier cas, & on a

$$H\lambda = \frac{\beta a}{\sqrt{(aa+bb+2b\beta+\beta\beta)}}.$$

VI.

Les deux forces respectives étant en vertu des deux articles précédens, comme $HI - HL$ à $HI - H\lambda$, on remarquera ici, qu'il convient que la premiére force marquée par $HI - HL$ soit aussi petite, & l'autre marquée par $HI - H\lambda$ soit aussi grande que les autres circonstances le permettent; par où l'on obtiendra cet avantage, que l'Ancre n'étant pas dans sa juste position, elle s'y mette avec facilité, & qu'y étant, elle ne la quitte que difficilement : il suit de-là que plus HL est grande, & $H\lambda$ petite, plus les Ancres prendront facilement leur position requise pour le succès de l'ancrage.

Ce que je viens de dire sert également pour les Ancres submergées, & pour celles qui seroient jettées sur un fond hors de l'eau, & toute la différence qu'il y a, est que le centre de gravité est placé différemment dans ces deux cas, à cause du *jas*; j'appliquerai cependant ces régles à l'un & l'autre cas, tant pour en voir la grande différence dans leur résultat, que pour nous servir de cette application dans la suite.

VII.

La *vergue* eſt d'une épaiſſeur égale, & il me ſemble que la *croiſée* aura à peu près le même poids que le *jas* chargé du bout quarré de la *vergue* & de l'*arganeau*. Cela étant, on peut placer le centre de gravité dans les Ancres non-ſubmergées, au milieu de la *vergue*. Suppoſons encore la *vergue* & le *jas* d'une longueur égale, & que la diſtance des extrémités des *pattes* ou DE ſoit égale à la moitié du *jas*. Toutes ces poſitions ſont $\alpha = \beta = b = 2a$, & $c = a\sqrt{21}$, ce qui donne $HI - HL = \sqrt{\frac{8}{7}} - \sqrt{\frac{4}{5}} =$ (en fraction décimale) 0, 174, & $HI - H\lambda = \sqrt{\frac{8}{7}} = \sqrt{\frac{4}{17}} = 0,584$. Les deux forces dont j'ai parlé aux articles IV & V, ſont donc comme 174 à 584, ou à peu près comme 2 à 7.

VIII.

On comprend aiſément par-là, qu'une Ancre étant jettée au haſard ſur un fond, donnera probablement à ſa *croiſée* la poſition verticale & non l'horiſontale, ſi ce fond eſt horiſontal & hors de l'eau : mais on ſe tromperoit, ſi on ne faiſoit cette probabilité que comme 7 à 2. Il eſt plutôt vrai que l'Ancre étant jettée avec force, & que le fond ſoit bien dur, il eſt moralement impoſſible que la *croiſée* reſte couchée ſur le fond, & voici la raiſon de cette propoſition aſſez paradoxe ; c'eſt que l'Ancre jettée avec une force, que je ſuppoſerai plus grande que 7, ſe roulera d'abord, & qu'à meſure qu'elle ſe roule, elle perdra de ſa force juſqu'à ce que cette force étant moindre que 7, & plus grande que 2, la *croiſée* de l'Ancre doit enfin garder néceſſairement ſa ſituation verticale : ſans cela il faudroit que dans un ſeul renverſement de l'Ancre, elle perdît plus que $\frac{5}{7}$ de ſa force, ce qui ne ſçauroit arriver ſur un fond bien dur.

IX.

Pour déterminer les mêmes choſes dans les Ancres ſubmergées, il faut principalement faire attention que le *jas* eſt de bois, mais d'un bois fort & peſant, de ſorte que pris avec le bout quarré de la *vergue* & avec l'*arganeau*, il ne manquera pas d'avoir à peu près la même peſanteur ſpécifique que l'eau, & que par conſéquent ſon poids peut être négligé ſous l'eau ; & comme tout le reſte de l'Ancre eſt de fer & homogéne, on n'a plus qu'à examiner quelle ſeroit la place du centre de gravité H dans une Ancre dégarnie de ſon *jas*. Or, toutes choſes bien conſidérées, j'eſtime que dans ce cas HB ſera à peu près double de HA. Mettant donc $b = \frac{4}{3}a$, & $\beta = \frac{8}{3}a$, en retenant les autres hypothéſes & dénominations de ci-deſſus, on n'a qu'à ſuivre les mêmes raiſonnemens & calculs. De cette maniére, on trouvera $HI - HL = 0,337$, & $HI - H\lambda = 0,287$, ce qui fait voir que les deux forces ſont aſſez égales, & que même la premiére eſt plus grande que la ſeconde, marque qu'il eſt plus facile & plus naturel aux Ancres ſous l'eau, d'avoir la *croiſée* couchée que dreſſée ; cela doit néceſſairement rendre l'ancrage mal ſûr. On auroit eu de la peine à croire la choſe ſi différente pour les deux cas, ſans les calculs que nous venons de faire.

X.

L'ordre demande que nous examinions maintenant ce qui arrive aux Ancres jettées au fond de la Mer, lorſqu'elles ſont tirées par le *cable :* nous le ferons, après avoir dit deux mots ſur la nature du fond propre au *mouillage*.

Il ne doit pas avoir au-delà de 50 braſſes de profondeur, puiſque la longueur du cable ne ſurpaſſe pas 120 braſſes, & qu'il doit toujours faire un angle fort oblique avec l'horiſon, comme je le démontrerai ci-deſſous. D'ailleurs le fond ne doit pas être trop dur, car l'Ancre ne ſçauroit y mordre, ni aſſez enfoncer : ſi le fond eſt ſimplement ſablonneux, l'Ancre enfonce facilement, mais elle n'y tient pas aſſez ferme, & le Vaiſſeau eſt ſujet à *chaſſer ſur ſon Ancre*. Suivant les obſervations de M. le Comte Marſigli, le fond de la Mer eſt le plus ſouvent d'une conglutination ſablonneuſe d'argile, de coquillages, & d'autres corps : cette conglutination eſt formée par la matiére glutineuſe qui réſide dans les eaux de Mer, & le tout forme une croute qui n'eſt pas fort épaiſſe, mais qui eſt d'ailleurs d'une conſiſtance fort propre pour le *mouillage*, ſçavoir, ni trop dure, ni qui ſe laisse trop facilement labourer par l'Ancre : au-dessous de cette incrustation, le fond est d'une constitution pierreuse, dans lequel la *patte* ne sçauroit plus mordre. Les corps mêlés avec le sable durci, doivent rendre la surface du fond assez inégale & raboteuse.

XI.

On jette l'Ancre ordinairement pendant que le Vaisseau avance sur sa route, en prenant garde que le *cable* ne se roidisse pas d'abord, & en filant pour cet effet le *cable* autant que la vîtesse du vaisseau le demande, jusqu'à ce qu'on le voie faire avec la surface de la Mer un angle d'environ 30 degrés; alors l'Ancre étant traîné plus ou moins vîte, il arrivera d'abord qu'elle roule de côté & d'autre, se couchant tantôt sur le *jas*, tantôt sur la *croisée*, ayant pour l'un & pour l'autre une facilité à peu près égale, en vertu du VIII^me^ article. Mais voici la raison de ce roulement, c'est que la *croisée* se couchant horisontalement, le *jas* sera appuyé sur le fond par un de ses bouts, faisant avec le fond un angle d'environ 63 degrés, si les parties des Ancres suivent les proportions que nous avons supposées dans le second article : or, si le fond de la Mer étoit parfaitement uni & poli comme une glace, il est très-certain que l'Ancre demeureroit constamment dans cette situation; mais comme ce fond est raboteux, & que le *jas* présente sa pointe appuyée en avant, à cause de son inclinaison en arriére, on voit qu'il heurtera continuellement contre les obstacles qu'il trouvera en son chemin, qu'il s'en ébranlera, & que très-aisément il se renversera & se couchera sur le fond; alors c'est la *croisée* qui est dans le plan vertical, & l'une de ses *pattes* présentera au fond sa pointe, quoique sous un angle presque droit, c'est-à-dire, que la tangente de l'extrémité de la patte fait un angle presque droit avec le fond; cette tangente est pourtant un peu inclinée en arriére, mais pas tant que le *jas* l'étoit dans l'autre situation de l'Ancre; ainsi donc la *croisée* heurtera aussi contre les inégalités du fond, de même que le *jas* le faisoit auparavant : mais ces impulsions qui se font contre le bout de la *croiſée*, ne ſeront peut-être pas ſi ſenſibles comme celles du *jas*, à cauſe que la *croiſée* n'eſt pas ſi longue que le *jas*, ni ſi obliquement appuyée ſur le fond : car on démontre aiſément dans la Méchanique, que la longueur & l'obliquité du levier heurtant, tel qu'eſt ici la branche inférieure de la *croiſée*, rendent les impulſions plus ſenſibles & plus efficaces dans notre cas pour renverſer l'Ancre ; & quant à l'obliquité en particulier, l'expérience le confirmera, ſi en s'appuyant ſur une canne, on la gliſſe ſur le plancher : car on verra que la canne étant perpendiculaire au plancher, ne s'en trémouſſera pas tant, que ſi elle eſt inclinée en arriére. Il ſemble donc, pour les deux raiſons apportées, que les impulſions données contre la *croiſée* ne la renverſeront pas ſi facilement qu'elles renverſent le *jas*, & qu'elles ſerviront plutôt à faire mordre la *patte* dans le fond ; car après que la *croiſée*, par un coup reçû, a été pouſſée en haut, & qu'elle retombe la pointe contre le fond, cette pointe y entrera par la chûte d'un ſi grand poids, quelque légére que ſoit la chûte, & dès-lors l'Ancre n'eſt plus ſi ſujette à ſe renverſer, & l'action du *cable* l'enfoncera de plus en plus, comme nous ferons voir ci-deſſous.

XII.

Ce que nous venons de dire ſur la méchanique des Ancres jettées & traînées au fond de la Mer, ſe confirmera par l'expérience, à ceux qui la voudront prendre comme je l'ai fait : Qu'on faſſe un petit modele d'Ancre, mais dont le *jas* ait toute la légereté poſſible, pour imiter parfaitement la nature des Ancres jettées au fond de la Mer, où le *jas* n'a plus de poids ; ſi on traîne cette petite Ancre ſur une table bien polie, on verra qu'elle ne ſe renverſera jamais, que ce ſoit le *jas* ou la *croiſée* qui eſt couchée : Qu'on traîne enſuite cette Ancre ſur un plancher moins uni, & on la verra ſe renverſer très-ſouvent & très-facilement, & cela avec une facilité égale pour l'une & pour l'autre ſituation : car ſi d'un côté, en vertu du IX^{me} article, la *croiſée* ſe couche plus facilement que le *jas*, nous avons fait voir au contraire dans le précédent article, que les petits chocs donnés contre la *croiſée* ne ſont pas ſi ſenſibles que ceux du *jas*. Enfin, ſi on traîne la petite Ancre ſur un fond ſablonneux, dont les inégalités & la dureté ſoient proportionnées à la grandeur & au poids de l'Ancre, on trouvera qu'après pluſieurs roulemens de côté & d'autre, la *patte* commencera à s'enfoncer, & qu'elle y entrera après cela ſi avant, qu'on ne ſçauroit plus l'entraîner, ſans employer conſidérablement plus de force, qu'on n'avoit fait au commencement de l'expérience. Tout ceci me paroît prouver exactement la vérité de ce que je viens d'avancer ſur la méchanique des Ancres, & nous fait voir en même-tems, quelle ſeroit la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres : c'eſt ſur quoi je m'expliquerai plus clairement à la fin de ce Diſcours. Il nous reſte à examiner ce qui arrive aux Ancres, après qu'elles ont déja commencé à mordre dans le fond.

XIII.

Dès que l'Ancre a mordu dans le fond, elle laboure d'abord le ſable, & par-là même elle réſiſte avec une plus grande force au *cable*, ou plutôt au Vaiſſeau, qui eſt la force mouvante; ſi on faiſoit d'abord trop roidir le *cable*, ſa force pourra facilement élever l'*arganeau*, ce qui fera néceſſairement renverſer la *croiſée*, ſi elle ne tient déja bien ferme dans le fond, & en ce cas c'eſt à recommencer. On voit par-là que la flottaiſon du *jas* entre deux eaux ne ſçauroit qu'être extrêmement préjudiciable au *mouillage*. Il y en a cependant qui ont cru cette flottaiſon eſſentielle à l'ancrage, penſant que c'eſt pour cette raiſon, qu'on fait le *jas* de bois. Il eſt certain que ſi le *jas* flottoit naturellement entre deux eaux, la *croiſée* ſe coucheroit toujours ſur le fond, auquel cas l'ancrage ne ſçauroit ſe faire : on s'en convaincra, ſi dans les expériences expoſées dans le précédent article, on tiroit l'Ancre aſſez verticalement pour élever le *jas*, car on verra la *croiſée* tomber auſſi-tôt. Et ſi le *jas* étoit élevé après que la *patte* eſt déja entrée dans le fond, il arrivera, ou que la *patte* tienne déja aſſez ferme pour empêcher le renverſement de l'Ancre, & en ce cas elle tiendra auſſi aſſez ferme pour empêcher que le Vaiſſeau ne *chaſſe ſur ſon Ancre*, ou qu'elle ne tienne pas aſſez ferme pour ſoûtenir l'effort de la *croiſée* de ſe coucher, & en ce cas toute la manœuvre de l'ancrage eſt rendue inutile. Ainſi donc l'élévation du *jas*, ou bien celle de l'*arganeau*, ne peut jamais avancer le *mouillage*, mais bien le retarder. Il faut donc l'éviter, en tirant le *cable* le plus horiſontalement qu'on peut, & en *filant le cable ſur les bittes* aſſez vîte pour qu'il ne ſoit pas trop roide, ni par conſéquent ſes efforts trop grands. Nous allons examiner cela de plus près.

XIV.

Soit dans la ſeconde Figure, *MN* le chemin que l'Ancre fait ſur le fond de la Mer, *PC* la ligne tirée perpendiculairement à l'extrémité de la *patte*; elle coupe, comme j'ai dit au ſecond article, la vergue *AB* au milieu *C*, & par les proportions ſuppoſées dans le même article, l'angle *ACP* ſera d'environ 30 degrés, & par conſéquent l'angle *CPB*, qui en eſt la moitié, de 15 degrés; c'eſt cet angle qui fait l'obliquité de la *patte* contre le fond, & ſans cette obliquité, elle n'y pourroit mordre qu'autant qu'elle y ſeroit forcée par ſon propre poids, qui ſeul ne ſuffiroit pas; car outre ledit poids, c'eſt auſſi la force du *cable* qui fait entrer la *patte* plus avant dans le fond, après qu'elle a commencé à y mordre; la direction de cette ſeconde force eſt la tangente du *cable* en *B*, celui-ci prenant la figure de la chaînette, qui approche plus ou moins de la ligne droite ſelon ſa longueur & la force avec laquelle il eſt tiré par le Vaiſſeau. Soit donc *BE* la direction du *cable* en *B*, & que *BE* exprime en même-tems la force qui tire l'Angle *BDP*: il faut réſoudre d'abord cette force en ſa verticale *OB*, & horiſontale *FB*, en faiſant le rectangle *BOEF*. Quant à la force verticale *BO*, elle fait effort pour lever l'*arganeau*; mais de ſçavoir ſi elle l'élevera actuellement ou non, cela dépend de la force abſolue *BE* & de l'angle *EBF*, comparés avec la force que l'Ancre exerce par ſon poids ſur le point *B*, & la réſiſtance que

Fig. 2.

l'enfoncement de la *patte* peut apporter contre cette élévation. Ce qu'il y a de sûr, est que l'élévation de l'*arganeau* & du *jas* peut très-facilement faire renverser l'Ancre sur sa *croisée*, & retarder par-là le succès de l'ancrage, pendant qu'elle ne sçauroit être d'aucune utilité, & qu'il faut par conséquent diriger la manœuvre de maniére que le *jas* reste couché sur le fond; cela étant, ladite force verticale OB reste sans effet. Quant à la force horisontale FB, comme sa direction passe par P, & que c'est la résistance de la *patte* qui est opposée à cette force, on voit qu'il faut la considérer comme appliquée en P, & ensuite la résoudre en deux, l'une parallele à la direction de l'extrémité de la *patte* en P, & l'autre perpendiculaire à cette direction: ces directions sont représentées par les lignes BG & GF, la première sert directement à enfoncer la *patte*, l'autre force appliquée en P, & parallele à GF, ne fera que presser fortement la surface de la *patte* contre le sable, qu'elle renversera en labourant le fond, si la force est assez grande; & cela continuera ainsi jusqu'à ce que la *patte* soit assez enfoncée pour ne plus se laisser entraîner par cette force. Voilà de quelle maniére les Ancres agissent, en arrêtant ainsi peu à peu les Vaisseaux, & les affermissant ensuite contre le vent, contre les courants, & sur-tout contre les coups de Mer: ce sont ceux-ci qui font le plus d'effet, mais ils ne font ordinairement qu'enfoncer de plus en plus les Ancres, qui le sont déja trop pour labourer encore le fond, pendant qu'elles peuvent toujours y entrer davantage, d'autant que les lames tirent le *cable* brusquement, de sorte que la force résultante approche plutôt de la nature des chocs, que des simples forces qu'on appelle *mortes:* aussi voit-on que dans les grandes tempêtes, les coups de Mer font plus souvent rompre le *cable* que *déraper* l'Ancre.

XV.

Tâchons ici d'avoir quelque idée sur le rapport des forces dont nous venons de parler, pour pouvoir les comparer ensemble, ce qui nous sera d'une grande utilité dans la suite.

Soit

Soit donc dans la troisiéme Figure, *A B* le *cable*, le point *A* repréſentant l'endroit de l'*arganeau*, & *E* celui de l'*écubier*, en négligeant la longueur du *cable* depuis la ſurface de l'eau juſqu'à l'*ecubier*. J'ai déja dit qu'à cauſe du poids que le *cable* a ſous l'eau, il prendra la figure connue ſous le nom de la *chaînette*. Qu'on conçoive cette courbe *BA* continuée juſqu'en *G*, qui eſt ſon point le plus bas, & où la tangente eſt horiſontale : qu'on s'imagine enſuite à chacune des extrémités *A* & *B*, être appliquées deux forces, une horiſontale & une verticale, qui toutes quatre ſoient en équilibre, & tiennent le *cable* ſuſpendu; les grandeurs & les directions de ces forces ſont repréſentées par *A E*, *A F*, *B D* & *B C*. Ceci poſé, on ſçait qu'en faiſant les rectangles *AEHF* & *BDLC*, les diagonales *AH* & *BL*, repréſentant les deux forces réſultantes des quatre forces expoſées, ſeront des tangentes aux points *A* & *B*; outre cette propriété connue, en voici deux autres. Fig. 3.

1°. Je dis que les deux forces horiſontales *AE* & *BD* ſont toujours égales entre elles. J'ai une démonſtration analytique de cela, tirée de la nature de la chaînette, que j'obmets, parce qu'il me ſemble qu'il ſuffit de remarquer, que toutes les autres forces, tant celles qui ſont repréſentées par *A F* & *B C*, que les forces infiniment petites qui tirent chaque point du *cable*, ſont verticales, & que par conſéquent les deux dites forces horiſontales *AE* & *BD* doivent ſe détruire & être égales ſous des directions oppoſées.

2°. Que la force *B C* eſt à la force *A F*, comme la longueur *B G* eſt à la longueur *A G*; car la force *B C* eſt préciſément égale au poids du *cable* ſous l'eau, de la longueur *BG*, & la force *A F* égale au poids que le *cable* de la longueur *A G* auroit ſous l'eau.

De ces deux Théorêmes, on peut trouver les forces *A E* & *A F*, en connoiſſant les deux forces *B D* & *B C* avec le poids du *cable* ſubmergé *BA*; il ſuffit même de connoître la force horiſontale *BD*, & l'angle *L B D* que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer.

En conséquence de ce que je viens de dire, posons la longueur du cable $BA = l$, son poids sous l'eau $= p$: la force $BD = P$, le sinus total $= 1$, le sinus de l'angle $LBD = s$, son co-sinus $= c$; cela posé, on aura $BC : BD :: s : c$, ou $BC = \frac{s}{c} P$: or la force BC est égale au poids du cable de la longueur BAG, on trouve par conséquent cette longueur BAG par une telle analogie, $p : l :: \frac{s}{c} P : \frac{sP}{cp} l$, qui est la longueur BAG, & de-là on tire la longueur $AG = \frac{sP}{cp} l - l$. De ceci, on trouve la force AF par une telle analogie, $BAG : AG :: BC : AF$, ce qui donne la force $AF = \frac{s}{c} P - p$. Enfin la force AE est, comme nous avons déja dit, égale à la force BD, ou égale à P. Nous tirerons quelques Corollaires de ces valeurs trouvées, après avoir fait remarquer au lecteur, que la force BD est ici celle que le Vaisseau exerce horisontalement : que la force BC marque l'effort que le Vaisseau fait pour s'élever davantage hors de l'eau, car l'action du *cable* fait un peu enfoncer le Vaisseau : que la force AE marque l'effort horisontal soûtenu par l'Ancre (lequel nous avons exprimé par BF dans la seconde Figure :) & enfin, que la force AF est produite par une partie du poids de l'Ancre ; elle est égale & opposée à BO dans la seconde Figure. Voici maintenant quelques Corollaires qu'on peut remarquer pour notre sujet, préférablement à d'autres.

1°. Si le poids du *cable* submergé étoit comme nul par rapport à la force qu'exerce le Vaisseau, on auroit $p = 0$, $BAG = \infty$, & la force AF égale à la force BC.

2°. Si le poids du *cable* submergé étoit à la force du Vaisseau, comme le sinus de l'angle que le *cable* fait avec la surface de la Mer à son co-sinus, la partie AG deviendroit nulle, de même que la force AF, c'est-à-dire, que la direction du *cable* près l'*arganeau* seroit alors horisontale, & si ledit poids du *cable* submergé avoit une plus grande raison à la force du Vaiſſeau, une partie du *cable* depuis l'*arganeau* ſe couchera ſur le fond de la Mer; & ſi enfin cette raiſon eſt plus petite que celle de s à c, la force AI ſera toujours poſitive vers le bas : d'où l'on voit que plus l'angle du *cable* & de la ſurface de la Mer eſt petit, & plus la longueur du *cable* ſubmergé eſt grande, plus la force cherchée AI ſera petite.

3°. Notre remarque la plus eſſentielle regarde ce que j'ai dit dans le XIV^{me} article, qu'*il faut diriger la manœuvre de maniére que le* jas *reſte couché ſur le fond*. Or j'eſtime, après avoir bien conſidéré toutes les proportions des Ancres & de leur poids ſous l'eau, qu'une force verticale tirant l'*arganeau* en haut l'élevera, ſi elle ſurpaſſe deux neuviémes, ou la cinquiéme partie du poids abſolu de l'ancre. Il faut donc, pour faire que le *jas* reſte couché ſur le fond, que cette force ſoit moindre que ladite cinquiéme partie du poids abſolu de l'Ancre, ſans quoi l'action du *cable* élevera le *jas*. Poſant donc le poids de l'Ancre hors de l'eau $= \pi$, il faut faire que $\frac{sP}{c} - p$ ſoit toujours moindre que $\frac{\pi}{5}$. Ce que nous venons d'exprimer par des formules générales, nous l'expliquerons dans la ſuite par des exemples particuliers tirés des régles de la Navigation, pour en faire voir l'utilité. Cependant il faudra tâcher d'avoir quelque connoiſſance, quand même elle ſeroit fort imparfaite, de la force horiſontale que le Vaiſſeau exerce, déſignée par P. Il n'y a que cette force dont la détermination ſoit difficile & vague; voici cependant quelques réflexions qui pourront nous donner quelques éclairciſſemens là-deſſus.

XVI.

Tant que le Vaiſſeau n'eſt pas encore arrêté ni le *cable amarré*, on peut modérer la force P, comme on le trouve à propos, en *filant* le *cable* plus ou moins : il eſt *loué* pour cet effet, c'eſt-à-dire, diſpoſé en rond pour pouvoir en laiſſer paſſer par l'*écubier* autant qu'on veut, ſans que le Vaiſſeau ſoit retardé beaucoup par l'Ancre, ſi la choſe le demande ainſi. Nous ne dirons donc rien pour ce cas ſur ladite force *P*, puiſqu'elle dépend abſolument de la diſcrétion de ceux qui filent le *cable* : il ne tiendra qu'à eux de faire qu'elle ne ſurpaſſe jamais un certain degré, & tant qu'elle n'eſt pas plus grande que $\frac{c}{s} \times (p + \frac{\pi}{s})$, elle n'élevera point l'*arganeau*, en vertu du troiſiéme Corollaire du précédent article.

Mais le Vaiſſeau étant arrêté, il ſoûtient encore l'effort des vents, celui des courants & les coups de Mer. L'effort des vents contre un Vaiſſeau n'eſt pas bien grand, quand les voiles ſont baiſſées : celui des courants l'eſt beaucoup davantage. Voici comment je l'ai déterminé pour une Frégate, ſur laquelle j'ai fait autrefois un trajet ſur Mer.

Je remarquois un jour qu'avec un vent en poupe d'environ 20 ou 22 pieds par ſeconde (c'eſt-à-dire, qui faiſoit parcourir à l'air l'eſpace de quelques 20 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois par le moyen d'un certain Inſtrument que j'avois inventé & préparé à ce deſſein) nous faiſions 6 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois encore par le moyen d'une Boule d'yvoire attachée par un fil, laquelle je plongeois dans l'eau, en remarquant l'inclinaiſon du fil qui en provenoit. [M. Poleni s'eſt ſervi enſuite de la même méthode, dans ſa Piéce qui a remporté le Prix de 1733, digne de cette glorieuſe récompenſe, & je l'ai trouvée fort bonne, moyennant quelques regles que l'expérience m'a fait remarquer.] Les voiles, qui étoient perpendiculaires à la direction du vent, pouvoient avoir toutes enſemble une ſurface à peu près égale à 2000 pieds quarrés. La vîteſſe relative du vent contre les voiles étoit donc 14 ou 16 pieds par ſeconde, qui eſt telle que la peſanteur naturelle produit dans un corps qui tombe de la hauteur d'environ 4 pieds : d'où il ſuit, en ſe ſervant de la regle de M. Mariotte ſur la force des Fluides, (que je cite ici, quoiqu'il y ait quelque correction à faire, me réſervant de publier un jour ma nouvelle Théorie ſur cette matiére, que j'ai confirmée par un grand nombre d'expériences très-exactes,) que la force du vent contre les voiles étoit égale au poids d'un prisme d'air haut de 4 pieds fait sur une base de 2000 pieds quarrés, c'est-à-dire, au poids de 8000 pieds cubiques d'air; & comme du temps de cette observation l'air étoit assez chaud, je crois ne devoir donner à un pied cubique d'air que le poids d'une once, de sorte que toute la force du vent devient égale à 8000 onces ou 500 livres. Or dans un Vaisseau, dont la vîtesse est uniforme, la résistance de l'eau est égale à la force qui le pousse; notre Frégate souffroit donc alors une résistance de 500 livres, & si on l'avoit affermie à l'Ancre contre un courant de 6 pieds par seconde, ce courant auroit fait contre la Frégate un effort horizontal encore de 500 livres; (je dirai ici en passant, que le poids de notre *maîtresse Ancre* étoit aussi d'environ 500 livres;) c'est cette force que nous avons appellée *P* ci-dessus. Si la vîtesse des courants est moins grande, leur force contre le Vaisseau en devient aussi moins grande: mais cela ne va pas tout-à-fait, comme on croit communément, en raison quarrée des vîtesses; car un nombre infini d'expériences a fait voir que cette regle, quoique fort exacte dans les mouvements violents, s'écarte beaucoup de la vérité dans ceux qui se font lentement, comme M. Newton a fait voir dans ses *Princ. Mathem. Philos. nat. edit.* 3me. Ce que nous venons de dire suffit pour nous donner une idée de la grandeur de la force absoluë horisontale d'un Vaisseau déja arrêté, puisque cette force provient la plûpart des courants de la Mer contre le Vaisseau, quoique la cause de ces courants puisse varier. Disons encore deux mots sur l'effort des lames contre les Vaisseaux.

On sçait que les lames ne font qu'un mouvement réciproque des eaux qui montent & descendent alternativement sans changer de place, qu'autant qu'elles sont emportées par les courants: elles n'agissent donc qu'en élevant avec précipitation le Vaisseau, qui est obligé par-là de s'approcher très-vîtement de l'endroit qui répond verticalement à l'Ancre; & comme le Vaisseau ne sçauroit obéir assés promptement, le cable en reçoit une forte impression, qui fait quelquefois *déraper* l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable* : cette impression eſt d'autant plus grande que le mouvement des lames eſt prompt & grand, & que le *cable* approche plus de la poſition verticale. La maniére de connoître en gros cette force, ſeroit de ſçavoir le temps d'une ondulation, la hauteur de laquelle le Vaiſſeau eſt élevé, & combien le Vaiſſeau eſt obligé par cette élévation de s'approcher de l'endroit qui eſt *à pic* avec l'Ancre : car ſi, par exemple, le Vaiſſeau étoit élevé de 12 pieds en 3 ſecondes, & qu'il fût obligé par-là de faire un eſpace de 6 pieds ſur la ſurface de la Mer vers l'Ancre, on pourroit chercher quelle ſeroit la force qui dans le temps de 3 ſecondes pût faire parcourir au Vaiſſeau 6 pieds depuis le repos. Mais ces recherches ſeroient trop ennuyeuſes, & n'appartiennent pas aſſés à notre ſujet principal.

Enfin il arrive auſſi que les eaux des lames ſe roulent près leur ſurface, & viennent à ſe briſer contre les Vaiſſeaux : mais cet effort n'eſt pas fort conſidérable, parce que ces eaux ne ſont pas en grande quantité, & qu'elles ne cauſent par leur choc qu'un léger trémouſſement aux parties du Vaiſſeau.

Quand on a jetté deux Ancres ou trois, on connoîtra par les regles de la décompoſition des forces, quel effort chaque *cable* & chaque Ancre ſoûtiennent.

XVII.

Nous avons examiné juſqu'ici toute la théorie des Ancres, depuis le moment qu'elles ont touché le fond de la Mer juſqu'à celui qu'on veut deſancrer. Ce deſancrage ſe fait en tirant le *cable* par le moyen du *cabeſtan* juſqu'à faire venir l'Ancre à *pic* ; quelquefois pour faire plus vîtement, on gouverne le Vaiſſeau juſqu'au même endroit en le *virant de bord*. Lorſqu'il y a pluſieurs Ancres, on deſancre par le moyen d'une Chaloupe en *boſſant* l'Ancre, c'eſt-à-dire, en *amarrant la boſſe* qui ſaiſit le *cable*, & qui eſt un bout de corde garni d'un *cul de porc* double à chaque bout.

Je viens maintenant au point principal ; c'eſt de parcourir toutes les parties des Ancres à part, d'examiner leur fonction, & de voir de quels changemens & corrections elles ſont ſuſceptibles.

XVIII.

Commençons par le *Jas*. Nous avons déja vû qu'il ſert à mettre la *croiſée* dans un plan vertical, ce qui eſt abſolument néceſſaire pour le *mouillage*. Nous avons démontré encore dans les articles IV, V, VI, VII, VIII, & IX, qu'il eſt beaucoup plus naturel aux Ancres (en donnant à leurs parties les proportions ordinaires) d'avoir hors de l'eau la *croiſée* dreſſée que couchée ſur le fond, & même que cette derniére ſituation ne ſçauroit qu'être extrêmement rare à certains égards, mais qu'à cauſe de la légereté du *Jas* dans les Ancres ſubmergées, les deux poſitions leur ſont à peu-près également naturelles, & même que la *croiſée* ſe couche plus facilement qu'elle ne ſe dreſſe, ſur-tout lorſque le *cable* commence à ſe roidir, & que la *patte* n'eſt pas encore entrée bien avant dans le ſable, laquelle derniére circonſtance nous avons démontrée dans les articles XIV & XV. Or comme la ſûreté du *mouillage* demande abſolument que la *croiſée* préſente toûjours au fond l'une de ſes *pattes*, il faut ſans doute fixer là toute l'attention: mais il ſuit des articles IV & V, que plus le centre de gravité d'une Ancre ſubmergée eſt près de l'*arganeau*, & plus le *jas* eſt long, plus la juſte poſition des Ancres ſera ſûre. Ne vaudroit-il donc pas mieux de faire le *jas* de fer que de bois, ou du moins de le garnir tout autour d'une groſſe plaque de fer? Le ſuccès de cette correction eſt ſûr & infaillible pour donner la poſition requiſe aux Ancres. Il ſemble que ceux qui ſe ſont aviſés les premiers de mettre des *jas* aux Ancres, n'ont fait conſiſter leur action que dans la longueur, ſans faire attention que leur poids en augmente le plus conſidérablement l'effet: ſans cela je ſuis ſûr qu'ils n'auroient pas manqué de le faire d'abord de fer. Voyons cependant quelle influence ce changement aura ſur les autres circonſtances, puiſqu'une choſe eſt ſouvent bonne à un certain égard, & mauvaiſe à un autre. Il ne ſera donc pas hors de propos de faire attention ici à ce que j'ai marqué dans le XIV.me article, ſçavoir que ſi l'Ancre eſt dans ſa juſte poſition, l'action du *cable* peut facilement élever l'*arganeau*, & par-là renverser l'Ancre : il ne faut pour cela dans les Ancres ordinaires qu'une force verticale qui soit égale à la cinquiéme partie du poids de l'Ancre, comme j'ai dit à la fin du XV^{me} article : mais si on faisoit le *jas* de fer, quoique du même poids qu'on le fait de bois, il faudra une force verticale qui soit environ égale à la moitié du poids de l'Ancre pour élever l'*arganeau*, & l'action du *cable* ne peut guére produire une si grande force verticale, à moins que la *patte* ne soit déja entrée bien avant dans le fond, auquel cas l'Ancre ne sçauroit plus se renverser, ni peut-être sa *vergue* être élevée par cette force, quoiqu'assez grande pour l'élever dans une Ancre libre. On me dira peut-être que l'Ancre devient trop lourde ou trop pesante en faisant le *jas* de fer ; mais j'ai déja répondu à cela, qu'on peut le faire du même poids qu'on a coûtume de faire les *jas* de bois, ne prétendant pas qu'on lui donne l'épaisseur ordinaire ; il suffira de lui donner la moitié de l'épaisseur qu'on donne à la *vergue*, & de cette maniére il ne deviendra pas plus pesant que s'il étoit de bois, & ne laissera pas d'avoir encore autant de force. On pourra diminuer l'épaisseur du *jas* vers les deux bouts, comme on fait aux *jas* de bois, parce que c'est au milieu que le *jas* souffre le plus, & qu'il doit par conséquent être le plus épais. Quant à la longueur du *jas*, il est vrai que plus il est long, mieux il servira pour mettre l'Ancre dans sa juste position ; cependant il ne faut pas augmenter son poids sans nécessité, car sa grosseur devant être proportionnée à sa longueur il deviendroit trop pesant, si on vouloit le faire plus long que de coûtume : sa longueur ordinaire suffira, comme on voit assés par le VII^{me} article, qui ne doit point être changé pour être appliqué à l'état de submersion, lorsque les *jas* des Ancres sont faits de fer & semblables aux *jas* de bois par rapport à leur poids & à leur longueur.

XIX.

Après le *jas*, nous considérerons la *Vergue*. Chacun voit un grand nombre d'inconvenients qui proviendroient, si on on vouloit faire la *vergue* tout-à-fait courte. Je ne ferai ici attention qu'à trois points, qui sans doute sont les principaux. Le premier regarde l'angle *APB* dans la seconde Figure, qui en vertu du XIV^me^ article doit nécessairement être obtus : or si on faisoit la *vergue* assez courte pour que le point *B* tombât entre les points *A* & *C*, on voit que cet angle deviendroit aigu, & l'Ancre tout-à-fait impropre pour l'ancrage. Il faut donc que la *vergue AB* soit plus longue que *AC*, qui marque, pour ainsi dire, la longueur du rayon osculateur de la courbûre *AP* que je suppose déterminée. Si on faisoit *AB* d'une longueur infinie, l'angle *CPB* deviendroit égal à l'angle *ACP* qui est d'environ 30 degrés ; mais je démontrerai ci-dessous que cet angle *CPB* doit être d'environ 27 degrés, & il obtient ladite grandeur, en faisant *AB* neuf ou dix fois plus longue que *AC* : mais une telle longueur, quoique la plus avantageuse à cet égard, seroit énorme, étant cinq fois plus grande que la longueur qu'on donne ordinairement à la vergue : il vaut donc mieux aggrandir l'angle *CPB* (qui n'est que d'environ 15 degrés) par un autre changement dans la structure des Ancres, que par celui de la longueur de la *vergue* : mon intention n'a été jusqu'ici que de démontrer qu'on ne sçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard du premier point dont nous venons de parler.

Le second point, sur lequel la longueur de la *vergue* a quelque influence, regarde la facilité avec laquelle l'Ancre prend l'une des deux positions qui lui sont naturelles, & dont j'ai parlé dans le III^me^ article & les suivants. Or les formules des articles IV & V, m'ont fait connoître à cet égard que plus on allonge la *vergue*, plus l'Ancre prendra facilement sa position requise pour l'ancrage, car la raison de $HI - H\lambda$ à $HI - HL$ dans la premiére Figure (dont j'ai parlé au VI^me^ article) en devient toûjours plus grande. Nous avons trouvé dans le VII^me^ article cette raison comme 7 à 2 pour les Ancres non submergées, & cette même raison convient aussi aux Ancres submergées, dont le *jas* est de fer, & du même poids qu'on donne aux *jas* de bois, tels que j'ai conseillé de faire dans le précédent article ; mais si on faisoit la *vergue* d'une longueur infinie, cette raison seroit environ comme 11 à 2, & par conséquent plus grande : cela fait voir qu'on ne sçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard de ce point, non plus qu'à l'égard du premier.

En troisiéme lieu la longueur de la *vergue* peut faciliter le desancrage : car lorsque la *patte* s'est trop enfoncée dans le fond, le desancrage se fait avec assez de peine, sur-tout après les tempêtes, par la raison exposée à la fin du XIV^me^ article ; en ce cas l'Ancre étant *à pic*, la *vergue* sert d'un long levier, moyennant lequel on fait renverser à la *patte* le sable endurci qui la retient.

Il est donc enfin de la *vergue* comme du *jas* : on ne sçauroit dans la théorie les faire trop longs ni l'un ni l'autre : ce qui doit les borner, consiste simplement en ce qu'il ne faut pas augmenter le poids des Ancres sans en tirer une utilité suffisante, d'autant qu'en faisant leurs parties plus longues, il faut aussi les faire à proportion plus épaisses & plus fortes, étant alors plus sujettes à se rompre ou à se plier.

On fait au reste les *vergues* cylindriques, c'est-à-dire, d'une épaisseur égale dans toute leur longueur. Si on n'avoit égard en cela qu'aux risques que la *vergue* court de se courber ou de se rompre par les différents efforts qu'elle souffre, il est certain qu'il faudroit donner une toute autre proportion à ses différentes épaisseurs, & nommément les augmenter vers la *croisée*, & les diminuer vers le *jas* ; mais ces changements entraîneroient d'autres inconvénients : car toute Ancre doit avoir un certain poids, & il est indifférent pour le succès de l'ancrage de quelle maniére ce poids soit distribué, pourvû que le centre de gravité ne soit ni trop près de la *croisée*, ni trop près du *jas* : s'il est trop près de la *croisée*, l'Ancre en prend plus difficilement sa juste position, & c'est-là l'inconvénient d'augmenter les épaisseurs de la *vergue* vers la *croisée* ; & si au contraire le centre de gravité étoit trop près du *jas*, la force qui fait entrer la *patte* dans le fond deviendroit trop petite. Je crois donc qu'on peut laisser les *vergues* cylindriques telles qu'on les fait ; mais au reste il faut absolument les faire aussi longues qu'il est possible, en conservant la même masse ou le même poids, sans les rendre trop foibles ou trop sujettes à se courber ; cette regle est certaine, mais son résultat ne sçauroit être déterminé que par un grand nombre d'expériences. Quant enfin au bout quarré de la *vergue*, on voit bien qu'on le fait quarré, & plus gros que le reste, pour empêcher davantage le *jas* de tourner autour du bout : mais si on fait le *jas* de fer, comme j'ai conseillé de faire par de fortes raisons, on soudera la *vergue* au *jas*, comme on la soude à la *croisée*.

XX.

Examinons maintenant la *Croisée*. Sa courbure est ce qui se présente d'abord à l'esprit, & qui paroît le plus de conséquence. Il est vrai que c'est une assez petite portion de courbe, qui pourra toûjours passer sans grande erreur pour une portion du cercle osculateur, c'est-à-dire, d'un cercle décrit du rayon *P C* (*Fig.* 2.) qui est perpendiculaire à l'extrémité de la *croisée*, puisque l'angle *A C P*, qui est la mesure de toute la courbure de la demi-*croisée*, n'est que de 30 degrés. Mais comme on doit employer une exactitude géométrique dans toutes ses recherches, celle-ci ne sera pas hors de sa place. La principale question sera de sçavoir les conditions auxquelles il faudra satisfaire, c'est sur quoi je suis bien persuadé que chacun aura une idée particuliére, & ce sera à examiner laquelle aura le plus de poids & de vraisemblance. Pour moi je me suis enfin fixé à un simple arc de cercle ; car il n'y a que cette courbe dont les parties congruent parfaitement en les appliquant l'une sur l'autre. Cette courbe donne par-là un grand avantage à la *croisée* ; car en l'enfonçant davantage, chaque partie postérieure prend la place d'une antérieure, & ainsi le sable du fond n'est déplacé qu'autour du bord de la *patte*. Si l'on prend toute autre courbe, il faudra qu'au moindre enfoncement chaque partie de la *croisée* se fasse jour, & surmonte un nouvel obstacle, ce qui rend les enfoncements plus difficiles, & fait en même temps que l'Ancre se tient moins ferme dans le sable qu'elle aura élargi de tout côté. On pourra faire l'expérience de ce que je viens de dire fort facilement avec un clou courbé de maniére que les deux tangentes tirées aux extrémités fassent un angle donné : car on trouvera que si on donne au clou une courbûre circulaire, il entrera plus facilement, & tiendra ensuite plus ferme que si on lui avoit donné toute autre courbûre, outre que ses parties en souffriront moins. On m'objectera peut-être ici, & une personne d'autorité à qui j'ai communiqué mes pensées sur cette matiére, l'a fait, que ce raisonnement suppose le centre *C* en repos, & que l'Ancre n'est plus entraînée par le Vaisseau : je réponds à cela, 1°. Que si on vouloit considérer le mouvement progressif de l'Ancre, chaque degré de vîtesse demanderoit une autre courbe, quoique d'une même classe. 2°. Que la courbûre de la *croisée* est indifférente jusqu'à ce que la *patte* soit déja entrée dans le fond, & que dès-lors l'Ancre est ordinairement déja affermie, & qu'il ne s'agit plus que de l'affermir davantage. Voilà la raison qui m'a fait choisir la courbure circulaire préférablement à une autre, & cela d'autant plus qu'elle est sans doute la plus facile à forger.

La longueur de la *croisée* est relative avec celle du *jas* ; plus la *croisée* est courte par rapport à celle du *jas*, plus l'Ancre se couchera facilement sur le *jas* : il ne faut donc pas la faire longue sans nécessité, & cela d'autant moins que la croute sablonneuse & pénétrable n'est pas fort épaisse, comme j'ai rapporté au X^me article ; mais aussi doit-on faire la *croisée* assez longue pour que la *vergue* ne l'empêche pas d'enfoncer davantage, sur-tout lorsque le fond est tel que la *patte* y entre avec beaucoup de facilité ; car en ce cas, elle doit entrer bien avant pour s'y tenir ferme sans labourer le fond. On peut remarquer encore, qu'en choisissant pour la *croisée* la courbure circulaire d'un même rayon, l'angle *CPB* est proportionnel à la longûeur de la *croisée* ; on auroit donc à cet égard un avantage en la rendant plus longue, puisque les proportions indiquées au second article, ne donnent à cet angle que 15 degrés, & qu'il devroit être, comme j'ai déja marqué, de 27 degrés. Mais comme cet angle peut être augmenté d'une autre maniére, qui ne préjudicie pas aux autres points; cette raiſon ne doit pas nous engager à faire la *croiſée* plus longue que de coutume. A mon avis, il ſuffira de donner à la *croiſée* la longueur d'un arc circulaire de 60 degrés, quoiqu'ordinairement on la faſſe un peu plus longue, autant que j'ai pû juger par les Figures.

Les épaiſſeurs de la *croiſée* ſont diminuées vers les extrémités pour deux raiſons : l'une eſt que les différentes forces qui agiſſent ſur la *croiſée*, & qui pourroient la courber ou la rompre, ſont plus ſenſibles ſur le milieu que ſur les extrémités : la ſeconde raiſon eſt, que l'on donne par-là aux deux *branches* la nature du coin, qui les fait entrer plus facilement dans le fond.

L'angle que l'extrémité de la *croiſée*, ou bien de la *patte*, doit faire avec le fond, le *jas* y étant couché horiſontalement, eſt un des points eſſentiels : ſi on donne à la *croiſée* la figure d'un arc-de-cercle, ſi on lui donne 60 degrés d'ouverture, & ſi on fait le rayon égal à la moitié de la *vergue*, l'angle *APB* devient égal à 105 degrés, & l'angle *CPB* à 15 degrés. Mais ils me paroiſſent trop petits : leur plus avantageuſe grandeur dépend du rapport des forces qui font mordre la *patte* dans le fond, dont l'une provient du poids de l'Ancre, & l'autre eſt la force *BF* qui tire l'Ancre horiſontalement, & dont j'ai expliqué l'action dans le XIV^{me} article.

Soit donc encore, comme dans le XV^{me} article, le poids abſolu de l'Ancre $= \pi$, ſon *jas* étant de bois, j'eſtime le poids de l'Ancre ſous l'eau $= \frac{2}{3}\pi$. Poſons d'ailleurs, comme dans le IX. article, le centre de gravité d'une telle Ancre être à la diſtance d'un tiers de la *vergue* depuis la *croiſée*, & on aura la preſſion que la *patte* exerce ſur le fond de la Mer par le poids de l'Ancre, égale à $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\pi$, ou $\frac{4}{9}\pi$. On trouve à peu près la même valeur de $\frac{4}{9}\pi$ pour les Ancres garnies d'un *jas* de fer, tel que j'ai conſeillé de faire dans le XVIII^{e} article; parce que ſi d'un côté le *jas* eſt plus peſant ſous l'eau, le centre de gravité est au contraire plus loin de la *croisée*. Voilà ce qui regarde la premiére force.

Quant à la force horisontale BF (que nous avons appellée P dans le XV^me^ article) nous en avons donné un exemple au XVI^me^ article, en faisant voir qu'elle étoit égale au poids de 500 livres, au cas qu'elle fût produite par un courant de 6 pieds par seconde : cette force de 500 livres étoit à peu près égale au poids de la maîtresse Ancre que le Vaisseau en question portoit : mais il s'en faut beaucoup que la force horisontale, dont il s'agit ici, doive être estimée si grande : car outre que les courants sont ordinairement beaucoup moins forts, ne faisant guéres au-delà de 2 ou 3 pieds par seconde, il ne faut pas considérer ici les forces que le Vaisseau soûtient étant déja affermi à l'Ancre, mais celles qui retardent le Vaisseau par la manœuvre de l'ancrage, l'Ancre n'étant pas encore entrée dans le fond. On peut alors considérer la résistance de l'Ancre, qui est égale à la force P, comme produite par le simple frottement que l'Ancre souffre, étant traînée par sa *patte* & sur une surface sablonneuse semblable à celle du fond de la Mer. Les expériences qu'on a faites à cet égard sur différens corps & différentes surfaces, me font estimer ladite résistance égale à un tiers du poids que l'Ancre a sous l'eau, ou égale à deux neuviémes du poids absolu de l'Ancre. Si je me trompe dans cette estime, du moins est-il évident que je n'ai pas manqué dans l'excès : la force horisontale, égale à la même résistance, doit donc être pour le moins posée égale à $\frac{2}{9}\pi$, & ainsi les deux forces en question, dont il s'agit d'estimer le rapport en gros, sont donc comme $\frac{4}{9}\pi$ à $\frac{2}{9}\pi$, c'est-à-dire, comme 2 à 1. Cela signifie que la patte P est pressée par deux forces, l'une exprimée par PH qui est verticale, produite par le poids de l'Ancre, & l'autre représentée par PL qui est horisontale, produite par l'action du *cable*, & que la premiére est tout au plus double de la seconde. Si l'on acheve le rectangle, la diagonale PI exprimera la force résultante des deux dites forces, & l'on voit que c'eſt la direction de cette diagonale que l'extrémité de la *patte* doit avoir, parce que de cette maniére les deux forces combinées enfoncent directement la *patte* dans le fond. On trouve la même choſe par la méthode *des plus grands & des moindres*. Puiſque donc PH eſt double de PL, & que PI doit être une tangente en P, il ſuit que l'angle LPI eſt de 63 degrés, & ſon complément CPB (car l'angle CPI eſt droit) de 27 degrés. [Ce calcul doit être un peu changé pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, en ce qu'elles ne perdent pas tant de leur poids par la ſubmerſion, de ſorte que la force PL en devient un peu plus grande ; on pourra donc bien faire dans ces Ancres l'angle CPB de 30 degrés. La même méthode ſert auſſi à déterminer l'angle que le coutre d'une charrue doit faire avec la ſurface des champs qu'on laboure.] Si la force horiſontale exprimée par PL, eſt ſuppoſée plus grande par rapport à ſa compagne PH, ledit angle CPB devroit être encore plus grand; cependant de la maniére qu'on fait les Ancres, il ne va guéres au-delà de 15 degrés. Il y a pluſieurs maniéres de remédier à ce défaut; mais la meilleure, à mon avis, ſera de courber davantage la *croiſée*, ou, ſi l'on veut, de garnir le *jas* dans ſes extrémités de deux piéces de bois d'une figure ſphéroïdique fort applatie, en faiſant paſſer le *jas* par leurs centres. Par-là l'extrémité de la *vergue* B ſe hauſſeroit, & l'angle CPB en deviendroit plus grand. Ces changemens peuvent ſe faire ſans le moindre préjudice pour aucune fonction des parties qui compoſent l'Ancre.

XXI.

Je finirai cet examen par quelques réflexions ſur le *cable*. Il importe beaucoup que le *cable* tire l'Ancre le plus horiſontalement qu'il eſt poſſible ; la force horiſontale BF (c'eſt toujours la ſeconde Figure) en devient plus grande, & la verticale BO plus petite; l'un & l'autre point eſt avantageux pour l'ancrage en vertu du XIV^me^ article. Il faut donc, après avoir jetté l'Ancre, filer le *cable* aſſez vîtement pour empêcher qu'il ne ſe roidiſſe avant que le Vaiſſeau ſoit à une grande diſtance, comme, par exemple, double de la profondeur de la Mer qui répond à l'Ancre. Si après cela on roidit le *cable* avec une certaine force, il eſt à remarquer que l'angle *EBN* (qui eſt celui que le *cable* fait avec le fond de la Mer) dépend encore de cette même force à cauſe du poids que le *cable* a ſous l'eau, & qui lui fait prendre la figure d'une *chaînette* convexe vers le fond, & concave vers la ſurface de la Mer. On pourroit croire d'abord que la courbure du *cable* approche ſi fort de la ligne droite, & par conſéquent l'angle *EBN* ſi fort de celui que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer, que les différences peuvent être négligées; mais nous verrons le contraire, ſi nous appliquons les Théoremes du XV^me^ article à la préſente queſtion, & enſuite à quelque exemple fondé ſur les principes de la Navigation. Car en retenant les dénominations que nous avons faites dans ledit XV^me^ article, nous trouverons le ſinus de l'angle *EAH* (*Fig.* 3.) qui eſt égal à l'angle que le *cable* fait avec le fond horiſontal de la Mer, de la maniére ſuivante. Achevez le rectangle *EAFH*, & la diagonale *AH* marquera la force équivalente aux deux forces *AE* & *AF*, & ainſi *AH* ſera une tangente en *A* & égale à $\sqrt{(AE^2+AF^2)}$, c'eſt-à-dire,

$$=\sqrt{(PP+\overline{\tfrac{s}{c}P-p}^{\,2})}=\sqrt{(PP+\tfrac{ss}{cc}PP-\tfrac{2s}{c}Pp+pp)}=(\text{à cauſe que } cc+ss=1)\ \sqrt{\left(\tfrac{PP}{cc}-\tfrac{2sPp}{c}+pp\right)}.$$

Or *AH* eſt à *AF* comme le ſinus total au ſinus de l'angle *EAH* ou *EAG*; on a donc le ſinus de l'angle cherché

$$EAH=\frac{sP-cp}{\sqrt{(PP-2scPp+ccpp)}}.$$ Cet angle eſt donc nul, lorſque $sP=cp$, & ſi sP étoit plus petit que cp, j'ai déja marqué ci-deſſus qu'une partie du *cable* ſe couchera ſur le fond, & l'*arganeau* ne laiſſera pas d'être tiré horiſontalement. Appliquons maintenant ladite formule à quelques exemples, tels qu'ils ſont ordinaires dans la Navigation.

Soit $c=2s$, c'eſt-à-dire, que le *cable* faſſe avec la ſurface de la Mer un angle de 27 degrés. Suppoſons *P* égale à 125 livres,

livres, qui sont le quart du poids de l'Ancre dont j'ai fait mention dans le précédent article, & par conséquent un peu plus que $\frac{2}{9}\pi$. Si dans ces hypothéses il reste au *cable* submergé seulement un poids de $62\frac{1}{2}$ livres, ce poids suffira pour faire évanouir l'angle en question, & le *cable* aura une direction horisontale près l'*arganeau*. Si ledit poids étoit plus grand, une partie du *cable* sera traînée sur le fond de la Mer; mais s'il n'étoit, par exemple, que de 25 livres, il faut, pour trouver l'angle du *cable* avec le fond de la Mer, poser $P = 125$, $p = 25$, $s = \frac{1}{\sqrt{5}}$, & $c = \frac{2}{\sqrt{5}}$, après quoi on trouve le sinus de l'angle $EAG = 0,22825$, & par conséquent l'angle même de $13^\circ\ 12'$, ce qui fait connoître que s'il ne reste au *cable* baigné que le poids de 25 livres, il ne fera plus avec le fond de la Mer, qu'un angle de $13^\circ\ 12'$, pendant qu'il forme avec la surface de la Mer un angle de près de 27 degrés; marque que ces deux angles sont toujours bien différents; & cela est très-avantageux au succès du *mouillage*, que j'avois peine à comprendre avant ces Théoremes; car si le premier angle étoit aussi grand que le second, le *cable* ne manqueroit guéres, pour peu qu'il se roidít, d'élever l'*arganeau* & de renverser l'Ancre. Au reste il arrivera facilement que le *cable*, qui porte un Ancre de 500 livres, (tel est celui dont nous parlons) ait sous l'eau un poids de 20, 30, jusqu'à 100 livres ou plus, selon qu'il a beaucoup de brasses de baignées: car chaque brasse d'un tel *cable* pese ordinairement hors de l'eau depuis 12 jusqu'à 15 livres, & je crois que sous l'eau il pesera pour le moins une livre & demie, de sorte que 42 brasses peseront déja les $62\frac{1}{2}$ livres dont j'ai fait mention dans cet article.

Après ce que nous venons de dire, nous entendrons plus distinctement ce qui a été dit dans le troisiéme corollaire du XV^me^ article, sçavoir que pour prévenir l'élévation de l'*arganeau* par l'action du *cable*, il faut que $\frac{s}{c}P - p$ soit moindre que $\frac{1}{5}\pi$, ou bien que p soit plus grand que $\frac{s}{c}P$

$-\frac{1}{5}\pi$. Ainſi dans l'exemple que nous venons d'alléguer, il faut mettre $\frac{s}{c}=\frac{1}{2}$, $P=125$, & $\pi=500$; d'où il ſuit, ſelon la régle, que p doit être plus grand que $62\frac{1}{2}-100$; par conſéquent la valeur de p eſt en ce cas toujours aſſez grande, puiſque $62\frac{1}{2}-100$ eſt un nombre négatif. Mais ſi la force P devenoit plus grande, ou ſi le *cable* faiſoit un plus grand angle avec la ſurface de la Mer, il pourroit arriver que ſans le poids du *cable*, l'*arganeau* ne manquât pas d'être élevé, & l'Ancre d'être renverſée ſur ſa *croiſee :* car ſi, par exemple, le *cable* coupoit la ſurface de la Mer ſous un angle de 45 degrés, la force P demeurant la même, on trouveroit $\frac{s}{c}P-\frac{1}{5}\pi=25$; d'où nous pouvons conclure que l'Ancre ſe renverſera ſûrement en ce cas, à moins que le poids du *cable* ſubmergé ne ſoit plus grand que de 25 livres.

Puiſque donc le poids du *cable* ſous l'eau eſt une choſe ſi utile, & quelquefois ſi néceſſaire au *mouillage*, on tâchera de rendre les *cables* d'une peſanteur ſpécifique plus grande qu'ils ne ſont ordinairement, ſans pourtant augmenter leur poids abſolu. Je m'imagine que cela eſt facile à faire, & ſans déroger à leurs autres qualités. On pourroit auſſi charger le *cable* d'un poids de quelques quintaux, plus ou moins, ſuivant la grandeur de l'Ancre, à la diſtance de quelques braſſes depuis l'*arganeau*. Il naîtra de ceci, outre les avantages déja expliqués, un autre, dont je n'ai pas encore fait mention : qui eſt que le *cable* s'écartera par-là davantage de la ligne droite, ce que je préſume pouvoir être d'une très-grande utilité contre les coups de Mer, leſquels, par une action trop précipitée, font quelquefois *déraper* l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable*, comme j'ai dit à la fin du XIVme article : car le *cable* pouvant ainſi prêter en longueur, amortira peu à peu, par un méchaniſme fort ſimple, l'effet de ces coups de Mer. Il me ſemble d'avoir lû quelque part une invention de M. Perrault, fondée ſur un pareil principe, mais beaucoup plus embarraſſée, & je n'ai pas entendu qu'on ait mis en exécution ſes conſeils.

On me dira peut-être que lorſque la Mer n'eſt pas bien profonde dans une rade, le *cable* ne ſçauroit s'écarter beaucoup de la ligne droite; mais auſſi alors les lames ne ſont pas à craindre, n'étant pas fort hautes.

XXII.

Voilà mes réfléxions ſur la meilleure conſtruction des Ancres; je n'ai pas oublié en les faiſant, combien il eſt facile de changer en pis dans des choſes qu'un long examen & une infinité d'expériences ont produites; c'eſt pourquoi je n'ai rien voulu changer dans la ſtructure ordinaire des Ancres, qui ne fût fondé ſur des principes ſûrs, tirés de la Méchanique & de la Navigation: j'eſpere qu'on trouvera ces principes bien établis, & qu'ils ſerviront aux gens de Mer, intelligens en ces matiéres, à ſuppléer ce qui pourroit manquer dans cette Diſſertation, & à donner la derniére perfection aux Ancres.

S'il y avoit quelque choſe qui pût me faire pancher pour une nouvelle ſorte d'Ancre, ou pour plus de corrections à faire aux Ancres, ce ſeroit le défaut de ſûreté dans le ſuccès du *jas*, deſtiné à dreſſer la *croiſée*, & l'inaction de celle des *branches* qui regarde en haut. Il eſt facile d'inventer des Ancres qui n'ayent qu'une ſeule ſituation naturelle, & pour peu qu'on y veuille penſer, on s'en imaginera pluſieurs ſortes plus ou moins compoſées: j'en propoſerai une pour exemple dans l'article ſuivant.

XXIII.

On pourroit faire la *vergue AC* (*Fig.* 4.) avec ſon *arganeau L*, comme dans les Ancres ordinaires, mais au lieu des deux branches qui compoſent la *croiſée*, il ſuffira ici d'en faire une repréſentée par *AE*, & en place du *jas*, on pourroit mettre une ſphére *FBHG*, dont la partie ſupérieure *BFG* ſoit de bois, & l'inférieure *BHG* de fer. Il eſt clair qu'on peut donner une telle proportion à ces parties, que *AE* ſe mette toujours dans un plan vertical, & préſente ſa pointe au fond, de quelque maniére que cette eſpece d'Ancre ſoit d'abord ſituée, & elle prendra ladite ſituation, qui ſeule lui *Fig.* 4.

eſt naturelle, d'autant plus facilement que l'action du *cable* la remue continuellement, & que le fond de la Mer eſt, ſuivant les obſervations de M. Marſigli, aſſez dur pour ne pas permettre à la ſphére de s'y embourber par ſon propre poids, lequel enfoncement pourroit peut-être empêcher ou retarder l'Ancre de ſe mettre dans ſon état d'équilibre.

Il y auroit beaucoup à dire ſur la nature d'une telle Ancre, & ſur les poportions qu'il faudroit donner à ſes parties : mais comme les choſes trop nouvelles ſont rarement écoutées pour l'exécution, à laquelle les Sçavans ont la moindre part, ce ſeroit un commentaire perdu. Je finirai donc ici mon Diſcours, après avoir dit encore quelques mots ſur la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres.

XXIV.

J'entends par la *maniére d'eſſayer les Ancres*, celle de ſçavoir tout ce qui leur arrive pendant le *mouillage*, depuis le moment qu'elles ont été jettées dans la Mer juſqu'après le *déſancrage*. L'eau & la profondeur de la Mer empêchant de voir ce qui ſe paſſe au fond, même dans les rades les moins profondes, je crois que le meilleur expedient ſeroit de faire l'eſſai des Ancres ſur terre, & d'imiter parfaitement toutes les circonſtances qui ont du rapport à l'ancrage : il me ſemble, après l'examen que nous avons fait du méchaniſme des Ancres, que l'exécution de cette idée ne ſeroit pas tout-à-fait impoſſible ; & je ſuis confirmé dans ce ſentiment par les expériences que j'ai faites, quoique groſſiérement, & que j'ai citées dans le XII^me^ article : voici ce qu'il faudroit obſerver en ſuivant ce deſſein.

On choiſira un terrein propre pour cet effet, ſçavoir horiſontal, dont la conſiſtance ſoit d'un ſable durci & conglutiné, ayant la ſurface un peu raboteuſe : en un mot, on tâchera d'imiter le fond de la Mer, tel qu'il eſt ordinairement dans les lieux propres au *mouillage*, le mieux qu'il eſt poſſible, en ſuppléant par l'Art ce qui manquera à cet égard au terrein qu'on aura choiſi.

On examinera à part la peſanteur ſpécifique du *jas* ; pour moi je crois qu'elle est à peu près égale à celle de l'eau : on apprendra par-là combien le *jas* est soûtenu par l'eau de la Mer, & on appliquera au milieu du *jas*, en faisant l'essai des Ancres, une force verticale qui tire le *jas* en haut, & qui soit égale à $\frac{7}{8}$ parties de la force avec laquelle le *jas* est soûtenu par l'eau de la Mer; j'en rabats une huitiéme, à cause que le reste de l'Ancre, qui est de fer, perd pareillement une huitiéme de son poids par sa submersion. On pourroit, d'une maniére plus simple, alléger le *jas*, & rendre par-là son effet pareil à celui qu'il a au fond de la Mer, en tirant l'Ancre sous un plus grand angle qu'elle ne l'est ordinairement au fond de la Mer, ce qui feroit presque le même effet. Ces précautions seroient superflues pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, mais elles sont très-essentielles pour les *jas* de bois : on n'a qu'à confronter ensemble le VII^me^ & le IX^me^ article pour s'en convaincre, sans parler du reste.

On fera d'abord coucher l'ancre sur sa *croisée*, & on la tirera ensuite par le moyen d'un cabestan planté à une certaine distance, & sur quelque hauteur. On verra qu'étant tirée avec une certaine vîtesse, elle se dressera d'elle-même, & on examinera avec quelle vîtesse elle doit être ensuite traînée pour la faire mordre plus vîtement dans le sable. On fera l'angle que la direction du *cable* forme avec le fond près l'*arganeau*, depuis o jusqu'à 20 ou 25 degrés, & on remarquera que plus cet angle est petit, plus la *patte* s'enfoncera vîtement. On examinera quelle force il faudra d'abord appliquer, & comment ces forces doivent ensuite être variées pour avancer la manœuvre; mais il suffira de l'augmenter jusqu'à ce que la force immédiate qui tire horisontalement l'Ancre soit égale à son poids : car une Ancre qui est assez enfoncée pour pouvoir résister à une force directe égale à son poids, peut être regardée comme tenant assez ferme au fond, puisqu'elle est capable de retenir un Vaisseau contre un courant de 6 pieds par seconde, comme nous avons vû au XVI^me^ article. On remarquera en même-tems, par quels degrés les vîtesses de l'Ancre diminueront, après qu'elle a commencé à mordre dans le fond, & qu'elle est tirée avec une vîtesse uniforme.

Quand l'Ancre tiendra assez ferme pour soûtenir la force tantôt nommée, on pourra imiter les coups de Mer, dont j'ai traité à la fin du XIVme article. Cela se fera, en tirant le *cable* brusquement & par intervalle avec beaucoup de force.

Enfin, pour connoître comment se fait le désancrage, on n'a qu'à tirer le *cable* sous une direction successivement plus verticale.

J'obmets une infinité d'autres expériences & observations qu'on pourra faire en même-tems, si l'on essaye les Ancres de la maniére que je viens d'exposer, lesquelles expériences seront également utiles pour découvrir la meilleure figure qu'il faut donner aux Ancres, & pour connoître la meilleure manœuvre qu'on doit observer pour l'ancrage. Pour faire ces expériences & ces essais avec plus d'utilité, on pourra consulter les raisonnemens & les calculs que j'ai faits dans le corps de ce Discours, & qui en seront, comme j'espere, confirmés.

FIN de la Piéce qui a partagé le troisiéme Prix.

DISSERTATIONS LATINES

SUR

LES ANCRES,

QUI RE'PONDENT

AUX TROIS QUESTIONS proposées à ce sujet par l'Académie Royale des Sciences.

Piéces qui ont partagé le troisiéme des Prix de l'année 1737.

Par M. le Marquis POLENI.

MONITUM.

IN Dissertationes non inserendum, quod solùm præstantissimis sapientissimisque Judicibus exhibeo, ut iisdem meam sententiam aperiam. Aliam itaque Dissertationem misi pro Programmate pertinente ad annum 1735, *distinctam versu hoc:*

Hìc teneat nostras anchora jacta rates.

Ovidius.

quæ istic signata fuit N°. 3. *Sed nunc partes ejus nonnullas mutavi, plures adjeci: itaque vellem illius nullam haberi rationem, sed harum, quas nunc mitto, Dissertationum distinctarum versibus hisce:*

Hìc teneat nostras anchora FIRMA rates.
Hìc teneat nostras anchora DUCTA rates.
Hìc teneat nostras anchora CERTA rates.

Præterea Dissertatio quidem una tota pertinet ad Anchorarum Figuram: at in alterius Dissertationis, de artificio præstantiore anchoras ad ustrinam fabrefaciendi, *secunda Sectione, alia quædam (re ita exigente) ad anchorarum Figuram pertinentia proposita sunt. Nihil autem per me impedit, quin ex Dissertatione illa prima, & Sectione hac una computetur Dissertatio; si ita revera faciundum esse videretur Judicibus sapientissimis, quorum arbitrio lucubrationes meas subjectas prorsus esse prudens lubensque intelligo.*

DE

DE
PRÆSTABILIORI FIGURA
QUA
ANCHORÆ
FORMARI QUEANT,
DISSERTATIO.

Hìc teneat noſtras Anchora FIRMA rates.

INITIO Opuſculi hujus licet mihi præfari, planè credere me ad doctrinam Rei Navalis perficiendam nihil aptius excogitari potuiſſe, quàm ut ejus ſtudioſi irent ordine per partes ſingulas, unde tota conſtat Nautica eadem Res. Quemadmodum enim (utor exemplo pervulgato, ſed quod facit magnoperè ad propoſitum illuſtrandum) perfecta efficiuntur horologia, cùm rotularum, tympanorum, cæterarumque machinularum ſingula genera fabricantur artifices ſinguli, omnem induſtriam in ſuo quiquè genere ponentes; ita dixerimus, Nauticam doctrinam tum denique abſolutam numeris omnibus fore, cùm ſigillatim formata & perpolita membra ad unum veluti componendum corpus erunt comparata. Atque hæc quidem cogitatio & cura digniſſima fuit ſolertiâ ſapientiâque Illuſtris Academiæ Regiæ Scientiarum; quæ non per ſe modò ſcientias vitæ humanæ cumprimis utiles auget, perficitque; verùm etiam aliis tum optimam ſuppeditat rationem, quâ illæ exornentur; tum ad hoc idem honeſtiſſima addit incitamenta. Si qua autem ſunt nautica inſtrumenta quorum accurata poſtuletur conſideratio, hæc certè Anchoræ ſunt, ex quibus navium eſt tuta atque firma ſtatio tranquillo mari; & ſubſidium maximum inter ſævientes tempeſtates ac procellas. Periclitari igitur juvat, ſi fortè poſſim operâ meâ qualicumque conferre quidpiam in utilitatem communem: utcumque enim caſura ſit res, præclarum haud dubiè fuerit, pro parte virili elaborare in eo, quod valde commodum publicè eſt, & vel ex auctoritate unâ proponentium ſapientum virorum eximium habet momentum.

Diſſertationem autem hanc dividam in partes omninò quatuor: ac primùm experientiâ comite, rationeque duce evincam, bicipitem anchorarum figuram eximiam eſſe: agam poſtea de anchorarum figurâ relatâ ad earumdem pondera atque ad partium earumdem proportionem: tum, expenſis anchorarum partibus aliis, principis partis, hoc eſt, brachii earumdem figuram determinabo: & demum exponam, quo additamento figuram anchoræ juvari, & ut rem totam perfici poſſe, exiſtimem. Ante omnia verò, perſpicuitatis majoris gratiâ, Definitiones nonnullas præponam.

DEFINITIONES.

I.

Anchora (*Ancre*) eſt inſtrumentum ferreum *ABCD* (*Fig.* 1.) quo, partim propter pondus, partim propter acumina ſua fixa in aliquo fundo, ſiſtuntur naves & retinentur. Anchoræ autem plures ſunt partes: & primùm,

II.

Virga Anchoræ (*la Verge*) eſt ferrum *Pe*, in minoribus anchoris (exceptâ ſuperiori parte) teres, at in majoribus terminatum faciebus quatuor, fermè planis. Cum virgâ autem (quæ ceu anchoræ princeps pars reputari debet) anchoræ partes reliquæ conjunguntur.

III.

Si per centra baſis & ſummitatis virgæ intelligatur ducta recta linea *eP* (quemadmodum in cylindro à centro circuli basis ad centrum circuli summitatis ducitur axis) linea hæc appelletur Virgæ Axis.

IV.

Caput autem Virgæ (*Bout de la Verge de l'Ancre*) est superior Virgæ extremitas *Pu*, paulò latior ad latera *aX*, *EF*, referens figuram parallelepipedi ex basi rectangulâ. Huic capiti committitur Axis ligneus de quo infrà.

V.

Ansulæ Capitis Virgæ (*Tenons de l'Ancre*) sunt duæ exiguæ veluti prominentiæ; altera *nm*, altera in opposita facie respondens ipsi *nm*; quæ arctè comprehenduntur intra internas partes axis lignei (de quo infrà) impediuntque, ne idem axis secundùm virgæ longitudinem ascendere aut descendere queat.

VI.

Anchorale (*le Cable*) est funis, cui anchora alligatur.

VII.

Foramen Anchoræ (*Trou de l'Ancre*) est (*Fig.* 1.) *g* in virgæ capite excipiens annulum.

VIII.

Annulus Anchoræ (*l'Arganeau, ou Organeau*) est annulus *EA*, ex ferro crasso formatus, transiens per Anchoræ foramen *g*. Huic annulo anchorale religatur. Obtegitur autem annulus funiculis circumligatis, ut in annulo, *LM* (*Fig.* 2.) ne anchorale annulo religatum, usu assiduo tractioneque teratur, atque consumatur.

IX.

Brachium Anchoræ (*Bras*) est ramus veluti quidam ferreus *CB*, vel *CD* consertus & ferruminatus cum virgæ infimâ parte *eC*.

X.

Pars *eC*, quâ cum Brachiis virga cohæret, dicatur Anchoræ Nodus.

XI.

Pedes Anchoræ (*les Pattes*) sunt crassæ ferreæ laminæ *BIK*, & *DGH* triangularis formæ, cum brachiorum extremitatibus ſolidiſſimè conjunctæ & ferruminatæ ; aptæ ut mucronibus ſuis in fundo maris figantur, eumque mordeant : atque ita in fundo fixæ *anchoræ* hærentes *ſidere* ab antiquis dicebantur.

XII.

Brachiorum extremitates *B* & *D* Mucrones Brachiorum appellentur.

XIII.

Si concipiatur planum aliquod tranſire per virgæ axem *e P* ac per mucrones *B* & *D*, id planum nuncupabitur Anchoræ Planum.

XIV.

Sectio plani anchoræ & ſuperficiei internæ brachii *D e* ſit linea *D S s e* : hæc nimirum ea erit, ſecundùm cujus ductum formata eſſe anchoræ brachia *CD* & *CB*, intelligetur. Linea autem hæc dicetur Linea Brachii.

SCHOLIUM.

Quoniam anchoræ brachium, dum anchora trahitur, vim tantùm efficit parte ſuâ internâ *e D*, nullam autem vim exercet externâ parte *G q* ; idcirco ſatis erit figuræ partis internæ illius, ſive lineæ brachii, rationem habere.

XV.

Si ex mucrone *D* ducatur recta *D R* perpendicularis ad virgæ axem *e P* : linea *D R* dicetur Sagitta Brachii, & linea *e R* nuncupabitur Brachii Sagitta Verſa.

XVI.

Aures anchoræ (*les Oreilles*) dicuntur pedum anguli *I*, *K*, & *G*, *H*.

XVII.

Dentes Anchoræ dicebantur ab Antiquis Anchoræ Brachia ; ſive hæc pedibus munita eſſent, ſive non : unde illud, *dente tenaci Anchora fundabat naves* : cùm enim dicitur anchora dente fundare navem, idem eſt ac ſi diceretur navem anchorâ retineri.

XVIII.

Recurva Anchoræ pars (*la Croſſe*) eſt pars *B C D* ex brachio utroque conſtans ; quæ pars cum virgæ extremitate compoſita, crucis figuram veluti quandam refert.

XIX.

Axis ligneus Anchoræ (*Essieu, ou Jouet de l'Ancre*) componitur ex duobus craſſis aſſeribus ligneis, quorum alter eſt (*Fig.* 3.) *ABEF*; in quo notare oportet crenam *CD*, quæ capiti *AF* (*Fig.* 1.) virgæ ſecundùm longitudinem pro dimidiâ parte quadrare perfectè debet. In eoſdem præterea inſeruntur capitis virgæ Anſulæ illæ duæ, quarum una eſt *nm*. Duo hi aſſeres virgæ caput crenis ſuis comprehendentes ita, ut plano per virgam & mucrones pedum anchoræ ducto perpendiculares exiſtant, clavis compacti, arctèque inter ſe connexi, ligneum anchoræ Axem (*Fig.* 2.) *GHIK* formant. Hoc ligneo Axe fit; ut, uno anchoræ pede directo ſurſum, pes alter tendens deorſum fundo infigatur.

XX.

Anchora magna (*Maîtreſſe Ancre*) ea in qualibet nave dicitur, quæ cæteras navis ejuſdem anchoras pondere ac magnitudine ſuperat; adhibeturque dumtaxat, ut periculum aliquod evitetur. Ab Antiquis Sacra Anchora appellabatur.

XXI.

Anchora ſecunda, quæ aliquanto minor eſt ſacrâ anchorâ, inſervit navi in ſtatione retinendæ.

XXII.

Anchora tertia (*Ancre d'Affourche*) magnitudinis minoris quàm ſecunda, poſtquam alia jacta fuit, ita jacitur; ut ſi prior ſit ad dexteram, hæc ad ſiniſtram ſit; atque ut utriuſque anchoralia, ubi navem intrant, angulum forment.

XXIII.

Anchora quarta, ſive lutuoſa (*Ancre de Toue, ou Boueuſe*) prioribus minor, in aliquâ à navi diſtantiâ jacitur; & anchoralis extremitate alterâ ad annulum anchoræ religatâ, alterâ ad ergatam, refertur, ut hujus verſatione navis trahatur verſùs eam partem, quâ Anchorâ tenetur.

XXIV.

Funis index (*Lorin*) is eſt cujus extremum unum alligatur anchoræ brachiis (aliquando annulo) extremum verò alterum tenetur ſuberis fruſto aut levi alio innatante corpore; ut, si anchorale ab anchorâ disjungatur, innatantis illius signi indicio anchora possit reperiri.

S C H O L I U M.

Qui attributi sunt quatuor illis generibus anchorarum usus etsi plerumque ejusmodi sint; aliquando tamen (pro re natâ) fit, ut ad eos usus aliud pro alio anchorarum genus adhibeatur.

SECTIO PRIMA.

De variis Anchorarum, præsertim veterum, figuris disseritur: concluditurque, ratione & experientiâ ostendi, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præstare.

§. I.

De Anchorarum inventione prima, & de usûs earumdem antiquitate.

NON ut Auctorum Veterum loca congererem; sed ut quidpiam pertinens ad judicium ferendum de Anchoris, quibus nunc utimur, hæc subjeci. Antiquissimi inter profanos Auctores, Homeri Poemata qui de Græco in Latinum verterunt, anchoræ verbum pluries adhibuere: ita legimus (utar versione adhibitâ ab Josua Barnes) [a] *Anchorasque ejecerunt*; &, [b] *In alto verò in anchoris stabiliamus*; &, [c] *Neque anchoras ejicere*; &, [d] *Extrà verò anchoras jecerunt*. Græcum autem verbum, ab Homero ad *anchoram* indicandam usurpatum, est εὐνὰς, quod propriè *cubile* significaret: & translatè *anchora* dicta fuit *cubile*, quoniam instrumentum est, quo requiescit navis: utcumque verò de ea voce sit, certum est, antiquissimis illis temporibus instrumenta aliqua, quæ jacerentur ad naves stabiliendas, fuisse in usu.

De primo tamen ejusmodi instrumentorum, sive anchorarum, Inventore non liquet, ut [e] Jo. Schefferus, & nonnulli alii animadvertere. [f] Plinius Tyrrhenis inventionem

[a] *Ilias* A. *v.* 436.
[b] *Ilias* Ξ. *v.* 77.
[c] *Odyss.* I. *v.* 137.
[d] *Odyss.* O. *v.* 497.
[e] De Militia Navali. *Lib.* 2. *cap.* 5. *p.* 147.
[f] *Lib* 7. *cap.* 56. *non cap. ult. ut Schefferus habet.*

tribuit, si veteribus editionibus stemus; legimus enim: [a] *Rostra addidit Pisæus: Tyrrheni anchoram: Eupalamus eamdem bidentem: Anacharsis harpagonas: & manus Pericles.* Sed Harduinum si sequamur, inventionem Eupalamo adtributam dicemus, cùm ille [b] *Locum vitiosâ interpunctione laborantem* se sanavisse, scribat, modo hoc: [c] *Rostra addidit Pisæus Tyrrhenus: anchoram Eupalamus: eamdem bidentem Anacharsis: harpagonas & manus Pericles.* Huic autem interpunctioni facilè adsentior; Harpagonas enim & manus unius generis instrumenta esse, mihi persuadetur, præsertim à Curtio. [d] *Ferreæ* (hic scribit) *quoque manus* (*harpagonas vocant*) *quas operibus hostium injicerent.* Ita conciliatur Plinii narratio cum [e] Strabonis narratione, qui Ephorum scripsisse narrat, *Anacharsidis* (ut Xylander vertit) *esse inventa fomites, ancipitem anchoram, ac rotam figuli.*

[a] Aldina edit. Tom. I. p. 171.

[b] Plinii Paris. Editio anni 1723. Tom. I. p. 432.

[c] In citato tomo p. 418.

[d] Lib. 4. c. 9.

[e] Lib. 7. Edit. anni 1707. p. 464.

At Midæ inventionem anchoræ tribuisse Pausanias videtur; cujus locus (ex Amasæi interpretatione) est hic: [f] *Eam urbem* (Ancyram) *Midas Gordii filius condiderat: & ad meam sanè usque ætatem permansit anchora ab eo inventa, in Jovis æde.* Nolo quærere num verbum illud ἀνεῦρεν à Pausania adhibitum, quod redditur *adinvenit*, ambiguum sit: tamque significet novum rei modum excogitare, quàm aliquid, puta absconditum, reperire. Non tamen præteribo; ita anchorarum inventionem ad fabulosa tempora referri, cùm à Mida Bacchus hospitio susceptus perhibeatur.

[f] In Atticis, sive Lib. 1. c. 4.

Itaque haud mirum, si Auctores dissenserint in re nimiæ antiquitatis tenebris involutâ. Ac ipse quidem inter varios Auctores dissensus certum est vetustatis inventionis indicium. Concludemus igitur, usum anchorarum (fortasse ipsi Navigationi coævum) certè esse longè antiquissimum.

§. II.

De Veterum Anchorarum materiâ.

NOnnulli credidere, ex eo Homeri versu, qui ita vertitur, ... [g] *funemque solverunt à pertuso lapide*, demonstrari posse

[g] Odyss. N. v. 77.

perantiquum anchorarum lapidearum usum. At versu illo res significatur longè diversa: quandoquidem lapides pertusi in portubus *pro palis sive annulis ferreis fuere*: quemadmodum doctè animadvertit [a] Berkelius, qui Hesychii ad citatum Homeri locum verba (rem totam conficientia) adjicit in Latinum conversa: *consueverunt in portubus perforare lapides, ut iisdem nautæ retinacula adjungant.*

[a] In Annotationibus ad Stephanum Byzantinum Editionis ejusdem Steph. anno 1694. p. 24.

Sed anchoras lapideas à Veteribus fuisse adhibitas, ex Apollonii Rhodii Argonauticis certè discimus. Ab eo enim (de Græco in Latinum Hoelzlino vertente) hæc sunt:

[b] *Hic etiam minusculum lapidem, qui pro anchora fuerat,*
Extractum de consilio Typhi exposuerunt ad fontem,
Ad fontem Artacium, aliumque legerunt, qui justioris esset Momenti.

[b] Lib. I. p. 955.

Et ex Stephani Byzantini opere *de Urbibus* inscripto, ad vocem *Ancyron* (ex laudati Berkelii interpretatione) habemus hæc: *Ancyron, Urbs Ægypti, cujus meminit Alexander Rerum Ægyptiacarum lib.* XIII. *Ita autem vocata est, quia ibi ex adjacente lapidicina, anchoras lapideas, quibus utebantur, scindebant.* Ex Arriani autem Periplo Ponti Euxini (ut fert Stuckii interpretatio) habentur hæc: [c] *Anchora quoque navis Argûs ibidem* (verba fiunt de Urbe Phasi) *ostenditur, quæ cùm sit ferrea non mihi visa est antiqua; licèt magnitudine pariter atque formâ nonnihil ab anchoris nostrorum temporum differat, tamen videtur esse recentior. Ac ulterius cujusdam lapideæ anchoræ fragmenta pervetusta ibidem visuntur, quæ quidem verisimilius est antiquissimæ illius anchoræ argonauticæ reliquias esse.* Et ex [d] Athenæo (non [e] *in nave Philopatoris*, ut tradidit Schefferus, sed in descriptione ejus navis Hieronis, quam Archimedes in mare pertraxit) discimus; *quatuor navem* Hieronis *anchoras habuisse ligneas, ferreas octo.*

[c] Arriani Ars Tactica, &c. Ed. an. 1683. pag. 120.

[d] Deipnosoph. Lib. 5. c. 11. Ed. an. 1657. p. 208.

[e] Lib. cit. p. 148.

Addere autem hìc possem, ligneis anchoris inditum adnexumque fuisse plumbum, aut quodpiam metallum aliud: possem, ex peregrinantium relationibus ostendere, nonnullos etiamnum populos anchoris marmoreis uti: narrare possem, ab aliquibus corbes saxis oneratas, saccos arenâ repletos, aliaque

aliaque hujusmodi gravia pro anchoris sive adhibita, sive adhibenda proponi. Sed non vacat persequi hæc; quæ aut meliorum artium defectui, aut alicui profectò necessitati tribuenda esse videntur. Satis erit commonstravisse, temporibus quidem vetustissimis in usu extitisse lapideas anchoras: vetustis tamen etiam temporibus (ut vel ex uno Athenæo, & ex nummis mox proferendis liquere sanè potest) illarum loco, ferreas anchoras à cultioribus populis substitutas, adhibitasque fuisse.

§. III.

De ferrearum veterum Anchorarum quæ uno tantùm dente erant instructæ, figurâ.

CUm Plinius anchorarum inventionem tribuat Eupalamo, deinde verò, eas bidentes redditas fuisse ab Anacharsi, narret, credibile fit, primas illas Eupalami, uno tantùm dente fuisse instructas; atque conjicere etiam licet, eas ferro unco similes extitisse. Ad genus autem Anchorarum præditarum unico dente referendæ videntur illæ, de quibus scripsit [a] Pierius Valerianus: nimirùm ait ille, Anchoras quasdam fuisse *dentibus in acutum recto ductu mucronatis:* tum verò addit idem Pierius; *quam* formam (*Fig.* 11.) *in nummo veteri apud eruditissimum virum Romulum Amasæum vidimus.* Similisque figuræ imagines me quoque vidisse memini; & conjicere licet earumdem partem *A B C*, multo formatam metallo, prægravem (hoc est *pondus anchoræ*) fuisse.

[a] *Hieroglyphica. Lib.* 45. *Ed. an.* 1626. *p.* 483.

Addam autem, ceu parergon, postremis etiam hisce temporibus fabrefactas fuisse aliquas uno dente anchoras: testemque adhibebo [b] Nicolaum Witsen, cujus verba in Latinum conversa hæc sunt: *Verum quidem est fieri etiam anchoras uno tantùm dente instructas, bidentibus leviores, tranquillo tempore adhibendas; sed de hisce, quæ parvi facio, plura non addam.* Hactenus ille. Ego verò de hujusmodi anchoris mentionem injeci, quoniam juvat figuras noscere etiam minùs utiles;

[b] *Aeloude en Hedendaegsche Scheeps-Bouw. &c. p.* 117.

ut, plenâ veluti comparatione institutâ, figura inde melior tutiùs inveniatur.

§. IV.

De ferrearum veterum Bidentium Anchorarum figurâ.

SEleuci I. Nicatoris, cujus in Syria Regni Epocha ad annum 312. ante salutem reparatam refertur, nummos duos (*Fig.* 4. *&* 5.) [a] Spanhemius dedit: itemque tertium (*Fig.* 6.) Antiochi I. Soteris, Seleuci I. filii, qui post mortem patris regnare cœpit an. ante Chr. 282: quartum item ac quintum (*Fig.* 7. *&* 8.) Demetrii II. cognomento Nicatoris, in Syriæ Regnum assumti an. ante Chr. 146. At nummum sextum (*Fig.* 10.) [b] Schefferus suppeditavit: idemque anchoræ figuram, ex marmore antiquo depromtam (*Fig.* 13.) cui similem exhibuit [c] Nicolaus Witsen, descriptam ex albo marmore, in quo eam sculptam Romæ viderat (ut scribit) subterraneo in loco. Et ex [d] Henrico Norisio septimi (*Fig.* 12.) qui Hadriani est, nummi exemplum desumsi.

His tutò addi potuissent figuræ depromtæ ex [e] Harduini Nummis Antiquis, ex [f] Thesauro Brandemburgico, ex Musæo Parmensi, ex Thesauro Morelliano, &c. Havercampii, in Liviâ Familiâ. Plures etiam alias afferre potuissem: at (ne commemorem, non omnibus eâdem ratione esse fidendum) satis quidem allatæ sunt instituto nostro. Non tamen ignoro, numismatis ac marmoribus, quantùmvis antiquis, nonnihil interdum inesse, quod artificum aut inscitiæ, aut *fingendi libidini potiùs* (ut Car. Stephanus aiebat) *quàm veritati respondeat:* vitiis itidem sæpè non carent iis, qui vel delineando, vel incidendo in æs, illorum exempla edunt: nihilo tamen minùs non dubito quin plurimùm luminis, atque bonæ frugis, ex figuris illis possit haberi.

Primùm autem animadvertemus, unâ Figurarum earumdem contemplatione apparere perspicuè, ab singulis imaginibus illis anchoras repræsentari, non marmoreas, quæ figu-

[a] De præstantia & Usu Numismatum. *Ed. an.* 1706. *pag.* 405. *&* 406.

[b] De Militia Navali Veterum. *p.* 149.

[c] *Aeloude en Hedendaegsche Scheeps-Bouw. &c. p.* 41.

[d] De Epochis Syromacedonum. *p.* 465.

[e] *Sec. Editio. p.* 17 *&* 85.

[f] *Pag.* 342.

ris illis prææditæ, figurâ illâ minimè utiles esse potuissent; sed metallicas, nimirùm ferreas, neque enim ex alio metallo flatæ anchoræ à Veteribus commemorantur.

Virgas anchorarum plerasque teretes fuisse ex figuris itidem ipsis conjicere possumus. Observabimus tamen (*Fig.* 5.) virgæ, prope brachia, nodum veluti quemdam: & (*Fig.* 8.) in medio virgæ annulare foramen; ast, de eo nummo, in quo foramen illud cernitur, Spanhemius scribit: [a] *accedit Demetrii II. seu Nicatoris adductus in Historia Regum Syriæ, cum anchora itidem in aversa ejus parte, nummus;* in [b] *Historia* tamen *Regum Syriæ* edita ab Joan. Foy-Vaillant (*vide Figuram 9.*) foramen illud non apparet, sed nodus potiùs, vel globus (*B*) eâ figurâ referri videtur. De illâ autem virgæ parte mihi propterea non reticendum putavi, quòd illius sive foraminis, sive nodi, usus fortasse aliquis esse potuerit. Demum addam, videri, virgam postremæ Figuræ (*Fig.* 13.) planis faciebus fuisse formatam.

[a] *Loco citato.*

[b] Seleucidarum Imperium, sive Historia, *&c.* *Ed. an.* 1682. *pag.* 271.

Foramina autem (aut annulos) in quæ inducerentur anchoralia ut alligarentur, ad virgarum capita videre est: si excipias Figuras 5 & 6, in quibus desunt, vel operariorum, qui imagines formaverunt, incuriâ, vel fortasse quòd in nonnullarum anchorarum usu anchoralia ligneis earumdem axibus religarentur.

Brachiis autem binis anchoræ illæ omnes instructæ sunt: (sunt nimirùm bidentes.) In aliis autem singula brachia habent singula flexus puncta, & quodammodo figuram æmulantur arcuum, quibus emittuntur sagittæ: in aliis (*præsertim Fig* 7. *&* 10.) unicâ prææditæ sunt curvaturâ, non secus ac hisce temporibus fieri consuevit. In imaginibus tamen illis curvaturæ cernuntur paulò majores, quàm nunc fiant: sed putandum non est, eas curvaturas ab imaginum earumdem artificibus fuisse ad unguem (ut aiunt) effictas.

Pedes anchorarum valde similes iis, qui nunc in usu sunt, aliquibus anchoris olim additos fuisse, pro certo habeo. Idque jam suprà nominatus [c] Pierius Valerianus eleganter expresserat ita: *Animadvertendum est, anchoram, quæ in nummo*

[c] *Loco citato.*

Titi habetur, extrema dentium in vomeris speciem dilatare, cujusmodi Figuram Aldus noster imitatus est in omnibus quos impressit Libris; in horum autem frontibus (jam ante ducentos & triginta circiter annos formatæ) imagines anchorarum, pedibus bellè instructarum, cernuntur. Ita etiam observari queunt in aliquibus ex iis (*Fig.* 7 & 10.) quos attuli, nummis. In nonnullis etiam aliis anchoras pedibus ornatas me vidisse memini: cujusmodi est (causâ exempli) Gordiani nummus, quem ex [a] Farnesiano Musæo protulit Paulus Pedrusius.

[a] *I. Cæsari in argento. Tomo quarto, Tavola VI. Fig.* 11.

Axibus item ligneis armatas fuisse multas antiquas anchoras, planè existimo: quamvis [b] Joan. Schefferus videatur de illis dubitasse: cùm ita scribat: *Observa* anchoras, *nullis in transversum lignis, sicut hodie consuevit, vulgò apud Veteres inveniri instructas, sive pictorum incuriâ, seu, quod magis credo, quoniam in usu non fuerunt:* quatuor tamen deinde recenset nummos, *in quibus quid iis* (lignis in transversum) *simile apparere affirmat.* Quibus nummis quatuor alii addi queunt (*Fig.* 6. 7. 8. 12.) à nobis exhibiti; unde facilè species illæ, minimè obscuræ, ligneorum (nisi quis malet eas partes ferreas credere) axium haud leve argumentum ipsâ multitudine efficiant. Sed in duobus (*Fig.* 4. & 5.) Seleuci I. nummis axium, qui lignei reputandi sint, imagines perspicuè magis apparent; ex quibus sanè dubitationes tolli quodammodo posse videantur.

[b] *Loco citato.*

Ad anchoræ partis recurvæ medium (*Fig.* 13.) apparet foramen *A*, sive annulus quidam; & ei fermè similia foramina etiam in duorum (*Fig.* 6. & 12.) nummorum anchoris conspiciuntur. Eis, credibile est, indita fuisse extrema vel funium indicum (si illis temporibus adhibebantur) vel fortiorum funium ad anchoras vellendas, tollendasque.

Itaque ferrearum anchorarum veterum (vel ante nostram Æram vulgarem utiliter adhibitarum) figuras respiciendo; eas virgis, foraminibus aut annulis, brachiis, pedibus & axibus ligneis præditas, satis similes fuisse iis, quæ nunc sunt in usu, concludemus.

§. V.

De figurâ Anchorarum ornatarum dentibus tribus.

ANchoræ (ut ita dicam) tridentis exemplum habetur *in effigie longæ navis Venetæ* (cujus proram cum Anchora in Figura 14 videre est) *picta in Concilio Florentino, Romæ edito à D. Justiniani, pag. 382;* ut Jo. Harduinus refert, qui ad suas in [a] Plinium annotationes figuram ipsam adjecit. Illud tamen in hujuscemodi Anchoris incommodum maximè foret, quòd cùm duo dentes (ut quidem contingeret sæpissimè) fundum morderent, uterque esset admodum obliquus; & polleret vi minore, quàm si unus dens ad perpendiculum in fundum immergeretur.

[a] *Tom. I. p. 413. Sec. Edit.*

At si tridentium Anchorarum usus esset inducendus, facilè proponerem videri mihi, ad addendum bidentibus anchoris brachium unum posse cogitationem converti : eâ tamen ratione; ut, si linea consueta brachiorum esset (*Fig.* 15.) *ZeB*, duorum brachiorum lineæ *De*, *Ge*, cum *Ze*, singulæ comprehenderent angulum graduum 15 ; quare totus angulus *DeG* graduum 30 esset : & duo anguli *DeB*, *GeB*, gradus 165 singuli æquarent. Ita pedes anchoræ subjectum fundum mordere faciliùs inciperent : immersa (ut sæpe contingeret) duo brachia *DC*, *GS*, fortiùs resisterent : immersum brachium *BC* validiùs teneret ob pressionem duplicati ponderis brachiorum *DC*, *GS* : difficiliùs duo hæc brachia ingrederentur saxei fundi maris foraminula & cavernulas, à quibus avelli non possunt brachia semel immersa.

Contrà tamen, si alterutrum ex brachiis *DC*, *GS*, impedimentum offenderet ; inde fieret, ut neque conjugatum alterum satis immergeretur : si pes *B* fortiùs mordere inciperet ; inde rotatio brachiorum *DC*, *GS*, esset difficilior. Sed hæc indicavisse sufficiet.

§. VI.

De Anchoris quadruplice dente instructis.

QUemadmodum diximus de anchoris, quæ ornatæ sunt dentibus tribus, ita quoque de iis, quæ dentibus quatuor sunt præditæ, dicendum est: nempe duorum dentium immersionem sine insigni eorumdem obliquitate obtineri non posse. Si enim fingamus duo plana transire per hujusmodi Anchorarum virgæ axem, perque earumdem pedes, plana hæc se ad angulos rectos secabunt: quamobrem lineis (*Fig.* 16.) *AB*, *AC*, rectum angulum comprehendentibus positio duorum dentium, sive brachiorum, potest repræsentari: atque adeò, si linea *BC* sit fundo parallela, mensura immersionis erit perpendicularis *AD*, non longitudo brachii *AB*, aut *AC*. Ex hujusce autem lineæ, brevioris quidem brachiis, consideratione, vis minor brachiorum eorumdem cognosci facilè potest.

Itaque, etsi earumdem Anchorarum usus aliquis sit triremibus stabiliendis, plura tamen de iisdem non addemus; præsertim verò quia præcipuæ illarum proprietates (si superiùs indicata animadvertantur diligenter) cognosci poterunt vel ex iis, quæ de bidentibus anchoris dicere instituimus.

Hoc unum addemus, posse quatuor brachia componi bina & bina non secùs ac duo (*Fig.* 15.) illa *eD*, *eG*, de quibus in superiore Articulo dictum est. Ut si, quemadmodum duo brachia constituta sunt circa lineam *eZ*, eâdem prorsus ratione duo alia circa lineam *eB* constituerentur, quæ comprehenderent angulum æqualem angulo *DeG*, ut in articulo superiore explicavimus. Hujusmodi Anchora ad genus Bicipitum quodammodo posset vocari. Omnibus tamen omnino incommodis non careret. Sed hæc in præsentiâ fusiùs persequi non vacat.

§. VII.

Ratione & experientiâ oſtendi videtur, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præſtare.

NEmini dubium crediderim, eò præſtantiores anchoras reputandas, quò ſolidiùs eædem cum fundo, in quem jactæ ſunt, cohæreant.

Cohæſio autem oritur vel ex ſolâ gravitate & aſperitate unius corporis alteri ſuperimpoſiti (unde etiam fiunt attritus aut frictiones;) & talis habenda eſſet cohæſio, ſi corpus aliquod, aquâ gravius, ſuper ſaxeum fundum maris jactum, & alligatum anchorali, detinendæ navi deſtinaretur: vel oritur cohæſio ex immerſione & implicatione partium corporis unius in cavitates corporis alterius, unde fiat ut alterum hoc corpus motui illius reſiſtat, atque adeò illud, ita impeditum, cum hoc cohæreat; & talis cohæſio naſcetur cùm ad naves retinendas figetur corpus aliquod penetrans maris fundum, qui ejus motui obſiſtet. Porrò & per ſe, & dilucidè apparet, ſecundam hanc cohæſionis ſpeciem tum potentiorem, tum Anchoris magis propriam eſſe: quemadmodum vel ipſa natura docuiſſe videtur inditâ cancris ſagacitate; qui, cùm tempeſtates deſæviunt, ut à fluctuum impetu ſe tueantur, pedes in ſubjectum fundum maris immergunt, corporiſque gravitate infixis pedibus incumbentes, uncinatis unguibus ſe ſe ſtabiliunt.

Igitur Anchoræ præditæ ſint oportet eâ figurâ, quâ fiat, ut valenter penetrent maris fundum, atque ut ipſius fundi reſiſtentiam maximam ferre debeant. Ad penetrandum autem nil melius acuto dente, & ad reſiſtentiam fundi offendendam nil melius plano Anchorarum pede excogitari poſſe videtur. Hinc fit, ut unam aut alteram novam figuram, menti meæ obverſantem, exponere prætermittam; non enim uni novitati, ſed præſtantiori utilitati eſt velificandum.

Nunc autem numerum dentium aptiorem definire oportet. Sed jam vidimus, Anchoras vel uno, vel tribus, vel quatuor dentibus instructas, iis incommodis esse obnoxias; quibus bidentes Anchoræ minimè sunt. Plures verò, quàm quatuor, dentes si esse deberent (quæsivi enim quid contingeret, si quinque vel sex dentibus Anchora ornaretur) nova incommoda tum in fabricatione, tum in usu offenderentur. Bidentes ergo Anchoræ præstabunt.

Ac quidem si rerum antiquarum scrutationem persequemur, perspicuè quidem videbimus, in navium antennis, in malis, in velis, in remorum seu desuetudine, seu varia dispositione, in gubernaculis, atque in nonnullis etiam aliis navium instrumentis, pro varietate temporum, ita varias inductas fuisse mutationes; ut illiusmodi instrumenta nunc formam habeant ab antiquis illis longè diversam, neque nunc simili veteris illius ratione tractentur: sed tamen (quod diligenti animadversione dignum oppidò est) in anchorarum figuris usibusque, ejusmodi variationes haudquaquam observabimus.

Quamobrem bicipites anchoræ illæ antiquis inventæ temporibus, diuturnâque experientiâ probatæ, facilè nobis ostendunt quænam sit ea anchorarum figura, quæ diligenter si perficiatur, possit præstantissima Anchorarum figura reputari.

Antequam tamen figuræ illius perfectionem persequor, juvabit nonnulla præmittere, fini nostro conducentia, ex quibus sequens Sectio componetur.

SECTIO

SECTIO SECUNDA.

Explicatur quæ ad figuræ Anchorarum perfectionem constituenda sunt de regulis ponderum earumdem, de naturâ resistentiæ fundi maris, & de vi quâ naves retinentur, nec non de Anchoræ partium proportione.

§. I.

Pro Figurâ & magnitudinibus Anchorarum exponuntur placita quædam de ponderum earumdem ratione, usui futura.

SI paulò diligentiùs animadvertatur quid Anchoræ præstare debeant, statim profectò, multam gravitatis vim eisdem, ut figantur, ut fundo adhæreſcant (quamvis inde paulò difficiliùs tractentur) perutilem esse, comperietur. Itaque nunc in antecessum ponam, ceu rationi omnino consentaneum, in anchorarum majoris momenti determinandis ponderibus, regulas, quibus augeantur pondera sequendas esse potiùs, quàm eas, quibus imminuerentur.

De ponderibus autem ipsis antequàm dico, animadvertere præstat, ab Auctoribus, qui anchorarum pondera exhibitis librarum numeris definiunt, quantitatem tamen ponderis convenientis uni libræ ab iisdem adhibitæ, minimè fieri notam. Ego verò è re meâ esse existimo admonere, libras in supputationibus meis indicatas ejusmodi esse, ut parallelepipedum ex duro ferro, æquale cubicis pollicibus (Pedem Regium Parisiensem adhibeo) centum & sexdecim, libras quadraginta duas ac tres uncias pependerit.

Sed accedam ad rem ipsam. [a] Nicolaus Witsen ad rationem ponderum anchorarum definiendam primùm constituit, inveniendum esse numerum pollicum crassitiei virgæ anchoræ prope crucem : duplum autem numeri hujusce auctum

[a] *In Libro aliàs citato, p. 117.*

unitate (at infra libras 1000 auctum binario) exhibere numerum pedum, qui longitudini virgæ sint tribuendi: tum verò productum ex eodem numero pollicum craffitiei & ex numero 3 ductum in 100 dare numerum librarum ponderis, quod anchoræ illi conveniet. Utitur exemplo anchoræ cujus craffities sit pollicum 6, hujus numeri duplum est 12, additâ unitate prodit 13, pro virgæ longitudine: craffitiei eumdem numerum 6 ducit in numerum 3, procreatoque 18, hujus singulis unitatibus libras 100 ponderis assignat: itaque invenit libras 1800 pondo esse oportere anchoram, cujus virgæ longitudo pedum 13. Deinde infra quingentarum librarum pondus, sumit triplum numeri pollicum craffitiei ad definiendum numerum pedum longitudinis virgæ; & cuilibet unitati, contentæ numero pedum virgæ dimidiæ, attribuit centum itidem libras: adhibetque exemplum anchoræ, cujus craffities pollicum $2\frac{1}{2}$, virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$: quare hujus dimidia pars dat pedes $3\frac{3}{4}$; quorum cuilibet tribuendo libras 100, invenit librarum 375 gravitatem anchoræ, cujus virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$. Præcepta hæc etiam [a] alibi indicata inveni.

Post hæc subjecit Tabellam A, cui hunc præfixit titulum: *Brevis descriptio longitudinis, craffitiei, & ponderis Anchorarum.* [b] Tum ait, navi longæ pedes centum convenire posse anchoram, quæ pondo sit librarum mille; subditque Tabellam B, ita inscriptam: *De longitudine, craffitie & pondere Anchorarum*, ut sequitur.

Quamvis autem suorum præceptorum nullam auctor afferat caussam, & duæ illæ Tabellæ (typographicis etiam erroribus alicubi vitiatæ) neque satis inter se, neque satis cum traditis præceptis consentientes videantur; attamen propter peritiam & doctrinam Auctoris ejusdem, ac propter summam exemplarium Libri illius raritatem, hæc prætermittenda non putavi: præsertim cùm rebus hisce lumen aliquod afferre queant.

[a] Art de bâtir les Vaisseaux. *Tom. I. Par. I. pag.* 45.

[b] *Witsen, pag.* 118.

A

Longitudo.	Crassities.	Pondus.
Pedes.	*Digiti.*	*Libræ.*
5	1 ¼	100
6	2	200
7	2 ¼	300
8	2 ½	400
9	2 ¾	500
9 ¾	3	600
10	3 ⅛	700
10 ¼	3 ¼	800
10 ½	3 ½	900
10 ¾	3 ¾	1000
11	4	1100
11 ¼	4 ¼	1200
11 ½	4 ½	1300
11 ¾	4 ¾	1400
12	5	1500
12 ½	5 ½	1600
12 ¾	5 ¾	1700
13	6	1800
13 ¼	6 ½	1900
13 ½	6 ⅓	2000

B

Pondus.	Longitud	Crassities Anchoralis (*Nimirum circumferentia*).	Crassities circini (*ut puto ad crucem*) Anchoræ.
Libræ.	*Pedes.*	[illegible]	*Digiti.*
100	5 ½	7	1 ¾
200	6	7 ½	2
300	6 ½	8	2 ¼
400	7	8 ½	2 ½
500	7 ½	9	2 ¾
600	8	10	3
700	8 ½	11	3 ¼
800	9	12	3 ½
900	9 ½	13	3 ¾
1000	10	14	4
1100	10 ½	15	4 ½
1200	11	15 ¾	4 ¾
1300	11 ¼	16 ½	5
1400	11 ½	17	5 ¼
1500	11 ¾	17 ¼	5 ½
1600	12	17 ¾	5 ¾
1700	12 ¾	18	5 ¾
1800	13	18 ½	6
1900	13 ¼	19	6 ½
2000	13 ½	20	6 ⅓

Aliam, quam duo eruditi Auctores ex Scriptoris Belgæ opere desumserunt [a] Tabellam C, huc quoque ex eorumdem [b] Libris transferre non inutile duxi: cujus Tabellæ numerorum compositio quamvis explicata non sit, inventu tamen facillima est. Perspicuum enim fit, eâ in Tabellâ, ex cujuscumque latitudinis navis duabus partibus quintis effici anchorarum longitudines; hisce autem adhibitis tamquam radicibus, cubos formari exhibentes anchorarum pondera.

[a] *Vide Tabellam* C *ad pagin. sequent.*

[b] Dictionnaire de Marine. *pag.* 29. L'Art de bâtir les Vaisseaux. *Tom.* I. *Par.* II. *pag.* 20.

C

Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.	Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.
Pedes.	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*	*Pedes.*	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*
8	3 $\frac{1}{5}$	33	4	308	27	10 $\frac{4}{5}$	1259		
9	3 $\frac{3}{5}$	47			28	11 $\frac{1}{5}$	405	14	3808
10	4	64	5	484	29	11 $\frac{3}{5}$	1562		
11	4 $\frac{2}{5}$	84			30	12	1728	15	4372
12	4 $\frac{4}{5}$	110	6	696	31	12 $\frac{2}{5}$	1906		
13	5 $\frac{1}{5}$	140			32	12 $\frac{4}{5}$	2097	16	4976
14	5 $\frac{3}{5}$	175	7	952	33	13 $\frac{1}{5}$	2300		
15	6	216			34	13 $\frac{3}{5}$	2515	17	5616
16	6 $\frac{2}{5}$	262	8	1244	35	14	2742		
17	6 $\frac{4}{5}$	314			36	14 $\frac{2}{5}$	2986	18	6296
18	7 $\frac{1}{5}$	373	9	1572	37	14 $\frac{4}{5}$	3242		
19	7 $\frac{3}{5}$	439			38	15 $\frac{1}{5}$	3512	19	7016
20	8	512	10	1940	39	15 $\frac{3}{5}$	3796		
21	8 $\frac{2}{5}$	592			40	16	4096	20	7772
22	8 $\frac{4}{5}$	681	11	2392	41	16 $\frac{2}{5}$	4426		
23	9 $\frac{1}{5}$	778			42	16 $\frac{4}{5}$	4742	21	8576
24	9 $\frac{3}{5}$	884	12	2796	43	17 $\frac{1}{5}$	5088		
25	10	1000			44	17 $\frac{3}{5}$	5451	22	9408
26	10 $\frac{2}{5}$	1124	13	3284	45	18	5832		

Si navis latitudo dicatur n, erit huic respondens anchoræ longitudo $\frac{2n}{5}$, & numerus librarum ponderis anchoræ erit $\overline{\frac{2n}{5}}\Big|^{3}$. Itaque anchorarum pondera erunt in triplicata longitudinum earumdem ratione : &, cùm etiam similes solidæ figuræ in triplicatâ laterum homologorum ratione sint, proclive est intelligere ; eâ Tabellæ regulâ adhibitâ, anchoras tamquam similes figuras posse considerari. Hinc verò num præstans enascatur anchorarum constitutio, proximè sequente articulo expendemus.

II.

Quid desideretur in Regulâ enascente ex superioris Articuli (I.) Tabellâ C, pro Anchoris figurâ similibus, magnitudine inæqualibus, explicatur.

SInt duæ, ex congeneri ferro fabrefactæ Anchoræ (*Fig.* 17.) *NBCD* major, & *nbcd* minor, figurâ similes; quamobrem etiam fiet, ut earumdem pondera sint in triplicatâ ratione laterum (puta *EN, en*) homologorum, hoc est, in eâdem illâ ratione, quæ in ipsâ Tabellâ C constituitur: quamobrem anchorarum *NBCD, nbcd* erunt proportiones secundùm Tabellæ præcepta; atque poterunt, ut ad eamdem spectantes, considerari. Anchorarum autem earumdem brachiorum partes *ZSD, zsd* prorsus similes, ita sint foraminibus, aut cavernulis saxei fundi maris infixæ atque inhærentes, ut è loco diverti non possint.

Nunc quærere oportet anchorarum illarum resistentias in similibus partibus; puta in basibus *IET*, & *iet*; quibus in partibus virgæ anchorarum ex suis crucibus prodeunt. Cùm autem nuperis temporibus in *Resistentiarum Solidorum* doctrinâ, magnâ cum laude, versati sint [a] Mariotus, [b] Varignonius, [c] Musschenbroekius, profectò juvabit, jam recepta de Solidorum Resistentiâ adhibere Theoremata. Præterea verò nonnullis utar hypothesibus, sive postulatis, quæ subjeci.

I. Varii esse possunt anguli *ENV, enu* directionum virium: exempli gratiâ, vires *V* & *u* ita applicatæ esse possent, ut sursum traherent; quare fieret, ut virgarum pondera opponerentur viribus illis. Præstat tamen observare, à nobis expendendas tantùm esse eas virium trahentium positiones, quibus vires trahentes conspirant cum ponderum viribus: si enim anchorarum resistentias æstimare debemus, quid contingat cùm adversùs ipsas agunt vires utræque, est quærendum.

II. Quamvis autem parallelepipeda *E N, e n* horizontalia non sint, neque vires *V* & *u* ad perpendiculum applicatæ;

[a] Traité du Mouvement des Eaux. *V. Partie. II. Discours.*

[b] *Memoires de l'Acad. des Sc. an.* 1702. *pag.* 66.

[c] Dissertationes Physicæ Experimentales. *pag.* 552. §. Valet hæc, *&c. pag.* 528.

quoniam tamen anguli *NEH*, *neh* inclinationum axium parallelepipedorum ad planum horizontale *Hh*, & anguli *ENV*, *enu* applicationum virium, ponuntur æquales; idcirco etiam pono, eaſdem reſiſtentiæ ſolidorum regulas poſſe adhiberi, quæ adhiberentur, ſi horizontalia parallelepipeda eſſent, vireſque trahentes ad perpendiculum applicatæ. Quod facile poſſet quoque demonſtrari.

III. Tum verò, ut liceat conſiderare ſolidum *NIET*, vel *niet*, tamquam baſis quadratæ parallelepipedum, poſtulo: hujuſmodi enim figuræ proprietates collatæ cum proprietatibus figuræ virgæ anchoræ, in re propoſitâ perfacile quidem reddunt ipſum poſtulatum.

IV. Peto etiam, ut concedatur, vires *V* & *u*, quibus cùm naves agitantur, trahuntur virgarum extremitates *N* & *n*, poſſe reputari eſſe inter ſe ut quadrata axium *EN*, *en*: ſive ut quadrata latitudinum navium (quandoquidem, ut in propoſitâ Tabellâ videre eſt, Longitudines anchorarum conſtituuntur Latitudinibus navium proportionales.) Porrò, ſi navium motarum vires, ſeu quæ ex hiſce ſæpè proficiſcuntur propoſitæ trahentes vires, reputentur eſſe proportionales ponderibus, quæ ferre queunt naves ipſæ, perſpicuè inde ratio propoſitarum virium agentium comperietur non ſolùm æquare, ſed etiam excedere rationem quadratorum axium anchorarum. Cauſâ exempli; navis cujus carinæ longitudo pedum 110, latitudo pedum 40, æſtimatur ferre dolia 1100; navis, cujus carinæ longitudo pedum 120, latitudo pedum 44, æſtimatur ferre dolia 1400 (navium ipſarum pondera latis ponderibus proportionalia ferè ſunt) latitudinum illarum quadrata exhibentur numeris 1600 & 1936; horum autem numerorum ratio eſt minor ratione inter numeros 1100, & 1400 intercedente: atque hoc idem plurimis aliis exemplis poſſet oſtendi. Tutò igitur, dum propoſitæ Tabellæ conſtitutionem expendimus, liceat ponere, rationem virium trahentium extremitates virgarum *EN*, *en*, eamdem eſſe, ac eſt ratio quadratorum axium ipſarum *EN*, *en*; ſive ratio quadratorum linearum *IT*, *it*, axibus ipſis proportionalium; ſive ratio baſium virgarum earumdem. Propter hæc itaque jam licet ponere rationem virium V, u trahentium extremitates EN, en, eamdem eſſe, ac eſt ratio baſium virgarum; & licet etiam pro viribus illis baſes ipſas in conſtantem quantitatem aliquam ductas aſſumere.

Ponendo hæc, ponendo inæqualium Anchorarum partes ſimiles inter ſe eſſe, & prætermittendo gravitatis conſiderationem; erunt, causâ exempli, baſium IET, iet reſiſtentiæ in eadem ratione, in quâ ipſæ baſes: ſed in eâdem ratione poſuimus potentias V & u applicatas ad N & n: igitur reſiſtentiæ in eâdem ac trahentes potentiæ ratione erunt; & quod conſequetur baſis IET reſiſtet modo eodem ac baſis iet. Quamobrem anchorarum ſimilium proportio (quæ proportio in Tabellâ C ſervatur) ubi gravitas non conſideretur, rectè erit inſtituta: quandoquidem unius ejuſdemque reſiſtentiæ anchoras nobis ſuppeditabit.

At gravitatis conſideratio cùm prætermitti non poſſit, facilè ſequitur, ut, gravitatis conſideratione non prætermiſſâ proportio illa haud rectè inſtituta comperiatur. Porrò ſi ponamus, virgæ EN pondus eſſe P, & ex ejus virgæ gravitatis centro X pendere; virgæ autem en pondus eſſe p itidem pendens ex ejus gravitatis centro x; erit momentum gravitatis trahentis virgam EN ad momentum gravitatis trahentis virgam en, ut factum ab EX in P, ad factum ab ex in p: ſed factum illud multo majus eſt hoc (nam & EX major quàm ex; & P major quam p) igitur ab vi gravitatis virga EN majoris anchoræ trahetur multo magis, quàm anchoræ minoris virga en. Quapropter, gravitatis habitâ ratione, reſiſtentia illius minor reſiſtentiâ hujus planè debet reputari. Ergo, ſi anchoræ, magnitudine diverſæ figurâ ſimiles eſſent; hoc eſt, anchorarum tum pondera, tum cubi longitudinum virgarum, obtinerent rationem eamdem (quemadmodum Tabellæ C numeri ferunt) anchoræ majores præditæ eſſent reſiſtentiâ infirmiore, quàm anchoræ minores: quod minimè probandum eſſe videtur.

§. III.

Figuræ Anchorarum, & vis gravitatis, habitâ ratione, constituuntur regulæ ponderum Anchorarum.

Haud levis momenti est ad utilem anchorarum constitutionem, rationis ponderum earumdem investigatio. Hypotheses autem sive postulata, I, II, III, IV, quæ superiore in articulo regessi, hoc quoque in articulo usui esse intelligantur. Præterea verò animadvertere præstabit, ex postremâ Articuli ejusdem parte duo liquere satis posse; quorum primum est, in ponderibus anchorarum determinandis, id sedulò esse curandum, ut anchoras magnitudinis cujuscumque præditas resistentiis iisdem, aut saltem non admodum diversis, habere possimus: alterum verò est, habendam esse rationem non modò virium applicatarum, sed etiam virium gravitatis in resistentiis iisdem æstimandis.

Ut rem clariùs explicemus, fingamus ex virgæ (*Fig.* 17.) $ietn$ centro gravitatis x pendere pondus P æquale gravitati virgæ ipsius, quod pondus poni poterit $= \overline{it}^2 \times en$, eritque gravitatis momentum $= \overline{it}^2 \times en \times \frac{1}{2} en$; itidemque ex centro gravitatis X pendere pondus P æquans gravitatem virgæ $IETN$, & id pondus poterit constitui $= \overline{IT}^2 \times EN$, ac erit gravitatis momentum $= \overline{IT}^2 \times EN \times \frac{1}{2} EN$. Oporteat autem ex datis longitudinibus en, EN, & basis diametro it invenire majoris basis diametrum IT. Sint $en = c$, $EN = b$, $it = e$, $IT = y$. Erit ergo virgæ $ietn$ gravitatis habentis momentum $= \frac{1}{2} ccee$. Et (ut fert postulatum IV superioris Articuli) positâ z pro constanti quantitate bases multiplicante, erit potentiæ u momentum $= czee$: ac virgæ $IETN$ momentum trahentis gravitatis $= \frac{1}{2} bbyy$, & vis V momentum $= bzyy$. Quoniam verò parallelepipedorum quadratæ basis sunt cohærentiæ proportionales cubis diametrorum basium; erit virgæ minoris cohærentia e^3, virgæ majoris erit y^3. Sed ut resistentiæ virgæ utriusque reputari possint æquales,

necesse

necesse est cohærentiam basis minoris ad vires eam trahentes habere rationem eamdem ac cohærentia basis majoris ad vires hanc trahentes : igitur hujusmodi constituenda est analogia : $e^3 : y^3 :: \frac{1}{2} ccee + czee : \frac{1}{2} bbyy + bzyy$: unde prodit æquatio $\frac{1}{2} ccy + czy = \frac{1}{2} bbe + bez$; & $\frac{\frac{1}{2} bbe + bez}{\frac{1}{2} cc + cz} = y$.

Ad hæc addam poni à me, rationem ponderis virgæ *NIET* ad pondus reliquæ anchoræ partis *BCDTIB* eamdem esse oportere, quæ inter 11 & 9 intercedit (posito integræ anchoræ pondere =20 :) hanc enim rationem aptè membrorum illorum figuræ atque soliditati respondere inveni.

Nunc transeo ad usum inventæ illius æquationis. Pro primâ autem minore anchorâ in supputationibus constanter adhibendâ, illam assumam, cujus virgæ longitudo pedum 5, hoc est pollicum 60 (longitudines enim numeris pollicum designo) diameter basis virgæ pollicum 2, itaque erit $e = 2$, $c = 60$, $\frac{1}{2} cc = 1800$. Ut verò numerum quantitati z convenientem reperirem ; ante omnia id animadverti, quod rectè sapienterque docuit olim Galileus ; nimirùm neque artem, neque naturam ipsam, ad vastitatem immensam machinas suas adducere posse ; remque illustravit, & quodammodo ante oculos posuit, exhibitâ imagine humani ossis, cujus tripla longitudo enormem (secundùm resistentiæ solidorum theoremata) crassitiem requireret. Similisque profectò enormitas crassitiei (secundùm illa eadem theoremata) in anchoris enasceretur, si longitudines virgarum ad magnitudinem ingentem essent adducendæ. Iccirco tamquam minimam proposui mihi longitudinem virgæ pedum quinque, & tamquam maximam longitudinem pedum viginti : quamvis hæc nimia facilè esset, si ad usum respiceretur, nam incommoda nimis foret huic rectè conveniens moles.

Ad regulam tamen constituendam, spectavi longitudinem hanc : (præstabat enim eas adhibere mensuras, quibus positis, pondera Anchorarum magis crescerent quàm longitudinum virgarum cubi.) Sed spectavi etiam figuras atque longitudines nonnullarum anchorarum, quas commendaverat usus; prӕterea verò eas quoque attendi rationes, quas pro melioribus anchorarum proportionibus mihi ante oculos constitueram. Itaque diametrum basis virgæ, pedum viginti longitudinem habentis, constitui pollicum novem: quamobrem in æquatione $\frac{\frac{1}{2}bbe+bez}{\frac{1}{2}cc+cz}=y$, posito $y=9$, inveni circiter $700=z$.

Igitur, assumtis, pro constantibus, numeris $2=e$, $60=c$, $700=z$, proposita æquatio transmutatur in hanc $\frac{bb+14006}{43800}=y$. Porrò, si quantitatis $\frac{bb+14006}{43800}$ quadratum fiat, hoc exhibet virgæ basim; ex hac verò ductâ in b habetur virgæ soliditas numero cubicorum pollicum designata; hac ductâ in numerum 21, & divisâ per 58 (ob jam dicta in Art. 6, de librarum, quibus utimur, ratione ad cubicos ferreos pollices,) iterumque ductâ in numerum 20, ac divisâ per 11 (ut fert quod paulò suprà animadvertimus de anchoræ partium ratione) habetur $\frac{b^5+2800b^4+1960000b^3}{2914201714}$ pro formulâ, quâ anchorarum pondera, non tamen ultra virgæ longitudinem pedum viginti, inveniatur; substituto, loco b, numero pollicum longitudinis virgæ anchoræ quæsitæ.

Adhibitæ autem regulæ, quibus augetur anchorarum pondus, atque resistentia, ita rationi consentaneæ esse videntur, ut etiam numeri propositâ formulâ inventi, utiliores esse posse videantur. Ex iis verò concinnatam Tabellam D adjeci.

D

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Anchoræ Pondus.
Pedes.	*Pollices.*	*Libræ.*
5	60	158
6	72	278
7	84	447
8	96	679
9	108	983
10	120	1370
11	132	1852
12	144	2442
13	156	3123
14	168	4000
15	180	4995
16	192	6156
17	204	7598
18	216	9030
19	228	10780
20	240	12758

§. IV.

De fundo Maris, ejusque resistentiâ figuris pedum Anchorarum haud dissimilibus.

PRætermissis stratorum fundi maris dispositionibus variis, prætermissis plantis, prætermissis metallicis rebus, atque similibus aliis, quæ in fundo maris visuntur (cæteroquin sanè miris, neque carentibus analogiâ aliquâ cum rebus in terræ visceribus superficieque procreatis) sufficiet instituto nostro materiam, quæ in variis fundi Maris partibus esse cognoscitur, ad genera quinque revocare. Primum genus arena est; multis enim in locis fundi maris sunt arenæ, nimirùm immensæ quædam veluti planities, aut aggestiones, tenuis illius notissimi pulveris. Secundum genus est sabulum: cùm fundum alibi ex sabulo formetur, cujus particulæ particulis arenæ sunt crassiores. Genus tertium est limus: terra autem in cœnum ab aquis conversa, commixtæque tenues materiæ aliæ, quæ non desunt in mari, fundum limosum efficiunt. Quartum genus creta est seu argilla: cùm fundus aliquis ex terra tenaciore, quæ ab aquæ superincumbentis humiditate in lutum non vertitur, constat. Demum genus quintum lapis est: variis enim in locis lapidea montium dorsa, dum producta magis magisque declivia & humilia fiunt, marinas subeunt aquas formantque maris fundum. Sed tamen etiam longè à littoribus loca saxea reperiuntur; hujusmodi autem *fundi alicubi rupibus asperi, alibi in præcipitia declives* sunt; necnon alibi cavitatibus & cavernulis quodammodo pertusi.

Quod attinet ad postremum hoc genus, manifestum est in saxa anchorarum brachia penetrare non posse; possunt tamen à saxorum asperitatibus detineri, possunt in saxorum cavitates & cavernulas inseri: id autem ubi contingit, periculum est, ut inde anchoræ avelli & tolli nequeant, vel ut diffringantur, aut torqueantur & depraventur. Arena verò & sabulum majoris alicubi, alicubi minoris sunt resistentiæ, prout magis minusve compulsa & densata fluctibus fuerint;

ita etiam, pro variâ limi & cretæ naturâ, limosa & cretacea loca sunt variè tenacia. Nos resistentiæ fundi maris æstimandæ rationem aliquam quæsituri, neque tenuiorem arenam, neque duriorem cretam respicientes; sed mediam veluti quamdam limi tenacitatem considerabimus.

Itaque fingamus in fundo maris ductam (*Fig.* 18.) rectam lineam *TF*, & per hanc ductum ad perpendiculum planum aliquod: huic autem plano perpendicularia esse duo similia plana triangularia *HGC*, *hgc*, intra limum fundi maris immersa, habentiaque cum eodem illo plano sectiones communes *IG*, *ig*, quibus ipsa plana *HGC*, *hgc*, bifariam dividantur. Hæ sectiones productæ attingant *TF* in *N* & *n*; & ex centris *R*, *r*, gravitatis triangulorum agantur rectæ *RV*, *ru*, perpendiculares ad *TF*. Nos in perquisitione hâc censebimus, plana *HGC*, *hgc*, esse similiter inclinata. Quòd si dissimiles forent inclinationes, ratio habenda esset sinuum angulorum *RNV*, *rnu*.

Nunc quando concipiamus plana illa *HGC*, *hgc*, (velocitatibus æqualibus) ita moveri, ut utriusque centrum gravitatis describat rectam lineam parallelam lineæ *TF*; facilè etiam concipiemus, futurum ut huic eorumdem planorum motui resistat limus; cujus partes neque retrocedent, neque elabentur, nisi ipsarum cohæsio vincatur. Quoniam verò cohærentes separandæ partes, numero proportionales erunt planis agentibus; idcirco ponemus resistentiam inde ortam in ratione eâdem esse, in quâ plana ipsa. At partes eædem locum cessuræ, cùm moveri debeant, & ad immota spatia pertransire, resistent suâ inertiæ vi, neque movebuntur nisi tantum receperint motum, quantum sufficiat ad vincendam vim pressionis, quam immotorum spatiorum partes patientur ab altitudine superincumbentis limi: igitur resistentia hinc orta ponetur in eâdem ratione esse, in quâ limi altitudines erunt.

Si sint, planum $HGC = P$, planum $hgc = p$, altitudo $RV = A$, altitudo $ru = a$, erit limosi fundi maris adversùs planum *HGC* resistentia ad resistentiam fundi ejusdem adversùs planum *hgc*, ut AP ad ap.

Quamvis cohæsionis, mobilitatis, aliarumque proprietatum particularum marini limi, eæ notiones accuratæ nequeant haberi, quibus esset opus, ut res ratione geometricâ omninò perficeretur : quæ tamen diximus, ut propositam analogiam constitueremus, & illa ipsa analogia sufficiunt, ut hic concludatur ; haud levem esse resistentiam, quam in fundo maris offendunt anchorarum pedes. Quòd si limi partes, ob anteriores alias satis cohærentes, difficiliùs retrocedant, limus magis magisque densabitur, atque resistet. Sed post hæc, resistentiæ hujusce mensuram veluti quamdam, ab experientiâ derivatam, sequenti in Articulo (datâ occasione) exponemus.

§. V.

De vi, quâ Anchora navim retinet.

P. Georgius Fournier, qui de Re nauticâ pereruditè scripsit, animadvertit, illud esse profectò mirandum, quod parva anchora onustam navim possit retinere ac stabilire. Ut verò quàm mirabile id sit commonstret, rem illustrat exemplo navis, cui nomen Coronæ erat. Narrat ejus magnam anchoram, unà cum ligneo axe, pondo fuisse librarum 6355, anchoralia librarum 14300 ; tum ita concludit : *cùm anchoræ & anchoralia conjunctim non excedant pondus librarum 20655, attamen retinent quadragies centena millia librarum ponderis, quod fert navis illa, & pondus ipsius navis, quod pariter æquat quadragies centena millia librarum.* Pariterque Nicolaus Witsen, summopere ait mirandos esse anchoræ effectus ; *cùm anchora conjunctim cum suo anchorali retinere possit navim, à cujus pondere tercenties vel quatercenties, & ampliùs superatur pondus anchoræ & anchoralis.* Verùm, ut liberè dicam, quamvis probem quæ Fournier doctè animadvertit de maris aquâ sustinente navis pondus ; planè tamen existimo, haudquaquam appositè institui comparationem illam inter pondus anchoræ conjunctæ suo anchorali, & navis pondus, ad ferendum judicium de vi, quâ navis retinetur & fundatur.

Vel enim tracta anchora in fundum immersa non erit ; &

tunc aut totum ejus pondus, aut magnam partem sustinebit subjectus maris fundus: ratioque habenda erit frictionum, ut aiunt, quarum vis, adhibitis eximiis theorematis Guilielmi Amontons, vi partis tertiæ ponderis ipsius anchoræ poterit æqualis reputari.

Vel ponetur, immersam anchoram obsequi anchoralis motui, atque fundi vincere resistentiam; &, secundùm hypothesim hanc, supputatione resistentiæ fundi, & alicujus comparationis usu, æstimatio vis anchoræ erit instituenda. Ut modum, quo ego uterer, clariùs explicem, exemplum afferam; hoc autem innitetur observationibus iis quæ sequuntur.

Ad effodiendum limum, mediâ veluti quâdam tenacitate præditum, ex fundo stagni cum mari communicantis, observavi, utiliter adhiberi magna quædam, ut appellant, cochlearia, quorum figuram (*Fig.* 19.) adposui. Eorum oris ambitus ex ferreâ laminâ formatur, cujus acies est CED; ejus longitudo SE est pollicum $12\frac{1}{2}$: area intermedia, sive oris capacitas, pollicum quadratorum 78: hujus laminæ interiori parti (ut ad tH) congruit, & adnectitur orificium sacculi LGH. Figitur autem cochleare ad perpendiculum unius hominis operâ in stagni fundum usque ad manubrii KM partem infimam KL; deinde, manibus in B applicatis, retrorsùs trahitur manubrium ipsum; quod dum fit, convertitur manubrium circa fulcrum A, & cochleare avellit limum eumdemque egerit. Prout verò stagni aqua magis minusve alta est, manubrium ad fulcrum, & manus ad manubrium, altiùs humiliùsque applicantur. Itaque sumtis mediis quibusdam distantiis LA, AB; & ratione habitâ motûs necessarii ad sacculum implendum, & necessariæ vis ad sacculi onusti pondus elevandum; nec non adhibitâ doctrinâ illâ, quâ Philippus de la Hire peritè eleganterque constituit, hominis (proposito eo modo) trahentis vim ceu librarum 160 esse æstimandam; inveni, resistentiam quam vincit cochleare illud, librarum circiter 100 posse reputari.

Observavi præterea, esse pollicum quadratorum 484 aream pedis anchoræ cujuſdam, cujus pondus librarum circiter 6000 (parùm differens à pondere anchoræ de quâ Fournier verba fecit) & perpendicularis, à centro gravitatis pedis ejuſdem ad virgam ductæ, eſſe longitudinem pollicum 34.

Nunc autem concipiamus, planum hgc (*Fig.* 18.) eſſe aream cochlearis illius, ejuſque motum eum eſſe, quem in Articulo ſuperiore conſtituimus; eritque, ob cochlearis poſitionem, ru pollicum circiter quatuor. Concipiamus planum HGC eſſe planum pedis anchoræ (de quâ paulò antè diximus) cujus brachium totum immerſum ſit. Hiſce ita ſe habentibus in propoſitâ (ſuperiore Articulo) ratione, erit $P = 484$, $A = 34$, $p = 78$, $a = 4$, & ipſa ratio P ad p tranſmutabitur in numericam hanc 312 ad 16456: quamobrem erit ut 312 ad 16356, ita fundi maris reſiſtentia adversùs planum hcg, quæ in ſuperiore articulo inventa fuit librarum 100, ad ejuſdem fundi adversùs planum HGC (ſive anchoræ pedem) reſiſtentiam quæ ex analogiâ hac prodibit librarum 5274. Erit autem paulò etiam major habenda, propterea quòd motus cochlearis reapſe fiat rotatione manubrii ejus circa punctum fixum; in ſupputatione verò hac eum motum ceu horizonti parallelum reputaverimus; cùm tamen ille motus minorem, quàm hîc, reſiſtentiam patiatur. Itaque invento hoc modo, vel ſimili, non autem ex pondere æſtimandam eſſe opinor reſiſtentiam anchoræ intra limum immerſæ, & obſequentis motui anchoralis.

Demùm, ſi ponatur fundi reſiſtentiam ab immersâ anchorâ vinci non poſſe, atque ideò anchoram firmam hærere; effectus hic orietur à fundi reſiſtentiâ majore, quàm ſit vis conatûs anchoræ ad motum: & quamvis major anchoræ gravitas vi trahenti magis opponatur; effectus tamen ille ex ſolo anchoræ pondere minimè debet æſtimari.

Quod verò attinet ad anchoralium pondera, expertus ſum fruſti anchoralis, cujus circumferentia pollicum undecim, longitudo pollicum vigintiquatuor, gravitatem abſolutam in aëre fuiſſe librarum octo & unciarum ſex; ejuſdem autem in aquam immerſi gravitatem reſpectivam duntaxat libras duas & uncias quatuor æquavisse. Porrò cùm anchoralia in aquam immersa pro maximâ parte sint quando adhibentur; planè existimo non absolutam, sed respectivam eorum gravitatem esse spectandam: itaque, ratione experimenti modò indicati adhibitâ, pondus illius anchoralis (de quo suprà dictum est) inservientis anchoræ navis Coronæ, non fuisset reputandum librarum 14300, sed multo quidem minus.

Hîc, quando de anchoralibus mentio incidit, indicabo, in tabellis *B* & *C* (*Art.* 6.) extare numeros spectantes ad crassities anchoralium, & in Tabella *C* numeros etiam ad anchoralium pondera pertinentes, quos constituere Nicolaus Witsen & Auctor ille Belga. Sed mihi constat pluribus ab experimentis, duos funiculos (idem intelligendum de anchoralibus cùm hæc ex funiculis compingantur) duos, inquam, funiculos cannabinos, crassitie, longitudine, atque pondere æquales, alterum ex cannabe unius regionis, alterum ex cannabe diversæ regionis formatum (pro terræ cœlique regionum illarum diversitate) aliquando haud æquè fortes esse, sed alterum appenso majore pondere, alterum minore rumpi: nota præterea sunt quæ de ratione inter vires alicujus funis, & summam virium funiculorum componentium funem ipsum ingeniosè invenit Reaumurius, auxit solerter Petrus Musschembroek: ea porrò, & variæ cannabium vires, in definiendis rationibus inter anchorarum & anchoralium pondera, essent attendenda; sed hæc indicavisse sufficiet.

§. VI.

De Anchoræ partium, figuram integram componentium; proportione.

PRima Anchoræ pars virga est, de quâ jam haud pauca verba fecimus; præter hanc verò quatuor aliæ sunt partes, de quibus agere oportet; axis ligneus, pedes anchoræ, brachii sagitta, atque brachii sagitta versa; quarum tamen primæ duæ expeditu sunt faciliores.

Axis lignei constructio in ipsa ejus definitione (*art.* 1.) satis

ſatis fuit explicata. Quoniam rotari hic debet, ut alibi exponemus, puto ejus longitudinem longitudine anchoræ paulo majorem eſſe oportere, ut faciliùs rotatio illa perficiatur; vellemque ejus longitudinem, anchoræ longitudini, unâ circiter decimâ parte auctæ, reſpondere. Levior autem erit anchoræ brachiis, quæ intereſt celeriùs deſcendere : gravitate tamen ſuâ (quamvis gravitas reſpectiva debeat attendi, & ligneus ſit) juvat capitis anchoræ depreſſionem. Ejus extremitates ſint quadratæ figuræ ; & horum quadratorum latera ſint circiter pars decima octava longitudinis virgæ ; pro minoribus tamen anchoris aliquantillo majora. Propè anchoræ caput Axis craſſior eſſe debet. Idem autem Axis dum horizontalis eſt trahiturque ; congerit ante ſe arenam, ſabulum, limum, augetque reſiſtentiam ; quamobrem vellem ſuperiorem ejus faciem inferiore paulò latiorem.

Pedes anchoræ, dum anchora ipſa figitur, cuneorum actionem imitari certum eſt ; itaque cuneis ſimiles ſint oportet ; &, quod conſequitur, ejus plana triangularis (aut à triangulari parùm abludentis) figuræ : ac, ut hujuſce cunei ſpeciei vis major ſit, latus (*Fig.* 1) *GH* fiat parte octavâ brevior perpendiculari ab angulo *D* ad latus idem *GH* ductâ ; hæc autem perpendicularis æqualis fiet dimidiæ brachii longitudini : cùm enim quò majores & depreſſiores pedes ſunt, eò majorem vim habeant ; ſervatâ menſurâ illâ, & ſatis magni pedes erunt, & latior pars *GH* haud parùm immergetur.

Poſt hæc, magnitudinem ſagittæ brachii definituri, ante omnia methodum exponemus Bartholomæi Creſcentii, qui partium anchoræ proportionem conſtituturus (nullâ tamen variarum magnitudinum anchorarum ratione habitâ) ſcribit hæc: *linea* (Fig 20.) D F *ejus longitudinis, quæ fabricandæ anchoræ virgæ conveniat, dividatur in partes duas cum dimidiâ, una ſit ab* A *ad* D, *altera ab* A *ad* E, *dimidia ab* E *ad* F. *Circini igitur apice uno in* A *poſito, intervallo* AD, *deſcribatur circulus* BDCE, *& eâdem circini diductione ſervatâ, tranſlato apice uno in* D, *altero in circumferentiâ circuli poſito, notentur puncta* B *&* C, *quorum utrumque ſextam circuli partem dabit,*

& ad ea puncta pertingent brachiorum anchoræ extremitates: hæc ille, illius autem divisionem etiam plures alii sequuntur. Quâ positâ (cùm perpendicularis, à puncto B ad radium AD ducta, radium ipsum bifariam dividat) erit brachii sagitta $BR = \sqrt{\frac{3}{25}}$; circiter $= \frac{173}{500} = \frac{1}{3} + \frac{19}{1500}$. Et positâ crucis, sive nodi crassitie $eD = \frac{1}{20}$, erit brachii sagitta versa $eR = \frac{3}{20} = \frac{1}{6} - \frac{1}{60}$. Ast de adhibitâ ab aliis methodo hæc, quæ pluris fieri consueverunt, exposuisse satis est.

Verùm, ut res diligentiùs accuratiùsque tractari queant, concipiamus (*Fig.* 21.) $C D$ esse anchoræ brachium, ejus pedem $H G D$, virgam $P C$ positione horizontalem; tùm etiam concipiamus, super eodem horizontali plano circa extremum C, tanquam circa centrum, eamdem virgam PC torqueri, & suâ extremitate P describere arcum $P N$, à quo subtendetur angulus $P C N$: inde fiet, ut (ob partium anchoræ rigiditatem) etiam pedis punctum G arcum alium describat. At, si virga brevior sit, puta $Q C$ (atque erit etiam $G Q$ minor quàm GP) & extremitas Q describat arcum QK æqualem arcui $P N$, erit angulus QCK major angulo $P C N$; atque ita etiam punctum G describet arcum majorem eo, quem ante descripserat, magisque movebitur: & quod de uno pedis puncto dictum est, de omnibus est planè intelligendum. Quamobrem fit manifestum, motibus æqualibus extremi P virgæ majoris, & extremi Q virgæ minoris, plus tamen moveri anchoræ pedem cùm minor virga est, quàm cùm major est. Quò autem magis movetur pes, eò minùs anchora hæret: igitur, ut meliùs hærere anchora possit, præstat, longitudinem sagittæ brachii non majorem esse parte tertiâ longitudinis anchoræ. Itaque constantem rationem hanc 1 ad 3 inter sagittam & longitudinem anchoræ constituam. Quâ tamen de re etiam paulò infrà dicetur.

Transeo ad brachii sagittam versam, ad quam probè determinandam, attendendum profectò est, ut sagittæ utriusque ea sit proportio, quâ temperationi vis gravitatis, & vis tractoriæ in anchoram agentium, modo aliquo, respondeatur. Quoniam verò in Anchoris minoribus vis gravitatis minor est, quàm in majoribus, atque adeò in hisce plus valet vis perpendicularis; idcirco etiam minor in hisce sit oportet brachiorum curvatura, ut illa vis cum trahente vi utiliùs attemperetur: quod quidem consideratio naturæ curvarum, ex motu duplici orientium, facilè posset illustrare. Cùm autem posuerimus, brachii sagittam cum virgæ longitudine in ratione constanti; imminuendo in anchoris majoribus sagittam versam brachiorum; id, quod proposuimus, obtinebimus. Quapropter posui, anchoræ, cujus longitudo pedum quinque, brachii sagittam versam esse longitudinis illius partem quintam; & anchoræ, cujus longitudo pedum 20, brachii sagittam versam septimæ longitudinis hujusce parti esse æqualem. Differentiam verò inter $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ divisi æquis portionibus inter sagittas versas anchorarum intermediarum; quemadmodum ex Tabella E colligi potest. Usus autem sum arithmeticâ proportione, effugiendo tamen minutias subtiliores (quas etiam in Tabella neglexi;) nam commoditati artificum, ad quorum opera hi numeri deferuntur, prospiciendum est. Præterea verò ex hisce iisdem modò traditis apparere facilè potest, contractâ sagittâ versâ, distantias (*Fig.* 20.) inter puncta *G* & *P* majores reddi, majoremque fieri (quamvis brachii sagitta constans sit) virgæ anchoræ utilitatem.

E

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Brachii Sagittæ versæ Longitudo.	
Pedes.	*Pollices.*	*Poll.*	*Lin.*
5	60	12	0
6	72	14	2
7	84	16	2
8	96	18	1
9	108	20	0
10	120	21	9
11	132	23	5
12	144	24	12
13	156	26	5
14	168	27	10
15	180	29	2
16	192	30	4
17	204	31	6
18	216	32	6
19	2·8	33	5
20	240	34	4

Modò visis quæ pertinent ad anchoræ virgam, ligneum axem, pedes, brachii sagittam, atque brachii sagittam versam, ad rem magni momenti, nimirùm ad brachii ipsius figuram considerandam pergamus.

SECTIO TERTIA.

De inveniendâ curvâ lineâ Brachii, quæ Brachii ipsius figuram reddat utiliorem.

§. I.

Verum Anchoræ motum, qui ferè semper contingit dùm Anchora ipsa immergitur, describere.

ARticulus hic lemma quoddam veluti est, futurum basi & fundamento dicendis in Sectione hac. Porrò, ut rei imago clarior fiat, in figurâ sit planum fundi maris (*Fig.* 22.) *abhm*, anchora sit *ABCD*, ejus axis ligneus *EN*. Dùm anchora pervenit ad fundum, ferè semper brachia *BCD* super fundum decumbunt; axis autem *EN*, qui brachiis contrariam positionem habet, perpendicularis fit ad fundum ipsum. Dùm verò anchora trahitur, pedesque tantillùm mordent subjectum fundum, cùm alter altero fortiùs incipit mordere, super illum etiam elevari virga incipit; perseveranteque tractione, axis ligneus circa inferius extremum suum *N* rotatur: atque ita fit ut anchoræ brachia ad fundum perpendicularia evadant, ipsumque penetrent; atque ut axis ligneus super ipsum fundum decumbat. Id autem ratione constat & experientiâ. Ratione, namque anchoræ brachia axe graviora, citiùs illo attingere fundum, seque ei (nisi trahantur) debent accommodare: experientiâ, neminem enim expertum inveni, qui id se observasse negaret.

Dùm motio illa brachiorum peragitur, anchoræ mucro *B* (brachiis rotantibus circa mobile punctum) tribus motibus, nempe rotationis, tractionis, & descensûs obsequitur; unde ab eo puncto *B* curvam generari duplicis (sive etiam triplicis) curvaturæ, constitui posset. Possem autem de ejusmodi curvis plura afferre, quibus via jam antè strata fuit ab eximio Juvene, qui supra ætatem doctus, in curvarum curvaturæ duplicis contemplatione magnâ cum laude versatus est. Sed ea peculiarem efflagitarent dissertationem.

§. II.

Anchoræ positum, qui cæteris meliùs conducat investigationi naturæ lineæ propositæ Brachii, determinare.

IN prolato de figurâ brachii anchoræ problemate, illud insolens profectò esse videtur, quod una determinanda linea est, infinities autem infinitus linearum numerus quæri posset. Cùm enim infinities variari queant positiones anchorarum conantium brachiis suis penetrare fundum maris, & modis infinitis variari itidem ratio inter vim gravitatis & trahentem vim; mirum quot, pro variantibus hisce principiis, curvæ possent considerari. At dumtaxat unam constituere debemus. Igitur respicientes ad naturam mutationum positionis anchoræ, & ad positiones ipsas; inter hasce eam seligamus oportet, quæ sæpissimè anchoris ipsis conveniat, & quæ figendis iisdem, atque immobilibus detinendis majus habeat momentum.

Hanc autem eam esse reor, quâ anchoræ planum perpendiculare fit ad planum fundi maris. Quamvis enim dum jacitur anchora, brachia decumbant, ut superiore in Articulo ostendimus, eadem tamen rotantur; ac, ligneo axe decumbente, constituuntur lineis suis in perpendiculari plano (quemadmodum citato in Articulo est demonstratum:) eo autem in plano ubi existunt, maximam vim ad fundum penetrandum possunt obtinere; maximamque fundi resistentiam offendere queunt anchorarum pedes. Itaque deinceps, ad investigandam lineæ brachii naturam, anchoræ positu, quo anchoræ planum, ad planum fundi maris fit perpendiculare, utendum esse planè existimo; eodemque utar.

§. III.

Quando Anchoræ planum perpendiculare est ad fundum maris (horizonti parallelum, ut concipimus) & virgæ caput radit fundum ipsum; tunc vis, quâ caput anchoræ ab anchorali trahitur, seu vis tractoria, tamquam horizontalis potest considerari.

Sit sectionis fundi maris (*Fig.* 23.) linea *TF*, anchoræ *gBeD* virgæ axis sit *eg*, anchoræ caput *g*, brachii linea *eSD*. Ponatur angulum *egT* factum ab virgæ axe *eg* cum horizontali *TI* in fundo maris, prout figitur brachium *eSD*, ita fieri minorem; ponaturque, virgæ caput *g* semper radere fundum *TF*. Hisce positis, considerari poterit tractio, quæ agit in virgæ, hoc est anchoræ caput *g*, tamquam una vis, eademque directa secundùm *TF*.

Nimirùm existimo, in hujusmodi virgæ constitutione motum receptum ab ipsâ virgâ non esse resolvendum in duos, sed totum ceu horizontalem esse reputandum. Namque si lamina (*Fig.* 24.) *ABg* perpendicularis ad horizontem trahatur ab aliquâ vi *V* ita, ut ejus extremitas *g* semper sit in horizontali lineâ *TF*, motus impressus ipsi laminæ considerabitur tamquam horizontalis, neque in duos perpendicularem & horizontalem resolvendus, ut ut directio trahentis funis *gV* sit obliqua. At, si lamina *abg* intelligatur perforata, ut ipsius pars *gbes* anchoræ virgam, pars verò *bane* anchoræ brachium referat; neque tamen motûs ipsius natura mutabitur, neque in duos indicatos motus erit instituenda divisio. Vis igitur tractoria, quâ (*Fig.* 23.) trahitur anchora *gBeD*, anchoræ capite *g* jugiter radente lineam *TF*, tamquam una vis eademque directa secundùm *TF*, haberi poterit. Neque minor factus angulus *egT* quicquam officiet propositæ demonstrationi.

§. IV.

Iisdem, quæ in Articulo superiore, positis; ostenditur fieri non posse, ut dùm anchoræ brachium figitur, brachii partes omnes eodem modo ab agentibus viribus impressionem recipiant.

QUod de lineâ brachii dicemus, ad brachium etiam ipsum pertinere satis est manifestum. Hìc autem de propositâ brachii lineâ (*eâdem Fig.* 23.) *e S D* agentes intelligemus, omnes applicatas *g s*, *g S*, progredi ab extremo capitis puncto *g*; & abscissarum lineam esse brachii sagittam *R D*.

Applicatæ autem *g s* (quæ concipiatur congruere cum lineâ *T F*) infinitè proxima sit *g S*; & ex puncto *S* ducta sit lineola *P S* perpendicularis ad *s g*: itaque vis gravitatis urgebit secundùm *S P* perpendicularem ad finitorem, & vis tractoria (quæ horizontalis definita fuit superiore in Articulo) aget secundùm ipsam *s P*. Quamobrem, vis gravitatis & vis tractoria determinato aliquo modo agent in lineolas *PS*, *s P*; & lineolæ brachii particula *s S* juxta modum eumdem à duabus illis viribus recipiet impressionem.

Sed quando angulus, comprehensus à virgæ axe *e g* cum *TF*, minor redditur, tunc non eodem illo modo particula *s S* aliò translata, impressionem suscipere potis est. Fingamus enim axem *g e* circa punctum *g* esse conversum, ut ipsius positio sit *g E*, positio verò brachii *e D* sit *E O*, & positio applicatæ *g s* sit *g u*: huic autem infinitè proxima ducta sit *g V* ita, ut *u V* = *s S*; & ex puncto *V* ducta sit *V n* perpendicularis ad *g u*. Jam neque hæc *V n* erit perpendicularis ad finitorem, neque *u n* horizontalis: atque ideò eædem illæ vires, gravitatis una perpendicularis ad horizontem, altera tractoria horizontalis, quæ dirigebantur secundùm lineolas *PS* & *s P*, harum *n V*, *u n* (ut aiunt) respectu directiones differentes habebunt; neque particula *u V* impressionem recipere poterit modo eodem, ac recipiebat, cùm obtineret positionem *s S*. Constat id itaque, quod propositum erat.

§. V.

Pro determinatione figuræ lineæ brachii anchoræ proponitur principium, quod cæteris conducibilius visum est.

QUando fieri nequit, ut curvæ (*eadem Fig.* 23.) *eSD* particula quælibet eodem modo ab agentibus viribus integram impressionem semper recipiat; danda opera est, ut, quemadmodum potior selecta fuit anchoræ positio, ita etiam una aliqua ratio (pro principio curvæ inventioni inserviente) perceptionis virium gravitativæ & tractoriæ seligatur, quæ utilior cæteris reputetur.

Variis autem rationibus positionibusque consideratis, quas infinitè parvæ *sP*, *PS*, *sS*, variis in curvis possunt obtinere; visa tandem est præstare cæteris ea ratio, ex quâ curvæ particularum omnium *sS* constans enasceretur ad suas ordinatas positio: ita enim percommodè fieret, ut curvæ illius omnes particulæ fundum *TF* attingentes, ferentesque extantis anchoræ partis pressionem, agerent modo constanti; idque cuicumque particulæ singillatim contingeret; quin etiam altera alteram modo eodem urgeret; atque omninò regularis esset earumdem directio. Quas equidem ob proprietates futuras in illiusmodi curva, eam præstantem futuram opinor; hoc est, eam, quæ brachiis anchoræ maximè possit convenire.

§. VI.

Posito principio, quod superiore in Articulo est constitutum, brachii anchoræ lineam (quam præstantiorem adhibendamque esse putamus) determinare.

SIt, ut antè, sectionis fundi maris (*Fig.* 25.) linea *TF*, virgæ axis sit linea *eg*, quæ etiam sit radius circuli *eGn*, cujus centrum sit Curvæ centrum *g*. Sit *DR* Brachii Sagitta, & *eR* Brachii Sagitta versa. Sit brachii curva linea *eSD*, hancque Spiralem Logarithmicam esse ponamus.

Notum jam est, Curvam hanc eâ præditam esse proprietate, ut ut cum omnibus lineis ab centro g ductis angulos inter se æquales comprehendat. Præterea verò, si assumantur ejusdem Curvæ particulæ quæcumque infinitè parvæ et, sS, ad quas ductæ sint ab centro g lineæ ge, gs, &, eodem centro g, intervallis gS, gt, descripti sint arcus infinitè parvi SP, to, erunt differentialia triangula SsP, teo, similia.

Quando igitur linea brachii anchoræ erit Logarithmica Spiralis, illud sequetur facilè, ut cuicumque ordinatæ gs, congruenti cum linea TF horizontali fundi maris, semper respondeat brachii particula, quæ constanti angulo fundum maris urgeat. Itaque etiam fiet, ut pressiones superextantium anchoræ partium constanti quâdam ratione agant in partes subjectas, regulari dispositione inter se aptas ac convenientes, faciliùsque in maris fundum penetraturas.

Eadem verò particularum curvæ ad radios inclinatio magis faciet, ut idoneæ illæ sint ad motum ex horizontali & perpendiculari compositum persequendum : itaque meliore modo particulæ illæ ad utramque vim, tum tractionis, tum gravitatis referentur.

Non me fugit, circulum quoque eâ proprietate esse ornatum, ut radii omnes cum circumferentiæ respondentibus particulis æquales angulos comprehendant; immò logarithmicam hanc, si anguli get, gsS, recti evadant, in circulum transmutari. Sed partes circumferentiæ circuli, ubi ad horizontalem lineam pervenirent, rectosque angulos cum eâdem efficerent, positionem haberent aptam quidem ad recipiendas vis perpendicularis impressiones, non autem ad recipiendas illas à vi tractoria promanantes : quamobrem multò aptiores esse queunt positiones partium logarithmicæ spiralis, quarum anguli cùm sint acuti, id præstant, ut effectus vis utriusque conspirare faciliùs utiliùsque possint.

§. VII.

De facillimâ constructione jam propositæ Curvæ, ex quâ figuræ Brachii Anchoræ dependet, & de ejus Tangentis constitutione.

CUm superiùs innuerim, commoditati etiam artificum in rebus hisce prospicere omninò oportere; hìc animadvertam propositæ Curvæ (quamvis Transcendentis, ut appellant) descriptionem facillimam nostro in casu esse posse. Gaudet enim Curva hæc (præter jam indicatas) eâ proprietate, ut, si circuli (*eadem Fig. 25.*) eGN quilibet arcus eL bisecetur in G, & ad puncta e, G, L ducantur radii ge, gG, gL, atque in iisdem sumantur ge, gs, gD pertingentes ad logarithmicam spiralem esD, tres illæ ge, gs, gD in geometricâ existent proportione.

Quamobrem cùm in nostro casu datæ semper sint ge, & gD, si angulus egD dividatur bifariam lineâ gG, & ex hâc abscindatur gs media proportionalis inter ge, & gD, punctum s ad logarithmicam spiralem erit. Ita quoque, dividendo angulum egG bifariam, & angulum GgL, duo alia Curvæ puncta invenientur: & sic porrò tot alia, quot libuerit.

Prætermitti autem minimè debet, ejusdem Curvæ proprietas alia, quæ talis est. Si ex quolibet puncto s ducta sit tangens sC, & ad hanc ab centro g perpendicularis gC; ratio inter sC, & gC ubique constans erit: quod facilè ex triangulorum sSP, sCg similitudine colligi potest. Rei verò nostræ illud interest, ut datis ge & gD (&, quod consequitur, quacumque gs, & ei respondente arcu eG) ratio illa constans inter sC & gC, sive inter sP, & PS, possit inveniri. Invenietur autem hac, quam subjeci, methodo.

Linea ge, sive radius, dicatur r; radii gG complementum Gs, y; arcus eG, x. Tùm radio gG agatur alius radius infinitè proximus gK secans Curvam in S; eritque GK, dx. Ac, ubi centro g, intervallo gS, descriptus sit infinitè parvus arcus SP erit sP, dy; & erit $gK\,(r) : gs\,(r-y) :: GK\,(dx) : SP\,\left(\frac{rdx - ydx}{r}\right)$. Nunc verò conſtans ratio SP ad sP ponatur eadem eſſe, ac r ad n: itaque habebitur, $\frac{rdx - ydx}{r} : dy :: r : n$; & $ndx = \frac{rrdy}{r-y}$. Et ſi, $\frac{rrdy}{r-y}$ convertatur in ſeriem, ſeries erit hæc: $rdy + ydy + \frac{y^2dy}{r} + \frac{y^3dy}{rr} + \frac{y^4dy}{r^3}$, &c. ac, propoſitam integrando æquationem, erit $nx = ry + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3r} + \frac{y^4}{4rr} + \frac{y^5}{5r^3}$, &c.

In noſtro autem caſu, aſſumptâ (ceu cognitâ) quâcumque y, cùm ei reſpondens arcus (per jam tritam rectificationem arcuum circularium) haberi queat, facilè inveniri inde poterit etiam n, atque adeo conſtans illa ratio inter SP & sP, ſive inter gC & sC.

Quamobrem ſi ge ſit pollicum 60, eR pollicum 12, RD pollicum 20 (ut fertur à menſuris lineæ primæ in Tabellâ E) ratio illa inter gC & sC invenietur, rotundis (ut aiunt) in numeris, ea eſſe, quæ inter 100 & 36, ſive inter 25 & 9, intercedit. Et conſtans angulus gsC, à quâcumque rectâ gs cum ſuâ ad s tangente sC comprehenſus, erit 70° 12′. At ſi ge conſtet pollicibus 240, eR pollicibus 34 lin. 4, RD pollicibus 80 (ſecundùm menſuras in Tabellæ E poſtremâ lineâ indicatas) ratio inter gC & sC, numeris rotundis expreſſa, erit eadem, ac 1000 ad 224, ſive 125 ad 28. Et conſtans angulus gsC erit 76° 17′. Liquet igitur ut, pro diverſis anchorarum magnitudinibus, ſimiles proportiones aliæ, alii anguli, poſſint facilè reperiri: atque ut pars hæc ad Brachii figuræ utilitatem pertinens abſolvi queat.

Quæ cùm ita ſint, ratione habitâ eorum, quæ in multiplici ſubtilique inveſtigatione lineæ Brachii anchoræ & nimia & implexa ſeſe offerunt, planè exiſtimo, ad aſſequendam utiliorem figuram, anchoræ brachia ad logarithmicæ ſpiralis ductum eſſe accommodanda. At figura totius anchoræ ut prorsùs juvetur, quidpiam aliud, quod conducit, ſequenti in Sectione exponetur.

SECTIO QUARTA.

Modus traditur, quo juvari queat proposita Anchoræ figura, ut Anchora ipsa hæreat meliùs. Tùm recolliguntur utilia ad præstabiliorem Anchoræ figuram perficiendam.

§. I.

Tangentium curvæ, cujus figuram inducunt tùm anchoralis funis, tum ferrea catena, proprietates, & inde enascentes tractionum directiones, pro re nostrâ, exhibentur.

PRINCIPIO hìc illud scire licet, quòd, etsi anchoralium fibræ neque perfectè flexiles sint, neque distensionis incapaces; etsi anchoralia non pendeant liberè; nihilo tamen minùs anchoralia, dùm trahuntur, speciem formant funiculariæ curvæ. Hinc autem sequitur, ut anchoralium longiorum usus (ubi fieri possit) præstantior sit. Nam ab tangentibus, ductis ab extremis funiculariæ illius curvæ punctis, directiones tractionum determinantur: & quò longiora anchoralia sunt (paribus cæteris) eò etiam tangens infimi extremi anchoralis magis ad horizontem (quando tractio exercetur) accedit: hujusmodi verò tractio utilior est, ut anchoræ figantur & hæreant. Quod mox dicenda sanè confirmabunt.

Ad tangentes igitur illas quod attinet: sit (*Fig.* 26.) funis *ACB* (quæ autem de fune, eadem de catenâ erunt infrà jugiter intelligenda) qui sustineatur à duabus potentiis *A* & *B*. Certum quidem est, pondus funis illius agere contra eas potentias modo eodem, ac si pondus *P* æquale ponderi funis, sustineretur à duobus filis *AI* & *BI*, gravitatis expertibus, quæ curvam *ACB* formatam à fune tangerent in punctis *A* & *C*. Unde colligendum est, directionem tractionis contra *A* futuram esse secundùm lineam *A I*. Atque, ut consequitur, quæ propria erunt lineæ *A I*, eadem reputanda etiam erunt propria directionis ejus vis, quâ gravitas curvæ *A C B* aget contra punctum *A*.

Ulteriùs verò concipiamus (*Fig.* 27.) lineam *TF* esse horizontalem, & ab eâ lineâ nunquam exire centrum nodi *C* trium funium *A C*, *B C*, *I C*; fingamusque pondus aliquod *P* sustineri ope funium *A C* & *B C* (gravitatis expertium, quorum ille infra horizontem, hic supra sit) à duabus potentiis ad illorum extremitates *A* & *B* applicatis; & æquilibrium fieri inter pondus potentiasque. Hæc autem ubi ita esse conceperimus, facilè etiam intelligemus ex iis, quæ jam olim demonstravit vir summus Petrus Varignonius, futurum ut pondus *P* sit ad potentiam in *B* applicatam ut sinus anguli *A CB* ad sinum anguli *A C I*.

Quamobrem manifestum est fieri oportere, ut, si crescat pondus *P*, crescat etiam sinus anguli *A C B*; qui ponitur obtusus, atque adeò minor fieri debet ut sinus ipsius augeatur. Dum verò angulus ille minor fiet, minor etiam fiet angulus *T C A* factus à fune *A C* cum horizontali *T C*. Manentibus igitur iisdem potentiis, quò majus erit pondus *P*, eò minor erit funis *A C* infra horizontalem *T C* inclinatio ad eamdem *T C*, atque illa ad hujus positum magis accedet.

Nunc autem primùm ponamus (*Fig.* 26.) *A C B* esse cannabinum funem, deinde fingamus esse pergravem ferream catenam. Primo in casu pondus funis, sive pondus *P*, multò minus erit, quàm secundo in casu. Ergo hoc in secundo casu (*Fig.* 27.) *A C* quæ pro catenæ tangente haberi potest, multò magis accedet ad horizontalem: &, quod consequitur, in casu hoc tractionis directio erit secundùm lineam, quæ multò magis ad positum horizontalem accedat.

§. II.

Quid addendum anchoræ ſit, ut perfectiùs juvetur ejus figurâ ad penetrandum hærendumque, proponitur.

NE fallerer, dum cogitarem de anchorarum uſu perficiendo, viſum mihi eſt, ante oculos ponenda eſſe hujuſmodi principia : nimirùm, fundum maris alibi mollem eſſe, alibi durum : ad ſtabiliendas naves alia inſtrumenta ubi fundus mollis eſt futura magis utilia, alia verò ubi fundus durus eſt : uno tamen inſtrumentorum genere pro utroque genere fundi eſſe utendum : hoc autem genus inſtructum eſſe oportere brachiis acuminatis, quippe quæ durum fundum penetrare queant : igitur nonniſi anchoras eſſe adhibendas, de quibus dictum eſt, (mutationes haud utilem uſum ſecuturum, planè reor,) & extrinſecùs quærendos novos alios modos reddendi illas utiliores.

Et, quando figura melior quidem reddi, non autem mutari, debet, præſtabit ut ad uſum quàm aptiſſimè accommodetur. Id verò conſequi nos poſſe exiſtimo cogendo caput anchoræ & ligneum axem, ut, quàm maximè fieri poſſit, fundo hæreant. Quod ſubodorari videntur naucleri periti, qui aliquando connexis duorum anchoralium extremitatibus longius efficiunt anchorale : at hoc neque magnum, neque ſine aliquo periculo, ſubſidium eſt.

Ego itaque vellem ut unicuique anchoræ adderetur ferrea catena, quæ pro rei uſu perfectè eſſet fabrefacta : quæ unco cochleâ munito, vel alio aliquo facili modo poſſet tùm conjungi cum anchoræ annulo, tùm ab eodem ſeparari, ut, quando non eſſet jacienda, anchora tractaretur expeditiùs. Vellem ut catenæ longitudo dupla eſſet longitudinis axis virgæ, atque ut catenæ pondus tertiam partem ponderis anchoræ integræ exæquaret.

Ita profectò anchoralis tractio, dum ad ſublevandam catenam impendetur, aliquam ſui (ut ita dicam) impetûs partem amittet : &, quod ad rem magnopere facit, tractio, quam catena exercebit, multo magis (ut superiore in articulo est demonstratum) horizontalem positionem retinebit. Quod sanè non enasci non poterit: cùm, habitâ ratione non modò eorum, quæ de gravitate cannabini anchoralis intra aquam (*Sect. II. §. 5.*) dicta sunt, verùm etiam gravitatis ferri specificæ, inveniatur ratio gravitatis ferri-intra aquam immersi ad gravitatem funis cannabini (molis æqualis) esse eadem ac 24 ad 1, & etiam major.

Quamobrem ita fiet, ut anchoræ & difficiliùs (quemadmodum aiunt) arent, ac ut difficiliùs dimoveantur; quæ duo ad unum maximè requisita, enascentur ab meliore anchoræ figurâ auctâ etiam hoc catenæ adjumento.

Post hæc autem non addam, futurum ut catenæ non lædantur ab saxosis fundis maris asperis salebrosisque, quibus anchoralia (quamvis notæ cautiones adhibeantur) vehementer atteruntur.

§. III.

Res utiles ad anchoræ figuram præstabiliorem reddendam unà recensentur.

EX iis itaque omnibus hactenus expositis, modò colligam, anchorarum bicipitem figuram, ratione & antiquissimi usûs certâ probatam experientiâ, à nobis habendam esse cæteris præstantiorem: figuras anchorarum ad earumdem pondera accommodari oportere iis, quas tradidi, regulis tutioribus, ut anchoræ ipsæ solidiores fiant: attendendam esse vim exercitam ab anchoris naves retinentibus, quam examinavi diligenter, ut verum atque frequentiorem anchorarum motum (enascentem dum anchoræ immerguntur) explicarem, eo enim explicato, quæ figuris anchorarum necessaria sunt ac utiliora, & quæ ad usum sunt, cognosci possunt manifestiùs: anchoræ brachii (hoc est principis anchoræ partis) figuram esse determinandam ope novi usûs lineæ, quam exposui, & quam perutilem ab naturâ propositæ rei, atque ab geometriâ ipsâ declarari, ostendi: demum catenæ adjunctione juvandas esse, tùm eam gravitatis vim, tùm eam directionem tractionis, quibus anchoræ ad penetrandum & ad hærendum fiant valentiores, atque inde etiam anchoræ figura ipsa quodammodo perficiatur. Itaque his contineri arbitror modum præstabilioris figuræ, quâ Anchoræ formari queant.

FINIS.

DE

ARTIFICIO PRÆSTANTIORE ANCHORAS AD USTRINAM FABREFACIENDI,

DISSERTATIO.

Hìc teneat nostras Anchora DUCTA rates.

NON deerit fortasse quispiam, qui propositam quæstionem inspiciens, primâ (ut aiunt) fronte, putet, de artificio anchoras fabrefaciendi, neque valdè nova, neque valdè utilia suggerenda superesse: cùm modus ferri tractandi ducendique igne malleoque ab longâ notus sit experientiâ; neque, præter modum illum, novus alius modus inveniri posse videatur. At is erraret vehementer, perinde quasi rerum perfectio non magis, quàm novitas nos debeat excitare. Illa profectò, non minus quàm hæc attendenda est. Et (quemadmodum vir summus, eloquens, & physicis rebus optimo in lumine constituendis natus, nos docuit) quamvis eæ, quæ ultimæ absolutiones perfectionesque rebus accedunt ad admirationem hominum animos plerumque minùs trahunt, quàm primæ rerum inventiones, quibus novitas plurimum pretii solet comparare; illæ tamen idcircò non minùs utiles ac fructuosæ, quàm hæ, sunt habendæ, & aliquando etiam perfectiones illæ sunt difficiliores, quippe quæ minùs conspicuæ suâpte naturâ. Atque utinam, ingenio & industriâ, problemati ſatisfacere ita poſſem, ut ejus pretium utilitatemque planè cognoſco. Experiar tamen.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ, ad perfectionem conſueti fabricandarum Anchorarum modi, requiruntur.

§. I.

De primis modis ferri formandi, & exinde de iis quæ ad propoſitam rem faciunt.

UT rem ab primis artificiis, quæ adhibentur in ferro præparando exordiamur, ſciendum principio eſt, venam ferri crudam, quæ ex pluribus partibus conſtat, terreis aliis, aliis ſulphureis, aliis ſalinis, ferreis aliis, aduri ante omnia, atque ita ad liquatorium (quemadmodùm appellant) ignem præparari. Deinde eadem vena fluida redditur in fornace, funditurque; ac metallicæ partes, vi præſertim gravitatis, ſeparatæ, & in grandes formas inductæ, earumdem formarum figuram refrigeratæ adipiſcuntur. At hujuſmodi ferrum malleo duci non poſſet. Iterùm igitur liquatur, & recoquitur, ſtatim verò poſt recoctionem moles illa magna candenſque graviſſimo malleo (qui movetur ope rotæ ab aquâ circumactæ) pertunditur, tum ſub ipſo malleo diſſecatur in quinque aut ſex fruſta, aut in plura, quæ iterùm ignita ſingillatim malleis tunduntur extendenturque in baculos, in contos, in laminas, atque hoc modo ferrum, ignis & percuſſionum vi, ductile redditur, ac (ut nonnulli vocitant) malleabile.

Ex his verò facilè apparet, figuram ferro tribui duplici modo poſſe, fuſione nimirùm, & malleo. Unde etiam ſit, ut nonnulla ferrea inſtrumenta, cujuſmodi ſunt tormenta bellica, ferro in fornace fuſo conficiantur; alia verò ad ustrinam elaborentur. Sed prima illiusmodi instrumenta durissima sunt, & quæ rumpi quidem possint, tractari autem malleo, & duci non possint.

Quod igitur ad rem nostram attinet, haud quidem, modo illo primo fusionis, anchorarum aut virgæ, aut brachia formanda sunt. Altero igitur modo, nimirum opere ad ustrinam, utendum est.

Non me latet, tertium dari genus quoddam artis ad perficienda ex ferro fuso, sive conflato, opera æquè perfecta, ac fiunt ex ferro elaborato ope mallei, limæ, veterumque artificiorum. Debemus hercle eximium hoc inventum celeberrimo de Reaumur, viro de scientiis & pulchrioribus artibus optimè merito; qui novam hanc artem in excellenti suo libro de Ferro in Chalybem convertendo descripsit. At ars illa ad res tenues elegantesque refertur, non ad prægrandia solidissima opera, cujusmodi sunt nobis propositæ res.

Porrò si quæ superiùs dicta sunt, considerentur, simul etiam intelligetur quid, pro institutâ re, conari debeat industria nostra: nempe ut optimæ notæ metallum adhibeatur; ut minore difficultate tractetur; ut sine ullis vitiis anchoræ perficiantur. Sed jam ad primum, hoc est, ad metalli adhibendi considerationem progrediamur.

§. II.

De variâ ferri naturâ probè noscendâ.

FErrum, in variis ferrariis fodinis generatum, varium est; varium etiam provenit ex variis (in diversis regionibus) modis adurendi, liquandi, coquendique venam ferri; unde alibi ferrum durius habetur, alibi minùs durum (molle dicitur) alibi etiam intermediæ veluti naturæ. Ferrum durum molli gravius est: durum, si vis nimia eidem fiat, rumpitur; molle tenacius est, ac inflectitur: durum sæpè momento frangitur; molle autem curvatur paulatim: durum faciliùs & citiùs quàm molle, candescit & ignitum fit. Et ex his de ferro intermediæ naturæ judicium institui potest. Si ferrum impurum ſit, eò pejus erit, quò plus heterogenei metalli habebit: propter hæc, natura fodinæ illius, ex quâ adhibendum ferrum eſt, nota eſſe debet.

Examinari autem probarique ferri indoles modis pluribus poteſt; de quibus nuper plura ſcripſit Cl. Emanuel Swedenborgius. Examinatur enim attentâ inſpectione ſuperficiei ferri ipſius, nam levigatior ſuperficies indicium eſt melius ſuperficie ſcabrâ, aut fiſſuris & rimis confertâ. Probatur ferreum bacillum ſi immittatur in foramen reſiſtentis corporis alicujus (puta ſilicei muri) & leviter inflectatur incurveturque; deinde ad rectam lineam reducatur; tum magis minuſque inflectatur iterùm, ut deſideratæ tenacitatis indicia explorentur. Probatur ferrum percuſſionibus, ac pro eâ ratione, quâ vel diſſilit, vel reſiſtit, de ejus fragilitate, aut tenacitate judicium fertur. Diſruptione etiam ferri in fruſta uti poſſumus, ut fracturarum ſuperficies examinentur, atque diligenter obſerventur in eiſdem apparentium particularum figuræ, craſſities, diſpoſitioneſque. Quarum obſervationum perfectam ſeriem, egregiè explicatam, ſchematis etiam illuſtravit Cel. de Reaumur laudato in Opere. Præterea verò ſunt etiam qui experimenta ſumant ferrum candefacientes, ac obſervantes ut malleo reſiſtat, quales ſcintillas aut ramenta emittat, qualia & quo modo minuta opera ex eo poſſint duci. Neque tamen prætermittere hìc licet, virgas dari aliquas ferreas, in quarum fracturis omnes ferri varietates appareant.

Hæc autem omnia (quaſi in anteceſſum) rectè is calleat oportet, qui ad noſcendum præſtantius artificium anchoras fabrefaciendi velit accedere.

§. III.

De Ferruminatione.

FErruminationis nomine intelligo fabrorum operationem illam, quâ duo candefacta ferramenta, vi percuſſionis malleorum conjunguntur, & conſolidantur, ut ferrum unicum formetur. Et, quamvis operatio hæc aliquod ferruminis genus ſæpè requirat ; dum tamen mallei percuſſioniſque actione fiat, ferruminatio videtur eſſe appellanda. Hoc modo *Ferruminare*, gallicè *Souder*, facilè diceretur.

Studiosè verò, accuratè atque diligenter operari oportet in ferris ferruminandis magnæ molis, ut in propoſitâ anchorarum noſtrâ re. Si durum ferrum cum molli ſit ferruminandum, durum minùs debet fieri ignitum, quàm molle ; quod ſi magnâ cum curâ non obſervetur, ferruminandæ partes haud validè coaleſcent. Neque eſt obliviſcendum, fieri, ut, dum malleo elaboratur maſſa ex ferro duro & molli formata, molle ferrum extendatur magis, quàm durum.

Partes duæ ferruminandæ ad cuneorum figuram (aut ad parum diſſimilem eorum) formantur ; utraque tamen ſimul (hoc eſt altera alteri ſuperimpoſita) maſſam efficere debet craſſiorem eâ, quæ requiritur ; ut deinde maſſa illa ad requiſitam craſſitiem, vi percuſſionum malleorum, ac ſolidatione, adducatur. Eos autem cuneos alii vellent longiores, alii breviores ; at ratio ſuadet conglutinationem (ut ita dicam) partis utriuſque robuſtiorem futuram, ſi majus ſit ſpatium conglutinatum ; rationique vim addunt benè multa experimenta. Si artifices alii contradicant, credendum erit, eos brevioribus cuneis uti conſueviſſe ; eoſque in eâ eſſe ſententiâ (in quâ plurimi artifices ſunt) ut putent ; non id, quod ab aliis melius proponitur, eſſe faciendum ; ſed id, quod facere ipſi conſueverint.

Cavendum autem diligenter eſt, ne nimium aut parum ignis in uſtrinâ adhibeatur, ſed danda eſt opera ut imprimatur ferro is caloris gradus, quem illius natura & experientia requirit. Cavendum itidem eſt, ne, dum ferri pars aliqua in uſtrinâ igneſcit, partes huic proximæ (quod aliquando contingit) ab igne lædantur, reddanturque infirmiores. Cavendum à ſcabie quâdam, quam aliquando emittit ferrum dum calefit, & quæ conſolidationi aptæ eſt impedimento ; quamobrem detergenda illa eſt, ut purum ferrum ignitum puro ferro ignito ſuperimponatur. Cavendum, ne ſabulum illud foſſile, quod in ferruminationibus adhibetur, ſit deterioris qualitatis, ſed optimum eſt ſeligendum: & didici ab artifice peritiſſimo, ei haud raro perutile fuiſſe, cum eodem ſabulo cortices ovorum in pulverem redactos, & marinum ſal commiſcere.

Hæc verò omnia, quæ de ferruminatione dicta ſunt, ſi curentur diligentiſſimè, haud parùm juvabunt, ut ad ſolidiorem fabricandarum anchorarum modum perveniatur.

§. IV.

De firmis ac validis Anchoræ partibus formandis.

QUoniam anchorarum virgæ & brachia, ſi flari nequeunt (ut ſuperiore in Articulo eſt demonſtratum) non ex unâ ferri maſsâ educi poſſunt; idcircò ex pluribus baculis (ut appellant) & laminis ferreis, aptè conſolidatis, debent coaleſcere. Baculi plerumque adhibentur parallelepipedæ figuræ (*Fig.* 1. *A*) eorumque baſis quadratæ latus pollicem unum cum dimidio, aut pollices duos circiter, æquat. Parallelepipedæ item figuræ (*Fig.* 1. *B*) ſunt laminæ baſim habentes rectangulam; cujus baſis latus unum plerumque pollicis unius partibus tribus æquale eſt, alterum verò nullâ certâ definiri menſurâ poteſt: aliæ enim laminæ ſemipedem latæ ſunt, aliæ minùs, latiores aliæ.

Baculi ſeliguntur (pro anchoræ magnitudine plures paucioreſve) alii ex duro puriore ferro, totidemque alii ex ferro molli; & ferruminatione illi hiſce mixtim copulantur, ut, in unum faſciculum compoſiti, transformentur in unam eamdemque maſſam, longam duabus tertiis partibus futuræ virgæ; ſed eâ in extremitate, cui ſunt brachia conjungenda, craſſiorem, quàm in alterâ. Craſſities autem eâ ratione poſſunt determinari, ut (circiter) quemadmodum 4 ad 5, ita proveniat diameter capitis virgæ ad diametrum ejuſdem paulò ſupra conjunctionem cum brachiis ipſis: ubi enim virga iis committitur, etiam craſſior ſit oportet.

Cùm autem, ſi anchoræ parvæ non ſint, maſſa illa, ſecundùm longitudinem, quatuor terminetur faciebus, ferè planis : duæ ex hiſce, nimirum quæ parallelæ ſunt plano per brachia ducto, conteguntur ferreis laminis (unaquæque laminâ unâ) quæ ex ferro non quidem molli, ſed minùs duro ſint. Dum maſſa hæc laminis contecta uſtrinæ igni admovetur, curare oportet, ut ejus latera laminis vacua, igni vehementiori, hoc eſt inferiori, adponantur, ut fortiùs vis ignis penetret; &, ſi qua heterogenea corpuſcula fuerint ipsâ in maſsâ, faciliùs deinde, cùm laminæ cuduntur, extrudi queant. Modo eodem reliqua virgæ pars fabrefit; tum pars utraque conjungitur & ferruminatur, integra ita habetur virga.

Præſtaret tamen, totam ſimul virgam formari, idque fieri vellem, ne ea duabus ex partibus coaleſceret. Video quidem majores ferri maſſas difficiliùs tractari poſſe, ut elaborentur; ſed de hac re in ſequenti articulo dicam : ſepoſitâ autem difficultate hac, ſolidior certè erit, ſine junctione illâ, virga fabrefacta. Vellem præterea, ut ſi baculi, aut laminæ, longitudinis neceſſariæ non eſſent; illorum, aut harum junctiones ferruminarentur ita, ut ad varias virgæ partes referrentur.

Brachia verò perficiuntur artificio propè eodem; ipſorumque extremis partibus ferruminantur pedes, quibus validiùs firmandis, utile erit, eos, quaſi dente, à brachiis retineri; ut in Figurâ videre eſt (*Fig*. 2.) in quâ *a e n c* pars brachii eſt, *a b* eſt pars pedis, *n c b* dens pedem retinens. Itaque horum, quæ hactenùs de anchoræ partibus tradita fuere, nihil prætermittendum opinor; ut propiùs ad perfectionem ipſæ partes accedant.

§. V.

De anchoræ partibus inter ſe componendis, ac firmè ſolidandis, ut integra anchora perfectè formetur.

TRes ſunt conſolidandæ partes, duo brachia, & virga : hoc maximi momenti & difficillimum opus eſt. Quod ut tutiùs perfici poſſet; mihi quidem placeret, extremitatem (*Fig*. 3.) *SPR* virgæ *EP* extendi veluti in alas *a*, *z*, jungendas brachiorum principiis : placeret itidem, brachii (*Fig*. 4.)

XZ extremitatem diduci in alas duas *e*, *u*, quarum *e* cum opposito brachii principio firmè consolidaretur ; *u* verò cum virga ipsa conjungeretur modo eodem : placeret jungendas partes non malleo tantùm, sed etiam limâ elaboratas esse, ut perfectiùs congruere possent.

Ratione autem suadetur, confirmaturque experientiâ constanti, ferreas duas massas candentes, ferruminandas, eò meliùs conjungi & consolidari, quò gravioribus illæ malleis cuduntur. Malleus verò qui ab uno homine tractari potest, ut gravissimus sit, libras tamen quadraginta non excedet. Porrò esset providendum, ut prægrandi malleo partes solidandæ ferirentur, atque ut super incude sine difficultate moveri partes ipsæ, & pro lubitu illi malleo subjici, possent.

Itaque vellem, malleum, qui saltem esset trecentarum librarum pondo, ad extremum trabeculæ longæ pedes circiter octo adaptari ; & hanc circa medium instrui duobus cardinibus aptâ machinâ sustentatis, circum quos moveri liberrimè posset ; & ab ejusdem trabeculæ extremo ejus altero (nisi alicujus aquæ cursu motus machinæ commodè inderetur) funes pendere, ut horum tractione elevaretur malleus, qui candens percuteret ferrum positum super incudem. At sub malleo eodem partes solidandas, aptè appositèque, ut melior operis requireret conformatio, accommodare oporteret.

Ad id obtinendum, vellem adhiberi machinam illam, quæ ad pondera tollenda inventa est (Grus à nonnullis dicitur : *le Gruau*) in loco, benè, & commodè positam ; vellem funis ejus extremitatem instructam esse grandi unco ferreo, in quem induceretur anchoræ virga prope eam partem, prope quam esset gravitatis centrum movendæ ferreæ massæ. Vellem etiam, extremitati virgæ (*Fig. 3.*) *EP* conjungi tres ferreos baculos (peracto opere, abstrahendos, aut rescindendos) non admodùm crassos *BA*, *CD*, *EF*, longos tres vel quatuor pedes. Ita enim fieret, ut grue tantillùm moto, homines tres applicati ad extremitates *A*, *D*, *F*, quomodocumque opus esset, celerrimè partem solidandam super incude possent accommodare.

Illud

Illud autem diligentiſſimè curandum, ut plures ferreæ laminæ aptè ſuperponantur trium illarum partium extremitatibus jam ferruminatis, & cum iiſdem hæ quoque novæ laminæ ferruminentur aptè ſolidèque; ut tandem ab extremis partibus brachiorum, & virgæ, atque ab adjunctis hiſce laminis, formetur unum idemque ſolidiſſimum corpus. Nec vero probarem foramen ullum propè extremitatem *P* fieri. Quamvis enim per hoc trajectus religaretur funis index commodè quidem, & commodè tunc adhiberi poſſet funis idem cùm majori anchoræ minor adjungeretur, ne illa, (ut aiunt) araret; id tamen foramen minùs placet, propterea quod exiſtimo, nihil quicquam eſſe tentandum, quod quovis modo eam poſſit partem debilitare. Et hæc omnia, ut reputo, conducent ad artificium fabricæ anchorarum perficiendum.

SECTIO SECUNDA.

Nova Anchoræ partium diviſio & compoſitio proponitur.

§. I.

Quid partium Anchorarum diviſio, ad faciliorem reddendam earumdem ſtructuram, præſtare poſſit.

Cum diviſionem partium propono, haudquaquam intelligo, ex unâ earum plures fieri; ut ex unâ duas quodammodo effici poſſe cenſebat vir doctiſſimus, idemque peritiſſimus artis machinarum, Claudius Perraultius, cui placuiſſet (quemadmodum in ejus Libro de Machinis videre eſt) anchoræ virgam *A B* (*Fig*. 5.) dividi in ramos duos *B P*, *B P*, ſuis annulis in *P*, *P*, inſtructos; quos per annulos trajectum anchorale dum traheret, ramis illis ſeſe flectentibus, & quaſi cedentibus, anchoralis tractionis violentia imminueretur.

Sed ego, partium diviſionem proponens, prorsùs intelligo, divisim fabrefieri duas, vel tres, anchorarum partes, eo quidem modo, ut hæ possint sine ullâ ferruminatione deinde inter se aptari atque conjungi tam firmè quàm si, ferruminationis ope, essent integræ anchoræ juncturæ omnes consolidatæ. Porrò quod in grandibus anchoris formandis maximum incommodum creat, est difficultas machinæ figuræ illius, & tam immanis ponderis, tractandæ: ut, artificum grandes anchoras cudentium labores pluries observando, planè cognovi. Neque enim (dum virga cum brachiis est consolidanda) machina illa incudi aptari, neque malleis subjici ex omni parte potest; neque ipsis artificibus suppetit commoditas operandi æquabiliter partibus omnibus, ut vellent. Quamobrem operandi difficultatem sæpè vitia operis consequuntur.

Hanc itaque nimiam difficultatem tollere, idem fermè judico, ac suppeditare modum fabricæ anchorarum perficiendæ. Hanc verò difficultatem tolli posse reor, componendo anchoras ex duabus, vel tribus, partibus seorsim fabrefactis. Quapropter ad explicanda ea, quæ cogitavi de re hac, progrediar.

§. II.

Ut Anchoræ ex tribus seorsum fabricatis partibus componi queant, explicatur.

Virgæ, & brachiorum partibus iis, quæ ad formandum nodum, sive crucem, destinantur, illiusmodi figura tribui debet, quæ ad firmandam connexionem apprimè facere possit.

Figuram igitur, quam virgæ tribuendam reor expositurus, pono (*Fig. 6.*) *P C* esse virgam, cujus pars *s z n c*, ad nodum, consuetæ crassitiei sit, quatuorque planis superficiebus terminetur, quarum *s h*, eidemque oppositam, nominabo facies virgæ; & *n c h*, atque huic oppositam, dicam virgæ latera. Hac verò parte *s z n c* sit crassior pars proximè superior *H s e n K*, in quâ ad latera duæ crenæ *s t*, *n r*, sint incisæ. Virgæ extremitas *m C x* ejusdem crassitiei sit cum superioris partis extremitate *s t e r n*, & figuræ habeat ejusmodi, ut cum eâdem illâ superiore extremitate efficiat crenam *s z h i*, in quam inseri possit brachii ala, & crenam *i h c n*, in quam inseri possit extrema pars brachii; totidemque alias crenas ad oppositas partes efficiat. *u* erit foramen, per quod trajici possit clavus haud crassus.

Quod verò ad brachia attinet, vellem, ut brachii pars (*Fig*. 7.) *n H D*, instructa pede suo, *G D*, prædita esset eâ brachiorum aptiore figurâ, de quâ fusè aliàs à me dictum est: præter verò partem *g a*, quæ quadrare perfectè debet lateri virgæ, vellem brachium produci alâ veluti quâdam *n s E F*, partim faciei virgæ, partim alteri brachio aptandâ: quamobrem brachium propè *g n* crassius faciendum; ut ala illa, toto tractu aptando virgæ, tam sit crassa, quàm in consuetâ formâ crassum brachium est: at reliqua ejusdem alæ pars, cum altero brachio connectenda, quasi ad cunei formam, extenuetur. Ad *n* & ad *s* vellem protuberare brachium & alam, ac duos quasi dentes *s*, *n*, efficere. *u* erit foramen æquale foraminis *u* virgæ.

Figura autem octava repræsentat jam descriptas partes aptatas inter se atque connexas: nimirum virgam *P C*, brachia alis instructa *B K I s n*, *D H G d b*, & hæc ut inserta esse debent alis suis in virgæ crenas. Apparent in eâdem Figurâ insertiones dentium *s*, *n*, in partem virgæ *t e r*. Apparent duæ laminæ *R b*, *q d*, quæ complectuntur alas, & quæ ex ferro ignefacto facilè circum alas easdem possunt circumplicari; quemadmodum circum junctiones dentium anchorarum instructarum dentibus quatuor probè fieri observavi: *u* est clavus alas & virgam (majoris firmitatis comparandæ gratiâ) connectens: *m C x* est virgæ extremum claudens, atque (ut ita dicam) roborans integrum artificium.

Ratione itaque hactenùs descriptâ, faciliùs, ut puto, anchoræ construentur, quoniam vitabitur maximum illud incommodum crucis ferruminandæ: ac partes multò commodiùs (&, quod consequitur, perfectiùs) pro connexione elaboratæ, nodum efficere poterunt valentiorem, quàm si ferruminatione data fuisset opera, ut coalescerent. Ubi vitietur aliqua pars, multò promptiùs redintegrari illa poterit, facili dissolutione, novâque compositione anchoræ totius. Nodus erit gravior, pressionemque anchoræ juvabit. Magisque partes resistent, quoniam impetus nodis vim faciens, imprimetur in plures partes, neque contra angulum, à virgâ & brachio comprehensum, ita aget; ut secundùm consuetam formam, agere solet.

§. III.

De Anchorarum ex duabus, separatim fabrefactis partibus, compositione.

Quæ superiore in articulo exposuimus, expeditiora quidem reddunt hæc, quæ sunt modò proponenda. Igitur, ut priùs, sit (*Fig.* 9.) *P C* virga; in quam, ubi nodus fieri deberet, insculptum sit grande foramen *a L*, os habens quadrilaterum, atque intùs planis superficiebus terminatum, ad quod adjacentes (ut ita dicam) parietes *t z*, *e s*, crassissimi sint, ac æquivalentes consuetarum anchorarum crassitiei ad nodum. Desinat autem virga in duos mucrones *Cm*, *Cx*, longos quartâ unius futuri brachii parte, ac quales refert ipsa figura. Neque sanè difficile erit partes hasce fabrefacere; quandoquidem baculi illi & laminæ ex quibus componitur virga (ut aliàs est demonstratum) non conjunctæ ubi foramen, atque intortæ & circumactæ ad extremum, materiam suppeditare possunt huic operi solidè perficiundo. *u u* sunt duo foraminula, per quæ trajici duo clavi possunt.

Brachia sunt (*Fig.* 10.) *B R F q D*, quæ unicam solidamque anchoræ partem unâ efficiunt. *u u* sunt duæ crenæ ad excipienda clavorum dorsa, ut inferiùs dicetur.

Demùm undecima Figura refert partes illas arctè conjunctas. In virgæ *PC* foramen *a L* inducta sunt brachia *B R q D*, firmiter connexa cum virgâ ipsâ duobus clavis *uu* comprimentibus crenas paulò suprà indicatas; atque ita etiam brachia eadem comprimuntur contra mucrones *Cm*, *Cx*;

Anchoræ verò, confectæ modo hoc, pedes facili artificio, vel etiam clavis, adjungentur.

Hæc autem si considerentur, simul (opinor) etiam intelligetur commoda illa ad calcem superioris articuli proposita, ad hunc quoque modum anchoræ fabrefaciendæ pertinere. At certè illa (haud leviter animadvertenda) major erit utilitas, quâ minuetur periculum (periculum sanè anchoris sæpè fatale) ne anchoræ brachia, ubi hæc connectuntur cum virgâ, frangantur. Quandoquidem, si ponamus brachii $s\,D$ pedem fixum hærere, atque solidum illud virgæ & brachii aggregatum $P\,e\,s\,D$ esse vectem facilè concipiemus, hujusce vectis esse quasi duo fulcra clavum e, & apicem x mucronis $C\,x$; quamobrem vis ad P applicata minùs quidem valebit ad disfringendum brachium in s ubi illud cum virgâ conjungitur. Itaque concludam videri mihi hisce artificiis & faciliorem & tutiorem propositam fabrefactionem anchoræ haberi posse.

FINIS.

DE
MELIORE MODO
EXPERIUNDI
ANCHORARUM
VIRES,
SEU RESISTENTIAM,
DISSERTATIO.

Hìc teneat nostras Anchora CERTA rates.

UT nemo, qui sapiat, inficias iverit, perutiles esse regulas benè provisas & diligenter constitutas ad anchorarum figuras optimè præscribendas, atque ad commonstrandam fabricationem earumdem aptiorem : ita quoque fatebitur is, perutilia futura experimenta, quibus perspiciatur num regulis illis respondeant fabrefactæ anchoræ, num debitâ præditæ sint resistentiâ. Uno verbo dicam; propositi problematis perfectio tam excellit, quàm præstat, in periculo esse anchoram solam potiùs quàm simul cum anchorâ navim, navigantesque. Id quidem unum qui cogitet, facilè (ni pessimè fallor) cùm excellentem sapientiam eorum, qui problema proposuere, tùm problematis ejusdem permagnum momentum, omnique curâ dignum, esse cognoscet. Vel ego itaque lubens conabor, & dissertatione hac in duas partes divisâ, primùm quæ sine machinis, deinde quæ machinarum ope, sunt perficienda, exponam.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ ad propositum problema pertinent, nullius tamen machinæ explicationem requirunt.

§. I.

De violentis inflexionibus ac rupturis partium anchorarum.

CUR contorqueantur & frangantur anchoræ, duæ plerumque causæ sunt, quæ conveniunt: interna (ut ita dicam) una, altera externa. Primùm agamus de primâ.

Constat experientiâ corpora firma ita ab naturâ esse constituta, ut eorumdem fibræ aliquando quidpiam habeant heterogenei, ut appellant, & inæqualibus viribus cohæreant. Hæc verò inæqualitas haud raro crescit, si ars egerit in corporibus iisdem. Quòd si multæ fibrillæ ferri laxiores sint, & extensionis nimium capaces, torquentur flectunturque, leviore momento anchoræ partes. At rumpuntur anchoræ, ubi ferrum impurum fuerit, ac extraneis corpusculis nimis infectum, ubi inter ferreas laminas partesque, ex quibus adferruminatis formata anchora fuit, cavernulæ aliquæ internæ remanserint, ubi interior ferrugo soliditatem læserit, vel similia contigerint. Ac quidem partes quasdam quasi arenæ similes, scissuras, aliquando etiam cavitates, in variis, quas vidi, fractis anchorarum partibus, observavi. Hinc autem manifestum est, neque cohærentiam basium illarum fuisse integram, neque fuisse fibrillas in eâ materiâ omnes ejusmodi, ut fibrillæ ipsæ extendi & elongari æquabiliter possent antequam rumperentur: cùm tamen basium integrarum cohærentia & fibrillarum (ante rupturam) ad extensionem æquabilis dispositio, duo principia sint momenti magni; ut quidem animadverterunt Mariotus, Varignonius, aliique, qui posterioribus

posterioribus temporibus in doctrinâ resistentiæ firmorum corporum explicandâ, magnâ cum laude sunt versati.

Sed jam pergentes ad causas, quæ externè agunt, animadvertemus, tunc maximè fieri posse, ut anchoræ lædantur cùm earumdem brachia foraminibus aut cavernulis saxei fundi sunt infixa firmiter, neque loco cedere queunt modo ullo. Si enim navis à gravibus ventis vehementiùs agitetur, violentia tractionis anchoralis efficere potest, ut anchoræ partes inflectantur, si ex molli ferro sint; vel ut disrumpantur, si sint ex ferro duriore. Quoniam verò in ejusmodi anchoræ constitutione virga quasi vectis est, brachiis vim faciens; ideō brachia læsionibus sunt magis obnoxia, & quidem propè pedes, namque hi resistunt; & prope angulos crucis, ubi primus virgæ conatus exercetur. Aliquando etiam læditur virga propè tertiam suî partem infra caput, plerumque ubi conjuncta fuere gemina virgæ frusta, quando virga formata fuit. Cæterum alibi etiam frangi anchoræ queunt, si alibi infirmæ sint internæ earumdem partes, ob vitia illa, de quibus paulò suprà dictum est.

§. II.

Attentis iis quæ superiore in Articulo dicta sunt, explicatur, quid modus anchoras experiundi, suâpte naturâ, referre debeat.

UT periculum fiat virium resistentiæque anchorarum, violentia iisdem aliqua adhibenda est similis ejus, quam ab externis jam enarratis causis, usu anchoræ ipsæ pati possunt; ut ita dignoscatur, num anchoræ aliquo laborent ex vitiis iis, quæ ad causas pravæ earumdem structuræ internas jam retulimus.

At diligenter animadvertere oportet, curandum profectò esse, ut anchorarum vitia, ubi iisdem insint, detegantur; verùm eodem tempore esse cavendum, ne violentiâ nimiâ etiam anchoræ illæ quæ vitiis carerent, disrumpantur. Porrò ea est adhibenda ratio tentaminum, quibus anchoræ suum quidem robur manifestare possint, lædi autem ex nimiâ violentiâ non possint. Et in hac tentaminum cautione (ut opinor) propositæ rei cardo est.

§. III.

Primi quidam modi roboris anchorarum explorandi, indicantur.

SI malleo percuterentur variæ anchoræ partes, ex sono aliquid fieri posset de ipsarum soliditate judicium. Item ex diligentissimâ partium mensurâ cum pondere comparatâ, de ferri anchoræ ejusdem densitate duci aliqua posset conjectura. Aliqua itidem ex attentâ inspectione superficierum ipsius anchoræ, num ferri suâpte naturâ capacis levigationis, an scabri signa apparerent. Limâ ferri durities tentari posset. Modis itaque hisce, & similibus roboris anchorarum indicia veluti quædam possent vestigari.

At per se satis est manifestum, eas conjecturas seorsim factas aut ex sono, aut ex mensurâ & pondere, aut ex superficierum inspectione, aut ex alio aliquo de hujúscemodi tentaminibus, esse incertas conjecturas & ambiguas: si tamen ex hisce plures unâ consentirent præbentes singulæ eadem vel præstabilia, vel prava indicia; non adeò incertum esset & ambiguum quod exinde fieret judicium.

§. IV.

Experimentum sumendum de anchoris, percussione ex casu oriundâ, profertur.

PErcussione (ut fieri apud Batavos consuevit) resistentiam anchoræ possumus experiri, curando ut anchora cadens ex edito loco impingatur in subjectam crassissimam ferream virgam transversè positam, aut in crassissimam ferream laminam. Ejus enim anchoræ structuram vitiis carere, & ejus partes satis esse firmas, probabile fiet, si ex violentâ illâ collisione nullum ceperit anchora detrimentum.

Itaque usus percussionis (cujus vis limitari ac definiri ex notâ impetûs doctrinâ potest) inter utilia tentamina ponendus esse videtur. Si tamen considerentur diligenter positiones centrorum gravitatis in brachiis anchorarum, atque animadvertatur, gravitatis vim quasi in centris iisdem constitutam reputari consuevisse; dissimulandum non erit, paulò minùs exploratam haberi anchorarum resistentiam quæ hujusmodi tentatur experimentis.

Quæ nihilominùs (ut certiora fierent) juvari possent, si anchoræ pedi utrique adjungeretur connecteretur que extraneum aliquod pondus æquans, puta decimam sextam ponderis totius anchoræ partem: nam gravitatis brachiorum centra, versùs eorumdem extremitates quodammodo retracta, agerent eo modo, quo considerato, ratione tutiori ferri judicium posset de anchorarum robore resistente viribus, eas flectere conantibus aut frangere.

Sed, antequam Sectionem hanc finio, addam, tentamen aliquando aliud institui ad experiundum, num anchoræ pes futurus sit aptus, ut se se convertat versùs fundum eumdemque mordeat. Super lævigata superficie anchora ita detinetur, ut unius ejus pedis extremitas, & axis lignei extremitas una superficiem eamdem contingant; tum verò anchoræ permittitur, ut moveatur: ac si anchora convertatur in orbem, ea conversio indicio est perfectionis figuræ ejusdem. Verè tamen ac liberè dicam: perfectio illa examine attento figuræ partium anchoræ datæ, atque consideratione diligenti proportionis earumdem, meliùs quidem quàm experimento, cognosci potest.

SECTIO SECUNDA.

Usus quidem machinarum, in experimentis de Anchorarum vi & resistentiâ instituendis, proponitur atque explicatur.

§. I.

De æstimandâ & pro lubitu determinandâ quantitate primæ vis, quam machinæ datæ oporteat applicare.

EXPERIMENTA, quæ machinarum vi & violentiâ tentarentur, verebar olim, ne nimium aliquando valere possent: nempe dum contingeret, ut ea adhiberetur vis, cui facilè neque optimæ resisterent anchoræ. Atque hinc opinabar, dubiam semper futuram ac incertam determinationem quantitatis adhibendarum virium ad experimenta de anchoris, ope machinarum, instituenda.

At *discipulus est prioris posterior dies:* mutavi deinde sententiam eatenus, quatenus cogitavi de modo apto ad æstimandas vires, quas homo aliquis impendere posset ad motum ope machinæ procreandum. Constitui enim, in experimentis (de quibus agendum est) primum principium motûs, hominis alicujus ad machinam applicatione, procurari oportere. Ad vim autem hominis illius æstimandam, augendam, minuendamque facere posse credidi artificium hoc, quod proponam.

Sint duo fulcra (*Fig.* 1.) *ACD*, *BEG*, per quorum foramina *u* ac *t* liberè volvi queat teres paxillus *St*; cujus axis congruat cum axe cylindri *TZN*. Sit *ae* prima rota, quæ debeat adhiberi in machinâ idoneâ ad tentanda anchorarum experimenta. Sed (gratiâ facilioris comparationis cum cylindro *TZN*) fingamus eam rotam ad propositum paxillum esse aptatam, & hujus axem per ejusdem centrum pertransire.

Cylindro *TZN* intelligatur adnexus funis *g d*, de quo dependeat pondus *P*. Rotæ autem & cylindri diametri ſint ejus magnitudinis; ut actiones dentium rotæ, & ponderis trahentis exerantur æquali intervallo ab axe paxilli, quaſi vires eſſent applicatæ ad extremitates ſimilium & æqualium radiorum alicujus axis in peritrochio.

Bacilli extremitas deſinat in craſſum parallelepipedum *q R*, in medio perforatum, ut in foramen immittatur manubrium *x F m*, recurvum in *F*, ad cujus extremitatem manus *V* hominis debet applicari. Demum, *n* eſt cochleola, quâ firmatur manubrium, ut ejus longitudo *n F* ea (pro lubitu) ſit, quæ requiretur.

Id artificium ad rotam *a e* propoſitam refertur. Hujus autem vis proficiſcitur ab vi applicatâ ad *V*. Et vis applicata ad *V* æſtimatur ex pondere *P*.

Si conſtans eſſe debeat manubrii longitudo *n F*; augeatur vel imminuatur pondus *P* eò uſque, dum inter ipſum & vim applicatam ad *V*, æquilibrium fiat : ita pondus *P* erit vis ejuſdem *V* menſura.

Quando opus ſit, ut rota *a e* ab hominis manu, hoc eſt, à vi applicatâ ad *V*, recipiat determinatam quandam vis quantitatem reſpondentem dato alicui ponderi *P*; tunc ope cochleolæ *n* firmetur manubrium ad eam longitudinem *n F*, quæ propria ſit, ut vis applicata ad *V* æquivaleat vi ponderis *P*. Ita in noſtro erit arbitrio, adhibitâ machinâ propoſitâ, æſtimare vires ad *V* applicatas, & poſſe eam, quâ indigebimus, determinatam primæ vis quantitatem applicare.

§. II.

De machinâ, rotis compositâ, ad anchorarum robur pertentandum, aptâ.

VIm fieri anchoræ non posse, nisi firmiter consistant & anchora, & machina vim faciens, certum adeò esse opinor, ut minimè debeat demonstrari. Fingam itaque ad murum solidissimum aptatas esse machinam, anchoramque. Sed super solido etiam pavimento quæ propositurus sum (paucis mutatis) præstari facilè possent.

Sit itaque murus (*Fig.* 2.) *ABCD*, & ex eo promineant duo (vel plures) ferrei trunci *EF*, quorum, ut ita dicam, radices tam firmiter intra murum sint consolidatæ; ut ab machinæ violentiâ neque lædi, neque vinci ullo modo queat eorumdem resistentia. Crassus ferreus baculus, de quo experimentum sit sumendum, inseratur inter eosdem truncos *E* & *F*, alterâ suî parte: parte verò alterâ comprehendatur ab unco ferreæ regulæ *IKML*. Quæ regula dentata sit, moveaturque horizontaliter à dentibus tympani *nm*. Hujus tympani axis idem sit ac rotæ *NP*. In ejusdem autem rotæ *NP* superiores dentes inserantur dentes tympani *ec*. Quod tympanum in eodem axe est cum rotâ *QR*, à cujus dentibus excipiuntur dentes tympani *gh*. At tympani hujusce *gh* axis instructus esse intelligatur manubrio, cujus artificium idem sit, ac artificium manubrii (*Fig.* 1.) *xRFm*, superiore in articulo explicatum.

Post hæc animadvertere præstat, tympanum (*Fig.* 2.) *gh*, quod in propositâ constructione ultimum est, posse conjungi cum axe ulterius rotæ, & hanc moveri posse ab alio tympano quod ultimum sit; atque eâdem prorsùs ratione datum esse augere numerum tympanorum rotarumque; &, quod consequitur, augere (pro lubitu) machinæ vires.

Proposita autem ferrea dentata regula, nec non rotæ, atque tympani, tantæ crassitiei firmitatisque esse debent, ut dum agit machina, partes illæ, neque curvari, neque deprimi, neque à locis ſuis dimoveri, neque lædi, neque frangi, violentâ machinæ actione queant. Idemque intelligendum cùm de partibus deſtinatis ad continendos rotarum, tympanorum, cylindrorumque axes, tùm de partibus reliquis, quibus machina tota (artificiis conſuetis) conligata erit, atque connexa. Uno verbo dicam : tam firma ac robuſta machina eſſe debet ; ut ipſa quidem (ſi vis ad manubrium applicata potis ſit) ferrum *G H* curvare aut frangere poſſit, ipſa verò capere detrimentum non poſſit.

Et cùm jam ſuperiore in articulo artificium demonſtraverim conducens ad cognoſcendam quantitatem primæ vis, quæ impenditur, dum effectus aliquis ope machinæ, compoſitæ rotis, progignitur; nunc velim, adhibitâ machinâ hac, varias determinari primas vires expreſsè neceſſarias ad ferreos baculos, varias craſſities habentes, inflectendos, aut disfringendos. Velim (gratiâ exempli) dato ferreo baculo parallelepipedæ figuræ, cujus quadratæ baſis latus eſſet pollicis unius, eodemque inter *F, E*, & *K I*, conſtituto, velim, inquam, determinari primam vim neceſſariam, ut id ferrum inflectatur, vel disfringatur : hanc autem vim primam pollicis unius appellabo.

Itaque, his poſitis, ſi datâ anchorâ aliquâ placeat experimentum ſumere de uno ex ejuſdem brachiis, inter *F*, *E*, & *K I*, conſtituto, cujus brachii minima craſſities uni quadrato pollici reſpondeat ; pro vi primâ adhibeatur vis paulò minor vi illâ primâ pollicis unius (de quâ modò dictum eſt.) Et, ſi brachium reſiſtat, jam experimento de firmâ illius partis anchoræ conſtitutione liquebit.

Porrò, quæcumque anchora detur, ſemper vis determinata, ope alicujus ex iis experimentis, quæ paulò ſuprà ſunt indicata, vel novi ope experimenti, modum ſuppeditabit tentandi & virgam & brachia ejuſdem anchoræ datæ. Atque ita, ſi hæ partes ſolidè reſiſtant, habebitur ipſius anchoræ firmitas experimento comprobata.

Neque plura addam : nota enim ſunt quæ ſpectant ad propoſitæ machinæ partes. Sed quoniam earumdem uſus, &

virium æſtimatio facilis eſt ; idcircò à me planè habitæ ſunt partes illæ ceu perutiles ; ut, conjunctæ cum artificio à me tradito primæ vis æſtimandæ, ad novum propoſitum hoc opus tranſducerentur.

§. III.

De ſimpliciſſimâ machinâ ad vires reſiſtentiæ Anchorarum dignoſcendas experimentis.

QUi minùs ſapiunt myſteriis delectantur, hoc eſt implicatiora artificia pluris faciunt. At ſimplex machina, poſtremo hoc loco, à me quidem proponitur lubenter, quoniam ſubjicitur judicio Sapientum, quibus res hujuſcemodi ipsâ ſuâ ſimplicitate commendantur. Pars prima, à quâ ordiar, erit fulcrum (*Fig. 3.*) *ABCDEF*, cujus conſtructio poteſt pro lubitu, & pro re natâ, ac pro loci opportunitate variari (ut adhibendo grandes ferreos palos in imo craſſiſſimi muri horizontaliter intruſos, vel in aliquod fundamentum infixos) dummodò tamen fulcrum ipſum ſit ſolidiſſimum, præſertim ubi extant partes *E F*, in quas inſeri debent cardines *n s*.

Extremitati trabeculæ *a b*, longæ ſaltem duodecim pedes, validiſſimè aptati eſſe debent cardines illi ; ut trabecula eadem, ipſorum ope, liberrimè volvi queat : ita tamen ut, ejus axem ab uno eodemque plano verticali numquam exeuntem, in eodem plano circulum quodammodo deſcribere, concipi queat.

Malleus *e q*, haud abſimilis iis, qui curſu aquæ moventur in ferrariis officinis ubi fodinæ ſunt, prægrandis (puta qui pendeat quingentas pondo libras, aut ampliùs) ſit infixus in trabeculam eamdem, ſed tamen poſſit versùs utramque extremitatem *a*, vel *b*, pro lubitu duci (undè mutetur diſtantia *a R*) & hæc ubi ſit determinata, ibi ille ferreo cuneo in *R* impendendo, ſatis arctè firmari queat.

Vellem conſtitui ſub hoc ſingillatim varios bacillos, ſive varia parallelepipeda ferrea, ut *H L* : & hæc imponi ſolidiſſi-

mis

mis fulcris *GI*, *MN*, ut nihil esset ad *P*, sub ferro *HL* ubi ictus ferro eidem est infigendus.

Tribus autem modis fiet ut major vel minor sit percussionis effectus: nimirùm auctâ vel imminutâ distantiâ *a R*; malleo ad majorem, vel minorem altitudinem elevato; ac demùm fulcris remotioribus, aut vicinioribus inter se. Quæ varietatum facilitas perutilis quidem esse debet perque commoda.

Notæ verò esse possunt & distantia *a R*, & distantia inter fulcra, & altitudo, ad quam elevandus sit malleus, ut primò (ita dicam) inflectatur vel disfringatur ferrum *HL*: igitur, si aliquantillo aut alterutra ex distantiis illis, aut altitudo illa imminuatur, usque dum non ampliùs inflectatur, aut non rumpatur ferrum idem: jam habebitur certa & explorata mensura ad tentandas eodem modo anchorarum partes; & ad ferendum de partibus iisdem judicium: atque id rationibus illis, quæ expositæ sunt in superiore secundo articulo, & quæ facilè ad hunc quoque referri queunt.

Ita machinâ simplicissimâ, & (nî pessimè fallor) satis tutâ, datum erit experiri anchorarum vires seu resistentiam: quod quidem reor ad perficiendam Dissertationis hujusce propositionem requiri.

FINIS.

FIN de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix de l'année 1737.

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES,

en l'Année 1736.

Par M. JEAN BERNOULLI,
Docteur en Droit.

RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

Sur la Queſtion :

COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION DE LA LUMIERE,

Propoſée par l'Académie Royale des Sciences pour le Sujet du Prix de l'Année 1736.

. . . . Hunc labor æquus
Provehit, & pulchro reddit ſua dona labori.

Juvenal. Sat. XVI. v. 56.

I.

JE ne trouve pas qu'il ſoit néceſſaire de faire un long préambule ſur ce qu'on doit entendre ici par *Propagation*, on le verra aſſez dans la ſuite de ce petit Ouvrage. Je me contente d'attacher une idée convenable au terme de *Lumière*, puiſque ce terme eſt équivoque, & que ſouvent, même parmi les Philoſophes, on entend, en parlant de la *Lumiére*, tantôt une choſe, tantôt une autre.

II.

Le mot de *Lumiére* ſe prend donc en différentes ſignifications; quelquefois on entend par ce terme, la ſenſation ou la perception qui s'excite en nous, lorſque les corps ou les objets que l'on nomme *viſibles*, par les rayons qui paroiſſent en émaner, frappent les organes de la vûe, & que de-là il réſulte dans notre ame ce qu'on appelle *voir* ou *ſentir* la lumiére. En d'autres occaſions on prend la lumiére pour ce qui eſt dans les corps lumineux eux-mêmes qui les rend viſibles. Quelquefois auſſi on veut que la lumiére ſoit une je ne ſçais quelle vertu émanante qui ſort du corps lumineux, qui ſe répand ſur les corps opaques, & qui les éclaire. Certains Philoſophes anciens ont donné à cette prétendue vertu le nom d'*Eſpéces incorporelles*, (*SPECIES VEL IMAGINES RERUM VISIBILIUM*.) Les Phyſiciens d'aujourd'hui nomment ſouvent ce qui paroît émaner du corps lumineux le *véhicule de la lumiére*, (*VEHICULUM LUMINIS*,) par lequel ils n'entendent autre choſe que les rayons qui tranſportent la lumiére ſur les objets éloignés.

III.

C'eſt en particulier dans cette ſignification que le ſujet en queſtion doit être traité : car on veut ſçavoir comment ſe fait la propagation de la lumiére, c'eſt-à-dire, de quelle maniére les rayons, ce *véhicule de la lumiére*, ſe portent au loin, & font appercevoir le corps lumineux dont les rayons partant ſe tranſportent à des diſtances immenſes, telles que ſont celles qui ſont entre la Terre & le Soleil, ou les autres Aſtres.

IV.

Entre les corps diſtans ou éloignés les uns des autres, il n'y a point d'autre communication que celle qui ſe fait par le mouvement de quelque matiére qui va de l'un à l'autre. C'eſt là la ſeule idée claire qu'on peut avoir d'une telle communication. Auſſi les Philoſophes de bon goût, dès qu'ils ont remarqué que l'Aimant, par exemple, agit ſur le Fer éloigné, ont-ils conclu qu'il y avoit des effluves qui ſortoient de l'Aimant, & qui faiſoient cet effet.

V.

Mais tout mouvement & toute matiére ne ſont pas capables de produire toutes ſortes d'effets. Ceux qui ſont prompts, qui ſont violens, qui ſont ſubits, demandent ſans doute une matiére extrêmement ſubtile, & un mouvement tout-à-fait extraordinaire qui les puiſſent produire ; comme ſont, par exemple, les exploſions & les effervеſcences de certaines liqueurs chymiques, l'inflammation de la Poudre à canon, l'éclat & la force pénétrante de la Foudre.

VI.

Tous ces mouvemens cependant ne ſont rien en comparaiſon de l'étonnante rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte, puiſque, ſuivant le calcul de M. Huygens fondé ſur l'obſervation de M. Romer, elle n'emploie que 11 minutes de tems pour faire le chemin depuis le Soleil juſqu'à nous. M. Newton ne lui donne même que 7 à 8 minutes pour parcourir cette vaſte étendue qui contient plus d'onze mille diametres de la Terre.

VII.

Il faudra donc trouver une force mouvante convenable à effectuer cette prodigieuſe vîteſſe, qui puiſſe tranſmettre dans une ſeule minute plus de mille diametres de la Terre, dont la rapidité par conſéquent ſoit 6 à 700000 fois plus grande que celle du ſon, qui, quoique bien prompte par rapport à nos ſens, ne parcourt que 180 toiſes dans une ſeconde, ou près de 11000 toiſes dans une minute horaire.

VIII.

Cependant il ne faut pas trouver étrange que dans la Nature il y ait réellement de la matiére agitée ou douée d'une ſi énorme vîteſſe; car ceux qui connoiſſent familiérement les propriétés de la force mouvante, qui n'eſt autre choſe qu'une preſſion appliquée continuellement pendant un tems, grand ou petit, à mouvoir quelque corps, comprennent fort bien que la force mouvante d'une meſure déterminée, quelque médiocre qu'elle ſoit, eſt capable d'imprimer tel degré de force accélératrice que l'on voudra à un corps ſur lequel ſeul elle agit, pourvû que ce corps, qui doit recevoir toute l'impreſſion de la force mouvante, ſoit d'une maſſe aſſez petite.

IX.

Pour en être mieux inſtruit, il n'y a qu'à conſidérer que la force mouvante abſolue eſt en raiſon compoſée de la maſſe du corps, & de la force accélératrice qu'elle lui imprimera; cela veut dire, qu'en nommant f la force mouvante, m la maſſe, & a la force accélératrice, on aura $f = m\,a$.

X.

D'où il ſuit qu'en diminuant m, on augmentera a en même raiſon, ou bien qu'on peut faire $f = m\,a = \frac{1}{n} m \times n\,a$; ainſi la force accélératrice a, que la force mouvante f imprime à la maſſe m, ſera multipliée n fois, ſi elle n'agit que ſur la maſſe diminuée $\frac{1}{n}\,m$.

XI.

Suppoſons, par exemple, un reſſort bandé, appuyé d'un côté contre un obſtacle fixe, & de l'autre contre un corps mobile m; ſoit la force mouvante de ce reſſort, quand il ſe débande variable ou invariable $= p$, la vîteſſe qu'il aura communiquée au corps $m = v$, après s'être dilaté par un eſpace $= x$; on ſçait, par le principe général de la Dynamique, que l'on aura $\frac{p\,dx}{m} = v\,dv$, & partant $\frac{2}{m} \int p\,dx = v\,v$. Donc un autre reſſort ſemblable & égal au premier, & bandé également, mais qui déploie ſa force p ſur un autre corps M différent du premier m, quand il ſe ſera débandé par la même étendue x, on aura pour la détermination de la vîteſſe, que je nomme u, cette autre équation $\frac{2}{M} \int p\,dx = u\,u$; ce qui fait voir que $v\,v \,.\, u\,u :: \frac{2}{m}, \frac{2}{M}$

: : $M . m$, d'où on infere que les quarrés des vîteſſes ſont en raiſon réciproque des maſſes ; on peut auſſi tirer cette vérité de la démonſtration que donne M. Newton dans ſes Principes de la Philoſophie naturelle, *Propoſ. 39. Liv.* I. Cela étant, il eſt clair que la moindre force mouvante p peut exciter dans un corps m une auſſi grande vîteſſe que l'on voudra, pourvû que l'on donne à ce corps une maſſe m aſſez petite : car en le prenant infiniment petit, il acquerra une vîteſſe infiniment grande.

XII.

On voit bien à quoi cela aboutit, pour démontrer que quelque exceſſive que ſoit la rapidité de la lumiére, qu'on eſt obligé de ſuppoſer en admettant l'obſervation de M. Romer ; il n'y a rien là qui paroiſſe impoſſible ou incroyable. Il faudra examiner ſeulement s'il n'y a pas, ou s'il ne peut pas y avoir une force univerſelle répandue par tout l'Univers, qui faſſe un effort continuel de ſe dilater en tout ſens, & qui ſe dilate effectivement dès qu'en quelque endroit la réſiſtance qui la retient en équilibre vient à être ôtée ou diminuée.

XIII.

Nous en voyons au moins un exemple dans l'air de notre Atmoſphere, dont les parties ſont comprimées les unes par les autres, & s'empêchent mutuellement de ſe dilater, comme elles le feroient en vertu de leur élaſticité, ſi par quelque accident il arrivoit que la preſſion d'un côté devînt plus ou moins forte que la contrepreſſion oppoſée.

XIV.

S'il eſt permis à Mrs. les Newtoniens de ſuppoſer une attraction univerſelle des corps les uns vers les autres, quoiqu'ils n'en puiſſent alléguer aucune cauſe phyſique compréhenſible ; à plus forte raiſon nous ſera-t-il permis de ſuppoſer une force dilatatrice qui ſe trouve dans une matiére très-ſubtile, qui remplit les vaſtes eſpaces du Monde, & dans laquelle les autres corps ſont iſolés comme des iſlots flottans dans l'Océan.

XV.

Ce principe de dilatation ſera d'autant plus admiſſible que l'on peut au moins en avoir une idée claire, & rendre quelque raiſon phyſique d'une telle force qui tend à écarter les corps qui l'environnent. Pour qu'une matiére ſe dilate, il faut qu'elle faſſe impulſion ſur les corps contigus qui l'environnent immédiatement; y a-t-il rien de plus intelligible que la production du mouvement par impulſion?

XVI.

Il eſt vrai que le principe de dilatation peut faire de la peine: car eſt-il naturel ou eſſentiel à la matiére? Point du tout, on conçoit la matiére ſans y comprendre la vertu de ſe dilater néceſſairement. Il faut donc une matiére univerſelle qui ſoit élaſtique; mais ce reſſort, cette force élaſtique d'où lui vient-elle, puiſque la matiére en tant que telle ne demande point cette vertu, pouvant exiſter ſans être élaſtique?

XVII.

Mrs. Huygens & Newton, en traitant de la propagation de la lumiére, ont ſuppoſé que l'éther, comme le véhicule de la lumiére, eſt actuellement élaſtique par lui-même; ils l'ont ſuppoſé ſimplement, ſans en indiquer aucune raiſon phyſique, le premier ayant attribué un reſſort parfait à chacun des petits globules qui, ſelon lui, compoſent l'éther; & l'autre voulant que l'éther ſoit un milieu très-uniforme, très-ſubtil, & également dilatatif dans toutes ſes parties, & même dans tous ſes points.

XVIII.

Quant à nous, nous admettons l'élaſticité de l'éther, mais nous l'expliquerons phyſiquement; ſans cela, nous tomberions avec ces deux grands hommes dans le défaut de vouloir expliquer une choſe obſcure, par la ſuppoſition d'une autre également, ou encore plus obſcure.

XIX.

Pour éviter ce reproche, j'ai recours à la propriété connue & fort intelligible de la force centrifuge qu'ont naturellement les corps qui circulent autour d'un point, c'eſt la force ou

l'effort

l'effort qu'ils acquiérent de s'éloigner du centre de ce mouvement provenant de la loi générale, que tout corps en mouvement tend constamment à suivre en droite ligne la direction où il se trouve à chaque moment.

XX.

Or je ne trouve rien de plus propre pour mon dessein que les petits tourbillons du P. Malebranche; je conçois donc avec évidence, qu'il est possible, & même probable, que la matiére de l'éther est un fluide composé originairement d'une infinité de petits tourbillons, mais si petits qu'ils peuvent passer très-librement par les pores les plus étroits des autres corps fluides ou solides.

XXI.

Ainsi chacun de ces petits tourbillons fait un effort continuel de se dilater par la force centrifuge de ses parties circulantes autour de son centre, & se dilate actuellement dès qu'il arrive que par quelque accident, les autres tourbillons dont il est environné, soient chassés ou poussés ailleurs.

Ce que je dis d'un seul petit tourbillon doit être entendu d'un volume ou d'un amas qui contient une infinité de ces tourbillons qui se contiennent dans leurs bornes, par cela seul qu'ils sont réprimés, & tenus en équilibre par tous ceux qui touchent tout à l'entour ce volume, sans quoi il s'étendroit dans le moment du côté où il trouveroit une moindre force pour résister que pour s'étendre, de même que nous voyons que l'air renfermé dans un récipient, & plus condensé que l'extérieur, s'en échappe avec impétuosité dès qu'on lui fait quelque ouverture.

XXII.

Ce n'est pas que je prétende que l'air, non plus que d'autres corps terrestres élastiques tirent l'origine de leur ressort de l'action de ces petits tourbillons, puisque ceux-ci à cause de leur infinie petitesse, trouveroient les pores, dans les corps grossiers, trop ouverts pour se laisser comprimer. C'est peut-être la raison qui a déterminé M. Bernoulli à donner dans son *Discours du Mouvement*, une autre cause physique, par laquelle il explique le ressort des corps terrestres, prise aussi de la force centrifuge de certaines particules qui voltigent autour d'un centre, mais qui pour être trop grosses ne peuvent pas s'échapper par les pores.

XXIII.

Revenons à nos petits tourbillons : on doit les supposer d'une petitesse au de-là de tout ce qu'on peut imaginer de plus subtil : car par-là on augmente leur force de se dilater autant que l'on veut jusqu'à l'infini ; supposé même que la vîtesse actuelle de leur circulation ne fût que très-médiocre ; étant constant que la force centrifuge des corps qui tournent en rond avec une vîtesse donnée, est en raison inverse du diametre, ou de la circonférence qu'ils décrivent, ensorte que diminuant à l'infini cette circonférence, on augmentera autant la force centrifuge.

XXIV.

Je me figure présentement, que tout cet amas de petits tourbillons qui remplit les vastes espaces du Monde, est parsemé de corpuscules très-subtils, durs ou solides, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, mille fois plus longs que le diametre d'un de ces corpuscules, je n'en détermine pas la longueur, il suffit que je conçoive très-clairement que chaque ligne droite tirée d'un point à l'autre, enfilera une infinité de ces petits corpuscules, dont je puis supposer les intervalles à peu près égaux, puisque les corpuscules sont uniformément dispersés parmi les petits tourbillons, quoique les corpuscules eux-mêmes puissent être de différente grandeur.

XXV.

Ces corpuscules demeureront tous en repos, les plus & les moins grands, comme le hazard les a placés, étant également pressés de tout côté par les tourbillons qui les environnent ; mais dès qu'une force nouvelle survient d'un côté, qui pousse ou chasse un de ces corpuscules de sa place suivant une certaine direction, l'équilibre ne pourra plus se soûtenir, puisqu'il est clair que les petits tourbillons situés entre le corpuſcule pouſſé & le plus voiſin ſur la même ligne de direction, ſeront comprimés en forme de reſſort, & pouſſeront par conſéquent auſſi ce ſecond corpuſcule, enſuite le troiſiéme, le quatriéme, &c. juſqu'à un grand nombre, avant que la compreſſion ſoit entiérement achevée, ce qui étant fait, les tourbillons en ſe reſtituant ſur le champ, repouſſeront les corpuſcules, & même au de-là de leur centre de repos, preſque autant qu'ils s'en étoient écartés de l'autre côté, d'où ils ſeront chaſſés & rechaſſés une ſeconde fois, & ainſi de ſuite, faiſant un grand nombre de réciprocations en forme d'oſcillations ou de vibrations, mais très-petites & très-promptes.

XXVI.

Si je conçois maintenant que les corps qui ſont originairement lumineux, tels que le Soleil, les étoiles, la flamme, les charbons ardens, &c. ne ſont, ou ne contiennent autre choſe qu'une infinité de particules ſolides, agitées en tous ſens avec beaucoup de violence, qui frappent ſans ceſſe contre l'éther élaſtique, ſous lequel le corps qu'on nomme *lumineux*, eſt enveloppé, je veux dire contre cette matiére compoſée de petits tourbillons, avec de petits corpuſcules entremêlés, qui environne immédiatement les corps lumineux; je vois clairement que chaque point phyſique de la ſurface de ce corps doit être capable d'exciter une infinité de rayons; ſçavoir, autant qu'il y a de lignes droites tirées de ce point comme d'un centre vers la ſurface d'une ſphere.

XXVII.

Car chacune de ces lignes droites remplie de petits tourbillons, & chargée de petits corpuſcules de diſtance en diſtance, doit recevoir par le point lumineux un ébranlement violent qui condenſe les premiers tourbillons voiſins; & ceux-ci condenſés, chaſſent les corpuſcules de leur centre d'équilibre, ce qui produit, ainſi que nous l'avons expliqué, des vibrations tout le long de chaque ligne droite qui part du point lumineux.

XXVIII.

Il n'eſt pas néceſſaire de déterminer la longueur de ces lignes droites depuis l'origine juſqu'à la fin de la premiére compreſſion : cela dépend de la groſſeur des corpuſcules de l'intervalle, ou de la file des petits tourbillons entre les corpuſcules, & de pluſieurs autres circonſtances qu'il ſeroit difficile de connoître. Il ſuffit que je faſſe voir qu'il faudra toûjours un même tems à la lumiére pour parcourir une grande diſtance donnée, quelque longueur qu'on veuille attribuer à chacune de ces lignes droites, que je nommerai deſormais *fibres lumineuſes*, enſorte qu'un rayon de lumiére eſt une ſuite ou une chaîne compoſée d'un grand nombre de fibres lumineuſes miſes bout à bout ſur une longue ligne droite, au moins pendant que la lumiére s'étend dans un milieu uniforme.

XXIX.

C'eſt déja un grand avantage que cette méthode d'expliquer la propagation de la lumiére, montre d'abord la raiſon phyſique pourquoi elle ſe fait en ligne droite dans un milieu de conſiſtance uniforme. M. Huygens ne pouvant démontrer cette propriété par ſa *Méthode des Ondes*, quoique d'ailleurs très-ingénieuſe, ſe contente de faire remarquer que la lumiére doit ſe faire ſentir le plus ſenſiblement ſuivant la direction de la ligne qui coupe perpendiculairement toutes ſes ondes ; mais s'enſuit-il pour cela qu'on n'en ſentira pas le moindre effet, dès que la direction devient tant ſoit peu oblique ? Pourquoi, par exemple, les rayons du Soleil entrant par un petit trou dans une chambre obſcure, font-ils voir ſon image ſi bien terminée & ſi directement oppoſée, ſans qu'aucune trace de quelque foible lueur paroiſſe autour de l'image qui eſt préciſément la baſe d'un cone, dont le ſommet eſt dans le centre du trou, & oppoſé en même tems à l'autre cone, qui a pour baſe le diſque du Soleil lui-même, ſelon les régles de l'Optique ordinaire ? On ne doit pas m'objecter la petite penombre qu'on obſerve à la circonférence de l'image : car cette penombre eſt en dedans de la circonférence, & n'exifteroit nullement, fi le Soleil n'étoit qu'un feul point lumineux.

XXX.

Il femble du moins que la nature de la lumiére devroit imiter en quelque façon celle du fon qui, comme nous verrons bien-tôt, a beaucoup d'affinité ou d'analogie avec la lumiére par rapport à leur production & leur progrès. Or l'expérience montre affez que le fon fe fait entendre non-feulement en ligne droite depuis fon origine; mais auffi quoique plus foiblement, en procédant par des obliquités & des détours, ce que les rayons de lumiére ne font nullement, à moins qu'ils ne foient réfléchis à la rencontre d'un corps opaque, ou rompus, en paffant par une matiére tranfparente de différente denfité, continuant d'ailleurs toûjours leur cours en ligne droite auffi long-tems qu'ils font dans un milieu uniforme.

XXXI.

En faifant attention à la conftitution des corpufcules folides entremêlés dans tout l'amas des petits tourbillons, qui nous viendra dans la fuite fous le nom d'*Ether élaftique*, nous trouverons très-probable que ces corpufcules font de différente groffeur, fitués entr'eux confufément & fans ordre, pendant qu'ils font encore en repos: nous ferons même obligés de fuppofer les plus gros corpufcules d'une petiteffe extraordinaire, pour les concevoir capables de recevoir par la force agitative de l'éther élaftique une accélération fuffifante pour produire cette prodigieufe rapidité avec laquelle la lumiére parcourt des diftances immenfes.

Il n'y a rien là qui choque la raifon; la divifibilité à l'infini de la matiére permet de donner à nos corpufcules telle fubtilité que nous jugerons convenable à notre deffein, Mrs. Huygens & Newton ayant fait la même fuppofition dans leurs fyftêmes.

XXXII.

Confidérons préfentement ce qui fe fera, lorfque la matiére, dont l'agitation violente eft la fource de la lumiére, ou lorfqu'un point feulement de l'objet lumineux vient à frapper subitement l'éther élastique, & à le repousser tout à la ronde comme du centre vers la circonférence; nous voyons que du premier coup l'éther repoussé se condensera à la rencontre & par l'opposition des corpuscules les plus proches; lesquels par conséquent seront chassés dans le moment de leurs places, ce qui ne se peut faire sans qu'ils condensent l'éther contenu dans les seconds intervalles, & que par-là soient mis en mouvement les seconds corpuscules, ensuite les troisiémes, les quatriémes, &c. jusqu'aux derniers, qui ne cederont plus sensiblement de leur place, parce que l'impétuosité du choc s'absorbe enfin après la compression parvenue à un certain dégré.

XXXIII.

Ainsi voilà une infinité de fibres lumineuses rectilignes, lesquelles excitées par l'ébranlement d'un point physique sur la surface du corps lumineux, partent de ce point, & tendent comme du centre vers la circonférence. Cependant quoique les corpuscules nagent dans l'éther pêle-mêle, les plus gros avec ceux qui le sont moins, avant qu'ils soient agités par la matiére de la lumiére; il faut pourtant être persuadé que quand l'agitation survient, les corpuscules se sépareront & se rangeront de telle maniére, que toutes les fibres soient composées de corpuscules égaux; les unes, de ceux qui sont d'une telle ou telle grosseur, d'autres fibres qui sont composées d'autres corpuscules égaux, d'autres encore composées de corpuscules égaux d'un autre genre de grosseur, & ainsi pour toutes les espéces de fibres. Enfin cela dépend du hazard: selon qu'une certaine fibre qui se produit a son premier corpuscule, qui est le plus proche du point lumineux, d'une certaine grosseur, cela suffit pour faire que tous les corpuscules de la même grosseur, qui se trouvent entre les deux extrémités de la fibre, y demeurent & commencent à participer à l'agitation du premier corpuscule; les autres, plus ou moins gros, n'ayant pas la disposition de suivre avec la même facilité l'ébranlement primitif, seront expulsés de côté & d'autre de la fibre, pour aller se ranger parmi leurs semblables en d'autres fibres qui leur conviennent.

Ces ſortes de mouvemens communicatifs dans les corps d'une même diſpoſition au mouvement, ſont quelque choſe de fort ordinaire à la Nature; nous voyons, par exemple, que pluſieurs cordes de Muſique, tendues tout près les unes des autres, dont quelques-unes ſont miſes à l'uniſſon; nous voyons, dis-je, qu'une de ces derniéres étant pincée, fera trémouſſer ſenſiblement toutes celles qui ſont tendues ſur le même ton, & laiſſera en repos toutes les autres, quoique les plus proches, qui ſont tendues ſur des tons différents, ſi ce n'eſt l'octave & la quinte, qui recevront auſſi quelque petite impreſſion ſenſible; mais en général les cordes qui donnent des tons fort diſſonants ne font aucune impreſſion les unes ſur les autres, lorſqu'elles ſont touchées ou pincées ſucceſſivement. La raiſon de tout cela eſt ſans doute la conformité ou la difformité de diſpoſition au mouvement, laquelle fait que l'air ébranlé par la corde pincée communique aiſément le même trémouſſement aux unes qui ſont diſpoſées à le recevoir, & n'en communique rien à celles qui n'y ſont pas diſpoſées.

XXXIV.

La réflexion que je viens de faire ſur la diverſité des fibres lumineuſes, me donnera occaſion de parler des différentes couleurs des rayons que l'on y remarque, lorſqu'ils ſe ſéparent par la réfraction ou par la réflexion, & d'entrer par-là dans la diſcuſſion de l'ingénieux ſyſtême ſur l'origine des couleurs, donné par M. Newton dans ſon Optique. Ce célebre Auteur attribue auſſi la diverſité des couleurs à la différente groſſeur des petits corpuſcules ſolides; mais il prétend que ces corpuſcules viennent du corps lumineux lui-même, & en partent par un mouvement de tranſport très-rapide depuis la ſource de la lumiére juſqu'aux objets qui la reçoivent : au lieu que, ſelon ma Théorie, ces corpuſcules capables de faire ſentir la lumiére, ſe trouvent par-tout diſperſés dans l'éther élaſtique, & que ſans ſortir loin de leur centre de repos, ils forment une infinité de fibres lumineuſes autour de chaque point ſur la ſurface du corps lumineux. Je ferai voir comment chacune de ces fibres une fois formée se multiplie & s'étend toûjours en ligne droite à des distances énormes avec une excessive rapidité. Ces fibres ainsi répétées & multipliées, chacune suivant sa premiére direction, seront ce qu'on nomme les rayons de la lumiére, dans l'extension desquels consiste sa propagation.

XXXV.

Il faut donc considérer de plus près la génération, la nature, l'action & d'autres symptomes de nos fibres lumineuses. Nous avons déja vû de quelle maniére l'éther élastique ou les petits tourbillons comprimés ou condensés par l'impulsion d'un point du corps lumineux, chasse de sa place le premier corpuscule d'une fibre, celui-ci chasse le second par la compression de l'éther interjetté, le second chasse le troisiéme, & ainsi de suite jusqu'à l'extrémité de la fibre, où la condensation de la matiére éthérée étant parvenue à son plus haut degré, ne prend plus d'augmentation sensible, & commence par conséquent à se restituer, en repoussant les corpuscules en sens contraire jusques par de-là leur centre de repos, d'où ils rebrousseront, & feront ainsi des allées & des revenues en forme d'oscillations très-promptes, que j'appellerai *vibrations longitudinales*, parce qu'elles se font suivant la longueur & dans la direction même de la fibre, au lieu qu'une corde tendue, lorsqu'elle est tirée un peu hors de sa situation rectiligne, & puis lâchée subitement, fait des vibrations *latitudinales* en direction perpendiculaire à la situation naturelle de la corde.

XXXVI.

Je prouverai deux choses ; 1°. Que chaque fibre lumineuse étant en agitation forte ou foible, fait ses vibrations longitudinales en tems égaux, c'est-à-dire, qu'elles seront Tautochrones ; tout comme on a prouvé ce tautochronisme dans les vibrations latitudinales des cordes de musique tendues. 2°. Que les fibres lumineuses multipliées & mises bout à bout sur une ligne droite depuis l'origine de la lumiére jusqu'à une telle distance que l'on voudra, où la lumiére puisse

puiſſe être portée, ſe communiqueront leurs vibrations en tems égaux par égales diſtances ; je veux dire que la lumiére parcourt des eſpaces proportionnels aux tems, ſuppoſé que la propagation ſe faſſe toûjours dans un milieu uniforme. Pour cette fin, je démontre une propoſition générale après ces deux définitions.

XXXVII.

DÉFINITION I. J'appelle *centre d'équilibre forcé*, le point où un corps placé entre deux reſſorts bandés, leſquels font un effort égal pour ſe dilater en directions oppoſées, eſt par cela même retenu en équilibre, étant ſollicité ou preſſé de part & d'autre par deux forces égales & oppoſées.

DÉFINITION II. Le centre d'*équilibre oiſif* eſt le point où un corps ſe trouve entre deux reſſorts lâches ou débandés, en ſorte qu'il demeure en équilibre ou plûtôt en repos, par cela ſeul qu'il n'eſt point preſſé ni d'un côté ni de l'autre.

XXXVIII.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

Un corps mis dans un centre d'équilibre forcé, s'il en eſt déplacé par quelque cauſe que ce ſoit, juſqu'à un petit intervalle dans la direction des deux reſſorts ou forces motrices oppoſées, il retournera ſur ſes pas, & fera des vibrations en tems égaux en forme d'oſcillations tautochrones.

DÉMONSTRATION. Soit le corps mobile P ſur la droite MN entre deux reſſorts ou deux forces motrices contraires quelconques, mais égales, repréſentées par PM & PN, comme ſi c'étoit, par exemple, deux reſſorts bandés également, l'un appuyé contre le point fixe M, & l'autre contre le point fixe N, le premier faiſant effort pour pouſſer le corps P vers N, & l'autre pour le pouſſer vers M. Soit exprimée chacune de ces deux forces par la perpendiculaire PB; voilà donc le corps P dans ſon centre d'équilibre forcé. Soit maintenant la courbe DBF, dont les ordonnées GL, gl, marquent les forces motrices du reſſort PN, lorſqu'il Fig. 1.

s'eſt dilaté juſqu'en *G*, ou reſſerré en *g*; ſoit auſſi la courbe *ABC*, dont les ordonnées *GE*, *ge*, expriment les forces motrices de l'autre reſſort oppoſé *PM*, lorſqu'il ſe reſſerre en *G*, ou ſe dilate en *g*.

D'abord il eſt clair qu'au centre d'équilibre forcé *P* l'appliquée *PB* ſera commune aux deux courbes *DBF*, *ABC*, & paſſera par leur interſection *B*, parce que le corps *P* y eſt également preſſé, mais en ſens contraires *PN* & *PM*. Mais le corps *P* venant à être délogé de *P* pour ſe tranſporter, par exemple, en *G*, le reſſort *PN* ſe dilatera en *NG*, & ne gardera que la force *GL*, avec laquelle il tâche de le pouſſer plus loin vers *M*, pendant que l'autre reſſort *PM*, reſſerré en *GM*, acquiert une plus grande force *GE*, avec laquelle il repouſſe le corps vers *N*; c'eſt donc avec l'excès *EL*, dont la force *GE* ſurpaſſe la force *GL*, que le corps en *G* eſt pouſſé ou ſollicité vers le centre *P*. Or, pendant que l'éloignement *PG* eſt aſſez petit, le triangle mixte *EBL* peut paſſer pour un triangle rectiligne; donc *EL* eſt à *PG* pour tous les autres éloignemens en raiſon conſtante, c'eſt-à-dire, les forces motrices ou accélératrices, (car c'eſt la même choſe où il n'y a qu'un corps à conſidérer,) ſont proportionnelles aux diſtances du centre. Il en eſt de même, lorſque le corps *P* eſt tranſporté de l'autre côté en *g* : donc ſelon la propriété connue de ces forces, le corps *P* fera des vibrations tautochrones pour des excurſions égales ou inégales. *C.Q.F.D.*

XXXIX.

COROLLAIRE. De-là il paroît que les trémouſſemens d'un corps élaſtique, quand il eſt dans un état de compreſſion, & par conſéquent chacune de ſes petites particules dans ſon centre d'équilibre forcé, pendant que le corps & toutes ſes parties ſont en repos, les trémouſſemens, dis-je, feront tautochrones, lorſque ce corps vient à être frappé, ou violemment ébranlé.

XL.

SCHOLIE. Il faut remarquer que l'équilibre forcé eſt abſolument néceſſaire, pour que les trémouſſemens, grands ou petits, ſoient tautochrones. Car quand les petites parties, étant en repos, ne ſont pas preſſées par les deux côtés opposés, ou, ce qui revient au même, quand elles ſont ſimplement dans un équilibre oiſif, alors le tautochroniſme du trémouſſement ou des petites vibrations n'aura plus lieu.

XLI.

Pour m'expliquer plus clairement : ſoit *M P* un reſſort unique fixé en *M* & libre en *P*, en ſorte qu'il ſoit entiérement débandé, lorſqu'il eſt dans ſon état naturel. Soit *A E P* la courbe des forces motrices de ce reſſort, dont les appliquées *G E* marquent ſa force dilatative, lorſque de l'eſpace *M P* il eſt reſſerré dans un moindre *M G*. Soit auſſi *P E C* la courbe des forces contractives, dont les appliquées *g e* expriment les forces avec leſquelles le reſſort cherche à ſe raccourcir, lorſque de ſon état naturel *M P*, il vient à être étendu par un eſpace plus long *Mg*. Nous ſçavons que la Nature n'opere jamais ſes changemens que par degrés infiniment petits; donc le reſſort *M P* réduit en *M G*, où il a la force *G E*, ne perdra pas bruſquement toute ſa force, lorſqu'il ſe ſera dilaté juſqu'à ſon centre de repos naturel *P*; mais cette force périra inſenſiblement comme en s'évanouiſſant, tellement que l'angle *E P G* ſera infiniment petit, ou un angle de contact; il en eſt de même des forces contractives *g e* qui naiſſent auſſi graduellement pour faire un angle de contact *e P g*, en ſorte que la droite *M P N* ſera la commune tangente des deux courbes *A E P* & *P e C*. Cela étant ainſi, on ſçait que les arcs *P E*, pris ſur la courbe *P E A*, auſſi-bien que les *P e*, pris ſur la courbe *P e C*, quelque petits qu'ils ſoient, ne peuvent plus paſſer pour de petites lignes droites, comme dans le cas de deux reſſorts antagoniſtes, bandés, où les angles *E B L*, *e B l* (*Fig.* 1.) ſont des angles finis. Car ici les petits arcs *P E*, *P e* ayant toûjours la nature des paraboles ordinaires, pourvû que la convexité des deux courbes *P E A*, *P e C*, ſoit finie en *P*, les appliquées *G E*, *g e*, ne ſeront pas proportionnelles aux ſimples abſciſſes *P G*, *P g*, mais elles Fig. 2.

seront en raison des quarrés de ces abscisses, conformément à ce qu'a déja démontré M. Newton dans ses *Princ. Philos. Nat. lem.* 11. *coroll.* 1. *liv.* 1.

XLII.

Fig. 2. Après cette démonstration, on voit qu'un corps *P*, placé à l'extrémité d'un ressort *MP*, tout-à-fait lâche & débandé, ne sçauroit faire des vibrations tautochrones par la contraction & dilatation alternante de ce ressort, vû que ses forces motrices, dans l'un & l'autre état, ne seroient pas proportionnelles aux éloignemens du centre d'équilibre oisif *P*. Ce seroit la même chose, si le corps *P* étoit mis entre deux ressorts directement opposés, mais débandés & sans force : car, en vertu de notre démonstration, le point *P*, où le corps se trouve sans être pressé ni tiré par les ressorts, n'étant toûjours qu'un centre d'équilibre oisif, les vibrations, que le corps feroit par l'ébranlement des ressorts, ne seroient jamais tautochrones dans les excursions inégales, parce que les forces motrices ne se trouveroient ici, non plus que dans le cas d'un seul ressort, proportionnelles aux distances du centre d'équilibre oisif.

XLIII.

A l'occasion de cette remarque, je ne ferai pas une chose desagréable ni inutile, en faisant une petite digression, pour montrer la fausse pratique qu'on observe dans l'Horlogerie, & le reméde qu'on pourroit y apporter. M. Huygens, entre autres belles inventions, imagina le premier le moyen d'ajuster au Balancier d'une Montre de poche un petit ressort spiral pour en rendre les balancemens tautochrones, à l'imitation des grandes Horloges à pendule, dont le même Auteur est aussi le premier inventeur; il est pourtant vrai que, quoique ce spiral serve beaucoup à rectifier le mouvement du balancier, il s'en faut pourtant bien que de la maniére qu'on l'applique, il fasse tout l'effet qu'on en souhaite : la raison en est manifeste par ce que nous venons d'expliquer : car ce ressort spiral étant unique, il est visible que quand le balancier est dans l'inaction ou en repos, le point où est attaché le ſpiral eſt le centre d'équilibre; mais c'eſt un équilibre *oiſif*, puiſque le reſſort n'étant ni comprimé, ni dilaté, n'exerce point de force ſur le balancier, ſans cela il ne pourroit pas ſe maintenir dans l'équilibre. Quand donc le balancier ſe met en mouvement par la force des roues, & quele petit reſſort ſpiral commence à jouer & à ſubir alternativement ſes compreſſions & ſes dilatations, on voit bien, par notre raiſonnement, que les excurſions ne ſeront pas proportionnelles aux forces motrices du ſpiral pour pouſſer le balancier, & pour le ramener enſuite, comme elles devroient l'être, pour rendre ces réciprocations tautochrones.

XLIV.

Il ſemble qu'on s'eſt apperçu de cet inconvénient, quoique ſans en pénétrer la véritable raiſon : c'eſt pourquoi quelques-uns ſe ſont aviſés d'ajuſter au balancier deux reſſorts ſpiraux dont les ſpires alloient à contre-ſens; M. du Fay, qui lui-même a imité cette pratique, mais pour un autre uſage, fait mention d'un M. du Tertre, ſans doute Horlogeur, qui fit voir à l'Académie une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajuſté deux reſſorts dans la même vûe, & l'on jugea que cette invention avoit ſon utilité. Mais cette vûe, dans laquelle le Sr. du Tertre s'eſt ſervi d'un double reſſort ſpiral, étoit, ſelon le rapport de M. du Fay, pour remédier au changement de l'élaſticité du reſſort, provenant, à ce qu'ils croyoient, du changement de la température de l'air, au lieu qu'il falloit plûtôt ſonger à un moyen de faire avoir aux reſſorts ſpiraux des forces motrices proportionnelles aux excurſions du centre d'équilibre.

Voy. les Mem. de 1731. p. 432.

XLV.

Quoi qu'il en ſoit de l'invention du double reſſort ſpiral, ſi ce n'étoit qu'en cela que conſiſtât la derniére perfection des Montres à reſſort en ſpirale, la gloire de la premiére invention en ſeroit dûe à l'illuſtre M. Leibnitz, puiſque, ſelon ce que dit M. de Neufville dans la Vie de M. Leibnitz, imprimée à Amſterdam en 1734. « Ce ſçavant homme » ayant entendu parler avec éloge de la nouvelle invention

Tome 1. p. 188. & 189.

» de M. Huygens, proposa lui-même, à peu-près vers le même » tems, dans les Transact. Philos. (*No*. 113. *p*. 285. *menſe* » *April. an.* 1675.) une autre idée pour perfectionner la con- » ſtruction des Montres ; que c'étoit d'employer dans le mou- » vement deux balanciers & deux reſſorts qui ſe banderoient » & ſe débanderoient alternativement ſans interruption. »

XLVI.

Cependant on a beau ajuſter au balancier deux reſſorts en ſpirale, ou tant d'autres que l'on voudra, on n'avancera jamais à rendre le tautochroniſme au mouvement du balancier, à moins qu'on ne mette les deux ſpirales dans un centre d'équilibre forcé. M. de Neufville ſe trompe, quand il penſe » que la théorie n'a plus rien à y ajoûter, & que tout ne dé- » pend que du travail ; que du moins ce ſeroit à des perſonnes » du génie & de l'adreſſe d'un Sully, d'un Graham, d'un le » Roy, à inventer quelque choſe de neuf & à l'exécuter. «

Les plus habiles maîtres, en fait de pratique, ne ſont pas toûjours ceux qui entendent le mieux la Méchanique, & moins encore les loix de la plus ſublime partie de cette ſcience, qu'on appelle la *Dynamique*. Ce n'eſt donc pas d'eux qu'il faut attendre ce qu'il faut faire pour obtenir la derniére perfection des Montres : on peut être adroit à exécuter, mais moins heureux à inventer ; ſouvent leurs inventions ont l'apparence de réuſſir, mais ſi l'on en vient à l'épreuve, le ſuccès ne répond pas toûjours à l'imagination. Il ne s'agit pas ici de fabriquer des reſſorts ſpiraux qui preſſent le balancier avec des forces ſelon une loi donnée pour toutes leurs dilatations, on n'en viendroit peut-être jamais à bout ; mais c'eſt à ſçavoir ſeulement de quelle maniére il faut appliquer au balancier deux reſſorts ordinaires, mais dont les ſpires ſoient à contre-ſens, pour qu'ils produiſent le tautochroniſme dans l'agitation du balancier.

XLVII.

Pour cette fin, il n'y a qu'à les appliquer enſorte que le point où ils ſont attachés à l'arbre du balancier ſoit dans un équilibre forcé, lorſqu'il n'eſt pas en mouvement ; il faut donc que dans cet état de repos chaque reſſort ſoit comprimé ou reſſerré, & point débandé entiérement, comme on le fait dans la pratique ordinaire; il faut même obſerver que quand le balancier fait ſes vibrations, les plus grands allongemens alternatifs de chaque reſſort n'aillent jamais juſqu'à l'entiére extinction de la force qu'il auroit de s'allonger ou de s'étendre encore davantage, s'il n'en étoit empêché & retiré par ſon antagoniſte.

XLVIII.

Quant à la figure de ces petites lames élaſtiques, je préférerois à la ſpirale, tant pour la commodité que pour l'exactitude, la figure ondoyante, telle que feu M. de la Hire a ingénieuſement inventée & communiquée dans les Mémoires de 1700. p. 166.

Selon la deſcription qu'il en fait, ce reſſort auroit un grand avantage ſur le ſpiral, s'il n'avoit pas le défaut commun avec celui-ci, qui eſt, qu'en n'employant qu'un ſeul reſſort ondoyant, comme l'Auteur le preſcrit, on voit bien que dans l'état de repos du balancier, le point de la fourchette, par où l'extrémité du reſſort tient au balancier, ſeroit un centre d'équilibre oiſif, par conſéquent incapable de rendre les vibrations tautochrones, par les raiſons ſuſdites. (§. XLIII.) C'eſt pourquoi, pour perfectionner cette belle invention, je conſeillerois d'appliquer au côté oppoſé un autre reſſort ondoyant, antagoniſte, & ſemblable au premier, obſervant au reſte les mêmes conditions & les mêmes précautions que j'ai recommandées pour les reſſorts à ſpirale, afin d'obtenir un centre d'équilibre forcé.

Tout ce qu'il y auroit encore à inſinuer là-deſſus, c'eſt de faire enſorte que les excurſions de ce centre ne ſoient pas trop longues, auquel cas les forces motrices des reſſorts ceſſeroient d'être proportionnelles aux éloignemens du centre de repos; ni trop courtes, parce que le balancier ſeroit trop ſujet à s'arrêter.

XLIX.

Explication analytique de la nature & du mouvement des Fibres lumineuſes & des Fibres ſonores.

Après la digreſſion que je viens de faire ſur la maniére de diſpoſer les reſſorts, pour qu'ils faſſent leurs vibrations plus ou moins étendues, toûjours en tems égaux, je retourne à mon ſujet.

La propagation de la Lumiére & celle du Son ont une ſi grande affinité entr'elles, comme je l'ai déja dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matiéres en même tems. Le ſon, auſſi-bien que la lumiére, prend ſon origine par la production des fibres qui s'excitent immédiatement à l'endroit où le corps, qu'on appelle *ſonore*, ébranle l'air circonvoiſin, leſquelles fibres enſuite s'étendent, en ſe multipliant, comme je l'expliquerai, à des diſtances plus ou moins grandes, ſelon la grandeur de la force avec laquelle le corps ſonore frappe l'air qui le touche; je les appellerai *Fibres ſonores*, comme j'ai appellé celles de la lumiére *Fibres lumineuſes*. Dans l'eſſentiel, ces deux ſortes de fibres ont la même nature: car les unes & les autres demandent un milieu élaſtique, toûjours dans un état de compreſſion, dont les parties s'efforcent ſans ceſſe de s'étendre, mais qui ſont toûjours contrebalancées par les forces égales des parties voiſines. C'eſt en de tels milieux élaſtiques que les fibres des deux eſpéces s'engendrent; les fibres lumineuſes ſe forment dans l'éther infiniment ſubtil & composé de tourbillons d'une petiteſſe inconcevable, dont les parties continuellement circulantes ſur de ſi petites circonférences, acquiérent par cela ſeul des forces centrifuges quaſi infinies; c'eſt en quoi conſiſte l'énorme élaſticité de l'éther, qui cauſe, comme nous verrons, l'exceſſive rapidité de la lumiére.

L.

Mais c'eſt l'air groſſier de notre atmoſphere que nous reſpirons, qui tranſporte le ſon, l'expérience le prouve; il a ſon élaſticité, mais d'un dégré incomparablement moindre que

que celle de l'éther, & au lieu que celui-ci doit mettre en agitation des corpuſcules ſolides auſſi extrémement petits, ce qui aide à augmenter la vîteſſe des fibres lumineuſes trémouſſantes, l'air groſſier n'a point d'autres corpuſcules à agiter par ſes condenſations & raréfactions réciproques, que ſes propres parties, leſquelles étant de maſſe ſans comparaiſon plus grande que les corpuſcules qui ſont mêlés dans l'éther, joint à la foible élaſticité de l'air par rapport à celle de l'éther, font que les vibrations des fibres ſonores, quelque rapide que paroiſſe la propagation du ſon, priſe en elle-même, ſont pourtant ſept cens mille fois plus lentes que celle des fibres lumineuſes. On voit encore de-là pourquoi les rayons de lumiére vont toûjours en ligne droite, parce que les corpuſcules ſolides ſont incomprimibles, & ne peuvent ainſi s'étendre ſur les deux côtés de leur direction; mais les petites parties de l'air qui dans les fibres ſonores tiennent lieu de corpuſcules, étant elles-mêmes condenſables, on conçoit bien que quand elles viennent à être preſſées pardevant par l'agitation longitudinale de la fibre, & qu'elles ſouffrent en même tems de l'oppoſition de la matiére poſtérieure, ces parties ſe comprimeront ſur la direction de la fibre, & s'étendront par-là en largeur ſur les deux côtés, ce qui fera naître de nouvelles fibres acceſſoires qui ſortent de la principale comme des branches, & qui peuvent porter auſſi le ſon, quoique plus foiblement, par des voyes obliques, & non directement oppoſées à ſon origine.

LI.

Mais il ne s'agit ici que de l'impreſſion longitudinale qui ſe fait ſelon la longueur de la fibre, pour en déterminer la loi des vibrations, & tout ce qui en réſulte; & comme la nature de cette action eſt commune à la fibre lumineuſe & à la ſonore, la démonſtration analytique que je vais faire, ſervira pour l'une & pour l'autre.

Soit donc un eſpace rectiligne AG, contenant des corpuſcules ou des particules égales en maſſe, B, C, D, E, &c. & diſtantes par des interſtices égaux, remplis d'un fluide Fig. 3.

élaſtique comprimé très-ſubtil, que je conſidere comme un reſſort ſans matiére. Ainſi avant l'agitation, chaque particule étant preſſée également par les deux côtés oppoſés, ſera dans ſon centre d'équilibre forcé. Concevons qu'une de ces particules, par exemple, *D*, reçoive une violente percuſſion, qui la faiſant ſortir de ſon centre d'équilibre, la pouſſe juſqu'en *d*, il eſt clair que le fluide élaſtique *DC*, comprimé par-là, chaſſera incontinent la particule *C* en *c*, enſorte que le fluide *DC* occupera préſentement une moindre étendue *dc*. Mais cela ne ſe peut faire ſans que le filament *CB* ſe condenſe & ſe tranſporte en même tems en *cb*, en pouſſant la particule *B* en *b*, de maniére que *Bb* ſera plus petite que *Cc*, comme *Cc* eſt plus petite que *Dd*, & ainſi de ſuite par un grand nombre de filamens élaſtiques, juſqu'à ce que la denſité devienne ſi grande vers l'extrémité, que l'accroiſſement de leurs compreſſions ne ſoit plus ſenſible ; ce ſera donc là, par exemple en *A*, que ſera le terme d'un côté de la demi-fibre *DA*.

LII.

Conſidérons maintenant ce qui ſe fera de l'autre côté, dans le moment que la particule *D* va en *d*; il eſt aiſé de comprendre que le filament ou le fluide *ED* ne trouvant plus tant de réſiſtance du côté de *D*, ſe raréfiera en s'étendant vers ce côté, & que par conſéquent la particule *E* perdant ſon équilibre, ſera pouſſée en *e* par le filament plus denſe *EF*. Par la même raiſon la particule *F* ſe jettera en *f*, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'à la fin la propulſion, allant toûjours en diminuant de diſtance en diſtance, s'évanouiſſe entiérement ; poſons que le terme des diminutions ſoit en *G*, juſqu'où aillent les propulſions décroiſſantes *Ee*, *Ff*, &c. dans le même ordre & de la même quantité que les antécédentes font leurs excurſions par *Dd*, *Cc*, &c. juſqu'à l'autre terme *A*, enſorte qu'après un nombre innombrable de propulſions faites de part & d'autre, la longueur *DA* devienne ſenſiblement égale à la longueur *DG* C'eſt donc la ligne entiére *AG* que j'appelle une *fibre*, ſoit *lumineuſe*, ſoit *ſonore*.

LIII.

Les particules *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, &c. étant ainſi reſſerrées vers *A* par leurs tranſports en *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, &c. & dilatées vers *G*, il eſt viſible que la matiére élaſtique, condenſée du côté de *A*, & raréfiée du côté de *B*, repouſſera incontinent les mêmes particules, & les fera aller au delà de leurs centres de repos *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, &c. qui ſont autant de centres d'équilibre forcé juſqu'en (*b*), (*c*), (*d*), (*e*), (*f*), &c. tellement que les intervalles *B* (*b*), *C* (*c*), *D* (*d*), &c. ſeront reſpectivement égaux aux précédentes excurſions *Bb*, *Cc*, *Dd*, &c. comme dans toutes les réciprocations oſcillantes, excepté qu'après pluſieurs vibrations ce mouvement languit juſqu'à ſon entiére extinction. On voit donc que toutes les vibrations de la fibre, fortes ou foibles, doivent être d'égale durée, ou qu'elles ſont tautochrones, parce que chacune de ces particules, dans ſon état naturel, eſt dans ſon centre d'équilibre forcé, étant preſſé également de côté & d'autre par la matiére élaſtique.

LIV.

La premiére & principale fibre étant formée de la maniére que nous l'avons expliqué, nous ferons voir comment une infinité d'autres fibres ſecondaires s'en formeront, qui ſeront toutes miſes bout-à-bout ſur une même ligne droite, & compoſées chacune de corpuſcules ou de particules de groſſeur égale à celles dont eſt compoſée la fibre principale. Pour en être au fait, il n'y a qu'à faire attention à ce qui doit arriver au moment que les particules *B*, *C*, *D*, &c. ſont parvenues aux limites de leurs excurſions en *b*, *c*, *d*, &c. on verra clairement que l'éther ou la matiére élaſtique aux environs de *A* ſera accumulée & condenſée le plus fortement, laquelle par conſéquent reprenant d'abord le deſſus, & faiſant effort pour ſe reſtituer en avant & en arriére, comme font tous les reſſorts, non-ſeulement elle repouſſera les particules de la premiére fibre, mais ſe répandant auſſi du côté oppoſé, elle mettra en agitation les particules qu'elle trouve dans la région *L*, & y produira une nouvelle fibre qui ſera ſecondaire, mais ſemblable & égale à la premiére, composée de particules ou de corpuſcules de même groſſeur que ceux de la premiére. (§. XXXIII.) On voit que quand la fibre principale ou la premiére finit ſa premiére vibration, & va commencer la ſeconde, la nouvelle fibre commence ſa premiére vibration.

L V.

Par la même raiſon & de la même maniére, la ſeconde fibre en engendre une troiſiéme, la troiſiéme une quatriéme, & ainſi conſécutivement, ſelon que la violence de la premiére peut étendre la force plus ou moins au loin, & chacune de ces fibres ſecondaires commence ſa premiére vibration dans le moment que la précédente acheve la ſienne pour commencer la ſeconde. D'où il ſuit qu'à chaque retour de la fibre principale, il s'en forme une nouvelle, qui fait ſa premiére vibration. Ainſi, par exemple, la centiéme fibre ſe forme & commence ſa premiére vibration, lorſque la principale vient d'achever ſa centiéme vibration. Il y aura donc à chaque moment autant de fibres nouvellement produites, que la principale a déja fait de vibrations, dont par conſéquent la multitude indiquera le nombre des fibres. Cette conſidération nous ſervira très-utilement à déterminer la vîteſſe du ſon & celle de la lumiére, puiſqu'il ne faut que bien déterminer le petit tems que chaque vibration demande, ce que je ferai d'une maniére aſſez ſemblable à celle dont on s'eſt ſervi pour déterminer les petites durées des vibrations d'une corde de muſique tendue : car dans les unes & les autres les vibrations, grandes ou petites, fortes ou foibles, ſont toûjours tautochrones.

L VI.

Ce que l'on a dit ſur la formation des fibres ſecondaires qui s'étendent depuis l'extrémité *A* de la principale ſuivant la direction *A L*, doit être entendu auſſi de celles qui ſe forment de l'autre côté *G* dans la direction oppoſée *G M*, puiſqu'il s'en fait autant d'un côté que de l'autre, ſuppoſé qu'il n'y ait point d'empêchement qui en interrompe la continuation. Prenant donc le point *D* pour l'origine de la lumiére ou du ſon, & conſidérant ce point comme le centre d'une grande Sphere, nous comprendrons que tous ſes diametres ſeront autant de fibres compoſées chacune d'une principale & de ſecondaires miſes bout-à-bout juſqu'à la ſurface de la ſphere d'activité, & ces chaînes de fibres qui partent du centre *D*, ſont ce qui nous vient ſous l'idée de *Rayons de lumiére*, ſi c'eſt la lumiére originale qui les excite en frappant contre l'éther élaſtique, & qui peuvent fort bien être appellés *Rayons ſonores*, lorſque ce n'eſt que l'air groſſier & élaſtique qui reçoit la premiére agitation par quelque corps frémiſſant.

LVII.

Il faut ſe ſouvenir, quant aux fibres lumineuſes, de ce que j'ai montré ci-deſſus, qu'elles ſont de différens ordres, les unes étant remplies de corpuſcules d'une certaine groſſeur, d'autres d'une autre groſſeur, d'autres encore de groſſeur différente, & ainſi de pluſieurs autres; mais toûjours que les corpuſcules appartenans à une même chaîne de fibres ou à un même rayon, ſoient tous d'une égale groſſeur. Ainſi à cauſe de l'extrême ſubtilité des rayons ſolitaires, un nombre prodigieux de tous ordres pourra être contenu ſous un volume inſenſible, comme des poils très-fins dans un même pinceau, qui ne ſe diſtinguent les uns des autres qu'en ſe diſperſant par la différente refrangibilité, & en repréſentant différentes couleurs, comme nous l'expliquerons en ſon lieu.

LVIII.

Pour expoſer plus préciſément la propagation de la lumiére, je m'attacherai à celle du ſon, parce que nous connoiſſons mieux la propriété & la force de l'élaſticité de l'air que celle de l'éther, qu'on ne pourra déterminer que par l'effet, qui eſt l'exceſſive rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte. Quand donc la particule *D*, dans le milieu d'une fibre principale, commence à être agitée ou ébranlée, il ne faut pas penſer que dans le même moment toutes les autres particules qui doivent former la fibre, acquiérent ce *Fig. 3.*

mouvement conſpirant néceſſaire, pour que chacune faſſe ſes réciprocations conjointement avec chaque autre; mais néanmoins cette premiére irrégularité qui leur ôteroit à chacune la liberté de faire des vibrations iſochrones, eſt terminée bien vîte, en s'accommodant les unes aux autres, à peu-près de la même maniére qu'une corde de muſique bien tendue, lorſqu'on la retire de ſa ſituation rectiligne, prend une telle figure qu'on veut lui donner, par exemple, celle d'un triangle iſoſcele; mais dès qu'on l'abandonne, elle quitte cette figure après un petit nombre de vibrations, & converge très-promptement à la courbure d'une ligne qu'on nomme la *compagne de la roulette allongée*, que l'on a démontrée être celle que la corde tendue doit avoir, afin que toutes ſes petites parties faſſent conjointement leurs vibrations en tems égaux, & que de cette maniére elles ne s'embarraſſent pas les unes les autres dans leur mouvement. Il en eſt donc de même des vibrations d'une fibre: car celle-ci eſt élaſtique par compreſſion, comme la corde eſt élaſtique par extenſion, toute la différence eſt que les vibrations de la fibre ſont *longitudinales*, au lieu que celles de la corde ſont *latitudinales*; mais pour le reſte les unes & les autres ſont ſujettes à une même loi, par rapport aux forces accélératrices qui en agitent les petites parties, ce que le calcul ſuivant prouvera pour la fibre ſonore, applicable auſſi à la fibre lumineuſe, moyennant une hypotheſe fondée ſur l'obſervation de M. Romer.

LIX.

CALCUL.

Pour ſupputer exactement la petite durée d'une ſeule vibration d'une particule quelconque de la fibre, car j'ai déja prouvé que toutes les particules ſont tautochrones & iſochrones avec la fibre entiére, j'avance d'abord que, 1°. les forces élaſtiques de l'air, ou de ce milieu élaſtique, qui remplit les interſtices des particules à agiter, ſont proportionnelles à ſes denſités, ce qui eſt vérifié par l'expérience;

que 2°. les excursions Bb, Cc, Dd sont censées être infiniment petites par rapport aux intervalles AB, BC, CD, &c. entre les particules; que 3°. en vertu de la premiére position, les forces motrices qui sollicitent ou pressent les particules par les deux côtés opposés en sens contraire l'un à l'autre, sont en raison inverse des espaces Ab, bc, cd, &c. dans lesquels sont réduits ou resserrés les intervalles AB, BC, CD, &c. par la compression qui se fait, quand la demi-vibration va vers A.

LX.

Considérons présentement une des particules intermédiaires, par exemple C, laquelle pendant qu'elle est encore en repos, est sans doute pressée également par les deux côtés opposés, étant dans le centre d'équilibre forcé; & il est visible que cette pression doit être égale au poids d'une colomne fort déliée, ou plûtôt d'un filament d'air uniforme d'égale grosseur & d'égale densité avec la fibre, & dont la hauteur surpasse autant de fois la hauteur du Mercure dans le Barometre, que le Mercure est plus pesant que l'air, c'est-à-dire, que la hauteur de ce filament aërien contienne (suivant la position de M. Newton) la hauteur du Barometre 11890 fois; car alors le poids du filament verticalement érigé sera égal à la compression de la fibre, puisque le poids du premier entretient la fibre dans sa compression par le principe d'Hydrostatique. Nommons donc, avec M. Newton, cette hauteur connue du filament $= A$; & soit la gravité naturelle qui anime les corps terrestres $= g$: on aura le poids du filament aërien qui est en équilibre avec la fibre comprimée $= gA$, & qui sera par conséquent égal à la force élastique, avec laquelle chaque particule C est pressée par les deux côtés opposés, pendant qu'il reste dans son centre d'équilibre forcé.

LXI.

Il s'agit maintenant de trouver avec combien plus de force sera pressée la particule C d'un côté que de l'autre, après qu'elle sera déplacée de son centre d'équilibre & transportée en c, lorsqu'en même tems les deux particules voisines B

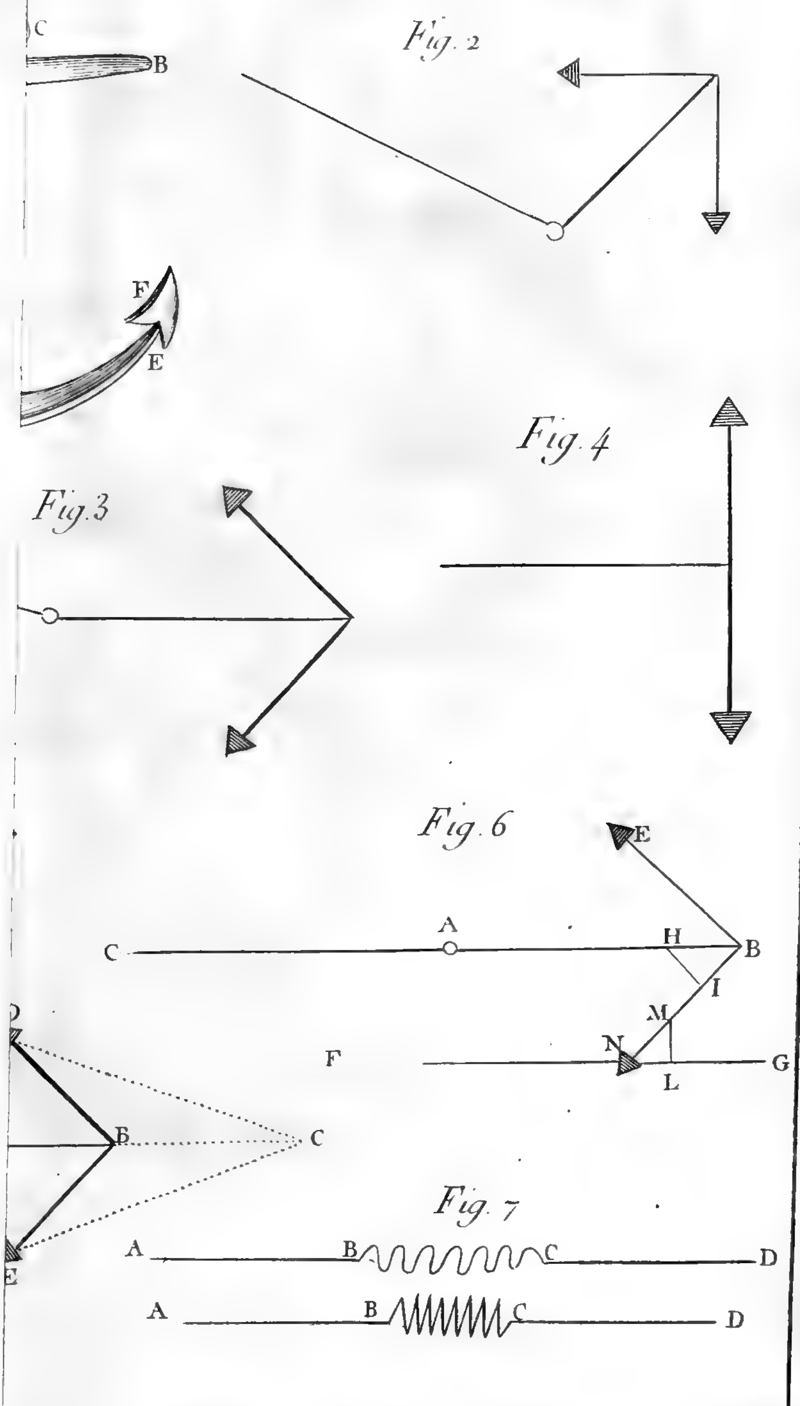
& D ſont tranſportées en b & d. Pour cela il n'y a qu'à déterminer l'excès, dont la force du fluide élaſtique contenu dans l'eſpace BC, mais reſſerré maintenant dans un plus petit eſpace bc, ſurpaſſe la force élaſtique de ſon antagoniſte qui étoit contenu en CD, mais réduit auſſi dans un plus petit cd, quoique pas tant plus petit que le précédent bc. Cet excès de force fera connoître la force motrice & la loi de l'accélération avec laquelle la particule C ſera rechaſſée de c pour faire le retour de la vibration.

LXII.

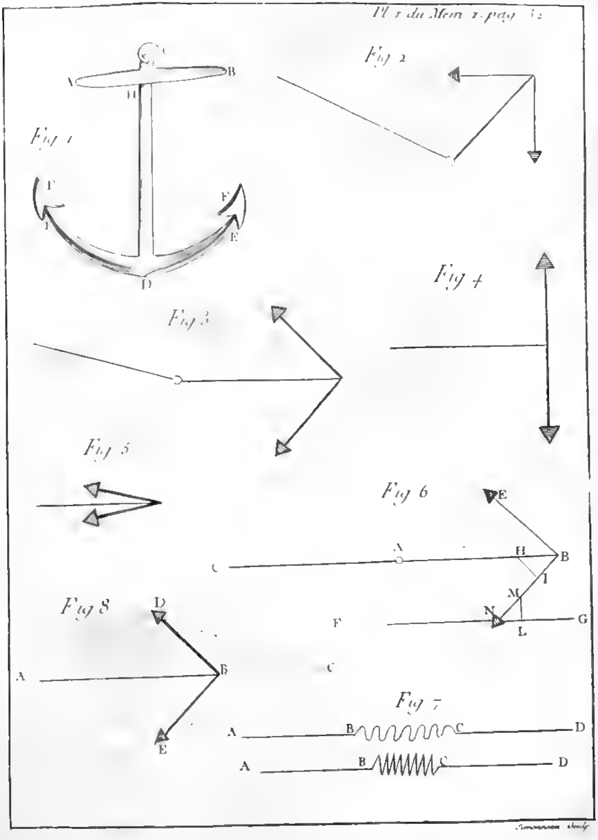
A cette fin, ſoit AB ou BC ou CD, &c. $= a$, $Bb = r$, $Cc = s$, $Dd = t$; ce qui donne $bc = a + r - s$ & $cd = a + s - t$. Or puiſque bc eſt à BC comme la force élaſtique naturelle du fluide contenu en BC eſt à la force du même, mais condenſé en bc, nous aurons $a + r - s . a :: gA . \frac{gAa}{a+r-s} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en bc; par la même raiſon nous aurons $\frac{gAa}{a+s-t} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en cd; donc l'excès de la premiére par deſſus celle-ci, ſçavoir $\frac{gAa}{a+r-s} - \frac{gAa}{a+s-t}$ ou $\frac{gAa(2s-t-r)}{(a+r-s)\times(a+s-t)}$ ou (à cauſe de r, s, t, infiniment petites auprès de a, quoique a lui-même ſoit infiniment petit par rapport à la longueur de la fibre AG) $\frac{gAa(2s-t-r)}{aa}$, donnera la force motrice, qui repouſſe la particule C parvenue en c; mais comme il y a autant de particules qu'il y a d'intervalles a, on doit exprimer la maſſe de chacune par a, donc diviſant la force motrice $\frac{gAa(2s-t-r)}{aa}$ par la maſſe a, nous aurons la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aa}$.

LXIII.

Puis donc que les particules de la fibre dans leur état de repos



Simonneau Sculp.


Pl 1 du Mem 1. pag 32
Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8

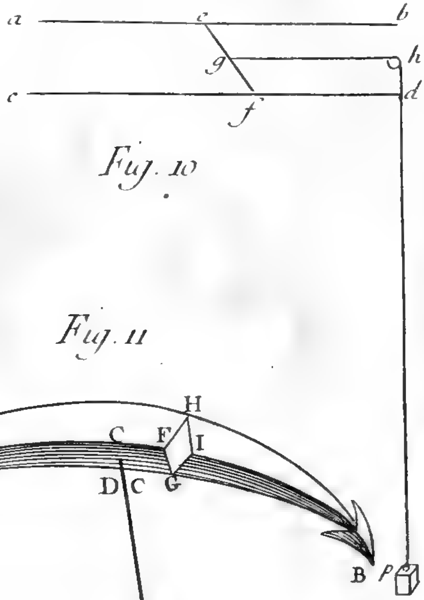
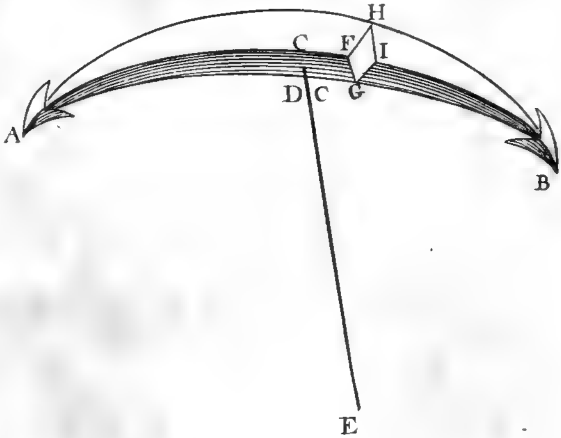


Fig. 10

Fig. 11



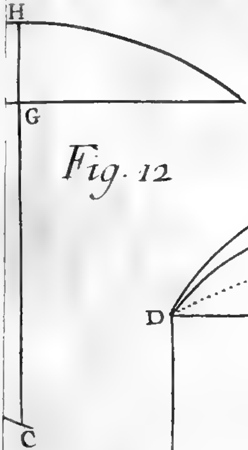
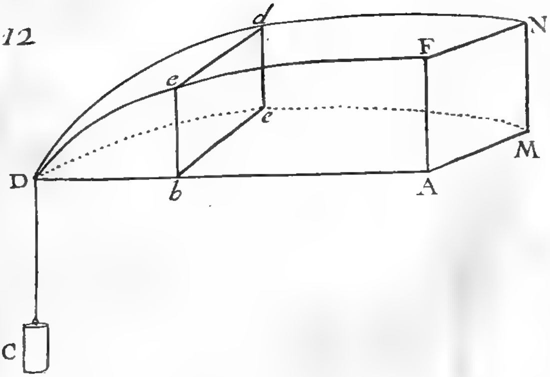


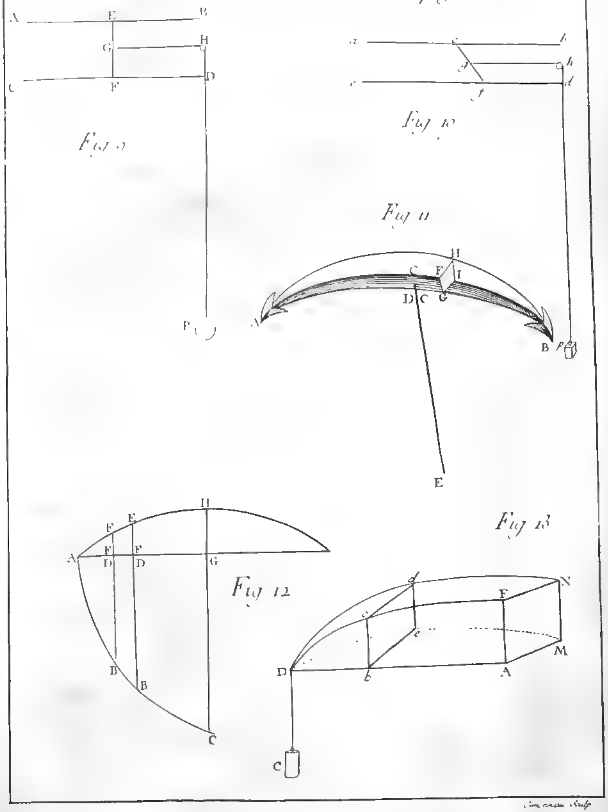
Fig. 12

Fig. 13



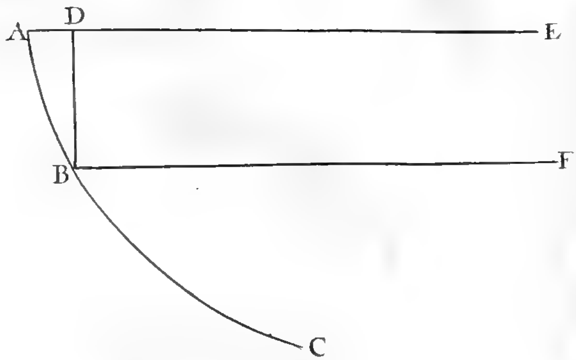
Simonneau Sculp.

Pl 2 du Mem 1 pag 32



Simonneau Sculp

Fig. 15



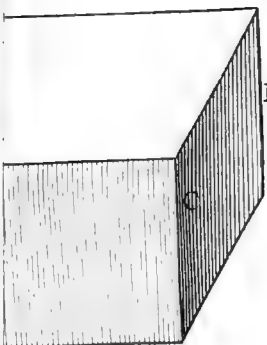
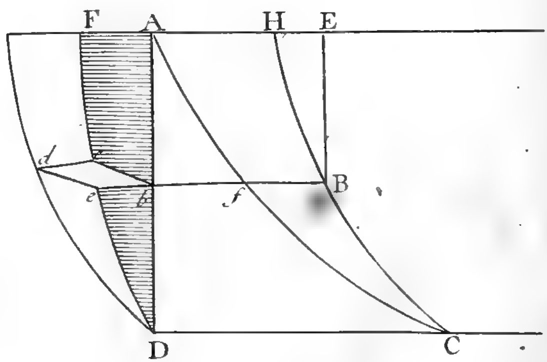


Fig. 17



Simonneau Sculp.

Fig 15

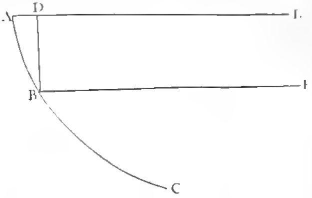


Fig 14

Fig 16

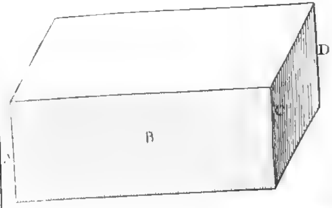
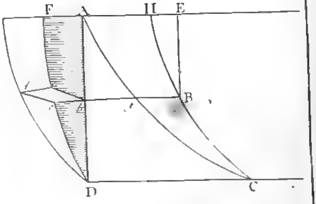


Fig 17



repos, ſont chacune dans un équilibre forcé, il faut (par le Lemme général) que toutes leurs petites vibrations ſoient tautochrones & iſochrones, ou ſynchrones entr'elles; donc auſſi les intenſités des forces accélératrices ſeront par-tout égales; or l'intenſité d'une force accélératrice s'exprime en la diviſant par le chemin à faire juſqu'au point de repos, c'eſt-à-dire, par s pour la particule C. Ainſi on aura l'intenſité de la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ qui doit être égale à une conſtante pour toutes les autres.

LXIV.

Pour faire naître une idée nette de la relation entre toutes les excurſions différentes des particules d'une fibre, & pour déterminer enſuite le petit tems de chaque vibration; concevons aux points B, C, D, &c. appliquées perpendiculairement, les petites lignes $B\beta$, $C\kappa$, $D\delta$, &c. égales à leurs reſpectives Bb, Cc, Dd, &c. Les points β, κ, δ, ε, &c. ſeront à une courbe $A\beta\kappa\delta\varepsilon\varphi G$, que je démontrerai être auſſi la compagne de la Cycloïde fort allongée, tout comme l'eſt la courbe que forme la corde de muſique tendue, lorſqu'elle eſt en vibration.

LXV.

Car d'autant que l'intenſité $\frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ doit être conſtante pour toutes les particules (§. LXIII.), diviſant par le conſtant $\frac{gA}{aa}$, on aura encore $\frac{2s-t-r}{s} =$ à une conſtante; or il eſt viſible que le numérateur de cette fraction n'eſt autre choſe que la différence des différences des trois appliquées conſécutives, r, s, t; car $2s-t-r=(s-r)-(t-s)$. Nommant donc à la maniére ordinaire chacune des trois appliquées t, l'abſciſſe depuis le centre D de la fibre $=y$; ſon élément conſtant dy, qui repréſentera a ou l'intervalle entre deux particules, de même que $t-s$ ou $s-r$ repréſente dt ou la premiére différence de l'appliquée t, & partant $(s-r)-(t-s)$ donne $-ddt$, ou la seconde différence prise négativement, parce que les abscisses y croissants, les appliquées t décroissent; on obtiendra donc (pour la nature de la courbe $A \delta G$) en place de $\frac{2s-t-r}{s}$ = à une constante, cette équation (en forme ordinaire des équations différentio-différentielles) $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$ où dy est constante, & c une autre constante prise arbitrairement, afin que $\frac{dy^2}{cc}$ devienne homogene à $-\frac{ddt}{t}$.

LXVI.

Il faut donc intégrer cette équation $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$, sans cela on n'y connoîtroit encore rien; mais dans l'état où elle est, elle n'est pas intégrable : c'est pourquoi on l'y doit préparer, en la multipliant par tdt; de cette maniére j'aurai $-dtddt = \frac{tdtdy^2}{cc}$, ce qui est manifestement intégrable; car, selon la régle ordinaire, je réduis cette équation à cette autre, qui ne contient que des différences du premier degré, sçavoir $\frac{1}{nn}dy^2 - dt^2 = \frac{ttdy^2}{cc}$, où j'ai ajoûté, suivant la pratique, une constante $\frac{1}{nn}dy^2$ pour rectifier l'équation, qui sans cela auroit été incomplette, vû que le quarré négatif $-dt^2$, ne pourroit être égal au quarré affirmatif $\frac{ttdy^2}{cc}$; outre cela, j'entends par n un nombre constant, mais très-grand, afin que $\frac{1}{nn}dy^2$ devienne comparable avec dt^2, puisque dy seul doit être considéré comme incomparablement plus grand que dt. Cette réduction étant faite, on doit séparer les indéterminées, & ensuite intégrer, soit par quadrature, soit par rectification d'une courbe connue, si la chose est faisable, comme en effet j'aurai ici . . . $y = n\int \frac{c}{n}dt : \sqrt{\frac{cc}{nn} - tt}$, où le second terme est visiblement égal à un arc de cercle, dont le rayon $= \frac{c}{n}$, &

le co-ſinus $= t$, prenant cet arc au nombre de fois exprimé par n. C'eſt en quoi conſiſte précifément la nature qui convient à la compagne de la Roulette ou de la Cycloïde extrémement allongée.

LXVII.

Or on a démontré dans les Commentaires de l'Académie de Peterſbourg, que la même ligne convient auſſi à la courbure que prend une corde de muſique tendue par un poids, lorſqu'elle fait ſes vibrations, qui ſont auſſi tautochrones: d'où l'on doit inférer que la fibre comprimée & la corde tendue ſuivent une même loi en faiſant leurs vibrations. Si on conçoit, par exemple, une fibre aërienne, de la longueur d'une aune, comprimée par le poids d'un filament de même air de la hauteur A, & puis une corde fort ſubtile de la même longueur d'une aune, dont la quantité de matiére ſoit précifément égale à la quantité d'air contenue dans la fibre d'une aune, & que cette corde ſoit tendue par un poids égal au poids du filament aërien A; il eſt clair, par tout ce que nous venons de dire, que les vibrations de la fibre & celles de la corde ſe feront également vîte, & feront par conſéquent d'égale durée. Car comme les circonſtances ſont tout-à-fait ſemblables dans l'une & l'autre, ſçavoir, égales longueurs, égales quantités de matiére à agiter, répandues uniformément, & enfin égales forces, compreſſive dans l'une & extenſive dans l'autre; il en réſulte néceſſairement que les intenſités des forces accélératrices ſoient auſſi égales de part & d'autre, ce qui rend les vibrations longitudinales de la fibre ſynchrones avec les vibrations latitudinales de la corde, ou, ce qui revient au même, il y a un même nombre de vibrations, dans un tems donné, pour la fibre & pour la corde. *Tome 3. p. 24. & ſuiv.*

LXVIII.

Ainſi ſi nous voulons déterminer ce nombre, & déduire enſuite la vîteſſe de la propagation du ſon, nous n'avons qu'à conſulter la formule donnée & démontrée par une double méthode, à l'endroit cité des Comment. de Peterſb. *P. 25. & 27.*

Cette formule est exprimée par $\frac{p\sqrt{(D \times P)}}{\sqrt{(AB \times L)}}$, laquelle donne exactement le nombre des vibrations qui se font par une corde tendue par un poids donné pendant une seule oscillation d'un Pendule de la longueur donnée ; où il faut noter que AB signifie la longueur de la corde tendue, L la quantité de sa matiére, P le poids ou la force avec laquelle est tendue la corde, D la longueur du Pendule donné, & enfin le petit p signifie la circonférence du cercle dont le diametre est $=1$. Il est à remarquer, pour plus de confirmation, que M. Taylor a trouvé aussi en d'autres Lettres, quoique d'une maniére un peu embarrassante & obscure, la même formule. (*V. Meth. Increm. p.* 98.)

LXIX.

Nous en ferons donc usage pour le cas présent de la fibre sonore représentée dans notre figure par AG, en substituant dans la formule générale, AG pour AB, & $\frac{A}{AG}$ pour $\frac{P}{L}$; ainsi il en viendra $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{\sqrt{(AG \times AG)}}$, c'est-à-dire, $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}=$ au nombre de vibrations longitudinales de la fibre sonore faites à chaque fois que le Pendule donné D acheve une de ses oscillations. Ceci fournit maintenant une maniére très aisée de déterminer la vîtesse du son, en se rappellant ce qui a été montré ci-dessus (§. LIV.) touchant la production successive des fibres secondaires, dont le nombre (qui fait le progrès du son ou sa propagation) est précisément égal au nombre de vibrations qui se font faites par la fibre principale pendant la production des secondaires, puisqu'à chaque vibration de la principale il se forme une nouvelle secondaire. Donc la même formule $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ sert aussi à déterminer le nombre de toutes les fibres, depuis le centre de la principale, ou depuis l'origine du son jusqu'au point où le son est parvenu, & où il se fait entendre pendant la durée d'une oscillation du Pendule donné D.

C'eſt pourquoi je n'ai qu'à multiplier la longueur d'une fibre AG (quelle que ſoit cette longueur) par le nombre des fibres $\frac{p\sqrt{(D\times A)}}{AG}$, il me vient conſtamment en termes très-ſimples cette quantité donnée $p\sqrt{(D\times A)}$ pour la diſtance parcourue par le ſon dans le tems d'une oſcillation du Pendule D.

Il paroît d'abord étrange que ſans connoître la longueur des fibres obſervée par la nature, on puiſſe connoître le total de la diſtance de toutes les fibres, priſes enſemble, parcourues dans un tems donné; mais on ne s'en étonnera pas, ſi on réfléchit un peu ſur ce que deux différentes fibres de même matiére, d'égale groſſeur, & comprimées par des forces égales, mais qui ſont d'inégales longueurs, font dans un tems donné le nombre de leurs vibrations en raiſon réciproque de leurs longueurs, & que le nombre des vibrations eſt auſſi celui des fibres ſecondaires produites ſucceſſivement; d'où il eſt évident que, par exemple, cent fibres d'une longueur double ne demandent ni plus ni moins de tems pour être engendrées & miſes en agitation, que deux cens fibres pareilles, mais d'une longueur ſimple.

Pour les cordes de muſique d'égale groſſeur & également tendues, c'eſt une vérité connue depuis long-tems; ſçavoir, que la promptitude de leurs vibrations augmente à proportion qu'on en diminue la longueur; c'eſt ſur quoi on fonde l'explication de leur conſonance ou diſſonance.

LXX.

Nous allons faire voir avec quelle préciſion notre expreſſion ſi courte & ſi aiſée $p\sqrt{(D\times A)}$ s'accorde avec l'expérience que l'on a faite ſur la vîteſſe du ſon; je me ſervirai des mêmes ſuppoſitions de M. Newton, où il donne en meſure d'Angleterre, au Pendule D à ſeconde, la longueur de $39\frac{1}{5}$ pouces, & fait la hauteur A d'une colomne d'air uniforme (qui tient en équilibre le Mercure dans le Barometre) $=$ 356700 pouces; item, la raiſon de p à 1 comme 93384 à 29725 : ce qu'ayant ſubſtitué, on aura

V. Schol. ad prop. 50. l. 2. Princ. Philoſ.

$p\sqrt{(D \times A)} = \frac{93384\sqrt{(39\frac{1}{5} \times 365700.)}}{29725}$ pouces, pour la longueur du chemin que le son parcourt dans une seconde de tems; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, $11747\frac{1}{2}$ pouces $=$ 979 pieds d'Angleterre, moins un demi-pouce, ce qui est conforme à ce qu'a trouvé M. Newton dans l'endroit cité, quoique je ne sçache pas si ce n'est pas peut-être une voie fort indirecte qui l'y a conduit: car, pour avouer la vérité, son long raisonnement dans les propos. 47, 48, 49, qui précédent ce Scholie, & dans le Scholie même, me paroît si obscur & si perplex, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, sur-tout comme il raisonne dans la propos. 47. où il paroît difficile de démêler ce qu'il suppose d'avec ce qu'il veut prouver.

LXXI.

D'ailleurs le nombre de 979 pieds, que j'ai trouvé avec M. Newton par ma théorie, étant environ d'une centaine ou davantage plus petit que le véritable nombre de 1080 pieds d'Angleterre observé par l'expérience; M. Newton en rejette la cause sur ce que les particules solides entremêlées dans l'air, transmettent chacune dans un instant d'un bout à l'autre de son diametre la propagation du son; ce qui fait, selon lui, que la somme des diametres de toutes les particules solides doit être ajoûtée à la longueur de 979 pieds; & pour trouver son compte, il donne à chaque diametre environ la 9me ou 10me partie de l'intervalle qui est entre les centres de deux particules les plus proches; il leur en auroit donné davantage à proportion que le véritable nombre de l'espace du son auroit plus surpassé le nombre trouvé de 979 pieds. Mais on voit bien par notre théorie, que les diametres de ces particules solides ne peuvent être censées qu'incomparablement petites à l'égard de leurs interstices, vû que s'ils occupoient toute l'étendue d'une vibration, ils n'entreroient point encore en comparaison avec leurs distances. L'or, par exemple, qui a plus de 15000 fois plus de matiére que l'air dans un même volume, ne laisse pas d'avoir ses pores assez larges pour laisser passer très-librement la matiére subtile ou l'éther; que ne doit-on pas penser de la largeur des pores de l'air, qui ne sont autre chose que ces mêmes interstices entre les particules solides de l'air dont il s'agit ici? C'est donc une autre raison plus essentielle qui fait trouver la propagation du son un peu moins vîte qu'elle n'est en effet: c'est que l'on suppose dans la théorie, que la fibre, tant la sonore que la lumineuse, & toute la suite des secondaires, qui sont le rayon, ne sont qu'une simple ligne droite partant du centre à la circonférence de la sphere d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons sont de petits cones infiniment aigus, qui ont leurs pointes ou leurs sommets dans leur milieu, tout comme la fibre principale doit être formée, ayant visiblement la pointe dans son milieu, où est la source du son ou de la lumiére.

En effet, une corde de musique tendue, (dont nous avons démontré que les vibrations sont sujettes à la même loi que celles d'une fibre,) une corde, dis-je, qui auroit une figure de double cone fort pointu, & dont le sommet commun fût au milieu, sera trouvée par approximation faire ses vibrations plus promptement qu'une corde uniforme par toute la longueur, toutes choses étant d'ailleurs égales: je dis *par approximation*; car pour connoître la courbure de la corde vibrante, il faudroit sçavoir réduire à une équation différentielle du premier degré cette autre du second degré $-\frac{ddz}{z}$ $= \frac{yydy^2}{c^4}$, comme je l'ai fait de celle-ci (§. LXVI.) $-\frac{dddz}{z} = \frac{dy^2}{cc}$: mais j'avoue que la réduction exacte me manque encore; cependant les méthodes des approximations montrent très-certainement que les cordes & les fibres coniques ont leurs vibrations plus rapides que celles qui sont uniformément épaisses, toutes les autres circonstances étant d'ailleurs égales.

LXXII.

Puis donc que la différence du résultat n'est pas bien grande entre ces deux ſortes de fibres, je continuerai à les regarder comme des lignes droites phyſiques en forme de filaments, qui ſont d'une petite groſſeur par-tout égale. Or comme nous avons ſuffiſamment démontré que l'action & les vibrations des fibres lumineuſes & des fibres ſonores ſont d'une même nature, en ce que les unes & les autres ſe produiſent ſucceſſivement par leurs principales, & cela en telle maniére que le nombre des fibres ſecondaires nouvellement formées répond toûjours au nombre de vibrations de leurs principales, & que les vibrations ſont tautochrones dans la lumineuſe auſſi-bien que dans la ſonore; ce ſera donc auſſi dans cette ſucceſſion & progrès de fibre en fibre que conſiſte l'extenſion ou la propagation de la lumiére. Ainſi notre formule générale $p\sqrt{(D \times A)}$ trouvée ci-deſſus (§. LXIX.) nous ſerviroit ici également pour déterminer la vîteſſe de la lumiére, ou la longueur qu'elle parcourt dans un tems donné, ſi l'élaſticité de la matiére éthérée étoit connue.

LXXIII.

Mais A qui ſignifie une force conſtante avec laquelle l'air naturel eſt comprimé, & acquiert par-là une élaſticité égale à la force A, connue en tout tems par le poids du Vif-argent dans le Barometre; mais cette A, dis-je, requiſe pour la compreſſion de la matiére dans la fibre lumineuſe, ne ſçauroit être connue *à priori* par aucune expérience: car l'éther, qui eſt imperceptible en toute maniére, ne ſe laiſſe pas manier immédiatement comme l'air, dont on peut meſurer le reſſort par différentes expériences. Selon notre théorie, l'élaſticité de l'éther conſiſte dans la force centrifuge perpétuelle de la matiére des petits tourbillons reſſerrés dans des circonférences extrêmement étroites, & circulants avec une rapidité néceſſaire pour cauſer une force centrifuge auſſi grande que l'on jugera convenable; par-là ces tourbillons s'appuyant les uns contre les autres, & ſe tenant ainſi en équilibre, produiſent dans la maſſe de tout l'éther, & dans chacune de ſes parties, ce reſſort général ou cet effort avec lequel l'éther cherche continuellement à ſe dilater.

LXXIV.

LXXIV.

Je ferai donc ici le contraire par la voie indirecte, en allant de la vîtesse de la lumiére pour en tirer la force du ressort de l'éther, ce qui me sera facile à exécuter par l'application de la formule $p\sqrt{(D \times A)}$ qui donne la vîtesse du son ou la distance qu'il parcourt pendant la durée d'une oscillation d'un Pendule donné D: car la lumiére étant, suivant l'observation de M. Romer, 700000 fois plus rapide que le son, il faut que $700000\, p\sqrt{(D \times A)}$ exprime la longueur du chemin de la lumiére qu'elle fait pendant une seule oscillation du pendule D. Or $700000\, p\sqrt{(D \times A)}$ est $= p\sqrt{(D \times 490000000000\, A)}$; donc le poids du filament A d'air uniforme & de la densité comme il est à la surface de la Terre, ce poids, dis-je, pris 490000000000 fois, montre la compression de la fibre lumineuse; d'où il suit que l'élasticité de l'éther lui-même a le même nombre de fois plus de force pour se dilater que n'a le ressort de notre air grossier. Ainsi lorsque ce ressort est capable de soûtenir le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30 pouces, comme le suppose M. Newton, la force élastique de l'éther, s'il ne pouvoit pas pénétrer par les pores du tuyau, soûtiendroit le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30×490000000000 pouces, ou 1225000000000 pieds, ce qui feroit plus de 61200000 lieues de France, en comptant 20000 pieds sur une lieue. On laisse à juger si on n'est pas en droit d'attribuer la cause de la plus parfaite dureté à une si prodigieuse force avec laquelle les parties d'un corps solide sont comprimées par l'éther les unes contre les autres, ainsi que déja le P. Malebranche l'a heureusement conjecturé, & après lui feu M. Jacques Bernoulli dans son Traité *de Gravitate Ætheris*.

LXXV.

Dans le Traité d'Optique de M. Newton, on voit bien que cet Auteur reçonnoît aussi que la force élastique de l'éther est excessivement grande; il la fait même, comme moi, 490000000000 fois plus grande que n'est la force élastique

Pag. 520. & 521. édit. de Paris 1722.

de l'air proche de la Terre. Mais il ſe contente de l'avancer ſans démonſtration, fondé apparemment ſur ſon raiſonnement obſcur fait dans les Princ. Philoſ. De plus, l'élaſticité de l'éther eſt chez lui une pure ſuppoſition, ſans en alléguer aucune cauſe phyſique. Notre théorie ſatisfait à l'un & à l'autre, montrant clairement, 1°. Quelle peut être la cauſe immédiate de l'exceſſive élaſticité de l'éther; ſçavoir, que cette élaſticité peut provenir de la force centrifuge dans la matiére des petits tourbillons. 2°. Quelle eſt la proportion qui regne entre l'élaſticité de l'air & celle de l'éther, où nous avons démontré par notre formule très-ſimple $p\sqrt{(D \times A)}$, que la premiére force eſt à la ſeconde, comme le quarré de la vîteſſe du ſon eſt au quarré de la vîteſſe de la lumiére. On peut remarquer ici en paſſant, que quand M. Newton conſidere la *gravité* comme une force attractive, il le fait dans ſes Princ. Phil. en qualité de Géometre, ſans ſe mettre en peine de la véritable cauſe phyſique de la peſanteur, comme il l'avoue lui-même en pluſieurs endroits: ainſi ſes partiſans lui font tort, de lui prêter des ſentimens ſur la nature de la peſanteur, comme ſi c'étoit une qualité des corps eſſentielle & inhérante, contre ſa propre déclaration, d'autant plus qu'il dit poſitivement, que les corps peſent vers la Terre, à cauſe qu'ils y ſont pouſſés par la force élaſtique de l'éther. Voici comme il parle. » La force élaſtique de l'éther, dit-il, eſt » exceſſivement grande, elle peut ſuffire à pouſſer les corps » des parties les plus denſés de ce milieu vers les plus rares » avec toute cette puiſſance que nous appellons *gravité*. «

Liv. 2. prop. 47. & ſuiv.

V. Traité d'Optique, p. 520.

LXXVI.

De la Réflexion & de la Réfraction des Rayons de la Lumiére.

Juſqu'ici nous avons expliqué en général la propagation de la lumiére, en montrant l'origine & la formation ſucceſſive des fibres lumineuſes, qui la portent de fibre en fibre par le moyen de leurs trémouſſemens ou vibrations longitudinales. Nous en pourrions demeurer là, puiſque la question ne demande autre chose qu'une explication naturelle & intelligible de la maniére dont se fait le progrès ou transport de la lumiére depuis son origine jusqu'à de très-grandes distances, & cela, avec une rapidité inconcevable : cependant pour plus grande confirmation de la validité de mon systême, je veux bien faire voir encore avec combien de facilité on en déduit les principales propriétés de la lumiére, & les symptomes qui lui arrivent en certains cas : Tels sont l'égalité des angles d'incidence & de réflexion qui s'observe lorsque les rayons donnant obliquement contre une surface polie, sont obligés de se réfléchir vers le côté opposé à celui d'où ils viennent, ensorte que non-seulement les deux angles obliques deviennent égaux; mais aussi que le rayon incident & son réfléchi se trouvent toûjours dans le plan qui passe par le point d'incidence perpendiculairement à la surface, qui, par sa rencontre, cause la réflexion.

Une autre propriété plus remarquable que la premiére; est que le rayon de la lumiére qui rencontre obliquement la surface polie d'une matiére transparente de différente consistence, dans laquelle il va s'immerger, au lieu de continuer sa route en droite ligne avec le rayon incident, il s'en détourne en telle façon, que s'imaginant une perpendiculaire à cette surface tirée par le point d'incidence, & prolongée, le sinus de l'angle d'incidence fait par le rayon incident avec la perpendiculaire, est au sinus de l'angle de réfraction fait par le rayon rompu avec la même perpendiculaire, toûjours en raison constante, quelle que soit l'obliquité des rayons.

LXXVII.

Quant à la premiére de ces deux propriétés de la lumiére, sçavoir l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, l'explication en est fort facile & trop claire pour m'y arrêter long-tems, d'autant plus que les corps à ressort parfait, qui heurtent obliquement contre d'autres corps durs & immobiles, observent généralement cette loi d'égalité entre les deux angles d'incidence & de réflexion, comme par exemple, une bille poussée contre le bourlet du billard, dont la raison se manifeste d'elle-même par la décomposition du mouvement. Or, chaque fibre lumineuse n'étant qu'une suite de corpuscules solides, qui, quoiqu'ils ne soient point élastiques par eux-mêmes, le sont pourtant par l'élasticité de l'éther, qui les tient toûjours dans leur centre d'équilibre forcé, avant que de recevoir leurs vibrations, par conséquent dans un état, comme si eux-mêmes avoient un ressort parfait : il est visible que quand la fibre près de la surface polie commence à faire ses vibrations, celui des corpuscules trémoussans, qui donne obliquement contre la surface, sera obligé de réfléchir par un angle égal à l'angle d'incidence, ce qui détermine déja, après la réflexion, la direction de la partie de la fibre qui doit engendrer d'autres fibres nouvelles, laissant l'autre partie d'en-deçà du point d'incidence dans la direction qu'elle avoit. On voit donc la raison de l'égalité qui s'observe entre les deux angles d'incidence & de réflexion, sans qu'il soit besoin d'en parler plus amplement.

LXXVIII.

Je passe maintenant à considérer la réfraction de la lumiére ou la propriété des rayons rompus, qu'on remarque lorsqu'ils passent d'un milieu dans un autre de différente nature; qui est que les sinus des angles d'incidence & de réfraction ont pour toutes les obliquités une raison constante. On trouve sur cette matiére dans les Actes de Leipsic 1701, au mois de Janvier, un Mémoire de M. (Jean) Bernoulli, où l'Auteur explique la loi de la réfraction, en la réduisant au principe connu de Statique, en vertu duquel trois puissances quoiqu'inégales, qui agissent sur un point mobile en diverses directions, observeront un équilibre parfait entr'elles, lorsque deux quelconques de ces puissances sont réciproquement proportionnelles aux sinus des angles que font leurs directions avec la direction de la troisiéme puissance; cette vérité a lieu généralement, soit que les puissances agissent en tirant le point mobile, soit en le poussant. Mais comme l'Auteur, traitant son sujet plus en Géometre qu'en Physicien, & sans approfondir la maniére dont se fait la propagation de la lumiére, se contente de considérer le point d'incidence comme un point mobile sur la surface qui sépare les deux milieux, lequel point doit être soûtenu en équilibre par trois forces, dont l'une consiste dans l'effort avec lequel le rayon incident doit entrer obliquement dans un autre milieu; la seconde force différente de la premiére, à cause de la diversité des milieux; c'est l'opposition ou la résistance plus ou moins grande, selon la nature du second milieu, que doit faire le rayon rompu; & enfin la troisiéme force est simplement passive, consistant en ce que le point d'incidence sollicité par les deux autres forces, est empêché de quitter la surface sur laquelle il peut couler librement en tout sens. D'où l'on voit que la direction de cette troisiéme force est toûjours la ligne droite perpendiculaire à la surface, & qui passe par le point d'incidence.

LXXIX.

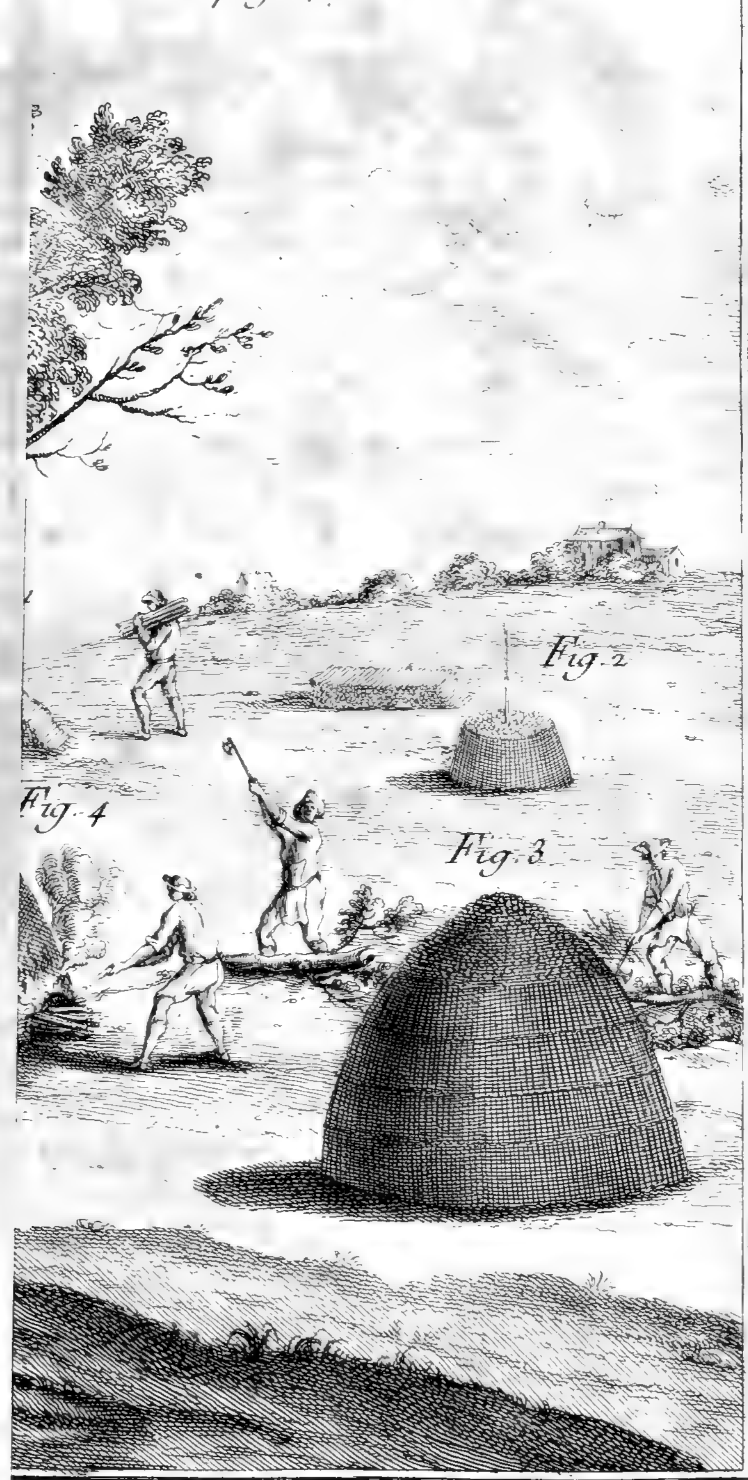
Il semble qu'il ne manque rien à cette explication, que la maniére de montrer d'où procédent les deux premiéres forces, & où c'est qu'elles peuvent avoir leurs points d'appui pour conserver entr'elles & avec la troisiéme un parfait équilibre, & tel qu'il est requis pour faire persévérer dans son existence chaque fibre lumineuse pendant qu'elle fait ses vibrations. Je crois que mon systême y peut suppléer assez naturellement, voici comment: Nous avons vû (§. LIII. & suiv.) que toutes les fibres secondaires produites par une principale, doivent être situées bout à bout sur une ligne exactement droite, parce que l'éther également élastique par toute l'étendue des fibres, doit pousser avec forces égales chaque corpuscule par les deux côtés diamétralement opposés, pour le soûtenir dans le centre d'équilibre forcé, ce qui fait que tous les centres sont enfilés par une même ligne droite qui représente la suite des fibres formées par une principale: car si un seul ou plusieurs corpuscules ne se trouvoient pas très-exactement situés avec les autres sur une même ligne droite, on voit bien que les pressions ne seroient plus opposées diamétralement, par conséquent ces corpuscules viendroient à être chaſſés hors de la fibre, & n'y appartiendroient plus. Or chaque fibre a ſes deux extrémités qui lui tiennent lieu d'appuis immobiles pendant qu'elle fait ſes vibrations longitudinales.

LXXX.

Ainſi le rayon de lumiére, qui n'eſt autre choſe, comme nous l'avons déja dit, qu'une ſuite ou une chaîne de fibres continuée, procédera toûjours en droite ligne tant qu'il ſe trouve dans un milieu uniforme, & contenant de l'éther également élaſtique par toute ſon étendue. Mais comme il y a des milieux ou des matiéres tranſparentes de différente conſtitution par rapport à leur ſtructure intérieure & à leurs pores, par où les rayons doivent paſſer, ne peut-on pas préſumer naturellement que les conduits ou les pores dans les corps diaphanes ſont plus ou moins étroits dans les uns que dans les autres, ſelon qu'ils ſont d'une conſiſtence plus ou moins denſe, plus ou moins compacte ? Si cela eſt ainſi, il faut dire que les petits tourbillons qui logent dans ces pores, ſont plus ou moins au large ſelon la largeur des pores : ils ſe trouvent donc réduits ou reſſerrés à un moindre volume; par exemple, dans le verre que dans l'eau, à un moindre auſſi dans l'eau que dans l'air, & à un moindre encore dans celui-ci que dans le milieu de la matiére éthérée, où on peut les conſidérer comme étant dans leur état naturel, & comme ayant leur plus grand volume, quoique toûjours d'une extrême petiteſſe.

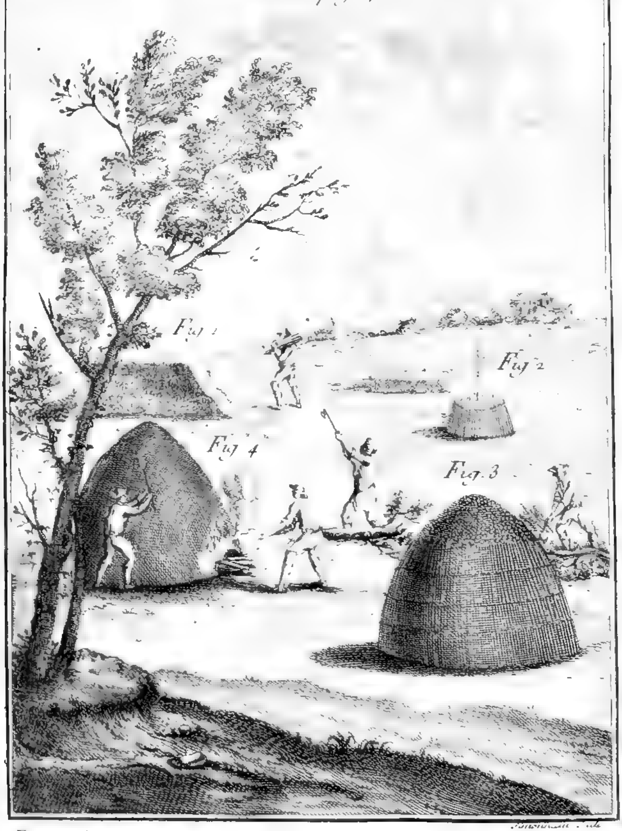
LXXXI.

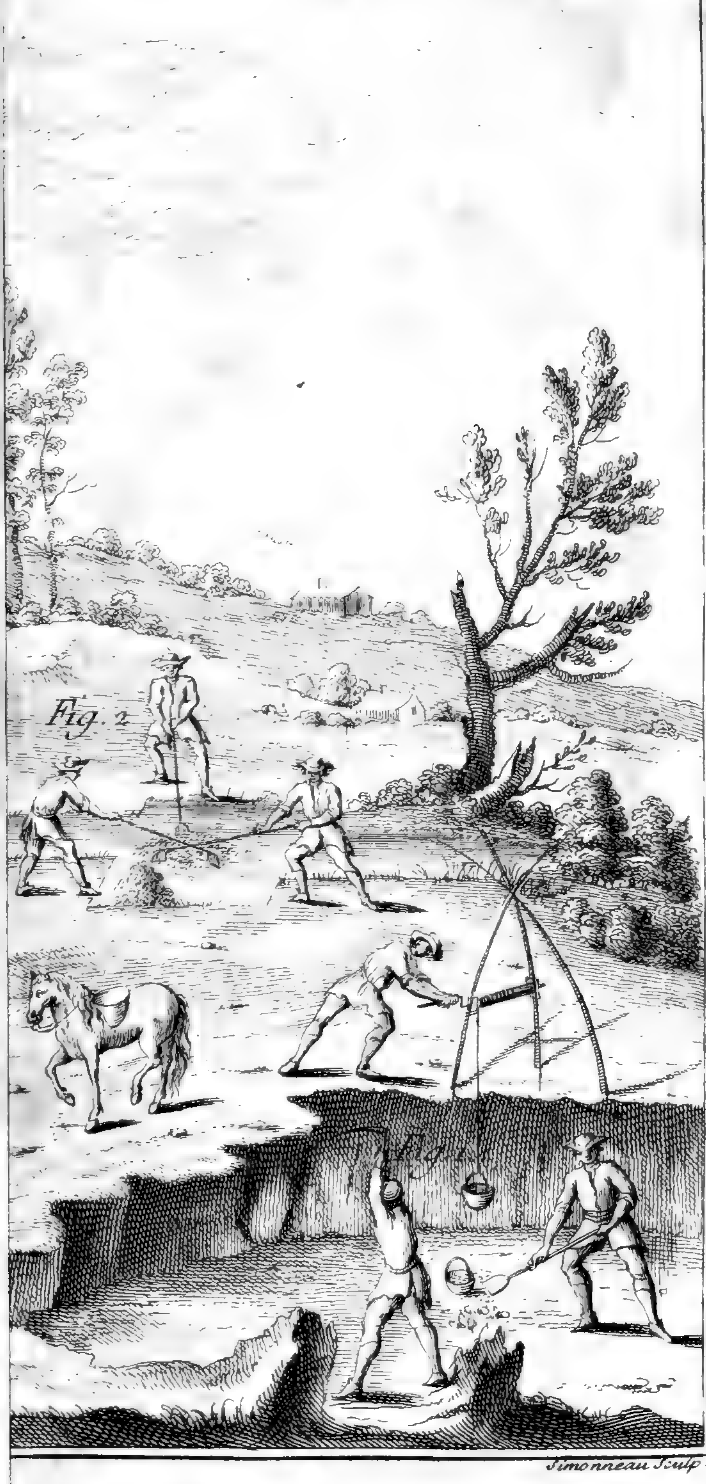
Faiſons préſentement attention à la nature de la force centrifuge d'un corps qui tourne ſur la circonférence d'un cercle avec une vîteſſe donnée : nous ſçavons que cette force doit augmenter en même raiſon que cette circonférence ou ſon diametre vient à être diminué, tellement qu'un même degré de vîteſſe peut procurer à ce corps une force centrifuge infinie, pourvû que l'on conçoive que le diametre de ſa circulation devienne infiniment petit. D'où il eſt clair que la matiére éthérée qui voltige dans chaque petit tourbillon du Mem. 2. pag. 46.



Simonneau Sculp.

Pl 1. Mem 2 pag 40





Simonneau Sculp.


Fig 3
Fig 2
Fig 1

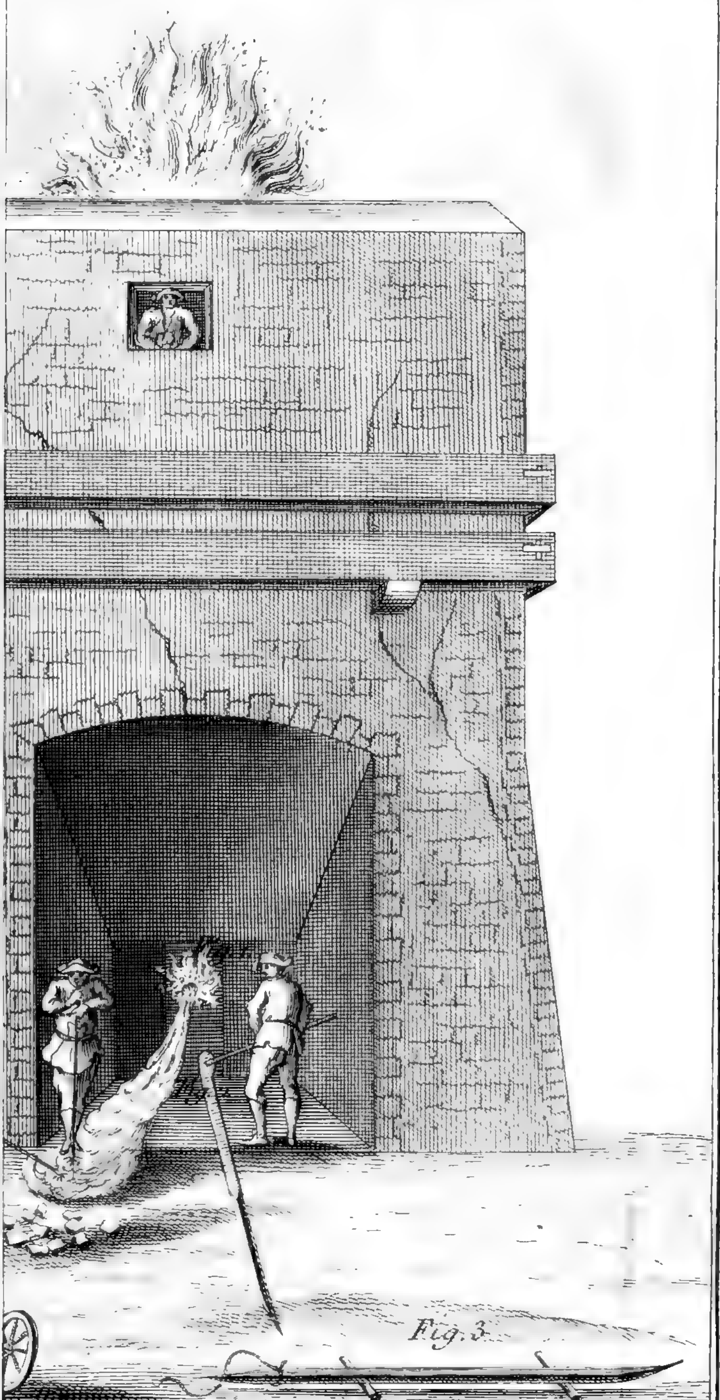


Fig. 3.

Simonneau Sculp.

Pl. 3 du Mem. 2 pag. 46

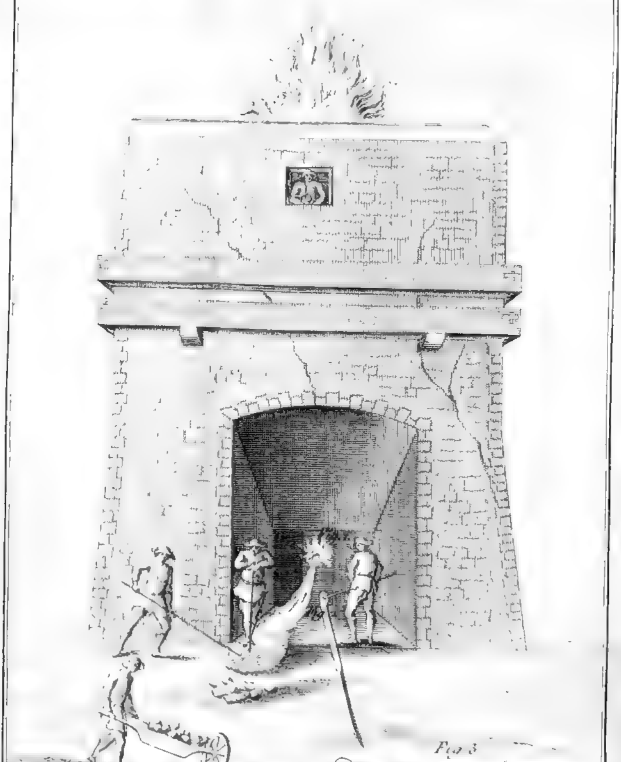
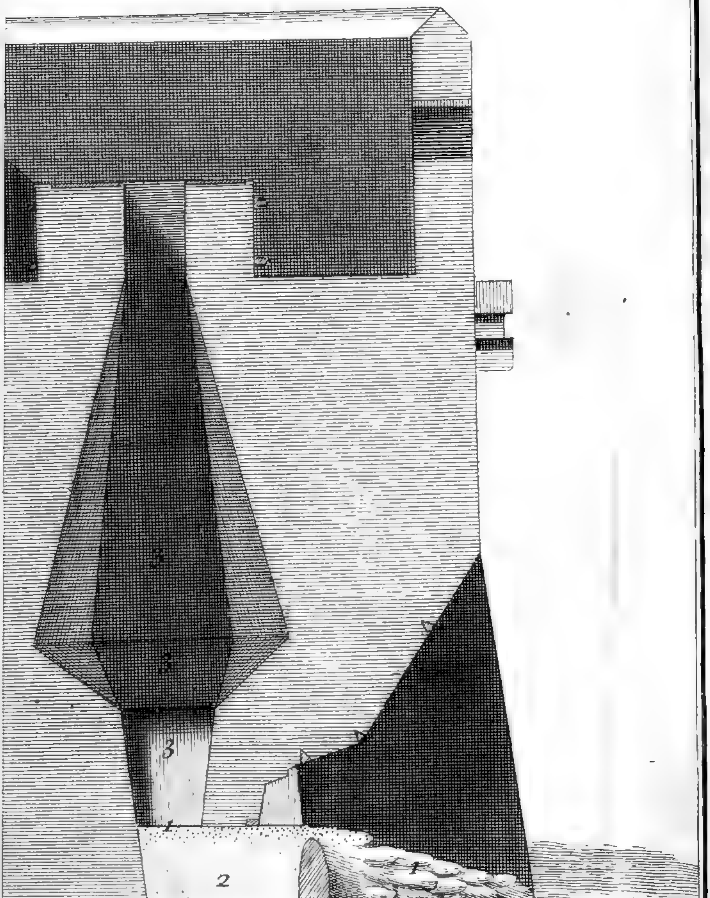


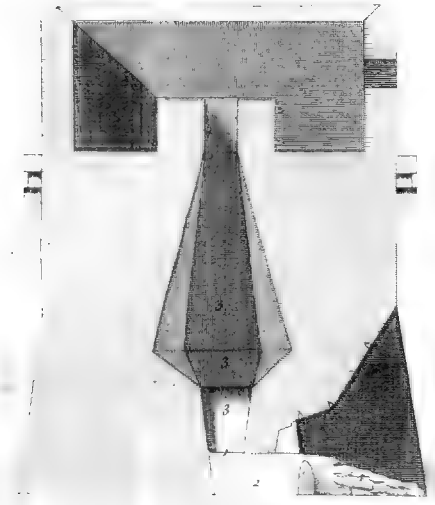
Fig. 3

Simonneau Sculp.

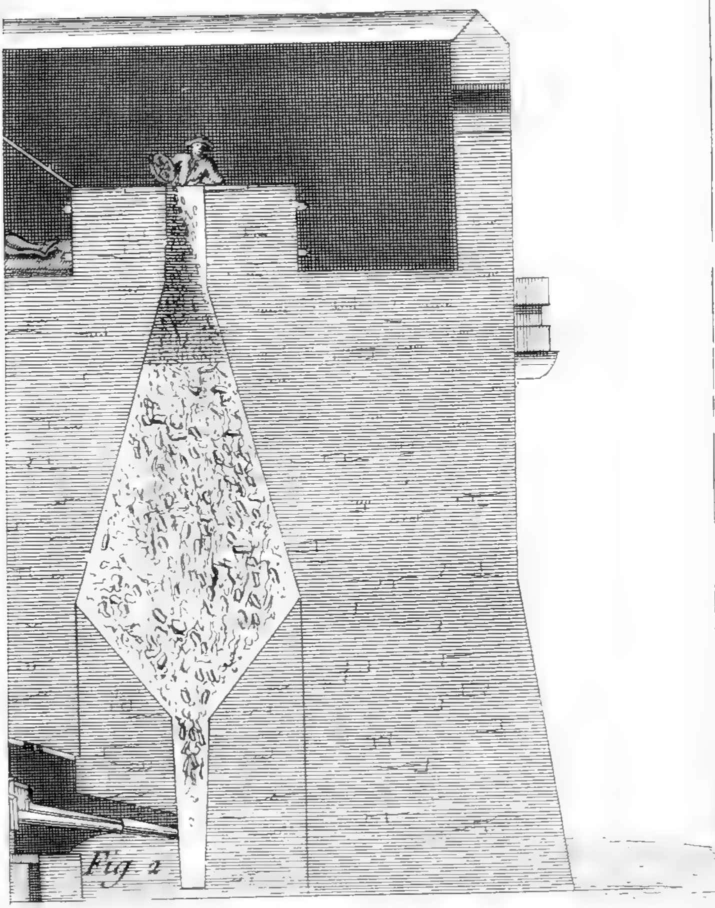


Simonneau Sculp.

Pl 4 du Mem 2 pag 46



Simonneau Sculp



Simonneau Sculp.

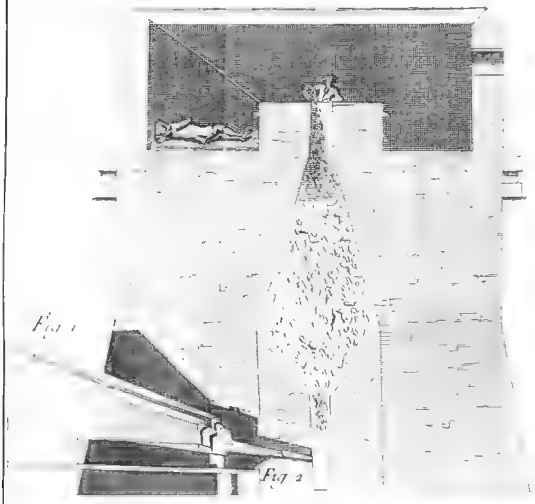
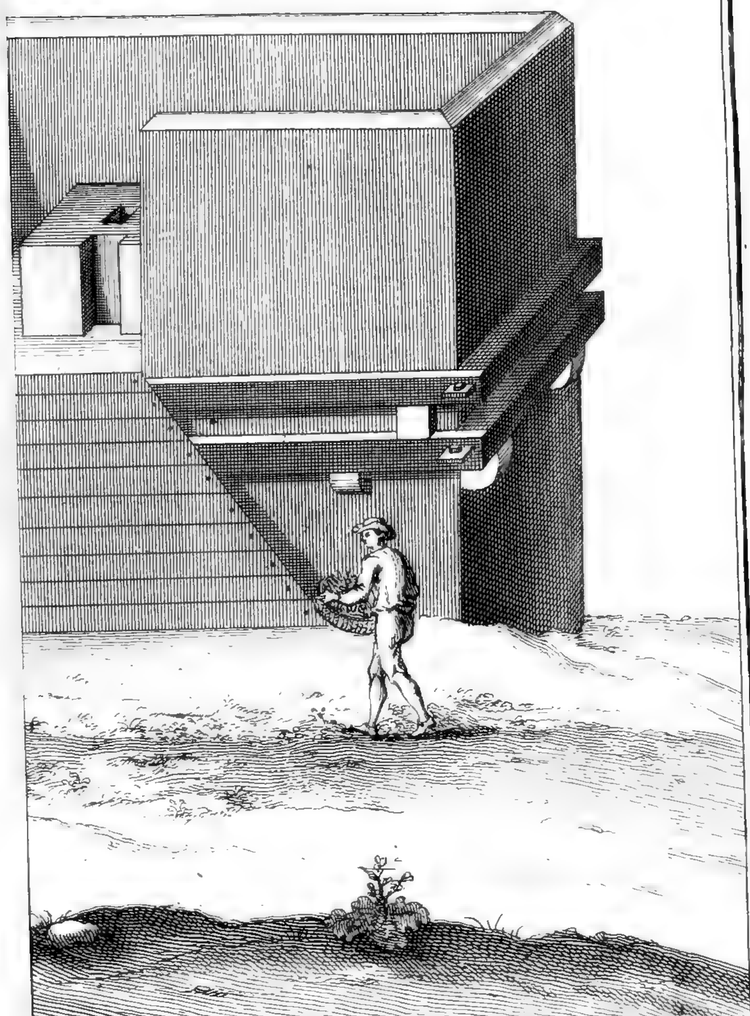
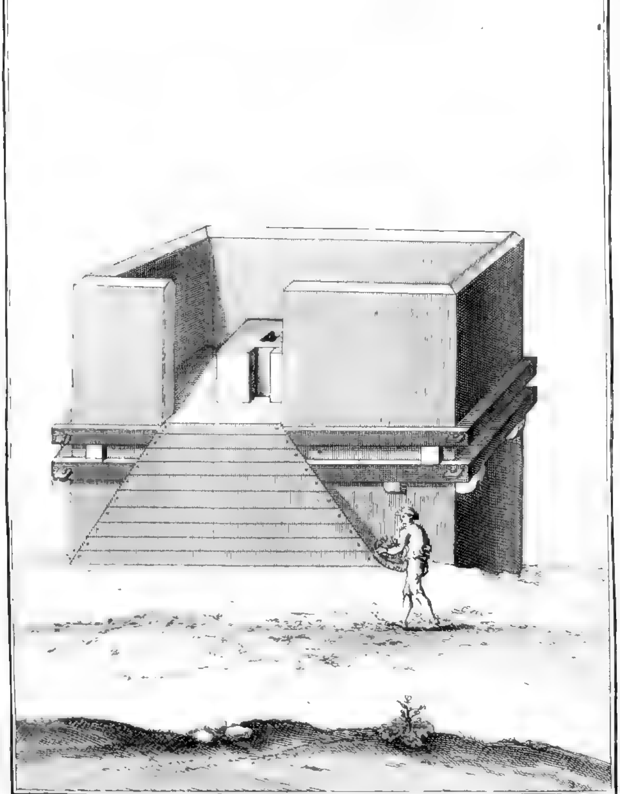


Fig 1
Fig 2

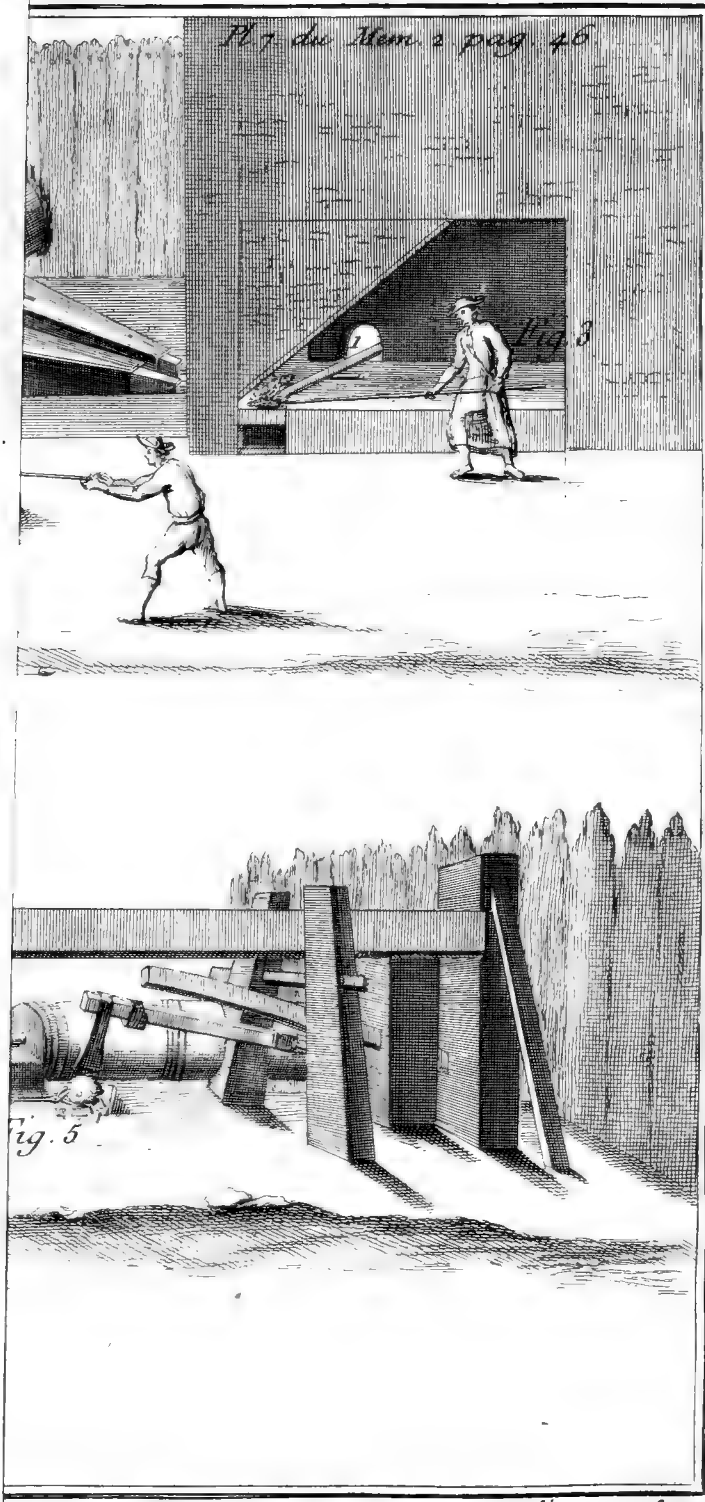


Simonneau Sculp.

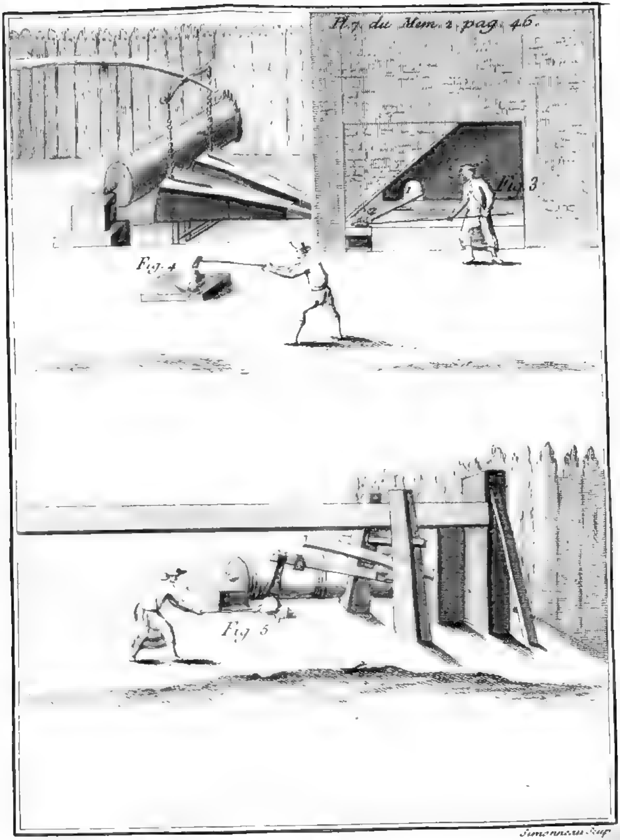
Pl. 6 du Mem 2 pag 46



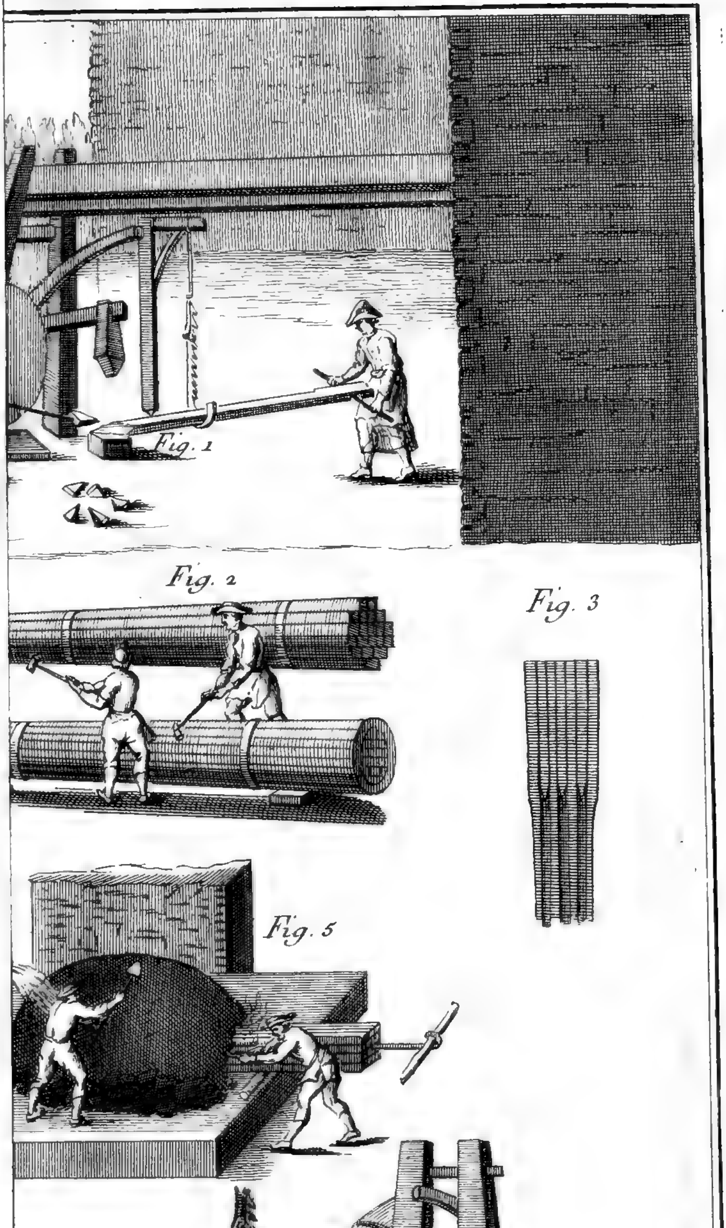
Simonneau Sculp



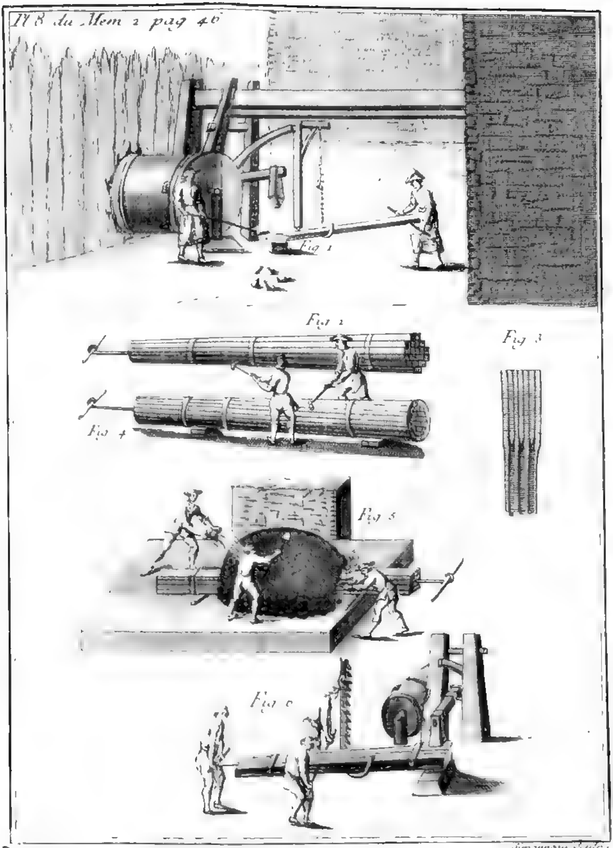
Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp



Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

Fig. 1

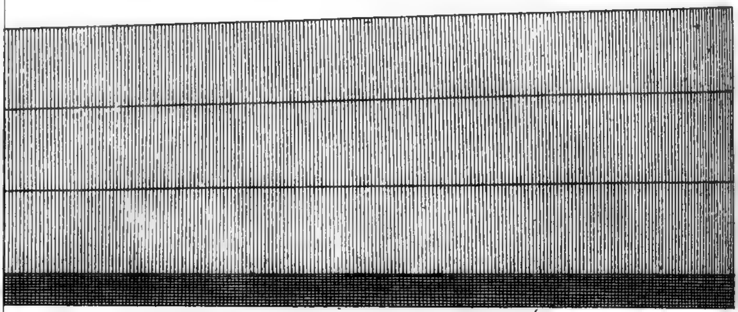


Fig. 2

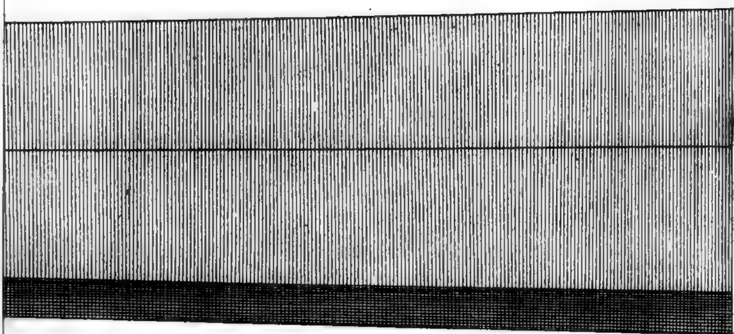
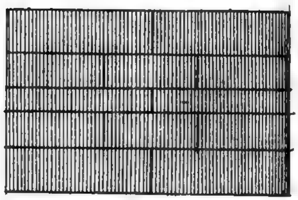


Fig. 4



Simonneau Sculp.

Pl 3 du Mem 2 pag 1?

Fig 1

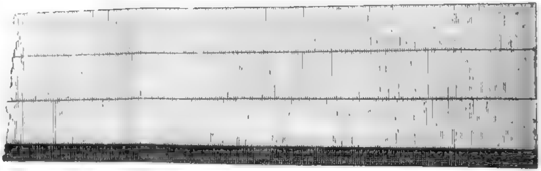


Fig 2

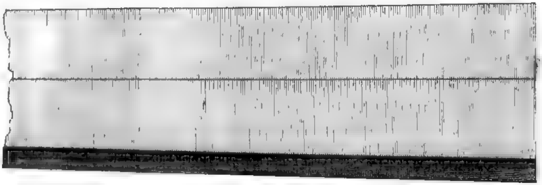


Fig. 3

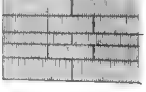
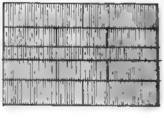
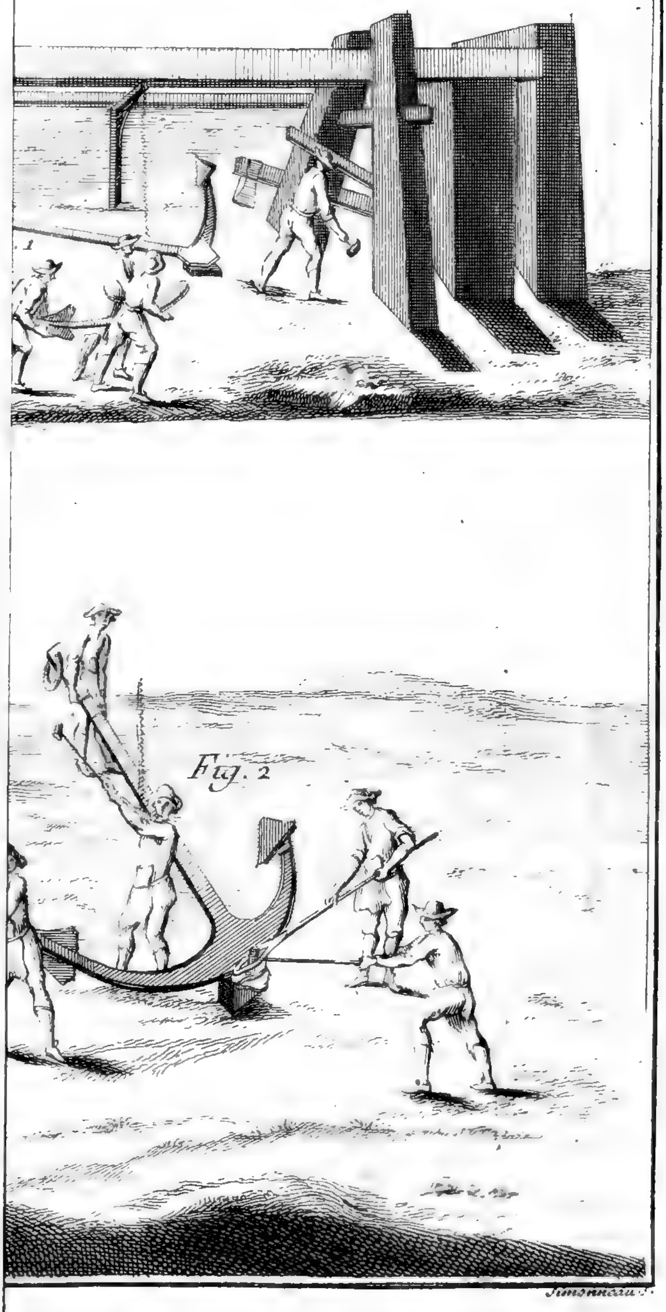


Fig 4



Pl. 10. du Mem. 2. pag. 46.



Simonneau S.

Pl 10 du Mem 2. pag. 46

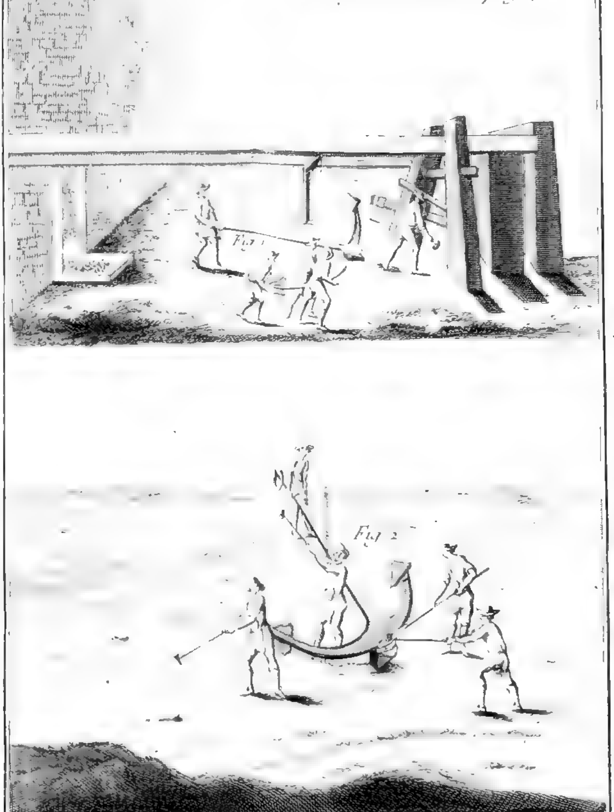


Fig. 1

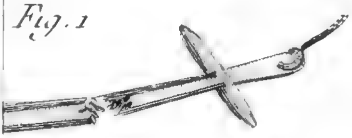
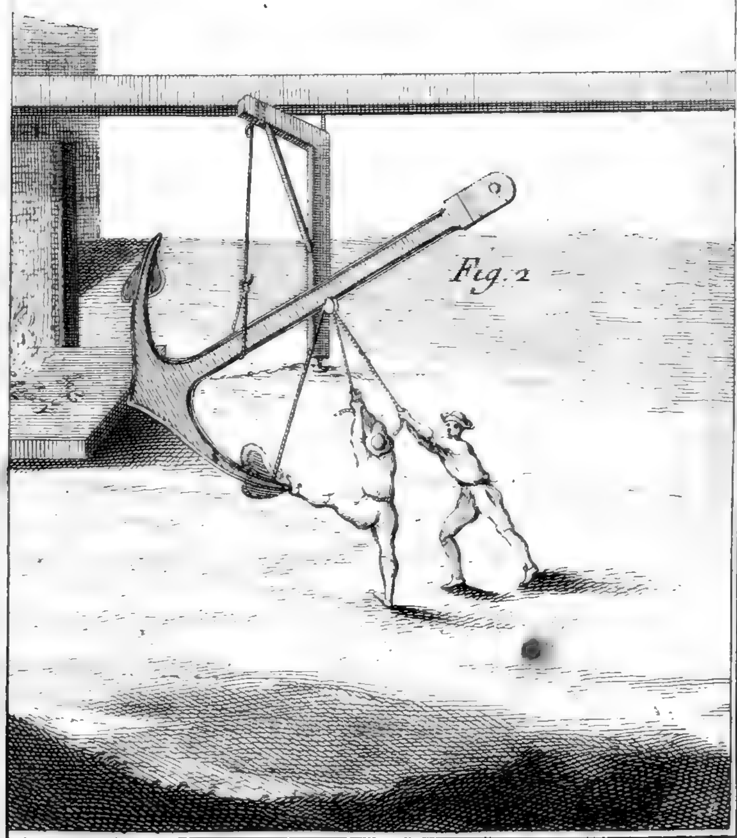


Fig. 2



Simonneau Sculp.

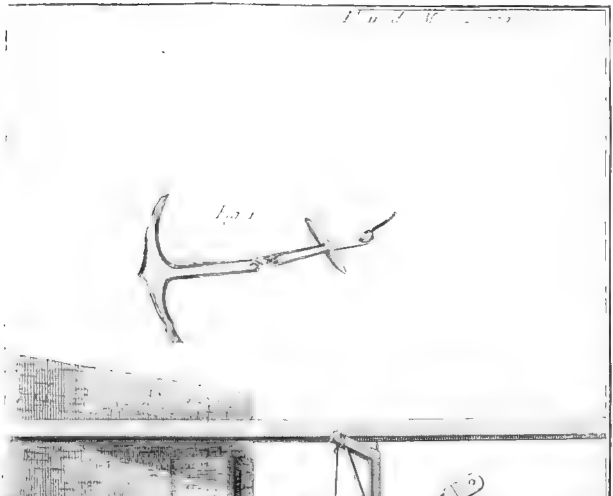


Fig 2

autour de ſon centre avec la vîteſſe une fois acquiſe, acquerra une force centrifuge en même raiſon plus grande que le diametre du tourbillon eſt devenu plus petit. Or c'eſt dans la force centrifuge de la matiére compriſe dans la maſſe des tourbillons, que j'ai démontré (§. XXI.) que conſiſte la force élaſtique de l'éther: cette force ſera donc plus grande là où les petits tourbillons ſont reſſerrés plus étroitement, comme ils le ſont dans les pores des corps tranſparens de différentes ſortes.

LXXXII.

La conſidération de ce que je viens d'expliquer nous conduit tout droit à entendre la raiſon pourquoi un rayon de lumiére entrant dans un milieu de conſtitution différente de celle du milieu dont il ſort, ne peut pas s'étendre ſuivant la même direction qu'il a avant que d'entrer, mais qu'il doit ſe plier, ſoit pour ſe rapprocher de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, ſoit pour s'en éloigner, ſelon que le milieu dans lequel il pénétre, contient de l'éther plus ou moins élaſtique, que n'eſt celui qui réſide dans le premier milieu, d'où ſort le rayon: car ſoient les deux milieux différens *RCD*, *SCD* ſéparés par la ſurface *CD*, le premier *RCD* ſoit par exemple de l'air, & l'autre *SCD* ſoit du verre. Fig. 4.
Concevons une des fibres lumineuſes *AEB* oblique à *CD*, dont les deux extrêmités *A* & *B* tiennent lieu d'appuis immobiles, & dont une partie *AE* eſt dans l'air, & l'autre partie *EB* dans le verre. D'abord il eſt évident par lui-même, que la continuation de la partie *AE*, ne ſçauroit aller tout droit vers *F* pour faire enſemble la ligne droite *AEF*, parce que l'éther contenu entre les corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. ayant une plus grande force élaſtique, que celui qui remplit les intervalles des corpuſcules *m*, *m*, *m*, &c. & ces deux forces étant directement oppoſées l'une à l'autre, il eſt viſible que dans cet état la fibre *AEF* ne pourroit pas ſe ſoûtenir en faiſant ſes vibrations, puiſque le corpuſcule *E* conçû ſur la ſurface *CD* (où ſe fait le conflict de ces deux forces inégales) ſeroit continuellement ſollicité plus fortement par la force de la

partie *E F* pour ſe gliſſer vers *C*, qu'elle ne le ſeroit pour aller vers *D* par une moindre force de la partie *A E*. Ainſi le corpuſcule *E* s'échapperoit, de même que tout autre qui ſe mettroit à ſa place; donc toute la fibre *A E F* ſeroit détruite dans le moment.

LXXXIII.

Mais pour conſerver en ſon entier la fibre *A E B*, la nature y a pourvû en faiſant prendre à la partie *E F* une ſituation convenable pour établir l'équilibre entre deux forces inégales, en vertu duquel le corpuſcule *E* ne ſera ni plus ni moins pouſſé vers *C* que vers *D*. Cette ſituation convenable ſe fait, lorſque conformément au principe de Statique employé par M. (Jean) Bernoulli dans les Actes de Leipſic de 1701, le ſinus de l'angle *A E R* eſt au ſinus de l'angle *B E S*, comme la force élaſtique de l'éther du milieu *S C D* qui comprime ou anime la partie de la fibre *E B*, eſt à la force élaſtique de l'éther du milieu *A C D*, qui anime la partie *A E*, & partant en raiſon conſtante; c'eſt en quoi précisément que conſiſte la loi de la réfraction, dont je voulois expliquer la cauſe phyſique.

LXXXIV.

On peut regarder, ſi on veut, ſans faire tort à notre explication, le point *E* comme l'appui commun des deux fibres entiéres *A E* & *E B*, lequel ſoûtient en équilibre les forces inégales avec leſquelles elles ſont preſſées ou appuyées l'une contre l'autre; mais ſans que l'une céde à l'autre, par ladite raiſon des ſinus des angles d'incidence & de réfraction réciproquement proportionels à ces forces. Mais comme il eſt fort probable que toutes les fibres d'une même ſuite, quoiqu'en différens milieux, ſont ſynchrones entr'elles, je veux dire, que leurs vibrations ſe font toutes en tems égaux, pour obſerver une parfaite harmonie; cependant comme on ſçait auſſi, qu'un reſſort plus vif fait ſes vibrations plus vîte, qu'un autre en tout égal, mais moins vif; donc pour mettre au ſynchroniſme toutes les fibres de différens milieux, il n'y a qu'à aſſigner à chacune ſa juſte longueur pour qu'elles faſſent

toutes

toutes ensemble des vibrations contemporaines. Pour déterminer la longueur dûe à chacune, nous allons consulter l'art. LXIX. où nous avons trouvé $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ qui exprime le nombre de vibrations qui se font pendant une oscillation du Pendule donné D, par une fibre de la longueur AG, & comprimée par une force proportionnelle à A, à laquelle est égale la force élastique de l'éther qui anime la fibre. Donc afin que deux fibres de différente élasticité soient synchrones, ou qu'elles fassent leurs vibrations en tems égaux, il faut que leurs longueurs soient en raison soudoublée de leurs élasticités : car alors la quantité $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ est de même valeur pour l'une & l'autre fibre. C'est ce qu'on trouve aussi dans les cordes de musique d'égale grosseur & de même matiére, mais d'inégales longueurs, puisque si on les tend par des poids qui soient proportionnels aux quarrés de leurs longueurs, ou, ce qui est la même chose, que les longueurs soient en raison soudoublée des tensions ou des poids, on observera que ces cordes seront parfaitement à l'unisson, marque indubitable que leurs vibrations sont synchrones. Fig. 3.

LXXXV.

Ainsi il n'y a qu'à dire, que les fibres lumineuses qui se forment, par exemple, dans le verre, quand le rayon s'y plonge, venant de l'air, s'allongent dans ladite proportion, afin que les vibrations des fibres, tant dans l'air que dans le verre, se fassent conjointement & en égal nombre en tems égaux. A cette occasion, on peut faire une remarque fort curieuse & paradoxe; c'est que la vîtesse réelle de la propagation de la lumiére, qui est différente en passant par différens milieux, doit être plus grande quand le rayon rompu s'approche de la perpendiculaire, & plus petite quand il s'en éloigne; d'où il suit, que la lumiére passe plus vîte par le verre que par l'eau, & plus vîte par l'eau que par l'air, mais qu'elle court le moins vîte par l'éther pur; au lieu que l'opinion générale étoit de croire, que les corps les plus denses étoient ceux qui devoient le plus retarder le passage de la lumiére. Il est vrai que le sentiment de M. Newton paroît contraire à ce préjugé général : car la démonstration qu'il donne à sa maniére, fait voir évidemment que la vîtesse du rayon qui pénétre dans un milieu en s'éloignant de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, doit être retardée conformément à ma théorie.

Princ. Philos. propos. 95. Lib. 1.

LXXXVI.

Cette théorie a de plus cet avantage, qu'elle me met en état de déterminer la véritable proportion des différentes vîtesses de la lumiére passant par différens milieux, dont on connoît les réfrangibilités : voici comme je me prends dans cette recherche. On a vû (§. LXXXIV.) que les longueurs des fibres synchrones doivent être en raison soudoublée de leurs élasticités, ou de la force du ressort de l'éther renfermé dans les milieux par lesquels passe successivement un rayon de lumiére : on a vû aussi (§. LXXXIII.) que l'élasticité est en raison réciproque du sinus de l'angle de réfraction ; il faut donc que les longueurs des fibres synchrones soient en raison soudoublée réciproque du sinus de l'angle de réfraction. Or, comme à chaque vibration des fibres, il se forme successivement une nouvelle fibre, (§. LV.) & que dans cette succession consiste le progrès de la lumiére, (§. LXXII.) il est visible qu'à cause du synchronisme de toutes les fibres, en quelque milieu qu'elles se trouvent, il se formera toûjours dans un tems donné un égal nombre de fibres nouvelles, soit longues, soit petites ; ainsi la vîtesse du progrès ou de la propagation de la lumiére par deux différens milieux, sera absolument proportionnelle à la longueur respective de chaque fibre formée dans ces deux milieux, par conséquent aussi réciproquement proportionnelle à la racine quarrée du sinus de l'angle de réfraction qui se fait lorsqu'un rayon passe obliquement d'un de ces milieux dans l'autre. Mais on connoît par l'expérience la réfrangibilité des milieux, on connoîtra donc aussi le véritable rapport des vîtesses respectives avec lesquelles la lumiére se propage ou s'étend par différens milieux. *Ce qu'il falloit trouver.*

On ſuppoſe dans cette démonſtration une parfaite égalité entre les corpuſcules qui appartiennent aux deux parties d'une même fibre, qui ſe forment immédiatement avant & après la réfraction; cependant, à prendre les choſes à la rigueur, nous verrons que pour expliquer les couleurs, il faut qu'il y ait quelque petite inégalité entre ces corpuſcules, ceux de l'éther plus élaſtique dans les corps tranſparens ayant toûjours un peu plus de maſſe que ceux qui ſont dans l'éther libre & hors de ces corps.

LXXXVII.

Pour appliquer notre ſpéculation à un exemple, l'expérience enſeigne que le ſinus de l'angle d'incidence d'un rayon, qui ſortant de l'air, pénétre dans le verre commun, eſt au ſinus de l'angle de réfraction, à peu-près comme 3 à 2, ou plus préciſément, ſelon M. Newton, comme 31 à 20: je dis que la vîteſſe de la lumiére par l'air, eſt à ſa vîteſſe par le verre, come $\sqrt{20}$ à $\sqrt{31}$, ou environ comme 4 à 5. Ce rapport pourroit avoir lieu, ſi le rayon de lumiére paſſoit immédiatement de l'éther pur dans le verre, puiſque la réfrangibilité de l'air eſt ſi petite, ſelon le même M. Newton, *Opt. p. 320.* que la différence de réfraction du rayon ſortant de l'air ou immédiatement de l'éther pour entrer dans le verre, doit être inſenſible.

On voit de-là que la lumiére auroit beſoin ſeulement de 12 minutes ou de la cinquiéme partie d'une heure, pour traverſer diamétralement tout le gros globe de verre qui auroit l'orbite de la Terre pour circonférence: car 4 . 5 : : 12 . 15, ſuppoſé, ſuivant M. Newton, que la lumiére parcourre cette vaſte étendue dans l'éther en 15 minutes de tems. Que ſi un tel globe étoit d'eau, où les ſinus de réfraction & d'incidence ſont comme 3 à 4, & partant la vîteſſe de la lumiére dans l'eau, à celle qu'elle a dans l'éther, comme $\sqrt{4}$ à $\sqrt{3}$, ou à peu de choſe près comme 15 à 13, le diametre de ce globe aqueux ſeroit parcouru par la lumiére dans le tems de 13 minutes horaires, par conſéquent d'une ſeule minute plus grand que le tems qu'il lui faudroit pour parcourir le diametre de ce même globe, s'il étoit fait de verre commun. On appliquera ce calcul à telle autre matiére pellucide que l'on voudra, pourvû qu'on en connoiſſe par expérience la réfrangibilité.

LXXXVIII.

Je pourrois finir ici mon diſcours, après avoir répondu ſuffiſamment à la queſtion de l'illuſtre Académie, qui ne demandoit qu'une explication générale de la propagation de la Lumiére. Celle que j'ai l'honneur de lui préſenter, eſt tirée, comme on voit, des principes les plus clairs & les plus reconnus dans la ſublime Méchanique. Ce qui m'a donné occaſion d'expliquer non-ſeulement en général l'origine & la maniére dont ſe fait le progrès & l'extenſion de la lumiére; mais d'entrer auſſi en diſcuſſion des principales propriétés & d'autres ſymptomes curieux qui l'accompagnent, & que je crois avoir éclaircis à la ſatisfaction du Lecteur équitable. Cependant la production des couleurs, dont la ſource ſe trouve dans la lumiére même, eſt une matiére trop curieuſe & trop utile pour n'en point parler. Ainſi je me flatte qu'on aura la patience d'entendre mes penſées là-deſſus, que j'expoſerai avec toute la briéveté poſſible, pour ne pas ſortir des bornes d'une juſte Diſſertation.

LXXXIX.

Des Couleurs de la Lumiére.

M. Newton dans ſon admirable Traité d'Optique, qui eſt un de ſes ouvrages dont je fais le plus de cas, a très-bien montré par un grand nombre d'obſervations & de belles expériences, que les couleurs ſe trouvent déja originairement dans la lumiére, & que pour les manifeſter, il n'y a qu'à les démêler ou ſéparer les unes des autres, leſquelles étant encore mêlées enſemble préſentent une couleur mixte, mais qui par cela même paroît uniforme, d'autant que la vûe ne ſçauroit diſcerner les couleurs primitives qui compoſent la mixte. Ainſi on a été long-tems dans l'erreur de croire, que, par exemple, la couleur de la lumiére du Soleil étoit une couleur pure ou simple; c'est ce qui a induit M. Descartes à prendre le change & à penser faussement, que les couleurs qu'on nomme *emphatiques*, telles que sont celles qu'on voit dans l'Iris, ou qui se répandent sur les objets regardés à travers un prisme de verre triangulaire, que ces couleurs, dis-je, étoient nouvellement produites par une certaine modification survenue aux mouvemens des globules célestes, qui, selon lui, forment les rayons, lorsqu'ils entrent dans l'eau ou dans le verre; & que de la diversité de cette prétendue modification provenoit la diversité des couleurs. Mais je crois qu'on est généralement désabusé de cette erreur depuis la découverte de M. Newton. Ce n'est pas que je veuille embrasser en tout le systême qu'il a donné, pour expliquer l'origine & la cause des couleurs : car comme son systême differe beaucoup de ma théorie, il me seroit impossible de lui accéder dans toutes les circonstances, & particuliérement dans la maniére d'expliquer la propagation de la lumiére. Il suffit de dire, que je suis persuadé comme lui, mais par mes propres raisons, que les couleurs sont primitives & existantes dans la lumiére, dès que celle-ci existe elle-même.

X C.

En lisant l'ouvrage de M. Newton, on verra 1°. qu'il fait consister la propagation de la lumiére dans une effusion continuelle de petites particules dures, qui sont lancées avec une force & une vîtesse prodigieuse du corps lumineux lui-même; par exemple, du Soleil. Il croit 2°. que ces particules en partent & s'en viennent à nous par un mouvement de transport effectif, ensorte que celles qui frappent nos yeux dans ce moment, étoient encore dans le Soleil 7 ou 8 minutes auparavant. 3°. Une infinité de ces particules solides qui se suivent à la file & en ligne droite, fait ce qu'il nomme un rayon solaire. 4°. Il suppose qu'en général les particules sont de différente grosseur & lancées avec différente force, que les plus grosses acquiérent plus de rapidité que les plus subtiles. Il veut 5°. que chaque rayon considéré séparément, soit composé de particules d'égale grosseur & d'égale vîtesse, quoique sans en dire la raison. 6°. Chacun de ces rayons simples, s'il venoit séparément des autres à frapper nos yeux, exciteroit en nous la sensation d'une certaine couleur, selon la grosseur & la force des particules dures qui le composent; ainsi celles qui sont les plus grosses & les plus rapides, font le rayon simple du premier ordre, qui est d'une nature à produire la plus vive couleur, sçavoir le rouge foncé & éclatant; après ce rayon il considére les autres simples qui descendent par degré de force & de vîtesse, dont chacun a sa propre couleur, qui convient à son degré de force & de vîtesse. Il distribue ces rayons colorés en cinq classes principales, suivant l'ordre qu'observe la nature dans l'arc-en-ciel & dans la lumiére projettée par un prisme de verre sur une parois opposée au Soleil, qui sont le rouge, le jaune, le verd, le bleu & le violet. Ceux des rayons qui sont d'une constitution moyenne entre deux voisins principaux, différeront de chacun en couleur, & participeront pourtant de leur nature plus de l'un que de l'autre, selon qu'il en approche plus ou moins. De-là vient, que les cinq sortes de couleurs ne se terminent pas brusquement, mais qu'elles se perdent insensiblement & par nuances les unes dans les autres. Mais 7°. les rayons simples de tout ordre sortant du corps lumineux pêle-mêle, chaque filament de ces rayons, quelque subtil ou délié qu'il soit, doit être considéré comme un rayon composé d'une infinité de rayons simples & indivisibles en forme de pinceau contenant grand nombre de brins ou de poils très-fins. C'est là la raison 8°. pourquoi la lumiére qui part immédiatement du Soleil, paroît avoir une couleur uniforme, quoiqu'elle soit mixte & composée d'une infinité d'autres différentes. Enfin 9°. M. Newton, fondé sur ces raisons, conclud qu'un rayon composé, lorsqu'il tombe obliquement sur une surface réfringeante, doit se séparer en ses rayons purs & simples, parce que ceux de ces rayons, qui ont le plus de force à passer, souffriront une moindre réfraction, en s'écartant moins de leur direction commune, que ne ſont ceux qui ſont plus foibles, & qui par conſéquent en ſe détournant davantage ſubiſſent une plus grande réfraction. D'où il ſuit néceſſairement, que par une telle diſperſion des rayons ſimples, la couleur primitive de chacun paroîtra diſtinctement à l'endroit où elle tombe ſéparée des autres.

XCI.

Voilà le précis de ce qui fait le ſyſtême de M. Newton ſur la nature des couleurs; quoique ma théorie s'accorde avec le réſultat de ſon ſentiment, elle en diffĕre pourtant dans les circonſtances & dans les principaux points que je viens de rapporter. Car au lieu que chez lui les particules dures, qui font la matiére des rayons ſolaires, ſortent du Soleil luimême, & ſe lancent avec une rapidité énorme ſur les objets les plus éloignés par un mouvement de tranſport; chez moi, ce ne ſont que les corpuſcules ſolides dans l'éther & hors du corps lumineux, qui ſe trouvent ſur la direction des fibres lumineuſes, excitées d'abord par les violentes ſecouſſes du Soleil que reçoit l'éther d'alentour, & multipliées enſuite chacune en ſa direction commencée juſqu'à de très-grandes diſtances, ſans que les corpuſcules ſortent de leurs fibres, & faſſent autre choſe que trémouſſer avec les vibrations des fibres. Pour expliquer les différentes ſortes de rayons ſimples, qui portent avec eux les couleurs de différents ordres, M. Newton eſt obligé, comme moi, de ſuppoſer les particules dures de grandeur & de force différente; mais il ne démontre pas, d'où vient qu'un rayon ſimple eſt compoſé d'une grande file de particules parfaitement égales en grandeur & en vîteſſe; & qu'un autre rayon eſt pareillement compoſé de particules égales, mais d'un autre genre de grandeur & de force, & ainſi de tous les autres. Mais qu'eſt-ce qui peut faire ce choix, ou qu'eſt-ce qui fournit à chaque rayon des particules uniformes, qui lui conviennent pour telle ou telle couleur? ne ſemble-t-il pas, que toutes ces particules ſe trouvant dans le vaſte Océan de la matiére ſolaire, mêlées confuſément & au hazard, devroient ſortir ſans diſtinction de groſſeur & de force par tous les points de la ſurface du Soleil,

& qu'ainſi chacun des rayons ſeroit compoſé de particules de toute ſorte de grandeur; quelle des couleurs porteroit-il donc avec lui? voudroit-on peut-être conſidérer la ſurface du Soleil, comme une lame percée à jour d'une infinité de petits trous de différens diamétres en forme de tamis ou de crible? cela ne ſatisferoit pas mieux, puiſqu'on verroit bien pourquoi les plus petits trous ne laiſſeroient paſſer que les plus petites molécules; mais il n'y auroit aucune raiſon pourquoi ceux des trous qui ſont les plus larges, ne laiſſeroient pas échapper les moindres molécules pêle-mêle avec les plus groſſes. Ce qui interromproit déja l'uniformité d'un rayon ſimple, requiſe pour produire une certaine couleur primitive, excepté peut-être le ſeul rayon formé par les plus petites particules, lequel, ſuivant le ſentiment de M. Newton, doit porter le violet.

XCII.

Cette difficulté ne ſe rencontre pas dans mon ſyſtême des fibres lumineuſes; j'ai montré ci-deſſus (§. XXXIII. & XXXIV.) la raiſon pourquoi dans la formation de ces fibres les corpuſcules, qui ſont diſperſés confuſément dans l'éther, doivent ſe ranger enſorte que toute une ſuite de fibres ſecondaires, (de celles au moins qui ſe font dans un milieu uniforme & homogéne,) n'enfile que des corpuſcules d'une même groſſeur avec ceux de leur fibre principale; la loi du mouvement conſpirant des vibrations ſynchrones par toute la longueur de la ſuite, demande cette parfaite égalité des corpuſcules dont elle eſt chargée; parce que tout autre de différente grandeur qui pourroit troubler le ſynchroniſme commun en ſeroit bientôt ſequeſtré, par cela même qu'il ne pourroit pas s'accommoder à leurs vibrations, comme je l'ai expliqué plus au long à l'endroit cité.

XCIII.

Et l'éther pur étant ſans doute le milieu le plus parfaitement homogéne, il eſt dans une entiére indifférence à être impregné de corpuſcules de toutes ſortes de grandeur, dont il ſe formera des fibres, & par conſéquent des rayons de tout ordre poſſible; mais il ne paroît pas en être de même des

autres

autres milieux particuliers & sensibles, dont chacun, selon sa propre constitution, doit avoir non-seulement son éther qu'il renferme plus condensé à un certain degré qu'il n'est, quand il est libre & en masse, comme nous l'avons prouvé ci-dessus; mais aussi les corpuscules qui y nagent & qui doivent former les fibres, seront plus d'une grandeur égale & déterminée, selon que le demande la nature du milieu. Il est donc visible, que quand un rayon composé, ou un pinceau de rayons simples, tombe obliquement sur la surface réfringeante *CD*, celles des fibres *AE*, dont les corpuscules *m*, *m*, *m*, &c. animés de l'élasticité de leur éther sont d'une grandeur à recevoir des forces accélératrices, qui approchent le plus des forces accélératrices des corpuscules *n*, *n*, *n*, &c. de la fibre *EB*, qui doit la contrebalancer; cette fibre *AE*, dis-je, étant prolongée en *EF*, aura une situation, dont s'écartera le moins qu'il est possible la situation de la fibre *EB*; c'est-à-dire, que l'angle de réfraction *BES* pour ce rayon simple représenté par *AE*, sera le plus grand qu'il peut être, & que tous les autres simples contenus dans le même pinceau souffriront de plus grandes réfractions, ou feront de plus petits angles *BES*, à mesure que les forces accélératrices de leurs corpuscules sont plus inégales à celles des corpuscules du milieu, par lequel doit passer la lumiére. Donc le rayon composé en y entrant doit se disperser en simples, & se faire voir chacun sous la couleur qui lui convient. Fig. 4.

XCIV.

Les milieux terrestres & denses, tels que le diamant, le verre, l'eau, &c. ont tout leur éther renfermé plus élastique, comme nous l'avons dit, qu'il n'est dans son état naturel, & les uns plus que les autres: mais considérons maintenant lesquels des corpuscules, dont est chargé l'éther libre, peuvent acquérir le plus de force accélératrice, lorsque leurs fibres sont en vibration, pour que les rayons simples souffrent la moindre réfraction possible. M. Newton croit que ce sont celles des particules qui ont le plus de masse, & en même tems le plus de vîtesse; ce qui seroit vrai, s'il avoit

démontré de quelle maniére ces deux qualités peuvent subsister ensemble; mais comme ce n'est qu'une simple supposition, qui n'est pas démontrable par son systême, je me trouve obligé de m'écarter ici de son sentiment & de dire, qu'en vertu de ma théorie il faut que les plus petits corpuscules soient les plus propres à faire que les fibres, d'ailleurs en tout égales, acquiérent de très-promptes vibrations. Témoin aussi les cordes de musique d'égale longueur & tendues par égales forces, mais d'épaisseur inégale, dont il
p. 25. & 27. est démontré dans le Tome III. des Comment. de Petersbourg, que le nombre de vibrations latitudinales de chacune est exprimé par $\frac{p\sqrt{(D\times P)}}{\sqrt{(AB\times L)}}$, pendant la durée d'une oscillation du Pendule D, où p signifie toûjours l'exposant de la raison entre la circonférence & le diametre; P la force ou le poids qui tend la corde, dont AB est la longueur, & L la quantité de matiére; ensorte que deux cordes où P & AB se trouvent de part & d'autre être de mesure égale, mais différentes en grosseur ou en quantité de matiére L, feront dans un tems donné des vibrations, dont les nombres seront réciproquement en raison soudoublée de leur grosseur, ou, ce qui revient au même, en simple raison inverse des diametres des cordes. Or, nous avons déja vû, que les fibres élastiques par compression observent la même loi, en faisant leurs vibrations longitudinales, qu'observent les cordes élastiques par tension, quand elles trémoussent en sens latitudinal.

XCV.

Fig. 4. Ayant donc prouvé (§. LXXXIII.) que les deux fibres AE, EB diversement élastiques entretiendront le point E (mobile sur CD) en équilibre, lorsque les sinus des angles AER, BES, sont en raison inverse des élasticités des fibres par le principe de Statique; ce qui a lieu, quand même les fibres cesseroient de trémousser, vû que c'est en vertu des pressions seules de leur éther opposées l'une à l'autre sous ces angles que doit se faire l'équilibre; il est manifeste, que les corpuscules m, m, m, &c. de la fibre AE, que je suppose

maintenant un peu plus petits que les corpuscules *n*, *n*, *n*, &c. de la fibre *E B*, recevant par leurs vibrations plus de vîtesse actuelle, que ceux de son antagoniste, il est, dis-je, manifeste, que par ce nouvel accroissement de force, quelque petit qu'il soit, la force de la fibre *A E* l'emporteroit sur celle de la fibre *E B*; afin donc que l'équilibre soit conservé, il faut, en conséquence du même principe de Statique, que la situation de la fibre *E B* se rapproche tant soit peu de *E F* pour rendre sa force plus directement opposée à celle de *A E*. Il en est à peu près ici comme d'un lévier à bras inégaux, qui étant chargé de deux poids en raison réciproque de la longueur des bras, resteroit en équilibre, tant qu'il ne survien-droit point de mouvement aux poids; mais dès qu'on imprimeroit à chacun des forces accélératrices, & en même sens une plus grande au petit qu'à l'autre, on conçoit bien que celui-là, nonobstant qu'il fût le plus petit, l'emporteroit sur celui-ci, & que l'équilibre se détruiroit.

XCVI.

La conclusion que je tire de ce raisonnement, tend à prononcer, que celui des rayons simples (contenus dans un rayon composé) qui souffre le moins de réfraction, & qui donne la couleur rouge, doit être chargé de corpuscules qui sont les plus petits ou les plus subtils de tous ceux qui sont mêlés dans l'éther, & que par conséquent les plus gros sont ceux qui entrent dans le rayon violet, lequel s'écartant le plus de la direction du rayon incident, doit subir la plus grande réfraction en passant d'un milieu dans un autre de différente nature; & enfin que les rayons simples de couleur intermédiaires se rangeront par la réfraction entre les deux extrêmes suivant l'ordre de petitesse des corpuscules, depuis le rouge comme le plus fort & le plus vif, jusqu'au violet comme le plus foible & le plus sombre, le tout conformément à l'expérience.

XCVII.

Il est vrai que la différence entre la plus grande & la plus petite réfraction des deux rayons extrêmes est bien petite;

car le rayon incident & le rompu étant pris aſſez près de la perpendiculaire, afin que les angles ſoient ſenſiblement comme leurs ſinus, M. Newton trouve par ſes expériences, que l'angle compris entre les deux rayons extrêmes qui terminent le rouge & le violet, eſt la vingt-ſeptiéme & demie partie de l'angle de moyenne réfraction. D'où il conclud (*p. 94.*) que les verres objectifs des Téleſcopes raſſemblent toutes ſortes de rayons paralleles à l'axe, en telle maniére, que le foyer des rayons les plus réfrangibles eſt plus près du verre objectif que le foyer des rayons les moins réfrangibles, d'environ la 27 [e] & demie partie de la diſtance qu'il y a entre l'objectif & le véritable foyer où les rayons de moyenne réfrangibilité ſe raſſemblent. Je ne ſçais ſi M. Huguens qui cite l'expérience de M. Newton faite avec le priſme de verre, a mal compris le réſultat de cette expérience, ou ſi M. Newton lui-même l'ayant peut-être refaite depuis ce tems-là avec plus d'exactitude, l'a corrigée : car M. Huguens fait la différence de la plus grande réfrangibilité à la plus petite, beaucoup moins ſenſible que ne l'a fait M. Newton, puiſqu'il dit poſitivement, que l'intervalle des deux foyers n'eſt que la cinquantiéme partie de la diſtance totale entre le verre & le foyer des rayons rouges.

Opt. edit. Franç. p. 93.

Diopt. Latine imprimée à Leyde 1703. p. 203.

XCVIII.

Quoi qu'il en ſoit, la derniére expérience de M. Newton, comme elle ſe trouve dans ſon optique, étant ſuppoſée exacte, on pourroit déterminer par la méthode que j'ai employée ci-devant (§. LXXXVI.) la raiſon des vîteſſes avec leſquelles le rayon rouge & le violet marchent dans un même milieu : car en prenant d'abord la nature de la réfraction à l'ordinaire, on conſidéreroit le rayon rouge comme un rayon incident ſur une ſurface réfringeante en raiſon de 27 à 28, & le violet comme le rayon rompu par la force réfractive d'un milieu, dans lequel le rayon rouge doit entrer ; ou réciproquement le violet pourroit être conſidéré comme un rayon incident, & le rouge comme ſon rompu, enſorte que le ſinus de l'angle d'incidence ſeroit au ſinus de l'angle de réfraction comme 28 à 27. Sur ce pied-là on trouveroit par ladite méthode, avec combien de rapidité chacun de ces deux rayons extrêmes devroient se mouvoir dans un même lieu : car la vîtesse du rouge seroit à celle du violet comme $\sqrt{28}$ à $\sqrt{27}$, ou à peu près : : 55, 54; supposé donc avec M. Newton que la lumiére emploie $7\frac{1}{2}$ minutes, ce qui fait 450 secondes, à parcourir la distance entre le Soleil & la Terre; il faut instituer cette analogie, comme 55 est à 55-54 ou à 1, ainsi 450 est à $8\frac{2}{11}$, qui marque le nombre de secondes que le rayon rouge emploie à parcourir le demi-diamétre du grand orbe plus vîte que le violet; cela veut dire, qu'un trait de lumiére qui part dans cet instant du Soleil, commencera dans le premier moment de son arrivée sur la terre à se faire sentir rouge $8\frac{2}{11}$ secondes avant qu'il paroisse sous sa clarté naturelle & totale.

XCIX.

Pour le vérifier, il me vient sur cela une pensée assez curieuse pour M[s] les Observateurs; si, comme il arrive quelquefois, une grande tache sur le disque du Soleil venoit à disparoître subitement, & qu'une lumiére éclatante (que Descartes nomme *facule*) prît sa place, je pense pour sûr, que dans le premier commencement de cette apparition, la facule paroîtroit sous une couleur plus rouge que le reste du disque, & qu'au contraire si une grande tache venoit subitement du fond du Soleil, laquelle couvriroit une partie de sa lumiére; cette partie avant que d'être abolie entiérement, paroîtroit sous la couleur du violet, ou pour un moment, d'un bleu sombre, parce que le violet seroit peut-être trop foible pour être sensible. Par la même raison, les Satellites de Jupiter, toutes les fois qu'ils iroient se cacher dans son ombre, avant que de disparoître totalement, devroient changer leur lumiére évanouissante en bleu obscur, & toutes les fois aussi qu'ils sortiroient de l'ombre, leur lumiére commenceroit par paroître rouge; mais je crains beaucoup que le peu de vivacité d'une lumiére empruntée qui vient de si loin, réfléchie par ces petits corps, qui paroissent quasi comme des points, ne permette pas d'appercevoir assez sensiblement ces changemens de couleur; quoique sans cela l'observation auroit cet avantage sur celle qu'on feroit des taches solaires, que la Terre pouvant s'éloigner de Jupiter presque six fois plus qu'elle n'est du Soleil, sçavoir, quand elle est un peu avant ou après l'opposition avec Jupiter, la différence des tems que le rayon rouge & le violet employent à parcourir cette distance, feroit aussi six fois plus grande que quand ils ne viennent que du Soleil; cette différence des tems feroit donc ici de $6 \times 8 \frac{2}{11}$ ou environ de 49 secondes, ce qui ne feroit pas tout-à-fait $\frac{5}{6}$ d'une minute.

Je ne dis rien des Satellites de Saturne; la lumiére qui s'en réfléchit jusqu'à nous étant beaucoup trop foible pour espérer quelque changement de couleur qui fût sensible; il suffit de faire remarquer, que vû la longueur du trajet entre Saturne & la Terre, lorsque ces deux Planetes ne sont pas loin de leur opposition par rapport au Soleil, la lumiére rouge qui viendroit de l'une à l'autre anticiperoit le violet environ du double de ce que nous avons trouvé pour les Satellites de Jupiter, sçavoir de 100 secondes ou de $1 \frac{2}{3}$ minutes.

C.

Si ces spéculations n'ont pas grande utilité pour l'Astronomie, elles ne laissent pas de mériter l'attention d'un Physicien; d'autant plus qu'elles me paroissent appartenir directement au sujet en question, qui veut sans doute, qu'on n'explique pas seulement la propagation de la lumiére & la proportion des différentes vîtesses qu'elle doit avoir en différens milieux, mais aussi la proportion des différentes vîtesses que doivent avoir les rayons primitifs de différentes couleurs, pendant qu'ils se trouvent dans un même milieu; matiére que personne, que je sçache, n'a traitée encore, mais dont l'explication, comme je me flatte, a été tirée assez naturellement des principes de ma théorie. Il me faudroit composer un ouvrage aussi gros que celui de M. Newton, si je voulois sortir du sujet proposé, & entrer avec lui dans un détail des particularités très-curieuses sur la production des couleurs; ſur-tout de celles qui s'obſervent ſur des lames très-minces de verre, d'eau, d'air, &c. lorſqu'elles ſont entre deux corps tranſparens dont la denſité différe de la leur; comme, par exemple, la pellicule d'une grande bulle d'eau ſavonneuſe, étant, comme elle eſt, terminée par l'air extérieur & intérieur, montre les plus belles couleurs de toute eſpéce; c'eſt ſur quoi M. Newton fait ſes raiſonnemens fondés ſur des expériences très-délicates, dont il remplit preſque tout le ſecond Livre de ſon Optique. Ce qu'il dit entr'autres (*p. 223. & ſuiv.*) de l'apparition des couleurs ſur les verres objectifs de grands Téleſcopes qui ſe touchent, eſt très-digne de l'attention & de l'examen du Lecteur : il prit donc deux de ces verres, l'un plan convexe propre à un Téleſcope de 14 pieds, & l'autre convexe des deux côtés, deſtiné à un Téleſcope d'environ 50 pieds; & appliquant le côté plan du premier ſur une des convexités de l'autre, il les preſſa doucement l'un contre l'autre, ce qui produiſit d'abord un grand nombre d'anneaux diverſement colorés, qui paroiſſoient avoir exactement pour centre le point de contact, lorſqu'il avoit l'œil placé dans l'axe des verres; & dans le contact il ſe trouva une tache noire ou blanche, ſelon que l'œil étoit entre le jour & le verre, ou le verre entre l'œil & le jour.

CI.

La cauſe immédiate de ce phénomene extraordinaire eſt ſans doute la ſéparation ou la décompoſition de la lumiére mixte en ſes rayons ſimples & primitifs, dont chacun occupant ſa place particuliére, ſe manifeſte ſous la couleur qui lui eſt naturelle; cette cauſe eſt générale par-tout où l'on voit la lumiére changée en diverſes couleurs. Mais il eſt difficile d'expliquer de quelle maniére ſe fait ici la décompoſition de la lumiére, puiſqu'il eſt clair qu'il n'en eſt pas des deux verres objectifs, qui montrent ces couleurs ſur leurs ſurfaces, comme du priſme triangulaire, lequel, à cauſe de la différente réfrangibilité des rayons primitifs, les diſperſe & les jette au loin ſur une étendue aſſez conſidérable pour en appercevoir les couleurs très-distinctement. M. Newton donne de ce merveilleux phénomene une explication qui est, à la vérité, au-dessus de tout ce qu'on peut imaginer de plus ingénieux, & qui seroit même (sans une supposition qui n'est pas bien démontrée) parfaite en son genre, parce qu'il en déduit heureusement grand nombre de circonstances, qui toutes se vérifient par l'expérience.

CII.

Il avance donc (*p.* 327.) une proposition qu'il fonde sur ses observations, sçavoir « Que tout rayon de lumiére, » acquiert en passant à travers une surface réfringeante quelconque, une certaine constitution ou disposition transitoire » qui dans le progrès du rayon revient à intervalles égaux, » fait que le rayon, à chaque retour de cette disposition, est » transmis aisément à travers la surface réfringeante qui vient » immédiatement après, & qu'à chaque intermission de cet » état il est aisément réfléchi par cette même surface. « Ensuite il veut que cet intervalle entre le retour & l'intermission suivante est différent dans les rayons simples de différentes couleurs; d'où il conclud que quand un trait de lumiére mixte passe par une lame très-mince, comme est celle d'air contenu entre les surfaces des deux verres objectifs qui se touchent avec un peu de compression, il arrive que ceux des rayons simples, qui ont les intervalles de retour & d'intermission plus longs, quand ils seront parvenus depuis la surface antérieure jusqu'à la postérieure pendant qu'ils sont encore progressifs; ces rayons, dis-je, seront transmis, & passeront plus outre; d'autres au contraire, qui à leur arrivée à la surface postérieure ayant déja fini leur allée, se trouvent dans l'intermission, ceux-ci seront réfléchis vers la surface antérieure, & en seront derechef réfléchis ou transmis selon qu'ils se trouvent dans l'un ou l'autre état à l'instant de leur incidence, & ainsi consécutivement; & comme chaque rayon simple de son espéce a ses propres intervalles différents de ceux des autres, on voit bien que tous ces rayons de même eſpéce doivent ſe ſéparer des autres d'eſpéce différente : c'eſt ce qui fait la repréſentation des anneaux colorés, comme M. Newton l'explique très-bien & tout au long.

CIII.

Quoique ces raiſonnemens faſſent un effet admirable, ſi on ne regarde que le réſultat qui s'accorde preſqu'en tout avec l'expérience & les obſervations faites là-deſſus ; il y auroit néanmoins à y redire choſe & d'autres par rapport aux hypotheſes qu'il avance ſans les prouver ſuffiſamment : car ſans parler du vuide qu'il ſuppoſe, & de l'attraction qu'il attribue aux ſurfaces réfringeantes, il paroîtra très-dur de concevoir d'où peut venir au rayon de lumiére cette certaine conſtitution ou diſpoſition tranſitoire, qui, dans le progrès du rayon, revienne à intervalles égaux, d'où il déduit enſuite (*p.* 331.) ce qu'il appelle *les accès de facile réflexion, les accès de facile tranſmiſſion, & l'intervalle entre deux accès de même nom ;* ceci, dis-je, paroît d'autant plus incompréhenſible, qu'il ne balance pas de dire à la page ſuivante 332, que *ces deux ſortes d'accès viennent déja à la lumiére, dès qu'elle commence à émaner du corps lumineux, & les retient durant tout ſon progrès :* or ſi ſelon ſon ſentiment expoſé en pluſieurs endroits, ſur-tout à la page 546, queſtion 29, *les rayons de lumiére ſont de fort petits corpuſcules élancés ou pouſſés hors des corps lumineux qui paſſent à travers des milieux uniformes en ligne droite ;* comment les corps une fois mûs en ligne droite, & puis abandonnés à eux-mêmes, peuvent-ils acquérir dans un milieu uniforme des viciſſitudes de retardation, d'intermiſſion & d'accélération, & encore des viciſſitudes ſi-bien meſurées, que les intervalles entre les accès de même nom ſe faſſent préciſément en tems égaux ? Je ne vois ici aucune cauſe extérieure qui puiſſe changer la nature du mouvement toûjours progreſſif en droite ligne, & toûjours dans un même milieu où tout eſt uniforme, lequel ou réſiſte, ou ne réſiſte point ; s'il réſiſte, le mouvement doit être retardé continuellement, ſans jamais reprendre d'accélération en avant ; ſi le milieu ne réſiſte pas, le mouvement progreſſif demeurera uniforme, & gardera la vîteſſe primitivement imprimée, pendant tout le tems qu'il n'eſt pas troublé par quelque nouvelle cauſe qui lui ſurvient extérieurement; c'eſt la loi que tous les Philoſophes reconnoiſſent.

CIV.

Mon ſyſtême eſt exempt de cette difficulté; en faiſant attention à la nature des fibres lumineuſes, on conçoit avec une parfaite évidence, qu'il y a effectivement une telle réciprocation des petits corpuſcules, mais de ceux qui compoſent les fibres, qui n'en ſortent jamais, & qui tendent toûjours à ſe remettre dans leur centre d'équilibre forcé, bien loin d'être élancés du Soleil pour faire ce vaſte trajet juſqu'à la Terre infiniment plus outre. Ce ſont donc les réciprocations très-promptes des petits corpuſcules, ou leurs excurſions rapides en deçà & en delà de leur centre d'équilibre, dans leſquelles conſiſtent les vibrations longitudinales des fibres lumineuſes; ce ſont, dis-je, ces réciprocations, que l'on pourroit ſubſtituer à ces *viciſſitudes d'accès progreſſifs & regreſſifs* fort difficiles à concevoir ſelon l'idée de M. Newton. On verra que de la maniére que je les ai décrites, elles feront le même effet pour l'explication du phénomene des anneaux colorés, & de tous les autres phénomenes que ce grand homme a entrepris d'expliquer. Mais de peur de fatiguer la patience du Lecteur en m'étendant trop ſur des matiéres qui ne regardent pas directement la Propagation de la Lumiére, je finis ici mon Diſcours, que je ſoûmets à l'examen & à la ſage déciſion de l'illuſtre Académie, & de ceux de ſes membres qu'elle a choiſis, pour examiner plus rigoureuſement les piéces qu'on lui aura envoyées ſur le ſujet propoſé à tous les Philoſophes de l'Europe.

FIN.

Fig. I

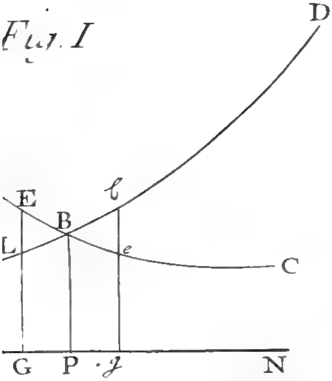


Fig. II.

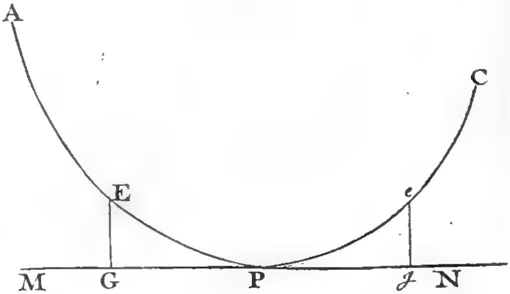


Fig. III

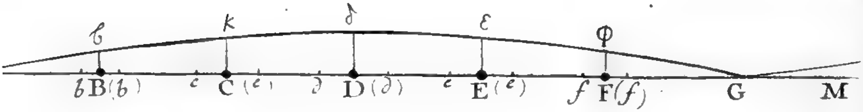
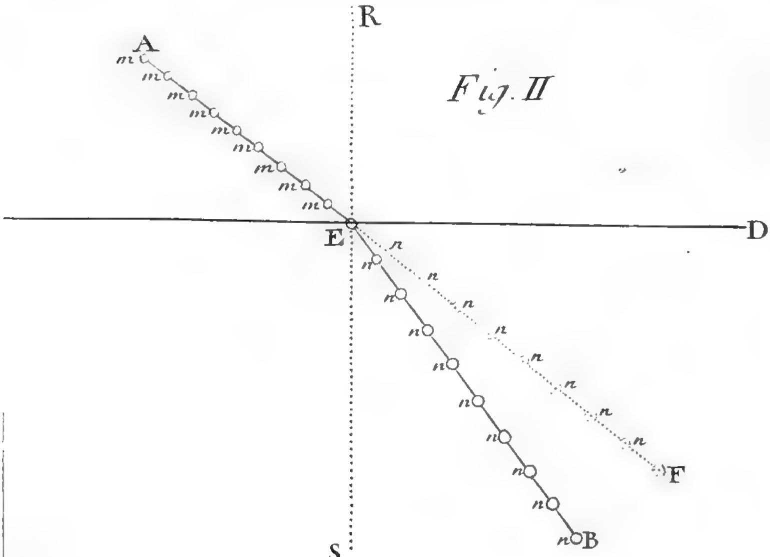


Fig. II



Année 1730.

Fig. I

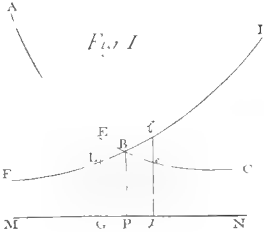


Fig. II

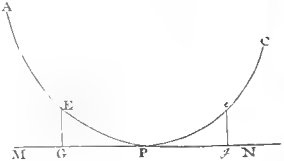


Fig. III

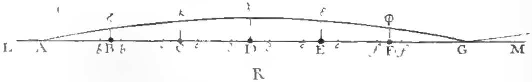
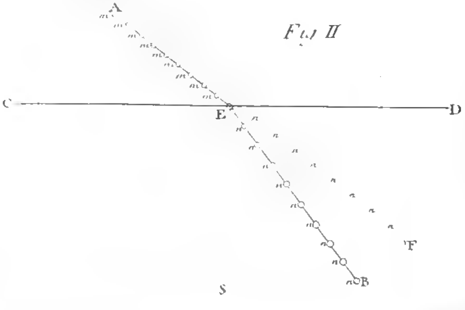


Fig. II



Simonneau Sculp.