



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### **Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### **About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

## Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

## À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>



QA

33

10992

Jobe's

TABLES  
DES SINUS  
TANGENTES  
ET SECANTES;

ET DES LOGARITHMES DES  
SINUS ET DES TANGENTES;  
& des nombres depuis l'unité jusques  
à 10000.

AVEC UN TRAITE'

DE

TRIGONOMETRIE.

PAR DE NOUVELLES DEMONSTRATIONS  
& des Pratiques tres-faciles, tant pour la  
construction des Tables, que pour la  
supputation des Triangles.

<sup>Jacques</sup>  
Par M<sup>r</sup> OZANAM, Professeur en Mathematiques.



A PARIS,  
Chez l'Auteur, rue de Seine, aux deux Anges,  
Fauxbourg S. Germain.

ET

ESTIENNE MICHALLET, rue S. Jacques,  
à l'Image S. Paul, près la Fontaine S. Severin

---

M. DC. LXXXV.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

## AU LECTEUR.

ble, tant pour la construction des Tables que pour leur usage. J'ay donné par tout des démonstrations tres-courtes, & changé les pratiques qui dépendoient des démonstrations trop longues, en d'autres plus faciles à démontrer, pour ne pas rendre ce livre trop ample, & j'ay separé comme dans ma *Geometrie Pratique*, les Theoremes d'avec les Problemes, pour le rendre plus agreable, & plus propre pour les plus & pour les moins sçavans. Comme les fautes qui se sont glissées dans l'impression des Tables se sont trouvées en tres-petit nombre, on les a corrigées à la plume, ainsi on peut s'assurer d'avoir des Tables tres-correctes & tres-exactes.



### EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAR Grace & Privilege du Roy, en datte du 22. Mars 1685.  
Signé LE PETIT: Il est permis à ESTIENNE MICHALLET, Marchand Libraire à Paris, d'imprimer ou faire imprimer pendant le temps de dix années; Un livre intitulé *les Tables des Sinus Tangentes & Secantes, & des Logarithmes des Sinus & des Tangentes, & des nombres depuis l'unité jusqu'à dix mille: avec un Traité de Trigonométrie*; Avec deffences à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'en imprimer, vendre ny débiter pendant led. temps, sans le consentement de l'Exposant, à peine de deux mil livres d'amande, confiscation des Exemplaires, & de tous dépens, dommages & interests.

Registré sur le Livre de la Communauté des Marchands Libraires & Imprimeurs de Paris; Signé, ANGOT, Sindic.

Hist. of sci.  
Vaugeois  
4-7-24  
9984

**T A B L E S**  
**D E**  
**S I N U S.**  
**T A N G E N T E S.**  
**S E C A N T E S:**  
**E T D E**  
**L O G A R I T H M E S**  
**Pour les SINUS & TANGENTES.**

Grad. o

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
	o	o	100000.00	c	o
1	29.09	29.09	100000.00	6.4637261	6.4637261
2	58.18	58.18	100000.02	6.7647561	6.7647562
3	87.27	87.27	100000.04	6.9408473	6.9408475
4	116.36	116.36	100000.07	7.0657860	7.0657863
5	145.44	145.44	100000.11	7.1626960	7.1626964
6	174.53	174.53	100000.16	7.2418771	7.2418778
7	203.62	203.62	100000.21	7.3088239	7.3088248
8	232.71	232.71	100000.27	7.3668157	7.3668169
9	261.80	261.80	100000.34	7.4179681	7.4179696
10	290.89	290.89	100000.42	7.4637255	7.4637273
11	319.98	319.98	100000.51	7.5051182	7.5051203
12	349.06	349.07	100000.61	7.5429065	7.5429091
13	378.15	378.16	100000.72	7.5776684	7.5776715
14	407.24	407.25	100000.83	7.6098530	7.6098566
15	436.33	436.33	100000.95	7.6398160	7.6398201
16	465.42	465.42	100001.08	7.6678445	7.6678492
17	494.51	494.51	100001.22	7.6941733	7.6941786
18	523.60	523.60	100001.37	7.7189966	7.7190026
19	552.68	552.68	100001.53	7.7424755	7.7424847
20	581.77	581.78	100001.70	7.7647537	7.7647619
21	610.86	610.87	100001.87	7.7859427	7.7859508
22	639.95	639.96	100002.05	7.8061458	7.8061547
23	669.04	669.05	100002.24	7.8254509	7.8254604
24	698.13	698.14	100002.44	7.8439338	7.8439444
25	727.21	727.23	100002.65	7.8616623	7.8616738
26	756.30	756.32	100002.86	7.8786953	7.8787077
27	785.39	785.41	100003.08	7.8950854	7.8950988
28	814.48	814.50	100003.31	7.9108793	7.9108938
29	843.57	843.60	100003.55	7.9261190	7.9261344
30	872.65	872.69	100003.80	7.9408419	7.9408584



## 89 Grad.

Minut	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log Tang.
	Infiniit	Infiniit	Infiniit	100000000	Infiniit.
60	100000000				
59	99999.99	343774667.	343774682.	9.9999999	13.5362739
58	99999.98	171887319.	171887348.	9.9999999	13.2352438
57	99999.96	114591530.	114591574.	9.9999998	13.0591525
56	99999.93	85943630.	85943689.	9.9999997	12.9342137
55	99999.89	68754887.	68754980.	9.9999995	12.8373036
54	99999.84	57295721.	57295809.	9.9999993	12.7581222
53	99999.79	49110600.	49110701.	9.9999991	12.6911752
52	99999.73	42971757.	42971873.	9.9999988	12.6331831
51	99999.66	38197099.	38197230.	9.9999985	12.5820304
50	99999.58	34377371.	34377516.	9.9999982	12.5362727
49	99999.49	31252137.	31252297.	9.9999978	12.4948797
48	99999.39	28647773.	28647948.	9.9999974	12.4570909
47	99999.28	26444080.	26444269.	9.9999969	12.4223285
46	99999.17	24555198.	24555402.	9.9999964	12.3901434
45	99999.05	22918166.	22918385.	9.9999959	12.3601799
44	99998.92	21485762.	21485995.	9.9999953	12.3321508
43	99998.78	20221875.	20222122.	9.9999947	12.3058214
42	99998.63	19098419.	19098680.	9.9999940	12.2809974
41	99998.47	18093220.	18093496.	9.9999934	12.2575159
40	99998.30	17188540.	17188831.	9.9999927	12.2352390
39	99998.13	16370019.	16370325.	9.9999919	12.2140492
38	99997.95	15625908.	15626218.	9.9999911	12.1938453
37	99997.76	14946502.	14946837.	9.9999903	12.1745398
36	99997.66	14323712.	14324061.	9.9999894	12.1560556
35	99997.35	13750745.	13751108.	9.9999885	12.1383262
34	99997.13	13221851.	13222229.	9.9999876	12.1212923
33	99996.91	12732134.	12732526.	9.9999866	12.1049012
32	99996.61	12277396.	12277803.	9.9999850	12.0891062
31	99996.44	11854018.	11854440.	9.9999845	12.0738656
30	99996.15	11458865.	11459301.	9.9999835	12.0591416

A ij

## Grad. 0

Munt.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	872.65	872.69	100003.80	7.940841	7.9408584
31	901.74	901.78	100004.01	7.955081	7.9550996
32	930.63	930.87	100004.33	7.968869	7.9688886
33	959.92	959.96	100004.61	7.9822334	7.9822534
34	989.00	989.05	100004.85	7.9951980	7.9952192
35	1018.09	1018.14	100005.18	8.0077865	8.0078092
36	1047.18	1047.24	100005.48	8.0200207	8.0200445
37	1076.27	1076.33	100005.79	8.0319195	8.0319446
38	1105.35	1105.42	100006.11	8.0435009	8.0435274
39	1134.44	1134.51	100006.44	8.0547814	8.0548094
40	1163.53	1163.61	100006.77	8.0657763	8.0658057
41	1192.61	1192.70	100007.11	8.0764997	8.0765306
42	1221.70	1221.79	100007.46	8.0869645	8.0869970
43	1250.79	1250.88	100007.82	8.0971832	8.0972172
44	1279.87	1279.98	100008.19	8.1071669	8.1072025
45	1308.96	1309.07	100008.57	8.1169262	8.1169634
46	1338.05	1338.17	100008.96	8.1264710	8.1265099
47	1367.13	1367.26	100009.35	8.1358104	8.1358510
48	1396.22	1396.35	100009.75	8.1449532	8.1449956
49	1425.30	1425.45	100010.16	8.1539075	8.1539516
50	1454.39	1454.54	100010.58	8.1626808	8.1627267
51	1483.48	1483.64	100011.01	8.1712804	8.1713282
52	1512.56	1512.73	100011.45	8.1797129	8.1797626
53	1541.65	1541.83	100011.89	8.1879848	8.1880364
54	1570.73	1570.93	100012.34	8.1961020	8.1961556
55	1599.82	1600.02	100012.80	8.2040703	8.2041259
56	1628.90	1629.12	100013.27	8.2118949	8.2119526
57	1657.99	1658.21	100013.75	8.2195811	8.2196408
58	1687.07	1687.31	100014.24	8.2271335	8.2271953
59	1716.16	1716.41	100014.73	8.2345568	8.2346208
60	1745.24	1745.51	100015.23	8.2418553	8.2419215

## 89 Grad.

Minute	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log Tang.
30	99996.19	11458865.0	11459301.4	9.9999835	12.0591416
29	99995.95	11089205.1	11089656.0	9.9999823	12.0449004
28	99995.66	10742648.4	10743113.8	9.9999812	12.0311114
27	99995.39	10417094.5	10417574.5	9.9999800	12.0177466
26	99995.11	10110690.2	10111184.8	9.9999788	12.0047508
25	99994.82	9821794.3	9822303.3	9.9999775	11.9921908
24	99994.52	9548947.5	9549471.1	9.9999762	11.9799555
23	99994.21	9290848.7	9291386.9	9.9999748	11.9680554
22	99993.89	9046333.6	9046886.3	9.9999735	11.9564726
21	99993.56	8814357.2	8814924.4	9.9999721	11.9451906
20	99993.23	8593979.1	8524560.9	9.9999706	11.9341943
19	99992.89	8384350.7	8384947.0	9.9999691	11.9234694
18	99992.54	8184704.1	8185315.0	9.9999676	11.9130030
17	99992.18	7994343.0	7994968.4	9.9999660	11.9027828
16	99991.81	7812634.2	7813274.2	9.9999644	11.8927975
15	99991.43	7639000.9	7639655.4	9.9999628	11.8830366
14	99991.04	7472916.5	7473585.6	9.9999611	11.8734901
13	99990.65	7313899.1	7314582.7	9.9999594	11.8641490
12	99990.25	7161507.0	7162205.2	9.9999577	11.8550044
11	99989.84	7015334.6	7016047.4	9.9999559	11.8460484
10	99989.42	6875008.7	6875736.0	9.9999541	11.8372733
9	99988.99	6740185.4	6740927.2	9.9999522	11.8286718
8	99988.55	6610547.3	6611303.6	9.9999503	11.8202374
7	99988.11	6485800.8	6486571.6	9.9999484	11.8119636
6	99987.66	6365674.1	6366459.5	9.9999464	11.8038444
5	99987.20	6249915.4	6250715.3	9.9999444	11.7958741
4	99986.73	6138290.5	6139105.0	9.9999424	11.7880474
3	99986.25	6030582.0	6031411.0	9.9999403	11.7803592
2	99985.76	5926587.2	5927430.8	9.9999382	11.7728047
1	99985.27	5826117.4	5826975.5	9.9999360	11.7653792
0	99984.77	5728996.2	5729868.5	9.9999338	11.7580785

A iii

## 1. Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	1745.24	1745.51	100015.23	8.2418553	8.2419215
1	1774.32	1774.60	100015.74	8.2490332	8.2491005
2	1803.41	1803.70	100016.26	8.2560943	8.2561649
3	1832.49	1832.80	100016.79	8.2630414	8.2631153
4	1861.58	1861.90	100017.33	8.2698810	8.2699563
5	1890.66	1891.00	100017.88	8.2766136	8.2766912
6	1919.74	1920.10	100018.43	8.2832434	8.2833234
7	1948.83	1949.20	100018.99	8.2897734	8.2898552
8	1977.91	1978.30	100019.56	8.2962067	8.2962917
9	2006.99	2007.40	100020.14	8.3025460	8.3026335
10	2036.08	2036.50	100020.73	8.3087941	8.3088842
11	2065.16	2065.60	100021.33	8.3149536	8.3150462
12	2094.24	2094.70	100021.94	8.3210169	8.3211122
13	2123.32	2123.80	100022.55	8.3270163	8.3271143
14	2152.41	2152.91	100023.17	8.3329243	8.3330242
15	2181.49	2181.01	100023.80	8.3387529	8.3388563
16	2210.57	2211.11	100024.44	8.3445043	8.3446105
17	2239.65	2240.21	100025.09	8.3501805	8.3502895
18	2268.73	2269.32	100025.75	8.3557835	8.3558958
19	2297.81	2298.42	100026.41	8.3613150	8.3614297
20	2326.90	2327.53	100027.08	8.3667762	8.3668942
21	2355.98	2356.63	100027.76	8.3721720	8.3722915
22	2385.06	2385.74	100028.45	8.3774988	8.3776223
23	2414.14	2414.84	100029.15	8.3827610	8.3828866
24	2443.22	2443.95	100029.86	8.3879622	8.3880918
25	2472.30	2473.05	100030.58	8.3931008	8.3932336
26	2501.38	2502.16	100031.30	8.3981793	8.3983152
27	2530.46	2531.27	100032.03	8.4031990	8.4033381
28	2559.54	2560.38	100032.77	8.4081614	8.4083037
29	2588.62	2589.48	100033.52	8.4130676	8.4132132
30	2617.69	2618.59	100034.28	8.4179190	8.4180679

## 88. Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	99984.77	5728996.16	5729868.85	9.9999338	11.7580785
59	99984.26	5635058.96	5635946.19	9.9999316	11.7508985
58	99983.74	5544151.67	5545053.45	9.9999294	11.7438351
57	99983.21	5456130.03	5457046.35	9.9999271	11.7368847
56	99982.67	5370858.75	5371789.62	9.9999247	11.7300437
55	99982.12	5288210.91	5289156.37	9.9999224	11.7233088
54	99981.57	5208067.26	5209027.22	9.9999200	11.7166766
53	99981.01	5130315.66	5131290.17	9.9999175	11.7101441
52	99980.44	5054850.59	5055839.65	9.9999150	11.7037083
51	99979.86	4981572.64	4982576.23	9.9999125	11.6973665
50	99979.27	4910388.06	4911406.20	9.9999100	11.6911158
49	99978.67	4841208.41	4842241.10	9.9999074	11.6849538
48	99978.06	4773950.14	4774997.38	9.9999047	11.6788779
47	99977.45	4708534.30	4709596.08	9.9999021	11.6728857
46	99976.83	4644886.20	4645962.53	9.9998994	11.6669751
45	99976.20	4582935.12	4584025.99	9.9998966	11.6611437
44	99975.56	4522614.07	4523719.49	9.9998939	11.6553895
43	99974.91	4463859.56	4464979.52	9.9998911	11.6497105
42	99974.25	4406611.32	4407745.83	9.9998882	11.6441047
41	99973.59	4350812.16	4351961.22	9.9998853	11.6385703
40	99972.92	4296407.73	4297571.34	9.9998824	11.6331055
39	99972.24	4243346.39	4244524.54	9.9998794	11.6277085
38	99971.55	4191578.99	4192771.68	9.9998764	11.6223777
37	99970.85	4141058.76	4142266.00	9.9998734	11.6171114
36	99970.14	4091741.16	4092962.95	9.9998703	11.6119082
35	99969.43	4043583.75	4044820.09	9.9998672	11.6067664
34	99968.71	3996546.05	3997796.94	9.9998641	11.6016848
33	99967.98	3950589.46	3951854.89	9.9998609	11.5966619
32	99967.24	3905677.11	3906957.09	9.9998577	11.5916963
31	99966.49	3861773.81	3863068.34	9.9998544	11.5867868
30	99965.73	3818845.93	3820155.00	9.9998512	11.5819321

## 1 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	2617.69	2618.59	100034.28	8.4179190	8.4180679
31	2646.77	2647.70	100035.05	8.4227168	8.4228690
32	2675.85	2676.81	100035.82	8.4274621	8.4276176
33	2704.93	2705.92	100036.60	8.4321561	8.4323150
34	2734.01	2735.03	100037.39	8.4367999	8.4369622
35	2763.09	2764.14	100038.19	8.4413944	8.4415603
36	2792.16	2793.25	100039.00	8.4459409	8.4461103
37	2821.24	2822.36	100039.82	8.4504402	8.4506131
38	2850.32	2851.48	100040.65	8.4548934	8.4550699
39	2879.40	2880.59	100041.48	8.4593013	8.4594814
40	2908.47	2909.70	100042.32	8.4636649	8.4638486
41	2937.55	2938.82	100043.17	8.4679850	8.4681725
42	2966.62	2967.93	100044.03	8.4722626	8.4724538
43	2995.70	2997.05	100044.90	8.4764984	8.4766933
44	3024.78	3026.16	100045.78	8.4806932	8.4808920
45	3053.85	3055.28	100046.67	8.4848479	8.4850505
46	3082.93	3084.39	100047.56	8.4889632	8.4891696
47	3112.00	3113.51	100048.46	8.4930398	8.4932502
48	3141.08	3142.63	100049.37	8.4970784	8.4972928
49	3170.15	3171.74	100050.29	8.5010798	8.5012982
50	3199.22	3200.86	100051.22	8.5050447	8.5052671
51	3228.30	3229.98	100052.15	8.5089736	8.5092001
52	3257.37	3259.10	100053.09	8.5128673	8.5130978
53	3286.44	3288.22	100054.05	8.5167264	8.5169610
54	3315.52	3317.34	100055.01	8.5205514	8.5207902
55	3344.59	3346.46	100055.98	8.5243430	8.5245860
56	3373.66	3375.58	100056.96	8.5281017	8.5283490
57	3402.73	3404.71	100057.95	8.5318281	8.5320797
58	3431.81	3433.83	100058.94	8.5355228	8.5357787
59	3460.88	3462.95	100059.94	8.5391863	8.5394466
60	3489.95	3492.08	100060.95	8.5428192	8.5430838



## 88 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	99965.73	3818845.92	3820155.00	9.9998512	11.5819312
29	99964.96	3776861.30	3778184.92	9.9998478	11.5771310
28	99964.19	3735789.17	3737127.34	9.9998445	11.5723824
27	99963.41	3695600.11	3696952.81	9.9998411	11.5676850
26	99962.62	3656265.92	3657633.18	9.9998376	11.5630378
25	99961.82	3617759.62	3619141.43	9.9998342	11.5584397
24	99961.01	3580055.33	3581451.68	9.9998306	11.5538897
23	99960.19	3543128.25	3544539.15	9.9998271	11.5493869
22	99959.36	3506954.58	3508380.03	9.9998235	11.5449301
21	99958.53	3471511.50	3472951.50	9.9998199	11.5405186
20	99957.69	3436777.09	3438231.63	9.9998162	11.5361514
19	99956.84	3402730.29	3404199.39	9.9998125	11.5318275
18	99955.98	3369350.89	3370834.53	9.9998088	11.5275462
17	99955.11	3336619.45	3338117.63	9.9998050	11.5233067
16	99954.24	3304517.27	3306030.00	9.9998012	11.5191020
15	99953.36	3273026.37	3274553.65	9.9997974	11.5149495
14	99952.47	3242129.46	3243671.29	9.9997935	11.5108304
13	99951.57	3211809.88	3213366.26	9.9997896	11.5067498
12	99950.66	3182051.60	3183622.52	9.9997856	11.5027072
11	99949.74	3152839.16	3154424.63	9.9997817	11.4987018
10	99948.81	3124157.67	3125757.70	9.9997776	11.4947329
9	99947.88	3095992.80	3097607.37	9.9997736	11.4907999
8	99946.94	3068330.70	3069959.82	9.9997695	11.4869022
7	99945.99	3041158.02	3042801.69	9.9997653	11.4830387
6	99945.03	3014461.85	3016120.10	9.9997612	11.4792098
5	99944.06	2988229.81	2989902.63	9.9997570	11.4754140
4	99943.08	2962449.91	2964137.26	9.9997527	11.4716510
3	99942.09	2937110.55	2938812.41	9.9997484	11.4679203
2	99941.09	2912200.47	2913916.88	9.9997441	11.4642213
1	99940.09	2887708.81	2889439.84	9.9997398	11.4605534
0	99939.08	2863625.33	2865370.83	9.9997354	11.4569162

## 2 Grad.

Minut	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
0	3489.95	3492.08	100060.95	8.5428192	8.5430838
1	3519.02	3521.20	100061.97	8.5464218	8.5466909
2	3548.09	3550.33	100063.00	8.5499948	8.5502683
3	3577.16	3579.45	100064.04	8.5535386	8.5538166
4	3606.23	3608.58	100065.09	8.5570536	8.5573362
5	3635.30	3637.71	100066.15	8.5605404	8.5608276
6	3664.37	3666.83	100067.21	8.5639994	8.5642912
7	3693.44	3695.96	100068.28	8.5674310	8.5677275
8	3722.51	3725.09	100069.36	8.5708357	8.5711368
9	3751.58	3754.22	100070.45	8.5742139	8.5745197
10	3780.65	3783.35	100071.55	8.5775660	8.5778766
11	3809.71	3812.48	100072.66	8.5808923	8.5812077
12	3838.78	3841.61	100073.77	8.5841933	8.5845136
13	3867.85	3870.74	100074.89	8.5874694	8.5877945
14	3896.91	3899.88	100076.02	8.5907209	8.5910509
15	3925.98	3929.01	100077.16	8.5939483	8.5942832
16	3955.05	3958.14	100078.31	8.5971517	8.5974917
17	3984.11	3987.28	100079.47	8.6003317	8.6006767
18	4013.18	4016.41	100080.63	8.6034886	8.6038386
19	4042.24	4045.55	100081.80	8.6066226	8.6069777
20	4071.31	4074.69	100082.98	8.6097341	8.6100943
21	4100.37	4103.83	100084.17	8.6128235	8.6131889
22	4129.44	4132.96	100085.37	8.6158910	8.6162616
23	4158.50	4162.10	100086.58	8.6189369	8.6193127
24	4187.57	4191.24	100087.80	8.6219616	8.6223427
25	4216.63	4220.38	100089.02	8.6249653	8.6253518
26	4245.69	4249.52	100090.25	8.6279484	8.6283402
27	4274.75	4278.66	100091.49	8.6309111	8.6313083
28	4303.82	4307.81	100092.74	8.6338537	8.6342563
29	4332.88	4336.95	100094.00	8.6367764	8.6371845
30	4361.94	4366.09	100095.27	8.6396796	8.6400931

## 87 Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	99939.08	2863625.33	2865370.85	9.9997354	11.4569162
59	99938.06	2839939.65	2841699.74	9.9997309	11.4533092
58	99937.03	2816642.18	2818416.72	9.9997265	11.4497317
57	99935.99	2793723.33	2795512.42	9.9997220	11.4461834
56	99934.95	2771173.99	2772977.69	9.9997174	11.4426638
55	99933.90	2748985.28	2750803.53	9.9997128	11.4391724
54	99932.84	2727148.61	2728981.41	9.9997082	11.4357088
53	99931.77	2705655.68	2707503.03	9.9997036	11.4322725
52	99930.69	2684498.43	2686360.33	9.9996989	11.4288632
51	99929.60	2663669.84	2665545.49	9.9996942	11.4254803
50	99928.51	2643159.96	2645050.96	9.9996894	11.4221234
49	99927.40	2622963.84	2624269.39	9.9996846	11.4187923
48	99926.29	2603073.58	2604993.68	9.9996798	11.4154864
47	99925.17	2583482.27	2585416.92	9.9996749	11.4122055
46	99924.04	2564183.23	2566132.43	9.9996700	11.4089491
45	99922.90	2545169.96	2547133.71	9.9996650	11.4057168
44	99921.75	2526436.15	2528414.45	9.9996601	11.4025083
43	99920.60	2507975.68	2509968.53	9.9996550	11.3993233
42	99919.44	2489782.62	2491790.02	9.9996500	11.3961614
41	99918.27	2471851.19	2473873.14	9.9996449	11.3930223
40	99917.09	2454175.78	2456212.28	9.9996398	11.3899057
39	99915.90	2436750.95	2438802.00	9.9996346	11.3868111
38	99914.70	2419571.40	2421637.00	9.9996294	11.3837384
37	99913.49	2402631.99	2404712.14	9.9996242	11.3806873
36	99912.28	2385927.72	2388022.42	9.9996189	11.3776573
35	99911.06	2369453.72	2371562.97	9.9996136	11.3746482
34	99909.83	2353205.25	2355329.05	9.9996082	11.3716598
33	99908.59	2337177.72	2339316.07	9.9996028	11.3686917
32	99907.34	2321366.65	2323519.55	9.9995974	11.3657437
31	99906.08	2305767.67	2307935.13	9.9995919	11.3628155
30	99904.82	2290376.55	2292558.56	9.9995865	11.3599059

## 2 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	4361.94	4366.09	100095.27	8.6396796	8.6400931
31	4391.00	4395.24	100096.55	8.6425634	8.6429825
32	4420.06	4424.38	100097.83	8.6454282	8.6458528
33	4449.12	4453.53	100099.12	8.6482742	8.6487044
34	4478.18	4482.68	100100.42	8.6511016	8.6515375
35	4507.24	4511.82	100101.73	8.6539107	8.6543522
36	4536.30	4540.97	100103.05	8.6567017	8.6571490
37	4565.36	4570.12	100104.38	8.6594748	8.6599279
38	4594.42	4599.27	100105.71	8.6622303	8.6626891
39	4623.47	4628.42	100107.05	8.6649684	8.6654332
40	4652.53	4657.57	100108.40	8.6676893	8.6681598
41	4681.59	4686.73	100109.76	8.6703922	8.6708697
42	4710.64	4715.88	100111.13	8.6730804	8.6735623
43	4739.70	4745.03	100112.51	8.6757510	8.6762393
44	4768.76	4774.19	100113.90	8.6784052	8.6788996
45	4797.81	4803.34	100115.30	8.6810433	8.6815437
46	4826.87	4832.50	100116.70	8.6836654	8.6841719
47	4855.92	4861.66	100118.11	8.6862718	8.6867844
48	4884.98	4890.82	100119.53	8.6888625	8.6893813
49	4914.03	4919.97	100120.96	8.6914379	8.6919629
50	4943.08	4949.13	100122.40	8.6939980	8.6945292
51	4972.14	4978.29	100123.85	8.6965431	8.6970806
52	5001.19	5007.46	100125.30	8.6990734	8.6996173
53	5030.24	5036.62	100126.76	8.7015889	8.7021390
54	5059.29	5065.78	100128.23	8.7040899	8.7046465
55	5088.35	5094.95	100129.71	8.7065766	8.7071395
56	5117.40	5124.11	100131.20	8.7090490	8.7096185
57	5146.45	5153.28	100132.70	8.7115075	8.7120834
58	5175.50	5182.44	100134.20	8.7139520	8.7145345
59	5204.55	5211.61	100135.71	8.7163829	8.7169719
60	5233.60	5240.78	100137.23	8.7188001	8.7193958

## 87 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	99904.82	2190376.55	2292558.56	9.9995865	11.3599069
29	99903.55	2175189.16	2277385.72	9.9995809	11.3570175
28	99902.27	2160201.48	2262412.59	9.9995753	11.3541472
27	99900.98	2145409.59	2247635.25	9.9995697	11.3512956
26	99899.68	2130809.67	2233049.89	9.9995641	11.3484625
25	99898.37	2116398.02	2218652.78	9.9995584	11.3456478
24	99897.05	2102171.00	2204440.32	9.9995527	11.3428510
23	99895.73	2188125.10	2190408.97	9.9995469	11.3400721
22	99894.40	2174256.87	2176555.29	9.9995411	11.3373109
21	99893.06	2160562.96	2162875.93	9.9995353	11.3345669
20	99891.71	2147040.10	2149367.63	9.9995297	11.3318402
19	99890.35	2133685.11	2136027.19	9.9995236	11.3291303
18	99888.98	2120494.88	2122851.51	9.9995176	11.3264372
17	99887.61	2107466.37	2109837.55	9.9995116	11.3237607
16	99886.23	2094596.63	2096982.36	9.9995056	11.3211004
15	99884.84	2081882.76	2084283.05	9.9994996	11.3184563
14	99883.44	2069321.96	2071736.80	9.9994935	11.3158281
13	99882.03	2056911.47	2059340.86	9.9994874	11.3132156
12	99880.61	2044648.61	2047092.55	9.9994812	11.3106187
11	99879.18	2032530.75	2034989.25	9.9994750	11.3080371
10	99877.75	2020555.35	2023028.40	9.9994688	11.3054708
9	99876.31	2008719.89	2011207.50	9.9994625	11.3029194
8	99874.86	1997021.95	1999524.11	9.9994562	11.3003828
7	99873.40	1985459.12	1987975.84	9.9994498	11.2978610
6	99871.93	1974029.10	1976560.36	9.9994435	11.2953535
5	99870.45	1962729.59	1965275.41	9.9994370	11.2928605
4	99868.97	1951558.37	1954118.74	9.9994306	11.2903815
3	99867.48	1940512.27	1943088.20	9.9994241	11.2879166
2	99865.98	1929592.17	1932181.65	9.9994176	11.2854655
1	99864.47	1918792.98	1921397.01	9.9994110	11.2830281
0	99862.95	1908113.67	1910732.26	9.9994044	11.2806042

3 Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	5233.60	5240.70	100137.23	8.7188002	8.7193958
1	5262.64	5269.95	100138.76	8.7211040	8.7218063
2	5291.69	5299.12	100140.30	8.7233546	8.7242035
3	5320.74	5328.29	100141.85	8.7259727	8.7265877
4	5349.79	5357.46	100143.41	8.7283366	8.7289589
5	5378.83	5386.63	100144.98	8.7306882	8.7313174
6	5407.88	5415.81	100146.55	8.7330272	8.7336631
7	5436.93	5444.98	100148.13	8.7353535	8.7359964
8	5465.97	5474.16	100149.72	8.7376675	8.7383172
9	5495.02	5503.33	100151.32	8.7399691	8.7406258
10	5524.06	5532.51	100152.93	8.7422586	8.7429222
11	5553.11	5561.69	100154.55	8.7445360	8.7452067
12	5582.15	5590.87	100156.17	8.7468015	8.7474792
13	5611.19	5620.05	100157.80	8.7490553	8.7497406
14	5640.24	5649.23	100159.44	8.7512973	8.7519892
15	5669.28	5678.41	100161.09	8.7535278	8.7542269
16	5698.32	5707.59	100162.75	8.7557469	8.7564531
17	5727.36	5736.78	100164.42	8.7579546	8.7586681
18	5756.40	5765.96	100166.10	8.7601512	8.7608719
19	5785.44	5795.15	100167.78	8.7623366	8.7630647
20	5814.48	5824.34	100169.47	8.7645111	8.7652465
21	5843.52	5853.52	100171.17	8.7666747	8.7674175
22	5872.56	5882.71	100172.88	8.7688275	8.7695777
23	5901.60	5911.90	100174.60	8.7709697	8.7717274
24	5930.64	5941.09	100176.33	8.7731014	8.7738665
25	5959.67	5970.29	100178.07	8.7752226	8.7759952
26	5988.71	5999.48	100179.81	8.7773334	8.7781136
27	6017.75	6028.67	100181.56	8.7794345	8.7802218
28	6046.78	6057.87	100183.32	8.7815244	8.7823199
29	6075.82	6087.06	100185.09	8.7836041	8.7844079
30	6104.85	6116.26	100186.87	8.785675	8.7864861



## 86. Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	99862.95	1908113.67	1910732.26	9.9994044	11.2806042
59	99861.42	1897552.26	1900185.40	9.9993978	11.2781937
58	99859.89	1887106.80	1889754.50	9.9993911	11.2757965
57	99858.35	1876775.39	1879437.65	9.9993844	11.2734123
56	99856.80	1866556.18	1869232.99	9.9993776	11.2710411
55	99855.24	1856447.34	1859138.71	9.9993708	11.2686826
54	99853.67	1846447.09	1849153.01	9.9993640	11.2663369
53	99852.09	1836553.70	1839274.17	9.9993572	11.2640036
52	99850.50	1826765.44	1829500.48	9.9993503	11.2616828
51	99848.91	1817080.67	1819830.26	9.9993433	11.2593742
50	99847.31	1807497.74	1810261.83	9.9993364	11.2570778
49	99845.70	1798015.05	1800793.75	9.9993293	11.2547933
48	99844.08	1788631.04	1791424.29	9.9993223	11.2525208
47	99842.45	1779344.17	1782151.98	9.9993152	11.2502600
46	99840.81	1770152.94	1772975.31	9.9993081	11.2480108
45	99839.16	1761055.88	1763892.80	9.9993009	11.2457731
44	99837.51	1752051.55	1754903.03	9.9992938	11.2435462
43	99835.85	1743138.54	1746004.57	9.9992865	11.2413319
42	99834.18	1734315.46	1737196.05	9.9992793	11.2391281
41	99832.50	1725580.95	1728476.10	9.9992720	11.2369353
40	99830.81	1716933.69	1719843.40	9.9992646	11.2347535
39	99829.11	1708372.38	1711296.64	9.9992572	11.2325825
38	99827.41	1699895.74	1702834.56	9.9992498	11.2304223
37	99825.70	1691502.51	1694455.89	9.9992424	11.2282726
36	99824.08	1683191.48	1686159.41	9.9992349	11.2261335
35	99822.45	1674961.44	1677943.92	9.9992274	11.2240048
34	99820.81	1666811.40	1669808.25	9.9992198	11.2218864
33	99819.16	1658739.62	1661751.22	9.9992122	11.2197782
32	99817.50	1650745.55	1653771.71	9.9992046	11.2176801
31	99815.83	1642827.89	1645868.61	9.9991969	11.2155921
30	99814.15	1634985.55	1638040.82	9.9991892	11.2135139

## 3 Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	6104.85	6116.20	100186.87	8.7856753	8.7864861
31	6133.89	6145.46	100188.66	8.7877359	8.7885544
32	6162.92	6174.66	100190.46	8.7897867	8.7906130
33	6191.96	6203.86	100192.26	8.7918278	8.7926620
34	6220.99	6233.06	100194.07	8.7938594	8.7947014
35	6250.02	6262.26	100195.89	8.7958814	8.7967313
36	6279.05	6291.47	100197.72	8.7978941	8.7987519
37	6308.08	6320.67	100199.56	8.7998974	8.8007632
38	6337.11	6349.88	100201.41	8.8018915	8.8027653
39	6366.14	6379.08	100203.26	8.8038764	8.8047583
40	6395.17	6408.29	100205.12	8.8058523	8.8067422
41	6424.20	6437.50	100206.99	8.8078192	8.8087172
42	6453.23	6466.71	100208.87	8.8097772	8.8106834
43	6482.26	6495.92	100210.76	8.8117264	8.8126407
44	6511.29	6525.13	100212.66	8.8136668	8.8145894
45	6540.31	6554.35	100214.57	8.8155985	8.8165294
46	6569.34	6583.56	100216.49	8.8175217	8.8184608
47	6598.36	6612.78	100218.41	8.8194363	8.8203838
48	6627.39	6641.99	100220.34	8.8213425	8.8222984
49	6656.41	6671.21	100222.28	8.8232404	8.8242046
50	6685.44	6700.43	100224.23	8.8251299	8.8261026
51	6714.46	6729.65	100226.19	8.8270112	8.8279924
52	6743.48	6758.87	100228.16	8.8288844	8.8298741
53	6772.51	6788.09	100230.13	8.8307495	8.8317478
54	6801.53	6817.32	100232.11	8.8326066	8.8336134
55	6830.55	6846.54	100234.10	8.8344557	8.8354712
56	6859.57	6875.77	100236.10	8.8362969	8.8373211
57	6888.59	6904.99	100238.11	8.8381304	8.8391633
58	6917.61	6934.21	100240.13	8.8399561	8.8409977
59	6946.63	6963.45	100242.16	8.8417741	8.8428245
60	6975.65	6992.68	100244.19	8.8435845	8.8446437

## 86 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	99813.48	1634985.55	1638040.82	9.9991892	II.2135139
29	99811.70	1627217.44	1630287.28	9.9991815	II.2114456
28	99809.91	1619552.53	1622606.93	9.9991737	II.2093870
27	99808.11	1611899.79	1614998.74	9.9991659	II.2073380
26	99806.30	1604348.19	1607461.70	9.9991580	II.2052986
25	99804.49	1596866.74	1599994.81	9.9991501	II.2032687
24	99802.67	1589454.48	1592597.11	9.9991422	II.2012481
23	99800.84	1582110.45	1585267.64	9.9991342	II.1992368
22	99799.00	1574833.71	1578005.45	9.9991262	II.1972347
21	99797.15	1567623.33	1570809.63	9.9991182	II.1952417
20	99795.29	1560478.41	1563679.27	9.9991101	II.1932578
19	99793.43	1553398.06	1556613.48	9.9991020	II.1912828
18	99791.56	1546381.41	1549611.39	9.9990938	II.1893166
17	99789.68	1539427.60	1542672.15	9.9990856	II.1873593
16	99787.79	1532535.80	1535794.90	9.9990774	II.1854106
15	99785.89	1525705.17	1528978.83	9.9990691	II.1834706
14	99783.98	1518934.90	1522223.12	9.9990608	II.1815392
13	99782.06	1512224.20	1515526.98	9.9990525	II.1796162
12	99780.14	1505572.27	1508889.61	9.9990441	II.1777016
11	99778.21	1498978.36	1502310.26	9.9990357	II.1757954
10	99776.27	1492441.70	1495788.16	9.9990273	II.1738974
9	99774.32	1485961.55	1489322.58	9.9990188	II.1720076
8	99772.36	1479537.18	1482912.77	9.9990103	II.1701259
7	99770.39	1473167.87	1476558.02	9.9990017	II.1682522
6	99768.42	1466852.92	1470257.63	9.9989931	II.1663866
5	99766.44	1460541.63	1464010.90	9.9989845	II.1645288
4	99764.45	1454383.32	1457817.15	9.9989758	II.1626789
3	99762.45	1448227.32	1451676.71	9.9989671	II.1608367
2	99760.44	1442122.97	1445585.92	9.9989584	II.1590023
1	99758.42	1436069.61	1439547.13	9.9989496	II.1571755
0	99756.40	1430066.63	1433558.70	9.9989408	II.1553563

## 4 Grad.

Minut.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	7845.91	7870.17	100309.22	8.8946433	8.8959842
31	7874.91	7899.44	100311.52	8.8962455	8.8975963
32	7903.91	7928.71	100313.83	8.8978418	8.8992026
33	7932.90	7957.98	100316.15	8.8994322	8.9008030
34	7961.90	7987.26	100318.48	8.9010168	8.9023977
35	7990.90	8016.53	100320.81	8.9025955	8.9039866
36	8019.89	8045.81	100323.15	8.9041685	8.9055697
37	8048.89	8075.09	100325.50	8.9057358	8.9071472
38	8077.88	8104.37	100327.86	8.9072975	8.9087190
39	8106.87	8133.65	100330.23	8.9088535	8.9102853
40	8135.87	8162.93	100332.61	8.9104039	8.9118460
41	8164.86	8192.21	100335.00	8.9119487	8.9134012
42	8193.85	8221.50	100337.40	8.9134881	8.9149509
43	8222.84	8250.78	100339.80	8.9150219	8.9164952
44	8251.83	8280.07	100342.21	8.9165504	8.9180340
45	8280.82	8309.36	100344.63	8.9180734	8.9195675
46	8309.81	8338.65	100347.06	8.9195911	8.9210957
47	8338.80	8367.94	100349.50	8.92111034	8.9226186
48	8367.78	8397.23	100351.95	8.9226105	8.9241363
49	8396.77	8426.53	100354.41	8.9241123	8.9256487
50	8425.76	8455.83	100356.87	8.9256089	8.9271560
51	8454.74	8485.12	100359.34	8.9271003	8.9286581
52	8483.73	8514.42	100361.82	8.9285866	8.9301552
53	8512.71	8543.72	100364.31	8.9300678	8.9316471
54	8541.69	8573.02	100366.81	8.9315439	8.9331340
55	8570.67	8602.33	100369.32	8.9330150	8.9346160
56	8599.66	8631.63	100371.84	8.9344811	8.9360929
57	8628.64	8660.94	100374.36	8.9359422	8.9375650
58	8657.62	8690.25	100376.89	8.9373983	8.9390321
59	8686.60	8719.56	100379.43	8.9388496	8.9404944
60	8715.57	8748.87	100381.98	8.9402960	8.9419518

## 85 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	99691.75	1270610.47	1274549.48	9.9986591	11.1040158
29	99689.44	1265912.46	1269856.04	9.9986492	11.1024037
28	99687.15	1261239.00	1265197.15	9.9986392	11.1007974
27	99684.85	1256599.71	1260572.42	9.9986292	11.0991970
26	99682.54	1251994.20	1255981.48	9.9986191	11.0976023
25	99680.22	1247422.12	1251423.97	9.9986090	11.0960134
24	99677.89	1242883.10	1246899.52	9.9985988	11.0944303
23	99675.55	1238376.79	1242407.77	9.9985886	11.0928528
22	99673.20	1233902.82	1237948.37	9.9985784	11.0912810
21	99670.85	1229460.85	1233520.97	9.9985682	11.0897147
20	99668.49	1225050.55	1229125.23	9.9985579	11.0881540
19	99666.12	1220671.56	1224760.82	9.9985475	11.0865988
18	99663.74	1216323.56	1220427.39	9.9985372	11.0850491
17	99661.35	1212006.22	1216124.62	9.9985268	11.0835048
16	99658.95	1207719.22	1211852.18	9.9985163	11.0819660
15	99656.55	1203462.23	1207609.76	9.9985058	11.0804325
14	99654.14	1199234.95	1203397.05	9.9984953	11.0789043
13	99651.72	1195037.05	1199213.72	9.9984848	11.0773814
12	99649.29	1190868.24	1195059.48	9.9984742	11.0758637
11	99646.85	1186728.21	1190934.02	9.9984636	11.0743513
10	99644.40	1182616.67	1186837.05	9.9984529	11.0728440
9	99641.94	1178533.31	1182768.27	9.9984422	11.0713419
8	99639.48	1174477.86	1178727.39	9.9984315	11.0698448
7	99637.01	1170450.03	1174714.12	9.9984207	11.0683529
6	99634.53	1166449.53	1170728.19	9.9984099	11.0668660
5	99632.04	1162476.08	1166769.32	9.9983990	11.0653840
4	99629.54	1158529.42	1162837.23	9.9983881	11.0639071
3	99627.03	1154609.27	1158931.65	9.9983772	11.0624350
2	99624.52	1150715.36	1155052.31	9.9983663	11.0609670
1	99622.00	1146847.43	1151198.96	9.9983553	11.0595056
0	99619.47	1143005.2:	1147371.32	9.9983442	11.0580482



## 5 Grad.

Minute	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
0	8715.57	8748.87	100381.98	8.9401960	8.9419518
1	8744.55	8778.18	100384.54	8.9417376	8.9434044
2	8773.53	8807.49	100387.11	8.9431743	8.9448523
3	8802.51	8836.81	100389.69	8.9446063	8.9452954
4	8831.48	8866.12	100392.28	8.9460335	8.9477338
5	8860.46	8895.44	100394.87	8.9474561	8.9491676
6	8889.43	8924.76	100397.47	8.9488739	8.9505967
7	8918.40	8954.08	100400.08	8.9502871	8.9520211
8	8947.38	8983.41	100402.70	8.9516957	8.9534410
9	8976.35	9012.73	100405.33	8.9530996	8.9548564
10	9005.32	9042.06	100407.97	8.9544991	8.9562672
11	9034.29	9071.38	100410.61	8.9558940	8.9576731
12	9063.26	9100.71	100413.26	8.9572843	8.9590754
13	9092.23	9130.04	100415.92	8.9586703	8.9604728
14	9121.19	9159.38	100418.59	8.9600517	8.9618652
15	9150.16	9188.71	100421.27	8.9614288	8.9632545
16	9179.13	9218.04	100423.96	8.9628014	8.9646386
17	9208.09	9247.38	100426.66	8.9641697	8.9660188
18	9237.06	9276.72	100429.37	8.9655337	8.9673944
19	9266.02	9306.06	100432.08	8.9668934	8.9687658
20	9294.99	9335.40	100434.80	8.9682487	8.9701330
21	9323.95	9364.74	100437.53	8.9695999	8.9714959
22	9352.91	9394.09	100440.27	8.9709468	8.9728547
23	9381.87	9423.44	100443.02	8.9722895	8.9742092
24	9410.83	9452.78	100445.78	8.9736280	8.9755597
25	9439.79	9482.13	100448.55	8.9749624	8.9769060
26	9468.75	9511.48	100451.33	8.9762926	8.9782483
27	9497.71	9540.84	100454.11	8.9776188	8.9795865
28	9526.66	9570.19	100456.90	8.9789408	8.9809206
29	9555.62	9599.55	100459.70	8.9802589	8.9822507
30	9584.58	9628.90	100462.51	8.9815729	8.9835769



84 Grad.

Minute.	Sinus	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log Tang.
60	99619.47	1143005.23	1147371.32	9.9983442	11.0580482
59	99616.93	1139188.49	1143569.16	9.9983332	11.0565956
58	99614.38	1135396.96	1139792.20	9.9983220	11.0551477
57	99611.82	1131630.40	1136040.21	9.9983109	11.0537046
56	99609.26	1127888.55	1132312.93	9.9982997	11.0522662
55	99606.69	1124171.17	1128610.13	9.9982885	11.0508324
54	99604.11	1120478.03	1124931.56	9.9982772	11.0494033
53	99601.52	1116808.88	1121276.99	9.9982660	11.0479789
52	99598.92	1113163.50	1117646.17	9.9982546	11.0465590
51	99596.31	1109541.64	1114038.90	9.9982433	11.0451436
50	99593.69	1105943.10	1110454.92	9.9982318	11.0437328
49	99591.07	1102367.63	1106894.03	9.9982204	11.0423265
48	99588.44	1098815.01	1103355.99	9.9982089	11.0409246
47	99585.80	1095285.04	1099840.59	9.9981974	11.0395272
46	99583.15	1091777.49	1096347.61	9.9981859	11.0381342
45	99580.49	1088292.14	1092876.84	9.9981743	11.0367455
44	99577.82	1084828.80	1089428.07	9.9981629	11.0353612
43	99575.15	1081387.24	1086001.09	9.9981510	11.0339812
42	99572.47	1077967.27	1082595.69	9.9981393	11.0326056
41	99569.78	1074568.68	1079211.68	9.9981275	11.0312342
40	99567.08	1071191.26	1075848.84	9.9981158	11.0298670
39	99564.37	1067834.84	1072506.99	9.9981040	11.0285043
38	99561.65	1064499.19	1069185.92	9.9980921	11.0271453
37	99558.92	1061184.14	1065885.45	9.9980802	11.0257908
36	99556.19	1057889.50	1062605.38	9.9980683	11.0244403
35	99553.45	1054615.07	1059345.53	9.9980563	11.0230940
34	99550.70	1051360.67	1056105.70	9.9980443	11.0217517
33	99547.94	1048126.11	1052885.72	9.9980323	11.0204135
32	99545.17	1044911.22	1049685.41	9.9980202	11.0190794
31	99542.40	1041715.81	1046504.58	9.9980081	11.0177493
30	99539.62	1038539.71	1043343.05	9.9979960	11.0164231

## 5 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	9584.58	9628.90	100462.51	8.9815729	8.9835769
31	9613.53	9658.26	100465.33	8.9828829	8.9848991
32	9642.48	9687.63	100468.16	8.9841889	8.9862173
33	9671.44	9716.99	100470.99	8.9854910	8.9875317
34	9700.39	9746.35	100473.83	8.9867891	8.9888421
35	9729.34	9775.72	100476.68	8.9880834	8.9901487
36	9758.29	9805.09	100479.54	8.9893737	8.9914514
37	9787.24	9834.46	100482.41	8.9906602	8.9927503
38	9816.19	9863.83	100485.29	8.9919429	8.9940454
39	9845.14	9893.20	100488.18	8.9932217	8.9953367
40	9874.08	9922.57	100491.08	8.9944968	8.9966243
41	9903.03	9951.95	100493.99	8.9957681	8.9979081
42	9931.97	9981.33	100496.90	8.9970356	8.9991883
43	9960.92	10010.71	100499.82	8.9982994	9.0004647
44	9989.86	10040.09	100502.75	8.9995595	9.0017375
45	10018.81	10069.47	100505.69	9.0008160	9.0030066
46	10047.75	10098.85	100508.64	9.0020687	9.0042721
47	10076.69	10128.24	100511.60	9.0033179	9.0055340
48	10105.63	10157.63	100514.57	9.0045634	9.0067924
49	10134.57	10187.02	100517.54	9.0058053	9.0080471
50	10163.51	10216.41	100520.52	9.0070436	9.0092984
51	10192.45	10245.80	100523.51	9.0082784	9.0105461
52	10221.38	10275.20	100526.51	9.0095096	9.0117903
53	10250.32	10304.60	100529.52	9.0107374	9.0130310
54	10279.25	10334.00	100532.54	9.0119616	9.0142682
55	10308.19	10363.40	100535.57	9.0131823	9.0155021
56	10337.12	10392.80	100538.60	9.0143996	9.0167325
57	10366.05	10422.20	100541.64	9.0156135	9.0179594
58	10394.99	10451.60	100544.69	9.0168239	9.0191831
59	10423.92	10481.01	100547.75	9.0180309	9.0204033
60	10452.85	10510.42	100550.82	9.0192346	9.0216202

## 84 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log Tang.
30	99539.62	1038539.71	1043343.05	9.9979960	11.0164231
29	99536.83	1035382.74	1040200.66	9.9979838	11.0151009
28	99534.03	1032244.73	1037077.23	9.9979716	11.0137827
27	99531.22	1029125.51	1033972.52	9.9979593	11.0124683
26	99528.40	1026024.90	1030886.56	9.9979470	11.0111579
25	99525.57	1022942.76	1027818.99	9.9979347	11.0098513
24	99522.74	1019878.90	1024769.71	9.9979223	11.0085486
23	99519.90	1016833.16	1021738.55	9.9979099	11.0072497
22	99517.05	1013805.39	1018725.36	9.9978975	11.0059546
21	99514.19	1010795.42	1015729.98	9.9978850	11.0046633
20	99511.32	1007803.11	1012752.24	9.9978725	11.0033757
19	99508.44	1004828.23	1009792.00	9.9978599	11.0020916
18	99505.55	1001870.80	1006849.09	9.9978473	11.0008117
17	99502.66	998930.50	1003923.38	9.9978347	10.9995353
16	99499.76	996007.24	1001014.70	9.9978220	10.9982625
15	99496.85	993106.88	998122.91	9.9978093	10.9969934
14	99493.93	990211.25	995247.87	9.9977966	10.9957279
13	99491.00	987338.23	992389.43	9.9977838	10.9944660
12	99488.06	984481.66	989547.44	9.9977710	10.9932076
11	99485.12	981641.40	986721.76	9.9977582	10.9919529
10	99482.17	978817.32	983912.27	9.9977453	10.9907016
9	99479.21	976009.27	981118.80	9.9977323	10.9894539
8	99476.24	973217.13	978341.24	9.9977194	10.9882097
7	99473.26	970440.75	975579.44	9.9977064	10.9869690
6	99470.27	967680.00	972833.27	9.9976933	10.9857318
5	99467.28	964934.75	970102.60	9.9976803	10.9844979
4	99464.28	962204.86	967387.30	9.9976672	10.9832675
3	99461.27	959490.22	964687.24	9.9976540	10.9820406
2	99458.25	956790.68	962002.29	9.9976408	10.9808169
1	99455.22	954106.13	959332.33	9.9976276	10.9795967
0	99452.18	951436.45	956677.22	9.9976143	10.9783798

C

## 6 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	10452.85	10510.42	100550.82	9.0192346	9.0216202
1	10481.78	10539.83	100553.90	9.0204348	9.0228338
2	10510.70	10569.24	100556.99	9.0216318	9.0240441
3	10539.63	10598.66	100560.09	9.0228254	9.0252510
4	10568.56	10628.08	100563.20	9.0240157	9.0264548
5	10597.48	10657.50	100566.31	9.0252027	9.0276552
6	10626.41	10686.92	100569.43	9.0263865	9.0288524
7	10655.33	10716.34	100572.56	9.0275669	9.0300464
8	10684.25	10745.76	100575.70	9.0287442	9.0312373
9	10713.18	10775.19	100578.85	9.0299182	9.0324249
10	10742.10	10804.62	100582.01	9.0310890	9.0336093
11	10771.02	10834.05	100585.18	9.0322567	9.0347906
12	10799.94	10863.48	100588.35	9.0334212	9.0359688
13	10828.85	10892.91	100591.53	9.0345825	9.0371439
14	10857.77	10922.34	100594.72	9.0357407	9.0383159
15	10886.69	10951.78	100597.92	9.0368958	9.0394848
16	10915.60	10981.22	100601.13	9.0380477	9.0406506
17	10944.52	11010.66	100604.35	9.0391966	9.0418134
18	10973.43	11040.10	100607.58	9.0403424	9.0429733
19	11002.34	11069.54	100610.81	9.0414852	9.0441299
20	11031.26	11098.99	100614.05	9.0426249	9.0452836
21	11060.17	11128.44	100617.30	9.0437617	9.0464343
22	11089.08	11157.89	100620.56	9.0448954	9.0475821
23	11117.99	11187.34	100623.83	9.0460261	9.0487270
24	11146.89	11216.79	100627.11	9.0471538	9.0498689
25	11175.80	11246.25	100630.40	9.0482786	9.0510078
26	11204.71	11275.71	100633.70	9.0494005	9.0521439
27	11233.61	11305.17	100637.01	9.0505194	9.0532771
28	11262.52	11334.63	100640.32	9.0516354	9.0544074
29	11291.42	11364.09	100643.64	9.0527485	9.0555349
30	11320.32	11393.56	100646.97	9.0538588	9.0566595

## 83 Grad.

M. nuir.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	99452.18	951436.45	956677.22	9.9976143	10.9783798
59	99449.14	948781.49	954036.86	9.9976011	10.9771662
58	99446.09	946141.16	951411.10	9.9975877	10.9759559
57	99443.03	943515.31	948799.84	9.9975743	10.9747490
56	99439.96	940903.84	946202.96	9.9975609	10.9735452
55	99436.88	938306.63	943620.33	9.9975475	10.9723448
54	99433.79	935723.55	941051.84	9.9975340	10.9711476
53	99430.69	933154.50	938497.38	9.9975205	10.9699536
52	99427.59	930599.36	935956.82	9.9975069	10.9687627
51	99424.48	928058.02	933430.06	9.9974933	10.9675751
50	99421.36	925530.35	930916.99	9.9974797	10.9663907
49	99418.23	923016.27	928417.49	9.9974660	10.9652094
48	99415.09	920515.64	925931.45	9.9974523	10.9640312
47	99411.94	918028.38	923458.77	9.9974386	10.9628561
46	99408.79	915554.36	920999.34	9.9974248	10.9616841
45	99405.63	913093.48	918553.05	9.9974110	10.9605152
44	99402.46	910645.64	916119.80	9.9973971	10.9593494
43	99399.28	908210.74	913699.49	9.9973833	10.9581866
42	99396.09	905788.67	911292.00	9.9973693	10.9570269
41	99392.89	903379.33	908897.25	9.9973554	10.9558701
40	99389.69	900982.61	906515.12	9.9973414	10.9547164
39	99386.48	898598.43	904145.53	9.9973273	10.9535657
38	99383.26	896226.68	901788.37	9.9973132	10.9524179
37	99380.03	893867.26	899443.54	9.9972991	10.9512730
36	99376.79	891520.08	897110.95	9.9972850	10.9501311
35	99373.54	889185.05	894790.51	9.9972708	10.9489922
34	99370.28	886862.06	892482.11	9.9972566	10.9478561
33	99367.02	884551.03	890185.67	9.9972423	10.9467229
32	99363.75	882251.86	887901.09	9.9972280	10.9455926
31	99360.47	879964.46	885628.28	9.9972137	10.9444651
30	99357.18	877688.74	883367.15	9.9971993	10.9433405

## 6 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log Tang.
30	11320.32	11393.56	100646.97	9.0538588	9.0566595
31	11349.22	11423.03	100650.31	9.0549661	9.0577813
32	11378.12	11452.50	100653.66	9.0560706	9.0589002
33	11407.02	11481.97	100657.02	9.0571723	9.0600164
34	11435.92	11511.44	100660.39	9.0582711	9.0611297
35	11464.82	11540.91	100663.77	9.0593671	9.0622403
36	11493.71	11570.39	100667.15	9.0604604	9.0633482
37	11522.61	11599.87	100670.54	9.0615509	9.0644533
38	11551.51	11629.35	100673.94	9.0626386	9.0655556
39	11580.40	11658.83	100677.35	9.0637235	9.0666553
40	11609.29	11688.31	100680.77	9.0648057	9.0677522
41	11638.18	11717.80	100684.20	9.0658852	9.0688465
42	11667.07	11747.29	100687.64	9.0669619	9.0699381
43	11695.96	11776.78	100691.08	9.0680360	9.0710270
44	11724.85	11806.28	100694.53	9.0691074	9.0721133
45	11753.74	11835.78	100697.99	9.0701761	9.0731969
46	11782.63	11865.28	100701.46	9.0712421	9.0742779
47	11811.51	11894.78	100704.94	9.0723055	9.0753563
48	11840.40	11924.28	100708.43	9.0733663	9.0764321
49	11869.28	11953.78	100711.93	9.0744244	9.0775053
50	11898.16	11983.28	100715.44	9.0754799	9.0785760
51	11927.04	12012.79	100718.96	9.0765329	9.0796441
52	11955.93	12042.30	100722.48	9.0775832	9.0807096
53	11984.81	12071.81	100726.01	9.0786310	9.0817726
54	12013.68	12101.32	100729.55	9.0796762	9.0828331
55	12042.56	12130.84	100733.10	9.0807189	9.0838911
56	12071.44	12160.36	100736.66	9.0817590	9.0849466
57	12100.31	12189.88	100740.23	9.0827966	9.0859996
58	12129.19	12219.40	100743.81	9.0838317	9.0870501
59	12158.06	12248.93	100747.40	9.0848643	9.0880981
60	12186.93	12278.46	100750.99	9.0858945	9.0891438

B; Grad.

Miner.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log Tang.
30	99357.18	877688.74	383367.15	9.9971993	10.9433405
29	99353.82	875424.61	681117.61	9.9971849	10.9422187
28	99350.58	873171.98	878879.57	9.9971704	10.9410998
27	99347.27	870930.77	876652.95	9.9971559	10.9399836
26	99343.95	868700.88	874437.66	9.9971414	10.9388703
25	99340.62	866482.23	872233.61	9.9971268	10.9377597
24	99337.28	864274.75	870040.71	9.9971122	10.9366518
23	99333.93	862078.33	867858.89	9.9970976	10.9355467
22	99330.57	859892.90	865688.05	9.9970829	10.9344444
21	99327.20	857718.38	863528.12	9.9970682	10.9333447
20	99323.83	855554.68	861379.01	9.9970535	10.9322478
19	99320.45	853401.72	859240.65	9.9970387	10.9311535
18	99317.06	851259.43	857112.95	9.9970239	10.9300619
17	99313.66	849127.72	854995.84	9.9970090	10.9289730
16	99310.25	847006.51	852889.23	9.9969941	10.9278867
15	99306.84	844895.73	850793.04	9.9969792	10.9268031
14	99303.42	842795.31	848707.21	9.9969642	10.9257221
13	99299.99	840705.15	846631.65	9.9969492	10.9246437
12	99296.55	838625.19	844566.29	9.9969342	10.9235679
11	99293.10	836555.36	842511.05	9.9969191	10.9224947
10	99289.64	834495.57	840465.86	9.9969040	10.9214240
9	99286.17	832445.77	838430.65	9.9968888	10.9203559
8	99282.70	830405.86	836405.34	9.9968736	10.9192904
7	99279.22	828375.79	834389.86	9.9968584	10.9182274
6	99275.73	826355.47	832384.15	9.9968431	10.9171669
5	99272.23	824344.85	830388.12	9.9968278	10.9161079
4	99268.72	822343.84	828401.71	9.9968125	10.9150514
3	99265.21	820352.39	826424.85	9.9967971	10.9140004
2	99261.69	818370.41	824457.48	9.9967817	10.9129499
1	99258.16	816397.86	822499.52	9.9967662	10.9119019
0	99254.62	814434.64	820550.90	9.9967507	10.9108562

7 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
0	12186.93	12278.46	100750.99	9.0858945	9.0891438
1	12215.81	12307.99	100754.59	9.0869221	9.0901869
2	12244.68	12337.52	100758.20	9.0879473	9.0912277
3	12273.55	12367.05	100761.82	9.0889700	9.0922660
4	12302.41	12396.58	100765.45	9.0899903	9.0933020
5	12331.28	12426.12	100769.09	9.0910082	9.0943355
6	12360.15	12455.66	100772.74	9.0920237	9.0953669
7	12389.01	12485.20	100776.39	9.0930367	9.0963955
8	12417.88	12514.74	100780.05	9.0940474	9.0974219
9	12446.74	12544.29	100783.72	9.0950556	9.0984460
10	12475.60	12573.84	100787.40	9.0960615	9.0994678
11	12504.46	12603.39	100791.09	9.0970651	9.1004872
12	12533.32	12632.94	100794.79	9.0980662	9.1015044
13	12562.18	12662.49	100798.50	9.0990651	9.1025192
14	12591.04	12692.05	100802.22	9.1000616	9.1035317
15	12619.90	12721.61	100805.95	9.1010558	9.1045420
16	12648.75	12751.17	100809.69	9.1020477	9.1055500
17	12677.61	12780.73	100813.43	9.1030373	9.1065557
18	12706.46	12810.29	100817.18	9.1040246	9.1075591
19	12735.31	12839.86	100820.94	9.1050096	9.1085604
20	12764.16	12869.43	100824.71	9.1059924	9.1095594
21	12793.01	12899.00	100828.49	9.1069729	9.1105562
22	12821.86	12928.57	100832.28	9.1079512	9.1115508
23	12850.71	12958.15	100836.07	9.1089272	9.1125431
24	12879.56	12987.73	100839.88	9.1099010	9.1135333
25	12908.41	13017.31	100843.70	9.1108726	9.1145213
26	12937.25	13046.89	100847.52	9.1118420	9.1155072
27	12966.09	13076.48	100851.35	9.1128092	9.1164909
28	12994.94	13106.07	100855.19	9.1137742	9.1174724
29	13023.78	13135.66	100859.04	9.1147370	9.1184518
30	13052.62	13165.25	100862.90	9.1156977	9.1194291



## 82 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang
60	99254.62	814434.64	820550.90	9.9967507	10.9108562
59	99251.07	812480.71	818611.57	9.9967352	10.9098131
58	99247.51	810535.99	816681.45	9.9967196	10.9087723
57	99243.94	808600.42	814760.48	9.9967040	10.9077340
56	99240.36	806673.94	812848.60	9.9966884	10.9066980
55	99236.78	804756.47	810945.73	9.9966727	10.9056645
54	99233.19	802847.96	809051.82	9.9966570	10.9046333
53	99229.59	800948.35	807166.81	9.9966412	10.9036045
52	99225.98	799057.56	805290.62	9.9966254	10.9025781
51	99222.36	797175.55	803423.21	9.9966096	10.9015540
50	99218.74	795302.24	801564.50	9.9965937	10.9005322
49	99215.11	793437.58	799714.45	9.9965778	10.8995128
48	99211.47	791581.51	797872.98	9.9965619	10.8984956
47	99207.82	789733.96	796040.03	9.9965459	10.8974808
46	99204.16	787894.89	794215.56	9.9965299	10.8964683
45	99200.49	786064.23	792399.50	9.9965138	10.8954580
44	99196.81	784241.91	790591.79	9.9964977	10.8944500
43	99193.13	782427.90	788792.38	9.9964816	10.8934443
42	99189.44	780622.12	787001.20	9.9964655	10.8924406
41	99185.74	778824.53	785218.21	9.9964493	10.8914366
40	99182.03	777035.06	783443.35	9.9964330	10.8904406
39	99178.31	775253.66	781676.56	9.9964167	10.8894438
38	99174.59	773480.28	779917.78	9.9964004	10.8884492
37	99170.86	771714.86	778166.97	9.9963841	10.8874569
36	99167.12	769957.35	776424.06	9.9963677	10.8864667
35	99163.37	768207.69	774689.01	9.9963513	10.8854787
34	99159.61	766465.84	772961.76	9.9963348	10.8844928
33	99155.84	764731.74	771242.27	9.9963183	10.8835091
32	99152.06	763005.33	769530.47	9.9963018	10.8825276
31	99148.28	761286.57	767826.31	9.9962852	10.8815482
30	99144.49	759575.41	766129.76	9.9962686	10.8805709

Cuy

## 7 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	13052.62	13165.25	100862.90	9.1156977	9.1194291
31	13081.46	13194.84	100866.77	9.1166562	9.1204043
32	13110.30	13224.44	100870.65	9.1176125	9.1213773
33	13139.13	13254.04	100874.53	9.1185667	9.1223482
34	13167.97	13283.64	100878.42	9.1195188	9.1233171
35	13196.81	13313.24	100882.32	9.1204688	9.1242839
36	13225.64	13342.85	100886.23	9.1214167	9.1252486
37	13254.47	13372.46	100890.15	9.1223624	9.1262112
38	13283.30	13402.07	100894.08	9.1233061	9.1271718
39	13312.13	13431.68	100898.02	9.1242477	9.1281303
40	13340.96	13461.29	100901.97	9.1251872	9.1290868
41	13369.79	13490.91	100905.92	9.1261246	9.1300413
42	13398.62	13520.53	100909.88	9.1270600	9.1309937
43	13427.44	13550.15	100913.85	9.1279934	9.1319442
44	13456.27	13579.77	100917.83	9.1289247	9.1328926
45	13485.09	13609.40	100921.82	9.1298539	9.1338391
46	13513.96	13639.03	100925.82	9.1307812	9.1347835
47	13542.74	13668.66	100929.83	9.1317064	9.1357260
48	13571.56	13698.29	100933.85	9.1326297	9.1366665
49	13600.38	13727.93	100937.88	9.1335509	9.1376051
50	13629.19	13757.57	100941.92	9.1344702	9.1385417
51	13658.01	13787.21	100945.96	9.1353875	9.1394764
52	13686.83	13816.85	100950.01	9.1363028	9.1404092
53	13715.64	13846.50	100954.07	9.1372161	9.1413400
54	13744.45	13876.15	100958.14	9.1381275	9.1422689
55	13773.27	13905.80	100962.22	9.1390370	9.1431959
56	13802.08	13935.45	100966.31	9.1399445	9.1441210
57	13830.89	13965.10	100970.41	9.1408501	9.1450442
58	13859.70	13994.76	100974.52	9.1417537	9.1459655
59	13888.50	14024.42	100978.64	9.1426555	9.1468850
60	13917.31	14054.08	100982.76	9.1435553	9.1478025

## 82 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	99144.49	759575.41	766129.76	9.9962686	10.8805709
29	99140.69	757871.79	764440.75	9.9962519	10.8795957
28	99136.88	756175.67	762759.23	9.9962352	10.8786227
27	99133.06	754486.99	761085.16	9.9962185	10.8776518
26	99129.23	752805.71	759418.49	9.9962017	10.8766829
25	99125.39	751131.78	757759.16	9.9961849	10.8757161
24	99121.55	749465.14	756107.13	9.9961681	10.8747514
23	99117.70	747805.76	754462.36	9.9961512	10.8737888
22	99113.84	746153.57	752824.78	9.9961343	10.8728282
21	99109.97	744508.55	751194.37	9.9961174	10.8718697
20	99106.09	742870.64	749571.06	9.9961004	10.8709132
19	99102.21	741239.78	747954.82	9.9960834	10.8699587
18	99098.32	739615.95	746345.60	9.9960663	10.8690063
17	99094.42	737999.09	744743.35	9.9960492	10.8680558
16	99090.51	736389.16	743148.03	9.9960321	10.8671074
15	99086.59	734786.10	741559.59	9.9960149	10.8661609
14	99082.66	733189.89	739977.98	9.9959977	10.8652165
13	99078.72	731600.47	738403.18	9.9959804	10.8642740
12	99074.78	730017.80	736835.12	9.9959631	10.8633335
11	99070.83	728441.84	735273.77	9.9959458	10.8623949
10	99066.87	726872.55	733719.09	9.9959284	10.8614583
9	99062.90	725309.87	732171.02	9.9959111	10.8605236
8	99058.92	723753.78	730629.54	9.9958936	10.8595908
7	99054.93	722204.22	729094.60	9.9958761	10.8586600
6	99050.94	720661.16	727566.16	9.9958586	10.8577311
5	99046.94	719124.56	726044.17	9.9958411	10.8568041
4	99042.93	717594.37	724528.59	9.9958235	10.8558790
3	99038.91	716070.56	723019.40	9.9958059	10.8549558
2	99034.88	714553.08	721516.53	9.9957882	10.8540345
1	99030.84	713041.90	720019.96	9.9957705	10.8531150
0	99026.80	711536.97	718529.65	9.9957528	10.8521975

D

## 8 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	13917.31	14054.08	100982.76	9.1435553	9.1478025
1	13946.12	14083.74	100986.89	9.1444532	9.1487182
2	13974.92	14113.41	100991.03	9.1453493	9.1496321
3	14003.72	14143.08	100995.18	9.1462435	9.1505441
4	14032.51	14172.75	100999.34	9.1471358	9.1514543
5	14061.32	14202.43	101003.51	9.1480262	9.1523627
6	14090.12	14232.11	101007.69	9.1489148	9.1532692
7	14118.92	14261.79	101011.88	9.1498015	9.1541739
8	14147.72	14291.47	101016.07	9.1506864	9.1550769
9	14176.51	14321.15	101020.27	9.1515694	9.1559780
10	14205.31	14350.84	101024.48	9.1524507	9.1568773
11	14234.10	14380.53	101028.70	9.1533301	9.1577748
12	14262.89	14410.22	101032.93	9.1542076	9.1586706
13	14291.68	14439.91	101037.17	9.1550834	9.1595646
14	14320.47	14469.61	101041.42	9.1559574	9.1604569
15	14349.26	14499.31	101045.68	9.1568296	9.1613473
16	14378.05	14529.01	101049.95	9.1577000	9.1622361
17	14406.84	14558.71	101054.23	9.1585686	9.1631231
18	14435.62	14588.42	101058.51	9.1594354	9.1640083
19	14464.40	14618.13	101062.80	9.1603005	9.1648919
20	14493.19	14647.84	101067.10	9.1611639	9.1657737
21	14521.97	14677.55	101071.41	9.1620254	9.1666538
22	14550.75	14707.27	101075.73	9.1628853	9.1675322
23	14579.53	14736.99	101080.06	9.1637434	9.1684089
24	14608.30	14766.71	101084.40	9.1645998	9.1692839
25	14637.08	14796.44	101088.75	9.1654544	9.1701572
26	14665.85	14826.17	101093.11	9.1663074	9.1710289
27	14694.63	14855.90	101097.47	9.1671586	9.1718989
28	14723.40	14885.63	101101.84	9.1680081	9.1727672
29	14752.17	14915.36	101106.22	9.1688559	9.1736338
30	14780.94	14945.10	101110.61	9.1697021	9.1744988

## 81 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Lag. Sin.	Lag. Tang.
60	99026.80	711536.97	718529.65	9.9957521	0.8521975
59	99022.75	710038.26	717045.56	9.9957350	10.8512818
58	99018.69	708545.73	715567.64	9.9957172	10.8503679
57	99014.62	707059.34	714095.87	9.9956993	10.8494559
56	99010.54	705579.05	712630.19	9.9956815	10.8485457
55	99006.45	704104.82	711170.58	9.9956635	10.8476373
54	99002.36	702636.62	709717.00	9.9956456	10.8467308
53	98998.26	701174.41	708269.41	9.9956276	10.8458261
52	98994.15	699718.06	706827.77	9.9956095	10.8449231
51	98990.03	698267.81	705392.05	9.9955915	10.8440220
50	98985.90	696823.35	703962.20	9.9955734	10.8431227
49	98981.76	695384.73	702538.20	9.9955552	10.8422252
48	98977.62	693951.92	701120.01	9.9955370	10.8413294
47	98973.47	692524.89	699707.60	9.9955188	10.8404354
46	98969.31	691103.59	698300.92	9.9955005	10.8395431
45	98965.14	689687.99	696899.94	9.9954822	10.8386527
44	98960.96	688278.07	695504.64	9.9954639	10.8377639
43	98956.77	686873.78	694114.96	9.9954455	10.8368769
42	98952.57	685475.08	692730.89	9.9954271	10.8359917
41	98948.37	684081.96	691352.39	9.9954087	10.8351082
40	98944.16	682694.37	689979.42	9.9953902	10.8342263
39	98939.94	681312.27	688611.95	9.9953717	10.8333462
38	98935.71	679935.68	687249.95	9.9953531	10.8324678
37	98931.47	678564.46	685893.38	9.9953345	10.8315911
36	98927.23	677198.67	684542.22	9.9953159	10.8307161
35	98922.98	675838.26	683196.42	9.9952972	10.8298428
34	98918.72	674483.18	681855.97	9.9952785	10.8289711
33	98914.45	673133.41	680520.81	9.9952597	10.8281011
32	98910.17	671788.91	679190.95	9.9952409	10.8272328
31	98905.88	670449.66	677866.32	9.9952221	10.8263662
30	98901.58	669115.62	676546.91	9.9952033	10.8255012

D ij

## 8 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	14780.94	14945.10	101110.61	9.1697021	9.1744988
31	14809.71	14974.84	101115.01	9.1705465	9.1753622
32	14838.48	15004.58	101119.42	9.1713893	9.1762239
33	14867.24	15034.33	101123.84	9.1722305	9.1770840
34	14896.01	15064.08	101128.27	9.1730699	9.1779425
35	14924.77	15093.83	101132.71	7.1739077	9.1787993
36	14953.53	15123.58	101137.15	9.1747439	9.1796546
37	14982.30	15153.33	101141.60	9.1755784	9.1805082
38	15011.06	15183.09	101146.06	9.1764112	9.1813602
39	15039.81	15212.85	101150.53	9.1772425	9.1822106
40	15068.57	15242.61	101155.01	9.1780721	9.1830595
41	15097.33	15272.38	101159.50	9.1789001	9.1839068
42	15126.08	15302.15	101164.00	9.1797265	9.1847525
43	15154.84	15331.92	101168.51	9.1805512	9.1855966
44	15183.59	15361.89	101173.03	9.1813744	9.1864392
45	15212.34	15391.47	101177.56	9.1821960	9.1872802
46	15241.09	15421.25	101182.09	9.1830160	9.1881196
47	15269.84	15451.03	101186.63	9.1838344	9.1889575
48	15298.58	15480.82	101191.18	9.1846512	9.1897939
49	15327.33	15510.61	101195.74	9.1854665	9.1906287
50	15356.07	15540.40	101200.31	9.1862802	9.1914621
51	15384.82	15570.19	101204.89	9.1870923	9.1922939
52	15413.56	15599.98	101209.48	9.1879029	9.1931241
53	15442.30	15629.78	101214.08	9.1887120	9.1939529
54	15471.04	15659.58	101218.69	9.1895195	9.1947802
55	15499.78	15689.38	101223.31	9.1903254	9.1956059
56	15528.51	15719.19	101227.93	9.1911299	9.1964302
57	15557.25	15749.00	101232.56	0.1919328	9.1972530
58	15585.98	15778.81	101237.20	9.1927342	9.1980743
59	15614.72	15808.62	101241.85	9.1935341	9.1988941
60	15643.45	15838.44	101246.51	9.1943324	9.1997125

## 81 Grad.

Minut	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Erg. Tang.
30	98901.58	669115.62	676546.91	9.9952033	10.8255012
29	98897.28	667786.77	675232.68	9.9951844	10.8246378
28	98892.97	666463.07	673923.60	9.9951654	10.8237761
27	98888.65	665144.49	672619.65	9.9951464	10.8229160
26	98884.32	663831.00	671320.79	9.9951274	10.8220575
25	98879.98	662522.58	670026.99	9.9951084	10.8212007
24	98875.63	661219.19	668738.22	9.9950893	10.8203454
23	98871.28	659920.80	667454.46	9.9950702	10.8194918
22	98866.92	658627.39	666175.68	9.9950510	10.8186398
21	98862.55	657338.92	664901.84	9.9950318	10.8177894
20	98858.17	656055.38	663632.93	9.9950126	10.8169405
19	98853.78	654776.72	662368.90	9.9949933	10.8160932
18	98849.38	653502.93	661109.73	9.9949740	10.8152475
17	98844.98	652233.96	659855.40	9.9949546	10.8144034
16	98840.57	650969.81	658605.87	9.9949351	10.8135608
15	98836.15	649710.43	657361.12	9.9949158	10.8127198
14	98831.72	648455.81	656121.13	9.9948964	10.8118804
13	98827.28	647205.91	654885.86	9.9948769	10.8110425
12	98822.83	645960.70	653655.28	9.9948573	10.8102061
11	98818.38	644720.17	652429.38	9.9948377	10.8093713
10	98813.92	643484.28	651208.12	9.9948181	10.8085379
9	98809.45	642253.01	649991.48	9.9947985	10.8077061
8	98804.97	641026.33	648779.44	9.9947788	10.8068759
7	98800.48	639804.22	647571.95	9.9947591	10.8060471
6	98795.98	638586.65	646369.01	9.9947393	10.8052198
5	98791.48	637373.59	645170.59	9.9947195	10.8043941
4	98786.97	636165.02	643976.66	9.9946997	10.8035698
3	98782.45	634960.92	642787.19	9.9946798	10.8027470
2	98777.92	633761.26	641602.16	9.9946599	10.8019257
1	98773.38	632566.01	640421.54	9.9946399	10.8011059
0	98768.83	631375.15	639245.32	9.9946199	10.8002875



509 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	15643.45	15838.44	101246.51	9.1943324	9.1997125
1	15672.18	15868.26	101251.18	9.1951293	9.2005294
2	15700.91	15898.08	101255.86	9.1959247	9.2013449
3	15729.63	15927.91	101260.55	9.1967186	9.2021588
4	15758.36	15957.74	101265.25	9.1975110	9.2029714
5	15787.08	15987.57	101269.96	9.1983019	9.2037825
6	15815.81	16017.40	101274.67	9.1990913	9.2045922
7	15844.53	16047.24	101279.39	9.1998793	9.2054004
8	15873.25	16077.08	101284.12	9.2006658	9.2062072
9	15901.97	16106.92	101288.86	9.2014509	9.2070126
10	15930.69	16136.77	101293.61	9.2022345	9.2078165
11	15959.40	16166.62	101298.37	9.2030167	9.2086191
12	15988.12	16196.47	101303.14	9.2037974	9.2094203
13	16016.83	16226.32	101307.92	9.2045766	9.2102200
14	16045.55	16256.17	101312.71	9.2053545	9.2110184
15	16074.26	16286.03	101317.51	9.2061309	9.2118153
16	16102.97	16315.89	101322.31	9.2069059	9.2126109
17	16131.67	16345.76	101327.12	9.2076795	9.2134051
18	16160.38	16375.63	101331.94	9.2084516	9.2141980
19	16189.09	16405.50	101336.77	9.2092224	9.2149894
20	16217.79	16435.37	101341.61	9.2099917	9.2157795
21	16246.50	16465.25	101346.46	9.2107597	9.2165683
22	16275.20	16495.13	101351.32	9.2115263	9.2173556
23	16303.90	16525.01	101356.19	9.2122914	9.2181417
24	16332.60	16554.89	101361.07	9.2130552	9.2189264
25	16361.29	16584.78	101365.95	9.2138176	9.2197097
26	16389.99	16614.67	101370.84	9.2145787	9.2204917
27	16418.68	16644.56	101375.74	9.2153384	9.2212724
28	16447.38	16674.46	101380.65	9.2160967	9.2220518
29	16476.07	16704.36	101385.57	9.2168536	9.2228298
30	16504.76	16734.26	101390.50	9.2176092	9.2236065



## 80 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
50	98768.83	631375.15	639245.32	9.9946195	10.8002875
59	98764.28	630188.66	638073.47	9.9945999	10.7994706
58	98759.72	629006.51	636905.95	9.9945798	10.7986551
57	98755.15	627828.68	635742.76	9.9945597	10.7978411
56	98750.57	626655.14	634583.86	9.9945396	10.7970286
55	98745.98	625485.88	633429.23	9.9945194	10.7962175
54	98741.38	624320.86	632278.84	9.9944992	10.7954078
53	98736.77	623160.07	631132.69	9.9944789	10.7945996
52	98732.16	622003.47	629990.73	9.9944587	10.7937928
51	98727.54	620851.06	628852.95	9.9944383	10.7929874
50	98722.91	619702.79	627719.33	9.9944180	10.7921835
49	98718.27	618558.67	626589.84	9.9943975	10.7913809
48	98713.62	617418.65	625464.46	9.9943771	10.7905797
47	98708.97	616282.72	624343.16	9.9943566	10.7897800
46	98704.31	615150.85	623225.94	9.9943361	10.7889816
45	98699.64	614023.03	622112.75	9.9943156	10.7881847
44	98694.96	612899.23	621003.59	9.9942950	10.7873891
43	98690.27	611779.43	619898.43	9.9942745	10.7865949
42	98685.57	610663.60	618797.25	9.9942537	10.7858020
41	98680.86	609551.74	617700.03	9.9942330	10.7850106
40	98676.15	608443.81	616606.74	9.9942122	10.7842205
39	98671.43	607339.79	615517.36	9.9941914	10.7834317
38	98666.70	606239.67	614431.89	9.9941706	10.7826444
37	98661.96	605143.43	613350.28	9.9941498	10.7818583
36	98657.21	604051.03	612272.53	9.9941289	10.7810736
35	98652.46	602962.47	611198.61	9.9941079	10.7802903
34	98647.70	601877.72	610128.50	9.9940870	10.7795083
33	98642.93	600796.76	609062.19	9.9940659	10.7787276
32	98638.15	599719.57	607999.62	9.9940449	10.7779482
31	98633.36	598646.14	606940.85	9.9940238	10.7771702
30	98628.56	597576.44	605885.80	9.9940027	10.7763935

## 9 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	16504.76	16734.20	101390.50	9.2176092	9.2236065
31	16533.45	16764.16	101395.44	9.2183635	9.2243819
32	16562.14	16794.07	101400.39	9.2191164	9.2251561
33	16590.82	16823.98	101405.35	9.2198680	9.2259289
34	16619.51	16853.89	101410.32	9.2206182	9.2267004
35	16648.19	16883.81	101415.30	9.2213671	9.2274706
36	16676.87	16913.73	101420.29	9.2221147	9.2282395
37	16705.55	16943.65	101425.29	9.2228609	9.2290071
38	16734.23	16973.58	101430.29	9.2236059	9.2297735
39	16762.91	17003.51	101435.30	9.2243495	9.2305386
40	16791.59	17033.44	101440.32	9.2250918	9.2313024
41	16820.26	17063.37	101445.35	9.2258328	9.2320650
42	16848.94	17093.31	101450.39	9.2265725	9.2328262
43	16877.61	17123.25	101455.44	9.2273110	9.2335863
44	16906.28	17153.19	101460.50	9.2280481	9.2343451
45	16934.95	17183.14	101465.57	9.2287839	9.2351026
46	16963.62	17213.09	101470.64	9.2295185	9.2358589
47	16992.28	17243.04	101475.72	9.2302518	9.2366139
48	17020.95	17273.00	101480.81	9.2309838	9.2373678
49	17049.61	17302.96	101485.91	9.2317145	9.2381203
50	17078.28	17332.92	101491.02	9.2324440	9.2388717
51	17106.94	17362.88	101496.14	9.2331722	9.2396218
52	17135.60	17392.85	101501.27	9.2338992	9.2403708
53	17164.25	17422.82	101506.41	9.2346249	9.2411185
54	17192.91	17452.79	101511.56	9.2353494	9.2418650
55	17221.56	17482.77	101516.72	9.2360726	9.2426103
56	17250.22	17512.75	101521.89	9.2367946	9.2433543
57	17278.87	17542.73	101527.07	9.2375153	9.2440972
58	17307.52	17572.72	101532.26	9.2382349	9.2448389
59	17336.17	17602.71	101537.46	9.2389532	9.2455794
60	17364.82	17632.70	101542.67	9.2396702	9.2463188

## 80 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	98628.56	597576.44	605885.80	9.9940027	10.7763935
29	98623.75	596510.45	604834.45	9.9939815	10.7756181
28	98618.94	595448.15	603786.80	9.9939603	10.7748439
27	98614.12	594389.52	602742.82	9.9939391	10.7740711
26	98609.29	593334.55	601702.50	9.9939178	10.7732996
25	98604.45	592283.22	600665.81	9.9938965	10.7725294
24	98599.60	591235.50	599632.74	9.9938752	10.7717605
23	98594.74	590191.38	598603.26	9.9938538	10.7709929
22	98589.88	589150.84	597577.37	9.9938324	10.7702265
21	98585.01	588113.86	596555.04	9.9938109	10.7694614
20	98580.13	587080.42	595536.25	9.9937894	10.7686976
19	98575.24	586050.51	594520.98	9.9937679	10.7679350
18	98570.34	585024.10	593509.22	9.9937463	10.7671738
17	98565.44	584001.17	592500.95	9.9937247	10.7664137
16	98560.53	582981.72	591496.14	9.9937030	10.7656549
15	98555.61	581965.72	590494.79	9.9936813	10.7648974
14	98550.68	580953.15	589496.88	9.9936596	10.7641411
13	98545.74	579944.00	588502.38	9.9936378	10.7633861
12	98540.79	578938.25	587511.28	9.9936160	10.7626322
11	98535.83	577935.88	586523.56	9.9935942	10.7618797
10	98530.87	576936.88	585539.20	9.9935723	10.7611283
9	98525.90	575941.22	584558.20	9.9935504	10.7603782
8	98520.92	574948.89	583580.53	9.9935285	10.7596292
7	98515.93	573959.88	582606.17	9.9935065	10.7588815
6	98510.93	572974.16	581635.10	9.9934844	10.7581350
5	98505.92	571991.73	580667.32	9.9934624	10.7573897
4	98500.91	571012.56	579702.80	9.9934403	10.7566457
3	98495.89	570036.63	578741.53	9.9934181	10.7559028
2	98490.86	569063.94	577783.50	9.9933959	10.7551611
1	98485.82	568094.46	576828.67	9.9933737	10.7544206
0	98480.77	567128.18	575877.05	9.9933515	10.7536812

E

## 10 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	17364.82	17632.70	101542.67	9.2396702	9.2463188
1	17393.46	17662.69	101547.86	9.2403861	9.2470569
2	17422.11	17692.69	101553.10	9.2411007	9.2477939
3	17450.75	17722.69	101558.33	9.2418141	9.2485297
4	17479.39	17752.69	101563.57	9.2425264	9.2492643
5	17508.03	17782.70	101568.82	9.2432374	9.2499978
6	17536.67	17812.71	101574.08	9.2439472	9.2507301
7	17565.31	17842.72	101579.35	9.2446558	9.2514612
8	17593.95	17872.74	101584.63	9.2453632	9.2521912
9	17622.58	17902.76	101589.92	9.2460695	9.2529200
10	17651.21	17932.78	101595.21	9.2467746	9.2536477
11	17679.84	17962.81	101600.51	9.2474784	9.2543743
12	17708.47	17992.84	101605.82	9.2481811	9.2550997
13	17737.10	18022.87	101611.14	9.2488827	9.2558240
14	17765.73	18052.91	101616.47	9.2495830	9.2565472
15	17794.35	18082.95	101621.81	9.2502822	9.2572691
16	17822.98	18112.99	101627.16	9.2509803	9.2579901
17	17851.60	18143.03	101632.52	9.2516772	9.2587099
18	17880.22	18173.08	101637.89	9.2523729	9.2594285
19	17908.84	18203.13	101643.27	9.2530675	9.2601461
20	17937.46	18233.18	101648.66	9.2537609	9.2608625
21	17966.07	18263.24	101654.06	9.2544532	9.2615779
22	17994.69	18293.30	101659.46	9.2551444	9.2622921
23	18023.30	18323.36	101664.87	9.2558344	9.2630053
24	18051.91	18353.43	101670.29	9.2565233	9.2637173
25	18080.52	18383.50	101675.72	9.2572110	9.2644283
26	18109.13	18413.57	101681.16	9.2578977	9.2651382
27	18137.74	18443.65	101686.61	9.2585832	9.2658470
28	18166.35	18473.73	101692.07	9.2592676	9.2665547
29	18194.95	18503.81	101697.54	9.2599509	9.2672613
30	18223.55	18533.90	101703.02	9.2606330	9.2679669

## 79 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
60	98480.77	567128.38	575877.05	9.9933515	10.7536812
59	98475.71	566165.09	574928.61	9.9933292	10.7529431
58	98470.65	565205.16	573983.33	9.9933068	10.7522061
57	98465.58	564248.38	573041.21	9.9932845	10.7514703
56	98460.50	563294.74	572102.23	9.9932621	10.7507357
55	98455.41	562344.21	571166.36	9.9932396	10.7500022
54	98450.31	561396.80	570233.60	9.9932171	10.7492699
53	98445.21	560452.47	569303.93	9.9931946	10.7485388
52	98440.10	559511.21	568377.34	9.9931720	10.7478088
51	98434.98	558573.02	567453.80	9.9931494	10.7470800
50	98429.85	557637.86	566533.31	9.9931268	10.7463523
49	98424.71	556705.74	565615.84	9.9931041	10.7456257
48	98419.56	555776.63	564701.40	9.9930814	10.7449003
47	98414.40	554850.52	563789.95	9.9930587	10.7441760
46	98409.24	553927.40	562881.48	9.9930359	10.7434528
45	98404.07	553007.24	561975.99	9.9930131	10.7427308
44	98398.89	552090.05	561073.45	9.9929902	10.7420099
43	98393.70	551175.79	560173.86	9.9929673	10.7412901
42	98388.50	550264.46	559277.19	9.9929444	10.7405715
41	98383.29	549356.04	558383.43	9.9929214	10.7398539
40	98378.08	548450.52	557492.58	9.9928984	10.7391375
39	98372.86	547547.88	556604.60	9.9928753	10.7384221
38	98367.63	546648.12	555719.50	9.9928521	10.7377079
37	98362.39	545751.21	554837.26	9.9928291	10.7369947
36	98357.14	544857.15	553957.86	9.9928059	10.7362827
35	98351.89	543965.92	553081.29	9.9927827	10.7355717
34	98346.63	543077.50	552207.54	9.9927595	10.7348618
33	98341.36	542191.88	551336.59	9.9927362	10.7341530
32	98336.08	541309.06	550468.43	9.9927129	10.7334453
31	98330.79	540429.01	549603.05	9.9926895	10.7327387
30	98325.49	539551.72	548740.43	9.9926661	10.7320331

B ij

## 10 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	18223.55	18533.90	101703.02	9.2606330	9.2679669
31	18252.15	18563.99	101708.51	9.2613141	9.2686714
32	18280.75	18594.08	101714.01	9.2619941	9.2693749
33	18309.35	18624.18	101719.52	9.2626729	9.2700772
34	18337.95	18654.28	101725.04	9.2633507	9.2707786
35	18366.54	18684.38	101730.56	9.2640274	9.2714788
36	11395.13	18714.49	101736.09	9.2647030	9.2721780
37	18423.73	18744.60	101741.63	9.2653775	9.2728762
38	18452.32	18774.71	101747.18	9.2660509	9.2735733
39	18480.91	18804.83	101752.74	9.2667232	9.2742694
40	18509.49	18834.95	101758.31	9.2673945	9.2749644
41	18538.08	18865.07	101763.89	9.2680647	9.2756584
42	18566.66	18895.20	101769.48	9.2687338	9.2763514
43	18595.24	18925.33	101775.08	9.2694019	9.2770434
44	18623.82	18955.46	101780.69	9.2700689	9.2777343
45	18652.40	18985.59	101786.31	9.2707348	9.2784242
46	18680.98	19015.73	101791.94	9.2713997	9.2791131
47	18709.56	19045.87	101797.58	9.2720635	9.2798009
48	18738.13	19076.02	101803.22	9.2727263	9.2804878
49	18766.70	19106.17	101808.87	9.2733880	9.2811736
50	18795.27	19136.32	101814.53	9.2740487	9.2818585
51	18823.84	19166.48	101820.20	9.2747083	9.2825423
52	18852.41	19196.64	101825.88	9.2753669	9.2832251
53	18880.98	19226.80	101831.57	9.2760245	9.2839070
54	18909.54	19256.96	101837.27	9.2766811	9.2845878
55	18938.11	19287.13	101842.98	9.2773366	9.2852677
56	18966.67	19317.30	101848.70	9.2779911	9.2859466
57	18995.23	19347.48	101854.43	9.2786445	9.2866245
58	19023.79	19377.66	101860.17	9.2792970	9.2873014
59	19052.34	19407.84	101865.92	9.2799484	9.2879773
60	19080.90	19438.03	101871.68	9.2805988	9.2886523

## 79 Grad.

Mind.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	98325.49	539551.72	548740.43	9.9926661	10.7320331
29	98320.18	538677.18	547880.55	9.9926427	10.7313286
28	98314.87	537805.38	547023.42	9.9926192	10.7306251
27	98309.55	536936.30	546169.01	9.9925957	10.7299228
26	98304.22	536069.93	545317.31	9.9925722	10.7292214
25	98298.88	535206.26	544468.31	9.9925486	10.7285212
24	98293.53	534345.27	543621.99	9.9925250	10.7278220
23	98288.17	533486.96	542778.35	9.9925013	10.7271238
22	98282.81	532631.31	541937.37	9.9924776	10.7264267
21	98277.44	531778.30	541099.03	9.9924539	10.7257306
20	98272.06	530927.93	540263.33	9.9924301	10.7250356
19	98266.67	530080.18	539430.26	9.9924063	10.7243416
18	98261.27	529235.05	538599.79	9.9923824	10.7236486
17	98255.87	528392.51	537771.92	9.9923585	10.7229566
16	98250.46	527552.55	536946.64	9.9923346	10.7222657
15	98245.04	526715.17	536123.93	9.9923106	10.7215758
14	98239.61	525880.35	535303.79	9.9922866	10.7208869
13	98234.17	525048.09	534486.20	9.9922626	10.7201991
12	98228.72	524218.36	533671.14	9.9922385	10.7195122
11	98223.27	523391.16	532858.61	9.9922144	10.7188264
10	98217.81	522566.47	532048.60	9.9921902	10.7181415
9	98212.34	521744.28	531241.09	9.9921660	10.7174577
8	98206.86	520924.59	530436.08	9.9921418	10.7167749
7	98201.37	520107.38	529633.54	9.9921175	10.7160930
6	98195.87	519292.64	528833.47	9.9920932	10.7154122
5	98190.36	518480.35	528035.87	9.9920689	10.7147323
4	98184.85	517670.51	527240.70	9.9920445	10.7140534
3	98179.33	516863.11	526447.98	9.9920201	10.7133755
2	98173.80	516058.13	525657.68	9.9919956	10.7126986
1	98168.26	515255.57	524869.79	9.9919711	10.7120227
0	98162.71	514455.40	524084.31	9.9919466	10.7113477

## II Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	19080.90	19438.00	101871.68	9.2805988	9.2886523
1	19109.45	19468.21	101877.44	9.2811481	9.2893163
2	19138.00	19498.41	101883.21	9.2818967	9.2899993
3	19166.55	19528.61	101888.99	9.2825441	9.2906713
4	19195.10	19558.81	101894.78	9.2831905	9.2913424
5	19223.65	19589.01	101900.58	9.2838359	9.2920126
6	19252.20	19619.21	101906.39	9.2844803	9.2926817
7	19280.74	19649.43	101912.21	9.2851237	9.2933500
8	19309.28	19679.64	101918.04	9.2857661	9.2940172
9	19337.82	19709.86	101923.88	9.2864076	9.2946836
10	19366.36	19740.08	101929.73	9.2870480	9.2953489
11	19394.90	19770.30	101935.59	9.2876875	9.2960134
12	19423.44	19800.53	101941.46	9.2883260	9.2966769
13	19451.97	19830.76	101947.34	9.2889636	9.2973395
14	19480.50	19861.00	101953.23	9.2896001	9.2980011
15	19509.03	19891.24	101959.12	9.2902357	9.2986618
16	19537.56	19921.48	101965.02	9.2908704	9.2993216
17	19566.09	19951.72	101970.93	9.2915040	9.2999804
18	19594.62	19981.97	101976.85	9.2921367	9.3006383
19	19623.14	20012.22	101982.78	9.2927685	9.3012954
20	19651.66	20042.48	101988.72	9.2933993	9.3019514
21	19680.18	20072.74	101994.67	9.2940291	9.3026066
22	19708.70	20103.00	102000.63	9.2946580	9.3032609
23	19737.22	20133.27	102006.60	9.2952859	9.3039143
24	19765.73	20163.54	102012.58	9.2959129	9.3045667
25	19794.25	20193.81	102018.57	9.2965390	9.3052183
26	19822.76	20224.09	102024.57	9.2971641	9.3058689
27	19851.27	20254.37	102030.58	9.2977883	9.3065187
28	19879.78	20284.66	102036.60	9.2984116	9.3071675
29	19908.29	20314.95	102042.63	9.2990339	9.3078155
30	19936.79	20345.23	102048.67	9.2996553	9.3084626



78 Grad.

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log Sin.	Log Tang.
60	98162.71	514455.40	524084.31	9.9919466	10.7113477
59	98157.16	513657.63	523301.21	9.9919220	10.7106737
58	98151.60	512862.24	522520.50	9.9918974	10.7100007
57	98146.03	512069.21	521742.16	9.9918727	10.7093287
56	98140.45	511278.55	520966.18	9.9918480	10.7086576
55	98134.86	510490.24	520192.54	9.9918233	10.7079874
54	98129.26	509704.26	519421.25	9.9917986	10.7073183
53	98123.66	508920.61	518652.28	9.9917737	10.7066500
52	98118.05	508139.28	517885.63	9.9917489	10.7059828
51	98112.43	507360.25	517121.28	9.9917240	10.7053164
50	98106.80	506583.52	516359.24	9.9916991	10.7046511
49	98101.16	505809.07	515599.48	9.9916741	10.7039866
48	98095.51	505036.90	514841.99	9.9916492	10.7033231
47	98089.86	504267.00	514086.77	9.9916241	10.7026605
46	98084.20	503499.35	513333.81	9.9915990	10.7019989
45	98078.53	502733.95	512583.09	9.9915739	10.7013382
44	98072.85	501970.78	511834.61	9.9915488	10.7006784
43	98067.16	501209.84	511088.35	9.9915236	10.7000196
42	98061.46	500451.11	510344.31	9.9914984	10.6993617
41	98055.76	499694.59	509602.48	9.9914731	10.6987046
40	98050.05	498940.27	508862.84	9.9914478	10.6980486
39	98044.33	498188.13	508125.39	9.9914225	10.6973934
38	98038.60	497438.17	507390.12	9.9913971	10.6967391
37	98032.86	496690.37	506657.01	9.9913717	10.6960857
36	98027.11	495944.74	505926.06	9.9913462	10.6954333
35	98021.36	495201.25	505197.26	9.9913207	10.6947817
34	98015.60	494459.90	504470.60	9.9912952	10.6941311
33	98009.83	493720.68	503746.07	9.9912696	10.6934813
32	98004.05	492983.58	503023.67	9.9912440	10.6928325
31	97998.26	492248.59	502303.37	9.9912184	10.6921845
30	97992.47	491515.70	501585.17	9.9911927	10.6915374

## 12 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	20791.17	21255.63	102234.07	9.3178789	9.3274745
1	20819.62	21286.06	102240.40	9.3184728	9.3280953
2	20848.07	21316.47	102246.73	9.3190659	9.3287153
3	20876.52	21346.88	102253.07	9.3196581	9.3293345
4	20904.97	21377.30	102259.42	9.3202495	9.3299528
5	20933.41	21407.72	102265.78	9.3208400	9.3305704
6	20961.86	21438.14	102272.15	9.3214297	9.3311872
7	20990.30	21468.57	102278.53	9.3220186	9.3318031
8	21018.74	21499.00	102284.92	9.3226066	9.3324183
9	21047.18	21529.44	102291.32	9.3231938	9.3330327
10	21075.61	21559.88	102297.73	9.3237802	9.3336463
11	21104.05	21590.32	102304.15	9.3243657	9.3342591
12	21132.48	21620.77	102310.58	9.3249505	9.3348711
13	21160.91	21651.22	102317.02	9.3255344	9.3354823
14	21189.34	21681.67	102323.47	9.3261174	9.3360927
15	21217.77	21712.13	102329.93	9.3266997	9.3367024
16	21246.19	21742.59	102336.40	9.3272811	9.3373113
17	21274.62	21773.06	102342.88	9.3278617	9.3379194
18	21303.04	21803.53	102349.37	9.3284416	9.3385267
19	21331.46	21834.00	102355.87	9.3290206	9.3391333
20	21359.88	21864.48	102362.38	9.3295988	9.3397391
21	21388.29	21894.96	102368.90	9.3301761	9.3403441
22	21416.71	21925.44	102375.43	9.3307527	9.3409484
23	21445.12	21955.93	102381.96	9.3313285	9.3415519
24	21473.53	21986.42	102388.50	9.3319035	9.3421546
25	21501.94	22016.92	102395.05	9.3324777	9.3427566
26	21530.35	22047.42	102401.61	9.3330511	9.3433578
27	21558.76	22077.93	102408.18	9.3336237	9.3439583
28	21587.16	22108.44	102414.76	9.3341955	9.3445580
29	21615.56	22138.95	102421.35	9.3347665	9.3451570
30	21643.96	22169.47	102427.95	9.3353368	9.3457552

77 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
60	97814.76	470463.01	480973.43	9.9904044	10.6725255
59	97808.71	469791.00	480316.13	9.9903775	10.6719047
58	97802.65	469120.83	479660.66	9.9903506	10.6712847
57	97796.58	468452.48	479007.02	9.9903237	10.6706655
56	97790.50	467785.95	478355.20	9.9902967	10.6700472
55	97784.41	467121.24	477705.19	9.9902697	10.6694296
54	97778.32	466458.32	477056.99	9.9902426	10.6688128
53	97772.22	465797.21	476410.58	9.9902155	10.6681969
52	97766.11	465137.88	475765.96	9.9901883	10.6675817
51	97759.99	464480.34	475123.12	9.9901612	10.6669673
50	97753.86	463824.57	474482.06	9.9901339	10.6663537
49	97747.73	463170.56	473842.77	9.9901067	10.6657409
48	97741.59	462518.32	473205.23	9.9900794	10.6651289
47	97735.44	461867.83	472569.45	9.9900521	10.6645177
46	97729.28	461219.08	471935.42	9.9900247	10.6639073
45	97723.11	460574.07	471303.13	9.9899973	10.6632976
44	97716.93	459926.80	470672.56	9.9899698	10.6626887
43	97710.75	459283.25	470043.72	9.9899423	10.6620806
42	97704.56	458641.41	469416.60	9.9899148	10.6614733
41	97698.36	458001.29	468791.19	9.9898873	10.6608667
40	97692.15	457362.87	468167.48	9.9898597	10.6602609
39	97685.93	456726.14	467545.48	9.9898320	10.6596559
38	97679.70	456091.11	466925.16	9.9898043	10.6590516
37	97673.47	455457.76	466306.52	9.9897766	10.6584481
36	97667.23	454826.08	465689.56	9.9897489	10.6578454
35	97660.98	454196.08	465074.27	9.9897211	10.6572434
34	97654.72	453567.73	464460.64	9.9896932	10.6566422
33	97648.45	452941.05	463848.67	9.9896654	10.6560417
32	97642.17	452316.01	463238.35	9.9896374	10.6554420
31	97635.89	451692.61	462629.67	9.9896095	10.6548430
30	97629.60	451070.85	462022.63	9.9895815	10.6542448

F ij

## 12 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	21643.96	22169.47	102427.95	9.3353368	9.3457552
31	21672.36	22199.99	102434.56	9.3359062	9.3463527
32	21700.76	22230.51	102441.18	9.3364749	9.3469494
33	21729.15	22261.04	102447.81	9.3370428	9.3475454
34	21757.54	22291.57	102454.45	9.3376099	9.3481407
35	21785.93	22322.11	102461.10	9.3381762	9.3487352
36	21814.32	22352.65	102467.76	9.3387418	9.3493290
37	21842.71	22383.19	102474.43	9.3393065	9.3499220
38	21871.10	22413.74	102481.11	9.3398706	9.3505143
39	21899.48	22444.29	102487.80	9.3404338	9.3511059
40	21927.86	22474.85	102494.49	9.3409963	9.3516968
41	21956.24	22505.41	102501.19	9.3415580	9.3522869
42	21984.62	22535.97	102507.90	9.3421190	9.3528763
43	22013.00	22566.54	102514.62	9.3426792	9.3534650
44	22041.37	22597.11	102521.35	9.3432386	9.3540530
45	22069.74	22627.69	102528.09	9.3437973	9.3546402
46	22098.11	22658.27	102534.84	9.3443552	9.3552267
47	22126.48	22688.85	102541.60	9.3449124	9.3558126
48	22154.85	22719.44	102548.37	9.3454688	9.3563977
49	22183.21	22750.03	102555.15	9.3460245	9.3569821
50	22211.58	22780.63	102561.94	9.3465794	9.3575658
51	22239.94	22811.23	102568.74	9.3471336	9.3581487
52	22268.30	22841.83	102575.55	9.3476870	9.3587310
53	22296.66	22872.44	102582.37	9.3482397	9.3593126
54	22325.01	22903.05	102589.20	9.3487917	9.3598935
55	22353.37	22933.67	102596.04	9.3493429	9.3604736
56	22381.72	22964.29	102602.89	9.3498934	9.3610531
57	22410.07	22994.92	102609.75	9.3504432	9.3616319
58	22438.41	23025.55	102616.62	9.3509922	9.3622100
59	22466.76	23056.18	102623.50	9.3515405	9.3627874
60	22495.11	23086.82	102630.39	9.3520880	9.3633641

## 77 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	97629.69	451070.85	462022.63	9.9895815	10.6542448
29	97623.30	450450.72	461417.22	9.9895535	10.6536473
28	97616.99	449832.21	460813.43	9.9895254	10.6530506
27	97610.67	449215.32	460211.26	9.9894973	10.6524546
26	97604.35	448600.04	459610.70	9.9894692	10.6518593
25	97598.02	447986.36	459011.74	9.9894410	10.6512648
24	97591.68	447374.28	458414.39	9.9894128	10.6506710
23	97585.33	446763.79	457818.62	9.9893845	10.6500780
22	97578.97	446154.89	457224.44	9.9893562	10.6494857
21	97572.60	445547.56	456631.83	9.9893279	10.6488943
20	97566.23	444941.81	456040.80	9.9892995	10.6483032
19	97559.85	444337.62	455451.34	9.9892711	10.6477131
18	97553.46	443734.99	454863.44	9.9892427	10.6471237
17	97547.06	443133.92	454277.09	9.9892142	10.6465350
16	97540.65	442534.39	453692.29	9.9891856	10.6459470
15	97534.23	441936.41	453109.03	9.9891571	10.6453598
14	97527.81	441339.96	452527.30	9.9891285	10.6447733
13	97521.38	440745.04	451947.11	9.9890998	10.6441874
12	97514.94	440151.64	451368.44	9.9890711	10.6436023
11	97508.49	439559.76	450791.29	9.9890424	10.6430179
10	97502.03	438969.40	450215.65	9.9890137	10.6424342
9	97495.56	438380.54	449641.52	9.9889849	10.6418513
8	97489.09	437793.17	449068.89	9.9889560	10.6412690
7	97482.61	437207.31	448497.75	9.9889271	10.6406874
6	97476.12	436622.93	447928.10	9.9888982	10.6401065
5	97469.62	436040.03	447359.93	9.9888693	10.6395264
4	97463.11	435458.61	446793.24	9.9888403	10.6389469
3	97456.60	434878.66	446228.03	9.9888113	10.6383681
2	97450.08	434300.18	445664.28	9.9887822	10.6377900
1	97443.55	433723.16	445101.98	9.9887531	10.6372126
0	97437.01	433147.59	444541.15	9.9887239	10.6366359

F iij

13 Grad.

Minut.	Sins.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	22495.11	23086.82	102630.39	9.3520880	9.3633641
1	22523.45	23117.46	102637.29	9.3526349	9.3639401
2	22551.79	23148.11	102644.20	9.3531810	9.3645155
3	22580.13	23178.76	102651.12	9.3537264	9.3650901
4	22608.46	23209.41	102658.05	9.3542710	9.3656641
5	22636.80	23240.07	102664.99	9.3548150	9.3662374
6	22665.13	23270.73	102671.94	9.3553582	9.3668100
7	22693.46	23301.40	102678.90	9.3559007	9.3673819
8	22721.79	23332.07	102685.87	9.3564426	9.3679532
9	22750.12	23362.74	102692.84	9.3569830	9.3685238
10	22778.44	23393.42	102699.82	9.3575240	9.3690937
11	22806.77	23424.10	102706.81	9.3580637	9.3696629
12	22835.09	23454.79	102713.81	9.3586027	9.3702315
13	22863.41	23485.48	102720.82	9.3591409	9.3707994
14	22891.72	23516.17	102727.84	9.3596785	9.3713667
15	22920.04	23546.87	102734.87	9.3602154	9.3719333
16	22948.35	23577.58	102741.91	9.3607515	9.3724992
17	22976.66	23608.29	102748.96	9.3612870	9.3730645
18	23004.97	23639.00	102756.02	9.3618217	9.3736291
19	23033.28	23669.72	102763.09	9.3623558	9.3741930
20	23061.59	23700.44	102770.17	9.3628892	9.3747563
21	23089.89	23731.16	102777.26	9.3634219	9.3753190
22	23118.19	23761.89	102784.36	9.3639539	9.3758810
23	23146.49	23792.62	102791.47	9.3644852	9.3764423
24	23174.79	23823.36	102798.59	9.3650158	9.3770030
25	23203.09	23854.10	102805.72	9.3655458	9.3775631
26	23231.38	23884.85	102812.86	9.3660750	9.3781225
27	23259.67	23915.60	102820.01	9.3666036	9.3786813
28	23287.96	23946.35	102827.17	9.3671315	9.3792394
29	23316.25	23977.11	102834.34	9.3676587	9.3797969
30	23344.54	24007.87	102841.52	9.3681853	9.3803537

## 76 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	97437.01	433147.59	444541.15	9.9887239	10.6386359
59	97430.46	432573.47	443581.76	9.9886947	10.6360599
58	97423.90	432000.79	443423.82	9.9886655	10.6354845
57	97417.34	431429.55	442867.31	9.9886363	10.6349099
56	97410.77	430859.74	442312.24	9.9886070	10.6343359
55	97404.19	430291.36	441758.59	9.9885776	10.6337626
54	97397.60	429724.40	441206.37	9.9885482	10.6331900
53	97391.00	429158.85	440655.56	9.9885188	10.6326181
52	97384.39	428594.72	440106.16	9.9884894	10.6320468
51	97377.78	428031.99	439558.17	9.9884599	10.6314762
50	97371.16	427470.66	439011.58	9.9884303	10.6309063
49	97364.53	426910.71	438466.38	9.9884008	10.6303371
48	97357.89	426352.18	437922.57	9.9883712	10.6297685
47	97351.24	425795.01	437380.15	9.9883415	10.6292006
46	97344.58	425239.23	436839.10	9.9883118	10.6286333
45	97337.92	424684.82	436299.43	9.9882821	10.6280667
44	97331.25	424131.77	435761.13	9.9882523	10.6275008
43	97324.57	423580.09	435224.19	9.9882225	10.6269355
42	97317.88	423029.77	434688.61	9.9881927	10.6263709
41	97311.18	422480.80	434154.38	9.9881628	10.6258070
40	97304.48	421933.18	433621.50	9.9881329	10.6252437
39	97297.77	421386.90	433089.96	9.9881029	10.6246810
38	97291.05	420841.96	432559.77	9.9880729	10.6241190
37	97284.32	420298.35	432030.90	9.9880429	10.6235577
36	97277.58	419756.06	431503.36	9.9880128	10.6229970
35	97270.84	419215.10	430977.15	9.9879827	10.6224369
34	97264.09	418675.46	430452.25	9.9879525	10.6218775
33	97257.33	418137.13	429928.67	9.9879223	10.6213187
32	97250.56	417600.11	429406.40	9.9878921	10.6207606
31	97243.78	417064.40	428885.43	9.9878618	10.6202031
30	97236.99	416529.98	428365.76	9.9878315	10.6196463

## 13 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	23344.54	24007.87	102841.52	9.3681853	9.3803537
31	23372.82	24038.64	102848.71	9.3687111	9.3809100
32	23401.10	24069.41	102855.91	9.3692363	9.3814655
33	23429.38	24100.19	102863.12	9.3697608	9.3820205
34	23457.66	24130.97	102870.34	9.3702847	9.3825748
35	23485.94	24161.76	102877.57	9.3708079	9.3831285
36	23514.21	24192.55	102884.81	9.3713304	9.3836816
37	23542.48	24223.34	102892.06	9.3718523	9.3842340
38	23570.75	24254.14	102899.32	9.3723735	9.3847858
39	23599.02	24284.94	102906.58	9.3728940	9.3853370
40	23627.29	24315.75	102913.85	9.3734139	9.3858876
41	23655.55	24346.56	102921.13	9.3739331	9.3864376
42	23683.81	24377.37	102928.42	9.3744517	9.3869869
43	23712.07	24408.19	102935.72	9.3749696	9.3875356
44	23740.33	24439.01	102943.03	9.3754868	9.3880837
45	23768.59	24469.84	102950.35	9.3760034	9.3886312
46	23796.84	24500.67	102957.68	9.3765194	9.3891781
47	23825.10	24531.51	102965.02	9.3770347	9.3897244
48	23853.35	24562.35	102972.37	9.3775493	9.3902700
49	23881.59	24593.20	102979.73	9.3780633	9.3908151
50	23909.84	24624.05	102987.10	9.3785767	9.3913595
51	23938.08	24654.91	102994.48	9.3790894	9.3919034
52	23966.33	24685.77	103001.87	9.3796015	9.3924466
53	23994.57	24716.63	103009.27	9.3801129	9.3929893
54	24022.80	24747.50	103016.68	9.3806237	9.3935313
55	24051.04	24778.37	103024.10	9.3811339	9.3940727
56	24079.27	24809.25	103031.53	9.3816434	9.3946136
57	24107.51	24840.13	103038.97	9.3821523	9.3951538
58	24135.74	24871.02	103046.42	9.3826605	9.3956935
59	24163.96	24901.91	103053.88	9.3831682	9.3962326
60	24192.19	24932.80	103061.35	9.3836752	9.3967711



## 76 Grad.

Minur.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	97236.99	416529.88	428365.76	9.9878315	10.6196463
29	97230.19	415996.85	427847.38	9.9878012	10.6190900
28	97223.39	415465.01	427330.29	9.9877708	10.6185345
27	97216.58	414934.46	426814.49	9.9877404	10.6179795
26	97209.76	414405.19	426299.96	9.9877099	10.6174252
25	97202.93	413877.19	425786.71	9.9876794	10.6168715
24	97196.09	413350.46	425274.74	9.9876488	10.6163184
23	97189.25	412824.99	424764.02	9.9876183	10.6157660
22	97182.40	412300.79	424254.57	9.9875876	10.6152142
21	97175.54	411777.84	423746.37	9.9875570	10.6146630
20	97168.67	411256.14	423239.43	9.9875263	10.6141124
19	97161.79	410735.69	422733.73	9.9874955	10.6135624
18	97154.91	410216.49	422229.28	9.9874648	10.6130131
17	97148.02	409698.52	421726.06	9.9874339	10.6124644
16	97141.12	409181.78	421224.08	9.9874031	10.6119163
15	97134.21	408666.27	420723.33	9.9873722	10.6113688
14	97127.29	408151.99	420223.80	9.9873413	10.6108219
13	97120.36	407638.92	419725.49	9.9873105	10.6102756
12	97113.43	407127.07	419228.40	9.9872793	10.6097300
11	97106.49	406616.43	418732.52	9.9872482	10.6091849
10	97099.54	406107.00	418237.85	9.9872171	10.6086405
9	97092.58	405598.77	417744.38	9.9871860	10.6080966
8	97085.61	405091.74	417252.10	9.9871549	10.6075534
7	97078.63	404583.90	416761.02	9.9871236	10.6070107
6	97071.65	404081.25	416271.14	9.9870924	10.6064687
5	97064.66	403577.79	415782.43	9.9870611	10.6059273
4	97057.66	403075.50	415294.91	9.9870298	10.6053864
3	97050.65	402574.40	414808.56	9.9869984	10.6048462
2	97043.63	402074.46	414323.39	9.9869670	10.6043065
1	97036.60	401575.70	413839.39	9.9869356	10.6037674
0	97029.57	401078.09	413356.55	9.9869041	10.6032289

G

14 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	24192.19	24932.80	103061.35	9.3836752	9.3967711
1	24220.41	24963.70	103068.83	9.3841815	9.3973089
2	24248.63	24994.60	103076.32	9.3846873	9.3978463
3	24276.85	25025.51	103083.82	9.3851924	9.3983830
4	24305.07	25056.42	103091.33	9.3856969	9.3989191
5	24333.29	25087.34	103098.85	9.3862008	9.3994547
6	24361.50	25118.26	103106.38	9.3867040	9.3999896
7	24389.71	25149.19	103113.92	9.3872067	9.4005240
8	24417.92	25180.12	103121.47	9.3877087	9.4010578
9	24446.13	25211.06	103129.03	9.3882101	9.4015910
10	24474.33	25242.00	103136.60	9.3887109	9.4021237
11	24502.54	25272.94	103144.18	9.3892111	9.4026558
12	24530.74	25303.89	103151.77	9.3897106	9.4031873
13	24558.94	25334.84	103159.36	9.3902096	9.4037182
14	24587.13	25365.80	103166.97	9.3907079	9.4042486
15	24615.33	25396.76	103174.59	9.3912057	9.4047784
16	24643.52	25427.73	103182.22	9.3917028	9.4053076
17	24671.71	25458.70	103189.85	9.3921993	9.4058363
18	24699.90	25489.68	103197.50	9.3926952	9.4063644
19	24728.09	25520.66	103205.16	9.3931905	9.4068919
20	24756.27	25551.65	103212.82	9.3936852	9.4074189
21	24784.45	25582.64	103220.50	9.3941794	9.4079453
22	24812.63	25613.63	103228.18	9.3946729	9.4084712
23	24840.81	25644.63	103235.88	9.3951658	9.4089965
24	24868.99	25675.63	103243.59	9.3956581	9.4095212
25	24897.16	25706.64	103251.30	9.3961499	9.4100454
26	24925.33	25737.66	103259.03	9.3966410	9.4105690
27	24953.50	25768.68	103266.76	9.3971315	9.4110921
28	24981.67	25799.70	103274.51	9.3976215	9.4116146
29	25009.84	25830.73	103282.27	9.3981109	9.4121366
30	25038.00	25861.76	103290.03	9.3985996	9.4126581

## 75 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	97029.57	401078.09	413356.55	9.9869041	10.6032289
59	97022.53	400581.65	412874.87	9.9868726	10.6026911
58	97015.48	400086.36	412394.35	9.9868410	10.6021537
57	97008.42	399592.23	411914.98	9.9868094	10.6016170
56	97001.35	399099.24	411436.75	9.9867778	10.6010809
55	96994.28	398607.39	410959.67	9.9867461	10.6005453
54	96987.20	398116.69	410483.74	9.9867144	10.6000104
53	96980.11	397627.12	410008.93	9.9866827	10.5994760
52	96973.01	397138.68	409535.26	9.9866509	10.5989422
51	96965.90	396651.37	409062.72	9.9866191	10.5984090
50	96958.79	396165.18	408591.30	9.9865872	10.5978763
49	96951.67	395680.11	408121.00	9.9865553	10.5973442
48	96944.54	395196.15	407651.81	9.9865233	10.5968127
47	96937.40	394713.31	407183.74	9.9864913	10.5962818
46	96930.25	394231.57	406716.77	9.9864593	10.5957514
45	96923.09	393750.94	406250.91	9.9864273	10.5952216
44	96915.92	393271.41	405786.15	9.9863952	10.5946924
43	96908.75	392792.97	405322.49	9.9863630	10.5941637
42	96901.57	392315.63	404859.92	9.9863308	10.5936356
41	96894.38	391839.37	404398.44	9.9862986	10.5931081
40	96887.18	391364.20	403938.04	9.9862663	10.5925811
39	96879.98	390890.11	403478.72	9.9862340	10.5920547
38	96872.77	390417.10	403020.48	9.9862017	10.5915288
37	96865.55	389945.16	402563.32	9.9861693	10.5910035
36	96858.32	389474.29	402107.22	9.9861369	10.5904788
35	96851.08	389004.48	401652.19	9.9861045	10.5899546
34	96843.83	388535.74	401198.23	9.9860720	10.5894310
33	96836.57	388068.05	400745.32	9.9860394	10.5889079
32	96829.31	387601.42	400293.47	9.9860069	10.5883854
31	96822.04	387135.84	399842.67	9.9859742	10.5878634
30	96814.76	386671.31	399392.92	9.9859416	10.5873419

## 14 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang
30	25038.00	25861.76	103290.03	9.3985996	9.4126581
31	25066.16	25892.80	103297.81	9.3990878	9.4131789
32	25094.32	25923.84	103305.59	9.3995754	9.4136993
33	25122.48	25954.88	103313.39	9.4000625	9.4142191
34	25150.63	25985.93	103321.19	9.4005489	9.4147383
35	25178.79	26016.99	103329.01	9.4010348	9.4152570
36	25206.94	26048.05	103336.83	9.4015201	9.4157752
37	25235.08	26079.11	103344.67	9.4020048	9.4162928
38	25263.23	26110.18	103352.51	9.4024889	9.4168099
39	25291.37	26141.26	103360.37	9.4029734	9.4173265
40	25319.52	26172.34	103368.23	9.4034554	9.4178425
41	25347.66	26203.42	103376.11	9.4039378	9.4183580
42	25375.79	26234.51	103383.99	9.4044196	9.4188729
43	25403.93	26265.60	103391.88	9.4049009	9.4193874
44	25432.06	26296.70	103399.79	9.4053816	9.4199013
45	25460.19	26327.80	103407.70	9.4058617	9.4204146
46	25488.32	26358.9	103415.63	9.4063413	9.4209275
47	25516.45	26390.02	103423.56	9.4068203	9.4214398
48	25544.58	26421.14	103431.51	9.4072987	9.4219515
49	25572.70	26452.26	103439.46	9.4077766	9.4224628
50	25600.82	26483.39	103447.43	9.4082539	9.4229735
51	25628.94	26514.52	103455.40	9.4087306	9.4234838
52	25657.05	26545.66	103463.38	9.4092068	9.4239935
53	25685.17	26576.80	103471.38	9.4096824	9.4245026
54	25713.28	26607.94	103479.38	9.4101575	9.4250113
55	25741.39	26639.09	103487.40	9.4106320	9.4255194
56	25769.50	26670.25	103495.42	9.4111059	9.4260271
57	25797.60	26701.41	103503.46	9.4115793	9.4265324
58	25825.70	26732.57	103511.50	9.4120522	9.4270408
59	25853.81	26763.74	103519.55	9.4125245	9.4275469
60	25881.90	26794.92	103527.62	9.4129962	9.4280525

## 75 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	96814.76	386671.31	399392.92	9.9859416	10.5373419
29	96807.47	386207.82	398944.21	9.9859089	10.5868211
28	96800.18	385745.37	398496.54	9.9858762	10.5863007
27	96792.88	385283.96	398049.91	9.9858434	10.5857809
26	96785.57	384823.58	397604.31	9.9858106	10.5852617
25	96778.25	384364.24	397159.75	9.9857777	10.5847430
24	96770.92	383905.91	396716.21	9.9857449	10.5842248
23	96763.58	383448.61	396273.69	9.9857119	10.5837072
22	96756.23	382992.33	395832.19	9.9856790	10.5831901
21	96748.88	382537.07	395391.71	9.9856460	10.5826735
20	96741.52	382082.81	394952.24	9.9856129	10.5821575
19	96734.15	381629.57	394513.79	9.9855798	10.5816420
18	96726.77	381177.33	394076.33	9.9855467	10.5811271
17	96719.38	380726.09	393639.88	9.9855135	10.5806126
16	96711.99	380275.85	393204.43	9.9854803	10.5800987
15	96704.59	379826.61	392769.97	9.9854471	10.5795854
14	96697.18	379378.35	392336.51	9.9854138	10.5790725
13	96689.76	378931.09	391904.03	9.9853805	10.5785602
12	96682.33	378484.81	391472.54	9.9853471	10.5780485
11	96674.90	378039.51	391042.03	9.9853138	10.5775372
10	96667.46	377595.19	390612.50	9.9852803	10.5770265
9	96660.01	377151.85	390183.95	9.9852468	10.5765162
8	96652.55	376709.47	389756.37	9.9852133	10.5760065
7	96645.08	376268.07	389329.76	9.9851798	10.5754974
6	96637.60	375827.63	388904.11	9.9851462	10.5749887
5	96630.12	375388.15	388479.43	9.9851125	10.5744806
4	96622.63	374949.63	388055.70	9.9850789	10.5739729
3	96615.13	374512.07	387632.93	9.9850452	10.5734658
2	96607.62	374075.46	387211.12	9.9850114	10.5729592
1	96600.10	373639.80	386790.25	9.9849776	10.5724531
0	96592.58	373205.08	386370.33	9.9849438	10.5719475

15 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	25881.90	26794.92	103527.62	9.4129962	9.4280525
1	25910.00	26826.10	103535.69	9.4134674	9.4285575
2	25938.10	26857.28	103543.78	9.4139381	9.4290621
3	25966.19	26888.47	103551.87	9.4144082	9.4295661
4	25994.28	26919.67	103559.98	9.4148778	9.4300697
5	26022.37	26950.87	103568.09	9.4153468	9.4305727
6	26050.45	26982.07	103576.21	9.4158152	9.4310753
7	26078.53	27013.28	103584.35	9.4162832	9.4315773
8	26106.61	27044.49	103592.49	9.4167506	9.4320789
9	26134.69	27075.71	103600.65	9.4172174	9.4325799
10	26162.77	27106.93	103608.81	9.4176837	9.4330804
11	26190.85	27138.16	103616.99	9.4181495	9.4335805
12	26218.92	27169.40	103625.17	9.4186148	9.4340800
13	26246.99	27200.64	103633.37	9.4190795	9.4345791
14	26275.06	27231.88	103641.57	9.4195436	9.4350776
15	26303.12	27263.13	103649.79	9.4200073	9.4355757
16	26331.18	27294.38	103658.01	9.4204704	9.4360733
17	26359.24	27325.64	103666.25	9.4209330	9.4365704
18	26387.30	27356.90	103674.49	9.4213950	9.4370670
19	26415.36	27388.17	103682.75	9.4218566	9.4375631
20	26443.42	27419.44	103691.01	9.4223176	9.4380587
21	26471.47	27450.72	103699.29	9.4227780	9.4385538
22	26499.52	27482.01	103707.57	9.4232380	9.4390485
23	26527.57	27513.30	103715.87	9.4236974	9.4395426
24	26555.61	27544.59	103724.17	9.4241563	9.4400363
25	26583.65	27575.89	103732.49	9.4246147	9.4405295
26	26611.69	27607.19	103740.82	9.4250726	9.4410222
27	26639.73	27638.50	103749.15	9.4255299	9.4415145
28	26667.77	27669.81	103757.50	9.4259867	9.4420062
29	26695.81	27701.13	103765.85	9.4264430	9.4424975
30	26723.84	27732.45	103774.22	9.4268988	9.4429883

## 74 Grad.

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	96592.58	373205.08	386370.33	9.9849438	10.5719475
59	96585.05	372771.31	385951.35	9.9849099	10.5714425
58	96577.51	372338.47	385533.32	9.9848760	10.5709379
57	96569.96	371906.58	385116.22	9.9848420	10.5704339
56	96562.40	371475.61	384700.05	9.9848081	10.5699303
55	96554.83	371045.58	384284.82	9.9847740	10.5694273
54	96547.26	370616.48	383870.51	9.9847400	10.5689247
53	96539.68	370188.30	383457.13	9.9847059	10.5684227
52	96532.09	369761.03	383044.67	9.9846717	10.5679211
51	96524.49	369334.69	382633.13	9.9846375	10.5674201
50	96516.88	368909.27	382222.51	9.9846033	10.5669196
49	96509.27	368484.75	381812.80	9.9845690	10.5664195
48	96501.65	368061.15	381403.99	9.9845347	10.5659200
47	96494.02	367638.45	380996.10	9.9845004	10.5654209
46	96486.38	367216.65	380589.11	9.9844660	10.5649224
45	96478.73	366795.75	380183.01	9.9844316	10.5644243
44	96471.07	366375.75	379777.82	9.9843971	10.5639267
43	96463.41	365956.65	379373.52	9.9843626	10.5634296
42	96455.74	365538.44	378970.11	9.9843281	10.5629330
41	96448.06	365121.11	378567.60	9.9842935	10.5624369
40	96440.37	364704.67	378165.96	9.9842589	10.5619413
39	96432.67	364289.11	377765.22	9.9842242	10.5614462
38	96424.97	363874.44	377365.35	9.9841895	10.5609515
37	96417.26	363460.64	376966.36	9.9841548	10.5604574
36	96409.54	363047.71	376568.24	9.9841200	10.5599637
35	96401.81	362635.66	376171.00	9.9840852	10.5594705
34	96394.07	362224.47	375774.62	9.9840503	10.5589778
33	96386.33	361814.15	375379.11	9.9840154	10.5584855
32	96378.58	361404.69	374984.47	9.9839805	10.5579938
31	96370.82	360996.09	374590.68	9.9839455	10.5575025
30	96363.05	360588.35	374197.75	9.9839105	10.5570117

## 15 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	26723.84	27732.45	103774.22	9.4268988	9.4429883
31	26751.87	27763.78	103782.60	9.4273541	9.4434786
32	26779.89	27795.12	103790.98	9.4278089	9.4439685
33	26807.92	27826.46	103799.38	9.4282631	9.4444579
34	26835.94	27857.80	103807.79	9.4287169	9.4449468
35	26863.96	27889.15	103816.21	9.4291701	9.4454352
36	26891.98	27920.50	103824.63	9.4296228	9.4459232
37	26920.00	27951.86	103833.07	9.4300750	9.4464107
38	26948.01	27983.22	103841.52	9.4305267	9.4468978
39	26976.02	28014.59	103849.98	9.4309779	9.4473843
40	27004.03	28045.97	103858.44	9.4314286	9.4478704
41	27032.04	28077.35	103866.92	9.4318788	9.4483561
42	27060.04	28108.73	103875.41	9.4323285	9.4488413
43	27088.05	28140.12	103883.91	9.4327777	9.4493260
44	27116.05	28171.52	103892.42	9.4332264	9.4498102
45	27144.04	28202.92	103900.94	9.4336746	9.4502940
46	27172.04	28234.32	103909.47	9.4341223	9.4507774
47	27200.03	28265.73	103918.00	9.4345694	9.4512602
48	27228.02	28297.15	103926.55	9.4350161	9.4517427
49	27256.01	28328.57	103935.11	9.4354623	9.4522246
50	27284.00	28359.99	103943.68	9.4359080	9.4527061
51	27311.98	28391.42	103952.26	9.4363532	9.4531872
52	27339.96	28422.86	103960.85	9.4367980	9.4536678
53	27367.94	28454.30	103969.45	9.4372422	9.4541479
54	27395.92	28485.75	103978.06	9.4376859	9.4546276
55	27423.90	28517.20	103986.69	9.4381292	9.4551069
56	27451.87	28548.66	103995.32	9.4385719	9.4555857
57	27479.84	28580.12	104003.96	9.4390142	9.4560641
58	27507.81	28611.59	104012.61	9.4394560	9.4565420
59	27535.78	28643.06	104021.27	9.4398973	9.4570194
60	27563.74	28674.54	104029.94	9.4403381	9.4574964



## 74 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	96363.05	360588.35	374197.75	9.9839105	10.5570117
29	96355.27	360181.46	373805.68	9.9838755	10.5565214
28	96347.48	359775.43	373414.46	9.9838404	10.5560315
27	96339.69	359370.24	373024.09	9.9838052	10.5555421
26	96331.89	358965.90	372634.57	9.9837701	10.5550532
25	96324.08	358562.41	372245.89	9.9837348	10.5545648
24	96316.28	358159.75	371858.05	9.9836996	10.5540768
23	96308.43	357757.94	371471.05	9.9836643	10.5535893
22	96300.59	357356.96	371084.89	9.9836290	10.5531022
21	96292.75	356956.81	370699.56	9.9835936	10.5526157
20	96284.90	356557.49	370315.06	9.9835582	10.5521296
19	96277.04	356159.00	369931.39	9.9835227	10.5516439
18	96269.17	355761.33	369548.54	9.9834872	10.5511587
17	96261.30	355364.49	369166.52	9.9834517	10.5506740
16	96253.42	354968.46	368785.32	9.9834161	10.5501898
15	96245.53	354573.25	368404.93	9.9833805	10.5497060
14	96237.63	354178.86	368025.36	9.9833449	10.5492226
13	96229.72	353785.28	367646.60	9.9833092	10.5487398
12	96221.80	353392.51	367268.65	9.9832735	10.5482573
11	96213.87	353000.54	366892.51	9.9832377	10.5477754
10	96205.94	352609.38	366515.28	9.9832019	10.5472939
9	96198.00	352219.02	366139.64	9.9831661	10.5468128
8	96190.05	351829.46	365764.91	9.9831302	10.5463322
7	96182.09	351440.70	365390.97	9.9830942	10.5458521
6	96174.13	351052.73	365017.83	9.9830583	10.5453724
5	96166.16	350665.55	364645.48	9.9830223	10.5448931
4	96158.18	350279.26	364273.92	9.9829862	10.5444143
3	96150.19	349893.56	363903.15	9.9829501	10.5439359
2	96142.19	349508.74	363533.16	9.9829140	10.5434580
1	96134.18	349124.70	363163.95	9.9828778	10.5429806
0	96126.17	348741.44	362795.53	9.9828416	10.5425036

## 16 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	27563.74	28674.54	104029.94	9.4403381	9.4574964
1	27591.70	28706.02	104038.63	9.4407784	9.4579730
2	27619.65	28737.51	104047.32	9.4412182	9.4584491
3	27647.61	28769.00	104056.02	9.4416576	9.4589248
4	27675.56	28800.50	104064.73	9.4420965	9.4594001
5	27703.52	28832.01	104073.46	9.4425349	9.4598749
6	27731.47	28863.52	104082.19	9.4429728	9.4603492
7	27759.41	28895.03	104090.94	9.4434103	9.4608232
8	27787.36	28926.55	104099.69	9.4438472	9.4612967
9	27815.30	28958.08	104108.45	9.4442837	9.4617697
10	27843.24	28989.61	104117.23	9.4447197	9.4622423
11	27871.18	29021.14	104126.01	9.4451553	9.4627145
12	27899.11	29052.68	104134.81	9.4455904	9.4631863
13	27927.04	29084.23	104143.62	9.4460250	9.4636576
14	27954.97	29115.78	104152.43	9.4464591	9.4641285
15	27982.90	29147.34	104161.26	9.4468927	9.4645990
16	28010.83	29178.90	104170.09	9.4473259	9.4650690
17	28038.75	29210.47	104178.94	9.4477586	9.4655386
18	28066.67	29242.05	104187.80	9.4481909	9.4660078
19	28094.59	29273.63	104196.67	9.4486227	9.4664765
20	28122.51	29305.21	104205.54	9.4490540	9.4669448
21	28150.42	29336.80	104214.43	9.4494849	9.4674127
22	28178.33	29368.39	104223.33	9.4499153	9.4678802
23	28206.24	29399.99	104232.24	9.4503452	9.4683473
24	28234.15	29431.60	104241.16	9.4507747	9.4688139
25	28262.05	29463.21	104250.09	9.4512037	9.4692801
26	28289.95	29494.83	104259.03	9.4516322	9.4697459
27	28317.85	29526.45	104267.98	9.4520603	9.4702112
28	28345.75	29558.08	104276.94	9.4524879	9.4706762
29	28373.64	29589.71	104285.91	9.4529151	9.4711407
30	28401.53	29621.35	104294.89	9.4533418	9.4716048

## 73 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	96126.17	348741.44	362795.53	9.9828416	10.5425036
59	96118.15	348358.96	362427.88	9.9828054	10.5420270
58	96110.12	347977.26	362061.01	9.9827691	10.5415509
57	96102.08	347596.32	361694.90	9.9827328	10.5410752
56	96094.03	347216.16	361329.57	9.9826964	10.5405999
55	96085.98	346836.76	360965.01	9.9826600	10.5401251
54	96077.92	346458.13	360601.21	9.9826236	10.5396508
53	96069.85	346080.26	360238.18	9.9825871	10.5391768
52	96061.77	345703.15	359875.90	9.9825506	10.5387033
51	96053.68	345326.79	359514.39	9.9825140	10.5382303
50	96045.58	344951.20	359153.63	9.9824774	10.5377577
49	96037.48	344576.35	358793.62	9.9824408	10.5372855
48	96029.37	344202.26	358434.37	9.9824041	10.5368137
47	96021.25	343828.91	358075.86	9.9823674	10.5363424
46	96013.12	343456.31	357718.10	9.9823306	10.5358715
45	96004.98	343084.46	357361.08	9.9822938	10.5354010
44	95996.84	342713.34	357004.81	9.9822569	10.5349310
43	95988.69	342342.97	356649.28	9.9822201	10.5344614
42	95980.53	341973.33	356294.48	9.9821831	10.5339922
41	95972.36	341604.43	355940.42	9.9821462	10.5335235
40	95964.18	341236.26	355587.10	9.9821092	10.5330552
39	95956.00	340868.82	355234.50	9.9820721	10.5325873
38	95947.81	340502.10	354882.63	9.9820351	10.5321198
37	95939.61	340136.12	354531.49	9.9819979	10.5316527
36	95931.40	339770.85	354181.07	9.9819608	10.5311861
35	95923.18	339406.31	353831.38	9.9819236	10.5307199
34	95914.95	339042.49	353482.40	9.9818863	10.5302541
33	95906.72	338679.38	353134.14	9.9818490	10.5297888
32	95898.48	338316.99	352786.60	9.9818117	10.5293238
31	95890.23	337955.31	352439.77	9.9817744	10.5288593
30	95881.97	337594.34	352093.65	9.9817370	10.5283952

H ij

## 16 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	28401.53	29621.35	104294.89	9.4533418	9.4716048
31	28429.42	29652.99	104303.88	9.4537681	9.4720685
32	28457.31	29684.64	104312.89	9.4541939	9.4725318
33	28485.20	29716.30	104321.90	9.4546192	9.4729947
34	28513.08	29747.96	104330.92	9.4550441	9.4734571
35	28540.96	29779.62	104339.95	9.4554686	9.4739192
36	28568.84	29811.29	104349.00	9.4558926	9.4743808
37	28596.71	29842.97	104358.05	9.4563161	9.4748421
38	28624.58	29874.65	104367.12	9.4567392	9.4753029
39	28652.45	29906.34	104376.19	9.4571618	9.4757633
40	28680.32	29938.03	104385.28	9.4575840	9.4762233
41	28708.19	29969.73	104394.37	9.4580058	9.4766829
42	28736.05	30001.44	104403.48	9.4584271	9.4771421
43	28763.91	30033.15	104412.59	9.4588480	9.4776009
44	28791.77	30064.86	104421.72	9.4592684	9.4780592
45	28819.63	30096.58	104430.86	9.4596884	9.4785172
46	28847.48	30128.31	104440.01	9.4601079	9.4789748
47	28875.33	30160.04	104449.17	9.4605270	9.4794319
48	28903.18	30191.78	104458.33	9.4609456	9.4798887
49	28931.03	30223.52	104467.51	9.4613638	9.4803451
50	28958.87	30255.27	104476.70	9.4617816	9.4808011
51	28986.71	30287.03	104485.90	9.4621989	9.4812566
52	29014.55	30318.79	104495.11	9.4626158	9.4817118
53	29042.39	30350.55	104504.33	9.4630323	9.4821666
54	29070.22	30382.32	104513.57	9.4634483	9.4826210
55	29098.05	30414.10	104522.81	9.4638639	9.4830750
56	29125.88	30445.88	104532.06	9.4642790	9.4835286
57	29153.71	30477.67	104541.32	9.4646938	9.4839818
58	29181.53	30509.46	104550.60	9.4651081	9.4844346
59	29209.35	30541.26	104559.88	9.4655219	9.4848870
60	29237.17	30573.07	104569.18	9.4659353	9.4853390

## 73 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang
30	95881.97	337594.34	352093.65	9.9817370	10.5283952
29	95873.70	337234.08	351748.24	9.9816995	10.5279315
28	95865.43	336874.53	351403.54	9.9816620	10.5274682
27	95857.15	336515.68	351059.54	9.9816245	10.5270053
26	95848.86	336157.53	350716.25	9.9815870	10.5265428
25	95840.56	335800.08	350373.65	9.9815494	10.5260808
24	95832.25	335443.33	350031.75	9.9815117	10.5256192
23	95823.94	335087.28	349690.55	9.9814740	10.5251579
22	95815.62	334731.91	349350.04	9.9814363	10.5246971
21	95807.29	334377.24	349010.23	9.9813986	10.5242367
20	95798.95	334023.26	348671.10	9.9813608	10.5237767
19	95790.60	333669.97	348332.67	9.9813229	10.5233171
18	95782.25	333317.36	347994.92	9.9812850	10.5228579
17	95773.89	332965.43	347657.85	9.9812471	10.5223991
16	95765.52	332614.19	347321.46	9.9812091	10.5219408
15	95757.14	332263.62	346985.76	9.9811711	10.5214828
14	95748.75	331913.73	346650.73	9.9811331	10.5210252
13	95740.35	331564.52	346316.37	9.9810950	10.5205681
12	95731.95	331215.98	345982.69	9.9810569	10.5201113
11	95723.54	330868.11	345649.69	9.9810187	10.5196549
10	95715.12	330520.91	345317.35	9.9809805	10.5191989
9	95706.69	330174.38	344985.68	9.9809423	10.5187434
8	95698.25	329828.51	344654.67	9.9809040	10.5182882
7	95689.81	329483.30	344324.33	9.9808657	10.5178334
6	95681.36	329138.76	343994.65	9.9808273	10.5173790
5	95672.90	328794.87	343665.63	9.9807889	10.5169250
4	95664.43	328451.64	343337.27	9.9807505	10.5164714
3	95655.95	328109.07	343009.56	9.9807120	10.5160182
2	95647.47	327767.15	342682.51	9.9806735	10.5155654
1	95638.98	327425.88	342356.11	9.9806349	10.5151130
0	95630.48	327085.26	342030.36	9.9805963	10.5146610

## 17 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	29237.17	30573.07	104569.18	9.4659353	9.4853390
1	29264.99	30604.88	104578.48	9.4663483	9.4857907
2	29292.80	30636.69	104587.80	9.4667609	9.4862419
3	29320.61	30668.51	104597.12	9.4671730	9.4866928
4	29348.42	30700.34	104606.46	9.4675848	9.4871433
5	29376.23	30732.18	104615.81	9.4679960	9.4875933
6	29404.03	30764.02	104625.16	9.4684069	9.4880430
7	29431.83	30795.86	104634.53	9.4688173	9.4884924
8	29459.63	30827.71	104643.91	9.4692273	9.4889413
9	29487.43	30859.57	104653.30	9.4696369	9.4893898
10	29515.22	30891.43	104662.70	9.4700461	9.4898380
11	29543.01	30923.30	104672.11	9.4704548	9.4902858
12	29570.80	30955.17	104681.53	9.4708631	9.4907332
13	29598.59	30987.05	104690.96	9.4712710	9.4911802
14	29626.38	31018.93	104700.40	9.4716785	9.4916269
15	29654.16	31050.82	104709.86	9.4720856	9.4920731
16	29681.94	31082.72	104719.32	9.4724922	9.4925190
17	29709.71	31114.62	104728.79	9.4728985	9.4929646
18	29737.49	31146.53	104738.28	9.4733043	9.4934097
19	29765.26	31178.44	104747.77	9.4737097	9.4938545
20	29793.03	31210.36	104757.28	9.4741146	9.4942988
21	29820.79	31242.29	104766.79	9.4745192	9.4947429
22	29848.56	31274.22	104776.32	9.4749234	9.4951865
23	29876.32	31306.16	104785.86	9.4753271	9.4956298
24	29904.08	31338.10	104795.40	9.4757304	9.4960727
25	29931.84	31370.05	104804.96	9.4761334	9.4965152
26	29959.59	31402.00	104814.53	9.4765359	9.4969574
27	29987.34	31433.96	104824.11	9.4769380	9.4973991
28	30015.09	31465.93	104833.70	9.4773396	9.4978406
29	30042.84	31497.90	104843.30	9.4777409	9.4982816
30	30070.58	31529.88	104852.91	9.4781418	9.4987223

## 72 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	95630.48	327085.26	342030.36	9.9805963	10.5146610
59	95621.97	326745.29	341705.26	9.9805577	10.5142093
58	95613.45	326405.96	341380.80	9.9805190	10.5137581
57	95604.92	326067.28	341056.99	9.9804803	10.5133072
56	95596.39	325729.24	340733.82	9.9804415	10.5128567
55	95587.85	325391.84	340411.30	9.9804027	10.5124067
54	95579.30	325055.08	340089.41	9.9803639	10.5119570
53	95570.74	324718.95	339768.16	9.9803250	10.5115076
52	95562.17	324383.46	339447.54	9.9802860	10.5110587
51	95553.60	324048.60	339127.55	9.9802471	10.5106102
50	95545.02	323714.38	338808.20	9.9802081	10.5101620
49	95536.43	323380.78	338489.48	9.9801690	10.5097142
48	95527.83	323047.80	338171.38	9.9801299	10.5092668
47	95519.22	322715.46	337853.91	9.9800908	10.5088198
46	95510.61	322383.73	337537.07	9.9800516	10.5083731
45	95501.99	322052.63	337220.84	9.9800124	10.5079269
44	95493.36	321722.15	336905.24	9.9799732	10.5074810
43	95484.72	321392.28	336590.26	9.9799339	10.5070354
42	95476.07	321063.04	336275.89	9.9798946	10.5065903
41	95467.42	320734.40	335962.14	9.9798552	10.5061455
40	95458.76	320406.38	335649.00	9.9798158	10.5057012
39	95450.09	320078.97	335336.47	9.9797764	10.5052571
38	95441.41	319752.17	335024.55	9.9797369	10.5048135
37	95432.72	319425.98	334713.24	9.9796973	10.5043702
36	95424.03	319100.39	334402.54	9.9796578	10.5039273
35	95415.33	318775.40	334092.44	9.9796182	10.5034848
34	95406.62	318451.02	333782.94	9.9795785	10.5030426
33	95397.90	318127.24	333474.05	9.9795388	10.5026009
32	95389.17	317804.06	333165.75	9.9794991	10.5021594
31	95380.43	317481.47	332858.05	9.9794593	10.5017184
30	95371.69	317159.48	332550.95	9.9794195	10.5012777

## 17 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang
30	30070.58	31529.88	104852.91	9.4781418	9.4987223
31	30098.32	31561.86	104862.53	9.4785423	9.4991626
32	30126.06	31593.85	104872.17	9.4789423	9.4996026
33	30153.80	31625.85	104881.81	9.4793420	9.5000422
34	30181.53	31657.85	104891.46	9.4797412	9.5004814
35	30209.26	31689.86	104901.13	9.4801401	9.5009203
36	30236.99	31721.87	104910.80	9.4805385	9.5013588
37	30264.71	31753.89	104920.49	9.4809366	9.5017969
38	30292.44	31785.91	104930.19	9.4813342	9.5022347
39	30320.16	31817.94	104939.89	9.4817315	9.5026721
40	30347.88	31849.98	104949.61	9.4821283	9.5031092
41	30375.59	31882.02	104959.34	9.4825248	9.5035459
42	30403.31	31914.07	104969.08	9.4829208	9.5039822
43	30431.02	31946.13	104978.83	9.4833165	9.5044182
44	30458.72	31978.19	104988.59	9.4837117	9.5048538
45	30486.43	32010.25	104998.36	9.4841066	9.5052891
46	30514.13	32042.32	105008.15	9.4845010	9.5057240
47	30541.83	32074.40	105017.94	9.4848951	9.5061586
48	30569.53	32106.49	105027.74	9.4852888	9.5065928
49	30597.23	32138.58	105037.56	9.4856820	9.5070267
50	30624.92	32170.67	105047.38	9.4860749	9.5074602
51	30652.61	32202.77	105057.22	9.4864674	9.5078933
52	30680.29	32234.88	105067.06	9.4868595	9.5083261
53	30707.98	32267.00	105076.92	9.4872512	9.5087586
54	30735.66	32299.12	105086.79	9.4876426	9.5091907
55	30763.34	32331.25	105096.67	9.4880335	9.5096224
56	30791.02	32363.38	105106.56	9.4884240	9.5100539
57	30818.69	32395.51	105116.46	9.4888142	9.5104849
58	30846.36	32427.66	105126.37	9.4892040	9.5109156
59	30874.03	32459.81	105136.29	9.4895934	9.5113460
60	30901.70	32491.97	105146.22	9.4899824	9.5117760



## 72 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log Tang.
30	95371.69	317159.48	332550.95	9.9794195	10.5012777
29	95362.94	316838.08	332244.44	9.9793796	10.5008374
28	95354.18	316517.28	331938.53	9.9793398	10.5003974
27	95345.41	316197.06	331633.20	9.9792998	10.4999578
26	95336.64	315877.44	331328.47	9.9792599	10.4995186
25	95327.86	315558.40	331024.32	9.9792198	10.4990797
24	95319.07	315239.94	330720.76	9.9791798	10.4986412
23	95310.27	314922.07	330417.78	9.9791397	10.4982031
22	95301.46	314604.78	330115.39	9.9790996	10.4977653
21	95292.64	314288.07	329813.57	9.9790594	10.4973279
20	95283.82	313971.94	329512.34	9.9790192	10.4968908
19	95274.99	313656.39	329211.68	9.9789789	10.4964541
18	95266.15	313341.41	328911.60	9.9789386	10.4960178
17	95257.30	313027.01	328612.09	9.9788983	10.4955818
16	95248.44	312713.17	328313.16	9.9788579	10.4951462
15	95239.58	312399.91	328014.79	9.9788175	10.4947109
14	95230.71	312087.22	327717.00	9.9787770	10.4942760
13	95221.83	311775.09	327419.77	9.9787365	10.4938414
12	95212.94	311463.53	327123.11	9.9786960	10.4934072
11	95204.04	311152.54	326827.02	9.9786554	10.4929733
10	95195.14	310842.10	326531.49	9.9786148	10.4925398
9	95186.23	310532.23	326236.52	9.9785741	10.4921067
8	95177.31	310222.91	325942.11	9.9785334	10.4916739
7	95168.38	309914.16	325648.25	9.9784927	10.4912414
6	95159.44	309605.96	325354.96	9.9784519	10.4908093
5	95150.49	309298.31	325062.22	9.9784111	10.4903776
4	95141.54	308991.22	324770.03	9.9783702	10.4899461
3	95132.58	308684.68	324478.40	9.9783293	10.4895151
2	95123.61	308378.69	324187.32	9.9782883	10.4890844
1	95114.63	308073.25	323896.78	9.9782474	10.4886540
0	95105.65	307768.35	323606.80	9.9782065	10.4882240

## 18 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	30901.70	32491.97	105146.22	9.4899824	9.5117760
1	30929.36	32524.13	105156.17	9.4903710	9.5122057
2	30957.02	32556.30	105166.12	9.4907592	9.5126351
3	30984.68	32588.48	105176.08	9.4911471	9.5130641
4	31012.34	32620.66	105186.06	9.4915345	9.5134927
5	31039.99	32652.85	105196.05	9.4919216	9.5139210
6	31067.64	32685.04	105206.04	9.4923083	9.5143490
7	31095.29	32717.24	105216.05	9.4926946	9.5147766
8	31122.94	32749.44	105226.07	9.4930806	9.5152039
9	31150.58	32781.65	105236.10	9.4934661	9.5156309
10	31178.22	32813.87	105246.14	9.4938513	9.5160575
11	31205.86	32846.10	105256.19	9.4942361	9.5164838
12	31233.49	32878.33	105266.25	9.4946205	9.5169097
13	31261.12	32910.56	105276.33	9.4950046	9.5173353
14	31288.75	32942.80	105286.41	9.4953883	9.5177606
15	31316.38	32975.05	105296.51	9.4957716	9.5181855
16	31344.00	33007.31	105306.61	9.4961545	9.5186101
17	31371.63	33039.57	105316.73	9.4965370	9.5190344
18	31399.25	33071.84	105326.86	9.4969192	9.5194583
19	31426.86	33104.11	105336.99	9.4973010	9.5198819
20	31454.48	33136.39	105347.14	9.4976824	9.5203052
21	31482.09	33168.68	105357.30	9.4980635	9.5207282
22	31509.69	33200.97	105367.47	9.4984442	9.5211508
23	31537.30	33233.27	105377.65	9.4988245	9.5215730
24	31564.90	33265.57	105387.85	9.4992045	9.5219950
25	31592.50	33297.88	105398.05	9.4995840	9.5224166
26	31620.10	33330.20	105408.26	9.4999633	9.5228379
27	31647.70	33362.52	105418.49	9.5003421	9.5232589
28	31675.29	33394.85	105428.73	9.5007206	9.5236795
29	31702.88	33427.19	105438.97	9.5010987	9.5240999
30	31730.47	33459.53	105449.23	9.5014764	9.5245199

## 71 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	95105.65	307768.35	323606.80	9.97821063	10.4882240
59	95096.66	307464.00	323317.36	9.97816553	10.4877943
58	95087.66	307160.20	323028.46	9.9781241	10.4873649
57	95078.65	306856.93	322740.11	9.9780830	10.4869359
56	95069.63	306554.21	322452.30	9.9780418	10.4865073
55	95060.60	306252.03	322165.03	9.9780006	10.4860790
54	95051.57	305950.38	321878.30	9.9779593	10.4856510
53	95042.53	305649.28	321592.10	9.9779180	10.4852234
52	95033.48	305348.70	321306.44	9.9778766	10.4847961
51	95024.42	305048.66	321021.32	9.9778353	10.4843691
50	95015.36	304749.15	320736.73	9.9777938	10.4839425
49	95006.29	304450.18	320452.66	9.9777523	10.4835162
48	94997.21	304151.73	320169.13	9.9777108	10.4830903
47	94988.12	303853.81	319886.13	9.9776693	10.4826647
46	94979.02	303555.41	319603.65	9.9776277	10.4822394
45	94969.91	303257.54	319321.70	9.9775860	10.4818145
44	94960.80	302960.20	319040.28	9.9775444	10.4813899
43	94951.68	302667.37	318759.37	9.9775026	10.4809656
42	94942.55	302372.07	318478.99	9.9774609	10.4805417
41	94933.41	302077.28	318199.13	9.9774191	10.4801181
40	94924.26	301783.01	317919.78	9.9773772	10.4796948
39	94915.11	301489.26	317640.95	9.9773354	10.4792718
38	94905.95	301196.02	317362.64	9.9772934	10.4788492
37	94896.78	300903.30	317084.84	9.9772515	10.4784270
36	94887.60	300611.09	316807.56	9.9772095	10.4780050
35	94878.41	300319.39	316530.78	9.9771674	10.4775834
34	94869.22	300028.20	316254.52	9.9771253	10.4771621
33	94860.02	299737.51	315978.76	9.9770832	10.4767411
32	94850.81	299447.34	315703.51	9.9770410	10.4763205
31	94841.59	299157.66	315428.77	9.9769988	10.4759001
30	94832.36	298868.50	315154.53	9.9769566	10.4754801

## 18 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	31730.47	33459.53	105449.23	9.5014764	9.5245199
31	31758.05	33491.88	105459.50	9.5018538	9.5249395
32	31785.63	33524.24	105469.78	9.5022308	9.5253589
33	31813.21	33556.60	105480.07	9.5026075	9.5257779
34	31840.79	33588.97	105490.37	9.5029838	9.5261966
35	31868.36	33621.34	105500.68	9.5033597	9.5266150
36	31895.93	33653.72	105511.01	9.5037353	9.5270331
37	31923.50	33686.11	105521.34	9.5041105	9.5274508
38	31951.06	33718.50	105531.69	9.5044853	9.5278684
39	31978.63	33750.90	105542.04	9.5048598	9.5282853
40	32006.19	33783.30	105552.41	9.5052339	9.5287021
41	32033.74	33815.71	105562.79	9.5056077	9.5291186
42	32061.30	33848.13	105573.18	9.5059811	9.5295347
43	32088.85	33880.56	105583.58	9.5063542	9.5299505
44	32116.40	33912.99	105593.99	9.5067268	9.5303661
45	32143.95	33945.43	105604.41	9.5070992	9.5307813
46	32171.49	33977.87	105614.85	9.5074712	9.5311961
47	32199.03	34010.32	105625.29	9.5078428	9.5316107
48	32226.57	34042.78	105635.75	9.5082141	9.5320250
49	32254.10	34075.24	105646.21	9.5085850	9.5324389
50	32281.64	34107.71	105656.69	9.5089556	9.5328526
51	32309.17	34140.19	105667.18	9.5093258	9.5332659
52	32336.70	34172.67	105677.68	9.5096956	9.5336789
53	32364.22	34205.16	105688.19	9.5100651	9.5340916
54	32391.74	34237.65	105698.71	9.5104343	9.5345040
55	32419.26	34270.15	105709.24	9.5108031	9.5349161
56	32446.78	34302.66	105719.78	9.5111716	9.5353278
57	32474.29	34335.18	105730.34	9.5115397	9.5357393
58	32501.80	34367.70	105740.90	9.5119077	9.5361505
59	32529.31	34400.23	105751.48	9.5122749	9.5365613
60	32556.82	34432.76	105762.07	9.5126419	9.5369719

## 71 Grad.

MINEUR.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	94832.36	298868.50	315154.53	9.9769566	10.4754801
29	94823.13	298579.83	314880.79	9.9769143	10.4750605
28	94813.89	298291.66	314607.56	9.9768720	10.4746411
27	94804.64	298004.00	314334.83	9.9768296	10.4742211
26	94795.38	297716.83	314062.59	9.9767872	10.4738034
25	94786.11	297430.16	313790.86	9.9767447	10.4733850
24	94776.84	297143.99	313519.62	9.9767022	10.4729669
23	94767.56	296858.31	313248.87	9.9766597	10.4725492
22	94758.27	296573.12	312978.62	9.9766171	10.4721318
21	94748.97	296288.42	312708.86	9.9765745	10.4717147
20	94739.66	296004.22	312439.59	9.9765318	10.4712979
19	94730.35	295720.50	312170.81	9.9764891	10.4708814
18	94721.03	295437.27	311902.52	9.9764464	10.4704653
17	94711.70	295154.53	311634.72	9.9764036	10.4700495
16	94702.36	294872.27	311367.40	9.9763608	10.4696339
15	94693.01	294590.50	311100.57	9.9763179	10.4692187
14	94683.66	294309.21	310834.22	9.9762750	10.4688039
13	94674.30	294028.40	310568.35	9.9762321	10.4683893
12	94664.93	293748.07	310302.96	9.9761891	10.4679750
11	94655.55	293468.22	310038.05	9.9761461	10.4675611
10	94646.16	293188.85	309773.63	9.9761030	10.4671474
9	94636.76	292909.95	309509.67	9.9760599	10.4667341
8	94627.36	292631.52	309246.20	9.9760167	10.4663211
7	94617.95	292353.58	308983.19	9.9759736	10.4659084
6	94608.53	292076.10	308720.66	9.9759303	10.4654960
5	94599.10	291799.09	308458.60	9.9758870	10.4650839
4	94589.67	291522.56	308197.02	9.9758437	10.4646722
3	94580.23	291246.49	307935.90	9.9758004	10.4642607
2	94570.78	290970.89	307675.25	9.9757570	10.4638495
1	94561.32	290695.76	307415.07	9.9757135	10.4634387
0	94551.85	290421.09	307155.35	9.9756701	10.4630281

## 19 Grad.

Minut.

0  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30

Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
32556.82	34432.76	105762.07	9.5126419	9.5369719
32584.32	34465.30	105772.67	9.5130086	9.5373821
32611.82	34497.85	105783.28	9.5133750	9.5377920
32639.31	34530.40	105793.90	9.5137410	9.5382017
32666.81	34562.96	105804.53	9.5141067	9.5386110
32694.30	34595.53	105815.17	9.5144721	9.5390200
32721.79	34628.10	105825.83	9.5148371	9.5394287
32749.28	34660.68	105836.49	9.5152017	9.5398371
32776.76	34693.27	105847.17	9.5155660	9.5402453
32804.24	34725.86	105857.86	9.5159300	9.5406531
32831.72	34758.46	105868.55	9.5162936	9.5410606
32859.19	34791.07	105879.26	9.5166569	9.5414678
32886.66	34823.68	105889.99	9.5170198	9.5418747
32914.13	34856.30	105900.72	9.5173824	9.5422813
32941.60	34888.93	105911.46	9.5177447	9.5426877
32969.06	34921.56	105922.21	9.5181066	9.5430937
32996.52	34954.20	105932.98	9.5184682	9.5434994
33023.98	34986.85	105943.76	9.5188295	9.5439048
33051.44	35019.50	105954.54	9.5191904	9.5443100
33078.89	35052.16	105965.34	9.5195510	9.5447148
33106.34	35084.83	105976.15	9.5199112	9.5451193
33133.79	35117.50	105986.97	9.5202711	9.5455236
33161.23	35150.18	105997.81	9.5206307	9.5459276
33188.67	35182.87	106008.65	9.5209899	9.5463312
33216.11	35215.56	106019.51	9.5213488	9.5467346
33243.55	35248.26	106030.37	9.5217074	9.5471377
33270.98	35280.97	106041.25	9.5220656	9.5475405
33298.41	35313.68	106052.14	9.5224235	9.5479430
33325.84	35346.40	106063.04	9.5227811	9.5483452
33353.27	35379.13	106073.95	9.5231383	9.5487471
33380.69	35411.86	106084.87	9.5234953	9.5491487

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	94551.85	290421.09	307155.35	9.9756701	10.4630281
59	94542.38	290146.88	306896.10	9.9756265	10.4626179
58	94532.90	289873.14	306637.31	9.9755830	10.4622080
57	94523.41	289599.86	306378.98	9.9755394	10.4617983
56	94513.91	289327.04	306121.11	9.9754957	10.4613890
55	94504.40	289054.67	305863.70	9.9754521	10.4609800
54	94494.89	288782.77	305606.75	9.9754083	10.4605713
53	94485.37	288511.32	305350.26	9.9753646	10.4601629
52	94475.84	288240.33	305094.23	9.9753208	10.4597547
51	94466.30	287969.79	304838.64	9.9752769	10.4593469
50	94456.75	287699.70	304583.52	9.9752330	10.4589394
49	94447.20	287430.07	304328.84	9.9751891	10.4585322
48	94437.64	287160.88	304074.62	9.9751451	10.4581253
47	94428.07	286892.15	303820.84	9.9751011	10.4577187
46	94418.49	286623.86	303567.52	9.9750570	10.4573123
45	94408.90	286356.01	303314.64	9.9750129	10.4569063
44	94399.31	286088.63	303062.21	9.9749688	10.4565006
43	94389.72	285821.68	302810.23	9.9749246	10.4560952
42	94380.10	285555.17	302558.68	9.9748804	10.4556900
41	94370.48	285289.11	302307.59	9.9748361	10.4552852
40	94360.85	285023.49	302056.93	9.9747918	10.4548807
39	94351.21	284758.31	301806.72	9.9747475	10.4544764
38	94341.57	284493.56	301556.94	9.9747031	10.4540724
37	94331.92	284229.26	301307.60	9.9746587	10.4536688
36	94322.26	283965.39	301058.70	9.9746142	10.4532654
35	94312.60	283701.96	300810.24	9.9745697	10.4528623
34	94302.93	283438.96	300562.21	9.9745252	10.4524595
33	94293.25	283176.39	300314.62	9.9744806	10.4520570
32	94283.56	282914.26	300067.46	9.9744359	10.4516548
31	94273.86	282652.56	299820.73	9.9743913	10.4512529
30	94264.15	282391.29	299574.43	9.9743466	10.4508513

## 19 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang
30	33380.69	355411.86	106084.87	9.5234953	9.5491487
31	33408.10	355444.60	106095.80	9.5238518	9.5495500
32	33435.52	355477.35	106106.75	9.5242081	9.5499511
33	33462.93	355510.10	106117.70	9.5245640	9.5503519
34	33490.34	355542.86	106128.67	9.5249196	9.5507523
35	33517.75	355575.63	106139.65	9.5252749	9.5511525
36	33545.16	355608.40	106150.64	9.5256298	9.5515524
37	33572.56	355641.18	106161.64	9.5259844	9.5519521
38	33599.96	355673.97	106172.65	9.5263387	9.5523514
39	33627.35	355706.76	106183.67	9.5266927	9.5527504
40	33654.75	355739.56	106194.71	9.5270463	9.5531492
41	33682.14	355772.37	106205.75	9.5273997	9.5535477
42	33709.53	355805.18	106216.81	9.5277526	9.5539459
43	33736.91	355838.00	106227.88	9.5281053	9.5543438
44	33764.29	355870.83	106238.96	9.5284577	9.5547415
45	33791.67	355903.67	106250.05	9.5288097	9.5551388
46	33819.05	355936.51	106261.15	9.5291614	9.5555359
47	33846.42	355969.36	106272.27	9.5295129	9.5559327
48	33873.79	36002.22	106283.39	9.5298643	9.5563292
49	33901.16	36035.08	106294.53	9.5302146	9.5567255
50	33928.53	36067.95	106305.68	9.5305650	9.5571214
51	33955.89	36100.83	106316.84	9.5309151	9.5575171
52	33983.25	36133.71	106328.01	9.5312649	9.5579125
53	34010.60	36166.60	106339.19	9.5316143	9.5583077
54	34037.95	36199.50	106350.38	9.5319635	9.5587025
55	34065.30	36232.40	106361.58	9.5323123	9.5590971
56	34092.65	36265.31	106372.80	9.5326608	9.5594914
57	34120.00	36298.23	106384.03	9.5330090	9.5598854
58	34147.34	36331.15	106395.27	9.5333569	9.5602792
59	34174.68	36364.08	106406.52	9.5337044	9.5606727
60	34202.02	36397.02	106417.78	9.5340517	9.5610659



## 70 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	94264.15	282391.29	299574.43	9.9743466	10.4508513
29	94254.43	282130.45	299328.56	9.9743018	10.4504500
28	94244.71	281870.03	299083.12	9.9742570	10.4500489
27	94234.98	281610.04	298838.11	9.9742122	10.4496481
26	94225.24	281350.48	298593.52	9.9741673	10.4492477
25	94215.50	281091.34	298349.36	9.9741224	10.4488475
24	94205.75	280832.63	298105.63	9.9740774	10.4484476
23	94195.99	280574.33	297862.31	9.9740324	10.4480479
22	94186.22	280316.46	297619.42	9.9739873	10.4476486
21	94176.44	280059.01	297376.95	9.9739422	10.4472496
20	94166.65	279801.98	297134.90	9.9738971	10.4468508
19	94156.85	279545.37	296893.27	9.9738519	10.4464523
18	94147.05	279289.17	296652.05	9.9738067	10.4460541
17	94137.24	279033.39	296411.25	9.9737615	10.4456562
16	94127.42	278778.02	296170.87	9.9737162	10.4452585
15	94117.60	278523.07	295930.90	9.9736709	10.4448612
14	94107.77	278268.53	295691.35	9.9736255	10.4444641
13	94097.93	278014.40	295452.21	9.9735801	10.4440673
12	94088.08	277760.69	295213.48	9.9735346	10.4436708
11	94078.22	277507.38	294975.16	9.9734891	10.4432745
10	94068.35	277254.48	294737.25	9.9734435	10.4428786
9	94058.48	277001.99	294499.75	9.9733980	10.4424829
8	94048.60	276749.90	294262.65	9.9733523	10.4420875
7	94038.71	276498.22	294025.97	9.9733067	10.4416923
6	94028.81	276246.95	293789.68	9.9732610	10.4412975
5	94018.90	275996.08	293553.80	9.9732152	10.4409029
4	94008.99	275745.61	293318.23	9.9731694	10.4405086
3	93999.07	275495.54	293083.26	9.9731236	10.4401146
2	93989.14	275245.88	292848.58	9.9730777	10.4397208
1	93979.20	274996.61	292614.31	9.9730318	10.4393273
0	93969.26	274747.74	292380.44	9.9729858	10.4389341

K

## 20 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	34201.02	36397.02	106417.78	9.5340517	9.5610658
1	34229.35	36429.97	106429.05	9.5343986	9.5614588
2	34256.68	36462.92	106440.33	9.5347452	9.5618515
3	34284.01	36495.88	106451.63	9.5350915	9.5622439
4	34311.33	36528.85	106462.94	9.5354375	9.5626360
5	34338.69	36561.82	106474.26	9.5357832	9.5630278
6	34365.97	36594.80	106485.59	9.5361286	9.5634194
7	34393.29	36627.79	106496.93	9.5364737	9.5638107
8	34420.60	36660.79	106508.28	9.5368184	9.5642018
9	34447.91	36693.79	106519.64	9.5371628	9.5645925
10	34475.22	36726.80	106531.01	9.5375069	9.5649831
11	34502.52	36759.82	106542.40	9.5378508	9.5653733
12	34529.82	36792.84	106553.80	9.5381943	9.5657633
13	34557.12	36825.87	106565.21	9.5385375	9.5661530
14	34584.42	36858.91	106576.63	9.5388804	9.5665424
15	34611.71	36891.95	106588.07	9.5392230	9.5669316
16	34639.00	36925.00	106599.51	9.5395653	9.5673205
17	34666.29	36958.06	106610.97	9.5399073	9.5677091
18	34693.57	36991.13	106622.43	9.5402489	9.5680975
19	34720.85	37024.20	106633.91	9.5405903	9.5684856
20	34748.13	37057.28	106645.40	9.5409314	9.5688735
21	34775.40	37090.37	106656.90	9.5412721	9.5692611
22	34802.67	37123.46	106668.42	9.5416126	9.5696484
23	34829.94	37156.56	106679.94	9.5419527	9.5700355
24	34857.21	37189.67	106691.48	9.5422926	9.5704223
25	34884.47	37222.78	106703.02	9.5426321	9.5708088
26	34911.73	37255.90	106714.58	9.5429713	9.5711951
27	34938.99	37289.03	106726.15	9.5433103	9.5715811
28	34966.24	37322.17	106737.74	9.5436489	9.5719669
29	34993.49	37355.32	106749.34	9.5439873	9.5723524
30	35020.74	37388.47	106760.94	9.5443253	9.5727377

## 69 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	93269.26	274747.74	292380.44	9.9729858	10.4389341
59	93259.31	274499.27	292146.97	9.9729398	10.4385412
58	93249.35	274251.20	291913.89	9.9728938	10.4381485
57	93239.38	274003.52	291681.21	9.9728477	10.4377561
56	93229.40	273756.23	291448.92	9.9728016	10.4373640
55	93219.42	273509.34	291217.03	9.9727554	10.4369722
54	93209.43	273262.84	290985.53	9.9727092	10.4365806
53	93199.43	273016.74	290754.43	9.9726629	10.4361893
52	93189.42	272771.02	290523.72	9.9726166	10.4357982
51	93179.40	272525.69	290293.39	9.9725703	10.4354075
50	93169.37	272280.75	290063.46	9.9725239	10.4350169
49	93159.34	272036.20	289833.91	9.9724775	10.4346267
48	93149.30	271792.04	289604.75	9.9724310	10.4342367
47	93139.25	271548.26	289375.98	9.9723845	10.4338470
46	93129.19	271304.87	289147.60	9.9723380	10.4334576
45	93119.13	271061.86	288919.52	9.9722914	10.4330684
44	93109.06	270819.23	288691.98	9.9722448	10.4326795
43	93098.98	270576.99	288464.74	9.9721981	10.4322909
42	93088.89	270335.13	288237.89	9.9721614	10.4319025
41	93078.79	270093.64	288011.42	9.9721047	10.4315144
40	93068.69	269852.54	287785.32	9.9720579	10.4311265
39	93058.58	269611.81	287559.61	9.9720110	10.4307389
38	93048.46	269371.47	287334.28	9.9719642	10.4303516
37	93038.33	269131.49	287109.32	9.9719172	10.4299645
36	93028.19	268891.90	286884.74	9.9718703	10.4295777
35	93018.05	268652.67	286660.53	9.9718235	10.4291912
34	93007.90	268413.83	286436.70	9.9717762	10.4288049
33	93007.74	268175.35	286213.24	9.9717291	10.4284189
32	93007.57	267937.25	285990.15	9.9716820	10.4280331
31	93007.40	267699.51	285767.44	9.9716348	10.4276476
30	93007.22	267462.15	285545.09	9.9715876	10.4272623

K ij

20 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	35010.74	37388.47	106760.94	9.5443253	9.5727377
31	35047.99	37421.63	106772.55	9.5446630	9.5731227
32	35075.23	37454.79	106784.18	9.5450005	9.5735074
33	35102.47	37487.97	106795.82	9.5453376	9.5738919
34	35129.70	37521.15	106807.47	9.5456745	9.5742761
35	35156.93	37554.34	106819.14	9.5460110	9.5746601
36	35184.16	37587.53	106830.81	9.5463472	9.5750438
37	35211.39	37620.73	106842.50	9.5466832	9.5754272
38	35238.62	37653.94	106854.20	9.5470189	9.5758104
39	35265.84	37687.16	106865.91	9.5473542	9.5761934
40	35293.06	37720.38	106877.63	9.5476893	9.5765761
41	35320.27	37753.61	106889.36	9.5480240	9.5769585
42	35347.48	37786.85	106901.10	9.5483585	9.5773407
43	35374.69	37820.10	106912.86	9.5486927	9.5777226
44	35401.90	37853.35	106924.63	9.5490266	9.5781043
45	35429.10	37886.61	106936.41	9.5493602	9.5784858
46	35456.30	37919.88	106948.20	9.5496935	9.5788669
47	35483.50	37953.16	106960.00	9.5500265	9.5792479
48	35510.70	37986.44	106971.82	9.5503592	9.5796286
49	35537.89	38019.73	106983.64	9.5506916	9.5800090
50	35565.08	38053.03	106995.48	9.5510237	9.5803892
51	35592.26	38086.33	107007.33	9.5513556	9.5807691
52	35619.44	38119.64	107019.19	9.5516871	9.5811488
53	35646.62	38152.96	107031.06	9.5520184	9.5815282
54	35673.80	38186.29	107042.95	9.5523494	9.5819074
55	35700.97	38219.62	107054.84	9.5526801	9.5822864
56	35728.14	38252.96	107066.75	9.5530105	9.5826651
57	35755.31	38286.31	107078.67	9.5533406	9.5830435
58	35782.48	38319.67	107090.60	9.5536707	9.5834217
59	35809.64	38353.03	107102.54	9.5539999	9.5837997
60	35836.79	38386.40	107114.50	9.5543292	9.5841774

69 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sm.	Log. Tang.
30	93667.22	267462.15	285545.09	9.9715876	10.4272623
29	93657.03	267225.16	285323.12	9.9715404	10.4268773
28	93646.83	266988.53	285101.52	9.9714931	10.4264926
27	93636.62	266752.27	284880.28	9.9714457	10.4261081
26	93626.40	266516.38	284659.41	9.9713984	10.4257239
25	93616.18	266280.85	284438.91	9.9713509	10.4253399
24	93605.95	266045.69	284218.77	9.9713035	10.4249562
23	93595.71	265810.89	283998.99	9.9712560	10.4245728
22	93585.46	265576.45	283779.58	9.9712084	10.4241896
21	93575.21	265342.38	283560.54	9.9711608	10.4238066
20	93564.95	265108.67	283341.85	9.9711132	10.4234239
19	93554.68	264875.31	283123.53	9.9710655	10.4230415
18	93544.40	264642.32	282905.56	9.9710178	10.4226593
17	93534.11	264409.69	282687.96	9.9709701	10.4222774
16	93523.82	264177.41	282470.71	9.9709223	10.4218957
15	93513.52	263945.49	282253.82	9.9708744	10.4215142
14	93503.21	263713.92	282037.29	9.9708265	10.4211331
13	93492.89	263482.71	281821.11	9.9707786	10.4207521
12	93482.56	263251.86	281605.29	9.9707306	10.4203714
11	93472.23	263021.36	281389.82	9.9706826	10.4199910
10	93461.89	262791.21	281174.71	9.9706346	10.4196108
9	93451.54	262561.41	280959.95	9.9705865	10.4192309
8	93441.18	262331.96	280745.54	9.9705383	10.4188512
7	93430.82	262102.86	280531.48	9.9704902	10.4184718
6	93420.45	261874.11	280317.77	9.9704419	10.4180926
5	93410.07	261645.71	280104.41	9.9703937	10.4177136
4	93399.68	261417.66	279891.40	9.9703454	10.4173349
3	93389.28	261189.95	279678.73	9.9702970	10.4169565
2	93378.87	260962.59	279466.41	9.9702486	10.4165783
1	93368.46	260735.58	279254.44	9.9702002	10.4162003
0	93358.04	260508.91	279042.81	9.9701517	10.4158226

## 21 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	35836.79	38386.40	107114.50	9.5543292	9.5841774
1	35863.95	38419.78	107126.47	9.5546581	9.5845549
2	35891.10	38453.17	107138.44	9.5549868	9.5849321
3	35918.25	38486.56	107150.43	9.5553152	9.5853091
4	35945.40	38519.96	107162.44	9.5556433	9.5856859
5	35972.54	38553.37	107174.45	9.5559711	9.5860624
6	35999.68	38586.79	107186.47	9.5562987	9.5864386
7	36026.82	38620.21	107198.51	9.5566259	9.5868147
8	36053.95	38653.64	107210.56	9.5569529	9.5871904
9	36081.08	38687.08	107222.62	9.5572796	9.5875660
10	36108.21	38720.53	107234.69	9.5576060	9.5879413
11	36135.33	38753.98	107246.78	9.5579321	9.5883163
12	36162.46	38787.44	107258.87	9.5582579	9.5886912
13	36189.58	38820.91	107270.98	9.5585835	9.5890657
14	36216.69	38854.39	107283.10	9.5589088	9.5894401
15	36243.80	38887.87	107295.23	9.5592338	9.5898144
16	36270.91	38921.36	107307.37	9.5595585	9.5901881
17	36298.02	38954.86	107319.53	9.5598829	9.5905617
18	36325.12	38988.37	107331.70	9.5602071	9.5909351
19	36352.22	39021.89	107343.88	9.5605310	9.5913082
20	36379.32	39055.41	107356.07	9.5608546	9.5916812
21	36406.41	39088.94	107368.27	9.5611779	9.5920539
22	36433.50	39122.48	107380.48	9.5615010	9.5924263
23	36460.59	39156.02	107392.71	9.5618237	9.5927985
24	36487.68	39189.57	107404.95	9.5621462	9.5931705
25	36514.76	39223.13	107417.20	9.5624685	9.5935422
26	36541.84	39256.70	107429.46	9.5627904	9.5939138
27	36568.92	39290.28	107441.73	9.5631121	9.5942851
28	36595.99	39323.86	107454.02	9.5634335	9.5946561
29	36623.06	39357.45	107466.31	9.5637546	9.5950269
30	36650.13	39391.05	107478.62	9.5640754	9.5953975

-58 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	93358.04	260508.91	279042.81	9.9701517	10.4158226
59	93347.61	260282.58	278831.53	9.9701032	10.4154451
58	93337.17	260056.59	278620.59	9.9700547	10.4150679
57	93326.73	259830.95	278409.99	9.9700061	10.4146909
56	93316.28	259605.64	278199.73	9.9699574	10.4143141
55	93305.82	259380.68	277989.82	9.9699087	10.4139376
54	93295.35	259156.06	277780.24	9.9698600	10.4135614
53	93284.87	258931.77	277571.00	9.9698112	10.4131853
52	93274.39	258707.82	277362.11	9.9697624	10.4128096
51	93263.90	258484.21	277153.55	9.9697136	10.4124340
50	93253.40	258260.94	276945.32	9.9696647	10.4120587
49	93242.89	258038.90	276737.43	9.9696158	10.4116837
48	93232.38	257815.39	276529.88	9.9695668	10.4113088
47	93221.86	257593.12	276322.66	9.9695177	10.4109343
46	93211.33	257371.18	276115.78	9.9694687	10.4105599
45	93200.79	257149.57	275909.23	9.9694196	10.4101858
44	93190.24	256928.30	275703.01	9.9693704	10.4098119
43	93179.68	256707.35	275497.12	9.9693212	10.4094383
42	93169.12	256486.74	275291.57	9.9692720	10.4090649
41	93158.55	256266.45	275086.34	9.9692227	10.4086918
40	93147.97	256046.49	274881.44	9.9691734	10.4083188
39	93137.38	255826.86	274676.87	9.9691240	10.4079461
38	93126.79	255607.56	274472.63	9.9690746	10.4075737
37	93116.19	255388.58	274268.71	9.9690252	10.4072015
36	93105.58	255169.92	274065.12	9.9689757	10.4068295
35	93094.96	254951.60	273861.86	9.9689262	10.4064577
34	93084.33	254733.59	273658.92	9.9688766	10.4060862
33	93073.70	254515.91	273456.30	9.9688270	10.4057149
32	93063.06	254298.55	273254.00	9.9687773	10.4053439
31	93052.41	254081.51	273052.03	9.9687276	10.4049731
30	93041.75	253864.79	272850.38	9.9686779	10.4046025

## 21 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	36650.13	39391.05	107478.62	9.5640754	9.5953975
31	36677.19	39424.66	107490.95	9.5643960	9.5957679
32	36704.25	39458.17	107503.28	9.5647163	9.5961380
33	36731.31	39491.89	107515.62	9.5650363	9.5965079
34	36758.36	39525.52	107527.98	9.5653561	9.5968776
35	36785.42	39559.16	107540.35	9.5656756	9.5972470
36	36812.46	39592.80	107552.73	9.5659948	9.5976162
37	36839.50	39626.45	107565.12	9.5663137	9.5979852
38	36866.54	39660.11	107577.53	9.5666324	9.5983540
39	36893.58	39693.78	107589.95	9.5669508	9.5987225
40	36920.62	39727.46	107602.37	9.5672689	9.5990908
41	36947.65	39761.14	107614.81	9.5675868	9.5994588
42	36974.68	39794.83	107627.27	9.5679044	9.5998267
43	37001.70	39828.53	107639.73	9.5682217	9.6001943
44	37028.72	39862.24	107652.21	9.5685387	9.6005617
45	37055.74	39895.96	107664.70	9.5688555	9.6009289
46	37082.76	39929.68	107677.20	9.5691721	9.6012958
47	37109.77	39963.41	107689.71	9.5694883	9.6016625
48	37136.78	39997.15	107702.24	9.5698043	9.6020290
49	37163.79	40030.89	107714.77	9.5701200	9.6023953
50	37190.80	40064.65	107727.32	9.5704355	9.6027613
51	37217.80	40098.41	107739.88	9.5707506	9.6031271
52	37244.80	40132.18	107752.46	9.5710656	9.6034927
53	37271.79	40165.96	107765.04	9.5713802	9.6038581
54	37298.78	40199.75	107777.64	9.5716946	9.6042233
55	37325.77	40233.54	107790.25	9.5720087	9.6045882
56	37352.75	40267.34	107802.87	9.5723226	9.6049529
57	37379.73	40301.15	107815.50	9.5726362	9.6053174
58	37406.71	40334.97	107828.15	9.5729495	9.6056817
59	37433.69	40368.79	107840.80	9.5732626	9.6060457
60	37460.66	40402.62	107853.47	9.5735754	9.6064096



68 Grad.

Mins.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	93041.75	253864.79	272850.38	9.9686779	10.4046025
29	93031.09	253648.39	272649.05	9.9686281	10.4042321
28	93020.42	253432.31	272448.04	9.9685783	10.4038620
27	93009.74	253216.55	272247.35	9.9685284	10.4034921
26	92999.05	253001.11	272046.98	9.9684785	10.4031224
25	92988.35	252785.98	271846.93	9.9684286	10.4027530
24	92977.65	252571.17	271647.19	9.9683786	10.4023838
23	92966.94	252356.67	271447.77	9.9683285	10.4020148
22	92956.22	252142.49	271248.66	9.9682784	10.4016460
21	92945.49	251928.63	271049.87	9.9682283	10.4012775
20	92934.75	251715.70	270851.39	9.9681781	10.4009092
19	92924.01	251501.83	270653.23	9.9681279	10.4005411
18	92913.26	251288.90	270455.38	9.9680777	10.4001733
17	92902.50	251076.29	270257.84	9.9680274	10.3998057
16	92891.73	250863.98	270060.61	9.9679771	10.3994383
15	92880.95	250651.98	269863.70	9.9679267	10.3990711
14	92870.17	250440.29	269667.09	9.9678763	10.3987042
13	92859.38	250228.91	269470.79	9.9678258	10.3983375
12	92848.58	250017.84	269274.80	9.9677753	10.3979710
11	92837.77	249807.07	269079.12	9.9677247	10.3976047
10	92826.96	249596.61	268883.74	9.9676741	10.3972387
9	92816.14	249386.45	268688.67	9.9676235	10.3968729
8	92805.31	249176.60	268493.91	9.9675728	10.3965073
7	92794.47	248967.06	268299.45	9.9675221	10.3961419
6	92783.62	248757.81	268105.30	9.9674713	10.3957767
5	92772.77	248548.87	267911.45	9.9674205	10.3954118
4	92761.91	248340.23	267717.90	9.9673697	10.3950471
3	92751.04	248131.90	267524.65	9.9673188	10.3946826
2	92740.16	247923.86	267331.70	9.9672679	10.3943183
1	92729.28	247716.12	267139.06	9.9672169	10.3939543
0	92718.39	247508.69	266946.72	9.9671659	10.3935904

22 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	37460.66	40402.62	107853.47	9.5735754	9.6064066
1	37487.63	40436.46	107866.16	9.5738880	9.6067732
2	37514.59	40470.31	107878.85	9.5742003	9.6071366
3	37541.56	40504.17	107891.56	9.5745123	9.6074997
4	37568.52	40538.04	107904.27	9.5748240	9.6078627
5	37595.47	40571.91	107917.00	9.5751356	9.6082254
6	37622.43	40605.79	107929.75	9.5754468	9.6085880
7	37649.38	40639.68	107942.50	9.5757578	9.6089503
8	37676.32	40673.58	107955.27	9.5760685	9.6093124
9	37703.27	40707.48	107968.05	9.5763790	9.6096741
10	37730.21	40741.39	107980.84	9.5766892	9.6100359
11	37757.14	40775.31	107993.64	9.5769991	9.6103973
12	37784.08	40809.24	108006.46	9.5773088	9.6107586
13	37811.01	40843.18	108019.28	9.5776183	9.6111196
14	37837.94	40877.13	108032.12	9.5779275	9.6114804
15	37864.86	40911.08	108044.97	9.5782364	9.6118409
16	37891.78	40945.04	108057.84	9.5785450	9.6122013
17	37918.70	40979.01	108070.71	9.5788535	9.6125615
18	37945.62	41012.99	108083.60	9.5791616	9.6129214
19	37972.53	41046.97	108096.50	9.5794695	9.6132812
20	37999.44	41080.97	108109.42	9.5797772	9.6136407
21	38026.34	41114.97	108122.34	9.5800845	9.6140000
22	38053.24	41148.98	108135.28	9.5803917	9.6143591
23	38080.14	41183.00	108148.23	9.5806986	9.6147180
24	38107.04	41217.03	108161.19	9.5810052	9.6150766
25	38133.93	41251.06	108174.17	9.5813116	9.6154351
26	38160.82	41285.10	108187.15	9.5816177	9.6157934
27	38187.70	41319.15	108200.15	9.5819236	9.6161514
28	38214.59	41353.21	108213.16	9.5822292	9.6165093
29	38241.47	41387.28	108226.18	9.5825345	9.6168669
30	38268.34	41421.36	108239.22	9.5828397	9.6172243

## 67 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	92718.39	247508.69	266946.72	9.9671659	10.3935904
59	92707.49	247301.55	266754.67	9.9671148	10.3932268
58	92696.58	247094.70	266562.92	9.9670637	10.3928634
57	92685.66	246888.16	266371.48	9.9670125	10.3925003
56	92674.73	246681.91	266180.33	9.9669614	10.3921373
55	92663.80	246475.96	265989.47	9.9669101	10.3917746
54	92652.86	246270.30	265798.91	9.9668588	10.3914120
53	92641.91	246064.94	265608.65	9.9668075	10.3910497
52	92630.96	245859.87	265418.68	9.9667562	10.3906876
51	92620.00	245655.09	265229.01	9.9667048	10.3903258
50	92609.03	245450.61	265039.62	9.9666533	10.3899641
49	92598.05	245246.42	264850.54	9.9666018	10.3896027
48	92587.06	245042.52	264661.74	9.9665503	10.3892414
47	92576.06	244838.91	264473.23	9.9664987	10.3888804
46	92565.06	244635.59	264285.02	9.9664471	10.3885196
45	92554.05	244432.56	264097.09	9.9663954	10.3881591
44	92543.03	244229.82	263909.46	9.9663437	10.3877987
43	92532.00	244027.36	263722.11	9.9662920	10.3874385
42	92520.97	243825.19	263535.05	9.9662402	10.3870786
41	92509.93	243623.31	263348.28	9.9661884	10.3867188
40	92498.88	243421.72	263161.80	9.9661365	10.3863593
39	92487.82	243220.41	262975.60	9.9660846	10.3860000
38	92476.75	243019.38	262789.69	9.9660326	10.3856409
37	92465.68	242818.64	262604.06	9.9659806	10.3852820
36	92454.60	242618.19	262418.72	9.9659285	10.3849234
35	92443.51	242418.01	262233.66	9.9658764	10.3845649
34	92432.41	242218.12	262048.88	9.9658243	10.3842066
33	92421.31	242018.51	261864.39	9.9657721	10.3838486
32	92410.20	241819.18	261680.18	9.9657199	10.3834907
31	92399.08	241620.13	261496.24	9.9656677	10.3831331
30	92387.95	241421.36	261312.59	9.9656153	10.3827757

## 21 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	38268.34	41421.36	108239.22	9.5828397	9.6172243
31	38295.22	41455.44	108252.27	9.5831445	9.6175815
32	38322.09	41489.53	108265.33	9.5834491	9.6179385
33	38348.95	41523.63	108278.40	9.5837535	9.6182953
34	38375.82	41557.74	108291.49	9.5840576	9.6186519
35	38402.68	41591.86	108304.58	9.5843615	9.6190083
36	38429.53	41625.99	108317.69	9.5846651	9.6193645
37	38456.39	41660.12	108330.81	9.5849685	9.6197205
38	38483.24	41694.26	108343.95	9.5852716	9.6200762
39	38510.08	41728.41	108357.09	9.5855745	9.6204318
40	38536.93	41762.57	108370.25	9.5858771	9.6207872
41	38563.77	41796.74	108383.42	9.5861795	9.6211423
42	38590.60	41830.91	108396.61	9.5864816	9.6214973
43	38617.44	41865.09	108409.80	9.5867835	9.6218520
44	38644.27	41899.28	108423.01	9.5870851	9.6222066
45	38671.10	41933.48	108436.23	9.5873865	9.6225609
46	38697.92	41967.69	108449.47	9.5876876	9.6229150
47	38724.74	42001.91	108462.71	9.5879885	9.6232690
48	38751.56	42036.13	108475.97	9.5882892	9.6236227
49	38778.37	42070.36	108489.24	9.5885896	9.6239763
50	38805.18	42104.60	108502.52	9.5888897	9.6243296
51	38831.99	42138.85	108515.82	9.5891897	9.6246827
52	38858.80	42173.11	108529.13	9.5894893	9.6250356
53	38885.60	42207.38	108542.45	9.5897888	9.6253884
54	38912.39	42241.66	108555.78	9.5900880	9.6257409
55	38939.19	42275.94	108569.12	9.5903869	9.6260932
56	38965.98	42310.23	108582.48	9.5906856	9.6264454
57	38992.77	42344.53	108595.85	9.5909841	9.6267973
58	39019.55	42378.84	108609.24	9.5912823	9.6271491
59	39046.33	42413.16	108622.63	9.5915803	9.6275006
60	39073.11	42447.49	108636.04	9.5918780	9.6278519

67 Grad.

Minute	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	92387.95	241421.36	261312.59	9.9656153	10.3827757
29	92376.81	241222.86	261129.22	9.96555630	10.3824185
28	92365.67	241024.65	260946.13	9.9655106	10.3820615
27	92354.52	240826.72	260763.32	9.9654582	10.3817047
26	92343.36	240629.06	260580.78	9.9654057	10.3813481
25	92332.19	240431.68	260398.52	9.9653532	10.3809917
24	92321.02	240234.57	260216.54	9.9653006	10.3806355
23	92309.84	240037.74	260034.84	9.9652480	10.3802795
22	92298.65	239841.18	259853.41	9.9651953	10.3799238
21	92287.45	239644.90	259672.25	9.9651426	10.3795682
20	92276.24	239448.89	259491.37	9.9650899	10.3792128
19	92265.03	239253.16	259310.77	9.9650371	10.3788577
18	92253.81	239057.69	259130.43	9.9649843	10.3785027
17	92242.58	238862.50	258950.37	9.9649314	10.3781480
16	92231.34	238667.58	258770.58	9.9648785	10.3777934
15	92220.09	238472.93	258591.07	9.9648256	10.3774391
14	92208.84	238278.55	258411.82	9.9647726	10.3770850
13	92197.58	238084.44	258232.84	9.9647195	10.3767310
12	92186.31	237890.60	258054.14	9.9646665	10.3763773
11	92175.03	237697.03	257875.70	9.9646133	10.3760237
10	92163.75	237503.72	257697.53	9.9645602	10.3756704
9	92152.46	237310.68	257519.63	9.9645069	10.3753173
8	92141.16	237117.91	257341.99	9.9644537	10.3749644
7	92129.85	236925.40	257164.62	9.9644004	10.3746116
6	92118.54	236733.16	256987.52	9.9643470	10.3742591
5	92107.22	236541.18	256810.69	9.9642937	10.3739068
4	92095.89	236349.46	256634.12	9.9642402	10.3735546
3	92084.55	236158.01	256457.81	9.9641868	10.3732027
2	92073.20	235966.83	256281.76	9.9641332	10.3728509
1	92061.85	235775.90	256105.99	9.9640797	10.3724994
0	92050.49	235585.24	255930.47	9.9640261	10.3721481

## 23 Grad.

Milur.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	39073.11	42447.49	108636.04	9.5918780	9.6278519
1	39099.89	42481.82	108649.46	9.5921755	9.6282031
2	39126.66	42516.16	108662.89	9.5924728	9.6285540
3	39153.43	42550.51	108676.34	9.5927698	9.6289048
4	39180.19	42584.87	108689.79	9.5930666	9.6292553
5	39206.95	42619.24	108703.26	9.5933631	9.6296057
6	39233.71	42653.62	108716.75	9.5936594	9.6299558
7	39260.47	42688.00	108730.24	9.5939555	9.6303058
8	39287.22	42722.39	108743.75	9.5942513	9.6306556
9	39313.97	42756.79	108757.27	9.5945469	9.6310052
10	39340.71	42791.20	108770.80	9.5948422	9.6313545
11	39378.45	42825.62	108784.35	9.5951373	9.6317037
12	39394.19	42860.05	108797.91	9.5954322	9.6320527
13	39420.93	42894.49	108811.48	9.5957268	9.6324015
14	39447.66	42928.94	108825.06	9.5960212	9.6327501
15	39474.39	42963.39	108838.66	9.5963154	9.6330985
16	39501.11	42997.85	108852.27	9.5966093	9.6334468
17	39527.83	43032.32	108865.89	9.5969030	9.6337948
18	39554.55	43066.80	108879.52	9.5971965	9.6341426
19	39581.27	43101.29	108893.17	9.5974897	9.6344903
20	39607.98	43135.79	108906.83	9.5977827	9.6348378
21	39634.69	43170.30	108920.50	9.5980754	9.6351850
22	39661.39	43204.81	108934.18	9.5983679	9.6355321
23	39688.09	43239.33	108947.88	9.5986602	9.6358790
24	39714.79	43273.86	108961.59	9.5989523	9.6362257
25	39741.48	43308.40	108975.31	9.5992441	9.6365722
26	39768.17	43342.95	108989.04	9.5995357	9.6369185
27	39794.86	43377.51	109002.79	9.5998271	9.6372646
28	39821.55	43412.08	109016.55	9.6001181	9.6376106
29	39848.23	43446.66	109030.32	9.6004090	9.6379563
30	39874.91	43481.24	109044.11	9.6006997	9.6383019

## 66 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	92050.49	235585.24	255930.47	9.9640261	10.3721481
59	92039.12	235394.83	255755.21	9.9639724	10.3717969
58	92027.74	2352104.69	255580.22	9.9639187	10.3714460
57	92016.35	235014.81	255405.48	9.9638650	10.3710952
56	92004.96	234825.19	255231.01	9.9638112	10.3707447
55	91993.56	234635.82	255056.80	9.9637574	10.3703943
54	91982.15	234446.72	254882.84	9.9637036	10.3700442
53	91970.73	234257.87	254709.15	9.9636496	10.3696942
52	91959.31	234069.28	254535.71	9.9635957	10.3693444
51	91947.88	233880.95	254362.53	9.9635417	10.3689948
50	91936.44	233692.87	254189.61	9.9634877	10.3686455
49	91924.99	233505.05	254016.94	9.9634336	10.3682963
48	91913.53	233317.48	253844.53	9.9633795	10.3679473
47	91902.07	233130.17	253672.38	9.9633253	10.3675985
46	91890.60	232943.11	253500.48	9.9632711	10.3672499
45	91879.12	232756.30	253328.83	9.9632168	10.3669015
44	91867.63	232569.75	253157.44	9.9631625	10.3665532
43	91856.14	232383.45	252986.30	9.9631082	10.3662052
42	91844.64	232197.40	252815.41	9.9630538	10.3658574
41	91833.13	232011.60	252644.78	9.9629994	10.3655097
40	91821.61	231826.06	252474.40	9.9629449	10.3651622
39	91810.08	231640.76	252304.26	9.9628904	10.3648150
38	91798.55	231455.71	252134.38	9.9628358	10.3644679
37	91787.01	231270.91	251964.75	9.9627812	10.3641210
36	91775.46	231086.36	251795.37	9.9627266	10.3637743
35	91763.90	230902.06	251626.24	9.9626719	10.3634278
34	91752.34	230718.01	251457.35	9.9626172	10.3630815
33	91740.77	230534.20	251288.71	9.9625624	10.3627354
32	91729.19	230350.64	251120.32	9.9625076	10.3623894
31	91717.60	230167.32	250952.18	9.9624527	10.3620437
30	91706.01	229984.25	250784.28	9.9623978	10.3616981

## 23 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	39874.91	43481.24	109044.11	9.6006997	9.6383019
31	39901.58	43515.83	109057.91	9.6009901	9.6386473
32	39928.25	43550.43	109071.72	9.6012803	9.6389925
33	39954.92	43585.04	109085.54	9.6015703	9.6393375
34	39981.58	43619.66	109099.38	9.6018600	9.6396823
35	40008.24	43654.29	109113.23	9.6021495	9.6400269
36	40034.90	43688.93	109127.09	9.6024388	9.6403714
37	40061.56	43723.58	109140.97	9.6027278	9.6407156
38	40088.21	43758.23	109154.86	9.6030166	9.6410597
39	40114.86	43792.89	109168.76	9.6033052	9.6414036
40	40141.50	43827.56	109182.67	9.6035936	9.6417473
41	40168.14	43862.24	109196.59	9.6038817	9.6420908
42	40194.78	43896.93	109210.53	9.6041696	9.6424342
43	40221.41	43931.63	109224.48	9.6044573	9.6427773
44	40248.04	43966.34	109238.45	9.6047448	9.6431203
45	40274.67	44001.06	109252.43	9.6050320	9.6434631
46	40301.29	44035.78	109266.42	9.6053190	9.6438057
47	40327.91	44070.51	109280.42	9.6056057	9.6441481
48	40354.53	44105.25	109294.44	9.6058923	9.6444903
49	40381.14	44140.00	109308.47	9.6061786	9.6448324
50	40407.75	44174.76	109322.51	9.6064647	9.6451743
51	40434.36	44209.53	109336.56	9.6067506	9.6455160
52	40460.96	44244.31	109350.63	9.6070362	9.6458575
53	40487.56	44279.10	109364.71	9.6073216	9.6461988
54	40514.16	44313.90	109378.80	9.6076068	9.6465400
55	40540.75	44348.71	109392.91	9.6078918	9.6468810
56	40567.34	44383.53	109407.03	9.6081765	9.6472217
57	40593.93	44418.35	109421.16	9.6084611	9.6475624
58	40620.51	44453.18	109435.30	9.6087454	9.6479028
59	40647.09	44488.02	109449.46	9.6090294	9.6482431
60	40673.66	44522.87	109463.63	9.6093133	9.6485831



## 66 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	91706.01	229984.25	250784.28	9.9623978	10.3616981
29	91694.41	229801.43	250616.63	9.9623428	10.3613527
28	91682.80	229618.85	250449.23	9.9622878	10.3610075
27	91671.18	229436.51	250282.07	9.9622328	10.3606625
26	91659.55	229254.42	250115.15	9.9621777	10.3603177
25	91647.91	229072.57	249948.47	9.9621226	10.3599731
24	91636.27	228890.96	249782.04	9.9620674	10.3596286
23	91624.62	228709.59	249615.86	9.9620122	10.3592844
22	91612.96	228528.46	249449.91	9.9619569	10.3589403
21	91601.30	228347.58	249284.21	9.9619016	10.3585964
20	91589.63	228166.93	249118.74	9.9618463	10.3582527
19	91577.95	227986.53	248953.51	9.9617909	10.3579092
18	91566.26	227806.36	248788.54	9.9617355	10.3575658
17	91554.56	227626.43	248623.80	9.9616800	10.3572227
16	91542.86	227446.74	248459.29	9.9616245	10.3568797
15	91531.15	227267.29	248295.03	9.9615689	10.3565369
14	91519.43	227088.07	248131.00	9.9615133	10.3561943
13	91507.70	226909.09	247967.21	9.9614576	10.3558519
12	91495.96	226730.35	247803.66	9.9614020	10.3555097
11	91484.22	226551.84	247640.34	9.9613463	10.3551676
10	91472.47	226373.57	247477.26	9.9612904	10.3548257
9	91460.71	226195.53	247314.42	9.9612346	10.3544840
8	91448.95	226017.73	247151.81	9.9611787	10.3541425
7	91437.18	225840.16	246989.43	9.9611228	10.3538012
6	91425.40	225662.83	246827.29	9.9610668	10.3534600
5	91413.61	225485.72	246665.38	9.9610108	10.3531190
4	91401.81	225308.85	246503.71	9.9609548	10.3527783
3	91390.00	225132.21	246342.27	9.9608987	10.3524376
2	91378.19	224955.80	246181.06	9.9608426	10.3520972
1	91366.37	224779.62	246020.08	9.9607864	10.3517569
0	91354.54	224603.68	245859.33	9.9607302	10.3514169

## 24 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	40673.66	44522.87	109463.63	9.6093133	9.6485831
1	40700.23	44557.73	109477.81	9.6095969	9.6489230
2	40726.80	44592.60	109492.01	9.6098803	9.6492628
3	40753.37	44627.48	109506.22	9.6101635	9.6496023
4	40779.93	44662.37	109520.44	9.6104465	9.6499417
5	40806.49	44697.27	109534.67	9.6107293	9.6502809
6	40833.05	44732.17	109548.92	9.6110118	9.6506199
7	40859.60	44767.08	109563.18	9.6112941	9.6509587
8	40886.15	44802.00	109577.46	9.6115762	9.6512974
9	40912.69	44836.93	109591.74	9.6118580	9.6516359
10	40939.23	44871.87	109606.04	9.6121397	9.6519742
11	40965.77	44906.82	109620.36	9.6124211	9.6523123
12	40992.30	44941.78	109634.68	9.6127023	9.6526503
13	41018.83	44976.75	109649.02	9.6129833	9.6529881
14	41045.36	45011.73	109663.37	9.6132641	9.6533257
15	41071.89	45046.72	109677.74	9.6135446	9.6536631
16	41098.41	45081.72	109692.12	9.6138250	9.6540004
17	41124.93	45116.73	109706.51	9.6141051	9.6543375
18	41151.44	45151.74	109720.91	9.6143850	9.6546744
19	41177.95	45186.76	109735.33	9.6146647	9.6550112
20	41204.46	45221.79	109749.76	9.6149441	9.6553477
21	41230.96	45256.83	109764.20	9.6152234	9.6556841
22	41257.46	45291.88	109778.66	9.6155024	9.6560204
23	41283.95	45326.94	109793.13	9.6157812	9.6563564
24	41310.44	45362.01	109807.61	9.6160598	9.6566923
25	41336.93	45397.09	109822.11	9.6163382	9.6570280
26	41363.42	45432.18	109836.62	9.6166164	9.6573636
27	41389.90	45467.28	109851.14	9.6168944	9.6576989
28	41416.38	45502.39	109865.68	9.6171721	9.6580341
29	41442.85	45537.51	109880.23	9.6174496	9.6583692
30	41469.32	45572.64	109894.79	9.6177270	9.6587041

## 65 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	91354.54	224603.68	245819.33	9.9607302	10.3514169
59	91342.71	224427.96	245698.82	9.9606739	10.3510770
58	91330.87	224252.47	245578.53	9.9606176	10.3507372
57	91319.02	224077.21	245378.48	9.9605612	10.3503977
56	91307.16	223902.18	245218.65	9.9605048	10.3500583
55	91295.29	223727.38	245059.05	9.9604484	10.3497191
54	91283.42	223552.80	244899.68	9.9603919	10.3493801
53	91271.54	223378.45	244740.54	9.9603354	10.3490413
52	91259.65	223204.33	244581.63	9.9602788	10.3487026
51	91247.75	223030.43	244422.94	9.9602222	10.3483641
50	91235.84	222856.76	244264.48	9.9601655	10.3480258
49	91223.93	222683.31	244106.24	9.9601088	10.3476877
48	91212.01	222510.09	243948.23	9.9600520	10.3473497
47	91200.08	222337.09	243790.45	9.9599952	10.3470119
46	91188.14	222164.32	243632.89	9.9599384	10.3466743
45	91176.20	221991.77	243475.55	9.9598815	10.3463369
44	91164.25	221819.44	243318.44	9.9598246	10.3459996
43	91152.29	221647.33	243161.55	9.9597676	10.3456625
42	91140.32	221475.45	243004.89	9.9597106	10.3453256
41	91128.35	221303.79	242848.44	9.9596535	10.3449888
40	91116.37	221132.34	242692.22	9.9595964	10.3446523
39	91104.38	220961.12	242536.22	9.9595393	10.3443159
38	91092.38	220790.12	242380.44	9.9594821	10.3439796
37	91080.38	220619.34	242224.88	9.9594248	10.3436436
36	91068.37	220448.78	242069.54	9.9593675	10.3433077
35	91056.35	220278.43	241914.42	9.9593102	10.3429720
34	91044.32	220108.31	241759.52	9.9592528	10.3426364
33	91032.28	219938.40	241604.84	9.9591954	10.3423011
32	91020.24	219768.71	241450.38	9.9591380	10.3419659
31	91008.19	219599.23	241296.13	9.9590805	10.3416308
30	90996.13	219429.97	241142.10	9.9590229	10.3412960

M ij

## 24 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	41469.32	45572.64	109894.79	9.6177270	9.6587041
31	41495.79	45607.77	109909.36	9.6180041	9.6590387
32	41522.26	45642.91	109923.95	9.6182809	9.6593733
33	41548.72	45678.06	109938.55	9.6185576	9.6597076
34	41575.18	45713.22	109953.17	9.6188341	9.6600418
35	41601.63	45748.39	109967.79	9.6191103	9.6603758
36	41628.08	45783.57	109982.43	9.6193864	9.6607097
37	41654.53	45818.76	109997.09	9.6196622	9.6610434
38	41680.97	45853.96	110011.76	9.6199378	9.6613769
39	41707.41	45889.17	110026.44	9.6202132	9.6617103
40	41733.85	45924.39	110041.13	9.6204884	9.6620434
41	41760.28	45959.62	110055.84	9.6207634	9.6623765
42	41786.71	45994.86	110070.56	9.6210382	9.6627093
43	41813.13	46030.11	110085.29	9.6213127	9.6630420
44	41839.55	46065.37	110100.04	9.6215871	9.6633745
45	41865.97	46100.64	110114.80	9.6218612	9.6637069
46	41892.39	46135.91	110129.57	9.6221351	9.6640391
47	41918.80	46171.19	110144.36	9.6224088	9.6643711
48	41945.21	46206.48	110159.16	9.6226824	9.6647030
49	41971.61	46241.78	110173.97	9.6229557	9.6650345
50	41998.01	46277.09	110188.79	9.6232287	9.6653662
51	42024.41	46312.42	110203.63	9.6235016	9.6656975
52	42050.80	46347.76	110218.49	9.6237743	9.6660288
53	42077.19	46383.11	110233.35	9.6240467	9.6663598
54	42103.58	46418.46	110248.23	9.6243190	9.6666907
55	42129.96	46453.82	110263.13	9.6245911	9.6670214
56	42156.34	46489.19	110278.03	9.6248629	9.6673519
57	42182.72	46524.57	110292.95	9.6251346	9.6676823
58	42209.09	46559.96	110307.89	9.6254060	9.6680126
59	42235.46	46595.36	110322.83	9.6256772	9.6683426
60	42261.83	46630.77	110337.79	9.6259483	9.6686725

65 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	90996.13	219429.97	244141.10	9.9590229	10.3412960
29	90984.06	219260.93	240988.29	9.9589653	10.3409613
28	90971.98	219092.10	240834.69	9.9589077	10.3406267
27	90959.90	218923.49	240681.32	9.9588500	10.3402924
26	90947.81	218755.10	240528.15	9.9587923	10.3399582
25	90935.74	218586.91	240375.20	9.9587345	10.3396242
24	90923.61	218418.94	240222.47	9.9586767	10.3392903
23	90911.50	218251.19	240069.95	9.9586188	10.3389566
22	90899.38	218083.64	239917.64	9.9585609	10.3386231
21	90887.25	217916.31	239765.55	9.9585030	10.3382897
20	90875.11	217749.20	239613.67	9.9584450	10.3379566
19	90862.97	217582.29	239462.01	9.9583869	10.3376235
18	90850.82	217415.59	239310.55	9.9583288	10.3372907
17	90838.66	217249.11	239159.31	9.9582707	10.3369580
16	90826.49	217082.83	239008.28	9.9582125	10.3366255
15	90814.32	216916.77	238857.46	9.9581543	10.3362931
14	90802.14	216750.91	238706.85	9.9580961	10.3359609
13	90789.95	216585.27	238556.45	9.9580378	10.3356289
12	90777.75	216419.83	238406.25	9.9579794	10.3352970
11	90765.54	216254.60	238256.27	9.9579210	10.3349654
10	90753.33	216089.58	238106.50	9.9578626	10.3346338
9	90741.11	215924.76	237956.93	9.9578041	10.3343025
8	90728.88	215760.15	237807.58	9.9577456	10.3339712
7	90716.64	215595.75	237658.43	9.9576870	10.3336402
6	90704.40	215431.56	237509.49	9.9576284	10.3333093
5	90692.15	215267.57	237360.75	9.9575697	10.3329786
4	90679.89	215103.78	237212.22	9.9575110	10.3326481
3	90667.62	214940.20	237063.90	9.9574522	10.3323177
2	90655.35	214776.83	236915.78	9.9573934	10.3319874
1	90643.07	214613.66	236767.87	9.9573346	10.3316574
0	90630.78	214450.69	236620.16	9.9572757	10.3313275

25 Grad.

Minnr.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	42261.83	46630.77	110337.79	9.6259483	9.6686725
1	42288.19	46666.19	110352.77	9.6262191	9.6690023
2	42314.55	46701.62	110367.75	9.6264897	9.6693319
3	42340.90	46737.06	110382.75	9.6267601	9.6696613
4	42367.25	46772.51	110397.77	9.6270303	9.6699906
5	42393.60	46807.97	110412.79	9.6273003	9.6703197
6	42419.94	46843.43	110427.83	9.6275701	9.6706486
7	42446.28	46878.90	110442.89	9.6278397	9.6709774
8	42472.62	46914.38	110457.95	9.6281090	9.6713060
9	42498.95	46949.88	110473.03	9.6283782	9.6716345
10	42525.28	46985.39	110488.13	9.6286472	9.6719628
11	42551.61	47020.90	110503.24	9.6289160	9.6722910
12	42577.93	47056.43	110518.36	9.6291845	9.6726190
13	42604.25	47091.96	110533.49	9.6294529	9.6729468
14	42630.56	47127.51	110548.64	9.6297211	9.6732745
15	42656.87	47163.06	110563.80	9.6299890	9.6736020
16	42683.18	47198.63	110578.98	9.6302568	9.6739294
17	42709.49	47234.20	110594.17	9.6305243	9.6742566
18	42735.79	47269.78	110609.37	9.6307917	9.6745836
19	42762.09	47305.38	110624.58	9.6310589	9.6749105
20	42788.38	47340.98	110639.81	9.6313258	9.6752372
21	42814.67	47376.59	110655.06	9.6315926	9.6755638
22	42840.95	47412.22	110670.31	9.6318591	9.6758902
23	42867.23	47447.85	110685.58	9.6321255	9.6762165
24	42893.51	47483.49	110700.87	9.6323916	9.6765426
25	42919.79	47519.14	110716.16	9.6326576	9.6768686
26	42946.06	47554.81	110731.47	9.6329233	9.6771944
27	42972.33	47590.48	110746.80	9.6331889	9.6775201
28	42998.59	47626.16	110762.14	9.6334542	9.6778456
29	43024.85	47661.85	110777.49	9.6337194	9.6781709
30	43051.11	47697.55	110792.85	9.6339844	9.6784961

64 Grad.

Minute

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	90630.78	214450.69	236620.16	9.9572757	10.3313275
59	90618.48	214287.93	236472.65	9.9572168	10.3309977
58	90606.17	214125.37	236325.35	9.9571578	10.3306681
57	90593.86	213963.01	236178.26	9.9570988	10.3303387
56	90581.54	213800.85	236031.36	9.9570397	10.3300094
55	90569.21	213638.89	235884.67	9.9569806	10.3296803
54	90556.88	213477.14	235738.18	9.9569215	10.3293514
53	90544.54	213315.59	235591.89	9.9568623	10.3290226
52	90532.19	213154.23	235445.81	9.9568032	10.3286940
51	90519.83	212993.08	235299.92	9.9567441	10.3283655
50	90507.46	212832.13	235154.24	9.9566844	10.3280372
49	90495.09	212671.37	235008.75	9.9566250	10.3277090
48	90482.71	212510.82	234863.47	9.9565656	10.3273810
47	90470.32	212350.46	234718.38	9.9565061	10.3270532
46	90457.92	212190.30	234573.49	9.9564466	10.3267255
45	90445.51	212030.34	234428.80	9.9563870	10.3263980
44	90433.10	211870.57	234284.31	9.9563274	10.3260706
43	90420.68	211711.01	234140.02	9.9562678	10.3257434
42	90408.25	211551.64	233995.93	9.9562081	10.3254164
41	90395.82	211392.46	233852.03	9.9561483	10.3250895
40	90383.38	211233.48	233708.33	9.9560886	10.3247628
39	90370.93	211074.70	233564.82	9.9560287	10.3244362
38	90358.47	210916.11	233421.52	9.9559689	10.3241097
37	90346.00	210757.71	233278.40	9.9559089	10.3237835
36	90333.53	210599.51	233135.48	9.9558490	10.3234574
35	90321.05	210441.50	232992.76	9.9557890	10.3231314
34	90308.56	210283.69	232850.23	9.9557289	10.3228056
33	90296.06	210126.07	232707.90	9.9556688	10.3224799
32	90283.56	209968.64	232565.75	9.9556087	10.3221544
31	90271.05	209811.40	232423.81	9.9555485	10.3218291
30	90258.53	209654.36	232282.05	9.9554882	10.3215039

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	43051.11	47697.55	110792.85	9.6339844	9.6784961
31	43077.36	47733.26	110808.23	9.6342491	9.6788211
32	43103.61	47768.99	110823.63	9.6345137	9.6791460
33	43129.86	47804.72	110839.03	9.6347780	9.6794708
34	43156.10	47840.46	110854.45	9.6350422	9.6797955
35	43182.34	47876.21	110869.89	9.6353062	9.6801198
36	43208.57	47911.97	110885.33	9.6355699	9.6804440
37	43234.80	47947.74	110900.79	9.6358335	9.6807682
38	43261.03	47983.52	110916.27	9.6360969	9.6810921
39	43287.26	48019.32	110931.76	9.6363601	9.6814160
40	43313.48	48055.12	110947.26	9.6366235	9.6817396
41	43339.70	48090.93	110962.77	9.6368859	9.6820632
42	43365.91	48126.75	110978.30	9.6371484	9.6823865
43	43392.12	48162.58	110993.85	9.6374108	9.6827098
44	43418.33	48198.42	111009.41	9.6376731	9.6830328
45	43444.53	48234.27	111024.98	9.6379355	9.6833557
46	43470.73	48270.14	111040.56	9.6381969	9.6836785
47	43496.92	48306.01	111056.16	9.6384583	9.6840011
48	43523.11	48341.89	111071.77	9.6387199	9.6843236
49	43549.30	48377.78	111087.40	9.6389812	9.6846459
50	43575.48	48413.68	111103.04	9.6392422	9.6849681
51	43601.66	48449.59	111118.69	9.6395030	9.6852901
52	43627.84	48485.52	111134.36	9.6397637	9.6856120
53	43654.01	48521.45	111150.04	9.6400241	9.6859338
54	43680.18	48557.39	111165.73	9.6402844	9.6862553
55	43706.34	48593.34	111181.44	9.6405445	9.6865768
56	43732.50	48629.31	111197.16	9.6408044	9.6868981
57	43758.66	48665.28	111212.90	9.6410640	9.6872192
58	43784.82	48701.26	111228.65	9.6413235	9.6875402
59	43810.97	48737.26	111244.42	9.6415828	9.6878611
60	43837.12	48773.26	111260.19	9.6418420	9.6881818



## 64 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	90258.53	209654.36	232282.05	9.9554882	10.3215039
29	90246.00	209497.51	232140.49	9.9554280	10.3211789
28	90233.47	209340.84	231999.11	9.9553676	10.3208540
27	90220.93	209184.37	231857.94	9.9553073	10.3205292
26	90208.38	209028.09	231716.95	9.9552469	10.3202047
25	90195.82	208872.00	231576.15	9.9551864	10.3198803
24	90183.25	208716.10	231435.54	9.9551259	10.3195560
23	90170.68	208560.39	231295.13	9.9550653	10.3192318
22	90158.10	208404.86	231154.90	9.9550047	10.3189079
21	90145.51	208249.53	231014.86	9.9549441	10.3185840
20	90132.91	208094.38	230875.01	9.9548834	10.3182604
19	90120.31	207939.42	230735.35	9.9548227	10.3179368
18	90107.70	207784.65	230595.88	9.9547619	10.3176135
17	90095.08	207630.07	230456.60	9.9547011	10.3172902
16	90082.45	207475.67	230317.51	9.9546402	10.3169672
15	90069.82	207321.46	230178.60	9.9545793	10.3166443
14	90057.18	207167.43	230039.88	9.9545184	10.3163215
13	90044.53	207013.59	229901.34	9.9544574	10.3159989
12	90031.87	206859.93	229762.99	9.9543963	10.3156764
11	90019.21	206706.46	229624.83	9.9543352	10.3153541
10	90006.54	206553.18	229486.85	9.9542741	10.3150319
9	89993.86	206400.08	229349.06	9.9542129	10.3147099
8	89981.17	206247.16	229211.45	9.9541517	10.3143880
7	89968.48	206094.42	229074.03	9.9540904	10.3140662
6	89955.78	205941.87	228936.79	9.9540291	10.3137447
5	89943.07	205789.50	228799.74	9.9539677	10.3134232
4	89930.35	205637.32	228662.86	9.9539063	10.3131019
3	89917.62	205485.31	228526.18	9.9538448	10.3127808
2	89904.89	205333.49	228389.67	9.9537833	10.3124598
1	89892.15	205181.84	228253.34	9.9537218	10.3121389
0	89879.40	205030.38	228117.20	9.9536602	10.3118182

N

## 26 Grad.

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	43837.12	48773.26	111260.19	9.6418410	9.6881818
1	43863.26	48809.27	111275.98	9.6421009	9.6885023
2	43889.40	48845.30	111291.79	9.6423596	9.6888227
3	43915.53	48881.33	111307.61	9.6426182	9.6891430
4	43941.66	48917.37	111323.45	9.6428765	9.6894631
5	43967.79	48953.43	111339.30	9.6431347	9.6897831
6	43993.92	48989.49	111355.16	9.6433928	9.6901030
7	44020.04	49025.57	111371.03	9.6436504	9.6904226
8	44046.16	49061.66	111386.92	9.6439080	9.6907421
9	44072.27	49097.75	111402.82	9.6441654	9.6910616
10	44098.38	49133.86	111418.74	9.6444226	9.6913809
11	44124.48	49169.97	111434.67	9.6446796	9.6917000
12	44150.58	49206.10	111450.62	9.6449365	9.6920189
13	44176.68	49242.24	111466.58	9.6451931	9.6923378
14	44202.78	49278.38	111482.55	9.6454496	9.6926565
15	44228.87	46314.54	111498.54	9.6457058	9.6929750
16	44254.96	49350.71	111514.54	9.6459619	9.6932934
17	44281.04	49386.89	111530.56	9.6462178	9.6936117
18	44307.12	49423.08	111546.59	9.6464735	9.6939298
19	44333.20	49459.28	111562.63	9.6467290	9.6942478
20	44359.27	49495.49	111578.69	9.6469844	9.6945656
21	44385.34	49531.71	111594.76	9.6472395	9.6948833
22	44411.40	49567.94	111610.84	9.6474945	9.6952009
23	44437.46	49604.18	111626.94	9.6477492	9.6955183
24	44463.52	49640.43	111643.06	9.6480038	9.6958355
25	44489.57	49676.69	111659.19	9.6482582	9.6961527
26	44515.62	49712.97	111675.33	9.6485124	9.6964697
27	44541.67	49749.25	111691.49	9.6487665	9.6967865
28	44567.71	49785.54	111707.66	9.6490203	9.6971032
29	44593.75	49821.85	111723.84	9.6492740	9.6974198
30	44619.78	49858.16	111740.04	9.6495274	9.6977363

## 63 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	89879.40	205030.38	228117.20	9.9536602	10.3118182
59	89866.65	204879.10	227981.24	9.9535985	10.3114977
58	89853.89	204728.00	227845.46	9.9535369	10.3111773
57	89841.12	204577.08	227709.86	9.9534751	10.3108570
56	89828.34	204426.34	227574.45	9.9534134	10.3105369
55	89815.55	204275.78	227439.21	9.9533515	10.3102169
54	89802.76	204125.40	227304.15	9.9532897	10.3098970
53	89789.96	203975.19	227169.27	9.9532278	10.3095774
52	89777.15	203825.17	227034.57	9.9531658	10.3092578
51	89764.33	203675.32	226900.05	9.9531038	10.3089384
50	89751.51	203525.65	226765.71	9.9530418	10.3086191
49	89738.68	203376.15	226631.55	9.9529797	10.3083000
48	89725.84	203226.83	226497.56	9.9529175	10.3079811
47	89712.99	203077.69	226363.75	9.9528553	10.3076622
46	89700.13	202928.73	226229.12	9.9527931	10.3073435
45	89687.27	202779.94	226096.67	9.9527308	10.3070250
44	89674.40	202631.33	225963.39	9.9526685	10.3067066
43	89661.52	202482.89	225830.29	9.9526061	10.3063883
42	89648.64	202334.62	225697.36	9.9525437	10.3060702
41	89635.75	202186.53	225564.61	9.9524813	10.3057522
40	89622.85	202038.62	225432.04	9.9524188	10.3054344
39	89609.94	201890.88	225299.64	9.9523562	10.3051167
38	89597.03	201743.31	225167.41	9.9522936	10.3047991
37	89584.11	201595.92	225035.36	9.9522310	10.3044817
36	89571.18	201448.69	224903.48	9.9521683	10.3041645
35	89558.24	201301.64	224771.78	9.9521055	10.3038473
34	89545.29	201154.77	224640.24	9.9520428	10.3035303
33	89532.34	201008.06	224508.89	9.9519799	10.3032135
32	89519.38	200861.53	224377.70	9.9519171	10.3028968
31	89506.41	200715.16	224246.69	9.9518541	10.3025802
30	89493.43	200568.97	224115.84	9.9517912	10.3022637

N ij

## 26 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	43837.12	48773.26	111260.19	9.6418420	9.6881818
1	43863.26	48809.27	111275.98	9.6421009	9.6885023
2	43889.40	48845.30	111291.79	9.6423596	9.6888227
3	43915.53	48881.33	111307.61	9.6426182	9.6891430
4	43941.66	48917.37	111323.45	9.6428765	9.6894631
5	43967.79	48953.43	111339.30	9.6431347	9.6897832
6	43993.92	48989.49	111355.16	9.6433926	9.6901030
7	44020.04	49025.57	111371.03	9.6436504	9.6904226
8	44046.16	49061.66	111386.92	9.6439080	9.6907422
9	44072.27	49097.75	111402.82	9.6441654	9.6910616
10	44098.38	49133.86	111418.74	9.6444226	9.6913809
11	44124.48	49169.97	111434.67	9.6446796	9.6917000
12	44150.58	49206.10	111450.62	9.6449365	9.6920189
13	44176.68	49242.24	111466.58	9.6451931	9.6923378
14	44202.78	49278.38	111482.55	9.6454496	9.6926565
15	44228.87	49314.54	111498.54	9.6457058	9.6929750
16	44254.96	49350.71	111514.54	9.6459619	9.6932934
17	44281.04	49386.89	111530.56	9.6462178	9.6936117
18	44307.12	49423.08	111546.59	9.6464735	9.6939298
19	44333.20	49459.28	111562.63	9.6467290	9.6942478
20	44359.27	49495.49	111578.69	9.6469844	9.6945656
21	44385.34	49531.71	111594.76	9.6472395	9.6948833
22	44411.40	49567.94	111610.84	9.6474945	9.6952009
23	44437.46	49604.18	111626.94	9.6477492	9.6955183
24	44463.52	49640.43	111643.06	9.6480038	9.6958355
25	44489.57	49676.69	111659.19	9.6482582	9.6961527
26	44515.62	49712.97	111675.33	9.6485124	9.6964697
27	44541.67	49749.25	111691.49	9.6487665	9.6967865
28	44567.71	49785.54	111707.66	9.6490203	9.6971032
29	44593.75	49821.85	111723.84	9.6492740	9.6974198
30	44619.78	49858.16	111740.04	9.6495274	9.6977363

## 63 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	89879.40	205030.38	228117.20	9.9536602	10.3118182
59	89866.65	204879.10	227981.24	9.9535985	10.3114977
58	89853.89	204728.00	227845.46	9.9535369	10.3111773
57	89841.12	204577.08	227709.86	9.9534751	10.3108570
56	89828.34	204426.34	227574.45	9.9534134	10.3105369
55	89815.55	204275.78	227439.21	9.9533515	10.3102169
54	89802.76	204125.40	227304.15	9.9532897	10.3098970
53	89789.96	203975.19	227169.27	9.9532278	10.3095774
52	89777.15	203825.17	227034.57	9.9531658	10.3092578
51	89764.33	203675.32	226900.05	9.9531038	10.3089384
50	89751.51	203525.65	226765.71	9.9530418	10.3086191
49	89738.68	203376.15	226631.55	9.9529797	10.3083000
48	89725.84	203226.83	226497.56	9.9529175	10.3079811
47	89712.99	203077.69	226363.75	9.9528553	10.3076622
46	89700.13	202928.73	226230.12	9.9527931	10.3073435
45	89687.27	202779.94	226096.67	9.9527308	10.3070250
44	89674.40	202631.33	225963.39	9.9526685	10.3067066
43	89661.52	202482.89	225830.29	9.9526061	10.3063883
42	89648.64	202334.62	225697.36	9.9525437	10.3060702
41	89635.75	202186.53	225564.61	9.9524813	10.3057522
40	89622.85	202038.62	225432.04	9.9524188	10.3054344
39	89609.94	201890.88	225299.64	9.9523562	10.3051167
38	89597.03	201743.31	225167.41	9.9522936	10.3047991
37	89584.11	201595.92	225035.36	9.9522310	10.3044817
36	89571.18	201448.69	224903.48	9.9521683	10.3041645
35	89558.24	201301.64	224771.78	9.9521055	10.3038473
34	89545.29	201154.77	224640.24	9.9520428	10.3035303
33	89532.34	201008.06	224508.89	9.9519799	10.3032135
32	89519.38	200861.53	224377.70	9.9519171	10.3028968
31	89506.41	200715.16	224246.69	9.9518541	10.3025802
30	89493.43	200568.97	224115.84	9.9517912	10.3022637

N ij

## 26 Grad.

Minut.	Sinns.	Tang.	Secanz.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	44619.71	40858.15	111740.04	9.6495274	9.6977363
31	44645.81	40894.49	111756.15	9.6497807	9.6980526
32	44671.84	40930.32	111772.48	9.6500338	9.6983687
33	44697.81	40966.17	111788.72	9.6502868	9.6986847
34	44723.83	41001.92	111804.98	9.6505395	9.6990006
35	44749.90	41037.59	111821.25	9.6507920	9.6993164
36	44775.91	41073.27	111837.52	9.6510444	9.6996320
37	44801.92	41108.66	111853.81	9.6512966	9.6999474
38	44827.92	41144.06	111870.14	9.6515486	9.7002628
39	44853.92	41179.47	111886.47	9.6518004	9.7005780
40	44879.92	41214.89	111902.81	9.6520521	9.7008930
41	44905.91	41250.32	111919.16	9.6523035	9.7012080
42	44931.90	41285.76	111935.51	9.6525548	9.7015227
43	44957.89	41321.21	111951.91	9.6528059	9.7018374
44	44983.87	41356.67	111968.31	9.6530568	9.7021519
45	45009.85	41392.15	111984.72	9.6533075	9.7024663
46	45035.82	41427.63	112001.15	9.6535581	9.7027805
47	45061.79	41463.13	112017.59	9.6538084	9.7030946
48	45087.76	41498.64	112034.05	9.6540586	9.7034086
49	45113.72	41534.15	112050.52	9.6543086	9.7037225
50	45139.68	41569.68	112067.00	9.6545584	9.7040362
51	45165.63	41605.22	112083.50	9.6548081	9.7043497
52	45191.58	41640.77	112100.01	9.6550575	9.7046632
53	45217.53	41676.33	112116.53	9.6553068	9.7049765
54	45243.47	41711.90	112133.07	9.6555559	9.7052897
55	45269.41	41747.48	112149.63	9.6558048	9.7056027
56	45295.35	41783.07	112166.20	9.6560536	9.7059156
57	45321.28	41818.67	112182.78	9.6563021	9.7062284
58	45347.21	41854.28	112199.38	9.6565505	9.7065410
59	45373.13	41889.91	112216.00	9.6567987	9.7068535
60	45399.05	41925.54	112232.62	9.6570468	9.7071659

## 63 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	89493.43	200568.97	224115.84	9.9517912	10.3022637
29	89480.45	200422.95	223985.17	9.9517282	10.3019474
28	89467.46	200277.10	223854.67	9.9516651	10.3016313
27	89454.46	200131.42	223724.35	9.9516020	10.3013153
26	89441.45	199985.90	223594.19	9.9515389	10.3009994
25	89428.44	199840.56	223464.20	9.9514757	10.3006836
24	89415.42	199695.39	223334.38	9.9514124	10.3003680
23	89402.39	199550.38	223204.74	9.9513492	10.3000526
22	89389.36	199405.54	223075.26	9.9512858	10.2997372
21	89376.32	199260.87	222945.95	9.9512224	10.2994220
20	89363.27	199116.37	222816.81	9.9511590	10.2991070
19	89350.21	198972.04	222687.83	9.9510956	10.2987920
18	89337.14	198827.87	222559.03	9.9510320	10.2984773
17	89324.06	198683.87	222430.39	9.9509685	10.2981626
16	89310.98	198540.03	222301.92	9.9509049	10.2978481
15	89297.89	198396.36	222173.62	9.9508412	10.2975337
14	89284.79	198252.86	222045.48	9.9507775	10.2972195
13	89271.69	198109.52	221917.51	9.9507138	10.2969054
12	89258.58	197966.35	221789.71	9.9506500	10.2965914
11	89245.46	197823.34	221662.07	9.9505861	10.2962775
10	89232.33	197680.50	221534.60	9.9505223	10.2959638
9	89219.20	197537.82	221407.30	9.9504583	10.2956503
8	89206.06	197395.31	221280.16	9.9503944	10.2953368
7	89192.91	197252.96	221153.18	9.9503303	10.2950235
6	89179.75	197110.77	221026.37	9.9502663	10.2947103
5	89166.59	196968.74	220899.72	9.9502022	10.2943973
4	89153.42	196826.88	220773.23	9.9501380	10.2940844
3	89140.24	196685.18	220646.91	9.9500738	10.2937716
2	89127.05	196543.64	220520.75	9.9500095	10.2934590
1	89113.85	196402.27	220394.76	9.9499452	10.2931466
0	89100.65	196261.05	220268.93	9.9498809	10.2928344

## 27 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	45399.05	50952.54	112232.62	9.6570468	9.7071659
1	45424.97	50989.19	112249.26	9.6572946	9.7074781
2	45450.88	51025.85	112265.92	9.6575423	9.7077902
3	45476.79	51062.52	112282.59	9.6577898	9.7081022
4	45502.69	51099.19	112299.28	9.6580371	9.7084141
5	45528.59	51135.88	112315.98	9.6582842	9.7087258
6	45554.49	51172.59	112332.69	9.6585312	9.7090374
7	45580.38	51209.30	112349.42	9.6587780	9.7093488
8	45606.27	51246.02	112366.16	9.6590246	9.7096601
9	45632.16	51282.75	112382.92	9.6592710	9.7099713
10	45658.04	51319.50	112399.69	9.6595173	9.7102824
11	45683.92	51356.25	112416.48	9.6597634	9.7105933
12	45709.79	51393.02	112433.28	9.6600093	9.7109041
13	45735.66	51429.80	112450.10	9.6602550	9.7112148
14	45761.53	51466.58	112466.93	9.6605005	9.7115254
15	45787.39	51503.38	112483.77	9.6607459	9.7118358
16	45813.25	51540.19	112500.63	9.6609911	9.7121461
17	45839.10	51577.02	112517.50	9.6612361	9.7124562
18	45864.95	51613.85	112534.39	9.6614810	9.7127662
19	45890.80	51650.69	112551.29	9.6617257	9.7130761
20	45916.64	51687.55	112568.21	9.6619701	9.7133859
21	45942.48	51724.41	112585.14	9.6622145	9.7136956
22	45968.32	51761.29	112602.09	9.6624586	9.7140051
23	45994.15	51798.18	112619.05	9.6627026	9.7143145
24	46019.98	51835.08	112636.03	9.6629464	9.7146237
25	46045.80	51871.99	112653.02	9.6631900	9.7149329
26	46071.62	51908.91	112670.03	9.6634335	9.7152419
27	46097.44	51945.84	112687.05	9.6636768	9.7155508
28	46123.25	51982.78	112704.08	9.6639199	9.7158595
29	46149.06	52019.74	112721.13	9.6641628	9.7161682
30	46174.86	52056.70	112738.19	9.6644056	9.7164767



## 62 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	89100.65	196261.05	220268.9	9.9498809	10.2928341
59	89087.44	196120.00	220143.26	9.9498165	10.2925219
58	89074.22	195979.10	220017.75	9.9497521	10.2922098
57	89061.00	195838.37	219892.40	9.9496876	10.2918978
56	89047.77	195697.80	219767.21	9.9496230	10.2915859
55	89034.53	195557.39	219642.19	9.9495585	10.2912742
54	89021.28	195417.13	219517.33	9.9494938	10.2909626
53	89008.02	195277.04	219392.62	9.9494292	10.2906512
52	88994.76	195137.11	219268.08	9.9493645	10.2903399
51	88981.49	194997.33	219143.70	9.9492997	10.2900287
50	88968.21	194857.71	219019.47	9.9492349	10.2897176
49	88954.93	194718.26	218895.41	9.9491700	10.2894067
48	88941.64	194578.96	218771.50	9.9491051	10.2890959
47	88928.34	194439.81	218647.75	9.9490402	10.2887852
46	88915.03	194300.83	218524.17	9.9489752	10.2884746
45	88901.71	194162.00	218400.74	9.9489101	10.2881642
44	88888.39	194023.33	218277.46	9.9488450	10.2878539
43	88875.06	193884.81	218154.35	9.9487799	10.2875438
42	88861.72	193746.45	218031.39	9.9487147	10.2872338
41	88848.37	193608.25	217908.59	9.9486495	10.2869239
40	88835.01	193470.20	217785.94	9.9485842	10.2866141
39	88821.66	193332.31	217663.46	9.9485189	10.2863044
38	88808.29	193194.57	217541.12	9.9484535	10.2859949
37	88794.92	193056.98	217418.95	9.9483881	10.2856855
36	88781.54	192919.56	217296.93	9.9483227	10.2853763
35	88768.15	192782.28	217175.06	9.9482572	10.2850671
34	88754.75	192645.16	217053.35	9.9481916	10.2847581
33	88741.34	192508.19	216931.80	9.9481260	10.2844492
32	88727.93	192371.38	216810.40	9.9480604	10.2841405
31	88714.51	192234.72	216689.15	9.9479947	10.2838318
30	88701.08	192098.21	216568.06	9.9479289	10.2835233

27 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	46174.86	52056.70	112738.19	9.6644056	9.7164767
31	46200.66	52093.68	112755.27	9.6646482	9.7167851
32	46226.46	52130.67	112772.37	9.6648906	9.7170933
33	46252.25	52167.67	112789.48	9.6651329	9.7174014
34	46278.04	52204.68	112806.60	9.6653749	9.7177094
35	46303.82	52241.70	112823.74	9.6656168	9.7180173
36	46329.60	52278.74	112840.89	9.6658586	9.7183251
37	46355.38	52315.78	112858.06	9.6661001	9.7186327
38	46381.15	52352.84	112875.24	9.6663415	9.7189402
39	46406.92	52389.90	112892.44	9.6665828	9.7192476
40	46432.69	52426.98	112909.65	9.6668238	9.7195549
41	46458.45	52464.07	112926.88	9.6670647	9.7198620
42	46484.21	52501.17	112944.12	9.6673054	9.7201690
43	46509.96	52538.29	112961.37	9.6675459	9.7204759
44	46535.71	52575.41	112978.64	9.6677863	9.7207827
45	46561.45	52612.54	112995.93	9.6680265	9.7210893
46	46587.19	52649.69	113013.23	9.6682665	9.7213958
47	46612.93	52686.85	113030.55	9.6685064	9.7217022
48	46638.66	52724.02	113047.88	9.6687461	9.7220085
49	46664.39	52761.20	113065.22	9.6689856	9.7223147
50	46690.12	52798.39	113082.58	9.6692250	9.7226207
51	46715.84	52835.59	113099.96	9.6694642	9.7229266
52	46741.56	52872.81	113117.35	9.6697032	9.7232324
53	46767.27	52910.04	113134.75	9.6699420	9.7235381
54	46792.98	52947.27	113152.17	9.6701807	9.7238436
55	46818.69	52984.52	113169.61	9.6704192	9.7241490
56	46844.39	53021.78	113187.06	9.6706576	9.7244543
57	46870.09	53059.06	113204.52	9.6708958	9.7247595
58	46895.78	53096.34	113222.00	9.6711338	9.7250646
59	46921.47	53133.64	113239.50	9.6713716	9.7253695
60	46947.16	53170.94	113257.03	9.6716093	9.7256744

## 62 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log Tang.
30	88701.08	192098.11	216568.06	9.9479289	10.2835233
29	88687.64	191961.86	216447.12	9.9478631	10.2832149
28	88674.20	191825.65	216326.33	9.9477973	10.2829067
27	88660.75	191689.60	216205.70	9.9477314	10.2825986
26	88647.29	191553.70	216085.22	9.9476655	10.2822906
25	88633.83	191417.95	215964.89	9.9475995	10.2819827
24	88620.36	191282.36	215844.71	9.9475335	10.2816749
23	88606.88	191146.91	215724.69	9.9474674	10.2813637
22	88593.39	191011.62	215604.82	9.9474013	10.2810598
21	88579.89	190876.47	215485.10	9.9473352	10.2807524
20	88566.39	190741.47	215365.53	9.9472691	10.2804451
19	88552.88	190606.63	215246.11	9.9472027	10.2801380
18	88539.36	190471.93	215126.84	9.9471364	10.2798310
17	88525.83	190337.38	215007.72	9.9470700	10.2795241
16	88512.30	190202.99	214888.75	9.9470036	10.2792173
15	88498.76	190068.74	214769.93	9.9469372	10.2789107
14	88485.22	189934.64	214651.27	9.9468707	10.2786042
13	88471.66	189800.68	214532.75	9.9468042	10.2782978
12	88458.10	189666.88	214414.37	9.9467376	10.2779915
11	88444.53	189533.22	214296.15	9.9466710	10.2776853
10	88430.95	189399.71	214178.08	9.9466043	10.2773793
9	88417.36	189266.34	214060.15	9.9465376	10.2770734
8	88403.77	189133.13	213942.38	9.9464708	10.2767676
7	88390.17	189000.06	213824.75	9.9464040	10.2764619
6	88376.56	188867.13	213707.26	9.9463371	10.2761564
5	88362.94	188734.36	213589.93	9.9462702	10.2758510
4	88349.32	188601.72	213472.74	9.9462032	10.2755457
3	88335.69	188469.24	213355.70	9.9461362	10.2752405
2	88322.05	188336.90	213238.80	9.9460692	10.2749354
1	88308.41	188204.70	213122.05	9.9460021	10.2746305
0	88294.76	188072.65	213005.45	9.9459349	10.2743256

## 28 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	46947.16	53170.94	113257.01	9.6716093	9.7256744
1	46972.84	53208.26	113274.53	9.6718468	9.7259791
2	46998.52	53245.59	113292.07	9.6720841	9.7262837
3	47024.19	53282.93	113309.62	9.6723213	9.7265881
4	47049.86	53320.29	113327.19	9.6725583	9.7268925
5	47075.53	53357.65	113344.78	9.6727952	9.7271967
6	47101.19	53395.03	113362.38	9.6730319	9.7275008
7	47126.85	53432.42	113379.99	9.6732684	9.7278048
8	47152.50	53469.82	113397.62	9.6735047	9.7281087
9	47178.15	53507.23	113415.27	9.6737409	9.7284124
10	47203.80	53544.65	113432.93	9.6739769	9.7287161
11	47229.44	53582.08	113450.60	9.6742128	9.7290196
12	47255.08	53619.53	113468.29	9.6744485	9.7293230
13	47280.71	53656.99	113486.00	9.6746840	9.7296263
14	47306.34	53694.46	113503.72	9.6749194	9.7299295
15	47331.97	53731.94	113521.46	9.6751546	9.7302328
16	47357.59	53769.43	113539.21	9.6753896	9.7305354
17	47383.21	53806.94	113556.98	9.6756245	9.7308383
18	47408.82	53844.45	113574.76	9.6758592	9.7311410
19	47434.43	53881.98	113592.55	9.6760937	9.7314436
20	47460.04	53919.52	113610.36	9.6763281	9.7317460
21	47485.64	53957.07	113628.19	9.6765623	9.7320484
22	47511.24	53994.64	113646.03	9.6767963	9.7323506
23	47536.83	54032.21	113663.89	9.6770302	9.7326527
24	47562.42	54069.80	113681.76	9.6772640	9.7329547
25	47588.01	54107.40	113699.65	9.6774975	9.7332566
26	47613.59	54145.01	113717.55	9.6777309	9.7335584
27	47639.17	54182.63	113735.47	9.6779642	9.7338601
28	47664.74	54220.27	113753.40	9.6781972	9.7341616
29	47690.31	54257.91	113771.35	9.6784301	9.7344631
30	47715.88	54295.57	113789.32	9.6786629	9.7347644

61 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	88294.76	188072.65	213005.45	9.9459349	10.2743256
59	88281.10	187940.74	212888.99	9.9458677	10.2740209
58	88267.43	187808.98	212772.67	9.9458005	10.2737163
57	88253.75	187677.36	212656.51	9.9457332	10.2734119
56	88240.07	187545.88	212540.48	9.9456659	10.2731075
55	88226.38	187414.55	212424.60	9.9455985	10.2728033
54	88212.68	187283.36	212308.87	9.9455310	10.2724992
53	88198.98	187152.31	212193.28	9.9454636	10.2721952
52	88185.27	187021.41	212077.83	9.9453960	10.2718913
51	88171.55	186890.64	211962.53	9.9453285	10.2715876
50	88157.82	186760.03	211847.37	9.9452609	10.2712839
49	88144.09	186629.55	211732.35	9.9451932	10.2709804
48	88130.35	186499.21	211617.48	9.9451255	10.2706770
47	88116.60	186369.02	211502.74	9.9450577	10.2703737
46	88102.84	186238.96	211388.15	9.9449899	10.2700705
45	88089.07	186109.05	211273.71	9.9449220	10.2697675
44	88075.30	185979.28	211159.40	9.9448541	10.2694646
43	88061.52	185849.65	211045.23	9.9447862	10.2691617
42	88047.73	185720.15	210931.21	9.9447182	10.2688590
41	88033.94	185590.80	210817.33	9.9446504	10.2685564
40	88020.14	185461.59	210703.59	9.9445821	10.2682540
39	88006.33	185332.52	210589.98	9.9445139	10.2679516
38	87992.51	185203.58	210476.52	9.9444457	10.2676494
37	87978.69	185074.79	210363.20	9.9443775	10.2673473
36	87964.86	184946.13	210250.02	9.9443092	10.2670453
35	87951.02	184817.61	210136.98	9.9442409	10.2667434
34	87937.17	184689.23	210024.08	9.9441725	10.2664416
33	87923.32	184560.99	209911.31	9.9441041	10.2661399
32	87909.46	184432.89	209798.69	9.9440356	10.2658384
31	87895.59	184304.92	209686.20	9.9439671	10.2655369
30	87881.71	184177.09	209573.85	9.9438985	10.2652356

## 28 Grad.

Minut.	Sinns.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	47715.88	54295.57	113789.32	9.6786629	9.7347644
31	47741.44	54333.24	113807.30	9.6788955	9.7350656
32	47767.00	54370.92	113825.29	9.6791279	9.7353667
33	47792.55	54408.62	113843.30	9.6793602	9.7356677
34	47818.10	54446.32	113861.33	9.6795923	9.7359685
35	47843.64	54484.04	113879.37	9.6798243	9.7362693
36	47869.18	54521.77	113897.43	9.6800560	9.7365699
37	47894.72	54559.51	113915.50	9.6802877	9.7368705
38	47920.26	54597.26	113933.59	9.6805191	9.7371709
39	47945.79	54635.03	113951.69	9.6807504	9.7374712
40	47971.31	54672.81	113969.81	9.6809816	9.7377714
41	47996.83	54710.60	113987.94	9.6812126	9.7380715
42	48022.35	54748.40	114006.09	9.6814434	9.7383714
43	48047.86	54786.21	114024.25	9.6816741	9.7386713
44	48073.37	54824.04	114042.43	9.6819046	9.7389710
45	48098.88	54861.88	114060.62	9.6821349	9.7392707
46	48124.38	54899.73	114078.83	9.6823651	9.7395702
47	48149.88	54937.59	114097.06	9.6825952	9.7398696
48	48175.37	54975.46	114115.30	9.6828250	9.7401689
49	48200.86	55013.35	114133.56	9.6830548	9.7404681
50	48226.34	55051.25	114151.83	9.6832843	9.7407672
51	48251.82	55089.16	114170.12	9.6835137	9.7410662
52	48277.30	55127.08	114188.42	9.6837430	9.7413650
53	48302.77	55165.02	114206.74	9.6839720	9.7416638
54	48328.24	55202.97	114225.07	9.6842010	9.7419624
55	48353.70	55240.93	114243.42	9.6844297	9.7422609
56	48379.16	55278.90	114261.79	9.6846583	9.7425594
57	48404.62	55316.88	114280.17	9.6848868	9.7428577
58	48430.07	55354.88	114298.57	9.6851151	9.7431559
59	48455.52	55392.88	114316.98	9.6853432	9.7434540
60	48480.96	55430.90	114335.41	9.6855712	9.7437520

## 61 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	87881.71	184177.09	209573.85	9.9438985	10.2652356
29	87867.83	184049.39	209461.64	9.9438299	10.2649344
28	87853.94	183921.84	209349.57	9.9437612	10.2646333
27	87840.04	183794.42	209237.64	9.9436925	10.2643323
26	87826.13	183667.13	209125.84	9.9436238	10.2640315
25	87812.22	183539.99	209014.18	9.9435549	10.2637307
24	87798.30	183412.97	208902.65	9.9434861	10.2634301
23	87784.37	183286.10	208791.27	9.9434172	10.2631295
22	87770.43	183159.36	208680.02	9.9433482	10.2628291
21	87756.49	183032.75	208568.90	9.9432792	10.2625288
20	87742.54	182906.28	208457.92	9.9432102	10.2622286
19	87728.58	182779.94	208347.08	9.9431411	10.2619285
18	87714.61	182653.74	208236.37	9.9430720	10.2616286
17	87700.64	182527.67	208125.80	9.9430028	10.2613287
16	87686.66	182401.73	208015.36	9.9429335	10.2610290
15	87672.67	182275.93	207905.06	9.9428643	10.2607293
14	87658.68	182150.26	207794.89	9.9427949	10.2604298
13	87644.68	182024.73	207684.86	9.9427255	10.2601304
12	87630.67	181899.32	207574.96	9.9426561	10.2598311
11	87616.65	181774.05	207465.19	9.9425866	10.2595319
10	87602.62	181648.92	207355.56	9.9425171	10.2592328
9	87588.59	181523.91	207246.06	9.9424476	10.2589338
8	87574.55	181399.04	207136.70	9.9423779	10.2586350
7	87560.50	181274.30	207027.46	9.9423083	10.2583362
6	87546.45	181149.69	206918.36	9.9422386	10.2580376
5	87532.39	181025.21	206809.40	9.9421688	10.2577391
4	87518.32	180900.86	206700.56	9.9420990	10.2574406
3	87504.24	180776.64	206591.86	9.9420291	10.2571423
2	87490.16	180652.56	206483.28	9.9419592	10.2568441
1	87476.07	180528.60	206374.84	9.9418893	10.2565460
0	87461.97	180404.78	206266.53	9.9418193	10.2562480

## 29 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	49242.36	56577.28	114895.55	9.6923388	9.7526420
31	49267.67	56615.68	114914.47	9.6925620	9.7529368
32	49292.98	56654.10	114933.40	9.6927851	9.7532314
33	49318.29	56692.53	114952.35	9.6930080	9.7535259
34	49343.59	56730.98	114971.32	9.6932308	9.7538203
35	49368.89	56769.44	114990.30	9.6934534	9.7541146
36	49394.19	56807.91	115009.30	9.6936758	9.7544088
37	49419.48	56846.39	115028.31	9.6938981	9.7547029
38	49444.77	56884.88	115047.34	9.6941203	9.7549969
39	49470.05	56923.39	115066.38	9.6943423	9.7552908
40	49495.33	56961.91	115085.44	9.6945642	9.7555846
41	49520.60	57000.45	115104.52	9.6947859	9.7558783
42	49545.87	57038.99	115123.61	9.6950074	9.7561718
43	49571.13	57077.55	115142.72	9.6952288	9.7564653
44	49596.39	57116.12	115161.85	9.6954501	9.7567587
45	49621.65	57154.71	115180.99	9.6956712	9.7570520
46	49646.90	57193.31	115200.15	9.6958922	9.7573452
47	49672.15	57231.92	115219.32	9.6961130	9.7576383
48	49697.40	57270.54	115238.51	9.6963336	9.7579313
49	49722.64	57309.18	115257.72	9.6965541	9.7582241
50	49747.87	57347.83	115276.94	9.6967745	9.7585170
51	49773.10	57386.49	115296.18	9.6969947	9.7588096
52	49798.33	57425.16	115315.43	9.6972148	9.7591022
53	49823.55	57463.85	115334.70	9.6974347	9.7593947
54	49848.77	57502.55	115353.99	9.6976545	9.7596871
55	49873.99	57541.26	115373.29	9.6978741	9.7599794
56	49899.20	57579.99	115392.61	9.6980936	9.7602716
57	49924.41	57618.73	115411.95	9.6983129	9.7605637
58	49949.61	57657.48	115431.30	9.6985321	9.7608557
59	49974.81	57696.25	115450.67	9.6987511	9.7611476
60	50000.00	57735.03	115470.05	9.6989700	9.7614394



## 60. Grad:

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	87035.57	176749.40	203077.20	9.9396968	10.2473580
29	87021.24	176629.50	202972.86	9.9396253	10.2470632
28	87006.90	176509.72	202868.63	9.9395537	10.2467686
27	86992.56	176390.07	202764.53	9.9394821	10.2464741
26	86978.21	176270.53	202660.56	9.9394105	10.2461797
25	86963.85	176151.12	202556.70	9.9393388	10.2458854
24	86949.49	176031.83	202452.97	9.9392671	10.2455912
23	86935.12	175912.67	202349.37	9.9391955	10.2452971
22	86920.74	175793.62	202245.89	9.9391234	10.2450031
21	86906.35	175674.70	202142.53	9.9390515	10.2447092
20	86891.96	175555.90	202039.29	9.9389796	10.2444154
19	86877.56	175437.22	201936.17	9.9389076	10.2441217
18	86863.15	175318.66	201833.18	9.9388356	10.2438282
17	86848.73	175200.23	201730.31	9.9387635	10.2435347
16	86834.31	175081.91	201627.56	9.9386914	10.2432413
15	86819.88	174963.71	201524.94	9.9386192	10.2429480
14	86805.44	174845.64	201422.43	9.9385470	10.2426548
13	86791.00	174727.68	201320.05	9.9384747	10.2423617
12	86776.55	174609.84	201217.79	9.9384024	10.2420687
11	86762.09	174492.13	201115.64	9.9383300	10.2417758
10	86747.62	174374.53	201013.62	9.9382576	10.2414830
9	86733.14	174257.05	200911.72	9.9381851	10.2411904
8	86718.66	174139.69	200809.94	9.9381126	10.2408978
7	86704.17	174022.45	200708.28	9.9380400	10.2406053
6	86689.67	173905.33	200606.74	9.9379674	10.2403129
5	86675.17	173788.33	200505.32	9.9378947	10.2400206
4	86660.66	173671.44	200404.02	9.9378220	10.2397284
3	86646.14	173554.68	200302.83	9.9377492	10.2394363
2	86631.61	173438.03	200201.77	9.9376764	10.2391443
1	86617.08	173321.49	200100.83	9.9376035	10.2388524
0	86602.54	173205.08	200000.00	9.9375306	10.2385606

## 30 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	50000.00	57735.03	115470.05	9.6989700	9.7614394
1	50025.19	57773.82	115489.45	9.6991887	9.7617311
2	50050.38	57812.62	115508.87	9.6994073	9.7620227
3	50075.56	57851.44	115528.30	9.6996258	9.7623142
4	50100.74	57890.27	115547.75	9.6998441	9.7626056
5	50125.91	57929.11	115567.22	9.7000622	9.7628969
6	50151.08	57967.97	115586.70	9.7002802	9.7631881
7	50176.24	58006.84	115606.20	9.7004981	9.7634792
8	50201.40	58045.73	115625.72	9.7007158	9.7637702
9	50226.55	58084.62	115645.25	9.7009334	9.7640612
10	50251.70	58123.53	115664.80	9.7011508	9.7643520
11	50276.85	58162.45	115684.36	9.7013681	9.7646427
12	50301.99	58201.39	115703.94	9.7015852	9.7649334
13	50327.13	58240.34	115723.54	9.7018022	9.7652239
14	50352.27	58279.30	115743.15	9.7020190	9.7655143
15	50377.40	58318.28	115762.78	9.7022357	9.7658047
16	50402.53	58357.27	115782.43	9.7024523	9.7660949
17	50427.65	58396.27	115802.09	9.7026687	9.7663851
18	50452.77	58435.28	115821.77	9.7028849	9.7666751
19	50477.88	58474.31	115841.47	9.7031011	9.7669651
20	50502.99	58513.35	115861.18	9.7033170	9.7672550
21	50528.09	58552.41	115880.91	9.7035329	9.7675448
22	50553.19	58591.48	115900.65	9.7037486	9.7678344
23	50578.28	58630.56	115920.41	9.7039641	9.7681240
24	50603.37	58669.65	115940.19	9.7041795	9.7684135
25	50628.46	58708.76	115959.99	9.7043947	9.7687029
26	50653.55	58747.88	115979.80	9.7046099	9.7689922
27	50678.63	58787.02	115999.63	9.7048248	9.7692814
28	50703.70	58826.17	116019.47	9.7050397	9.7695705
29	50728.77	58865.33	116039.33	9.7052543	9.7698596
30	50753.84	58904.50	116059.21	9.7054689	9.7701485

59 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	86602.54	173205.08	200000.00	9.9375306	10.2385606
59	86587.99	173088.78	199899.29	9.9374577	10.2382689
58	86573.43	172972.60	199798.70	9.9373847	10.2379773
57	86558.87	172856.54	199698.23	9.9373116	10.2376858
56	86544.30	172740.60	199597.88	9.9372385	10.2373944
55	86529.72	172624.77	199497.64	9.9371653	10.2371031
54	86515.14	172509.05	199397.53	9.9370921	10.2368119
53	86500.55	172393.45	199297.52	9.9370189	10.2365208
52	86485.95	172277.97	199197.64	9.9369456	10.2362298
51	86471.34	172162.61	199097.87	9.9368722	10.2359388
50	86456.73	172047.36	198998.22	9.9367988	10.2356480
49	86442.11	171932.22	198898.69	9.9367254	10.2353573
48	86427.48	171817.20	198799.27	9.9366519	10.2350666
47	86412.84	171702.30	198699.97	9.9365783	10.2347761
46	86398.20	171587.51	198600.80	9.9365047	10.2344857
45	86383.55	171472.83	198501.72	9.9364311	10.2341953
44	86368.89	171358.27	198402.76	9.9363574	10.2339051
43	86354.23	171243.82	198303.93	9.9362836	10.2336149
42	86339.56	171129.49	198205.20	9.9362098	10.2333248
41	86324.88	171015.27	198106.59	9.9361360	10.2330349
40	86310.19	170901.16	198008.10	9.9360621	10.2327450
39	86295.49	170787.17	197909.72	9.9359881	10.2324552
38	86280.79	170673.29	197811.46	9.9359141	10.2321656
37	86266.08	170559.53	197713.31	9.9358401	10.2318760
36	86251.36	170445.87	197615.27	9.9357660	10.2315865
35	86236.64	170332.33	197517.35	9.9356918	10.2312971
34	86221.91	170218.90	197419.54	9.9356177	10.2310078
33	86207.17	170105.59	197321.87	9.9355434	10.2307186
32	86192.43	169992.38	197224.26	9.9354691	10.2304295
31	86177.68	169879.29	197126.80	9.9353948	10.2301404
30	86162.92	169766.31	197029.44	9.9353204	10.2298515

## 30 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	50753.84	58904.50	116059.21	9.7054689	9.7701485
31	50778.90	58943.69	116079.11	9.7056833	9.7704373
32	50803.96	58982.89	116099.02	9.7058975	9.7707261
33	50829.01	59022.11	116118.95	9.7061116	9.7710147
34	50854.06	59061.34	116138.89	9.7063256	9.7713033
35	50879.10	59100.58	116158.85	9.7065394	9.7715917
36	50904.14	59139.83	116178.83	9.7067531	9.7718801
37	50929.18	59179.10	116198.82	9.7069667	9.7721684
38	50954.21	59218.39	116218.83	9.7071801	9.7724566
39	50979.24	59257.68	116238.86	9.7073933	9.7727447
40	51004.26	59296.99	116258.91	9.7076064	9.7730327
41	51029.28	59336.32	116278.97	9.7078194	9.7733206
42	51054.29	59375.66	116299.05	9.7080323	9.7736084
43	51079.30	59415.01	116319.14	9.7082450	9.7738961
44	51104.31	59454.37	116339.25	9.7084575	9.7741838
45	51129.31	59493.75	116359.38	9.7086699	9.7744713
46	51154.31	59533.14	116379.53	9.7088822	9.7747588
47	51189.30	59572.54	116399.69	9.7090943	9.7750462
48	51204.29	59611.96	116419.87	9.7093063	9.7753334
49	51229.27	59651.40	116440.07	9.7095182	9.7756206
50	51254.25	59690.84	116460.28	9.7097299	9.7759077
51	51279.22	59730.30	116480.51	9.7099415	9.7761947
52	51304.19	59769.78	116500.76	9.7101529	9.7764816
53	51329.16	59809.27	116521.02	9.7103642	9.7767685
54	51354.12	59848.77	116541.30	9.7105753	9.7770552
55	51379.08	59888.28	116561.60	9.7107863	9.7773418
56	51404.04	59927.81	116581.91	9.7109972	9.7776284
57	51428.99	59967.35	116602.24	9.7112080	9.7779149
58	51453.93	60006.91	116622.59	9.7114186	9.7782012
59	51478.87	60046.48	116642.96	9.7116290	9.7784875
60	51503.81	60086.06	116663.34	9.7118393	9.7787737

## 59 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sm.	Log. Tang.
30	86162.92	169766.31	197029.44	9.9353204	10.2298515
29	86148.15	169653.44	196932.20	9.9352459	10.2295627
28	86133.37	169540.69	196835.07	9.9351715	10.2292739
27	86118.59	169428.04	196738.05	9.9350969	10.2289853
26	86103.80	169315.50	196641.14	9.9350223	10.2286967
25	86089.00	169203.08	196544.34	9.9349477	10.2284083
24	86074.20	169090.77	196447.67	9.9348730	10.2281199
23	86059.39	168978.56	196351.10	9.9347983	10.2278316
22	86044.57	168866.47	196254.64	9.9347235	10.2275434
21	86029.74	168754.49	196158.29	9.9346486	10.2272553
20	86014.91	168642.61	196062.06	9.9345738	10.2269673
19	86000.07	168530.85	195965.93	9.9344988	10.2266794
18	85985.22	168419.19	195869.92	9.9344238	10.2263916
17	85970.37	168307.65	195774.01	9.9343488	10.2261039
16	85955.51	168196.21	195678.22	9.9342737	10.2258162
15	85940.64	168084.89	195582.54	9.9341986	10.2255287
14	85925.76	167973.67	195486.97	9.9341234	10.2252412
13	85910.88	167862.56	195391.50	9.9340482	10.2249538
12	85895.99	167751.56	195296.15	9.9339729	10.2246666
11	85881.09	167640.67	195200.91	9.9338976	10.2243794
10	85866.18	167529.88	195105.77	9.9338222	10.2240923
9	85851.27	167419.21	195010.75	9.9337467	10.2238053
8	85836.35	167308.64	194915.83	9.9336713	10.2235184
7	85821.42	167198.18	194821.02	9.9335957	10.2232315
6	85806.49	167087.82	194726.32	9.9335201	10.2229448
5	85791.55	166977.58	194631.73	9.9334445	10.2226582
4	85776.60	166867.44	194537.25	9.9333688	10.2223716
3	85761.64	166757.41	194442.88	9.9332931	10.2220851
2	85746.68	166647.48	194348.61	9.9332173	10.2217988
1	85731.71	166537.66	194254.45	9.9331415	10.2215125
0	85716.73	166427.95	194160.40	9.9330656	10.2212263

31 Grad.

Minut.

0  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30

Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
51503.81	60086.06	116663.34	9.7118393	9.7787737
51528.74	60125.66	116683.74	9.7120495	9.7790599
51553.67	60165.27	116704.16	9.7122596	9.7793459
51578.59	60204.90	116724.59	9.7124695	9.7796318
51603.51	60244.54	116745.94	9.7126792	9.7799177
51628.42	60284.19	116765.51	9.7128889	9.7802034
51653.33	60323.86	116785.99	9.7130983	9.7804891
51678.24	60363.54	116806.49	9.7133077	9.7807747
51703.14	60403.23	116827.01	9.7135169	9.7810602
51728.04	60442.94	116847.55	9.7137260	9.7813456
51752.93	60482.66	116868.10	9.7139349	9.7816309
51777.82	60522.40	116888.67	9.7141437	9.7819162
51802.70	60562.15	116909.26	9.7143524	9.7822013
51827.58	60601.92	116929.86	9.7145609	9.7824864
51852.46	60641.70	116950.48	9.7147693	9.7827713
51877.33	60681.49	116971.12	9.7149776	9.7830562
51902.19	60721.30	116991.78	9.7151857	9.7833410
51927.05	60761.12	117012.45	9.7153937	9.7836258
51951.91	60700.95	117033.14	9.7156015	9.7839104
51976.76	60840.80	117053.85	9.7158092	9.7841949
52001.61	60880.67	117074.57	9.7160168	9.7844794
52026.46	60920.54	117095.31	9.7162243	9.7847638
52051.30	60960.43	117116.07	9.7164316	9.7850481
52076.13	61000.34	117136.85	9.7166387	9.7853323
52100.96	61040.26	117157.64	9.7168458	9.7856164
52125.79	61080.19	117178.45	9.7170526	9.7859004
52150.61	61120.14	117199.28	9.7172594	9.7861844
52175.43	61160.11	117220.13	9.7174660	9.7864682
52200.24	61200.08	117240.99	9.7176725	9.7867520
52225.05	61240.07	117261.87	9.7178789	9.7870357
52249.86	61280.08	117282.77	9.7180851	9.7873193

58 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	85716.73	166427.95	194160.40	9.9330656	10.2212263
59	85701.74	166318.34	194066.46	9.9329897	10.2209401
58	85686.75	166208.84	193972.62	9.9329137	10.2206541
57	85671.75	166099.45	193878.89	9.9328376	10.2203682
56	85656.74	165990.16	193785.27	9.9327616	10.2200823
55	85641.73	165880.97	193691.76	9.9326854	10.2197966
54	85626.71	165771.89	193598.35	9.9326092	10.2195109
53	85611.68	165662.92	193505.05	9.9325330	10.2192253
52	85596.64	165554.05	193411.85	9.9324567	10.2189398
51	85581.60	165445.29	193318.76	9.9323804	10.2186544
50	85566.55	165336.63	193225.78	9.9323040	10.2183691
49	85551.49	165228.08	193132.90	9.9322276	10.2180838
48	85536.42	165119.63	193040.13	9.9321511	10.2177987
47	85521.35	165011.28	192947.46	9.9320746	10.2175136
46	85506.27	164903.04	192854.90	9.9319980	10.2172287
45	85491.18	164794.90	192762.44	9.9319213	10.2169438
44	85476.09	164686.86	192670.09	9.9318447	10.2166590
43	85460.99	164578.93	192577.84	9.9317679	10.2163742
42	85445.88	164471.11	192485.70	9.9316911	10.2160896
41	85430.76	164363.38	192393.66	9.9316143	10.2158051
40	85415.64	164255.76	192301.73	9.9315374	10.2155206
39	85400.51	164148.24	192209.90	9.9314605	10.2152362
38	85385.37	164040.82	192118.17	9.9313835	10.2149519
37	85370.23	163933.51	192026.55	9.9313065	10.2146677
36	85355.08	163826.30	191935.03	9.9312294	10.2143836
35	85339.92	163719.19	191843.62	9.9311522	10.2140996
34	85324.75	163612.18	191752.30	9.9310750	10.2138156
33	85309.58	163505.28	191661.09	9.9309978	10.2135318
32	85294.40	163398.47	191569.99	9.9309205	10.2132480
31	85279.21	163291.77	191478.99	9.9308432	10.2129643
30	85264.02	163185.17	191388.09	9.9307658	10.2126807

## 31 Grad.

Minut.	Situs.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	52249.86	61280.08	117282.77	9.7180851	9.7873193
31	52274.66	61320.10	117303.69	9.7182912	9.7876028
32	52299.45	61360.13	117324.62	9.7184971	9.7878863
33	52324.24	61400.18	117345.57	9.7187030	9.7881696
34	52349.03	61440.24	117366.54	9.7189086	9.7884529
35	52373.81	61480.32	117387.52	9.7191142	9.7887361
36	52398.59	61520.41	117408.52	9.7193196	9.7890192
37	52423.36	61560.52	117429.54	9.7195249	9.7893023
38	52448.13	61600.64	117450.58	9.7197300	9.7895852
39	52472.90	61640.77	117471.64	9.7199350	9.7898681
40	52497.66	61680.92	117492.71	9.7201399	9.7901508
41	52522.41	61721.08	117513.80	9.7203447	9.7904335
42	52547.16	61761.26	117534.91	9.7205493	9.7907161
43	52571.91	61801.45	117556.03	9.7207538	9.7909987
44	52596.65	61841.66	117577.17	9.7209581	9.7912811
45	52621.39	61881.88	117598.33	9.7211623	9.7915635
46	52646.12	61922.11	117619.51	9.7213664	9.7918458
47	52670.85	61962.36	117640.70	9.7215704	9.7921280
48	52695.58	62002.63	117661.91	9.7217742	9.7924101
49	52720.30	62042.91	117683.14	9.7219779	9.7926921
50	52745.02	62083.20	117704.39	9.7221814	9.7929741
51	52769.73	62123.51	117725.66	9.7223848	9.7932560
52	52794.44	62163.83	117746.94	9.7225881	9.7935378
53	52819.14	62204.17	117768.24	9.7227913	9.7938195
54	52843.84	62244.52	117789.56	9.7229943	9.7941011
55	52868.53	62284.88	117810.90	9.7231972	9.7943827
56	52893.22	62325.26	117832.25	9.7234000	9.7946641
57	52917.90	62365.66	117853.62	9.7236026	9.7949455
58	52942.58	62406.07	117875.01	9.7238051	9.7952268
59	52967.26	62446.50	117896.42	9.7240075	9.7955081
60	52991.93	62486.94	117917.84	9.7242097	9.7957892



Minute.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	85264.02	163185.17	191388.09	9.9307658	10.2126807
29	85248.81	163078.67	191297.29	9.9306883	10.2123972
28	85233.60	162972.27	191206.59	9.9306109	10.2121137
27	85218.38	162865.97	191116.00	9.9305333	10.2118304
26	85203.16	162759.77	191025.51	9.9304557	10.2115471
25	85187.93	162653.68	190935.12	9.9303781	10.2112639
24	85172.69	162547.68	190844.83	9.9303004	10.2109808
23	85157.44	162441.78	190754.64	9.9302226	10.2106977
22	85142.19	162335.99	190664.56	9.9301448	10.2104148
21	85126.93	162230.29	190574.57	9.9300670	10.2101319
20	85111.66	162124.69	190484.69	9.9299891	10.2098492
19	85096.39	162019.20	190394.91	9.9299112	10.2095665
18	85081.11	161913.80	190305.22	9.9298332	10.2092839
17	85065.82	161808.50	190215.64	9.9297551	10.2090013
16	85050.52	161703.30	190126.16	9.9296770	10.2087189
15	85035.22	161598.20	190036.78	9.9295989	10.2084365
14	85019.91	161493.20	189947.50	9.9295207	10.2081542
13	85004.59	161388.29	189858.32	9.9294424	10.2078720
12	84989.27	161283.49	189769.24	9.9293641	10.2075899
11	84973.94	161178.78	189680.26	9.9292857	10.2073079
10	84958.60	161074.17	189591.38	9.9292073	10.2070259
9	84943.25	160969.66	189502.59	9.9291289	10.2067440
8	84927.90	160865.25	189413.91	9.9290504	10.2064622
7	84912.54	160760.94	189325.32	9.9289718	10.2061805
6	84897.17	160656.72	189236.84	9.9288932	10.2058989
5	84881.79	160552.60	189148.45	9.9288145	10.2056173
4	84866.41	160448.58	189060.16	9.9287358	10.2053359
3	84851.02	160344.65	188971.97	9.9286571	10.2050545
2	84835.62	160240.82	188883.88	9.9285783	10.2047732
1	84820.22	160137.09	188795.89	9.9284994	10.2044919
0	84804.81	160033.45	188707.99	9.9284205	10.2042108

Q

## 32 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	52991.93	62486.94	117917.84	9.7242097	9.7957892
1	53016.59	62527.39	117939.28	9.7244118	9.7960703
2	53041.25	62567.86	117960.74	9.7246138	9.7963513
3	53065.91	62608.34	117982.22	9.7248156	9.7966322
4	53090.56	62648.84	118003.72	9.7250174	9.7969130
5	53115.21	62689.35	118025.23	9.7252189	9.7971938
6	53139.86	62729.88	118046.76	9.7254204	9.7974745
7	53164.50	62770.42	118068.31	9.7256217	9.7977551
8	53189.13	62810.98	118089.88	9.7258229	9.7980356
9	53213.76	62851.56	118111.47	9.7260240	9.7983160
10	53238.39	62892.15	118133.07	9.7262249	9.7985964
11	53263.01	62932.75	118154.69	9.7264257	9.7988767
12	53287.63	62973.36	118176.33	9.7266264	9.7991569
13	53312.24	63013.99	118197.99	9.7268269	9.7994370
14	53336.85	63054.64	118219.66	9.7270273	9.7997170
15	53361.45	63095.30	118241.35	9.7272276	9.7999970
16	53386.05	63135.98	118263.06	9.7274278	9.8002769
17	53410.64	63176.67	118284.79	9.7276278	9.8005567
18	53435.23	63217.38	118306.54	9.7278277	9.8008365
19	53459.82	63258.10	118328.30	9.7280275	9.8011161
20	53484.40	63298.83	118350.08	9.7282271	9.8013957
21	53508.98	63339.58	118371.88	9.7284267	9.8016752
22	53533.55	63380.35	118393.70	9.7286260	9.8019546
23	53558.12	63421.13	118415.54	9.7288253	9.8022340
24	53582.68	63461.93	118437.40	9.7290244	9.8025133
25	53607.24	63502.74	118459.27	9.7292234	9.8027925
26	53631.79	63543.57	118481.16	9.7294223	9.8030716
27	53656.34	63584.41	118503.07	9.7296211	9.8033506
28	53680.88	63625.27	118525.00	9.7298197	9.8036296
29	53705.42	63666.14	118546.94	9.7300182	9.8039085
30	53729.96	63707.03	118568.91	9.7302165	9.8041873

## 57 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	84804.81	160033.45	188707.99	9.9284205	10.2042108
59	84789.39	159929.91	188620.19	9.9283415	10.2039297
58	84773.96	159826.47	188532.49	9.9282625	10.2036487
57	84758.53	159723.12	188444.89	9.9281834	10.2033678
56	84743.09	159619.87	188357.38	9.9281043	10.2030870
55	84727.64	159516.72	188269.97	9.9280251	10.2028062
54	84712.19	159413.66	188182.66	9.9279459	10.2025255
53	84696.73	159310.70	188095.45	9.9278666	10.2022449
52	84681.26	159207.83	188008.33	9.9277873	10.2019644
51	84665.78	159105.05	187921.31	9.9277079	10.2016840
50	84650.30	159002.38	187834.38	9.9276285	10.2014036
49	84634.81	158899.79	187747.55	9.9275490	10.2011233
48	84619.31	158797.30	187660.82	9.9274695	10.2008431
47	84603.81	158694.91	187574.18	9.9273899	10.2005630
46	84588.39	158592.61	187487.64	9.9273103	10.2002830
45	84572.78	158490.41	187401.20	9.9272306	10.2000030
44	84557.25	158388.30	187314.85	9.9271509	10.1997231
43	84541.72	158286.28	187228.59	9.9270711	10.1994433
42	84526.18	158184.36	187142.43	9.9269913	10.1991635
41	84510.63	158082.53	187056.37	9.9269114	10.1988839
40	84495.08	157980.79	186970.40	9.9268314	10.1986043
39	84479.52	157879.15	186884.53	9.9267514	10.1983248
38	84463.95	157777.60	186798.75	9.9266714	10.1980454
37	84448.37	157676.15	186713.06	9.9265913	10.1977660
36	84432.79	157574.79	186627.47	9.9265112	10.1974867
35	84417.20	157473.52	186541.97	9.9264310	10.1972075
34	84401.60	157372.34	186456.57	9.9263507	10.1969284
33	84386.00	157271.26	186371.26	9.9262704	10.1966494
32	84370.39	157170.26	186286.05	9.9261901	10.1963704
31	84354.77	157069.36	186200.93	9.9261096	10.1960915
30	84339.14	156968.56	186115.90	9.9260292	10.1958127

Q ij

## 32 Grad.

Minute	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	53729.96	63707.03	118568.91	9.7302165	9.8041873
31	53754.49	63747.93	118590.89	9.7304148	9.8044661
32	53779.02	63788.85	118612.89	9.7306129	9.8047447
33	53803.54	63829.78	118634.91	9.7308109	9.8050233
34	53828.06	63870.73	118656.95	9.7310087	9.8053019
35	53852.57	63911.69	118679.00	9.7312064	9.8055803
36	53877.08	63952.67	118701.07	9.7314040	9.8058587
37	53901.58	63993.66	118723.16	9.7316015	9.8061370
38	53926.08	64034.67	118745.27	9.7317989	9.8064152
39	53950.58	64075.69	118767.40	9.7319961	9.8066933
40	53975.07	64116.73	118789.55	9.7321932	9.8069714
41	53999.55	64157.79	118811.71	9.7323902	9.8072494
42	54024.03	64198.86	118833.89	9.7325870	9.8075273
43	54048.51	64239.95	118856.09	9.7327837	9.8078052
44	54072.98	64281.05	118878.31	9.7329803	9.8080829
45	54097.45	64322.16	118900.55	9.7331768	9.8083606
46	54121.91	64363.29	118922.81	9.7333731	9.8086383
47	54146.37	64404.44	118945.08	9.7335693	9.8089158
48	54170.82	64445.60	118967.37	9.7337654	9.8091933
49	54195.27	64486.78	118989.68	9.7339614	9.8094707
50	54219.71	64527.97	119012.01	9.7341572	9.8097480
51	54244.15	64569.18	119034.36	9.7343529	9.8100253
52	54268.59	64610.41	119056.73	9.7345485	9.8103025
53	54293.02	64651.65	119079.12	9.7347440	9.8105796
54	54317.44	64692.90	119101.52	9.7349393	9.8108566
55	54341.86	64734.17	119123.94	9.7351345	9.8111336
56	54366.28	64775.46	119146.38	9.7353296	9.8114105
57	54390.69	64816.76	119168.84	9.7355246	9.8116873
58	54415.10	64858.08	119191.32	9.7357195	9.8119641
59	54439.50	64899.41	119213.82	9.7359142	9.8122408
60	54463.90	64940.76	119236.33	9.7361088	9.8125174

## 57 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	84339.14	156968.56	186115.90	9.9260292	10.1958127
29	84323.51	156867.84	186030.96	9.9259487	10.1955339
28	84307.87	156767.22	185946.12	9.9258681	10.1952553
27	84292.22	156666.69	185861.38	9.9257875	10.1949767
26	84276.57	156566.25	185776.72	9.9257069	10.1946981
25	84260.91	156465.90	185692.16	9.9256261	10.1944197
24	84245.24	156365.64	185607.69	9.9255454	10.1941413
23	84229.56	156265.48	185523.31	9.9254646	10.1938630
22	84213.88	156165.40	185439.03	9.9253837	10.1935848
21	84198.19	156065.42	185354.83	9.9253028	10.1933067
20	84182.49	155965.52	185270.73	9.9252218	10.1930286
19	84166.79	155865.72	185186.72	9.9251408	10.1927506
18	84151.08	155766.01	185102.81	9.9250597	10.1924727
17	84135.36	155666.39	185018.98	9.9249786	10.1921948
16	84119.63	155566.85	184935.25	9.9248974	10.1919171
15	84103.90	155467.41	184851.61	9.9248161	10.1916394
14	84088.16	155368.06	184768.05	9.9247349	10.1913617
13	84072.44	155268.80	184684.59	9.9246535	10.1910842
12	84056.66	155169.63	184601.23	9.9245721	10.1908067
11	84040.90	155070.54	184517.95	9.9244907	10.1905293
10	84025.13	154971.55	184434.76	9.9244092	10.1902520
9	84009.35	154872.64	184351.66	9.9243277	10.1899747
8	83993.57	154773.83	184268.66	9.9242461	10.1896975
7	83977.78	154675.10	184185.74	9.9241644	10.1894204
6	83961.98	154576.46	184102.92	9.9240827	10.1891434
5	83946.18	154477.92	184020.18	9.9240010	10.1888664
4	83930.37	154379.46	183937.53	9.9239191	10.1885895
3	83914.55	154281.08	183854.98	9.9238373	10.1883127
2	83898.73	154182.80	183772.51	9.9237554	10.1880359
1	83882.90	154084.60	183690.13	9.9236734	10.1877592
0	83867.06	153986.50	183607.84	9.9235914	10.1874826

## 33 Grad.

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	54463.90	64940.76	119236.33	9.7361088	9.8125174
1	54488.30	64982.12	119258.86	9.7363032	9.8127939
2	54512.69	65023.50	119281.41	9.7364976	9.8130704
3	54537.07	65064.90	119303.98	9.7366918	9.8133468
4	54561.45	65106.31	119326.57	9.7368859	9.8136233
5	54585.83	65147.74	119349.18	9.7370799	9.8138998
6	54610.20	65189.18	119371.81	9.7372737	9.8141755
7	54634.56	65230.64	119394.46	9.7374675	9.8144516
8	54658.92	65272.11	119417.12	9.7376611	9.8147277
9	54683.28	65313.60	119439.80	9.7378546	9.8150036
10	54707.63	65355.11	119462.50	9.7380479	9.8152795
11	54731.98	65396.63	119485.22	9.7382412	9.8155554
12	54756.32	65438.17	119507.96	9.7384343	9.8158311
13	54780.66	65479.72	119530.72	9.7386273	9.8161068
14	54804.99	65521.29	119553.50	9.7388201	9.8163824
15	54829.32	65562.87	119576.30	9.7390129	9.8166580
16	54853.65	65604.47	119599.11	9.7392055	9.8169335
17	54877.97	65646.09	119621.94	9.7393980	9.8172089
18	54902.28	65687.72	119644.79	9.7395904	9.8174842
19	54926.59	65729.37	119667.66	9.7397827	9.8177595
20	54950.90	65771.03	119690.55	9.7399748	9.8180347
21	54975.20	65812.71	119713.46	9.7401668	9.8183098
22	54999.50	65854.41	119736.39	9.7403587	9.8185849
23	55023.79	65896.12	119759.34	9.7405505	9.8188599
24	55048.08	65937.85	119782.31	9.7407421	9.8191348
25	55072.36	65979.59	119805.29	9.7409337	9.8194096
26	55096.64	66021.35	119828.29	9.7411251	9.8196844
27	55120.91	66063.13	119851.31	9.7413164	9.8199592
28	55145.18	66104.92	119874.35	9.7415075	9.8202338
29	55169.44	66146.73	119897.41	9.7416986	9.8205084
30	55193.70	66188.56	119920.49	9.7418895	9.8207829

## 36 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	83867.06	153986.50	183607.84	9.9235914	10.1874826
59	83851.21	153888.48	183525.64	9.9235093	10.1872061
58	83835.36	153790.55	183443.53	9.9234272	10.1869296
57	83819.50	153692.70	183361.51	9.9233450	10.1866532
56	83803.63	153594.94	183279.58	9.9232628	10.1863769
55	83787.75	153497.27	183197.74	9.9231805	10.1861007
54	83771.87	153399.69	183115.99	9.9230982	10.1858245
53	83755.98	153302.20	183034.32	9.9230158	10.1855484
52	83740.08	153204.79	182952.74	9.9229334	10.1852723
51	83724.18	153107.47	182871.25	9.9228509	10.1849964
50	83708.27	153010.23	182789.85	9.9227684	10.1847205
49	83692.35	152913.08	182708.54	9.9226858	10.1844446
48	83676.43	152816.02	182627.31	9.9226032	10.1841689
47	83660.50	152719.04	182546.17	9.9225205	10.1838932
46	83644.56	152622.15	182465.12	9.9224377	10.1836176
45	83628.61	152525.35	182384.16	9.9223549	10.1833420
44	83612.66	152428.63	182303.28	9.9222721	10.1830665
43	83596.70	152332.00	182222.49	9.9221891	10.1827911
42	83580.73	152235.45	182141.79	9.9221062	10.1825158
41	83564.76	152138.99	182061.18	9.9220232	10.1822405
40	83548.78	152042.61	181980.65	9.9219401	10.1819653
39	83532.79	151946.32	181900.21	9.9218570	10.1816902
38	83516.80	151850.12	181819.85	9.9217738	10.1814151
37	83500.80	151754.00	181739.58	9.9216906	10.1811401
36	83484.79	151657.96	181659.40	9.9216073	10.1808652
35	83468.77	151562.01	181579.30	9.9215240	10.1805904
34	83452.75	151466.14	181499.29	9.9214406	10.1803156
33	83436.72	151370.36	181419.37	9.9213572	10.1800408
32	83420.68	151274.66	181339.53	9.9212737	10.1797662
31	83404.63	151179.05	181259.77	9.9211902	10.1794916
30	83388.58	151083.52	181180.10	9.9211066	10.1792171

## 33 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	55193.70	66188.56	119920.49	9.7418895	9.82107829
31	55217.95	66230.40	119943.59	9.7420803	9.82110574
32	55242.20	66272.26	119966.71	9.7422710	9.82113317
33	55266.45	66314.13	119989.85	9.7424616	9.82116060
34	55290.69	66356.02	120013.01	9.7426520	9.82118803
35	55314.92	66397.92	120036.19	9.7428423	9.82121545
36	55339.15	66439.84	120059.38	9.7430325	9.82124286
37	55363.38	66481.78	120082.59	9.7432226	9.82127026
38	55387.60	66523.73	120105.82	9.7434126	9.82129766
39	55411.82	66565.70	120129.07	9.7436024	9.82132505
40	55436.03	66607.69	120152.34	9.7437921	9.82135244
41	55460.24	66649.69	120175.63	9.7439817	9.82137981
42	55484.44	66691.71	120198.94	9.7441712	9.82140719
43	55508.64	66733.75	120222.27	9.7443606	9.82143455
44	55532.83	66775.80	120245.62	9.7445498	9.82146191
45	55557.02	66817.87	120268.99	9.7447390	9.82148926
46	55581.21	66859.95	120292.37	9.7449280	9.82151660
47	55605.39	66902.05	120315.77	9.7451169	9.82154394
48	55629.56	66944.17	120339.19	9.7453056	9.82157127
49	55653.73	66986.30	120362.64	9.7454943	9.82159860
50	55677.90	67028.45	120386.10	9.7456828	9.82162592
51	55702.06	67070.62	120409.58	9.7458712	9.82165323
52	55726.21	67112.80	120433.08	9.7460595	9.82168053
53	55750.36	67155.00	120456.60	9.7462477	9.82170783
54	55774.51	67197.21	120480.14	9.7464358	9.82173513
55	55798.65	67239.44	120503.70	9.7466237	9.82176241
56	55822.79	67281.69	120527.28	9.7468115	9.82178969
57	55846.92	67323.96	120550.88	9.7469992	9.82181696
58	55871.05	67366.24	120574.50	9.7471868	9.82184423
59	55895.17	67408.54	120598.14	9.7473743	9.82187149
60	55919.29	67450.85	120621.80	9.7475617	9.82189874



## 56 Grad.

Minute.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	83388.58	151083.52	181180.10	9.9211066	10.1792171
29	83372.52	150988.07	181100.52	9.9210229	10.1789426
28	83356.45	150892.71	181021.02	9.9209393	10.1786683
27	83340.38	150797.43	180941.61	9.9208555	10.1783940
26	83324.30	150702.24	180862.28	9.9207717	10.1781197
25	83308.21	150607.13	180783.04	9.9206878	10.1778455
24	83292.12	150512.10	180703.88	9.9206039	10.1775714
23	83276.01	150417.16	180624.81	9.9205200	10.1772974
22	83259.91	150322.30	180545.82	9.9204360	10.1770234
21	83243.80	150227.52	180466.91	9.9203519	10.1767495
20	83227.68	150132.82	180388.09	9.9202678	10.1764756
19	83211.55	150038.20	180309.35	9.9201836	10.1762019
18	83195.41	149943.67	180230.70	9.9200994	10.1759281
17	83179.27	149849.22	180152.13	9.9200151	10.1756545
16	83163.12	149754.86	180073.65	9.9199308	10.1753809
15	83146.96	149660.58	179995.25	9.9198464	10.1751074
14	83130.79	149566.38	179916.93	9.9197619	10.1748340
13	83114.62	149472.26	179838.69	9.9196775	10.1745606
12	83098.44	149378.22	179760.54	9.9195929	10.1742873
11	83082.26	149284.26	179682.47	9.9195083	10.1740140
10	83066.07	149190.38	179604.48	9.9194237	10.1737408
9	83049.87	149096.59	179526.58	9.9193390	10.1734677
8	83033.66	149002.88	179448.76	9.9192542	10.1731947
7	83017.45	148909.25	179371.02	9.9191694	10.1729217
6	83001.23	148815.70	179293.37	9.9190845	10.1726487
5	82985.00	148722.23	179215.80	9.9189996	10.1723759
4	82968.76	148628.84	179138.31	9.9189146	10.1721031
3	82952.52	148535.53	179060.90	9.9188296	10.1718304
2	82936.27	148442.30	178983.58	9.9187445	10.1715577
1	82920.02	148349.16	178906.33	9.9186594	10.1712851
0	82903.76	148256.10	178829.16	9.9185742	10.1710126

R

## 34 . Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	55919.29	67450.85	120621.80	9.7475617	9.8289874
1	55943.40	67493.18	120645.48	9.7477485	9.8292599
2	55967.51	67535.53	120669.18	9.7479360	9.8295323
3	55991.61	67577.90	120692.89	9.7481230	9.8298047
4	56015.71	67620.28	120716.62	9.7483099	9.8300769
5	56039.81	67662.68	120740.37	9.7484967	9.8303492
6	56063.90	67705.09	120764.14	9.7486833	9.8306213
7	56087.98	67747.52	120787.93	9.7488698	9.8308934
8	56112.06	67789.97	120811.75	9.7490562	9.8311654
9	56136.14	67832.44	120835.59	9.7492425	9.8314374
10	56160.21	67874.92	120859.44	9.7494287	9.8317093
11	56184.28	67917.42	120883.31	9.7496148	9.8319811
12	56208.34	67959.93	120907.20	9.7498007	9.8322529
13	56232.39	68002.46	120931.12	9.7499866	9.8325246
14	56256.44	68045.01	120955.05	9.7501723	9.8327963
15	56280.49	68087.58	120979.00	9.7503579	9.8330679
16	56304.53	68130.16	121002.97	9.7505434	9.8333394
17	56328.57	68172.76	121026.96	9.7507287	9.8336109
18	56352.60	68215.38	121050.97	9.7509140	9.8338823
19	56376.63	68258.01	121075.00	9.7510991	9.8341536
20	56400.65	68300.66	121099.05	9.7512842	9.8344249
21	56424.67	68343.33	121123.12	9.7514691	9.8346961
22	56448.69	68386.01	121147.21	9.7516538	9.8349673
23	56472.70	68428.71	121171.32	9.7518385	9.8352384
24	56496.70	68471.43	121195.45	9.7520231	9.8355094
25	56520.70	68514.17	121219.60	9.7522075	9.8357804
26	56544.69	68556.92	121243.77	9.7523919	9.8360513
27	56568.68	68599.69	121267.96	9.7525761	9.8363221
28	56592.67	68642.47	121292.17	9.7527602	9.8365929
29	56616.65	68685.27	121316.40	9.7529442	9.8368636
30	56640.62	68728.10	121340.64	9.7531280	9.8371343

55 Grad.

Minute.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	82903.76	148256.10	178829.16	9.9185742	10.1710126
59	82887.49	148163.11	178752.06	9.9184890	10.1707401
58	82871.21	148070.21	178675.08	9.9184037	10.1704677
57	82854.93	147977.38	178598.17	9.9183183	10.1701953
56	82838.64	147884.63	178521.33	9.9182329	10.1699231
55	82822.34	147791.97	178444.57	9.9181475	10.1696508
54	82806.03	147699.38	178367.90	9.9180620	10.1693787
53	82789.72	147606.88	178291.31	9.9179764	10.1691066
52	82773.40	147514.45	178214.79	9.9178908	10.1688346
51	82757.07	147422.10	178138.36	9.9178051	10.1685626
50	82740.74	147329.83	178092.01	9.9177194	10.1682907
49	82724.40	147237.64	177985.74	9.9176336	10.1680189
48	82708.05	147145.53	177909.55	9.9175478	10.1677471
47	82691.70	147053.50	177833.43	9.9174619	10.1674754
46	82675.34	146961.55	177757.40	9.9173760	10.1672037
45	82658.97	146869.67	177681.45	9.9172900	10.1669321
44	82642.60	146777.87	177605.58	9.9172040	10.1666606
43	82626.22	146686.16	177529.79	9.9171179	10.1663891
42	82609.83	146594.52	177454.08	9.9170317	10.1661177
41	82593.43	146502.96	177378.45	9.9169455	10.1658464
40	82577.03	146411.47	177302.90	9.9168593	10.1655751
39	82560.62	146320.07	177227.43	9.9167730	10.1653039
38	82544.20	146228.74	177152.04	9.9166866	10.1650327
37	82527.78	146137.49	177076.73	9.9166002	10.1647616
36	82511.35	146046.32	177001.49	9.9165137	10.1644906
35	82494.91	145955.22	176926.33	9.9164272	10.1642196
34	82478.47	145864.20	176851.25	9.9163406	10.1639487
33	82462.02	145773.26	176776.25	9.9162539	10.1636779
32	82445.56	145682.40	176701.33	9.9161673	10.1634071
31	82429.09	145591.61	176626.49	9.9160805	10.1631364
30	82412.62	145500.90	176551.73	9.9159937	10.1628657

R. ii

34 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	56640.62	68728.10	121340.64	9.7531280	9.8371343
31	56664.59	68770.94	121364.91	9.7533118	9.8374049
32	56688.56	68813.79	121389.20	9.7534954	9.8376755
33	56712.52	68856.66	121413.51	9.7536790	9.8379460
34	56736.48	68899.55	121437.83	9.7538624	9.8382164
35	56760.43	68942.46	121462.18	9.7540457	9.8384867
36	56784.37	68985.38	121486.55	9.7542288	9.8387571
37	56808.31	69028.32	121510.94	9.7544119	9.8390273
38	56832.25	69071.28	121535.35	9.7545949	9.8392975
39	56856.18	69114.25	121559.78	9.7547777	9.8395676
40	56880.11	69157.24	121584.23	9.7549604	9.8398377
41	56904.03	69200.25	121608.70	9.7551431	9.8401077
42	56927.95	69243.28	121633.19	9.7553256	9.8403776
43	56951.86	69286.33	121657.70	9.7555080	9.8406475
44	56975.77	69329.39	121682.23	9.7556902	9.8409174
45	56999.68	69372.47	121706.78	9.7558724	9.8411871
46	57023.58	69415.57	121731.35	9.7560544	9.8414569
47	57047.47	69458.68	121755.94	9.7562364	9.8417265
48	57071.36	69501.81	121780.55	9.7564182	9.8419962
49	57095.24	69544.96	121805.18	9.7565999	9.8422657
50	57119.12	69588.13	121829.83	9.7567815	9.8425351
51	57142.99	69631.31	121854.50	9.7569630	9.8428046
52	57166.86	69674.51	121879.19	9.7571444	9.8430739
53	57190.73	69717.73	121903.90	9.7573256	9.8433432
54	57214.59	69760.97	121928.64	9.7575068	9.8436125
55	57238.44	69804.22	121953.39	9.7576878	9.8438817
56	57262.29	69847.49	121978.16	9.7578687	9.8441508
57	57286.14	69890.78	122002.96	9.7580495	9.8444199
58	57309.98	69934.09	122027.77	9.7582302	9.8446889
59	57333.81	69977.41	122052.60	9.7584108	9.8449579
60	57357.64	70020.75	122077.46	9.7585913	9.8452268

## 55 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	82412.62	145500.90	176551.73	9.9159937	10.1628657
29	82396.14	145410.27	176477.04	9.9159069	10.1625951
28	82379.65	145319.71	176402.43	9.9158200	10.1623245
27	82363.16	145229.23	176327.91	9.9157330	10.1620540
26	82346.66	145138.83	176253.45	9.9156460	10.1617836
25	82330.15	145048.50	176179.08	9.9155589	10.1615133
24	82313.64	144958.25	176104.78	9.9154718	10.1612429
23	82297.12	144868.08	176030.56	9.9153846	10.1609727
22	82280.59	144777.98	175956.42	9.9152974	10.1607025
21	82264.05	144687.96	175882.36	9.9152101	10.1604324
20	82247.51	144598.01	175808.37	9.9151228	10.1601623
19	82230.96	144508.14	175734.46	9.9150354	10.1598923
18	82214.40	144418.34	175660.63	9.9149479	10.1596224
17	82197.84	144328.62	175586.87	9.9148604	10.1593525
16	82181.27	144238.97	175513.19	9.9147729	10.1590826
15	82164.69	144149.40	175439.59	9.9146852	10.1588129
14	82148.11	144059.91	175366.07	9.9145976	10.1585431
13	82131.52	143970.49	175292.62	9.9145099	10.1582735
12	82114.92	143881.14	175219.24	9.9144221	10.1580039
11	82098.31	143791.87	175145.94	9.9143342	10.1577343
10	82081.70	143702.68	175072.73	9.9142464	10.1574649
9	82065.08	143613.56	174999.58	9.9141584	10.1571954
8	82048.46	143524.51	174926.51	9.9140704	10.1569261
7	82031.83	143435.54	174853.52	9.9139824	10.1566568
6	82015.19	143346.64	174780.60	9.9138943	10.1563875
5	81998.54	143257.81	174707.76	9.9138061	10.1561183
4	81981.89	143169.06	174634.99	9.9137179	10.1558492
3	81965.23	143080.39	174562.30	9.9136296	10.1555801
2	81948.56	142991.78	174488.69	9.9135413	10.1553111
1	81931.89	142903.26	174417.15	9.9134530	10.1550421
0	81915.21	142814.80	174344.68	9.9133645	10.1547732

## 35 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	57357.64	70020.75	122077.46	9.7585913	9.8452268
1	57381.47	70064.11	122102.33	9.7587717	9.8454956
2	57405.29	70107.49	122127.23	9.7589519	9.8457644
3	57429.11	70150.89	122152.15	9.7591321	9.8460332
4	57452.92	70194.30	122177.08	9.7593121	9.8463018
5	57476.72	70237.73	122202.04	9.7594920	9.8465705
6	57500.52	70281.18	122227.02	9.7596718	9.8468390
7	57524.32	70324.65	122252.02	9.7598515	9.8471075
8	57548.11	70368.13	122277.03	9.7600311	9.8473760
9	57571.90	70411.63	122302.07	9.7602106	9.8476444
10	57595.68	70455.15	122327.13	9.7603899	9.8479127
11	57619.46	70498.69	122352.21	9.7605692	9.8481810
12	57643.23	70542.24	122377.32	9.7607483	9.8484492
13	57667.00	70585.81	122402.44	9.7609274	9.8487174
14	57690.76	70629.40	122427.58	9.7611063	9.8489855
15	57714.52	70673.01	122452.74	9.7612851	9.8492536
16	57738.27	70716.64	122477.93	9.7614638	9.8495216
17	57762.02	70760.29	122503.13	9.7616424	9.8497896
18	57785.76	70803.95	122528.36	9.7618208	9.8500575
19	57809.50	70847.63	122553.61	9.7619992	9.8503253
20	57833.23	70891.33	122578.87	9.7621775	9.8505931
21	57856.96	70935.05	122604.16	9.7623556	9.8508608
22	57880.68	70978.78	122629.47	9.7625337	9.8511285
23	57904.40	71022.53	122654.80	9.7627116	9.8513961
24	57928.12	71066.30	122680.15	9.7628894	9.8516637
25	57951.83	71110.09	122705.52	9.7630671	9.8519312
26	57975.53	71153.90	122730.91	9.7632447	9.8521987
27	57999.23	71197.73	122756.33	9.7634222	9.8524661
28	58022.92	71241.57	122781.76	9.7635996	9.8527335
29	58046.61	71285.43	122807.21	9.7637769	9.8530008
30	58070.30	71329.31	122832.69	9.7639540	9.8532680

54 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sm.	Log. Tang.
60	81915.21	142814.80	174344.68	9.9133645	10.1547732
59	81898.52	142726.42	174272.29	9.9132760	10.1545044
58	81881.82	142638.11	174199.97	9.9131875	10.1542356
57	81865.12	142549.87	174127.73	9.9130989	10.1539668
56	81848.41	142461.71	174055.56	9.9130102	10.1536982
55	81831.69	142373.62	173983.47	9.9129215	10.1534295
54	81814.97	142285.61	173911.45	9.9128328	10.1531610
53	81797.24	142197.66	173839.51	9.9127440	10.1528925
52	81781.50	142109.79	173767.64	9.9126551	10.1526240
51	81764.76	142022.00	173695.85	9.9125662	10.1523556
50	81748.01	141934.27	173624.13	9.9124772	10.1520873
49	81731.25	141846.62	173552.47	9.9123882	10.1518190
48	81714.49	141759.04	173480.90	9.9122991	10.1515508
47	81697.72	141671.53	173409.41	9.9122099	10.1512826
46	81680.94	141584.09	173337.98	9.9121207	10.1510145
45	81664.15	141496.73	173266.63	9.9120315	10.1507464
44	81647.36	141409.43	173195.35	9.9119422	10.1504784
43	81630.56	141322.21	173124.14	9.9118528	10.1502104
42	81613.76	141235.06	173053.01	9.9117634	10.1499425
41	81596.95	141147.99	172981.95	9.9116739	10.1496747
40	81580.13	141060.98	172910.96	9.9115844	10.1494069
39	81563.30	140974.05	172840.05	9.9114948	10.1491392
38	81546.47	140887.18	172769.21	9.9114051	10.1488715
37	81529.63	140800.39	172698.44	9.9113155	10.1486038
36	81512.78	140713.67	172627.74	9.9112257	10.1483363
35	81495.93	140627.02	172557.12	9.9111359	10.1480688
34	81479.06	140540.44	172486.57	9.9110460	10.1478013
33	81462.19	140453.93	172416.09	9.9109561	10.1475338
32	81445.32	140367.49	172345.68	9.9108661	10.1472665
31	81428.44	140281.13	172275.34	9.9107761	10.1469992
30	81411.55	140194.83	172205.08	9.9106860	10.1467320

## 35 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	58070.30	71329.38	122832.69	9.7639540	9.8532680
31	58093.98	71373.21	122858.19	9.7641311	9.8533532
32	58117.65	71417.13	122883.71	9.7643080	9.8534023
33	58141.32	71461.06	122909.25	9.7644849	9.8534694
34	58164.98	71505.01	122934.81	9.7646616	9.8535365
35	58188.64	71548.98	122960.39	9.7648382	9.8536034
36	58212.30	71592.97	122985.99	9.7650147	9.8536704
37	58235.95	71636.98	123011.61	9.7651911	9.8537372
38	58259.59	71681.01	123037.25	9.7653674	9.8538041
39	58283.23	71725.05	123062.92	9.7655436	9.8538708
40	58306.87	71769.11	123088.61	9.7657197	9.8539376
41	58330.50	71813.19	123114.32	9.7658957	9.8540042
42	58354.12	71857.29	123140.05	9.7660715	9.8540708
43	58377.74	71901.41	123165.80	9.7662473	9.8541374
44	58401.36	71945.55	123191.57	9.7664229	9.8542039
45	58424.97	71989.70	123217.36	9.7665985	9.8542704
46	58448.57	72033.87	123243.17	9.7667739	9.8543368
47	58472.17	72078.06	123269.00	9.7669492	9.8544031
48	58495.77	72122.27	123294.86	9.7671244	9.8544694
49	58519.36	72166.50	123320.74	9.7672996	9.8545357
50	58542.94	72210.75	123346.64	9.7674746	9.8546019
51	58566.52	72255.02	123372.56	9.7676494	9.8546680
52	58590.10	72299.31	123398.50	9.7678242	9.8547341
53	58613.67	72343.61	123424.46	9.7679989	9.8548002
54	58637.24	72387.93	123450.44	9.7681735	9.8548661
55	58660.80	72432.27	123476.45	9.7683480	9.8549321
56	58684.35	72476.63	123502.48	9.7685223	9.8601980
57	58707.90	72521.01	123528.52	9.7686966	9.8604638
58	58731.45	72565.41	123554.59	9.7688707	9.8607296
59	58754.99	72609.83	123580.68	9.7690448	9.8609954
60	58778.53	72654.26	123606.80	9.7692187	9.8612610



## 54 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	81411.55	140194.83	172205.08	9.9106860	10.1467320
29	81394.65	140108.60	172134.89	9.9105959	10.1464648
28	81377.75	140022.45	172064.77	9.9105057	10.1461977
27	81360.84	139936.36	171994.72	9.9104155	10.1459306
26	81343.93	139850.34	171924.75	9.9103251	10.1456635
25	81327.01	139764.40	171854.84	9.9102348	10.1453966
24	81310.08	139678.52	171785.01	9.9101444	10.1451296
23	81293.14	139592.72	171715.25	9.9100539	10.1448628
22	81276.20	139506.98	171645.56	9.9099634	10.1445959
21	81259.25	139421.31	171575.94	9.9098728	10.1443292
20	81242.29	139335.71	171506.39	9.9097821	10.1440624
19	81225.32	139250.18	171436.91	9.9096915	10.1437958
18	81208.35	139164.73	171367.50	9.9096007	10.1435292
17	81191.37	139079.34	171298.17	9.9095099	10.1432626
16	81174.39	138994.01	171228.90	9.9094190	10.1429961
15	81157.40	138908.76	171159.70	9.9093281	10.1427296
14	81140.40	138823.58	171090.58	9.9092371	10.1424632
13	81123.39	138738.46	171021.52	9.9091461	10.1421969
12	81106.38	138653.42	170952.54	9.9090550	10.1419306
11	81089.36	138568.44	170883.62	9.9089639	10.1416643
10	81072.33	138483.53	170814.78	9.9088727	10.1413981
9	81055.30	138398.69	170746.00	9.9087814	10.1411320
8	81038.26	138313.92	170677.30	9.9086901	10.1408659
7	81021.21	138229.22	170608.66	9.9085988	10.1405998
6	81004.16	138144.58	170540.10	9.9085073	10.1403339
5	80987.10	138060.01	170471.60	9.9084159	10.1400679
4	80970.03	137975.51	170403.18	9.9083243	10.1398020
3	80952.96	137891.08	170334.82	9.9082327	10.1395362
2	80935.88	137806.72	170266.53	9.9081411	10.1392704
1	80918.79	137722.42	170198.31	9.9080494	10.1390046
0	80901.70	137638.19	170130.16	9.9079576	10.1387390

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	58778.53	72654.26	123606.80	9.7692187	9.8612610
1	58802.06	72698.71	123632.94	9.7693925	9.8615267
2	58825.58	72743.18	123659.09	9.7695662	9.8617923
3	58849.10	72787.67	123685.26	9.7697398	9.8620578
4	58872.62	72832.18	123711.48	9.7699134	9.8623233
5	58896.13	72876.71	123737.68	9.7700868	9.8625887
6	58919.64	72921.26	123763.93	9.7702601	9.8628541
7	58943.14	72965.82	123790.19	9.7704332	9.8631195
8	58966.63	73010.40	123816.47	9.7706063	9.8633848
9	58990.12	73055.01	123842.78	9.7707793	9.8636500
10	59013.61	73099.63	123869.11	9.7709522	9.8639152
11	59037.09	73144.27	123895.46	9.7711249	9.8641803
12	59060.57	73188.94	123921.83	9.7712976	9.8644454
13	59084.04	73233.62	123948.22	9.7714702	9.8647105
14	59107.50	73278.31	123974.64	9.7716426	9.8649755
15	59130.96	73323.03	124001.08	9.7718150	9.8652404
16	59154.41	73367.77	124027.54	9.7719872	9.8655053
17	59177.87	73412.53	124054.02	9.7721593	9.8657702
18	59201.32	73457.30	124080.52	9.7723314	9.8660350
19	59224.76	73502.10	124107.04	9.7725033	9.8662999
20	59248.19	73546.91	124133.59	9.7726751	9.8665644
21	59271.62	73591.74	124160.16	9.7728468	9.8668291
22	59295.05	73636.60	124186.75	9.7730185	9.8670937
23	59318.47	73681.47	124213.36	9.7731900	9.8673583
24	59341.89	73726.36	124239.99	9.7733614	9.8676228
25	59365.30	73771.27	124266.65	9.7735327	9.8678873
26	59388.71	73816.20	124293.33	9.7737039	9.8681517
27	59412.11	73861.15	124320.03	9.7738749	9.8684160
28	59435.50	73906.11	124346.75	9.7740459	9.8686804
29	59458.89	73951.10	124373.49	9.7742168	9.8689446
30	59482.28	73996.11	124400.26	9.7743876	9.8692089

33 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	80901.70	137638.19	170130.16	9.9079576	10.1387390
59	80884.60	137554.03	170062.08	9.9078658	10.1384733
58	80867.49	137469.94	169994.07	9.9077740	10.1382077
57	80850.37	137385.91	169926.12	9.9076820	10.1379422
56	80833.25	137301.95	169858.25	9.9075901	10.1376767
55	80816.12	137218.05	169790.44	9.9074980	10.1374113
54	80798.99	137134.23	169722.71	9.9074059	10.1371459
53	80781.85	137050.47	169655.04	9.9073138	10.1368805
52	80764.70	136966.78	169587.43	9.9072216	10.1366152
51	80747.54	136883.15	169519.80	9.9071293	10.1363500
50	80730.38	136799.59	169452.44	9.9070370	10.1360848
49	80713.21	136716.10	169385.04	9.9069446	10.1358197
48	80696.03	136632.67	169317.71	9.9068522	10.1355546
47	80678.85	136549.31	169250.45	9.9067597	10.1352895
46	80661.66	136466.02	169183.26	9.9066671	10.1350245
45	80644.46	136382.79	169116.13	9.9065745	10.1347596
44	80627.26	136299.63	169049.07	9.9064819	10.1344947
43	80610.05	136216.53	168982.08	9.9063892	10.1342298
42	80592.83	136133.50	168915.16	9.9062964	10.1339650
41	80575.60	136050.54	168848.30	9.9062036	10.1337003
40	80558.37	135967.64	168781.51	9.9061107	10.1334356
39	80541.13	135884.81	168714.79	9.9060177	10.1331709
38	80523.89	135802.04	168648.14	9.9059247	10.1329063
37	80506.64	135719.34	168581.55	9.9058317	10.1326417
36	80489.38	135636.70	168515.03	9.9057386	10.1323772
35	80472.11	135554.13	168448.57	9.9056454	10.1321127
34	80454.84	135471.62	168382.18	9.9055522	10.1318483
33	80437.56	135389.18	168315.86	9.9054589	10.1315840
32	80420.28	135306.80	168249.61	9.9053656	10.1313196
31	80402.99	135224.49	168183.42	9.9052722	10.1310554
30	80385.69	135142.24	168117.30	9.9051787	10.1307911

S ij

## 36 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	59482.28	73996.11	124400.26	9.7743876	9.8692089
31	59505.66	74041.14	124427.05	9.7745583	9.8694731
32	59529.03	74086.18	124453.86	9.7747288	9.8697372
33	59552.40	74131.24	124480.69	9.7748993	9.8700013
34	59575.77	74176.33	124507.54	9.7750697	9.8702653
35	59599.13	74221.43	124534.42	9.7752399	9.8705293
36	59622.49	74266.55	124561.31	9.7754101	9.8707933
37	59645.84	74311.70	124588.23	9.7755801	9.8710572
38	59669.18	74356.86	124615.18	9.7757501	9.8713210
39	59692.52	74402.04	124642.14	9.7759199	9.8715848
40	59715.86	74447.24	124669.13	9.7760897	9.8718486
41	59739.19	74492.46	124696.14	9.7762593	9.8721123
42	59762.51	74537.70	124723.17	9.7764289	9.8723760
43	59785.83	74582.96	124750.22	9.7765983	9.8726396
44	59809.15	74628.24	124777.30	9.7767676	9.8729032
45	59832.46	74673.54	124804.40	9.7769369	9.8731668
46	59855.76	74718.86	124831.52	9.7771060	9.8734302
47	59879.06	74764.20	124858.66	9.7772750	9.8736937
48	59902.36	74809.56	124885.83	9.7774439	9.8739571
49	59925.65	74854.94	124913.02	9.7776128	9.8742204
50	59948.93	74900.33	124940.23	9.7777815	9.8744838
51	59972.21	74945.75	124967.46	9.7779501	9.8747470
52	59995.49	74991.19	124994.71	9.7781186	9.8750102
53	60018.76	75036.65	125021.99	9.7782870	9.8752734
54	60042.02	75082.12	125049.29	9.7784553	9.8755365
55	60065.28	75127.62	125076.61	9.7786235	9.8757996
56	60088.53	75173.14	125103.96	9.7787916	9.8760627
57	60111.78	75218.67	125131.33	9.7789596	9.8763257
58	60135.03	75264.23	125158.72	9.7791275	9.8765886
59	60158.27	75309.81	125186.13	9.7792953	9.8768515
60	60181.50	75355.40	125213.57	9.7794630	9.8771144

## 53 Grad.

Miunt.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	80385.69	135142.24	168117.30	9.9051787	10.1307911
29	80368.38	135060.06	168051.24	9.9050852	10.1305269
28	80351.07	134977.94	167985.25	9.9049916	10.1302628
27	80333.75	134895.89	167919.33	9.9048980	10.1299987
26	80316.42	134813.90	167853.47	9.9048043	10.1297347
25	80299.09	134731.97	167787.68	9.9047106	10.1294707
24	80281.75	134650.11	167721.95	9.9046168	10.1292067
23	80264.40	134568.32	167656.29	9.9045230	10.1289428
22	80247.05	134486.58	167590.70	9.9044291	10.1286790
21	80229.69	134404.92	167525.17	9.9043351	10.1284152
20	80212.32	134323.31	167459.70	9.9042411	10.1281514
19	80194.94	134241.77	167394.30	9.9041470	10.1278877
18	80177.56	134160.29	167328.97	9.9040529	10.1276240
17	80160.17	134078.88	167263.70	9.9039587	10.1273604
16	80142.78	133997.53	167198.50	9.9038644	10.1270968
15	80125.38	133916.24	167133.36	9.9037701	10.1268332
14	80107.97	133835.02	167068.28	9.9036757	10.1265698
13	80090.56	133753.86	167003.28	9.9035813	10.1263063
12	80073.14	133672.76	166938.33	9.9034868	10.1260429
11	80055.71	133591.72	166873.45	9.9033923	10.1257796
10	80038.27	133510.75	166808.64	9.9032977	10.1255162
9	80020.83	133429.84	166743.89	9.9032031	10.1252530
8	80003.38	133349.00	166679.20	9.9031084	10.1249898
7	79985.93	133268.22	166614.58	9.9030136	10.1247266
6	79968.47	133187.49	166550.02	9.9029188	10.1244635
5	79951.00	133106.84	166485.52	9.9028239	10.1242004
4	79933.52	133026.24	166421.09	9.9027289	10.1239373
3	79916.04	132945.71	166356.73	9.9026339	10.1236743
2	79898.55	132865.24	166292.43	9.9025389	10.1234114
1	79881.05	132784.83	166228.19	9.9024438	10.1231485
0	79863.55	132704.48	166164.01	9.9023486	10.1228856

## 37 Grad.

Minute

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	60181.50	75355.40	125213.57	9.7794690	9.8771144
1	60204.73	75401.02	125241.02	9.7796306	9.8773772
2	60227.95	75446.66	125268.50	9.7797981	9.8776400
3	60251.17	75492.32	125296.01	9.7799655	9.8779027
4	60274.39	75537.99	125323.53	9.7801328	9.8781654
5	60297.60	75583.69	125351.08	9.7803000	9.8784281
6	60320.80	75629.41	125378.65	9.7804671	9.8786907
7	60344.00	75675.14	125406.25	9.7806341	9.8789533
8	60367.19	75720.90	125433.87	9.7808010	9.8792158
9	60390.38	75766.68	125461.51	9.7809677	9.8794782
10	60413.56	75812.48	125489.17	9.7811344	9.8797407
11	60436.74	75858.29	125516.85	9.7813010	9.8800031
12	60459.91	75904.13	125544.56	9.7814675	9.8802654
13	60483.08	75949.99	125572.29	9.7816339	9.8805277
14	60506.24	75995.87	125600.05	9.7818002	9.8807900
15	60529.40	76041.77	125627.82	9.7819664	9.8810522
16	60552.55	76087.69	125655.62	9.7821324	9.8813144
17	60575.70	76133.63	125683.45	9.7822984	9.8815765
18	60598.84	76179.59	125711.29	9.7824643	9.8818386
19	60621.98	76225.57	125739.16	9.7826301	9.8821007
20	60645.11	76271.57	125767.05	9.7827958	9.8823627
21	60668.23	76317.59	125794.97	9.7829614	9.8826246
22	60691.35	76363.63	125822.91	9.7831268	9.8828866
23	60714.47	76409.69	125850.87	9.7832922	9.8831484
24	60737.58	76455.77	125878.85	9.7834575	9.8834103
25	60760.69	76501.88	125906.86	9.7836227	9.8836721
26	60783.79	76548.00	125934.89	9.7837878	9.8839338
27	60806.89	76594.14	125962.94	9.7839528	9.8841956
28	60829.98	76640.31	125991.02	9.7841177	9.8844572
29	60853.06	76686.49	126019.12	9.7842824	9.8847189
30	60876.14	76732.70	126047.24	9.7844471	9.8849805

Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	79863.55	132704.48	166164.01	9.9023486	10.122887
59	79846.02	132624.20	166099.90	9.9021554	10.122622
58	79828.52	132543.97	166035.85	9.9021581	10.122360
57	79811.00	132463.88	165971.87	9.90210618	10.122097
56	79793.47	132383.78	165907.95	9.9019674	10.121834
55	79775.93	132303.68	165844.09	9.9018729	10.121571
54	79758.39	132223.70	165780.30	9.9017764	10.121309
53	79740.84	132143.79	165716.57	9.9016808	10.121046
52	79723.28	132063.93	165652.90	9.9015852	10.120784
51	79705.72	131984.14	165589.29	9.9014895	10.120521
50	79688.15	131904.41	165525.75	9.9013938	10.120259
49	79670.57	131824.74	165462.27	9.9012980	10.119996
48	79652.99	131745.13	165398.85	9.9012021	10.119734
47	79635.40	131665.59	165335.50	9.9011062	10.119472
46	79617.80	131586.10	165272.21	9.9010102	10.119210
45	79600.20	131506.68	165208.98	9.9009142	10.118947
44	79582.59	131427.31	165145.81	9.9008181	10.118685
43	79564.97	131348.01	165082.70	9.9007219	10.118423
42	79547.35	131268.76	165019.66	9.9006257	10.118161
41	79529.72	131189.58	164956.68	9.9005294	10.117899
40	79512.08	131110.46	164893.76	9.9004331	10.117637
39	79494.43	131031.40	164830.90	9.9003367	10.117375
38	79476.78	130952.39	164768.11	9.9002403	10.117113
37	79459.12	130873.45	164705.37	9.9001438	10.116851
36	79441.46	130794.57	164642.70	9.9000472	10.116589
35	79423.79	130715.75	164580.09	9.8999506	10.116327
34	79406.11	130636.99	164517.54	9.8998539	10.116066
33	79388.43	130558.28	164455.06	9.8997572	10.115804
32	79370.74	130479.64	164392.63	9.8996604	10.115542
31	79353.04	130401.06	164330.27	9.8995636	10.115281
30	79335.33	130322.54	164267.96	9.8994667	10.115019

## 37 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	60876.14	76732.70	126047.24	9.7844471	9.8849805
31	60899.22	76778.93	126075.39	9.7846117	9.8852420
32	60922.29	76825.17	126103.56	9.7847762	9.8855035
33	60945.35	76871.44	126131.75	9.7849406	9.8857650
34	60968.41	76917.73	126159.97	9.7851049	9.8860264
35	60991.47	76964.04	126188.20	9.7852691	9.8862878
36	61014.52	77010.37	126216.46	9.7854332	9.8865492
37	61037.56	77056.72	126244.75	9.7855972	9.8868105
38	61060.60	77103.09	126273.06	9.7857611	9.8870718
39	61083.63	77149.48	126301.40	9.7859249	9.8873330
40	61106.66	77195.89	126329.85	9.7860886	9.8875942
41	61129.68	77242.33	126358.13	9.7862522	9.8878554
42	61152.70	77288.79	126386.53	9.7864157	9.8881165
43	61175.72	77335.26	126414.96	9.7865791	9.8883775
44	61198.73	77381.75	126443.41	9.7867424	9.8886386
45	61221.73	77428.27	126471.88	9.7869056	9.8888996
46	61244.73	77474.81	126500.38	9.7870687	9.8891605
47	61267.72	77521.37	126528.90	9.7872317	9.8894214
48	61290.71	77567.95	126557.45	9.7873946	9.8896823
49	61313.69	77614.55	126586.01	9.7875574	9.8899432
50	61336.66	77661.17	126614.60	9.7877202	9.8902040
51	61359.63	77707.82	126643.22	9.7878828	9.8904647
52	61382.60	77754.48	126671.86	9.7880453	9.8907254
53	61405.56	77801.17	126700.52	9.7882077	9.8909861
54	61428.52	77847.88	126729.21	9.7883701	9.8912468
55	61451.47	77894.60	126757.92	9.7885323	9.8915074
56	61474.42	77941.35	126786.65	9.7886944	9.8917679
57	61497.36	77988.12	126815.41	9.7888565	9.8920285
58	61520.29	78034.92	126844.19	9.7890184	9.8922890
59	61543.22	78081.73	126872.99	9.7891802	9.8925494
60	61566.15	78128.56	126901.82	9.7893420	9.8928098



## 52 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
30	79335.33	130322.54	164267.96	9.8994667	10.1150195
29	79317.62	130244.07	164205.72	9.8993697	10.1147580
28	79299.90	130165.67	164143.54	9.8992727	10.1144965
27	79282.18	130087.32	164081.42	9.8991756	10.1142350
26	79264.45	130009.04	164019.36	9.8990784	10.1139736
25	79246.71	129930.81	163957.36	9.8989812	10.1137122
24	79228.96	129852.65	163895.42	9.8988840	10.1134508
23	79211.21	129774.54	163833.53	9.8987867	10.1131893
22	79193.45	129696.49	163771.73	9.8986893	10.1129282
21	79175.69	129618.50	163709.97	9.8985919	10.1126670
20	79157.92	129540.57	163648.28	9.8984944	10.1124058
19	79140.14	129462.69	163586.64	9.8983968	10.1121446
18	79122.35	129384.88	163525.07	9.8982992	10.1118835
17	79104.56	129307.12	163463.55	9.8982015	10.1116225
16	79086.76	129229.43	163402.10	9.8981038	10.1113614
15	79068.96	129151.79	163340.70	9.8980060	10.1111004
14	79051.15	129074.21	163279.37	9.8979082	10.1108393
13	79033.33	128996.69	163218.09	9.8978103	10.1105786
12	79015.50	128919.22	163156.88	9.8977123	10.1103177
11	78997.67	128841.82	163095.72	9.8976143	10.1100568
10	78979.83	128764.47	163034.62	9.8975162	10.1097960
9	78961.98	128687.18	162973.59	9.8974181	10.1095353
8	78944.13	128609.95	162912.61	9.8973199	10.1092746
7	78926.27	128532.77	162851.69	9.8972216	10.1090139
6	78908.41	128455.66	162790.83	9.8971233	10.1087532
5	78890.54	128378.60	162730.03	9.8970249	10.1084926
4	78872.66	128301.60	162669.29	9.8969265	10.1082321
3	78854.77	128224.66	162608.61	9.8968280	10.1079715
2	78836.88	128147.76	162547.99	9.8967294	10.1077110
1	78818.98	128070.93	162487.43	9.8966308	10.1074506
0	78801.07	127994.16	162426.92	9.8965321	10.1071902

## 38 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	61566.15	78128.56	126901.82	9.7893420	9.8928098
1	61589.07	78175.42	126930.67	9.7895036	9.8930702
2	61611.98	78222.29	126959.55	9.7896652	9.8933306
3	61634.89	78269.19	126988.45	9.7898266	9.8935909
4	61657.79	78316.11	127017.37	9.7899880	9.8938511
5	61680.69	78363.05	127046.32	9.7901493	9.8941114
6	61703.59	78410.02	127075.29	9.7903104	9.8943715
7	61726.48	78457.00	127104.29	9.7904715	9.8946317
8	61749.36	78504.00	127133.31	9.7906325	9.8948918
9	61772.24	78551.03	127162.35	9.7907933	9.8951519
10	61795.11	78598.08	127191.42	9.7909541	9.8954119
11	61817.98	78645.15	127220.51	9.7911148	9.8956719
12	61840.84	78692.24	127249.63	9.7912754	9.8959319
13	61863.70	78739.35	127278.77	9.7914359	9.8961918
14	61886.55	78786.49	127307.94	9.7915963	9.8964517
15	61909.40	78833.64	127337.12	9.7917566	9.8967116
16	61932.24	78880.82	127366.34	9.7919168	9.8969714
17	61955.07	78928.02	127395.57	9.7920769	9.8972312
18	61977.90	78975.24	127424.84	9.7922369	9.8974910
19	62000.73	79022.48	127454.12	9.7923968	9.8977507
20	62023.55	79069.75	127483.43	9.7925566	9.8980104
21	62046.36	79117.03	127512.76	9.7927163	9.8982700
22	62069.17	79164.34	127542.12	9.7928760	9.8985296
23	62091.98	79211.67	127571.50	9.7930355	9.8987892
24	62114.78	79259.02	127600.91	9.7931949	9.8990487
25	62137.57	79306.40	127630.34	9.7933543	9.8993082
26	62160.36	79353.79	127659.80	9.7935135	9.8995677
27	62183.14	79401.21	127689.28	9.7936727	9.8998271
28	62205.92	79448.65	127718.78	9.7938317	9.9000865
29	62228.69	79496.11	127748.31	9.7939907	9.9003459
30	62251.46	79543.59	127777.87	9.7941496	9.9006052

51 Grad.

Minn.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	78801.07	127994.16	161426.92	9.8965321	10.1071902
59	78783.16	127917.45	162366.48	9.8964334	10.1069198
58	78765.24	127840.79	162305.09	9.8963346	10.1066694
57	78747.32	127764.19	162245.76	9.8962358	10.1064091
56	78729.39	127687.64	162185.49	9.8961369	10.1061489
55	78711.45	127611.16	162125.28	9.8960379	10.1058886
54	78693.50	127534.73	162065.13	9.8959389	10.1056285
53	78675.55	127458.36	162005.04	9.8958398	10.1053683
52	78657.59	127382.04	161945.00	9.8957406	10.1051082
51	78639.62	127305.78	161885.02	9.8956414	10.1048481
50	78621.65	127229.57	161825.10	9.8955422	10.1045881
49	78603.67	127153.42	161765.24	9.8954429	10.1043281
48	78585.69	127077.33	161705.44	9.8953435	10.1040681
47	78567.70	127001.30	161645.69	9.8952440	10.1038082
46	78549.70	126925.32	161586.00	9.8951445	10.1035483
45	78531.69	126849.39	161526.37	9.8950450	10.1032884
44	78513.68	126773.53	161466.80	9.8949453	10.1030286
43	78495.66	126697.72	161407.28	9.8948457	10.1027688
42	78477.64	126621.96	161347.83	9.8947459	10.1025090
41	78459.61	126546.26	161288.43	9.8946461	10.1022493
40	78441.57	126470.62	161229.08	9.8945463	10.1019896
39	78423.52	126395.03	161169.80	9.8944463	10.1017300
38	78405.47	126319.50	161110.57	9.8943464	10.1014704
37	78387.41	126244.02	161051.40	9.8942463	10.1012108
36	78369.35	126168.60	160992.28	9.8941462	10.1009513
35	78351.28	126093.23	160933.23	9.8940461	10.1006918
34	78333.20	126017.92	160874.23	9.8939458	10.1004323
33	78315.11	125942.67	160815.28	9.8938456	10.1001729
32	78297.02	125867.47	160756.40	9.8937452	10.0999135
31	78278.92	125792.32	160697.57	9.8936448	10.0996541
30	78260.82	125717.23	160638.79	9.8935444	10.0993948

T. ij

## 38 Grad.

Minur.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	62251.46	79543.59	12777.87	9.7941496	9.906052
31	62274.22	79591.10	127807.45	9.7943083	9.9008645
32	62296.98	79638.62	127837.05	9.7944670	9.9011237
33	62319.73	79686.17	127866.67	9.7946256	9.9013830
34	62342.48	79733.74	127896.32	9.7947841	9.9016422
35	62365.22	79781.34	127926.00	9.7949425	9.9019013
36	62387.96	79828.95	127955.70	9.7951008	9.9021604
37	62410.69	79876.59	127985.43	9.7952590	9.9024195
38	62433.42	79924.25	128015.18	9.7954171	9.9026786
39	62456.14	79971.93	128044.95	9.7955751	9.9029376
40	62478.85	80019.63	128074.75	9.7957330	9.9031966
41	62501.56	80067.36	128104.57	9.7958909	9.9034555
42	62524.26	80115.11	128134.42	9.7960486	9.9037144
43	62546.96	80162.88	128164.30	9.7962062	9.9039733
44	62569.66	80210.67	128194.20	9.7963638	9.9042321
45	62592.35	80258.48	128224.12	9.7965212	9.9044910
46	62615.03	80306.32	128254.07	9.7966786	9.9047497
47	62637.71	80354.18	128284.04	9.7968359	9.9050085
48	62660.38	80402.06	128314.04	9.7969930	9.9052672
49	62683.05	80449.97	128344.06	9.7971501	9.9055259
50	62705.71	80497.90	128374.11	9.7973071	9.9057845
51	62728.37	80545.85	128404.18	9.7974640	9.9060431
52	62751.02	80593.82	128434.28	9.7976208	9.9063017
53	62773.66	80641.81	128464.40	9.7977775	9.9065603
54	62796.30	80689.83	128494.55	9.7979341	9.9068188
55	62818.94	80737.87	128524.72	9.7980906	9.9070773
56	62841.57	80785.93	128554.92	9.7982470	9.9073357
57	62864.20	80834.01	128585.14	9.7984034	9.9075941
58	62886.82	80882.12	128615.39	9.7985596	9.9078525
59	62909.43	80930.25	128645.66	9.7987158	9.9081109
60	62932.04	80978.40	128675.96	9.7988718	9.9083692

51 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	78260.82	125717.23	160638.79	9.8935444	10.0993948
29	78242.71	125642.19	160580.08	9.8934439	10.0991355
28	78224.59	125567.21	160521.42	9.8933433	10.0987763
27	78206.46	125492.29	160462.81	9.8932426	10.0986170
26	78188.33	125417.42	160404.26	9.8931419	10.0983578
25	78170.19	125342.60	160345.77	9.8930412	10.0980987
24	78152.05	125267.84	160287.34	9.8929404	10.0978396
23	78133.90	125193.13	160228.96	9.8928395	10.0975805
22	78115.74	125118.48	160170.64	9.8927385	10.0973214
21	78097.57	125043.88	160112.37	9.8926375	10.0970624
20	78079.40	124969.33	160054.16	9.8925365	10.0968034
19	78061.22	124894.84	159996.00	9.8924354	10.0965445
18	78043.04	124820.40	159937.90	9.8923342	10.0962856
17	78024.85	124746.02	159879.86	9.8922329	10.0960267
16	78006.65	124671.69	159821.87	9.8921316	10.0957679
15	77988.45	124597.42	159763.94	9.8920303	10.0955090
14	77970.24	124523.20	159706.06	9.8919289	10.0952503
13	77952.02	124449.03	159648.24	9.8918274	10.0949915
12	77933.80	124374.92	159590.47	9.8917258	10.0947328
11	77915.57	124300.86	159532.76	9.8916242	10.0944741
10	77897.33	124226.85	159475.11	9.8915226	10.0942155
9	77879.08	124152.90	159417.51	9.8914208	10.0939569
8	77860.83	124079.00	159359.96	9.8913191	10.0936983
7	77842.57	124005.15	159302.47	9.8912172	10.0934397
6	77824.31	123931.36	159245.04	9.8911153	10.0931812
5	77806.04	123857.62	159187.66	9.8910133	10.0929227
4	77787.77	123783.93	159130.33	9.8909113	10.0926643
3	77769.49	123710.30	159073.06	9.8908092	10.0924059
2	77751.20	123636.72	159015.84	9.8907071	10.0921475
1	77732.90	123563.19	158958.68	9.8906049	10.0918891
0	77714.60	123489.72	158901.57	9.8905026	10.0916308

## 39 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
0	62932.04	80978.40	128675.96	9.7988718	9.9083692
1	62954.64	81026.58	128706.28	9.7990278	9.9086275
2	62977.24	81074.78	128736.63	9.7991836	9.9088858
3	62999.83	81123.00	128767.00	9.7993394	9.9091440
4	63022.42	81171.24	128797.40	9.7994951	9.9094022
5	63045.00	81219.51	128827.82	9.7996507	9.9096603
6	63067.58	81267.80	128858.27	9.7998062	9.9099185
7	63090.15	81316.11	128888.75	9.7999616	9.9101766
8	63112.72	81364.44	128919.25	9.8001169	9.9104347
9	63135.28	81412.80	128949.77	9.8002721	9.9106927
10	63157.84	81461.18	128980.32	9.8004272	9.9109507
11	63180.39	81509.58	129010.90	9.8005823	9.9112087
12	63202.93	81558.01	129041.50	9.8007374	9.9114666
13	63225.47	81606.46	129072.13	9.8008921	9.9117245
14	63248.00	81654.93	129102.78	9.8010468	9.9119824
15	63270.53	81703.43	129133.46	9.8012015	9.9122403
16	63293.05	81751.95	129164.16	9.8013561	9.9124981
17	63315.57	81800.49	129194.89	9.8015106	9.9127559
18	63338.08	81849.05	129225.64	9.8016649	9.9130137
19	63360.59	81897.64	129256.42	9.8018192	9.9132714
20	63383.09	81946.25	129287.23	9.8019735	9.9135291
21	63405.59	81994.88	129318.06	9.8021276	9.9137868
22	63428.08	82043.54	129348.92	9.8022816	9.9140444
23	63450.57	82092.22	129379.80	9.8024355	9.9143020
24	63473.05	82140.93	129410.71	9.8025894	9.9145596
25	63495.53	82189.65	129441.64	9.8027431	9.9148171
26	63518.00	82238.40	129472.60	9.8028968	9.9150747
27	63540.46	82287.18	129503.59	9.8030504	9.9153322
28	63562.92	82335.97	129534.60	9.8032038	9.9155896
29	63585.37	82384.79	129565.64	9.8033572	9.9158471
30	63607.82	82433.64	129596.70	9.8035105	9.9161045

## 50 Grad.

Minute.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	77714.60	123489.72	158901.55	9.8905026	10.0915308
59	77696.29	123416.29	158844.52	9.8904003	10.0913725
58	77677.97	123342.92	158787.51	9.8902979	10.0911142
57	77659.65	123269.61	158730.58	9.8901954	10.0908560
56	77641.32	123196.34	158673.69	9.8900929	10.0905978
55	77622.98	123123.13	158616.85	9.8899903	10.0903397
54	77604.64	123049.97	158560.07	9.8898877	10.0900815
53	77586.29	122976.87	158503.34	9.8897850	10.0898234
52	77567.94	122903.81	158446.67	9.8896822	10.0895653
51	77549.58	122830.81	158390.05	9.8895794	10.0893073
50	77531.21	122757.86	158333.48	9.8894765	10.0890493
49	77512.83	122684.96	158276.97	9.8893736	10.0887913
48	77494.45	122612.11	158220.51	9.8892706	10.0885334
47	77476.06	122539.32	158164.11	9.8891675	10.0882755
46	77457.67	122466.58	158107.76	9.8890644	10.0880176
45	77439.27	122393.89	158051.46	9.8889612	10.0877597
44	77420.86	122321.25	157995.21	9.8888580	10.0875019
43	77402.44	122248.66	157939.02	9.8887547	10.0872441
42	77384.02	122176.13	157882.89	9.8886513	10.0869863
41	77365.59	122103.64	157826.80	9.8885479	10.0867286
40	77347.16	122031.21	157770.77	9.8884444	10.0864709
39	77328.72	121958.83	157714.79	9.8883408	10.0862132
38	77310.27	121886.50	157658.87	9.8882372	10.0859556
37	77291.82	121814.22	157603.00	9.8881335	10.0856980
36	77273.36	121741.99	157547.18	9.8880298	10.0854404
35	77254.89	121669.82	157491.41	9.8879260	10.0851829
34	77236.42	121597.69	157435.70	9.8878221	10.0849253
33	77217.94	121525.62	157380.04	9.8877182	10.0846678
32	77199.45	121453.59	157324.43	9.8876142	10.0844104
31	77180.96	121381.62	157268.87	9.8875102	10.0841529
30	77162.46	121309.70	157213.37	9.8874061	10.0838955

## 39 Grad.

M.indr.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	63607.82	82433.64	129596.70	9.8035105	9.9161045
31	63630.26	82482.51	129627.79	9.8036637	9.9163618
32	63652.70	82531.40	129658.90	9.8038168	9.9166192
33	63675.13	82580.31	129690.04	9.8039699	9.9168765
34	63697.56	82629.25	129721.21	9.8041228	9.9171338
35	63719.98	82678.21	129752.40	9.8042757	9.9173911
36	63742.40	82727.19	129783.62	9.8044284	9.9176483
37	63764.81	82776.20	129814.87	9.8045811	9.9179055
38	63787.21	82825.23	129846.14	9.8047336	9.9181627
39	63809.61	82874.29	129877.44	9.8048861	9.9184198
40	63832.01	82923.37	129908.76	9.8050385	9.9186769
41	63854.40	82972.47	129940.11	9.8051908	9.9189340
42	63876.78	83021.60	129971.48	9.8053430	9.9191911
43	63899.16	83070.75	130002.88	9.8054951	9.9194481
44	63921.53	83119.92	130034.31	9.8056472	9.9197051
45	63943.90	83169.12	130065.76	9.8057991	9.9199621
46	63966.26	83218.34	130097.24	9.8059510	9.9202191
47	63988.62	83267.59	130128.75	9.8061027	9.9204760
48	64010.97	83316.86	130160.28	9.8062544	9.9207329
49	64033.32	83366.15	130191.84	9.8064060	9.9209898
50	64055.66	83415.47	130223.43	9.8065575	9.9212466
51	64077.99	83464.81	130255.04	9.8067089	9.9215034
52	64100.32	83514.18	130286.68	9.8068602	9.9217602
53	64122.64	83563.57	130318.34	9.8070114	9.9220170
54	64144.96	83612.98	130350.03	9.8071626	9.9222737
55	64167.27	83662.42	130381.75	9.8073136	9.9225304
56	64189.58	83711.88	130413.49	9.8074646	9.9227871
57	64211.88	83761.36	130445.26	9.8076154	9.9230437
58	64234.18	83810.87	130477.06	9.8077662	9.9233004
59	64256.47	83860.40	130508.88	9.8079169	9.9235570
60	64278.76	83909.96	130540.73	9.8080675	9.9238135



56 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	77162.46	121309.70	157213.37	9.8874061	10.0838955
29	77143.95	121237.83	157157.92	9.8873019	10.0836382
28	77125.44	121166.01	157102.52	9.8871977	10.0833808
27	77106.92	121094.24	157047.17	9.8870934	10.0831235
26	77088.39	121022.52	156991.88	9.8869890	10.0828662
25	77069.86	120950.85	156936.64	9.8868846	10.0826089
24	77051.32	120879.23	156881.45	9.8867801	10.0823517
23	77032.78	120807.67	156826.31	9.8866756	10.0820945
22	77014.23	120736.15	156771.23	9.8865710	10.0818373
21	76995.67	120664.68	156716.19	9.8864663	10.0815802
20	76977.10	120593.27	156661.21	9.8863616	10.0813231
19	76958.53	120521.90	156606.28	9.8862568	10.0810660
18	76939.95	120450.58	156551.41	9.8861519	10.0808089
17	76921.37	120379.31	156496.58	9.8860470	10.0805519
16	76902.78	120308.10	156441.81	9.8859420	10.0802949
15	76884.18	120236.93	156387.08	9.8858370	10.0800379
14	76865.58	120165.81	156332.41	9.8857319	10.0797809
13	76846.97	120094.75	156277.79	9.8856267	10.0795240
12	76828.35	120023.73	156223.22	9.8855215	10.0792671
11	76809.73	119952.76	156168.70	9.8854162	10.0790102
10	76791.10	119881.84	156114.24	9.8853109	10.0787534
9	76772.46	119810.97	156059.82	9.8852055	10.0784966
8	76753.82	119740.15	156005.46	9.8851000	10.0782398
7	76735.17	119669.38	155951.15	9.8849945	10.0779830
6	76716.51	119598.66	155896.89	9.8848889	10.0777263
5	76697.85	119527.99	155842.67	9.8847832	10.0774696
4	76679.18	119457.36	155788.51	9.8846775	10.0772129
3	76660.51	119386.79	155734.41	9.8845717	10.0769563
2	76641.83	119316.26	155680.35	9.8844659	10.0766996
1	76623.14	119245.79	155626.34	9.8843599	10.0764430
0	76604.44	119175.36	155572.38	9.8842540	10.0761863

## 40 Grad:

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	64278.76	83909.96	130540.73	9.8080675	9.9238135
1	64301.04	83959.54	130572.61	9.8082180	9.9240701
2	64323.32	84009.15	130604.51	9.8083684	9.9243266
3	64345.59	84058.78	130636.44	9.8085188	9.9245831
4	64367.85	84108.44	130668.39	9.8086690	9.9248396
5	64390.11	84158.12	130700.37	9.8088192	9.9250960
6	64412.36	84207.82	130732.38	9.8089692	9.9253524
7	64434.61	84257.55	130764.42	9.8091192	9.9256088
8	64456.85	84307.30	130796.49	9.8092691	9.9258652
9	64479.09	84357.08	130828.58	9.8094189	9.9261215
10	64501.32	84406.88	130860.70	9.8095686	9.9263778
11	64523.55	84456.70	130892.84	9.8097182	9.9266341
12	64545.77	84506.55	130925.01	9.8098678	9.9268904
13	64567.98	84556.43	130957.21	9.8100172	9.9271466
14	64590.19	84606.33	130989.43	9.8101666	9.9274028
15	64612.40	84656.25	131021.68	9.8103159	9.9276590
16	64634.60	84706.20	131053.96	9.8104650	9.9279152
17	64656.79	84756.17	131086.26	9.8106141	9.9281715
18	64678.98	84806.17	131118.59	9.8107631	9.9284277
19	64701.16	84856.19	131150.95	9.8109121	9.9286839
20	64723.34	84906.24	131183.34	9.8110609	9.9289398
21	64745.51	84956.31	131215.75	9.8112096	9.9291956
22	64767.67	85006.40	131248.19	9.8113583	9.9294514
23	64789.83	85056.52	131280.66	9.8115069	9.9297072
24	64811.99	85106.67	131313.16	9.8116554	9.9299630
25	64834.14	85156.84	131345.68	9.8118038	9.9302189
26	64856.28	85207.04	131378.23	9.8119521	9.9304755
27	64878.42	85257.26	131410.81	9.8121003	9.9307314
28	64900.55	85307.50	131443.41	9.8122484	9.9309872
29	64922.68	85357.77	131476.04	9.8123965	9.9312431
30	64944.80	85408.07	131508.70	9.8125444	9.9314989

## 49 Grad.

Minute.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	76604.44	119175.36	155572.38	9.8842540	10.0761865
59	76585.74	119104.98	155518.48	9.8841479	10.0759299
58	76567.03	119034.65	155464.62	9.8840418	10.0756734
57	76548.32	118964.37	155410.81	9.8839357	10.0754169
56	76529.60	118894.14	155357.06	9.8838294	10.0751604
55	76510.87	118823.95	155303.35	9.8837232	10.0749040
54	76492.14	118753.82	155249.70	9.8836168	10.0746476
53	76473.40	118683.73	155196.09	9.8835104	10.0743912
52	76454.65	118613.69	155142.54	9.8834039	10.0741348
51	76435.90	118543.70	155089.04	9.8832974	10.0738785
50	76417.14	118473.76	155035.58	9.8831908	10.0736222
49	76398.37	118403.87	154982.18	9.8830841	10.0733659
48	76379.60	118334.02	154928.82	9.8829774	10.0731096
47	76360.82	118264.22	154875.52	9.8828706	10.0728534
46	76342.04	118194.47	154822.26	9.8827638	10.0725972
45	76323.25	118124.77	154769.06	9.8826568	10.0723410
44	76304.45	118055.12	154715.90	9.8825499	10.0720848
43	76285.64	117985.51	154662.80	9.8824428	10.0718287
42	76266.83	117915.95	154609.74	9.8823357	10.0715726
41	76248.01	117846.44	154556.73	9.8822285	10.0713165
40	76229.19	117776.98	154503.78	9.8821213	10.0710604
39	76210.36	117707.56	154450.87	9.8820140	10.0708044
38	76191.52	117638.20	154398.01	9.8819067	10.0705484
37	76172.68	117568.88	154345.20	9.8817992	10.0702924
36	76153.83	117499.60	154292.44	9.8816918	10.0700364
35	76134.97	117430.38	154239.73	9.8815842	10.0697805
34	76116.11	117361.20	154187.06	9.8814766	10.0695245
33	76097.24	117292.07	154134.45	9.8813689	10.0692686
32	76078.37	117222.98	154081.89	9.8812612	10.0690128
31	76059.49	117153.95	154029.37	9.8811534	10.0687569
30	76040.60	117084.96	153976.80	9.8810455	10.0685011

V ij

## 40 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	64944.80	85408.07	131508.70	9.8125444	9.9314989
31	64966.92	85458.39	131541.39	9.8126923	9.9317547
32	64989.03	85508.73	131574.10	9.8128401	9.9320105
33	65011.14	85559.10	131606.84	9.8129878	9.9322662
34	65033.24	85609.50	131639.61	9.8131354	9.9325220
35	65055.33	85659.92	131672.41	9.8132829	9.9327777
36	65077.42	85710.37	131705.23	9.8134303	9.9330334
37	65099.50	85760.84	131738.08	9.8135777	9.9332890
38	65121.58	85811.33	131770.96	9.8137250	9.9335446
39	65143.66	85861.85	131803.86	9.8138721	9.9338003
40	65165.72	85912.40	131836.79	9.8140192	9.9340559
41	65187.78	85962.97	131869.75	9.8141662	9.9343114
42	65209.84	86013.57	131902.74	9.8143131	9.9345670
43	65231.89	86064.19	131935.76	9.8144600	9.9348225
44	65253.94	86114.84	131968.81	9.8146067	9.9350780
45	65275.98	86165.51	132001.88	9.8147534	9.9353335
46	65298.01	86216.21	132034.98	9.8148999	9.9355889
47	65320.04	86266.93	132068.11	9.8150464	9.9358444
48	65342.06	86317.68	132101.26	9.8151928	9.9360998
49	65364.08	86368.46	132134.44	9.8153391	9.9363552
50	65386.09	86419.26	132167.65	9.8154854	9.9366105
51	65408.10	86470.09	132200.89	9.8156315	9.9368659
52	65430.10	86520.94	132234.16	9.8157776	9.9371212
53	65452.09	86571.81	132267.45	9.8159235	9.9373765
54	65474.08	86622.71	132300.77	9.8160694	9.9376318
55	65496.06	86673.64	132334.12	9.8162152	9.9378871
56	65518.04	86724.60	132367.50	9.8163609	9.9381423
57	65540.01	86775.58	132400.91	9.8165066	9.9383975
58	65561.98	86826.59	132434.35	9.8166521	9.9386527
59	65583.94	86877.62	132467.81	9.8167975	9.9389079
60	65605.90	86928.68	132501.30	9.8169429	9.9391631

49 Grad.

Miljut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	76040.60	117084.96	153976.90	9.8810455	10.0685011
29	76021.70	117016.01	153924.49	9.8809376	10.0688453
28	76002.80	116947.12	153872.12	9.8808296	10.0679895
27	75983.89	116878.27	153819.80	9.8807215	10.0677338
26	75964.98	116809.47	153767.52	9.8806134	10.0674780
25	75946.06	116740.71	153715.30	9.8805052	10.0672223
24	75927.13	116672.00	153663.12	9.8803970	10.0669666
23	75908.20	116603.34	153611.00	9.8802887	10.0667110
22	75889.26	116534.72	153558.92	9.8801803	10.0664554
21	75870.31	116466.15	153506.89	9.8800719	10.0662097
20	75851.36	116397.63	153454.91	9.8799634	10.0659543
19	75832.40	116329.16	153402.97	9.8798548	10.0656986
18	75813.43	116260.73	153351.09	9.8797462	10.0654430
17	75794.46	116192.34	153299.25	9.8796375	10.0651875
16	75775.48	116124.00	153247.46	9.8795287	10.0649320
15	75756.50	116055.71	153195.72	9.8794199	10.0646765
14	75737.51	115987.47	153144.03	9.8793110	10.0644211
13	75718.51	115919.27	153092.38	9.8792021	10.0641656
12	75699.50	115851.11	153040.78	9.8790930	10.0639102
11	75680.49	115783.01	152989.23	9.8789840	10.0636548
10	75661.47	115714.95	152937.73	9.8788748	10.0633995
9	75642.45	115646.93	152886.27	9.8787656	10.0631441
8	75623.42	115578.96	152834.87	9.8786563	10.0628888
7	75604.39	115511.04	152783.51	9.8785470	10.0626335
6	75585.35	115443.16	152732.19	9.8784376	10.0623782
5	75566.30	115375.32	152680.93	9.8783281	10.0621229
4	75547.24	115307.54	152629.71	9.8782186	10.0618677
3	75528.18	115239.79	152578.54	9.8781090	10.0616125
2	75509.11	115172.10	152527.41	9.8779994	10.0613573
1	75490.04	115104.45	152476.34	9.8778896	10.0611021
0	75470.96	115036.84	152425.31	9.8777799	10.0608469

## 41 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	65605.90	86928.68	132501.30	9.8169429	9.9391631
1	65627.85	86979.76	132534.82	9.8170882	9.9394182
2	65649.80	87030.87	132568.37	9.8172334	9.9396733
3	65671.74	87082.00	132601.94	9.8173785	9.9399284
4	65693.67	87133.16	132635.54	9.8175235	9.9401835
5	65715.60	87184.35	132669.18	9.8176685	9.9404385
6	65737.52	87235.56	132702.84	9.8178133	9.9406936
7	65759.44	87286.80	132736.53	9.8179581	9.9409486
8	65781.35	87338.06	132770.25	9.8181028	9.9412036
9	65803.26	87389.35	132803.99	9.8182474	9.9414585
10	65825.16	87440.67	132837.76	9.8183919	9.9417135
11	65847.06	87492.01	132871.56	9.8185364	9.9419684
12	65868.95	87543.38	132905.39	9.8186807	9.9422233
13	65890.83	87594.78	132939.25	9.8188250	9.9424782
14	65912.71	87646.20	132973.14	9.8189692	9.9427331
15	65934.58	87697.65	133007.06	9.8191133	9.9429879
16	65956.45	87749.12	133041.00	9.8192573	9.9432428
17	65978.31	87800.62	133074.97	9.8194012	9.9434976
18	66000.17	87852.15	133108.97	9.8195450	9.9437524
19	66022.02	87903.70	133143.00	9.8196888	9.9440072
20	66043.86	87955.28	133177.06	9.8198325	9.9442619
21	66065.70	88006.89	133211.15	9.8199761	9.9445166
22	66087.53	88058.52	133245.27	9.8201196	9.9447714
23	66109.36	88110.18	133279.42	9.8202630	9.9450261
24	66131.18	88161.86	133313.59	9.8204063	9.9452807
25	66153.00	88213.57	133347.79	9.8205496	9.9455354
26	66174.81	88265.31	133382.02	9.8206927	9.9457900
27	66196.62	88317.07	133416.28	9.8208358	9.9460447
28	66218.42	88368.86	133450.57	9.8209788	9.9462993
29	66240.22	88420.68	133484.89	9.8211217	9.9465539
30	66262.01	88472.53	133519.24	9.8212646	9.9468084

## 48 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	75470.96	115036.84	152425.31	9.8777799	10.0608369
59	75451.87	114969.28	152374.33	9.8776700	10.0605818
58	75432.78	114901.76	152323.39	9.8775601	10.0603267
57	75413.68	114834.29	152272.50	9.8774501	10.0600716
56	75394.57	114766.87	152221.65	9.8773401	10.0598165
55	75375.46	114699.49	152170.87	9.8772300	10.0595615
54	75356.34	114632.15	152120.12	9.8771198	10.0593064
53	75337.21	114564.86	152069.42	9.8770096	10.0590514
52	75318.08	114497.62	152018.76	9.8768993	10.0587964
51	75298.94	114430.41	151968.15	9.8767889	10.0585415
50	75279.80	114363.26	151917.59	9.8766785	10.0582865
49	75260.65	114296.15	151867.08	9.8765680	10.0580316
48	75241.49	114229.08	151816.61	9.8764574	10.0577767
47	75222.33	114162.06	151766.19	9.8763468	10.0575218
46	75203.16	114095.08	151715.81	9.8762361	10.0572669
45	75183.98	114028.15	151665.48	9.8761253	10.0570121
44	75164.80	113961.26	151615.20	9.8760145	10.0567572
43	75145.61	113894.41	151564.96	9.8759036	10.0565024
42	75126.41	113827.61	151514.77	9.8757927	10.0562476
41	75107.21	113760.85	151464.62	9.8756816	10.0559928
40	75088.00	113694.14	151414.52	9.8755706	10.0557381
39	75068.79	113627.47	151364.47	9.8754594	10.0554834
38	75049.57	113560.85	151314.46	9.8753482	10.0552288
37	75030.34	113494.27	151264.50	9.8752369	10.0549739
36	75011.11	113427.73	151214.59	9.8751256	10.0547193
35	74991.87	113361.24	151164.72	9.8750142	10.0544646
34	74972.62	113294.79	151114.89	9.8749027	10.0542100
33	74953.37	113228.39	151065.11	9.8747912	10.0539553
32	74934.11	113162.03	151015.38	9.8746795	10.0537007
31	74914.84	113095.71	150965.69	9.8745679	10.0534461
30	74895.57	113029.44	150916.05	9.8744561	10.0531916

## 41 Grad.

Minute	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	66262.01	88472.53	133519.24	9.8212646	9.9468084
31	66283.79	88524.40	133553.62	9.8214073	9.9470630
32	66305.57	88576.30	133588.03	9.8215500	9.9473175
33	66327.34	88628.22	133622.46	9.8216926	9.947572
34	66349.11	88680.17	133656.92	9.8218351	9.9478265
35	66370.87	88732.15	133691.41	9.8219775	9.9480810
36	66392.62	88784.16	133725.94	9.8221198	9.9483355
37	66414.37	88836.20	133760.49	9.8222621	9.9485899
38	66436.11	88888.26	133795.07	9.8224042	9.9488443
39	66457.85	88940.34	133829.68	9.8225463	9.9490987
40	66479.59	88992.45	133864.32	9.8226883	9.9493531
41	66501.32	89044.59	133898.99	9.8228302	9.9496075
42	66523.04	89096.75	133933.69	9.8229721	9.9498619
43	66544.75	89148.94	133968.42	9.8231138	9.9501162
44	66566.46	89201.16	134003.17	9.8232555	9.9503705
45	66588.17	89253.41	134037.95	9.8233971	9.9506248
46	66609.87	89305.69	134072.76	9.8235386	9.9508791
47	66631.56	89357.99	134107.61	9.8236800	9.9511334
48	66653.25	89410.32	134142.48	9.8238213	9.9513876
49	66674.93	89462.68	134177.38	9.8239626	9.9516419
50	66696.61	89515.06	134212.32	9.8241037	9.9518961
51	66718.28	89567.47	134247.28	9.8242448	9.9521503
52	66739.94	89619.91	134282.27	9.8243858	9.9524045
53	66761.60	89672.38	134317.29	9.8245267	9.9526587
54	66783.26	89724.87	134352.34	9.8246676	9.9529128
55	66804.91	89777.39	134387.42	9.8248083	9.9531670
56	66826.55	89829.94	134422.53	9.8249490	9.9534211
57	66848.18	89882.52	134457.67	9.8250896	9.9536752
58	66869.81	89935.12	134492.84	9.8252301	9.9539293
59	66891.44	89987.75	134528.04	9.8253705	9.9541834
60	66913.06	90040.41	134563.27	9.8255109	9.9544374



## 48 Grad.

Minutes.

	Sinus.	Tang.	Secanti.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	74895.57	113029.44	150926.05	9.8744561	10.0531916
29	74876.29	112963.21	150896.45	9.8743443	10.0529370
28	74857.01	112897.02	150816.90	9.8742325	10.0526825
27	74837.72	112830.88	150767.39	9.8741205	10.0524280
26	74818.42	112764.78	150717.93	9.8740085	10.0521735
25	74799.12	112698.72	150668.52	9.8738965	10.0519190
24	74779.81	112632.71	150619.15	9.8737844	10.0516645
23	74760.49	112566.74	150569.82	9.8736722	10.0514101
22	74741.17	112500.81	150520.54	9.8735599	10.0511557
21	74721.84	112434.93	150471.31	9.8734476	10.0509013
20	74702.51	112369.09	150422.11	9.8733352	10.0506469
19	74683.17	112303.29	150372.97	9.8732227	10.0503925
18	74663.82	112237.54	150323.87	9.8731102	10.0501381
17	74644.46	112171.83	150274.81	9.8729976	10.0498838
16	74625.10	112106.16	150225.80	9.8728849	10.0496295
15	74605.74	112040.53	150176.83	9.8727722	10.0493752
14	74586.37	111974.95	150127.91	9.8726594	10.0491209
13	74566.99	111909.41	150079.03	9.8725466	10.0488666
12	74547.60	111843.91	150030.20	9.8724337	10.0486124
11	74528.21	111778.46	149981.41	9.8723207	10.0483581
10	74508.81	111713.05	149932.67	9.8722076	10.0481039
9	74489.40	111647.68	149883.97	9.8720945	10.0478497
8	74469.99	111582.35	149835.31	9.8719813	10.0475955
7	74450.57	111517.06	149786.70	9.8718681	10.0473413
6	74431.15	111451.82	149738.13	9.8717548	10.0470872
5	74411.72	111386.62	149689.61	9.8716414	10.0468330
4	74392.29	111321.46	149641.13	9.8715279	10.0465789
3	74372.85	111256.35	149592.70	9.8714144	10.0463248
2	74353.40	111191.27	149544.30	9.8713008	10.0460707
1	74333.94	111126.24	149495.96	9.8711872	10.0458166
0	74314.48	111061.25	149447.65	9.8710735	10.0455626

X

## 42 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	66911.06	90040.41	134783.27	9.8255109	9.9544374
1	66934.67	90093.09	134598.53	9.8256512	9.9546915
2	66956.28	90145.80	134633.82	9.8257913	9.9549455
3	66977.88	90198.54	134669.14	9.8259314	9.9551995
4	66999.48	90251.31	134704.49	9.8260715	9.9554535
5	67021.07	90304.11	134739.87	9.8262114	9.9557075
6	67042.66	90356.94	134775.28	9.8263512	9.9559615
7	67064.24	90409.79	134810.72	9.8264910	9.9562154
8	67085.82	90462.67	134846.19	9.8266307	9.9564694
9	67107.39	90515.58	134888.69	9.8267703	9.9567233
10	67128.95	90568.51	134917.21	9.8269098	9.9569772
11	67150.51	90621.47	134952.77	9.8270493	9.9572311
12	67172.06	90674.46	134988.36	9.8271887	9.9574850
13	67193.61	90727.48	135023.98	9.8273279	9.9577389
14	67215.15	90780.53	135059.63	9.8274671	9.9579927
15	67236.68	90833.60	135095.31	9.8276063	9.9582465
16	67258.21	90886.71	135131.02	9.8277453	9.9585004
17	67279.73	90939.84	135166.76	9.8278843	9.9587542
18	67301.25	90993.00	135202.54	9.8280231	9.9590080
19	67322.76	91046.19	135238.34	9.8281619	9.9592618
20	67344.27	91099.41	135274.17	9.8283006	9.9595155
21	67365.77	91152.65	135310.03	9.8284393	9.9597693
22	67387.27	91205.92	135345.93	9.8285778	9.9600230
23	67408.76	91259.22	135381.86	9.8287163	9.9602767
24	67430.24	91312.55	135417.81	9.8288547	9.9605305
25	67451.72	91365.91	135453.79	9.8289930	9.9607842
26	67473.19	91419.29	135489.80	9.8291312	9.9610378
27	67494.66	91472.70	135525.85	9.8292694	9.9612915
28	67516.12	91526.15	135561.93	9.8294075	9.9615452
29	67537.57	91579.62	135598.03	9.8295454	9.9617988
30	67559.02	91633.12	135634.17	9.8296833	9.9620525

## 47 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	74314.48	111061.25	149447.65	9.8710735	10.0455626
59	74295.01	110996.30	149399.40	9.8709597	10.0453085
58	74275.54	110931.40	149351.18	9.8708458	10.0450545
57	74256.06	110866.53	149303.01	9.8707319	10.0448005
56	74236.57	110801.71	149254.88	9.8706179	10.0445465
55	74217.08	110736.93	149206.80	9.8705039	10.0442925
54	74197.58	110672.19	149158.75	9.8703898	10.0440385
53	74178.08	110607.50	149110.76	9.8702756	10.0437846
52	74158.57	110542.84	149062.80	9.8701613	10.0435306
51	74139.05	110478.23	149014.89	9.8700470	10.0432767
50	74119.53	110413.65	148967.03	9.8699326	10.0430228
49	74100.00	110349.12	148919.20	9.8698182	10.0427689
48	74080.46	110284.63	148871.42	9.8697037	10.0425150
47	74060.92	110220.19	148823.69	9.8695891	10.0422611
46	74041.37	110155.78	148775.99	9.8694744	10.0420073
45	74021.81	110091.41	148728.34	9.8693597	10.0417535
44	74002.25	110027.09	148680.73	9.8692449	10.0414996
43	73982.68	109962.81	148633.17	9.8691301	10.0412458
42	73963.11	109898.56	148585.65	9.8690152	10.0409920
41	73943.53	109834.36	148538.17	9.8689002	10.0407382
40	73923.94	109770.20	148490.73	9.8687851	10.0404845
39	73904.35	109706.08	148443.34	9.8686700	10.0402307
38	73884.75	109642.01	148395.99	9.8685548	10.0399770
37	73865.15	109577.97	148348.68	9.8684396	10.0397233
36	73845.54	109513.97	148301.42	9.8683244	10.0394695
35	73825.92	109450.02	148254.20	9.8682088	10.0392158
34	73806.29	109386.10	148207.02	9.8680934	10.0389622
33	73786.66	109322.23	148159.88	9.8679779	10.0387085
32	73767.02	109258.40	148112.78	9.8678623	10.0384548
31	73747.38	109194.60	148065.73	9.8677466	10.0382012
30	73727.73	109130.85	148018.72	9.8676309	10.0379475

X ij

## 42 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	67559.02	91633.12	135634.17	9.8296833	9.9620525
31	67580.46	91686.65	135690.34	9.8298212	9.9623061
32	67601.90	91740.20	135706.54	9.8299589	9.9625597
33	67623.33	91793.79	135742.77	9.8300966	9.9628133
34	67644.76	91847.40	135779.03	9.8302342	9.9630669
35	67666.18	91901.04	135815.32	9.8303717	9.9633204
36	67687.60	91954.71	135851.64	9.8305091	9.9635740
37	67709.01	92008.41	135888.00	9.8306464	9.9638275
38	67730.41	92062.14	135924.38	9.8307837	9.9640811
39	67751.81	92115.90	135960.80	9.8309209	9.9643346
40	67773.20	92169.68	135997.25	9.8310580	9.9645881
41	67794.59	92223.50	136033.72	9.8311950	9.9648416
42	67815.97	92277.34	136070.23	9.8313320	9.9650951
43	67837.34	92331.22	136106.77	9.8314688	9.9653486
44	67858.71	92385.12	136143.34	9.8316056	9.9656020
45	67880.07	92439.05	136179.95	9.8317423	9.9658555
46	67901.43	92493.01	136216.58	9.8318789	9.9661089
47	67922.78	92547.00	136253.24	9.8320155	9.9663623
48	67944.13	92601.01	136289.94	9.8321519	9.9666157
49	67965.47	92655.06	136326.67	9.8322883	9.9668692
50	67986.81	92709.14	136363.43	9.8324246	9.9671225
51	68008.14	92763.24	136400.22	9.8325609	9.9673759
52	68029.46	92817.38	136437.04	9.8326970	9.9676293
53	68050.78	92871.54	136473.89	9.8328331	9.9678827
54	68072.09	92925.73	136510.78	9.8329691	9.9681360
55	68093.39	92979.96	136547.70	9.8331050	9.9683893
56	68114.69	93034.21	136584.64	9.8332408	9.9686427
57	68135.99	93088.49	136621.62	9.8333766	9.9688960
58	68157.28	93142.80	136658.63	9.8335122	9.9691493
59	68178.56	93197.14	136695.67	9.8336478	9.9694026
60	68199.84	93251.51	136732.75	9.8337833	9.9696559

47 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	73727.73	109130.85	148018.72	9.8676309	10.0379475
29	73708.08	109067.14	147971.76	9.8675151	10.0376939
28	73688.42	109003.47	147924.83	9.8673992	10.0374403
27	73668.75	108939.83	147877.95	9.8672833	10.0371867
26	73649.07	108876.24	147831.11	9.8671673	10.0369331
25	73629.39	108812.69	147784.31	9.8670512	10.0366796
24	73609.71	108749.18	147737.55	9.8669351	10.0364260
23	73590.02	108685.71	147690.84	9.8668189	10.0361725
22	73570.32	108622.28	147644.17	9.8667026	10.0359189
21	73550.61	108558.89	147597.54	9.8665863	10.0356654
20	73530.90	108495.54	147550.95	9.8664699	10.0354119
19	73511.18	108432.23	147504.40	9.8663534	10.0351584
18	73491.46	108368.96	147457.90	9.8662369	10.0349049
17	73471.73	108305.73	147411.44	9.8661203	10.0346514
16	73451.99	108242.54	147365.01	9.8660036	10.0343980
15	73432.25	108179.39	147318.64	9.8658868	10.0341445
14	73412.50	108116.28	147272.30	9.8657700	10.0338911
13	73392.75	108053.21	147226.00	9.8656531	10.0336377
12	73372.99	107990.18	147179.75	9.8655362	10.0333843
11	73353.22	107927.18	147133.53	9.8654192	10.0331308
10	73333.45	107864.23	147087.36	9.8653021	10.0328775
9	73313.67	107801.32	147041.23	9.8651849	10.0326241
8	73293.88	107738.44	146995.14	9.8650677	10.0323707
7	73274.09	107675.61	146949.10	9.8649504	10.0321173
6	73254.29	107612.82	146903.09	9.8648331	10.0318640
5	73234.48	107550.06	146857.13	9.8647156	10.0316107
4	73214.67	107487.34	146811.20	9.8645981	10.0313573
3	73194.85	107424.67	146765.32	9.8644806	10.0311040
2	73175.03	107362.03	146719.48	9.8643629	10.0308507
1	73155.20	107299.43	146673.68	9.8642452	10.0305974
0	73135.37	107236.87	146627.92	9.8641275	10.0303441

43 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin	Log. Tang.
0	68199.34	93251.51	136732.75	9.8337833	9.9696559
1	68221.11	93305.91	136769.85	9.8339188	9.9699091
2	68242.37	93360.34	136806.99	9.8340541	9.9701614
3	68263.63	93414.79	136844.16	9.8341894	9.9704157
4	68284.88	93469.28	136881.36	9.8343246	9.9706689
5	68306.13	93523.80	136918.59	9.8344597	9.9709221
6	68327.37	93578.34	136955.86	9.8345948	9.9711754
7	68348.61	93632.92	136993.15	9.8347297	9.9714286
8	68369.84	93687.53	137030.48	9.8348646	9.9716818
9	68391.07	93742.16	137067.84	9.8349994	9.9719350
10	68412.29	93796.83	137105.23	9.8351341	9.9721882
11	68433.50	93851.52	137142.66	9.8352688	9.9724413
12	68454.71	93906.25	137180.11	9.8354033	9.9726945
13	68475.91	93961.01	137217.60	9.8355378	9.9729477
14	68497.11	94015.79	137255.12	9.8356722	9.9732008
15	68518.30	94070.61	137292.68	9.8358066	9.9734539
16	68539.48	94125.45	137330.26	9.8359408	9.9737071
17	68560.66	94180.33	137367.88	9.8360750	9.9739602
18	68581.83	94235.23	137405.53	9.8362091	9.9742133
19	68603.00	94290.17	137443.21	9.8363431	9.9744664
20	68624.16	94345.13	137480.92	9.8364771	9.9747195
21	68645.32	94400.13	137518.67	9.8366109	9.9749726
22	68666.47	94455.16	137556.45	9.8367447	9.9752257
23	68687.61	94510.21	137594.26	9.8368784	9.9754787
24	68708.75	94565.30	137632.10	9.8370121	9.9757318
25	68729.88	94620.42	137669.98	9.8371456	9.9759849
26	68751.01	94675.56	137707.89	9.8372791	9.9762379
27	68772.13	94730.74	137745.83	9.8374125	9.9764909
28	68793.24	94785.95	137783.80	9.8375458	9.9767440
29	68814.35	94841.19	137821.81	9.8376790	9.9769970
30	68835.45	94896.46	137859.85	9.8378122	9.9772500

## 46 Grad.

Minute	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	73135.37	107236.87	146627.92	9.8641275	10.0303441
59	73115.53	107174.35	146582.20	9.8640096	10.0300909
58	73095.68	107111.87	146536.52	9.8638917	10.0298376
57	73075.83	107049.43	146490.88	9.8637737	10.0295843
56	73055.97	106987.02	146445.29	9.8636557	10.0293311
55	73036.10	106924.66	146399.73	9.8635376	10.0290779
54	73016.23	106862.33	146354.22	9.8634194	10.0288246
53	72996.35	106800.04	146308.75	9.8633011	10.0285714
52	72976.46	106737.79	146263.31	9.8631828	10.0283182
51	72956.57	106675.58	146217.92	9.8630644	10.0280650
50	72936.67	106613.41	146172.57	9.8629460	10.0278118
49	72916.77	106551.28	146127.26	9.8628274	10.0275587
48	72896.86	106489.18	146081.98	9.8627088	10.0273055
47	72876.94	106427.13	146036.75	9.8625902	10.0270522
46	72857.02	106365.11	145991.56	9.8624714	10.0267992
45	72837.09	106303.13	145946.41	9.8623526	10.0265461
44	72817.16	106241.19	145901.30	9.8622338	10.0262929
43	72797.22	106179.29	145856.23	9.8621148	10.0260398
42	72777.27	106117.42	145811.20	9.8619958	10.0257867
41	72757.32	106055.60	145766.21	9.8618767	10.0255336
40	72737.36	105993.81	145721.27	9.8617576	10.0252805
39	72717.40	105932.06	145676.36	9.8616383	10.0250274
38	72697.43	105870.34	145631.49	9.8615190	10.0247743
37	72677.45	105808.67	145586.66	9.8613997	10.0245213
36	72657.47	105747.03	145541.87	9.8612803	10.0242682
35	72637.48	105685.44	145497.12	9.8611608	10.0240151
34	72617.48	105623.88	145452.41	9.8610412	10.0237621
33	72597.48	105562.35	145407.74	9.8609215	10.0235091
32	72577.47	105500.87	145363.11	9.8608018	10.0232560
31	72557.46	105439.42	145318.52	9.8606821	10.0230030
30	72537.44	105378.01	145273.97	9.8605622	10.0227500

## 43 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	68835.45	94896.46	137859.85	9.8378122	9.9772500
31	68856.55	94951.76	137897.92	9.8379453	9.9775030
32	68877.64	95007.09	137936.02	9.8380783	9.9777560
33	68898.73	95062.45	137974.16	9.8382112	9.9780090
34	68919.81	95117.84	138012.33	9.8383441	9.9782620
35	68940.89	95173.26	138050.53	9.8384769	9.9785149
36	68961.96	95228.71	138088.77	9.8386096	9.9787679
37	68983.02	95284.20	138127.04	9.8387422	9.9790209
38	69004.07	95339.71	138165.34	9.8388747	9.9792738
39	69025.12	95395.26	138203.67	9.8390072	9.9795268
40	69046.17	95450.83	138242.04	9.8391396	9.9797797
41	69067.21	95506.44	138280.44	9.8392719	9.9800326
42	69088.24	95562.08	138318.87	9.8394041	9.9802856
43	69109.27	95617.74	138357.34	9.8395363	9.9805385
44	69130.29	95673.44	138395.84	9.8396684	9.9807914
45	69151.31	95729.17	138434.37	9.8398004	9.9810443
46	69172.32	95784.94	138472.94	9.8399323	9.9812972
47	69193.32	95840.73	138511.54	9.8400642	9.9815501
48	69214.32	95896.55	138550.17	9.8401959	9.9818030
49	69235.31	95952.41	138588.83	9.8403276	9.9820559
50	69256.30	96008.29	138627.53	9.8404593	9.9823087
51	69277.28	96064.21	138666.26	9.8405908	9.9825616
52	69298.25	96120.16	138705.03	9.8407223	9.9828145
53	69319.22	96176.14	138743.83	9.8408537	9.9830673
54	69340.18	95232.15	138782.66	9.8409850	9.9833202
55	69361.14	96288.19	138821.53	9.8411162	9.9835730
56	69382.09	96344.27	138860.42	9.8412474	9.9838259
57	69403.04	96400.37	138899.36	9.8413785	9.9840787
58	69423.98	96456.51	138938.32	9.8415095	9.9843315
59	69444.91	96512.68	138977.32	9.8416404	9.9845844
60	69465.84	96568.88	139016.36	9.8417713	9.9848372



46 Grad.

Minute.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	72537.44	105378.01	145273.97	9.8605622	10.0227500
29	72517.41	105316.64	145229.46	9.8604423	10.0224970
28	72497.38	105255.31	145184.98	9.8603223	10.0222440
27	72477.34	105194.01	145140.55	9.8602022	10.0219910
26	72457.29	105132.75	145096.16	9.8600821	10.0217380
25	72437.24	105071.53	145051.81	9.8599619	10.0214851
24	72417.18	105010.34	145007.49	9.8598416	10.0212321
23	72397.12	104949.20	144963.22	9.8597213	10.0209791
22	72377.05	104888.09	144918.98	9.8596009	10.0207262
21	72356.98	104827.02	144874.78	9.8594804	10.0204732
20	72336.90	104765.98	144830.63	9.8593599	10.0202203
19	72316.81	104704.98	144786.51	9.8592393	10.0199674
18	72296.71	104644.02	144742.43	9.8591186	10.0197144
17	72276.61	104583.10	144698.39	9.8589978	10.0194615
16	72256.51	104522.21	144654.39	9.8588770	10.0192086
15	72236.40	104461.36	144610.43	9.8587561	10.0189557
14	72216.28	104400.55	144566.51	9.8586351	10.0187028
13	72196.15	104339.77	144522.62	9.8585141	10.0184499
12	72176.02	104279.04	144478.78	9.8583929	10.0181970
11	72155.88	104218.33	144434.97	9.8582718	10.0179441
10	72135.74	104157.67	144391.20	9.8581505	10.0176913
9	72115.59	104097.04	144347.48	9.8580292	10.0174384
8	72095.44	104036.45	144303.79	9.8579078	10.0171855
7	72075.28	103975.89	144260.13	9.8577863	10.0169327
6	72055.11	103915.37	144216.52	9.8576648	10.0166798
5	72034.94	103854.89	144172.95	9.8575432	10.0164270
4	72014.76	103794.45	144129.41	9.8574215	10.0161741
3	71994.57	103734.04	144085.91	9.8572998	10.0159213
2	71974.38	103673.67	144042.46	9.8571779	10.0156685
1	71954.18	103613.33	143999.04	9.8570561	10.0154156
0	71933.98	103553.03	143955.65	9.8569341	10.0151628

Y

## 44 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
0	69465.84	96568.88	139016.36	9.8417713	9.9848372
1	69486.76	96625.11	139055.43	9.8419021	9.9850200
2	69507.67	96681.37	139094.53	9.8420328	9.9853428
3	69528.58	96737.67	139133.66	9.8421634	9.9855956
4	69549.49	96794.00	139172.83	9.8422939	9.9858484
5	69570.39	96850.35	139212.03	9.8424244	9.9861012
6	69591.28	96906.74	139251.27	9.8425548	9.9863540
7	69612.17	96963.16	139290.54	9.8426851	9.9866068
8	69633.05	97019.62	139329.85	9.8428154	9.9868596
9	69653.92	97076.10	139369.18	9.8429456	9.9871123
10	69674.79	97132.62	139408.56	9.8430757	9.9873651
11	69695.65	97189.17	139447.96	9.8432057	9.9876179
12	69716.51	97245.75	139487.40	9.8433356	9.9878706
13	69737.36	97302.36	139526.88	9.8434655	9.9881234
14	69758.21	97359.01	139566.39	9.8435953	9.9883761
15	69779.05	97415.69	139605.93	9.8437250	9.9886289
16	69799.88	97472.40	139645.51	9.8438547	9.9888816
17	69820.71	97529.14	139685.12	9.8439842	9.9891344
18	69841.53	97585.91	139724.77	9.8441137	9.9893871
19	69862.34	97642.72	139764.45	9.8442432	9.9896399
20	69883.15	97699.56	139804.16	9.8443725	9.9898926
21	69903.96	97756.43	139843.91	9.8445018	9.9901453
22	69924.76	97813.33	139883.69	9.8446310	9.9903981
23	69945.55	97870.27	139923.51	9.8447601	9.9906508
24	69966.33	97927.24	139963.36	9.8448891	9.9909035
25	69987.11	97984.24	140003.25	9.8450181	9.9911562
26	70007.89	98041.27	140043.17	9.8451470	9.9914089
27	70028.66	98098.33	140083.13	9.8452758	9.9916616
28	70049.42	98155.43	140123.12	9.8454045	9.9919143
29	70070.18	98212.56	140163.15	9.8455332	9.9921670
30	70090.93	98269.73	140203.22	9.8456618	9.9924197

## 45 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
60	71933.98	103553.03	143955.65	9.8569341	10.0151628
59	71913.77	103492.57	143912.31	9.8568121	10.0149100
58	71893.55	103432.54	143869.00	9.8566900	10.0146572
57	71873.33	103372.35	143825.74	9.8565678	10.0144044
56	71853.10	103312.20	143782.51	9.8564455	10.0141516
55	71832.87	103252.08	143739.32	9.8563232	10.0138988
54	71812.63	103191.99	143696.16	9.8562008	10.0136460
53	71792.38	103131.95	143653.05	9.8560784	10.0133932
52	71772.13	103071.94	143609.97	9.8559558	10.0131404
51	71751.87	103011.96	143566.93	9.8558332	10.0128877
50	71731.61	102952.03	143523.93	9.8557106	10.0126349
49	71711.34	102892.12	143480.97	9.8555878	10.0123821
48	71691.06	102832.26	143438.05	9.8554650	10.0121294
47	71670.78	102772.43	143395.16	9.8553421	10.0118766
46	71650.49	102712.63	143352.31	9.8552192	10.0116239
45	71630.19	102652.87	143309.50	9.8550961	10.0113711
44	71609.89	102593.15	143266.72	9.8549730	10.0111184
43	71589.58	102533.46	143223.99	9.8548499	10.0108656
42	71569.27	102473.81	143181.29	9.8547266	10.0106129
41	71548.95	102414.19	143138.63	9.8546033	10.0103601
40	71528.63	102354.61	143096.00	9.8544799	10.0101074
39	71508.30	102295.06	143053.42	9.8543564	10.0098547
38	71487.96	102235.55	143010.87	9.8542329	10.0096019
37	71467.62	102176.08	142968.36	9.8541093	10.0093492
36	71447.27	102116.64	142925.88	9.8539856	10.0090965
35	71426.91	102057.23	142883.44	9.8538619	10.0088438
34	71406.55	101997.86	142841.04	9.8537381	10.0085911
33	71386.18	101938.53	142798.68	9.8536142	10.0083384
32	71365.81	101879.23	142756.36	9.8534902	10.0080857
31	71345.43	101819.97	142714.07	9.8533662	10.0078330
30	71325.05	101760.74	142671.82	9.8532421	10.0075803

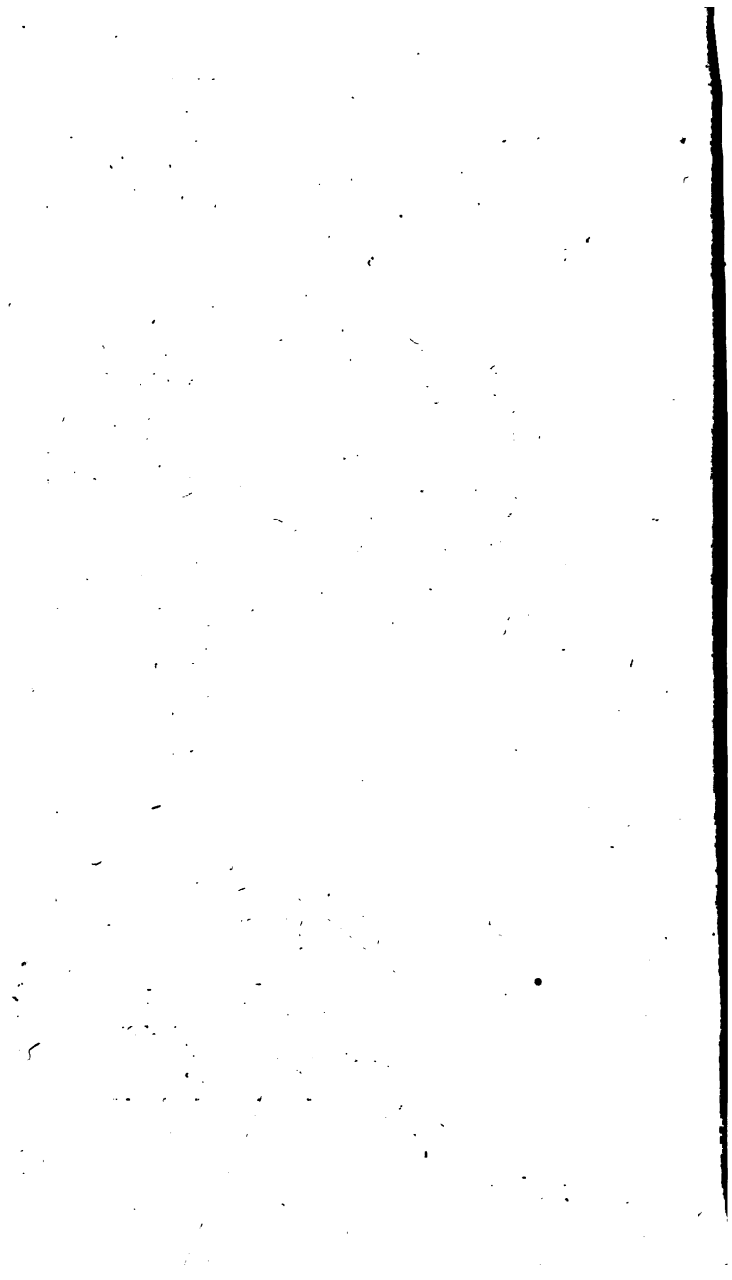
## 44 Grad.

Minut.	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	70090.93	98269.73	140203.21	9.8456618	9.9924197
31	70111.67	98326.92	140243.30	9.8457903	9.9926724
32	70132.41	98384.15	140283.43	9.8459188	9.9929251
33	70153.14	98441.41	140323.60	9.8460471	9.9931778
34	70173.87	98498.71	140363.80	9.8461754	9.9934305
35	70194.59	98556.03	140404.03	9.8463036	9.9936832
36	70215.30	98613.39	140444.30	9.8464318	9.9939359
37	70236.01	98670.79	140484.60	9.8465599	9.9941886
38	70256.71	98728.21	140524.94	9.8466879	9.9944413
39	70277.41	98785.67	140565.32	9.8468158	9.9946940
40	70298.10	98843.16	140605.73	9.8469436	9.9949466
41	70318.79	98900.69	140646.17	9.8470714	9.9951993
42	70339.47	98958.25	140686.65	9.8471991	9.9954520
43	70360.14	99015.84	140727.17	9.8473267	9.9957047
44	70380.81	99073.46	140767.72	9.8474543	9.9959573
45	70401.47	99131.12	140808.31	9.8475817	9.9962100
46	70422.13	99188.81	140848.93	9.8477091	9.9964627
47	70442.78	99246.54	140889.58	9.8478365	9.9967154
48	70463.42	99304.29	140930.28	9.8479637	9.9969680
49	70484.06	99362.08	140971.00	9.8480909	9.9972207
50	70504.69	99419.91	141011.77	9.8482180	9.9974734
51	70525.32	99477.77	141052.56	9.8483450	9.9977260
52	70545.94	99535.66	141093.40	9.8484720	9.9979787
53	70566.55	99593.58	141134.27	9.8485989	9.9982314
54	70587.16	99651.54	141175.17	9.8487257	9.9984840
55	70607.76	99709.53	141216.11	9.8488524	9.9987367
56	70628.35	99767.56	141257.09	9.8489791	9.9989893
57	70648.94	99825.62	141298.10	9.8491057	9.9992420
58	70669.53	99883.71	141339.15	9.8492322	9.9994947
59	70690.11	99941.84	141380.24	9.8493586	9.9997473
60	70710.68	10.000.00	141421.36	9.8494850	10.0000000

45 Grad.

Minut.

	Sinus.	Tang.	Secant.	Log. Sin.	Log. Tang.
30	71325.05	101760.74	142671.82	9.8532421	10.0075803
29	71304.66	101701.55	142629.61	9.8531172	10.0073276
28	71284.26	101642.39	142587.43	9.8529936	10.0070749
27	71263.85	101583.26	142545.29	9.8528693	10.0068222
26	71243.44	101524.17	142503.19	9.8527449	10.0065695
25	71223.02	101465.12	142461.12	9.8526204	10.0063168
24	71202.60	101406.10	142419.09	9.8524959	10.0060641
23	71182.17	101347.12	142377.10	9.8523713	10.0058114
22	71161.74	101288.17	142335.14	9.8522466	10.0055587
21	71141.30	101229.25	142293.23	9.8521218	10.0053060
20	71120.86	101170.37	142251.34	9.8519970	10.0050534
19	71100.41	101111.53	142209.50	9.8518721	10.0048007
18	71079.95	101052.72	142167.69	9.8517471	10.0045480
17	71059.48	100993.94	142125.92	9.8516220	10.0042953
16	71039.01	100935.20	142084.18	9.8514969	10.0040427
15	71018.54	100876.49	142042.48	9.8513717	10.0037900
14	70998.06	100817.82	142000.82	9.8512465	10.0035373
13	70977.58	100759.18	141959.19	9.8511211	10.0032846
12	70957.07	100700.58	141917.61	9.8509957	10.0030320
11	70936.57	100642.01	141876.05	9.8508702	10.0027793
10	70916.07	100583.47	141834.54	9.8507446	10.0025266
9	70895.56	100524.97	141793.05	9.8506190	10.0022740
8	70875.03	100466.51	141751.61	9.8504933	10.0020213
7	70854.51	100408.07	141710.20	9.8503675	10.0017686
6	70833.98	100349.68	141668.83	9.8502417	10.0015160
5	70813.45	100291.31	141627.49	9.8501157	10.0012633
4	70792.91	100232.98	141586.19	9.8499897	10.0010107
3	70772.36	100174.69	141544.93	9.8498637	10.0007580
2	70751.80	100116.42	141503.70	9.8497375	10.0005053
1	70731.24	100058.19	141462.51	9.8496113	10.0002527
0	70710.68	100000.00	141421.36	9.8494850	10.0000000



T A B L E  
D E  
L O G A R I T H M E S ;

Pour les nombres depuis 1  
jusqu'à 10000.

SEARCHED

INDEXED



**N. Logarith.**

1	0.0000000
2	0.3010300
3	0.4771212
4	0.6020600
5	0.6989700
6	0.7781512
7	0.8450980
8	0.9030900
9	0.9542425
10	1.0000000
11	1.0413927
12	1.0791812
13	1.1139433
14	1.1461280
15	1.1760913
16	1.2041200
17	1.2304489
18	1.2552725
19	1.2787536
20	1.3010300
21	1.3222193
22	1.3424227
23	1.3617278
24	1.3802112
25	1.3979400
26	1.4149733
27	1.4313638
28	1.4471580
29	1.4623980
30	1.4771212
31	1.4913617
32	1.5051500
33	1.5185139
34	1.5314789

**N. Logarith.**

34	1.5314789
35	1.5440680
36	1.5563025
37	1.5682017
38	1.5797836
39	1.5910646
40	1.6020600
41	1.6127839
42	1.6232493
43	1.6334685
44	1.6434527
45	1.6532125
46	1.6627578
47	1.6720979
48	1.6812412
49	1.6901961
50	1.6989700
51	1.7075702
52	1.7160033
53	1.7242759
54	1.7323938
55	1.7403627
56	1.7481880
57	1.7558748
58	1.7634280
59	1.7708520
60	1.7781512
61	1.7853298
62	1.7923917
63	1.7993405
64	1.8061800
65	1.8129133
66	1.8195439
67	1.8260748

**N. Logarith.**

67	1.8260748
68	1.8325189
69	1.8388491
70	1.8450980
71	1.8512583
72	1.8573325
73	1.8633229
74	1.8692317
75	1.8750613
76	1.8808136
77	1.8864907
78	1.8920946
79	1.8976271
80	1.9030900
81	1.9084850
82	1.9138138
83	1.9190781
84	1.9242793
85	1.9294189
86	1.9344984
87	1.9395192
88	1.9444827
89	1.9493900
90	1.9542425
91	1.9590414
92	1.9637878
93	1.9684829
94	1.9731278
95	1.9777236
96	1.9822712
97	1.9867717
98	1.9912761
99	1.9959635
100	2.0000000

**Z**

## N. Logarith.

101	2.0043214
102	2.0086002
103	2.0128372
104	2.0170333
105	2.0211893
106	2.0253059
107	2.0293838
108	2.0334238
109	2.0374265
110	2.0413927
111	2.0453230
112	2.0492180
113	2.0530784
114	2.0569048
115	2.0606978
116	2.0644580
117	2.0681859
118	2.0718820
119	2.0755470
120	2.0791812
121	2.0827854
122	2.0863598
123	2.0899051
124	2.0934217
125	2.0969100
126	2.1003705
127	2.1038037
128	2.1072100
129	2.1105897
130	2.1139433
131	2.1172713
132	2.1205739
133	2.1238516
134	2.1271048

## N. Logarith.

134	2.1271048
135	2.1303338
136	2.1335389
137	2.1367206
138	2.1398791
139	2.1430148
140	2.1461280
141	2.1492191
142	2.1522883
143	2.1553360
144	2.1583625
145	2.1613680
146	2.1643528
147	2.1673173
148	2.1702617
149	2.1731863
150	2.1760913
151	2.1789769
152	2.1818436
153	2.1846914
154	2.1875207
155	2.1903317
156	2.1931246
157	2.1958996
158	2.1986571
159	2.2013971
160	2.2041200
161	2.2068259
162	2.2095150
163	2.2121876
164	2.2148438
165	2.2174839
166	2.2201081
167	2.2227165

## N. Logarith.

167	2.2227165
168	2.2253093
169	2.2278867
170	2.2304489
171	2.2329961
172	2.2355284
173	2.2380461
174	2.2405492
175	2.2430380
176	2.2455127
177	2.2479733
178	2.2504200
179	2.2528530
180	2.2552725
181	2.2576786
182	2.2600714
183	2.2624511
184	2.2648178
185	2.2671717
186	2.2695129
187	2.2718416
188	2.2741578
189	2.2764618
190	2.2787536
191	2.2810334
192	2.2833012
193	2.2855573
194	2.2878017
195	2.2900346
196	2.2922561
197	2.2944662
198	2.2966652
199	2.2988531
200	2.3010300

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
201	2.3031961	234	2.3692159	267	2.4265113
202	2.3053514	235	2.3710679	268	2.4281348
203	2.3074960	236	2.3729120	269	2.4297523
204	2.3096302	237	2.3747483	270	2.4313638
205	2.3117539	238	2.3765770	271	2.4329693
206	2.3138672	239	2.3783979	272	2.4345689
207	2.3159703	240	2.3802112	273	2.4361626
208	2.3180633	241	2.3820170	274	2.4377506
209	2.3201463	242	2.3838154	275	2.4393327
210	2.3222193	243	2.3856063	276	2.4409091
211	2.3242824	244	2.3873898	277	2.4424798
212	2.3263359	245	2.3892661	278	2.4440448
213	2.3283796	246	2.3909351	279	2.4456042
214	2.3304138	247	2.3926969	280	2.4471580
215	2.3324385	248	2.3944517	281	2.4487063
216	2.3344537	249	2.3961993	282	2.4502491
217	2.3364597	250	2.3979400	283	2.4517864
218	2.3384565	251	2.3996737	284	2.4533183
219	2.3404441	252	2.4014005	285	2.4548449
220	2.3424227	253	2.4031205	286	2.4563660
221	2.3443923	254	2.4048337	287	2.4578819
222	2.3463530	255	2.4065402	288	2.4593925
223	2.3483049	256	2.4082400	289	2.4608978
224	2.3502480	257	2.4099331	290	2.4623980
225	2.3521825	258	2.4116197	291	2.4638930
226	2.3541084	259	2.4132998	292	2.4653828
227	2.3560259	260	2.4149733	293	2.4668676
228	2.3579348	261	2.4166405	294	2.4683473
229	2.3598355	262	2.4183013	295	2.4698220
230	2.3617278	263	2.4199557	296	2.4712917
231	2.3636120	264	2.4216039	297	2.4727564
232	2.3654880	265	2.4232459	298	2.4742163
233	2.3673559	266	2.4248816	299	2.4756712
234	2.3692159	267	2.4265113	300	2.4771212

Z ij

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
301	2.4785665	334	2.5237465	367	2.5646661
302	2.4800069	335	2.5250448	368	2.5658478
303	2.4814426	336	2.5263393	369	2.5670264
304	2.4828736	337	2.5276299	370	2.5682017
305	2.4842998	338	2.5289167	371	2.5693739
306	2.4857214	339	2.5301997	372	2.5705429
307	2.4871384	340	2.5314789	373	2.5717088
308	2.4885507	341	2.5327544	374	2.5728716
309	2.4899585	342	2.5340261	375	2.5740313
310	2.4913617	343	2.5352941	376	2.5751878
311	2.4927604	344	2.5365584	377	2.5763413
312	2.4941546	345	2.5378191	378	2.5774918
313	2.4955443	346	2.5390761	379	2.5786392
314	2.4969296	347	2.5403295	380	2.5797836
315	2.4983105	348	2.5415792	381	2.5809250
316	2.4996871	349	2.5428254	382	2.5820634
317	2.5010593	350	2.5440680	383	2.5831988
318	2.5024271	351	2.5453071	384	2.5843312
319	2.5037907	352	2.5465427	385	2.5854607
320	2.5051500	353	2.5477747	386	2.5865873
321	2.5065050	354	2.5490033	387	2.5877110
322	2.5078559	355	2.5502283	388	2.5888317
323	2.5092025	356	2.5514500	399	2.5899496
324	2.5105450	357	2.5526682	390	2.5910646
325	2.5118834	358	2.5538830	391	2.5921768
326	2.5132176	359	2.5550944	392	2.5932861
327	2.5145477	360	2.5563025	393	2.5943925
328	2.5158738	361	2.5575072	394	2.5954962
329	2.5171959	362	2.5587086	395	2.5965971
330	2.5185139	363	2.5599066	396	2.5976952
331	2.5198280	364	2.5611014	397	2.5987905
332	2.5211381	365	2.5622929	398	2.5998833
333	2.5224442	366	2.5634811	399	2.600972
334	2.5237465	367	2.5646661	400	2.602060

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
401	2.6031444	434	2.6374897	467	2.6693169
402	2.6042260	435	2.6384893	468	2.6702458
403	2.6053050	436	2.6394865	469	2.6711728
404	2.6063814	437	2.6404814	470	2.6720979
405	2.6074550	438	2.6414741	471	2.6730209
406	2.6085260	439	2.6424645	472	2.6739420
407	2.6095944	440	2.6434527	473	2.6748611
408	2.6106602	441	2.6444386	474	2.6757783
409	2.6117233	442	2.6454223	475	2.6766936
410	2.6127839	443	2.6464037	476	2.6776069
411	2.6138418	444	2.6473830	477	2.6785184
412	2.6148972	445	2.6483600	478	2.6794279
413	2.6159500	446	2.6493349	479	2.6803355
414	2.6170003	447	2.6503075	480	2.6812412
415	2.6180481	448	2.6512780	481	2.6821451
416	2.6190933	449	2.6522463	482	2.6830470
417	2.6201360	450	2.6532125	483	2.6839471
418	2.6211763	451	2.6541765	484	2.6848454
419	2.6222140	452	2.6551384	485	2.6857417
420	2.6232493	453	2.6560982	486	2.6866363
421	2.6242821	454	2.6570558	487	2.6875290
422	2.6253124	455	2.6580114	488	2.6884198
423	2.6263404	456	2.6589648	489	2.6893089
424	2.6273659	457	2.6599162	490	2.6901961
425	2.6283889	458	2.6608655	491	2.6910815
426	2.6294096	459	2.6618127	492	2.6919651
427	2.6304279	460	2.6627578	493	2.6928469
428	2.6314438	461	2.6637009	494	2.6937269
429	2.6324573	462	2.6646420	495	2.6946052
430	2.6334685	463	2.6655810	496	2.6954817
431	2.6344773	464	2.6665180	497	2.6963564
432	2.6354837	465	2.6674529	498	2.6972293
433	2.6364879	466	2.6683859	499	2.6981005
434	2.6374897	467	2.6693169	500	2.6989700

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
301	2.4785665	334	2.5237465	367	2.5646661
302	2.4800069	335	2.5250448	368	2.5658478
303	2.4814426	336	2.5263393	369	2.5670264
304	2.4828736	337	2.5276299	370	2.5682017
305	2.4842998	338	2.5289167	371	2.5693739
306	2.4857214	339	2.5301997	372	2.5705429
307	2.4871384	340	2.5314789	373	2.5717038
308	2.4885507	341	2.5327544	374	2.5728716
309	2.4899585	342	2.5340261	375	2.5740313
310	2.4913617	343	2.5352941	376	2.5751878
311	2.4927604	344	2.5365584	377	2.5763413
312	2.4941546	345	2.5378191	378	2.5774918
313	2.4955443	346	2.5390761	379	2.5786392
314	2.4969296	347	2.5403295	380	2.5797836
315	2.4983105	348	2.5415792	381	2.5809250
316	2.4996871	349	2.5428254	382	2.5820634
317	2.5010593	350	2.5440680	383	2.5831988
318	2.5024271	351	2.5453071	384	2.5843312
319	2.5037907	352	2.5465427	385	2.5854607
320	2.5051500	353	2.5477747	386	2.5865873
321	2.5065050	354	2.5490033	387	2.5877110
322	2.5078559	355	2.5502283	388	2.5888317
323	2.5092025	356	2.5514500	389	2.5899496
324	2.5105450	357	2.5526682	390	2.5910646
325	2.5118834	358	2.5538830	391	2.5921768
326	2.5132176	359	2.5550944	392	2.5932861
327	2.5145477	360	2.5563025	393	2.5943925
328	2.5158738	361	2.5575072	394	2.5954962
329	2.5171959	362	2.5587086	395	2.5965971
330	2.5185139	363	2.5599066	396	2.5976952
331	2.5198280	364	2.5611014	397	2.5987905
332	2.5211381	365	2.5622929	398	2.5998833
333	2.5224442	366	2.5634811	399	2.600972
334	2.5237465	367	2.5646661	400	2.602060

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
401	2.6031444	434	2.6374897	467	2.6693169
402	2.6042260	435	2.6384893	468	2.6702458
403	2.6053050	436	2.6394865	469	2.6711728
404	2.6063814	437	2.6404814	470	2.6720979
405	2.6074550	438	2.6414741	471	2.6730209
406	2.6085260	439	2.6424645	472	2.6739420
407	2.6095944	440	2.6434527	473	2.6748611
408	2.6106602	441	2.6444386	474	2.6757783
409	2.6117233	442	2.6454223	475	2.6766936
410	2.6127839	443	2.6464037	476	2.6776069
411	2.6138418	444	2.6473830	477	2.6785184
412	2.6148972	445	2.6483600	478	2.6794279
413	2.6159500	446	2.6493349	479	2.6803355
414	2.6170003	447	2.6503075	480	2.6812412
415	2.6180481	448	2.6512780	481	2.6821451
416	2.6190933	449	2.6522463	482	2.6830470
417	2.6201360	450	2.6532125	483	2.6839471
418	2.6211763	451	2.6541765	484	2.6848454
419	2.6222140	452	2.6551384	485	2.6857417
420	2.6232493	453	2.6560982	486	2.6866363
421	2.6242821	454	2.6570558	487	2.6875290
422	2.6253124	455	2.6580114	488	2.6884198
423	2.6263404	456	2.6589648	489	2.6893089
424	2.6273659	457	2.6599162	490	2.6901961
425	2.6283889	458	2.6608655	491	2.6910815
426	2.6294096	459	2.6618127	492	2.6919651
427	2.6304279	460	2.6627578	493	2.6928469
428	2.6314438	461	2.6637009	494	2.6937269
429	2.6324573	462	2.6646420	495	2.6946052
430	2.6334685	463	2.6655810	496	2.6954817
431	2.6344773	464	2.6665180	497	2.6963564
432	2.6354837	465	2.6674529	498	2.6972293
433	2.6364879	466	2.6683859	499	2.6981005
434	2.6374897	467	2.6693169	500	2.6989700

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
501	2.6998377	534	2.7275413	567	2.7535831
502	2.7007037	535	2.7283538	568	2.7543483
503	2.7015680	536	2.7291648	569	2.7551123
504	2.7024305	537	2.7299743	570	2.7558748
505	2.7032914	538	2.7307823	571	2.7566361
506	2.7041505	539	2.7315888	572	2.7573960
507	2.7050080	540	2.7323938	573	2.7581546
508	2.7058637	541	2.7331973	574	2.7589119
509	2.7067178	542	2.7339993	575	2.7596678
510	2.7075702	543	2.7347998	576	2.7604225
511	2.7084209	544	2.7355989	577	2.7611758
512	2.7092700	545	2.7363965	578	2.7619278
513	2.7101174	546	2.7371926	579	2.7626786
514	2.7109631	547	2.7379873	580	2.7634280
515	2.7118072	548	2.7387806	581	2.7641761
516	2.7126497	549	2.7395727	582	2.7649230
517	2.7134905	550	2.7403627	583	2.7656685
518	2.7143298	551	2.7411516	584	2.7664128
519	2.7151674	552	2.7419391	585	2.7671559
520	2.7160033	553	2.7427251	586	2.7678976
521	2.7168377	554	2.7435098	587	2.7686381
522	2.7176705	555	2.7442930	588	2.7693773
523	2.7185017	556	2.7450748	589	2.7701153
524	2.7193313	557	2.7458552	590	2.7708520
525	2.7201593	558	2.7466342	591	2.7715875
526	2.7209857	559	2.7474118	592	2.7723217
527	2.7218106	560	2.7481880	593	2.7730547
528	2.7226339	561	2.7489629	594	2.7737894
529	2.7234557	562	2.7497363	595	2.7745170
530	2.7242759	563	2.7505084	596	2.7752463
531	2.7250945	564	2.7512791	597	2.7759743
532	2.7259116	565	2.7520484	598	2.7767012
533	2.7267272	566	2.7528164	599	2.7774268
534	2.7275413	567	2.7535831	600	2.7781512



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
601	2.7788745	634	2.8020893	667	2.8241258
602	2.7795965	635	2.8027737	668	2.8247765
603	2.7803173	636	2.8034571	669	2.8254261
604	2.7810369	637	2.8041394	670	2.8260748
605	2.7817554	638	2.8048207	671	2.8267225
606	2.7824726	639	2.8055009	672	2.8273693
607	2.7831887	640	2.8061800	673	2.8280151
608	2.7839039	641	2.8068580	674	2.8286599
609	2.7846173	642	2.8075350	675	2.8293038
610	2.7853298	643	2.8082110	676	2.8299467
611	2.7860412	644	2.8088859	677	2.8305887
612	2.7867514	645	2.8095597	678	2.8312298
613	2.7874605	646	2.8102325	679	2.8318699
614	2.7881684	647	2.8109043	680	2.8325089
615	2.7888751	648	2.8115750	681	2.8331471
616	2.7895807	649	2.8122447	682	2.8337844
617	2.7902852	650	2.8129134	683	2.8344207
618	2.7909885	651	2.8135810	684	2.8350561
619	2.7916906	652	2.8142476	685	2.8356906
620	2.7923917	653	2.8149132	686	2.8363241
621	2.7930916	654	2.8155777	687	2.8369567
622	2.7937905	655	2.8162413	688	2.8375884
623	2.7944880	656	2.8169038	689	2.8382192
624	2.7951846	657	2.8175654	690	2.8388491
625	2.7958800	658	2.8182259	691	2.8394780
626	2.7965744	659	2.8188854	692	2.8401061
627	2.7972675	660	2.8195439	693	2.8407332
628	2.7979596	661	2.8202015	694	2.8413595
629	2.7986506	662	2.8208580	695	2.8419848
630	2.7993405	663	2.8215135	696	2.8426092
631	2.8000294	664	2.8221681	697	2.8432328
632	2.8007171	665	2.8228216	698	2.8438554
633	2.8014037	666	2.8234742	699	2.8444772
634	2.8020893	667	2.8241258	700	2.8450980

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
701	2.8457180	734	2.8656961	767	2.8847954
702	2.846337	735	2.8662873	768	2.8853612
703	2.8469553	736	2.8668778	769	2.8859263
704	2.8475727	737	2.8674675	770	2.8864907
705	2.8481891	738	2.8680564	771	2.8870544
706	2.8488047	739	2.8686444	772	2.8876173
707	2.8494194	740	2.8692317	773	2.8881795
708	2.8500333	741	2.8698182	774	2.8887410
709	2.8506462	742	2.8704039	775	2.8893017
710	2.8512583	743	2.8709888	776	2.8898617
711	2.8518696	744	2.8715729	777	2.8904210
712	2.8524800	745	2.8721563	778	2.8909796
713	2.8530895	746	2.8727388	779	2.8915375
714	2.8536982	747	2.8733206	780	2.8920946
715	2.8543060	748	2.8739016	781	2.8926510
716	2.8549130	749	2.8744818	782	2.8932067
717	2.8555191	750	2.8750613	783	2.8937618
718	2.8561244	751	2.8756399	784	2.8943161
719	2.8567289	752	2.8762178	785	2.8948696
720	2.8573325	753	2.8767950	786	2.8954225
721	2.8579353	754	2.8773713	787	2.8959747
722	2.8585372	755	2.8779469	788	2.8965262
723	2.8591383	756	2.8785218	789	2.8970770
724	2.8597386	757	2.8790959	790	2.8976271
725	2.8603380	758	2.8796692	791	2.8981765
726	2.8609366	759	2.8802418	792	2.8987252
727	2.8615344	760	2.8808136	793	2.8992732
728	2.8621314	761	2.8813847	794	2.8998205
729	2.8627275	762	2.8819550	795	2.9003671
730	2.8633229	763	2.8825245	796	2.9009131
731	2.8639174	764	2.8830934	797	2.9014583
732	2.8645111	765	2.8836614	798	2.9020029
733	2.8651040	766	2.8842288	799	2.9025468
734	2.8656961	767	2.8847954	800	2.9030900

## N. Logarith.

801	2.9036325
802	2.9041744
803	2.9047155
804	2.9052560
805	2.9057959
806	2.9063350
807	2.9068735
808	2.9074114
809	2.9079485
810	2.9084850
811	2.9090208
812	2.9095560
813	2.9100905
814	2.9106244
815	2.9111576
816	2.9116901
817	2.9122220
818	2.9127533
819	2.9132839
820	2.9138138
821	2.9143431
822	2.9148718
823	2.9153998
824	2.9159272
825	2.9164539
826	2.9169800
827	2.9175055
828	2.9180303
829	2.9185545
830	2.9190781
831	2.9196010
832	2.9201233
833	2.9206450
834	2.9211660

## N. Logarith.

834	2.9211660
835	2.9216865
836	2.9222063
837	2.9227254
838	2.9232440
839	2.9237620
840	2.9242793
841	2.9247960
842	2.9253121
843	2.9258276
844	2.9263424
845	2.9268567
846	2.9273704
847	2.9278834
848	2.9283958
849	2.9289077
850	2.9294189
851	2.9299296
852	2.9304396
853	2.9309490
854	2.9314579
855	2.9319661
856	2.9324738
857	2.9329808
858	2.9334873
859	2.9339932
860	2.9344984
861	2.9350031
862	2.9355073
863	2.9360108
864	2.9365137
865	2.9370161
866	2.9375179
867	2.9380191

## N. Logarith.

867	2.9380191
868	2.9385197
869	2.9390198
870	2.9395192
871	2.9400181
872	2.9405165
873	2.9410142
874	2.9415114
875	2.9420080
876	2.9425041
877	2.9429996
878	2.9434945
879	2.9439889
880	2.9444827
881	2.9449759
882	2.9454686
883	2.9459607
884	2.9464523
885	2.9469433
886	2.9474337
887	2.9479236
888	2.9484130
889	2.9489018
890	2.9493900
891	2.9498777
892	2.9503648
893	2.9508514
894	2.9513375
895	2.9518230
896	2.9523080
897	2.9527924
898	2.9532763
899	2.9537597
900	2.9542425

## N. Logarith.

901	2.9547248
902	2.9552065
903	2.9556877
904	2.9561684
905	2.9566486
906	2.9571282
907	2.9576073
908	2.9580858
909	2.9585639
910	2.9590414
911	2.9595184
912	2.9599948
913	2.9604708
914	2.9609462
915	2.9614211
916	2.9618955
917	2.9623693
918	2.9628427
919	2.9633155
920	2.9637878
921	2.9642596
922	2.9647309
923	2.9652017
924	2.9656720
925	2.9661417
926	2.9666110
927	2.9670797
928	2.9675480
929	2.9680157
930	2.9684829
931	2.9689497
932	2.9694159
933	2.9698816
934	2.9703469

## N. Logarith.

934	2.9703469
935	2.9708116
936	2.9712758
937	2.9717396
938	2.9722028
939	2.9726656
940	2.9731278
941	2.9735896
942	2.9740509
943	2.9745117
944	2.9749720
945	2.9754318
946	2.9758911
947	2.9763500
948	2.9768083
949	2.9772662
950	2.9777236
951	2.9781805
952	2.9786369
953	2.9790929
954	2.9795484
955	2.9800034
956	2.9804579
957	2.9809119
958	2.9813655
959	2.9818186
960	2.9822712
961	2.9827234
962	2.9831751
963	2.9836263
964	2.9840770
965	2.9845273
966	2.9849771
967	2.9854265

## N. Logarith.

967	2.9854265
968	2.9858753
969	2.9863238
970	2.9867717
971	2.9872192
972	2.9876663
973	2.9881128
974	2.9885589
975	2.9890046
976	2.9894498
977	2.9898946
978	2.9903388
979	2.9907827
980	2.9912261
981	2.9916690
982	2.9921115
983	2.9925535
984	2.9929951
985	2.9934362
986	2.9938769
987	2.9943171
988	2.9947569
989	2.9951963
990	2.9956352
991	2.9960736
992	2.9965117
993	2.9969492
994	2.9973864
995	2.9978231
996	2.9982593
997	2.9986951
998	2.9991305
999	2.9995655
1000	3.0000000

<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>	
1001	3.0004341	1034	3.0145205	1067	3.0281644
1002	3.0008677	1035	3.0149403	1068	3.0285712
1003	3.0013009	1036	3.0153597	1069	3.0289777
1004	3.0017337	1037	3.0157787	1070	3.0293838
1005	3.0021661	1038	3.0161973	1071	3.0297895
1006	3.0025980	1039	3.0166155	1072	3.0301948
1007	3.0030295	1040	3.0170333	1073	3.0305997
1008	3.0034605	1041	3.0174507	1074	3.0310043
1009	3.0038912	1042	3.0178677	1075	3.0314085
1010	3.0043214	1043	3.0182843	1076	3.0318123
1011	3.0047511	1044	3.0187005	1077	3.0322157
1012	3.0051805	1045	3.0191163	1078	3.0326188
1013	3.0056094	1046	3.0195317	1079	3.0330214
1014	3.0060379	1047	3.0199467	1080	3.0334237
1015	3.0064660	1048	3.0203613	1081	3.0338257
1016	3.0068937	1049	3.0207755	1082	3.0342273
1017	3.0073209	1050	3.0211893	1083	3.0346284
1018	3.0077478	1051	3.0216027	1084	3.0350293
1019	3.0081742	1052	3.0220157	1085	3.0354297
1020	3.0086002	1053	3.0224284	1086	3.0358298
1021	3.0090257	1054	3.0228406	1087	3.0362295
1022	3.0094509	1055	3.0232524	1088	3.0366289
1023	3.0098756	1056	3.0236639	1089	3.0370279
1024	3.0102999	1057	3.0240750	1090	3.0374265
1025	3.0107239	1058	3.0244857	1091	3.0378247
1026	3.0111474	1059	3.0248960	1092	3.0382226
1027	3.0115704	1060	3.0253059	1093	3.0386201
1028	3.0119931	1061	3.0257154	1094	3.0390173
1029	3.0124154	1062	3.0261245	1095	3.0394141
1030	3.0128372	1063	3.0265333	1096	3.0398105
1031	3.0132587	1064	3.0269416	1097	3.0402066
1032	3.0136797	1065	3.0273496	1098	3.0406023
1033	3.0141003	1066	3.0277572	1099	3.0409977
1034	3.0145205	1067	3.0281644	1100	3.0413927

A a ij

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
1101	3.0417873	1134	3.0546130	1167	3.0670708
1102	3.0421816	1135	3.0549958	1168	3.0674428
1103	3.0425755	1136	3.0553783	1169	3.0678145
1104	3.0429691	1137	3.0557604	1170	3.0681859
1105	3.0433623	1138	3.0561423	1171	3.0685569
1106	3.0437551	1139	3.0565237	1172	3.0689276
1107	3.0441476	1140	3.0569048	1173	3.0692980
1108	3.0445398	1141	3.0572856	1174	3.0696681
1109	3.0449315	1142	3.0576661	1175	3.0700379
1110	3.0453230	1143	3.0580462	1176	3.0704073
1111	3.0457140	1144	3.0584260	1177	3.0707765
1112	3.0461048	1145	3.0588055	1178	3.0711453
1113	3.0464952	1146	3.0591846	1179	3.0715138
1114	3.0468852	1147	3.0595634	1180	3.0718820
1115	3.0472749	1148	3.0599419	1181	3.0722499
1116	3.0476642	1149	3.0603200	1182	3.0726175
1117	3.0480532	1150	3.0606978	1183	3.0729847
1118	3.0484418	1151	3.0610753	1184	3.0733517
1119	3.0488301	1152	3.0614525	1185	3.0737183
1120	3.0492180	1153	3.0618293	1186	3.0740847
1121	3.0496056	1154	3.0622058	1187	3.0744507
1122	3.0499928	1155	3.0625820	1188	3.0748164
1123	3.0503797	1156	3.0629578	1189	3.0751818
1124	3.0507663	1157	3.0633334	1190	3.0755470
1125	3.0511525	1158	3.0637085	1191	3.0759118
1126	3.0515384	1159	3.0640834	1192	3.0762762
1127	3.0519239	1160	3.0644580	1193	3.0766404
1128	3.0523091	1161	3.0648322	1194	3.0770043
1129	3.0526939	1162	3.0652061	1195	3.0773679
1130	3.0530784	1163	3.0655797	1196	3.0777312
1131	3.0534626	1164	3.0659530	1197	3.0780941
1132	3.0538464	1165	3.0663259	1198	3.0784568
1133	3.0542299	1166	3.0666985	1199	3.0788192
1134	3.0546130	1167	3.0670708	1200	3.0791812

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
1201	3.0795430	1234	3.0913151	1267	3.1027766
1202	3.0799045	1235	3.0916669	1268	3.1031192
1203	3.0802656	1236	3.0920185	1269	3.1034616
1204	3.0806265	1237	3.0923697	1270	3.1038037
1205	3.0809870	1238	3.0927206	1271	3.1041455
1206	3.0813473	1239	3.0930713	1272	3.1044871
1207	3.0817073	1240	3.0934217	1273	3.1048284
1208	3.0820669	1241	3.0937718	1274	3.1051694
1209	3.0824263	1242	3.0941216	1275	3.1055102
1210	3.0827854	1243	3.0944711	1276	3.1058507
1211	3.0831441	1244	3.0948204	1277	3.1061909
1212	3.0835026	1245	3.0951693	1278	3.1065308
1213	3.0838608	1246	3.0955180	1279	3.1068705
1214	3.0842187	1247	3.0958664	1280	3.1072100
1215	3.0845763	1248	3.0962146	1281	3.1075491
1216	3.0849336	1249	3.0965624	1282	3.1078880
1217	3.0852906	1250	3.0969100	1283	3.1082266
1218	3.0856473	1251	3.0972573	1284	3.1085650
1219	3.0860037	1252	3.0976043	1285	3.1089031
1220	3.0863598	1253	3.0979511	1286	3.1092410
1221	3.0867156	1254	3.0982975	1287	3.1095785
1222	3.0870712	1255	3.0986437	1288	3.1099159
1223	3.0874264	1256	3.0989896	1289	3.1102529
1224	3.0877814	1257	3.0993353	1290	3.1105897
1225	3.0881361	1258	3.0996806	1291	3.1109262
1226	3.0884905	1259	3.1000257	1292	3.1112625
1227	3.0888446	1260	3.1003705	1293	3.1115985
1228	3.0891984	1261	3.1007151	1294	3.1119343
1229	3.0895519	1262	3.1010593	1295	3.1122698
1230	3.0899051	1263	3.1014033	1296	3.1126050
1231	3.0902580	1264	3.1017471	1297	3.1129400
1232	3.0906107	1265	3.1020905	1298	3.1132747
1233	3.0909631	1266	3.1024337	1299	3.1136091
1234	3.0913151	1267	3.1027766	1300	3.1139433

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
1301	3.1142773	1334	3.1251558	1367	3.1357685
1302	3.1146110	1335	3.1254813	1368	3.1360861
1303	3.1149444	1336	3.1258064	1369	3.1364034
1304	3.1152776	1337	3.1261314	1370	3.1367206
1305	3.1156105	1338	3.1264561	1371	3.1370374
1306	3.1159432	1339	3.1267806	1372	3.1373541
1307	3.1162756	1340	3.1271048	1373	3.1376705
1308	3.1166077	1341	3.1274288	1374	3.1379867
1309	3.1169396	1342	3.1277525	1375	3.1383027
1310	3.1172713	1343	3.1280760	1376	3.1386184
1311	3.1176027	1344	3.1283993	1377	3.1389339
1312	3.1179338	1345	3.1287223	1378	3.1392492
1313	3.1182647	1346	3.1290450	1379	3.1395643
1314	3.1185954	1347	3.1293676	1380	3.1398791
1315	3.1189257	1348	3.1296899	1381	3.1401937
1316	3.1192552	1349	3.1300119	1382	3.1405080
1317	3.1195858	1350	3.1303338	1383	3.1408222
1318	3.1199154	1351	3.1306553	1384	3.1411361
1319	3.1202448	1352	3.1309767	1385	3.1414498
1320	3.1205739	1353	3.1312978	1386	3.1417632
1321	3.1209028	1354	3.1316187	1387	3.1420765
1322	3.1212314	1355	3.1319393	1388	3.1423895
1323	3.1215598	1356	3.1322597	1399	3.1427022
1324	3.1218880	1357	3.1325798	1390	3.1430148
1325	3.1222159	1358	3.1328998	1391	3.1433273
1326	3.1225435	1359	3.1332195	1392	3.1436392
1327	3.1228709	1360	3.1335389	1393	3.1439511
1328	3.1231981	1361	3.1338581	1394	3.1442628
1329	3.1235250	1362	3.1341771	1395	3.1445742
1330	3.1238516	1363	3.1344958	1396	3.1448854
1331	3.1241780	1364	3.1348144	1397	3.1451964
1332	3.1245042	1365	3.1351326	1398	3.1455072
1333	3.1248301	1366	3.1354507	1399	3.1458177
1334	3.1251558	1367	3.1357685	1400	3.1461280



N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
1401	3.146438 <sup>I</sup>	1434	3.1565491	1467	3.1664301
1402	3.146748 <sup>0</sup>	1435	3.1568519	1468	3.1667260
1403	3.1470577	1436	3.1571544	1469	3.1670218
1404	3.1473671	1437	3.1574568	1470	3.1673173
1405	3.1476763	1438	3.1577589	1471	3.1676127
1406	3.1479853	1439	3.1580608	1472	3.1679078
1407	3.1482941	1440	3.1583625	1473	3.1682027
1408	3.1486026	1441	3.1586640	1474	3.1684975
1409	3.1489110	1442	3.1589653	1475	3.1687920
1410	3.1492191	1443	3.1592663	1476	3.1690863
1411	3.1495270	1444	3.1595672	1477	3.1693805
1412	3.1498347	1445	3.1598678	1478	3.1696744
1413	3.1501422	1446	3.1601683	1479	3.1699682
1414	3.1504494	1447	3.1604685	1480	3.1702617
1415	3.1507564	1448	3.1607686	1481	3.1705550
1416	3.1510632	1449	3.1610684	1482	3.1708482
1417	3.1513698	1450	3.1613680	1483	3.1711411
1418	3.1516762	1451	3.1616674	1484	3.1714339
1419	3.1519824	1452	3.1619666	1485	3.1717264
1420	3.1522883	1453	3.1622656	1486	3.1720188
1421	3.1525941	1454	3.1625644	1487	3.1723110
1422	3.1528996	1455	3.1628630	1488	3.1726029
1423	3.1532049	1456	3.1631614	1489	3.1728947
1424	3.1535100	1457	3.1634595	1490	3.1731863
1425	3.1538142	1458	3.1637575	1491	3.1734776
1426	3.1541195	1459	3.1640553	1492	3.1737688
1427	3.1544240	1460	3.1643528	1493	3.1740598
1428	3.1547282	1461	3.1646502	1494	3.1743506
1429	3.1550322	1462	3.1649474	1495	3.1746412
1430	3.1553360	1463	3.1652443	1496	3.1749316
1431	3.1556396	1464	3.1655411	1497	3.1752218
1432	3.1559430	1465	3.1658376	1498	3.1755118
1433	3.1562462	1466	3.1661340	1499	3.1758016
1434	3.1565491	1467	3.1664301	1500	3.1760913

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
1501	3.1763807	1534	3.1858253	1567	3.1950690
1502	3.1766699	1535	3.1861084	1568	3.1953460
1503	3.1769590	1536	3.1863912	1569	3.1956229
1504	3.1772478	1537	3.1866739	1570	3.1958996
1505	3.1775365	1538	3.1869563	1571	3.1961762
1506	3.1778250	1539	3.1872386	1572	3.1964525
1507	3.1781132	1540	3.1875207	1573	3.1967287
1508	3.1784013	1541	3.1878026	1574	3.1970047
1509	3.1786892	1542	3.1880844	1575	3.1972806
1510	3.1789769	1543	3.1883659	1576	3.1975562
1511	3.1792645	1544	3.1886473	1577	3.1978317
1512	3.1795518	1545	3.1889285	1578	3.1981070
1513	3.1798389	1546	3.1892095	1579	3.1983821
1514	3.1801259	1547	3.1894903	1580	3.1986571
1515	3.1804126	1548	3.1897709	1581	3.1989319
1516	3.1806992	1549	3.1900514	1582	3.1992065
1517	3.1809856	1550	3.1903317	1583	3.1994809
1518	3.1812718	1551	3.1906118	1584	3.1997552
1519	3.1815578	1552	3.1908917	1585	3.2000293
1520	3.1818436	1553	3.1911714	1586	3.2003032
1521	3.1821292	1554	3.1914510	1587	3.2005769
1522	3.1824146	1555	3.1917304	1588	3.2008505
1523	3.1826999	1556	3.1920096	1589	3.2011239
1524	3.1829850	1557	3.1922886	1590	3.2013971
1525	3.1832698	1558	3.1925674	1591	3.2016702
1526	3.1835545	1559	3.1928461	1592	3.2019431
1527	3.1838390	1560	3.1931246	1593	3.2022158
1528	3.1841233	1561	3.1934029	1594	3.2024883
1529	3.1844075	1562	3.1936810	1595	3.2027607
1530	3.1846914	1563	3.1939590	1596	3.2030329
1531	3.1849752	1564	3.1942367	1597	3.2033049
1532	3.1852588	1565	3.1945143	1598	3.2035768
1533	3.1855421	1566	3.1947917	1599	3.2038485
1534	3.1858253	1567	3.1950690	1600	3.2041200

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
1601	3.2043913	1634	3.2132521	1667	3.2219356
1602	3.2046625	1635	3.2135178	1668	3.2221960
1603	3.2049335	1636	3.2137833	1669	3.2224563
1604	3.2052044	1637	3.2140487	1670	3.2227165
1605	3.2054750	1638	3.2143139	1671	3.2229764
1606	3.2057455	1639	3.2145789	1672	3.2232363
1607	3.2060159	1640	3.2148438	1673	3.2234959
1608	3.2062860	1641	3.2151086	1674	3.2237555
1609	3.2065560	1642	3.2153732	1675	3.2240148
1610	3.2068259	1643	3.2156376	1676	3.2242740
1611	3.2070955	1644	3.2159018	1677	3.2245331
1612	3.2073650	1645	3.2161659	1678	3.2247920
1613	3.2076344	1646	3.2164298	1679	3.2250507
1614	3.2079035	1647	3.2166936	1680	3.2253093
1615	3.2081725	1648	3.2169572	1681	3.2255677
1616	3.2084414	1649	3.2172206	1682	3.2258260
1617	3.2087100	1650	3.2174839	1683	3.2260841
1618	3.2089785	1651	3.2177471	1684	3.2263421
1619	3.2092468	1652	3.2180100	1685	3.2265999
1620	3.2095150	1653	3.2182728	1686	3.2268576
1621	3.2097830	1654	3.2185355	1687	3.2271151
1622	3.2100508	1655	3.2187980	1688	3.2273724
1623	3.2103185	1656	3.2190603	1689	3.2276296
1624	3.2105860	1657	3.2193225	1690	3.2278867
1625	3.2108534	1658	3.2195845	1691	3.2281436
1626	3.2111205	1659	3.2198464	1692	3.2284004
1627	3.2113876	1660	3.2201081	1693	3.2286570
1628	3.2116544	1661	3.2203696	1694	3.2289134
1629	3.2119211	1662	3.2206310	1695	3.2291697
1630	3.2121876	1663	3.2208922	1696	3.2294258
1631	3.2124540	1664	3.2211533	1697	3.2296818
1632	3.2127201	1665	3.2214143	1698	3.2299377
1633	3.2129862	1666	3.2216750	1699	3.2301934
1634	3.2132521	1667	3.2219356	1700	3.2304489

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
1701	3.2307043	1734	3.2390491	1767	3.2472365
1702	3.2309596	1735	3.2392995	1768	3.2474823
1703	3.2312146	1736	3.2395497	1769	3.2477278
1704	3.2314696	1737	3.2397998	1770	3.2479733
1705	3.2317244	1738	3.2400498	1771	3.2482186
1706	3.2319790	1739	3.2402996	1772	3.2484637
1707	3.2322335	1740	3.2405492	1773	3.2487087
1708	3.2324879	1741	3.2407988	1774	3.2489536
1709	3.2327421	1742	3.2410481	1775	3.2491984
1710	3.2329961	1743	3.2412974	1776	3.2494430
1711	3.2332500	1744	3.2415465	1777	3.2496874
1712	3.2335038	1745	3.2417954	1778	3.2499318
1713	3.2337574	1746	3.2420442	1779	3.2501759
1714	3.2340108	1747	3.2422929	1780	3.2504200
1715	3.2342641	1748	3.2425414	1781	3.2506639
1716	3.2345173	1749	3.2427898	1782	3.2509077
1717	3.2347703	1750	3.2430380	1783	3.2511513
1718	3.2350232	1751	3.2432861	1784	3.2513948
1719	3.2352759	1752	3.2435341	1785	3.2516382
1720	3.2355284	1753	3.2437819	1786	3.2518815
1721	3.2357809	1754	3.2440296	1787	3.2521246
1722	3.2360331	1755	3.2442771	1788	3.2523675
1723	3.2362853	1756	3.2445245	1789	3.2526103
1724	3.2365373	1757	3.2447718	1790	3.2528530
1725	3.2367891	1758	3.2450189	1791	3.2530956
1726	3.2370408	1759	3.2452658	1792	3.2533380
1727	3.2372923	1760	3.2455127	1793	3.2535803
1728	3.2375437	1761	3.2457594	1794	3.2538224
1729	3.2377950	1762	3.2460059	1795	3.2540645
1730	3.2380461	1763	3.2462523	1796	3.2543063
1731	3.2382971	1764	3.2464986	1797	3.2545481
1732	3.2385479	1765	3.2467447	1798	3.2547897
1733	3.2387986	1766	3.2469907	1799	3.2550312
1734	3.2390491	1767	3.2472365	1800	3.2552725

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
1801	3.2555137	1834	3.2633993	1867	3.2711443
1802	3.2557548	1835	3.2636361	1868	3.2713769
1803	3.2559957	1836	3.2638727	1869	3.2716093
1804	3.2562365	1837	3.2641092	1870	3.2718416
1805	3.2564772	1838	3.2643455	1871	3.2720738
1806	3.2567177	1839	3.2645817	1872	3.2723058
1807	3.2569582	1840	3.2648178	1873	3.2725378
1808	3.2571984	1841	3.2650538	1874	3.2727696
1809	3.2574386	1842	3.2652896	1875	3.2730013
1810	3.2576786	1843	3.2655253	1876	3.2732328
1811	3.2579184	1844	3.2657609	1877	3.2734643
1812	3.2581582	1845	3.2659964	1878	3.2736956
1813	3.2583978	1846	3.2662317	1879	3.2739268
1814	3.2586373	1847	3.2664669	1880	3.2741578
1815	3.2588766	1848	3.2667020	1881	3.2743888
1816	3.2591158	1849	3.2669369	1882	3.2746196
1817	3.2593549	1850	3.2671717	1883	3.2748503
1818	3.2595939	1851	3.2674064	1884	3.2750809
1819	3.2598327	1852	3.2676410	1885	3.2753113
1820	3.2600714	1853	3.2678754	1886	3.2755417
1821	3.2603099	1854	3.2681097	1887	3.2757719
1822	3.2605484	1855	3.2683439	1888	3.2760020
1823	3.2607867	1856	3.2685780	1889	3.2762320
1824	3.2610248	1857	3.2688119	1890	3.2764618
1825	3.2612629	1858	3.2690457	1891	3.2766915
1826	3.2615008	1859	3.2692794	1892	3.2769211
1827	3.2617385	1860	3.2695129	1893	3.2771506
1828	3.2619762	1861	3.2697464	1894	3.2773800
1829	3.2622137	1862	3.2699797	1895	3.2776092
1830	3.2624511	1863	3.2702128	1896	3.2778383
1831	3.2626883	1864	3.2704459	1897	3.2780673
1832	3.2629255	1865	3.2706788	1898	3.2782962
1833	3.2631625	1866	3.2709116	1899	3.2785250
1834	3.2633993	1867	3.2711443	1900	3.2787536
				Bb ij	1900

<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>	
1901	3.2789821	1934	3.2864565	1967	3.2938044
1902	3.2792105	1935	3.2866810	1968	3.2940251
1903	3.2794388	1936	3.2869054	1969	3.2942457
1904	3.2796669	1937	3.2871296	1970	3.2944662
1905	3.2798950	1938	3.2873538	1971	3.2946866
1906	3.2801229	1939	3.2875778	1972	3.2949069
1907	3.2803507	1940	3.2878017	1973	3.2951271
1908	3.2805784	1941	3.2880255	1974	3.2953471
1909	3.2808059	1942	3.2882492	1975	3.2955671
1910	3.2810334	1943	3.2884728	1976	3.2957869
1911	3.2812607	1944	3.2886963	1977	3.2960067
1912	3.2814879	1945	3.2889196	1978	3.2962263
1913	3.2817150	1946	3.2891428	1979	3.2964458
1914	3.2819419	1947	3.2893659	1980	3.2966652
1915	3.2821688	1948	3.2895889	1981	3.2968845
1916	3.2823955	1949	3.2898118	1982	3.2971036
1917	3.2826221	1950	3.2900346	1983	3.2973227
1918	3.2828486	1951	3.2902573	1984	3.2975417
1919	3.2830750	1952	3.2904798	1985	3.2977605
1920	3.2833012	1953	3.2907022	1986	3.2979792
1921	3.2835274	1954	3.2909246	1987	3.2981979
1922	3.2837534	1955	3.2911468	1988	3.2984164
1923	3.2839793	1956	3.2913688	1989	3.2986348
1924	3.2842051	1957	3.2915908	1990	3.2988531
1925	3.2844307	1958	3.2918127	1991	3.2990713
1926	3.2846563	1959	3.2920344	1992	3.2992893
1927	3.2848817	1960	3.2922561	1993	3.2995073
1928	3.2851070	1961	3.2924776	1994	3.2997251
1929	3.2853322	1962	3.2926990	1995	3.2999429
1930	3.2855573	1963	3.2929203	1996	3.3001605
1931	3.2857823	1964	3.2931415	1997	3.3003781
1932	3.2860071	1965	3.2933626	1998	3.3005955
1933	3.2862318	1966	3.2935835	1999	3.3008128
1934	3.2864565	1967	3.2938044	2000	2.3010300

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2001	3.3012471	2034	3.3083509	2067	3.3153405
2002	3.3014641	2035	3.3085644	2068	3.3155505
2003	3.3016809	2036	3.3087778	2069	3.3157605
2004	3.3018977	2037	3.3089910	2070	3.3159705
2005	3.3021144	2038	3.3092042	2071	3.3161801
2006	3.3023309	2039	3.3094172	2072	3.3163897
2007	3.3025474	2040	3.3096302	2073	3.3165993
2008	3.3027637	2041	3.3098430	2074	3.3168087
2009	3.3029799	2042	3.3100557	2075	3.3170181
2010	3.3031961	2043	3.3102684	2076	3.3172273
2011	3.3034121	2044	3.3104809	2077	3.3174365
2012	3.3036280	2045	3.3106933	2078	3.3176455
2013	3.3038438	2046	3.3109056	2079	3.3178545
2014	3.3040595	2047	3.3111178	2080	3.3180633
2015	3.3042751	2048	3.3113299	2081	3.3182721
2016	3.3044905	2049	3.3115420	2082	3.3184807
2017	3.3047059	2050	3.3117539	2083	3.3186893
2018	3.3049212	2051	3.3119657	2084	3.3188977
2019	3.3051363	2052	3.3121774	2085	3.3191061
2020	3.3053514	2053	3.3123889	2086	3.3193143
2021	3.3055663	2054	3.3126004	2087	3.3195224
2022	3.3057812	2055	3.3128118	2088	3.3197305
2023	3.3059959	2056	3.3130231	2089	3.3199384
2024	3.3062105	2057	3.3132343	2090	3.3201463
2025	3.3064250	2058	3.3134454	2091	3.3203540
2026	3.3066394	2059	3.3136563	2092	3.3205617
2027	3.3068537	2060	3.3138672	2093	3.3207692
2028	3.3070679	2061	3.3140780	2094	3.3209767
2029	3.3072820	2062	3.3142887	2095	3.3211840
2030	3.3074960	2063	3.3144992	2096	3.3213913
2031	3.3077099	2064	3.3147097	2097	3.3215984
2032	3.3079237	2065	3.3149200	2098	3.3218055
2033	3.3081374	2066	3.3151303	2099	3.3220124
2034	3.3083509	2067	3.3153405	2100	3.3222193
				Bb iij	2100

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2101	3.3224260	2134	3.3291944	2167	3.3358589
2102	3.3226327	2135	3.3293979	2168	3.3360593
2103	3.3228393	2136	3.3296012	2169	3.3362596
2104	3.3230457	2137	3.3298045	2170	3.3364597
2105	3.3232521	2138	3.3300077	2171	3.3366598
2106	3.3234584	2139	3.3302108	2172	3.3368598
2107	3.3236645	2140	3.3304138	2173	3.3370597
2108	3.3238706	2141	3.3306167	2174	3.3372595
2109	3.3240766	2142	3.3308195	2175	3.3374593
2110	3.3242825	2143	3.3310222	2176	3.3376589
2111	3.3244882	2144	3.3312248	2177	3.3378584
2112	3.3246939	2145	3.3314273	2178	3.3380579
2113	3.3248995	2146	3.3316297	2179	3.3382572
2114	3.3251050	2147	3.3318320	2180	3.3384565
2115	3.3253104	2148	3.3320343	2181	3.3386557
2116	3.3255157	2149	3.3322364	2182	3.3388547
2117	3.3257209	2150	3.3324385	2183	3.3390537
2118	3.3259260	2151	3.3326404	2184	3.3392526
2119	3.3261310	2152	3.3328423	2185	3.3394514
2120	3.3263359	2153	3.3330440	2186	3.3396501
2121	3.3265407	2154	3.3332457	2187	3.3398488
2122	3.3267454	2155	3.3334473	2188	3.3400473
2123	3.3269500	2156	3.3336488	2189	3.3402458
2124	3.3271545	2157	3.3338501	2190	3.3404441
2125	3.3273589	2158	3.3340514	2191	3.3406424
2126	3.3275633	2159	3.3342526	2192	3.3408405
2127	3.3277675	2160	3.3344537	2193	3.3410386
2128	3.3279716	2161	3.3346548	2194	3.3412366
2129	3.3281757	2162	3.3348557	2195	3.3414345
2130	3.3283796	2163	3.3350565	2196	3.3416323
2131	3.3285834	2164	3.3352572	2197	3.3418301
2132	3.3287872	2165	3.3354579	2198	3.3420277
2133	3.3289909	2166	3.3356585	2199	3.3422252
2134	3.3291944	2167	3.3358589	2200	3.3424227



N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
1201	3.3426200	2234	3.3490832	2267	3.3554515
1202	3.3428173	2235	3.3492775	2268	3.3556430
1203	3.3430145	2236	3.3494718	2269	3.3558345
1204	3.3432116	2237	3.3496660	2270	3.3560259
1205	3.3434086	2238	3.3498601	2271	3.3562171
1206	3.3436055	2239	3.3500541	2272	3.3564083
1207	3.3438023	2240	3.3502480	2273	3.3565994
1208	3.3439991	2241	3.3504419	2274	3.3567905
1209	3.3441957	2242	3.3506356	2275	3.3569814
1210	3.3443923	2243	3.3508293	2276	3.3571723
1211	3.3445887	2244	3.3510228	2277	3.3573630
1212	3.3447851	2245	3.3512163	2278	3.3575537
1213	3.3449814	2246	3.3514098	2279	3.3577443
1214	3.3451776	2247	3.3516031	2280	3.3579348
1215	3.3453737	2248	3.3517963	2281	3.3581253
1216	3.3455698	2249	3.3519895	2282	3.3583156
1217	3.3457657	2250	3.3521825	2283	3.3585059
1218	3.3459615	2251	3.3523755	2284	3.3586961
1219	3.3461573	2252	3.3525684	2285	3.3588862
1220	3.3463530	2253	3.3527612	2286	3.3590762
1221	3.3465486	2254	3.3529539	2287	3.3592662
1222	3.3467441	2255	3.3531465	2288	3.3594560
1223	3.3469395	2256	3.3533391	2289	3.3596458
1224	3.3471348	2257	3.3535316	2290	3.3598355
1225	3.3473300	2258	3.3537239	2291	3.3600251
1226	3.3475252	2259	3.3539162	2292	3.3602146
1227	3.3477202	2260	3.3541084	2293	3.3604041
1228	3.3479152	2261	3.3543006	2294	3.3605934
1229	3.3481101	2262	3.3544926	2295	3.3607827
1230	3.3483049	2263	3.3546846	2296	3.3609719
1231	3.3484996	2264	3.3548764	2297	3.3611610
1232	3.3486942	2265	3.3550682	2298	3.3613500
1233	3.3488887	2266	3.3552599	2299	3.3615390
1234	3.3490832	2267	3.3554515	2300	3.3617278
					2300

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2301	3.3619166	2334	3.3681008	2367	3.3741983
2302	3.3621053	2335	3.3682869	2368	3.3743817
2303	3.3622939	2336	3.3684728	2369	3.3745651
2304	3.3624825	2337	3.3686587	2370	3.3747483
2305	3.3626709	2338	3.3688445	2371	3.3749316
2306	3.3628593	2339	3.3690302	2372	3.3751147
2307	3.3630476	2340	3.3692159	2373	3.3752977
2308	3.3632358	2341	3.3694014	2374	3.3754807
2309	3.3634239	2342	3.3695869	2375	3.3756636
2310	3.3636120	2343	3.3697723	2376	3.3758464
2311	3.3637999	2344	3.3699576	2377	3.3760292
2312	3.3639878	2345	3.3701428	2378	3.3762118
2313	3.3641756	2346	3.3703280	2379	3.3763944
2314	3.3643633	2347	3.3705131	2380	3.3765769
2315	3.3645510	2348	3.3706981	2381	3.3767594
2316	3.3647386	2349	3.3708830	2382	3.3769418
2317	3.3649260	2350	3.3710679	2383	3.3771240
2318	3.3651134	2351	3.3712526	2384	3.3773062
2319	3.3653007	2352	3.3714373	2385	3.3774884
2320	3.3654880	2353	3.3716219	2386	3.3776704
2321	3.3656751	2354	3.3718065	2387	3.3778524
2322	3.3658622	2355	3.3719909	2388	3.3780343
2323	3.3660492	2356	3.3721753	2389	3.3782161
2324	3.3662361	2357	3.3723596	2390	3.3783979
2325	3.3664230	2358	3.3725438	2391	3.3785796
2326	3.3666097	2359	3.3727279	2392	3.3787612
2327	3.3667964	2360	3.3729120	2393	3.3789427
2328	3.3669830	2361	3.3730960	2394	3.3791241
2329	3.3671695	2362	3.3732799	2395	3.3793055
2330	3.3673559	2363	3.3734637	2396	3.3794868
2331	3.3675423	2364	3.3736475	2397	3.3796680
2332	3.3677285	2365	3.3738311	2398	3.3798492
2333	3.3679147	2366	3.3740147	2399	3.3800302
2334	3.3681008	2367	3.3741983	2400	3.3802112

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
2401	3.3803922	2434	3.3863206	2467	3.3921691
2402	3.3805730	2435	3.3864990	2468	3.3923452
2403	3.3807538	2436	3.3866773	2469	3.3925211
2404	3.3809345	2437	3.3868555	2470	3.3926969
2405	3.3811151	2438	3.3870337	2471	3.3928727
2406	3.3812956	2439	3.3872118	2472	3.3930485
2407	3.3814761	2440	3.3873898	2473	3.3932241
2408	3.3816565	2441	3.3875678	2474	3.3933997
2409	3.3818368	2442	3.3877457	2475	3.3935752
2410	3.3820170	2443	3.3879235	2476	3.3937506
2411	3.3821972	2444	3.3881012	2477	3.3939260
2412	3.3823773	2445	3.3882789	2478	3.3941013
2413	3.3825573	2446	3.3884565	2479	3.3942765
2414	3.3827373	2447	3.3886340	2480	3.3944517
2415	3.3829171	2448	3.3888114	2481	3.3946268
2416	3.3830969	2449	3.3889888	2482	3.3948018
2417	3.3832766	2450	3.3891661	2483	3.3949767
2418	3.3834563	2451	3.3893433	2484	3.3951516
2419	3.3836359	2452	3.3895205	2485	3.3953264
2420	3.3838154	2453	3.3896975	2486	3.3955011
2421	3.3839948	2454	3.3898746	2487	3.3956758
2422	3.3841741	2455	3.3900515	2488	3.3958504
2423	3.3843534	2456	3.3902284	2489	3.3960249
2424	3.3845326	2457	3.3904052	2490	3.3961993
2425	3.3847117	2458	3.3905819	2491	3.3963737
2426	3.3848908	2459	3.3907585	2492	3.3965480
2427	3.3850698	2460	3.3909351	2493	3.3967223
2428	3.3852487	2461	3.3911116	2494	3.3968964
2429	3.3854275	2462	3.3912880	2495	3.3970705
2430	3.3856063	2463	3.3914644	2496	3.3972446
2431	3.3857850	2464	3.3916407	2497	3.3974185
2432	3.3859636	2465	3.3918169	2498	3.3975924
2433	3.3861421	2466	3.3919931	2499	3.3977662
2434	3.3863206	2467	3.3921691	2500	3.3979400

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2501	3.3981137	2534	3.4038066	2567	3.4094259
2502	3.3982873	2535	3.4039780	2568	3.4095950
2503	3.3984608	2536	3.4041492	2569	3.4097641
2504	3.3986343	2537	3.4043205	2570	3.4099331
2505	3.3988077	2538	3.4044916	2571	3.4101021
2506	3.3989811	2539	3.4046627	2572	3.4102710
2507	3.3991543	2540	3.4048337	2573	3.4104398
2508	3.3993275	2541	3.4050047	2574	3.4106085
2509	3.3995007	2542	3.4051755	2575	3.4107772
2510	3.3996737	2543	3.4053464	2576	3.4109459
2511	3.3998467	2544	3.4055171	2577	3.4111144
2512	3.4000196	2545	3.4056878	2578	3.4112829
2513	3.4001925	2546	3.4058584	2579	3.4114513
2514	3.4003653	2547	3.4060289	2580	3.4116197
2515	3.4005380	2548	3.4061994	2581	3.4117880
2516	3.4007106	2549	3.4063698	2582	3.4119562
2517	3.4008832	2550	3.4065402	2583	3.4121244
2518	3.4010557	2551	3.4067105	2584	3.4122925
2519	3.4012282	2552	3.4068807	2585	3.4124605
2520	3.4014005	2553	3.4070508	2586	3.4126285
2521	3.4015728	2554	3.4072209	2587	3.4127964
2522	3.4017451	2555	3.4073909	2588	3.4129643
2523	3.4019173	2556	3.4075608	2589	3.4131320
2524	3.4020893	2557	3.4077307	2590	3.4132998
2525	3.4022614	2558	3.4079005	2591	3.4134674
2526	3.4024333	2559	3.4080703	2592	3.4136350
2527	3.4026052	2560	3.4082400	2593	3.4138025
2528	3.4027771	2561	3.4084096	2594	3.4139700
2529	3.4029488	2562	3.4085791	2595	3.4141374
2530	3.4031205	2563	3.4087486	2596	3.4143047
2531	3.4032921	2564	3.4089180	2597	3.4144719
2532	3.4034637	2565	3.4090874	2598	3.4146391
2533	3.4036352	2566	3.4092567	2599	3.4148063
2534	3.4038066	2567	3.4094259	2600	3.4149733

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2601	3.4151404	2634	3.4206158	2667	3.4260230
2602	3.4153073	2635	3.4207806	2668	3.4262858
2603	3.4154742	2636	3.4209454	2669	3.4265486
2604	3.4156410	2637	3.4211101	2670	3.4268113
2605	3.4158077	2638	3.4212748	2671	3.4270739
2606	3.4159744	2639	3.4214394	2672	3.4273365
2607	3.4161410	2640	3.4216039	2673	3.4275990
2608	3.4163076	2641	3.4217684	2674	3.4278614
2609	3.4164741	2642	3.4219328	2675	3.4281238
2610	3.4166405	2643	3.4220972	2676	3.4283861
2611	3.4168069	2644	3.4222614	2677	3.4286484
2612	3.4169732	2645	3.4224257	2678	3.4289106
2613	3.4171394	2646	3.4225898	2679	3.4291727
2614	3.4173056	2647	3.4227539	2680	3.4294348
2615	3.4174717	2648	3.4229180	2681	3.4296968
2616	3.4176377	2649	3.4230820	2682	3.4299588
2617	3.4178037	2650	3.4232459	2683	3.4302207
2618	3.4179696	2651	3.4234097	2684	3.4304825
2619	3.4181355	2652	3.4235735	2685	3.4307443
2620	3.4183013	2653	3.4237372	2686	3.4310060
2621	3.4184670	2654	3.4239009	2687	3.4312677
2622	3.4186327	2655	3.4240645	2688	3.4315293
2623	3.4187983	2656	3.4242281	2689	3.4317908
2624	3.4189638	2657	3.4243916	2690	3.4320523
2625	3.4191293	2658	3.4245550	2691	3.4323137
2626	3.4192947	2659	3.4247183	2692	3.4325751
2627	3.4194601	2660	3.4248816	2693	3.4328364
2628	3.4196254	2661	3.4250449	2694	3.4330976
2629	3.4197906	2662	3.4252080	2695	3.4333588
2630	3.4199557	2663	3.4253712	2696	3.4336199
2631	3.4201208	2664	3.4255342	2697	3.4338809
2632	3.4202859	2665	3.4256972	2698	3.4341419
2633	3.4204509	2666	3.4258601	2699	3.4344029
2634	3.4206158	2667	3.4260230	2700	3.4346638

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
2701	3.4315246	2734	3.4367985	2767	3.4420092
2702	3.4316853	2735	3.4369573	2768	3.4421661
2703	3.4318460	2736	3.4371161	2769	3.4423229
2704	3.4320067	2737	3.4372748	2770	3.4424798
2705	3.4321673	2738	3.4374334	2771	3.4426365
2706	3.4323278	2739	3.4375920	2772	3.4427932
2707	3.4324882	2740	3.4377506	2773	3.4429499
2708	3.4326487	2741	3.4379090	2774	3.4431065
2709	3.4328090	2742	3.4380674	2775	3.4432630
2710	3.4329693	2743	3.4382258	2776	3.4434195
2711	3.4331295	2744	3.4383841	2777	3.4435759
2712	3.4332897	2745	3.4385423	2778	3.4437322
2713	3.4334498	2746	3.4387005	2779	3.4438885
2714	3.4336098	2747	3.4388587	2780	3.4440448
2715	3.4337698	2748	3.4390167	2781	3.4442010
2716	3.4339298	2749	3.4391747	2782	3.4443571
2717	3.4340896	2750	3.4393327	2783	3.4445132
2718	3.4342494	2751	3.4394906	2784	3.4446692
2719	3.4344092	2752	3.4396484	2785	3.4448252
2720	3.4345689	2753	3.4398062	2786	3.4449811
2721	3.4347285	2754	3.4399639	2787	3.4451370
2722	3.4348881	2755	3.4401216	2788	3.4452928
2723	3.4350476	2756	3.4402792	2789	3.4454485
2724	3.4352071	2757	3.4404368	2790	3.4456042
2725	3.4353665	2758	3.4405943	2791	3.4457598
2726	3.4355258	2759	3.4407517	2792	3.4459154
2727	3.4356851	2760	3.4409091	2793	3.4460709
2728	3.4358444	2761	3.4410664	2794	3.4462264
2729	3.4360035	2762	3.4412237	2795	3.4463818
2730	3.4361626	2763	3.4413809	2796	3.4465372
2731	3.4363217	2764	3.4415380	2797	3.4466925
2732	3.4364807	2765	3.4416951	2798	3.4468477
2733	3.4366396	2766	3.4418522	2799	3.4470029
2734	3.4367985	2767	3.4420092	2800	3.4471580

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
2801	3.4473131	2834	3.4523998	2867	3.4574277
2802	3.4474681	2835	3.4525531	2868	3.4575791
2803	3.4476231	2836	3.4527062	2869	3.4577305
2804	3.4477780	2837	3.4528593	2870	3.4578819
2805	3.4479329	2838	3.4530124	2871	3.4580332
2806	3.4480877	2839	3.4531654	2872	3.4581844
2807	3.4482424	2840	3.4533183	2873	3.4583356
2808	3.4483971	2841	3.4534712	2874	3.4584867
2809	3.4485517	2842	3.4536241	2875	3.4586378
2810	3.4487063	2843	3.4537769	2876	3.4587889
2811	3.4488608	2844	3.4539296	2877	3.4589399
2812	3.4490153	2845	3.4540823	2878	3.4590908
2813	3.4491697	2846	3.4542349	2879	3.4592417
2814	3.4493241	2847	3.4543875	2880	3.4593925
2815	3.4494784	2848	3.4545400	2881	3.4595433
2816	3.4496326	2849	3.4546924	2882	3.4596940
2817	3.4497868	2850	3.4548449	2883	3.4598446
2818	3.4499410	2851	3.4549972	2884	3.4599953
2819	3.4500951	2852	3.4551495	2885	3.4601458
2820	3.4502491	2853	3.4553018	2886	3.4602963
2821	3.4504031	2854	3.4554540	2887	3.4604468
2822	3.4505570	2855	3.4556061	2888	3.4605972
2823	3.4507109	2856	3.4557582	2889	3.4607475
2824	3.4508647	2857	3.4559102	2890	3.4608978
2825	3.4510184	2858	3.4560622	2891	3.4610481
2826	3.4511721	2859	3.4562142	2892	3.4611983
2827	3.4513258	2860	3.4563660	2893	3.4613484
2828	3.4514794	2861	3.4565179	2894	3.4614985
2829	3.4516329	2862	3.4566696	2895	3.4616486
2830	3.4517864	2863	3.4568213	2896	3.4617986
2831	3.4519399	2864	3.4569730	2897	3.4619485
2832	3.4520932	2865	3.4571246	2898	3.4620984
2833	3.4522466	2866	3.4572762	2899	3.4622482
2834	3.4523998	2867	3.4574277	2900	3.4623980

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
2901	3.4625477	2934	3.4674601	2967	3.4723175
2902	3.4626974	2935	3.4676081	2968	3.4724639
2903	3.4628470	2936	3.4677560	2969	3.4726102
2904	3.4629966	2937	3.4679039	2970	3.4727564
2905	3.4631461	2938	3.4680518	2971	3.4729027
2906	3.4632956	2939	3.4681996	2972	3.4730488
2907	3.4634450	2940	3.4683473	2973	3.4731949
2908	3.4635944	2941	3.4684950	2974	3.4733410
2909	3.4637437	2942	3.4686427	2975	3.4734870
2910	3.4638930	2943	3.4687903	2976	3.4736329
2911	3.4640422	2944	3.4689378	2977	3.4737788
2912	3.4641914	2945	3.4690853	2978	3.4739247
2913	3.4643405	2946	3.4692327	2979	3.4740705
2914	3.4644895	2947	3.4693801	2980	3.4742163
2915	3.4646386	2948	3.4695275	2981	3.4743620
2916	3.4647875	2949	3.4696748	2982	3.4745076
2917	3.4649364	2950	3.4698220	2983	3.4746533
2918	3.4650853	2951	3.4699692	2984	3.4747988
2919	3.4652341	2952	3.4701163	2985	3.4749443
2920	3.4653828	2953	3.4702634	2986	3.4750898
2921	3.4655316	2954	3.4704105	2987	3.4752352
2922	3.4656802	2955	3.4705575	2988	3.4753806
2923	3.4658288	2956	3.4707044	2989	3.4755259
2924	3.4659774	2957	3.4708513	2990	3.4756712
2925	3.4661259	2958	3.4709982	2991	3.4758164
2926	3.4662743	2959	3.4711450	2992	3.4759616
2927	3.4664227	2960	3.4712917	2993	3.4761067
2928	3.4665711	2961	3.4714384	2994	3.4762518
2929	3.4667194	2962	3.4715851	2995	3.4763968
2930	3.4668676	2963	3.4717317	2996	3.4765418
2931	3.4670158	2964	3.4718782	2997	3.4766867
2932	3.4671640	2965	3.4720247	2998	3.4768316
2933	3.4673121	2966	3.4721711	2999	3.4769765
2934	3.4674601	2967	3.4723175	3000	3.4771212



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
3001	3.4772660	3034	3.4820156	3067	3.4867138
3002	3.4774107	3035	3.4821587	3068	3.4868554
3003	3.4775553	3036	3.4823018	3069	3.4869969
3004	3.4776999	3037	3.4824448	3070	3.4871384
3005	3.4778445	3038	3.4825878	3071	3.4872798
3006	3.4779890	3039	3.4827307	3072	3.4874212
3007	3.4781334	3040	3.4828736	3073	3.4875626
3008	3.4782778	3041	3.4830164	3074	3.4877039
3009	3.4784222	3042	3.4831592	3075	3.4878451
3010	3.4785665	3043	3.4833019	3076	3.4879863
3011	3.4787108	3044	3.4834446	3077	3.4881275
3012	3.4788550	3045	3.4835873	3078	3.4882686
3013	3.4789991	3046	3.4837299	3079	3.4884097
3014	3.4791432	3047	3.4838725	3080	3.4885507
3015	3.4792873	3048	3.4840150	3081	3.4886917
3016	3.4794313	3049	3.4841574	3082	3.4888326
3017	3.4795753	3050	3.4842998	3083	3.4889735
3018	3.4797192	3051	3.4844422	3084	3.4891144
3019	3.4798631	3052	3.4845845	3085	3.4892552
3020	3.4800069	3053	3.4847268	3086	3.4893959
3021	3.4801507	3054	3.4848690	3087	3.4895366
3022	3.4802945	3055	3.4850112	3088	3.4896773
3023	3.4804381	3056	3.4851533	3089	3.4898179
3024	3.4805818	3057	3.4852954	3090	3.4899585
3025	3.4807254	3058	3.4854375	3091	3.4900990
3026	3.4808689	3059	3.4855795	3092	3.4902395
3027	3.4810124	3060	3.4857214	3093	3.4903799
3028	3.4811559	3061	3.4858633	3094	3.4905203
3029	3.4812993	3062	3.4860052	3095	3.4906607
3030	3.4814426	3063	3.4861470	3096	3.4908009
3031	3.4815859	3064	3.4862888	3097	3.4909412
3032	3.4817292	3065	3.4864305	3098	3.4910814
3033	3.4818724	3066	3.4865721	3099	3.4912216
3034	3.4820156	3067	3.4867138	3100	3.4913617

<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>	
3101	3.4915018	3134	3.4960990	3167	3.5006481
3102	3.4916418	3135	3.4962375	3168	3.5007851
3103	3.4917818	3136	3.4963761	3169	3.5009222
3104	3.4919217	3137	3.4965145	3170	3.5010593
3105	3.4920616	3138	3.4966529	3171	3.5011962
3106	3.4922014	3139	3.4967913	3172	3.5013332
3107	3.4923413	3140	3.4969296	3173	3.5014701
3108	3.4924810	3141	3.4970679	3174	3.5016069
3109	3.4926207	3142	3.4972062	3175	3.5017437
3110	3.4927604	3143	3.4973444	3176	3.5018805
3111	3.4929000	3144	3.4974825	3177	3.5020172
3112	3.4930396	3145	3.4976206	3178	3.5021539
3113	3.4931791	3146	3.4977587	3179	3.5022905
3114	3.4933186	3147	3.4978967	3180	3.5024271
3115	3.4934580	3148	3.4980347	3181	3.5025637
3116	3.4935974	3149	3.4981727	3182	3.5027002
3117	3.4937368	3150	3.4983106	3183	3.5028366
3118	3.4938761	3151	3.4984484	3184	3.5029731
3119	3.4940154	3152	3.4985862	3185	3.5031094
3120	3.4941546	3153	3.4987240	3186	3.5032458
3121	3.4942938	3154	3.4988617	3187	3.5033821
3122	3.4944329	3155	3.4989994	3188	3.5035183
3123	3.4945720	3156	3.4991370	3189	3.5036545
3124	3.4947110	3157	3.4992746	3190	3.5037907
3125	3.4948500	3158	3.4994121	3191	3.5039268
3126	3.4949890	3159	3.4995496	3192	3.5040629
3127	3.4951279	3160	3.4996871	3193	3.5041989
3128	3.4952667	3161	3.4998245	3194	3.5043349
3129	3.4954056	3162	3.4999619	3195	3.5044709
3130	3.4955443	3163	3.5000992	3196	3.5046068
3131	3.4956831	3164	3.5002365	3197	3.5047426
3132	3.4958218	3165	3.5003737	3198	3.5048785
3133	3.4959604	3166	3.5005109	3199	3.5050142
3134	3.4960990	3167	3.5006481	3200	3.5051500

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
3201	3.5052857	3234	3.5097400	3267	3.5141491
3202	3.5054213	3235	3.5098743	3268	3.5142820
3203	3.5055569	3236	3.5100085	3269	3.5144149
3204	3.5056925	3237	3.5101427	3270	3.5145478
3205	3.5058280	3238	3.5102768	3271	3.5146805
3206	3.5059635	3239	3.5104109	3272	3.5148133
3207	3.5060990	3240	3.5105450	3273	3.5149460
3208	3.5062344	3241	3.5106790	3274	3.5150787
3209	3.5063697	3242	3.5108130	3275	3.5152113
3210	3.5065050	3243	3.5109469	3276	3.5153439
3211	3.5066403	3244	3.5110808	3277	3.5154764
3212	3.5067755	3245	3.5112147	3278	3.5156089
3213	3.5069107	3246	3.5113485	3279	3.5157414
3214	3.5070459	3247	3.5114823	3280	3.5158738
3215	3.5071810	3248	3.5116160	3281	3.5160062
3216	3.5073160	3249	3.5117497	3282	3.5161386
3217	3.5074511	3250	3.5118834	3283	3.5162709
3218	3.5075860	3251	3.5120170	3284	3.5164031
3219	3.5077210	3252	3.5121505	3285	3.5165354
3220	3.5078559	3253	3.5122841	3286	3.5166676
3221	3.5079907	3254	3.5124175	3287	3.5167997
3222	3.5081255	3255	3.5125510	3288	3.5169318
3223	3.5082603	3256	3.5126844	3289	3.5170639
3224	3.5083950	3257	3.5128178	3290	3.5171959
3225	3.5085297	3258	3.5129511	3291	3.5173279
3226	3.5086644	3259	3.5130844	3292	3.5174598
3227	3.5087990	3260	3.5132176	3293	3.5175917
3228	3.5089335	3261	3.5133508	3294	3.5177236
3229	3.5090680	3262	3.5134840	3295	3.5178554
3230	3.5092025	3263	3.5136171	3296	3.5179872
3231	3.5093370	3264	3.5137501	3297	3.5181189
3232	3.5094713	3265	3.5138832	3298	3.5182506
3233	3.5096057	3266	3.5140162	3299	3.5183823
3234	3.5097400	3267	3.5141491	3300	3.5185139

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
3301	3.5186455	3334	3.5229656	3367	3.5272431
3302	3.5187771	3335	3.5230958	3368	3.5273721
3303	3.5189086	3336	3.5232260	3369	3.5275010
3304	3.5190400	3337	3.5233562	3370	3.5276299
3305	3.5191715	3338	3.5234863	3371	3.5277588
3306	3.5193028	3339	3.5236164	3372	3.5278876
3307	3.5194342	3340	3.5237465	3373	3.5280163
3308	3.5195655	3341	3.5238765	3374	3.5281451
3309	3.5196968	3342	3.5240064	3375	3.5282738
3310	3.5198280	3343	3.5241364	3376	3.5284024
3311	3.5199592	3344	3.5242663	3377	3.5285311
3312	3.5200903	3345	3.5243961	3378	3.5286596
3313	3.5202214	3346	3.5245259	3379	3.5287882
3314	3.5203525	3347	3.5246557	3380	3.5289167
3315	3.5204835	3348	3.5247854	3381	3.5290452
3316	3.5206145	3349	3.5249151	3382	3.5291736
3317	3.5207455	3350	3.5250448	3383	3.5293020
3318	3.5208764	3351	3.5251744	3384	3.5294303
3319	3.5210073	3352	3.5253040	3385	3.5295587
3320	3.5211381	3353	3.5254335	3386	3.5296869
3321	3.5212689	3354	3.5255631	3387	3.5298152
3322	3.5213996	3355	3.5256925	3388	3.5299434
3323	3.5215303	3356	3.5258219	3389	3.5300716
3324	3.5216610	3357	3.5259513	3390	3.5301997
3325	3.5217916	3358	3.5260807	3391	3.5303278
3326	3.5219222	3359	3.5262100	3392	3.5304558
3327	3.5220528	3360	3.5263393	3393	3.5305839
3328	3.5221833	3361	3.5264685	3394	3.5307118
3329	3.5223138	3362	3.5265977	3395	3.5308398
3330	3.5224442	3363	3.5267269	3396	3.5309677
3331	3.5225746	3364	3.5268560	3397	3.5310955
3332	3.5227050	3365	3.5269851	3398	3.5312234
3333	3.5228353	3366	3.5271141	3399	3.5313512
3334	3.5229656	3367	3.5272431	3400	3.5314789

<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>	
3401	3.5316066	3434	3.5358003	3467	3.5399538
402	3.5317343	3435	3.5359267	3468	3.5400791
403	3.5318619	3436	3.5360532	3469	3.5402043
3404	3.5319895	3437	3.5361795	3470	3.5403295
3405	3.5321171	3438	3.5363059	3471	3.5404546
3406	3.5322446	3439	3.5364322	3472	3.5405797
3407	3.5323721	3440	3.5365584	3473	3.5407048
3408	3.5324996	3441	3.5366847	3474	3.5408298
3409	3.5326270	3442	3.5368109	3475	3.5409548
3410	3.5327544	3443	3.5369370	3476	3.5410798
3411	3.5328817	3444	3.5370631	3477	3.5412047
3412	3.5330090	3445	3.5371892	3478	3.5413296
3413	3.5331363	3446	3.5373153	3479	3.5414544
3414	3.5332635	3447	3.5374413	3480	3.5415792
3415	3.5333907	3448	3.5375672	3481	3.5417040
3416	3.5335179	3449	3.5376932	3482	3.5418288
3417	3.5336450	3450	3.5378191	3483	3.5419535
3418	3.5337721	3451	3.5379450	3484	3.5420781
3419	3.5338991	3452	3.5380708	3485	3.5422028
3420	3.5340261	3453	3.5381966	3486	3.5423274
3421	3.5341531	3454	3.5383223	3487	3.5424519
3422	3.5342800	3455	3.5384481	3488	3.5425765
3423	3.5344069	3456	3.5385737	3489	3.5427010
3424	3.5345338	3457	3.5386994	3490	3.5428254
3425	3.5346606	3458	3.5388250	3491	3.5429498
3426	3.5347874	3459	3.5389506	3492	3.5430742
3427	3.5349141	3460	3.5390761	3493	3.5431986
3428	3.5350408	3461	3.5392016	3494	3.5433229
3429	3.5351675	3462	3.5393271	3495	3.5434472
3430	3.5352941	3463	3.5394525	3496	3.5435714
3431	3.5354207	3464	3.5395779	3497	3.5436956
3432	3.5355473	3465	3.5397032	3498	3.5438198
3433	3.5356738	3466	3.5398286	3499	3.5439439
3434	3.5358003	3467	3.5399538	3500	3.5440680

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
3501	3.5441921	3534	3.5482665	3567	3.5523031
3502	3.5443161	3535	3.5483894	3568	3.5524248
3503	3.5444401	3536	3.5485123	3569	3.5525465
3504	3.5445641	3537	3.5486351	3570	3.5526682
3505	3.5446880	3538	3.5487578	3571	3.5527898
3506	3.5448119	3539	3.5488806	3572	3.5529114
3507	3.5449358	3540	3.5490033	3573	3.5530330
3508	3.5450596	3541	3.5491259	3574	3.5531545
3509	3.5451834	3542	3.5492486	3575	3.5532760
3510	3.5453071	3543	3.5493712	3576	3.5533975
3511	3.5454308	3544	3.5494937	3577	3.5535189
3512	3.5455545	3545	3.5496162	3578	3.5536403
3513	3.5456781	3546	3.5497387	3579	3.5537617
3514	3.5458018	3547	3.5498612	3580	3.5538830
3515	3.5459253	3548	3.5499836	3581	3.5540043
3516	3.5460489	3549	3.5501060	3582	3.5541256
3517	3.5461724	3550	3.5502283	3583	3.5542468
3518	3.5462958	3551	3.5503507	3584	3.5543680
3519	3.5464193	3552	3.5504730	3585	3.5544892
3520	3.5465427	3553	3.5505952	3586	3.5546103
3521	3.5466660	3554	3.5507174	3587	3.5547314
3522	3.5467894	3555	3.5508396	3588	3.5548524
3523	3.5469126	3556	3.5509618	3589	3.5549735
3524	3.5470359	3557	3.5510839	3590	3.5550944
3525	3.5471591	3558	3.5512059	3591	3.5552154
3526	3.5472823	3559	3.5513280	3592	3.5553363
3527	3.5474055	3560	3.5514500	3593	3.5554572
3528	3.5475286	3561	3.5515720	3594	3.5555781
3529	3.5476517	3562	3.5516939	3595	3.5556989
3530	3.5477747	3563	3.5518158	3596	3.5558197
3531	3.5478977	3564	3.5519377	3597	3.5559404
3532	3.5480207	3565	3.5520595	3598	3.5560612
3533	3.5481436	3566	3.5521813	3599	3.5561818
3534	3.5482665	3567	3.5523031	3600	3.5563025

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
3601	3.5564231	3634	3.5603849	3667	3.5643109
3602	3.5565437	3635	3.5605044	3668	3.5644293
3603	3.5566643	3636	3.5606239	3669	3.5645477
3604	3.5567848	3637	3.5607433	3670	3.5646661
3605	3.5569053	3638	3.5608627	3671	3.5647844
3606	3.5570257	3639	3.5609820	3672	3.5649027
3607	3.5571461	3640	3.6611014	3673	3.5650209
3608	3.5572665	3641	3.5612207	3674	3.5651392
3609	3.5573869	3642	3.5613399	3675	3.5652573
3610	3.5575072	3643	3.5614592	3676	3.5653755
3611	3.5576275	3644	3.5615784	3677	3.5654936
3612	3.5577477	3645	3.5616975	3678	3.5656117
3613	3.5578680	3646	3.5618167	3679	3.5657298
3614	3.5579881	3647	3.5619358	3680	3.5658478
3615	3.5581083	3648	3.5620548	3681	3.5659658
3616	3.5582284	3649	3.5621739	3682	3.5660838
3617	3.5583485	3650	3.5622929	3683	3.5662017
3618	3.5584686	3651	3.5624118	3684	3.5663196
3619	3.5585886	3652	3.5625308	3685	3.5664375
3620	3.5587086	3653	3.5626497	3686	3.5665553
3621	3.5588285	3654	3.5627685	3687	3.5666731
3622	3.5589484	3655	3.5628874	3688	3.5667909
3623	3.5590683	3656	3.5630062	3689	3.5669087
3624	3.5591882	3657	3.5631250	3690	3.5670264
3625	3.5593080	3658	3.5632437	3691	3.5671440
3626	3.5594278	3659	3.5633624	3692	3.5672617
3627	3.5595476	3660	3.5634811	3693	3.5673793
3628	3.5596673	3661	3.5635997	3694	3.5674969
3629	3.5597870	3662	3.5637183	3695	3.5676144
3630	3.5599066	3663	3.5638369	3696	3.5677320
3631	3.5600262	3664	3.5639555	3697	3.5678494
3632	3.5601458	3665	3.5640740	3698	3.5679669
3633	3.5602654	3666	3.5641925	3699	3.5680843
3634	3.5603849	3667	3.5643109	3700	3.5682017

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
3701	3.5683191	3734	3.5721743	3767	3.5759956
3702	3.5684364	3735	3.5722906	3768	3.5761109
3703	3.5685537	3736	3.5724069	3769	3.5762261
3704	3.5686710	3737	3.5725231	3770	3.5763413
3705	3.5687882	3738	3.5726393	3771	3.5764565
3706	3.5689054	3739	3.5727555	3772	3.5765717
3707	3.5690226	3740	3.5728716	3773	3.5766868
3708	3.5691397	3741	3.5729877	3774	3.5768019
3709	3.5692568	3742	3.5731038	3775	3.5769169
3710	3.5693739	3743	3.5732198	3776	3.5770320
3711	3.5694910	3744	3.5733358	3777	3.5771470
3712	3.5696080	3745	3.5734518	3778	3.5772620
3713	3.5697249	3746	3.5735678	3779	3.5773769
3714	3.5698419	3747	3.5736837	3780	3.5774918
3715	3.5699588	3748	3.5737996	3781	3.5776067
3716	3.5700757	3749	3.5739154	3782	3.5777215
3717	3.5701926	3750	3.5740313	3783	3.5778363
3718	3.5703094	3751	3.5741471	3784	3.5779511
3719	3.5704262	3752	3.5742628	3785	3.5780659
3720	3.5705429	3753	3.5743786	3786	3.5781806
3721	3.5706597	3754	3.5744943	3787	3.5782953
3722	3.5707764	3755	3.5746099	3788	3.5784100
3723	3.5708930	3756	3.5747256	3789	3.5785246
3724	3.5710097	3757	3.5748412	3790	3.5786392
3725	3.5711263	3758	3.5749568	3791	3.5787538
3726	3.5712428	3759	3.5750723	3792	3.5788683
3727	3.5713594	3760	3.5751878	3793	3.5789828
3728	3.5714759	3761	3.5753033	3794	3.5790973
3729	3.5715924	3762	3.5754188	3795	3.5792118
3730	3.5717088	3763	3.5755342	3796	3.5793262
3731	3.5718252	3764	3.5756496	3797	3.5794406
3732	3.5719416	3765	3.5757650	3798	3.5795550
3733	3.5720580	3766	3.5758803	3799	3.5796693
3734	3.5721743	3767	3.5759956	3800	3.5797836



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
3801	3.5798979	3834	3.5836521	3867	3.5873742
3802	3.5800121	3835	3.5837654	3868	3.5874865
3803	3.5801263	3836	3.5838786	3869	3.5875987
3804	3.5802405	3837	3.5839918	3870	3.5877110
3805	3.5803547	3838	3.5841050	3871	3.5878232
3806	3.5804688	3839	3.5842181	3872	3.5879353
3807	3.5805829	3840	3.5843312	3873	3.5880475
3808	3.5806969	3841	3.5844443	3874	3.5881596
3809	3.5808110	3842	3.5845574	3875	3.5882717
3810	3.5809250	3843	3.5846704	3876	3.5883838
3811	3.5810389	3844	3.5847834	3877	3.5884958
3812	3.5811529	3845	3.5848963	3878	3.5886078
3813	3.5812668	3846	3.5850093	3879	3.5887198
3814	3.5813807	3847	3.5851222	3880	3.5888317
3815	3.5814945	3848	3.5852351	3881	3.5889436
3816	3.5816084	3849	3.5853479	3882	3.5890555
3817	3.5817222	3850	3.5854607	3883	3.5891674
3818	3.5818359	3851	3.5855735	3884	3.5892792
3819	3.5819497	3852	3.5856863	3885	3.5893910
3820	3.5820634	3853	3.5857990	3886	3.5895028
3821	3.5821770	3854	3.5859117	3887	3.5896145
3822	3.5822907	3855	3.5860244	3888	3.5897262
3823	3.5824043	3856	3.5861370	3889	3.5898379
3824	3.5825179	3857	3.5862496	3890	3.5899496
3825	3.5826314	3858	3.5863622	3891	3.5900612
3826	3.5827450	3859	3.5864748	3892	3.5901728
3827	3.5828585	3860	3.5865873	3893	3.5902844
3828	3.5829719	3861	3.5866998	3894	3.5903959
3829	3.5830854	3862	3.5868123	3895	3.5905075
3830	3.5831988	3863	3.5869247	3896	3.5906189
3831	3.5833122	3864	3.5870371	3897	3.5907304
3832	3.5834255	3865	3.5871495	3898	3.5908418
3833	3.5835388	3866	3.5872618	3899	3.5909532
3834	3.5836521	3867	3.5873742	3900	3.5910646

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
3901	3.5911759	3934	3.5948344	3967	3.5984622
3902	3.5912873	3935	3.5949447	3968	3.5985717
3903	3.5913985	3936	3.5950551	3969	3.5986811
3904	3.5915098	3937	3.5951654	3970	3.5987905
3905	3.5916210	3938	3.5952757	3971	3.5988999
3906	3.5917322	3939	3.5953860	3972	3.5990092
3907	3.5918434	3940	3.5954962	3973	3.5991186
3908	3.5919546	3941	3.5956064	3974	3.5992279
3909	3.5920657	3942	3.5957166	3975	3.5993371
3910	3.5921768	3943	3.5958268	3976	3.5994464
3911	3.5922878	3944	3.5959369	3977	3.5995556
3912	3.5923988	3945	3.5960470	3978	3.5996648
3913	3.5925098	3946	3.5961571	3979	3.5997739
3914	3.5926208	3947	3.5962671	3980	3.5998831
3915	3.5927318	3948	3.5963771	3981	3.5999922
3916	3.5928427	3949	3.5964871	3982	3.6001013
3917	3.5929536	3950	3.5965971	3983	3.6002103
3918	3.5930644	3951	3.5967070	3984	3.6003193
3919	3.5931753	3952	3.5968169	3985	3.6004283
3920	3.5932861	3953	3.5969268	3986	3.6005373
3921	3.5933968	3954	3.5970367	3987	3.6006462
3922	3.5935076	3955	3.5971465	3988	3.6007551
3923	3.5936183	3956	3.5972563	3989	3.6008640
3924	3.5937290	3957	3.5973660	3990	3.6009729
3925	3.5938397	3958	3.5974758	3991	3.6010817
3926	3.5939503	3959	3.5975855	3992	3.6011905
3927	3.5940609	3960	3.5976952	3993	3.6012993
3928	3.5941715	3961	3.5978048	3994	3.6014080
3929	3.5942820	3962	3.5979145	3995	3.6015168
3930	3.5943925	3963	3.5980241	3996	3.6016255
3931	3.5945030	3964	3.5981336	3997	3.6017341
3932	3.5946135	3965	3.5982432	3998	3.6018428
3933	3.5947239	3966	3.5983527	3999	3.6019514
3934	3.5948344	3967	3.5984622	4000	3.6020600
					4000

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
4001	3.6021685	4034	3.6057359	4067	3.6092742
4002	3.6022771	4035	3.6058435	4068	3.6093809
4003	3.6023856	4036	3.6059512	4069	3.6094877
4004	3.6024941	4037	3.6060587	4070	3.6095944
4005	3.6026025	4038	3.6061663	4071	3.6097011
4006	3.6027109	4039	3.6062738	4072	3.6098078
4007	3.6028193	4040	3.6063814	4073	3.6099144
4008	3.6029277	4041	3.6064888	4074	3.6100210
4009	3.6030361	4042	3.6065963	4075	3.6101276
4010	3.6031444	4043	3.6067037	4076	3.6102342
4011	3.6032527	4044	3.6068111	4077	3.6103407
4012	3.6033609	4045	3.6069185	4078	3.6104472
4013	3.6034692	4046	3.6070259	4079	3.6105537
4014	3.6035774	4047	3.6071332	4080	3.6106602
4015	3.6036855	4048	3.6072405	4081	3.6107666
4016	3.6037937	4049	3.6073478	4082	3.6108730
4017	3.6039018	4050	3.6074550	4083	3.6109794
4018	3.6040099	4051	3.6075622	4084	3.6110857
4019	3.6041180	4052	3.6076694	4085	3.6111921
4020	3.6042261	4053	3.6077766	4086	3.6112984
4021	3.6043341	4054	3.6078837	4087	3.6114046
4022	3.6044421	4055	3.6079909	4088	3.6115109
4023	3.6045500	4056	3.6080979	4089	3.6116171
4024	3.6046580	4057	3.6082050	4090	3.6117233
4025	3.6047659	4058	3.6083120	4091	3.6118295
4026	3.6048738	4059	3.6084190	4092	3.6119356
4027	3.6049816	4060	3.6085260	4093	3.6120417
4028	3.6050895	4061	3.6086330	4094	3.6121478
4029	3.6051973	4062	3.6087399	4095	3.6122539
4030	3.6053050	4063	3.6088468	4096	3.6123599
4031	3.6054128	4064	3.6089537	4097	3.6124660
4032	3.6055205	4065	3.6090605	4098	3.6125720
4033	3.6056282	4066	3.6091674	4099	3.6126779
4034	3.6057359	4067	3.6092742	4100	3.6127839
				E c	4100

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
4101	3.6128898	4134	3.6163705	4167	3.6198235
4102	3.6129957	4135	3.6164755	4168	3.6199277
4103	3.6131015	4136	3.6165805	4169	3.6200319
4104	3.6132073	4137	3.6166855	4170	3.6201360
4105	3.6133132	4138	3.6167905	4171	3.6202402
4106	3.6134189	4139	3.6168954	4172	3.6203443
4107	3.6135247	4140	3.6170003	4173	3.6204484
4108	3.6136304	4141	3.6171052	4174	3.6205524
4109	3.6137361	4142	3.6172101	4175	3.6206565
4110	3.6138418	4143	3.6173149	4176	3.6207605
4111	3.6139475	4144	3.6174197	4177	3.6208645
4112	3.6140531	4145	3.6175245	4178	3.6209684
4113	3.6141587	4146	3.6176293	4179	3.6210724
4114	3.6142643	4147	3.6177340	4180	3.6211763
4115	3.6143698	4148	3.6178387	4181	3.6212802
4116	3.6144754	4149	3.6179434	4182	3.6213840
4117	3.6145809	4150	3.6180481	4183	3.6214879
4118	3.6146863	4151	3.6181527	4184	3.6215917
4119	3.6147918	4152	3.6182573	4185	3.6216955
4120	3.6148972	4153	3.6183619	4186	3.6217992
4121	3.6150026	4154	3.6184665	4187	3.6219030
4122	3.6151080	4155	3.6185710	4188	3.6220067
4123	3.6152133	4156	3.6186755	4189	3.6221104
4124	3.6153187	4157	3.6187800	4190	3.6222140
4125	3.6154240	4158	3.6188845	4191	3.6223177
4126	3.6155292	4159	3.6189889	4192	3.6224213
4127	3.6156345	4160	3.6190933	4193	3.6225249
4128	3.6157397	4161	3.6191977	4194	3.6226284
4129	3.6158449	4162	3.6193021	4195	3.6227320
4130	3.6159501	4163	3.6194064	4196	3.6228355
4131	3.6160552	4164	3.6195107	4197	3.6229390
4132	3.6161603	4165	3.6196150	4198	3.6230424
4133	3.6162654	4166	3.6197193	4199	3.6231459
4134	3.6163705	4167	3.6198235	4200	3.6232493

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
4201	3.6233527	4234	3.6267509	4267	3.6301226
4202	3.6234560	4235	3.6268534	4268	3.6302244
4203	3.6235594	4236	3.6269559	4269	3.6303262
4204	3.6236627	4237	3.6270585	4270	3.6304279
4205	3.6237660	4238	3.6271610	4271	3.6305296
4206	3.6238693	4239	3.6272634	4272	3.6306312
4207	3.6239725	4240	3.6273659	4273	3.6307329
4208	3.6240757	4241	3.6274683	4274	3.6308345
4209	3.6241789	4242	3.6275707	4275	3.6309361
4210	3.6242821	4243	3.6276730	4276	3.6310377
4211	3.6243852	4244	3.6277754	4277	3.6311392
4212	3.6244884	4245	3.6278777	4278	3.6312408
4213	3.6245915	4246	3.6279800	4279	3.6313423
4214	3.6246945	4247	3.6280823	4280	3.6314438
4215	3.6247976	4248	3.6281845	4281	3.6315452
4216	3.6249006	4249	3.6282867	4282	3.6316467
4217	3.6250036	4250	3.6283889	4283	3.6317481
4218	3.6251066	4251	3.6284911	4284	3.6318495
4219	3.6252095	4252	3.6285933	4285	3.6319508
4220	3.6253124	4253	3.6286954	4286	3.6320522
4221	3.6254153	4254	3.6287975	4287	3.6321535
4222	3.6255182	4255	3.6288996	4288	3.6322548
4223	3.6256211	4256	3.6290016	4289	3.6323560
4224	3.6257239	4257	3.6291036	4290	3.6324573
4225	3.6258267	4258	3.6292057	4291	3.6325585
4226	3.6259295	4259	3.6293076	4292	3.6326597
4227	3.6260322	4260	3.6294096	4293	3.6327609
4228	3.6261350	4261	3.6295115	4294	3.6328620
4229	3.6262377	4262	3.6296134	4295	3.6329632
4230	3.6263404	4263	3.6297153	4296	3.6330643
4231	3.6264430	4264	3.6298172	4297	3.6331653
4232	3.6265457	4265	3.6299190	4298	3.6332664
4233	3.6266483	4266	3.6300208	4299	3.6333674
4234	3.6267509	4267	3.6301226	4300	3.6334685

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
4301	3.6335694	4334	3.6368889	4367	3.6401832
4302	3.6336704	4335	3.6369891	4368	3.6402826
4303	3.6337713	4336	3.6370893	4369	3.6403820
4304	3.6338723	4337	3.6371894	4370	3.6404814
4305	3.6339732	4338	3.6372895	4371	3.6405808
4306	3.6340740	4339	3.6373896	4372	3.6406802
4307	3.6341749	4340	3.6374897	4373	3.6407795
4308	3.6342757	4341	3.6375898	4374	3.6408788
4309	3.6343765	4342	3.6376898	4375	3.6409781
4310	3.6344773	4343	3.6377898	4376	3.6410773
4311	3.6345780	4344	3.6378898	4377	3.6411765
4312	3.6346788	4345	3.6379898	4378	3.6412758
4313	3.6347795	4346	3.6380897	4379	3.6413749
4314	3.6348801	4347	3.6381896	4380	3.6414741
4315	3.6349808	4348	3.6382895	4381	3.6415733
4316	3.6350814	4349	3.6383894	4382	3.6416724
4317	3.6351820	4350	3.6384893	4383	3.6417715
4318	3.6352826	4351	3.6385891	4384	3.6418705
4319	3.6353832	4352	3.6386889	4385	3.6419696
4320	3.6354837	4353	3.6387887	4386	3.6420686
4321	3.6355843	4354	3.6388884	4387	3.6421676
4322	3.6356848	4355	3.6389882	4388	3.6422666
4323	3.6357852	4356	3.6390879	4389	3.6423656
4324	3.6358857	4357	3.6391876	4390	3.6424645
4325	3.6359861	4358	3.6392872	4391	3.6425634
4326	3.6360865	4359	3.6393869	4392	3.6426623
4327	3.6361869	4360	3.6394865	4393	3.6427612
4328	3.6362872	4361	3.6395861	4394	3.6428601
4329	3.6363876	4362	3.6396857	4395	3.6429589
4330	3.6364879	4363	3.6397852	4396	3.6430577
4331	3.6365882	4364	3.6398847	4397	3.6431565
4332	3.6366884	4365	3.6399842	4398	3.6432552
4333	3.6367887	4366	3.6400837	4399	3.6433540
4334	3.6368889	4367	3.6401832	4400	3.6434527
					4400

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
4401	3.6435514	4434	3.6467957	4467	3.6500160
4402	3.6436500	4435	3.6468936	4468	3.6501132
4403	3.6437487	4436	3.6469915	4469	3.6502104
4404	3.6438473	4437	3.6470894	4470	3.6503075
4405	3.6439459	4438	3.6471873	4471	3.6504047
4406	3.6440445	4439	3.6472851	4472	3.6505018
4407	3.6441430	4440	3.6473830	4473	3.6505989
4408	3.6442416	4441	3.6474808	4474	3.6506960
4409	3.6443401	4442	3.6475785	4475	3.6507930
4410	3.6444386	4443	3.6476763	4476	3.6508901
4411	3.6445371	4444	3.6477740	4477	3.6509871
4412	3.6446355	4445	3.6478718	4478	3.6510841
4413	3.6447339	4446	3.6479695	4479	3.6511811
4414	3.6448323	4447	3.6480671	4480	3.6512780
4415	3.6449307	4448	3.6481648	4481	3.6513749
4416	3.6450291	4449	3.6482624	4482	3.6514719
4417	3.6451274	4450	3.6483600	4483	3.6515687
4418	3.6452257	4451	3.6484576	4484	3.6516656
4419	3.6453240	4452	3.6485552	4485	3.6517624
4420	3.6454223	4453	3.6486527	4486	3.6518593
4421	3.6455205	4454	3.6487502	4487	3.6519561
4422	3.6456187	4455	3.6488477	4488	3.6520528
4423	3.6457169	4456	3.6489452	4489	3.6521496
4424	3.6458151	4457	3.6490426	4490	3.6522463
4425	3.6459133	4458	3.6491401	4491	3.6523430
4426	3.6460114	4459	3.6492375	4492	3.6524397
4427	3.6461095	4460	3.6493349	4493	3.6525364
4428	3.6462076	4461	3.6494322	4494	3.6526331
4429	3.6463057	4462	3.6495296	4495	3.6527297
4430	3.6464037	4463	3.6496269	4496	3.6528263
4431	3.6465017	4464	3.6497242	4497	3.6529229
4432	3.6465997	4465	3.6498215	4498	3.6530195
4433	3.6466977	4466	3.6499187	4499	3.6531160
4434	3.6467957	4467	3.6500160	4500	3.6532125
				E c iij	4500

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
4501	3.6533090	4534	3.6564815	4567	3.6596310
4502	3.6534055	4535	3.6565773	4568	3.6597261
4503	3.6535019	4536	3.6566730	4569	3.6598212
4504	3.6535984	4537	3.6567688	4570	3.6599162
4505	3.6536948	4538	3.6568645	4571	3.6600112
4506	3.6537912	4539	3.6569602	4572	3.6601062
4507	3.6538876	4540	3.6570559	4573	3.6602012
4508	3.6539839	4541	3.6571515	4574	3.6602962
4509	3.6540802	4542	3.6572471	4575	3.6603911
4510	3.6541765	4543	3.6573427	4576	3.6604860
4511	3.6542728	4544	3.6574383	4577	3.6605809
4512	3.6543691	4545	3.6575339	4578	3.6606758
4513	3.6544653	4546	3.6576294	4579	3.6607706
4514	3.6545616	4547	3.6577250	4580	3.6608655
4515	3.6546578	4548	3.6578205	4581	3.6609603
4516	3.6547539	4549	3.6579159	4582	3.6610551
4517	3.6548501	4550	3.6580114	4583	3.6611499
4518	3.6549462	4551	3.6581068	4584	3.6612446
4519	3.6550423	4552	3.6582023	4585	3.6613393
4520	3.6551384	4553	3.6582976	4586	3.6614340
4521	3.6552345	4554	3.6583930	4587	3.6615287
4522	3.6553306	4555	3.6584884	4588	3.6616234
4523	3.6554266	4556	3.6585837	4589	3.6617181
4524	3.6555226	4557	3.6586790	4590	3.6618127
4525	3.6556186	4558	3.6587743	4591	3.6619073
4526	3.6557145	4559	3.6588696	4592	3.6620019
4527	3.6558105	4560	3.6589648	4593	3.6620964
4528	3.6559064	4561	3.6590601	4594	3.6621910
4529	3.6560023	4562	3.6591553	4595	3.6622855
4530	3.6560982	4563	3.6592505	4596	3.6623800
4531	3.6561941	4564	3.6593456	4597	3.6624745
4532	3.6562899	4565	3.6594408	4598	3.6625690
4533	3.6563857	4566	3.6595359	4599	3.6626634
4534	3.6564815	4567	3.6596310	4500	3.6627578



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
4601	3.6628522	4634	3.6659560	4667	3.6690378
4602	3.6629466	4635	3.6660497	4668	3.6691308
4603	3.6630410	4636	3.6661434	4669	3.6692239
4604	3.6631353	4637	3.6662371	4670	3.6693169
4605	3.6632296	4638	3.6663307	4671	3.6694099
4606	3.6633239	4639	3.6664244	4672	3.6695028
4607	3.6634182	4640	3.6665180	4673	3.6695958
4608	3.6635125	4641	3.6666116	4674	3.6696887
4609	3.6636067	4642	3.6667051	4675	3.6697816
4610	3.6637009	4643	3.6667987	4676	3.6698745
4611	3.6637951	4644	3.6668922	4677	3.6699674
4612	3.6638893	4645	3.6669857	4678	3.6700602
4613	3.6639835	4646	3.6670792	4679	3.6701530
4614	3.6640776	4647	3.6671727	4680	3.6702459
4615	3.6641717	4648	3.6672661	4681	3.6703386
4616	3.6642658	4649	3.6673595	4682	3.6704314
4617	3.6643599	4650	3.6674530	4683	3.6705242
4618	3.6644539	4651	3.6675463	4684	3.6706169
4619	3.6645480	4652	3.6676397	4685	3.6707096
4620	3.6646420	4653	3.6677331	4686	3.6708023
4621	3.6647360	4654	3.6678264	4687	3.6708950
4622	3.6648299	4655	3.6679197	4688	3.6709876
4623	3.6649239	4656	3.6680130	4689	3.6710802
4624	3.6650178	4657	3.6681062	4690	3.6711728
4625	3.6651117	4658	3.6681995	4691	3.6712654
4626	3.6652056	4659	3.6682927	4692	3.6713580
4627	3.6652995	4660	3.6683859	4693	3.6714506
4628	3.6653933	4661	3.6684791	4694	3.6715431
4629	3.6654872	4662	3.6685723	4695	3.6716356
4630	3.6655810	4663	3.6686654	4696	3.6717281
4631	3.6656748	4664	3.6687585	4697	3.6718206
4632	3.6657685	4665	3.6688516	4698	3.6719130
4633	3.6658623	4666	3.6689447	4699	3.6720054
4634	3.6659560	4667	3.6690378	4700	3.6720979

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
4701	3.6721903	4734	3.6752283	4767	3.6782452
4702	3.6722826	4735	3.6753200	4768	3.6783362
4703	3.6723750	4736	3.6754117	4769	3.6784273
4704	3.6724673	4737	3.6755034	4770	3.6785184
4705	3.6725596	4738	3.6755951	4771	3.6786094
4706	3.6726519	4739	3.6756867	4772	3.6787004
4707	3.6727442	4740	3.6757783	4773	3.6787914
4708	3.6728365	4741	3.6758700	4774	3.6788824
4709	3.6729287	4742	3.6759615	4775	3.6789734
4710	3.6730209	4743	3.6760531	4776	3.6790643
4711	3.6731131	4744	3.6761447	4777	3.6791552
4712	3.6732053	4745	3.6762362	4778	3.6792461
4713	3.6732974	4746	3.6763277	4779	3.6793370
4714	3.6733896	4747	3.6764192	4780	3.6794279
4715	3.6734817	4748	3.6765107	4781	3.6795187
4716	3.6735738	4749	3.6766022	4782	3.6796096
4717	3.6736659	4750	3.6766936	4783	3.6797004
4718	3.6737579	4751	3.6767850	4784	3.6797912
4719	3.6738500	4752	3.6768764	4785	3.6798819
4720	3.6739420	4753	3.6769678	4786	3.6799727
4721	3.6740340	4754	3.6770592	4787	3.6800634
4722	3.6741260	4755	3.6771505	4788	3.6801541
4723	3.6742179	4756	3.6772418	4789	3.6802448
4724	3.6743099	4757	3.6773332	4790	3.6803355
4725	3.6744018	4758	3.6774244	4791	3.6804262
4726	3.6744937	4759	3.6775157	4792	3.6805168
4727	3.6745856	4760	3.6776069	4793	3.6806074
4728	3.6746775	4761	3.6776982	4794	3.6806980
4729	3.6747693	4762	3.6777894	4795	3.6807886
4730	3.6748611	4763	3.6778806	4796	3.6808792
4731	3.6749529	4764	3.6779718	4797	3.6809697
4732	3.6750447	4765	3.6780629	4798	3.6810602
4733	3.6751365	4766	3.6781540	4799	3.6811507
4734	3.6752283	4767	3.6782452	4800	3.6812412
					4800

IV. Logarith.		V. Logarith.		N. Logarith.	
4801	3.6813317	4834	3.6843066	4867	3.6872613
4802	3.6814222	4835	3.6843965	4868	3.6873506
4803	3.6815126	4836	3.6844863	4869	3.6874398
4804	3.6816030	4837	3.6845761	4870	3.6875290
4805	3.6816934	4838	3.6846659	4871	3.6876181
4806	3.6817838	4839	3.6847556	4872	3.6877073
4807	3.6818741	4840	3.6848454	4873	3.6877964
4808	3.6819645	4841	3.6849351	4874	3.6878855
4809	3.6820548	4842	3.6850248	4875	3.6879746
4810	3.6821451	4843	3.6851145	4876	3.6880637
4811	3.6822354	4844	3.6852041	4877	3.6881528
4812	3.6823256	4845	3.6852938	4878	3.6882418
4813	3.6824159	4846	3.6853834	4879	3.6883308
4814	3.6825061	4847	3.6854730	4880	3.6884198
4815	3.6825963	4848	3.6855626	4881	3.6885088
4816	3.6826865	4849	3.6856522	4882	3.6885978
4817	3.6827766	4850	3.6857417	4883	3.6886867
4818	3.6828668	4851	3.6858313	4884	3.6887756
4819	3.6829569	4852	3.6859208	4885	3.6888646
4820	3.6830470	4853	3.6860103	4886	3.6889535
4821	3.6831371	4854	3.6860998	4887	3.6890423
4822	3.6832272	4855	3.6861892	4888	3.6891312
4823	3.6833173	4856	3.6862787	4889	3.6892200
4824	3.6834073	4857	3.6863681	4890	3.6893089
4825	3.6834973	4858	3.6864575	4891	3.6893977
4826	3.6835873	4859	3.6865469	4892	3.6894864
4827	3.6836773	4860	3.6866363	4893	3.6895752
4828	3.6837673	4861	3.6867256	4894	3.6896640
4829	3.6838572	4862	3.6868149	4895	3.6897527
4830	3.6839471	4863	3.6869043	4896	3.6898414
4831	3.6840370	4864	3.6869936	4897	3.6899301
4832	3.6841269	4865	3.6870828	4898	3.6900188
4833	3.6842168	4866	3.6871721	4899	3.6901074
4834	3.6843066	4867	3.6872613	4900	3.6901961

<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>		<i>N. Logarith.</i>	
4901	3.6902847	4934	3.6931991	4967	3.6960942
4902	3.6903733	4935	3.6932872	4968	3.6961816
4903	3.6904619	4936	3.6933752	4969	3.6962690
4904	3.6905505	4937	3.6934631	4970	3.6963564
4905	3.6906390	4938	3.6935511	4971	3.6964438
4906	3.6907275	4939	3.6936390	4972	3.6965311
4907	3.6908161	4940	3.6937269	4973	3.6966185
4908	3.6909046	4941	3.6938148	4974	3.6967058
4909	3.6909930	4942	3.6939027	4975	3.6967931
4910	3.6910815	4943	3.6939906	4976	3.6968804
4911	3.6911699	4944	3.6940785	4977	3.6969676
4912	3.6912584	4945	3.6941663	4978	3.6970549
4913	3.6913468	4946	3.6942541	4979	3.6971421
4914	3.6914352	4947	3.6943419	4980	3.6972293
4915	3.6915235	4948	3.6944297	4981	3.6973165
4916	3.6916119	4949	3.6945174	4982	3.6974037
4917	3.6917002	4950	3.6946052	4983	3.6974909
4918	3.6917885	4951	3.6946929	4984	3.6975780
4919	3.6918768	4952	3.6947806	4985	3.6976652
4920	3.6919651	4953	3.6948683	4986	3.6977523
4921	3.6920534	4954	3.6949560	4987	3.6978394
4922	3.6921416	4955	3.6950437	4988	3.6979264
4923	3.6922298	4956	3.6951313	4989	3.6980135
4924	3.6923180	4957	3.6952189	4990	3.6981005
4925	3.6924062	4958	3.6953065	4991	3.6981876
4926	3.6924944	4959	3.6953941	4992	3.6982746
4927	3.6925826	4960	3.6954817	4993	3.6983616
4928	3.6926707	4961	3.6955692	4994	3.6984485
4929	3.6927588	4962	3.6956568	4995	3.6985355
4930	3.6928469	4963	3.6957443	4996	3.6986224
4931	3.6929350	4964	3.6958318	4997	3.6987093
4932	3.6930231	4965	3.6959193	4998	3.6987963
4933	3.6931111	4966	3.6960067	4999	3.6988831
4934	3.6931991	4967	3.6960942	5000	3.6989700

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
5001	3.6990569	5034	3.7019132	5067	3.7047509
5002	3.6991437	5035	3.7019995	5068	3.7048366
5003	3.6992305	5036	3.7020857	5069	3.7049223
5004	3.6993173	5037	3.7021719	5070	3.7050080
5005	3.6994041	5038	3.7022582	5071	3.7050936
5006	3.6994908	5039	3.7023444	5072	3.7051792
5007	3.6995776	5040	3.7024305	5073	3.7052649
5008	3.6996643	5041	3.7025167	5074	3.7053505
5009	3.6997510	5042	3.7026028	5075	3.7054360
5010	3.6998377	5043	3.7026890	5076	3.7055216
5011	3.6999244	5044	3.7027751	5077	3.7056072
5012	3.7000111	5045	3.7028612	5078	3.7056927
5013	3.7000977	5046	3.7029472	5079	3.7057782
5014	3.7001843	5047	3.7030333	5080	3.7058637
5015	3.7002709	5048	3.7031193	5081	3.7059492
5016	3.7003575	5049	3.7032054	5082	3.7060347
5017	3.7004441	5050	3.7032914	5083	3.7061201
5018	3.7005307	5051	3.7033774	5084	3.7062055
5019	3.7006172	5052	3.7034633	5085	3.7062910
5020	3.7007037	5053	3.7035493	5086	3.7063764
5021	3.7007902	5054	3.7036352	5087	3.7064617
5022	3.7008767	5055	3.7037212	5088	3.7065471
5023	3.7009632	5056	3.7038071	5089	3.7066324
5024	3.7010496	5057	3.7038929	5090	3.7067178
5025	3.7011361	5058	3.7039788	5091	3.7068031
5026	3.7012225	5059	3.7040647	5092	3.7068884
5027	3.7013089	5060	3.7041505	5093	3.7069737
5028	3.7013953	5061	3.7042363	5094	3.7070589
5029	3.7014816	5062	3.7043221	5095	3.7071442
5030	3.7015680	5063	3.7044079	5096	3.7072294
5031	3.7016543	5064	3.7044937	5097	3.7073148
5032	3.7017406	5065	3.7045794	5098	3.7073998
5033	3.7018269	5066	3.7046652	5099	3.7074850
5034	3.7019132	5067	3.7047509	5100	3.7075702

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5101	3.7076553	5134	3.7104559	5167	3.7132385
5102	3.7077405	5135	3.7105404	5168	3.7133225
5103	3.7078256	5136	3.7106250	5169	3.7134065
5104	3.7079107	5137	3.7107096	5170	3.7134905
5105	3.7079957	5138	3.7107941	5171	3.7135745
5106	3.7080808	5139	3.7108786	5172	3.7136585
5107	3.7081659	5140	3.7109631	5173	3.7137425
5108	3.7082509	5141	3.7110476	5174	3.7138264
5109	3.7083359	5142	3.7111321	5175	3.7139104
5110	3.7084209	5143	3.7112165	5176	3.7139943
5111	3.7085059	5144	3.7113010	5177	3.7140782
5112	3.7085908	5145	3.7113854	5178	3.7141620
5113	3.7086758	5146	3.7114698	5179	3.7142459
5114	3.7087607	5147	3.7115542	5180	3.7143298
5115	3.7088456	5148	3.7116385	5181	3.7144136
5116	3.7089305	5149	3.7117229	5182	3.7144974
5117	3.7090154	5150	3.7118072	5183	3.7145812
5118	3.7091003	5151	3.7118915	5184	3.7146650
5119	3.7091851	5152	3.7119759	5185	3.7147488
5120	3.7092700	5153	3.7120601	5186	3.7148325
5121	3.7093548	5154	3.7121444	5187	3.7149162
5122	3.7094396	5155	3.7122287	5188	3.7150000
5123	3.7095244	5156	3.7123129	5189	3.7150837
5124	3.7096091	5157	3.7123971	5190	3.7151674
5125	3.7096939	5158	3.7124813	5191	3.7152510
5126	3.7097786	5159	3.7125655	5192	3.7153347
5127	3.7098633	5160	3.7126497	5193	3.7154183
5128	3.7099480	5161	3.7127339	5194	3.7155019
5129	3.7100327	5162	3.7128180	5195	3.7155856
5130	3.7101174	5163	3.7129021	5196	3.7156692
5131	3.7102020	5164	3.7129862	5197	3.7157527
5132	3.7102866	5165	3.7130703	5198	3.7158363
5133	3.7103713	5166	3.7131544	5199	3.7159198
5134	3.7104559	5167	3.7132385	5200	3.7160033

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5201	3.7160869	5234	3.7188337	5267	3.7215633
5202	3.7161703	5235	3.7189167	5268	3.7216458
5203	3.7162538	5236	3.7189996	5269	3.7217282
5204	3.7163373	5237	3.7190826	5270	3.7218106
5205	3.7164207	5238	3.7191655	5271	3.7218930
5206	3.7165042	5239	3.7192484	5272	3.7219754
5207	3.7165876	5240	3.7193313	5273	3.7220578
5208	3.7166710	5241	3.7194142	5274	3.7221401
5209	3.7167544	5242	3.7194970	5275	3.7222225
5210	3.7168377	5243	3.7195799	5276	3.7223048
5211	3.7169211	5244	3.7196627	5277	3.7223871
5212	3.7170044	5245	3.7197455	5278	3.7224694
5213	3.7170877	5246	3.7198283	5279	3.7225517
5214	3.7171710	5247	3.7199111	5280	3.7226339
5215	3.7172543	5248	3.7199938	5281	3.7227162
5216	3.7173376	5249	3.7200766	5282	3.7227984
5217	3.7174208	5250	3.7201593	5283	3.7228806
5218	3.7175041	5251	3.7202420	5284	3.7229628
5219	3.7175873	5252	3.7203247	5285	3.7230450
5220	3.7176705	5253	3.7204074	5286	3.7231272
5221	3.7177537	5254	3.7204901	5287	3.7232093
5222	3.7178369	5255	3.7205727	5288	3.7232914
5223	3.7179200	5256	3.7206554	5289	3.7233736
5224	3.7180032	5257	3.7207380	5290	3.7234557
5225	3.7180863	5258	3.7208206	5291	3.7235378
5226	3.7181694	5259	3.7209032	5292	3.7236198
5227	3.7182525	5260	3.7209857	5293	3.7237019
5228	3.7183356	5261	3.7210683	5294	3.7237839
5229	3.7184186	5262	3.7211508	5295	3.7238660
5230	3.7185017	5263	3.7212334	5296	3.7239480
5231	3.7185847	5264	3.7213159	5297	3.7240300
5232	3.7186677	5265	3.7213984	5298	3.7241120
5233	3.7187507	5266	3.7214809	5299	3.7241939
5234	3.7188337	5267	3.7215633	5300	3.7242759
				Ffii)	5300

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
5301	3.7243578	5334	3.7270530	5367	3.7297316
5302	3.7244397	5335	3.7271344	5368	3.7298125
5303	3.7245216	5336	3.7272158	5369	3.7298934
5304	3.7246035	5337	3.7272972	5370	3.7299743
5305	3.7246854	5338	3.7273786	5371	3.7300551
5306	3.7247672	5339	3.7274599	5372	3.7301360
5307	3.7248491	5340	3.7275413	5373	3.7302168
5308	3.7249309	5341	3.7276226	5374	3.7302977
5309	3.7250127	5342	3.7277039	5375	3.7303785
5310	3.7250945	5343	3.7277852	5376	3.7304593
5311	3.7251763	5344	3.7278664	5377	3.7305400
5312	3.7252581	5345	3.7279477	5378	3.7306208
5313	3.7253398	5346	3.7280290	5379	3.7307015
5314	3.7254215	5347	3.7281102	5380	3.7307823
5315	3.7255033	5348	3.7281914	5381	3.7308630
5316	3.7255850	5349	3.7282726	5382	3.7309437
5317	3.7256667	5350	3.7283538	5383	3.7310244
5318	3.7257483	5351	3.7284349	5384	3.7311051
5319	3.7258300	5352	3.7285161	5385	3.7311857
5320	3.7259116	5353	3.7285972	5386	3.7312663
5321	3.7259933	5354	3.7286784	5387	3.7313470
5322	3.7260749	5355	3.7287595	5388	3.7314276
5323	3.7261565	5356	3.7288406	5389	3.7315082
5324	3.7262380	5357	3.7289216	5390	3.7315888
5325	3.7263196	5358	3.7290027	5391	3.7316693
5326	3.7264012	5359	3.7290838	5392	3.7317499
5327	3.7264827	5360	3.7291648	5393	3.7318304
5328	3.7265642	5361	3.7292458	5394	3.7319109
5329	3.7266457	5362	3.7293268	5395	3.7319914
5330	3.7267272	5363	3.7294078	5396	3.7320719
5331	3.7268087	5364	3.7294888	5397	3.7321524
5332	3.7268901	5365	3.7295697	5398	3.7322329
5333	3.7269716	5366	3.7296507	5399	3.7323133
5334	3.7270530	5367	3.7297316	5400	3.7323938



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5401	3.7324742	5434	3.7351196	5467	3.7377491
5402	3.7325546	5435	3.7351995	5468	3.7378285
5403	3.7326350	5436	3.7352794	5469	3.7379079
5404	3.7327153	5437	3.7353593	5470	3.7379873
5405	3.7327957	5438	3.7354392	5471	3.7380667
5406	3.7328760	5439	3.7355191	5472	3.7381461
5407	3.7329564	5440	3.7355989	5473	3.7382254
5408	3.7330367	5441	3.7356787	5474	3.7383048
5409	3.7331170	5442	3.7357585	5475	3.7383841
5410	3.7331973	5443	3.7358383	5476	3.7384634
5411	3.7332775	5444	3.7359181	5477	3.7385427
5412	3.7333578	5445	3.7359979	5478	3.7386220
5413	3.7334380	5446	3.7360776	5479	3.7387013
5414	3.7335182	5447	3.7361574	5480	3.7387806
5415	3.7335985	5448	3.7362371	5481	3.7388598
5416	3.7336787	5449	3.7363168	5482	3.7389390
5417	3.7337588	5450	3.7363965	5483	3.7390182
5418	3.7338390	5451	3.7364762	5484	3.7390974
5419	3.7339191	5452	3.7365558	5485	3.7391766
5420	3.7339993	5453	3.7366355	5486	3.7392558
5421	3.7340794	5454	3.7367151	5487	3.7393350
5422	3.7341595	5455	3.7367948	5488	3.7394141
5423	3.7342396	5456	3.7368744	5489	3.7394932
5424	3.7343197	5457	3.7369540	5490	3.7395723
5425	3.7343997	5458	3.7370335	5491	3.7396514
5426	3.7344798	5459	3.7371131	5492	3.7397305
5427	3.7345598	5460	3.7371926	5493	3.7398096
5428	3.7346398	5461	3.7372722	5494	3.7398886
5429	3.7347198	5462	3.7373517	5495	3.7399677
5430	3.7347998	5463	3.7374312	5496	3.7400467
5431	3.7348798	5464	3.7375107	5497	3.7401257
5432	3.7349598	5465	3.7375902	5498	3.7402047
5433	3.7350397	5466	3.7376696	5499	3.7402837
5434	3.7351196	5467	3.7377491	5500	3.7403627

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5501	3.7404416	5534	3.7430392	5567	3.7456212
5502	3.7405206	5535	3.7431176	5568	3.7456992
5503	3.7405995	5536	3.7431961	5569	3.7457772
5504	3.7406784	5537	3.7432745	5570	3.7458552
5505	3.7407573	5538	3.7433530	5571	3.7459332
5506	3.7408362	5539	3.7434314	5572	3.7460111
5507	3.7409151	5540	3.7435098	5573	3.7460890
5508	3.7409939	5541	3.7435881	5574	3.7461670
5509	3.7410728	5542	3.7436665	5575	3.7462449
5510	3.7411516	5543	3.7437449	5576	3.7463228
5511	3.7412304	5544	3.7438232	5577	3.7464006
5512	3.7413092	5545	3.7439015	5578	3.7464785
5513	3.7413880	5546	3.7439799	5579	3.7465564
5514	3.7414668	5547	3.7440582	5580	3.7466342
5515	3.7415455	5548	3.7441365	5581	3.7467120
5516	3.7416243	5549	3.7442147	5582	3.7467898
5517	3.7417030	5550	3.7442930	5583	3.7468676
5518	3.7417817	5551	3.7443712	5584	3.7469454
5519	3.7418604	5552	3.7444495	5585	3.7470232
5520	3.7419391	5553	3.7445277	5586	3.7471009
5521	3.7420177	5554	3.7446059	5587	3.7471787
5522	3.7420964	5555	3.7446841	5588	3.7472564
5523	3.7421750	5556	3.7447622	5589	3.7473341
5524	3.7422537	5557	3.7448404	5590	3.7474118
5525	3.7423323	5558	3.7449185	5591	3.7474895
5526	3.7424109	5559	3.7449967	5592	3.7475672
5527	3.7424895	5560	3.7450748	5593	3.7476448
5528	3.7425680	5561	3.7451529	5594	3.7477225
5529	3.7426466	5562	3.7452310	5595	3.7478001
5530	3.7427251	5563	3.7453091	5596	3.7478777
5531	3.7428037	5564	3.7453871	5597	3.7479553
5532	3.7428822	5565	3.7454652	5598	3.7480329
5533	3.7429607	5566	3.7455432	5599	3.7481105
5534	3.7430392	5567	3.7456212	5600	3.7481880

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5601	3.7482656	5634	3.7508168	5667	3.7533532
5602	3.7483431	5635	3.7508939	5668	3.7534298
5603	3.7484206	5636	3.7509710	5669	3.7535065
5604	3.7484981	5637	3.7510480	5670	3.7535831
5605	3.7485756	5638	3.7511251	5671	3.7536596
5606	3.7486531	5639	3.7512021	5672	3.7537362
5607	3.7487306	5640	3.7512791	5673	3.7538128
5608	3.7488080	5641	3.7513561	5674	3.7538893
5609	3.7488854	5642	3.7514331	5675	3.7539659
5610	3.7489629	5643	3.7515100	5676	3.7540424
5611	3.7490403	5644	3.7515870	5677	3.7541189
5612	3.7491177	5645	3.7516639	5678	3.7541954
5613	3.7491950	5646	3.7517409	5679	3.7542719
5614	3.7492724	5647	3.7518178	5680	3.7543483
5615	3.7493498	5648	3.7518947	5681	3.7544248
5616	3.7494271	5649	3.7519716	5682	3.7545012
5617	3.7495044	5650	3.7520484	5683	3.7545777
5618	3.7495817	5651	3.7521253	5684	3.7546541
5619	3.7496590	5652	3.7522022	5685	3.7547305
5620	3.7497363	5653	3.7522790	5686	3.7548069
5621	3.7498136	5654	3.7523558	5687	3.7548832
5622	3.7498908	5655	3.7524326	5688	3.7549596
5623	3.7499681	5656	3.7525094	5689	3.7550359
5624	3.7500453	5657	3.7525862	5690	3.7551123
5625	3.7501225	5658	3.7526629	5691	3.7551886
5626	3.7501997	5659	3.7527397	5692	3.7552649
5627	3.7502769	5660	3.7528164	5693	3.7553412
5628	3.7503541	5661	3.7528932	5694	3.7554175
5629	3.7504312	5662	3.7529699	5695	3.7554937
5630	3.7505084	5663	3.7530466	5696	3.7555700
5631	3.7505855	5664	3.7531232	5697	3.7556462
5632	3.7506626	5665	3.7531999	5698	3.7557224
5633	3.7507398	5666	3.7532766	5699	3.7557987
5634	3.7508168	5667	3.7533532	5700	3.7558749
				Gg	5700

N. Logarith.	N. Logarith.	N. Logarith.		
5701	3.7559510	5767	3.7609500	
5702	3.7560272	5768	3.7610253	
5703	3.7561034	5769	3.7611005	
5704	3.7561795	5770	3.7611758	
5705	3.7562556	5771	3.7612511	
5706	3.7563318	5772	3.7613263	
5707	3.7564079	5773	3.7614016	
5708	3.7564840	5774	3.7614768	
5709	3.7565600	5775	3.7615520	
5710	3.7566361	5776	3.7616272	
5711	3.7567122	5777	3.7617024	
5712	3.7567882	5778	3.7617775	
5713	3.7568642	5779	3.7618527	
5714	3.7569402	5780	3.7619278	
5715	3.7570162	5781	3.7620030	
5716	3.7570922	5782	3.7620781	
5717	3.7571682	5783	3.7621532	
5718	3.7572441	5784	3.7622283	
5719	3.7573201	5785	3.7623034	
5720	3.7573960	5786	3.7623784	
5721	3.7574719	5787	3.7624535	
5722	3.7575479	5788	3.7625285	
5723	3.7576237	5789	3.7626035	
5724	3.7576996	5790	3.7626786	
5725	3.7577755	5791	3.7627536	
5726	3.7578513	5792	3.7628286	
5727	3.7579272	5793	3.7629035	
5728	3.7580030	5794	3.7629785	
5729	3.7580788	5795	3.7630534	
5730	3.7581546	5796	3.7631284	
5731	3.7582304	5797	3.7632033	
5732	3.7583062	5798	3.7632782	
5733	3.7583819	5799	3.7633531	
5734	3.7584577	5800	3.7634280	
5734	3.7584577		5800	3.7634280
5735	3.7585334			
5736	3.7586091			
5737	3.7586848			
5738	3.7587605			
5739	3.7588362			
5740	3.7589119			
5741	3.7589875			
5742	3.7590632			
5743	3.7591388			
5744	3.7592144			
5745	3.7592900			
5746	3.7593656			
5747	3.7594412			
5748	3.7595168			
5749	3.7595923			
5750	3.7596678			
5751	3.7597434			
5752	3.7598189			
5753	3.7598944			
5754	3.7599699			
5755	3.7600453			
5756	3.7601208			
5757	3.7601962			
5758	3.7602717			
5759	3.7603471			
5760	3.7604225			
5761	3.7604979			
5762	3.7605733			
5763	3.7606486			
5764	3.7607240			
5765	3.7607993			
5766	3.7608746			
5767	3.7609500			

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
5801	3.7635029	5834	3.7659664	5867	3.7684161
5802	3.7635777	5835	3.7660409	5868	3.7684901
5803	3.7636526	5836	3.7661153	5869	3.7685641
5804	3.7637274	5837	3.7661897	5870	3.7686381
5805	3.7638022	5838	3.7662641	5871	3.7687121
5806	3.7638770	5839	3.7663385	5872	3.7687860
5807	3.7639518	5840	3.7664128	5873	3.7688600
5808	3.7640266	5841	3.7664872	5874	3.7689339
5809	3.7641014	5842	3.7665616	5875	3.7690079
5810	3.7641761	5843	3.7666359	5876	3.7690818
5811	3.7642509	5844	3.7667102	5877	3.7691557
5812	3.7643256	5845	3.7667845	5878	3.7692296
5813	3.7644003	5846	3.7668588	5879	3.7693035
5814	3.7644750	5847	3.7669331	5880	3.7693773
5815	3.7645497	5848	3.7670074	5881	3.7694512
5816	3.7646244	5849	3.7670816	5882	3.7695250
5817	3.7646991	5850	3.7671559	5883	3.7695988
5818	3.7647737	5851	3.7672301	5884	3.7696727
5819	3.7648484	5852	3.7673043	5885	3.7697465
5820	3.7649230	5853	3.7673785	5886	3.7698203
5821	3.7649976	5854	3.7674527	5887	3.7698940
5822	3.7650722	5855	3.7675269	5888	3.7699678
5823	3.7651468	5856	3.7676011	5889	3.7700416
5824	3.7652214	5857	3.7676752	5890	3.7701153
5825	3.7652959	5858	3.7677494	5891	3.7701890
5826	3.7653705	5859	3.7678235	5892	3.7702627
5827	3.7654450	5860	3.7678976	5893	3.7703364
5828	3.7655195	5861	3.7679717	5894	3.7704101
5829	3.7655941	5862	3.7680458	5895	3.7704838
5830	3.7656686	5863	3.7681199	5896	3.7705575
5831	3.7657430	5864	3.7681940	5897	3.7706311
5832	3.7658175	5865	3.7682680	5898	3.7707048
5833	3.7658920	5866	3.7683421	5899	3.7707784
5834	3.7659664	5867	3.7684161	5900	3.7708520
				G g ij	5900

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
5901	3.7709256	5934	3.7733475	5967	3.7757560
5902	3.7709992	5935	3.7734207	5968	3.7758288
5903	3.7710728	5936	3.7734939	5969	3.7759016
5904	3.7711463	5937	3.7735670	5970	3.7759743
5905	3.7712199	5938	3.7736402	5971	3.7760471
5906	3.7712934	5939	3.7737133	5972	3.7761198
5907	3.7713670	5940	3.7737864	5973	3.7761925
5908	3.7714405	5941	3.7738596	5974	3.7762652
5909	3.7715140	5942	3.7739326	5975	3.7763379
5910	3.7715875	5943	3.7740057	5976	3.7764106
5911	3.7716610	5944	3.7740788	5977	3.7764833
5912	3.7717344	5945	3.7741519	5978	3.7765559
5913	3.7718079	5946	3.7742249	5979	3.7766286
5914	3.7718813	5947	3.7742979	5980	3.7767012
5915	3.7719547	5948	3.7743710	5981	3.7767738
5916	3.7720282	5949	3.7744440	5982	3.7768464
5917	3.7721016	5950	3.7745170	5983	3.7769190
5918	3.7721750	5951	3.7745899	5984	3.7769916
5919	3.7722483	5952	3.7746629	5985	3.7770642
5920	3.7723217	5953	3.7747359	5986	3.7771367
5921	3.7723951	5954	3.7748088	5987	3.7772093
5922	3.7724684	5955	3.7748818	5988	3.7772818
5923	3.7725417	5956	3.7749547	5989	3.7773543
5924	3.7726150	5957	3.7750276	5990	3.7774268
5925	3.7726884	5958	3.7751005	5991	3.7774993
5926	3.7727616	5959	3.7751734	5992	3.7775718
5927	3.7728349	5960	3.7752463	5993	3.7776443
5928	3.7729082	5961	3.7753191	5994	3.7777167
5929	3.7729814	5962	3.7753920	5995	3.7777892
5930	3.7730547	5963	3.7754648	5996	3.7778616
5931	3.7731279	5964	3.7755376	5997	3.7779340
5932	3.7732011	5965	3.7756104	5998	3.7780065
5933	3.7732743	5966	3.7756832	5999	3.7780789
5934	3.7733475	5967	3.7757560	6000	3.7781514

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
6001	3.7782236	6034	3.7806053	6067	3.7829740
6002	3.7782960	6035	3.7806773	6068	3.7830456
6003	3.7783683	6036	3.7807492	6069	3.7831171
6004	3.7784407	6037	3.7808212	6070	3.7831887
6005	3.7785130	6038	3.7808931	6071	3.7832602
6006	3.7785853	6039	3.7809650	6072	3.7833318
6007	3.7786576	6040	3.7810369	6073	3.7834033
6008	3.7787299	6041	3.7811088	6074	3.7834748
6009	3.7788022	6042	3.7811807	6075	3.7835463
6010	3.7788745	6043	3.7812526	6076	3.7836178
6011	3.7789467	6044	3.7813245	6077	3.7836892
6012	3.7790190	6045	3.7813963	6078	3.7837607
6013	3.7790912	6046	3.7814681	6079	3.7838321
6014	3.7791634	6047	3.7815400	6080	3.7839036
6015	3.7792356	6048	3.7816118	6081	3.7839750
6016	3.7793078	6049	3.7816836	6082	3.7840464
6017	3.7793800	6050	3.7817554	6083	3.7841178
6018	3.7794522	6051	3.7818272	6084	3.7841892
6019	3.7795243	6052	3.7818989	6085	3.7842606
6020	3.7795965	6053	3.7819707	6086	3.7843319
6021	3.7796686	6054	3.7820424	6087	3.7844033
6022	3.7797408	6055	3.7821141	6088	3.7844746
6023	3.7798129	6056	3.7821859	6089	3.7845460
6024	3.7798850	6057	3.7822576	6090	3.7846173
6025	3.7799571	6058	3.7823293	6091	3.7846886
6026	3.7800291	6059	3.7824010	6092	3.7847599
6027	3.7801012	6060	3.7824726	6093	3.7848312
6028	3.7801732	6061	3.7825443	6094	3.7849024
6029	3.7802453	6062	3.7826159	6095	3.7849737
6030	3.7803173	6063	3.7826876	6096	3.7850450
6031	3.7803893	6064	3.7827592	6097	3.7851162
6032	3.7804613	6065	3.7828308	6098	3.7851874
6033	3.7805333	6066	3.7829024	6099	3.7852586
6034	3.7806053	6067	3.7829740	6100	3.7853298
				Gg ij	6100

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
6301	3.7994095	6334	3.8016781	6367	3.8039348
6302	3.7994784	6335	3.8017466	6368	3.8040031
6303	3.7995473	6336	3.8018152	6369	3.8040712
6304	3.7996162	6337	3.8018837	6370	3.8041394
6305	3.7996851	6338	3.8019522	6371	3.8042076
6306	3.7997540	6339	3.8020208	6372	3.8042758
6307	3.7998228	6340	3.8020893	6373	3.8043439
6308	3.7998917	6341	3.8021578	6374	3.8044121
6309	3.7999605	6342	3.8022262	6375	3.8044802
6310	3.8000294	6343	3.8022947	6376	3.8045483
6311	3.8000982	6344	3.8023632	6377	3.8046164
6312	3.8001670	6345	3.8024316	6378	3.8046845
6313	3.8002358	6346	3.8025001	6379	3.8047526
6314	3.8003046	6347	3.8025685	6380	3.8048207
6315	3.8003734	6348	3.8026369	6381	3.8048887
6316	3.8004421	6349	3.8027053	6382	3.8049568
6317	3.8005109	6350	3.8027737	6383	3.8050248
6318	3.8005796	6351	3.8028421	6384	3.8050929
6319	3.8006484	6352	3.8029105	6385	3.8051609
6320	3.8007171	6353	3.8029789	6386	3.8052289
6321	3.8007858	6354	3.8030472	6387	3.8052969
6322	3.8008545	6355	3.8031156	6388	3.8053649
6323	3.8009232	6356	3.8031839	6389	3.8054329
6324	3.8009919	6357	3.8032522	6390	3.8055009
6325	3.8010605	6358	3.8033205	6391	3.8055688
6326	3.8011292	6359	3.8033888	6392	3.8056368
6327	3.8011978	6360	3.8034571	6393	3.8057047
6328	3.8012665	6361	3.8035254	6394	3.8057726
6329	3.8013351	6362	3.8035937	6395	3.8058405
6330	3.8014037	6363	3.8036619	6396	3.8059085
6331	3.8014723	6364	3.8037302	6397	3.8059763
6332	3.8015409	6365	3.8037984	6398	3.8060442
6333	3.8016095	6366	3.8038666	6399	3.8061121
6334	3.8016781	6367	3.8039348	6400	3.8061800



N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
6401	3.8062478	6434	3.8084811	6467	3.8107029
6402	3.8063157	6435	3.8085485	6468	3.8107700
6403	3.8063835	6436	3.8086160	6469	3.8108371
6404	3.8064513	6437	3.8086835	6470	3.8109043
6405	3.8065191	6438	3.8087510	6471	3.8109714
6406	3.8065869	6439	3.8088184	6472	3.8110385
6407	3.8066547	6440	3.8088859	6473	3.8111056
6408	3.8067225	6441	3.8089533	6474	3.8111727
6409	3.8067903	6442	3.8090207	6475	3.8112398
6410	3.8068580	6443	3.8090881	6476	3.8113068
6411	3.8069258	6444	3.8091555	6477	3.8113739
6412	3.8069935	6445	3.8092229	6478	3.8114409
6413	3.8070612	6446	3.8092903	6479	3.8115080
6414	3.8071290	6447	3.8093577	6480	3.8115750
6415	3.8071967	6448	3.8094250	6481	3.8116420
6416	3.8072644	6449	3.8094924	6482	3.8117090
6417	3.8073320	6450	3.8095597	6483	3.8117760
6418	3.8073997	6451	3.8096270	6484	3.8118430
6419	3.8074674	6452	3.8096944	6485	3.8119100
6420	3.8075350	6453	3.8097617	6486	3.8119769
6421	3.8076027	6454	3.8098290	6487	3.8120439
6422	3.8076703	6455	3.8098962	6488	3.8121108
6423	3.8077379	6456	3.8099635	6489	3.8121778
6424	3.8078055	6457	3.8100308	6490	3.8122447
6425	3.8078731	6458	3.8100980	6491	3.8123116
6426	3.8079407	6459	3.8101653	6492	3.8123785
6427	3.8080083	6460	3.8102325	6493	3.8124454
6428	3.8080759	6461	3.8102997	6494	3.8125123
6429	3.8081434	6462	3.8103670	6495	3.8125792
6430	3.8082110	6463	3.8104342	6496	3.8126460
6431	3.8082785	6464	3.8105013	6497	3.8127129
6432	3.8083460	6465	3.8105685	6498	3.8127797
6433	3.8084136	6466	3.8106357	6499	3.8128465
6434	3.8084811	6467	3.8107029	6500	3.8129134
				H h	6500

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
6501	3.8129802	6534	3.8151791	6567	3.8173670
6502	3.8130470	6535	3.8152456	6568	3.8174331
6503	3.8131138	6536	3.8153120	6569	3.8174993
6504	3.8131805	6537	3.8153785	6570	3.8175654
6505	3.8132473	6538	3.8154449	6571	3.8176315
6506	3.8133141	6539	3.8155113	6572	3.8176976
6507	3.8133808	6540	3.8155777	6573	3.8177636
6508	3.8134475	6541	3.8156441	6574	3.8178297
6509	3.8135143	6542	3.8157105	6575	3.8178958
6510	3.8135810	6543	3.8157769	6576	3.8179618
6511	3.8136477	6544	3.8158433	6577	3.8180278
6512	3.8137144	6545	3.8159096	6578	3.8180939
6513	3.8137811	6546	3.8159760	6579	3.8181599
6514	3.8138478	6547	3.8160423	6580	3.8182259
6515	3.8139144	6548	3.8161087	6581	3.8182919
6516	3.8139811	6549	3.8161750	6582	3.8183579
6517	3.8140477	6550	3.8162413	6583	3.8184239
6518	3.8141144	6551	3.8163076	6584	3.8184898
6519	3.8141810	6552	3.8163739	6585	3.8185558
6520	3.8142476	6553	3.8164402	6586	3.8186217
6521	3.8143142	6554	3.8165064	6587	3.8186877
6522	3.8143808	6555	3.8165727	6588	3.8187536
6523	3.8144474	6556	3.8166389	6589	3.8188195
6524	3.8145140	6557	3.8167052	6590	3.8188854
6525	3.8145805	6558	3.8167714	6591	3.8189513
6526	3.8146471	6559	3.8168376	6592	3.8190172
6527	3.8147136	6560	3.8169038	6593	3.8190831
6528	3.8147801	6561	3.8169700	6594	3.8191489
6529	3.8148467	6562	3.8170362	6595	3.8192148
6530	3.8149132	6563	3.8171024	6596	3.8192806
6531	3.8149797	6564	3.8171686	6597	3.8193465
6532	3.8150462	6565	3.8172347	6598	3.8194123
6533	3.8151127	6566	3.8173009	6599	3.8194781
6534	3.8151791	6567	3.8173670	6600	3.8195439

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
6601	3.8196097	6634	3.8217755	6667	3.8239305
6602	3.8196755	6635	3.8218409	6668	3.8239956
6603	3.8197413	6636	3.8219064	6669	3.8240607
6604	3.8198071	6637	3.8219718	6670	3.8241258
6605	3.8198728	6638	3.8220372	6671	3.8241909
6606	3.8199386	6639	3.8221027	6672	3.8242560
6607	3.8200043	6640	3.8221681	6673	3.8243211
6608	3.8200700	6641	3.8222335	6674	3.8243862
6609	3.8201358	6642	3.8222989	6675	3.8244513
6610	3.8202015	6643	3.8223643	6676	3.8245163
6611	3.8202672	6644	3.8224296	6677	3.8245814
6612	3.8203328	6645	3.8224950	6678	3.8246464
6613	3.8203985	6646	3.8225603	6679	3.8247114
6614	3.8204642	6647	3.8226257	6680	3.8247765
6615	3.8205298	6648	3.8226910	6681	3.8248415
6616	3.8205955	6649	3.8227563	6682	3.8249065
6617	3.8206611	6650	3.8228216	6683	3.8249715
6618	3.8207268	6651	3.8228869	6684	3.8250364
6619	3.8207924	6652	3.8229522	6685	3.8251014
6620	3.8208580	6653	3.8230175	6686	3.8251664
6621	3.8209236	6654	3.8230828	6687	3.8252313
6622	3.8209892	6655	3.8231481	6688	3.8252963
6623	3.8210548	6656	3.8232133	6689	3.8253612
6624	3.8211203	6657	3.8232786	6690	3.8254261
6625	3.8211859	6658	3.8233438	6691	3.8254910
6626	3.8212514	6659	3.8234090	6692	3.8255559
6627	3.8213170	6660	3.8234742	6693	3.8256208
6628	3.8213825	6661	3.8235394	6694	3.8256857
6629	3.8214480	6662	3.8236046	6695	3.8257506
6630	3.8215135	6663	3.8236698	6696	3.8258154
6631	3.8215790	6664	3.8237350	6697	3.8258803
6632	3.8216445	6665	3.8238002	6698	3.8259451
6633	3.8217100	6666	3.8238653	6699	3.8260100
6634	3.8217755	6667	3.8239305	6700	3.8260748
				H h ij	6700

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
6701	3.8261396	6734	3.8282731	6767	3.8303962
6702	3.8262044	6735	3.8283376	6768	3.8304603
6703	3.8262692	6736	3.8284021	6769	3.8305245
6704	3.8263340	6737	3.8284665	6770	3.8305887
6705	3.8263988	6738	3.8285310	6771	3.8306528
6706	3.8264635	6739	3.8285955	6772	3.8307169
6707	3.8265283	6740	3.8286599	6773	3.8307811
6708	3.8265931	6741	3.8287243	6774	3.8308452
6709	3.8266578	6742	3.8287887	6775	3.8309093
6710	3.8267225	6743	3.8288532	6776	3.8309734
6711	3.8267872	6744	3.8289176	6777	3.8310375
6712	3.8268519	6745	3.8289820	6778	3.8311016
6713	3.8269166	6746	3.8290463	6779	3.8311656
6714	3.8269813	6747	3.8291107	6780	3.8312297
6715	3.8270460	6748	3.8291751	6781	3.8312937
6716	3.8271107	6749	3.8292394	6782	3.8313578
6717	3.8271753	6750	3.8293038	6783	3.8314218
6718	3.8272400	6751	3.8293681	6784	3.8314858
6719	3.8273046	6752	3.8294324	6785	3.8315499
6720	3.8273693	6753	3.8294967	6786	3.8316139
6721	3.8274339	6754	3.8295611	6787	3.8316778
6722	3.8274985	6755	3.8296254	6788	3.8317418
6723	3.8275631	6756	3.8296896	6789	3.8318058
6724	3.8276277	6757	3.8297539	6790	3.8318698
6725	3.8276923	6758	3.8298182	6791	3.8319337
6726	3.8277569	6759	3.8298824	6792	3.8319977
6727	3.8278214	6760	3.8299467	6793	3.8320616
6728	3.8278860	6761	3.8300109	6794	3.8321255
6729	3.8279505	6762	3.8300752	6795	3.8321895
6730	3.8280151	6763	3.8301394	6796	3.8322534
6731	3.8280796	6764	3.8302036	6797	3.8323173
6732	3.8281441	6765	3.8302678	6798	3.8323812
6733	3.8282086	6766	3.8303320	6799	3.8324450
6734	3.8282731	6767	3.8303962	6800	3.8325089

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
6801	3.8325728	6834	3.8346750	6867	3.8367670
6802	3.8326366	6835	3.8347385	6868	3.8368303
6803	3.8327005	6836	3.8348021	6869	3.8368935
6804	3.8327643	6837	3.8348656	6870	3.8369567
6805	3.8328281	6838	3.8349291	6871	3.8370199
6806	3.8328919	6839	3.8349926	6872	3.8370832
6807	3.8329558	6840	3.8350561	6873	3.8371463
6808	3.8330195	6841	3.8351196	6874	3.8372095
6809	3.8330833	6842	3.8351831	6875	3.8372727
6810	3.8331471	6843	3.8352465	6876	3.8373359
6811	3.8332109	6844	3.8353100	6877	3.8373990
6812	3.8332746	6845	3.8353735	6878	3.8374622
6813	3.8333384	6846	3.8354369	6879	3.8375253
6814	3.8334021	6847	3.8355003	6880	3.8375884
6815	3.8334659	6848	3.8355638	6881	3.8376516
6816	3.8335296	6849	3.8356272	6882	3.8377147
6817	3.8335933	6850	3.8356906	6883	3.8377778
6818	3.8336570	6851	3.8357540	6884	3.8378409
6819	3.8337207	6852	3.8358174	6885	3.8379039
6820	3.8337844	6853	3.8358807	6886	3.8379670
6821	3.8338480	6854	3.8359441	6887	3.8380301
6822	3.8339117	6855	3.8360075	6888	3.8380931
6823	3.8339754	6856	3.8360708	6889	3.8381562
6824	3.8340390	6857	3.8361341	6890	3.8382192
6825	3.8341027	6858	3.8361975	6891	3.8382822
6826	3.8341663	6859	3.8362608	6892	3.8383453
6827	3.8342299	6860	3.8363241	6893	3.8384083
6828	3.8342935	6861	3.8363874	6894	3.8384713
6829	3.8343571	6862	3.8364507	6895	3.8385343
6830	3.8344207	6863	3.8365140	6896	3.8385973
6831	3.8344843	6864	3.8365773	6897	3.8386602
6832	3.8345479	6865	3.8366405	6898	3.8387232
6833	3.8346114	6866	3.8367038	6899	3.8387861
6834	3.8346750	6867	3.8367670	6900	3.8388491
				44 h ij	6900

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
6901	3.8389120	6934	3.8409838	6967	3.8430478
6902	3.8389750	6935	3.8410465	6968	3.8431081
6903	3.8390379	6936	3.8411091	6969	3.8431705
6904	3.8391008	6937	3.8411717	6970	3.8432328
6905	3.8391637	6938	3.8412343	6971	3.8432951
6906	3.8392266	6939	3.8412969	6972	3.8433574
6907	3.8392895	6940	3.8413595	6973	3.8434197
6908	3.8393523	6941	3.8414220	6974	3.8434819
6909	3.8394152	6942	3.8414846	6975	3.8435442
6910	3.8394780	6943	3.8415472	6976	3.8436065
6911	3.8395409	6944	3.8416097	6977	3.8436687
6912	3.8396037	6945	3.8416722	6978	3.8437310
6913	3.8396666	6946	3.8417348	6979	3.8437932
6914	3.8397294	6947	3.8417973	6980	3.8438554
6915	3.8397922	6948	3.8418598	6981	3.8439176
6916	3.8398550	6949	3.8419223	6982	3.8439798
6917	3.8399178	6950	3.8419848	6983	3.8440420
6918	3.8399806	6951	3.8420473	6984	3.8441042
6919	3.8400433	6952	3.8421098	6985	3.8441664
6920	3.8401061	6953	3.8421722	6986	3.8442286
6921	3.8401688	6954	3.8422347	6987	3.8442907
6922	3.8402316	6955	3.8422971	6988	3.8443529
6923	3.8402943	6956	3.8423596	6989	3.8444150
6924	3.8403571	6957	3.8424220	6990	3.8444772
6925	3.8404198	6958	3.8424844	6991	3.8445393
6926	3.8404825	6959	3.8425468	6992	3.8446014
6927	3.8405452	6960	3.8426092	6993	3.8446635
6928	3.8406079	6961	3.8426716	6994	3.8447256
6929	3.8406706	6962	3.8427340	6995	3.8447877
6930	3.8407332	6963	3.8427964	6996	3.8448498
6931	3.8407959	6964	3.8428588	6997	3.8449119
6932	3.8408586	6965	3.8429211	6998	3.8449739
6933	3.8409212	6966	3.8429835	6999	3.8450360
6934	3.8409838	6967	3.8430458	7000	3.8450980

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7001	3.8451601	7034	3.8472024	7067	3.8492351
7002	3.8452221	7035	3.8472641	7068	3.8492965
7003	3.8452841	7036	3.8473258	7069	3.8493580
7004	3.8453461	7037	3.8473876	7070	3.8494194
7005	3.8454081	7038	3.8474493	7071	3.8494808
7006	3.8454701	7039	3.8475110	7072	3.8495423
7007	3.8455321	7040	3.8475727	7073	3.8496037
7008	3.8455941	7041	3.8476343	7074	3.8496651
7009	3.8456561	7042	3.8476960	7075	3.8497264
7010	3.8457180	7043	3.8477577	7076	3.8497878
7011	3.8457800	7044	3.8478193	7077	3.8498492
7012	3.8458419	7045	3.8478810	7078	3.8499106
7013	3.8459038	7046	3.8479426	7079	3.8499719
7014	3.8459658	7047	3.8480043	7080	3.8500333
7015	3.8460277	7048	3.8480659	7081	3.8500946
7016	3.8460896	7049	3.8481275	7082	3.8501559
7017	3.8461515	7050	3.8481891	7083	3.8502172
7018	3.8462134	7051	3.8482507	7084	3.8502786
7019	3.8462752	7052	3.8483123	7085	3.8503399
7020	3.8463371	7053	3.8483739	7086	3.8504011
7021	3.8463990	7054	3.8484355	7087	3.8504624
7022	3.8464608	7055	3.8484970	7088	3.8505237
7023	3.8465227	7056	3.8485586	7089	3.8505850
7024	3.8465845	7057	3.8486201	7090	3.8506462
7025	3.8466463	7058	3.8486817	7091	3.8507075
7026	3.8467081	7059	3.8487432	7092	3.8507687
7027	3.8467700	7060	3.8488047	7093	3.8508300
7028	3.8468318	7061	3.8488662	7094	3.8508912
7029	3.8468935	7062	3.8489277	7095	3.8509524
7030	3.8469553	7063	3.8489892	7096	3.8510136
7031	3.8470171	7064	3.8490507	7097	3.8510748
7032	3.8470789	7065	3.8491122	7098	3.8511360
7033	3.8471406	7066	3.8491736	7099	3.8511972
7034	3.8472024	7067	3.8492351	7100	3.8512583

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
7101	3.8513195	7134	3.8533331	7167	3.8553374
7102	3.8513807	7135	3.8533940	7168	3.8553980
7103	3.8514418	7136	3.8534548	7169	3.8554586
7104	3.8515030	7137	3.8535157	7170	3.8555192
7105	3.8515641	7138	3.8535765	7171	3.8555797
7106	3.8516252	7139	3.8536374	7172	3.8556403
7107	3.8516863	7140	3.8536982	7173	3.8557008
7108	3.8517474	7141	3.8537590	7174	3.8557614
7109	3.8518085	7142	3.8538198	7175	3.8558219
7110	3.8518696	7143	3.8538806	7176	3.8558824
7111	3.8519307	7144	3.8539414	7177	3.8559429
7112	3.8519917	7145	3.8540022	7178	3.8560035
7113	3.8520528	7146	3.8540630	7179	3.8560640
7114	3.8521139	7147	3.8541238	7180	3.8561244
7115	3.8521749	7148	3.8541845	7181	3.8561849
7116	3.8522359	7149	3.8542453	7182	3.8562454
7117	3.8522970	7150	3.8543060	7183	3.8563059
7118	3.8523580	7151	3.8543668	7184	3.8563663
7119	3.8524190	7152	3.8544275	7185	3.8564268
7120	3.8524800	7153	3.8544882	7186	3.8564872
7121	3.8525410	7154	3.8545489	7187	3.8565476
7122	3.8526020	7155	3.8546096	7188	3.8566081
7123	3.8526629	7156	3.8546703	7189	3.8566685
7124	3.8527239	7157	3.8547310	7190	3.8567289
7125	3.8527849	7158	3.8547917	7191	3.8567893
7126	3.8528458	7159	3.8548524	7192	3.8568497
7127	3.8529068	7160	3.8549130	7193	3.8569101
7128	3.8529677	7161	3.8549737	7194	3.8569704
7129	3.8530286	7162	3.8550343	7195	3.8570308
7130	3.8530895	7163	3.8550949	7196	3.8570912
7131	3.8531504	7164	3.8551556	7197	3.8571515
7132	3.8532113	7165	3.8552162	7198	3.8572118
7133	3.8532722	7166	3.8552768	7199	3.8572722
7134	3.8533331	7167	3.8553374	7200	3.8573325



N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
7201	3.8573928	7234	3.8593785	7267	3.8615852
7202	3.8574531	7235	3.8594385	7268	3.8616449
7203	3.8575134	7236	3.8594986	7269	3.8617047
7204	3.8575737	7237	3.8595585	7270	3.8617644
7205	3.8576340	7238	3.8596186	7271	3.8618241
7206	3.8576943	7239	3.8596786	7272	3.8618839
7207	3.8577545	7240	3.8597386	7273	3.8619436
7208	3.8578148	7241	3.8597985	7274	3.8620033
7209	3.8578750	7242	3.8598585	7275	3.8620630
7210	3.8579353	7243	3.8599185	7276	3.8621227
7211	3.8579955	7244	3.8599784	7277	3.8621824
7212	3.8580557	7245	3.8600384	7278	3.8622420
7213	3.8581159	7246	3.8600983	7279	3.8623017
7214	3.8581761	7247	3.8601583	7280	3.8623614
7215	3.8582363	7248	3.8602182	7281	3.8624210
7216	3.8582965	7249	3.8602781	7282	3.8624807
7217	3.8583567	7250	3.8603380	7283	3.8625403
7218	3.8584169	7251	3.8603979	7284	3.8626000
7219	3.8584770	7252	3.8604578	7285	3.8626596
7220	3.8585372	7253	3.8605177	7286	3.8627192
7221	3.8585973	7254	3.8605776	7287	3.8627788
7222	3.8586575	7255	3.8606374	7288	3.8628384
7223	3.8587176	7256	3.8606973	7289	3.8628980
7224	3.8587777	7257	3.8607571	7290	3.8629575
7225	3.8588379	7258	3.8608170	7291	3.8630171
7226	3.8588980	7259	3.8608768	7292	3.8630767
7227	3.8589581	7260	3.8609366	7293	3.8631362
7228	3.8590181	7261	3.8609964	7294	3.8631958
7229	3.8590782	7262	3.8610562	7295	3.8632553
7230	3.8591383	7263	3.8611160	7296	3.8633148
7231	3.8591984	7264	3.8611758	7297	3.8633743
7232	3.8592584	7265	3.8612356	7298	3.8634339
7233	3.8593185	7266	3.8612954	7299	3.8634934
7234	3.8593785	7267	3.8613552	7300	3.8635529

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
7301	3.8633823	7334	3.8653409	7367	3.8672907
7302	3.8634418	7335	3.8654001	7368	3.8673496
7303	3.8635013	7336	3.8654593	7369	3.8674086
7304	3.8635608	7337	3.8655185	7370	3.8674675
7305	3.8636202	7338	3.8655777	7371	3.8675264
7306	3.8636797	7339	3.8656369	7372	3.8675853
7307	3.8637391	7340	3.8656961	7373	3.8676442
7308	3.8637985	7341	3.8657552	7374	3.8677031
7309	3.8638580	7342	3.8658144	7375	3.8677620
7310	3.8639174	7343	3.8658735	7376	3.8678209
7311	3.8639768	7344	3.8659327	7377	3.8678798
7312	3.8640362	7345	3.8659918	7378	3.8679387
7313	3.8640956	7346	3.8660509	7379	3.8679975
7314	3.8641550	7347	3.8661100	7380	3.8680564
7315	3.8642143	7348	3.8661692	7381	3.8681152
7316	3.8642737	7349	3.8662282	7382	3.8681740
7317	3.8643331	7350	3.8662873	7383	3.8682329
7318	3.8643924	7351	3.8663464	7384	3.8682917
7319	3.8644517	7352	3.8664055	7385	3.8683505
7320	3.8645111	7353	3.8664646	7386	3.8684093
7321	3.8645704	7354	3.8665236	7387	3.8684681
7322	3.8646297	7355	3.8665827	7388	3.8685269
7323	3.8646890	7356	3.8666417	7389	3.8685857
7324	3.8647483	7357	3.8667008	7390	3.8686444
7325	3.8648076	7358	3.8667598	7391	3.8687032
7326	3.8648669	7359	3.8668188	7392	3.8687620
7327	3.8649262	7360	3.8668778	7393	3.8688207
7328	3.8649855	7361	3.8669368	7394	3.8688794
7329	3.8650447	7362	3.8669958	7395	3.8689382
7330	3.8651040	7363	3.8670548	7396	3.8689969
7331	3.8651632	7364	3.8671138	7397	3.8690556
7332	3.8652225	7365	3.8671728	7398	3.8691143
7333	3.8652817	7366	3.8672317	7399	3.8691730
7334	3.8653409	7367	3.8672907	7400	3.8692317

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
7401	3.8692904	7434	3.8712226	7467	3.8731461
7402	3.8693491	7435	3.8712810	7468	3.8732043
7403	3.8694077	7436	3.8713394	7469	3.8732625
7404	3.8694664	7437	3.8713978	7470	3.8733206
7405	3.8695251	7438	3.8714562	7471	3.8733787
7406	3.8695837	7439	3.8715146	7472	3.8734369
7407	3.8696423	7440	3.8715729	7473	3.8734950
7408	3.8697010	7441	3.8716313	7474	3.8735531
7409	3.8697596	7442	3.8716897	7475	3.8736112
7410	3.8698182	7443	3.8717480	7476	3.8736693
7411	3.8698768	7444	3.8718064	7477	3.8737274
7412	3.8699354	7445	3.8718647	7478	3.8737855
7413	3.8699940	7446	3.8719230	7479	3.8738435
7414	3.8700526	7447	3.8719814	7480	3.8739016
7415	3.8701112	7448	3.8720397	7481	3.8739597
7416	3.8701697	7449	3.8720980	7482	3.8740177
7417	3.8702283	7450	3.8721563	7483	3.8740757
7418	3.8702868	7451	3.8722146	7484	3.8741338
7419	3.8703454	7452	3.8722728	7485	3.8741918
7420	3.8704039	7453	3.8723311	7486	3.8742498
7421	3.8704624	7454	3.8723894	7487	3.8743078
7422	3.8705209	7455	3.8724476	7488	3.8743658
7423	3.8705795	7456	3.8725059	7489	3.8744238
7424	3.8706380	7457	3.8725641	7490	3.8744818
7425	3.8706965	7458	3.8726224	7491	3.8745398
7426	3.8707549	7459	3.8726806	7492	3.8745978
7427	3.8708134	7460	3.8727388	7493	3.8746557
7428	3.8708719	7461	3.8727970	7494	3.8747137
7429	3.8709304	7462	3.8728552	7495	3.8747716
7430	3.8709888	7463	3.8729134	7496	3.8748296
7431	3.8710473	7464	3.8729716	7497	3.8748875
7432	3.8711057	7465	3.8730298	7498	3.8749454
7433	3.8711641	7466	3.8730880	7499	3.8750034
7434	3.8712226	7467	3.8731461	7500	3.8750613
				l i	7500

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7501	3.8751192	7534	3.8770256	7567	3.8789237
7502	3.8751771	7535	3.8770833	7568	3.8789811
7503	3.8752349	7536	3.8771409	7569	3.8790385
7504	3.8752928	7537	3.8771985	7570	3.8790959
7505	3.8753507	7538	3.8772561	7571	3.8791532
7506	3.8754086	7539	3.8773137	7572	3.8792106
7507	3.8754664	7540	3.8773713	7573	3.8792680
7508	3.8755243	7541	3.8774289	7574	3.8793253
7509	3.8755821	7542	3.8774865	7575	3.8793826
7510	3.8756399	7543	3.8775441	7576	3.8794400
7511	3.8756978	7544	3.8776017	7577	3.8794973
7512	3.8757556	7545	3.8776592	7578	3.8795546
7513	3.8758134	7546	3.8777168	7579	3.8796119
7514	3.8758712	7547	3.8777743	7580	3.8796692
7515	3.8759290	7548	3.8778319	7581	3.8797265
7516	3.8759868	7549	3.8778894	7582	3.8797838
7517	3.8760445	7550	3.8779469	7583	3.8798411
7518	3.8761023	7551	3.8780045	7584	3.8798983
7519	3.8761601	7552	3.8780620	7585	3.8799556
7520	3.8762178	7553	3.8781195	7586	3.8800128
7521	3.8762756	7554	3.8781770	7587	3.8800701
7522	3.8763333	7555	3.8782345	7588	3.8801273
7523	3.8763911	7556	3.8782919	7589	3.8801846
7524	3.8764488	7557	3.8783494	7590	3.8802418
7525	3.8765065	7558	3.8784069	7591	3.8802990
7526	3.8765642	7559	3.8784643	7592	3.8803562
7527	3.8766219	7560	3.8785218	7593	3.8804134
7528	3.8766796	7561	3.8785792	7594	3.8804706
7529	3.8767373	7562	3.8786367	7595	3.8805278
7530	3.8767950	7563	3.8786941	7596	3.8805850
7531	3.8768526	7564	3.8787515	7597	3.8806421
7532	3.8769103	7565	3.8788089	7598	3.8806993
7533	3.8769680	7566	3.8788663	7599	3.8807564
7534	3.8770256	7567	3.8789237	7600	3.8808136

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7601	3.8808707	7634	3.8827522	7667	3.8846255
7602	3.8809279	7635	3.8828090	7668	3.8846821
7603	3.8809850	7636	3.8828659	7669	3.8847387
7604	3.8810421	7637	3.8829228	7670	3.8847954
7605	3.8810992	7638	3.8829797	7671	3.8848520
7606	3.8811563	7639	3.8830365	7672	3.8849086
7607	3.8812134	7640	3.8830934	7673	3.8849652
7608	3.8812705	7641	3.8831502	7674	3.8850218
7609	3.8813276	7642	3.8832070	7675	3.8850784
7610	3.8813847	7643	3.8832639	7676	3.8851350
7611	3.8814417	7644	3.8833207	7677	3.8851915
7612	3.8814988	7645	3.8833775	7678	3.8852481
7613	3.8815558	7646	3.8834343	7679	3.8853047
7614	3.8816129	7647	3.8834911	7680	3.8853612
7615	3.8816699	7648	3.8835479	7681	3.8854178
7616	3.8817269	7649	3.8836047	7682	3.8854743
7617	3.8817840	7650	3.8836614	7683	3.8855308
7618	3.8818410	7651	3.8837182	7684	3.8855874
7619	3.8818980	7652	3.8837750	7685	3.8856439
7620	3.8819550	7653	3.8838317	7686	3.8857004
7621	3.8820120	7654	3.8838885	7687	3.8857569
7622	3.8820689	7655	3.8839452	7688	3.8858134
7623	3.8821259	7656	3.8840019	7689	3.8858699
7624	3.8821829	7657	3.8840586	7690	3.8859263
7625	3.8822398	7658	3.8841154	7691	3.8859828
7626	3.8822968	7659	3.8841721	7692	3.8860393
7627	3.8823537	7660	3.8842288	7693	3.8860957
7628	3.8824107	7661	3.8842855	7694	3.8861522
7629	3.8824676	7662	3.8843421	7695	3.8862086
7630	3.8825245	7663	3.8843988	7696	3.8862651
7631	3.8825815	7664	3.8844555	7697	3.8863215
7632	3.8826384	7665	3.8845122	7698	3.8863779
7633	3.8826953	7666	3.8845688	7699	3.8864343
7634	3.8827522	7667	3.8846255	7700	3.8864907

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7501	3.8751192	7534	3.8770256	7567	3.8789237
7502	3.8751771	7535	3.8770833	7568	3.8789811
7503	3.8752349	7536	3.8771409	7569	3.8790385
7504	3.8752928	7537	3.8771985	7570	3.8790959
7505	3.8753507	7538	3.8772561	7571	3.8791532
7506	3.8754086	7539	3.8773137	7572	3.8792106
7507	3.8754664	7540	3.8773713	7573	3.8792680
7508	3.8755243	7541	3.8774289	7574	3.8793253
7509	3.8755821	7542	3.8774865	7575	3.8793826
7510	3.8756399	7543	3.8775441	7576	3.8794400
7511	3.8756978	7544	3.8776017	7577	3.8794973
7512	3.8757556	7545	3.8776592	7578	3.8795546
7513	3.8758134	7546	3.8777168	7579	3.8796119
7514	3.8758712	7547	3.8777743	7580	3.8796692
7515	3.8759290	7548	3.8778319	7581	3.8797265
7516	3.8759868	7549	3.8778894	7582	3.8797838
7517	3.8760445	7550	3.8779469	7583	3.8798411
7518	3.8761023	7551	3.8780045	7584	3.8798983
7519	3.8761601	7552	3.8780620	7585	3.8799556
7520	3.8762178	7553	3.8781195	7586	3.8800128
7521	3.8762756	7554	3.8781770	7587	3.8800701
7522	3.8763333	7555	3.8782345	7588	3.8801273
7523	3.8763911	7556	3.8782919	7589	3.8801846
7524	3.8764488	7557	3.8783494	7590	3.8802418
7525	3.8765065	7558	3.8784069	7591	3.8802990
7526	3.8765642	7559	3.8784643	7592	3.8803562
7527	3.8766219	7560	3.8785218	7593	3.8804134
7528	3.8766796	7561	3.8785792	7594	3.8804706
7529	3.8767373	7562	3.8786367	7595	3.8805278
7530	3.8767950	7563	3.8786941	7596	3.8805850
7531	3.8768526	7564	3.8787515	7597	3.8806421
7532	3.8769103	7565	3.8788089	7598	3.8806993
7533	3.8769680	7566	3.8788663	7599	3.8807564
7534	3.8770256	7567	3.8789237	7600	3.8808136

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7601	3.8808707	7634	3.8817522	7667	3.8846255
7602	3.8809279	7635	3.8818090	7668	3.8846821
7603	3.8809850	7636	3.8818659	7669	3.8847387
7604	3.8810421	7637	3.8819228	7670	3.8847954
7605	3.8810992	7638	3.8819797	7671	3.8848520
7606	3.8811563	7639	3.8820365	7672	3.8849086
7607	3.8812134	7640	3.8820934	7673	3.8849652
7608	3.8812705	7641	3.8821502	7674	3.8850218
7609	3.8813276	7642	3.8822070	7675	3.8850784
7610	3.8813847	7643	3.8822639	7676	3.8851350
7611	3.8814417	7644	3.8823207	7677	3.8851915
7612	3.8814988	7645	3.8823775	7678	3.8852481
7613	3.8815558	7646	3.8824343	7679	3.8853047
7614	3.8816129	7647	3.8824911	7680	3.8853612
7615	3.8816699	7648	3.8825479	7681	3.8854178
7616	3.8817269	7649	3.8826047	7682	3.8854743
7617	3.8817840	7650	3.8826614	7683	3.8855308
7618	3.8818410	7651	3.8827182	7684	3.8855874
7619	3.8818980	7652	3.8827750	7685	3.8856439
7620	3.8819550	7653	3.8828317	7686	3.8857004
7621	3.8820120	7654	3.8828885	7687	3.8857569
7622	3.8820689	7655	3.8829452	7688	3.8858134
7623	3.8821259	7656	3.8830019	7689	3.8858699
7624	3.8821829	7657	3.8830586	7690	3.8859263
7625	3.8822398	7658	3.8831154	7691	3.8859828
7626	3.8822968	7659	3.8831721	7692	3.8860393
7627	3.8823537	7660	3.8832288	7693	3.8860957
7628	3.8824107	7661	3.8832855	7694	3.8861522
7629	3.8824676	7662	3.8833421	7695	3.8862086
7630	3.8825245	7663	3.8833988	7696	3.8862651
7631	3.8825815	7664	3.8834555	7697	3.8863215
7632	3.8826384	7665	3.8835122	7698	3.8863779
7633	3.8826953	7666	3.8835688	7699	3.8864343
7634	3.8827522	7667	3.8836255	7700	3.8864907

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7701	3.8865471	7734	3.8884042	7767	3.8902533
7702	3.8866035	7735	3.8884603	7768	3.8903092
7703	3.8866599	7736	3.8885165	7769	3.8903651
7704	3.8867163	7737	3.8885726	7770	3.8904210
7705	3.8867726	7738	3.8886287	7771	3.8904769
7706	3.8868290	7739	3.8886848	7772	3.8905328
7707	3.8868854	7740	3.8887410	7773	3.8905887
7708	3.8869417	7741	3.8887971	7774	3.8906445
7709	3.8869980	7742	3.8888532	7775	3.8907004
7710	3.8870544	7743	3.8889093	7776	3.8907563
7711	3.8871107	7744	3.8889653	7777	3.8908121
7712	3.8871670	7745	3.8890214	7778	3.8908679
7713	3.8872233	7746	3.8890775	7779	3.8909238
7714	3.8872796	7747	3.8891336	7780	3.8909796
7715	3.8873359	7748	3.8891896	7781	3.8910354
7716	3.8873922	7749	3.8892457	7782	3.8910912
7717	3.8874485	7750	3.8893017	7783	3.8911470
7718	3.8875048	7751	3.8893577	7784	3.8912028
7719	3.8875610	7752	3.8894138	7785	3.8912586
7720	3.8876173	7753	3.8894698	7786	3.8913144
7721	3.8876736	7754	3.8895258	7787	3.8913702
7722	3.8877298	7755	3.8895818	7788	3.8914259
7723	3.8877860	7756	3.8896378	7789	3.8914817
7724	3.8878423	7757	3.8896938	7790	3.8915375
7725	3.8878985	7758	3.8897498	7791	3.8915932
7726	3.8879547	7759	3.8898058	7792	3.8916489
7727	3.8880109	7760	3.8898617	7793	3.8917047
7728	3.8880671	7761	3.8899177	7794	3.8917604
7729	3.8881233	7762	3.8899736	7795	3.8918161
7730	3.8881795	7763	3.8900296	7796	3.8918718
7731	3.8882357	7764	3.8900855	7797	3.8919275
7732	3.8882918	7765	3.8901415	7798	3.8919832
7733	3.8883480	7766	3.8901974	7799	3.8920389
7734	3.8884042	7767	3.8902533	7800	3.8920946



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
7801	3.8921503	7834	3.8939836	7867	3.8958091
7802	3.8922059	7835	3.8940390	7868	3.8958643
7803	3.8922616	7836	3.8940944	7869	3.8959195
7804	3.8923173	7837	3.8941498	7870	3.8959747
7805	3.8923729	7838	3.8942053	7871	3.8960299
7806	3.8924285	7839	3.8942607	7872	3.8960851
7807	3.8924842	7840	3.8943161	7873	3.8961403
7808	3.8925398	7841	3.8943715	7874	3.8961954
7809	3.8925954	7842	3.8944268	7875	3.8962506
7810	3.8926510	7843	3.8944822	7876	3.8963057
7811	3.8927066	7844	3.8945376	7877	3.8963608
7812	3.8927622	7845	3.8945929	7878	3.8964160
7813	3.8928178	7846	3.8946483	7879	3.8964711
7814	3.8928734	7847	3.8947037	7880	3.8965262
7815	3.8929290	7848	3.8947590	7881	3.8965813
7816	3.8929846	7849	3.8948143	7882	3.8966364
7817	3.8930401	7850	3.8948697	7883	3.8966915
7818	3.8930957	7851	3.8949250	7884	3.8967466
7819	3.8931512	7852	3.8949803	7885	3.8968017
7820	3.8932068	7853	3.8950356	7886	3.8968568
7821	3.8932623	7854	3.8950909	7887	3.8969118
7822	3.8933178	7855	3.8951462	7888	3.8969669
7823	3.8933733	7856	3.8952015	7889	3.8970220
7824	3.8934288	7857	3.8952568	7890	3.8970770
7825	3.8934843	7858	3.8953120	7891	3.8971320
7826	3.8935398	7859	3.8953673	7892	3.8971871
7827	3.8935953	7860	3.8954225	7893	3.8972421
7828	3.8936508	7861	3.8954778	7894	3.8972971
7829	3.8937063	7862	3.8955330	7895	3.8973521
7830	3.8937618	7863	3.8955883	7896	3.8974071
7831	3.8938172	7864	3.8956435	7897	3.8974621
7832	3.8938727	7865	3.8956987	7898	3.8975171
7833	3.8939281	7866	3.8957539	7899	3.8975721
7834	3.8939836	7867	3.8958091	7900	3.8976271

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
7901	3.8976821	7934	3.8994922	7967	3.9012948
7902	3.8977370	7935	3.8995469	7968	3.9013493
7903	3.8977920	7936	3.8996017	7969	3.9014038
7904	3.8978469	7937	3.8996564	7970	3.9014583
7905	3.8979019	7938	3.8997111	7971	3.9015128
7906	3.8979568	7939	3.8997658	7972	3.9015673
7907	3.8980117	7940	3.8998205	7973	3.9016218
7908	3.8980667	7941	3.8998752	7974	3.9016762
7909	3.8981216	7942	3.8999299	7975	3.9017307
7910	3.8981765	7943	3.8999846	7976	3.9017851
7911	3.8982314	7944	3.9000392	7977	3.9018396
7912	3.8982863	7945	3.9000939	7978	3.9018940
7913	3.8983412	7946	3.9001486	7979	3.9019485
7914	3.8983960	7947	3.9002032	7980	3.9020029
7915	3.8984509	7948	3.9002579	7981	3.9020573
7916	3.8985058	7949	3.9003125	7982	3.9021117
7917	3.8985606	7950	3.9003671	7983	3.9021661
7918	3.8986155	7951	3.9004218	7984	3.9022205
7919	3.8986703	7952	3.9004764	7985	3.9022749
7920	3.8987252	7953	3.9005310	7986	3.9023293
7921	3.8987800	7954	3.9005856	7987	3.9023837
7922	3.8988348	7955	3.9006402	7988	3.9024381
7923	3.8988897	7956	3.9006948	7989	3.9024924
7924	3.8989445	7957	3.9007494	7990	3.9025468
7925	3.8989993	7958	3.9008039	7991	3.9026011
7926	3.8990541	7959	3.9008585	7992	3.9026555
7927	3.8991089	7960	3.9009131	7993	3.9027098
7928	3.8991636	7961	3.9009676	7994	3.9027641
7929	3.8992184	7962	3.9010222	7995	3.9028185
7930	3.8992732	7963	3.9010767	7996	3.9028728
7931	3.8993279	7964	3.9011313	7997	3.9029271
7932	3.8993827	7965	3.9011858	7998	3.9029814
7933	3.8994375	7966	3.9012403	7999	3.9030357
7934	3.8994922	7967	3.9012948	8000	3.9030900

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
8001	3.9031443	8034	3.9049318	8067	3.9067121
8002	3.9031985	8035	3.9049859	8068	3.9067659
8003	3.9032528	8036	3.9050399	8069	3.9068197
8004	3.9033071	8037	3.9050940	8070	3.9068735
8005	3.9033613	8038	3.9051480	8071	3.9069273
8006	3.9034156	8039	3.9052020	8072	3.9069812
8007	3.9034698	8040	3.9052560	8073	3.9070350
8008	3.9035241	8041	3.9053101	8074	3.9070887
8009	3.9035783	8042	3.9053641	8075	3.9071425
8010	3.9036325	8043	3.9054181	8076	3.9071963
8011	3.9036867	8044	3.9054721	8077	3.9072501
8012	3.9037409	8045	3.9055260	8078	3.9073038
8013	3.9037951	8046	3.9055800	8079	3.9073576
8014	3.9038493	8047	3.9056340	8080	3.9074114
8015	3.9039035	8048	3.9056880	8081	3.9074651
8016	3.9039577	8049	3.9057419	8082	3.9075188
8017	3.9040119	8050	3.9057959	8083	3.9075726
8018	3.9040661	8051	3.9058498	8084	3.9076263
8019	3.9041202	8052	3.9059038	8085	3.9076800
8020	3.9041744	8053	3.9059577	8086	3.9077337
8021	3.9042285	8054	3.9060116	8087	3.9077874
8022	3.9042827	8055	3.9060655	8088	3.9078411
8023	3.9043368	8056	3.9061195	8089	3.9078948
8024	3.9043909	8057	3.9061734	8090	3.9079485
8025	3.9044450	8058	3.9062273	8091	3.9080022
8026	3.9044992	8059	3.9062812	8092	3.9080559
8027	3.9045533	8060	3.9063350	8093	3.9081095
8028	3.9046074	8061	3.9063889	8094	3.9081632
8029	3.9046615	8062	3.9064428	8095	3.9082169
8030	3.9047155	8063	3.9064967	8096	3.9082705
8031	3.9047696	8064	3.9065505	8097	3.9083241
8032	3.9048237	8065	3.9066044	8098	3.9083778
8033	3.9048778	8066	3.9066582	8099	3.9084314
8034	3.9049318	8067	3.9067121	8100	3.9084850

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
8101	3.9085386	8134	3.9103042	8167	3.9120626
8102	3.9085922	8135	3.9103576	8168	3.9121157
8103	3.9086458	8136	3.9104109	8169	3.9121689
8104	3.9086994	8137	3.9104643	8170	3.9122221
8105	3.9087530	8138	3.9105177	8171	3.9122752
8106	3.9088066	8139	3.9105710	8172	3.9123284
8107	3.9088602	8140	3.9106244	8173	3.9123815
8108	3.9089137	8141	3.9106778	8174	3.9124346
8109	3.9089673	8142	3.9107311	8175	3.9124878
8110	3.9090209	8143	3.9107844	8176	3.9125409
8111	3.9090744	8144	3.9108378	8177	3.9125940
8112	3.9091279	8145	3.9108911	8178	3.9126471
8113	3.9091815	8146	3.9109444	8179	3.9127002
8114	3.9092350	8147	3.9109977	8180	3.9127533
8115	3.9092885	8148	3.9110510	8181	3.9128064
8116	3.9093420	8149	3.9111043	8182	3.9128595
8117	3.9093955	8150	3.9111576	8183	3.9129126
8118	3.9094490	8151	3.9112109	8184	3.9129656
8119	3.9095025	8152	3.9112642	8185	3.9130187
8120	3.9095560	8153	3.9113174	8186	3.9130717
8121	3.9096095	8154	3.9113707	8187	3.9131248
8122	3.9096630	8155	3.9114240	8188	3.9131778
8123	3.9097165	8156	3.9114772	8189	3.9132309
8124	3.9097699	8157	3.9115305	8190	3.9132839
8125	3.9098234	8158	3.9115837	8191	3.9133369
8126	3.9098768	8159	3.9116369	8192	3.9133899
8127	3.9099303	8160	3.9116902	8193	3.9134430
8128	3.9099837	8161	3.9117434	8194	3.9134960
8129	3.9100371	8162	3.9117966	8195	3.9135490
8130	3.9100905	8163	3.9118498	8196	3.9136019
8131	3.9101440	8164	3.9119030	8197	3.9136549
8132	3.9101974	8165	3.9119562	8198	3.9137079
8133	3.9102508	8166	3.9120094	8199	3.9137609
8134	3.9103042	8167	3.9120626	8200	3.9138139

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
8101	3.9138668	8234	3.9156109	8267	3.9173479
8202	3.9139198	8235	3.9156636	8268	3.9174005
8203	3.9139727	8236	3.9157163	8269	3.9174530
8204	3.9140257	8237	3.9157691	8270	3.9175055
8205	3.9140786	8238	3.9158218	8271	3.9175580
8206	3.9141315	8239	3.9158745	8272	3.9176105
8207	3.9141844	8240	3.9159272	8273	3.9176630
8208	3.9142373	8241	3.9159799	8274	3.9177155
8209	3.9142903	8242	3.9160326	8275	3.9177680
8210	3.9143432	8243	3.9160853	8276	3.9178205
8211	3.9143961	8244	3.9161380	8277	3.9178730
8212	3.9144489	8245	3.9161907	8278	3.9179254
8213	3.9145018	8246	3.9162433	8279	3.9179779
8214	3.9145547	8247	3.9162960	8280	3.9180303
8215	3.9146076	8248	3.9163487	8281	3.9180828
8216	3.9146604	8249	3.9164013	8282	3.9181352
8217	3.9147133	8250	3.9164539	8283	3.9181877
8218	3.9147661	8251	3.9165066	8284	3.9182401
8219	3.9148190	8252	3.9165592	8285	3.9182925
8220	3.9148718	8253	3.9166118	8286	3.9183449
8221	3.9149246	8254	3.9166645	8287	3.9183973
8222	3.9149775	8255	3.9167171	8288	3.9184497
8223	3.9150303	8256	3.9167697	8289	3.9185021
8224	3.9150831	8257	3.9168223	8290	3.9185545
8225	3.9151359	8258	3.9168749	8291	3.9186069
8226	3.9151887	8259	3.9169275	8292	3.9186593
8227	3.9152415	8260	3.9169800	8293	3.9187117
8228	3.9152943	8261	3.9170326	8294	3.9187640
8229	3.9153471	8262	3.9170852	8295	3.9188164
8230	3.9153998	8263	3.9171378	8296	3.9188687
8231	3.9154526	8264	3.9171903	8297	3.9189211
8232	3.9155054	8265	3.9172429	8298	3.9189734
8233	3.9155581	8266	3.9172954	8299	3.9190258
8234	3.9156109	8267	3.9173479	8300	3.9190781

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
8301	3.9191304	8334	3.9208535	8367	3.9225698
8302	3.9191827	8335	3.9209056	8368	3.9226217
8303	3.9192350	8336	3.9209577	8369	3.9226736
8304	3.9192873	8337	3.9210098	8370	3.9227255
8305	3.9193396	8338	3.9210619	8371	3.9227773
8306	3.9193919	8339	3.9211140	8372	3.9228292
8307	3.9194442	8340	3.9211661	8373	3.9228811
8308	3.9194965	8341	3.9212181	8374	3.9229339
8309	3.9195488	8342	3.9212702	8375	3.9229848
8310	3.9196010	8343	3.9213222	8376	3.9230367
8311	3.9196533	8344	3.9213743	8377	3.9230885
8312	3.9197055	8345	3.9214263	8378	3.9231404
8313	3.9197578	8346	3.9214784	8379	3.9231922
8314	3.9198100	8347	3.9215304	8380	3.9232440
8315	3.9198623	8348	3.9215824	8381	3.9232958
8316	3.9199145	8349	3.9216345	8382	3.9233477
8317	3.9199667	8350	3.9216865	8383	3.9233995
8318	3.9200189	8351	3.9217385	8384	3.9234513
8319	3.9200711	8352	3.9217905	8385	3.9235031
8320	3.9201233	8353	3.9218425	8386	3.9235549
8321	3.9201755	8354	3.9218945	8387	3.9236066
8322	3.9202277	8355	3.9219465	8388	3.9236584
8323	3.9202799	8356	3.9219984	8389	3.9237102
8324	3.9203321	8357	3.9220504	8390	3.9237620
8325	3.9203842	8358	3.9221024	8391	3.9238137
8326	3.9204364	8359	3.9221543	8392	3.9238655
8327	3.9204886	8360	3.9222063	8393	3.9239172
8328	3.9205407	8361	3.9222582	8394	3.9239690
8329	3.9205929	8362	3.9223102	8395	3.9240207
8330	3.9206450	8363	3.9223621	8396	3.9240724
8331	3.9206971	8364	3.9224140	8397	3.9241241
8332	3.9207493	8365	3.9224659	8398	3.9241759
8333	3.9208014	8366	3.9225179	8399	3.9242276
8334	3.9208535	8367	3.9225698	8400	3.9242793

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
8401	3.9243310	8434	3.9260336	8467	3.9277296
8402	3.9243827	8435	3.9260851	8468	3.9277808
8403	3.9244344	8436	3.9261366	8469	3.9278321
8404	3.9244860	8437	3.9261880	8470	3.9278834
8405	3.9245377	8438	3.9262395	8471	3.9279347
8406	3.9245894	8439	3.9262910	8472	3.9279859
8407	3.9246410	8440	3.9263424	8473	3.9280372
8408	3.9246927	8441	3.9263939	8474	3.9280885
8409	3.9247444	8442	3.9264453	8475	3.9281397
8410	3.9247960	8443	3.9264968	8476	3.9281909
8411	3.9248476	8444	3.9265482	8477	3.9282422
8412	3.9248993	8445	3.9265997	8478	3.9282934
8413	3.9249509	8446	3.9266511	8479	3.9283446
8414	3.9250025	8447	3.9267025	8480	3.9283959
8415	3.9250541	8448	3.9267539	8481	3.9284471
8416	3.9251057	8449	3.9268053	8482	3.9284983
8417	3.9251573	8450	3.9268567	8483	3.9285495
8418	3.9252089	8451	3.9269081	8484	3.9286007
8419	3.9252605	8452	3.9269595	8485	3.9286518
8420	3.9253121	8453	3.9270109	8486	3.9287030
8421	3.9253637	8454	3.9270622	8487	3.9287542
8422	3.9254152	8455	3.9271136	8488	3.9288054
8423	3.9254668	8456	3.9271650	8489	3.9288565
8424	3.9255184	8457	3.9272163	8490	3.9289077
8425	3.9255699	8458	3.9272677	8491	3.9289588
8426	3.9256215	8459	3.9273190	8492	3.9290100
8427	3.9256730	8460	3.9273704	8493	3.9290611
8428	3.9257245	8461	3.9274217	8494	3.9291123
8429	3.9257761	8462	3.9274730	8495	3.9291634
8430	3.9258276	8463	3.9275243	8496	3.9292145
8431	3.9258791	8464	3.9275757	8497	3.9292656
8432	3.9259306	8465	3.9276270	8498	3.9293167
8433	3.9259821	8466	3.9276783	8499	3.9293678
8434	3.9260336	8467	3.9277296	8500	3.9294189

K k iij 8500

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
8501	3.9294700	8534	3.9311526	8567	3.9328288
8502	3.9295211	8535	3.9312035	8568	3.9328795
8503	3.9295722	8536	3.9312544	8569	3.9329301
8504	3.9296233	8537	3.9313053	8570	3.9329808
8505	3.9296743	8538	3.9313561	8571	3.9330315
8506	3.9297254	8539	3.9314070	8572	3.9330822
8507	3.9297764	8540	3.9314579	8573	3.9331328
8508	3.9298275	8541	3.9315087	8574	3.9331835
8509	3.9298785	8542	3.9315596	8575	3.9332341
8510	3.9299296	8543	3.9316104	8576	3.9332848
8511	3.9299806	8544	3.9316612	8577	3.9333354
8512	3.9300316	8545	3.9317121	8578	3.9333860
8513	3.9300826	8546	3.9317629	8579	3.9334367
8514	3.9301336	8547	3.9318137	8580	3.9334873
8515	3.9301847	8548	3.9318645	8581	3.9335379
8516	3.9302357	8549	3.9319153	8582	3.9335885
8517	3.9302866	8550	3.9319661	8583	3.9336391
8518	3.9303376	8551	3.9320169	8584	3.9336897
8519	3.9303886	8552	3.9320677	8585	3.9337403
8520	3.9304396	8553	3.9321185	8586	3.9337909
8521	3.9304906	8554	3.9321692	8587	3.9338415
8522	3.9305415	8555	3.9322200	8588	3.9338920
8523	3.9305925	8556	3.9322708	8589	3.9339426
8524	3.9306434	8557	3.9323215	8590	3.9339932
8525	3.9306944	8558	3.9323723	8591	3.9340437
8526	3.9307453	8559	3.9324230	8592	3.9340943
8527	3.9307963	8560	3.9324738	8593	3.9341448
8528	3.9308472	8561	3.9325245	8594	3.9341953
8529	3.9308981	8562	3.9325752	8595	3.9342459
8530	3.9309490	8563	3.9326259	8596	3.9342964
8531	3.9309999	8564	3.9326767	8597	3.9343469
8532	3.9310508	8565	3.9327274	8598	3.9343974
8533	3.9311017	8566	3.9327781	8599	3.9344479
8534	3.9311526	8567	3.9328288	8600	3.9344984



N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
8601	3.9345489	8634	3.9362120	8667	3.9378688
8602	3.9345994	8635	3.9362623	8668	3.9379189
8603	3.9346499	8636	3.9363126	8669	3.9379690
8604	3.9347004	8637	3.9363629	8670	3.9380191
8605	3.9347509	8638	3.9364132	8671	3.9380692
8606	3.9348013	8639	3.9364635	8672	3.9381193
8607	3.9348518	8640	3.9365137	8673	3.9381693
8608	3.9349023	8641	3.9365640	8674	3.9382194
8609	3.9349527	8642	3.9366143	8675	3.9382695
8610	3.9350032	8643	3.9366645	8676	3.9383195
8611	3.9350536	8644	3.9367148	8677	3.9383696
8612	3.9351040	8645	3.9367650	8678	3.9384196
8613	3.9351544	8646	3.9368152	8679	3.9384697
8614	3.9352048	8647	3.9368655	8680	3.9385197
8615	3.9352553	8648	3.9369157	8681	3.9385698
8616	3.9353057	8649	3.9369659	8682	3.9386198
8617	3.9353561	8650	3.9370161	8683	3.9386698
8618	3.9354065	8651	3.9370663	8684	3.9387198
8619	3.9354569	8652	3.9371165	8685	3.9387698
8620	3.9355073	8653	3.9371667	8686	3.9388198
8621	3.9355576	8654	3.9372169	8687	3.9388698
8622	3.9356080	8655	3.9372671	8688	3.9389198
8623	3.9356584	8656	3.9373172	8689	3.9389698
8624	3.9357087	8657	3.9373674	8690	3.9390198
8625	3.9357591	8658	3.9374176	8691	3.9390697
8626	3.9358095	8659	3.9374677	8692	3.9391197
8627	3.9358598	8660	3.9375179	8693	3.9391697
8628	3.9359101	8661	3.9375680	8694	3.9392196
8629	3.9359605	8662	3.9376182	8695	3.9392696
8630	3.9360108	8663	3.9376683	8696	3.9393195
8631	3.9360611	8664	3.9377184	8697	3.9393695
8632	3.9361114	8665	3.9377686	8698	3.9394194
8633	3.9361617	8666	3.9378187	8699	3.9394693
8634	3.9362120	8667	3.9378688	8700	3.9395193

N. Logarith.	N. Logarith.	N. Logarith.
8701 3.9395692	8734 3.9412132	8767 3.9428510
8702 3.9396191	8735 3.9412629	8768 3.9429005
8703 3.9396690	8736 3.9413126	8769 3.9429501
8704 3.9397189	8737 3.9413623	8770 3.9429996
8705 3.9397688	8738 3.9414120	8771 3.9430491
8706 3.9398187	8739 3.9414617	8772 3.9430986
8707 3.9398685	8740 3.9415114	8773 3.9431481
8708 3.9399184	8741 3.9415611	8774 3.9431976
8709 3.9399683	8742 3.9416108	8775 3.9432471
8710 3.9400182	8743 3.9416605	8776 3.9432966
8711 3.9400680	8744 3.9417101	8777 3.9433461
8712 3.9401179	8745 3.9417598	8778 3.9433956
8713 3.9401677	8746 3.9418095	8779 3.9434450
8714 3.9402176	8747 3.9418591	8780 3.9434945
8715 3.9402674	8748 3.9419088	8781 3.9435440
8716 3.9403172	8749 3.9419584	8782 3.9435934
8717 3.9403670	8750 3.9420081	8783 3.9436429
8718 3.9404169	8751 3.9420577	8784 3.9436923
8719 3.9404667	8752 3.9421073	8785 3.9437418
8720 3.9405165	8753 3.9421569	8786 3.9437912
8721 3.9405663	8754 3.9422065	8787 3.9438406
8722 3.9406161	8755 3.9422561	8788 3.9438900
8723 3.9406659	8756 3.9423058	8789 3.9439395
8724 3.9407157	8757 3.9423553	8790 3.9439889
8725 3.9407654	8758 3.9424049	8791 3.9440383
8726 3.9408152	8759 3.9424545	8792 3.9440877
8727 3.9408650	8760 3.9425041	8793 3.9441371
8728 3.9409147	8761 3.9425537	8794 3.9441865
8729 3.9409645	8762 3.9426032	8795 3.9442358
8730 3.9410141	8763 3.9426528	8796 3.9442852
8731 3.9410640	8764 3.9427024	8797 3.9443346
8732 3.9411137	8765 3.9427519	8798 3.9443840
8733 3.9411635	8766 3.9428015	8799 3.9444333
8734 3.9412132	8767 3.9428510	8800 3.9444827

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
8801	3.9445320	8834	3.9461574	8867	3.9477767
8802	3.9445814	8835	3.9462066	8868	3.9478257
8803	3.9446307	8836	3.9462557	8869	3.9478747
8804	3.9446800	8837	3.9463048	8870	3.9479236
8805	3.9447294	8838	3.9463540	8871	3.9479726
8806	3.9447787	8839	3.9464031	8872	3.9480215
8807	3.9448280	8840	3.9464523	8873	3.9480705
8808	3.9448773	8841	3.9465014	8874	3.9481194
8809	3.9449266	8842	3.9465505	8875	3.9481684
8810	3.9449759	8843	3.9465996	8876	3.9482173
8811	3.9450252	8844	3.9466487	8877	3.9482662
8812	3.9450745	8845	3.9466978	8878	3.9483152
8813	3.9451238	8846	3.9467469	8879	3.9483641
8814	3.9451730	8847	3.9467960	8880	3.9484130
8815	3.9452223	8848	3.9468451	8881	3.9484619
8816	3.9452716	8849	3.9468942	8882	3.9485108
8817	3.9453208	8850	3.9469433	8883	3.9485597
8818	3.9453701	8851	3.9469923	8884	3.9486085
8819	3.9454193	8852	3.9470414	8885	3.9486574
8820	3.9454686	8853	3.9470905	8886	3.9487063
8821	3.9455178	8854	3.9471395	8887	3.9487552
8822	3.9455671	8855	3.9471886	8888	3.9488040
8823	3.9456163	8856	3.9472376	8889	3.9488529
8824	3.9456655	8857	3.9472866	8890	3.9489018
8825	3.9457147	8858	3.9473357	8891	3.9489506
8826	3.9457639	8859	3.9473847	8892	3.9489995
8827	3.9458131	8860	3.9474337	8893	3.9490483
8828	3.9458623	8861	3.9474827	8894	3.9490972
8829	3.9459115	8862	3.9475317	8895	3.9491460
8830	3.9459607	8863	3.9475807	8896	3.9491948
8831	3.9460099	8864	3.9476297	8897	3.9492436
8832	3.9460591	8865	3.9476787	8898	3.9492924
8833	3.9461082	8866	3.9477277	8899	3.9493412
8834	3.9461574	8867	3.9477767	8900	3.9493900
					L 1
					8900

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
8901	3.9494388	8934	3.9510459	8967	3.9526472
8902	3.9494876	8935	3.9510946	8968	3.9526956
8903	3.9495364	8936	3.9511432	8969	3.9527440
8904	3.9495852	8937	3.9511918	8970	3.9527924
8905	3.9496339	8938	3.9512404	8971	3.9528409
8906	3.9496827	8939	3.9512889	8972	3.9528893
8907	3.9497315	8940	3.9513375	8973	3.9529377
8908	3.9497802	8941	3.9513861	8974	3.9529861
8909	3.9498290	8942	3.9514347	8975	3.9530345
8910	3.9498777	8943	3.9514832	8976	3.9530828
8911	3.9499264	8944	3.9515318	8977	3.9531312
8912	3.9499752	8945	3.9515803	8978	3.9531796
8913	3.9500239	8946	3.9516289	8979	3.9532280
8914	3.9500726	8947	3.9516774	8980	3.9532765
8915	3.9501213	8948	3.9517260	8981	3.9533247
8916	3.9501701	8949	3.9517745	8982	3.9533730
8917	3.9502188	8950	3.9518230	8983	3.9534214
8918	3.9502675	8951	3.9518716	8984	3.9534697
8919	3.9503162	8952	3.9519201	8985	3.9535181
8920	3.9503649	8953	3.9519686	8986	3.9535664
8921	3.9504135	8954	3.9520171	8987	3.9536147
8922	3.9504622	8955	3.9520656	8988	3.9536631
8923	3.9505109	8956	3.9521141	8989	3.9537114
8924	3.9505596	8957	3.9521626	8990	3.9537597
8925	3.9506082	8958	3.9522111	8991	3.9538080
8926	3.9506569	8959	3.9522595	8992	3.9538563
8927	3.9507055	8960	3.9523080	8993	3.9539046
8928	3.9507542	8961	3.9523565	8994	3.9539529
8929	3.9508028	8962	3.9524049	8995	3.9540012
8930	3.9508515	8963	3.9524534	8996	3.9540494
8931	3.9509001	8964	3.9525018	8997	3.9540977
8932	3.9509487	8965	3.9525503	8998	3.9541460
8933	3.9509973	8966	3.9525987	8999	3.9541943
8934	3.9510459	8967	3.9526472	9000	3.9542425

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
9001	3.9542908	9034	3.9558801	9067	3.9574636
9002	3.9543390	9035	3.9559282	9068	3.9575115
9003	3.9543872	9036	3.9559762	9069	3.9575594
9004	3.9544355	9037	3.9560243	9070	3.9576073
9005	3.9544837	9038	3.9560723	9071	3.9576552
9006	3.9545319	9039	3.9561204	9072	3.9577030
9007	3.9545802	9040	3.9561684	9073	3.9577509
9008	3.9546284	9041	3.9562165	9074	3.9577988
9009	3.9546766	9042	3.9562645	9075	3.9578466
9010	3.9547248	9043	3.9563125	9076	3.9578945
9011	3.9547730	9044	3.9563606	9077	3.9579423
9012	3.9548212	9045	3.9564086	9078	3.9579902
9013	3.9548694	9046	3.9564566	9079	3.9580380
9014	3.9549176	9047	3.9565046	9080	3.9580858
9015	3.9549657	9048	3.9565526	9081	3.9581337
9016	3.9550139	9049	3.9566006	9082	3.9581815
9017	3.9550621	9050	3.9566486	9083	3.9582293
9018	3.9551102	9051	3.9566966	9084	3.9582771
9019	3.9551584	9052	3.9567445	9085	3.9583249
9020	3.9552065	9053	3.9567925	9086	3.9583727
9021	3.9552547	9054	3.9568405	9087	3.9584205
9022	3.9553028	9055	3.9568885	9088	3.9584683
9023	3.9553510	9056	3.9569364	9089	3.9585161
9024	3.9553991	9057	3.9569844	9090	3.9585639
9025	3.9554472	9058	3.9570323	9091	3.9586117
9026	3.9554953	9059	3.9570803	9092	3.9586594
9027	3.9555434	9060	3.9571282	9093	3.9587072
9028	3.9555915	9061	3.9571761	9094	3.9587549
9029	3.9556397	9062	3.9572241	9095	3.9588027
9030	3.9556877	9063	3.9572720	9096	3.9588505
9031	3.9557358	9064	3.9573199	9097	3.9588984
9032	3.9557839	9065	3.9573678	9098	3.9589459
9033	3.9558320	9066	3.9574157	9099	3.9589937
9034	3.9558801	9067	3.9574636	9100	3.9590414

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
9101	3.9590891	9134	3.9606610	9167	3.9622272
9102	3.9591368	9135	3.9607086	9168	3.9622746
9103	3.9591845	9136	3.9607561	9169	3.9623220
9104	3.9592322	9137	3.9608036	9170	3.9623693
9105	3.9592799	9138	3.9608512	9171	3.9624167
9106	3.9593276	9139	3.9608987	9172	3.9624640
9107	3.9593753	9140	3.9609462	9173	3.9625114
9108	3.9594230	9141	3.9609937	9174	3.9625587
9109	3.9594707	9142	3.9610412	9175	3.9626061
9110	3.9595184	9143	3.9610887	9176	3.9626534
9111	3.9595660	9144	3.9611362	9177	3.9627007
9112	3.9596137	9145	3.9611837	9178	3.9627481
9113	3.9596614	9146	3.9612312	9179	3.9627954
9114	3.9597090	9147	3.9612787	9180	3.9628427
9115	3.9597567	9148	3.9613262	9181	3.9628900
9116	3.9598043	9149	3.9613736	9182	3.9629373
9117	3.9598520	9150	3.9614211	9183	3.9629846
9118	3.9598996	9151	3.9614686	9184	3.9630319
9119	3.9599472	9152	3.9615160	9185	3.9630792
9120	3.9599948	9153	3.9615635	9186	3.9631264
9121	3.9600425	9154	3.9616109	9187	3.9631737
9122	3.9600901	9155	3.9616583	9188	3.9632210
9123	3.9601377	9156	3.9617058	9189	3.9632683
9124	3.9601853	9157	3.9617532	9190	3.9633155
9125	3.9602329	9158	3.9618006	9191	3.9633628
9126	3.9602805	9159	3.9618481	9192	3.9634100
9127	3.9603280	9160	3.9618955	9193	3.9634573
9128	3.9603756	9161	3.9619429	9194	3.9635045
9129	3.9604232	9162	3.9619903	9195	3.9635517
9130	3.9604708	9163	3.9620377	9196	3.9635990
9131	3.9605183	9164	3.9620851	9197	3.9636462
9132	3.9605659	9165	3.9621325	9198	3.9636934
9133	3.9606135	9166	3.9621799	9199	3.9637406
9134	3.9606610	9167	3.9622272	9200	3.9637878

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
9201	3.9638350	9234	3.9653899	9267	3.966952
9202	3.9638822	9235	3.9654369	9268	3.9669860
9203	3.9639294	9236	3.9654839	9269	3.9670329
9204	3.9639766	9237	3.9655309	9270	3.9670797
9205	3.9640238	9238	3.9655780	9271	3.9671266
9206	3.9640710	9239	3.9656250	9272	3.9671734
9207	3.9641181	9240	3.9656720	9273	3.9672203
9208	3.9641653	9241	3.9657190	9274	3.9672671
9209	3.9642125	9242	3.9657660	9275	3.9673139
9210	3.9642596	9243	3.9658130	9276	3.9673607
9211	3.9643068	9244	3.9658599	9277	3.9674076
9212	3.9643539	9245	3.9659069	9278	3.9674544
9213	3.9644011	9246	3.9659539	9279	3.9675012
9214	3.9644482	9247	3.9660009	9280	3.9675480
9215	3.9644953	9248	3.9660478	9281	3.9675948
9216	3.9645425	9249	3.9660948	9282	3.9676416
9217	3.9645896	9250	3.9661417	9283	3.9676883
9218	3.9646367	9251	3.9661887	9284	3.9677351
9219	3.9646838	9252	3.9662356	9285	3.9677819
9220	3.9647309	9253	3.9662826	9286	3.9678287
9221	3.9647780	9254	3.9663295	9287	3.9678754
9222	3.9648251	9255	3.9663764	9288	3.9679222
9223	3.9648722	9256	3.9664233	9289	3.9679690
9224	3.9649193	9257	3.9664703	9290	3.9680157
9225	3.9649664	9258	3.9665172	9291	3.9680625
9226	3.9650134	9259	3.9665641	9292	3.9681092
9227	3.9650605	9260	3.9666110	9293	3.9681559
9228	3.9651076	9261	3.9666579	9294	3.9682027
9229	3.9651546	9262	3.9667048	9295	3.9682494
9230	3.9652017	9263	3.9667517	9296	3.9682961
9231	3.9652488	9264	3.9667985	9297	3.9683428
9232	3.9652958	9265	3.9668454	9298	3.9683895
9233	3.9653428	9266	3.9668923	9299	3.9684362
9234	3.9653899	9267	3.9669392	9300	3.9684829

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
9301	3.9685296	9334	3.9700678	9367	3.9716005
9302	3.9685763	9335	3.9701143	9368	3.9716469
9303	3.9686230	9336	3.9701608	9369	3.9716932
9304	3.9686697	9337	3.9702074	9370	3.9717396
9305	3.9687164	9338	3.9702539	9371	3.9717859
9306	3.9687630	9339	3.9703004	9372	3.9718323
9307	3.9688097	9340	3.9703469	9373	3.9718786
9308	3.9688564	9341	3.9703934	9374	3.9719249
9309	3.9689030	9342	3.9704399	9375	3.9719713
9310	3.9689497	9343	3.9704863	9376	3.9720176
9311	3.9689963	9344	3.9705328	9377	3.9720639
9312	3.9690430	9345	3.9705793	9378	3.9721102
9313	3.9690896	9346	3.9706258	9379	3.9721565
9314	3.9691362	9347	3.9706722	9380	3.9722028
9315	3.9691829	9348	3.9707187	9381	3.9722491
9316	3.9692295	9349	3.9707652	9382	3.9722954
9317	3.9692761	9350	3.9708116	9383	3.9723417
9318	3.9693227	9351	3.9708581	9384	3.9723880
9319	3.9693693	9352	3.9709045	9385	3.9724343
9320	3.9694159	9353	3.9709509	9386	3.9724805
9321	3.9694625	9354	3.9709974	9387	3.9725268
9322	3.9695091	9355	3.9710438	9388	3.9725731
9323	3.9695557	9356	3.9710902	9389	3.9726193
9324	3.9696023	9357	3.9711366	9390	3.9726656
9325	3.9696488	9358	3.9711830	9391	3.9727118
9326	3.9696954	9359	3.9712294	9392	3.9727581
9327	3.9697420	9360	3.9712758	9393	3.9728043
9328	3.9697885	9361	3.9713222	9394	3.9728506
9329	3.9698351	9362	3.9713686	9395	3.9728968
9330	3.9698816	9363	3.9714150	9396	3.9729430
9331	3.9699282	9364	3.9714614	9397	3.9729892
9332	3.9699747	9365	3.9715078	9398	3.9730354
9333	3.9700213	9366	3.9715542	9399	3.9730816
9334	3.9700678	9367	3.9716005	9400	3.9731279



N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
9401	3.9731741	9434	3.9746959	9467	3.9762124
9402	3.9732202	9435	3.9747419	9468	3.9762582
9403	3.9732664	9436	3.9747879	9469	3.9763041
9404	3.9733126	9437	3.9748340	9470	3.9763500
9405	3.9733588	9438	3.9748800	9471	3.9763958
9406	3.9734050	9439	3.9749260	9472	3.9764417
9407	3.9734511	9440	3.9749720	9473	3.9764875
9408	3.9734973	9441	3.9750180	9474	3.9765334
9409	3.9735435	9442	3.9750640	9475	3.9765792
9410	3.9735896	9443	3.9751100	9476	3.9766251
9411	3.9736358	9444	3.9751560	9477	3.9766709
9412	3.9736819	9445	3.9752020	9478	3.9767167
9413	3.9737281	9446	3.9752479	9479	3.9767625
9414	3.9737742	9447	3.9752939	9480	3.9768083
9415	3.9738203	9448	3.9753399	9481	3.9768541
9416	3.9738664	9449	3.9753858	9482	3.9768999
9417	3.9739126	9450	3.9754318	9483	3.9769457
9418	3.9739587	9451	3.9754778	9484	3.9769915
9419	3.9740048	9452	3.9755237	9485	3.9770373
9420	3.9740509	9453	3.9755697	9486	3.9770832
9421	3.9740970	9454	3.9756156	9487	3.9771289
9422	3.9741431	9455	3.9756615	9488	3.9771747
9423	3.9741892	9456	3.9757075	9489	3.9772204
9424	3.9742353	9457	3.9757534	9490	3.9772662
9425	3.9742814	9458	3.9757993	9491	3.9773120
9426	3.9743274	9459	3.9758452	9492	3.9773577
9427	3.9743735	9460	3.9758912	9493	3.9774035
9428	3.9744196	9461	3.9759370	9494	3.9774492
9429	3.9744656	9462	3.9759829	9495	3.9774950
9430	3.9745117	9463	3.9760288	9496	3.9775407
9431	3.9745577	9464	3.9760747	9497	3.9775864
9432	3.9746038	9465	3.9761206	9498	3.9776322
9433	3.9746498	9466	3.9761665	9499	3.9776779
9434	3.9746959	9467	3.9762124	9500	3.9777236

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
9501	3.9777693	9534	3.9792751	9567	3.9807758
9502	3.9778150	9535	3.9793207	9568	3.9808214
9503	3.9778607	9536	3.9793662	9569	3.9808668
9504	3.9779064	9537	3.9794118	9570	3.9809119
9505	3.9779521	9538	3.9794573	9571	3.9809573
9506	3.9779978	9539	3.9795028	9572	3.9810027
9507	3.9780435	9540	3.9795484	9573	3.9810481
9508	3.9780892	9541	3.9795939	9574	3.9810934
9509	3.9781348	9542	3.9796394	9575	3.9811388
9510	3.9781805	9543	3.9796849	9576	3.9811841
9511	3.9782262	9544	3.9797304	9577	3.9812295
9512	3.9782718	9545	3.9797759	9578	3.9812748
9513	3.9783175	9546	3.9798214	9579	3.9813202
9514	3.9783631	9547	3.9798669	9580	3.9813655
9515	3.9784088	9548	3.9799124	9581	3.9814108
9516	3.9784544	9549	3.9799579	9582	3.9814562
9517	3.9785001	9550	3.9800034	9583	3.9815015
9518	3.9785457	9551	3.9800488	9584	3.9815468
9519	3.9785914	9552	3.9800943	9585	3.9815921
9520	3.9786369	9553	3.9801398	9586	3.9816374
9521	3.9786826	9554	3.9801852	9587	3.9816827
9522	3.9787282	9555	3.9802307	9588	3.9817280
9523	3.9787738	9556	3.9802761	9589	3.9817733
9524	3.9788194	9557	3.9803216	9590	3.9818186
9525	3.9788650	9558	3.9803670	9591	3.9818639
9526	3.9789106	9559	3.9804125	9592	3.9819092
9527	3.9789562	9560	3.9804579	9593	3.9819544
9528	3.9790017	9561	3.9805033	9594	3.9819997
9529	3.9790473	9562	3.9805487	9595	3.9820450
9530	3.9790929	9563	3.9805942	9596	3.9820902
9531	3.9791385	9564	3.9806396	9597	3.9821355
9532	3.9791840	9565	3.9806850	9598	3.9821807
9533	3.9792296	9566	3.9807304	9599	3.9822260
9534	3.9792751	9567	3.9807758	9600	3.9822712

N.	Logarith.	N.	Logarith.	N.	Logarith.
9601	3.9823165	9634	3.9838066	9667	3.9852917
9602	3.9823617	9635	3.9838517	9668	3.9853366
9603	3.9824069	9636	3.9838968	9669	3.9853816
9604	3.9824522	9637	3.9839419	9670	3.9854265
9605	3.9824974	9638	3.9839869	9671	3.9854714
9606	3.9825426	9639	3.9840320	9672	3.9855163
9607	3.9825878	9640	3.9840770	9673	3.9855612
9608	3.9826330	9641	3.9841221	9674	3.9856061
9609	3.9826782	9642	3.9841671	9675	3.9856510
9610	3.9827234	9643	3.9842122	9676	3.9856959
9611	3.9827686	9644	3.9842572	9677	3.9857407
9612	3.9828138	9645	3.9843022	9678	3.9857856
9613	3.9828589	9646	3.9843473	9679	3.9858305
9614	3.9829041	9647	3.9843923	9680	3.9858754
9615	3.9829493	9648	3.9844373	9681	3.9859202
9616	3.9829945	9649	3.9844823	9682	3.9859651
9617	3.9830396	9650	3.9845273	9683	3.9860099
9618	3.9830848	9651	3.9845723	9684	3.9860548
9619	3.9831299	9652	3.9846173	9685	3.9860996
9620	3.9831751	9653	3.9846623	9686	3.9861445
9621	3.9832202	9654	3.9847073	9687	3.9861893
9622	3.9832654	9655	3.9847523	9688	3.9862341
9623	3.9833105	9656	3.9847973	9689	3.9862790
9624	3.9833556	9657	3.9848422	9690	3.9863238
9625	3.9834007	9658	3.9848872	9691	3.9863686
9626	3.9834459	9659	3.9849322	9692	3.9864134
9627	3.9834910	9660	3.9849771	9693	3.9864582
9628	3.9835361	9661	3.9850221	9694	3.9865030
9629	3.9835812	9662	3.9850670	9695	3.9865478
9630	3.9836263	9663	3.9851120	9696	3.9865926
9631	3.9836714	9664	3.9851569	9697	3.9866374
9632	3.9837165	9665	3.9852019	9698	3.9866822
9633	3.9837616	9666	3.9852468	9699	3.9867270
9634	3.9838066	9667	3.9852917	9700	3.9867717

Mm

9700

N. Logarithh.		N. Logarithh.		N. Logarithh.	
9701	3.9868165	9734	3.9882913	9767	3.9897612
9702	3.9868613	9735	3.9883360	9768	3.9898056
9703	3.9869060	9736	3.9883806	9769	3.9898501
9704	3.9869508	9737	3.9884252	9770	3.9898946
9705	3.9869955	9738	3.9884698	9771	3.9899390
9706	3.9870403	9739	3.9885144	9772	3.9899835
9707	3.9870850	9740	3.9885590	9773	3.9900279
9708	3.9871298	9741	3.9886035	9774	3.9900723
9709	3.9871745	9742	3.9886481	9775	3.9901168
9710	3.9872192	9743	3.9886927	9776	3.9901612
9711	3.9872640	9744	3.9887373	9777	3.9902056
9712	3.9873087	9745	3.9887818	9778	3.9902500
9713	3.9873534	9746	3.9888264	9779	3.9902944
9714	3.9873981	9747	3.9888710	9780	3.9903389
9715	3.9874428	9748	3.9889155	9781	3.9903833
9716	3.9874875	9749	3.9889601	9782	3.9904277
9717	3.9875322	9750	3.9890046	9783	3.9904721
9718	3.9875769	9751	3.9890492	9784	3.9905164
9719	3.9876216	9752	3.9890937	9785	3.9905608
9720	3.9876663	9753	3.9891382	9786	3.9906052
9721	3.9877109	9754	3.9891828	9787	3.9906496
9722	3.9877556	9755	3.9892273	9788	3.9906940
9723	3.9878003	9756	3.9892718	9789	3.9907383
9724	3.9878449	9757	3.9893163	9790	3.9907827
9725	3.9878896	9758	3.9893608	9791	3.9908270
9726	3.9879343	9759	3.9894053	9792	3.9908714
9727	3.9879789	9760	3.9894498	9793	3.9909158
9728	3.9880236	9761	3.9894943	9794	3.9909601
9729	3.9880682	9762	3.9895388	9795	3.9910044
9730	3.9881128	9763	3.9895833	9796	3.9910488
9731	3.9881575	9764	3.9896278	9797	3.9910931
9732	3.9882021	9765	3.9896722	9798	3.9911374
9733	3.9882467	9766	3.9897167	9799	3.9911818
9734	3.9882913	9767	3.9897612	9800	3.9912261

N. Logarith.		N. Logarith.		N. Logarith.	
9801	3.9912704	9834	3.9927302	9867	3.9941851
9802	3.9913147	9835	3.9927744	9868	3.9942291
9803	3.9913590	9836	3.9928185	9869	3.9942731
9804	3.9914033	9837	3.9928627	9870	3.9943172
9805	3.9914476	9838	3.9929068	9871	3.9943612
9806	3.9914919	9839	3.9929510	9872	3.9944051
9807	3.9915362	9840	3.9929951	9873	3.9944491
9808	3.9915805	9841	3.9930392	9874	3.9944931
9809	3.9916247	9842	3.9930834	9875	3.9945371
9810	3.9916690	9843	3.9931275	9876	3.9945811
9811	3.9917133	9844	3.9931716	9877	3.9946251
9812	3.9917575	9845	3.9932157	9878	3.9946690
9813	3.9918018	9846	3.9932598	9879	3.9947130
9814	3.9918461	9847	3.9933039	9880	3.9947569
9815	3.9918903	9848	3.9933480	9881	3.9948009
9816	3.9919345	9849	3.9933921	9882	3.9948448
9817	3.9919788	9850	3.9934362	9883	3.9948888
9818	3.9920230	9851	3.9934803	9884	3.9949327
9819	3.9920673	9852	3.9935244	9885	3.9949767
9820	3.9921115	9853	3.9935685	9886	3.9950206
9821	3.9921557	9854	3.9936126	9887	3.9950645
9822	3.9921999	9855	3.9936566	9888	3.9951085
9823	3.9922441	9856	3.9937007	9889	3.9951524
9824	3.9922884	9857	3.9937448	9890	3.9951963
9825	3.9923326	9858	3.9937888	9891	3.9952402
9826	3.9923768	9859	3.9938329	9892	3.9952841
9827	3.9924210	9860	3.9938769	9893	3.9953280
9828	3.9924651	9861	3.9939210	9894	3.9953719
9829	3.9925093	9862	3.9939650	9895	3.9954158
9830	3.9925535	9863	3.9940090	9896	3.9954597
9831	3.9925977	9864	3.9940531	9897	3.9955036
9832	3.9926419	9865	3.9940971	9898	3.9955474
9833	3.9926860	9866	3.9941411	9899	3.9955913
9834	3.9927302	9867	3.9941851	9900	3.9956352

N.	Logarithh.	N.	Logarithh.	N.	Logarithh.
9901	3.9956791	9934	3.9971242	9967	3.9985645
9902	3.9957229	9935	3.9971679	9968	3.9986080
9903	3.9957668	9936	3.9972116	9969	3.9986516
9904	3.9958106	9937	3.9972553	9970	3.9986952
9905	3.9958545	9938	3.9972990	9971	3.9987387
9906	3.9958983	9939	3.9973427	9972	3.9987823
9907	3.9959422	9940	3.9973864	9973	3.9988258
9908	3.9959860	9941	3.9974301	9974	3.9988694
9909	3.9960298	9942	3.9974738	9975	3.9989129
9910	3.9960737	9943	3.9975174	9976	3.9989564
9911	3.9961175	9944	3.9975611	9977	3.9990000
9912	3.9961613	9945	3.9976048	9978	3.9990435
9913	3.9962051	9946	3.9976485	9979	3.9990870
9914	3.9962489	9947	3.9976921	9980	3.9991305
9915	3.9962927	9948	3.9977358	9981	3.9991741
9916	3.9963365	9949	3.9977794	9982	3.9992176
9917	3.9963803	9950	3.9978231	9983	3.9992611
9918	3.9964241	9951	3.9978667	9984	3.9993046
9919	3.9964679	9952	3.9979104	9985	3.9993481
9920	3.9965117	9953	3.9979540	9986	3.9993916
9921	3.9965554	9954	3.9979976	9987	3.9994350
9922	3.9965992	9955	3.9980413	9988	3.9994785
9923	3.9966430	9956	3.9980849	9989	3.9995220
9924	3.9966868	9957	3.9981285	9990	3.9995655
9925	3.9967305	9958	3.9981721	9991	3.9996090
9926	3.9967743	9959	3.9982157	9992	3.9996524
9927	3.9968180	9960	3.9982593	9993	3.9996959
9928	3.9968618	9961	3.9983029	9994	3.9997393
9929	3.9969055	9962	3.9983465	9995	3.9997828
9930	3.9969492	9963	3.9983901	9996	3.9998262
9931	3.9969930	9964	3.9984337	9997	3.9998697
9932	3.9970367	9965	3.9984773	9998	3.9999131
9933	3.9970804	9966	3.9985209	9999	3.9999566
9934	3.9971242	9967	3.9985645	10000	4.0000000



# TRAITÉ

DE

## TRIGONOMETRIE.

*PAR DE NOUVELLES DEMONSTRATIONS,  
& des pratiques tres-faciles, tant pour la construction des Tables, que pour la supputation des Triangles.*

**L**A Trigonometrie est une partie de Geometrie, qui par le moyen des Nombres resoud toute sorte de triangles, tant spheriques que rectilignes. Elle ne considere que six choses dans un triangle, les trois angles & les trois côtez; car ce n'est pas à la Trigonometrie de mesurer l'aire d'un triangle, mais bien à la Planimetrie.

Le but de la Trigonometrie est de trouver par le calcul les parties d'un triangle, par le moyen de trois choses connues, qui doivent determiner les autres parties du triangle, pour ne pas travailler à l'incertain. Ce que feront toujours deux angles & un côté, ou deux côtez & un angle, ou bien les trois côtez; mais non pas les trois angles, pour le moins dans un triangle rectiligne, parce qu'il ne nous est pas libre de mettre les trois angles d'un triangle rectiligne tel que l'on voudra; car deux étant posez à discretion, le troisième doit être nécessairement le reste de ces deux à 180 degrez, ce qui fait que

A

ces trois angles connus ne valent proprement que deux choses qui ne sont pas suffisantes pour déterminer le triangle. Cela n'arrive pas dans un triangle Spherique, dont les trois angles déterminent les trois côtés.

## CHAPITRE I.

### Definitions.

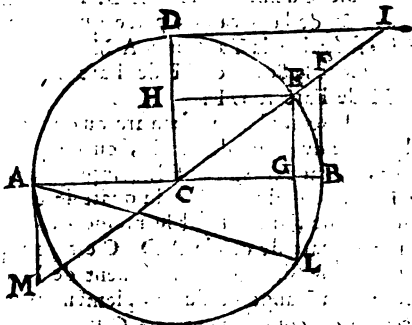
1. **T**riangle rectiligne, c'est celui qui est formé sur un plan par la mutuelle intersection de trois lignes droites.
2. Triangle Spherique, c'est celui qui est formé sur la surface d'une Sphere par l'intersection de trois grands cercles.
3. Triangle rectangle est celui qui a au moins un angle droit.
4. Triangle obliquangle est celui qui n'a aucun angle droit.
5. La mesure d'un angle, c'est l'arc d'un cercle quelconque, terminé par les deux lignes de l'angle, & décrit de la pointe du même angle. Neanmoins on prend ordinairement l'arc d'un grand cercle de la Sphere pour la mesure d'un angle spherique, parce que la Trigonometrie spherique ne considere que les grands cercles de la Sphere, qui sont tous d'une même grandeur.
6. La corde d'un arc, c'est une ligne droite tirée par les deux extremités de cet arc. Ainsi la corde de l'arc  $E B L$ , ou de l'arc  $E A L$ ; est la droite  $E L$ , où vous voyez que toute corde appartient à deux arcs, lesquels pris ensemble font le cercle entier.
7. La corde du complement d'un arc, c'est la corde du reste de cet arc au demi-cercle. Ainsi on connoitra que la corde du complement de l'arc  $B L$  est la droite  $A L$ .
8. Le Sinus droit d'un arc ou d'un angle; c'est une droite tirée d'une des extremités de cet arc perpendiculairement sur



le diametre, qui passe par l'autre extremité du même arc. Ainsi on connoitra que le Sinus droit de l'arc  $E B$ , ou de son angle  $E C B$ , est la droite  $E G$ , & que le Sinus droit de l'arc  $E D$  est la droite  $E H$ .

Ou bien le Sinus droit d'un arc, c'est la moitié de la corde d'un arc double. Ainsi on connoit que la droite  $E G$  est le Sinus droit de l'arc  $E B$ , parce qu'elle est la moitié de la corde  $E L$ , qui appartient à l'arc double  $E B L$ .

9. Le Sinus verse d'un arc, c'est la partie du diametre qui passe par une des extremités de cet arc, comprise entre le même arc & son



Sinus droit. Ainsi on connoitra que le Sinus verse de l'arc  $B E$  est la partie  $B G$ , & que le Sinus verse de l'arc  $A D E$  est la partie  $A G$ .

Vous prendrez garde que quand nous dirons simplement Sinus, cela se doit entendre du Sinus droit.

10. La Tangente d'un arc, ou d'un angle, c'est une droite tirée d'une des extremités de cet arc, perpendiculairement sur le diametre qui passe par la même extremité, & terminée à la rencontre d'une ligne droite tirée du centre par l'autre extremité du même arc. Ainsi on connoitra, que la Tangente de l'arc  $E B$ , ou de son angle  $E C B$ , est la droite  $B F$ , & que la Tangente de l'arc  $A D E$ , ou de son angle  $A C E$  est la droite  $A M$ .

11. La Secante d'un arc ou d'un angle, n'est autre chose que cette ligne droite tirée du centre par l'autre extremité de l'arc, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Tangente. Ainsi on connoitra que la Secante de l'arc  $E B$ , ou de son angle  $E C B$ ,

est la droite  $CF$ ; & que la Secante de l'arc  $ADE$  est la droite  $EM$ .

Vous remarquerez que tout Sinus, toute Tangente, & toute Secante appartiennent à deux arcs, lesquels pris ensemble font toujours un demi-cercle, ou 180. degrés. Ainsi on voit évidemment par la définition du Sinus, que la droite  $EG$  est aussi-bien le Sinus de l'arc  $AE$  que de l'arc  $EB$ , lesquels font ensemble le demi-cercle  $ADB$ . Il en est de même de la Tangente & de la Secante; parce que la Tangente  $BF$  de l'arc  $EB$  est égale à la Tangente  $AM$  de l'arc  $ADE$ , & que pareillement la Secante  $CF$  de l'arc  $EB$  est égale à la Secante  $CM$  de l'arc  $ADE$ .

12. Le complément d'un arc ou d'un angle, c'est ce dequoy il differe du quart de cercle, ou de 90. degrés, soit par défaut, ou par excès. Ainsi le complément de l'arc  $EB$  est l'arc  $ED$ , par lequel il differe du quart de cercle  $BD$ , & le complément de l'arc  $AE$  est le même arc  $ED$ , par lequel il differe du quart de cercle  $AD$ . C'est pourquoy la droite  $EH$  sera dite le Sinus du complément de l'arc  $EB$ , & du même arc  $EB$  la Tangente du complément sera la droite  $DI$ , & la Secante du complément sera  $CI$ .

Le Rayon ou le Sinus total, c'est le Sinus de l'angle droit, ou du quart de cercle, c'est à dire de 90. degrés. On le nomme Rayon, parce qu'il est égal au demi-diamètre, & on l'appelle Sinus total, parce qu'il est le plus grand de tous les Sinus. Ainsi la droite  $CD$  étant le Sinus du quart de cercle  $BD$  ou  $AD$ , ou de l'angle droit  $BCD$ , ou  $ACD$ , est appelé Rayon ou Sinus total, lequel est bien égal au demi-diamètre  $AC$ , ou  $BC$  comme vous voyez.

## CHAPITRE II.

### De la construction des Tables des Sinus, des Tangentes, & des Secantes.

ON voit évidemment que la quantité des Sinus, des Tangentes, & des Secantes dépend de celle du Sinus total, ou

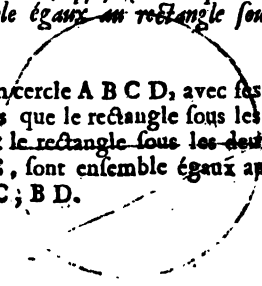
du demidiame du cercle qu'on a décrit. Ainsi le Sinus, la Tangente & la Secante de quelque arc que ce soit ont au Sinus total une certaine raison qui ne change jamais. C'est pourquoy ayant une fois connu la grandeur de ces lignes pour un Sinus total d'une grandeur déterminée, on les pourra connoître facilement par la Règle de trois pour le Sinus total de quelque autre grandeur qu'on le voudra supposer.

Les Anciens divisoient le Rayon en 60 parties égales, & ils cherchoient combien de semblables parties contenoient les Sinus des degrez du quart de cercle. Mais comme ce nombre de 60 parties seulement est trop petit, pour avoir au juste & sans une erreur sensible la quantité des Sinus, à cause des fractions que l'on neglige, & des nombres irrationaux qui se rencontrent ordinairement dans cette supputation, les Modernes ont supposé le Rayon de beaucoup plus de parties, afin que l'erreur qui doit provenir des Nombres irracionaux, & des fractions negligées, ne soit pas sensible dans un si grand nombre de parties; & ils le supposent ordinairement de 100000 parties, & dans cette supposition ils ont supputé la quantité non seulement des Sinus, mais encore des Tangentes & des Secantes des degrez & des minutes du quart de cercle, dont ils ont fait des Tables, comme on leur a appelé les *Tables de Sinus*, dont nous allons enseigner un peu de mots la construction dans les Propositions suivantes. Q. D.

PROPOSITION I.

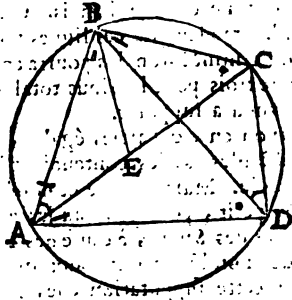
Les deux rectangles sous les côtes opposés d'un quadrilatere inscrit au cercle, sont ensemble égaux au rectangle sous les Diagonales.

Soit un quadrilatere dans un cercle A B C D, avec ses deux diagonales A C, B D. Je dis que le rectangle sous les deux côtes opposés A B, C D, & le rectangle sous les deux autres côtes opposés A D, B C, sont ensemble égaux au rectangle sous les diagonales A C, B D.



De la construction des Tables des Sinus, &c.

Car si l'on fait l'angle  $A B E$  égal à l'angle  $D B C$ , les deux triangles  $A B E$ ,  $D B C$ , seront semblables, à cause de l'angle  $A B E$  égal à l'angle  $D B C$ , par la construction, & de l'angle  $B A B$  égal à l'angle  $B D C$ , par 21. 3. & par 4. 6. on aura cette analogie,  $A B, A E :: B D, C D$ , & par 16. 6. le rectangle  $A B C D$  sera égal au rectangle  $A E B D$ . Les triangles  $B C E$ ,  $A B D$ , seront aussi semblables, à cause de l'angle  $B C E$  égal à l'angle  $B D A$ , par 21. 3. & de l'angle  $A B D$  égal à l'angle  $E B C$ , parce que chacun est composé de l'angle commun  $E B D$  & de l'un des deux égaux  $A B E$ ;  $D B C$ : c'est pourquoy par 4. 6. on aura cette analogie,  $A D, B D :: E C, B D$ , & par 16. 6. le rectangle  $A D B C$  sera égal au rectangle  $D B E C$ ; & parce que le rectangle  $E C B D$  avec le rectangle  $A E B D$  est égal au rectangle  $A C B D$ , par 1. 2. il s'ensuit que le rectangle  $A C B D$  est égal aux deux  $A D B C$ ,  $A B C D$ . Ce qu'il falloit démontrer.

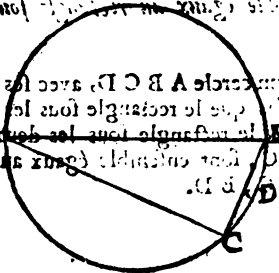


à l'angle  $B D A$ , par 21. 3. & de l'angle  $A B D$  égal à l'angle  $E B C$ , parce que chacun est composé de l'angle commun  $E B D$  & de l'un des deux égaux  $A B E$ ;  $D B C$ : c'est pourquoy par 4. 6. on aura cette analogie,  $A D, B D :: E C, B D$ , & par 16. 6. le rectangle  $A D B C$  sera égal au rectangle  $D B E C$ ; & parce que le rectangle  $E C B D$  avec le rectangle  $A E B D$  est égal au rectangle  $A C B D$ , par 1. 2. il s'ensuit que le rectangle  $A C B D$  est égal aux deux  $A D B C$ ,  $A B C D$ . Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XII.

Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde du complément.

Nous supposons par tout le Rayon ou le demi-diamètre du cercle de 1000000 parties, ou plutôt de 100000000 parties, afin que l'erreur qui viendra par les fractions négligées, & par les Nombres irrationnels, demeure dans ces deux dernières figures, & qu'ainsi étant ôtées à la



Nous supposons par tout le Rayon ou le demi-diamètre du cercle de 1000000 parties, ou plutôt de 100000000 parties, afin que l'erreur qui viendra par les fractions négligées, & par les Nombres irrationnels, demeure dans ces deux dernières figures, & qu'ainsi étant ôtées à la

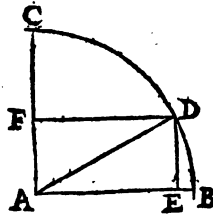
En du calcul, on ait autant exactement qu'il est possible la valeur de la ligne qu'on cherche pour un Rayon de 1000000 parties, en se souvenant néanmoins qu'il faut ajouter une unité à cette valeur, lorsque les deux figures qu'on rejettera à la droite surpasseront 50; car ainsi on aura une valeur plus proche de de la véritable.

Supposant donc que le diametre A B soit de 2000000. 00 parties, & que dans ces mêmes parties on connoisse la corde B C de l'arc B D C, on trouvera la corde du complement A C, qui par 1. 3. est perpendiculaire à la corde B C, en étant du quarré du diametre A B le quarré de la corde connuë B C; car il restera le quarré de la corde du complement A C, par 47. 1. c'est pourquoy si on prend la racine quarrée de ce reste, on aura la corde A C qu'on cherche.

PROPOSITION III.

*Etant connu le Sinus d'un arc, trouver le Sinus de son complement.*

Pour connoître le Sinus du complement D F de l'arc B D, dont on connoît le Sinus D E, dans le quart de cercle A B C, le double du Sinus D E sera la corde d'un arc double, & si par la Proposition precedente on trouve la corde du complement de cet arc double, la moitié de cette corde donnera le Sinus du complement D F, ou A E qu'on cherche.

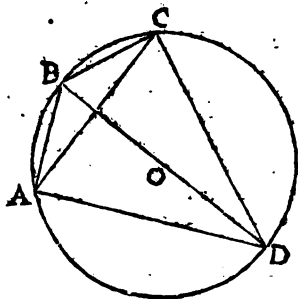


Ou plus facilement, tirez le Rayon A D, & ôtez de son quarré le quarré du Sinus D E, il restera le quarré du Sinus du complement A E, par 47. 1. C'est pourquoy si on prend la Racine quarrée de ce reste, on aura le Sinus du complement qu'on cherche.

## De la construction des Tables des Sinus, &c.

### PROPOSITION IV.

Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde d'un arc double.



Pour connoître la corde AC de l'arc ABC double de l'arc AB, dont on connoît la corde AB, tirez par le point B le diamètre BD, & par le point D les deux cordes du complément AD, CD, qui seront égales à cause des deux cordes égales AB, BC. On cherchera par Prop. 1. les cordes du complément AD, CD, & par

ceque le rectangle ABCD avec le rectangle ADCB, c'est à dire le double rectangle ABCD, est égal au rectangle ACBD, par Prop. 1. ou le seul rectangle ABCD égal au rectangle sous le Rayon & la corde AC; si on multiplie la corde connue AB, par la corde AD du complément, & qu'on divise le produit par le Rayon, on aura la corde AC qu'on cherche.

### PROPOSITION V.

Etant connu le Sinus d'un arc, connoître le Sinus d'un arc double.

Si on double le Sinus connu, on aura la corde de l'arc double, & par le moyen de cette corde & de la corde du complément, qui se peut trouver par Prop. 2. on pourra trouver la corde d'un autre arc double par cette analogie, qui se tire de la Proposition précédente;

Comme le Sinus Total,  
A la corde connue;  
Ainsi la corde du complément,  
A la corde de l'arc double.

C'est

## Chapitre II.

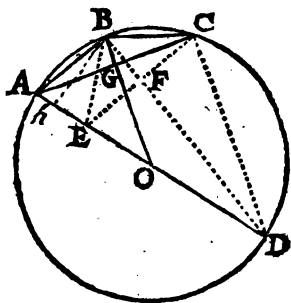
C'est pourquoy en prenant les moitez des consequens, & en changeant la corde du complement au double du Sinus du complement, qui est la même chose, on aura cette autre analogie, qui donnera le Sinus de l'arc double.

*Comme le Sinus total,  
Au Sinus connu;  
Ainsi le double du Sinus du complement,  
Au Sinus de l'arc double.*

### PROPOSITION VI.

*Connoissant la corde d'un arc, trouver la corde de la moitié de cet arc.*

Pour trouver la corde AB de la moitié de l'arc ABC, dont on connoît la corde AC, tirez le Rayon OB, qui coupera à angles droits & en deux également au point G la corde AC, laquelle étant connue, sa moitié AG sera aussi connue, dont le carré étant ôté du carré du Rayon AO, il restera le carré de la ligne OG, ou du Sinus du complement de l'arc AB. Ainsi la ligne OG sera connue, laquelle étant icy ôté du Rayon OB, on aura le Sinus versé BG, dont le carré étant ajouté au carré du Sinus droit AG, on aura le carré de la corde AB: c'est pourquoy si on prend la Racine quarrée de cette somme, on aura la corde AB qu'on cherche.



Si on appelle  $r$  le Rayon AO, &  $a$  la moitié AG de la corde connue AC, la corde AB se trouvera  $\sqrt{ar + rr - \sqrt{ar - rr}}$ , d'où l'on tire ce canon pour l'invention de la corde AB.

## 10 De la construction des Tables des Sinus, &c.

Multipliez la somme & la difference du Rayon & de la moitié de la corde comme, chacune par le Rayon, & la difference des Racines quarrées de chaque produit sera la corde de la moitié de l'arc qu'on cherche.

Ce canon se peut énoncer plus brièvement en cette sorte.

Multipliez l'excès du diametre sur la corde du complement par le Rayon, & la Racine quarrée du produit donnera la corde de la moitié de l'arc qu'on cherche.

Pour la démonstration de ce dernier canon, tirez le diametre  $AD$ , & la corde du complement  $CD$ , que vous porterez sur le diametre  $AD$  en  $DB$ , & menez les droites  $CE$ ,  $BD$ .

Cette preparation étant faite, on void que puisque le triangle  $EDC$  est isoscele par la construction, la ligne  $DF$  qui par 20. 3. divise l'angle  $D$  en deux également, coupe la base  $EF$  à angles droits & en deux également au point  $F$ , & qu'ainsi les deux triangles rectangles  $BFE$ ,  $BFC$ , sont égaux, & que par conséquent les trois lignes  $AB$ ,  $BC$ ,  $BE$ , sont égales, ce qui fait que les deux triangles isosceles  $ABE$ ,  $AOB$ , qui ont un angle commun  $A$ , sont semblables, & que la corde  $AB$  est moyenne proportionnelle entre le Rayon  $AO$  & l'excès  $AE$  du diametre  $AD$  sur la corde  $CD$  ou  $DB$  du complement. C'est pourquoy multipliant cet excès  $AE$  par le Rayon  $AO$ , on aura le quarré de la corde  $AB$ , & la Racine quarrée du produit sera la corde  $AB$ . Ce qu'il falloit démontrer.

### PROPOSITION VII.

*Étant connu le Sinus d'un arc, trouver le Sinus de la moitié de cet arc.*

Si on double le Sinus connu, on aura la corde d'un arc double, & si de cet arc double on trouve par la Proposition precedente, la corde de la moitié, la moitié de cette corde sera le Sinus de la moitié de l'arc qu'on cherche.

Ainsi vous voyez que travaillant par les cordes, c'est la même chose que de travailler par les Sinus, parce qu'on travaille par les doubles des Sinus: ainsi au lieu d'avoir le Sinus qu'on cherche, on a son double: & afin que ce Sinus vienne



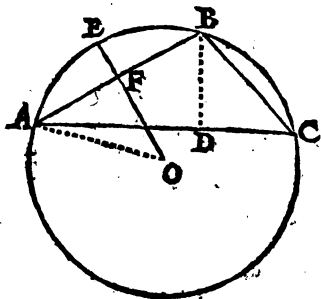
tout d'un coup, on pourra changer le canoh precedent en ce-  
luy-cy ;

*Multipliez l'excès du Rayon sur le Sinus du complement par la moitié  
Rayon, & la Racine quarrée du produit donnera le Sinus de la  
moitié de l'arc qu'on cherche.*

PROPOSITION VIII.

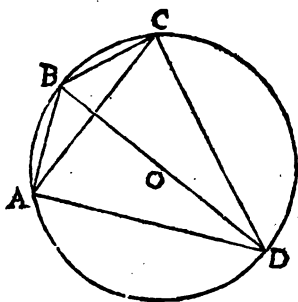
*Etant connues les cordes de deux arcs, trouver la corde de  
leur somme.*

Pour trouver la corde  
A C de la somme A B C  
des deux arcs A B, B C,  
dont on connoît les cor-  
des, tirez de l'angle B  
sur la corde qu'on cher-  
che A C la perpendicu-  
laire A D, qui sera con-  
nue : car si on divise l'un  
des deux arcs A B, B C,  
comme A B, en deux é-  
galement au point E, &  
qu'on tire le Rayon O B,  
il coupera la corde A B



à angles droits & en deux également au point F, & le triangle  
rectangle A O F sera semblable au triangle rectangle D B C,  
à cause de l'angle C égal à l'angle O, parce que l'angle O  
n'a que la moitié des degrez de l'arc A B par la construction,  
& que pareillement l'angle C n'a que la moitié des degrez  
du même arc AB, par 20. 3. c'est pourquoy les quatre lignes  
A O, A F, B C, B D seront proportionnelles, & comme les  
trois premières sont connues, la quatrième B D sera aussi  
connue, dont le quarré étant ôté des quarrés A B, B C, les  
Racines quarrés des restes donneront les segmens A D, D C,  
dont la somme donnera la corde A C qu'on cherche.

12 De la construction des Tables des Sinus, &c.



B D , on aura la corde A C qu'on cherche.

Ou bien tirez le diamètre BE , & les deux cordes du complement AD , CD , qu'on pourra connoître par Prop. 2. & parce que le rectangle ABCD avec le rectangle ADBG , est égal par Prop. 1. au rectangle ACBD , si on ajoute ensemble les deux premiers rectangles, qui sont connus , & qu'on divise leur somme par le diamètre

PROPOSITION IX.

*Estant connus les Sinus de deux arcs , trouver le Sinus de leur somme.*

Si on double les Sinus connus , on aura les cordes des arcs doubles , & si par la Proposition precedente on trouve la corde de la somme de ces deux arcs doubles , la moitié de cette corde donnera le Sinus de la somme qu'on cherche.

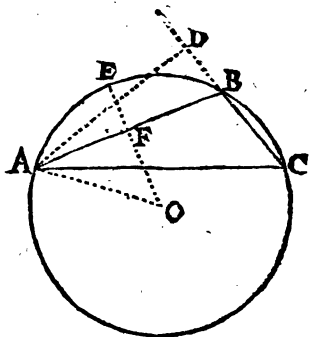
Par la Proposition precedente , on connoît que pour trouver la corde de la somme , On doit multiplier chacune des deux cordes connues par la corde du complement de l'autre , & diviser la somme des deux produits par le diamètre ; c'est pourquoy pour avoir le Sinus de la somme de deux arcs , dont on connoît les Sinus , on doit multiplier chacun des deux Sinus connus par le Sinus du complement de l'autre , & diviser la somme des deux produits par le Rayon.

PROPOSITION X.

*Estant connues les cordes de deux arcs inégaux , trouver la corde de leur difference.*

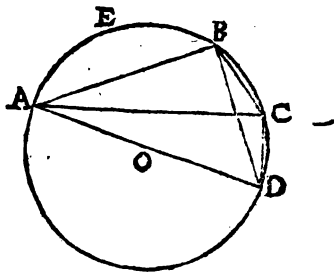
Pour trouver la corde BC , de la difference des deux arcs AEB , ABC , dont on connoît les cordes AB , AC , tirez le

Rayon  $AO$ , & du centre  $O$  sur la corde connue  $AB$ , la perpendiculaire  $OE$ , qui divisera la corde  $AB$  & son arc  $AEB$ , en deux également. Tirez encore du point  $A$  sur la corde qu'on cherche  $BC$ , la perpendiculaire  $AD$ , qui sera connue : car les deux triangles rectangles  $AOE$ ,  $ACD$ , sont semblables, à cause de l'angle  $C$  égal à l'angle  $O$ , parce que



l'un & l'autre n'a que la moitié des degrés de l'arc  $AEB$ ; c'est pourquoy les quatre lignes  $AO$ ,  $AE$ ,  $AC$ ,  $AD$ , sont proportionnelles, & comme les trois premières sont connues, la quatrième  $AD$  sera aussi connue, dont le carré étant ôté séparément des carrés  $AB$ ,  $AC$ , il restera les carrés  $BD$ ,  $CD$ , & si on prend les Racines carrées de ces deux restes, on aura les lignes  $BD$ ,  $CD$ , dont la différence donnera la corde  $BC$  qu'on cherche.

\* Ou bien tirez le diamètre  $AD$  par l'angle  $A$  des deux cordes connues  $AB$ ,  $AC$ , & tirez les deux cordes du complément  $BD$ ,  $CD$ , qui seront aussi connues par *Prop. 2.* & parce que par *Prop. 1.* le rectangle  $ABCD$  avec le rectangle  $ADBC$ , est égal au rectangle  $ACBD$ , si de ce rectangle qui est connu on ôte



le premier qui est aussi connu, & qu'on divise le reste par le diamètre  $AD$ , on aura la corde  $BC$  de la différence qu'on cherche.

## 14 De la construction des Tables des Sinus, &c.

### PROPOSITION XI.

*Etant connus les Sinus de deux arcs inégaux, trouver le Sinus de leur différence.*

Si on double les Sinus connus, on aura les cordes des arcs doubles, & si par la Proposition précédente, on trouve la corde de la différence de ces deux arcs doubles, la moitié de cette corde donnera le Sinus de la différence qu'on cherche.

Par la Proposition précédente, on connoît que pour trouver la corde de la différence, on doit multiplier chacune des deux cordes connues par la corde du complément de l'autre, & diviser la différence des deux produits par le diamètre: C'est pourquoy pour avoir le Sinus de la différence de deux arcs inégaux, dont on connoît les Sinus, on doit multiplier chacun des deux Sinus connus par le Sinus du complément de l'autre, & diviser la différence des deux produits par le Rayon.

### PROPOSITION XII.

*Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde d'un arc triple.*

Si on trouve par Prop. 4. la corde d'un arc double, & par Prop. 8. la corde de la somme de l'arc simple & de l'arc double, on aura la corde de l'arc triple qu'on cherche.

On tire de cette règle le canon suivant. Divisez par la corde connue la différence des quarez de cette même corde, & de la corde de l'arc double, pour avoir au quotient la corde de l'arc triple qu'on cherche.

### PROPOSITION XIII.

*Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde du tiers de cet arc.*

Ce Problème se peut résoudre scientifiquement par l'Algebre, mais pour éviter un long calcul, nous le résoudrons mécaniquement en cette sorte,

Prenez pour la corde qu'on cherche une quantité un peu plus grande que le tiers de la corde connue, parce qu'elle doit être telle, & par cette ordre ainsi supposée cherchez par la Proposition precedente la corde d'un arc triple, & si cette corde se trouve égale à la corde connue, ce sera une marque assurée que la corde supposée est la véritable: autrement augmentez cette corde supposée, ou la diminuez de quelque autre quantité, selon que vous aurez trouvé la corde de l'arc triple plus petite ou plus grande que la connue, & par cette seconde corde supposée cherchez la corde d'un arc triple, & continuez ainsi jusqu'à ce que vous trouviez la corde de l'arc triple égale à la connue, après quoy la dernière corde supposée sera celle qu'on cherche.

PROPOSITION XIV.

*Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde d'un arc quintuple.*

Si on trouve par Prop. 4. la corde d'un arc double, & par Prop. 12. la corde d'un arc triple, & que par Prop. 8. on trouve la corde de la somme de l'arc double & de l'arc triple, on aura la corde de l'arc quintuple qu'on cherche.

On tire de cette regle le canon suivant. *Divisez par la corde connue la difference des quarez de la corde de l'arc double & de la corde de l'arc triple, pour avoir au quotient la corde de l'arc quintuple qu'on cherche.*

Ce canon se peut reduire tres commodément à cette analogie:

*Comme la corde connue,  
A la somme des cordes de l'arc double & de l'arc triple;  
Ainsi la difference des mêmes cordes,  
A la corde de l'arc quintuple.*

PROPOSITION XV.

*Etant connue la corde d'un arc, trouver la corde de la cinquième partie de cet arc.*

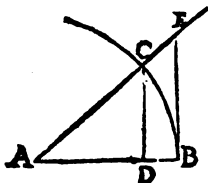
Prenez pour la corde qu'on cherche une quantité un peu

## 16 De la construction des Tables des Sinus, &c.

plus grande que la cinquième partie de la corde connuë ; car elle doit être telle, & par cette corde ainsi supposée cherchez par la Proposition précédente la corde d'un arc quintuple, & si cette corde se trouve égale à la corde connuë, la corde supposée sera la véritable : autrement augmentez cette corde supposée, ou la diminuez de quelqu'autre quantité, selon que vous aurez trouvé la corde de l'arc triple plus petite ou plus grande que la connuë, & par cette seconde corde supposée cherchez la corde d'un arc quintuple, & continuez ainsi jusqu'à ce que vous trouviez la corde de l'arc quintuple égale à la connuë, car alors la dernière corde supposée sera celle qu'on cherche.

### PROPOSITION XVI.

*Etant connu le Sinus d'un arc, trouver sa Tangente & sa Secante.*



Pour trouver la Tangente  $BE$ , & la Secante  $AE$ , de l'arc  $BC$ , dont on connaît le Sinus  $CD$ , on trouvera par *Prop. 3* le Sinus du complément  $AD$ , & dans les triangles semblables  $ADC$ ,  $ABE$ , on verra aisément que les quatre lignes  $AD$ ,  $DC$ ,  $AB$ ,  $BE$ , sont proportionnelles, & parce que les

trois premières sont connus, la quatrième  $BE$ , ou la Tangente qu'on cherche sera aussi connuë.

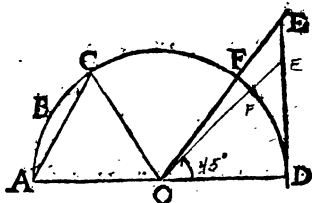
— On verra aussi facilement que les quatre lignes  $AD$ ,  $AC$ ,  $AB$ ,  $AE$ , sont proportionnelles, c'est à dire que le Rayon est moyen proportionnel entre la Secante  $AE$  & le Sinus du complément  $AD$ : c'est pourquoy si on divise le carré du Rayon par le Sinus du complément, on aura la Secante qu'on cherche.

PROP. XVII.

PROPOSITION XVII.

Le Rayon est égal à la corde d'un arc de 60 degrez, & aussi à la Tangente de 45 degrez.

Je dis en premier lieu que si l'arc ABC est de 60 degrez, la corde AC est égale au Rayon AO, ou CO. Car puisque l'arc ABC est de 60 degrez, l'angle AOC sera de 60 degrez aussi; & les deux côtés A, C, qui sont égaux, à cause des deux côtes égaux AO, CO, feront ensemble de 120 degrez, & chacun par conséquent de 60 degrez. D'où il suit que le triangle AOC est équilatéral, & qu'ainsi la corde AC de 60 degrez est égale au Rayon AO. Ce qu'il falloit démontrer.



Je dis en second lieu que si l'arc DF est de 45 degrez, la Tangente DE est égale au Rayon DO; car puisque l'arc DF est de 45 degrez, l'angle DOE est aussi de 45 degrez; & parce que l'angle ODE est droit, l'angle E sera encore de 45 degrez, & par conséquent égal à l'angle DOE. D'où il suit par 6. 1. que la Tangente DE de 45 degrez est égale au Rayon DO. Ce qui restoit à démontrer.

PROPOSITION XVIII.

Construire les Tables des Sinus; des Tangentes; & des Secantes.

Premierement pour construire les Tables des Sinus, on trouvera le Sinus d'un arc d'une minute, en cette sorte.

Puisque par la Proposition précédente, le Rayon est égal à la corde de 60 degrez, la moitié sera le Sinus de 30 degrez. Ainsi le Sinus de 30 degrez sera connu, au moyen duquel on pourra trouver par Prop. 7. le Sinus de 15 degrez, & par

## 18 De la construction des Tables des Sinus, &c.

*Prop.* 12. le Sinus de 5 degrez, & par *Prop.* 15. le Sinus d'un degre, & ensuite par *Prop.* 7. le Sinus de 30 & de 15 minutes, & par *Prop.* 13 le Sinus de 5 minutes, & enfin par *Prop.* 15. le Sinus d'une minute.

Ou bien en connoissant le Sinus de 30 degrez dont une minute est la 1800<sup>e</sup>. partie, car multipliant 60 minutes par 1800, il vient 30 degrez, on cherchera par *Prop.* 7. le Sinus de la moitié ou de 15 degrez, & ensuite le Sinus de la moitié de cette moitié, ou le Sinus de 7. degrez & 30 minutes, & on continuera ainsi à diviser jusqu'à ce qu'on ait trouvé le Sinus d'un arc plus petit que d'une minute, ce qui arrivera icy à l'onzième subdivision, où l'on trouve le Sinus de 52 secondes 44 tierces 3 quarts 45 quintes, qui font la 2048<sup>e</sup> partie du même arc de 30 degrez, parceque multipliant 52 secondes 44 tierces 3 quarts 45 quintes par 2048 il vient 30 degrez. Puisque donc le produit de 52 secondes 44 tierces 3 quarts 45 quintes par 2048, est égal au produit de 1 minute par 1800, chacun étant de 30 degrez, on aura par 20. 7. cette analogie, 1800, 2048 :: 52 secondes 44 tierces 3 quarts 45 quintes, 1 minute, & si à la place des deux derniers termes on met leurs Sinus, qui sont à peu près dans la même raison, à cause de la petitesse des arcs, on aura cette autre analogie, 1800, 2048 :: Sinus de 52 secondes 44 tierces 3 quarts 45 quintes, Sinus de 1 minute, dont les trois premiers termes étant connus, le quatrième ou le Sinus de 1 minute sera aussi connu.

Le Sinus d'une minute étant ainsi connu, on pourra connoître par *Prop.* 5. le Sinus de 2 minutes, & par *Prop.* 9. les Sinus de toutes les minutes & de tous les degrez du quart de cercle, par le moyen desquels on pourra trouver par *Prop.* 16. leurs Tangentes & leurs Secantes. Ainsi les Tables seront achevées, dont la supputation se facilitera par le moyen des Propositions suivantes.

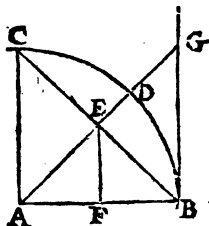




PROPOSITION XIX.

*La Secante de 45 degrez est double en puissance du Rayon, & le Sinus est double en puissance du Sinus de 30 degrez.*

Il est évident que la corde BC du quart de cercle BDC est la Secante de 45 degrez, parce qu'elle est égale à la Secante AG de l'arc BD de 45 degrez, à cause des deux triangles rectangles égaux CAB, ABG, qui ont le côté commun AB, & le côté BG égal au côté AC, par Prop. 17. Il est évident aussi à cause de l'angle droit CAB, que



le carré de la Secante BC, est égal aux quarrés AB, AC, & par consequent double du carré du Rayon AB, ou AC, ce qui est une des choses qu'il falloit démontrer.

Il est encore évident que les deux Secantes égales BC, AG, se coupent mutuellement à angles droits & en deux également au point E, duquel faisant tomber sur le Rayon AB, la perpendiculaire EF, elle divisera le Rayon AB en deux également au point F, & chacune des deux lignes, EF, BF sera par Prop. 17. le Sinus de 30 degrez, & parce que BE est le Sinus de 45 degrez, & que son carré est égal aux deux égaux EF, BF, il sera double de chacun, & consequemment double du carré du Sinus de 30 degrez. Ce qui restoit à démontrer.

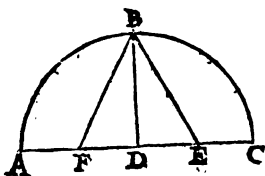
COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que si on prend la Racine quarrée du double du carré du Rayon, on aura la Secante de 45 degrez, & que si on prend la Racine quarrée du double du carré du Sinus de 30 degrez, qui est la même chose que de prendre la Racine quarrée de la moitié du carré du Rayon, on aura le Sinus de 45 degrez, dont le double donnera la Secante.

20 De la construction des Tables des Sinus, &c.

PROPOSITION XX.

Trouver le Sinus de 18 & de 36 degrez.



Si on tire du centre D sur le diametre A C du demicercle A B C, la perpendiculaire D B, & qu'on divise le Rayon D C en deux également au point E, & qu'enfin on porte la ligne E B depuis E sur le Rayon A D en F, ce Rayon A D se trou-

vera coupé en F dans la moyenne & extrême raison, par 11. 2. & par 9 13. le plus grand segment D F sera le côté du Decagone, ou la corde de 36 degrez, & la ligne B F sera le côté du Pentagone, ou la corde de 72 degrez, par 10. 13. Ces deux cordes se trouveront ainsi.

Si au carré du Rayon D B on ajoute le carré de sa moitié D E, la Racine quarrée de la somme donnera la quantité de la ligne E B, ou E F son égale, de laquelle ôtant la moitié du Rayon D E, il restera la corde D F de 36 degrez, dont la moitié sera le Sinus de 18 degrez qu'on cherche. Le carré de cette corde trouvée D F étant ajouté au carré du Rayon D B, la Racine quarrée de la somme donnera la corde B F de 72 degrez, dont la moitié sera le Sinus de 36 degrez qu'on demande.

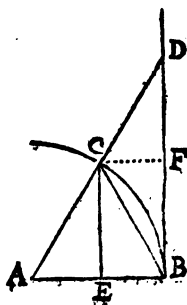
PROPOSITION XXI.

*La Tangente de 60 degrez est double de son Sinus, & la Secante est double du Rayon.*

Je dis que si l'arc B C est de 60 degrez, la Tangente B D est double de son Sinus C E, & que la Secante A D est double du Rayon A B. Car puisque le triangle A B C est équilatéral, par Prop. 17. & que l'angle A B C est de 60 degrez, l'angle C B D sera de 30 degrez, & parce que l'angle D est aussi de 30 degrez, à cause de l'angle A de 60 degrez, & de

L'angle  $ABD$  droit, le triangle  $BCD$  sera isoscele, par 6. 1. & toute la ligne  $AD$  sera double de la ligne  $BC$ , ou du Rayon  $AC$ , ce qui est une des choses qu'il falloit démontrer.

Si on tire du sommet  $C$  du triangle isoscele  $BCD$ , sur la base  $BD$ , la perpendiculaire  $CF$ , elle divisera cette base  $BD$  en deux parties égales  $FB$ ,  $FD$ , dont chacune sera égale au Sinus  $CE$ ; d'où il suit que toute la ligne  $BD$  est double de  $BF$ , ou  $CE$  son égale, ce qui restoit à démontrer.



COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que si on double le Rayon on aura la Secante de 60 degrez, & que si on double le Sinus de 60 degrez, on aura la Tangente.

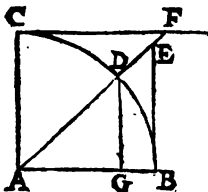
Il s'ensuit aussi que le carré de la Tangente de 60 degrez est triple du carré du Rayon; car puisque la Secante  $AD$  est double du Rayon  $AB$ , son carré sera quadruple de celui du même Rayon  $AB$ , & puisqu'en ôtant le carré du Rayon de celui de la Secante  $AD$ , il reste par 47. 1. le carré de la Tangente  $BD$ , & qu'en ôtant le simple du quadruple il reste le triple, il est de nécessité que le carré restant  $BD$  soit triple du carré simple  $AB$ . C'est pourquoy si on prend la Racine carrée du triple du Rayon, on aura la Tangente de 60 degrez, dont la moitié en sera le Sinus,

PROPOSITION XXII.

*Le Rayon est moyen proportionnel entre la Tangente d'un arc & la Tangente de son complement, & entre le Sinus & la Secante du complement.*

Je dis premierement que le Rayon  $AB$  ou  $AC$  est moyen proportionnel entre la Tangente  $DE$  & la Tangente du com-  
C. iij

## 22 De la construction des Tables des Sinus, &c.



plement C F. Car à cause des lignes paralleles A B, C F, & des paralleles A C, B E, le triangle A B E sera semblable au triangle A C F, & par 4. 6. on aura cette analogie  $BE, AB :: AC, CF$ . Ce qu'il falloit démonstrer.

Je dis en second lieu que le Rayon A D ou A C, est moyen proportionel entre le Sinus D G & la Secante du complement A F. Car on connoitra comme auparavant, que le triangle A G D est semblable au triangle A C F, ainsi par 4. 2. on aura cette analogie,  $DG, AD :: AC, AF$ . Ce qui restoit à démonstrer.

### COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition que si on divise le carré du Rayon par la Tangente d'un arc, on aura la Tangente du complement, & que si on divise le carré du même Rayon par le Sinus d'un arc, on aura la Secante du complement.

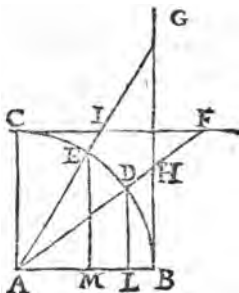
Il s'enfuit aussi que la Secante du complement est quatrième proportionnelle au Sinus, à la Tangente, & à la Tangente du complement. C'est pourquoi si on multiplie la Tangente d'un arc par la Tangente de son complement, & qu'on divise le produit par le Sinus du même arc, on aura la Secante de son complement.

### PROPOSITION XXIII.

*Les Tangentes de deux arcs sont reciproquement proportionnelles aux Tangentes de leurs complemens.*

Je dis que la Tangente B H de l'arc B D est à la Tangente B G de l'arc B E, comme la Tangente C I de l'arc C E complement du precedent B E, à la Tangente C F de l'arc C D complement du premier B D. Car puisque par la Proposition precedente, le Rayon A B est moyen proportionel entre les Tangentes B H, C F, & aussi entre les Tangentes B G, C I,

le rectangle B H C F sera égal au rectangle B G C I, parce que chacun est égal au carré du Rayon, par 17. 6. C'est pourquoy par 14. 6. Les quatre lignes B H, B G, C I, C F, seront proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.



COROLLAIRE:

Il suit de cette proposition, que si de deux arcs on multiplie la Tangente du second par la Tangente de son complément, & qu'on divise le produit par la Tangente du premier, on aura la Tangente du complément du même premier.

PROPOSITION XXIV.

*Les Sinus de deux arcs sont reciproquement proportionels aux Secantes de leurs complemens.*

Je dis dans la figure precedente que le Sinus D L de l'arc B D est au Sinus E M de l'arc B E, comme la Secante A I de l'arc C E complément du precedent B E, à la Secante A F de l'arc C D complément du premier B D. Car puisque par Prop 21. le Rayon est moyen proportionel entre le Sinus D L & la Secante du complément A F, & pareillement entre le Sinus E M & la Secante du complément A I, le rectangle D L A F sera égal au rectangle E M A I, parce que chacun est égal au carré du Rayon, par 17. 6. C'est pourquoy par 14. 6. les quatre lignes D L, E M, A I, A F, seront proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

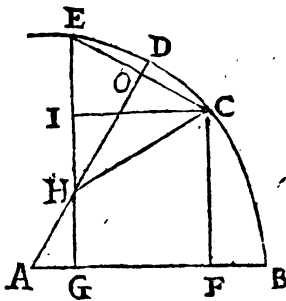
Il suit de cette Proposition, que si de deux arcs on multi-

24 De la construction des Tables des Sinus, &c.

plie le Sinus du second par la Secante de son complement, & qu'on divise le produit par le Sinus du premier, on aura la Secante du complement du même premier.

PROPOSITION XXV.

La différence des Sinus de deux arcs également éloignés de 60 degré, est égale au Sinus de la différence de l'un de ces deux arcs à 60. degré.



Les deux arcs BC, BE, sont également éloignés de l'arc BD de 60 degré, de sorte que les deux différences CD, DE, sont égales. Si on tire le Rayon AD & la corde CE, la ligne EO, ou CO sera le Sinus de la différence CD ou DE, & si on tire par le point C au Rayon AB, la parallèle CI, la ligne EI sera la différence des Sinus EG, CF, des arcs BE, BC. Cela étant je dis que

cette différence EI est égale au Sinus EO ou CO. Car si on tire la droite CH, chacun des angles OHE, OHC, des deux triangles rectangles égaux EOH, COH, sera de 30 degré, parce que le premier est égal par 15. 1. à l'angle AHG, qui est de 30 degré, à cause de l'angle droit G, & de l'angle A de 60 degré : c'est pourquoy tout l'angle EHC & chacun des deux autres HEC, HCE, sera de 60 degré. Ainsi le triangle EHC est équilateral, dont les perpendiculaires CI, HO, divisent leurs bases égales EH, EC en deux également. C'est pourquoy leurs moitiés EI, EO, seront égales. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

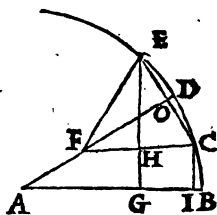
Il suit de cette Proposition, qu'étant connus les Sinus des arcs du quart de cercle jusqués à 60 degré, on peut connoître par la seule addition les Sinus des autres arcs plus grands

grands que de 60 degrez. Car si l'arc BC est par exemple de 50 degrez, en ajoutant à son Sinus CF ou IG, la différence EI, ou le Sinus CO de l'arc CD de 10 degrez, on aura le Sinus EG de l'arc BE de 70 degrez. Ainsi vous voyez qu'en ajoutant ensemble les Sinus de deux arcs, qui pris ensemble font 60 degrez, on a le Sinus d'un arc d'autant plus grand que de 60 degrez que l'un des deux proposez est plus petit.

PROPOSITION XXVI.

*Le carré de la corde de la différence de deux arcs également éloignés de 30 degrez, est égal à la somme du carré de la moitié de la même corde, & du carré de la différence des Sinus de ces deux arcs.*

Les deux arcs BC, BE, sont également éloignés de l'arc BD de 30 degrez, de sorte que les deux différences CD, DE, sont égales. Si on tire le Rayon AD, & la corde CE, & par le point C au Rayon AB la parallèle CF, la ligne CO sera la moitié de la corde CE, & la ligne EH sera la différence du Sinus EG de l'arc BE & du Sinus CI de l'arc BC. Cela étant je dis que le carré de la corde CE est égal à la somme des carrés EH, CO. Car si on tire la ligne EF, on connoitra comme auparavant, que le triangle EFC est équilatéral, parce que les deux angles OFE, OFC, sont chacun de 30 degrez; le second étant égal à l'angle A de 30 degrez. D'où l'on conclura comme auparavant, que les lignes CO, CH, sont égales, & dans le triangle rectangle EHC, on aura CEq égal à la somme des carrés EH, CH, ou CO. Ce qu'il falloit démontrer.



COROLLAIRE.

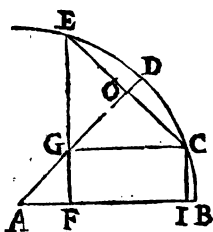
Il suit de cette Proposition, que le carré EH de la différence des Sinus EG, CI, des deux arcs BE, BC, qui sont

26 De la construction des Tables des Sinus, &c.

également éloignez de l'arc B D de 30 degrez, est triple du quarré C H ou C O, qui est le Sinus de la moitié C D de la différence C E des deux mêmes arcs. C'est pourquoy si on ajoûte au Sinus C I du plus petit la Racine quarrée du triple du quarré de la moitié de la différence des deux arcs, on aura le Sinus du plus grand.

PROPOSITION XXVII.

*Le quarré de la corde de la différence de deux arcs également éloignés de 45 degrez, est double du quarré de la différence des Sinus des mêmes arcs.*



Les deux arcs B C, B E, sont également éloignés de l'arc B D de 45 degrez, de sorte que les deux différences C D; D E, sont égales. Si on tire le Rayon A D, & par le point C au Rayon A B, la parallèle C G, elle rencontrera le Sinus E F du grand arc B E, au même point G, où le Rayon A D le rencontre, à cause de l'égalité des deux triangles rectan-

gles G O C, G O E, qui sont isosceles, parce que l'angle C G D est égal à l'angle A de 45 degrez, & que l'angle E G D est égal à l'angle A G F aussi de 45 degrez. Cela étant je dis que le quarré de la corde C E de la différence C D E des deux arcs B C, B E, est double du quarré E G de la différence des Sinus E F, C I, des deux mêmes arcs B C, B E. Car à cause de l'angle E demi-droit, le triangle rectangle E G C sera isoscele, & comme le quarré C E vaut autant que les deux G E, G C, par 47. 1. il sera double de chacun, & par consequent double du quarré E G. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

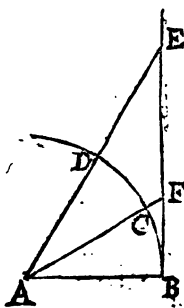
Il suit de cette Proposition, que le quarré de la différence E G des Sinus E F, C I, des deux arcs B C, B E, également



éloignez de 45 degrez, ou qui pris ensemble font un quart de cercle, est double du quarré E O du Sinus de l'excez DE du grand arc sur 45 degrez, ou du quarré C O du Sinus de l'excez de 45 degrez sur le petit arc B C. C'est pourquoy si au Sinus C I du petit arc B C on ajoute la Racine quarrée E G du double du quarré du Sinus de la difference de ce même arc à 45 degrez, on aura le Sinus E G du complement B E, ou si du Sinus E F on ôte la Racine quarrée E G du double du quarré du Sinus de la difference du même arc à 45 degrez, on aura le Sinus C I du complement B C.

PROPOSITION XXVIII.

La Tangente d'un arc de 60 degrez est triple de la Tangente d'un arc de 30 degrez.



Si l'arc B D est de 60 degrez, & l'arc B C de 30, je dis que la Tangente B E de l'arc B D est triple de la Tangente B F de l'arc B C. Car puisque la ligne A E divise l'angle B A E en deux également, on aura par 3. 6. cette analogie, A E, A B :: E F, B E, & à cause de A E double de A B, par Prop. 20. la ligne E F sera double de la ligne B F, & par consequent la toute B E triple de la même B F. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que la Tangente E B de 60 degrez est à la Secante A F de 30 degrez, comme 3 est à 2. Car puisque la Tangente B E est à la Tangente B F, comme 3 à 1, la même Tangente B E sera à la partie E F, qui est égale à la Secante E F de 30 degrez, parce que chacun des deux angles E, B A E, est de 30 degrez, comme 3 est à 2.



## COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que si des deux arcs  $AB$ ,  $BK$ , dont la somme est un quart de cercle, on ajoute à la Tangente  $AD$  ou  $KG$  du plus petit  $AB$  le double  $GE$  de la Tangente  $KI$  de leur différence  $KH$  ou  $BF$ , on aura la Tangente  $KE$  du plus grand  $KB$ , & que si de la Tangente  $KE$  du plus grand  $KB$ , on ôte le double  $GE$  de la Tangente  $KI$  de leur différence, il restera la Tangente  $KG$  ou  $AD$  du plus petit  $AB$ .

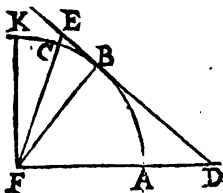
Il s'ensuit aussi que la somme  $LG$  des Tangentes  $KL$  de la différence  $KM$  des deux arcs  $AK$ ,  $KB$ , qui ensemble font un quart de cercle, & de la Tangente  $AB$  ou  $KG$  du plus petit  $AB$ , est égale à la Secante  $CL$  de la même différence  $KM$ . C'est pourquoy si on connoît la Tangente de la différence & celle du plus petit arc, on aura en la somme de ces deux Tangentes la Secante de la même différence. Ainsi vous voyez que la Table des Secantes se peut faire par la seule addition.

Il s'ensuit encore que la somme  $KE$  de la Tangente  $KI$  de la différence  $KH$  des deux arcs  $AB$ ,  $KB$ , qui pris ensemble font un quart de cercle, & de la Secante  $CI$  ou  $IE$  de la même différence  $KH$ , est égale à la Tangente du plus grand arc  $KB$ . C'est pourquoy si on connoît la Tangente du plus grand arc & celle de leur différence, en ôtant la plus petite de la plus grande, on aura la Secante de la même différence. Ainsi vous voyez encore qu'on peut par la seule addition faire le canon des Secantes: Mais cela se peut encore faire autrement par le moyen de la Proposition suivante.

## PROPOSITION XXX.

*La Secante d'un arc est égale à la somme de la Tangente, & de la Tangente de la moitié de son complément.*

Je dis que la Secante  $FD$  de l'arc  $AB$ , est égale à la somme  $DE$  de la Tangente  $BD$  du même arc  $AB$  & de la Tangente  $BE$  de l'arc  $BC$  moitié du complément  $BK$  du même arc  $AB$ . Car il est bien évident que l'angle  $E$  est égal à l'an-



gle E F D, parce que le premier est le complement de l'angle E F B, à cause de l'angle droit B, & que le second est le complement du même angle E F B, ou E F K, à cause de l'angle droit K F D. C'est pourquoy par 6. 1. le côté F D sera égal au côté D E. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que si à la Tangente B D de l'arc A B, on ajoute la Tangente D E de la moitié de son complement, on aura la Secante F D du même arc A B. Ainsi vous voyez qu'on peut encore plus facilement qu'auparavant construire la Table des Secantes par la seule addition.

PROPOSITION XXXI.

*Etant connue la Tangente d'un arc, trouver la Tangente de la moitié de cet arc.*

Figure Pour trouver la Tangente B F de l'arc B C moitié de l'arc de la B D, dont on connoît la Tangente B E, ajoutez au carré de Prop. 28. cette Tangente B E le carré du Rayon A B, pour avoir en la Racine quarrée de la somme la Secante A E, après quoy vous cherchez aux trois quantitez A B → A E, A B, B E, une quatrième proportionnelle, qui sera la Tangente B F qu'on cherche. Car puisque la ligne A F divise l'angle B A E en deux également, on aura par 3. 6. cette analogie, A B, A E :: B F, E F, & en composant on aura celle-cy, A B → A E, A B :: B E, B F.



PROPOSITION XXXII.

Étant connue la Tangente d'un arc, trouver la Tangente d'un arc double.

Si on connoît la Tangente B F de l'arc B C, on trouvera la <sup>Même</sup> Tangente B E de l'arc double B D, par cette analogie. <sup>figure.</sup>

*Comme la difference des quarrés du Rayon A B & de la Tangente B F,*

*Au carré du Rayon A B ;*

*Ainsi le double de la Tangente B F ;*

*A la Tangente B E.*

La demonstration de cette analogie se fera en cette sorte. Parce que la ligne A F divise l'angle B A E en deux également, on aura cette analogie, A B q, A E q :: B F q, E F q, & à cause de A E q égal à A B q + B E q, on aura celle-cy, A B q, A B q + B E q :: B F q, E F q, & par conversion de raison, on aura celle-cy, A B q, B E q :: B F q, E F q - B F q, & en permutant on aura celle-cy, A B q, B F q :: B E q, E F q - B F q, & à cause de B E q égal à B F q + E F q + 2 B F E, par 4. 2. on aura celle-cy, A B q, B F q :: B F q + E F q + 2 B F E, E F q - B F q, & en divisant on aura celle-cy, A B q - B F q, A B q :: 2 B F q + 2 B F E, B F q + E F q + 2 B F E, & en divisant les deux derniers termes par B F + E F, on aura cette dernière analogie, A B q - B F q, A B q :: 2 B F, B F + E F, ou B E. Ce qu'il falloit démon-

trer.

32 De la construction des Tables des Sinus, &c.

PROPOSITION XXXIII.

Étant comme la Tangente & la Secante d'un arc, trouver la Secante d'un arc double.

Même Si on connoît la Tangente BF, & la Secante AF figure. de l'arc BC, on trouvera la Secante AE, de l'arc double BD, par cette analogie;

Comme la différence des quarez du Rayon AB & de la Tangente BF,  
 Au carré de la Secante AF;  
 Ainsi le Rayon AB,  
 A la Secante AE.

La démonstration de cette analogie se fera ainsi. Parce que la ligne AF divise l'angle BAE en deux également, on aura cette analogie, BF, EF :: AB, AE, & en composant on aura celle-cy, BF, BE :: AB, AB + AE, & par consequent celle-cy, BFq, BEq :: ABq, ABq + 2BAE + AEq, & à cause de BEq égal à AEq - ABq, on aura celle-cy, BFq, AEq - ABq :: ABq, ABq + 2BAE + AEq, & en permutant on aura celle-cy, BFq, ABq :: AEq - ABq, ABq + 2BAE + AEq, & en divisant les deux derniers termes par AB + AE, on aura celle-cy, BFq, ABq :: AE - AB, AE + AB, & en composant & en divisant on aura ces deux analogies, ABq + BFq, ou AFq, ABq :: 2AE, AE + AB, & ABq - BFq, ABq :: 2AB, AB + AE, desquelles on tirera aisément cette troisième analogie, ABq - BFq, AFq :: 2AB, 2AE, & en prenant les moitez des deux derniers termes, on aura cette dernière analogie, ABq - BFq, AFq :: AB, AE. Ce qu'il falloit démonstter.

CHAPITRE III.

De la construction des Logarithmes.

Les Logarithmes sont des nombres en proportion Arithmétique, correspondans à d'autres nombres en proportion géométrique, desquels il sont appellez *Logarithmes*. Comme il est libre de prendre telle progression que l'on voudra, on choisira la plus commode, qui est de prendre la progression décimale pour la proportion géométrique, & la progression des nombres naturels pour l'arithmétique, en sorte que pourtant le premier nombre arithmétique, qui répond au premier géométrique, ou à l'unité, soit 0, c'est à dire que le Logarithme de l'unité soit 0, pour rendre l'usage des logarithmes plus facile: comme vous voyez dans cette Table, où le logarithme de 1 est

Prop. geom.	Prop. Arith.
1	0. 0000000
10	1. 0000000
100	2. 0000000
1000	3. 0000000
10000	4. 0000000
100000	5. 0000000
1000000	6. 0000000

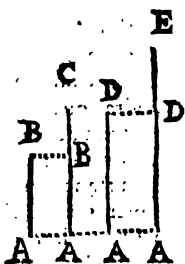
0, de 10 est 1, de 100 est 2, de 1000 est 3, & ainsi en suite; & parce que dans la pratique on a besoin des logarithmes des nombres moyens 2, 3, 4, 5, &c. & que ces logarithmes ne peuvent être exprimez qu'en fractions, on se servira aussi de la progression décimale pour la fa-

cilité du calcul, en ajoutant un certain nombre de zeros à chaque terme de la progression arithmétique plus ou moins, selon que l'on voudra avoir des logarithmes plus ou moins exacts, comme vous voyez icy. Ainsi nous supposerons que le logarithme de 10 est 1. 0000000, que le logarithme de 100 est 2. 0000000, de 1000 est 3. 0000000, &c. en suite dequoy il faut trouver les logarithmes des nombres moyens 2, 3, 4, 5, &c. ce que nous ferons après avoir expliqué la nature & les propriétés des logarithmes dans les Propositions suivantes.

### 34. De la construction des Tables de Sinus, &c.

#### PROPOSITION I.

De quatre quantitez en proportion Arithmetique, la somme des deux extremes est égale à la somme des deux moyenes.



Si les quatre quantitez AB, AC, AD, AE, sont en proportion Arithmetique, en sorte que l'excez BC de la seconde AC sur la premiere AB soit égal à l'excez DE de la quatrième AE sur la troisième AD ; Je dis que la somme  $AB + AE$  des deux extremes est égale à la somme  $AC + AD$  des deux moyenes, parce que chacune est composée de choses égales, comme il est aisé de voir.

#### PROPOSITION II.

De trois quantitez en proportion Arithmetique, la somme des deux extremes est égale au double de la moyene.

Cette proposition est un Corollaire de la precedente, car quand on a trois quantitez arithmetiquement proportionnelles, c'est comme si l'on en avoit quatre, dont les deux moyenes fussent égales, & alors la somme des deux extremes est par la Proposition precedente égale à la somme des deux moyenes, c'est à dire au double de la moyene. Ce qu'il falloit demonstret.

#### PROPOSITION III.

La somme des Logarithmes de deux nombres entiers est égale au Logarithme de leur produit, lors que le Logarithme de l'unité est 0.

Proposons par exemple les deux nombres entiers 4, 6, dont le produit est 24, Je dis que le Logarithme de 24 est égal à la somme des logarithmes de 4 & de 6, le logarithme de l'unité



étant 0. Car puis que 24 est le produit de 4 & de 6, ces quatre nombres 1, 4, 6, 24, seront en proportion geometrique, c'est pourquoy leurs logarithmes seront en proportion arithmetique, & par Prop. 1. la somme des deux extremes, c'est à dire la somme des logarithmes de 1, & de 24, sera égale à la somme des deux moyens, ou à la somme des logarithmes de 4 & de 6, & parce qu'on suppose que le logarithme de 1 est 0, le seul logarithme de 24 sera égal à la somme des logarithmes de 4 & de 6, qui produisent 24. Ce qu'il falloit demontrer.

PROPOSITION IV.

*La difference des Logarithmes de deux nombres entiers est égale au Logarithme de leur quotient, lors que le Logarithme de l'unité est 0.*

Proposons par exemple les deux nombres entiers 6, 24, dont le quotient est 4. Je dis que le logarithme de 4 est égal à la difference des logarithmes de 6 & de 24, le logarithme de l'unité étant 0. Car puisque divisant 24 par 6, il vient 4, ces quatre nombres 1, 4, 6, 24, seront en proportion geometrique, & leurs logarithmes en proportion arithmetique, & l'on connoitra comme auparavant, que le logarithme de 24 est égal à la somme des logarithmes de 6 & de 24 : c'est pourquoy si du logarithme de 24 on ôte le logarithme de 6, la difference sera le logarithme de 4. Ce qu'il falloit demontrer.

PROPOSITION V.

*Le Logarithme d'un nombre est la moitié du logarithme de son carré, & le tiers du logarithme de son cube, lorsque le logarithme de l'unité est 0.*

Proposons par exemple le nombre 6, dont le carré est 36, & le cube est 216. Je dis premierement que le logarithme de 6 n'est que la moitié du logarithme de son carré 36. Car puis que le carré 36 est le produit de 6 par 6, son logarithme sera égal à la somme des logarithmes de 6 & de 6, c'est à dire au double du logarithme de 6, par Prop. 1. d'où il suit que le loga-

36 *De la construction des Tables de Sinus, &c.*

arithme de 6 est la moitié du logarithme de son quarré 36. Ce qu'il faloit démontrer.

Je dis en second lieu que le logarithme de 6 est le tiers du logarithme de son cube 216. Car puisque 216 est le produit de 6 & de son quarré 36, son logarithme sera par *Prop. 1.* égal à la somme des logarithmes de 6 & de 36, c'est à dire au triple du logarithme de 6, parce que le logarithme de 36 a esté démontré double du logarithme de 6. D'où il suit que le logarithme de 6 n'est que le tiers du logarithme de son cube 216. Ce qui restoit à démontrer.

PROPOSITION VI.

*Trouver entre deux nombres donnez un moyen geometrique proportionel.*

Si on multiplie ensemble les deux nombres donnez, on aura par 20.7. le quarré du moyen, c'est pourquoy si on prend la racine quarrée de ce produit, on aura le moyen qu'on cherche. D'où il suit que si l'un des deux nombres donnez est l'unité, il n'y a qu'à prendre la racine quarrée de l'autre, pour avoir le moyen proportionel qu'on demande.

PROPOSITION VII.

*Entre deux nombres donnez, trouvez un moyen proportionel Arithmetique.*

Si on ajoute ensemble les deux nombres donnez, on aura par *Prop. 2.* le double du moyen, c'est pourquoy si on prend la moitié de cette somme, on aura le moyen qu'on cherche. D'où il suit que quand l'un des deux nombres donnez est 0, il n'y a qu'à prendre la moitié de l'autre, pour avoir le moyen qu'on cherche.

PROPOSITION VIII.

*Trouver le Logarithme d'un nombre propose.*

..... pour le logarithme d'un nombre donné, comme par

exemple de 9 ; parce que ce nombre 9 est entre les nombres, 1, 10, dont les logarithmes sont connus ; Sçavoir 0. 000000, 1. 000000, ou 0. 0000000, 1. 00000000, en les augmentant chacun d'un zero, pour avoir plus exactement le logarithme qu'on cherche, faites ainsi.

Entre 1 & 10, augmentez d'autant de zeros que leurs logarithmes en contiennent, comme icy de sept zeros, pour avoir exactement dans le même nombre de figures le logarithme qu'on cherche, Sçavoir entre A & B, trouvez un moyen geometrique proportionel C, lequel estant

	Prop.	Logarith.
A	1. 0000000	0. 0000000
C	3. 1622777	0. 5000000
B	10. 0000000	1. 0000000
B	10. 0000000	1. 0000000
D	5. 6234132	0. 7500000
C	3. 1622777	0. 5000000
B	1. 0000000	1. 0000000
E	7. 4989421	0. 8750000
D	5. 6234132	0. 7500000
B	10. 0000000	1. 0000000
F	8. 6596432	0. 9375000
E	7. 4989421	0. 8750000
B	10. 0000000	1. 0000000
G	9. 3057204	0. 9687500
F	8. 6596432	0. 9375000
G	9. 3057204	0. 9687500
H	8. 9768713	0. 9531250
F	8. 6596432	0. 9375000
G	9. 3057204	0. 9687500
I	9. 1398170	0. 9609375
H	8. 9768713	0. 9531250
I	9. 1398170	0. 9609375
K	9. 0579777	0. 95703125
H	8. 9768713	0. 9531250

il faudra chercher entre le moindre C & le plus grand B, un autre moyen proportionel D, qui est encore moindre que 9. 000000 : c'est pourquoy entre le moindre D & le plus grand B on cherchera un troisième moyen proportionel E, entre lequel & le plus grand B on trouvera un quatrième moyen proportionel F, qui est icy encore moindre que 9. 000000 : c'est pourquoy il faudra trouver entre le moindre F & le plus grand B, un cinquième moyen proportionel G, qui se rencontre icy plus grand que 9. 000000, ainsi entre le plus grand G & le prochainement moindre F on cherchera un sixième moyen proportionel H, qui étant moindre que 9. 000000, on doit chercher entre ce moindre H & le prochainement plus grand G, un septième moyen proportionel I, qui

38 De la construction des Tables de Sinus, &c.

	Prop.	Logarith.
K	9. 0579777	0. 95703125
L	9. 0173333	0. 95507812
H	8. 9768713	0. 95312500
L	9. 0173333	0. 95507812
M	8. 9970796	0. 95410156
H	8. 9768713	0. 95312500
L	9. 0173333	0. 95507812
N	9. 0072008	0. 95458984
M	8. 9970796	0. 95410156
N	9. 0072008	0. 95458984
O	9. 0021388	0. 95434570
M	8. 9970796	0. 95410156
O	9. 0021388	0. 95434570
P	8. 9996088	0. 95422363
M	8. 9970796	0. 95410156
O	9. 0021388	0. 95434570
Q	9. 0008737	0. 95428467
P	8. 9996088	0. 95422363
Q	9. 0008737	0. 95428467
R	9. 0002412	0. 95425415
P	8. 9996088	0. 95422363
R	9. 0002412	0. 95425415
S	8. 9999250	0. 95421889
P	8. 9996088	0. 95422363
R	9. 0002412	0. 95425415
T	9. 0000831	0. 95424652
S	8. 9999250	0. 95423889
T	9. 0000831	0. 95424652
V	9. 000041	0. 95424271
S	8. 9999250	0. 95423889
V	9. 000041	0. 95424271
X	8. 9999650	0. 95424280
S	8. 9999250	0. 95423889

est bien plus grand que 9.000000, mais non pas avec un si grand excez comme le precedent G. C'est pourquoy en cherchant entre le prochainement moindre & le prochainement plus grand des moyens geometriques proportionels, on aura des nombres qui approcheront toujours de plus en plus du nombre propose 9.000000. lequel enfin se rencontre icy le 26. moyen proportionel: apres quoy il sera facile de connoistre son logarithme; car comme entre les nombres A, B, nous avons trouve un moyen geometrique proportionel C, si entre leurs logarithmes on trouve un moyen arithmetique proportionel, celuy cy sera le logarithme du premier moyen geometrique proportionel C. C'est de la meme maniere qu'on trouvera les logarithmes de tous les autres moyens geometriques proportionels, & par consequent du dernier 9.000000, ou du nombre propose 9, dont le logarithme se trouvera tel, 0.95424251.

C'est de cette meme maniere qu'on trouvera les logarithmes des autres nombres entre 1 & 9, & des nom-

Prop.		Logarith.
V	9. 0000041	0. 95424275
Y	8. 9999845	0. 95424217
X	8. 9999650	0. 95424080
V	9. 0000041	0. 95424271
Z	8. 9999943	0. 95424223
Y	8. 9999845	0. 95424217
V	9. 0000041	0. 65424271
&	8. 9999992	0. 95424247
Z	8. 9999943	0. 95424223
V	9. 0000041	0. 95424271
AA	9. 0000016	0. 95424259
&	8. 9999992	0. 95424245
AA	9. 0000016	0. 95424259
BB	9. 0000004	0. 95424253
&	8. 9999992	0. 95424247
BB	9. 0000004	0. 95424253
CC	8. 9999998	0. 95424250
&	8. 9999992	0. 95424247
BB	9. 0000004	0. 95424253
DD	9. 0000000	0. 95424251
CC	8. 9999998	0. 95424247

bres entre 10 & 100, & des nombres entre 100 & 1000, & ainsi en suite : mais on pourra trouver avec beaucoup de facilité les logarithmes des nombres composés, par l'addition des logarithmes des nombres qui les composent, comme il est évident par ce qui a esté dit dans la Prop. 4. C'est pourquoy on doit chercher premièrement les logarithmes des nombres premiers, pour trouver en suite les logarithmes des nombres composés, comme il vient d'être dit. Ainsi ajoutant les logarithmes de 4 & de 6, ou de 3 & de 8, on aura le logarithme de 24 &c. Ce qui manque icy se trouvera dans le Chapitre suivant.

## CHAPITRE IV.

### De l'Usage des Tables.

On a ajouté à la fin de ce Traité deux Tables, dont la première contient les *Sinus* les *Tangentes* & les *Secantes* de chaque degré & de chaque minute du quart du cercle, dont le demidiametre est de 1000000 parties, ou seulement de 100000, en rejetant deux figures à la droite, comme vous voyez par le point qui est ajouté après la deuxième figure de chaque nombre, & qui suffit pour les supputations de la Geometrie pratique. Elle

40. *De la construction des Tables de Sinus, &c.*

contient de plus les logarithmes des *Sinus* & des *Tangentes*, pour un *Sinus Total* de 1000000000 parties; omettant expressement ceux des *Secantes*, parce qu'on s'en peut passer aisément. On a disposé les degrez & les minutes dans chaque page, en telle sorte que les degrez & les minutes d'une page font avec les degrez & les minutes de l'autre page 90 degrez, pour la commodité des calculeurs, qui ont souvent besoin du complement d'un angle, que l'on trouve toujours vis à vis dans l'autre page. Ainsi on connoist que le complement de 21 degrez & 14 minutes est 68 degrez & 46 minutes, qui se trouvent vis à vis dans l'autre page.

La seconde Table contient les logarithmes des nombres absolus depuis l'unité jusques à 10000, & on la peut aisément prolonger jusques à 1000000, sans que l'erreur puisse estre sensible, comme nous allons enseigner dans la Proposition suivante.

P R O P O S I T I O N I.

*Trouver le logarithme d'un nombre entier plus grand que 10000.*

Qu'il faille trouver le logarithme de 3567894. Parce que ce nombre n'est trouve pas dans la dernière Table, il en faut retrancher à la droite autant de figures qu'il en sera de besoin, pour faire que le reste s'y puisse trouver, & pas davantage, comme icy les trois figures 894, & il restera 3567, qui se trouve dans la seconde Table, & vis à vis son logarithme 3.5523031; mais parce que ce nombre 3567 vaut 3567000, à cause que du nombre proposé 3567894 on a ôté 894, il faut ajouter au logarithme trouvé 3.5523031 le logarithme de 1000, qui est 3.0000000, parce que 3.5670000 est 1000 fois plus grand que 3567, car la multiplication se fait par l'addition des logarithmes des nombres multipliers par la Prop. 3. du Chapitre precedent, & vous aurez 6.5523031 pour le logarithme de 3567000, qui est moindre que le logarithme de 3567894: & pour sçavoir de combien il est moindre; ôtez le logarithme de 3567 du logarithme de 3568, le reste sera 1217 pour la difference des logarithmes des deux nombres 3567, 3568, qui est aussi la difference des logarithmes des deux nombres 3567000, 3568000, & comme la difference de ces deux nombres est 1000, qui donne 1217 pour la difference de

Leurs logarithmes, on fera à part ce raisonnement; Si 1000 donnent 1217 pour l'excez du logarithme de 3568000 sur le logarithme de 3567000, combien donneront 894? qui sont la difference des deux nombres 3567000, 3567894, & par la Regle de Trois ordinaire on trouvera 1087 pour l'excez du logarithme de 3567894 sur le logarithme de 3567000; c'est pourquoy si on ajoute cet excz 1087 au logarithme 65523031 de 3567000, on aura 65524118 pour le logarithme du nombre proposé 3567894.

P R O P O S I T I O N II.

*Trouver le Logarithme du Sinus connu, d'un Arc.*

Si le Sinus connu de l'arc est pour un Rayon de 10000000 parties, on pourra trouver le logarithme de ce Sinus par la Proposition precedente: mais si ce Sinus connu est pour un Rayon plus grand que de 10000000 parties, comme il arrivè dans la premiere Table, où les logarithmes des Sinus sont pour un Sinus Total de 10000000000 parties, comme nous avons déjà dit ailleurs, alors le sinus proposé pourra être plus grand que 10000000, & la methode precedente ne pourra plus servir, parce que les differences des logarithmes seront trop inégales, pour pouvoir donner au juste un logarithme d'un si grand nombre. Dans ce cas il est besoin de prolonger la derniere Table au moins jusqu'au logarithme de 100000 parties, telle qu'on la trouve dans l'*Arithmetique Logarithmique d'Henry Brigs*, où les logarithmes des nombres absolus ont esté supputez dans un plus grand nombre de parties qu'en ce livre; & alors on pourra par un raisonnement semblable au precedent trouver le logarithme du sinus proposé d'un arc, pour un Rayon de 10000000000 parties, comme vous allez voir.

Proposons ce Sinus 4226182617, qui appartient à un arc de 25. degrez. Parce que ce nombre ne se trouve pas dans la Table, il en faut retrancher à la droite autant de figures qu'il en sera de besoin, pour faire que le reste s'y puisse trouver, & pas davantage, comme icy les cinq figures 82617, & il restera 42261, qui se trouve dans la Table, & vis à vis son logarithme 4.6159398: mais parce que ce nombre 42261 vaut 4226100000, à cause que du sinus proposé 4226182617 on a ôté 82617, il faut ajouter au logarithme trouvé 4.6259398 le logarithme de

#### 42 De la construction des Tables de Sinus, &c.

100000, qui est 5000000, parce que  $4226100000$  est 100000 fois plus grand que  $42261$ , & vous aurez  $9.6259398$  pour le logarithme de  $4226100000$ , qui est moindre que le logarithme de  $4226182617$ : & pour sçavoir de combien il est moindre, ôtez le logarithme de  $42261$  du logarithme de  $4226100000$ , le reste sera  $103$ , pour la difference des logarithmes des deux nombres  $42261$ ,  $4226100000$ , qui est aussi la difference des deux nombres  $4226100000$ ,  $4226100000$ , & comme la difference de ces deux nombres est 100000, qui donne  $103$  pour la difference de leurs logarithmes, on dira, si 100000 donne  $103$  pour l'excez du logarithme de  $4226100000$  sur le logarithme de  $4226100000$ , combien donnera  $82617$ , qui est la difference des deux nombres  $4226100000$ ,  $4226182617$ , & par la Regle de Trois on trouvera  $85$  par l'excez du logarithme de  $4226182617$  sur le logarith. de  $4226100000$ ; c'est pourquoy si. on ajoute cet excez  $85$  au logarithme  $9.6259398$  de  $4226100000$ , on aura  $9.6259483$  pour le logarithme du Sinus proposé  $4226182617$ .

Sans qu'il soit besoin de prolonger la seconde Table, on peut trouver le logarithme du sinus proposé  $4226182617$ , en cherchant par la Proposition precedente les logarithmes de  $42261$ , & de  $4226100000$ , après quoy on travaillera comme il vient d'être enseigné.

#### PROPOSITION III

*Trouver les Logarithmes des Tangentes & des Secantes.*

On peut trouver les logarithmes des Tangentes & des Secantes par une methode semblable à la precedente, mais cela se fera plus facilement & plus exactement par le moyen des logarithmes des sinus, en cette sorte.

Parce que le sinus du complement d'un arc est au sinus du même arc, comme le Sinus Total à la Tangente, par la Prop. 16. Chap. 2. leurs logarithmes seront en proportion arithmetique, & la somme des deux extremes sera égale à la somme des deux moyens, par la Prop. 1. du Chapitre precedent. C'est pourquoy si de la somme des logarithmes du sinus de l'arc & du sinus Total, on ôte le logarithme du sinus du complement, on aura le logarithme de la Tangente.



### Chapitre III.

43

On connoitra par un semblable raisonnement, que pour trouver le logarithme de la secante d'un arc, on doit ôter du double du logarithme du Rayon le logarithme du sinus du complement.

#### PROPOSITION IV.

*Trouver le Logarithme d'une fraction proposée.*

Il est évident que puisque le logarithme de l'unité est 0, le logarithme d'une fraction qui est moindre que l'unité, doit être moindre que 0, c'est à dire un nombre négatif, qui est égal, par la Prop. 4. du Chapitre précédent, à la différence des logarithmes du numérateur & du dénominateur. Ainsi on trouvera que le logarithme de  $\frac{3}{4}$  est --01249388, & que le logarithme de  $\frac{10}{23}$  est --0,3617278. Ainsi des autres.

#### PROPOSITION V.

*Trouver le Logarithme d'un nombre entier avec une fraction.*

Ce Probleme est tres-facile, car il n'y a qu'à faire du nombre entier donné avec la fraction une fraction impropre, de laquelle on trouvera par la Proposition précédente, le logarithme, qui dans ce cas sera un nombre affirmé, parce que la fraction est plus grande que l'unité. Ainsi on trouvera que le logarithme de  $2\frac{3}{4}$  ou de  $\frac{11}{4}$  est 0,4393327, & que le logarithme de  $11\frac{3}{10}$  ou de  $\frac{113}{10}$ , est 1,0530784. Ainsi des autres.

#### PROPOSITION VI.

*Trouver à quel nombre appartient un Logarithme donné.*

Le Logarithme proposé peut être ou moindre ou plus grand que le logarithme de 10000, qui est le dernier de la seconde Table. Dans le premier cas on le pourra toujours trouver ou son plus proche dans la seconde Table, & dans le second cas il ne s'y

#### 44 De la construction des Tables de Sinus, &c.

pourra jamais trouver. Nous donnerons un exemple de l'un & de l'autre cas.

Pour trouver en premier lieu à quel nombre appartient le logarithme suivant 3.9531250, qui est moindre que le logarithme de 10000, cherchez ce logarithme entre ceux de 1000 & de 10000, & s'il ne s'y trouve pas exactement, arrêtez-vous au logarithme qui en approchera le plus, & qui soit moindre; Ce logarithme moindre & plus proche est 3.9530828, qui appartient au nombre 8976, ce qui fait connoître que le logarithme proposé 3.9531250 appartient à un nombre un peu plus grand que 8976, mais moindre que 8977, parce que le logarithme 3.9531312 de 8977 est plus grand que le proposé 3.9531250. Puisque donc l'excez du nombre qu'on cherche sur 8976 est moindre que l'unité, il ne peut être qu'une fraction, dont le dénominateur peut être celui que nous voudrons: Supposons pour une plus grande facilité que ce dénominateur est 10, en supposant que l'unité soit divisée en 10 parties, & voyons combien de ces parties contient l'excez du nombre qu'on cherche sur 8976, & ce nombre de parties sera le numérateur de la fraction décimale, qu'on trouvera en cette sorte.

Otez le logarithme 3.9530828 de 8976 du logarithme proposé 3.9531250, pour avoir leur différence 422. Otez encore le même logarithme 3.9530828 de 8976 du logarithme 3.9531312 de 8977, pour avoir leur différence 484, laquelle provient de la différence qui est entre 8976, & 8977, c'est à dire de l'unité, ou de 10 parties; c'est pourquoy on fera à part ce raisonnement, si la différence 484 des logarithmes des deux nombres 8976, 8977, donne 1, ou 10 parties pour l'excez du plus grand nombre sur le plus petit, que donnera la première différence 422? & par la Règle de Trois ordinaire on trouvera 8 parties pour l'excez du nombre qu'on cherche sur 8976, ou pour le numérateur de la fraction qu'on cherche, laquelle par conséquent sera  $\frac{8}{10}$ , ou  $\frac{4}{5}$ .

laquelle étant ajoutée à 8976, on aura 8976  $\frac{4}{5}$  pour le nombre qui appartient au logarithme proposé 3.9531250.

Nous avons dit qu'il faut chercher le logarithme proposé entre ceux de 1000 & de 10000, parce que s'il se trouvoit moindre que le logarithme de 10000, comme les logarithmes qui sont au commencement de la Table ont des différences trop inéga-

Ies, cette methode ne se pourroit appliquer en cette rencontre sans une erreur considerable, sur tout quand le logarithme propose sera bien petit. Alors on ajoutera au logarithme propose le logarithme de tel autre nombre que l'on voudra, pourvu que le logarithme propose soit suffisamment augmenté pour le pouvoir trouver entre ceux de 1000 & de 10000; après quoy on trouvera par la methode precedente le nombre qui appartient à ce logarithme plus grand, & on divisera ce nombre trouvé par celui dont le logarithme a esté ajouté au propose, parce que l'addition des logarithmes est une multiplication par nombres vulgaires, pour avoir le nombre qu'on cherche.

Comme si on propose ce logarithme 1. 6729999 : pour sçavoir à quel nombre il appartient, on luy ajoutera le logarithme de 100, qui est 2 0000000, & on aura cet autre logarithme 3.6729999 qui appartient au nombre  $4709 \frac{7}{10}$ , lequel étant divisé par 1000, parce qu'au logarithme propose on a ajouté le logarithme de 100, on aura  $47. \frac{7}{1000}$ , pour le nombre qui appartient au logarithme propose 1. 6729999.

On se servira à proportion de la même methode pour trouver le nombre d'un logarithme plus grand que celui de 10000, en le diminuant du logarithme d'un nombre tel que l'on voudra, en sorte que pourtant le logarithme qui restera se puisse trouver entre ceux de 1000 & de 10000, pour pouvoir connoistre par la methode precedente, le nombre qui luy appartient, lequel on multipliera par le nombre, dont on a ôté le logarithme, parce que la soustraction des logarithmes est une division par nombres vulgaires, pour avoir le nombre qu'on cherche.

Comme si on propose ce logarithme 4. 5524118 : pour trouver le nombre dont il est logarithme, ôtez-en le logarithme 1. 0000000 de 10, il restera ce logarithme 3. 5524118, dont le nombre est  $3567 \frac{2}{10}$ , lequel étant multiplié, par 10, parce que du logarithme propose on a ôté le logarithme de 10, on aura 35679 pour le nombre du logarithme propose 4. 5524118.

## P R O P O S I T I O N V I I .

*Trouver le Sinus d'un arc donné en degrez, minutes,  
& secondes.*

Pour trouver par exemple le sinus d'un arc ou d'un angle de 40 degrez 23 minutes & 22 Secondes, cherchez premierement le sinus de 40 degrez & 32 minutes, vous trouverez 6498903, qui est un peu moindre que celui qu'on cherche, à cause des 12 secondes qui restent : & pour sçavoir ce qu'on luy doit ajouter à raison de ces 22 secondes, ôtez le sinus trouvé du sinus immédiatement suivant, pour avoir leur difference 2211, qui répond à une minute ou à 60 secondes. Faites en suite ce raisonnement ; si 60 secondes donnent l'excez 2211, que donneront 22 secondes, & par la Regle de Trois ordinaire, vous trouverez 811 pour l'excez du sinus qu'on cherche sur le trouvé 6498903 : c'est pourquoy si vous ajoutez cet excez trouvé 811 au sinus 6498903, vous aurez 6499714, pour le sinus de l'angle proposé de 40 degrez, 32 minutes & 22 secondes.

On travaillera de la même façon pour trouver le logarithme du sinus d'un arc proposé, & il n'est pas difficile de concevoir que cette methode se peut aussi appliquer aux Tangentes & aux Secantes, mais elles ne se trouveront pas si exactement, parce que leurs differences sont plus inégales.

## P R O P O S I T I O N V I I I .

*Trouver les degrez, les minutes & les secondes d'un Sinus  
proposé.*

Pour trouver à quel angle appartient le sinus suivant 6499714, cherchez-le dans les Tables, & parce qu'il ne s'y trouve pas exactement, arrêtez-vous à son plus proche & moindre 6498903, qui répond à 40 degrez & 32. minutes : ce qui fait connoître que le sinus proposé appartient à un angle de 40 degrez & 32 minutes, & quelque chose davantage : & pour trouver ce surplus, ôtez ce sinus moindre de son suivant, pour avoir leur difference 2211, qui répond à une minute, ou à 60 secondes. Ôtez encore le même sinus moindre du proposé

pour avoir leur difference 811, & dites si la premiere difference 2211 donne 60 secondes, combien de secondes donnera la derniere difference 811, vous trouverez 22 secondes pour le surplus qu'on cherche. Ainsi vous direz que le sinus proposé 6499714 est le sinus d'un angle de 40 degrez 32 minutes & 22 secondes. Vous ferez la même chose à l'égard d'une Tangente ou d'une Secante donnée, ou de leurs logarithmes.

PROPOSITION IX.

*Trouver le Logarithme de la Racine quarrée d'un nombre donné.*

Puisque le logarithme d'un nombre est la moitié du logarithme de son quarré, par la Prop. 5. du Chapitre precedent, il suit que si on prend la moitié du logarithme du nombre proposé, on aura le logarithme de sa racine quarrée.

COROLLAIRE.

Il suit de cette proposition que l'on peut aisément trouver par logarithmes la Racine quarrée d'un nombre donné, parce qu'ayant trouvé le logarithme de cette Racine quarrée, on la peut trouver par la Prop. 6. Comme si on demande la Racine quarrée de ce nombre 1257; Son logarithme est 3.0993353, dont la moitié 1.5496676 est le logarithme de  $35 \frac{9}{10}$ , qui sera la Racine quarrée du nombre proposé 1257.

PROPOSITION X.

*Trouver le logarithme de la Racine Cubique d'un nombre donné.*

Puisque le logarithme d'un nombre est le tiers du logarithme de son cube, par la Prop. 5. du Chapitre precedent, il suit que, si on prend le tiers du logarithme du nombre proposé, on aura le logarithme de sa Racine Cubique.

## C O R O L L A I R E.

Il suit de cette Proposition que l'on peut aisément trouver par logarithmes la Racine cubique d'un nombre donné, parce qu'ayant trouvé le logarithme de cette Racine cubique, on la peut trouver par la Prop. 6. Comme si on demande la Racine cubique de ce nombre 12570, son logarithme est 4.0993353, dont le tiers 1.3664451 est le logarithme de  $\sqrt[3]{12570}$  qui sera la Racine cubique du nombre proposé 12570.

## P R O P O S I T I O N X I.

*Trouver le Logarithme de la différence de deux quarez proposez.*

Puisque la différence des deux quarez est produite par la multiplication de la somme & de la différence de leurs côtez, il suit par la Prop. 3. du Chapitre precedent, que si on ajoute ensemble les logarithmes de la somme & de la différence des côtez, on aura le logarithme de la différence des deux quarez proposez.

Comme si on propose les deux quarez 25, 256, dont les côtez sont 5, 16; la somme de ces deux côtez est 21 & la différence est 11. Le logarithme de la somme est 1.3222193, & le logarithme de la différence est 1.0413927. La somme de ces deux logarithmes est 2.3636120, pour le logarithme de la différence  $\sqrt{25} - \sqrt{256}$  des deux quarez proposez 25, 256.



CHAPITRE IV.

DE LA

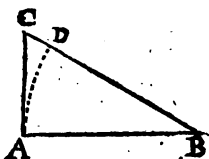
TRIGONOMETRIE RECTILIGNE.

SECTION I.

DES THEOREMES.

THEOREME I.

*Si on prend l'un des deux costez d'un triangle rectiligne rectangle pour le sinus total, l'autre côté deviendra la Tangente de son angle opposé, & l'hypotenuse la secante du mesme angle.*



Je dis que si du triangle rectiligne rectangle  $ABC$ , on prend l'un des deux costez,  $AB$ ,  $AC$ , comme  $AB$  pour le Rayon, l'autre costé  $AC$  deviendra la Tangente de son angle opposé  $B$ , & l'hypotenuse  $BC$  la secante du même angle  $B$ . Car si on décrit du point  $B$  par le point  $A$ , l'arc

de cercle  $AD$ , on connoitra aisément par la définition de la Tangente, que le costé  $AC$  est la Tangente de l'arc  $AD$ , qui mesure l'angle  $B$ , & que l'hypotenuse  $BC$  en est la Secante. On connoitra de la même façon que le costé  $AB$  est la Tangente de son angle opposé  $C$ , & l'hypotenuse  $BC$  la secante; en prenant le costé  $AC$  pour Rayon, c'est à dire en décrivant du point  $C$  par le mesme point  $A$ , un arc de cercle, &c.

COROLLAIRE.

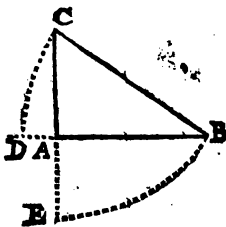
Il suit de cette Proposition que dans un triangle rectiligne rectangle, la raison d'un côté à l'autre côté est égale à celle du

50 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Rayon à la Tangente de l'angle opposé à cet autre côté : & qu'on la raison d'un côté à l'hypoténuse est égale à celle du Rayon à la Secante de l'angle adjacent à ce côté.

T H E O R E M E II.

Si on prend l'hypoténuse d'un triangle rectiligne rectangle pour le Sinus Total, chacun des deux côtés deviendra le Sinus de son angle opposé.



Je dis que si on prend l'hypoténuse BC du triangle rectiligne rectangle ABC pour le Rayon, le côté AB deviendra le sinus de son angle opposé, C, & le côté AC le sinus de son angle opposé B. Car si on décrit du point B par le point C, l'arc de cercle CD, qui rencontre le côté AB prolongé en D, & du point C par le point B l'arc BE, qui rencontre le côté AC prolongé en E, on connoitra aisément par la définition du sinus,

que le côté AB est le sinus de l'arc BE, qui mesure l'Angle C, & que le côté AC est le sinus de l'arc CD, qui mesure l'angle B.

C O R O L L A I R E.

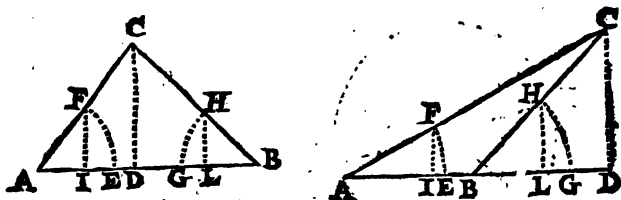
Il suit de cette Proposition, que puisque l'hypoténuse BC est prise pour le sinus Total, elle est le sinus de son angle opposé A, qui est droit, & qu'ainsi dans un triangle rectiligne rectangle, la raison d'une des lignes au sinus de son angle opposé est égale à celle de l'une des deux autres lignes au sinus de son côté opposé. Cela est encore vray dans un triangle, qui n'est pas rectangle, comme vous allez voir.



## Chapitre IV.

### T H É O R È M E III.

*Dans tout triangle rectiligne l'un des costez, est au Sinus de son angle opposé, comme l'un des deux autres costez, au sinus de son angle opposé.*



Je dis que dans le triangle rectiligne  $ABC$ , le costé  $BC$  est au sinus de son angle opposé,  $A$ , comme le costé  $AC$  au sinus de son angle opposé  $B$ .

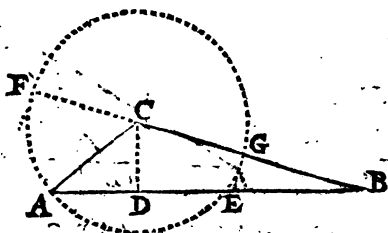
Pour la demonstration, tirez du troisième angle  $C$  sur son costé opposé  $AB$ , la perpendiculaire  $CD$ . Décrivez de l'angle  $A$ , à telle ouverture qu'il vous plaira l'arc  $EF$ , & de l'angle  $B$  avec la même ouverture l'arc  $GH$ . Tirez des deux points  $F, H$ , sur le même costé  $AB$ , les perpendiculaires  $FI, HL$ , qui seront les sinus des arcs  $EF, GH$ , ou des angles  $A, B$ . Cela étant je dis que le costé  $BC$  est au sinus  $FI$  de son angle opposé  $A$ , comme le costé  $AC$  au sinus  $HL$  de son angle opposé  $B$ , à l'égard du même Rayon  $AF$ , ou  $BH$ .

Car il est évident que les deux triangles rectangles  $AFI, ACD$ , sont semblables, c'est pourquoy par 4. 6. on aura cette analogie,  $AF, FI :: AC, CD$ . Il est évident aussi que les deux triangles rectangles  $BCD, BHL$ , sont semblables, c'est pourquoy on aura cette autre analogie,  $CD, HL :: BC, BH$ , ou  $AF$ . Donc par égalité on aura celle-cy,  $BC, FI :: AC, HL$ . Ce qu'il falloit démontrer.

52 De la construction des Tables de Sinus, &c.

T H E O R E M E I. V I.

Dans tout triangle rectiligne Scalene, le plus grand côté est à la somme des deux autres côtés, comme leur différence à la différence des segmens du plus grand côté faits par la perpendiculaire.



Je dis que du triangle rectiligne Scalene ABC, le plus grand côté AB est à la somme des deux autres costez AC, BC, comme leur différence à la différence des segmens AD, BD, faits par la perpendiculaire CD.

Pour la demonstration, décrivez du point C par l'extrémité A du plus petit costé AC, une circonférence de cercle, qui donnera BE pour la différence des segmens AD, BD, & BG pour la différence des costez AC, BC, & prolongez le côté BC jusqu'à la circonférence du cercle en F, & la ligne BF sera la somme des costez AC, BC. Cela étant je dis que le plus grand côté AB est à la somme BF des autres costez AC, BC, comme leur différence BG à la différence BE des segmens AD, BD.

Car par 36. 3. le rectangle FBG est égal au rectangle ABE: c'est pourquoy par 14. 6. les quatre lignes AB, BF, BG, BE, sont proportionnelles, Ce qu'il falloit demonstrier.

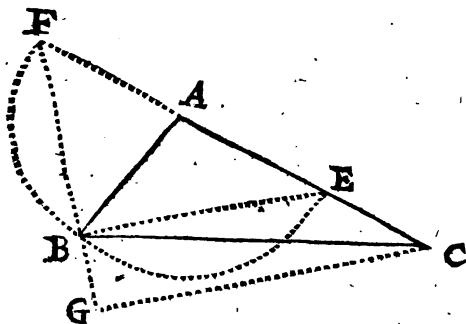
C O R O L L A I R E.

Il suit de cette Proposition, que si on connoist les trois costez du triangle ABC, les deux segmens AD, BD, seront connus, parce que leur différence BE est connuë, comme étant la quatrième des quatre quantitez proportionnelles AB, BF, BG, BE dont les trois premières sont connus.



THEOREME V.

Dans tout triangle rectiligne scalene, la somme de deux costez est à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la somme des deux angles opposax à ces deux costez, à la Tangente de la moitié de leur difference.



Jedis que du triangle rectiligne scalene ABC, la somme des deux costez AB, AC, est à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la somme des deux angles

ABC, ACB, opposéz à ces deux costez AB, AC, à la Tangente de la moitié de la difference des mêmes angles.

Pour la demonstration, decrivez de l'angle A à l'intervale du plus petit côté AB, une circonference de cercle, qui coupe le plus grand costé AC en E & en F, donnera CF pour la somme des costez AB, AC, & CE pour leur difference. Joignez les droites BE, BF, & par le point C tirez à la ligne BE la parallele CG, qui rencontre icy la ligne BF au point G.

Cette preparation étant faite, on void par 32. 1. que l'angle externe FAB est la somme des angles ABC, ACB, & par 20. 3. on connoist que l'angle FEB est la moitié de cette somme; & parce que cet angle FEB est égal à l'angle FCG, par 29. 1. & aussi à l'angle ABE, par 5. 1. il suit que les angles ABE, FCG, sont chacun la moitié de la somme des angles ABC, ACB. De plus les angles alternes ECB, BCG, sont égaux entre eux par 29. 1. & tels que le premier. EBC étant ajouté à la moitié de la somme ABE, donne le plus grand angle ABC

54 De la construction des Tables de Sinus, &c.  
 & que le même premier  $EB C$ , ou le deuxième  $BC G$  son égal étant osté de la moitié de la somme  $AC G$ , donne le plus petit angle  $AC B$ . D'où il suit que les angles  $ABC$ ,  $AC B$ , différent entre eux de la somme de ces deux angles égaux  $BB C$ ,  $BC G$ , & que par conséquent chacun est la moitié de la différence des angles  $ABC$ ,  $AC B$ .

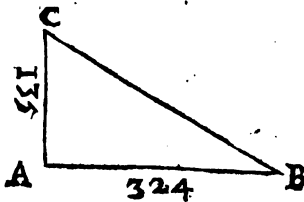
Nous avons donc la somme des costez  $C F$ , leur différence  $C E$ , la moitié de la somme des angles  $FC G$ , & la moitié de leur différence  $BC G$ . Enfin puisque l'angle  $FB E$  est droit par 31. 3. & que l'angle  $FG C$  luy est égal, par 29. 1. il suit que cet angle  $FG C$  est aussi droit. Ainsi dans les triangles rectangles  $BC G$ ,  $FC G$  prenant le costé commun  $C G$  pour le Sinus Total, la ligne  $GB$  sera par Theor. 1. la Tangente de son angle opposé  $B C G$ , ou de la moitié de la différence des angles; & la ligne  $GF$  la Tangente de son angle opposé  $FC G$ , ou de la moitié de la somme des angles: & parce que les deux lignes  $BE$ ,  $CG$ , sont paralleles, il s'ensuit par 2. 6. que la raison de  $EF$  à  $EC$  est égale à celle de  $BF$  à  $B G$ , & en composant que la raison de  $CF$  à  $CE$ , ou de la somme des costez à leur différence, est égale à celle de  $GF$  à  $GB$  ou de la Tangente de la moitié de la somme des angles, à la Tangente de la moitié de leur différence. Ce qu'il falloit démontrer.

## SECTION II.

### Du calcul des Triangles Rectilignes Rectangles.

#### PROBLEME I.

Connoissant les costez  $AB$ ,  $AC$ , trouver celui qu'on voudra des deux angles aigus  $B$ ,  $C$ .



Si vous voulez trouver l'angle  $B$ , prenez son costé adjacent  $AB$  pour le Sinus Total, & alors l'autre costé  $AC$  sera la Tangente de l'angle  $B$ , par Theor. 1. d'où nous avons tiré cette analogie,

## Chapitre IV.

Comme le costé adjacent AB	55
Au costé opposé AC	324
Ainsi le Sinus Total.	135
A un quatrième nombre	1000000
	4166666.

qui sera la Tangente de l'angle B, à laquelle il répond dans les Tables environ 22.37. pour l'angle B, dont le complement 67.23. se trouve vis à vis dans l'autre page pour l'autre angle C, qu'on pourra aussi trouver par cette analogie,

Comme le costé adjacent AC	135
Au costé opposé AB	324
Ainsi le Rayon.	10000000
A la Tangente de l'angle C	24000000

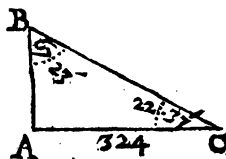
qui se trouvera de 67.23. comme auparavant.

Nous avons multiplié le second terme 324 par le troisième 10000000, & nous avons divisé le produit 3240000000 par le premier 135, pour avoir le quatrième proportionel 24000000 parce que nous avons travaillé par nombres vulgaires : Mais voulant travailler par leurs logarithmes, on doit ajouter ensemble les logarithmes du second & du troisième, & ôter de la somme le logarithme du premier, pour avoir le logarithme du quatrième, comme vous voyez icy.

Nombres vulgaires.	Logarithmes.
AC 135	21303337
AB 324	25105450
Rayon 1000000000	100000000
	125105450
Log. Tang. de 67.23. pour l'angle C.	103802113

### PROBLEME II.

Esant connus les angles aigus B, C, & un costé AC, trouver l'autre costé AB,



Si on prend le costé connu AC pour le Sinus Total, l'autre côté AB deviendra la Tangente de l'angle C, par Theor. 1. d'où nous avons tiré cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle C adjacent au costé connu AC	41660

66 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Ainsi le costé connu AC	324
Au costé qu'on cherche AB	135
Ou bien faites par Theor. 2. cette autre analogie,	
Comme le Sinus de l'angle B	92310
A son costé opposé AC	324
Ainsi le Sinus de l'angle C	38456
A son costé opposé AB	135

PROBLEME III.

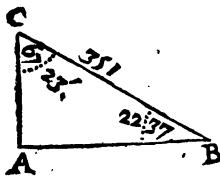
Etant connus les angles aigus B, C, & un costé AC, trouver l'hypoténuse BC.

Si on prend le costé connu AC pour le Rayon, l'hypoténuse BC deviendra la Secante de l'angle C, par Theor. 1. d'où nous avons tiré cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Secante de l'angle C adjacent au costé connu AC	108311
Ainsi le costé connu AC	324
A l'hypoténuse BC	351
Ou bien faites par Theor. 2. cette autre analogie,	
Comme le Sinus de l'angle B	92310
A son costé opposé AC	324
Ainsi le Sinus Total	100000
A l'hypoténuse BC	351

PROBLEME IV.

Etant connus les angles B, C, & l'hypoténuse BC. trouver celui qu'on vaudra des deux costés AB, AC.



Si vous voulez trouver le côté AB, prenez l'hypoténuse BC, pour le Sinus Total, & alors le costé AB deviendra le Sinus de son angle opposé C, par Theor. 2. d'où nous avons tiré cette analogie;

Comme le Sinus Total	1000000
A l'hypoténuse BC	351
Ainsi	

## Chapitre IV

Ainsi le Sinus de l'angle C

92309

A son costé opposé AB

324

On bien prenez le costé AB qu'on cherche, pour le Sinus Total, & alors l'hypotenuse BC deviendra la Secante de l'angle adjacent B, par Theor. 1. D'où nous avons tiré cette analogie,

Comme la Secante de l'angle B adjacent au costé qu'on cherche AB

108332

Au Sinus Total

100000

Ainsi l'hypotenuse BC

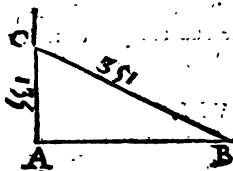
351

Au costé AB

324

### PROBLEME V.

Etant connu un costé AC & l'hypotenuse BC, trouver les angles aigus B, C.



Si vous voulez trouver l'angle compris C, prenez le costé connu AC pour le Sinus Total, & alors l'hypotenuse BC deviendra la Secante de l'angle C, par Theor. 1. D'où nous avons tiré cette analogie.

Comme le costé connu AC

324

A l'hypotenuse BC

351

Ainsi le Rayon

100000

A la Secante de l'angle C

280000

qui se trouvera de 67. 23.

Si vous voulez trouver l'autre angle B, le complément du premier donnera 22. 37. pour cet angle B. Ou bien faites, par Theor. 2. cette analogie;

Comme l'hypotenuse BC

351

Au costé connu AC

135

Ainsi le Sinus Total

100000

Au Sinus de l'angle B

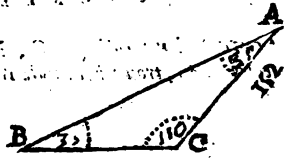
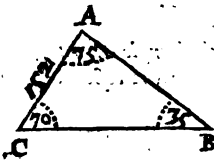
38461

qui se trouvera de 22. 37. comme auparavant,

# De la construction des Tables de Sinus, &c.

P 2 9 2 4 1 2 3 113

Etant connus les trois angles A, B, C, & un costé A C, trouver celui qui on voudra des deux autres costez AB, AC.

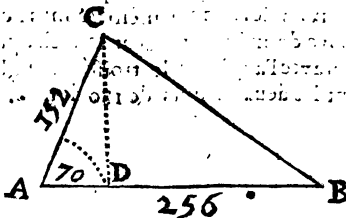


Si vous voulez trouver le costé A B, faites par Theor. 3. cette analogie,

Comme le Sinus de l'angle B	57362
A son costé opposé A C	172
Ainsi le Sinus de l'angle C	93969
A son costé opposé A B	249

Comme l'angle C est obtus dans la seconde figure, & qu'il est le complement à 180 degrez de l'angle C de la premiere figure. Il s'ensuit que ces deux angles ont un même sinus, ce qui fait que le costé A B se trouve de même grandeur dans chaque triangle.

Etant connus deux costez A B, A C, & l'angle compris A, trouver les deux autres angles B, C.



Si vous étiez l'angle connu A de 180 degrez, la moitié du reste donnera 55 degrez pour la moitié de la somme des angles inconnus B, C, par le moyen de laquelle on trouvera la moitié de leur différence, en

faisant par Theor. 5. cette analogie ;



## Chapitre IV.

62

Comme la somme des costez connus AB, AC.

408

A leur difference

104

Ainsi la Tangente de la moitié de

La somme des angles inconnus B, C,

142814

A la Tangente de la moitié de

leur difference

36403

à laquelle il répond dans les Tables environ 20 degrez pour la moitié de cette difference, laquelle estant ajoutée à la moitié de la somme des angles B, C, qui est de 55 degrez, on aura le plus grand angle C de 75 degrez, & estant ôtée on aura le plus petit angle B de 35 degrez.

Ces deux mêmes angles B, C, se peuvent trouver autrement, comme vous allez voir dans le

### PROBLEME IV.

Etant connus deux costez AB, AC, & l'angle compris A, trouver le troisieme costé BC.

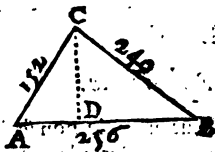
On trouvera premierement les autres angles B, C, par le Probleme precedent, & en suite le costé BC, par Probl. 2.

Ou bien tirez de l'un des deux angles inconnus B, C, comme de C, sur son costé opposé AB la perpendiculaire CD, & dans le triangle rectangle ADC connoissant les angles & l'hypotenuse AC, on pourra connoistre la perpendiculaire CD, & le segment AD, & par consequent l'autre segment DB. Ainsi dans le triangle rectangle CDB, connoissant les costés DC, DB, on pourra connoistre & les angles & le costé BC qu'on cherche.

Même  
Fig.

### PROBLEME V.

Etant connus les trois costez AB, AC, BC, trouver les angles A, B, C.



Si le triangle ABC est Scalene, abaissez du plus grand angle C, sur son costé opposé AB, la perpendiculaire CD, qui divise la base AB en deux segmens AD, BD, dont la difference se pourra premierement connoistre en faisant par Thor. 4. cette analogie;

Comme la base A B  
A la somme des costez AC, BC.

256

401

62 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Ainsi la difference des mesmes costez

97

A la difference des segmens AD, BD

152

laquelle estant ajoutée à la base AB, la moitié de la somme donnera 204 pour le plus grand segment BD, & estant ostée, la moitié du reste donnera 52 pour le plus petit segment AD.

Ainsi dans chacun des deux triangles rectangles ADC, BDC, on connoistra l'hypotenuse & un costé, ce qui suffit pour pouvoir connoistre les angles A, B, dont les complemens estant ajoutés ensemble donneront le troisieme angle C.

On tire de cette regle cette methode generale pour trouver lequel on voudra des trois angles A, B, C, sans qu'il soit besoin de tirer aucune perpendiculaire. Comme si on veut trouver l'angle A, qui est compris par les deux costez AB, AC, on fera cette analogie ;

Comme l'un des costez AC des deux AB AC,

152

qui comprennent l'angle A qu'on cherche

Au Sinus Total

10000

Ainsi l'excez de la somme des quarez

des deux mesmes costez AB, AC, sur le

quarré du troisieme costé BC

26639

A un quatriesme nombre

17525658

lequel estant divisé par le double 512 de l'autre costé AB des deux mesmes costez AB, AC, donnera 34229 pour le sinus de complement de l'angle A, qui se trouvera d'environ 70 degrez.

Si le triangle ABC est isoscele, en sorte que par exemple les deux costez AC, BC, soient égaux, il ne sera pas besoin d'un long calcul pour trouver les segmens AD, BD, parce que chacun sera dans ce cas égal à la moitié de la base AB.

Que si le triangle ABC est équilateral, les trois angles A, B, C, seront égaux, & par consequent connus, parce que chacun sera de 60 degrez.

## CHAPITRE V.

### De la Trigonometrie Spherique.

**N**ous supposerons icy que le Lecteur entende non seulement les Elemens d'Euclide, mais encore les Elemens de Theodose ; & comme ceux d'Euclide sont plus communs, nous citerons seulement les Propositions de Theodose.

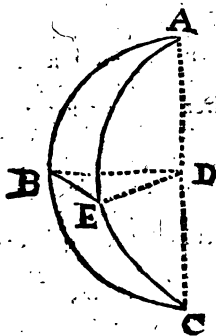
SECTION I.

Des Theoremes.

THEOREME I.

*Si de la pointe d'un angle Spherique, comme d'un Pole, on décrit à l'intervalle de 90 degrez un grand cercle, l'arc de ce grand cercle terminé par les deux lignes, sera la mesure, de cet angle.*

Soit l'angle Spherique BAC, dont les lignes AB, AC, soient des arcs de deux grands cercles de la Sphere, dont le centre commun soit D, & la section commune soit la droite ADC.



Je dis que si du sommet A, comme Pole, on décrit à l'intervalle de 90 degrez l'arc de grand cercle BE, en sorte que AB, AE soient des quarts de cercle, cet arc BE terminé par les deux lignes AB, AC, de l'angle Spherique BAC, est la mesure du mesme angle.

Car si on tire les droites DB, DE, on connoitra aisément que le Rayon DB est dans le plan du cercle ABC, & le Rayon DE dans le plan du cercle AEC, & que chacun est perpendiculaire à la commune Section AC, à cause des quarts de cercle AB, AE, qui mesurent les angles ADB, ADE. D'où il suit que l'angle BDE, ou l'arc BE est l'inclinaison des deux plans ABC, AEC, & par conséquent la mesure de l'angle BAC. Ce qu'il falloit demonstrier.

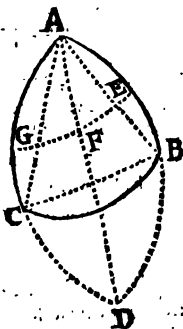
SCOLIE.

Comme les grands cercles ABC, AEC, se coupent aux deux points diametralement opposez A, C, les arcs ABC, AEC, seront des demicercles, par II. I. & comme les arcs AB, AE, sont des quarts de cercle, les deux CB, CE, seront aussi des quarts de cercle, & le point C, aussi bien que le point A, sera le pole de l'arc BE, lequel par conséquent mesure l'angle BCE, aussi bien que l'angle BAE, qui en est éloigné d'un demicercle. Ainsi vous voyez que deux angles Spheriques éloignez entre

64 *De la construction des Tables de Sinus, &c.*  
 eux d'un demicercle sont égaux ; Vous voyez aussi que chacun  
 des costez d'un triangle Spherique, comme  $AB$  du triangle  
 Spherique  $ABE$ , est moindre qu'un demicercle, puisque  $ABC$   
 est un demicercle.

T H E O R E M E II.

*Les trois angles d'un triangle Spherique sont ensemble plus grands  
 que deux droits.*



Pour demontrer que les trois angles  $A, B, C$ , du triangle Spherique  $ABC$ , sont ensemble plus grands que deux droits, prolongez deux costez comme  $AB, AC$ , jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en  $D$ , & tirez le diametre  $AD$ , & les trois cordes  $AB, AC, BC$ . Tirez du point  $E$  pris à discretion sur la corde  $AB$ , au diametre  $AD$  la perpendiculaire  $EF$ , qui sera dans le plan du demicercle  $ADB$ , & par le point  $F$  au même diametre  $AD$  la perpendiculaire  $FG$ , qui sera dans le plan du demicercle  $ADC$ , &

l'angle  $EFG$  sera l'inclination des deux plans  $ABD, ACD$ , & consequemment égal à l'angle Spherique  $BAC$ .

Cette preparation étant faite, on connoît que dans le triangle rectiligne rectangle  $AFG$ , la ligne  $AG$  est plus grande que la ligne  $AF$ , & que pareillement dans le triangle rectiligne rectangle,  $AEF$ , la ligne  $AE$  est aussi plus grande que la ligne  $AF$ , après quoy il est aisé de voir que l'angle  $EFG$ , ou l'angle Spherique  $A$ , est plus grand que le rectiligne  $GAE$ . C'est de la mesme maniere qu'on démontrera que l'angle Spherique  $B$  est plus grand que le rectiligne  $ABG$ , & l'angle Spherique  $C$  plus grand que le rectiligne  $ACB$ . D'où il suit que les trois angles Spheriques  $A, B, C$ , sont ensemble plus grands que les trois angles du triangle rectiligne  $ABC$ , ou que deux droits. Ce qu'il falloit demontrer.

C O R O L L A I R E.

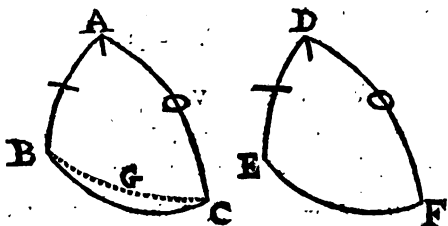
Il suit de cette Proposition ; que dans tout triangle Spherique, l'angle

L'angle externe, comme CBD, est moindre que la somme des deux internes opposés A, C. Car puisque les trois A, B, C, sont plus grands que deux droits, ils sont plus grands que les deux ABC, CBD, qui valent deux droits, parce qu'ils sont mesurés par un demi-cercle. C'est pourquoy si on ôte de chaque costé l'angle commun ABC, il restera les deux angles internes, A, C, plus grands que l'externe opposé CBD.

THEOREME III.

Si deux costez d'un triangle spherique sont égaux à deux costez d'un autre triangle spherique, chacun au sien, & que les deux angles compris par les deux costez égaux dans chaque triangle soient égaux, ces deux triangles seront égaux.

Supposons que des deux triangles spheriques ABC,



DEF, le costé AB soit égal au costé DE, le costé AC au costé DF, & l'angle compris A égal à l'angle compris D. Cela estant je dis

que les deux triangles ABC, DEF, sont égaux en tout sens, c'est à dire que l'angle B est égal à l'angle E, l'angle C à l'angle F, & le troisième costé BC au troisième costé EF.

Car si on pose par pensée le triangle DEF sur le triangle ABC, en sorte que le costé DE convienne avec le costé AB, ce qui est possible, parceque ces deux costez sont supposez égaux, alors l'autre costé DF tombera sur le costé AC, & l'extremité F sur l'extremité C, à cause de l'égalité des deux angles A, D, & des deux costez AC, DF. C'est pourquoy le troisième costé EF tombera sur le troisième costé BC, ne pouvant tomber sur BGC, autrement BC, & BGC seroient des demi-cercles, ce qui ne peut pas estre, parce que de tout triangle spherique chacun des costez est moindre qu'un demi-cercle, comme nous avons remarqué au Theor. 1. D'où il suit que les triangles ABC, DEF, conviennent entierement,

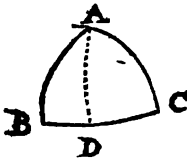
66 De la construction des Tables de Sinus, &c.

& que non seulement le costé BC est égal au costé EF, mais encore l'angle B à l'angle E, & l'angle C, à l'angle F. Ce qu'il falloit demontrer.

T H E O R E M E I V.

Si deux costez d'un triangle spherique sont égaux, les angles oppo-  
sez à ces deux costez égaux seront aussi égaux.

Pour demontrer, que si les deux costez, AB, AC, du trian-  
gle spherique ABC, sont égaux, les an-  
gles B, C, oppo-  
sez aux costez égaux  
AC, AB, sont aussi égaux, divisez l'an-  
gle A compris par les deux costez égaux  
AB, AC, en deux également, par l'arc  
de grand cercle AD; & alors on con-  
noistra par Theor. 3. que le triangle ADB

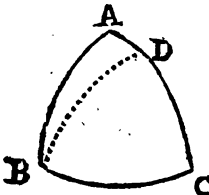


est égal au triangle ADC, & que par  
consequent l'angle B est égal à l'angle C. Ce qu'il falloit de-  
montrer.

T H E O R E M E V.

Si un triangle spherique a deux angles égaux, les costez oppo-  
sez à ces deux angles égaux seront aussi égaux.

Pour demontrer que si les deux angles B, C, du triangle spheri-  
que ABC sont égaux, les costez AB,  
AC, oppo-  
sez aux deux angles égaux,  
C, B, sont aussi égaux, prenez sur le  
costé AC l'arc CD égal au costé AB,  
& menez l'arc de grand cercle BD.

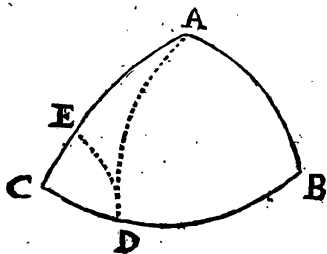


Cette preparation estant faite, on  
connoist par Theor. 3. que puisque les  
deux costez AB, BC, du triangle ABC,  
sont égaux aux deux CD, BC, du trian-  
gle BDC, & l'angle compris ABC égal à l'angle compris  
BCD, le costé AC est égal au costé CD, ou AB son égal. Ce  
qu'il falloit demontrer.

THEOREME VI.

La somme de deux costez quelconques d'un triangle spherique, est plus grande que la troisieme.

Pour demontrer que la somme des deux costez AB, AC, du



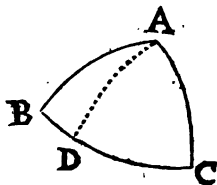
triangle spherique ABC, est plus grande que le troisieme BC, que je suppose le plus grand de tous, autrement la demonstration seroit evidente, decrivez de l'extremite B. du plus grand costé BC, par le point A, l'arc AD, qui coupera en D le costé BC à angles drois, par 15. 1.

Theod. & de l'autre extremite C par le point D, l'arc DE, qui touchera le premier AD au point D, par 3. 2. Theod. & s'eloignera par consequent du point A, tellement que AE sera l'exccez de AC sur CD, & la somme des arcs BD, CD, ou tout le costé BC sera egal à la somme des arcs AB, CE, & par consequent moindre que la somme des costez AB, AC. Ce qu'il falloit demontrer.

THEOREME VII.

Au plus grand angle d'un triangle spherique, le costé opposé est plus grand.

Pour demontrer que si l'angle A est plus grand que l'angle C, du triangle spherique ABC, le costé BC opposé au plus grand angle



A est plus grand que le costé AB opposé au plus petit angle C, faites l'angle spherique CAD egal à l'angle C, & alors l'arc AD sera egal à l'arc CD, par Theor. 5. & parce que dans le triangle ABD, le costé AB est moindre,

que la somme des deux AD, BD, par Theor. 6. il sera aussi moindre que la somme des deux CD, BD, ou que le costé BC. Ce qu'il falloit demontrer.

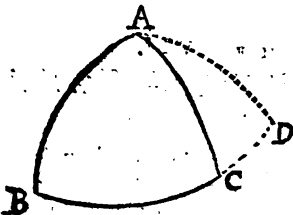
## S C O L I E.

L'inverse de ce Theoreme, est aussi veritable, sçavoir qu'un plus grand costé d'un triangle spherique l'angle opposé est le plus grand, c'est à dire que si le costé BC est plus grand que le costé AB, l'angle A opposé au plus grand costé BC est plus grand que l'angle C opposé au plus petit costé AB, parceque l'angle A ne peut pas estre égal à l'angle C, ny plus petit. Car s'il estoit égal, le costé BC seroit égal au costé AB, par Theor. 4. ce qui est contre la supposition, & s'il estoit plus petit, le costé AB seroit plus grand que le costé BC, comme il vient d'estre demonsté, ce qui est encore contre la supposition.

## T H E O R E M E V I I I.

Si on prolonge un costé d'un triangle spherique, l'angle externe sera égal à l'interne opposé du mesme costé, quand la somme des deux autres costez sera un demi-cercle, & il sera moindre quand la somme sera plus grande qu'un demi-cercle, & plus grand quand elle sera plus petite.

Je dis premierement, que si on prolonge le costé BC du triangle spherique ABC, l'angle externe ACD sera égal à l'interne opposé B, du mesme costé, lorsque la somme des deux autres costez AB, AC, sera un demi-cercle. Car si on prolonge le costé AB jusqu'à ce qu'il rencontre le costé BC prolongé en D, on connoist ra



que puisque la somme des costez AB, AC, est supposée égale à un demi-cercle, elle est égale au demi-cercle BAD, c'est pourquoy ostant le costé AB commun, il restera le costé AC égal au costé AD, & dans le triangle isoscele ACD, on connoistra par Theor. 4. que l'angle ACD est égal à l'angle D, ou B, son égal. Ce qu'il falloit demonsté.

Je dis en second lieu, que si la somme des deux costez AB, AC, est plus grande qu'un demi-cercle, l'angle externe ACD sera moindre que l'interne opposé B du mesme costé. Car



puis que l'on veut que la somme des deux costez AB, AC, soit plus grande qu'un demicercle, elle sera plus grande que le demicercle BAD, c'est pourquoy ostant le costé commun AB, il restera le costé AC plus grand que le costé AD, & dans le triangle ACD, on connoistra par *Theor. 7.* que l'angle ACD est plus petit que l'angle D, ou B son égal. Ce qu'il falloit demontrer.

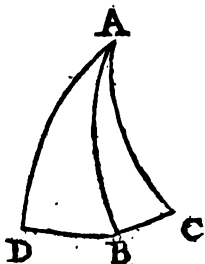
Enfin je dis, que si la somme des deux costez AB, AC, est moindre qu'un demicercle, l'angle externe ACD est plus grand que l'interne opposé B du même costé. Car puis que l'on veut que la somme des deux costez AB, AC, soit moindre qu'un demicercle, elle sera moindre que le demicercle BAD, c'est pourquoy ôtant le costé commun AB, il restera le costé AC, plus petit que le costé AD, & dans le triangle ACD, on connoistra par *Theor. 7.* que l'angle ACD est plus grand que l'angle D, ou B, son égal. Ce qu'il falloit demontrer.

## C O R O L L A I R E.

Il suit de la premiere demonstration, que puis que les deux angles ACB, ACD, sont ensemble égaux à deux droits, & que l'angle ACD a esté démontré égal à l'angle B, les deux angles B, C, sont ensemble égaux à deux droits, lorsque les deux costez AB, AC, sont aussi ensemble égaux à deux droits, ou à un demicercle. Il suit aussi de la deuxièmedemonstration, que les deux angles B, C, sont ensemble plus grands que deux droits, lors que les deux costez AB, AC, sont aussi ensemble plus grands que deux droits. Il suit encore de la troisièmedemonstration, que les deux angles B, C, sont ensemble moindres que deux droits, lors que les deux costez AB, AC, sont aussi ensemble moindres que deux droits. Ainsi on void que dans tout triangle Spherique, la somme de deux costez quelconques & la somme de leurs angles adjacens sont de mesme affection.

## THEOREME IX.

Deux triangles Spheriques inégaux peuvent avoir deux angles égaux, l'un à l'autre, & un côté égal; sçavoir celui qui est opposé à deux angles égaux.



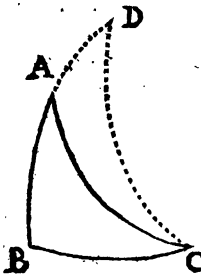
Supposons que les deux triangles Spheriques inégaux  $ADB$ ,  $ADC$ , ayent un même sommet  $A$ , & que la somme des deux costez  $AB$ ,  $AC$ , opposez à l'angle commun  $D$ , soit un demicercle; alors l'angle externe  $ABD$  sera égal à l'interne opposé  $C$ , par Theor. 8. C'est pourquoy les deux triangles  $ADB$ ,  $ADC$ , auront les conditions de ce Theoreme, car l'angle  $D$  est commun à chacun, aussi bien que le costé  $AD$ , qui est opposé aux deux angles égaux  $B$ ,  $C$ , de chacun des deux triangles  $ADB$ ,  $ADC$ . Nous avons donc les deux triangles  $ADB$ ,  $ADC$  inégaux, qui ont deux angles égaux, sçavoir l'angle  $D$  commun, & les deux angles  $B$ ,  $C$ , un côté égal, sçavoir  $AD$ , qui leur est commun. Ce qu'il falloit demonst. r.

## S C O L I E.

Comme l'angle  $D$  peut estre droit, on void qu'on peut avoir deux triangles Spheriques rectangles differens qui auront un côté égal, & l'angle opposé à ce côté égal aussi égal.

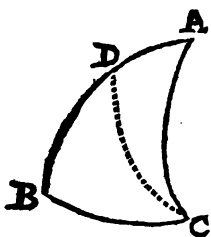
## THEOREME X.

Chacun des deux angles obliques d'un triangle Spherique rectangle est de mesme affection que son côté opposé.



Je dis premierement que si le costé  $AB$  du triangle Spherique  $ABC$ , rectangle en  $B$ , est moindre qu'un quart de cercle, son angle oblique opposé  $C$  est aigu. Car si on prolonge le costé  $AB$  en  $D$ , en sorte que l'arc  $BD$  soit un quart de cercle, & que par les points  $C$ ,  $D$ , on tire l'arc de grand cercle  $CD$ , on connoistra que puisque l'angle  $B$  est droit, & l'arc  $BD$  un quart de cercle, le point  $D$  est le Pole de l'arc  $BC$ , &

que par 15. 1. *Theod.* l'angle B C D est droit, d'où il suit que l'angle A C B est aigu. Ce qu'il falloit demontrer.

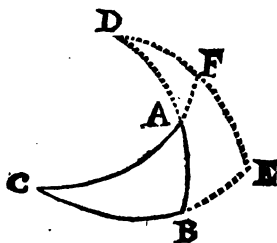


obtus. Ce qu'il falloit demontrer.

Je dis en second lieu, que si le costé A B du triangle Spherique A B C, rectangle en B, est plus grand qu'un quart de cercle, son angle opposé C est obtus. Car si on retranche de ce costé A B, le quart de cercle B D, & que l'on tire comme auparavant, l'arc de grand cercle C D, on connoitra de la même façon, que l'angle B C D est droit, & que par consequent l'angle A C B est

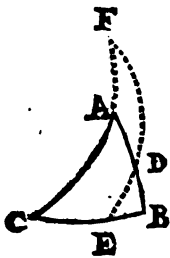
T H E O R E M E X I.

*Si les deux costez d'un triangle Spherique rectangle sont de mesme affection, l'hypotenuse sera moindre qu'un quart de cercle, & plus grande s'ils sont de differente affection.*



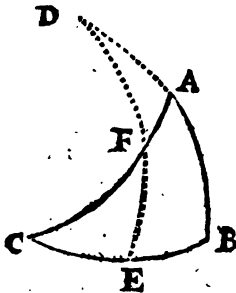
Supposons premierement que chacun des deux costez A B, B C, du triangle Spherique A B C rectangle en B, est moindre qu'un quart de cercle. Cela estant je dis que l'hypotenuse A C est moindre qu'un quart de cercle. Car si on prolonge A B, B C, en D & en E, en sorte que les arcs B D, C E, soient des quarts de cercle, & que par les points D, E, on tire l'arc de grand cercle D E, qui coupel'hypotenuse A C prolongée en F, on connoitra, par 15. 1. *Theod.* que puisque l'angle B est droit, & l'arc B D un quart de cercle, l'angle E est aussi droit, parce que le point D est le pole de l'arc C E : & pareillement que puisque l'angle E est droit, & l'arc C E un quart de cercle, le point C est le pole de l'arc D E, & que par consequent l'arc C F est un quart de cercle. D'où il suit que l'hypotenuse A C est moindre qu'un quart de cercle. Ce qu'il falloit demontrer.

Supposons premierement que chacun des deux costez A B, B C, du triangle Spherique A B C rectangle en B, est moindre qu'un quart de cercle. Cela estant je dis que l'hypotenuse A C est moindre qu'un quart de cercle. Car si on prolonge A B, B C, en D & en E, en sorte que les arcs B D, C E, soient des quarts de cercle, & que par les points D, E, on tire l'arc de grand cercle D E, qui coupel'hypotenuse A C prolongée en F, on connoitra, par 15. 1. *Theod.* que puisque l'angle B est droit, & l'arc B D un quart de cercle, l'angle E est aussi droit, parce que le point D est le pole de l'arc C E : & pareillement que puisque l'angle E est droit, & l'arc C E un quart de cercle, le point C est le pole de l'arc D E, & que par consequent l'arc C F est un quart de cercle. D'où il suit que l'hypotenuse A C est moindre qu'un quart de cercle. Ce qu'il falloit demontrer.



La demonstration se fera de la même façon, que lors que les côtez AB, BC, seront chacun plus grand qu'un quart de cercle. Car si on en retranche les quarts de cercle BD, CE, & que par les points D, E, on tire comme auparavant l'arc de grand cercle DE, qui estant prolongé coupe l'hypoténuse AC aussi prolongée en F, on connoitra comme auparavant, que l'arc CF est un quart de cercle, & que par conséquent l'hypoténuse AC est moindre qu'un quart de cercle. Ce qu'il falloit démontrer.

Supposons maintenant, que le côté AB est moindre, & l'autre côté BC plus grand qu'un quart de cercle. Dans ce cas je dis que l'hypoténuse AC est plus grande qu'un quart de cercle.



Car si on retranche du plus grand, côté BC, le quart de cercle CE, & qu'on prolonge le plus petit AB en D, en sorte que BD soit un quart de cercle, en tirant par les points D, E l'arc de grand cercle DE, il coupera l'hypoténuse AC en F entre A & C, & par un raisonnement semblable au précédent, on connoitra que l'arc CF est un quart de cercle, & que par conséquent l'hypoténuse AC est plus grande qu'un quart de cercle. Ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E.

1. Il suit de cette Proposition, que si dans un triangle sphérique rectangle les deux angles obliques sont de même affection, l'hypoténuse sera moindre qu'un quart de cercle, & plus grande s'ils sont de différente affection, parce que ces angles sont de même affection que leurs côtez opposés par Theor. 10.

2. Il s'en suit aussi que si l'hypoténuse d'un triangle sphérique rectangle est moindre qu'un quart de cercle, les deux côtez seront de même affection; & de différente affection, si elle est plus grande qu'un

qu'un quart de cercle, parce que si les deux costez étoient de différente affection, l'hypoténuse seroit plus grande qu'un quart de cercle, comme il a esté démontré, ce qui est contre la supposition, & que si les deux costez étoient de même affection, l'hypoténuse seroit moindre qu'un quart de cercle, comme il a esté aussi démontré, ce qui est encore contre la supposition.

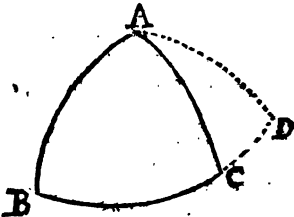
3. Il suit encore de ce Corollaire que si l'hypoténuse d'un triangle Spherique rectangle est moindre qu'un quart de cercle, les deux angles obliques seront de même affection, & de différente affection, si elle est plus grande qu'un quart de cercle, parce que les angles obliques sont de même affection que leurs côtes oppozés, par Theor. 10.

4. Il s'ensuit de plus que si l'hypoténuse & un costé d'un triangle Spherique rectangle sont de même affection, l'autre côté sera moindre qu'un quart de cercle, & plus grand s'ils sont de différente affection. Car supposant premierement que l'hypoténuse & un costé soient de même affection s'ils sont chacun plus grand qu'un quart de cercle, l'hypoténuse étant plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtes seront de différente affection par Coroll. 2. & comme il y en a un qui est supposé plus grand qu'un quart de cercle, l'autre sera moindre : & s'ils sont chacun moindre qu'un quart de cercle, les deux costez seront de même affection, par Coroll. 2. & comme l'on en suppose un aigu, l'autre sera aussi aigu. Mais supposant que l'hypoténuse & un costé soient de différente affection, si l'hypoténuse est plus grande qu'un quart de cercle & l'autre costé moindre, les deux costez seront de différente affection, par Coroll. 2. & comme il y en a un qui est supposé aigu, l'autre sera obtus : & si l'hypoténuse est plus petite & un côté plus grand qu'un quart de cercle, les deux côtes seront de même affection par Coroll. 2. & comme l'on en suppose un obtus, l'autre sera aigu.

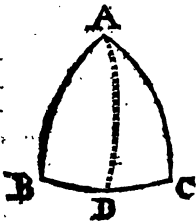
5. Enfin il suit de ce corollaire, que si l'hypoténuse & un côté d'un triangle spherique rectangle sont de même affection, l'angle opposé à l'autre côté sera aigu, & obtus s'ils sont de différente affection, parce que cet angle est de même affection que son côté opposé, par Theor. 10.

## THEOREME XII.

Si un triangle Spherique a deux angles de mesme affection, la perpendiculaire qui tombe du troisieme angle sur son costé opposé, tombera au dedans du triangle: & au dehors si ces deux memes angles sont de differente affection.



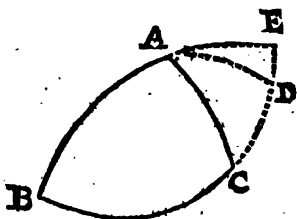
Je dis premierement que si les deux angles B, C, du triangle Spherique ABC, sont de même affection, comme si par exemple ils sont aigus, la perpendiculaire AD tombera au dedans du triangle ABC. Car si elle tomboit au dehors, elle seroit par *Theor.* 10. moindre qu'un quart de cercle dans le triangle rectangle ADB, parce que son angle opposé B est supposé aigu, & plus grande qu'un quart de cercle dans le triangle rectangle ADC, parce que son angle opposé ACB est obtus, puisque l'angle ACB est supposé aigu, ce qui est contradictoire. La même contradiction s'ensuivra en supposant les deux angles B, C obtus. Donc, &c.



Je dis en second lieu, que si les deux angles B, C, sont de differente affection, comme si l'angle B est obtus, & l'angle C aigu, la perpendiculaire AD tombera au dehors du triangle ABC, parce que si elle tomboit au dedans, elle seroit par *Theor.* 10. plus grande qu'un quart de cercle dans le triangle rectangle ADB, parce que son angle opposé B est supposé obtus, & moindre qu'un quart de cercle dans le triangle rectangle ADC, parce que son angle opposé C est supposé aigu, ce qui est contradictoire. Donc, &c.

THEOREME XIII.

Si les deux angles & le côté d'entre-deux d'un triangle Spherique sont obtus, le troisieme ang. e sera aussi obtus.



Pour demonstret, que si les deux angles A, C, & le costé d'entre-deux AC, du triangle Spherique ABC, sont obtus, le troisieme angle B est aussi obtus, il faut demonstret qu'il ne peut pas être aigu ny droit. Pour cette fin prolongez les costez AB, BC, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en B, & tirez de l'angle

A, sur le costé EC la perpendiculaire AD.

Cette preparation étant faite on considerera, premierement que si l'angle B étoit aigu, son égal E seroit aussi aigu, & par Theor. 12. la perpendiculaire AD tomberoit au dedans du triangle EAC, parce que l'angle ACE est aussi aigu, puisque l'angle ACB est supposé obtus, & parce que l'hypotenuse AC du triangle rectangle, ADC est supposée plus grande qu'un quart de cercle, les deux angles ACD, CAD, seront de differente affection, par Coroll. 3. Theor. 11. C'est pourquoy l'angle, ACD étant aigu, l'angle CAD sera obtus, & consequemment plus grand que l'angle CAB, qui est aigu, parce que l'angle BAC est supposé obtus, ce qui est impossible, il est impossible aussi que l'angle B soit aigu. Ce qu'il falloit premierement demonstret.

Si l'angle B étoit droit, son égal E seroit aussi droit, & dans le triangle rectangle ACE, dont l'hypotenuse AC est supposée plus grande qu'un quart de cercle, on connoitra comme auparavant que l'angle CAE est obtus, & consequemment l'angle CAB aigu, ce qui est impossible. parce qu'on le suppose obtus. Il est donc impossible aussi que l'angle B soit droit. Ce qui restoit à demonstret.

SCOLIE

On demonstret de la mesme façon que si deux angles d'un triangle Spherique sont de differente affection, & le costé d'entre deux

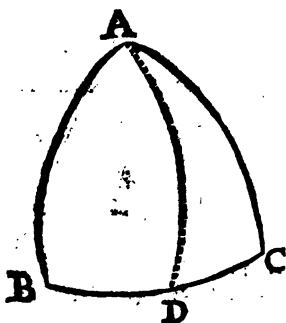
K ij

76 De la construction des Tables de Sinus, &c.

aigu, le troisieme angle sera aussi aigu. Comme si l'angle A est aigu, & l'angle D obtus, & le costé A C moindre qu'un quart de cercle, il est de necessité que le troisieme angle B soit aigu: Mais on prendra garde que la perpendiculaire AD tomberoit au dehors du triangle CAB, vers B, par Theor. 12. si on vouloit que l'angle B fut obtus, &c.

T H E O R E M E XIV.

Si les trois angles d'un triangle Spherique sont aigus, chacun de ses costez sera moindre qu'un quart de cercle.



Je dis que si les trois angles A, B, C, du triangle Spherique ABC, sont aigus, chacun des costez est moindre qu'un quart de cercle. Car ayant tiré de l'angle A, sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, elle tombera au dedans du triangle ABC, par Theor. 12. & parceque dans le triangle rectangle ADB, les deux angles obliques B, BAD, sont aigus, l'hypotenuse AB

sera moindre qu'un quart de cercle, par Theor. 11. & par un semblable raisonnement on connoitra que l'hypotenuse AC du triangle rectangle ADC est moindre qu'un quart de cercle. Et en tirant de l'un des deux autres angles BC, sur son costé opposé une perpendiculaire, on connoitra de la mesme façon, que le troisieme costé BC est moindre qu'un quart de cercle. Donc, &c.

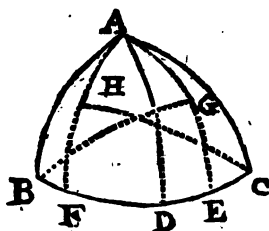
S C O L I E.

On démontrera de la mesme façon, que si un triangle Spherique a un angle aigu, & les deux autres obtus, le costé opposé à l'angle aigu est aigu, & chacun des deux autres obtus. Comme si l'angle A est aigu, & les deux autres B, C, obtus, le costé BC sera moindre qu'un quart de cercle, & chacun des deux autres AB, AC, plus grand qu'un quart de cercle. Ainsi vous voyez que d'un semblable triangle les costez sont de même affection que leurs angles oppozés.



THEOREME XV.

*Si les deux plus petits costez d'un triangle Spherique sont de mesme affection, la perpendiculaire qu'on tirera du plus grand angle sur son costé opposé, tombera au dedans du triangle.*



Supposons premierement que du triangle Spherique ABC, chacun des deux plus petits costez AB, AC soit moindre qu'un quart de cercle, en sorte que l'angle A soit le plus grand de tous, par *Theor.* 7. Cela estant je dis que la perpendiculaire AD, qui part du plus grand angle A sur son costé opposé BC, qu'on suppose le plus grand de

tous, tombera au dedans du triangle ABC.

Pour la demonstration, retranchez du plus grand costé BC, l'arc BE égal au costé AB, & l'arc CF égal au costé AC, & tirez les arcs de grand cercle AE, AF. Divisez encore l'angle B en deux également par l'arc de grand cercle BG, & pareillement l'angle C en deux également par l'arc de grand cercle CH.

Cette preparation étant faite, on connoistra par *Theor.* 3. que les deux triangles BGA, BGB, sont égaux, & que par conséquent la ligne BG coupe à angles droits & en deux également le costé AE, d'où il suit que AG ou GE est moindre qu'un quart de cercle, c'est pourquoy, par *Theor.* 10, l'angle GBE dans le triangle rectangle BGE, est aigu, & comme l'hypotenuse BE est moindre qu'un quart de cercle, parce qu'elle a esté faite égale au costé AB, que nous supposons aigu, l'angle BEG sera aussi aigu, par *Coroll.* 3. *Theor.* 11. On démontrera de la même façon, dans le triangle isoscele ACF, que l'angle AFC est aigu. D'où il suit par *Theor.* 12. que la perpendiculaire AC tombera au dedans du triangle FAE, & par conséquent au dedans du triangle BAC. Ce qu'il falloit démontrer.

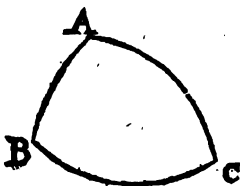
La demonstration sera la même, lorsque les deux mêmes costez AB, AC, seront obtus, parce que l'on démontrera de la même façon, que chacun des deux angles AEF, AFE, est obtus, &c.

## S C O L I E.

Il est évident, par *Theor.* 10. que lorsque les deux plus petits costez AB, AC, sont aigus, la perpendiculaire AD est moindre qu'un quart de cercle, à cause des deux angles aigus AEF, AFE, & que quand les deux mesmes costez AB, AC, sont obtus, la perpendiculaire AD est plus grande qu'un quart de cercle, parce que dans ce cas les deux angles AEF, AFE, sont obtus. Ainsi vous voyez que la perpendiculaire se trouve de mesme affection que les deux plus petits costez. D'où il suit par *Theor.* 10. que les deux plus petits angles, qui sont oppozez à cette perpendiculaire, sont aussi de mesme affection que les deux plus petits costez. Il n'en est pas de même des deux segmens BD, CD, lesquels se sont toujours aigus, comme il est aisé à démontrer.

## T H E O R E M E X V I.

*Si les trois costez d'un triangle Spherique sont obtus, les trois angles seront aussi obtus.*



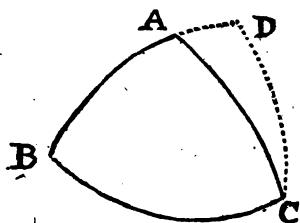
Je dis que si les trois costez du triangle spherique ABC, sont obtus, les trois angles A, B, C, sont aussi obtus. Supposons que les deux costez AB, AC, soient les plus petits, & BC le plus grand, & alors on connoistra par *Theor.* 7. que les deux angles B, C, sont les plus petits, & A le plus grand, & comme les deux plus petits B, C, sont obtus, par le Scolie du *Theoreme* precedent, il s'ensuit que le plus grand A est aussi obtus. Ce qu'il falloit démontrer.

## T H E O R E M E X V I I.

*Si l'un des costez d'un triangle Spherique est égal ou plus grand, & chacun des deux autres moindre qu'un quart de cercle, les angles oppozez aux deux plus petits costez, seront aigus, & l'angle oppozé au plus grand costé sera obtus.*

La premiere partie de ce *Theoreme* a déjà esté démontrée au *Theor.* 15. & il reste seulement à démontrer que le plus grand angle est obtus.

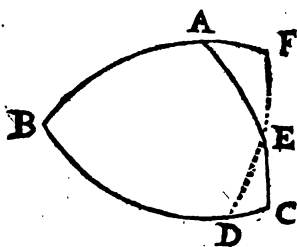
Supposons premierement que le plus grand costé BC du triangle Spherique ABC est un quart de cercle, & que les deux autres côtez AB, AC, sont chacun moindre qu'un quart de



cercle. Cela étant, je dis que l'angle A opposé au plus grand côté BC est obtus. Car si l'on décrit du point B par le point C, l'arc de grand cercle CD, il rencontrera le côté AB prolongé au point D en dehors, à cause du côté AB que l'on suppose moindre que le quart de cercle BD, &

il mesurera l'angle B, par *Theor.* 1. lequel étant aigu, par *Theor.* 15. on connoît que le costé CD du triangle rectangle ACD est aigu, c'est pourquoy par *Theor.* 10. l'angle opposé CAD sera aussi aigu. D'où il suit que l'angle BAC est obtus. Ce qu'il fa-  
loit demontrer.

Supposons maintenant que le plus grand costé BC soit obtus, & que les deux autres AB, AC, soient aigus. Cela étant je dis



encore que le plus grand angle A du triangle spherique ABC est obtus. Car si on tranche du plus grand costé BC, le quart de cercle BD, & que par le point D on décrit du pole B l'arc de grand cercle DF, il rencontrera en dehors le costé AB prolongé au point F, & il sera par *Theor.* 1. la mesure de l'angle

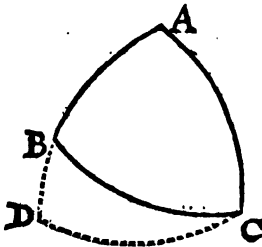
B, lequel étant aigu par *Theor.* 15. on connoît que le costé DF, & par consequent le costé EF du triangle rectangle AEF est aigu; c'est pourquoy par *Theor.* 10. l'angle opposé EAF sera aussi aigu. D'où il suit que l'angle BAC est obtus. Ce qu'il fa-  
loit demontrer.

80 De la construction des Tables de Sinus, &c.

THEOREME XVIII.

Si un triangle Spherique a un costé moindre, l'autre égal, & le troisiéme plus grand qu'un quart de cercle, les angles opposés aux deux plus petits côtés sont aigus, & l'angle opposé au plus grand côté est obtus.

Je dis que si le costé  $AB$  du triangle Spherique  $ABC$ , est moindre, le côté  $AC$  égal, & le côté  $BC$  plus grand qu'un quart de cercle, les deux plus petits angles  $B, C$ , sont aigus, & que le plus grand angle  $A$  est obtus.



Pour demontrer premierement que les deux angles  $B, C$ , sont aigus, décrivez du pole  $A$  par le point  $C$  l'arc de grand cercle  $CD$ ; qui rencontrera le plus petit costé  $AB$  prolongé en dehors au point  $D$ , & l'angle  $ACD$  sera droit, par 15. *Theor.* aussi bien que l'angle  $D$ ; C'est pourquoy l'angle  $ACB$  sera aigu, ce qui est une des choses

qu'il falloit demontrer. Et pour demontrer que l'angle  $ABC$  est aussi aigu, on considerera que puisque l'angle  $BCD$  du triangle rectangle  $DBC$ , est aigu, & que l'hypotenuse  $BC$  est plus grande qu'un quart de cercle, par la supposition, l'angle  $DBC$  sera obtus, par *Coroll. 3. Theor. 11.* D'où il suit que l'angle  $ABC$  sera aigu, Ce qui restoit à demontrer.

Il ne reste plus qu'à demontrer que l'angle  $A$  est obtus, ce que l'on connoitra dans le triangle rectangle  $DBC$ , dont l'angle  $DBC$  a esté demonsté obtus, d'où il suit, par *Theor. 10.* que le costé  $CD$  est aussi obtus: & comme il est la mesure de l'angle  $A$ , par *Theor. 1.* il est de necessité que le mesme angle  $A$  soit obtus; Ce qu'il falloit demontrer.

*Nous pourrions expliquer plus au long les différentes propriétés des triangles spheriques, par plusieurs autres Theoremes, que nous pourrions ajouter icy. Mais comme nôtre dessein n'est pas de nous étendre sur cette matière que le moins qu'il nous est possible, nous*  
ajouterons

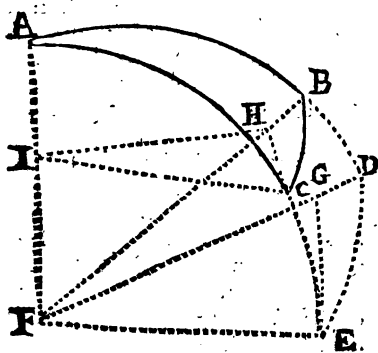
ajoutons seulement icy quelques autres theoremes qui sont absolument necessaires pour la solution des triangles spheriques rectangles & obliques.

THEOREME XIX.

Dans tout triangle Spherique, les sinus des angles sont proportionels au sinus de leurs costez opposez.

Proposons en premier lieu le triangle Spherique ABC, rectangle en B. Je dis que le sinus de l'angle droit B, est au sinus de son costé oppose AC, comme le sinus de l'angle oblique A, au sinus de son costé oppose BC.

Pour la demonstration, prolongez les costez AB, AC, en



D & en E, en sorte que les arcs AD, AE, soient chacun un quart de cercle, & decrivez du pole A l'arc de grad cercle DE, qui sera la mesure de l'angle A, par Theor. 1. Tirez du centre de la sphere F; les rayons FA, FB, FD, FE. Tirez encore du point C; sur le rayon FA, la perpendiculaire CI, qui sera le sinus de l'arc AC, &

sur le rayon FB, la perpendiculaire CH, qui sera le sinus de l'arc BC, & du point E, sur le rayon FD; la perpendiculaire EG, qui sera le sinus de l'arc ED, ou de l'angle A. Enfin tirez la droite HI, qui fera le triangle CIH semblable au triangle EFG.

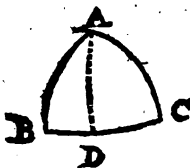
Car puisque la ligne CH est perpendiculaire à la ligne FB, qui est la commune section des deux plans perpendiculaires AB, BC, & qu'elle est dans le plan BC, elle sera aussi perpendiculaire à la ligne HI, qui est dans le plan AB. Ainsi l'angle CHI est droit, & consequemment egal à l'angle G, qui est aussi droit par la construction. De plus, parce que la ligne EG est perpendiculaire à la commune section FD, des deux plans perpendicu-

## §2 De la construction des Tables de Sinus, &c.

laires AD, DE, & qu'elle est dans le plan DE, elle sera perpendiculaire au plan ABD, & conséquemment parallèle à la ligne CH, qui est aussi perpendiculaire au plan ABD, puis qu'elle est perpendiculaire à la commune section FD des deux plans perpendiculaires AB, BC, & qu'elle est dans le plan BC. Puisque donc les lignes EG, CH, sont parallèles entre-elles, aussi bien que les deux EF, CI, parceque chacune est perpendiculaire à la même AF, les angles C, E, seront égaux, & les deux triangles rectangles CHI, EGF, seront semblables. C'est pourquoy comme FE est à CI, ainsi GE est à CH, c'est à dire comme le rayon ou le sinus de l'angle droit B, est au sinus de son costé opposé AC, ainsi le sinus de l'arc DE, ou de l'angle A, est au sinus de son costé opposé BC. Ce qu'il falloit démontrer.

C'est de la même façon, qu'on démontrera que le sinus de l'angle B est au sinus de son costé opposé AC, comme le sinus de l'angle C est au sinus de son costé opposé AB, en prolongeant les costez CA, CB, comme on a prolongé les deux AB, AC. D'où il est aisé de conclure, que le sinus de l'angle A est au sinus de son costé opposé BC, comme le sinus de l'angle C, au sinus de son costé opposé AB.

Proposons maintenant le triangle Spherique obliquiangle ABC. Je dis que le sinus de l'angle A est au sinus de son costé opposé BC, comme le sinus de l'angle C est au sinus de son costé opposé AB.



Car si on tire de l'angle A sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, il a été démontré que dans le triangle rectangle ADC, le sinus de l'angle C est au sinus de son costé opposé AD, comme le sinus de l'angle D est au sinus de son costé opposé AC, & pareillement que dans le triangle rectangle ADB, le

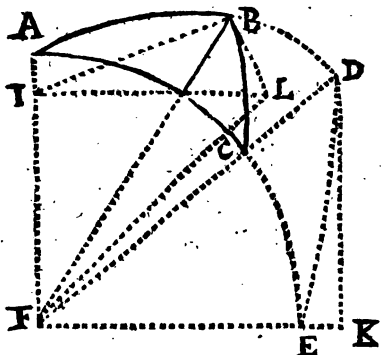
sinus du costé BD est au sinus de son angle opposé A, comme le sinus du costé AB est au sinus de son angle opposé D. Donc par égalité, le sinus de l'angle C est au sinus de son costé opposé AB, comme le sinus de l'angle A est au sinus de son costé opposé BC. Ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera de la même façon, que le sinus de l'angle A est au sinus de son costé opposé BC, comme le sinus de l'angle B, est au sinus de son costé opposé AC.

T H E O R E M E XX.

Dans tout triangle sphérique rectangle, la raison du sinus total au sinus de l'un des costez, est égale à celle de la Tangente de l'angle adjacent à ce costé, à la Tangente de l'autre costé opposé à ce même angle.

Je dis que le sinus Total, ou le sinus de l'angle droit B, du triangle sphérique rectangle ABC, est au sinus du costé AB, comme la Tangente de l'angle A, à la tangente de l'autre côté BC, qui est opposé à l'angle A adjacent au costé AB.



Pour la démonstration, prolongez les costez AB, AC, en D & en E, en sorte que les arcs AD, AE, soient chacun un quart de cercle, & decrivez du pole A, l'arc de grand cercle DE, qui sera la mesure de l'angle A, par Theor. 1. Tirez du centre de la Sphere F, les rayons FA, FB, FC, FD, FE. Tirez encore du point B, sur le

rayon FA, la perpendiculaire BI, qui sera le sinus de l'arc AB, & au rayon FB, la perpendiculaire BL, qui sera terminée par le rayon FC prolongé en L, & sera la tangente du costé BC, & du point D au rayon FD, la perpendiculaire DK, qui sera terminée par le rayon FE prolongé en K, & sera la Tangente de l'arc DE, ou de l'angle A. Enfin tirez la droite EI, qui fera le triangle BIL semblable au triangle DFK.

Car puisque la ligne BL est perpendiculaire à la ligne FB, qui est la commune section des deux plans perpendiculaires AB, BC, & qu'elle est dans le plan BC, elle sera aussi perpendiculaire au plan AB, & par conséquent à la ligne BI qui est dans ce plan. Ainsi l'angle IBL est droit, & par conséquent égal

84 De la construction des Tables de Sinus, &c.

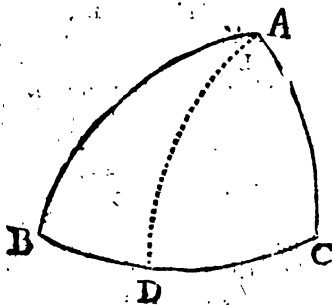
à l'angle  $D$ , qui est aussi droit, par la construction. De plus parce que la ligne  $DK$  est perpendiculaire à la ligne  $FD$ , qui est la commune section des deux plans perpendiculaires  $AD$ ,  $DE$ , & qu'elle est dans le plan  $DE$ , elle sera perpendiculaire au plan  $ABD$ , & conséquemment parallèle à la ligne  $BL$ , qui est aussi perpendiculaire au plan  $ABD$ . Puisque donc les deux lignes  $BL$ ,  $DK$ , sont parallèles, aussi bien que les deux  $IL$ ,  $FK$ , puis que chacune est perpendiculaire à la même ligne  $AF$ , & dans un même plan  $ACE$ ; les angles  $K$ ,  $L$ , seront égaux, & les deux triangles rectangles  $IBL$ ,  $FDK$ , seront semblables. C'est pourquoy comme  $FD$ , est à  $BI$ , ainsi  $DK$  est à  $BL$ ; c'est à dire comme le sinus total est au sinus du costé  $AB$ , ainsi la Tangente de l'arc  $DE$ , ou de l'angle  $A$ , à la Tangente du costé opposé  $BC$ . Ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera de la même façon; que le sinus total est au sinus du costé  $BC$ , comme la tangente de l'angle  $C$ , à la tangente de l'autre costé  $AB$ , en prolongeant les costez  $CA$ ,  $CB$ , comme on a prolongé les deux  $AB$ ,  $AC$ .

PROBLEME XXI.

Dans tout triangle spherique les sinus des segments de la base; faits par la perpendiculaire sont en raison reciproque avec les tangentes des angles adjacens à la même base.

Je dis, que si du triangle spherique  $ABC$ , on tire de l'angle  $A$  sur la base  $BC$ , la perpendiculaire  $AD$ , le sinus du segment  $BD$  est au sinus du segment  $CD$ , comme la Tangente de l'angle  $C$ , à la Tangente de l'angle  $B$ .



Car on connoist par le Theoreme précédent, que dans le triangle rectangle  $ADB$ , le sinus total est au sinus de l'arc  $BD$ , comme la Tangente de l'angle  $B$ , à la Tangente de l'arc  $AD$ , & que dans le triangle rectangle  $ADC$ , le sinus de l'arc  $CD$ , est au sinus Total comme la Tangente de l'arc  $AD$ , à la Tangente



Chapitre V.

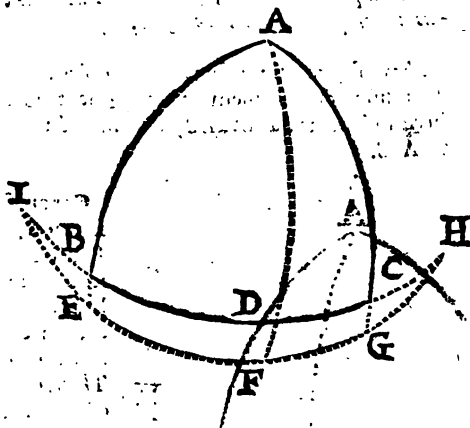
87

de l'angle C. Donc par égalité, le sinus de l'arc BD est au sinus de l'arc CD, comme la Tangente de l'angle C, à la Tangente de l'angle B. Ce qu'il falloit démontrer.

T H E O R E M E XXII.

*Dans tout triangle Spherique, les sinus du complement des deux angles au sommet, faitz par la perpendiculaire, sont proportionnels aux Tangentes du complement des deux costez.*

Je dis que si AD est la perpendiculaire, du triangle Spherique ABC, le sinus du complement de l'angle BAD, est au sinus du complement de l'angle CAD, comme la Tangente du complement du costé AB, à la Tangente du complement du costé AC.



Pour la démonstration, prolongez les arcs AB, AC, AD, en B, en G, & en F, en sorte que les arcs AE, AF, AG, soient des quarts de cercle, & du pôle A décri-

crivez l'arc de grand cercle EFG, qui estant prolongé rencontrera la base BC aussi prolongée aux points H, I, & alors les deux arcs IDH, IFH, seront des demicercles, & les arcs DH, DI, FH, FI, seront des quarts de cercle. C'est pourquoy l'arc IE sera le complement de l'arc EF, ou de l'angle BAD & l'arc GH le complement de l'arc FG, ou de l'angle CAD. Pareillement l'arc BE sera le complement du costé AB, & l'arc CG le complement du costé AC.

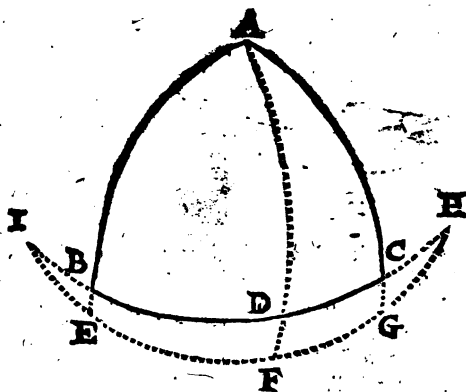
86 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Cette preparation étant faite, on connoist par *Theor.* 20. que dans le triangle *IBE* rectangle en *E*, le sinus Total est à la Tangente de l'angle *I*, ou de l'arc *FD*, comme le sinus de l'arc *IE* à la Tangente de l'arc *BE*, & que dans le triangle rectangle *HCG*, le sinus Total est à la Tangente de l'angle *H*, ou du même arc *FD*, comme le sinus de l'arc *GH*, à la Tangente de l'arc *CG*. D'où il suit que le sinus de l'arc *IE*, ou du complement de l'angle *BAD*, est au sinus de l'arc *GH*, ou du complement de l'angle *CAD*, comme la Tangente de l'arc *BE*, ou du complement du costé *AB*, à la tangente de l'arc *CG*, ou du complement du costé *AC*. Ce qu'il falloit demonst. r.

T H E O R E M E X X I I I .

*Dans tout triangle Spherique, les sinus du complement des segments de la base, faits par la perpendiculaire, sont proportionels aux sinus du complement des deux costez.*

Je dis dans la même figure que le sinus du complement du segment *BD*, est au sinus du complement du segment *CD*, comme le sinus du complement du costé *AB*, est au sinus du complement du costé *AC*.



Car en faisant une construction semblable à la précédente, on connoist par *Theor.* 19. que dans le triangle rectangle *IBE*, le sinus de l'angle droit *E*, ou le sinus total, est au sinus de l'angle

de l'angle *I*, ou de l'arc *FD*, comme le sinus de l'arc *BE*, ou du com-

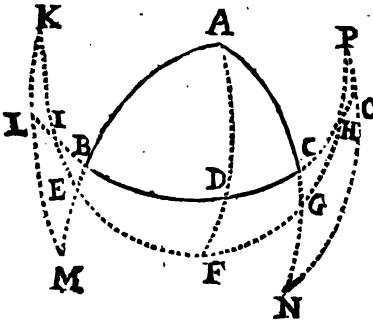
plement du segment BD, au sinus de l'arc BE, ou du complement du costé AB : & que pareillement dans le triangle rectangle CGH, le sinus de l'angle droit G, ou le sinus total, est au sinus de l'angle H, ou du même arc FD, comme le sinus de l'arc CH, ou du complement du segment CD, au sinus de l'arc CG, ou du complement du costé AC. D'où il suit que le sinus du complement du segment BD; est au sinus du complement du segment CD, comme le sinus du complement du costé AB, au sinus du complement du costé AC. Ce qu'il falloit demontrer.

T H E O R E M E XXIV.

*Dans tout triangle spherique, les sinus des deux angles au sommet, fais par la perpendiculaire, sont proportionels au sinus du complement des deux angles à la base.*

Je dis, que si AD est la perpendiculaire du triangle spherique ABC, le sinus de l'angle BAD, est au sinus de l'angle CAD, comme le sinus du complement de l'angle B, au sinus du complement de l'angle C.

Pour la demonstration, faites une construction semblable à la precedente, & prolongez encore les côtez AB, AC, en M & en N, en sorte que les arcs BM, CN, soient des quarts de cercle.



Decrivez du pole B par le point M, l'arc de grand cercle MK, qui rencontre la base BC prolongée en L, & l'arc EG aussi prolongée en K. Decrivez pareillement du pole C, par le point N, l'arc NP, qui rencontre la base BC prolongée en O, & l'arc EG aussi prolongée en P.

Cette preparation étant ainsi faite on connoitra, par Theor. 19. que dans le triangle spherique KLI, rectangle en L, le sinus total est au sinus de l'angle I, ou de l'arc DF, comme le Sinus de l'arc KI,

85 De la construction des Tables de Sinus, &c.

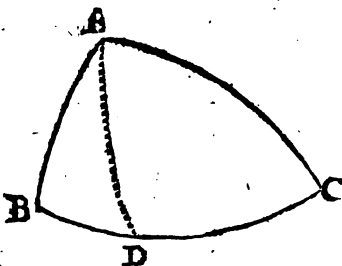
ou EF, ou de l'angle BAD, au sinus de l'arc KL, ou du complement de l'arc LM, ou du complement de l'angle B: & que pareillement dans le triangle spherique POH, rectangle en O, le Sinus total est au sinus de l'angle H, ou du même arc DF, comme le sinus de l'arc PH, ou FG, ou de l'angle CAD, au sinus de l'arc OP, ou du complement de l'arc NO, ou du complement de l'angle C. D'où il suit que le sinus de l'angle BAD, est au sinus de l'angle CAD, comme le sinus du complement de l'angle B, au sinus du complement de l'angle C. Ce qu'il falloit demontrer.

THEOREME XXV.

*Dans tout triangle spherique, les sinus du complement des angles au sommet, faits par la perpendiculaire, sont en raison reciproque avec les Tangentes des deux costez.*

Je dis que si AD est la perpendiculaire du triangle spherique ABC, le sinus du complement de l'angle BAD, est au sinus du complement de l'angle CAD, comme la Tangente du costé AC, à la Tangente du costé AB.

Car il a esté démontré au Theor. 22. que le sinus du complement de l'angle BAD, est au sinus du complement de l'angle CAD, comme la Tangente du complement du costé AB, à la

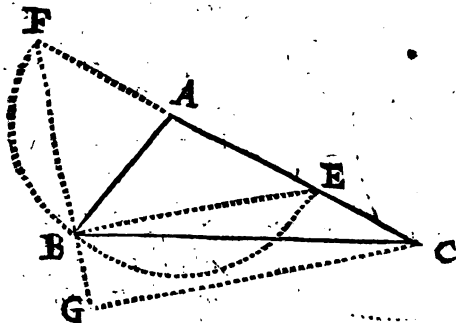


Tangente du complement du costé AC. C'est pourquoy si à la place de ces deux Tangentes, on met les Tangentes des costez AC, AB, qui sont en même raison, par Prop. 22. Chap. 2. on connoistra que le sinus du complement de l'angle BAD, est au sinus du

complement de l'angle CAD, comme la Tangente du costé AC, à la Tangente du costé AB. Ce qu'il falloit demontrer.

THEOREME XXVI.

La somme des sinus de deux arcs ou de deux angles quelconques, est à la différence des mêmes sinus, comme la tangente de la moitié de la somme des deux mêmes angles, à la tangente de la moitié de leur différence.



Soit un triangle rectiligne quelconque ABC, dont le côté AB, est le sinus de son angle opposé C, & le côté AC le sinus de son angle

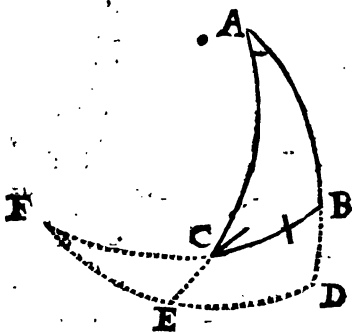
opposé B, à l'égard d'un même sinus total, qui est égal au diamètre d'un cercle circonscrit à l'entour du triangle ABC, comme nous avons démontré dans nostre Geometrie Pratique. Cela étant je dis, que la somme des sinus AB, AC, est à leur différence, comme la Tangente de la moitié de la somme des angles B, C, à la Tangente de la moitié de leur différence, comme il a été démontré au Theor. 5. Chap. 5.

SECTION II

De calcul des Triangles Spheriques Rectangles.

PROBLÈME I.

Etant connus un angle oblique, & le côté adjacent; trouver l'autre angle oblique.



Supposons que du triangle spherique  $ABC$ , rectangle en  $B$ , on connoisse l'angle oblique  $C$ , & son costé adjacent  $BC$ . Pour trouver l'autre angle oblique  $A$ , faites cette analogie,

Comme le sinus total,  
Au sinus de l'angle  $C$ ;  
Ainsi le sinus du complement au costé  $BC$ ,  
Au sinus du complement de l'angle  $A$ .

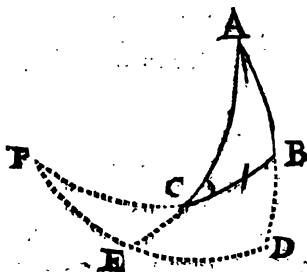
Pour la demonstration, prolongez le costé  $AB$ , & l'hypotenuse  $AC$ , en  $D$  & en  $E$ , en sorte que les arcs  $AD$ ,  $AE$ , soient des quarts de cercle, & décrivez du pôle  $A$ , l'arc de grand cercle  $DE$ , qui étant prolongé rencontrera le costé  $BC$  aussi prolongé en  $F$ .

Cette preparation étant faite, on voit aisément, que puisque  $A$  est le pôle de l'arc  $DE$ , l'angle  $D$  est droit, & parce que l'angle  $B$  est aussi droit, le point  $F$  sera le pôle de l'arc  $AD$ , & par consequent la mesure du costé  $BD$  complement du costé  $AB$ , & les costés  $FB$ ,  $FD$ , seront des quarts de cercle. C'est pourquoy l'arc  $FC$  sera le complement du costé  $BC$ , & l'arc  $FE$  le complement de l'arc  $DE$ , ou de l'angle  $A$ . Enfin l'angle  $E$  sera droit, & dans le triangle rectangle  $FEC$ , on connoistra par *Theor.* 19. que le sinus total, ou le sinus de l'angle droit  $E$ , est au sinus de son costé opposé  $CF$ , complement du costé  $BC$ , comme le sinus de l'angle  $C$ , au sinus de son costé opposé  $EF$ , complement de l'arc  $DE$ , ou de l'angle  $A$ . Ce qu'il falloit demonstrier.

L'angle A, qu'on cherche, sera aigu, lors que son costé opposé B C, qu'on suppose connu sera moindre qu'un quart de cercle, & il sera obtus, lors que le même costé B C sera plus grand qu'un quart de cercle, par Theor. 10.

PROBLÈME II.

Etant connu un angle oblique, & son côté opposé, trouver l'autre angle oblique.



Supposons que d'un triangle sphérique A B C, rectangle en B on connoisse l'angle oblique A, & son costé opposé B C. Pour trouver l'autre angle oblique C, faites cette analogie,

Comme le sinus du complement du côté B C,

*Au Sinus Total;*

*Ainsi le sinus du complement de l'angle A,*

*Au sinus de l'angle C.*

Pour la demonstration, on fera une construction semblable à la precedente, & dans le triangle rectangle CEF, on connoitra par Theor. 19. que le sinus de l'arc CF, complement du costé B C, est au sinus de l'angle opposé E, ou au sinus total, comme le sinus du côté E F, complement du costé E D, ou de l'angle A, au sinus de l'angle opposé C.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, ce qui est plus commode dans la pratique, au lieu des deux premiers termes de l'analogie precedente, sçavoir du sinus du complement du côté B C, & du sinus total, mettez le sinus total & la secante du côté B C, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie,

*Comme le sinus total,*

*A la secante du côté B C;*

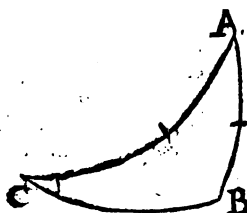
22 *De la construction des Tables de Sinus, &c.*

*Ainsi le sinus du complement de l'angle A,  
Au sinus de l'angle C.*

On connoistra l'espece de cet angle C, par celle de son costé opposé AB, puis qu'ils sont de même affection, par *Theor. 10.* ou bien par celle de l'hypotenuse AC, parce que si l'hypotenuse est moindre qu'un quart de cercle, l'angle C sera de même affection que l'angle connu A, & de différente affection, si l'hypotenuse est plus grande qu'un quart de cercle, par *Theor. 11.* la raison de cette ambiguïté dépend du *Theor. 9.*

P R O B L E M E III.

*Connoissant l'hypotenuse & un côté, trouver l'angle opposé à ce côté.*



Supposons que du triangle sphérique A B C, rectangle en B, on connoisse l'hypotenuse AC, & le costé AB. Pour trouver l'angle C opposé au costé connu AB, on fera cette analogie,

*Comme le sinus de l'hypotenuse AC, ;  
Au sinus total ;  
Ainsi le sinus du côté AB,*

*Au sinus de l'angle C.*

La demonstration en est évidente par *Theor. 42.*

Si vous voulez une analogie, qui commence par le Sinus total, ce qui rendra le calcul plus aisé, au lieu des deux premiers termes, sçavoir du sinus de l'hypotenuse, & du sinus total, mettez le sinus total, & la secante du complement de l'hypotenuse, qui sont en même raison, par *Prop. 21. Chap. 2.* & alors vous aurez cette autre analogie,

*Comme le sinus total,*

*A la secante du complement de l'hypotenuse AC ;*

*Ainsi le sinus du côté AB,*

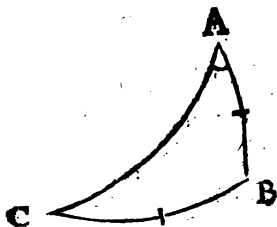
*Au sinus de l'angle C.*

Cet angle C sera aigu, si son costé opposé AB est moindre qu'un quart de cercle, & il sera obtus, si le même costé connu AB est plus grand qu'un quart de cercle, par *Theor. 10.*



PROBLÈME IV.

Etant connus les deux côtés, trouver lequel on voudra des deux angles obliques.



Supposons que du triangle sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse les deux costez AB, BC. Pour trouver l'un des angles obliques A, C, comme A, faites cette analogie,

Comme le sinus du côté AB,  
 Au sinus total ;  
 Ainsi la tangente du costé BC,  
 A la tangente de l'angle A.

La demonstration en est évidente par Theor. 20.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, pour faciliter le calcul, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus du costé AB, & du sinus total, le sinus total, & la secante du complement du costé AB, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette analogie,

Comme le sinus total,  
 A la secante du complement du côté AB ;  
 Ainsi la tangente du côté BC,  
 A la tangente de l'angle A.

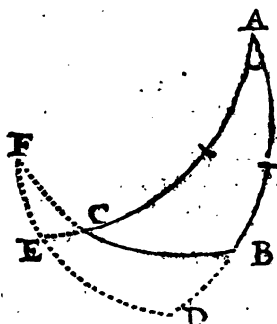
Ou bien mettez à la place des deux derniers termes, sçavoir de la tangente du costé BC, & de la tangente de l'angle A, la tangente du complement de l'angle A, & la tangente du complement du costé BC, qui sont en même raison, Prop. 22. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie,

Comme le sinus total,  
 Au sinus du côté AB ;  
 Ainsi la tangente du complement du côté BC,  
 A la tangente du complement de l'angle A.

Cet angle A sera aigu, si son costé opposé BC est moindre qu'un quart de cercle, & obtus, si le même costé BC est plus grand qu'un quart de cercle, par Theor. 10.

PROBLÈME V.

Connoissant l'hypoténuse & un côté, trouver l'angle qu'ils comprennent.



Supposons que du triangle sphérique  $ABC$ , rectangle en  $B$ , on connoisse l'hypoténuse  $AC$ , & le côté  $AB$ . Pour trouver l'angle compris  $A$ , faites cette analogie,

Comme la tangente du complément du côté  $AB$ ,

Au sinus total;

Ainsi la tangente du complément de l'hypoténuse  $AC$ ,

Au sinus du complément de l'angle  $A$ .

Pour la démonstration, faites une construction semblable à celle du Probl. 1. & vous connoîtrez par Theor. 20. que dans le triangle rectangle  $CEF$ , la tangente de l'angle  $F$ ; ou de l'arc  $BD$ , complément du côté  $AB$ , est au sinus total; comme la tangente du côté  $CE$ , complément de l'hypoténuse  $AC$ , au sinus du côté  $EF$ , complément de l'arc  $DE$ , ou de l'angle  $A$ . Ce qu'il falloit démontrer.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir de la tangente du complément du côté  $AB$ , & du sinus total, le sinus total, & la tangente du côté  $AB$ , qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie,

Comme le sinus total,

A la tangente du côté  $AB$ ;

Ainsi la tangente du complément de l'hypoténuse  $AC$ ,

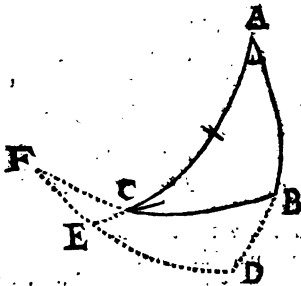
Au sinus du complément de l'angle  $A$ .

Cet angle  $A$  sera aigu, si l'hypoténuse  $AC$ , & le côté  $AB$ , qui sont connus, sont de même affection, parce que dans ce cas l'autre côté  $BC$  sera moindre qu'un quart de cercle, par Theor. 11. & que par Theor. 10. l'angle opposé  $A$  sera aigu; mais il sera

obtus, quand l'hypoténuse & le costé connu seront de différen-  
te affecti<sup>o</sup>n, parce que pour lors le costé BG opposé à l'angle A,  
sera plus grand qu'un quart de cercle, & l'angle A, par con-  
séquent obtus.

PROBLÈME VI.

Connoissant l'hypoténuse & un angle oblique, trouver l'autre angle  
oblique.



Supposons que du trian-  
gle spherique ABC, rectan-  
gle en B, on connoisse l'hy-  
poténuse AC, & l'angle obli-  
que C. Pour trouver l'autre  
angle oblique A, faites cette  
analogie,

Comme le sinus total,

Au sinus du complément de  
l'hypoténuse AC;

Ainsi la tangente de l'angle C,

À la tangente du complément de l'angle A.

Pour la demonstration, faites une préparation semblable à  
celle du Probl. 1. & dans le triangle rectangle CEF, on con-  
noitra, par Theor. 20. que le sinus total est au sinus du costé CE,  
complément de l'hypoténuse AC, comme la tangente de l'angle  
C, à la tangente du costé opposé EF, complément de l'arc  
DE, ou de l'angle A. C'est qu'il falloit démontrer.

Si vous voulez une autre analogie, mettez à la place des deux  
premiers termes, sçavoir du sinus total, & du sinus du comple-  
ment de l'hypoténuse AC, la secante de l'hypoténuse AC, & le  
sinus total, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & à  
la place des deux derniers termes, sçavoir de la tangente de  
l'angle C, & de la tangente du complément de l'angle A, la  
tangente de l'angle A, & la tangente du complément de l'angle  
C, qui sont en même raison, par Prop. 22. Chap. 2. & alors  
vous auez cette autre analogie.

Comme le sinus total.

À la secante de l'hypoténuse AC,

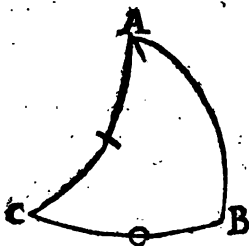
96 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Ainsi la tangente du complement de l'angle C,  
A la tangente de l'angle A.

Cet angle A sera de même affectation que l'angle connu C, lors que l'hypoténuse AC sera moindre qu'un quart de cercle, & de différente affectation quand l'hypoténuse AC sera plus grande qu'un quart de cercle, par Theor. II.

PROBLEME VII.

Connoissant l'hypoténuse, & un angle oblique, trouver le côté opposé à cet angle.



Supposons que du triangle sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse l'hypoténuse AC, & l'angle oblique A. Pour trouver le côté BC opposé à cet angle A, faites cette analogie,

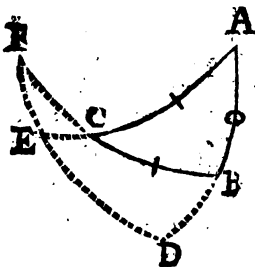
Comme le sinus total,  
Au sinus de l'angle A;  
Ainsi le sinus de l'hypoténuse AC,  
Au sinus du côté BC.

La démonstration en est évidente par Theor. 19.

Le côté BC sera moindre qu'un quart de cercle, si son angle opposé A est aigu, & plus grand qu'un quart de cercle si le même angle A est obtus, par Theor. 20.

PROBLEME VIII.

Connoissant l'hypoténuse & un côté, trouver l'autre côté.



Supposons que du triangle sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse l'hypoténuse AC, & le côté BC. Pour trouver l'autre côté AB, faite cette analogie,

Comme le sinus du complement du côté BC,  
Au sinus Total;  
Ainsi le sinus du complement de l'hypoténuse AC,  
Au sinus du complement du côté AB.

pour la démonstration, on fera une construction semblable à celle

celle du Probl. 1. & dans le triangle rectangle CEF, on connoitra par Theor. 42. que le sinus de l'arc CF, complement du côté BC, est au sinus total, comme le sinus de l'arc CE, complement de l'hypotenuse AC, au sinus de l'angle opposé F, ou de l'arc BD, complement du costé AB. Ce qu'il falloit demonst. r.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, ce qui est plus commode dans la pratique, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus du complement du côté BC, & du sinus total, le sinus total, & la secante du costé BC, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette analogie,

Comme le sinus total,

A La secante du costé BC;

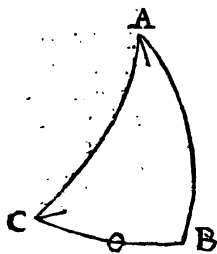
Ainsi le sinus du complement de l'hypotenuse AC,

Au sinus du complement du costé AB.

Ce costé AB sera moindre qu'un quart de cercle, quand l'hypotenuse AC, & le costé BC, qui sont connus, seront de même affection, & il sera plus grand qu'un quart de cercle, quand l'hypotenuse AC, & le costé BC, seront de differente affection, par Theor. 11.

PROBLÈME IX.

Connoissant les deux angles obliques, trouver lequel on vaudra des deux costez,



Supposons que du triangle spherique ABC, rectangle en B, on connoisse les deux angles obliques A, C. Pour trouver l'un des deux costez AB, BC, comme BC, faites cette analogie,

Comme le sinus de l'angle C,

Au sinus total;

Ainsi le sinus du complement de l'angle A,

Au sinus du complement du costé BC.

La demonstration en est évidente par Probl. 1.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, mettez au lieu des deux premiers termes, sçavoir du sinus dg

98. De la construction des tables de Sinus, &c.

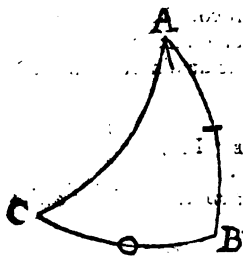
l'angle C, & du sinus total, & le sinus total, & la sécante du complément de l'angle C, qui sont en même raison, par Prop. 11. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie.

Comme le sinus total,  
A la sécante du complément de l'angle C;  
Ainsi le sinus du complément de l'angle A,  
Au sinus du complément du côté BC.

Ce côté BC sera moindre qu'un quart de cercle, si son angle opposé A est aigu, & plus grand qu'un quart de cercle, si le même angle A est obtus, par Theor. 10.

PROBLEME X.

Etant connu un angle oblique, & le côté adjacent, trouver l'autre côté opposé.



Supposons que du triangle Sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse l'angle A, & le côté adjacent AB. Pour trouver l'autre côté opposé BC, on fera cette analogie,

Comme le sinus total,  
Au sinus du côté AB;  
Ainsi la tangente de l'angle A,  
A la tangente du côté BC

La démonstration en est évidente par Theor. 20.

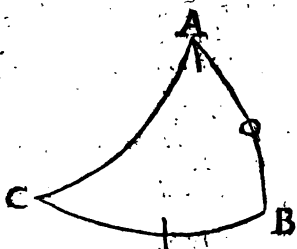
Si vous voulez une autre analogie, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus total, & du sinus du côté AB, la sécante du complément du côté AB, & le sinus total, & à la place des deux derniers termes, sçavoir de la tangente de l'angle A, & de la tangente du côté BC, la tangente du complément du côté BC, & la tangente du complément de l'angle A, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie,

Comme le sinus total,  
A la sécante du complément du côté AB;  
Ainsi la tangente du complément de l'angle A,  
A la tangente du complément du côté BC.

Ce costé BC sera moindre qu'un quart de cercle, si son angle opposé A est aigu, & il sera plus grand qu'un quart de cercle, si le même angle A est obtus par Theor. 10.

PROBLEME XI.

Etant connu un angle oblique, & le costé opposé; trouver l'autre costé adjacent.



Supposons que du triangle spherique ABC, rectangle en B, on connoisse l'angle A, & son costé opposé BC. Pour trouver l'autre costé adjacent AB, faites cette analogie,

Comme la tangente de l'angle A,  
 Au sinus total,  
 Ainsi la tangente du costé BC,  
 Au sinus du costé AB.

La demonstration en est évidente par Theor. 20.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, pour avoir un calcul plus aisé, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir de la tangente de l'angle A, & du sinus total, le sinus total, & la tangente du complement de l'angle A, qui sont en même raison, par Prop. 21. Chap. 2<sup>e</sup>. & alors vous aurez cette autre analogie,

Comme le Sinus total,  
 A la tangente du complement de l'angle A,  
 Ainsi la tangente du côté BC,  
 Au sinus du costé AB.

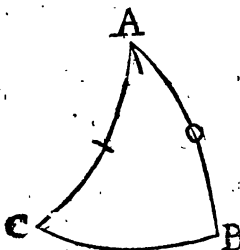
Ce côté AB sera moindre qu'un quart de cercle, si l'hypotenuse AC, & le costé BC, sont de même affection, & plus grand qu'un quart de cercle, s'ils sont de différente affection, par Theor. 11. C'est pourquoy pour sçavoir l'espece du costé BA, il faut sçavoir celle de l'hypotenuse AC. Ou bien il faut sçavoir l'espece de l'angle C, parce que celle de son côté opposé AB doit être la même, par Theor. 10.

La raison de l'ambiguïté de ce Probleme qui convient aussi au Probl. 2. est que par Theor. 9. on peut avoir deux triangles rectan-

100 De la construction des Tables de Sinus, &c.  
gles differens; qui auront un costé égal, & l'angle opposé à ce costé égal, aussi égal.

PROBLEME XII.

Connoissant l'hypoténuse, & un angle oblique, trouver le costé adjacent à cet angle.



Supposons que du triangle Sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse l'hypoténuse AC, & l'angle A. Pour trouver le costé AB, adjacent à cet angle, faites cette analogie,

Comme le Sinus du complement de l'angle A,

Au Sinus Total;

Ainsi la tangente du complement de l'hypoténuse AC,

A la tangente du complement du costé AB.

La démonstration en est évidente par Probl. 5.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus du complement de l'angle A, & du sinus total, le sinus total, & la secante de l'angle A, qui sont en même raison par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette analogie,

Comme le Sinus total,

A la secante de l'angle A;

Ainsi la tangente du complement de l'hypoténuse AC,

A la tangente du complement du costé AB.

Ou bien mettez à la place des deux derniers termes, Sçavoir de la tangente du complement de l'hypoténuse AC, & de la tangente du complement du costé AB, la tangente du costé AB, & la tangente de l'hypoténuse AC, qui sont en même raison, par Prop. 22. Chap. 2. pour avoir cette autre analogie,

Comme le Sinus total,

Au Sinus du complement de l'angle A,

Ainsi la tangente de l'hypoténuse AC,

A la tangente du costé AB.

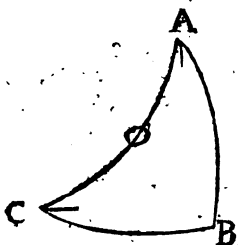
Ce costé AB sera moindre qu'un quart de cercle, si l'hypoténuse, AC, & l'angle connu A, sont chacun moindre qu'un quart de



cercle, parce que dans ce cas l'angle C sera aussi moindre qu'un quart de cercle, par *Theor. 11.* & que par *Theor. 10.* son costé opposé AB sera moindre qu'un quart de cercle. Mais le costé AB sera plus grand qu'un quart de cercle, si l'hypotenuse AC est plus grande qu'un quart de cercle, & l'angle connu A aigu, parce que dans ce cas l'angle C sera obtus, par *Theor. 11.* & que par *Theor. 10.* son costé opposé AB sera plus grand qu'un quart de cercle. Ce même costé AB sera encore plus grand qu'un quart de cercle, si l'hypotenuse AC est moindre qu'un quart de cercle, & l'angle A obtus, parce que dans ce cas l'angle C sera aussi obtus, par *Theor. 11.* & que par *Theor. 10.* son costé opposé AB sera plus grand qu'un quart de cercle.

PROBLÈME XIII.

*Connoissant les deux angles obliques, trouver l'hypotenuse,*



Supposons que du triangle sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse les deux angles obliques A, C. Pour trouver l'hypotenuse AC, faites cette analogie,

*Comme la tangente de l'angle C,*  
*Au Sinus total,*  
*Ainsi la tangente du complement*  
*de l'angle A,*

*Au Sinus du complement de l'hypotenuse AC.*

La demonstration en est évidente par *Probl. 6.*

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus total, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir de la tangente de l'angle C, & du sinus total, le sinus total, & la tangente du complement de l'angle C, qui sont en même raison, par *Prop. 21. Chap. 2.* & alors vous aurez cette autre analogie,

*Comme le Sinus total,*

*A la tangente du complement de l'angle C ;*

*Ainsi la tangente du complement de l'angle A,*

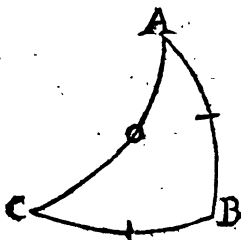
*Au Sinus du complement de l'hypotenuse AC.*

L'hypotenuse AC sera moindre qu'un quart de cercle, si les angles connus A, C, sont de même affection, & plus grande

102 De la construction des Tables de Sinus, &c.  
 qu'un quart de cercle, s'ils sont de différente affection, par  
 Theor. II.

PROBLEME XIV.

Connoissant les deux costez, trouver l'hypotenuse.



Supposons que du triangle  
 sphérique ABC, rectangle en B,  
 on connoisse les deux costez  
 AB, BC. Pour trouver l'hypo-  
 tenuse AC, faites cette analo-  
 gie,

Comme le Sinus total,  
 Au Sinus du complement du co-  
 sté BC;  
 Ainsi le Sinus du complement du  
 costé AB,

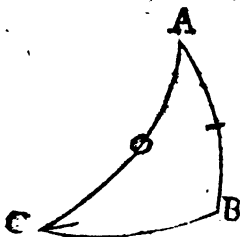
Au Sinus du complement de l'hypotenuse AC.

La demonstration en est évidente par Probl. 8.

L'hypotenuse AC sera moindre qu'un quart de cercle, si les  
 costez connus AB, BC, sont de même affection, & plus grande  
 qu'un quart de cercle, s'ils sont de différente affection, par  
 Theor. II.

PROBLEME XV.

Esant connu un angle oblique, & le costé opposé, trouver  
 l'hypotenuse.



Supposons que du triangle  
 sphérique ABC, rectangle en B,  
 on connoisse l'angle C, & le co-  
 sté opposé AB. Pour trouver  
 l'hypotenuse AC, faites cette ana-  
 logie,

Comme le Sinus de l'angle C,  
 Au Sinus total;  
 Ainsi le Sinus du costé AB,  
 Au Sinus de l'hypotenuse AC.

La demonstration en est évidente par Theor. 19.

Si vous voulez une analogie, qui commence par le sinus to-

Tal, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus de l'angle C, & du sinus total, le sinus total, & la secante du complément de l'angle C, qui sont en même raison par Prop. 21. Chap. 2. & alors vous aurez cette autre analogie,

Comme le Sinus total,

A la secante du complément de l'angle C ;

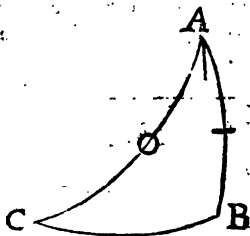
Ainsi le Sinus du costé AB,

Au Sinus de l'hypotenuse AC.

L'hypotenuse AC peut être moindre, ou plus grande qu'un quart de cercle, sans changer l'angle donné C, ny le costé donné AB, comme vous avez vû au Theor. 9. C'est pourquoy pour connoistre l'espece de l'hypotenuse AC, on doit connoistre celle de l'angle A, ou celle du costé BC. Car si l'angle A est de même espece avec l'angle connu C, l'hypotenuse sera moindre qu'un quart de cercle, & plus grande si ces deux angles sont de différente espece, par Coroll. 1. Theor. 17. Que si le costé BC est de même espece avec le costé connu AB, l'hypotenuse AC sera moindre qu'un quart de cercle, & plus grande si ces deux costez sont de différente espece, par Theor. 11.

PROBLEME XVI.

Connoissant un angle oblique, & le costé adjacent, trouver l'hypotenuse.



Supposons que du triangle sphérique ABC, rectangle en B, on connoisse l'angle A, & son costé adjacent AB. Pour trouver l'hypotenuse CA, on fera cette analogie,

Comme le Sinus total,

Au Sinus du complément de l'angle A ;

Ainsi la tangente du complément du costé AB,

A la tangente du complément de l'hypotenuse AC.

La demonstration en est évidente par Probl. 12.

Si vous voulez une autre analogie, mettez à la place des deux premiers termes, sçavoir du sinus total, & du sinus du com-

104 De la construction des Tables de Sinus, &c.

plement de l'angle A, la secante de l'angle A, & le sinus total, qui sont en même raison, par *Prop. 21. Chap. 2.* & à la place des deux derniers termes, sçavoir de la tangente du complément du costé AB, & de la tangente du complément de l'hypotenuse AC, la tangente de l'hypotenuse AC, & la tangente du costé AB, qui sont en même raison par *Prop. 21. Chap. 2.* pour avoir cette autre analogie.

Comme le sinus total,

à la secante de l'angle A,

Ainsi la tangente du costé AB,

à la tangente de l'hypotenuse AC.

L'hypotenuse AC sera moindre qu'un quart de cercle, lors que le costé connu AB sera moindre qu'un quart de cercle, & l'angle connu A aigu, parce que dans ce cas son costé opposé AB sera aussi moindre qu'un quart de cercle, par *Theor. 10.* & que par *Theor. 11.* l'hypotenuse AC doit estre moindre qu'un quart de cercle, ou lorsque le costé connu AB sera plus grand qu'un quart de cercle, & l'angle connu A, obtus, parce que dans ce cas son costé opposé BC sera plus grand qu'un quart de cercle, par *Theor. 10.* & que par *Theor. 11.* l'hypotenuse AC doit estre moindre qu'un quart de cercle. Mais elle sera plus grande qu'un quart de cercle, lors que le costé connu AB sera moindre qu'un quart de cercle, & l'angle connu A obtus, ou lorsque le costé connu AB sera plus grand qu'un quart de cercle, & l'angle connu A aigu, parce que dans ces deux cas les costez AB, BC, se rencontreront de différente espece, par *Theor. 10.* ce qui fait que par *Theor. 11.* l'hypotenuse AC sera plus grande qu'un quart de cercle.

---

## SECTION III.

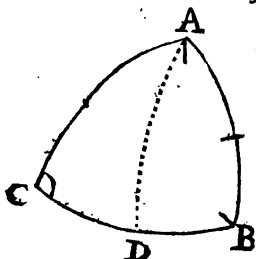
### *Du Calcul des Triangles Spheriques obliquangles.*

Nous chercherons icy premierement les angles, & en suite les costez, comme dans le Chapitre precedent. Or comme le calcul est toujours le mesme, soit que la perpendiculaire tombe en dedans ou en dehors du triangle, nous nous contenterons d'un triangle, où la perpendiculaire tombe en dedans.

PROBLEME

PROBLÈME I.

Connoissant deux angles, & le costé d'entre-deux, trouver le troisiéme angle.



Supposons que du triangle Spherique ABC, on connoisse les angles A & B, & le costé compris A B; Pour trouver le troisiéme angle C; tirez d'un des angles connus comme de A, sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies,

Comme le Sinus total,  
Au Sinus du complement du

costé AB;

Ainsi la Tangente de l'angle B,

A la tangente du complement de l'angle BAD.

L'angle BAD étant connu, l'angle CAD fera aussi connu.

Comme le Sinus de l'angle BAD,

Au Sinus de l'angle CAD;

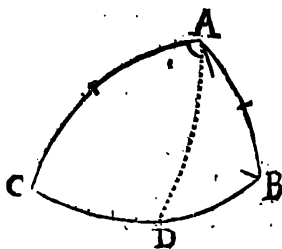
Ainsi le Sinus du complement de l'angle B,

Au Sinus du complement de l'angle C.

La demonstration de la premiere analogie est évidente par le Probl. 6. de la section precedente, & celle de la seconde analogie est manifeste par Theor. 24.

PROBLÈME II.

Connoissant deux costez, & un angle opposé, trouver l'angle compris.



Supposons que du Triangle Spherique ABC, on connoisse les deux costez AB, AC, & l'angle B opposé au costé connu AC. Pour trouver l'angle compris A, tirez de cet angle A, sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies,

106 *De la construction des Tables de Sinus, &c.*

*Comme le Sinus total,*

*Au Sinus du complement du costé AB,*

*Ainsi la tangente de l'angle B,*

*A la tangente du complement de l'angle BAD,*

*Comme la tangente du costé AC,*

*A la tangente du costé AB,*

*Ainsi le Sinus du complement de l'angle BAD,*

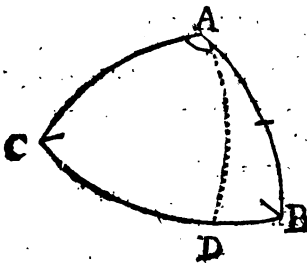
*Au Sinus du complement de l'angle CAD.*

Les angles BAD, CAD, étant ainsi connus, l'angle CAB sera aussi connu.

La démonstration de la première analogie, est évidente par le Probl. 6. de la section précédente, & celle de la deuxième analogie est manifeste par Theor. 25.

P R O B L E M E III.

*Connoissant deux angles, & un costé opposé, trouver le troisième angle.*



Supposons que du triangle Spherique ABC, on connoisse les deux angles B, C, & le costé AB opposé à l'angle connu C. Pour trouver le troisième angle A, faites-en tomber sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies,

*Comme le Sinus total,*

*Au Sinus du complement du costé AB,*

*Ainsi la Tangente de l'angle B,*

*A la Tangente du complement de l'angle BAD.*

*Comme le Sinus du complement de l'angle B,*

*Au Sinus du complement de l'angle C;*

*Ainsi le Sinus de l'angle BAD,*

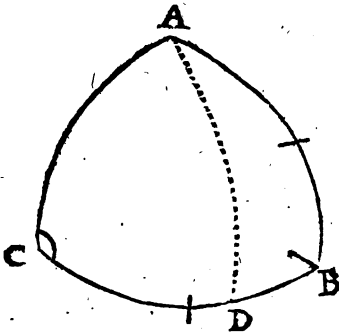
*Au Sinus de l'angle CAD.*

Les angles BAD, CAD, étant ainsi connus, l'angle BAC sera aussi connu.

La demonstration de la premiere analogie est évidente par le Probl. 6. de la section precedente, & celle de la deuxieme analogie est manifeste par Theor. 24.

P R O B L E M E I V.

Connoissant deux costez, & l'angle compris, trouver l'un des deux autres angles.

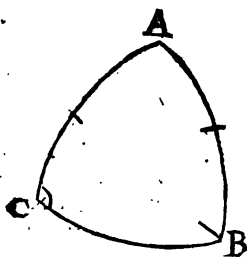


Supposons que du triangle spherique ABC, on connoisse les costez AB, BC, & l'angle B, qu'ils comprennent. Pour trouver l'un des deux autres angles A, C, comme C, tirez de l'autre angle A, sur son côté opposé BC, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies,  
*Comme le Sinus total,*  
*Au Sinus du complement*

*de l'angle B;*  
 Ainsi la tangente du costé AB,  
 A la tangente du segment BD.  
 Le Segment BD estant ainsi connu, le segment CD sera aussi connu.  
*Comme le Sinus du Segment CD,*  
 Au Sinus du segment BD;  
 Ainsi la tangente de l'angle B,  
 A la tangente de l'angle C.  
 La demonstration de la premiere analogie est évidente par le Probl. 12. de la Section precedente, & celle de la deuxieme analogie est manifeste par Theor. 21.

PROBLEME V.

Connoissant deux costez, & un angle opposé, trouver l'autre angle opposé.

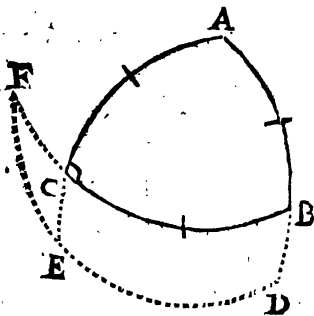


Supposons que du triangle spherique ABC, on connoisse les deux costez AB, AC, & l'angle B opposé au costé connu AC. Pour trouver l'angle C opposé à l'autre costé connu AB, faites cette analogie,  
 Comme le Sinus du côté AC,  
 Au Sinus de l'angle B;  
 Ainsi le Sinus du côté AB,  
 Au Sinus de l'angle C.

La demonstration en est évidente par Theor. 19.

PROBLEME VI.

Etant connus les trois costez, trouver lequel on voudra des angles.



Pour trouver par exemple l'angle C, du triangle spherique ABC, dont les trois costez sont supposés connus, décrivez de l'angle A, comme pole, l'arc de grand cercle DE, qui coupe les costez prolongez aux points D, E, F, & faites ces deux analogies.

Comme la difference des Sinus du complement des côtés AB, AC,

A la somme des mêmes Sinus;  
 Ainsi la tangente de la moitié du côté BC.



A la tangente de la moitié de la somme des arcs BF, CF.

Si de la moitié de la somme des arcs BF, CF, qui vient d'être connue par la précédente analogie, on ôte la moitié du côté BC, qui est leur différence, on aura le petit arc CF,

Comme le Sinus total,

A la tangente du complément du côté AC,

Ainsi la tangente du complément de l'arc CF,

Au Sinus du complément de l'angle C.

Pour démontrer la première analogie, on considérera que dans le triangle FDB, rectangle en D, le sinus total est au sinus de l'angle F, comme le sinus du côté BF, au sinus du côté BD par Theor. 19. & que dans le triangle FEC, rectangle en E, le sinus total est au sinus du même angle F, comme le sinus du côté CF, au sinus du côté CE. C est pourquoy le sinus du côté BF, sera au sinus du côté BD, comme le sinus du côté CF, au sinus du côté CE, & en permutant, le sinus du côté BF est au sinus du côté CF, comme le sinus du côté BD complément du côté connu AB, au sinus du côté CE complément du côté connu AC, & en composant & en divisant on connoitra que la somme des sinus des arcs BD, CE est au sinus de BD, comme la somme des sinus des arcs BF, CF, au sinus de CF, & que la différence des sinus des arcs BD, CE, est au sinus de BD, comme la différence des sinus des arcs BF, CF, au sinus de CF : C'est pourquoy par égalité, on connoitra que la somme des sinus des arcs BD, CE, est à la différence des mêmes sinus, comme la somme des sinus des arcs BF, CF, à la différence des mêmes sinus, & si à la place des deux premiers termes, on met les tangentes de la moitié de la somme & de la moitié de la différence des deux arcs, qui sont en même raison par Theor. 26. on connoitra que la différence des sinus du complément des côtes AB, AC est à la somme des mêmes sinus, comme la tangente de la moitié de la différence BC, des arcs BF, CF, à la tangente de la moitié de la somme des mêmes arcs BF, CF. Ce qu'il falloit démontrer.

La démonstration de la seconde analogie, se trouvera dans le triangle rectangle CEF, dans lequel il a été démontré au Probl. 5. de la Section précédente, que le sinus total est à la tangente du côté CE complément du côté AC, comme la tan-

110 *De la construction des Tables de Sinus, &c.*  
gente du complement de l'hypotenuse CF, au sinus du complement de l'angle C. Ce qu'il falloit demonstrez.

Cet angle C, a esté icy supposé aigu, car s'il estoit obtus, il faudroit ôter de 180 degrez les degrez & les minutes qu'on trouveroit dans la premiere analogie, pour avoir la moitié de la somme des arcs BF, CF, parce que dans ce cas la somme des arcs BF, CF, deviendra plus grande qu'un demicercle, comme il est aisé à demonstrez.

La Methode dont on se sert communement pour resoudre ce Probleme est plus commode que celle-cy, parce qu'on la peut aisement pratiquer par logarithmes, bien que sa demonstration soit beaucoup plus difficile. C'est pourquoy je me contenteray d'en expliquer icy simplement la pratique.

Ajoutez ensemble les trois costez connus, & ôtez de la moitié de leur somme chacun des deux costez qui comprennent l'angle qu'on cherche, comme icy les deux costez AC, BC, l'un après l'autre, pour avoir leurs differences. Après cela faites ces deux analogies.

*Comme le Sinus de l'un des deux costez precedens,*

*Au Sinus de l'une des deux differences ;*

*Ainsi le Sinus de l'autre difference,*

*A un quatrieme Sinus.*

*Comme le Sinus de l'autre costé,*

*Au quatriesme Sinus trouvé ;*

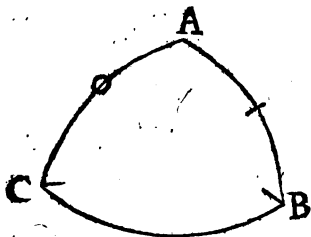
*Ainsi le Sinus total,*

*A un septiesme Sinus.*

Ce septieme sinus étant multiplié par le sinus total, la racine quarrée du produit, sera le sinus de la moitié de l'angle qu'on cherche.

PROBLEME VII.

Connoissant deux angles, & un costé opposé, trouver l'autre costé opposé.



Supposons que du triangle sphérique ABC, on connoisse les angles B, C, & le costé AB opposé à l'angle connu C. Pour trouver le costé AC opposé à l'autre angle connu B, faites cette analogie,

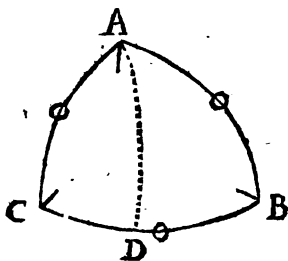
Comme la Sinus de l'angle C,  
Au Sinus du costé AB;  
Ainsi le Sinus de l'angle B,  
Au Sinus du costé AC.

La demonstration en est évidente par Theor. 42.

Le costé AC peut estre plus grand, ou moindre qu'un quart de cercle, sans rien changer, par Theor. 9. C'est pourquoy pour le trouver, on en doit necessairement connoistre l'espece.

PROBLEME VIII.

Estant connus les trois angles, trouver lequel on vaudra des costez,



Supposons que du triangle sphérique A, B, C, On connoisse les trois angles A, B, C. Pour trouver les costez, tirez de l'un des angles, comme de A, sur son costé opposé BC, la perpendiculaire AD, & faites cette analogie,

Comme la somme des Sinus du complement des deux an-

gles B, C,

A la difference des mêmes Sinus;

Ainsi la tangente de la moitié de l'angle BAC,

A la tangente de la moitié de la difference des deux angles BAD, CAD.

## *112 De la construction des Tables de Sinus, &c.*

Si on ajoute cette moitié à la moitié de l'angle  $BAC$ , qui est connu, on aura le plus grand angle  $CAD$ , & dans chacun des deux triangles rectangles  $ADB$ ,  $ADC$ , on pourra trouver par *Probl. 13*, de la Section precedente, les costez  $AB$ ,  $AC$ , & par le *Probl. 9*, de la mesme section, les segmens  $BD$ ,  $CD$ , & par consequent le costé  $BC$ .

Pour demontrer cette analogie, on considerera, que puisque le sinus de l'angle  $BAD$ , est au sinus de l'angle  $CAD$ , comme le sinus du complement de l'angle  $B$ , au sinus du complement de l'angle  $C$  par *Theor. 24*, on démontrera comme dans le *Probl. 6*, que la somme des sinus du complement des deux angles  $B$ ,  $C$ , est à leur difference, comme la somme des sinus des deux angles  $BAD$ ,  $CAD$ , à leur difference, & si à la place des deux derniers termes on met les tangentes de la moitié de la somme & de la moitié de la difference des deux angles  $BAD$ ,  $CAD$ , qui sont en mesme raison par *Theor. 26*, on connoitra que la somme des sinus du complement des deux angles  $B$ ,  $C$ , est à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la somme des deux angles  $BAD$ ,  $CAD$ , ou de l'angle  $BAC$ , à la Tangente de la moitié de leur difference. Ce qu'il falbit demontrer.

Nous avons icy supposé, que la perpendiculaire  $AD$  tombe au dedans du triangle, mais si elle tombe en dehors, l'analogie precedente se changera en celle-cy.

*Comme la difference des Sinus du complement des deux angles  $B$ ,  $C$ ,*

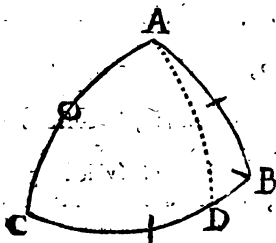
*A la somme des mesmes Sinus ;*

*Ainsi la tangente de la moitié de l'angle  $BAC$ ,*

*A la tangente de la moitié de la somme des deux angles  $BAD$ ,  $CAD$ .*

PROBLÈME IX.

Connoissant deux costez, & l'angle compris, trouver le troisieme costé.



Supposons que du triangle spherique A B C, on connoisse les deux costez A B, B C, & l'angle B, qu'ils comprennent. Pour trouver le troisieme costé AC, tirez à l'un des deux costez connus, comme au costé B C, de son angle opposé A, la perpendiculaire A D; & faites ces deux analogies,

Comme le sinus total,

Au sinus du complement de l'angle B;

Ainsi la tangente du costé A B,

A la tangente du segment B D,

Le segment B D estant ainsi connu, l'autre segment CD sera aussi connu.

Comme le sinus du complement du segment B D,

Au sinus du complement du segment C D,

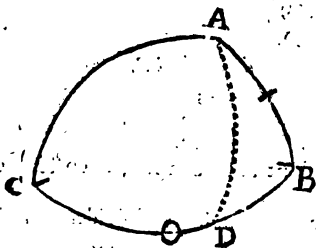
Ainsi le sinus du complement du costé A C,

Au sinus du complement du costé AC;

La demonstration de la premiere analogie est évidente par le Probl. 12. de la Section precedente, & celle de la seconde analogie est manifeste par Theor. 23.

PROBLÈME X.

Connoissant deux angles, & un costé opposé, trouver le costé adjacent.



Supposons que du triangle spherique A B C, on connoisse les deux angles B, C, & le costé AB opposé à l'angle connu C. Pour trouver le costé B C adjacent aux deux angles connus B, C, tirez luy de son angle opposé A, la perpendiculaire A D, & faites ces deux analogies,

### 114 De la construction des Tables de Sinus, &c.

Comme le sinus total,  
 du sinus du complement de l'angle B;  
 Ainsi la tangente du côté AB,

A la tangente du segment BD.

Comme la tangente de l'angle C,  
 A la tangente de l'angle B;

Ainsi le sinus du segment BD,

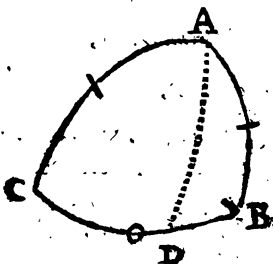
Au sinus du segment CD.

Les segments BD, CD, étant ainsi connus, le côté BC, qu'on cherche, sera aussi connu.

La démonstration de la première analogie est évidente par le Probl. 12. de la Section précédente, & celle de la seconde analogie est manifeste par Theor. 21.

### PROBLEME XI.

Connoissant deux côtés, & un angle opposé, trouver le troisième côté.



Supposons que du triangle sphérique ABC, on connoisse les deux costez AB, AC, & l'angle B opposé au costé connu AC. Pour trouver le troisième costé BC, tirez luy de son angle opposé A, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies.

Comme le sinus total,  
 Au sinus du complement de l'angle B;

Ainsi la tangente du costé AB,

A la tangente du segment BD.

Comme le sinus du complement du costé AB;

Au sinus du complement du costé AC;

Ainsi le sinus du complement du segment BD,

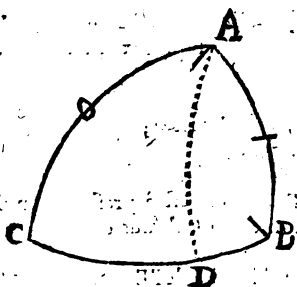
Au sinus du complement du segment CD.

Les segments BD, CD, étant ainsi connus, le côté BC qu'on cherche, sera aussi connu.

La démonstration de la première analogie est évidente par le Probl. 12. de la Section précédente, & celle de la seconde analogie est manifeste par Theor. 23.

PROBLÈME XII.

Connoissant deux angles, & le costé adjacent, trouver l'un des deux autres costez.



Supposons que du triangle spherique ABC, on connoisse les angles A, B, & le costé adjacent AB. Pour trouver l'un des deux autres costez AC, BC, comme AC, tirez à l'autre costé BC de son angle opposé A, la perpendiculaire AD, & faites ces deux analogies.

Comme le sinus total,  
Au sinus du complement du

costé AB;

Ainsi la tangente de l'angle B,

A la tangente du complement de l'angle BAD.

L'angle BAD estant ainsi connu, l'angle CAD sera aussi connu.

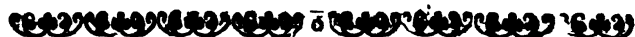
Comme le sinus du complement de l'angle CAD,

Au sinus du complement de l'angle BAD,

Ainsi la tangente du costé AB,

A la tangente du costé AC.

La demonstration de la premiere analogie est évidente par le Probl. 6. de la Section precedente, & celle de la seconde analogie est manifeste par Theor. 21. & par Prop. 21. Chap. 2.



ABRÉGE DE QUESTIONS  
Astronomiques.

I. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique, & la distance du Soleil au plus proche Equinoxe, trouver la déclinaison.

Comme le sinus total,

Au sinus de la distance au plus proche Equinoxe;

Ainsi le sinus de la plus grande obliquité,

Au sinus de la déclinaison qu'on cherche.

La plus grande obliquité de l'Ecliptique est à présent d'environ 23, 29. Sur laquelle par conséquent il faut opérer pour les déclinaisons exactes.

II. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique, & la déclinaison du Soleil, trouver le lieu du Soleil dans l'Ecliptique.

Comme le sinus de la plus grande obliquité de l'Ecliptique,

Au sinus de la déclinaison du soleil;

Ainsi le sinus total,

Au sinus de la distance du Soleil au plus proche Equinoxe.

III. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique, & la distance du Soleil au plus proche Equinoxe, trouver son ascension droite.

Comme le sinus total,

Au sinus du complément de la plus grande obliquité;

Ainsi la tangente de la distance du soleil au plus proche equinoxe,

A la tangente de l'Ascension droite, qu'on cherche.

IV. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique & la déclinaison du Soleil, trouver son ascension droite.

Comme le sinus total,

A la tangente de la déclinaison du soleil;

Ainsi la tangente du complément de la plus grande obliquité,

Au sinus de l'ascension droite qu'on cherche.

V. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique, & la distance du soleil au plus proche Equinoxe, trouver l'angle que fait l'Ecliptique avec le Meridien.

Comme le sinus total,



*Au sinus du complement de la distance du soleil au plus proche equinoxe ;*

*Ainsi la tangente de la plus grande obliquité,*

*A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.*

VI. Etant connue la plus grande obliquité de l'Ecliptique, & la declinaison du<sup>2</sup> soleil, trouver l'angle que l'Ecliptique fait avec le Meridien.

*Comme le sinus du complement de la declinaison du soleil.*

*Au sinus total ;*

*Ainsi le sinus du complement de la plus grande obliquité,*

*Au sinus de l'angle qu'on cherche.*

VII. Etant connue l'elevation du Pôle & la declinaison du soleil, trouver son amplitude orientale ou occidentale.

*Comme le sinus du complement de l'elevation du Pole.*

*Au sinus de la declinaison du soleil ;*

*Ainsi le sinus total ;*

*Au sinus de l'amplitude qu'on cherche.*

VIII. Etant connue la distance du soleil au plus proche Equinoxe & la plus grande amplitude, trouver les autres amplitudes.

*Comme le sinus total,*

*Au sinus de la plus grande amplitude du soleil ;*

*Ainsi le sinus de sa distance au plus proche equinoxe.*

*Au sinus de l'amplitude qu'on cherche*

Il est facile de trouver dans la sphere la demonstration des analogies precedentes, mais celle-cy a sa demonstration particuliere.

IX. Etant connue la declinaison du soleil, & l'elevation du pole, trouver la difference ascensionelle.

*Comme le sinus total,*

*A la tangente de la declinaison du soleil ;*

*Ainsi la tangente de l'elevation du pole,*

*Au sinus de la difference ascensionelle qu'on cherche.*

X. Etant connue l'elevation du Pôle, & l'heure du lever ou du coucher du soleil, trouver sa declinaison.

*Comme le sinus total,*

*Au sinus du complement de la distance du soleil au midy ;*

*Ainsi la tangente du complement de l'elevation du Pole,*

*A la tangente de la declinaison qu'on cherche.*

XI. Etant connue l'elevation du pole, la declinaison, & la

hauteur du soleil, trouver l'heure du jour.

Ajoutez ensemble ces trois choses ; le complement de l'elevation du pole, la distance du soleil au pole, & le complement de la hauteur du soleil, & ôtez séparément de la moitié de leur somme le complement de l'elevation du pole, & la distance du soleil au pole, & vous aurez deux differences. Après cela faites ces deux analogies,

1. Comme le sinus du complement de l'elevation du pole,

Au sinus de l'une des deux differences trouvées ;

Ainsi le sinus de l'autre difference,

A un quatriesme sinus.

2. Comme le sinus de la distance du soleil au pole,

Au sinus total ;

Ainsi le quatriesme sinus trouvé,

A un septiesme sinus.

Si on multiplie ce septieme sinus par le sinus total, la racine quarrée du produit donnera le sinus de la moitié de la distance du soleil au midy dans les degrez de l'équateur, lesquels étant reduits en temps, on aura en heures la distance du soleil au midy.

Pour trouver l'heure du jour au temps des équinoxes, suivez cette analogie,

Comme le sinus du complement de l'elevation du Pole,

Au sinus de la hauteur du soleil ;

Ainsi le sinus total,

Au sinus du complement de la distance du soleil au midy.

XII. Etant connuë l'elevation du pole, la declinaison, & la hauteur du soleil, trouver son azimuth.

Ajoutez ensemble ces trois choses ; le complement de l'elevation du pole, la distance du soleil au pole, & le complement de la hauteur du soleil, & ôtez séparément de la moitié de leur somme le complement de l'elevation du pole, & le complement de la hauteur du soleil, & vous aurez deux differences. Après cela faites ces deux analogies ;

1. Comme le sinus du complement de l'elevation du pole,

Au sinus de l'une des deux differences trouvées ;

Ainsi le sinus de l'autre difference,

A un quatriesme sinus.

2. Comme le sinus du complement de la hauteur du soleil,

Au sinus total ;

Ainsi le quatriesme sinus trouvé,

*La septiesme Sinus.*

Si on multiplie ce septième sinus par le sinus total, la racine quarrée du produit sera le sinus de la moitié de la distance du soleil au septentrion dans les degrez de l'horizon.

Pour trouver l'azimuth du soleil au temps des équinoxes, faites cette analogie,

*Comme le Sinus total,*

*A la tangente de l'elevation du soleil;*

*Ainsi la tangente de l'elevation du pole,*

*Au sinus du complement de la distance du soleil au midy.*

Par le moyen de cette question on trouvera aisement la declinaison d'un plan par un seul point d'ombre, comme nous avons enseigné dans nôtre Traité de Gnomonique.

**XIII.** Etant connuë l'elevation du pole, & la distance du soleil au meridien en heures, trouver l'arc de l'horizon compris entre le cercle horaire & le meridien.

*Comme le Sinus total;*

*Au sinus de l'elevation du pole,*

*Ainsi la tangente de la distance du soleil au meridien,*

*A la tangente de l'arc qu'on cherche.*

Par le moyen de cette question on décrira facilement & avec justesse un Cadran horizontal, parce que ces arcs de l'horizon sont sensiblement égaux aux angles des lignes horaires avec la Meridienne. Or puis que nous sommes sur cette matiere, nous ajoûterons encore icy quelques questions tres-curieuses & tres-utiles pour la description des Cadrans.

**XIV.** Etant connuë l'elevation du pole & la declinaison d'un plan vertical, trouver l'elevation du pole sur ce plan.

*Comme le sinus total,*

*Au sinus du complement de l'elevation du pole;*

*Ainsi le sinus du complement de la declinaison du plan;*

*Au sinus de la hauteur qu'on cherche.*

**XV.** Etant connuë l'elevation du pole, & la declinaison d'un plan vertical, trouver l'angle de la Substylaire avec la Meridienne.

*Comme le sinus total,*

*Au sinus de la declinaison du plan;*

*Ainsi la tangente du complement de l'elevation du pole,*

*A la tangente de l'angle qu'on cherche.*

Cet angle étant connu, l'angle de l'équinoxiale avec l'horizon

rontale sera aussi connu, parce que ces deux angles sont égaux dans toute sorte de Cadrans.

**XVI.** Etant connu l'elevation du pole & la declinaison d'un plan vertical, trouver la distance du meridien du lieu au meridien du plan.

*Comme le sinus total,*

*Au sinus de l'elevation du pole;*

*Ainsi la tangente du complement de la declinaison du plan,*

*A la tangente du complement de la distance qu'on cherche.*

**XVII.** Etant connu l'elevation du pole & la declinaison d'un plan vertical, trouver l'angle de la ligne de six heures avec la meridiene.

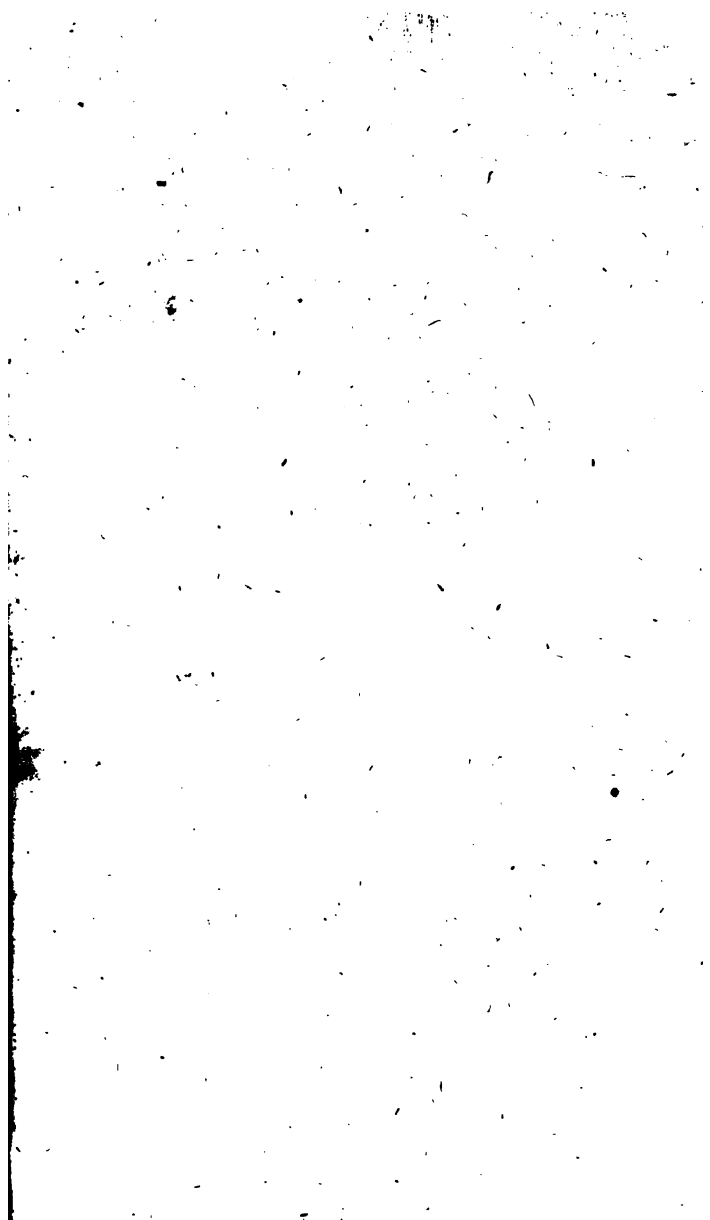
*Comme le sinus total,*

*Au sinus de la declinaison du plan;*

*Ainsi la tangente de l'elevation du pole,*

*A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.*

F I N.

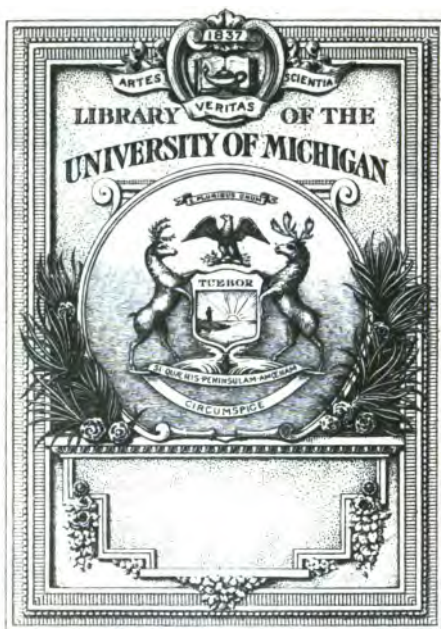


UNIVERSITY OF MICHIGAN



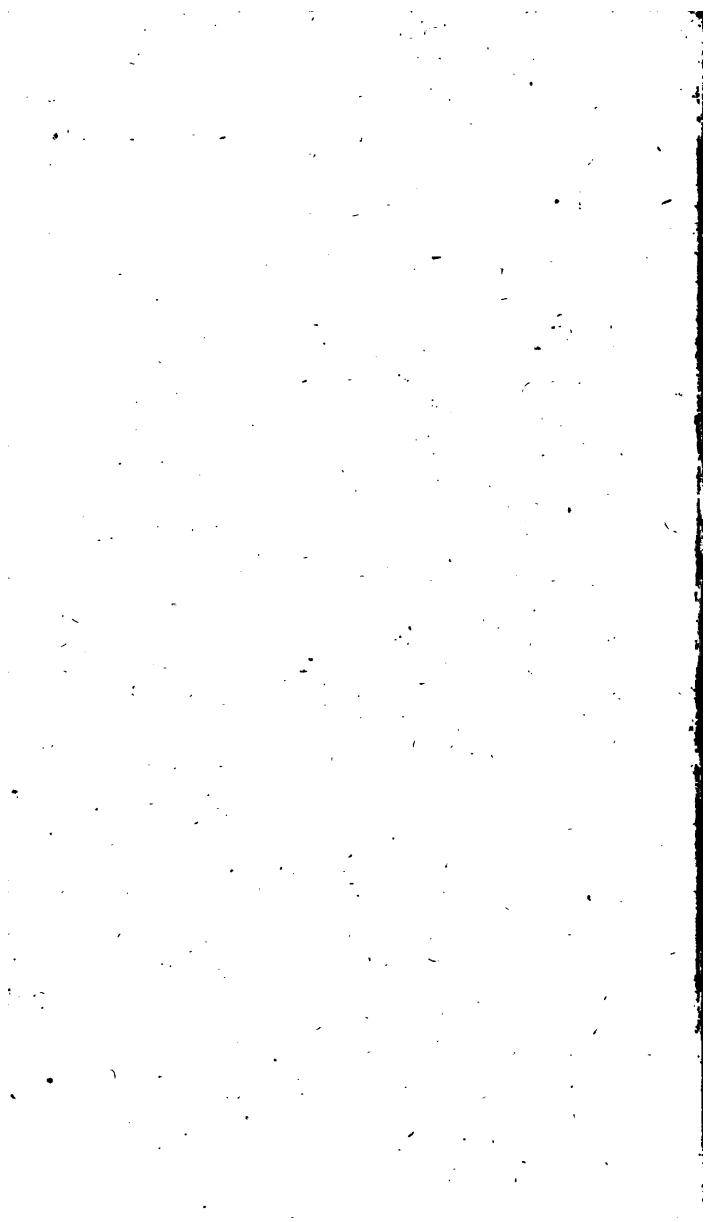
3 9015 02091 4035

**A 543522**









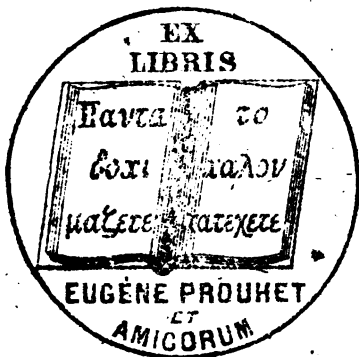
QA

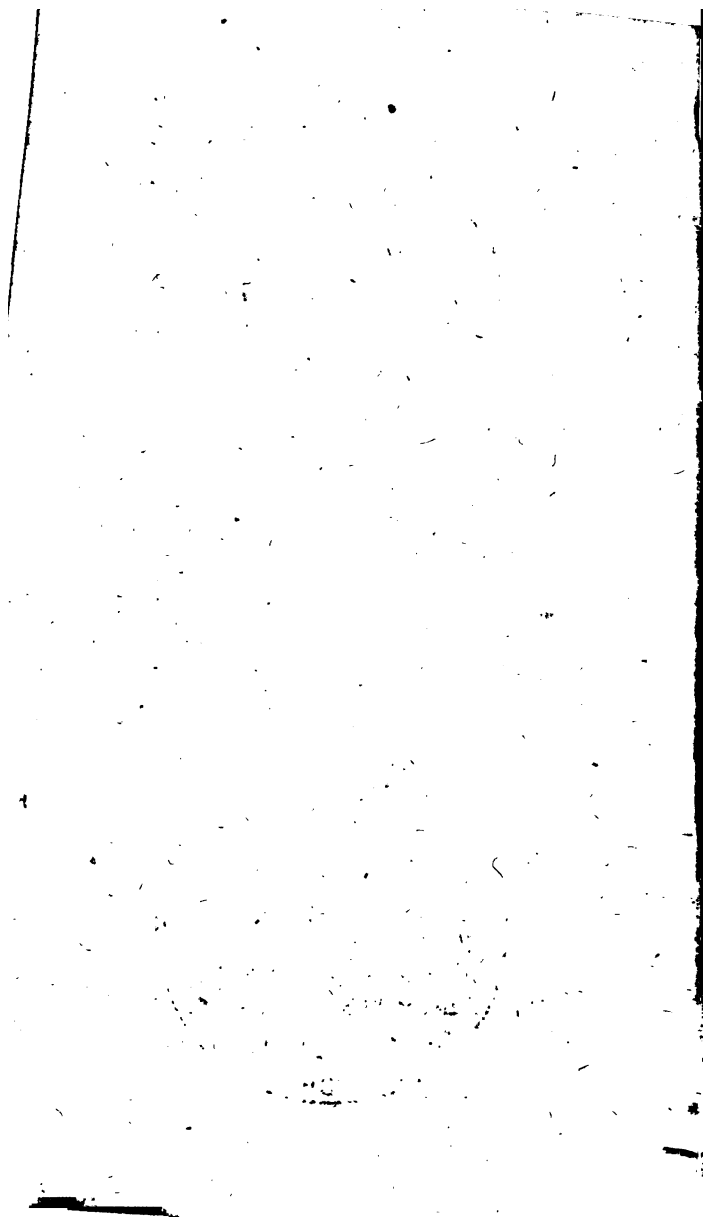
33

P226

1725

1742





Pardies, Ignace Gaston, 1632-1713

# ŒUVRES

D U

R. P. IGNACE-GASTON

# PARDIES,

*De la Compagnie de JESUS.*

C O N T E N A N T

1. Les Elemens de GEOMETRIE.
2. Un discours du MOUVEMENT LOCAL.
3. La STATIQUE, ou la Science des FORCES MOUVANTES.
4. Deux Machines propres à faire les QUADRANS.
5. Un Discours de la CONNOISSANCE DES BÊTES.

*Augmenté dans cette nouvelle Edition d'une  
Table pour l'intelligence des Elemens de  
Geometrie, selon Euclide.*

10 Guillier ingénieur géographe 120.  
ce 27 pluviôse A LYON, Can 4. em

Chez les Freres BRUYSET, rue Merciere,  
au Soleil.

---

M. D C C X X V.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

24



Hist. of Sci.  
Vaugedi's  
4-7-24  
9984

A

MESSIEURS

DE

L'ACADEMIE

ROYALE.



ESSIEURS,

*Mon dessein n'est pas seulement  
de vous dedier cet Ouvrage, comme à  
de puissans Protecteurs; mais c'est de  
vous le presenter comme à des Juges  
Souverains. Il est vrai qu'en France  
nous n'avons pas de cette sorte de*

à ij

## EPI T R E.

*judicature que l'on voit à la Chine, où une Cour composée de sçavans Mathematiciens, juge en dernier ressort de tout ce qui regarde les Mathematiques, qui font en ce pais-là une des plus importantes affaires de l'Etat. Si les loix du Royaume ne nous ont point donné cette jurisdiction, vous l'avez, MESSIEURS, par vôtre propre mérite; & à considerer les personnes qui composent vôtre Société, nous pouvons dire que ce n'est pas seulement une assemblée de ce qu'il y a de plus habiles hommes en Europe; mais que c'est une Cour souveraine, dont les jugemens peuvent passer pour autant d'Arrêts parmi les Sçavans.*

*Que peut-on dire, quand on voit ce grand édifice qui s'éleve avec tant de magnificence, sinon que c'est un Palais qu'on bâtit pour un nouveau Tribunal, & que le Roy qui surpasse les Empereurs Chinois dans la structure de ce bâtiment, veut peut-être*



## E P I T R E.

*imiter leur politique dans l'érection de cette nouvelle Compagnie ? Vous sçavez, MESSIEURS, que le Tribunal des Mathematiques de la Chine se tient ordinairement dans deux Observatoires, qui sont tout auprès des deux Villes Imperiales. Ceux qui nous en ont fait la description, nous disent qu'on ne voit rien en Europe de comparable, soit pour la magnificence du lieu, soit pour la grandeur des machines de bronze qui sont faites depuis sept cens ans, & qui étant exposées depuis plusieurs siècles sur les plates-formes de ces grandes tours, sont encore aussi entieres & aussi nettes, que si elles ne faisoient que de sortir de la fonte. Les divisions en sont tres-exaëtes, la disposition tres-propre à observer, tout l'ouvrage tres-délicat : en un mot il sembloit que la Chine insultoit à toutes les autres nations, comme si avec toute leur science & avec toutes leurs richesses*

## E P I T R E.

elles ne pouvoient produire rien de semblable. Il falloit un Roy comme le nôtre pour reparer l'honneur de l'Europe ; & il falloit des personnes comme Vous, MESSIEURS, pour employer si à propos la magnificence d'un si grand Prince, & pour faire connoître à toute la terre, que la France, sous la conduite de nos Ministres, sçait porter les choses au-delà de tout ce que peuvent entreprendre toutes les autres nations du monde. Ce ne sont pas seulement les murailles de ce superbe édifice qui me font parler de la sorte ; ceux qui aiment les lettres auront encore plus de sujet de benir le gouvernement present ; quand on verra executer ces grands desseins que vous m'avez fait l'honneur de me communiquer. Et certainement l'application avec laquelle vous vous occupez continuellement à faire des expériences de Physique, à polir les Arts, à enrichir les Mathematiques.

## E P I T R E.

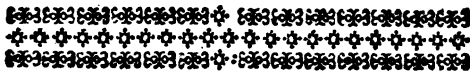
*de vos nouvelles découvertes , feront voir bien-tôt que jamais les Arts & ces belles Sciences n'ont été au point de perfection où vous les allez mettre. Je ne compte pas ici les desseins particuliers que plusieurs de vous ont bien avancez touchant l'Architecture , les Cartes de Geographie , la connoissance des Plantes, l'Anatomie , le Mouvement , l'Optique , & l'Astronomie. Je ne compte pas non plus cette belle Observation qui va paroître en public touchant la grandeur de la Terre. A juger par l'excellence, des instrumens dont l'Auteur s'est servi , par son industrie à les manier, par la justesse de toutes ses operations , & par la connoissance parfaite qu'il a de la Geometrie, on est déjà tres-persuadé-que ce doit être un ouvrage accompli. Tout cela , MESSIEURS , & plusieurs autres choses que je passe , font voir que vous êtes en effet nos Juges , & que vous avez droit*

## E P I T R E.


*de prononcer sur nos Sciences. Agréez donc cet aveu public que je fais ; & puisque l'intégrité des Juges les plus severes ne nous empêche pas de les solliciter quelquefois , souffrez qu'en vous présentant cet Ouvrage, je vous le recommande , & que pour vous porter à le traiter favorablement, je vous assure qu'il vient d'une personne qui a pour vous tout le respect imaginable. C'est,*

M E S S I E U R S ,

Votre tres-humble, & tres-obéissant  
Serviteur , P A R D I E S.



P R E F A C E  
D E S E L E M E N S  
D E  
G E O M E T R I E .

 E U X qui compareroient la petitesse de cet Ouvrage , avec la grandeur de son titre , seront peut-être d'abord rebutez par la disproportion qui paroît entre l'un & l'autre ; & il y a sujet de craindre qu'ils ne prennent toutes ces promesses si extraordinaires , que pour des expressions trop hardies d'une personne qui s'engage aisément à faire ce qu'elle ne scauroit executer : mais je les supplie de vouloir un peu suspendre leur jugement , & de considerer qu'on ne donne ici que la moitié de ces Elemens , & que des seize livres qu'ils doivent contenir , on n'en publie maintenant que neuf , parce que les autres expliquant ce qu'il y a de plus profond & de plus relevé dans les inventions extraordinaires de la Geometrie , ne sont pas si necessaires à ceux qui veulent commencer à apprendre cette Science. Cependant , dans ces premiers livres , on ne laisse pas de traiter ce qu'il y a de beau dans les quinze livres d'Euclide , & outre cela , ce qu'Archimede a démontré de la qua-

## PREFACE DES ELEMENS

drature du cercle, les Lunes d'Hipocrate, les Logarithmes, les Sinus, & quelques autres choses de cette nature. On y verra les proprietéz merveilleuses des nombres qu'Euclide a démontrées dans le septième, le huitième & le neuvième de ses Elemens. On y apprendra la démonstration des *Grandeurs immensurales*, qui est peut-être l'effort le plus grand dont l'esprit humain soit capable, puisqu'allant fouiller jusques dans la possibilité des choses, il découvre avec tant de clarté ce qui est & ce qui n'est pas; & que dans la multitude infinie des comparaisons qu'il regarde toutes comme possibles entre deux grandeurs, il démontre avec une assurance inébranlable, que Dieu même n'en voit pas une capable de fournir une commune mesure de ces deux grandeurs. Mais si cette démonstration est belle, il faut avouer qu'elle est bien difficile: ceux à qui nous avons l'obligation d'une si grande découverte, ne nous ont point montré d'autre route que celle qu'ils ont tenuë eux-mêmes, soit qu'en effet ils n'en ayent point connu d'autre, soit qu'ils ayent voulu par là nous faire experimenter une partie de leur peine, & nous faire goûter en même-temps avec d'autant plus de plaisir les délices de ce nouveau monde, que nous aurons eu plus de peine à y parvenir. Quoiqu'il en soit, ce chemin est si long & si plein de difficultez, qu'il se trouve fort peu de personnes qui ayent eu assez de constance pour en supporter l'ennui, ou assez de force pour en surmonter la fatigue. Je ne sçai si j'oserai dire que j'ai été assez heureux pour découvrir une nouvelle route. Ce ne seroit pas une fort grande louïange pour moi: un matelot aventurier est quelquefois plus heu-

## DE GEOMETRIE.

reux à faire quelque nouvelle découverte, que le plus sage Pilote, & le hazard fait trouver même dans la tempête, ce qu'on n'auroit sçû découvrir avec toute la connoissance que l'on pourroit avoir de la Marine. Il se pourroit faire aussi que courant comme j'ai fait ces vastes mers de la Geometrie, le hazard m'auroit fait rencontrer une route nouvelle & inconnüe aux grands hommes qui m'ont précédé. Je ne prétens pas néanmoins m'attribuer cette bonne fortune; mais je puis bien dire du moins que la route que je tiens pour aller aux Incommensurables est très-courte & très-aisée, & que pour peu d'attention que l'on veuille apporter à la lecture de quatre ou cinq petites pages, on comprendra parfaitement une chose que très-peu de personnes, même de ceux qui se mêlent de Geometrie, sont capables d'entendre.

Après cela, je traite de diverses sortes de progressions, & j'insiste particulièrement sur les deux plus celebres, qui sont la Geometrique & l'Arithmetique; & les comparant l'une avec l'autre, je traite des Logarithmes, & j'en fais voir l'artifice par le moyen d'une ligne Geometrique, qui sera très-utile pour la résolution des Problèmes d'Algebre de toutes sortes de dimensions. C'est cette ligne avec laquelle j'ai quarré autrefois l'Hyperbole; & ce qu'un de mes amis m'a fait voir depuis peu dans le sçavant Journal d'Angleterre, touchant ce qui a été publié sur cette matière par de très-sçavans Geometres, ne m'a point surpris, & même cela m'a fait penser que ces Messieurs n'avoient pas voulu nous communiquer tout ce qu'on pourroit dire sur ce sujet. Je finis cet-

## PRÉFACE DES ELEMENS

de premiere partie par la pratique de la Geometrie ; ce qui devoit faire le dernier livre de tous les Elemens. Outre les operations les plus faciles & les plus communes , j'y donne les principes pour mesurer les grandeurs & les distances des lieux inaccessibles , pour faire la carte d'une Place ou d'une Province ; pour trouver les sinus , les tangentes , & les secantes de tous les angles ; & enfin pour avoir la connoissance de tout ce qui appartient à cette partie , que l'on appelle la Geometrie pratique.

Après cela je donnerai dans tout autant de livres , l'Algebre , les Sections Coniques , les Spheriques , & la Statique ; mais sur-tout j'établirai cinq ou six regles generales , desquelles ensuite , comme par des corollaires , on tire la démonstration d'une infinité de propositions qui passent pour grandes dans la Geometrie. C'est là qu'on trouvera la nature & la mesure des espaces asymptotiques , dont la connoissance est la chose du monde la plus admirable , & qui fait voir le plus clairement la grandeur & la spiritualité de nôtre ame , puisque par la seule lumiere de son esprit , penetrant au-delà de l'infini , elle découvre si clairement des choses , que nulle experience sensible ne lui peut apprendre , & qu'aucune puissance corporelle ne scauroit seulement appercevoir. Ces espaces sont d'une étendue actuellement infinie , compris entre deux lignes , qui étant prolongées à l'infini , ne se rencontrent jamais : d'où leur vient leur nom d'Asymptotes. Cependant on démontre que ces espaces infinis en longueur , sont néanmoins égaux à un cercle ou à une autre figure déter-



## DE GEOMETRIE:

minée, de sorte que l'infini même, tout immense & tout innombrable qu'il est, se réduit néanmoins au calcul & à la mesure de la Geometrie, & que nôtre esprit encore plus grand que lui, est capable de le comprendre. De toutes les connoissances naturelles que l'homme peut acquérir par son propre raisonnement, sans doute la plus admirable est cette comprehension de l'infini : & je ne voi rien de plus propre à nous convaincre de l'existence de nôtre ame, & à nous faire reconnoître, qu'outre la faculté materielle que nous avons d'imaginer par le moyen des organes, nous en avons une route spirituelle pour penser & pour raisonner, que le plus grand de tous les Philosophes appelle *une puissance indépendante des organes, séparée de la matière, & venant d'ailleurs que du corps*. En effet, quelque effort que nous fassions pour imaginer l'infini, nous n'en viendrons jamais à bout ; & tandis que nous nous en tiendrons à la seule imagination, nous pourrons bien nous figurer une espace d'une vaste étendue, mais il sera toujours borné ; parce que l'imagination étant, à proprement parler, une puissance corporelle, qui ne nous représente rien que par des phanômes & par des images sensibles, doit être elle-même, comme le corps, bornée dans ses representations. Et comme un tableau ne scauroit représenter à nos yeux une étendue actuellement infinie, à cause que ce qui est borné dans un certain espace, ne peut contenir ce qui n'a point de bornes ; aussi l'imagination n'étant qu'un tableau qui nous représente des images à la vérité bien subtiles, mais toujours matérielles, ne scauroit nous

## PREFACE DES ELEMENS

faire voir que des choses corporelles & limitées, toute l'immensité de l'infini ne pouvant être contenuë dans les bornes d'une peinture corporelle. L'imagination ne peut donc atteindre jusques là, que de nous représenter l'infini. Mais d'ailleurs, la démonstration que nous faisons de la nature & des propriétés de cette immense & infinie étendue asymptotique, nous convainc également que nous avons dans nous une faculté capable de nous représenter cette étendue infinie. Car comme afin de mesurer avec la règle & le compas une figure représentée sur du papier, il faut que j'aye cette figure présente à mes yeux & à ma main, afin qu'appliquant l'instrument à ses angles & à ses côtes, je puisse en prendre toutes les dimensions, & en déterminer ainsi la grandeur; de même afin que par la règle de ma raison je prenne les mesures de cet espace asymptotique, il faut que j'en aye une idée intimement présente à mon esprit, & que ce même esprit s'appliquant, pour ainsi dire, à cette idée & à cette figure intérieure, il en prenne les dimensions, & en détermine la grandeur, & en démontre toutes les propriétés. Il faut donc reconnoître que nous avons en nous des idées & des représentations claires & distinctes d'une étendue infinie; & que par conséquent cette faculté qui nous représente ainsi ce que nul corps ne peut représenter, est une puissance purement spirituelle & distincte de la matière: de sorte que la Géométrie, par une seule démonstration, prouve également une des plus admirables propriétés de la nature, & en même-tems une des deux plus importantes vérités de la Morale.

## DE GEOMETRIE.

Oserai-je passer encore plus avant , & dire que dans cette même démonstration on trouve aussi la preuve invincible de l'existence de Dieu ? Je sçai que la nature divine est un abîme de lumière , qui se repand par tout , & qui se fait sentir aux esprits les plus aveugles & les plus stupides : mais je sçai aussi jusqu'à quel point est allée l'impiété des libertins , qui ne pouvant résister à leurs propres convictions , ni se répondre à eux-mêmes , tâchent d'é luder au dehors les démonstrations des autres , en se retranchant dans l'embarras de l'éternité ; & ils pensent être fort à couvert dans cette multitude infinie de causes dépendantes , & trouver toujours lieu de fuir dans la suite éternelle de diverses productions. Mais la Geometrie , par un exemple manifeste des asymptotes , démontre invinciblement , que même dans cette prétendue fuite des causes subordonnées & dépendantes les unes des autres à l'infini , il faut nécessairement en venir à une première nature , qui concourant avec toutes ces causes particulières , & correspondant à tous les tems , soit elle-même infinie & éternelle , & qui ne produisant toute seule aucune de ces causes sans le concours & sans la détermination des autres , soit néanmoins la cause générale qui produit & qui conserve toutes choses.

Peut-être , après tout , qu'on pensera que je mets ici les choses en abrégé seulement , & que cette Geometrie pourra bien servir de mémoires à ceux qui sçauront déjà cette science , mais non pas d'instruction à ceux qui la veulent apprendre. Je déclare que cela est bien éloigné de mon intention , qui n'a jamais été

## PREFACE DES ELEMENS

de faire un abrégé : j'ai toujours prétendu faire une Geometrie qui pût servir à ceux qui commencent , & où ceux même qui n'ont jamais ouï parler de Mathematique, puissent apprendre en fort peu de tems , non seulement ce qui est le plus neccessaire dans la Geometrie, mais encore ce qu'il y a de plus relevé. Je sçai qu'en cette matière les livres les plus courts ne sont pas toujours les plus clairs ; & parmi le grand nombre de ceux qui ont voulu nous faciliter la lecture & l'intelligence d'Euclide , plusieurs en ont bien amoindri le volume ; mais nous n'ont pas pour cela accourci le tems qu'il faut pour le comprendre. Entre tous les Commentateurs, le plus long , à mon avis , est Clavius , & le Pere Fournier est le plus court ; je suis néanmoins persuadé qu'il faut plus de tems pour entendre passablement Euclide dans le Pere Fournier , que pour le comprendre dans Clavius : tant il est vrai que dans la Geometrie , on ne doit pas mesurer le tems de l'étude par la grandeur ou la petitesse du volume. Ainsi dans le dessein que j'ai eu de donner le moyen d'apprendre cette Science avec le plus de facilité qu'il me seroit possible , je ne me suis pas tant étudié à être court dans les écrits, qu'à me rendre intelligible dans la façon de proceder ; & si ce volume paroît fort petit , cela ne vient pas tant de la brieveté des demonstrations particulieres , que de la facilité de la methode generale. Car il faut remarquer qu'une des choses qui rendent difficile & ennuyeuse la lecture d'Euclide & des Auteurs ordinaires , c'est que dans l'exacritude rigoureuse qu'ils ont de ne laisser passer sans demonstration rien de ce qui se peut démontrer , pour fa-

cile

## DE GEOMETRIE.

aise qu'il paroisse d'ailleurs ; il arrive souvent que ce qui eût été clair, si on se fût contenté de le proposer à l'esprit, tel qu'il paroît naturellement, devient difficile & embarrassé, lorsqu'on veut le reduire à une démonstration régulière. De plus, il se trouve souvent, que pour démontrer une proposition importante, Euclide employe une très-grande suite de propositions, qui ne servent proprement à rien, qu'à prouver cette principale proposition. Si donc par la seule exposition on vient à faire appercevoir la vérité, sans se mettre en peine de démontrer ce de quoi on est pleinement convaincu, & sans employer des discours qui ne semblent servir qu'à nous faire désapprendre ce que nous ne sçaurions ignorer, on s'épargnera bien de la peine. De même, si l'on peut tout d'un coup démontrer ces propositions capitales & importantes d'Euclide, sans employer cette longue suite de démonstrations, & sans tant de préparatifs, on aura sans doute le moyen de retrancher bien des choses inutiles : c'est ce que je pense avoir fait en plusieurs endroits, démontrant dans une seule proposition ce qui n'est ordinairement prouvé que par cette suite ennuyeuse d'autres propositions. Un autre moyen d'abreger, dont je me suis servi, c'est de reduire les choses sous de certains principes généraux ; ce que j'ai fait non seulement dans ce livre, ou par cinq ou six règles universelles, je démontre une infinité de grandes propositions, mais aussi en beaucoup d'autres endroits, comme lorsque traitant des Sections Coniques, je démontre les propriétés des quatre, par quelque-une des propriétés qui est particulière à une seule Section. Par exemple, les

## P R E F A C E D E S E L E M E N S

considerant toutes sous les proprietéz de l'Ellipse, je dis que le Cercle est une ellipse, dont les deux foyers se touchent; que la Parabole est une ellipse, dont les deux foyers sont infiniment éloignez l'un de l'autre, & que l'Hyperbole est une ellipse, dont les foyers sont plus qu'infiniment éloignez: ce qui a un fort bon sens, comme je l'explique en cet endroit.

Quelqu'un, sans doute, trouvera mauvais que j'aye laissé la methode ordinaire de ranger les définitions, les principes & les propositions; & il croira peut-être que je fais tort à la Geometrie, de lui ôter ce qui l'a toujours fait passer pour la Science la plus exacte. Un autre me reprochera que j'ai encore gardé quelques vieilles façons de démontrer, après que les modernes, par cette politesse si propre au tems où nous sommes, ont doané des démonstrations bien *plus naturelles*, & ont fait voir la différence qu'il y a entre *éclairer l'esprit & le convaincre*. On me dira encore que je me suis negligé en beaucoup de choses, que j'ai avancé plusieurs propositions sans les démontrer: que je cite souvent des endroits, qui ne prouvent pas directement ce qui est en question, que je me sers indifféremment de la *Converse*, & de la proposition même. A-tout cela je repons en un mot, que dans le dessein que j'avois d'enseigner la Geometrie avec toute la facilité possible, la voye que j'ai suivie m'a semblé la plus propre: ce qui ne m'empêchera pas néanmoins de profiter des avis que les personnes intelligentes auront la bonté de me donner.

Cependant je m'appërçois, que faisant profession d'être fort court dans cet Ouvrage, je

## DE GEOMETRIE.

suis excessivement long dans la Préface. Ainsi, je ne m'arrête pas à faire les grands avantages de la Geometrie ; je dis seulement, que si jamais elle a été de quelque utilité dans l'étude des Sciences naturelles, & dans la pratique des Arts, elle est maintenant de la dernière nécessité pour l'un & pour l'autre. On sçait à quel point on a porté dans notre siècle la perfection des Arts, & avec quelle pénétration l'on va approfondir les matières les plus cachées de la Physique. De la façon qu'on s'y prend aujourd'hui, la Geometrie est nécessaire aussi-bien que la Mechanique, qui n'est qu'une Geometrie appliquée au mouvement local, & ceux qui ont maintenant le plus de vogue, sont inintelligibles, si l'on n'a ces deux connoissances. Pour ce qui est de la Mechanique, j'en ai donné une partie des Elemens dans un discours ci-après du Mouvement local, que je ne dois pas avoir honte d'avouer pour mien ; & j'espère qu'avec ce que je publie dans ce livre de Geometrie, on aura deux grands moyens d'entendre la Physique de ce tems, & d'en bien juger : & peut-être trouvera-t-on que ceux qui ont la réputation d'avoir établi leur Philosophie sur les fondemens de la Geometrie & des Mechaniques, ne sont pas toujours inébranlables ; & que cela même qui a servi à faire valoir leur doctrine, servira à faire connoître leurs erreurs. Je veux encore avertir le Lecteur, que je ne pretends nullement vouloir passer pour Auteur de ce que je donne dans cet Ouvrage ; j'ai pris de tous côtez ce qui m'a agréé ; & si quelqu'un y trouve quelque chose qu'il pense être de son invention, ou de quelqu'autre, qu'il le prenne hardiment, & qu'il l'attribue à

## PREFACE DES ELEMENS

son Auteur , j'y consens volontiers , & je ne lui  
contesterai point. Que si par hazard il y ren-  
contre quelque chose qui ne se trouve point ail-  
leurs , & qu'il veuille me l'attribuer , alors je  
le reconnoîtrai pour mien , de peur qu'il ne  
soit à personne.





## DE GEOMETRIE.



# A V I S

A ceux qui veulent apprendre la  
Geometrie.

**I**L faut s'accoutumer à considerer les figures en même tems qu'on lit. On y a eue la peine au commencement; mais on y est rompu dans deux ou trois jours.

Il ne faut point se rebuter, si l'on trouve des choses qu'on ne comprend pas d'abord; la Geometrie ne s'apprend pas aussi aisément qu'une histoire.

Si après avoir lu avec attention une proposition, on ne l'entend pas, il faut passer outre; on l'entendra peut-être dans la suite, ou du moins lors qu'après avoir tout parcouru, on recommencera à lire tout de nouveau. En fait de Geometrie, on ne comprend jamais bien les choses à la premiere lecture.

Les nombres qui se trouvent entre des parentheses, comme par exemple, ( 3. 24 ) marquent que ce qu'on dit en cet endroit est prouvé ailleurs; sçavoir, ici au troisième Livre, à l'article vingt-quatrième: de sorte que le premier chiffre marque le livre, & les autres marquent l'article; & il faut aller consulter ces articles-là, pour sçavoir la preuve de ce qu'on lit.

Quand on trouve des mots qu'on n'entend pas, il faut consulter la Table qui est à la fin.

Il est bon d'avoir un Maître au commencement qui explique ces démonstrations, & par ce moyen on apprend beaucoup plus aisément qu'on ne seroit de soi-même en lisant.



## T A B L E

*Pour l'intelligence des Elemens de Geometrie, selon Euclide.*

Ceux qui étudient les Elemens de Geometrie, dans les Livres du Pere Pardies, les comprennent avec beaucoup plus de facilité qu'ailleurs; mais ce Pere n'a pas suivi l'ordre des Livres & des Propositions d'Euclide, & cependant c'est suivant cet ordre qu'on cite toujours Euclide dans les Ouvrages de Mathematique, cela cause de l'embaras à ceux qui voudroient revoir les Propositions d'Euclide, qui sont citées, & qu'ils n'ont pas presentes à l'esprit; c'est pour lever cette difficulté qu'on a fait cette Table, dans laquelle les Propositions d'Euclide répondent aux endroits où le Pere Pardies les a démontrées: on a mis que les six premiers Livres d'Euclide. Au reste, si le Pere Pardies a omis plusieurs Propositions d'Euclide, parce qu'il ne les croyoit pas necessaires, il en a aussi démontré plusieurs qui ne sont pas dans Euclide.

### *EUCLIDE, Liv. I. P. PARDIES.*

<i>Propositions.</i>	<i>Liv.</i>	<i>Nombre.</i>
4 . . . . .	2 . . . . .	11.
5 . . . . .	2 . . . . .	15.
8 . . . . .	2 . . . . .	13.
11 . . . . .	9 . . . . .	2.
12 . . . . .	9 . . . . .	3. 4.
13 . . . . .	1 . . . . .	20.
14 . . . . .	1 . . . . .	21.

TABLE.

EUCLIDE, Liv. I. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
15 . . . . .	1 . . . . .	23
18 . . . . .	2 . . . . .	17
20 . . . . .	2 . . . . .	20
26 . . . . .	2 . . . . .	14
27, 18 . . . . .	1 . . . . .	34
29 . . . . .	1 . . . . .	31 32
30 . . . . .	1 . . . . .	35
31 . . . . .	9 . . . . .	5
32 . . . . .	2 . . . . .	9, 10
34 . . . . .	3 . . . . .	6, 8, 9
35 . . . . .	3 . . . . .	14
36 . . . . .	3 . . . . .	15
37 . . . . .	3 . . . . .	16
38 . . . . .	3 . . . . .	17
41 . . . . .	3 . . . . .	18
42 . . . . .	9 . . . . .	9
47 . . . . .	6 . . . . .	61

EUCLIDE, Liv. II. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
14 . . . . .	9 . . . . .	7, 11

EUCLIDE, Liv. III. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
3 . . . . .	4 . . . . .	6
14 . . . . .	4 . . . . .	8
16 . . . . .	4 . . . . .	5
20 . . . . .	4 . . . . .	11
21 . . . . .	4 . . . . .	12
22 . . . . .	4 . . . . .	22
28 . . . . .	4 . . . . .	8
31 . . . . .	4 . . . . .	14, 15, 16
32 . . . . .	4 . . . . .	17
35 . . . . .	6 . . . . .	65

TABLE.

EUCLIDE, Liv. III. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
36 . . . . .	6 . . . . .	66
36 Cor. 1. . . . .	6 . . . . .	67
36 Cor. 2. . . . .	4 . . . . .	7

EUCLIDE, Liv. V. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
15 . . . . .	6 . . . . .	15
16 . . . . .	6 . . . . .	9
16 Cor. . . . .	6 . . . . .	8
17 . . . . .	6 . . . . .	10
18 . . . . .	6 . . . . .	11
18 Cor. . . . .	6 . . . . .	12
22 . . . . .	6 . . . . .	13
23 . . . . .	6 . . . . .	14

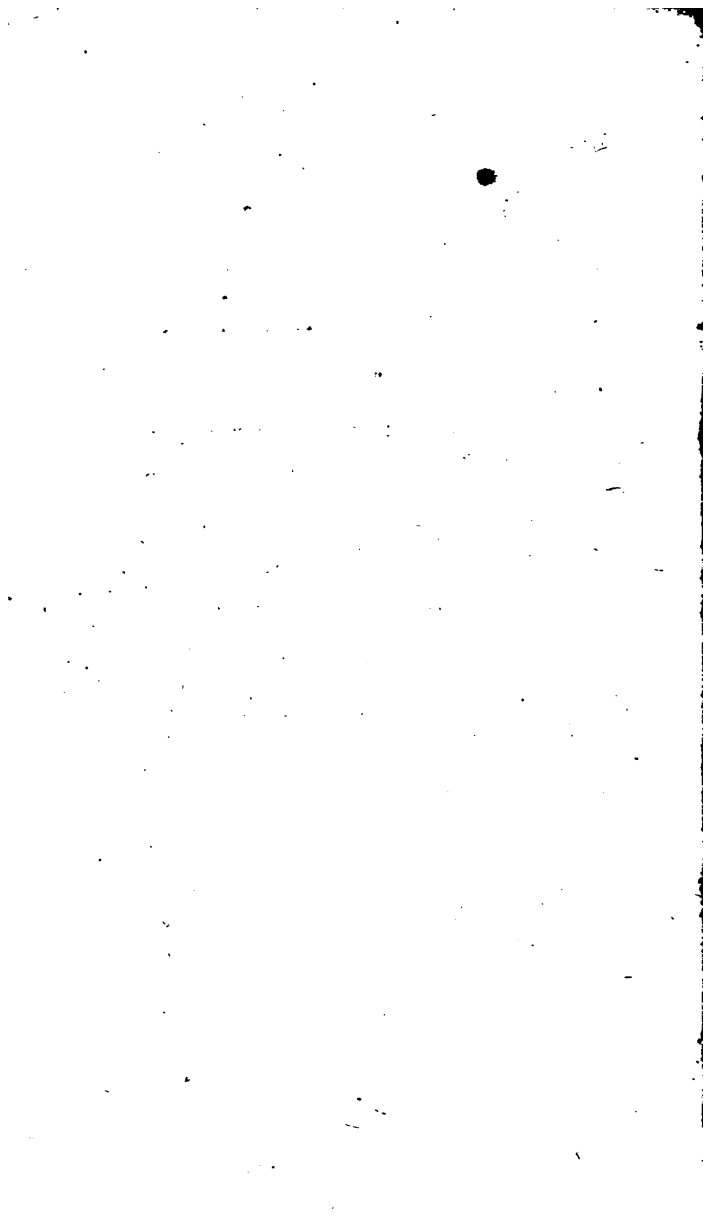
EUCLIDE, Liv. VI. P. PARDIES.

Propositions.	Liv.	Nombre.
1 . . . . .	8 . . . . .	38.39.40.41.
2 . . . . .	6 . . . . .	42
3 . . . . .	6 . . . . .	72
4 . . . . .	6 . . . . .	46
5 . . . . .	6 . . . . .	56
5 Cor. . . . .	6 . . . . .	57
12 . . . . .	9 . . . . .	8
13 . . . . .	9 . . . . .	6
14 . . . . .	6 . . . . .	27
16 . . . . .	6 . . . . .	28
17 . . . . .	6 . . . . .	59
19 . . . . .	6 . . . . .	47
20 . . . . .	6 . . . . .	51.52
20 Cor. 1. . . . .	6 . . . . .	29
20 Cor. 2. . . . .	6 . . . . .	30
23 . . . . .	6 . . . . .	25.26
31 . . . . .	6 . . . . .	62

ELEMENS.

E L E M E N S  
D E  
G E O M E T R I E,  
O Û

P A R U N E M E T H O D E  
Courte & aisée l'on peut apprendre  
ce qu'il faut sçavoir d'Euclide, d'Ar-  
chimede, d'Apollonius, & les plus  
belles inventions des anciens & des  
nouveaux Geometres.





E L E M E N S  
 D E  
 G E O M E T R I E

\*\*\*\*\*  
 L I V R E P R E M I E R.

*Des Lignes & des Angles.*

1. **Q**UANTITÉ le nom de *Quantité* nous entendons une chose, qui étant comparée à une autre de même nature, peut être appellée plus-grande, ou plus-petite; égale, ou inégale: comme sont l'Étendue, le Nombre, la Pesanteur, le Temps, le Mouvement; & toutes ces choses; en tant qu'elles se peuvent ainsi comparer, suivant le plus ou le moins, sont l'objet de la Geometrie.

2. On s'arrête néanmoins à considérer particulièrement l'Étendue, comme celle qui peut servir d'exemple & de règle à mesurer toutes les autres Quantitez.

3. La quantité, qui a de l'étendue seulement en longueur, sans aucune profondeur, s'appelle *Ligne*: celle qui est étendue en longueur & en

## É L E M E N S

4. largeur, s'appelle *Surface* ou *Superficie* : celle qui a de la longueur, & de la largeur, & de la profondeur, s'appelle *Corps* ou *Solide*.

4. Le *Point* est un endroit de la *Quantité*, lequel on considère comme s'il n'avoit aucune étendue, & qu'il fût indivisible de tous côtez ; ainsi les extrémités, ou le milieu d'une ligne, sont des *Points*.

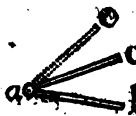
5. Il y a des lignes *Droïtes*, & des lignes *Courbes* : de même il y a des surfaces *Planes*, qui s'appellent des *plans* : & des surfaces *Courbes*, qui sont *Convexes* en dehors, comme le dessus d'une voûte, & *Concaves* en dedans, comme le dessous d'une voûte.

6. Lorsque deux lignes se touchent en un point, & vont ensuite en s'éloignant l'une de l'autre, il se fait entre ces lignes un *Angle*, qui s'appelle *Reçiligne* quand les deux lignes sont droites, *a* : *Curviligne* quand elles sont courbes, *b* : & *Mixte* quand l'une est courbe, & l'autre droite, *c*.



7. L'angle est dit être d'autant plus petit, que les lignes qui le font, sont plus inclinées l'une vers l'autre. Prenez deux lignes *a b* & *a c*,

qui se touchent en *a* : si vous imaginez que ces deux lignes s'ouvrent comme un compas, en sorte qu'elles demeurent toujours attachées en *a* comme par le clou du compas, tandis que l'extrémité *c* s'écarte de l'extrémité *b* ; alors vous concevrez que plus ces extrémités s'éloigneront mutuellement, plus aussi se fera grand l'angle qui est entre deux,





DE GEOMETRIE, LIV. I.

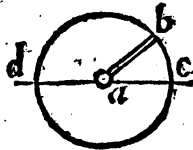
& au contraire, si vous approchez davantage ces extrémités, vous ferez que les lignes seront plus inclinées, ou plus panchées l'une vers l'autre, & l'angle en sera plus petit.

8. Il faut donc bien remarquer que la grandeur des angles se mesure, non par la longueur des lignes qui le font, mais par leur inclination. Par exemple, l'angle  $b$  est plus grand que l'angle  $a$ , quoi que les lignes de  $b$  soient plus courtes: parce qu'elles ne sont pas si inclinées l'une vers l'autre, que le sont les lignes de l'angle  $a$ ; & pour le comprendre, on n'a qu'à s'imaginer que l'angle  $b$  est posé sur l'angle  $a$ , comme on le voit par les lignes ponctuées, qui représentent l'angle  $b$ . Car pour lors on verra que l'angle  $b$  contiendra aisément au dedans de soy l'angle  $a$ , & que les lignes d' $a$  seront bien plus inclinées l'une vers l'autre, que ne le sont les lignes de  $b$ , & qu'ainsi enfin l'angle  $a$  est plus petit.



9. L'angle se désigne ordinairement par trois lettres, dont celle du milieu marque le point où les deux lignes se touchent, comme en la figure suivante,  $b a c$  marque l'angle fait par les deux lignes  $b a$  &  $c a$ , en sorte que  $a$  est le point commun où les lignes se touchent.

10. Si nous imaginons une ligne  $a b$  attachée par le bout  $a$  au milieu de la ligne  $d c$ , & que de plus nous fassions mouvoir cette ligne autour du point  $a$ ; quand elle sera revenue au lieu d'où elle avoit commencé à se mouvoir, l'extrémité  $b$  aura décrit une ligne courbe, qui s'appelle *Cercle*,



E L E M E N S

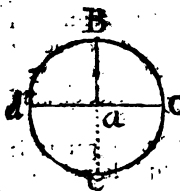
ou plutôt *Circonférence* de cercle : car à proprement parler, le *Cercle* est tout l'espace renfermé dans cette circonférence.

11. Une partie de la circonférence s'appelle *Arc*, comme *c b*.

12. La ligne *d c* terminée par la circonférence, s'appelle *Diametre*, qui partage le cercle en deux également, ce qui n'a pas besoin de preuve. Aussi toute ligne droite qui sera tirée par le *Centre*, c'est-à-dire, par le point *a*, partagera le cercle en deux parties égales, & fera aussi un autre diametre.

13. La ligne *a b*, ou *a c*, ou toute autre tirée du centre à la circonférence, s'appelle *Rayon*, ou *Demidiametre*.

14. Tous les rayons ou demidiametres sont égaux.



15. Quand l'extrémité *B* est également éloignée des deux extrémités du diametre *c & d*, c'est-à-dire, quand *B* se trouve au milieu de la demicirconférence ; alors cette ligne *B a* fait deux angles, qu'on appelle *Droits*, qui

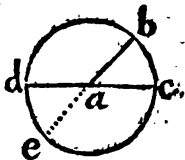
sont égaux de part & d'autre, l'un *B a c*, & l'autre *B a d*. Et si la ligne *B a* est prolongée au-delà vers *e*, elle fera quatre angles droits, & elle fera un nouveau diametre, qui avec le premier partagera le cercle en quatre parties égales.

16. Alors les lignes sont dites *Perpendiculaires* l'une à l'autre, *B a à d c*, & *d a à B c*.

17. Mais si *b* est plus proche de l'une des extrémités du diametre, que de l'autre, alors cette ligne est dite *Oblique*, & fait de part & d'autre deux angles inégaux, dont le plus petit s'appelle

DE GEOMETRIE, LIV. I. 7.

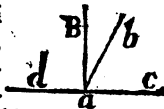
pelle *Aigu*,  $bac$ , & le plus grand s'appelle *Obrus*,  $bad$ . Que si la ligne  $ba$  est prolongée jusqu'à  $e$ , elle sera un nouveau diamètre, & fera en dessous deux nouveaux angles : de sorte qu'il y aura en tout quatre angles, desquels on appelle *Opposés par la pointe*, les deux qui se touchent seulement de la pointe comme  $bac$ , &  $ead$ , ou bien  $bad$ , &  $cae$  : mais ceux qui ont un côté commun s'appellent *Angles de suite*, comme  $dab$ , &  $bac$ , ou bien  $bac$ , &  $cae$ , &c.



18. Les angles qui prennent des arcs égaux, sont aussi égaux. Comme si l'on prouve que l'arc  $cb$  est égal à l'arc  $ed$ , on aura aussi prouvé que l'angle  $cab$  est égal à l'angle  $ead$ .

19. Ces deux angles qui sont de suite, pris ensemble, sont toujours égaux à deux droits. Car comme la ligne  $dc$ , est diamètre, & qu'elle coupe le cercle en deux également, les deux arcs  $cb$  &  $bd$  pris ensemble, seront égaux à la demi-circonférence. Ainsi les deux angles  $cab$  &  $bad$  pris ensemble, seront égaux à deux droits, puisqu'ils remplissent le demi-cercle ; comme les deux droits.

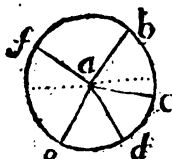
20. Ainsi cette proposition est générale ; qu'une ligne droite tombant sur un autre ligne droite, fait les deux angles de suite ou droits, ou égaux à deux droits. Car si les lignes sont perpendiculaires, comme  $Ba$  sur  $dac$ , les angles sont droits de part & d'autre. ( 15. ) Que si la ligne est oblique, comme  $b$  sur la même  $dc$ , alors les angles sont bien inégaux ; mais de tout autant que l'obrus sur-



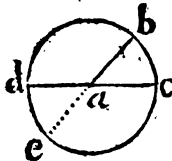
passé un droit, de tout autant aussi l'aigu est surpassé par un autre droit. Ainsi la petitesse de l'un est récompensée par la grandeur de l'autre.

21. Si deux angles qui ont un côté commun, sont égaux à deux droits, leurs autres côtés feront une ligne droite. Soient les angles  $dab$  &  $bac$  égaux deux droits, je dis que la ligne  $ad$  avec la ligne  $ac$  fait une ligne droite; (fig. de l'art. 17.) ce qui est clair par ce qui a été dit. Car si du centre  $a$  on tire un cercle  $dbc$  les deux arcs  $db$ ,  $bc$  seront égaux à la demicircconference, puisqu'on suppose que ces deux angles sont égaux à deux droits. Ainsi les lignes  $ad$ ,  $ac$  feront le diamètre, & par conséquent seront en droite ligne, *posita in directum*.

22. Si d'un point donné  $a$  on élève diverses lignes  $ab$ ,  $ac$ ,  $af$ ,  $ad$ . &c. elles feront divers angles; & tous ces angles ensemble, en quelque nombre qu'ils soient, seront égaux à quatre droits: car il est clair que tous ces angles remplissent le cercle dont ils divisent la circonference en autant d'arcs



$b$ ,  $f$ ,  $e$ ,  $d$ ,  $c$ ,  $e$ ,  $b$ . Ainsi tous ces arcs ensemble sont égaux à quatre quarts de cercle, c'est-à-dire, que tous ces angles sont égaux à quatre droits: car aussi quatre angles droits remplissent le cercle.



23. Les angles *opposés par la pointe* sont égaux entre eux. Soient deux lignes droites  $dac$ , &  $bae$ , je dis que l'angle  $bac$ , est égal à l'angle  $ead$ : car l'arc  $cb$ , avec l'arc  $bd$ , fait la demi-cir-

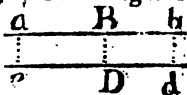
DE GEOMETRIE, LIV. I. 9

conferéce, ( 12. ) & de même l'arc  $b d$  avec l'arc  $d e$ , fait aussi la demi circonferéce : Donc l'arc  $b c$  est égal à l'arc  $d e$ , puisque l'arc  $b d$  fait toujours la même quantité, soit qu'on l'ajoute avec l'arc  $b c$ , ou avec l'arc  $d e$ . Par même raison l'angle  $d a b$  est égal à l'angle  $c a e$ .

24. On divise toute la circonferéce du cercle en 360. parties égales, qui s'appellent *Degrez*, & chaque degré en 60. parties égales, qui sont les *Minutes*, & chaque minute en 60. *Secondes*, chaque seconde en 60. *Tierces*, & ainsi à l'infini. Et quand on veut déterminer la grandeur des angles, on compte les degrez qu'ils comprennent. Par exemple, quand on dit un angle de 90. degrez, on entend un angle droit, parce qu'un angle droit comprend la quatrième partie de la circonferéce, laquelle contient 90. degrez, puisque toute la circonferéce en contient 360. dont la quatrième partie est 90. De même un angle de 60. degrez est un angle qui fait les deux tiers d'un droit.

25. Les Minutes se marquent par un petit trait, comme une virgule qu'on met à côté du chiffre : & les *Secondes* par deux de ces traits : les *Tierces* par trois " : les *Quartes* par quatre, &c. comme 25 d 32' 43". ce qui veut dire 25. degrez, 32. minutes, 43. secondes.

26. Deux lignes sont dites être *Paralleles*, quand elles sont par tout également éloignées l'une de l'autre. Les deux lignes  $a b$  &  $c d$  sont paralleles, si elles sont également éloignées en  $a e$ , & en  $b d$ , qu'en  $B D$ . & en tout autre endroit.

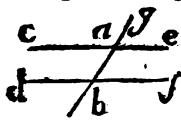


27. Cet éloignement se mesure par des perpendiculaires. Comme si du point *a* on s' imagine que la ligne *ae* tombe perpendiculairement sur *bd*; & si de même *bd* tombe perpendiculairement sur *ae*: nous concevrons naturellement que si ces deux perpendiculaires *ae*, *bd*, sont égales, les deux lignes *ab*, *cd* seront également éloignées l'une de l'autre en ces deux endroits; cela est naturellement connu sans autre preuve.

28. Deux lignes parallèles étant continuées à l'infini, ne viennent jamais à se toucher: car puisqu'elles sont toujours également éloignées, on peut par tout tirer entre deux une perpendiculaire égale à *ae*, ou à *bd*: & par conséquent elles ne se touchent jamais.

29. Si une ligne coupe deux autres lignes parallèles, elle sera également inclinée sur l'une & sur l'autre: & si une ligne coupant deux autres lignes, est également inclinée sur l'une &

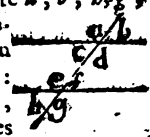
sur l'autre, ces deux lignes seront parallèles. Soient les deux lignes parallèles *cae*, *dbf* coupées par la ligne *gab*: je dis que cette ligne *gab* est inclinée sur *cae*, de même que sur *dbf*, c'est à dire, que l'angle *gae* est égal à l'angle *gbf*. Ceci est naturellement connu pour peu d'attention qu'on y apporte. Car si l'angle *gae*, par exemple, étoit plus grand, & que la ligne *ae* fût plus écartée d'*ag*, le point *e* de la ligne *ae* panchoit vers *f*, puisque *bf* ne s'écarteroit pas tant qu'*ae*: ainsi ces deux lignes, *ae*, & *bf* ne seroient point parallèles. De plus, si nous imaginons ces deux lignes comme les



DE GEOMETRIE, LIV. I. 11

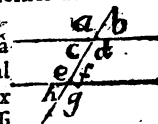
côtez d'une règle, nous pouvons confiderer toute cette règle, comme une ligne indivifible. Ainfi les angles  $b b d$  &  $c a g$  feront comme les angles de fuite égaux à deux droits, ( 20. ) & les angles  $b b d$  &  $g a e$  feront comme les deux angles oppofez par la pointe égaux entre eux ( 23. )

30. Lorsqu'une ligne coupe deux paralleles, il fe fait huit angles, dont les quatre  $a, b, b, g$ , font externes, les autres font internes, les angles  $c$  &  $f$ , ou bien  $d$  &  $e$ , font appellez Alternes : les angles  $b$  &  $f$ , ou bien  $a$  &  $e$ , font alternativemens oppofez : les angles  $d$  &  $f$ , ou bien  $c$  &  $e$ , font les internes de même côté.



31. Les angles alternes, & alternativement oppofez, font égaux entre eux, comme  $b, f, c, b$ , &  $a, e, d, g$ . ( 29. )

32. Lorsqu'une ligne tombe ainfi fur deux paralleles, elle fait les angles internes de même côté égaux à deux droits. L'angle  $d$  avec l'angle  $f$  eft égal à deux droits, parce que  $f$  eft égal à  $c$ . ( 31. ) Or  $c$  avec  $d$  fait deux angles droits : ( 20. ) Donc auffi  $f$  avec  $d$  fera deux angles droits, ce qu'il falloit démontrer.

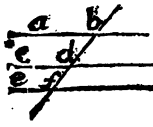


33. Une proposition eft appellee *Converfe* d'une autre, quand après avoir tiré une conclusion de quelque chofe qu'on a fupposé, on vient dans cette autre proposition converfe à fupposer ce qui avoit été conclu, & à en tirer ce qui avoit été fupposé. Par exemple, icy nous difons, fi les lignes font paralleles, les angles  $d$  &  $f$  feront enfemble égaux à deux droits, où nous fupposons que les lignes font paralleles ;

& de là nous concluons : Donc les angles , &c.  
La *Converse* se fera ainsi. Si les angles *internes de même côté d & f* sont égaux à deux droits , les lignes seront parallèles : où après avoir supposé que ces angles valent deux droits , nous concluons que les lignes seront parallèles.

34 Les *Converses* en cet endroit sont véritables, sçavoir que si une ligne coupant deux autres lignes fait les angles alternes égaux , ces deux lignes sont parallèles.

35. Si deux lignes sont parallèles à une troisième , elles le seront entre elles. Soit la ligne

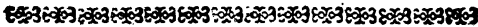


*b* parallèle à *c d*, & *e f* parallèle aussi à la même *c d*, je dis que *a b* est parallèle à *e f* : car si l'on tire une ligne *b d f* qui les coupe

toutes trois, l'angle *b* sera égal à l'angle *d*, ( 30. ) & de même l'angle *f* sera égal à l'angle *d* : ( 31. ) Donc l'angle *b* est égal à l'angle *f*, parce que c'est un principe , que si deux choses sont égales à une troisième , elles sont égales entre elles. Puis donc que l'angle *b* est égal à *f*, il s'ensuit que la ligne *a b* est parallèle à *e f*. ( 34. )







LIVRE SECOND.

Des Triangles.

1. **U**NE *Figure* est un espace renfermé de toutes parts. Si les lignes qui la terminent sont droites, elle s'appelle *figure Rectiligne*; si elles sont courbes, elle s'appelle *Curviligne*; & si elles sont en partie droites, & en partie courbes, la figure s'appelle *Mixte*.

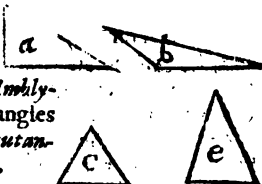
2. Il y a des figures *Planes*, qui sont sur une surface plane, & des figures *Solides*, qui sont un corps avec trois dimensions. On parle icy seulement des figures planes.

3. Toutes les lignes qui renferment la figure prises ensemble, font la *Circonférence*, ou le *Perimetre*, ou le *Circuit* de la figure.

4. De toutes les figures planes, curvilignes, ou mixtes, on ne considère proprement dans la *Geométrie ordinaire* que le cercle, ou une partie de cercle, terminée d'un côté par un arc, & de l'autre par une ou plusieurs lignes droites.

5. Parmi les rectilignes, les plus simples figures sont les *Triangles*, qui sont terminés par trois lignes, lesquelles font trois angles.

6. Un triangle, qui a un angle droit, s'appelle *Triangle rectangle*, *a*; s'il a un angle obtus, il s'appelle *Obtusangle*, ou *Amblygone*, *b*; s'il a trois angles aigus, il s'appelle *Acutangle* ou *Oxygone*, *c*, *e*.

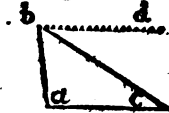


7. Quand le triangle a tous les trois côtés

inégaux, il s'appelle *Scalene*,  $a, b$  : s'il a deux côtés égaux, il est *Isocele*,  $e$  : si tous les trois côtés sont égaux, il est *Equilateral*,  $c$ .

8. Si l'on prend deux côtés du triangle, on peut les appeller *Jambes*, & le troisième côté pour lors s'appellera *Base*. Tout côté peut être pris pour *Base*.

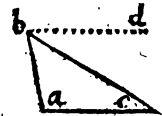
9. En tout triangle les trois angles ensemble sont égaux à deux droits. Soit le triangle  $abc$



je dis que l'angle  $a$ , plus l'angle  $c$ , plus l'angle  $abc$ , valent deux droits : car si nous imaginons une ligne  $bd$  parallèle à  $ac$ , ces deux lignes

parallèles seront coupées par la troisième  $bc$ , & par conséquent les angles alternes seront égaux, c'est-à-dire, que l'angle  $c$  est égal à l'angle  $cbd$ .

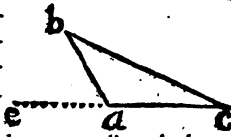
(*x. 31.*) De plus, la ligne  $ba$  tombant sur les parallèles  $bd$  &  $ac$ , elle fait les angles internes de même côté égaux à deux droits (*x. 32.*) c'est-à-dire, que l'angle  $abd$ , plus l'angle  $a$ , sont



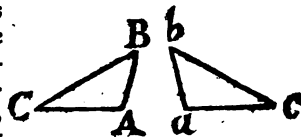
égaux à deux droits. Or l'angle  $abd$  est composé de deux angles, dont l'un est  $abc$ , (qui est un des trois du triangle) & l'autre est  $dbc$ , que j'ay fait voir être égal à l'angle  $c$  : Donc aussi ces trois angles  $abc$ , plus  $c$ , plus  $a$  valent deux droits ; ce qu'il falloit démontrer.

10. Si l'on prolonge la base d'un triangle, l'angle externe est égal aux deux internes opposés. Soit le triangle  $abc$ , & qu'on prolonge le côté  $ca$  vers  $e$ , il se fait un angle en dehors  $bne$  qui s'appelle l'angle externe du triangle. Or je dis que cet angle externe  $bne$  est égal aux deux angles  $b$  &  $c$ , qui sont les internes op-

posez, car ces deux angles  $b$  &  $c$  avec le troisième  $b a c$  font ensemble deux droits ( par la précédente ) & de même, ce troisième angle  $b a c$  avec l'angle  $b a e$ , fait aussi deux droits : ( 1. 20. ) Donc les angles  $b$  &  $c$  font tous deux autant que l'angle  $b a c$ , ce qu'il falloit démontrer.



11. Si un triangle  $A B C$  a deux côtez  $A B$  &  $A C$ , égaux aux deux côtez  $a b$ ,  $a c$  d'un autre triangle ; & si de plus l'angle  $A$  est égal à l'angle  $a$  : je dis que le troisième côté  $B C$  sera égal à  $b c$ , & l'angle  $B$  à l'angle  $b$ , & l'angle  $C$  à  $c$ , & tout

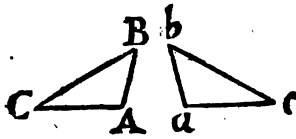


le triangle  $A B C$  à tout le triangle  $a b c$ . Car si nous imaginons que le triangle  $a b c$  soit posé sur  $A B C$ , en sorte que le côté  $a b$  soit précisément sur  $A B$  qui luy est égal, le côté  $a c$  tombera aussi sur  $A C$ , puisqu'on suppose que l'angle  $a$  est égal à l'angle  $A$  ; & ainsi le point  $c$  tombera sur  $C$ , puisque  $a c$  est égal à  $A C$  : Donc aussi  $b c$  tombera sur  $B C$ , & par conséquent luy sera égal ; & de même l'angle  $c$  sera égal à  $C$ , &  $b$  à  $B$ , & tout le triangle à tout le triangle, puisque tout se répond si bien, que rien du triangle de dessus ne passe au delà de celui de dessous.

12. Les figures qui s'ajustent ainsi, & se correspondent parfaitement quand elles sont mises l'une sur l'autre, s'appellent figures congrues, *quæ mutuo sibi congruunt* ; & c'est une maxime générale, *Quæ mutuo sibi congruunt, æqualia*

*sunt* : les choses qui étant ainsi mises l'une sur l'autre, se correspondent parfaitement, sont égales.

13. La converse aussi de la proposition précédente est véritable ; sçavoir, que si un triangle a tous ses trois côtez égaux aux trois côtez d'un autre triangle, tous les angles de l'un seront aussi égaux aux angles de l'autre, & tout l'espace que contient un triangle, sera aussi égal



à l'espace que contient l'autre triangle : comme si  $AB$  est égal à  $ab$ , &  $AC$  à  $ac$ , &  $BC$  à  $b$

$c$  : je dis que l'angle  $A$  sera égal à l'angle  $a$ , &  $B$  à  $b$ , &  $C$  à  $c$ , & tout le triangle  $ABC$  à tout le triangle  $abc$ , ce qui n'a pas besoin d'autre preuve.

14. Si l'angle  $A$  est égal à l'angle  $a$ , & l'angle  $B$ , à l'angle  $b$ , & le côté  $AB$  au côté  $ab$ , le côté  $AC$  le fera aussi au côté  $ac$ , &  $BC$  à  $bc$ , & tout le triangle  $ABC$  à tout le triangle  $abc$  : cela est aisé à prouver par les précédentes.



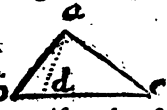
15. En tout triangle Isocele, les deux angles qui se font sur la base par les jambes égales, sont égaux entre eux. Soit le triangle  $abc$ , dont la jambe  $ab$  soit égale à  $ac$ , je dis que l'angle  $b$  est égal à l'angle  $c$  : car si nous imaginons que la base  $bc$  est partagée également en  $d$ , la ligne  $ad$  fera deux triangles  $adi$  &  $adb$ , & les trois côtez de l'un seront égaux aux trois côtez de l'autre ; car  $ac$  est égal à  $ab$  par l'hypothese ou supposition de la proposition même ;  $dc$  est égal à  $db$ , parce que nous supposons

Supposonsicy que la base  $bc$  est partagée également en  $d$ . Le troisième côté  $ad$  est commun à tous les deux triangles : ainsi les trois côtes de l'un sont égaux aux trois côtes de l'autre, & par conséquent tout le triangle  $adc$  est égal à tout le triangle  $adb$ , & l'angle  $c$  à l'angle  $b$ ; (2. 13.) ce qu'il falloit démontrer.

16. Dans tout triangle Isoscele, la ligne qui tombant de l'angle du sommet partagé la base en deux également, est perpendiculaire à la même base, & divise l'angle du sommet aussi en deux également : car l'angle  $adc$  est égal à l'angle  $adb$  par la précédente : & par conséquent ils sont tous deux droits, & la ligne  $ad$  perpendiculaire sur  $bc$ , (2. 15.) & de même, l'angle  $dsc$  est égal à l'angle  $dab$  par la précédente.

17. En tout triangle le plus grand côté soutient ou soutient (sub. audit) le plus grand angle, c'est-à-dire, est opposé au plus grand angle. Soit le côté  $bc$  plus grand

que le côté  $ac$ , je dis que l'angle  $a$  soutenu par le côté  $bc$  est plus grand que l'angle  $b$  soutenu par le côté  $ac$  : car puisque  $bc$  est plus grand que  $ca$ , soit imaginée  $e$  égale à  $ca$ , afin que  $adc$  soit un triangle Isoscele : donc (2. 15.) l'angle  $cad$  sera égal à l'angle  $cd a$ . Or l'angle  $cab$  est plus grand que l'angle  $cad$  : comme (le tout est plus grand que sa partie.) Donc l'angle  $cab$  est plus grand que l'angle  $cd a$ . De plus, cet angle  $cd a$  étant externe à l'égard du petit triangle  $dab$ , cet angle, dis-je,  $cd a$  sera plus grand que le seul interne  $b$  : (2. 10.) Donc, à plus forte raison, l'angle  $a$  sera plus grand que l'angle  $b$ , ce qu'il falloit prouver.



B.

18. Tout triangle doit avoir nécessairement deux angles aigus : car s'il n'en avoit qu'un, les deux autres seroient ou deux obtus, ou deux droits, ou l'un obtus, & l'autre droit. Or rien de tout cela ne peut être, puisque ( 2. 9. ) tous les trois angles ensemble ne valent que deux droits.

19. De toutes les lignes qu'on puisse tirer d'un point donné à une ligne donnée, la plus courte est la perpendiculaire, & les plus longues sont celles qui s'éloignent le plus de la perpendiculaire. Soit donnée la ligne  $ad$ , & le point



donné  $b$ , soit de plus  $ba$  perpendiculaire à  $da$ , de laquelle  $be$  soit plus éloignée que ne l'est  $bc$  : je dis que  $ba$  est plus courte que toute autre

ligne possible, par exemple, plus courte que  $bc$  ; & davantage, que  $be$  est plus longue que  $bc$ . Car dans le triangle  $abc$  l'angle  $a$  est droit, & par conséquent le plus grand de tous, puisque les deux autres doivent nécessairement être aigus : ( 2. 18. ) Donc le côté  $bc$  est plus grand que  $ba$ , ( 2. 17. ) comme soutenant le plus grand angle. De même dans le triangle  $bce$  l'angle  $b$  est obtus, puisque l'angle  $bca$  est aigu, & par conséquent le côté  $be$  sera plus grand que  $bc$ , ( 2. 17. ) comme soutenant le plus grand angle.

20. En tout triangle deux côtés pris ensemble sont plus longs que le troisième. Soit le triangle  $abc$ , je dis que le côté  $ab$ , plus  $ac$ , est plus long que le seul  $cb$  : car soit prolongé  $ba$ , & qu'on imagine  $ad$  égal à  $ac$ , le triangle  $adc$  sera isocèle, & par conséquent l'angle



$a c d$  sera égal à l'angle  $d$  : (z. 15.) Donc l'angle  $d c b$ , qui est plus grand que l'angle  $d c a$ , est, aussi plus grand que l'angle  $d$  : Donc en considérant comme un seul triangle  $b d c$ , le côté  $b d$  sera plus grand que  $c b$ , (z. 17.) comme soutenant un plus grand angle. Or  $b d$  est égal aux deux  $b a c$ , puisque  $a d$  est égal à  $a c$  : Donc les deux  $b a, a c$ , sont plus grand que  $b c$  ce qu'il falloit prouver.



21. Quoy que cette proposition soit démontrée, elle peut néanmoins passer pour un principe naturellement connu. Car la ligne  $c b$  étant une ligne droite, elle fait aussi le plus court chemin depuis le point  $c$  jusqu'au point  $b$ , tandis que les autres  $c a b$ , ou bien

$c d b$ , ou  $c e b$ , prennent des détours, & par conséquent des chemins plus longs. Et même on peut avec Archimede poser



pour Principe, que des lignes qui sont ainsi des circuits, celles-là sont plus longues, qui dans leur circuit renferment les autres & qu'ainsi  $c d b$  est plus longue que  $c e b$ , &  $c a b$  que  $c d b$ , pourvû néanmoins que ces lignes ne rentrent point comme en cette figure, où les lignes  $c f f b$  peuvent être plus longues que  $c a b$ ; quoiqu'elles soient renfermées dans le circuit de  $c a b$ .



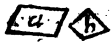
## LIVRE TROISIEME.

Des Quadrilateres, & des Poly-  
gones.

**L** E s. figures comprises entre quatre lignes droites, qui font quatre angles, sont appelées *Quadrilateres*.

2. Quand les lignes opposées sont parallèles, le Quadrilateres s'appelle *Parallelogramme*, & si

sinon il s'appelle simplement *Trapeze*.



3. Quand le parallelogramme à tous les quatre angles droits, il s'appelle *Parallelogramme*.

**C** **D** *Rectangle*, *c*, ou, pour abréger, simplement *Rectangle*. : & si de plus tous les côtez sont égaux, il s'appelle *Quarré*, *d*.

4. Si tous les côtez étant égaux, les angles néanmoins ne le sont pas, alors le parallelogramme s'appelle *Rhomba*, ou *Losange*.

5. Si le parallelogramme n'a ni les angles, ni les côtez égaux, il s'appelle *Rhomboides*, *a*.

6. En tout parallelogramme les angles oppozés sont égaux. Soit le parallelogramme

**d** **c** **b** **a** *o* *b c d*, je dis que l'angle *o* est égal à l'angle *c* : car l'angle *o* est égal à l'angle extérieur *b*, (1. 31.) & *b* est égal à *c* (1. 31.) donc *o* est égal à *c*.

7. La ligne tirée d'un angle à l'autre angle opposé, s'appelle *Diagonale* ou *Diametre*, comme *b d*;

8. Tout parallelogramme est divisé en deux parties égales par la diagonale. La diagonale *b d*;



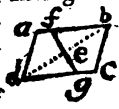
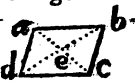
DE GEOMETRIE, LIV. III. 211

divise le parallelogramme  $obcd$  en deux triangles  $obd$  &  $bcd$ . Il faut donc prouver: que ces deux triangles sont égaux. 1. L'angle  $o$  est égal à l'angle  $c$ . ( 3. 6. ) 2. L'angle  $obd$  est égal à l'angle  $cbd$ ; ( 1. 31. ) & par même raison aussi l'angle  $odb$  est égal à l'angle  $cdb$ . Ainsi ces deux triangles ont tous les trois angles égaux réciproquement, chaque angle de l'un à chaque angle de l'autre : & de plus, le côté  $bd$  est commun à l'un & à l'autre triangle : Donc aussi tout le triangle  $obd$  est égal à tout le triangle  $cdb$ . ( 2. 14. )

9. En tout parallelogramme les côtés opposés sont égaux, puisque le triangle  $obd$  est tout égal à tout le triangle  $dob$ , par la précédente : aussi le côté  $od$  sera égal au côté  $bo$ , & le côté  $od$  au côté  $bc$ ; ce qu'il falloit prouver.

10. Deux diagonales  $ac$  &  $bd$  se coupent mutuellement par le milieu  $e$  : car dans les triangles  $aed$  &  $bec$ , le côté  $ad$  est égal au côté  $bc$  : ( 3. 9. ) l'angle  $ead$  est égal à l'angle  $ecb$ , ( 1. 31. ) & de même l'angle  $ade$  est égal à l'angle  $cbe$ ; ( 1. 31. ) & de plus l'angle  $aed$  est égal à l'angle  $ceb$ , ( 1 23 ) puis qu'il luy est opposé par la pointe : Donc le côté  $de$  est égal au côté  $be$ , & le côté  $ae$  au côté  $ce$ . ( 2. 14. ) Ainsi ces deux Diagonales sont divisées également en  $e$ .

11. Toute ligne droite  $fg$ , qui passe par le milieu de la diagonale  $e$ , partage le parallelogramme en deux également. Il faut prouver que la trapeze, c'est à dire, le quadrilatere irrégulier,  $afgd$  est égal au trapeze  $egfb$ . Le triangle  $bef$  est égal au triangle  $dof$ ; car le côté  $de$  est égal à  $eb$



par l'hypothese; l'angle  $d'f$  est égal à l'angle  $de$   $g$ ; ( 1. 31.) l'angle en  $e$  est égal de part & d'autre, puisqu'il est opposé par la pointe, &c. Donc le triangle  $f e b$  est égal au triangle  $g e d$ . ( 2. 14. ) 2. Tout le triangle  $a d b$  est égal au tout  $c b d$ . ( 3. 8. ) Donc, si du triangle  $a d b$  on ôte le petit triangle  $f e b$ , & qu'en récompense on luy donne le triangle  $d e g$ , il se fera un trapeze  $a f g d$  égal au triangle  $a d b$ , c'est à-dire à la moitié de tout le parallelogramme; ce qu'il falloit prouver.

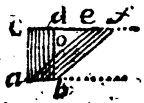


12. Si dans la diagonale  $b d$  on prend un point  $e$ , par lequel passent deux paralleles aux côtes, sçavoir  $g e f$ , &  $h e i$ , il se fera quatre parallelogrammes, sçavoir  $o f b i$ ,  $e h d g$ , (& ces deux s'appellent *Parallelogrammes d'autour du diametre*) & les deux autres parallelogrammes sont  $e h a f$ , &  $e i c g$ , & ces deux s'appellent *Complemens*: & les deux complemens avec un parallelogramme d'autour du diametre font la figure qu'on appelle *Gnomon* ou *Esquierre*, comme est ici ce qui est haché ou marqué par des traits.

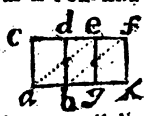
13. En tout parallelogramme les *Complemens* sont égaux. Il faut prouver que  $e h a f$  est égal à  $e g c i$ . Tout le triangle  $b a d$  est égal au tout  $b d c$ . ( 3. 8. ) de même le triangle  $e f b$  est égal au triangle  $e b i$ , ( 3. 8. ) & aussi  $e h d$  est égal à  $e g d$ : ( 3. 8. ) Donc si les deux triangles égaux  $b a d$  &  $b d c$ , on ôte choses égales, à sçavoir si on ôte d'une part  $e f b$ , &  $e h d$  & de l'autre  $e i b$ , &  $e g d$ , il restera d'une part le parallelogramme  $e h a f$  égal au parallelogramme  $e i c g$ , qui restera de l'autre part; ce qu'il falloit prouver.

DE GEOMETRIE, LIV. III. 23.

14. Les parallelogrammes qui ont une même base, & qui sont entre les mêmes paralleles, sont égaux. Soit un parallelogramme  $abcd$ , & un autre  $abfe$ , en sorte que la base  $ab$  soit commune à tous les deux, & que la ligne  $cd$  étant continuée, passe par  $ef$ ; si bien que ces deux parallelogrammes soient ainsi entre deux paralleles, & terminez par elles, à sçavoir, entre la ligne  $ab$ , & la ligne  $cf$  parallele à  $ab$ ; je dis que le parallelogramme  $abcd$  est égal à  $abfe$ . 1.  $cd$  est égale à  $ef$ , puisque l'une & l'autre sont égales à  $ab$ : (3. 2.) Donc si à chacune de ces deux lignes égales, nous ajoutons la ligne  $de$ ; ce sera égale à  $df$ . 2.  $ca$  est égal à  $db$ . (3. 9.) 3. L'angle  $ace$  est égal à l'angle  $bdfe$ : (1. 31.) Donc tout le triangle  $ace$  est égal au tout  $bfd$ . Donc si de chacun de ces deux triangles égaux, on ôte le triangle blanc  $de$  qui est entre les deux parallelogrammes, & qu'on leur ajoute aussi à chacun le triangle contrehaché,  $oab$ ; il résultera de tout cela d'une part le parallelogramme  $abcd$  égal au parallelogramme  $abfe$ , qui sera fait



15. Les parallelogrammes qui sont entre les mêmes paralleles  $ab$  &  $cf$ , & sur des bases égales, l'un sur  $ab$ , & l'autre sur  $gh$ , en sorte que  $ab$  soit égal à  $gh$ , sont égaux. Car si l'on imagine un troisième parallelogramme  $ae$   $fb$ , celui cy sera égal à  $abcd$ , (3. 14.) puisqu'il est sur la même base  $ab$ , & entre les mêmes paralleles  $ab$  &  $cf$ : & ce même parallelogramme  $ae$   $fb$  est aussi égal à  $ghfe$ , puisque l'un & l'autre ont même base, sçavoir  $ef$ : (1.



n'importe de rien que la base soit au haut ou au bas) & qu'ils sont entre les mêmes parallèles, savoir entre  $fe$  &  $ha$ . Donc aussi  $hfe$  est égal à  $abd$ , puisqu'ils sont égaux à un troisième  $aefb$ .



16. Les triangles qui sont sur même base  $ab$ , & entre mêmes parallèles  $ab$  &  $ce$ , sont égaux. Le triangle  $abc$  est égal au triangle  $aeb$ , parce que si l'on imagine une ligne  $bd$  parallèle à  $ac$ , & une autre  $bf$  parallèle à  $aa$ , on aura deux parallélogrammes  $acdb$ , &  $aefb$ , lesquels étant sur même base  $ab$ , & entre mêmes parallèles, seront égaux. (3. 14.) Or le triangle  $acb$  est la moitié du parallélogramme  $acdb$ , & le triangle  $aeb$  est la moitié du parallélogramme  $aefb$ : (3. 8.) Donc ces deux triangles sont égaux.

17. Les triangles sur bases égales, & entre mêmes parallèles, sont égaux. La preuve en est aisée.

18. Si un triangle a même base avec un parallélogramme, est entre mêmes parallèles, il fera la moitié de ce parallélogramme. Le triangle  $abc$  est la moitié du parallélogramme  $aefb$ .

19. Le *Pentagone* est une figure à cinq côtes, & cinq angles. Si tous les côtes sont égaux, & tous les angles aussi; le *Pentagone* est *Régulier*.

20. L'*Hexagone* est de six côtes, & de six angles; l'*Heptagone* de sept; l'*Octogone* de huit, &c. qui sont aussi *Réguliers*, quand tous les angles & tous les côtes sont égaux entre eux.

21. *Polygone* est généralement toute figure, qui est comprise sous plusieurs côtes, & fait plusieurs angles: mais on ne se sert gueres de ce nom, si les figures n'ont plus de quatre, ou de cinq côtes.

22. tout

DE GEOMETRIE, LIV. III. 25.

22. Tout polygone se peut diviser en autant de triangles qu'il a de côtez. Si au dedans du polygone on prend un point *a* en quelque part que ce soit, & que de ce point on imagine des lignes tirées vers chaque angle *ab*, *ac*, *ad*, &c. il se fera autant de triangles, qu'il y a de côtez dans le polygone.

23. Les angles des polygones sont tous ensemble deux fois autant d'angles droits, moins quatre qu'il y a de côtez. Par exemple, si le polygone a sept côtez, dont le double est 14. & si en ôtant quatre, il reste dix: je dis que tous les angles de cet heptagone, sçavoir l'angle *cbh*, plus *bhg*, plus *hgf*, &c. sont tous ensemble égaux à ces dix angles droits. Car si du point *a* on tire vers les angles sept lignes *ab*, *ac*, *ad*, &c. pour faire les sept triangles, chacun de ces triangles aura trois angles, qui en valent deux droits: (2. 9.) de sorte que tous les angles ensemble de tous ces sept triangles valent 14. droits. Or chacun de ces triangles a un angle, qui va aboutir au point *a*; en sorte qu'étant tous posez autour de ce point *a*, ils remplissent tout l'espace d'alentour: Donc tous ces sept angles aboutissant ainsi au point *a*, valent 4. droits (1. 22.) & par conséquent tous les autres angles qui sont vers les angles de l'heptagone, valent dix droits; ce qu'il falloit prouver.



24. Le polygone se peut aussi diviser en triangles, en tirant des lignes d'angle à angle; alors le nombre des côtez surpassera de deux celui des triangles.



## L I V R E Q U A T R I È M E,

## D u C e r c l e .

2. U N E ligne est dite *Toucher* un cercle, quand elle le touche sans qu'elle entre dedans, quoi qu'elle soit prolongée au-delà du point d'atouchement. La ligne *a* touche ici le cercle *c*, comme aussi le cercle *c* touche le cercle *d*: mais en *b* la ligne entre dans le cercle, & se coupe.

1. Une ligne entrant dans un cercle, le coupe en deux parts, qu'on appelle *Segments*. *e* est le *petit* segment, & *f* est le *grand*, & cette ligne qui coupe, s'appelle *Corde*, & les parties du cercle coupées s'appellent *Arcs*. La corde avec l'arc fait aux deux bouts deux angles mixtes, qu'on appelle *Angles du Segment*, comme *e b f*.

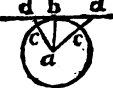
3. Si dans l'arc du segment *a c b* on prend un point *c* en quelque part que ce soit, & que l'on imagine deux lignes *c a*, *c b*, elles feront un angle *a c b*, qui s'appelle *l'angle dans le segment*: & on dit que cet angle *a c b* *insiste* sur l'arc de l'autre segment d'embas.

4. *Secteur* du cercle est un triangle mixte compris entre deux demi-diamètres *a b*, *a c*, & un arc du cercle *b c*. Le secteur est ici marqué par des traits.

5. Si par l'extrémité d'un demi-diamètre *a b*,

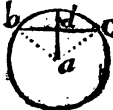
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 27

On imagine une perpendiculaire  $bd$ , elle touchera le cercle en ce seul point  $b$ , & tout autre point imaginable de la ligne  $bd$  sera hors le cercle. Par exemple, le point  $d$  est dehors; car si on



imagine une ligne tirée du centre  $a$   $d$ , laquelle coupe le cercle au point  $c$ , cette ligne  $ad$  sera plus longue que  $ab$ , ( 2. 19. ) & par conséquent plus longue que  $ac$ , puisque  $ac$  est égale à  $ab$ : ( 1. 14. ) Donc le point  $d$  tombe au-delà du cercle. Ce qu'il falloit démontrer.

6. Une corde  $bc$  est divisée en deux également par une perpendiculaire  $ad$ , tirée du centre  $a$ : car le triangle  $abc$  est isoscele, puisque  $ab$  est égal à  $ac$ : ( 1. 14. ) dont la perpendiculaire  $ad$  coupe la base  $bc$  en deux également. ( 2. 16. ) L'arc  $bc$  est aussi divisé également.



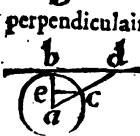
7. Si deux lignes  $db$  &  $dc$  touchent un cercle, elles seront égales. Car imaginant du centre vers les points d'atouchement deux lignes  $ab$  &  $ac$ , celles-ci seront perpendiculaires aux touchantes. ( 4. 5. ) De plus, si on imagine la ligne  $bc$ , l'angle  $abc$  sera égal à l'angle  $acb$ : ( 2. 15. ) donc si des choses égales, c'est-à-dire, des angles droits  $abd$  &  $acd$ , on ôte les choses égales, c'est-à-dire, l'angle  $abc$ , d'une part, & de l'autre l'angle  $acb$ , les angles qui resteront seront égaux, c'est-à-dire,  $cbd$  sera égal à  $bcd$ , & par conséquent le côté  $db$  sera égal au côté  $dc$ . ( 2. 15. )



E L E M E N S



8. Deux cordes égales  $bc, ef$ , font deux segmens  $bdc$  &  $egf$  égaux, & les perpendiculaires  $ao$  &  $an$  seront égales. Ceci est facile à prouver.

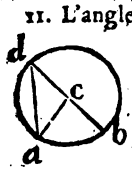


9. Soit le demi-diamètre  $ab$ , la perpendiculaire  $bd$ , une autre ligne  $acd$  coupant le cercle en  $c$ , & la perpendiculaire en  $d$ , une autre ligne  $ec$  perpendiculaire au rayon  $ab$ : toutes ces lignes ont des noms affectez.

La ligne  $bd$  terminée ainsi par  $a$  s'appelle *Tangente* de l'arc  $bc$ , par exemple de 30. degrez; la ligne  $ad$  s'appelle *Secante* du même arc de 30. degrez: la ligne  $ce$  s'appelle le *Sinus* du même arc; & enfin  $ab$ , s'appelle le *Sinus total*, ou simplement le rayon.



10. Si dans une circonference d'un cercle on prend deux points  $a$  &  $b$ , desquels on tire deux lignes jusques au centre  $c$ , & deux autres jusques à un autre point  $d$  de la circonference; il se fait deux angles, dont l'un  $acb$  s'appelle *Angle au centre*, & l'autre  $adb$ , *Angle à la circonference*.



11. L'angle au centre  $acb$  est toujours double de l'angle à la circonference  $adb$ . 1. Si l'une des lignes, comme  $bd$ , passe par le centre  $c$ , l'angle  $acd$  sera externe à l'égard du triangle  $acd$ : ( 2. 10. ) & par conséquent il sera égal aux deux angles internes opposez, sçavoir à l'angle  $adc$ , plus à l'angle  $dac$ : ( 2. 10. ) Or ces deux angles  $dc$  &  $dac$  sont égaux ( 2. 15. ) puisque les deux jambes  $ca$ , &  $cd$  sont égales: ( 1. 14. ) Donc



DE GEOMETRIE, LIV. IV. 29

L'angle  $acb$  est double d'un de ces deux, sçavoir de  $adc$ , ce qu'il falloit prouver. 2. Si aucune des lignes  $ad$  ou  $bd$ , ne passe par le centre  $c$ , soit imaginé  $dce$ , en sorte que  $e$  se trouve hors l'arc  $a$

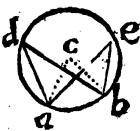


$b$ : alors tout l'angle  $ace$  sera double de l'angle  $ade$ , par ce que je viens de montrer dans la premiere partie de cette proposition; & de même l'angle  $bce$  est double de l'angle  $bde$ : Donc si de l'angle  $ace$  on ôte  $bce$ , & que de l'angle  $ade$ , (qui est la moitié de  $ace$ ) on ôte  $bde$ , (qui est aussi la moitié de  $bce$ ) ce qui restera  $adb$  sera la moitié de  $acb$ : parce que c'est une maxime, que si une quantité est double d'une autre, & qu'on ôte de la grande le double de ce qu'on ôte de la petite, ce qui restera de la grande sera encore double de ce qui restera de la petite. 3. Si le point  $e$  tombe dans l'arc  $ab$ , alors

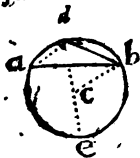


l'angle  $ace$  sera double de l'angle  $ade$ : & l'angle  $bce$  sera aussi double de  $bde$ , par ce qui a été démontré dans la premiere partie de cette proposition: Donc l'angle total  $acb$  est double de  $adb$ .

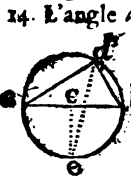
12. Tous les angles qui insistent sur un même arc  $ab$  sont égaux, en quelque part de la circonférence que leur pointe aboutisse. L'angle  $aeb$  est égal à l'angle  $adb$ , parce que l'un & l'autre est la moitié de l'angle  $acb$ , qui se ferait au centre  $c$ . (4. 11.)



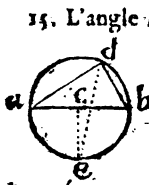
E L E M E N S .



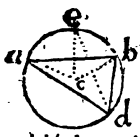
13. L'angle au centre  $ace$ , insistant sur la moitié de l'arc  $ab$ , sur lequel insiste un autre angle à la circonférence  $adb$ , est égal à ce même angle de la circonférence. (4. 11.)



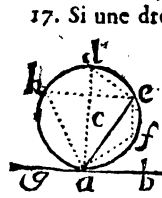
14. L'angle  $adb$ , qui insiste sur la demi-circonférence, est droit; car si  $e$  partage en deux la demi-circonférence  $acb$ , l'angle  $ace$  sera égal à l'angle  $adb$  par la précédente. Or  $ace$  est droit. (1. 15.) Donc aussi  $adb$  est droit.



15. L'angle  $adb$ , dans le petit segment, est obtus, parce que l'arc  $ae$  étant plus de la moitié de la circonférence, l'arc  $be$ , qui est la moitié de l'arc  $ae$ , aura plus de 90. degrez. Ainsi l'angle  $adb$ , qui est égal à l'angle  $bce$ , (4. 13.) sera de plus de 90. degrez: c'est-à-dire, il sera obtus.



16. L'angle  $adb$  dans le grand segment est aigu: car il est égal à l'angle  $ace$ . Or l'arc  $ae$  étant moindre que la demi-circonférence, l'arc  $be$ , qui est la moitié de  $ae$ , aura moins de 90. degrez.

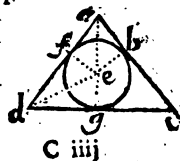


17. Si une droite  $gab$  touche le cercle en point  $a$ , & qu'une autre ligne  $ae$  coupe le même cercle, l'angle  $bne$  sera égal à l'angle dans le segment opposé  $bce$ : & l'angle  $ean$  sera égal à l'angle dans l'autre segment  $afe$ . Car soit imaginée la perpendiculaire  $ad$ , qui passera par le centre  $c$ ,

DÉ GÉOMETRIE, LIV. IV. 31

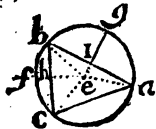
( 4. 5. ) l'angle  $a e d$  sera droit : ( 4. 14. ) & par conséquent, puisque les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits, ( 2. 9. ) l'angle  $e a d$  avec l'angle  $a d e$  fera un droit. Or ce même angle  $e a d$  avec  $e a b$  fait aussi un droit, puisque  $a d$  est perpendiculaire à  $a b$ : Donc l'angle  $e a b$  est égal à l'angle  $a d e$ , & par conséquent à tout autre angle qui insistera sur le même arc  $a e$ , & qui aboutira à quelque autre point de la circonférence, comme à l'angle  $e b h$ , puisque tous ces angles sont égaux entre eux; ( 4. 12. ) & c'est la première partie de cette proposition. Maintenant il faut prouver que l'angle  $e a g a$ , est égal à l'angle  $a f e$ ; ce qui est l'autre partie. Dans le triangle  $a e f$ , l'angle  $a f e$  avec  $f a e$  &  $f e a$ , est égal à deux droits, ( 2. 9. ) Or l'angle  $f e a$  est égal à  $f a b$ , par ce qui vient d'être prouvé dans la première partie de cette proposition, car la ligne  $f a$  peut être considérée comme coupant le cercle & la tangente  $b a$ , auquel cas l'angle  $f a b$  doit être égal à tout autre angle qui seroit fait dans le segment opposé  $f d h a$ . Or l'angle  $f e a$  est fait dans ce segment, parce qu'il insiste sur l'arc  $f a$ , & que la pointe  $e$  aboutit à un point de la circonférence  $f e d h a$ , ainsi cet angle  $f e a$ , est égal à l'angle  $f a b$ . Donc les deux angles  $e a f$  &  $f a b$ , avec  $a f e$ , sont égaux à deux droits. Mais les mêmes  $e a f$  &  $f a b$ , avec  $e a g$  sont aussi égaux à deux droits: ( 1. 20. ) Donc l'angle  $e a g$  est égal à l'angle  $e f a$ ; ce qu'il falloit prouver.

18. Une figure rectiligne est dite *circonscrite* à un cercle, quand tous les côtes de cette figure touchent le cercle sans le couper. Le trian-



gle  $a c d$  est circonscrit au cercle  $b g f$ , parce que chaque côté de ce triangle touche le cercle en  $b$ , en  $g$ , & en  $f$ .

19. Une figure est *inscrite* au cercle, quand tous les angles aboutissent à la circonférence, comme le triangle  $a b c$  de la figure suivante.



20. Tout triangle  $a b c$  peut être inscrit dans un cercle : car si l'on imagine deux lignes  $e i$ , &  $e h$  qui coupent perpendiculairement, & par le milieu les côtés  $a b$  &  $b c$ , on pourra tirer un cercle du

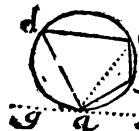
point  $e$  comme du centre par le point  $b$ . Or je dis que ce cercle passera par les points  $a$  &  $c$  : car 1. les deux triangles  $e i b$  &  $e i a$  seront tous égaux, puisque le côté  $i b$  est égal au côté  $i a$  par l'hypothèse, le côté  $e i$  est commun, l'angle vers  $i$  est droit de part & d'autre : Donc ( 2. 11. ) le côté  $e b$  est égal au côté  $e a$ . 2. Par même raison on prouvera que le côté  $e c$  est égal à  $e b$  : & par conséquent le cercle dont le centre seroit  $e$ , & le demi-diamètre  $e b$ , passeroit par  $a$  & par  $c$ .

21. Tout triangle  $a c d$  ( f. g. de l'art. 18. ) peut être circonscrit à un cercle. Car si l'on imagine deux lignes  $a e$ , &  $d e$ , qui divisent en deux également les angles  $a$  &  $d$ , & puis des perpendiculaires sur les côtés du triangle, sçavoir  $e b$ ,  $e f$ ,  $e g$  : je dis que si on tire un cercle du centre  $e$  par  $b$ , ce cercle touchera les trois côtés du triangle aux points  $b$ ,  $f$ ,  $g$ . Car 1. les deux triangles  $a e b$ ,  $a e f$  sont tous égaux : car ils ont un côté  $a e$  commun, un angle vers  $b$  &  $f$  droit, un autre angle vers  $a$  égal, puisque l'angle  $b a f$  a été divisé en deux également : Donc le côté  $e b$  est égal au côté  $e f$ . ( 2. 14. )

DE GEOMETRIE, LIV. IV. 33

2. Par même raison on prouvera que  $eg$  est égal à  $ef$ . Et comme d'ailleurs ces lignes  $eb$ ,  $ef$ ,  $eg$  sont perpendiculaires sur les côtez du triangle, le cercle  $bfg$  touchera ces côtez en ces points (4. 5.)

22. Tout quadrilatere  $afed$  inscrit dans un cercle, a les angles oppozes égaux ensemble à deux droits Car si par le point  $a$  on tire une tangente  $gab$ , & une diagonale  $ae$ , l'angle  $afe$  sera égal à l'angle  $eag$ . (4. 17.) & l'angle  $ade$  à l'angle  $eab$ : (4. 17.) &



par conséquent puisque les deux  $eab$  &  $eag$  sont égaux à deux droits, ces deux angles oppozes  $f$  &  $d$  sont aussi égaux à deux droits. De même maniere on prouvera que les angles  $fed$ , &  $fad$  seront égaux à deux droits, si l'on imagine une autre tangente par le point  $f$ .

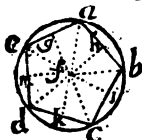
23. La converse de cette proposition est aussi manifeste; sçavoir que tout quadrilatere, dont les angles oppozes sont égaux à deux droits, est inscrit dans un cercle; c'est-à-dire, qu'il peut y avoir un cercle qui touche tous ses quatre angles.

24. Tout polygone circonscrit à un cercle est égal à un triangle rectangle, dont une jambe seroit égale au demi-diametre du cercle, & l'autre à toute la circonférence du polygone. Soit la ligne  $FA$  égale au demi-diametre  $fh$ , & la perpendiculaire infinie  $ABCD$ , &c. sur laquelle soit prise  $Ah$  égale à  $ab$ , &  $hB$  égale à  $hb$ , &  $Bi$  égale à  $bi$ , &  $iC$  égale à  $ic$ , &c.



afin que toute la ligne  $ABCDEA$  soit égale à toute la circonférence du polygone  $abcde$ . De plus soit  $FFF$  parallèle à  $AB$ , afin que toutes les perpendiculaires  $hF, iF, hF, \&c.$  soient égales au demi-diametre  $fh$  ou  $fi, \&c.$  il est clair que le triangle  $AFB$  sera égal au triangle  $afb$ , & le triangle  $BFC$  au triangle  $bfc$ , &  $CFD$  à  $efd$ ,  $\&c.$  Ainsi tous ces triangles ensemble seront égaux à tout le polygone. Or le triangle  $FAA$ , est égal à tous ces triangles ensemble, à cause qu'en tirant les lignes  $BF, CF, DF, \&c.$  Le triangle  $FAB$  sera égal à  $FAA$ , &  $FBC$  à  $FBC$ ,  $\&c.$  ( 3. 16. ) Donc aussi tout le triangle  $FAA$  est égal au polygone; ce qu'il falloit démontrer.

25. Tout polygone régulier est égal à un



triangle rectangle, dont une jambe seroit toute la circonférence du polygone, & l'autre, la perpendiculaire tirée du centre sur un des côtez du polygone. La preuve en est la même

que celle de la proposition précédente. Car toutes les perpendiculaires  $fh, fi, fb, \&c.$  sont égales,  $\&c.$

26. Tout polygone circonscrit est plus grand que le cercle, & tout polygone inscrit est plus petit. Cela est manifeste, parce que ce qui contient est plus grand que ce qui est contenu.

27. Le perimetre ( ou la circonférence ) de

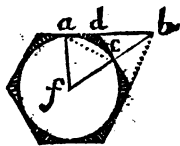
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 35

tout polygone circonscrit est plus grand que la circonferance du cercle, & la perimetre de tout polygone inscrit est plus petit : cela est aussi manifeste par la 21. du second livre.

28. Si dans un petit segment de cercle  $abc$ , on inscrit un triangle isoscele, en sorte que  $ab$  soit egal à  $bc$ , ce triangle sera plus grand que la moitié du segment. Car si on tire la tangente  $bd$ , qui sera parallele à  $ac$ , car elle est perpendiculaire à  $fb$ . (4. 5.) à laquelle l'est aussi  $ac$ ; (4. 6.) & si de plus on acheve le parallelogramme rectangle  $aedc$ : celuy-cy sera plus grand que le segment du cercle  $abc$ . Or le triangle  $abc$  est la moitié du parallelogramme  $aedc$ : (3. 18.) Donc ce triangle  $abc$  est plus grand que la moitié du segment  $abc$ .



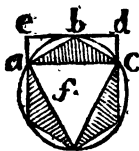
29. Soit la tangente  $abd$ , & la sécante  $fcbi$ . & la droite  $ac$ , & une autre tangente  $cd$ ; je dis que le triangle  $dbc$  est plus de la moitié du triangle mixte, compris entre les droites  $ab$ ,  $cb$ , & la circulaire  $ca$ : car dans le triangle  $dbc$  l'angle en  $c$  étant droit, (4. 5.) le côté  $db$  sera plus grand que  $dc$ . (2. 17.) Or  $dc$ , est egal à  $da$ ; (4. 7.) Donc  $db$  est plus grand que  $da$ : Donc le triangle  $cbd$  est plus grand que le triangle  $cad$ :



(3. 17.) Donc il est plus grand que la moitié du triangle total  $cba$ . Or ce triangle  $cba$  est plus grand que le triangle mixte compris entre l'arc  $ac$ , & les droites  $bc$ ,  $ba$ : Donc aussi le triangle  $dbc$  est plus grand que la moitié du triangle mixte  $abc$ .

30. De ces deux propositions il s'ensuit.

qu'en multipliant les côtez des polygones réguliers, on en peut faire de circonscrits & d'inscrits, en sorte que la difference, dont le circonscrit surpassera le cercle, ou dont le cercle surpassera l'inscrit, soit aussi petite que l'on voudra; parce que si de quelque quantité que ce soit, on ôte plus de la moitié, & du résidu, encore plus de la moitié, & derechef plus de la



moitié encore du résidu, & ainsi plusieurs fois, on viendra enfin à laisser un relidu aussi petit que l'on voudra: ce qui est naturellement connu. Ainsi, après avoir inscrit un triangle, qui sera plus petit que le cercle de trois grands

segmens, on peut inscrire un hexagone, qui sera plus grand que n'étoit le triangle; mais qui sera encore plus petit que le cercle de six petits segmens qui sont icy blancs. Or ces six petits segmens tous ensemble ne contiennent pas tant d'espace, que la moitié des trois premiers segmens. (4. 28.) Après quoy on peut encore inscrire un dodécagone, qui sera surpassé par le cercle de douze petits segmens: mais tous ces douze ensemble ne vaudront pas la moitié des six segmens de l'hexagone; & ainsi on peut, en multipliant les côtez des polygones, diminuer tant que l'on voudra la difference dont le cercle surpassera ce polygone inscrit. De même, après avoir circonscrit un triangle, on peut circonscire un hexagone, & puis un dodécagone, & une figure de vingt-quatre côtez, &c.

31. Tout cercle est égal à un triangle rectangle, dont une jambe est le demi-diametre, & l'autre une ligne droite égale à la circonférence du cercle. Car ce triangle sera plus grand que tout polygone inscrit, & plus petit que tout po-



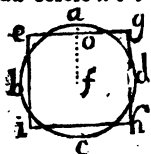
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 37

1ygone circonscrit : ( par la 24. 25. 26. & 27. du 4. ) Donc il sera égal au cercle. Car s'il étoit plus grand , pour petite qu'en fût la différence , on pourroit faire un polygone circonscrit , dont la différence avec le cercle seroit moindre que la différence du même cercle avec ce triangle rectangle : ainsi ce polygone circonscrit seroit plus petit que ce triangle ; ce qui est absurde. De même , si ce triangle étoit plus petit que le cercle , on pourroit faire un polygone inscrit , qui seroit plus grand que ce triangle ; ce qui est impossible.

Cette sorte de démonstration que nous venons d'employer , & qu'on appelle de l'impossible , est une des plus belles inventions de l'antiquité ; & toute la Geométrie indivisibles , est fondée là-dessus : de sorte qu'il y a sujet de s'étonner , que quelques nouveaux Auteurs l'ayent rejetée comme défectueuse & indirecte. Que si l'on en vient à ce point de délicatesse , que de ne pouvoir souffrir une démonstration , si elle ne prouve directement & positivement ; il sera fort aisé de donner à celle-cy un tour qui la rende régulière & directe ; car on n'a qu'à poser pour principe , que si deux quantitez déterminées  $a$  &  $b$  sont telles , que tout autre quantité imaginable , qui seroit plus grande ou plus petite que  $b$  , seroit aussi plus grande ou plus petite que  $a$  , ces deux quantitez  $a$  &  $b$  sont égales. Et ce principe posé , qui est en effet tres-manifeste de soy-même , on prouvera directement que ce triangle est égal au cercle , puisque toute figure imaginable ( inscrite ) plus petite que le cercle , est aussi plus petite que le triangle ; & que toute figure ( circonscrite ) plus grande que le cercle est aussi plus grande que le triangle.

C'est ce qu'on appelle la quadrature du cercle, qui ne consiste qu'à faire un quarré, ou bien un triangle, ou une autre figure rectiligne égale au cercle; ce qu'on feroit, si l'on pouvoit trouver une ligne droite égale à la circonférence, comme il paroît en cette proposition; mais cette égalité n'a jamais été trouvée géométriquement.

32. Une ligne étant disposée en cercle, tiendra plus d'espace qu'en toute autre figure polygone régulière que ce soit. Si la circonférence du cercle  $abcd$  se dispose en quarré, ou en



quelque autre polygone régulier, en sorte que tous les côtez  $eg$ ,  $gb$ ,  $hi$ ,  $ie$ , ensemble soient égaux à la circonférence  $abcd$ ; je dis que tout ce cercle sera plus grand que le polygone.

Car le cercle est égal au triangle, dont un côté est la circonférence, & l'autre côté est le demi-diamètre  $fa$ ; & le polygone est égal au triangle, dont un côté est aussi la même circonférence  $abcd$ , ou les côtez  $eghi$ , & l'autre côté est  $f$ . (4. 25.) Et comme  $fo$  est plus petit que  $fa$ , tout ce second triangle égal au polygone sera plus petit que le premier triangle égal au cercle; & par conséquent ce polygone sera plus petit que le cercle; ce qu'il falloit prouver.

C'est ce qu'on entend, quand on dit communément, que de toutes les figures Isoperimètres, ou qui ont les circonférences égales, la plus grande est le cercle.

LIVRE CINQUIEME,

*Des Solides.*

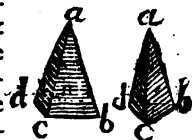
1. Une ligne droite est dite simplement droite sur un plan, ou érigée sur un plan à angles droits, lorsqu'elle n'est point inclinée sur ce plan plus d'un côté que d'un autre, comme une colonne sur le pavé.

2. Deux plans sont parallèles, quand toutes les perpendiculaires ou droites, tirées entre les deux plans, sont égales.

3. Un plan est perpendiculaire ou droit sur un autre plan, quand il n'est pas incliné ou penché plus d'un côté que d'un autre, comme une muraille sur le sol.

4. L'Angle solide se fait quand trois ou plusieurs plans se joignent en aboutissant à un point, comme la pointe d'un diamant bien taillé.

5. Si l'on imagine la ligne  $ab$ , fixe au point  $a$ , & qu'elle soit meuë tout le long des côtez d'un polygone  $bcd$ , cette ligne par ce mouvement décrira une figure qui s'apelle Pyramide.



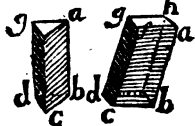
6. Le Polygone s'apelle la base de la pyramide.

7. Si la ligne  $ab$  se meuë le long d'un cercle  $bcd$ , elle décrit un Cone, dont ce cercle est la base; & la ligne tirée de la pointe  $a$  au centre du cercle  $e$  est l'axe.



## E L E M E N S

8. Si la ligne  $ab$  se meut uniformement au-  
tour de deux polygones  $b.c$



$d, a, f, g$ , qui soient tout-à-  
fait égaux, ayant leurs côtes  
& leurs angles égaux mu-  
tuellement, & que ces poly-  
gones soient parallèles, en

sorte que les côtes égaux se répondent paral-  
lelement,  $a, f$  à  $b, c$ ,  $g, h$  à  $c, d$ , &c. Alors cette  
ligne par son mouvement fera une figure qui  
s'appelle *Prisme* & les polygones en sont les  
*bases*.

9. Si les bases du prisme sont des parallelo-  
grammes, il s'appelle *Parallelepède*.



10. Si la ligne  $ab$   
se meut uniformement  
autour de deux cercles  
égaux & parallèles, es-  
le décrit un *Cylindre*.



11. La ligne qui joint  
les centres  $e, e$  des ba-  
ses, est l'*axe* du Cylindre.

12. Dans toutes ces  
figures, lorsque l'axe  
est perpendiculaire sur  
la base  $d, e, c$ , les figures sont appellées *Isofce-*  
*les* ; mais si l'axe est incliné, elles sont *Scal-*  
*ènes*.



13. Si un demi-cercle  $a, d, b$  tour-  
ne autour de son diamètre  $a, b$ , il  
décrit une *Sphere* ou un globe, dont  
l'axe est  $a, b$  : le centre  $c$ , le même  
que celui du demi-cercle. Toute  
ligne tirée par le centre  $c$ , & ter-  
minée de part & d'autre par la surface de la  
*sphere*,

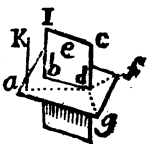
DE GEOMETRIE, LIV. V. 41  
 s'apelle *Diametre*, & peut être dite  
*Axe*.

14. Toutes les lignes tirées du centre  $c$  à la circonférence, s'appellent *Rayons*, & sont égales entre elles.

15. Deux lignes droites qui se touchent en se croisant, sont en même plan, & par conséquent tout triangle est aussi en même plan.

16. Si deux plans  $edb$ , &  $dab$  se coupent, ils se coupent en une ligne droite  $db$ , qui s'appelle la *commune section*.

17. Si une ligne  $cd$  est perpendiculaire à deux lignes  $fd$  &  $gd$ , qui sont dans le plan  $fgd$ , elle sera aussi perpendiculaire au plan.



18. Si une ligne  $cd$  est perpendiculaire à trois  $fd$ ,  $gd$ ,  $ad$ , ces trois lignes sont en même plan.

19. Si deux lignes  $dc$ ,  $bi$ , sont perpendiculaires au même plan  $fdb$ , elles seront parallèles.

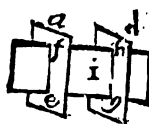
20. Si deux lignes  $dc$ ,  $bi$ , sont parallèles, & qu'on tire quelque autre ligne droite de quelque point que ce soit d'une ligne à l'autre, comme  $db$ , ces trois lignes seront en même plan.

21. Si deux lignes  $dc$ ,  $bi$  sont parallèles à une troisième  $ab$ , encore qu'elles ne soient pas en un même plan, elles sont parallèles entre elles.

22. Si une même ligne  $ab$  est perpendiculaire à deux plans  $cd$  &  $ef$ , ils sont parallèles.



23. Si deux plans parallèles



les  $d h g$ ,  $a f e$  sont coupés par un troisième  $i$ , les communes sections  $h g$ ,  $f e$  seront parallèles.

24. Si un angle solide est fait de trois angles plans, deux de ces angles sont toujours plus grands que le troisième.

*Toutes ces propositions sont si manifestes, pour peu d'attention qu'on apporte à les considérer, qu'il n'est pas nécessaire de s'arrêter à les prouver.*

25. Tous les angles plans, qui font un angle solide, sont ensemble plus petits que quatre droits. Car s'ils faisoient quatre droits, ils feroient non un angle solide, mais un même plan. Donc afin qu'ils puissent faire un angle solide, il faut qu'ils soient moindres que quatre droits.

*Je conseille de faire avec du carton des angles, & des figures, & par ce moyen on comprendra aisément ces choses.*

26. En tout parallépipède les plans opposés sont égaux : ceci est aisé à comprendre.

*Les huit propositions suivantes se démontreront dans la seconde partie de ces Elemens. Elles se peuvent néanmoins ici démontrer, en appliquant aux solides ce qui a été prouvé dans les plans, au 3. & au 4. livre ; mais il n'est pas besoin de s'y arrêter.*

27. Les parallépipèdes qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes plans parallèles, sont égaux. (Voyez 3. 14.)

28. Tout parallépipède est partagé en deux parties triangulaires égaux par le plan qui passe par les deux diamètres parallèles des deux faces opposées.

29. Les prismes triangulaires, qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes parallèles, sont égaux.

30. Les pyramides qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes parallèles, sont égales.

31. Tous prismes généralement, tous cylindres, & tous cônes qui sont sur des bases, égales, & entre les mêmes parallèles, sont égaux.

32. Les pyramides & les cônes qui sont sur des bases égales aux bases des prismes & des cylindres, & qui sont entre les mêmes parallèles, sont le tiers de ces prismes ou de ces cylindres.

33. Toute la sphere est égale à un cône, dont l'axe perpendiculaire est le demi-diamètre de la sphere, & la base est un plan égal à toute la circonférence convexe de la même sphere.

34. De toutes les figures solides que peut renfermer une même surface, la plus grande est la spherique.

35. Corps régulier est celui qui est compris entre des figures régulières & égales, duquel aussi tous les angles solides sont égaux, comme sont....

36. Le *Tétraèdre* compris sous quatre triangles égaux & équilatéraux, c'est une pyramide, dont la base est égale à chaque face.

37. L'*Hexaèdre* ou *Cube* est composé de six quarrés égaux, comme un dé à jouer.

38. L'*Octaèdre* est de huit triangles égaux & équilatéraux.

39. Le *Dodécèdre*, de douze pentagones égaux & équilatéraux.

40. *Litosaédre* de vingt triangles égaux & équilatéraux.

41. Outre ces cinq corps réguliers, il n'est pas possible d'en trouver d'autres; ce qu'on démontre ainsi.

On prend des triangles équilatéraux, qui font les figures les plus simples de toutes les rectilignes. Il en faut pour le moins trois, pour faire un angle solide; or ayant joint trois de ces triangles pour en faire un angle, on trouve justement le tétraédre: car ces trois angles aboutissant en un point, laissent une base triangulaire semblable & égale aux faces, comme l'on voit dans la seule composition.

Joignant quatre de ces triangles, on fait l'angle de l'Octaédre.

Avec cinq de ces triangles, on fait l'angle de l'Icosaédre.

Si de ces triangles joints ensemble ne peuvent point faire d'angle solide, car ils sont égaux à quatre droits: Or tout angle solide est fait par des angles plans, qui tous ensemble doivent être moindres que quatre droits: ( §. 25. ) ainsi il n'est pas possible de faire avec des triangles d'autres corps réguliers que ces trois.

Prenant maintenant des quarez, & en joignant trois ensemble, on aura l'angle du cube; & on ne sauroit faire d'autre corps que le cube avec des quarez, parce que si l'on prenoit quatre quarez, & qu'on les joignit ensemble, on ne feroit plus un angle solide, mais un seul plan. ( §. 25. )

Prenant trois pentagones, on fera l'angle du dodecaédre: mais quatre pentagones ac-





## E L E M E N S

te, s'appelle *Raison*, quoy que pour se faire mieux entendre il fallut dire *Comparaison*.

3. La quantité qu'on compare à une autre s'appelle l'*Antecedent*, & cette autre le *Consequent*.

4. Quand de plus on considère quatre quantitez, & qu'on les compare deux à deux,  $a$  4. avec  $b$  2, &  $c$  6 avec  $d$  3; si l'on trouve que  $a$  a autant de grandeur en comparaison de  $b$  que  $c$ , en  $a$  en comparaison de  $d$ : alors on dit que ces raisons sont égales; c'est-à-dire, que la raison d' $a$  à  $b$  est égale à la raison  $c$  à  $d$ ; & que comme  $a$  a deux

fois autant de grandeur que  $b$ ;  $c$  aussi a deux fois autant de grandeur que  $d$ .



5. Mais si l'on trouve que  $a$  ait plus de grandeur en  $a$   $b$   $c$  4. en comparaison de  $b$  2, que  $c$  6 n'en a en comparaison de  $e$  5: par exemple, si l'on trouve que  $a$  4. ayant deux fois autant de grandeur que  $b$  2,  $c$  6 n'en a pas deux fois autant que  $e$  5; alors on dit que ces raisons sont inégales, & qu' $a$  a plus grande raison à  $b$ , que  $c$  à  $e$ ; de sorte qu'avoir plus grande raison n'est autre chose qu'avoir plus de grandeur en comparaison d'une seconde quantité, qu'une troisième n'en a en comparaison d'une quatrième.

6. L'égalité de raisons s'appelle *Proportion*; & quand on trouve que de quatre quantitez, la première a autant de grandeur à raison de la seconde, que la troisième en a à raison de la quatrième, alors on dit que ces quatre quantitez sont *proportionnelles*.

Pour mieux faire comprendre tous les mystères des proportions, qui passent pour les

DE GEOMETRIE, LIV. IV. 47

plus difficiles de la Geométrie, comme ils en sont sans contredit les plus importants, je vais les expliquer par un exemple, qui tout seul rendra à mon avis fort intelligibles des choses, qui d'ailleurs paroissent assez embarrassées.

7. Imaginons le cercle  $b A d$  décrit par le mouvement de la ligne  $a b$  autour du point  $a$ ; & de même soit le cercle  $c A e$  décrit par le mouvement d'un point  $c$  qui se trouve dans la ligne  $a c b$ , imaginons derechef que cette même ligne  $a c b$  tourne encore une autre fois, & se meut jusqu'en  $a e d$ ; l'arc  $b B d$  soit appelé  $B$ ; l'arc  $c D e$  soit appelé  $D$ ; tout le cercle  $b B A$  soit nommé  $A$ ; tout le cercle  $c D A$  soit nommé  $A'$ . Maintenant si nous comparons

d'une part tout le cercle  $A$  à l'arc  $B$ ; & de l'autre tout le cercle  $D$ , nous trouverons manifestement que le cercle  $A$ , a autant de grandeur à la raison de l'arc  $B$ , que le cercle  $A'$  en a à raison de l'arc  $D$ ; & que si  $B$  est la quatrième ou la sixième partie du cercle  $A$ ,  $D$  aussi sera la quatrième ou la sixième partie du cercle  $A'$ : ce qui s'énonce de la sorte, comme  $A$  est à  $B$ , ainsi  $A'$  est à  $D$ , & pour abréger, nous le marquerons ainsi  $A :: B :: D :: A'$ .

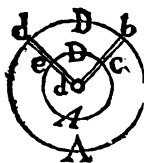


8. Si maintenant nous renversons comparant  $B$  à  $A$ , &  $D$  à  $A'$ , nous trouverons aussi manifestement que  $B :: A :: D :: A'$  de sorte que supposé que  $A :: B :: A' :: D$ ; nous tirons incontinent une conclusion qu'on appelle *invertendo*: donc  $B :: A :: D :: A'$ .

9. Que si nous faisons un échange en com-

parant un antecedent avec l'autre antecedent, & de même un consequent avec l'autre consequent ; nous concluons *alternando*, donc  $A : : B. D.$  Et ceci est bien manifeste : car si tout le cercle  $A$  est double ou triple ( ou en quelque autre raison que ce soit ) du cercle  $A$ , l'arc  $B$  sera aussi double ou triple ( ou enfin en même raison ) de l'arc  $D$ . Ceci, dis je , est manifeste , puisque les deux cercles  $A$  &  $A$  sont décrits par le mouvement de la ligne  $a : b$ , en sorte que  $b$  décrivant tout le cercle  $A$ ,  $c$  décrit tout le cercle  $A$  &  $b$  décrivant l'arc  $B$ ,  $c$  décrit aussi l'arc  $D$  ; & cela par un commun mouvement circulaire, si non que le point  $c$  se mouvant plus lentement que le point  $b$ , il décrit aussi un cercle plus petit à proportion de la lenteur : & de même lorsque le point  $b$  aura décrit l'arc  $B$ , le point  $c$  aura pareillement décrit l'arc  $D$ , qui sera plus petit à proportion de sa lenteur.

10. Si nous comparons les différences des antecedens & des consequens avec les consequens ; par exemple ,  $A$  moins  $B$ , avec  $B$ , &  $A$  moins  $D$ , avec  $D$ , nous trouverons encore qu'il y a proportion, & que  $A$  moins



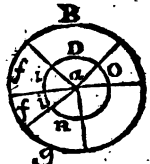
$B : : A$  moins  $D$ .  $D$  ; car il est bien manifeste que l'arc  $b A d$  ( qui est  $A$  moins  $B$  ) est à l'arc  $B$ , comme l'arc  $c A e$  ( qui est  $A$  moins  $D$  ) est à l'arc  $D$  : & ceci s'appelle *Dividendo*.

11. Si nous joignons les antecedens avec les consequens, nous trouverons que  $A$  plus  $B. B : : A$  plus  $D. D$  ; ce qui s'appelle *componendo*.

12. Que si nous concluons que  $A. A$  moins

moins B : : A. A moins D, cela s'appellera *convertendo*.

13. Si nous prenons plusieurs quantitez qui soient proportionnelles deux à deux comme B.f. : : D. i. & f. g. : : i. n, &c. alors nous pouvons conclure, en prenant les premieres & les dernieres, que B. g. : : D. n ; ce qui s'appelle *ex aquo ordonné*.



La proposition qui suit est un peu embarrassée, mais elle n'est pas d'importance & on peut la laisser.

14. Mais si après avoir pris f. g. : : o. D, c'est-à-dire, comme la penultième à la dernière dans le premier rang : : ainsi quelque autre quantité o à la première du second rang on conclut : donc B. g. : : o. i ; c'est-à-dire, comme la première à la dernière dans le premier rang : ainsi cette autre quantité o à la penultième du second rang : alors cela s'appelle *ex aquo troublé* Or cela se peut toujours conclure : car puisque f. g, ou bien i. n : : o. D. il sera aussi *alternando* & *invertendo* o. i : : D. n, ou bien : : B. g.

15. Si l'on prend B. autant de fois que D, par exemple, 3 B & 3 D, nous conclurons que B. D : : 3 B. 3 D. Et de même : : 10. B. à 10.

D. ou bien : : 12  $\frac{1}{2}$  B. à 12  $\frac{1}{2}$  D ; & ainsi

de quelque autre maniere qu'on multiplie ces deux grandeurs B. & D. pourveu qu'on les multiplie également, il y aura toujours même raison entre ces grandeurs également multi-

pièces, qu'entre ces grandeurs simples. Et les grandeurs ainsi également multipliées s'appellent *Equimultiples* des simples B. & D, & l'on dit que les *Equimultiples* sont entre elles comme les simples.

16. Si l'on partage B en même façon que D, & qu'on prenne, par exemple, une quatrième partie de B, & une quatrième partie de D, ou bien une dixième de B, & une dixième de D, ou telle autre partie semblable; ces parties auront même raison entre elles que les totales.

$$B. D :: \frac{1}{3} B. \frac{1}{3} D :: \frac{1}{10} B. \frac{1}{10} D. \&c.$$

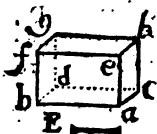
Tout cela est naturellement connu.

17. Multiplier une ligne par une autre ligne,

c'est faire un parallélogramme rectangle, qui ait pour les deux côtés contigus, ces deux lignes.

Par exemple, on multiplie la ligne A par la ligne B, en faisant le rectangle *a b e d*, en sorte que *a b* ou *c d* soit égal à A, & *b d*, ou *a c* soit égal à B.

18. Multiplier un rectangle, ou une autre surface par une ligne, c'est faire un parallépipède rectangle (59.) dont la base soit cette surface, & la hauteur perpendiculaire soit cette ligne. Par exemple, on multiplie la surface *a b d c* par la ligne E, en faisant le solide *a b f g h*, &c. en sorte que



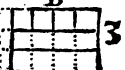
DE GEOMETRIE, LIV. VI. 51

sa base soit la surface  $ad$ , & sa hauteur  $ae$  ou  $bf$ , égale à E.

19. Pour bien concevoir ces multiplications, il faut imaginer deux lignes, comme si elles avoient quelque largeur, & diviser toute leur longueur en de petits quarrez, comme vous voyez en ces figures, où A est une ligne, ou plutôt une regle composée de trois petits quarrez, & B, est une autre regle composée de quatre petits quarrez de même largeur que les trois d'A. Maintenant donc multiplier A par B, ou B par A, c'est prendre la regle B autant de fois qu'il y a de quarrez dans A; ou bien prendre A autant de fois qu'il y a de quarrez en B; ce qui revient au même. Ainsi B pris trois fois fait le premier rectangle, qui comprendra douze quarrez: & A pris quatre fois fera le second rectangle, qui comprendra aussi douze quarrez, & sera tout-à-fait égal au premier.



B



4

20. Il faut prendre garde que la même multiplication se fait encore, bien que dans la longueur de la ligne il ne se trouve point précisément un certain nombre de petits quarrez; mais que si dans A, par exemple, il y a trois quarrez, & que dans B il y en ait quatre & demy, ou quatre, & telle autre partie, ou tel autre excès qu'on voudra, marqué icy  $d$ , on n'a qu'à prendre B trois fois pour multiplier B par A, & l'on aura le premier rectangle composé de douze quarrez, & de trois de ces excès  $d$ . Et de même multipliant A par B, c'est-à-dire, prenant

A quatre fois & demi, ou bien quatre fois avec tel excès *d*, on aura le second rectangle composé aussi de douze quarrés & de trois *d*.

21. Que si l'on imagine que la ligne B se retrecit de la moitié, en sorte que sa longueur demeurant toujours la même, il se trouve qu'elle ait huit petits quarrés, c'est-à dire, que sa longueur soit huit fois aussi grande que la largeur, il se trouvera aussi que retrecissant de même la largeur d'A, il y aura dans A six petits quarrés : de sorte que si l'on multiplie maintenant B par A, ou A par B, il se fera deux rectangles tout-à-fait égaux aux deux precedens. Car B pris six fois, fait le premier

**B** 

**A** 



**8**

rectangle composé de quarante-huit petits quarrés ; & A pris huit fois, fait le second rectangle composé aussi de quarante-huit quarrés : & ces quarante-huit quarrés ne valent ni plus ni moins que les douze des rectangles precedens, parce qu'un de ces douze en vaut quatre de ces quarante-huit, comme il paroît dans la figure même. Ainsi quelque petite largeur que l'on donne à ces lignes, quand on les retreciroit à l'infini, il est manifeste que les rectangles qu'elles feront, étant multipliées l'une par l'autre seront toujours les mêmes. De sorte que l'on peut prendre hardiment les lignes comme indivisibles, & les multiplier, en faisant d'elles un rectangle, puisque jamais la grandeur de ce rectangle ne varie, quelque petiteffe que l'on donne à la largeur des lignes.



DE GEOMETRIE, LIV. VI. 55

22. Il est fort aisé d'appliquer tout ceci à la multiplication des solides : mais au lieu de quarez , il faut imaginer des cubes : car si l'on pense une surface composée de douze cubes ; & d'un autre côté , si l'on pense de plus une ligne composée de deux cubes , on multipliera la surface douze par la ligne deux, en prenant cette même surface autant de fois qu'il y a de petits cubes dans la ligne , c'est-à-dire , deux fois , & alors il se fera un solide composé de vingt-quatre petits cubes.

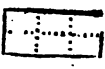

23. De tout ceci il paroît que ces petits quarez & ces petits cubes sont dans la multiplication des lignes & des surfaces, ce que les unitez sont dans la multiplication des nombres : car multiplier un nombre par un autre , par exemple , 3 par 5 , c'est prendre 3 , autant de fois qu'il y a d'unitez en 5, ou bien prendre 5 , autant de fois qu'il y a d'unitez en 3 ; ce qui produit quinze. Ainsi multiplier une ligne par une autre , c'est prendre une de ces lignes autant de fois qu'il y a de quarez dans l'autre ; & multiplier une surface par une ligne , c'est prendre cette surface autant de fois qu'il y a de cubes dans la ligne.

*Dans un autre endroit on parlera des multiplications de surfaces par des surfaces , ou par des solides , d'où résultent des composés, qu'on appelle de plus de trois dimensions.*

24. Toutes grandeurs se peuvent exprimer par des lignes : comme , si une grandeur est double ou triple d'une autre , ou en telle autre raison qu'on voudra , on n'a qu'à prendre deux lignes , dont l'une soit double ou triple de l'autre , ou en telle autre raison semblable à la

raison des grandeurs. Ainsi pour exprimer deux temps, par exemple, une heure & deux heures, ou bien deux vitesses, dont l'une soit double de l'autre, je n'ay qu'à prendre deux lignes, & double de  $b$ , & je pourray dire qu' $a$  représente deux heures, ou la grande vitesse, &  $b$  représente une heure, ou la petite vitesse, & agit sur ces deux lignes comme je ferois sur les heures, &c.

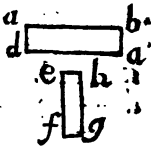
25. Pour connoître la proportion des rectangles, il faut connoître la raison de la longueur de l'un à la longueur de l'autre, & de plus la raison de la largeur de l'un à la largeur de l'autre: par exemple, pour connoître quelle raison a le rectangle  $ac$ , au rectangle  $eg$ , il ne suffit

$a$    $h$  pas de sçavoir que la longueur  
 $b$   $ab$  est triple de  $eh$ , mais de  
 $d$   $c$  plus il faut aussi sçavoir que  
 $e$    $h$   $ad$  est double de  $ef$ : car si  
 $f$   $g$  l'on prend  $ai$  égal à  $ef$ , le

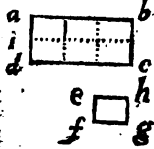
rectangle  $bi$  sera triple du rectangle  $eg$ , puisque  $ab$  est triple de  $eh$ , &  $ai$  égal à  $ef$ . Et de plus, comme  $i$   $d$  est encore égal à  $ai$ , ou à  $ef$ , (puisque l'on suppose que  $ad$  est double de  $ai$ , ou de  $ef$ ,) le rectangle  $ic$  sera aussi triple du rectangle  $eg$ . Ainsi tout le rectangle  $ac$  est deux fois triple du rectangle  $eg$ , c'est-à-dire, sextuple, ou qu'il contient six fois le rectangle  $eg$ . Ce que j'ay dit de la raison double & triple des largeurs & des longueurs, se doit aussi entendre de toute autre raison que ce soit: car si  $ab$  est quadruple de  $eh$ , &  $ad$  triple de  $ef$ , le rectangle  $ac$  sera trois fois quadruple du rectangle  $eg$ , c'est-à-dire, que  $ac$  sera dodecuple de  $eg$ , ou le contiendra douze fois.

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 55

Mais si  $ab$  est dodecuple de  $eh$ , & que  $ef$  soit triple de  $ad$ : alors il se fait une certaine compensation. Car si ayant égard aux seules largeurs  $ab$  &  $eh$ , le rectangle  $ac$  a de l'avantage, & égale l'autre douze fois; d'autre part néanmoins il perd cet avantage dans les hauteurs  $ad$  &  $ef$  où le rectangle  $eg$  doit égaler l'autre trois fois. Comparant donc l'avantage & le désavantage, le rectangle  $ac$  étant d'une part douze fois aussi grand & d'autre part trois fois aussi petit, reste qu'il soit seulement quatre fois aussi grand que  $eg$ .



26. C'est ce qu'on entend, lorsqu'on dit que les rectangles sont en *raison composée* de leurs côtes: car si  $ab$  est triple de  $eh$ , &  $ad$  double de  $ef$ , le rectangle  $ac$  aura au rectangle  $eg$  une raison composée du triple & du double; c'est à dire, qu'il sera deux fois triple, ou trois fois double, ou en un mot sextuple. De même si  $ab$  est quadruple de  $eh$ , &  $ad$  triple de  $ef$ , ce rectangle  $ac$  aura au rectangle  $eg$  une raison composée du quadruple & du triple, en sorte qu'il sera trois fois quadruple, ou quatre fois triple, ou en un mot dodecuple. De même si  $ab$  est dodecuple de  $eh$ , &  $ad$  subtriple de  $ef$ , (c'est à-dire, que  $ef$  soit triple de  $ad$ ) la raison du rectangle  $ac$  au rectangle  $eg$  sera composée de la raison dodecuple & de la raison subtriple, en sorte que  $ac$  sera douze fois subtriple, ou subtriplement dodecuple, ou en un mot quadruple de  $eg$ .



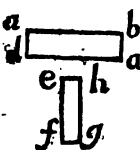
Si l'on prend douze fois la troisième partie d'un écu, on fait quatre écus : de sorte que quatre écus sont douze fois subtriples d'un écu, c'est-à-dire, sont douze fois la troisième partie d'un écu.

27. De là il paroît que si les côtez de deux rectangles sont réciproquement proportionnels, les rectangles sont égaux : car si  $ab$  est double de  $eh$ , & que réciproquement  $hg$  soit double de  $bc$ , ou bien si  $ab$  est triple de  $eh$ , &  $hg$  triple de  $bc$ , ou enfin si quelque raison qu'ait  $ab$  à  $eh$ ,  $hg$  ait aussi cette même raison à  $bc$ , il est bien manifeste que d'autant que le rectangle  $ac$  surpasse



l'autre en longueur, d'autant aussi est-il surpasse en largeur. Ainsi la longueur compense la largeur, l'un & l'autre est égal : d'où l'on tire cette proposition tres-importante.

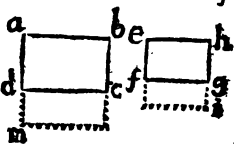
28. S'il y a quatre grandeurs proportionnelles, ce qui provient de la multiplication des deux moyennes, est toujours égal à ce qui provient de la multiplication des deux extrêmes :



comme si  $ab : eh :: hg : bc$ , je dis qu'en multipliant les extrêmes  $ab$ , &  $bc$ , pour en faire le rectangle  $ac$ , & en multipliant les moyennes  $eh$  &  $hg$ , pour en faire le rectangle  $eg$ , ces deux rectangles  $ac$  &  $eg$  seront égaux : ( 6. 27. ) Ce qui se fait par lignes & par rectangles, se fait aussi par quelque autre grandeur que ce soit, puisque toutes grandeurs se peuvent exprimer par lignes, & toutes multiplications de grandeurs par multiplications de lignes, c'est-à-dire, par des rectangles. ( 6. 24. )

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 57

29. Lorsque les rectangles ont leurs côtés proportionnels, en sorte que  $ab. eh :: ad.ef$ , on dit alors que le rectangle  $ac$  est au rectangle  $eg$ , en raison doublée de la raison de leurs côtés : car la raison de  $ac$  à  $eg$ , est composée de la raison de  $ab$  à  $eh$ , & de la raison de  $ad$  à  $ef$ . (6. 26.) Or la raison de  $ab$  à  $eh$  est ici ( par l'hypothese ) la même que la raison de  $ad$  à  $ef$  : ainsi pour avoir la raison du rectangle  $ac$  au rectangle  $eg$ , il suffit de prendre deux fois la raison de  $ab$  à  $eh$ . Par exemple, si  $ab$  est double de  $eh$ , &  $ad$  est double de  $ef$ , le rectangle  $ac$  sera deux fois double, c'est-à-dire, quadruple du rectangle  $eg$  : & si  $ab$  est triple de  $eh$ ,  $ad$  triple de  $ef$ ,  $ac$  sera trois fois triple

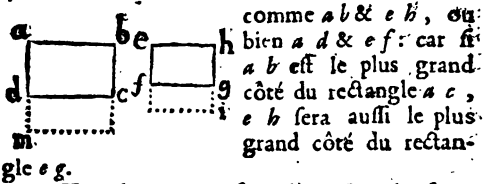


de  $eg$ , c'est-à-dire, nonécuple : & si  $ab$  est quadruple de  $eh$ ,  $ac$  sera quatre fois quadruple, c'est-à-dire, sexdecuple de  $eg$ .

30 Si l'on prend une troisième ligne  $no$  proportionnelle, en sorte que  $ab. eh :: eh, no.n$  les deux rectangles  $ac$ , &

$eg$ , seront comme les lignes  $ab$ , &  $no$ . Car  $ab$  à  $no$ , est en raison doublée d' $ab$  à  $eh$ . Et si  $ab$  est double, ou triple, ou quadruple d' $eh$ ,  $ab$  sera deux fois double ou trois fois triple, ou quatre fois quadruple, de  $no$ .

31. Ces rectangles qui ont ainsi leurs côtés proportionnels  $ab. eh :: ad. ef$ ; s'appellent semblables : dont les côtés homologues sont ceux qui se répondent dans la proportion.



32. Tous les quarez font des rectangles semblables : car il est bien manifeste que si  $ab$  est double ou triple, &c. de  $eh$  :  $am$  sera aussi double ou triple de  $hi$ , puisque  $am$  est égal à  $ab$ , &  $hi$  à  $eh$ .

33. Tous les rectangles semblables sont entre eux, comme les quarez bâtis sur leurs cotés homologues. Je dis que le rectangle  $ac$  est au rectangle  $eg$ , comme le quarré  $bm$  au quarré  $ei$  : car tant ces quarez que ces rectangles, sont entre eux en raison doublée de  $ab$  à  $eh$ . (6. 29. 32.)

34. Pour connoître la raison de deux solides parallelepipèdes rectangles, il faut connoître la raison de la base de l'un à la base de l'autre, & de plus la raison de la hauteur de l'un à la hauteur de l'autre : parce que la raison de tout un solide à l'autre est composée des raisons des longueurs, largeurs & hauteurs ; ce qui est aisé à comprendre, si l'on a compris ce qui a été dit des raisons des rectangles. Car si un parallelepipède a sa base double de la base d'un second parallelepipède, & la hauteur triple de la hauteur, le premier parallelepipède sera deux fois triple, ou trois fois double, ou en un mot sextuple du second.

35. Si les bases de deux parallelepipèdes rectangles sont reciproquement comme leurs hauteurs, les parallelepipèdes sont égaux ; cela se

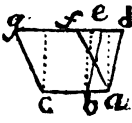
DE GEOMETRIE, LIV. VI. 59  
 trouve comme la vingt septième de ce livre :  
 car d'autant que l'un surpasse l'autre en lar-  
 geur & en longueur, d'autant est-il surpassé en  
 hauteur.

36. Lorsque les parallelepipedes rectangles  
 ont tous leurs côtez proportionnels, on les ap-  
 pelle *semblables*, & ils sont en *raison triplée* de  
 leurs côtez, comme on dit des parallelogram-  
 mes, qu'ils sont en *raison doublée*.

37. Les parallelepipedes rectangles sembla-  
 bles sont entre eux comme les cubes bâtis sur  
 les côz homologues : car tant les cubes que  
 les parallelepipedes, sont entre eux en raison tri-  
 plée de leurs côtez homologues.

38. Les rectangles qui ont même hauteur  
 sont entre eux en raison de leurs bases. Soient  
 les rectangles A & B entre les pa-  
 ralleles  $df$  &  $ac$ , en sorte que  $af$  &  $d$   
 $d$  soit égal à  $cf$  : je dis que  $A : B ::$   
 $a : b$ .  $bc$ , c'est à dire, que le rectan-  
 gle A est au rectangle B, comme la  
 base  $ab$  est à la base  $bc$ . Que si, par exemple,  
 $ab$  est double de  $bc$ , A sera aussi double de B; &  
 si  $ab$  est triple ou quadruple de  $bc$ , A aussi sera  
 triple ou quadruple de B: car A n'est que la lig-  
 ne  $ab$  multipliée par  $ad$ , (6 17.) & B n'est que  
 la ligne  $bc$ , multipliée par la même  $ad$  ou  $bc$   
 qui luy est égale. Donc (6 15.)  $A : B :: ab . bc$ .

39. Tous parallelogrammes, qui sont entre  
 même paralleles, sont entre eux comme leurs  
 bases. Je dis que le parallelogram-  
 me  $adeb$  est au parallelogram-  
 me  $afge$ , comme  $ab$  à  $ac$  : car  
 avant fait des rectangles pointil-  
 lés sur les mêmes bases, ces re-



Etangles sont égaux parallelogrammes. ( 3.14.)  
Or ces rectangles sont comme leurs bases : ( par  
la précédente. ) Donc les parallelogrammes aus-  
si sont comme leurs bases , c'est à sçavoir,  $a d e$   
 $b$ ,  $a f g r$  : :  $a b$ .  $a c$ .

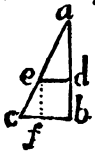
40. Les triangles qui sont entre mêmes paral-  
leles sont comme les bases , car ils sont la moi-  
tié des parallelogrammes.

41. Quand les triangles ont leurs bases sur  
une même ligne droite , & que leur sommet  
aboutit à un même point, ils sont censez être  
entre mêmes paralleles , comme  $a d e$ , &  $c d e$ ,  
ou bien  $a d e$ , &  $b d e$ .

42. Si dans un triangle on tire une ligne pa-  
rallele à la base, cette ligne coupera les jambes  
proportionnellement. Soit le triangle  $a b c$ , & la



ligne  $d e$  parallele à  $b c$ , je dis que  
 $a d$ .  $a e$  : :  $a b$ .  $a c$ . & : :  $d b$   $e c$ .  
Car si l'on imagine les lignes  $c d$  &  
 $e b$ , le triangle  $c e d$  sera au triangle  
 $e a d$ , comme  $c e$  à  $e a$  : ( 6.40. 42. )  
de même le triangle  $b d e$  au triangle  
 $d a e$ , est comme  $b d$  à  $d a$ . Or le triangle  $c e d$   
est égal au triangle  $b d e$  : ( 3 16. ) donc aussi le  
triangle  $b d e$  ou  $c e d$  est au triangle  $e a d$  : :  
comme  $b d$  à  $d a$ , ou comme  $c e$  à  $e a$  : donc en-  
core  $b d$ .  $d a$  : :  $c e$ ,  $e a$ , puisque tant la rai-  
son de  $b d$  à  $d a$ , que celle de  $c e$  à  $e a$ , expri-  
ment une même raison du triangle  $b e d$  ou  $c e$   
 $d$  au triangle  $e a d$ .

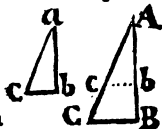


43. Si dans un triangle  $a c b$ , on  
tire une ligne  $d e$ , parallele à la base  
 $c b$ , je dis que  $e d$ .  $c b$  : :  $a d$ .  $a b$ , ou : :  
 $a e$ .  $a c$ . car tirant  $e f$  parallele à  $a b$ ,  
on aura  $f b$  égale à  $e d$ . ( 3.2. ) Or par



DE GEOMETRIE, LIV. VI. 67  
 la précédente  $f b . c b :: e a . c a ::$  donc  $e d , c b ::$   
 $e a . c a ::$  ou  $d a . b a .$

44. On appelle *Triangle semblables* ceux qui ont tous les trois angles égaux, c'est-à-dire, ceux de l'un à ceux de l'autre, encore que les triangles soient inégaux. Par exemple, si l'angle A est égal à l'angle  $a$ , & l'angle B à l'angle  $b$ , & l'angle C à l'angle  $c$ , tout le triangle A B C sera semblable au triangle  $a b c$ .

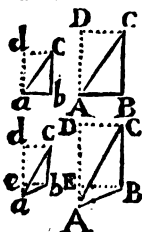


45. Quand on a trouvé que deux triangles ont deux angles égaux chacun à chacun, on aura aussi trouvé que le troisième angle sera égal, & que les triangles seront semblables: car puisque les trois angles dans chaque triangle font la valeur de deux droits, ( 2. 9. ) si les deux angles d'un triangle sont égaux aux deux d'un autre triangle, il faut que le troisième angle de l'un, soit égal au troisième de l'autre.

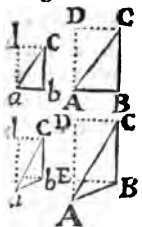
46. Tous les triangles semblables ont leurs côtés ( autour des angles égaux ) proportionnels. Je dis que  $A B . a b :: A C . a c :: B C . b c$ . Car si dans le plus grand triangle A B C on prend A b égal à  $a b$ , & A c égal à  $a c$ , le triangle A b c sera tout égal au triangle  $a b c$ ; ( 2. 11. ) ainsi l'angle A b c est égal à l'angle  $a b c$ : ( 2. 11. ) donc aussi il est égal à l'angle B, lequel par l'hypothèse l'est à l'angle b: donc la ligne  $b c$  est parallèle à la ligne B C: ( 1. 31. ) donc ( 6. 42. 43. )  $A b . A B :: A c . A C :: b c . B C$ .

47. Tous les triangles semblables sont entre eux en raison doublée de leurs côtés ho-

mologues , ou comme les quartez bâtis sur leurs côtez homologues. Soit  $abc$  sembla-



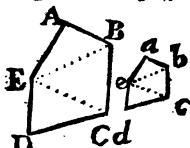
ble à  $ABC$ , en sorte que  $ab. A$   
 $B :: bc. BC$ . Premièrement, si  
 $b$  &  $B$  sont angles droits, soient  
 achevez les rectangles  $bcd a$ ,  
 &  $BCDA$ , ces rectangles  $bd$   
 &  $BD$  seront entre eux en rai-  
 son doublée du côté  $bc$ , au cô-  
 té homologue  $BC$ , ou comme  
 le quarré bâti sur  $bc$ , au  
 quarré bâti sur  $BC$ . ( 6. 29. 33. ) Or le trian-  
 gle  $abc$  est la moitié du rectangle  $bcd$ , ( 3.  
 6. ) & le triangle  $ABC$  est la moitié du re-  
 ctangle  $BCD$  : ( 3. 8. ) donc aussi ces deux



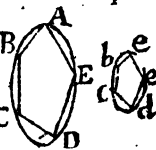
triangles sont entre eux en rai-  
 son doublée des côtez homo-  
 logues, &c. Secondement, si  
 les triangles ne sont point re-  
 ctangles, comme dans les se-  
 condes figures, soient tirées  
 les paralleles  $ad$  &  $AD$ , & puis  
 soient faits les rectangles  $bcd$   
 &  $BCDE$ , 1. les triangles  $a$   
 $dc$ , &  $ADC$  seront semblables, à caüé que  
 l'angle  $d$  est égal à l'angle  $D$ , étant tous deux  
 droits. Et de plus, l'angle  $d a c$  est égal à  
 l'angle  $D A C$ , à caüé qu'ils sont égaux  
 aux angles  $a c b$ , &  $A C B$  : ( 1. 31. ) Donc  
 $a c. AC :: c d. CD$ . ( 6. 46. ) Or  $a c. AC ::$   
 $bc. BC$  : ( par l'hypothese ) donc  $c d. CD ::$   
 $bc. BC$  : & par consequent aussi les rectan-  
 gles  $bd$  &  $BD$  sont semblables, ( 6. 31. ) &  
 sont entre eux comme les quartez de leurs  
 côtez homologues : ( 6. 33. ) donc aussi

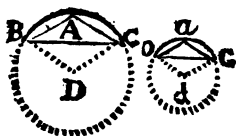
leurs moitez, c'est-à-dire, ( 3. 18. ) les triangles  $abc$  &  $ABC$  sont en raison doublée de leurs côtez homologues, ou comme les quarez, &c.

48. Les Polygones semblables sont ceux qui ont autant de côtez les uns que les autres, en telle sorte que chaque angle d'un polygone soit égal à chaque angle de l'autre, & que tous leurs côtez autour des angles égaux soient proportionnels, comme si l'angle  $A$  est égal à l'angle  $a$ , &  $D$  l'angle  $B$  à l'angle  $b$ , &c. & de plus que  $AB : a :: CD : cd$ , &c. Ces deux polygones sont semblables.



49. Et parmi les curvilignes, ou les mixtes, figures semblables sont celles dans lesquelles on peut inscrire, & autour desquelles on peut circonscrire des polygones semblables : en sorte que quelque polygone qu'on ait inscrit ou circonscrit en l'une, on en puisse inscrire ou circonscrire un semblable en l'autre. Par exemple, si ayant inscrit quelque polygone qu'il m'a plu, comme  $A B C D E$ , dans la grande curviligne, j'en puis inscrire un autre tout semblable dans la petite curviligne,  $abcde$ , ces deux curvilignes seront semblables. De même, si ayant pris deux mixtes, comme deux segments de cercle  $A B C$ , &  $abc$ , & ayant inscrit en l'un un triangle tel qu'il m'a plu,  $A B C$ , j'en

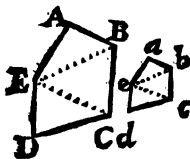




puis inscrire en l'autre un autre semblable  $a b c$ , ces deux segmens seront semblables ; & ayant achevé les cercles , ces segmens seront égales portions de ces cercles , en sorte que si l'arc  $B A C$  est la troisième partie de son cercle , l'arc aussi  $b a c$  sera la troisième partie de son cercle : & si vers le centre on tire des lignes  $B D$  ,  $C D$  ,  $b d$  ,  $c d$  , les angles  $D$  &  $d$  seront égaux. ( Voyez 4. 11. & suivans. )

50. Tous les cercles sont figures semblables.

51. Tous polygones semblables se peuvent diviser en un égal nombre de triangles semblables. Soient les polygones semblables  $A B C D E$  , &  $a b c d e$  ; le premier soit divisé en ses triangles par les lignes  $B E$  ,  $C E$  : ( 3. 24. ) je dis que l'autre étant aussi divisé en triangles par les lignes  $b e$  , &  $c e$  , tous les triangles de l'un seront semblables aux triangles de l'autre. Par exemple ,  $a b e$  à  $A B E$  , car l'angle  $a$  est égal à l'angle  $A$  , ( par l'hypothese , & de plus  $A B . a b :: A E . a e$  : ( aussi par l'hypothese ) donc le triangle  $A B E$  est semblable à  $a b e$  , ( 6. 46. ) On prouve en-

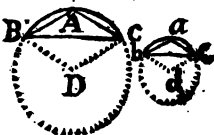


suite que l'angle  $E B C$  est égal à l'angle  $e b c$  , à cause que l'angle  $A B C$  a été supposé égal à  $a b c$  , & que par ce qui vient d'être prouvé , l'angle  $a b e$  est égal à l'angle  $A B E$  :

ABE : donc, des choses égales ôtant choses égales, l'angle EBC est égal à l'angle *ebc*. De même, on prouve que l'angle *ecb* est égal à l'angle ECB, & par conséquent (6. 45.) tout le triangle *ebc* sera semblable au triangle EBC, ainsi de tous les autres.

52. Tous polygones semblables sont entre eux en raison doublée de leur côtéz homologues, ou comme les quarrés bâtis sur leurs côtéz homologues. Je dis que comme le quarré d'AB est au quarré d'*ab*, ainsi tout le polygone ABCDE est au polygone *abcde*: car tous les triangles d'un polygone étant semblables à ceux de l'autre, (6. 31.) tous ceux de l'un sont à tous ceux de l'autre en raison doublée de quelques-uns de leurs côtéz homologues quels qu'ils soient, c'est-à-dire, comme le quarré d'AB, au quarré d'*ab*.

53. Toutes figures semblables, même les curvilignes, sont entre elles comme les quarrés bâtis sur quelque côté de quelque figures semblables que ce soit qu'on y auroit inscrites ou circonscrites. Soient par exemple les cercles



dans lesquels ont ait inscrit deux triangles semblables *bac* & BAC, je dis que tout le cercle ABC est au cercle *abc*, comme le quarré de BC au quarré de *bc*, ou ce qui est le même, comme le quarré du demi-diametre DB, au quarré du demi-diametre *db*: car dans le cercle *abc* on peut (du moins par la pensée) inscrire ou circonscire tel polygone qu'on voudra. (4. 30.) Or tout polygone inscrit dans *abc* aura plus petite raison au cercle ABC, que le quarré sur

66.

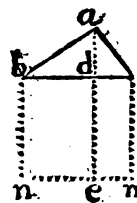
## E L E M E N S

$b c$  au carré sur  $B C$ , & tout circonscrit dans  $a b c$  aura plus grande raison au cercle  $A B C$  comme on prouvera aisément par la précédente, & par ce qui a été dit du cercle, au livre quatrième : donc, &c.

54. Tout cecy s'applique aux solides. Solides semblables sont ceux qui ont les angles égaux, & les côtes proportionnels, ou dans lesquels on inscrit ou circonscrit, &c.

55. Les solides semblables sont entre eux comme les cubes, &c. Voyez 6. 36. 37. &c.

56. Si dans un triangle rectangle  $a b c$ ; on tire du sommet de l'angle droit  $a$  une perpen-



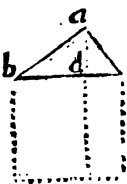
diculaire  $a d$  sur l'hypoténuse (ou grand côté)  $b c$ , on aura trois triangles rectangles tous semblables, sçavoir,  $a d c$ ;  $a d b$ , & le total  $b a c$  : car 1. tous ces trois triangles ont chacun un angle droit ; 2. les triangles  $a b c$  &  $a d c$  ont l'angle  $b$  commun : donc ils sont semblables ; ( 6. 45. ) 3.

les triangles  $a b c$  &  $a d c$  ont l'angle  $c$  commun : donc ils sont semblables.

57. La perpendiculaire  $a d$  est moyenne proportionnelle entre  $c d$  &  $d b$ , c'est-à-dire, que  $c d : d a :: d a : d b$ . Car les triangles  $c d a$  &  $a d b$  étant semblables par la précédente,  $c d$ , ( qui est la petite jambe du triangle  $c d a$  ) sera à  $d a$  ( qui en est la grande jambe ) comme  $a d$  ( qui est la petite jambe du triangle  $a d b$  ) à  $d b$  qui en est la grande jambe. ( 6. 46. )

58. Le carré d' $a d$  est égal au rectangle fait de  $c d$  & de  $d b$  : car puisque  $c d : d a :: d a : d b$ , ( par la précédente ) le rectangle des extrêmes  $c d$  &  $d b$  sera égal au rectangle des moyennes  $d a$  &

&  $d a$ , ( 6. 28. ) Or les deux cô-  
tez de ce rectangle étant égaux ,  
puisque ce n'est que  $d a$  pris  
deux fois , il faut que ce rectan-  
gle soit le carré de  $d a$  ; & ainsi  
on peut mettre pour proposition  
générale ; que ...



59. Le carré de la moyenne  
proportionnelle est toujours égal à  
au rectangle fait des deux extrêmes.

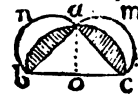
60. Pour exprimer un rectangle ; il suffit de  
nommer trois lettres. Par exemple, quand on met  
le rectangle  $b d c$ , cela veut dire le rectangle,  
dont un côté est  $b d$ , & l'autre  $d c$ ; & si l'on  
disoit le rectangle  $b c d$ ; cela voudroit dire le  
rectangle, dont un côté seroit  $b c$ , & l'autre  $c d$ .

61. Dans tout triangle rectangle le carré  
fait sur l'hypoténuse ( ou sur le grand côté )  
est égal aux deux carrés faits sur les jambes.  
( ou sur les autres côtés ) Soit le carré  $b c m n$   
divisé par la perpendiculaire  $a d d$  en deux re-  
ctangles  $d e m$ , &  $d e n$  : je dis que le rectangle  
 $d e m$  est égal au carré de  $a c$ , & le rectangle  
 $d e n$  au carré de  $a b$  ; & que par conséquent  
tout le carré  $b c m n$  est égal aux carrés de  $a c$   
& de  $a b$  ; car 1. les deux triangles  $a d e$  &  $b d e$   
étant semblables, ( 6. 56. )  $d e$  à  $a c$  ( dans  
le petit triangle  $a d e$  ) sera comme  $a c$  à  $b c$  :  
( dans le grand triangle  $b d e$  ) donc  $a c$  est moyenne  
proportionnelle entre  $d e$  &  $b c$ , qu.  $e m$ , ainsi le  
carré  $a c$  est égal au rectangle  $d e m$ . ( 6. 59. )  
2. Par même raison, on prouve que  $b a$  est moy-  
enne proportionnelle entre  $b d$  &  $b c$ , ou  $b n$ , &c.

62. Si sur les trois côtés du triangle re-  
ctangle on bâtit trois figures semblables posées  
semblablement, la plus grande sera égale aux



deux autres ; car ces figures semblables étant comme les quarez faits sur leurs côtez homologues , ( 6. 53. ) la figure A se:a aux figures B & C, comme le quarre de  $b c$  est aux quarez de  $c a$  & de  $a b$ .



O le quaré de  $b c$  est égal aux deux autres : ( par la précédente ) donc ,



63 Si sur le grand côté  $b c$  on fait un demi-cercle  $b a c$ , & sur les autres côtez deux autres demi-cercles  $b n a$  &  $a m c$ , ce grand demi-cercle sera égal aux deux autres. ( par la précédente )

Que si de part & d'autre on ôte ce qui est commun , qui sont les segmens hachez  $b a$ , &  $a c$ ; ce qui restera de part & d'autre sera égal; c'est-à-dire, le triangle  $b a c$  d'une part sera égal aux deux lunes  $b n a$  &  $a m c$  de l'autre : & c'est-là la quadrature des Lunes d'Hippocrate de Sicile.



64. Lorsque le triangle  $b a c$  est isoscele , les lunes sont égales : de sorte que le triangle  $b a o$  qui est la moitié de  $b a c$ , sera égal à chaque lune: mais lorsque



le triangle est scalene , comme dans la seconde figure , les lunes sont inégales , & il est aussi difficile de partager le triangle  $b a c$

en deux par la ligne  $a o$ , en sorte qu'on démontré que le triangle  $b a o$  est égal à la lune  $b n a$ , & le triangle  $o a c$  à la lune  $c m a$ : il est, dis je, aussi difficile de faire cela, que de trouver la quadrature du cercle.

65. Deux cordes qui se croisent dans un cercle, ont leurs segmens reciproques, c'est-à-dire, reci-

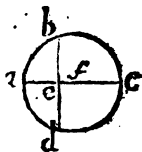


DE GEOMETRIE, LIV. VI. 65

proquement proportionnels. Je dis que  $a.e.b::e.d.e.c.$  & que par conséquent le rectangle  $a.e.c$  est égal au rectangle  $b.e.d$  : car si l'on imagine les lignes  $d.c$  &  $b.a'$ , on aura deux triangles semblables  $a.e.b$  &  $d.e.c$ . Car 1. ils ont un angle vers  $e$  opposé par la pointe, & par conséquent égal; ( 1. 23. ) 2. l'angle  $d$  est égal à l'angle  $a$  ( 4. 12. ) comme insistant sur le même arc  $b.c$ , & aboutissant à la même circonférence : donc ces deux triangles sont semblables ; ainsi  $a.e.b.e::e.d.e.c.$  ( 6. 46. )

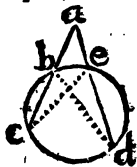


66. Si  $a.c$  est diamètre du cercle, &  $d.b$  perpendiculaire,  $d.e$  ou  $b.e$  sera moyenne proportionnelle entre  $a.e$  &  $e.c$ , à cause que  $d.e$  sera égale à  $e.b$  : ( 4. 6. ) ainsi  $a.e.d.e::b.e$  ou  $d.e.e.c$  & le carré  $d.e$  sera égal au rectangle  $a.e.c$ .

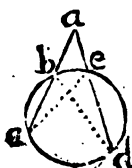


67. Deux lignes tirées d'un point extérieur vers un cercle, à la circonférence duquel elles sont terminées, sont entre elles réciproquement comme leurs segmens extérieurs :

je dis que  $a.c.a.d::a.e.a.b$  ; & que par conséquent le rectangle  $c.a.b$  est égal au rectangle  $d.a.e$  : car si l'on imagine les lignes  $b.d$  &  $e.c$ , on aura deux triangles semblables  $a.b.d$  &  $a.e.c$  : car 1. ils ont un angle commun  $a$  ; 2. l'angle  $d$  est égal à l'angle  $c$ , ( 4. 12. ) comme insistant sur un même arc  $b.e$  :

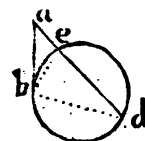


donc les triangles  $a.b.d$  &  $a.e.c$  sont semblables ; ( 6. 45. ) ainsi  $a.d.a.c::$  ( qui soat



les grands côtéz des deux triangles ) ::  $ab. ae.$  qui sont les petits côtéz des mêmes triangle. )

68. Si l'une de ces lignes  $ab$  touche le cercle en  $b$ , tandis que l'autre le coupe en  $e$  & en  $d$ , alors  $ab$  est moyenne proportionnelle entre  $ae$  &  $ad$ ; car ayant tiré les lignes  $be$  &  $bd$ , les triangles  $abd$  &  $aeb$  seront semblables, à cause



1. ils ont un angle commun en  $a$ ; 2. l'angle  $aeb$  est égal à l'angle  $bde$ : (4. 17.) donc ces deux triangles étant semblables,  $ae. ab :: ab. ad$  ( qui sont les deux côtéz du petit triangle  $aeb$  ) ::  $ab. ad$  ( qui sont les côtéz homologues de l'autre triangle  $adb$ .)

69. Soit le diamètre  $ab$  coupé en  $c$  par la perpendiculaire infinie  $ee$ , ou au dedans du cercle, comme en la première figure, ou à la circonférence, comme en la deuxième figure, ou hors le cercle, comme en la troisième

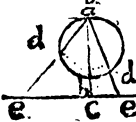
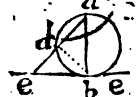


figure: soit de plus du point  $a$  tirée telle ligne droite que l'on voudra, coupant la perpendiculaire en  $e$ , & le cercle en  $d$ ; je dis que toujours  $ad. ac :: ab. ae$ . Car si l'on tire la ligne  $bd$ , on aura deux triangles semblables  $eaec$  &  $dab$ , à cause que 1. ils ont un angle commun  $eaec$  &  $dab$ ; 2. ils en ont un autre droit, car l'angle  $aee$  est droit, ( par l'hypothese ) & l'angle  $bda$  est aussi droit: ( 4. 14. )

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 71

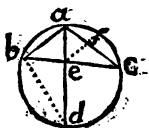
donc ces deux triangles étant semblables,  $ad$ .  
 $ac :: ab. ac$ .

70. Dans la deuxième figure,  $ab$  est toujours moyenne proportionnelle entre  $ad$  &  $ae$ ; & dans la première, la moyenne est  $ae$ , où le cercle coupe la ligne  $ce$ .

71. Si dans le triangle inscrit, l'angle  $bae$  est partagé en deux également par la ligne  $aed$ , je dis que  $ba. ae :: ad. ac$ : car ayant tiré la ligne  $bd$ , on aura deux triangles semblables  $abd$  &  $aec$ , à cause que 1. l'angle  $d$  est égal à l'angle  $c$ , (4. 12.) comme insistant sur le même arc  $ab$ , & aboutissant à la même circonférence; 2. l'angle  $bad$  est égal à l'angle  $eac$ , par l'hypothèse: donc ces deux triangles sont semblables: & parant  $ba. ad :: a. ac$ .



72. Lorsque l'angle du sommet est ainsi partagé en deux également, les segments de la base sont proportionnels avec les côtes,  $ba. ac :: be. ec$ : car imaginant  $ef$  parallèle à  $a$ , nous aurons  $ba. ac :: ef. fc$ . Or  $ef$  est égal à  $af$ , à cause que l'angle  $aef$  est égal à l'angle  $eab$ , (1. 31.) & par conséquent à l'angle  $eaf$ : ainsi le triangle  $afe$  est isocèle; (2. 15.) ainsi au lieu de mettre  $ba. ac :: ef. fc$ : nous pouvons mettre  $ba. ac :: af. fc$ : ou bien (6. 42.)  $be. ec$ : ce qu'il falloit prouver.



73. Si deux cercles se touchent l'un dans



l'autre, & que du point d'as-  
touchement *a* on tire une tan-  
gente, & la perpendiculaire *a*  
*c b*, laquelle passera par les cen-  
tres des deux cercles, ( 4. 5. )  
& que de plus on tire telle au-  
tre ligne que l'on voudra, coupant les deux  
cercles en *e* & *d*, je dis que toujours *a e*  
*a d* :: *a c* . *a b* : car ayant tiré les lignes *e c*  
& *d b*, les triangles *a e c* & *a d b* seront sembla-  
bles ayant un angle commun en *a*, & un autre  
droit en *e* & en *d*. ( 4. 14. )

74. L'arc *a e c* sera aussi à l'arc *a d b*, comme tout  
le cercle *a e c* au cercle *a d b*. ( 6. 49. & 4. 11. Cor. )





## LIVRE SEPTIEME.

*Des Incommensurables.*

1. **U**N E petite quantité est dite *en mesurer* une autre plus grande, lorsque la petite étant prise un certain nombre de fois, égale précisément la plus grande. Par exemple, supposé qu'une toise contienne six pieds, un pied *mesurera* la toise, parce qu'un pied pris six fois, égale précisément la toise.

2. La quantité qui en mesure une plus grande, s'appelle *Partie* de la grande, & la grande s'appelle *Multiple* de la petite : ainsi un pied est partie de la toise, & la toise est multiple du pied.

3. Si l'on prend une grandeur d'un pas qui contienne deux pieds & demi, qu'on veuille essayer d'en mesurer la toise, on ne pourra pas le faire, parce que si l'on prend ce pas seulement deux fois, on ne fera que cinq pieds, qui ne valent pas la toise : & si l'on prend ce même pas trois fois, on aura sept pieds & demi, qui surpasseront la toise ; ainsi cette quantité de deux pieds & demi ne mesure pas la toise, & n'est pas à proprement parler *partie* de la toise : néanmoins on peut dire que c'en sont *des parties*, parce que cette quantité contient cinq demi-pieds ; or un demi-pied est partie de la toise, parce qu'étant pris douze fois, il la mesure ; ainsi ce pas contient des parties de la toise, puisqu'il

contient cinq demi-pieds, qui sont  $\frac{5}{12}$ , c'est-à-dire, cinq douzièmes parties d'une toise.

4. Lorsque deux quantitez sont telles, qu'on peut trouver une troisième quantité qui soit partie de l'une & de l'autre, c'est-à-dire, qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *commensurables*; ainsi cette quantité d'un pas d'une part, & une toise de l'autre, sont deux quantitez commensurables, parce que l'on peut donner une troisième quantité, sçavoir un demi-pied, laquelle mesurera la toise & ce pas: car le demi-pied pris cinq fois égale ce pas, & ce même demi-pied pris douze fois égale la toise.

5. Mais s'il n'est pas possible de trouver une troisième quantité qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *incommensurables*.

6. Les grandeurs commensurables sont *comme nombre à nombre*, c'est-à-dire, qu'on peut exprimer ces grandeurs par de certains nombres, en sorte que comme une grandeur est à l'autre grandeur, ainsi un certain nombre soit à un autre certain nombre. Par exemple, si une ligne est d'une toise ou de six pieds, & une autre ligne d'un pas de deux pieds & demi, ces deux lignes seront comme nombre à nombre: car puisque le demi-pied mesure l'une & l'autre, l'une par cinq, & l'autre par douze, il est clair que l'une contenant cinq demi-pieds, & l'autre en contenant douze, ces deux lignes seront comme cinq à douze, & par conséquent comme nombre à nombre.

7. Si deux grandeurs ne sont point comme

nombre à nombre, c'est-à-dire, s'il n'est pas possible d'exprimer leurs grandeurs par deux nombres, elles seront incommensurables : cela paroît par la précédente.

8. Il faut donc voir maintenant s'il y a en effet des grandeurs qui soient telles qu'on ne puisse point les exprimer par des nombres : car si cela est, il faudra dire qu'il y a des grandeurs incommensurables.

9. *Un nombre plan* est celui qui peut provenir de la multiplication de deux nombres : Par exemple, six est nombre plan, parce qu'il provient de la multiplication de trois & de deux : car deux fois trois font six. De même, quinze est un nombre plan, parce qu'il provient de cinq multiplié par trois. De même, neuf est un nombre plan, parce qu'il provient de trois par trois.

10. Les nombres, qui étant ainsi multipliés l'un par l'autre, produisent un plan, s'appellent *côtés* de ce plan, comme 2. & 3. sont les côtés de 6. de même 3. & 5. sont les côtés de 15.

11. Si l'on imagine les unités comme de petits quarrés, ces quarrés se pourront ranger en rectangle, quand leur nombre sera plan. Par exemple, 12. quarrés se rangent en un rectangle, dont un côté sera six, & un autre côté sera deux ; & de même 48. sera un rectangle, dont un côté est 12. & l'autre 4. Voyez les figures suivantes B & C.

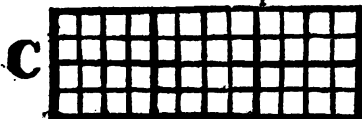
12. *Nombre quarré* est un plan, dont les côtés sont égaux, comme 4. provenant de deux multiplié par deux, comme 9. provenant de trois par trois, comme 16. provenant 4. par 4. &c.

13. Un nombre quarré se peut ranger en quarré ; & le nombre qui se peut ranger en quarré , est quarré , & celui qui ne sçauroit se ranger en quarré , n'est pas nombre quarré.

14. Nombres. *Plans semblables* sont ceux



qui peuvent se ranger en rectangles semblables , c'est-à-dire , en des rectangles, dont les côtez sont proportionnels , comme



12. & 48. car les côtez de 12. sont 6. & 2. comme l'on voit dans la figure B. & les côtez de 48. sont 12. & 4. comme l'on voit dans la figure C. or  $6. 2 :: 12. 4.$

15. Tous les nombres quarrez sont plans semblables. ( 6. 32. )

16. Tout nombre peut se ranger en ligne droite, & en cet état il peut passer pour plan : de sorte que 3. dans la figure A , sera un plan semblable à 12. car les côtez du plan de trois sont 3. & 1. parce qu'une fois trois c'est trois , & les côtez de 12. sont 6. & 2. or  $3. 1 :: 6. 2.$

17. Il y a des nombres qui ne sont pas plans semblables , comme depuis 1. jusqu'à 10. il y a 1. 4. 9. qui sont semblables étant quarrez ; puis il y a 2. 8. qui ont un côté double de l'autre : les autres ne le sont pas, comme 2. 3. 4. 5. 6. 7.

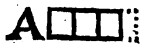
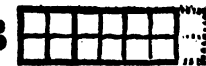
18. Si un nombre quarré , multiplie un autre



nombre carré il, produira un troisiéme carré. A. 4. & B. 9. étant nombres quarez, se multiplient, & produisent un nombre C; sçavoir 36. Je dis que ce troisiéme nombre est un nombre carré: car multiplier B par A, c'est prendre B autant de fois qu'il y a d'unitéz dans A. Or je puis considérer tout le nom B. 9. comme un carré unique, & puis le prendre autant de fois qu'il y a d'unitéz ou de petits quarez en A: & comme ces unitéz d'A sont rangées en carré; aussi je pourrai ranger en carré tout autant de carré B. comme autant d'unité: de sorte qu'ici il y aura 4. B. qui feront le carré total C. 36.



19. Si deux nombres plans sont semblables, le grand se peut partager en autant de carré qu'il y aura d'unité dans le petit. A 3. & B. 12. sont plans semblables: en sorte que le côté 3. est au côté 6. comme le côté 1. est au côté 2. Je puis partager ce plan B 12. en trois carré rangé de même que les trois petits quarez du plan A, & chacun de ces deux quarez de B en vaudra 4. de ceux d'A. De même, si les plans sont 8. & 72. je puis diviser 72. en 8. quarez, dont chacun en comprendra 9. de ceux du petit plan 8. La même chose arrivera encore, bien qu'un de ces nombres, ou même tous deux soient rompus, comme si A. contient 3. & demi, & B 14. je puis partager 14. en trois carrés & demi, disposés comme ceux d'A, comme l'on voit par les petits quarez ponctués, qui ont été ajoutés à ces figures. De même, si les plans sont B 12.



**D** & D 27. je puis partager 27. non seulement en trois quarrés rangez comme

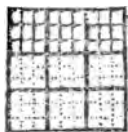


ceux d'A, mais aussi en 12. rangez comme ceux de B. ce que l'on voit ici par les lignes ponctuées. Pour cela il ne faut que partager les côtes du grand plan en autant de parties que sont partagés les côtés homologues du petit plan. Les figures feront aisément comprendre tout ceci.

20. Les nombres plans qui se peuvent ainsi partager, en sorte qu'il y ait autant de quarrés dans le grand plan, que d'unités dans le petit, sont semblables : c'est la converse de la precedente.

21. Deux nombres plans semblables multipliés l'un par l'autre produisent un nombre quarré. Car ayant partagé le grand plan en autant de quarré qu'il y a d'unités dans l'autre plan, ( 7. 19.) on multipliera un plan par l'autre, en prenant les grands quarrés du grand plan autant de fois qu'il y a d'unité ou de petits quarrés dans le petit plan, c'est-à-dire, autant de fois qu'ils sont eux-mêmes Or multiplier un nombre

**A**



bre de quarrés par ce même nombre, c'est faire un quarré de ces quarrés. Par exemple, A 3. & B 27. étant plans semblables, je considère B 27. comme un plan composé de trois grands quarrés, comme A 3. est un plan composé de trois unités, ou de 3. petits quarrés. Ainsi je prens ces trois grands quarrés autant de fois qu'il y a d'unités en A, c'est-à-dire, trois fois, je ferai trois fois trois de ces grands quarrés de B, c'est-à-dire, 9.

quarrés, dont chacun en vaudra 9. de ceux qui sont dans A, & tous ces 9. quarrés de B. en vaudront 81. de ceux d'A, de sorte qu'A 3. multipliant B 27. produit 81. qui est un nombre de petits quarrés rangés en quarré, & par conséquent ( 7.13. ) ce nombre 81. est quarré : De même, si les plans sont 12. & D 27. je partage 27. en 12. quarré, que je multiplie par 12. & il provient 144. grands quarrés rangés en quarré, qui en vaudront 324. de ceux du petit plan.

22. Si deux nombres plans sont semblables, de quelque façon que l'on range l'un, on pourra ranger l'autre de même. Soient 3. & 12. plans semblables comme dessus. Qu'on range 12. en ligne droite pour faire un rectangle, dont un côté soit 12. & l'autre 1. je dis qu'on pourra ranger 3. en un rectangle semblable, qui aura pour un côté 6. & pour l'autre, la moitié d'un,  $\odot c$ .

23. Si un nombre divise un autre nombre quarré, il produira un troisième nombre, qui sera plan semblable au diviseur.

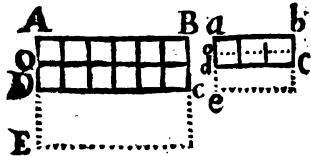
Soit le quarré  $ac$  16. & qu'on  $a$  le divise par quelque nombre  $e$   $b$  que ce soit, par exemple, par 8. ce qui se fait en prenant la huitième partie du côté  $ad$ ,  $d$   $c$   $f$   $J$   $C$   $G$  savoir  $ae$ , & tirant la parallèle  $ef$ ; car on aura le plan  $af$ , qui sera la huitième partie du quarré  $ac$ . Or diviser un nombre ou un plan par 8 c'est prendre la huitième partie de ce nombre ou de ce plan. Je dis que  $af$  est un plan semblable à 8. Car 8. étant rangé en ligne droite pour faire un rectangle, dont un côté soit 8. & l'autre 1. le rectangle  $af$  lui sera semblable, puisque  $ae$  a été pris la huitième partie de  $ad$  ou de  $ab$ : Donc comme 8. à

1. ( qui font les côtéz du plan & diviseur) ainsi  $a b$  à  $a e$  : qui sont les côtéz du plan provenant du quarré  $a c$  divisé par 8.) donc, &c. ce qu'il falloit prouver.

24. Si deux plans se multipliant. produisent un quarré, ils sont semblables.

25. Deux nombres plans non semblables se multipliant, ne sçauroient produire un nombre quarré. Ces propositions sont des suites des precedentes.

26. Si deux nombres sont plans semblables, leurs équimultiples quelconques, & leurs parties pareilles quelconques, sont aussi plans semblables.



Soient les plans  $a b c d$ , &  $A B C D$  12. semblables, en sorte

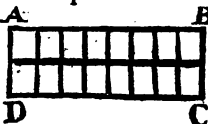
qu' $a b$ .  $A B :: b c$ .  $B C$ . Je dis que si l'on prend le double de l'un & le double de l'autre, (ou tel autre équimultiple qu'on voudra) ces doubles seront semblables : car ayant pris  $a e$  double d' $a d$ , &  $A E$  double d' $A D$ , pour avoir le plan  $b e$  double du plan  $b d$ , & le plan  $B E$  double du plan  $B D$ , il est clair que  $a d$ .  $A D :: a e$ .  $A E$ . Or  $a d$ .  $A D :: a b$ .  $A B$ . donc aussi  $a e$ .  $A E :: a b$ .  $A B$ ; & par conséquent les plans  $b e$  &  $B E$  sont semblables. De même en sera-t-il, si l'on prend leurs moitiés  $b o$ ,  $B O$ , ou telles autres parties pareilles que l'on voudra.

27. Si deux nombres sont plans non-semblables, leurs équimultiples quelconques, & leurs parties pareilles quelconques seront aussi non-

semblables. Ceci suit de la précédente.

28. Entre deux nombres plans semblables quelconques, il tombe un nombre moyen proportionnel. Soient les nombres plans semblables

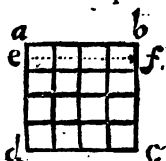
2. & 8. je dis qu'il est possible de trouver un troisième nombre qui sera moyen proportionnel : car si l'on



imagine le plan 8. rangé en ligne droite A B, & le plan 2. rangé aussi en ligne droite A D, & que de ces deux lignes on en fasse le plan A C 16. ce plan A C 16. proviendra de la multiplication des deux nombres 2. & 8. ( 6. 17. & suivants ) & par conséquent le nombre des petits

quarrez de tout ce plan A C 16 sera un nombre carré, ( 7. 21. ) & se pourra ranger en carré; ( 7. 13. )

Qu'il soit donc rangé dans le carré *a c*; ainsi le carré *a c* sera égal au plan A

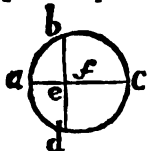


C, puisque ce n'est qu'un même nombre rangé autrement. Donc ( 6. 59. ) le côté *a b* 4. sera moyen proportionnel entre A D 2. & A B 8.

29. Entre deux nombres non-semblables, il ne sçauroit tomber un nombre moyen proportionnel. Soient les nombres 4. & 6. rangez chacun en droite ligne, & que se multipliant, ils produisent le plan 24. ce plan 24. n'est point un nombre carré: ( 7. 25. ) & par conséquent il ne sçauroit se ranger en nombre carré. Donc il ne sçauroit y avoir de nombre moyen entre 4. & 6. car ce nombre prétendu moyen multiplié par soi-même, produiroit un nom-

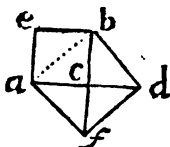
bre carré, & d'ailleurs égal au plan fait de 4. & de 6. ( 6. 19. ) ce qui est impossible , puisque ce plan 24. fait de 4. & de 6. n'est point nombre carré.

30. Soient deux lignes  $ae$  &  $ec$ , comme un nombre à un autre nombre non-semblable ; par exemple , comme 1. à 2. Soit de plus  $eb$



moyenne proportionnelle , en sorte que  $ae. eb :: eb. ec$  : je dis que  $eb$  est incommensurable aux deux extrêmes  $ae$  &  $ec$  : car  $ae$  &  $ec$  étant comme 1. & 2. c'est-à-dire , comme nombres non-semblables , ( par l'hypothèse ) aussi bien que leurs équimultiples quelconques , ( 7. 27 ) il ne sera jamais possible de trouver un nombre moyen proportionnel entre  $ae$  &  $ec$ , ( par la précédente ) & par conséquent  $eb$  ne sera pas à  $ae$  ou à  $ec$  comme nombre à nombre : Donc elle est incommensurable.

31. La diametre d'un carré  $ab$  est incommensurable au côté  $ac$ . Car



prenant  $ad$  double d' $ac$ , & faisant le triangle  $abd$  qui sera semblable à  $abc$ , à cause que  $rd$  étant égal à  $cb$ , l'angle  $cdb$  est égal à l'angle  $edb$  est égal à l'angle  $cbd$ ; ( 2. 15. ) ainsi l'angle  $cab$  est la moitié d'un droit, aussi bien que  $cab$ : donc  $abd$  est droit, &c. Ainsi  $ac. ab :: ab. ad$ . Donc  $ab$  est moyenne proportionnelle entre  $ac$  1. &  $ad$  2. & par conséquent ( par la précédente ) incommensurable.

32. On appelle *Puissance* d'une ligne le carré que l'on fait sur cette ligne. La puissance

DE GEOMETRIE, LIV. VII. 23

Le carré  $ac$  est le carré  $acbe$ , & la puissance de la ligne  $ab$  est le carré  $abdf$ . Et l'on dit que la ligne  $ab$  peut deux fois la ligne  $ac$ , (*bis potest lineam  $ac$* ) qui est une façon de parler prise du Grec & reçûe en Geometrie.

33. Le diametre  $ab$  est commensurable en puissance au côté  $ac$ , c'est-à-dire, que le carré  $abdf$  est commensurable au carré  $acbe$ , l'un étant double de l'autre.

34. Mais si l'on prend  $ao$  moyenne proportionnelle entre  $ab$  &  $ac$ , cette moyenne  $ao$  sera incommensurable en puissance, c'est-à-dire, que le carré d' $ao$  sera incommensurable au carré d' $ac$ , ou au carré d' $ab$ : car le carré d' $ac$  au carré d' $ao$  est en raison doublée d' $ac$  à  $ao$ , (6. 29.) c'est à dire, comme  $ac$  à  $ab$ , (6. 30.) Or  $ac$  est incommensurable à  $ab$ : (7. 31.) Donc aussi le carré d' $ac$  est incommensurable au carré d' $ao$ .

35. Seconde puissance d'une ligne est le cube, qui a pour côté cette ligne.

36. Si l'on prend  $an$  &  $am$ , deux moyennes proportionnelles entre  $ac$  &  $ab$ , en sorte que  $ao. an :: a —  $n$   
 $am. ab$ . la ligne  $am$  sera incommensurable en seconde puissance à  $ac$ , c'est-à-dire, que le cube d' $ac$  sera incommensurable au cube d' $an$ , parce que le cube d' $ac$  est au cube d' $an$  en raison triplée du côté  $ac$  au côté  $an$ , c'est-à-dire, comme  $ac$  à  $ab$ . Or  $ac$  &  $ab$  sont incommensurables, &c. Mais aussi  $ac$  &  $am$  sont commensurables en seconde puissance; car le cube d' $am$  est double du cube d' $ac$ .$

37. Il est aisé d'appliquer aux nombres solides ce qui a été dit des nombres plans. On appelle *nombres solides* ceux qui proviennent de la multiplication d'un nombre plan par quelque nombre que ce soit : Par exemple , 18. est nombre solide fait de 6. ( qui est un nombre plan ) multiplié par 3. ou de 9. multiplié par 2.

38. Nombres *solides semblables* sont ceux dont les petits cubes peuvent se ranger, en sorte qu'ils fassent des parallelepipèdes rectangles seblables.

39. Nombres *cubiques* sont ceux qui se peuvent ranger en cubes , comme 8. ou 27. dont les *côtés* sont 2. & 3. les *bases* sont 4 & 9.

40. Tout nombre cubique multipliant un autre nombre cubique, produit un troisième nombre cubique.

41. Entre deux nombres solides semblables, il tombe deux nombres moyens proportionnels.

*On n'a qu'à appliquer aux solides ce qui a été démontré à l'égard des plans.*

42. Ces démonstrations par lesquelles on prouve qu'il y a des lignes & des grandeurs incommensurables, prouvent aussi que le *Continu* n'est pas composé de points finis: car si le diamètre aussi bien que le côté d'un quarré étoient composés de points finis, le point mesurerait le côté, & le diamètre: car le point se trouveroit un certain nombre de fois dans le côté, & un autre certain nombre de fois dans le diamètre; ce qui est impossible par les démonstrations precedentes.

43. Comme dans un triangle rectangle le quarré du grand côté est égal aux deux quarrés faits sur les deux autres côtés, ( 6. 61. ) on s'est toujours servi de ce triangle pour trouver des incommensurables: car si tous les trois côtés sont commensurables, ils pourront être:



## DE GEOMETRIE, LIV. VII. 87

Tous trois exprimez par trois nombre, & alors le carré du plus grand nombre fera égal aux carrés des deux autres nombres. Comme si le grand côté est de 5. pieds, le petit de 3. le mediocre de 4; le carré de 5. fera 25. & les autres carrés seront 9. & 16. & ces deux ensemble 9. & 16. font le troisième 25; Mais si le petit côté est 2. & le mediocre 3. le grand côté ne pourra point s'exprimer par nombres, parce que le carré du petit côté 4. joint avec le carré du mediocre 9. fait 13. qui exprime le carré fait sur le grand côté: or comme ce nombre 13. n'est point nombre carré, aussi ne sauroit-il avoir de côté ou de racine exprimée par aucun nombre.

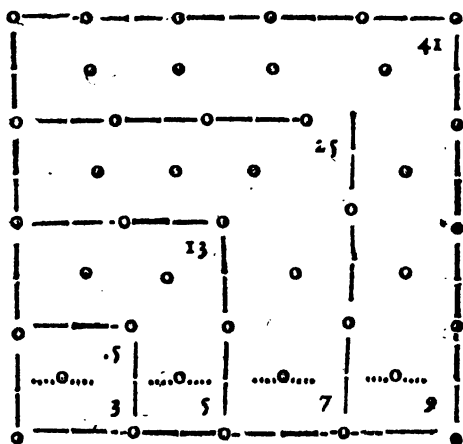
44 De tout tems on s'est appliqué à rechercher quelque methode pour trouver divers nombres propres à exprimer tous les trois côtés du triangle rectangle, pour être assurez que tous ces trois côtés sont commensurables. Voici une methode par laquelle on trouve tous les nombres possibles propres à cet effet.

45. Si l'on prend deux nombres quelconques, (même l'unité) qui ne different que de l'unité, & qu'on joigne ensemble les deux carrés de ces deux nombres; on aura un nombre qui sera racine d'un carré égal à deux carrés, & ce nombre exprimant le grand côté d'un triangle rectangle, le côté mediocre sera exprimé par un nombre moindre de l'unité, & le petit côté par les deux premiers nombres joints ensemble. Par exemple, ayant pris 1. & 2. & carré l'un & l'autre, pour avoir 1. & 4. je joins ensemble ces deux carrés 1. & 4. & je fais 5. je dis que 5. pourra exprimer le grand côté, & 4. le mediocre, & 3.

le petit, en sorte que 25. quarré du grand côté sera égal à 16. & à 9. quarréz des deux autres côtés. De même, si je prens 2. & 3. & que joignant leurs quarréz 4. & 9. je fasse 13. je dis que j'aurai 13. & 12. & 5. pour côtéz d'un triangle rectangle, en sorte que 169. quarré de 13. sera égal à 144. & 25. quarréz de 12. & de 5. De même, prenant 3. & 4. & joignant leurs quarréz 9. & 16. je fais 25. je dis que 25. sera le grand côté du triangle, 24. le côté mediocre & 7. le petit.

*Tout cela se trouve plus facilement en cette sorte.*

46. Si l'on range les unitez en sautoir, tous



les nombres qui feront une figure quarrée feront des nombres propres à exprimer le grand

DE GEOMETRIE, LIV. VII. 87  
côté. Le petit côté sera le nombre compris dans les deux premiers rangs de la figure quarrée, & le côté médiocre sera d'une unité moindre que le plus grand.

47. Cette figure continuée donnera tous les nombres possibles : mais il faut remarquer que les équimultiples des trois nombres trouvez auront le même effet ; comme ayant trouvé 5. 4. & 3. leurs doubles 10. 8. & 6. représenteront les trois côtés du triangle, en sorte que 100. quarré de 10. est égal à 64. & 36. quarez de 8. & de 6. & de même leurs triples 15. 12. 9. feront la même chose : mais l'on voit bien que tous ces nombres ayant toujours les mêmes proportions, n'expriment jamais qu'un même triangle, sçavoir, celui qui est exprimé par 5. 4. & 3. & qu'ainsi tous ces nombres doivent être cenéz les mêmes.



•••••

## L I V R E H U I T I E' M E.

### *Des Progressions & des Logarithmes.*

1. **U**NE *Progression* est une suite de quantitez qui gardent entre elles quelque sorte de rapport semblable ; & chacune de ces quantitez s'appelle *Terme*.

2. Lorsque les termes qui se suivent ainsi les uns après les autres, augmentent ou diminuent également ? la *Progression* s'appelle *arithmetique*, comme sont les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. &c. ou bien les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ou bien encore comme 4. 8. 12. 16. ou comme 20. 15. 10. 5. 0.

3. La *Progression arithmetique* peut augmenter à l'infini, mais non pas diminuer.

4. Si dans une *Progression arithmetique* on prend quatre termes, dont les deux premiers soient éloignés l'un de l'autre autant que le sont les deux derniers ; ces quatre termes sont dit proportionnels en proportion arithmetique, comme dans la *Progression* des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. &c. Si nous prenons 2 3 :: 9. 10. (cette marque :: nous servira de signe pour la proportion arithmetique) il y aura même proportion arithmetique entre 2. & 3. qu'entre 9. & 10. c'est-à-dire, que 10. surpasse 9. de tout autant que 3. surpasse 2. De même 3. 5 :: 8. 10. sont en proportion arithmetique. Comme aussi repeté deux fois, est le moyen arithmetique 1. 5. :: 5. 9. ou 5. étant entre 1. & 9.

5. Dans la proportion arithmetique. l'aggrégé des

des deux extrêmes est égal à l'aggrégé des deux moyens, comme dans 2. 3 :: 9. 10. l'aggrégé de 2. & de 10. est 12. & l'aggrégé de 3. & de 9. est aussi 12. De même, dans 3. 5 :: 8. 10. l'aggrégé de 3. & de 10. est 13. & l'aggrégé de 5. & de 8. est aussi 13. Et la raison de ceci est assez claire d'elle-même ; car si 10. surpasse 8. aussi ce qu'on ajoute à 8. sçavoir, 5. surpasse de tout autant ce qu'on ajoute à 10. sçavoir, 3. ainsi on fait l'égalité.

6. L'aggrégé ou la somme du premier & du dernier terme est égal à la somme du 2. & du penultième, ou du troisième de l'antepenultième, &c. comme dans le premier exemple 1. & 9. font 10. & de même 2. & 8. ou bien 3. & 7. ou 4. & 6. font toujours 10. & il reste au milieu 5. qui étant pris deux fois comme équivalent à deux, puisqu'il est également éloigné du premier & du dernier ) fait aussi 10.

7. Si l'on ajoute le premier au dernier terme, & que l'on multiplie leur somme par la moitié du nombre des termes, le produit sera égal à l'aggrégé de tous les termes ensemble, comme ici ajoutant 1. à 9. pour avoir 10. & multipliant 10. par 4. &  $\frac{1}{2}$  ( car il y a 9. termes ) on fera 45. qui est la somme de tous les termes depuis 1. jusqu'à 9. Ceci est manifeste par la précédente.

8. Lorsque les termes de la progression sont continuellement proportionnels ; c'est-à-dire, que le 1. est au 2. comme celui-ci est au 3. & comme le 4. au 5. &c. alors la Progression s'appelle *Geometrique*, comme 1. 2. 4. 8. 16. 32. ou bien 1. 3. 9. 27. 81. ou bien 3. 12. 48. 192. 768. ou bien 8. 4. 2. 1.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{16}$  &c.

9. La Progression geometrique peut augmenter & diminuer à l'infini.

10. Lorsque la Progression commence par 1. le second terme s'appelle *Racine* ou *Costé* : le 3<sup>e</sup> s'appelle *Quarré* ou 2<sup>e</sup> degré : le 4<sup>e</sup> *Cube* ou 3<sup>e</sup> degré : le 5<sup>e</sup> *Quarré-Cube* ou 4<sup>e</sup> degré , le 6<sup>e</sup> *Surfolide* ou 5<sup>e</sup> degré , le 7<sup>e</sup> *Quarré-Cube*, &c.

11. Si l'on prend quatre termes, dont les deux premiers soient autant éloignés l'un de l'autre dans la progression , que le sont les deux derniers , ils seront simplement proportionnels , & le produit des extrêmes sera égal au produit des moyens. ( 6. 28. )

12. Soit la quantité AB divisée en C , en D , en E , en F, &c. en sorte que AB. AC :: AC. AD :: AD. AE , &c. je dis que BC. CD. DE. EF, &c. seront en progression geometrique continuellement proportionnels , & même que

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{F} = \frac{D}{E} = \frac{C}{D} = \frac{D}{B}$$

AB. AC :: BC. CD :: CD. DE , &c. car puisque AB. AC :: AC. AD, il sera *dividenda* AB moins AC. ( c'est-à-dire, CB. ) AC :: AC moins AD, ( c'est-à-dire, DC. ) AD. & par conséquent *alternanda* CB. DC :: AC. AD. ou :: AB. AC. ainsi de toutes les autres , on prouvera :: DC. ED :: FE :: GF , &c.

13. Soit une progression de quantitez en ligne droite BC, CD, DE, EF, &c. soit prise C d égale au second terme CD, afin d'avoir d B, la différence du premier & plus grand terme au second, & que l'on fasse comme B d à BC :: ainsi BC. à une 4<sup>e</sup> ligne, sçavoir, BA, je dis que si le nombre des termes BC, CD, DE, &c. est si :

DE GEOMETRIE , LIV. VIII. 57

ni , pour grand que soit d'ailleurs ce nombre , tous ces termes pris ensemble , quand il y en auroit cent mille millions , seront plus petits que B A . Que si l'on supposoit que ces termes fussent

F E D C d B

A \_\_\_\_\_  
 infinis en multitude ; alors ces termes tous ensemble seroient précisément égaux à B A : car puisque par l'hypothese B d ( c'est-à-dire B C moins C d ou C D . ) est à B C :: comme B C . ( c'est à-dire A B moins A C ) est à A B ; on trouvera aisément que comme B C . C D :: A B . A C :: A C . A D , &c. & par conséquent tous les termes C D , D E , E F , &c. se trouveront toujours par deçà le point A , duquel on s'approchera toujours d'autant plus près , qu'on augmentera le nombre des termes , ainsi l'on voit bien que tous ces termes , ( qui sont ce qu'on appelle dans l'Ecole *Parties proportionnelles* ) quand ils seroient actuellement infinis , ne seroient pas une longueur infinie , puisqu'ils sont tous renfermez dans B A .

14. Cette démonstration se rend sensible dans un exemple d'une progression particuliere , dont les termes sont en raison double . Par exemple , B C . double de C D . & C D . double D

F E D C d B

A \_\_\_\_\_  
 E , &c. car si le nombre des termes est fini , quand il y en auroit cent millions , qu'on prenne le dernier & plus petit terme ; par exemple F E , ajoutons à ce dernier F E une autre quantité qui lui soit égale , sçavoir , F A ; il est clair que E A sera égal au penultième terme E D : car ce penultième E D est double du dernier F E , par l'hypothese ; or E A est aussi

H ij

double de F E, puisque nous posons F A égal à E, F. De même A E avec D E, c'est-à-dire, A D, sera égal au suivant terme C D : & ensuite A C sera égal à B C. De sorte que l'on voit par là que le premier & plus grand terme est toujours égal à tous les autres ensemble, pourvû qu'on y ajoute une quantité égale au dernier & plus petit terme ; mais que si on n'y ajoute rien, le premier est toujours plus grand que tous les autres pris ensemble. Si l'on suppose que ces termes soient actuellement infinis, alors le plus grand terme B C sera précisément égal à tous les autres infinis pris ensemble, C D, D E, E F, &c. Car l'on voit bien que plus on ajoute de termes, plus aussi on avance vers A, en retranchant toujours la moitié de ce qui resté. Or retranchant ainsi continuellement d'une quantité la moitié, & de ce qui reste encore la moitié, & puis encore la moitié de ce qui reste, il est manifeste que si l'on supposoit qu'on eût retranché actuellement une infinité de fois ainsi la moitié, il ne resteroit plus rien. Cela se peut aussi démontrer par la réduction à l'impossible, en montrant que tous ces termes infinis pris ensemble ne sont ni plus grands, ni plus petits que B A.

15. Par-là on peut résoudre des difficultez que l'on fait dans les Écoles contre la divisibilité du continu, & que ceux qui ne savent pas la Geometrie pensent être insolubles, mais qui au fond ne sont que de purs paralogismes.

16. Si l'on met deux Progressions, l'une geometrique, commençant par 1. & l'autre arithmetique, commençant par 0, ensorte que les termes de l'une répondent vis-à-vis des termes de l'autre, les termes de l'arithmetique s'appellent *Logarithmes*, & *Exposans*, comme



0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

17. Ce qui se fait par multiplication & par division dans la Progression geometrique, se fait par addition & par soustraction dans les logarithmes : comme si ayant les trois nombres 2. & 8 :: 64. on veut chercher le qua-

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

trième nombre proportionnel dans la progression geometrique ; il faut multiplier le 8. par 64. ( qui sont les deux termes moyens ) car le produit 512. sera égal ( 6. 28. ) au produit de 2. & de cet autre quatrième nombre, qui doivent être les extrêmes des 4. proportionnels : ainsi pour trouver ce quatrième nombre, il faut seulement diviser 512. par 2. & l'on aura 256. ainsi 2.8 :: 64. 256. de sorte que 64. & 256. seront autant éloignez l'un de l'autre dans l'ordre de la progression que le sont 2. & 8. ( 8. 11. ) mais si au lieu des nombres geometriques 2. 8. :: 64. on avoit pris les logarithmes qui leur repondent, sçavoir, 1.3. :: 6. & qu'on eût voulu trouver le quatrième logarithme, il auroit fallu ajoûter 3. à 6. pour avoir 9. & ôter 1. de 9. pour avoir 8. qui seroit le logarithme qui repond au nombre geometrique 256.

18. De même, si l'on prend deux nombres geometrique 4. & 8. sur lesquels repondent les logarithmes 2. & 3. en multipliant 4. par 8. on aura 32. qui sera sous le logarithme 5. lequel provient de l'addition de 2. & de 3.

19. De même prenant 16. & le multipliant par lui-même, on aura 256. qui sera sous

le logarithme 8. lequel provient de 4. ajouté à soi-même.

20. Ainsi, si l'on veut trouver le nombre geometrique qui seroit sous le logarithme 16. il faudroit prendre 256. qui est sous 8. & le multiplier par soi-même, & on auroit 65536.

21. Que si encore on veut avoir le nombre geometrique qui devoit répondre au logarithme 23. il faut prendre deux logarithmes, qui joints ensemble fassent 23. comme 7. & 16. & multiplier les nombres geometriques qui leur répondent l'un par l'autre, sçavoir, 128. (qui est sous 7.) par 65536. (qui doit être sous 16.) & le produit 8388608. sera celui qui doit être sous le 23. logarithme, c'est-à-dire, qui doit être à la vingt-quatrième place, après le premier nombre 1.

22. D'où l'on voit comment on peut aisément répondre à la demande qu'on fait ordinairement, à combien reviendroit un cheval qu'on acheteroit à cette condition, que pour le premier clou du fer on donneroit un double, & pour le second clou deux doubles, pour le troisième quatre doubles, pour le quatrième huit, & ainsi jusqu'au vingt-quatrième; car le vingt-quatrième coûteroit 8388608. doubles, c'est-à-dire, 69905. livres 8. doubles, & en doublant cette somme (suivant 8. 14.) on trouvera que tout le cheval aura coûté 139810. livres.

23. Si l'on avoit dans de grandes tables d'un livre deux longues progressions toutes faites, qui se répondissent ainsi, l'une geometrique, & l'autre arithmetique, on s'épargneroit bien de la peine à calculer, pour trouver les nom-

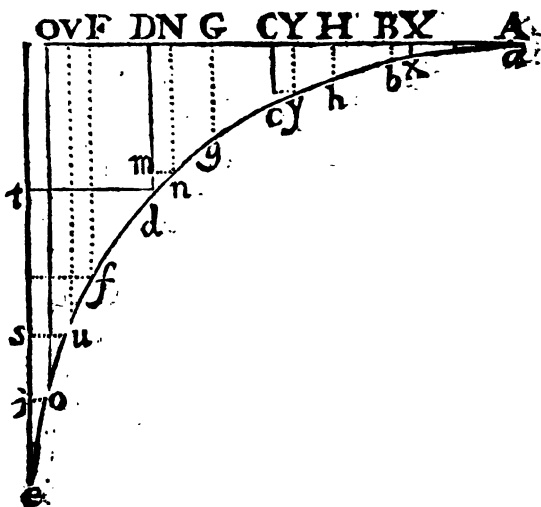
DE GEOMETRIE, LIV. VIII. 95

bres geometriques ; car si l'on nous donnoit ces trois nombres 32. 64. 128. & qu'on demandât le quatrième geometrique ; au lieu de multiplier 64. par 128. & de diviser le produit par 32. ( ce qui est fort ennuyeux dans les grands nombres ) il ne faudroit que prendre le logarithme des trois nombres donnez , sçavoir , 5. 6. 7. ajouter 6. à 7. & du produit 13. ôter 5. & il resteroit 8. qui seroit le logarithme du quatrième geometrique : de forte que consultant la table pour voir quel nombre repond à 8. je trouverois 256.

24. Mais parce que dans une progression geometrique , comme celle-ci , tous les nombres ne se trouvent pas , on a trouvé le moyen de faire deux progressions, dont l'une, qui contient tous les nombres 1. 2. 3. 4. 5. &c. & qui semble être la progression arithmetique , a néanmoins les proprietéz de la geometrique ; & l'autre , qui contient des nombres en apparence plus irréguliers , est néanmoins la progression arithmetique. Voici une ligne qui fait comprendre parfaitement tous ces mysteres.

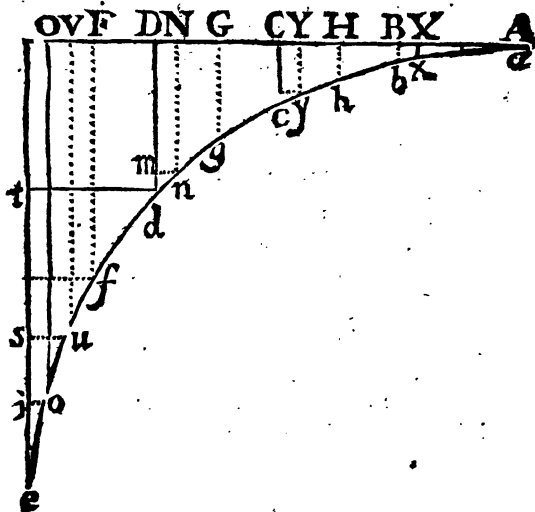


25. Soit la ligne droite A E divisée par



parties égales  $AB, BC, CD, DE, \&c.$   
 Par les points  $A, B, C, \&c.$  soient imaginées les lignes droites  $Aa, Bb, Cc$  parallèles entre elles, qui soient en Progression geometrique : par exemple, qu' $Aa$  étant 1.  $Bb$  10.  $Cc$  soit 100.  $Dd$  1000.  $Ee$  10000.  $\&c.$  nous aurons deux Progressions de lignes, l'une arithmetique, & l'autre geometrique ; car les lignes  $AB, AC, AD, AE$ , seront en Progression arithmetique, comme 1. 2. 3. 4. & ainsi représenteront les logarithmes, auxquels répondront les lignes geometriques  $Aa, Bb, Cc, \&c.$

26. Chacune



26. Chacune des parties  $ED, DC, \&c.$  soit divisée également en  $F, G, H, \&c.$  & soient tirées les paralleles  $Ff, Gg, \&c.$  moyennes proportionnelles entre leurs collaterales, c'est-à-dire,  $Ee. Ff::Ff. Dd. Gg, \&c.$  Derechef soient encore tirées d'autres moyennes proportionnelles par le milieu de chaque partie  $EF, FD, DG, \&c.$  & ainsi de suite jusqu'à ce que ces lignes paralleles soient fort près les unes des autres, & qu'enfin on imagine une ligne courbe qui passe par les extrémités de toutes ces paralleles  $efdg, \&c.$  on aura une ligne, dont les propriétés sont très-considerables, & les usages très-grands, comme l'on verra en son lieu.

27. Si cette figure avoit été formée sur

une fort grande table, & avec toute la justesse requise, on pourroit diviser chaque partie A B, B C, &c. non-seulement en 100. ou en 1,000. mais en 10,000. ou en 100,000. ou en davantage. De sorte que A B étant de 100,000. A C. seroit de 200,000. & A D. de 300,000, &c. ce qui est toujours en progression arithmétique.

28. La ligne E e étant supposée de 10,000. parties, imaginons que par chacune de ces parties soient tirées des parallèles à la ligne A E, qui coupent la courbe en autant de points. Par exemple, soit la ligne i o tirée par la partie 9,900. de E e qui coupe la courbe au point o. Soit encore la parallèle o O, qui coupe la ligne A E, au point O dans la 399,563. partie, & l'on connoitra par-là que 399,563. est le logarithme de 9,900. De même, si S s passoit par la partie 9,000. de la ligne E e, & que u V coupât la ligne A E dans la 395,424. ce nombre-ci seroit le logarithme de 9,000. &c.

29. Ainsi l'on pourroit faire une table de logarithmes depuis 1. jusqu'à 10,000. & même encore plus avant, si l'on vouloit allonger la ligne A E.

30. Remarquez qu'il suffit, pour avoir tous ces logarithmes depuis 1. jusqu'à 10,000. de trouver les logarithmes depuis 1,000. jusqu'à 10,000. c'est à-dire, ( après avoir tiré la parallèle d t ) en prenant les logarithmes de toutes les parties depuis t jusqu'à e, dont les logarithmes sont terminez entre E & D: car avec cela on aura les logarithmes de toutes les autres parties qui sont depuis t jusqu'à E, & dont les logarithmes sont entre D A. Par exemple, O o étant de 9,900.

DE GEOMETRIE , LIV. VIII. 99

parties , & son logarithme 399 , 563. ce même nombre servira aussi de logarithme pour  $x$  N. 99. & pour  $y$  Y , 99. en changeant seulement le premier chiffre 3. parce que , suivant la composition de cette ligne , ON , ou NY , doivent être égales à ED ou DC ; ce que chacun pourra aisément démontrer. Ainsi O N , ou NY , contiendront 100 , 000. & puisque AO , est 399 , 563. ôtant ON 100 , 000. il restera 299 , 563. pour AN , duquel ôtant encore 100 , 000. il restera 199 , 563. pour AY, & de même façon ayant AV 395 , 424. pour logarithmes de V  $x$  9 , 000. on aura aussi 095. 424. pour logarithmes de X  $x$  9. ou 195. 424. pour logarithmes de 90. ou 295 , 424. pour logarithmes de 900.

31. Tout ceci se peut aussi reduire en pratique par le calcul , sans faire en effet ces figures , mais seulement en se les imaginant toutes faites : car par l'arithmetique on peut trouver un nombre moyen proportionnel Ef entre les deux Dd & Ee , & après cela encore des moyens entre Dd & Ff , ou entre E f & Ee , &c. Mais ce que nous venons d'expliquer est suffisant , pour donner toute la connoissance que nous devons avoir de la nature & de l'artifice des logarithmes : car on ne doit pas se mettre en peine de les calculer en effet , & de les trouver , puisque tout cela est déjà tout fait ; Dieu , pour le bien public , ayant suscité des personnes , à qui il a donné assez de patience , pour surmonter l'ennui d'un travail qui devoit paroître insupportable : car nous sçavons que plus de 20. personnes gagées pour cela ont passé plus de 20. ans à calculer avec une assiduité infatigable.

32. Outre ces deux Progressions, il y en a une troisième, qu'on appelle *Harmonique*, lors qu'en prenant trois termes qui se suivent immédiatement, on trouve que le plus grand est au plus petit, comme la différence du plus grand & du moyen est à la différence du moyen du plus petit, comme 30. 20. 15. 12. &c. sont en Progression harmonique; car en prenant 30. 20. 15. la différence de 30. & de 20. est 10. la différence de 20. & 15. est 5. Or 10. 5 :: 30. 15.

33. Cette Progression peut diminuer à l'infini, mais non pas augmenter.

*Tout ce que l'on a dit jusqu'à présent de cette progression, n'est pas de grand usage, & je ne veux pas m'engager à dire ici des choses extraordinaires.*

On verra dans la suite de cette Geometrie quelques proprietés assez considerables de cette progression, qui pourront donner quelque éclaircissement, pour entendre ce que nous avons de la Musique des Anciens, dont l'obscurité n'a pas encore été penetrée. On y démontrera le rapport que l'Hyperbole a avec cette progression; car comme l'angle rectiligne sert pour trouver entre deux données tant de moyennes que l'on voudra en raison arithmetique; & que cette ligne courbe que nous venons de décrire pour les logarithmes, sert pour trouver aussi entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison geometrique; de même l'on fera voir que l'Hyperbole sert pour trouver entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison harmonique.

34. Il y a encore la Progression des quarrés, & celle des cubes, des quarré-quarrez, surfolides, quarrécubes, &c. comme 1. 4. 9. 16. 25. 36. &c. qui sont tous les quarrés,



DE GEOMETRIE , LIV. VIII. 107

dont les racines font les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. De même , 1. 8. 27. 64. 125. 216. qui font les cubes des mêmes nombres. De même , 1. 16. 81. 256. 625. 1296. qui font les quarré-quarrez des mêmes nombres , &c.

35. Dans la Progression des quarrez mettant 0 pour premier terme , ainsi 0. 1. 4. 9. 16. &c. la somme de tous les termes est plus grandé que le tiers du dernier terme multiplié par le nombre des termes; & cet excès qui est au-dessus du tiers , est toujours d'autant plus petit , que le nombre des termes est plus grand. De même, dans la Progression des cubes, cette somme des termes est plus grande que le quart ; & dans les quarré-quarrez, elle est plus grande que la cinquième partie , & ainsi consécutivement des autres. Pour prouver ceci, il suffit d'en faire une induction , comme l'on voit dans cette table , où le second rang contient la Progres-

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{18}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{36}$

tion des quarez depuis 0. Le troisiéme rang contient les sommes des termes. Par exemple , l'on y voit que la somme depuis 0 jusqu'à 9. est 14. Le quatriéme rang contient le produit de chaque terme multiplié par le nombre des termes qui sont depuis 0 jusqu'à lui; lequel nombre est marqué dans le premier rang, comme 36. est le produit de 9. multiplié par 4. Le cinquiéme rang contient des fractions , qui marquent la proportion des nombres du troisiéme & du quatriéme rang , comme vis-à-vis de 14. & de 36. on trouve  $\frac{7}{18}$  ; ce qui veut dire que 14. est à 36. comme 7. à 18. & qu'ainsi la somme des termes 14. est au produit de 9. multiplié par 4. sçavoir , à 36. comme 7. à 18. Davantage , dans ce même cinquiéme rang , après  $\frac{7}{18}$  on voit encore ces caracteres ; ( ou  $\frac{1}{3} \dagger \frac{1}{18}$  ) ce qui veut dire que  $\frac{7}{18}$  valent autant qu'un tiers , & de plus une dix-huitième partie , parce qu'en effet  $\frac{7}{18}$  valent autant que  $\frac{6}{18}$  plus  $\frac{1}{18}$  c'est-à-dire que  $\frac{1}{3} \dagger \frac{1}{18}$  de sorte que la somme 14. est le tiers du produit 36. & outre cela encore il contient de plus une dix-huitième partie de 36. De même , on trouve que 30. qui est la somme des termes jusqu'à 16. est plus du tiers de 80. qui est le produit de 16. par 5. & que

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ no $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

l'excès est  $\frac{1}{24}$  : Car  $\frac{30}{80}$  valent autant que  $\frac{3}{8}$  ou que  $\frac{9}{24}$  ou que  $\frac{8}{24} + \frac{1}{24}$  ou enfin que  $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$ . Or  $\frac{1}{24}$  n'est pas tant que  $\frac{1}{18}$  ; ainsi l'on voit dans la suite de cette table que ces excès qui sont au-dessus du tiers, vont toujours en diminuant, à mesure que le nombre des termes croît : car ces excès sont  $\frac{1}{24}, \frac{1}{30}, \frac{1}{36}, \frac{1}{42}, \frac{1}{48}$ , &c. le dénominateur de la fraction augmentant toujours de six.

36. Si l'on fait une table semblable pour  
I iiij.

les cubes , on trouvera que les fractions qui seront au-dessus du quart diminueront toujours en valeur , leur dénominateur augmentant de 4. à chaque nouveau terme qu'on ajoutera à la Progression ; & de même , à l'égard des autres Progressions , on trouvera , par de semblables tables , ce qui a été dit généralement dans la proposition précédente.

*Tout ceci sera très utile dans la suite de cette Geometrie , où l'on traitera encore de plusieurs autres progressions.*



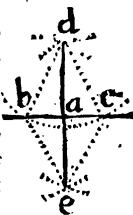
LIVRE DERNIER.

*Problèmes , ou la Geometrie Pratique.*

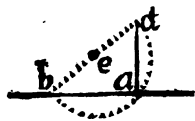
1. **O**N appelle *Problème* en Geometrie , une proposition qui enseigne à faire quelque chose , & qui en démontre la pratique, au lieu que les *Theoremes* font des propositions speculatives , dans lesquelles on considere les proprietés des choses toutes faites.

2. *D'un point donné a dans la ligne b a c , tirer une perpendiculaire.* Prenez avec le compas deux parties égales de part & d'autre *a c* , & *a b* : il n'importe point que ces parties soient grandes ou petites , pourveu qu'elles soient égales. Ouvrez le compas un peu davantage , & des points *b* & *c* , comme des centres , tirez l'un après l'autre , deux petits arcs semblables , qui se croisent au point *d*. Puis apliquant la regle sur les points *a* & *d* , tirez la ligne *a d* , & ce sera la perpendiculaire requise. ( 2. 16. )

3. *D'un point donné d tirer une perpendiculaire vers la ligne b a c.* Du centre *d* faites un arc de cercle, qui coupe la ligne en deux endroits *b* & *c* : puis de ces deux points *b* & *c* tirez avec la même ouverture du compas, deux petits arcs qui se croisent en *e* , la ligne *d e* sera la perpendiculaire requise. ( 2. 16. )

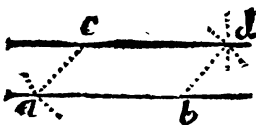


4. Lorsque les points donnez  $a$  ou  $d$  sont vers les extrêmitéz du papier ou de la surface où l'on doit faire la figure, & qu'on ne peut pas prendre une distance raisonnable au-delà du point  $a$ , suivant les pratiques precedentes ; alors il faut faire ainsi. Quand



le point  $a$  est donné dans la ligne, prenez tel point que vous voudrez vers  $e$ , & de-là comme du centre tirez un cercle qui passe par  $a$ , & qui coupe la ligne en  $b$  : puis de  $b$  tirez la ligne  $bd$ , qui, étant continuée, aille couper le cercle en  $e$ , la ligne  $ea$  sera perpendiculaire sur  $bd$ . ( 4. 14. ) Que si le point  $d$  est donné hors la ligne, & non pas le point  $a$ , tirez une ligne telle que vous voudrez  $db$ , & du milieu de cette ligne  $e$  faites un cercle  $bad$ , qui coupe  $bd$  en  $a$  ; la ligne  $da$  sera la perpendiculaire requise. ( 4. 14. )

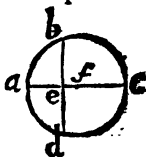
5. D'un point donné tirer une parallèle à une ligne donnée. Soit la ligne donnée  $ab$ , & le point  $c$ , par lequel il faut tirer une parallèle : du point  $c$  comme d'un centre, faites



un arc de cercle, qui coupe la ligne donnée en  $a$  : dans la même ligne donnée, prenez un point  $b$  tel que vous voudrez, le plus éloigné néanmoins qu'il se pourra du point  $a$ , & de ce point  $b$  à la même ouverture de compas faites un autre arc de cercle  $d$  : prenez avec le compas la distance  $ab$  ; & à cette même ouverture, du

Point  $c$  comme du centre, faites un arc qui coupe l'autre en  $d$ , appliquant la règle sur les deux points  $c$  &  $d$ , vous aurez la ligne  $c d$  parallèle à  $a b$ : car le quadrilatere  $c a b d$ , a les côtez oppozés égaux par l'opération, & par conséquent il est parallelogramme, par la converse de la 9. proposition du livre 3.

6. Entre deux lignes données  $a e$  &  $c c$ , trouver la moyenne proportionnelle. Après avoir mis les deux lignes l'une après l'autre en ligne droite, pour en faire la ligne totale  $a c$ , prenez-en le milieu  $f$ , & de ce point  $f$  décrivez le cercle  $a b c$ : levez la perpendiculaire  $e b$  qui coupe la circonférence du cercle au point  $b$ , la ligne  $e b$  sera moyenne, en sorte que  $a e. e b :: e b. e c$ . (6. 66.)

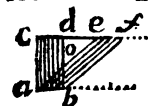


7. Faire un carré égal à un rectangle donné. Prenez la moyenne entre les côtez du rectangle, & le carré sur cette moyenne sera le requis. (6. 59.)

8. Trois lignes étant données, trouver la quatrième proportionnelle. Soient les lignes données  $a d$ ,  $d e$ ,  $a b$ , après avoir mis  $a d$  &  $a b$  l'une sur l'autre, &  $d e$  de travers, pour faire un triangle  $a d e$ , continuez le côté  $a e$  vers  $c$ , & du point  $b$  tirez la parallèle  $b o$ , je dis que  $b c$  sera la quatrième proportionnelle requise, & que  $a d. d e :: a b. b c$ . (6. 43.)



9. Faire un parallelogramme rectangle égal à un triangle donné  $a c b$ . Par le som-



met  $e$  tirez  $ec$  parallèle à la base  $ab$ , le rectangle  $abcd$  fera double du triangle  $aeb$ : ( 3. 18. ) ainsi en partageant la base  $ab$  en deux également, & élevant un perpendiculaire, on fera un rectangle égal au triangle.

10. Un rectangle étant donné, faire un autre rectangle qui lui soit égal, & qui ait la longueur donnée. Soit le rectangle donné  $ab$



$c$ , & qu'il en faille faire un autre égal, qui ait pour côté la longueur  $ef$ . Ici nous avons trois lignes données, sçavoir  $ab$ ,  $bc$ , ( qui sont les côtés du rectangle donné ) &  $ef$  qui doit être un

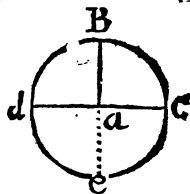
côté de l'autre rectangle que l'on veut faire. On doit chercher maintenant une quatrième ligne, pour être le deuxième côté de ce rectangle. Ayant ces trois lignes données, trouvez en la quatrième proportionnelle. ( 9. 8. ) qui soit  $eh$ , en sorte que  $ef. ab :: bc. eh$ : je dis que le rectangle  $feh$  sera le requis égal au rectangle  $abc$ . ( 6. 27. )

11. Quarrer quelque polygone que ce soit. Réduisez le polygone en triangles, ( 3. 22. ) ou 24. faites autant de rectangles égaux à ces triangles, ( 9. 9. ) en sorte que tous ces rectangles ayent une même longueur: ( 9. 10. ) joignez tous ces rectangles ensemble, pour en faire un rectangle total, & faites un carré ( 9. 7. ) égal à ce rectangle, & vous aurez ce que vous prétendiez.

12. Diviser un cercle en quatre & en six, & tous les arcs en deux parties égales. Pour les diviser en 4. il faut tirer deux perpendicu-



lares par le centre , comme  $dac$  &  $Bae$ . Si on veut le diviser en 8. on n'a qu'à diviser en deux chaque arc  $Bc$ ,  $ce$ , &c. ce qui se fait en décrivant des points  $B$  &  $c$ , deux arcs de cercles à la

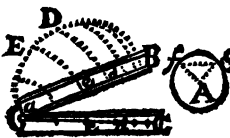


même ouverture du compas : car du point où ces deux arcs se croisent , on tirera vers le centre  $a$  une ligne qui divisera l'arc  $Bc$  en deux également : ainsi faut-il faire à l'égard des autres arcs. Pour diviser le cercle en six , il ne faut que prendre avec le compas le demi-diametre : car l'appliquant six fois tout autour sur la circonférence , il la mesurera parfaitement : ainsi on peut ensuite diviser le cercle en 12. & en 24. & en 48. &c.

13. *Diviser un cercle en cinq , en quinze , & en d'autres parties égales.* Cela se peut faire geometriquement en cette manière , que je démontre dans l'Algebre. Faites un triangle rectangle , dont une jambe soit le demi-diametre du cercle , & l'autre la moitié du demi-diametre. De l'hypotenuse de ce triangle ôtez la moitié du demi-diametre , ce qui restera sera la corde de 36. d. & le côté d'un décagone. En doublant cet arc , on aura l'arc de 72. d. qui est la cinquième partie du cercle ; & la corde de ces 72. d. sera l'hypotenuse d'un triangle rectangle , dont une jambe est le demi-diametre, & l'autre le côté du décagone. Or comme d'ailleurs on a aussi trouvé 60. d. on aura encore la difference de 36. à 60. sçavoir , 24. d. qui est la quinzième partie du cercle. Mais pour la pratique, le plus court

& le plus sûr, c'est de chercher avec le compas, à diverses reprises, une ouverture, qui étant appliquée cinq fois tout autour du cercle, le mesure précisément : après cela chacune de ces parties se divisera de même façon en trois, en cherchant avec le compas, & revenant quand on n'a pas bien trouvé juste du premier coup : ainsi on aura le cercle divisé en 15. Que si chacune de ces 15. parties se divise encore en quatre, & chacune de ces quatre en six, on aura tout le cercle divisé en 360. degrez. Et cette division est très commode pour l'usage. Remarquez qu'on n'a pas trouvé le moyen de diviser geometriquement un arc en trois parties égales, ni en cinq, ni en sept, ni en d'autres nombres impairs, je dis geometriquement, en n'employant que la ligne droite & le cercle.

*Cette division du cercle en 360. degrez est encore plus utile, quand on fait se servir du Compas de proportion : c'est une sorte de compas, qui a les branches plates, a B, a C, sur lesquelles il y a diverses lignes & diverses divisions ; dont celles qui sont le plus en usage se re-*



*divisent à deux : car sur un côté du compas il y a une ligne, en chaque branche a c B, & a c C, qui sert à diviser tout d'un coup*

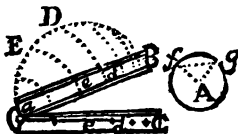
*un cercle en 360. & pour en prendre tout autant de degrez que l'on voudra. Cette division du compas se fait de cette sorte. . . .*

14. Marquer un compas de proportion pour la division du cercle. Imaginez le demi-cercle a E D B, qui soit parfaitement divisé en ses 180. degrez; si du point a par chaque degré on tiroit

des arcs qui coupassent la ligne  $ae$  B. par exemple, si du 60. degré E on tiroit l'arc E  $e$  & si du 90. degré D on tiroit l'arc D  $d$ , &c. il faudroit marquer 60. dans la branche du compas, vis-à-vis de  $e$ , & 90. vis-à-vis de  $d$ , &c. Que si l'on en faisoit autant dans l'autre branche  $aC$ , on auroit ce côté du compas divisé comme il faudroit.

15. Expliquer l'usage du compas de proportion pour diviser le cercle. Soit le cercle donné Af, prenez avec le compas ordinaire le demi-diametre Af, & puis appliquant une pointe de

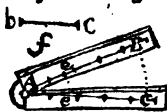
ce même compas ordinaire sur le point  $e$ , c'est-à-dire, sur le 60. degré d'une branche du compas de proportion, écarterez ou ap-



prochez l'autre branche, en sorte que l'autre pointe du compas ordinaire tombe précisément sur le point  $e$  de l'autre branche du compas de proportion, afin que la distance  $ee$  soit égale au demi-diametre Af; alors si vous voulez trouver tout d'un coup 90. degrés du cercle donné, mettez les deux points du compas sur les deux points  $d, d$ , & transportez cette distance sur  $fg$ , & vous aurez l'arc  $fg$  de 90. degrés. Que si vous vouliez prendre 35. degrés, vous n'aurez de même qu'à appliquer les pointes du compas ordinaire sur les points des lignes  $aB$ ,  $aC$ , dans lesquels est le 35. degré, & transporter cette distance sur le cercle donné, & ainsi faudroit-il faire pour tout autre degré que ce soit. Tout cela est fondé sur les propositions 42. 43. 49. 50. du livre sixième; car comme tous les cercles sont figures semblables, (6. 50.) la corde  $fg$  sera au demi-diametre Af comme la

corde  $aD$  au demi-diametre  $eD$ , c'est-à-dire, comme  $ad$  à  $ae$ . D'ailleurs, les triangles  $add$  &  $ae e$  sont semblables, & ainsi  $dd : ee :: ad : ae$ . Or  $dd$  a été fait égal à  $fg$ ,  $ee$  à  $Af$ : dont  $fg : Af :: ad : ae$ .

16. Marquer le compas de proportion pour la division des lignes droites. Du centre du compas soient tirées deux lignes droites sur les branches vers  $B$  & vers  $C$ , lesquelles soient divisées chacune en 100. ou en 200. parties égales: & cela

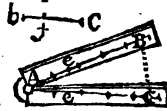


servira pour diviser tout d'un coup une ligne donnée en autant de parties que l'on voudra. Par exemple, soit la ligne donnée  $bc$ , & qu'il

en faille prendre  $\frac{25}{97}$ , c'est-à-dire, 25. nonante-septièmes parties ; il faudroit pour cela diviser toute la ligne  $bc$  en 97. parties égales, pour en prendre ensuite 25. ce qui seroit bien long à faire; mais avec le compas de proportion on le fait fort aisément. Prenez avec le compas ordinaire la longueur de la ligne  $bc$ , & appliquant une pointe sur la quatre-vingt-dix-septième partie  $B$  d'une branche du compas de proportion, approchez ou écartez l'autre branche,

en sorte que l'autre pointe tombe précisément sur la

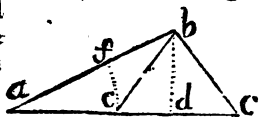
97e partie  $C$  de l'autre branche; alors mettez les deux pointes sur la 25e partie  $ee$  de l'une & de l'autre branche, & transportez la distance  $ee$  sur  $bf$ , &  $bf$ , sera justement  $\frac{25}{97}$  de toute la ligne  $bc$ : ce qui est aussi fondé sur ce que les triangles  $ABC$  &  $Aee$  sont semblables.



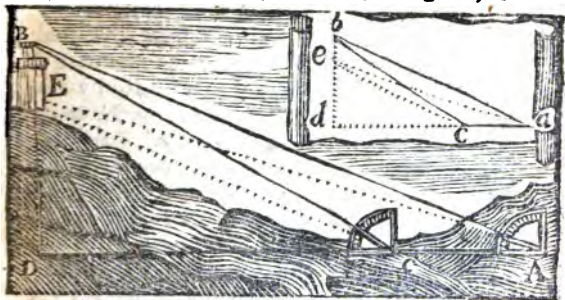
17. Sur

DE GEOMETRIE , LIV. IX. 113.

17. Sur une ligne donnée faire un angle de tant de degrez que l'on voudra. Soit la ligne donnée  $ac$ , & qu'il faille y faire un angle de 30. degrez Du point  $a$ , comme de centre, faites un cercle  $cf$ , dans lequel vous prendrez avec le compas de proportion, ou autrement, 30. degrez depuis  $c$  jusqu'à  $f$ , & par ce 30. degrez vous tirerez la ligne  $af$ , qui avec la ligne  $ac$  fera un angle de 30. d.



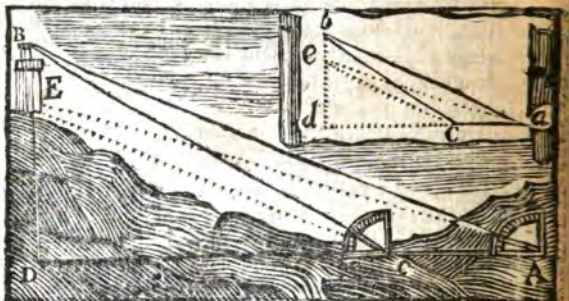
18. Connoissant les angles d'un triangle, & un côté, trouver les autres côtés. On vous dit qu'il y a un triangle dans le monde, dont la base  $AC$  a dix toises, & les deux angles d'autour de la base sont l'un  $ACB$ . de 150. degrez, &



l'autre  $CAB$  de 20. (& par conséquent le troisième angle vers la pointe sera de 10. afin que nous trois 150.20.10. ensemble fassent 180. c'est-à-dire, deux droits, ) & on vous demande combien de toises doit avoir chacun des deux autres côtés  $AB$ ,  $CB$ . Faites sur du papier, ou plutôt sur du carton fin, un triangle sembla-

K

ble  $ac$   $b$ , en cette sorte: prenez une base à discretion  $ac$  de 10. poudes, ou de dix autres parties telles qu'il vous plaira: sur  $ca$  faites deux angles, l'un  $cab$  de 20 degrez, & l'autre  $acb$  de 150. degrez (9.17.) les deux lignes  $ab$ ,  $cb$ . se croiseront en quelque part, sçavoir en  $b$ . Mesurez donc combien de poudes il y a dans  $ab$  ou



dans  $cb$ : car vous serez assuré que tout autant de poudes que vous aurez trouvé en  $ab$  il y aura aussi tout autant de toises dans  $AB$ ; & de même dans  $CB$ , autant que dans  $cb$ . Car puisque les triangles sont semblables, aiant les angles égaux,  $ac$  sera à  $ab$ : : comme  $AC$  à  $AB$ .

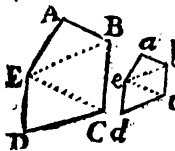
19. Mesurer les distances, les hauteurs, les profondeurs, & generalement toutes les grandeurs des lieux éloignez & inaccessibles. Si au haut d'une montagne qui paroît de loin, il y a une tour  $BE$ , & qu'on veuille en observer la distance & la hauteur; il faut avec quelque sorte d'instrument, ( comme est un Quart-de-nonante, c'est-à-dire, un quart de cercle divisé en 90. degrez garni d'une regle qui roule autour du centre, laquelle s'appelle *Alidade*; ) il faut, dis-je, avec cet instrument, prendre deux angles de

deux divers endroits en cette maniere. Si vous êtes en A, placez l'instrument en telle sorte, qu'un côté reponde justement à la ligne horizontale A D, sans hauffer, ni baiffer de part ou d'autre: mettez l'œil en A, c'est-à-dire, vers le centre de l'instrument, & tournez la regle en telle sorte, qu'elle soit dirigée vers la pointe de la tour B; si bien que cette regle rase ainsi votre raïon visuel, par lequel vous regardez la pointe B; alors cette regle vous marquera dans la circonference, de combien de degrez est l'angle B A D: car les degrez sont marquez dans cette circonference de l'instrument. Après cela changez de place, & dans un lieu bien plein & uni, avancez-vous de 10 toises (ou de telle autre distance qu'il vous plaira) jusqu'à C, & là, prenez derechef un autre angle B C D, par le moyen duquel vous aurez l'angle de suite B C A, puisque ces deux ensemble sont égaux à deux droits: ainsi dans le triangle A C B vous connoissez la base que vous avez prise de 10. toises: vous connoissés encore les deux angles qui sont sur la base; & par cōséquent vous avés de quoi connoître le côté C B, ou le côté A B. (9. 18.) Vous connoîtrés encore la hauteur B D, ou la distance A D, si dans le petit triangle semblable vous tirés du point *b* une perpendiculaire *b d*: car B D ou A D auront autant de toises que *b d*, ou *a d* auront de pouces. Que si après avoir pris la hauteur B D, on prend encore par la même methode la hauteur E D, on aura aussi la grandeur B E depuis le haut jusques au bas de la tour.

*Quelquefois au lieu d'avancer vers la tour, & de faire les observations de haut en bas, on des angles que font les lignes visuelles avec la ligne horizontale; il est bon de faire les deux*

stations à côté l'une de l'autre : mais cela revient toujours au même, & la pratique n'en est point au fond différente. L'on voit bien aussi que par ce moyen on peut mesurer toutes les grandeurs imaginables, pourvu qu'on en puisse observer les extrémités de deux endroits différens. On ne s'arrête pas ici à décrire les pratiques particulières, ni les avantages que l'on retire des lunettes que l'on a trouvées le moyen de mettre à l'Alidade de l'instrument, qui est une commodité inestimable.

20. Prendre le plan d'une Place. Soit une Ville ou autre Place A B C D E, & qu'on vous



ordonne d'en prendre le plan, & d'en faire la figure; prenez toutes les distances des côtés & des lignes tirées d'angle à angle, & rapportés-les à proportion dans une figure sur du papier: par exemple, ayant trouvé qu'A B est de 30. toises, B C de 59. C. D de 50. B E de 67. A E de 49 &c. après avoir fait une échelle sur du papier, divisée en 100. petites parties, faites une ligne *ab* de 30. parties, *b e* de 67. *a e* de 49. ces lignes jointes ensemble font le triangle *a b e*. tout semblable au triangle A B E, & continuant ainsi à faire *b e c* semblable à B E C, &c. vous aurez une figure totale *a b c d e* semblable à la place A B C D E.

21. Que si on ne peut pas entrer dans la place, ou la percer pour mesurer la distance des angles B E, F C, il faut prendre les angles de la place, & les rapporter sur la figure, en sorte que si l'angle B A E est de 66. degrés, l'angle *b a e* soit aussi de 66. degrés: ainsi des autres.

22. Faire la carte d'une Ville ou d'un pays.



DE GEOMETRIE, LIV. IX. 117

Montés sur deux lieux élevés A & B, d'où l'on puisse découvrir la Ville ou le país dont vous voulez faire la carte : ayés un quart de 90. ou un cercle tout entier, ou bien un demi-cercle seulement divisé par degrés avec son alidade au centre; placés premierement l'instrument sur A, enforte qu'un de ses côtés reponde d'A vers B = l'instrument étant ainsi placé & affermi, regar-



dés les clochers, les maisons extraordinaires, ou les montagnes, & autres endroits considérables, comme E, D, C, &c. & prenez tous ces angles avec l'alidade, & écrivés tout cela pour vous en souvenir; l'angle C A B, par exemple, est de 50. degrés 30'. l'angle D A B de 45. degrés 8'. &c. puis faites en autant de dessus B. & écrivés, l'angle A B C est de 40. d. 10'. l'angle A B D de 47. d. 28'. &c. Après quoi prenez sur du papier une ligne à discretion  $ab$ , & faites des angles égaux à ceux que vous avez trouvés:  $eab$  égal à C A B,  $dab$  égal à D A B,  $abc$  à A B C, &c. & ainsi vous aurez les points  $e$ ,  $d$ ,  $e$ , &c. qui seront dans la même disposition que les clochers ou les autres endroits considérables, C, D, E, &c. Or ayant une fois ces endroits princ-

paux, tout le reste se peut tracer à-vûe d'œil. Pour faire une operation plus juste, il est bon de prendre les angles encore d'un troisième lieu, & même d'un quatrième; afin que tout s'accordant, on sçache que l'operation est bien faite.

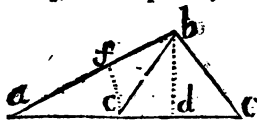
23. Connoissant deux côtéz d'un triangle, & l'angle d'entre deux, trouver le troisième côté & les deux autres angles. . . . .

24. Connoissant deux côtéz & un angle opposé à un de ces côtéz, connoître le troisième côté & les deux autres angles, pourveu qu'on sçache-si l'angle qu'on cherche est aigu ou obtus. . . . .

25. Connoissant les angles & un côté, connoître les autres côtéz. . . . .

26. Connoissant les trois côtéz, connoître tous les angles. Tout cela se trouve parfaitement, en faisant des triângles semblables sur du carton fin.

27. Mesurer l'aire; ( c'est-à-dire, la grandeur ou la capacité interieure ) d'un triangle donné  $a b c$ . Du sommet  $b$  tirés la perpendiculaire  $b d$  sur la base  $a c$  prolongée, s'il en est besoin; divisés  $a c$  en 10. ( ou en tant d'autres parties qu'il vous plaira ) & voyés combien de ces



parties sont contenues dans  $b d$ : car en multipliant la moitié de  $b d$  par 10. vous aurés l'aire du triangle.

(3. 18.) Comme si  $b d$  contient 12. parties de celles dont  $a c$  en contient 10. il faut multiplier 6 par 10 pour avoir 60. qui est la grandeur du triangle  $a b c$ , c'est-à-dite, que ce triangle contient autant d'espace qu'en contiendroient 60. petits quarrés, dont le côté de chacun seroit la dixième partie de  $a c$ .

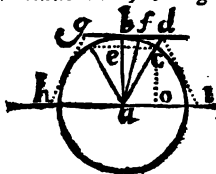
Ayant égard à la pratique, il n'y a point de

methode plus facile, ni même plus exacte, que celle-ci: mais en de certains cas, il est bon de sçavoir mesurer ces choses avec une certaine précision qui ne peut se trouver que par le moyen du calcul. Voici donc les principes d'où l'on tire tout l'artifice du calcul.

28. Dans un triangle rectangle  $a b d$ , connoissant deux côtés, connoître le troisième côté par le calcul. Soit la jambe  $b d$  de 3, toises, & la jambe  $a d$  de 4, toises; multipliez 3. par 3. & 4. par 4. pour faire les deux quarrés 9. & 16. ces deux quarrés joints ensemble seront égaux au quarré de l'hypoténuse  $a b$ : (6.61.) & par conséquent je voi que le quarré de  $a b$  est 9. plus 16. c'est à dire 25 ainsi pour sçavoir la grandeur de  $a b$ , je n'ai qu'à prendre le côté ou la racine quarrée de 25. qui est 5. d'où je conclus que  $a b$  est de 5. toises. Si l'hypoténuse  $a b$  5. est connue avec une jambe  $a d$  4. il faut soustraire le quarré 16. du quarré 25. & il restera 9. dont la racine 3. est la grandeur de l'autre jambe  $b d$ . Quelquefois il arrive que les deux quarrés des jâbes joints ensemble ne font pas un nombre quarré, ou que le quarré d'une jambe soustrait du quarré de l'hypoténuse ne laisse pas un nombre quarré: comme si les jambes sont 2. & 3. leurs quarrés seront 4. & 9. qui joints ensemble font 13. Or 13. n'est point nombre quarré, & par conséquent n'a point de racine précise: mais néanmoins il y a des nombres qui en approchent, comme ici  $3\frac{3}{5}$  est à peu près la racine de 13. car  $3\frac{3}{5}$  multiplié par soi-même, fait 13. moins  $\frac{1}{25}$  ainsi le côté  $a b$  est de  $3\frac{3}{5}$ , & d'un peu davantage.

On ne donne pas la methode d'extraire ces racines quarrées , parce que c'est une regle d'Arithmetique , de quoi on ne traite pas ici.

29. Calculer la Tangente , la Secante , & le Sinus de 30. degrez. Soit , par exemple ,



$ba$  le rayon ou sinus total,  $ad$  la secante de 30. degrez,  $bd$  la tangente,  $ce$  le sinus; il est aisé de voir que  $bd$  est la moitié de  $ad$  : car en tirant  $ag$  une autre secante de

30. degrez , le triangle  $gad$  sera équilateral : car chacun des angles  $g$ ,  $d$ , &  $gad$  sera de 60. degrez : ainsi  $bd$  étant la moitié de  $dg$ , elle sera aussi la moitié de  $ad$  : par même raison  $e$  sera la moitié de  $ac$ . Supposant donc dans le triangle rectangle  $aec$ , que l'hypoténuse  $ac$  est de 2. & la jambe  $ec$  d'1. & ôtant le quarré 1. du quarré 4. nous aurons 3. égal au quarré du côté  $ae$ , égal à  $co$ , ( qui est le sinus de l'arc  $ci$  de 60. degrez. ) Mais si au lieu de prendre 2 & 1. pour  $ac$ , &  $ce$ , nous prenons 1, 000, 000, & 500,000, le quarré de  $ce$ , sçavoir 250,000,000,000 ôté du quarré 1, 000, 000,000,000, laissera 750,000,000,000, dont la racine à peu près est 866, 025. pour  $ae$ , ou  $ce$  sinus de 60. degrez.

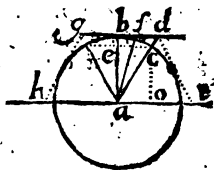
30. Connoissant  $ce$ , le sinus d'un angle quel'onque, connoître  $co$ , le sinus du complement de cet angle. Le complement d'un angle est celui qui reste pour faire 90. degrez. Par exemple, ayant l'angle  $cab$  de 30. degrez, son complement est  $cai$  de 60. degrez; car 60. avec 30. font 90. d. Cette proposition est démontrée.

démontrée dans la précédente.

31. Connoissant  $ec$  le sinus d'un angle, & le sinus de son complement, savoir  $co$  ou  $a c$ ; connoître la tangente  $bd$ , & la secante  $ad$ . Comme les triangles  $a e c$  &  $a b d$  sont semblables, il s'en suit que  $a e. e c :: a b. b d :: a c. a c :: a b. a d ::$  & ainsi par la règle de trois d'Arithmétique, on trouve que l'arc  $c b$  étant de 30. degrez, la tangente  $bd$  est de 577. 350. & la secante  $ad$  de 1.154. 700.

32. Connoissant le sinus, la tangente & la secante d'un arc quelconque  $bc$ ; trouver le sinus, la tangente & la secante de la moitié de cet arc. Tirant  $af$  par le milieu de l'arc  $bc$ , on aura  $df. fb :: ad. ab$ . (6. 72.) & par conséquent on trouvera la tangente  $bf$  de 15. degrez, & ensuite le sinus & la secante des mêmes 15. degrez: après quoi encore, partageant derechef en deux l'arc  $bf$ , on trouvera le sinus, la tangente & la secante de 7. degrez 30'. & puis de 3. de 45'. & ainsi à l'infini.

33. Trouver le sinus  $ec$  de 45. degrez. Il est égal au sinus du complement des mêmes 45. degrez, savoir  $ca$ , & par conséquent on trouve encore la tangente & la secante de 45. degrez, aussi-bien que des moitiés 22. degrez 30'. 11. degrez 15'. &c.



34. Trouver le sinus de 36. d. ayant inscrit un pentagone régulier dans le cercle, on sçait la proportion qu'a le côté de ce pentagone avec le rayon (9. 13.) Or, ce côté est la cor

de 72. degrez, & la moitié de cette corde est le sinus de la moitié de 72. sçavoir de 36. Ainsi le sinus de 36. d. est connu, & par conséquent la tangente & la secante aussi-bien que des moitez 18. degrez, 9. degrez, 4. degrez 30'. 2.d. 15'. &c.

35. *Trouver le sinus, la tangente, & la secante de 12. degrez, & des moitez 6. degrez, 3. degrez, 1. degré 30'. 45'. &c.* Puis qu'on connoît la corde de 24. degrez, qui est le côté d'un polygone régulier de 15. côtés. ( 9. 13. ) on connoitra, &c.

36. Combinant ainsi toutes ces choses, on aura le sinus, tangentes & secantes des angles de 45'. d'1. degré 30'. de 2. degrez 15'. de 3. degrez 45'. de 4. 30' ainsi de tous les autres de 45'. en 45'.

37. *Trouver les sinus de tous les arcs qui sont entre deux de ces arcs ainsi trouvés de 45'. en 45'.* Il faut faire une regle de proportion. Par exemple, le sinus de 45'. étant 1308. le sinus de 1'. sera 29. parè que 45. 1' :: 1308. 29. de même, le sinus de 20'. sera 581. De même, pour avoir le sinus de 3. degrez 30'. ayant le sinus de 3. degrez 5233. ( 9. 35. ) & puis le sinus de 3. degrez 45'. 6540. ( 9. 32. ) on trouve que ces 45'. qui sont depuis 3. degrez jusques à 3. degrez 45'. portent 1307. d'augmentation de sinus : car 5233. sinus de 3. degrez, ôtez de 6540. sinus de 3. degrez 45'. laissent 1307. Voulant donc trouver le sinus de 3. degrez 30'. je dis ainsi : Si 45'. qui sont depuis 3. degrez jusqu'à 3. degrez 45'. portent 1307. d'augmentation dans le sinus, combien d'augmentation porteront 30'. qui sont depuis 3. degrez jusques à 3. degrez 30'. & je trouve 871. il faut donc ajoûter 871. à 5233. & on aura 6104. pour

sinus de 3. degrez 30'. ainsi de tous les autres.

Par ce moyen on peut faire des tables où soient le sinus, les tangentes & les secantes de tous les angles de minute en minute depuis 0. jusqu'à 90. degrez.

Remarquez que par cette dernière règle on ne trouve pas à la rigueur le sinus juste, parce que les sinus n'augmentent pas à même proportion que les arcs; mais ce défaut est ici si petit, qu'on ne doit pas se mettre en peine d'une plus exacte précision.

38. Par le moyen de ces tables on calcule les triangles, parce qu'on est assuré que dans tout triangle.

les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés: par ex. dans le triangle  $abc$ , tirant le cercle circonscrit du centre  $e$ , les perpendiculaires  $ob$ ,  $eb$ , partageront en deux également les côtés  $ab$  &  $bc$ . (4.6.) ainsi  $ab. bc :: ai. bh$ . Or  $ai$  est le sinus de l'angle  $aci$  ou  $acb$ , qui (4.13.) lui est égal, & de même  $bh$  est le sinus de l'angle  $bci$  ou  $bac$ : donc, &c.



39. Et sur ce principe, connoissant deux angles & un côté, ou deux côtés & un angle, trouver sous le reste. Faites par une règle de proportion, comme un côté connu au sinus de l'angle opposé connu; ainsi l'autre côté connu a un quatrième nombre qui sera le sinus de l'angle opposé à cet autre côté. Ou bien si deux angles sont connus avec un côté, il faut faire comme le sinus d'un angle connu au côté opposé à ce même angle: ainsi le sinus

de l'autre angle connu à un quatrième nombre, qui sera le costé opposé à cet autre angle, &c.

40. Ces operations sont beaucoup abregées par les logarithmes : car on a eu soin de mettre dans les tables, non-seulement les sinus & les tangentes, mais aussi leurs logarithmes, qui leur repondent vis-à-vis. De sorte qu'au lieu des multiplications & des divisions qu'il faudroit faire avec une peine insupportable, en se servant des sinus & des tangentes, il ne faut que faire des additions ou des soustractions, en employant les logarithmes : comme si dans le triangle ABC, ( 9.18. ) dont le costé AC est connu de 10. toises, l'angle ABC de 10. degrez, l'angle CAB de 20. on demande le costé BC, il faudroit dire comme le sinus de l'angle B, ( qui est dans les tables 17364. ) au costé AC, qui est connu de 10. toises : ain-

Sin. angl. A. 10. d.	9. 5340517.
AC. 10. toises.	1. 0000000.
Somme.	10. 5340517.
Sin. angl. B. 10. d.	9. 2396702.
Reste, qui est	
CB. 19. $\frac{7}{10}$ toises.	1. 2943815.



si le sinus de l'angle A ( qui est dans les tables 34202. ) est au costé qu'on cherche CB. pour trouver ce quatrième CB par une regle-de-trois, il faudroit multiplier le second terme 10. par le troisième 34202. & diviser le produit 342020. par le premier 17364. ce qui est bien long. Mais si au lieu de ces nombres nous premons leurs logarithmes, ajoutant le logarithme de 20. degrez au logarithme de 10. toises, & de la somme ôtant le logarithme de 10. degrez, il resté le logarithme 1. 2943. &c. qui dans la table repond entre 19. & 20. de sorte que le costé CB doit être de près de 20. toises.

*Les livres qui traitent des sinus & des logarithmes expliquent ceci plus en particulier. Je croi pourtant en avoir dit autant qu'il en faut sçavoir pour pouvoir trouver de soi-même toutes ces choses. On ajoutera quelques autres propositions sur ce sujet dans la suite de cette Geometrie.*

41. Trouver une ligne droite, qui soit égale à la circonference d'un cercle à si peu près que l'on voudra. Prenant douze fois la tangente de 30. degrez qui est  $bd$ , & rangeant ces 12. tangentes autour du cercle, en sorte qu'elles soient jointes deux à deux en ligne droite, comme on voit en la figure de l'art. 27. où  $d g$  sont deux tangentes opposées, chacune de 30. degrez, & de même  $g h$ . &  $d i$ , &c. On fera ainsi un polygone circonscrit de 6. côtes, dont la circonference est plus grande que celle du cercle ( 4. 27. ) Que si on prend douze fois le sinus  $ee$ , on fera un polygone inscrit de 6. côtes, dont la circonference est

plus petite que celle du cercle. De sorte que donnant au rayon  $a b$ , 1,000,000;  $b d$ , qui est 577,350. pris douze fois, c'est-à-dire, 6,928,200. est plus grand que la circonférence du cercle, &  $a c$  5000,000 pris douze fois, savoir, 6,000,000, est plus petit que la circonférence du même cercle.

42. Mais si au lieu de prendre douze fois la tangente & le sinus de 30. degrez, l'on prend 360. fois la tangente & le sinus d'un degre, savoir 17455. & 17452. on fera deux polygones, l'un circonscrit 6,283,800. plus grand, & l'autre inscrit 6,282,720, plus petit que le cercle.

43. Enfin donnant au rayon 100,000,000,000, & prenant la tangente & le sinus d'une minute 21600. fois (car il y a autant de minutes dans un cercle) on aura 628,318,512,000, plus petit, (car le sinus d'1. est 29,088,820.) & 628,318,533,600 plus grand. (Car la tangente d'1. est 29,088,821.) Que si ces trois nombres du rayon, du polygone circonscrit, & de l'inscrit, sont divisez par 100,000, il restera pour le rayon 1,000,000: & le perimetre du polygone circonscrit sera de 6,283,8185  $\frac{336}{1000}$ : & le perimetre de l'inscrit sera de

6,283,186  $\frac{12}{100}$ . De sorte que ces deux perimetres, dont l'un est plus grand que la circonférence du cercle, & l'autre plus petit, ne différant pas néanmoins entre eux d'une millionième partie du rayon. Si l'on vouloit prendre juste le sinus & la tangente d'une seconde, on s'approcheroit encore incompara-

blement davantage de l'égalité entre les deux perimetres du polygone circonscrit & de l'inscrit.

44. Pour la pratique, on pose que le diametre est à peu près la circonference comme 7. à 22. c'est-à-dire, que si le demi-diametre ou le rayon est divisé en 7. la circonference en contiendra 44. presque : & cela s'accorde assez avec ce qui vient d'être expliqué. Car  $7. 44. :: 100. 628. \frac{4}{7}.$

45. *Trouver l'aire d'un cercle donné.* Si le rayon ou demi-diametre est partagé en 1000. la circonference sera à peu près de 6283. Ainsi multiplie la moitié de cette circonference 3141. par le rayon 1000. on fait 3141000. pour toute l'aire du cercle : (4. 31.) mais si le demi-diametre est de quelque autre mesure, par exemple de 9. pouces, il faut faire  $1000. 3141 :: 9. 16. \frac{269}{1000}.$  & puis multiplier ce dernier nombre ( qui doit être la demi circonference ) par 9. ( qui est le demi-diametre ) & on a  $173. \frac{421}{1000}.$  pour l'aire du cercle.

*Il est plus commode, ce me semble, de se servir de cette proportion de 1000. à 3141. que de celle dont on se sert communément de 7. à 22. perpendiculaire.*

46. *Mesurer la grandeur d'un parallelepède ou d'un cylindre.* Multipliez la base par la hauteur perpendiculaire.

47. *Mesurer une pyramide ou un cone.* Multipliez la troisième partie de la base par sa hauteur.

128 ELEMENS DE GEOMETRIE, &c.

48. *Mesurer une sphere.* Multipliez la troisième partie de sa surface par le demi-diametre, ou bien les deux tiers de son plus grand cercle par son diametre.

*Fin des Elemens de Geometrie.*



# T A B L E

## DES MOTS EXPLIQUEZ en cette Geometrie.

Le premier chiffre signifie le livre , & les  
autres l'article.

### A

<b>A</b> ire , capacité ou grandeur d'une figure.	9. 25.
Alternando , invertendo , &c.	6. 9. 8
Amblygone , ou obtusangle.	2. 5
Angles alternes , internes.	1. 30
Angle droit obtus , aigu.	1. 17
Angles externes du triangle.	2. 10
Angles oppoz , de suite.	1. 17
Angle retiligne , curviligne , mixte.	1. 6
Angle soutenu , ou soutendu , ou oppozé.	2. 17
Arc.	1. 11

### C

<b>C</b> ercle.	3. 10
Circonference.	1. 10
Commensurables.	7. 4
Commensurable en puissance.	7. 33
Compas de proportion.	9. 14
Complemens dans le parallelogramme.	3. 12
Complement d'un angle.	9. 30
Congruës figures.	2. 12
Converse proposition.	1. 33

130 TABLE DES ELEMENS

Convertendo, Componendo, &c.	6.11.12.&c.
Corps ou solide.	1.4
Costez ou racines des nombres.	7.10
Cubique nombre.	7.39

D

Degrez de progression.	8.10
Degrez, minutes, secondes.	1.24
Diagonale, diametre, ligne tirée d'angle à angle dans les parallelogrammes.	3.7
Diametre.	1.12 & 3.7.

E

Equilateral.	2.7
Equimultiple.	6.15.
Ex æquo, proportion.	6.13.14

G

Geometrique progression.	8.8
Gnomon ou esquierre.	3.12
Grandeur.	6.8

H

Harmonique progression.	8.32
Homologues costez.	6.31
Hypotenuse, grand costé du triangle rectangle.	6.61

I

Jambes, costez autour de l'angle droit d'un triangle.	6.61
Incommensurables.	7.5
Invertendo, alternando, &c.	6.8.9. &c.
Isoperimetres. 4.32. à la fin.	
Isoscele, triangle à deux jambes égales.	2.7.

L

Logarithmes.	8.16.
--------------	-------

DE GEOMETRIE.

133

M

<b>M</b> esurer.	7.3
Minutes, degrez.	1.24
Multiplier une ligne par une autre ligne, ou par une surface.	6.17.18.

N

<b>N</b> ombre plan 7. 9. Solide.	7.37
Nombres plans semblables.	7.14.
Nombre carré. 7. 12. Cubique.	7.39

O

<b>O</b> blique, ligne.	1.25
Oxygone ou acutangle.	2.5.

P

<b>P</b> aralleles.	1.26
Parallelogramme.	3.2
Parallelogrammes d'autour du diametre.	3.12
Partie. 7. 2. Parties.	7.3
Perpendiculaire.	7.15
Plan ou surface plane.	1.5
Pouvoir: une ligne pent deux fois une autre.	7.32

Problèmes, Theorèmes.	9.1
Progression Arithmetique. 8.2. Geometrique. 8.8.	
Harmonique.	8.32
Progression des quarez, des cubes, &c.	8.34
Proportion.	6.6
Raisance premiere. 7.32. Seconde.	7.35

Q

<b>Q</b> uadrillaterre, figure à quatre costez.	3.2
Quantité.	11
Quarré-quarré, sur solide, &c.	8.10

R

<b>R</b> acines ou costé des nombres.	7.10
Raison.	6.2
Raison composée.	6.26
Raison doublée. 6.29.30. Triplée.	6.36

232 TABLE DES ELEMENS , &c.

<i>Raison égale ou proportion.</i>	6.4.6.
<i>Raison plus grande.</i>	6.5
<i>Rayon ou, demi-diametre. I. 13. ou Sinus total.</i>	4.9
<i>Réciproques.</i>	6.65
<i>Rectangle simplement pour parallelogramme rectangle.</i>	3.3
<i>Rhombe, Lozange.</i>	3.4
<i>Rhomboïde, Lozange irrégulier.</i>	3.5
S	
<i>Scalene, triangle à trois costez inégaux. 2. 7</i>	
<i>Cone ou cylindre ou parallepipede.</i>	5.12
<i>Secante, tangente, sinus.</i>	4.9
<i>Semblables triangles. 6.44. Rectangle.</i>	6.30
<i>Solide. 6.54. Figures.</i>	6.48.49
<i>Sinus, tangente, secante.</i>	4.9
<i>Sinus du complement.</i>	9.28
<i>Solide corps. I. 4. Angle solide.</i>	5.4
<i>Surface plane ou plan.</i>	1.4
<i>Surfolide quarré, cube, &amp;c.</i>	8.10
T	
<i>Tangente, sinus, secante.</i>	4.9
<i>Termes de progression.</i>	8.1
<i>Theoremes, problèmes.</i>	9.1
<i>Trapeze, quadrilatere irrégulier.</i>	3.2

Fin de la Table de la Geometrie.



DISCOURS  
DU  
MOUVEMENT  
LOCAL.

*Avec des Remarques sur le Mouvement  
de la Lumière.*





P R E F A C E  
 D U D I S C O U R S  
 D U  
 M O U V E M E N T  
 L O C A L.

**J**E ne pretends pas faire ici l'éloge des *Mechaniques*, & étaler les avantages que nous donne la science du mouvement. On sçait assez que toutes les productions qui viennent ou de l'industrie des hommes ou des causes de la nature, ne se font que par le mouvement. De sorte qu'il n'est pas possible de penetrer dans les secrets de la *Physique*, ni de réussir dans l'invention & dans la pratique des *Arts*, dans le secours des *Mechaniques*, d'est-à-dire, sans la connoissance des loix du mouvement. Je n'entreprends pas non plus de traiter ici toute cette matiere. Elle est trop vaste pour être comprise dans un si petit discours. Je me suis restreint à ce qu'

peut être appelé les élémens de cette science, & j'insiste particulièrement à considérer la communication qui se fait du mouvement dans les percussions. Il est vrai que ce sujet a été traité par de très-grands hommes; mais je m'y prens, ce me semble, tout autrement qu'ils n'ont fait; car sans faire aucune hypothèse particulière, je m'attache à rechercher dans les sources mêmes de la nature les causes de tous les effets que nous voyons dans les mouvemens, & je tâche d'en faire des démonstrations, qui ne supposant aucune expérience, ne sont fondées que sur des principes incontestables de la pure Métaphysique. Ce dessein, sans doute, paroitra hardi à ceux qui sçavent la difficulté qu'il y a de prévenir ainsi l'expérience, & de prescrire à la nature des loix qu'elle doit ensuite observer. Peut-être, aussi que la différence qui se trouve entre les règles que je tâche d'établir ici, & celles que Monsieur Descartes a posées dans ses Principes, servira de sujet à la curiosité de ceux qui aiment la Philosophie de cet Auteur, pour rechercher en quoi consistent mes paralogismes, puisque les raisonnemens que je fais, sont si opposés à ceux que plusieurs ont tenu jusques ici pour de véritables démonstrations. Car j'avoué que de sept règles du mouvement que donne Monsieur Descartes, il n'y en a qu'une seule qui s'accorde avec les miennes: de sorte qu'il faut ou que ce Philosophe n'ait pas rencontré en ce point, ou que je sois tombé moi-même en des fautes considérables.

Au

*Au reste , je ne puis pas ignorer ce qui a été publié par toute la France , touchant les Regles de Percussion , qu'ont proposé quelques celebres Mathematiciens des Academies Royales de Paris & de Londres. S'il y a de la gloire à inventer quelque chose de nouveau dans les sciences , je ne conteste point à ces Messieurs celle qu'ils pourront prétendre pour avoir trouvé le secret des loix du mouvement. Je la leur cede volontiers toute entiere , & je n'y pretends rien. Je puis dire néanmoins qu'il y a déjà trois ans que j'ai donné publiquement tout ce que je mets ici dans ce Discours ; & que si l'on compare mes regles avec les leurs , on y trouvera bien peut-être assez de conformité , pour croire que j'ai rencontré avec eux la verité ; mais aussi on y verra assez de difference , pour juger que ce n'est pas d'eux que je l'ai apprise. Outre qu'ils n'ont fait que proposer simplement leurs regles sans les prouver , au lieu que je tâche de démontrer toutes celles que j'avance. Et quoique Monsieur Hngens nous ait fait esperer qu'il publieroit bien-tôt un livre où il prouveroit toutes ses regles ; néanmoins sans me vouloir en aucune façon comparer à un si grand homme ; j'ose bien dire que sa methode sera toute differente de la mienne , puisqu'il s'est déjà suffisamment expliqué , & qu'il nous a fait entendre que ses demonstrations sont appuyées sur des hypotheses particulieres. Quoiqu'il en soit , je me suis déjà déclaré sur le peu de pretention que j'ai à la gloire de passer pour l'inven-*

438: PREFACE DU DISCOURS, &c.

teur de ces choses : je la laisse toute entière à ces Messieurs ; Et s'ils ont la bonté de m'en faire part , je la recevrai comme une grace , Et tiendrai à faveur , s'ils veulent seulement reconnoître que j'ai touché leur pensée , ou que du moins je ne m'en suis pas fort éloigné.





# DISCOURS

## DU

# MOUVEMENT

## LOCAL.

*I. Le corps est de soi indifferent pour le repos ou pour le mouvement.*



Si nous nous imaginons qu'il n'y ait au monde rien de corporel qu'une ou deux boules, & que de ces boules nous séparions tout ce qui pourroit causer quelque sorte de sympathie ou de secrette communication, par laquelle l'une attireroit ou chasseroit l'autre; en un mot, si nous considerons ces boules libres de toute sorte de détermination particuliere, sans legereté, sans pesanteur, dans le vuide, ou du moins dans un espace tout uniforme, où il n'y eût rien qui les portât plus d'un côté que d'un autre, ou qui les pût empêcher de se mouvoir librement: si elles venoient à être poussées vers quelque endroit, alors nous concevriens que ces boules seroient

M. ij.

tout-à-fait indifférentes pour se toucher , ou pour être séparées , pour être ici , ou pour être là ; puisqu'elles ne trouvent rien en un endroit plus qu'en un autre ; & par conséquent elles seront aussi également indifférentes, pour être en repos , ou pour être en mouvement.

*II. Si le corps est une fois en repos , il y demeure toujours.*

Ainsi si nous concevons de plus, qu'une de ces boules est en repos en quelque endroit , y ayant été mise par quelque cause , qui ait le pouvoir de remuer ou d'arrêter les corps ; nous concevons en même-tems qu'elle y demeurera éternellement en repos, s'il n'y a quelque nouvelle cause qui viennent la pousser , & la tirer de là , en lui donnant du mouvement ; parce que cette boule étant d'elle-même indifférente au repos ou au mouvement , & étant une fois déterminée au repos, il est impossible qu'elle se détermine elle-même à quitter ce repos pour prendre le mouvement. Ainsi il faut qu'elle demeure éternellement dans ce repos , s'il ne vient rien d'ailleurs qui l'en ôte.

*III. Et s'il est une fois dans le mouvement , il continue aussi de se mouvoir toujours.*

Par la même raison nous devons concevoir, que si une de ces boules est dans le mouvement , Dieu ou quelque Ange l'ayant poussée , & ayant commencé à la faire mouvoir : nous devons, dis-je, concevoir que cette boule ayant



#### DU MOUVEMENT LOCAL. 142

ainsi commencé à se mouvoir, elle continuera de le faire éternellement, s'il n'y a quelque nouvelle cause qui vienne l'arrêter; parce que cette boule étant d'elle-même indifférente au mouvement & au repos, & étant une fois déterminée au mouvement, il est impossible qu'elle se détermine elle-même à quitter ce mouvement pour prendre le repos. Ainsi il faut qu'elle demeure toujours dans ce mouvement, s'il ne vient rien d'ailleurs qui l'en ôte.

#### *IV. Que le repos n'est pas une pure négation.*

Je voi bien que nous sommes portez naturellement à considérer le repos comme une cessation d'action, & le mouvement comme une action positive, laquelle nous expérimentons en nous mêmes, quand nous nous mouvons, ou que nous voulons mouvoir un autre corps: au lieu que nous concevons qu'un corps demeure en repos dès-lors que personne n'y touche, & qu'il n'y a aucune autre cause qui lui imprime effectivement cette qualité ou cette action nécessaire pour le mouvement. Ainsi il semble qu'encore que le corps étant une fois en repos, y demeure éternellement: il ne s'ensuit pas, que s'il est une fois dans le mouvement, y persiste aussi éternellement, puisque pour se mouvoir, il est le besoin d'une action positive, & que le repos n'est rien qu'une négation ou une cessation d'action ou de mouvement.

#### *V. Qu'il y a autant d'action positive dans le repos, que dans le mouvement.*

Mais si la pesanteur de nos corps qu'il nous

faut porter, la roideur des membres qu'il nous faut plier, l'agitation des esprits qu'il nous faut employer, & beaucoup d'autres choses, nous font experimenter quelque resistance, & nous obligent d'user de quelque violence pour surmonter ces empêchemens : on ne peut de là tirer aucune conséquence contre notre hypothese, où nous supposons qu'il n'y a aucun empêchement, ni de gravité, ni d'inclination particuliere, ni de corps qui puisse resister au dehors. En ce cas, il est manifeste qu'il ne faut pas plus d'action pour le mouvement que pour le repos ; & qu'afin qu'un corps se repose, il n'est pas moins besoin qu'il ait été mis en repos ; qu'il est necessaire, afin qu'il se mouve, qu'il ait été mis dans le mouvement. Et en effet, si nous considerons bien la nature du repos ou du mouvement, nous trouverons que le mouvement peut aussi bien être appellé *Une cessation de repos*, que le repos est appellé *Une cessation de mouvement* ; ou plutôt nous trouverons que l'un & l'autre est effectivement quelque chose de positif, puisque le mouvement est *un état par lequel un corps correspond successivement à divers lieux* ; ou bien *une presence passagere*, ou *une suite de diverses presences en divers endroits* : comme le repos est *un état*, par lequel un corps correspond toujours à un même lieu : ou bien *une même presence en un même endroit*. De sorte que le repos, aussi-bien que le mouvement, est *un état*, ou bien *une presence* : avec cette difference, que le repos est un état de consistence & une presence constante, qui est toujours conservée la même ; au lieu que le mouvement est un état changeant, &

DU MOUVEMENT LOCAL. 1431

une presence passagere. Or, de quelque façon que l'on considere ces presences constantes ou passageres ; s'il y a quelque action ou quelque sortes de cause dans le corps , qui doit produire cette suite de diverses presences dans le mouvement ; il n'est pas moins besoin d'action ou de force dans le repos pour conserver une même presence ; parce que conserver une chose , c'est la produire continuellement. Il est donc manifeste , qu'après que la presence aura été produite par le corps dans le premier instant , ( je parle dans le sens de ceux qui veulent qu'il y ait une veritable production de ces presences ; ) il faut qu'elle soit encore produite de nouveau dans l'instant suivant par le même corps , afin qu'il demeure en repos. Or , il me semble qu'en cela il y a autant d'action , & autant de force , que pour produire dans ce second instant une seconde presence , au lieu de reproduire la premiere ; & l'on peut en ce sens servir du vers d'un Ancien :

*Non minor est virtus , quàm quarere ,  
parva tueri.*

Ainsi , soit qu'il faille produire à chaque instant une nouvelle presence pour le mouvement ; soit qu'il faille aussi à chaque instant reproduire la même presence pour le repos : cela reviendra toujours au même , & le corps n'aura pas moins à faire pour se conserver cette même presence , & se tenir en repos , que pour produire de nouvelles presences , & se conserver dans le mouvement. D'où enfin il faut conclure , que comme le corps , dès-là

même qu'il a été déterminé une fois au repos, est suffisamment déterminé à se conserver toujours la même présence : aussi dès lors qu'il a été une fois déterminé au mouvement, il est suffisamment déterminé à produire toujours de nouvelles presences, & à se mouvoir ainsi sans cesse.

### V I. *Objections.*

Je ne veux pas m'amuser à répondre à toutes les difficultez chicaneuses, que l'on peut faire sur ce sujet, parce qu'il est assez aisé de les résoudre. On dit par exemple, qu'une cause finie ne peut pas produire un effet infini, & que ce mouvement seroit infini, puisqu'il dureroit éternellement. On dit que celui qui meut un corps, lui imprime une certaine qualité, qui s'appelle *Impetuofité*, & que tandis que cette qualité dure, le mouvement dure aussi ; mais que cette qualité venant à cesser, le mouvement cesse de même : & ils ajoutent que cette qualité ne peut durer toujours, étant de sa nature si imparfaite, qu'elle n'exige point de durer long-tems. On dit encore que l'expérience fait voir que tous les mouvemens cessent peu à peu : comme l'on remarque dans une rouë qu'on aura agitée avec violence, dans une boule qu'on fait rouler sur un billard, dans une bale suspendue, & en d'autres corps, dont les mouvemens diminuent peu à peu, & s'éteignent enfin entièrement.

*VII. Une cause finie peut avoir un effet qui dure toujours.*

Je dis qu'il est fort aisé de répondre à toutes ces difficultez, & à beaucoup d'autres semblables. Si l'on veut que ce mouvement soit un effet infini, parce qu'il dure éternellement; il faut aussi dire que le repos sera un effet infini, s'il dure ainsi éternellement; & que par conséquent une cause finie ne pouvant avoir un effet infini, il faudra dire qu'après qu'un homme aura mis un corps en repos, ce corps ne pourra pas demeurer éternellement dans ce repos, mais qu'il faudra enfin que ce repos cesse, & que le corps commence à se mouvoir; ce qui n'est pas raisonnable. Il y a grande différence entre un effet infini, & un effet qui dure éternellement: & s'il est vrai qu'une cause finie ne puisse produire un effet infini; aussi est-il véritable qu'une cause pour bornée qu'elle soit, peut produire un effet qui subsiste éternellement, s'il n'est détruit par quelque nouvelle cause: car si je fais une figure carrée sur de la cire; cette figure durera toujours, si rien ne vient à le gêner, ou à détruire la cire même. Ainsi il n'y a nul inconvénient de dire, que si une fois le repos ou le mouvement sont produits dans un corps, ce repos ou ce mouvement dureront sans fin, si rien ne vient à les détruire.

*VIII. Cette qualité qu'on appelle Impetuosité, dure toujours.*

Pour ce qui est de cette qualité, que l'on prétend être produite dans le corps, par celui qui

le pousse; il m'est fort indifferant qu'on le croye ainsi, ou qu'on ne le croye pas : mais je dis que si cette qualite est necessaire, elle durera eternellement, apres avoir ete une fois produite, & qu'elle ne cessera jamais d'etre, que lorsque quelque nouvelle cause la detruira. Et en cela le sentiment de \* Vasques est fort raisonnable, lorsqu'il assure generalement de toutes les formes tant substantielles qu'accidentelles, & en particulier du mouvement & de l'*Impetuosité*; que si elles peuvent subsister un moment sans avoir besoin de l'influence de leur premiere cause efficiente, elles durent aussi toujours jusques à ce qu'elles soient detruites par la production d'une nouvelle forme contraire. Que si l'on veut encore persister dans ce sentiment, & dire que cette qualite est si foible de sa nature, qu'elle se detruir d'elle même: avec cela, je soutiens qu'apres que cette qualite aura ete detruite, il faut néanmoins que le mouvement dure, par les raisons que j'ai déjà dites : parce que le mouvement ne peut cesser, sans que le repos ne soit produit de nouveau. Or, il faut toujours une cause positive pour produire de nouveau quelque effet que ce soit; au lieu qu'il n'en est pas besoin pour faire subsister ce qui est déjà: & c'est la veritable raison pour quoi une figure quarrée, qui aura ete faite sur de la cire, dureroit eternellement, si Dieu empêchoit tous les agens extérieurs de rien detruire dans cette cire, parce que cette cire quarrée ne scauroit perdre cette figure, sans qu'une autre figure soit produite. Et comme une figure ne peut commencer d'etre de nouveau, sans qu'il y ait quelque cau-

\* Vasques I. 2. D. 81. c. 2. & 3.

se positive qui la produise, & que nous supposons qu'il n'y en a ici aucune; il faut nécessairement que cette première figure qui a déjà été produite, subsiste toujours en possession de son existence. Il en est de même du mouvement; & quoique cette impetuosité prétendue cesse d'être, le mouvement néanmoins qui a déjà été produit, ne doit pas cesser pour cela; puisqu'il n'y a aucune nouvelle cause qui produise le repos, & que le mouvement ne peut cesser, que le repos ne soit produit.

*IX. Les corps que nous mouvons, cessent de se mouvoir, parce qu'ils sont empêchez.*

Enfin, ce que nous voyons que les corps poussez cessent dans peu de tems de se mouvoir, ne prouve rien contre nous; puisqu'il est certain que ces corps trouvent des empêchemens à leur mouvement. Aussi voyons-nous que d'autant plus on ôte ou on diminue ces empêchemens, d'autant plus aussi durent les mouvemens des corps. Ainsi une boule roule bien plus long-tems sur une allée bien polie, que dans un chemin raboteux. Une rouë tourne bien mieux, si son essieu est fort petit, & bien tourné, que s'il est gros & irrégulier; une pierre est jettée bien plus loin dans l'air, que dans l'eau. Mais je tâcherai dans la suite de ce discours, d'expliquer comment tous ces empêchemens font cesser peu à peu le mouvement des corps.

*X. Demande pour la seureté des démonstrations suivantes.*

Tout ce que je viens de dire touchant la na-

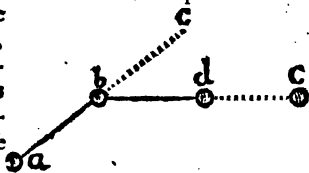
ture & la perpetuité du mouvement, est en quelle façon necessaire pour l'intelligence de ce que je pretends démontrer dans la suite de ce discours. Mais comme cette question ne peut jamais être traitée si clairement, qu'elle ne soit toujours sujette aux chicanes de la dispute : je voi bien que sans doute après tous mes raisonnemens, tous ne seront pas convaincus de ce que j'ai voulu prouver. Et d'ailleurs, ne voulant me rouïller avec personne, ni laisser sujet de croire que j'appuye mon discours sur un principe douteux; je declare que pour la fermeté de mes démonstrations, je n'ai pas besoin qu'on pense que le mouvement seroit en effet perpetuel, pourveu qu'on m'accorde, ce que personne du monde ne scauroit nier, que le mouvement ayant une fois commencé, dure du moins quelque-tems, & se continuë d'autant plus uniformement, qu'il y aura moins d'empêchemens qui l'arrêtent ou le diminuent. Qu'on explique cette continuation du mouvement par la production d'une *qualité impressée*, ou par une simple détermination, ou par tout ce que l'on voudra : cela m'est indifferent. Je demande seulement qu'il me soit permis de poser comme un *Postulatum* de Geometrie, qu'après qu'un corps a été une fois poussé, il continuë de se mouvoir pendant quelque-tems, & que même ce tems est assez notable, lorsqu'au dehors il n'y a rien qui puisse arrêter ou diminuer le mouvement. Moyennant quoi j'espere que les démonstrations suivantes auront toute leur force.

*XI. Un corps recevant successivement plusieurs déterminations, demeure affecté seulement de la dernière.*



DU MOUVEMENT LOCAL. 149

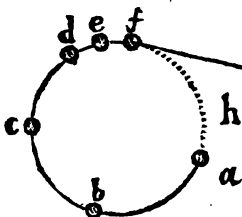
Non-seulement le corps persevere dans le repos ou dans le mouvement, suivant qu'il a une fois commencé d'y être; mais aussi il persevere dans la même espece de mouvement, & dans le même degré de vitesse, où il a été mis. Par exemple s'il a commencé de se mouvoir sur une ligne droite vers l'Orient avec un degré de vitesse, il continuë de se mouvoir avec un pareil degré, sans jamais se départir d'un seul point de cette même ligne. Ce qui est manifeste par les mêmes raisons que j'ai apportées pour prouver que le mouvement dure toujours. Mais il faut remarquer que lorsqu'un corps a reçu successivement plusieurs déterminations différentes, il reste affecté de la dernière, sans que les précédentes fassent aucune impression sur lui. Par exemple, si une boule a été poussé avec la main ou autrement d'*a* en *b*, & qu'ensuite on porte cette même boule de *b* en *d*, & que là on l'abandonne: je dis que la boule continuera de se mouvoir vers *e*



sur une même ligne *b d e*, & avec la vitesse qu'elle aura eüe de *b* en *d*; & cette première détermination qu'elle avoit reçüe d'*a* en *b*, & qui l'auroit portée vers *e*, ne sert de rien maintenant, non plus que si elle n'avoit jamais été: parce qu'elle est détruite par cette seconde détermination.

XII. *Un corps libre ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe, ni d'une vitesse inégale.*

De là il s'ensuit qu'un corps ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe, ou d'une vitesse inégale; mais que tout corps libre continué de se mouvoir en ligne droite & avec une vitesse uniforme. Par exemple, qu'un corps



soit meu sur une ligne courbe d'a par *b c d e* jusques à *f*, (comme l'est une pierre dans une frö. de) & qu'on

laisse ensuite ce corps en *f* pour voir ce qu'il deviendra : je dis qu'il ne continuera pas de se mouvoir sur la ligne courbe vers *b*, mais qu'il ira vers *g* sur une ligne droite qui touchera la courbe au point *f*. Car que le corps ait été premièrement meu d'*a* en *b*, cela ne fait rien pour cette dernière détermination, & il se mouvrait maintenant de même, quand il n'auroit commencé de se mouvoir que depuis le point *b*, ou depuis *c*, ou depuis *d* ou *e*, ou encore de plus près, pourveu qu'il eût toujours en *f* le même degré de vitesse : parce que tous ces premiers mouvemens sont autant de détermination différentes, dont les dernières détruisent les premières; ainsi le corps demeure affecté de la dernière détermination. Or cette dernière détermination le portoit vers *g*, c'est-à-dire, qu'il faut prendre l'inclination qu'à la ligne courbe au point *f*; & cette inclination se mesure par la tangente, comme sçavent les Geometres : ainsi c'est suivant cette tangente que le corps a été déterminé pour la dernière fois; & par conséquent c'est

DU MOUVEMENT LOCAL. 25

suivant cette ligne qu'il continuë de se mouvoir.

*XIII. Tout corps qui se meut autour d'un centre, fait effort pour s'en éloigner.*

On voit par là que cet axiome est très- véritable, que tout corps qui est meut en rond, fait effort pour s'éloigner du centre de son mouvement : comme fait une pierre dans une fronde, qui fait ressentir à la main l'effort qu'elle fait pour aller en ligne droite, & s'écarter par conséquent de la main qui est le centre de son mouvement : comme font encore les gouttes d'eau ou les grains de sable qui jaillissent en ligne droite dès aussi-tôt qu'ils se peuvent détacher de la rouë d'un coutelier, ou d'une pirouëtte où ils rouloient fort vite.

*XIV. Les Astres ne peuvent se mouvoir d'eux-mêmes.*

On voit encore que ceux là se trompent, qui mettant la matiere celeste liquide & immobile, croient que le Soleil & les autres Astres peuvent avoir reçû une premiere impetuositë qui dure toujours, & qui les fasse mouvoir circulairement à l'entour du centre du monde. Car il est manifeste, que si un Ange, ou quelque autre cause que ce soit, avoit meut une étoile ainsi en cercle à l'entour du centre du monde; aussi-tôt que cet Ange ou cette autre cause viendroit à abandonner son étoile, celle ci cesseroit en même tems de se mouvoir en cercle, & s'enfueroit en ligne droite vers les extrémitez du monde.

*XV. Comme quoi un corps peut être mené  
circulairement.*

Mais si un corps est lié , comme seroit une boule suspendue par un filet ou une rouë appuyée sur son essieu , ou bien s'il est liquide & renfermé dans un vaisseau , comme seroit de l'eau dans un bassin : alors cette boule ou cette rouë étant une fois agitée avec assez de violence , ou cette liqueur étant aussi émuë ; tous ces corps continueront de se mouvoir en cercle , la boule à l'entour du clou où elle est suspendue , la rouë à l'entour de son essieu où elle est attachée , & la liqueur à l'entour du centre du vaisseau où elle est renfermée. De même si deux corps étant attachez ensemble , sont également agitez vers des endroits differens ; il faut necessairement que ces corps opposez se meuvent circulairement à l'entour du point qui est au milieu d'eux : & c'est ainsi qu'un fuseau ou une pirouëtte continuent de se mouvoir circulairement ; parce que les parties opposees étant attachées & unies entre elles , & de plus étant meuës par les doigts , en deux sens differens , l'une d'un côté , l'autre de l'autre ; il faut que ce fuseau se meuve à l'entour de soi-même. Que si de plus , ces parties opposees sont poussées inégalement , en sorte que l'une soit portée un peu plus vite vers un côté ; alors ce corps , outre son mouvement circulaire à l'entour de soi-même , aura un autre mouvement qui le portera tout entier sur quelques lignes differentes , suivant la diversité & la combinaison de ces déterminations. Et c'est ainsi qu'une pirouëtte décrit par son essieu

sur la table diverses figures entrelassées, tandis qu'elle se meut avec une vitesse incroyable à l'entour de son propre centre.

*XVI. Un corps se mouvant contre un autre corps, lui donne tout son mouvement.*

Pensons maintenant qu'un corps se mouvant sur une ligne droite, vient à en rencontrer un autre ; & voyons ce que doivent devenir ces deux corps. Premièrement, comme les corps sont impenetrables, il est impossible que le corps A se meuve, sans que le corps B



qui se rencontrent au devant, se meuve aussi, parce qu'autrement ces deux corps se pénétreroient. Et comme d'ailleurs je suppose que le corps B est là tout-à-fait indifférent, ou à demeurer en repos ou à prendre le mouvement qu'on lui pourroit donner ; dès lors que le corps A viendra à se mouvoir contre lui, il déterminera aussi à un pareil mouvement : ainsi, n'y ayant aucun empêchement, ce corps B prendra tout autant de mouvement qu'en avoit le corps A, & ira vers les mêmes endroits sur la même ligne avec la même vitesse, & tout cela par la même raison ; c'est-à-dire, parce que les corps étant impenetrables, & le corps A tendant à se mouvoir vers b ; & de plus, le corps B se rencontrant là avec une indifférence totale & libre de tout empêchement, il est clair que le corps B doit se mouvoir vers b avec la même vitesse que

le corps *a* se mouvoit vers le même endroit. Ainsi il semble qu'il n'y a pas plus de peine à comprendre que naturellement un corps peut mouvoir un autre corps ; qu'il y en a de concevoir que deux corps sont impenetrables, & qu'un corps en se mouvant peut en rencontrer un autre.

*XVII. Dans la rencontre de deux corps il se fait une percussion, qui est mutuelle & également reçûe dans l'un & dans l'autre corps.*

Ensuite il faut considerer que dans cette rencontre des deux corps, il se fait une certaine *percussion*, qui n'est autre chose que le choc de deux corps, qui s'approchant l'un de l'autre, s'empêchent par leur impenetrabilité. Or, quoique bien souvent il n'y ait qu'un corps qui se meuve & qui frappe, tandis que l'autre demeure immobile, & reçoit le coup ; néanmoins la percussion est toujours mutuelle, & elle est également reçûe dans l'un & dans l'autre corps : de sorte qu'autant que le corps *a*



frappe le corps B, autant est-il frappé lui-même. Ce que nous concevons aisément,

si nous supposons que ces deux corps sont tout-à-fait semblables en masse, en figure, en dureté ; & si de plus nous imaginons qu'ils ayent du sentiment, & qu'ils soient capables de ressentir de la douleur, quand ils sont frappez : car pour lors il est manifeste que le corps *a* venant à frapper contre B, sentira lui-même au-

Tant de douleur que le corps : comme nous voyons qu'une main , qui frappe sur une autre main , se fait à elle-même autant de mal qu'elle en fait à l'autre, si elle est aussi délicate. La même chose se conçoit encore en supposant qu'il y ait deux clous entierement égaux à demi fichés, l'un au corps *a* , & l'autre au corps *B* , & que dans le mouvement du corps *a* contre *B* les deux têtes des clous se rencontrent ; car pour lors nous concevons que dans cette percussion ces deux clous sont fichés plus avant , & qu'il n'y a point de raison qui puisse nous faire croire que le clou de *B* soit plus enfoncé que celui d'*a* : au contraire , puisque tous les deux clous sont égaux & également pointus , & les corps également durs, sans aucune autre différence ; il faut nécessairement que ces deux clous soient également frappés , & fichés autant l'un que l'autre. Ainsi nous pouvons mettre pour une maxime générale , que lorsque deux corps se frappent , la percussion est mutuelle & égale de part & d'autre.

*XVIII. Un corps mobile rencontrant un autre corps en repos , lui donne tout son mouvement , & demeure lui-même immobile.*

Reprenons maintenant notre exemple. Le corps *A* se meut avec un degré de vitesse vers *a* , & là il rencontre tout droit le corps *B* , & par la percussion lui communique son mouvement , qui portera le corps *B* avec un degré de vitesse vers *b* , suivant ce que j'ai montré au

§.16. Puis donc que la percussion que reçoit le corps B, est un degré, c'est-à-dire, qu'elle est capable de porter le corps B avec un degré de vitesse vers  $b$ ; il faut aussi que la percussion que reçoit en même tems le corps  $a$ , soit aussi d'un degré; c'est à-dire, qu'elle puisse porter



le corps  $a$  avec un degré de vitesse vers les parties opposées, c'est à sçavoir, vers A. (Car

ces percussions frappent & poussent les deux corps vers les endroits opposés; l'un vers  $b$ , l'autre vers A.) Et comme d'ailleurs le corps  $a$  avoit déjà un degré d'impetuositè ou de vitesse pour aller vers  $b$ ; & que maintenant il en reçoit un semblable pour rebrousser vers A: il faut nécessairement que ce corps demeure immobile au point  $a$ , sans avancer ni reculer, puisqu'il est poussé également vers les endroits opposés. Ainsi dans cette percussion le corps  $a$  donne son mouvement & sa vitesse au corps B, & demeure cependant lui-même immobile.

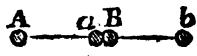
### XIX. Ce que c'est que vitesse absolüe, & vitesse respectiue.

Supposons maintenant que les deux corps se meuvent l'un vers l'autre sur une même ligne: l'un de  $b$  avec un degré de vitesse vers B; l'autre d'A avec un pareil degré de vitesse vers  $a$ , où se fait la rencontre; & voyons ce qui arrivera. La percussion ne sera pas ici seulement d'un degré, mais elle sera de deux; & pour le comprendre, il faut distinguer la vitesse absolüe d'un corps, & sa vitesse respectiue. J'appelle *vitesse absolüe*, celle qui se con-



DU MOUVEMENT LOCAL 157

fidere dans un corps comparé avec l'espace dans lequel il se meut : & vitesse respective, celle qui se considere dans deux corps comparez ensemble, par laquelle vitesse ces deux corps s'approchent ou s'éloignent mutuellement l'un de l'autre. Comme dans notre exemple, si nous considerons le corps *b* en le comparant à l'espace :



par exemple ; d'un pied qu'il parcourt dans une minute ; nous appellerons cela un degré de vitesse absoluë. Mais si nous le comparons avec le corps- *A* qui se meut de sa part vers *a* avec un pareil degré de vitesse absoluë, parcourant aussi un pied dans une minute ; alors la vitesse respective de l'un & de l'autre sera de deux degrés, parce qu'ils s'approchent mutuellement avec cette vitesse, & qu'ils font dans une minute deux pieds, dont ils étoient auparavant éloignez l'un de l'autre.

*XX. Les percussions sont comme les vitesses respectives.*

Or la force de la percussion se doit mesurer, non par la vitesse absoluë, mais par la respective ; parce que la percussion ne vient, comme nous avons dit, que de l'impenetrabilité de deux corps, qui s'approchant mutuellement l'un de l'autre, empêchent leur premier mouvement, & reçoivent ainsi de nouvelles impressions. D'où l'on voit encore que la percussion sera d'autant plus grande, que cette approche mutuelle se fera plus vite. De sorte que *les percussions sont toujours comme les vitesses respectives.*

*velles respectives*, pourvû que tout le reste soit pareil. Ainsi les deux corps s'approchant chacun avec un degré de vitesse absoluë, & faisant chacun un pied de sa part dans une minute : il est manifeste que la percussion que recevra chaque corps en *B*, sera la même qu'elle seroit,



si l'un avoit demeuré immobile en *A* tandis que l'autre seroit ve-

nu de *B* en *A*, avec deux degrez de vitesse absoluë, faisant dans une minute tous les deux pieds qui sont depuis *b* jusques en *A* : puis-que les vitesses respectives sont toujours les mêmes, soit que nous supposions que tandis que l'un demeure immobile en *A*, l'autre se meut avec deux degrez de vitesse absoluë, & fait tous les deux pieds dans une minute ; soit que nous supposions que l'un & l'autre corps se meuve en s'approchant, chacun avec un degré seulement de vitesse, ensorte que dans une minute, ils auront fait en s'approchant tous les deux pieds qui étoient entre eux au commencement de la minute.

*XXI. Deux corps se mouvant l'un vers l'autre rebroussent en faisant un échange de leur vitesse.*

Etant donc certain que la percussion qui se fait en cette rencontre, est de deux degrez ; & que chacun de ces corps reçoit dans ce choc une impression qui les porteroit avec deux degrez de vitesse vers les endroits oppozés : je veux dire que le corps

*a* reçoit un coup qui le porteroit vers A avec deux degrez de vitesse, & que le corps



B en reçoit de même un, qui le porteroit avec deux pareils degrez de vitesse vers *b*; il faut de necessité que le corps *a* rebrousse seulement avec un degré de vitesse vers A, parce qu'il est porté de deux impressions inégales & toutes contraires: d'une de deux degrez vers A, qu'il reçoit dans la percussion, & d'une autre d'un degré vers *b*, qu'il avoit auparavant: ainsi il lui reste seulement un degré libre d'impression & de vitesse qui le porte vers A. Et de même B sera porté vers *b* avec un degré aussi de vitesse; de façon que tous deux rebroussent sur la même ligne avec la même vitesse qu'ils sont venus. Que si nous supposons que l'un s'avance plus vite que l'autre; par exemple, qu'A se meut avec un degré & demi de vitesse, parcourant un pied & demi dans une minute; & que *b* se meut avec un demi degré de vitesse, parcourant un demi-pied seulement: alors la percussion étant de deux degrez aussi-bien que dans le cas precedent; puisque la vitesse respective est la même, quoique les absoluës soient différentes; il faut que chaque corps reçoive deux degrez d'impression & de vitesse pour rebrousser; & par consequent le corps B qui avoit seulement un demi degré de vitesse vers A, rebroussera avec un degré & demi: au lieu que *a* qui avoit auparavant un degré & demi vers *b*, rebroussera seulement avec demi-degré. Et de cette maniere on peut prouver ge-

negalement, que deux corps se mouvant l'un vers l'autre sur une ligne droite, rebroussent tous deux après la rencontre, en faisant un échange de leurs vitesses.

*XXII. Deux corps se mouvant vers les mêmes endroits, continuent après leur rencontre, en faisant échange de vitesses.*

Que si les deux corps se meuvent vers les mêmes endroits sur une ligne droite, en sorte que le plus lent allant devant, soit enfin attrapé par le plus vite qui le suit : alors tous les deux continueront de se mouvoir sur la même ligne vers les mêmes endroits, mais ils feront un échange de leurs vitesses. Soit le corps A meu avec deux degrez de vitesse *b*, fai-



sant dans une minute deux pieds jusques

en *a*. En même-tems soit le corps B meu sur la même ligne avec un degré de vitesse, faisant seulement un pied jusques à *b*, & que là il soit attrapé par le corps *a* : la force de la percussion se mesurant, comme j'ai fait voir, par la vitesse respective ; cette percussion ne doit être ici que d'un degré, parce que la vitesse respective n'est que d'un degré, puisque ces deux corps ne s'approchent mutuellement qu'avec ce degré de vitesse, & que dans une minute, ils ne font l'un à l'égard de l'autre qu'un pied d'espace qui étoit entre deux au commencement. Or, puisque le corps *b* avoit auparavant un degré de vitesse qui le portoit

DU MOUVEMENT LOCAL: 161

portoit vers *a*, & que maintenant dans la percussion il en reçoit un autre vers les mêmes endroits il faut qu'il se meuve avec deux degrez, & qu'il fasse deux pieds jusques à *b*: au lieu que le corps *a*, qui avoit auparavant deux degrez de vitesse vers *b*, & qui en reçoit maintenant un à rebrousser vers *B*, est contrainx d'aller vers *a* avec un degré de vitesse.

*XXIII. Un corps dur venant à frapper sur un autre corps inébranlable, se restit, avec tout son mouvement.*

Que si le corps qui est frappé, est tout à fait inébranlable; il faut voir quelle force aura la percussion, & ce que deviendra le corps qui frappe. Supposons que le



corps *A* se meuve avec un degré de vitesse vers *a*, & que là il rencontre le corps *b* indifferont à se mouvoir, en telle sorte néanmoins qu'il se trouve entre deux une lame ou une surface indifferente elle-même au repos ou au mouvement, mais qui néanmoins soit impenetrable, en ce cas le corps *a* frappant cette lame, frappe aussi par ce moyen le corps *b*, qui se rencontre tout joignant derriere. Et comme d'ailleurs, je suppose que cette lame ne fait aucune sorte de resistance, sinon en ce qu'elle est impenetrable; il est manifeste ( par ce qui a été prouvé au §.18.) que dans cette rencontre, le corps *a* demeure immobile en *a*, & que tant la lame que le corps *b* se meuvent vers *B*, avec un degré de vitesse. Mais si nous supposons qu'en même tems qu'*A* vient fraper la lame en *a*, en même tems aussi *B* la vient frapper en *b*; cette lame demeurera immobile,

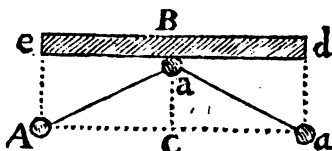
puisqu'elle est frappée également des deux cô-  
 tez opposez ; & chaque corps rebroussera avec  
 son degré de vitesse avec lequel il étoit venu.  
 Car , comme j'ai dit, ces deux corps se frappent  
 nonobstant cette lame, comme s'il n'y avoit rien  
 entre deux. Or, s'il n'y avoit rien entre deux ,  
 ils rebrousseroient avec leur même degré de vi-  
 tesse , comme il a été prouvé au §. 21. Ainsi  
 quoique cette lame se trouve là , ils ne laisse-  
 ront pas de rebrousser. Pensons maintenant que  
 cette même lame étant impenetrable , soit de  
 plus tout-à fait arrêtée , enforte qu'elle soit  
 inébranlable & inflexible ; & faisons venir com-  
 me devant les deux corps A & B , qui la frap-  
 pent en même tems en *a* & en *b* : je dis qu'a-  
 près ce choc , chaque corps doit rebrousser avec  
 le même degré de vitesse , parce que si la lame  
 eût été indifférente & non attachée , ils eussent  
 rebroussé ; & cette lame eût été renduë immobi-  
 le. Or , le même effet doit s'ensuivre, quoique  
 nous supposons que cette lame soit d'elle-même  
 immobile , attachée & inébranlable , puisque  
 d'une façon ou d'autre, elle demeure sans aucune  
 sorte d'action ou de mouvement. Que si enfin  
 nous supposons que le seul corps A se meuve  
 vers *a* , & frappe la lame attachée & inébranla-  
 ble : il faudra dire aussi que le corps *a* rebroussé  
 vers A : parce qu'il rebrousseroit , si en mê-  
 me-tems le corps B étoit venu frapper en *b* :  
 donc il rebroussé aussi, quand le corps B ne vient  
 point : puisque la lame étant inébranlable , fait  
 scûjours le même effet à l'égard du corps *a*, soit  
 que *b* la frappe ou non. Et voilà comment on  
 démontre qu'un corps dur venant à frapper un  
 autre corps dur , inflexible & inébranlable , se  
 réfléchit avec tout son mouvement : ce que je

ne pense pas que personne ait encore démontré.

*XXIV. L'angle de reflexion est égal à l'angle d'incidence.*

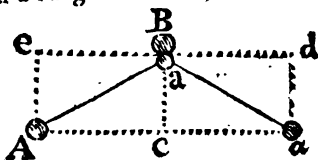
Jusques ici nous avons toujours supposé que les percussions se sont faites tout droit, voyons maintenant ce qui arrive quand les corps se frappent obliquement ou de biais : & pour faire comprendre plus clairement tout ceci, j'emploierai toujours des boules ou des corps plats ; & il sera fort aisé ensuite d'entendre tout ce qui devra être des corps qui auroient des figures moins regulieres.

Soit la boule A meüe vers a, frappant oblique-



ment le corps inébranlable B. Par le point d'attouchement soit tirée une ligne droite  $ed$ , puis une parallele  $Ac a$ , les perpendiculaires  $Ae, ac$ , ensuite  $ca$  ou  $Bd$  égale à  $cA$ , ou à  $Be$  je dis que la boule rebroussera par la ligne  $aa$ , enforte que cet angle de reflexion  $aad$  est toujours égal à l'angle d'incidence  $Aae$ . Pour le prouver

pens que la boule A reçoive tout à la fois deux coups ou



deux impressions ; une qui la pousse vers  $e$  avec un degré de vitesse, & l'autre qui la pousse vers  $e$  avec deux degrez ; il faudra pour lors qu'elle

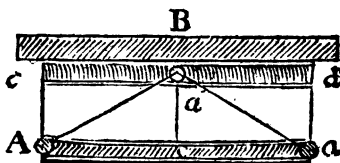
se meuve sur la diagonale  $Aa$ , & que là elle frappe le corps  $B$ . Mais la force de la percussion ne sera que d'un degré : parce que la percussion ne se fait comme j'ai dit plusieurs fois, que par l'impenetrabilité de deux corps qui empêchent leur mouvement. Or le mouvement qui porte la boule vers  $ca$ , n'est nullement empêché par le corps  $B$ . Il n'y a que le mouvement qui portoit le corps  $A$  vers  $eB$ , qui soit empêché par le corps  $B$ , & par conséquent toute la force de cette percussion se mesure par cette vitesse respective qui fait approcher ce corps  $A$  vers la ligne  $eB$  : aussi dans ce cas la percussion est la même que si le corps  $A$  se fût meû seulement de  $c$  en  $a$  avec ce seul degré de vitesse : ainsi dans la percussion, il doit rebrousser avec le même degré de vitesse, & se porter vers  $ca$ , comme il se portoit auparavant vers  $eB$ , tandis que l'autre mouvement demeure tout entier vers  $ad$ . D'où il suit que la boule rebrousse par la ligne  $aa$ .

*XXV. On peut imaginer que le mouvement oblique est composé de deux mouvemens.*

Parce que ceci est important, il est bon de l'expliquer encore d'une autre maniere. Imaginons le corps  $B$  immobile, & un autre corps  $Aa$  qui se meuve parallelement entre les lignes  $Ae$ ,  $ad$ , & aille frapper le corps immobile ; alors suivant ce que j'ai déjà prouvé au §. 23. ce corps se reflectira tout entier vers  $Aa$  avec sa même vitesse. Imaginons de plus que ce corps est percé en canal & que dans ce canal est une boule qui roule d' $A$  vers  $a$ , en sorte qu'en même-tems que tout le corps se meut d' $Aa$ , jusques



Un corps  
immobile  
B, la bou-  
le fait dās  
son canal  
le chemin  
A c. Ainsi

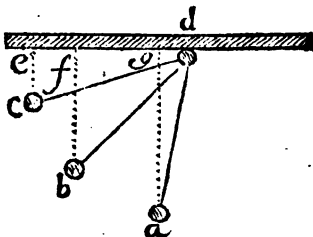


tandis que tout le corps rebrouffera après la percussion, la boule continuera de se mouvoir dans son canal de *c* vers *a* avec sa même vitesse. Or le véritable chemin qu'aura fait cette boule, sera *A a*, en sorte que l'angle de reflexion sera égal à celui d'incidence, puisque tant les lignes *A c*, *c a*, que *A e*, *d a* sont égales. Or il est manifeste que la même percussion, & par conséquent la même reflexion se feroit si la boule avoit frappé immédiatement venant d'*A* en *a*, que si c'étoit le canal *A a* qui eût frappé, tandis que la boule auroit coulé dans le canal sans aucune interruption. D'où nous pouvons conclure qu'en tout mouvement oblique, lorsqu'un corps en frappe un autre de biais, nous pouvons distinguer comme deux mouvemens; l'un que nous appellerons *Perpendiculaire*, qui le porte à frapper le corps, & qui reçoit du changement dans la percussion, l'autre *Lateral*, par lequel le corps ne fait que glisser contre l'autre sans le frapper, & qui par conséquent demeure tout entier après la percussion. Ici le mouvement perpendiculaire est celui qui porte la boule vers *e d*, dont la vitesse se mesure par la perpendiculaire *A e*; & le mouvement lateral est mesuré par la parallèle *A c*, qui continué après la percussion vers *c a*.

*XXVI. Remarque sur l'argument du  
P. Riccioli.*

Je ne puis m'empêcher de faire ici deux remarques à l'occasion de la percussion oblique. L'une est touchant l'argument que fait un des grands hommes de nôtre siècle, pour décider la question de mouvement de la terre. Il prétend que si les corps pesans descendoient par une ligne courbe, telle que la décrit Galilée, les percussions des corps pesans ne se feroient pas comme nous voyons qu'elles se font. Car à mesure qu'un corps tombe de plus haut, il frappe aussi plus fortement : en sorte que la percussion sera dix fois & vingt fois plus grande d'une chute de 100. ou 400. fois plus haute : cependant dans l'hypothèse que cet Auteur, dont je parle, combat, la force de la percussion devroit, ce semble, être toujours la même ; au moins n'y auroit-il aucune différence sensible quelque différence qu'il se trouvât dans les hauteurs des chûtes : parce que le corps pesant iroit sur cette ligne courbe d'une vitesse par tout presque uniforme : & comme la force des percussions est toujours proportionnée à la vitesse ; il conclut que les vitesses étant toujours égales en quelque hauteur que ce soit, les percussions le seront aussi. Mais cet argument n'est pas concluant ; parce que la vitesse demeurant toujours la même, les percussions peuvent diminuer, si elles se font obliquement : & si nous pensons que les boulets *a*, *b*, *c*, frappent la muraille en *d*, tous avec la même vitesse, mais plus obliquement les uns que les autres ; certes la percussion de celui

qui frappe plus droit, sera bien plus grande : & la force de ces percussions obliques se mesure,



comme j'ai fait voir, par les perpendiculaires *ce*, *bf*, *ag*. De sorte que le boulet *c* peut frapper si obliquement, qu'il ne fera qu'effleurer la muraille sans faire quasi aucun effet. Ainsi quoique les poids qu'on suppose tomber par une ligne courbe, se meussent d'une vitesse quasi uniforme, ils ne laisseroient pas de frapper plus fortement, lorsqu'ils tomberoient de plus haut, parce qu'alors la percussio*n* seroit plus droite : & en effet, si l'on veut en faire le calcul ( ce qui est fort aisé à faire sur celui même qu'a fait cet Auteur ) † on trouvera que l'obliquité de ces mouvemens est toujours toute telle qu'il faut pour faire la diversité que nous voyons dans les percussions d'un corps qui tombe.

† *In Astronomia reformata lib. pag.*

### *XXVII. Remarque sur quelques citadelles.*

L'autre remarque est sur ce que j'ai vu dans quelques-unes de nos citadelles, où ceux qui les ont bâties, ont préféré l'a-

grément des yeux à la force des murailles, lorsqu'au lieu de les faire tout-unies, il les ont diversifiées de beaucoup d'ornemens de pierres qui avancent au-dessus des autres : & même ils ont entaillé chaque pierre en forme de diamant, ou du moins ils y ont fait un rebord en les échançant tout à l'entour, en sorte que les pierres se joignant, laissent entre deux une enfonçure à la façon de l'architecture rustique. Je dis que si toute cette variété est agréable à la vue ; elle est aussi très-désavantageuse pour la défense. Car ces enfonçures & ces saillies de pierres, donnent aux batteries obliques du canon le même avantage & la même force qu'ont les batteries droites. De sorte que le boulet qui venant de biais, ne feroit qu'éfleurer le mur, s'il l'avoit trouvé tout plat ; venant y rencontrer les saillies de ces pierres qui avancent, ils auront le même effet, & feront une aussi grande équerre, que s'ils avoient battu tout droit perpendiculairement. Et encore en feront-ils davantage, parce qu'il sera bien plus aisé d'enlever ainsi de biais une pierre, qui donnant prise au boulet, n'est pas soutenue par les autres, comme elle feroit, si on l'avoit frappée tout droit vers l'épaisseur de la muraille. Mais reprenons nôtre sujet.

*XXXIII. Règle generale de toutes les percussions.*

Après avoir fait cette distinction des deux mouvemens dans le mouvement oblique, il est aisé de faire une règle generale qui explique tous les effets des percussions. En voici la proposition avec les figures qui expriment tous  
les

## DU MOUVEMENT LOCAL. 169

les-cas possibles des percussions obliques, & même des droites, lorsque les corps ne sont point inébranlables. Soit le corps A meu vers  $a$  avec la vitesse  $A a$ , & le corps B avec la vitesse  $B b$  sur la ligne  $B b$ ; ou bien que l'un d'eux soit immobile, en sorte que  $B b$  ne soit qu'un point. La rencontre se fasse en  $a b$ . Joignons les centres par la ligne  $a b$  continuée de part & d'autre, s'il en est besoin. Tirons les perpendiculaires  $A c$ ,  $B d$ . Nous pouvons ici distinguer deux mouvemens en chaque bou-  
 le: l'un perpendiculaire, comme si le corps A s'étoit meu de  $c$  jusques en  $a$ : le corps B de  $d$  jusques en  $b$ . L'autre mouvement est le lateral qui porte le corps A vers  $c$ , & le corps B vers  $d$ , & ce lateral demeure en son entier après la percusion dans l'un & dans l'autre corps: au lieu que toute la percusion se faisant par les mouvemens perpendiculaires, ces mouvemens perpendiculaires doivent être échangez suivant ce qui a été démontré: c'est-à-dire, que le corps b prendra le mouvement & la vitesse perpendiculaire  $c a$ ; & le corps a prendra la vitesse & le mouvement  $d b$ . Soit donc tirée la ligne  $a s$  égale & parallèle à  $A c$ , & la ligne  $e s$  égale & parallèle à  $d b$ : je dis que le corps a se mouvra après la percusion sur la ligne  $a s$  avec la vitesse  $a s$ . Et de même soit tirée  $b f$  égale & parallèle à  $B d$ ; & la ligne  $f b$  égale & parallèle à  $c a$ : je dis que le corps b se mouvra sur la ligne  $b b$  avec la vitesse  $b b$ ; & ceci n'a pas besoin de nouvelle preuve.

*XXIX. Il y a toujours égale quantité de mouvement respectif.*

Il faut remarquer qu'il n'est pas vrai qu'il y ait toujours autant de mouvement absolu après la percussion, qu'il y en avoit devant. Mais il est fort aisé à démontrer que le mouvement respectif est toujours le même ; en sorte que les corps s'éloignent mutuellement l'un de l'autre après la percussion, aussi vite qu'ils s'en approchoient devant. Ainsi en prenant deux tems égaux devant & après la percussion, la distance  $AB$  est toujours égale à la distance  $ab$ . Et même après que j'aurai expliqué les mouvemens qui se font dans le plein, je crois qu'il me seroit facile, de prouver qu'ayant égard généralement à tous les corps qui sont dans tout l'Univers, il y a presentement autant de mouvement respectif, ni plus ni moins, qu'il y en avoit au commencement de la creation du monde.

*XXX. Le milieu des deux corps se meut toujours uniformément en ligne droite.*

Il est encore à remarquer que le point du milieu d'entre les deux corps se meut toujours uniformément sur une ligne droite, tirant sans aucune interruption vers les mêmes endroits. Ainsi prenant deux tems égaux devant & après la percussion, & supposant qu'o est le point du milieu d'entre les deux corps au tems de la percussion ; &  $O$  étant aussi le mi-

DU MOUVEMENT LOCAL. 171

lieu des deux corps avant la percussion , comme  $o$  après ;  $Ooo$  sera en ligne droite , &  $Oo$  sera égal à  $o-o$  : ce que je ne m'arrête pas à démontrer , quoique cela se puisse faire géométriquement.

*XXXI. Toutes ces regles sont veritables , soit que les corps soient égaux , soit qu'ils ne le soient pas.*

On s'étonnera , sans doute , que dans toutes les regles precedentes je n'aye point fait mention de l'égalité ou de l'inégalité des corps qui se frappent. Et il semble d'abord qu'afin que ce que je viens de dire soit veritable , il faut que je suppose que les corps sont parfaitement égaux : car si l'un est plus grand que l'autre , toutes ces regles doivent varier ; & l'experience montre qu'un grand corps venant à frapper sur un petit qui fût auparavant immobile , le grand corps ne laisse pas de continuer après le choc , quoique plus lentement : & tout au contraire , si c'est le petit qui frappe , il se reflexit avec une partie de sa vitesse. Mais si j'ai omis ici de distinguer ces cas d'égalité ou d'inégalité des corps , je l'ai fait avec reflexion : j'ai toujours confondu la vitesse & le mouvement , & j'ai voulu faire entendre que toutes ces regles seront veritables , soit que les corps soient égaux , soit qu'ils ne le soient pas. Et si l'on y prend garde , la force de la raison que j'ai apportée au §. 16. est toujours la même , quoique les corps soient de differentes grandeurs. Car le corps frappé étant tout-à-fait indifferent à demeurer

en repos ou à prendre le mouvement, & tout l'effet de la percussion venant de l'impenetrabilité des corps : si nous supposons que le corps frappé soit plus grand, pourveu que toutes ses parties soient bien unies ensemble, il faudra qu'il se meuve de la même vitesse que se meut le corps qui frappe, par la même raison que lorsqu'ils sont égaux ; c'est à sçavoir, parce qu'ils sont impenetrables, & que le corps frappant ne peut se mouvoir plus avant, sans que le corps frappé qui est au-devant, ne prenne toute sa vitesse. Et comme d'ailleurs, le plus grand est aussi indifférent que le corps égal pour le repos & pour le mouvement ; certes, le plus grand ne fera pas plus de résistance que l'égal, puisque ni l'un ni l'autre n'en feront pas la moindre du monde. Que si l'expérience nous fait voir le contraire, c'est que les mouvemens des corps que nous voyons, ne se font pas dans le vuide, comme nous avons supposé jusqu'à cette heure, mais qu'il se meuvent dans un espace plein de quelque corps fluide, comme est l'air & quelque autre substance encore plus subtile. Il faut donc maintenant considérer le mouvement qui se fait des corps solides dans une substance fluide.

*XXXII. Un corps se meut dans le plein, aussi librement que dans le vuide.*

Si cette substance est parfaitement fluide, c'est-à-dire, si toutes ces parties, aussi bien les petites que les grandeurs, sont flexibles & liquides ; si d'ailleurs cette même substance est



DU MOUVEMENT LOCAL. 173

parfaitement pleine, sans qu'elle puisse ni se condenser ni se rarefier, comme fait une éponge qui se comprime ou dilate à cause de ses pores : si enfin elle est renfermée en quelque lieu d'où elle ne puisse sortir en aucune façon ; alors un corps dur, qui aura commencé de se mouvoir au milieu de cette liqueur, continuera de le faire aussi librement que dans le vuide, & ira jusqu'aux extrémités de la liqueur, où rencontrant un obstacle inébranlable, il se réfléchira avec la même vitesse, & ainsi se mouvra éternellement. La raison en est, que lorsqu'un corps dur se meut dans une substance liquide, il se fait une réflexion d'impetuosité qui se communique dans un moment à toutes les parties de la liqueur, en sorte que le corps se mouvant pousse les parties de la liqueur qui se trouvent au devant ; & ainsi il devroit s'arrêter, s'il n'y survenoit autre chose : ( par le §. 18. ) mais ces parties de la liqueur étant poussées, en poussent d'autres, & ainsi jusqu'à l'extrémité ; d'où il se fait une réflexion par laquelle les parties qui se trouvent après le corps dur, sont poussées avec la même force pour suivre ce même corps. Parce que toute la liqueur étant renfermée, & ne pouvant se condenser, & n'y ayant point de vuide ; il n'est pas possible que les parties qui dévancent le corps, se meuvent, sans que les parties qui suivent le même corps, ne se meuvent aussi avec la même force. Ainsi autant que le corps dur est retardé par les parties qui le précédent, autant est-il repoussé par celles qui le suivent ; & par conséquent si le mouvement a une fois commencé, il doit continuer comme si c'étoit dans le vuide. D'où l'on voit que ceux-là qui

veulent prouver la nécessité du vuide par le mouvement, ne raisonnent pas bien.

*XXXIII. Les mouvemens diminuent peu à peu dans l'air.*

Mais si les corps durs sont dans une liqueur spongieuse & capable de compression, ou bien que cette liqueur ne soit pas si bien bornée que ses extrémités ne cedent un peu; alors le mouvement ne sera pas perpetuel; mais il diminuera peu à peu, & enfin il s'éteindra entierement. Car le corps dur sentira plus de résistance par les parties antérieures de la liqueur, qu'il ne recevra d'impulsion par les postérieures: parce que comme la liqueur de devant se comprime, ou bien que les extrémités cedent, la communication de l'impression ne se peut faire parfaitement; & ainsi les parties postérieures de la liqueur ne seront pas tant poussées que les antérieures, & par conséquent ne pousseront pas tant le corps dur, que celle de devant le retardent. Et c'est pour cette raison que sous nos mouvemens cessent dans l'air & dans l'eau, ou dans les autres liqueurs, parce qu'il est certain que l'air est spongieux, & qu'il se comprime aisément. Et que les liqueurs ne sont terminées que par l'air, quand elles sont à découvert, ou du moins par les bords de quelque vaisseau qui peut ceder & se fléchir tant soit peu. Car nous sçavons par des expériences certaines, que les vaisseaux de verre, & même ceux de fer ou de bronze, ne laissent pas de se fléchir aux coups qu'on leur donne.

*XXXIV. Les percussions des corps  
égaux se font dans le plein comme  
dans le vuide.*

Les percussions qui se font par des corps qui se meuvent ainsi dans les liqueurs, sont différentes en quelque chose de celles qui se font dans le vuide. Pour en comprendre la cause, il faut remarquer, que lorsqu'un corps dur senteur dans la liqueur, il communique aussi son mouvement à la même liqueur, en sorte qu'elle se meut aussi en suivant le corps dur, de telle manière qu'elle se divise & s'ouvre au devant, & suit & se renferme après le corps. Et si le corps, par quelque sorte d'accident, venoit à perdre son mouvement; la liqueur néanmoins étant ainsi déterminée à se mouvoir, redonneroit au corps son mouvement, & l'entraîneroit avec elle, à peu près comme les rivières emportent ce bois qui flotte sur leurs eaux. Si donc un corps vient à en frapper un autre qui lui soit égal, il en aviendra comme dans le vuide: parce que les deux corps égaux étant envelopez d'une égale quantité de liqueur; autant que la liqueur du corps frappé empêche ce même corps frappé de se mouvoir librement, autant une égale quantité de liqueur, qui est autour du corps frappant, pousse aussi de nouveau tant le frappant que le frappé, ainsi leurs mouvemens après la percussion se fera comme dans le vuide, puisque la résistance de la liqueur du corps frappé est précisément recompensée par l'impulsion de la liqueur du corps frappant.

*XXXV. Lorsque les corps sont inégaux, les percussions se font dans le plein autrement que dans le vuide.*

Mais si le corps frappant est plus grand, il faut nécessairement qu'il ne reçoive pas tant d'effet de la percussion que l'autre, parce qu'il est emporté avec plus de violence par la liqueur qui l'environne ; car nous voyons qu'une poutre emportée par le courant d'une rivière à bien plus d'effet, quand elle vient à heurter contre un pont ou contre un moulin, que n'auroit pas un bâton emporté aussi par la même rivière, quoique d'ailleurs la poutre n'allât pas plus vite que le bâton : & cela parce que la poutre venant à heurter, est encore poussée par la grande quantité d'eau qui l'environne, au lieu que le bâton l'est fort peu, à cause du peu de place qu'il occupe, & du peu d'eau dont il est emporté. Ainsi donc si le petit corps est en repos, & que le grand vienne à le frapper, ce grand en communiquant son mouvement au petit, ne s'arrêtera pas immobile, comme il feroit dans le vuide : mais il continuera de se mouvoir, & suivra l'autre quoique plus lentement. Au contraire, si le grand est en repos, le plus petit après avoir frappé l'autre, & lui avoir communiqué une partie de son mouvement, se réfléchira en perdant une partie de sa vitesse. Et de tout ceci, il paroît qu'Aristote n'est pas si blâmable que quelques-uns prétendent, lorsque pour expliquer les causes de la continuation des mouvemens que nous voyons, il a employé le *medium*, c'est-à-dire, la subs-

DU MOUVEMENT LOCAL. 177  
rance liquide dans laquelle nos corps se meu-  
vent.

*XXXVI. Les percussions des corps iné-  
gaux ne peuvent être reduites à une  
regle generale.*

De déterminer l'excès qui peut être dans les  
résistances ou dans les plus grandes impres-  
sions de ces corps inégaux ; je ne croi pas  
qu'on le doive entreprendre , au moins si l'on  
considere les corps tels que nous les avons  
parmi nous , parce que cela depend de la résis-  
tance que font les corps liquides , dans les-  
quels les corps durs que nous voyons , se meu-  
vent : de la facilité qu'ils ont de se condenser  
ou de se rarefier , & de beaucoup d'autres choses  
qui ne peuvent nous être connues non plus  
qu'une infinité d'autres empêchemens, dont les  
combinaisons peuvent diversifier infiniment  
tous les effets des percussions. Seulement je  
puis dire qu'en faisant une certaine hypothese ,  
qui paroît assez naturelle ; on peut faire voir  
par les regles precedentes , que les percussions  
des corps inégaux se feront de la maniere que  
veut Monsieur Hugens , dans le dernier Jour-  
nal des Sçavans. Mais je ne veux pas m'ar-  
rêter là davantage , peut-être trouverai-je en  
quelque autre rencontre occasion d'en parler  
plus amplement.

*XXXVII. De la refraction.*

On peut voir encore de ce que je viens d'ex-  
pliquer , la raison des refractions , qui se font

quand un corps dur passe d'une liqueur à une autre de différente consistance : car si le corps dur passe d'une liqueur plus libre à une qui l'est moins, il perdra quelque chose de sa vitesse dans le passage, trouvant plus de résistance dans la liqueur qui est devant, qu'il ne se sent poussé par celle qui le suit; ainsi la refraction se fera en s'éloignant de la perpendiculaire. Au contraire, si le corps passe d'une liqueur plus empêchante à une autre plus libre, la refraction se fera en s'approchant de la perpendiculaire, & le corps augmentera sa vitesse dans le passage, parce qu'il est plus poussé par la liqueur qui le suit, qu'il n'est retenu par celle qui se trouve au devant. Et c'est de cette augmentation de vitesse que je ne pense pas que personne eût encore donné raison. Je ne veux pas marquer les mesures de ces refractions, parce que cela a été fait par d'autres, & que leurs démonstrations se peuvent fort bien accommoder avec les choses que j'ai ici avancées. Je ne parle pas non plus ici de la refraction de la lumière, parce que je crois qu'elle se fait tout autrement, c'est-à-dire, par des causes & des moyens tout différens, comme je pourrois faire voir, si je faisois quelques autres discours du mouvement.

### XXXVIII. Conclusion.

Il me resteroit à parler du mouvement des corps pesans, tant de ceux qui tombent ou qui sont poussez en l'air, que de ceux qui roulent sur des plans inclinez, ou qui étant suspendus par un filet, se balancent de part & d'autre. Il faudroit encore parler du mouve-

DU MOUVEMENT LOCAL: 179

ment des liqueurs , tant de leur chûte que de leur saillie , comme aussi de leurs ondulations de choses semblables : mais tout cela merite autant de discours particuliers. Et comme je croi avoir trouvé quelque chose de nouveau sur ces matieres , je ne ferai point difficulté , de donner au public mes pensées à examiner , si je voi que ce premier discours n'ait pas été jugé tout-à-fait indigne d'être lû par les personnes qui se plaisent à de semblables matieres.





# T A B L E

## D U D I S C O U R S du Mouvement Local.

- I.** Le corps est de soi indifférent pour le repos ou pour le mouvement. Page 139
- II.** Si le corps est une fois en repos, il y demeure toujours. 140
- III.** Et s'il est une fois dans le mouvement, il continuë aussi de se mouvoir toujours. *La même.*
- IV.** Que le repos n'est pas une pure négation: 141
- V.** Qu'il y a avant d'action positive dans le repos, que dans le mouvement. *La même.*
- VI.** Objections. 144
- VII.** Une cause finie peut avoir un effet qui dure toujours. 145
- VIII.** Cette qualité qu'on appelle impetuosité, dure toujours. *La même.*
- IX.** Les corps que nous mouvons, cessent de se mouvoir, parce qu'ils sont empêchez. 147
- X.** Demande pour la seurété des démonstrations suivantes. *La même.*



DU MOUVEMENT LOCAL 151

- XI. Un corps recevant successivement plusieurs déterminations , demeure affecté seulement de la dernière. 148
- XII. Un corps libre ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe , ni d'une vitesse inégale. 149
- XIII. Tout corps qui se meut autour d'un centre , fait effort pour s'en éloigner 151
- XIV. Les astres ne peuvent se mouvoir d'eux-mêmes. *La même.*
- XV. Comme quoi un corps peut être meu circulairement. 152
- XVI. Un corps se mouvant contre un autre corps , lui donne tout son mouvement. 153
- XVII. Dans la rencontre de deux corps il se fait une percussion qui est mutuelle & également reçûe dans l'un & dans l'autre corps. 154
- XVIII. Un corps mobile rencontrant un autre corps en repos , lui donne tout son mouvement , & demeure lui-même immobile. 155
- XIX. Ce que c'est que vitesse absolue & vitesse respective. 156
- XX. Les percussions sont comme les vitesses respectives. 157
- XXI. Deux corps se mouvant l'un vers l'autre rebroussent en faisant un échange de leur vitesse. 158
- XXII. Deux corps se mouvant vers les mêmes endroits , continuent après leur rencontre en faisant échange de vitesses. 160
- XXIII. Un corps dur venant à frapper

182 TABLE DU DISCOURS

- sur un autre corps inébranlable , se reflexit  
avec tout son mouvement. 161
- XXIV. L'angle de reflexion est égal à l'angle  
d'incidence. 163
- XXV. On peut imaginer que le mouvement  
oblique est composé de deux mouvemens.  
164
- XXVI. Remarque sur l'argument du P. Ric-  
cioli. 166
- XXVII. Remarque sur quelque citadelles.  
167
- XXVIII. Regle generale de toutes les per-  
cussions. 168
- XXIX. Il y a toujours égale quantité de  
mouvement respectif. 170
- XXX. Le milieu des deux corps se meut  
toujours uniformément en ligne droite.  
*La même.*
- XXXI. Toutes ces regles sont veritables,  
soit que les corps soient égaux , soit qu'ils  
ne le soient pas. 171
- XXXII. Un corps se meut dans le plein  
aussi librement que dans le vuide. 172
- XXXIII. Les mouvemens diminuent peu à  
peu dans l'air. 174
- XXXIV. Les percussions des corps égaux  
se font dans le plein comme dans le vuide.  
175
- XXXV. Lorsque les corps sont inégaux , les  
percussions se font dans le plein autrement  
que dans le vuide. 176
- XXXVI. Les percussions des corps inégaux  
ne peuvent être reduites à une regle gene-  
rale. 177
- XXXVII. De la refraction. *La même.*
- XXXVIII. Conclusion. 178

DU MOUVEMENT LOCAL.	183
Remarques sur le Discours du Mouvement.	
185	
Remarques sur une Lettre de Monsieur Descartes, touchant la Lumiere.	190

*Fin de la Table du Mouv. Local.*

---

## A V I S A U L E C T E U R.

**L'**Auteur du *Traité du Mouvement Local* ayant appris par un de ses amis, que quelques personnes qui avoient lû les feuilles, comme on les tiroit de la presse, publioient qu'il suivoit entierement la doctrine de M. Descartes; & que quoi-qu'en quelques endroits il semblât le combattre sans le nommer; il établissoit tous ses sentimens sur cette matiere: il a crû être obligé de déromper ceux qui les croiroient sur leur parole, par les remarques suivantes qu'il a voulu être ajoûtées à la fin dudit *Traité*, avant qu'il parût en lio.

REMARQUES



## R E M A R Q U E S

S U R

LE DISCOURS  
DU MOUVEMENT.

Quand l'Auteur de ce Discours s'est arrêté à prouver que le mouvement n'est jamais détruit que par une détermination contraire, qui survient de nouveau; il s'est suffisamment déclaré sur le peu d'attache qu'il a à ce sentiment. Mais comme ceux qui ont traité de cette matière en Italie, en Angleterre, en Hollande & en France, s'accordent presque tous en cela : on n'a pas crû se devoir éloigner d'un sentiment si commun. Galilée, Cassendi, Hobbes, Regius, Maignan, Digby, Kircher, Fabri & plusieurs autres, soutiennent tous en quelque manière cette perpétuité du mouvement; & ils ne diffèrent que sur la façon de la prouver. De toutes les preuves qu'on a apportées, la plus foible est sans doute celle de M. Descartes. Cet Auteur prétend que si le mouvement ou le repos, qui ont une fois commencé, ces

soient ; Dieu seroit sujet au changement. *quod* est un raisonnement qui fait rire ceux qui ont quelque teinture de la Theologie ; n'y ayant personne qui ne sçache que tous ces changemens des creatures se font sans aucun changement de la part de Dieu. *Apud Deum non est transmutatio*, dit saint Augustin ; *& ideo apud eum cursus temporis, diei notisque alternatione nequaquam variatur*. Et il est bien visible que la cessation du mouvement n'est non plus contraire à l'immutabilité de Dieu, que l'est la creation du monde, ou les actions de nos volontez, ou la vicissitude des jours & des nuits. Si ce raisonnement de M. Descartes n'étoit pas si aisé à resoudre, il seroit très-dangereux, puisqu'il prouveroit aussi que Dieu devroit avoir fait de toute éternité tout le mouvement qui se trouve maintenant dans le monde.

Comme plusieurs, dans le choix des opinions, ont égard au sentiment des Anciens & des Docteurs Scholastiques, on peut ajouter ici qu'outre ce qui a été dit de Vasqués, qui s'arrête à prouver au long cette perpetuité de mouvement, disant qu'ayant une fois commencé, il ne cesse jamais, à moins qu'il ne survienne quelque nouvelle cause qui produise quelque forme positive & contraire à ce mouvement : outre cela, dis-je, trois de ces grandes theses de Lyon, faites en divers tems, disent la même chose. Mais de plus, on peut y ajouter Aristote. Voici comme il parle au livre 3. des Méteores, chapitre 2. *Si quelque corps qui seroit sans pesanteur & sans légèreté, est meu ; il faut qu'il ait été meu par quelque force étrangere : & étant une fois*

meu de la sorte, il fera un mouvement infini.  
 Βίη δὲ κινουμένων, ἀπείρου ποτὶ τὴν κίνησιν.  
 Et dans le livre 4. de la Physique, texte 69. en  
 parlant d'un corps qui auroit été meu dans le  
 vuide, où l'on suppose qu'il n'y a nulle sorte  
 d'empêchemens, il dit ces paroles : *Personne*  
*ne peut dire pourquoi un corps qui seroit meu*  
*de la sorte dans le vuide, s'arrêteroit en quel-*  
*que part. Car pourquoi s'arrêteroit-il plutôt*  
*ici que là ? ainsi où il ne bougera point du*  
*tout ; ou s'il commence à se remuer, il faut*  
*qu'il aille à l'infini, si quelque chose de plus*  
*fort ne vient l'arrêter.* ἴδιος ἀν' ἑχοῖ εἶπαι Ἀφ'  
 τίς καὶ ἡδὲν στήται πῃ, τί γὰρ μᾶλλον ἐξῆρτα ἢ  
 ἐξῆρτα, ἢ ἢ ἡεραμῆσις, ἢ εἰς ἀπείρου ἀτάλαν  
 φέρουσθαι, ἐκὸ μὴ τι ἰμποδισθῆ κενῶτος.

M. Descartes se sent très mal du principe  
 qui a été expliqué au §. 13. *Que tout corps*  
*qui se meut autour d'un centre, fait effort*  
*pour s'en éloigner.* On peut faire voir qu'il s'est  
 trompé en voulant expliquer par là, la pesan-  
 teur des corps. Aussi ne prétend-on pas don-  
 ner à ce principe toute l'étendue que lui don-  
 ne M. Descartes. Et l'on approuve fort la res-  
 triction qui a été mise par un sçavant hom-  
 me, que cela est vrai dans les mouvemens ar-  
 tificiels, & que cela peut ne l'être pas dans les  
 naturels.

Ce qui a été prouvé au §. 16. & aux suivans,  
 fait voir que M. Descartes s'est trompé dans  
 six regles des sept qu'il a données du mouve-  
 ment.

Dans le §. 26. on ne prétend nullement fa-  
 voriser le sentiment du mouvement de la ter-  
 re. L'Auteur de ce discours est pleinement per-  
 suadé, que quand bien il n'y auroit point de

R E M A R Q U E S

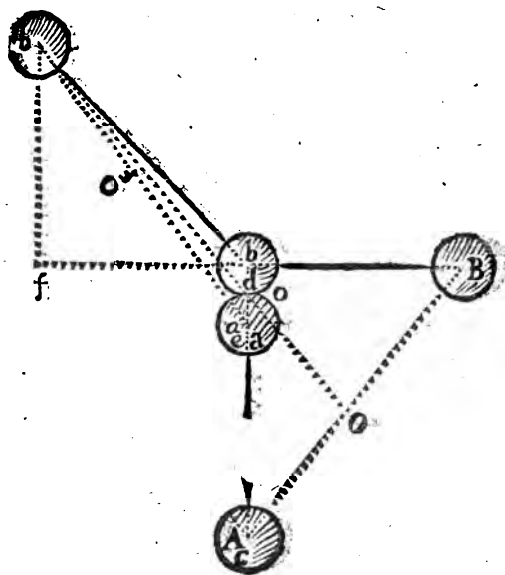
saintes Ecritures, l'hypothese qui met la terre immobile, est préférable à toute autre. On a seulement voulu faire voir que cet argument n'est pas convainquant: il y en a d'autres qui sont meilleurs, sur-tout celui qui a été fait valoir en de fort belles occasions, pris du mouvement tonique de l'aiman.

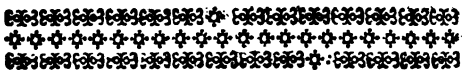
Le §. 29. est contre M. Descartes qui n'a point distingué le mouvement, que l'on appelle ici absolu, d'avec celui que l'on appelle respectif. Et quand il a dit qu'il y avoit toujours une égale quantité de mouvement devant & après la percussion, il entend parler de ce mouvement absolu: or, il est bien visible qu'il s'est trompé en cela. Car dans la figure suivante avec la percussion le mouvement des deux boules A & B est A a & B b, & tout le mouvement d'après la percussion ramassé dans la seule boule b', n'est que b. b, l'autre boule demeurant immobile en a.

Quand dans le §. 21. on a fait mention d'une substance plus subtile que l'air, il ne faut pas s'imaginer que c'est là matière subtile de M. Descartes. Tout le monde reconnoît qu'il y a des corps plus subtils que l'air que nous respirons. Et comme Aristote, dans la composition de l'Univers, a mis sur l'eau la sphere de l'air; aussi a-t-il mis le feu au dessus de l'air, & l'ether au dessus du feu; qui sont toutes des substances différentes, d'autant plus subtiles, qu'elles s'élevent davantage.

On pretend dans le §. 37. que M. Descartes n'a point prouvé les refractions des corps, & beaucoup moins celle de la lumiere.







REMARQUES  
 SUR UNE LETTRE  
 DE  
 M. DESCARTES  
 TOUCHANT LA LUMIERE.

---

Extrait de la Lettre dix-septième  
 du second Tome de M.  
 Descartes.

MONSIEUR,

*Je fais bien aisé que vous ayez remis sur le tapis la question qui s'étoit meüe n'a gueres entre nous. Mais pour ce que je voi que la raison dont je me servois alors, ne vous a pas encore satisfait, je vous dirai librement ce que je pense de vôtre reponse: & auparavant, pour être certain de l'état de la question, j'en*

ferai ici une breve description.

Je vous dis dernièrement lorsque nous étions ensemble, non pas à la verité que la lumiere se mouvoit en un instant, comme vous m'écriviez; mais (ce que vous croyez être la même chose), que du corps lumineux elle parvenoit en un instant jusques à nos yeux: & même j'ajoutai que je pensois sçavoir cela si certainement, que si on me pouvoit convaincre de fausseté là-dessus, j'étois tout prêt d'avouër que je ne sçavois rien du tout en Philosophie. Et vous, au contraire, vous assurieuz que la lumiere ne se mouvoit pas en un instant; & vous disiez avoir trouvé un moyen d'en faire l'expérience, par lequel il seroit aisé de voir qui de nous deux se trompoit en cela. Et cette expérience, purgée comme elle est à present, d'une quantité de choses superflües; par exemple, du son, du maillet, & de choses semblables, c'est-à-dire, ainsi que vous l'exposez maintenant dans vos lettres, beaucoup mieux sans doute, que vous ne faisiez la première fois, est telle.

Si quelqu'un portant de nuit un flambeau à la main, & le faisant mouvoir, jette la vue sur un miroir éloigné de lui d'un quart de lieuë, il pourra très-aisément remarquer, s'il sentira le mouvement qui se fait en sa main, auparavant que de le voir par le moyen du miroir. Et vous vous assurieuz tellement sur cette expérience, que vous étiez prêt de croire que toute vôtre Philosophie étoit fautive, s'il ne se rencontroit un temps notable & sensible entre l'instant auquel le mouvement se verroit par le moyen du miroir, & celui auquel on le sentiroit par l'entremise de la main. Et

179.      R E M A R Q U E S

moi au contraire, je disois que s'il se rencontroit en cela le moindre intervalle de tems, j'étois prêt de confesser que toute ma Philosophie étoit entièrement renversée. Et partant ( ce qui est à remarquer ) en toute nôtre dispute, il ne s'agissoit pas tant de sçavoir si la lumière se transmet en un instans, ou si elle a besoin de quelque tems; qu'il s'agissoit du succès de cette expérience. Et le jour suivant pour finir nôtre dispute, & vous épargner un travail inutile, je vous donnai avis que nous avions une autre expérience qui avoit déjà été faite plusieurs fois par plusieurs milliers de personnes, & même de personnes très exactes & très-attentives, par laquelle on voyoit manifestement qu'il n'y avoit aucun intervalle de tems entre l'instant auquel la lumière sort du corps lumineux, & celui auquel elle entre dans l'œil.

Et avant que de vous l'exposer, je vous demandai si vous ne demeuriez pas d'accord que la Lune est éclairée par le Soleil, & que les éclipses se font par l'interposition de la Terre entre le Soleil & la Lune, ou par l'interposition de la Lune entre le Soleil & la Terre: ce que vous m'accordâtes sans aucune difficulté. Après cela je vous demandai suivant quelles lignes vous vouliez supposer que la lumière parvint depuis les astres jusqu'à nos yeux; & vous me répondîtes suivant les lignes droites; en sorte que lorsqu'on regarde le Soleil, il ne nous paroît pas au lieu où il est en effet: mais en celui où il étoit à l'instant que la lumière, qui sert à nous le faire voir, en est sortie. Enfin, je vous demandai que vous déterminassiez combien grand devoit être du moins

DU MOUVEM. DE LA LUM. 193

cet intervalle de tems sensible , entre l'instant auquel le flambeau seroit mis , & l'instant auquel son mouvement seroit apperçu par le moyen du miroir , qui seroit distant d'un quart de lieuë. A quoi vous me répondîtes le jour precedent , qu'il s'y rencontreroit pour le moins autant de tems qu'il en faut pour un battement d'artere ; mais pour lors vous me dîtes que je prisse tel intervalle de temps que je voudrois. Et pour ne pas abuser de la permission que vous me donniez , je ne pris que la vingt-quatrième partie du temps qu'il faut pour un battement d'artere : & je dis que cet intervalle de temps , qui selon vous , seroit tout-à-fait insensible dans votre expertise , seroit très-sensible dans la mienne.

Car supposant que la Lune est éloignée de la Terre de cinquante demi-diametres , & qu'un seul demi-diametre de la Terre contient six cens lieuës ; ( ce qu'on doit du moins supposer , ou bien l'Astronomie & la Geometrie sont fausses , ) si la lumiere a besoin de la vingt-quatrième partie du temps que les arteres employent à battre une seule fois , pour traverser deux fois la quatrième partie d'une lieuë , elle aura besoin d'un temps égal à celui que les arteres employent à battre cinq mille fois , c'est-à-dire , pour le moins d'une heure de temps , pour traverser deux fois l'espace qui est entre la Lune & la Terre , comme il paroît à tout homme qui veut prendre la peine d'en faire le calcul. Après quoi , voici comme j'ai argumenté.

Qu'ABC soit une ligne droite : ☉ pour  
A B C

pourvoir conclure la même chose, soit que nous supposons que la Terre se meuve, soit que ce soit le Soleil, qu'ABC soient les lieux où le Soleil, la Terre ☉ et la Lune se rencontrent quelquefois ; ☉ supposons que maintenant de la Terre B on voit la Lune éclipsee au point C : cette éclipse, suivant ce qui a été accordé ci-dessus, doit nous paroître précisément au même instant auquel la lumière qui est sortie du Soleil, lorsqu'il étoit au point A, étant réfléchie de la Lune, parviendroit à nos yeux, si elle n'eût point été empêchée par l'interposition de la Terre, c'est-à-dire, suivant ce qui a aussi été accordé, une heure après que cette lumière est parvenue à la Terre B. Et de plus, suivant ce qui a aussi été accordé, le Soleil ne peut être vu au point A, si ce n'est précisément à l'instant même que sa lumière est parvenue directement jusqu'à la Terre : ☉ partant la Lune ne sauroit paroître éclipsee en C, qu'une heure après que le Soleil a été vu en A ; si vos concessions sont vraies, c'est-à-dire, si l'on apperçoit plus tard de la vingt-quatrième partie du battement d'une artère, le mouvement d'un flambeau dans un miroir qui est éloigné de la quatrième partie d'une lieue, qu'en ne le ressent à la main.

Mais l'observation exacte qu'en ont fait tous les Astronomes, confirmée par une infinité d'expériences, fait assez connoître, que si quand la Lune est éclipsee, on la voit de la Terre B au point C, le Soleil ne doit point

DU MOUVEM. DE LA LUM. 195

Être vu en A une heure auparavant, mais au même instant que l'éclipse paroît. Et le tems d'une heure est bien plus sensible en l'observation du lieu du Soleil au regard de la Terre & de la Lune, que n'est en vôtre expérience la vingt-quatrième partie du tems que l'artere employe à battre une seule fois. Par consequent, & vôtre expérience est inutile; & la mienne, qui est celle de tous les Astronomes, montre clairement que la lumiere se voit sans aucun interval de tems sensible, c'est à-dire, comme j'avois soutenu en un instant. Je maintenois que cet argument étoit une démonstration; & vous, au contraire, vous disiez que c'étoit un paralogisme & une petition de principe. Mais il est aisé de voir par vôtre réponse, si vous aviez raison, ou non, de la nommer ainsi. Car, &c.



## REMARQUES.

**M**On dessein n'est pas de combattre ce que M. Descartes dit touchant la lumiere, que *du corps lumineux elle parvient en un instant jusqu'à nos yeux.* Je suis d'accord avec lui en ce point, & je suis persuadé que l'effusion de la lumiere ne se peut faire par un flux successif de quelque substance subtile. Je veux seulement examiner son raisonnement, afin que chacun puisse juger si l'argument qu'il apporte, est une démonstration comme il le soutient, ou si c'est seulement un paralogisme, comme son adversaire le lui reproche.

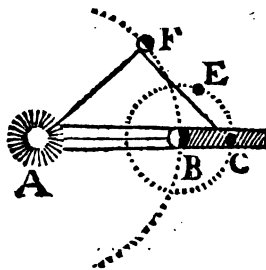
M. Descartes établit d'abord que la lumiere emploiroit une heure à parvenir de la lune jusqu'à nous, si elle employoit la vingt-quatrième partie du tems que les arteres battent une fois, à venir depuis un miroir, qui seroit éloigné d'un quart de lieuë. Il suppose en ceci, que le tems du mouvement de la lumiere doit être à même proportion d'autant plus long, que l'espace qu'elle a à parcourir, est plus grand: ce qu'on peut fort raisonnablement ne lui pas accorder. Car encore que la Lune soit douze mille fois plus éloignée de nous, que ne le seroit ce miroir; il ne s'ensuit pas pour cela qu'il faille à la lumiere douze mille fois plus de tems pour venir de la Lune, que pour venir du miroir: parce qu'il se peut faire que la lumiere se meuve fort vite dans ce grand espace qui est vers le Ciel, & fort



lentement dans ce petit espace qui est proche de la Terre, à cause qu'ici bas l'air étant fort grossier, pour retarder le mouvement de la lumiere, au lieu que là haut, *la matiere*, dont M. Descartes compose le Ciel, étant infiniment subtile, donne le moyen à la lumiere de se mouvoir avec une vitesse incomparablement plus grande. Car nous voyons qu'un boulet de canon étant porté dans l'air avec une rapidité incroyable, vient à se mouvoir fort lentement, lorsqu'il entre dans la bouë, ou dans quelque rempart de terre. Et comme celui-là se tromperoit fort lourdement, lequel voyant que ce boulet auroit employé une minute de tems à faire deux ou trois pas en s'enfonçant dans la terre, concluroit que ce même boulet auroit mis deux ou trois mille minutes de tems à venir depuis le canon que l'on suppose être éloigné de deux ou trois mille pas. Ainsi on peut dire que M. Descartes n'a pas bien raisonné, quand de ce qu'on suppose la Lune douze mille fois plus loin que le miroir, il veut que la lumiere employe douze mille fois plus de tems, c'est-à-dire, une heure entiere à venir de la Lune, supposé qu'elle employe la vingt-quatrième partie d'un battement d'artere à venir du miroir. Et il se peut faire que cette matiere celeste surpassant l'air en subtilité, bien plus à proportion que l'air ne surpassé la Terre, la lumiere employe plus de tems à parcourir ce petit espace, qui est entre nous & le miroir, qu'elle n'en a employé à venir jusqu'à nôtre air dans ce grand intervalle du Ciel: comme peut-être le boulet a mis plus de tems à entrer deux ou trois pas dans le rempart, qu'à venir depuis le canon. De

sorte que M. Descartes n'a pas eu raison de mettre une heure pour le tems que la lumiere emploiroit à venir de la Lune. Et comme d'ailleurs toute la démonstration, qu'il pretend faire ensuite, est établie sur ce fondement; certes, ce fondement venant à manquer, il faut que toute sa démonstration tombe en ruine.

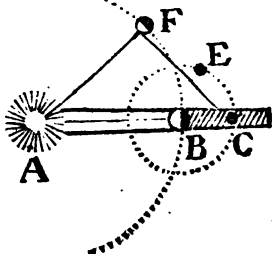
Mais ce n'est pas sur cela que j'insiste davantage contre M. Descartes; il me semble qu'il a bien plus manqué dans la suite de son raisonnement même. Car il faut remarquer qu'il a apporté sa démonstration, comme si elle étoit également convainquante dans l'hypothèse de Tyco, & dans celle de Copernic: *Et pour pouvoir, dit-il, conclure la même chose, soit que nous supposions que la Terre se meurve, soit que ce soit la Soleil, &c.* Posons donc que le Soleil soit immobile au centre du monde A; que



la Terre se trouve quelquefois en B, & la Lune en C, en sorte qu'A B C soit une ligne droite, que la lumiere venant d'A, & passant par B, employe une demi-heure à aller ensuite jusqu'à C,

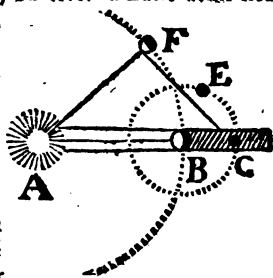
& une autre demi heure à revenir de C jusques à B; alors ceux qui sont sur la Terre B, verront la Lune, ou plutôt son éclipse en C. Mais alors aussi ceux-là mêmes verront encore le Soleil en A, où non seulement il étoit une heure auparavant, mais où il a toujours demeuré immobile. Pourquoi donc M. Descar-

tes veut-il qu'on voye maintenant le Soleil en quelque autre part ? J'avouë qu'une heure avant que la Lune parût en C , le Soleil paroiffoit en A ; mais je dis auffi qu'une heure après , c'est-à-dire , quand la Lune est vûë en C , le Soleil est encore vû en A , puisqu'il n'a point changé de place : & partant que le Soleil, la Terre & la Lune dans son éclipse paroiffent en ligne droite. Comme ce sujet est purement geometrique , on peut aisément déterminer qui est celui qui se trompe .



Mais on le fera encore avec plus d'assurance , quand on sçaura ce que M. Descartes répond à son adversaire. Voici comme il lui écrit : *Car de recourir comme vous faites à la lenteur ou tardiveté du mouvement annuel , dans une chose qui dépend toute entiere du mouvement de la Lune qui est douze fois plus rapide que le mouvement annuel , & de plus aussi dans une chose où l'on a de coûtume d'observer assez commodément , je ne dis pas seulement la difference d'une heure , ce que j'aurois démontré être suffisant ; mais même celle de la moitié d'une minute : qui est celui qui ne voudra pas reconnoître en cela un paralogisme ? J'avouë que c'est moi qui ne puis reconnoître en cela un paralogisme , & même que je ne sçauois m'empêcher d'en voir plusieurs dans cette instance de M. Descartes*

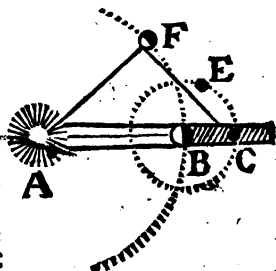
En premier lieu , il dit que toute cette affaire , c'est-à-dire , le défaut de ligne droite & d'opposition , qui pourroit paroître dans les éclipses , *depend tout entier du mouvement de la Lune* : & cependant il est certain que le mouvement de la Lune ne fait pas plus en cela , que si elle étoit immobile. Car imaginons-nous , que la Lune après s'être trouvée dans l'ombre en C , se meut encore plus vite qu'elle ne fait , & parvient en E , lorsque la lumière ( ou plutôt son défaut ; car c'est la même chose ) envoyée de C , est venue à la Terre B : alors suivant toutes les suppositions sur lesquelles M. Descartes argumente , la Lune doit paroître en C , parce que l'on suppose que la Lune & les Astres paroissent , *non dans les lieux où ils sont en effet , mais dans ceux où ils étoient à l'instant que la lumière qui sert à nous les faire voir , en est sortie*. Ainsi la lumière qui est maintenant parvenue à nous , étant sortie de C , où étoit la Lune demi-heure auparavant , nous doit faire voir la Lune en C , en quelque part du monde qu'elle se puisse maintenant trouver , quand elle seroit demeurée immobile , ou qu'elle auroit été transportée : & par conséquent le mouvement de la Lune ne fait rien en ceci.



En second lieu , M. Descartes reprend son adverfaire , pour avoir allegué la lenteur du

DU MOUVEM. DE LA LUM. 201

mouvement annuel ; & il pretend que ce mouvement annuel ne fait rien dans une chose qui *depend*, dit-il, *toute entiere du mouvement de la Lune* : & cependant il est certain que s'il devoit paroître quelque défaut d'opposition dans les éclipses, cela seroit causé uniquement par le mouvement annuel, pourveu qu'il fût plus grand & plus sensible. Car si après que la Lune se seroit trouvée dans l'ombre de la Terre en C, la Terre étoit transportée par son mouvement annuel jusques en F, tandis que les rayons envoyez de C parviendroient jusqu'à la Terre, alors de la Terre F on verroit toujours le Soleil en A, & la Lune en C : mais les lignes AF, FC



ne seroient plus une ligne droite, & la Lune qui seroit vûë pour lors en éclipse, ne paroîtroit pas néanmoins opposée au Soleil. Ainsi le mouvement annuel pourroit faire de la diversité & du défaut dans l'opposition apparente du Soleil & de la Lune éclipsée. Mais d'ailleurs, comme le mouvement annuel de la Terre pendant une heure, est très-petit, & même insensible ; il est clair que l'adversaire de M. Descartes avoit raison de recourir à la lenteur de ce mouvement pour rendre inutile toute sa démonstration.

Enfin, M Descartes dit qu'en ceci on peut observer assez commodément non-seulement

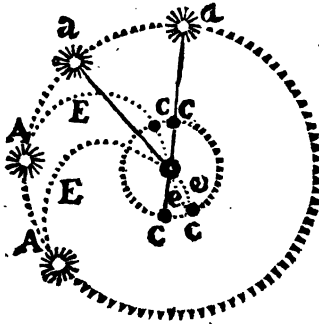
la différence d'une heure, mais même celle de la moitié d'une minute; ce qui n'est nullement véritable. Car quand il s'agit seulement du mouvement journalier, il est vrai qu'on peut discerner jusqu'aux minutes, pourvu qu'on ait de fort bon instrumens, & qu'on soit adroit à faire de ces sortes d'opérations.

Mais quand il faut observer le mouvement propre du Soleil ou de la Terre, ou déterminer précisément l'opposition de la Lune, quelles difficultés ne rencontre-t-on pas? Que d'observations, que de calculs, que de réductions; Nous avons d'illustres exemples de ces difficultés dans les observations qu'on a voulu faire des éclipses horizontales, on sçait l'empressement qu'ont eu des Astronomes, pour voir s'ils ne pourroient point découvrir quelque diversité dans l'opposition du Soleil & de la Lune causée par les refractions. Mais quelque soin qu'ils ayent eu de préparer leurs instrumens de longue main, & quelque précaution qu'ils ayent apportée dans leurs observations & dans leurs calculs: à peine peut-on s'assurer qu'ils ayent discerné une différence, je ne dis pas d'une minute d'heure, mais même d'une minute de degré. Comment donc M. Descartes veut-il que l'on observe si commodément dans une occasion toute semblable, la différence de la moitié d'une minute d'heure?

Jusques ici nous avons seulement examiné le raisonnement de M. Descartes, dans l'hypothèse du mouvement de la Terre, dans laquelle il pretendoit que ce fût une démonstration. Que si maintenant on veut l'examiner en suivant l'hypothèse commune de l'immobilité de la

Terre, je ne croi pas qu'on trouve que la démonstration soit meilleure. Car tandis que toute la *matiere celeste* qui emporte le Soleil & les étoiles, se meut tous les jours autour de la Terre : on peut fort raisonnablement penser, que la lumiere étant pour ainsi dire jettée du Soleil ou de la Lune, se meut vers la Terre, non en ligne droite, mais dans une ligne courbe & spirale, en suivant toujours circulairement le mouvement de l'astre d'où elle a été élançée ; & cela se pourroit peut-être prouver par les loix de la Méchanique, & confirmer par l'expérience des corps qu'on jette de dedans un vaisseau : & en ce cas, le Soleil & les Astres paroïtroient toujours dans le lieu où ils seroient en effet, si ce n'est que leur mouvement propre y apportât quelque différence. Ce qui se peut déclarer fort manifestement par l'exemple du son, que tout le monde reconnoît se repandre successivement par de certaines ondées, qui se forment & s'étendent en rond dans l'air. Car imaginons-nous que tout l'espace celeste est rempli d'air, & qu'il se forme quelque son dans le Soleil ; certes, tandis que le Soleil avec tout le Ciel se mouvoit ainsi autour de la Terre, toutes ces ondées circulaires de l'air seroient aussi en même tems transportées d'un commun mouvement avec leur centre, qui est le Soleil ; & ainsi étant arrivées à la Terre, elle désigneroient toujours le Soleil & leur centre, non au lieu où elles auroient été formées pour la première fois ; mais au lieu même où le Soleil se trouveroit pour lors, en exceptant toujours le mouvement propre que pourroit avoir le Soleil, outre celui qui lui

seroit commun avec tout l'air. Mais de quelque façon qu'on l'explique, ou quelque cause que l'on veuille donner de ce mouvement spiral ou circulaire des rayons de lumière; il est certain que ce mouvement étant une fois supposé, la Lune en son éclipse devra paroître directement opposée au Soleil; comme si la lumière se repandoit dans un instant. Car po-



sons que la Terre soit immobile en B', & que le Soleil étant en A, envoie un rayon vers la Terre, & pendant que le Soleil se meut & arrive en s., que le rayon allant par la spirale

A E, arrive en B; alors ce rayon fera paroître le Soleil en s., où il est en effet. Ensuite ce même rayon A E B passant plus outre, ( ou plutôt son défaut ) ira en demi-heure par la spirale B e jusqu'à C, où se trouve la Lune. Enfin, le rayon, ou plutôt son défaut, revenant par la spirale C e, parviendra après une autre demi-heure à la Terre B, tandis que la Lune a été transportée par la matiere celeste jusques en C: & alors par ce même rayon, ou plutôt par son défaut, la Lune sera vüe éclipsee en C: mais en ce même tems aussi le Soleil apparoitra de l'autre côté diametralement op-

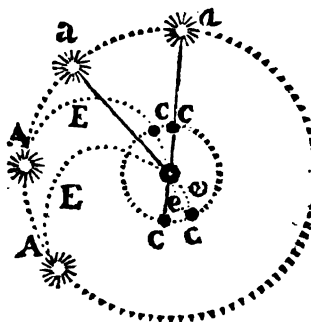


posé en *a*, à sçavoir, dans le même point où il est une heure après avoir été vû en *a*. Et cela est si véritable, que M. Descartes s'en étant bien apperçû lui-même, a jugé à propos d'attaquer son adverfaire d'un autre côté dans cette hypothéie. Voici comme il poursuit :

*Quand après cela vous dites, que les rayons qui sont émanez du Soleil & de la Lune, se meuvent ainsi hors d'eux circulairement avec le Soleil & avec la Lune; enforte que les astres nous paroissent toujours dans les lieux où ils sont en effet, encore qu'ils soient vûs par l'entremise de la lumiere, qui est émanée d'eux auparavant, lorsqu'ils étoient en d'autres lieux: (car on ne sçauoit concevoir autrement ce que vous dites) vous niez manifestement ce que vous aviez auparavant accordé, & d'où dépendoit toute cette partie de ma démonstration que je vous avois expliquée. Mais vous ne prenez pas garde que vous tombez ici dans son autre partie, qui est celle de l'éclipse du Soleil.*

Je ne veux pas m'arrêter ici à chercher ce qui peut avoir été accordé ou nié à M. Descartes, mon dessein n'est que d'examiner son raisonnement. J'ai fait voir que ce n'étoit pas sans sujet que son adverfaire l'accusoit de paralogisme dans la premiere partie de sa démonstration. Voyons maintenant s'il est plus exact dans la seconde. *Qu'a soit le Soleil, dit il, c la Lune, B la Terre, tous trois dans une même ligne droite, suivant le calcul que nous avons fait ci-devant; si la lumiere a besoin d'une demi-heure, pour parvenir depuis la*

Lune c jusqu'à la Terre B, il lui faudra douze heures de tems pour parvenir depuis le



Soleil jusqu'à nous, puisque le Soleil est éloigné de la Terre pour le moins vingt-quatre fois autant que la Lune. Donc suivant vôtre dernière concession, au même instant que le Soleil est en

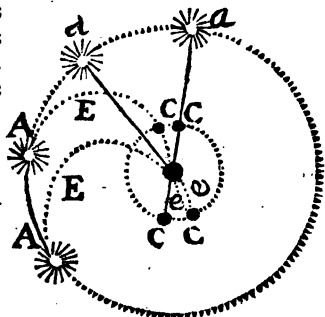
a, il est vu par ceux qui sont en B, nonobstant l'interposition de la Lune, laquelle cependant non seulement est en c, mais qui y seroit aussi vüe, & si elle avoit une lumiere qui lui fût propre; car le Soleil est vu en ce lieu-là par le moyen de la lumiere, qui est émanée de lui douze heures auparavant, & qui ayant traversé le Ciel de la Lune une demi-heure devant, n'a pu être empêchée par elle, parce qu'elle n'étoit pas encore alors interposée entre le Soleil & la Terre; & la lumiere qui est maintenant empêchée par elle, ne scauroit parvenir à la Terre qu'une demi-heure après: & par conséquent la défaillance de sa lumiere, c'est à dire, l'éclipse du Soleil, ne scauroit être veüe qu'une demi-heure après l'instant que le Soleil, la Lune & la Terre sont dans une même ligne droite.

DU MOUVEM. DE LA LUM. 207

Mais l'expérience de tous les Astronomes nous assure du contraire ; c'est à sçavoir qu'il y a éclipse de Soleil, lorsque le Soleil, la Lune & la Terre sont dans une même ligne droite : & en cela non-seulement l'erreur d'une demi-heure ; mais celle de la moitié d'une minute ne seroit pas insensible. Donc, &c.

Toute la force de ce raisonnement consiste en ce que nonobstant l'interposition de la Lune, quand elle seroit vûe en *c*, le Soleil ne laisseroit pas d'être vû en *a* par le moyen du rayon qui étant émané de lui douze heures auparavant, n'auroit pû être empêché de passer par le Ciel de la Lune demi-heure auparavant, la Lune n'étant pas encore pour lors interposée directement entre la Terre & le Soleil. Mais M. Descartes a-t-il si-tôt oublié,

supposons que les rayons ne vont plus en ligne droite? La Lune demi-heure auparavant n'étoit pas encore directement



interposée entre le Soleil & la Terre ; cela est très vrai, elle est pour lors en *c*, & le Soleil en *a* : mais il n'est pas pour cela véritable, que la Lune en ce tems-là ne puisse ar-

rêter les rayons , que nous supposons venir par une ligne courbe  $A E c$  , comme la seule figure le démontre visiblement. Ce n'est pas néanmoins là ce que je voudrois le plus reprocher à M. Descartes. Je m'étonne bien davantage qu'il n'ait point pris garde , ou que du moins il l'ait dissimulé , que quand on dit dans cette hypothèse , que les Astres paroissent toujours où ils sont , on doit en retrancher leur mouvement propre, ainsi que j'ai remarqué ci-devant ; & en ce cas , la lumière se mouvant uniformément dans une spirale régulière , fera nécessairement paroître les choses dans les éclipses tout de même qu'elles paroissent en effet ; ce qui se peut fort bien démontrer. Que si M. Descartes s'attachant ainsi au son des paroles rapportées dans sa lettre , comme venant de son adversaire , insiste sur cela , & suppose que les Astres paroissent précisément au même point où ils sont en effet ; outre que j'ai déjà fait voir qu'il s'étoit mépris dans ce raisonnement même ; on peut lui dire qu'il n'étoit point besoin de recourir à cette seconde partie , & que par l'éclipse de la Lune , il pouvoit prouver la même chose qu'il a voulu prouver par l'éclipse du Soleil ; mais il n'est pas nécessaire d'expliquer ceci davantage.

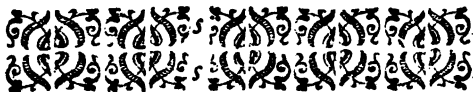
Enfin , Monsieur Descartes conclut sa lettre en cette sorte : *Je n'ajoute point ici quantité d'autres choses , qui pourroient faire voir que cette dernière assertion ou proposition est encore plus absurde que la première : comme par exemple , que cela posé ,*

*on devoit toujours voir vers l'Orient un  
 cercle noir dans l'horizon entre la Terre  
 & le Ciel : & vers l'Occident , le So-  
 leil & les étoiles au dessus des monta-  
 gnes , & plusieurs choses semblables. Et je  
 ne demande pas aussi par quelle puissance  
 ce mouvement circulaire de la lumière ,  
 qui sort en même - temps de divers astres,  
 est conduit pour pouvoir toujours retentir  
 l'inégalité qui est en la vitesse des as-  
 tres d'où elle est sortie , &c. Car si ce  
 que je viens d'écrire , n'a pas la force de  
 vous convaincre , j'avoue que vous êtes  
 tout à fait invincible. Adieu. Ce ne sont  
 pas là de nouveaux inconveniens , que M.  
 Descartes objecte ; mais de nouvelles diffi-  
 cultez , où il s'embarrasse lui-même : je ne  
 veux pas les développer en détail , puisque  
 lui-même n'a fait aussi que les rapporter.  
 Mais je ne puis assez m'étonner de voir la  
 fermeté avec laquelle il écrit toutes ces  
 choses ; sur tout voyant que ce n'est pas  
 quelque mot qui lui ait échappé , mais  
 que c'est une lettre sérieuse , écrite à loisir sur  
 un sujet prémédité de longue main , &  
 après plusieurs contestations réitérées. Ce  
 n'est pas à mon avis dans cette seule let-  
 tre que M. Descartes s'est trompé : je croi  
 pouvoir démontrer que cela lui est arrivé en  
 plusieurs endroits de sa Philosophie. Peut-  
 être que je me trompe moi-même , j'en fais  
 juges , pour ce que je viens d'écrire , tous-  
 ceux qui voudront prendre la peine de le li-  
 re , & l'examiner. Comme c'est une matière  
 purement de Geometrie , & que je me suis*

210 REMARQUES, &c.

abstenu de tout ce qui pourroit être contesté dans la Physique, il sera aisé de déterminer de quel côté est le paralogisme, & je suis moi-même tombé dans l'erreur, lorsque j'ai prétendu faire voir que M. Descartes ne prouve pas solidement ce qu'il assure avoir démontré.

*Fin du Mouvement de la Lumière.*



P R E F A C E  
 D E L A  
 S T A T I Q U E  
 O U  
 D E L A S C I E N C E  
 D E S  
 F O R C E S M O U V A N T E S.

**C**E Traité est une suite du discours du Mouvement Local, qu'on a publié, dans le dessein de faire une Méchanique entière, & de réduire en ordre toute la science du Mouvement. Ceux qui sçavent la maniere dont on procede aujourd'hui dans la consideration de la Nature, & dans la pratique des Arts, sçavent aussi les avantages que l'on trouve dans la connoissance des loix du Mouvement. Et comme il est certain que rien ne se

Pratique dans les Arts, sans l'usage de la Méchanique; aussi il faut reconnoître que rien ne se peut expliquer dans les effets particuliers de la nature, si l'on n'y employe les démonstrations de cette science. C'est la Méchanique qui prescrit les regles de l'une & de l'autre Architecture; je veux dire, de la Civile & de la Militaire. C'est elle qui bâtit les vaisseaux, & qui les gouverne. Elle dresse des machines, pour enlever avec facilité les plus lourds fardeaux. Elle regle la conduite des eaux, & elle en ménage le cours & les faillies dans les moulins, & dans les maisons de plaisance. Elle anime les Orgues sans soufflets, & les fait jouer par la seule chute des eaux. Elle fait parler les rochers dans les grottes artificielles, où elle imite le chant des oiseaux, & nous y fait entendre les plus doux concerts. Voilà une partie de ce qu'elle fait, quand elle est employée par l'artifice des hommes: mais que ne fait elle pas, quand elle est employée par l'industrie de la Nature même? N'est ce pas elle qui affermit inébranlablement la terre sous nos pieds, & qui assigne à tous les corps la place qu'ils doivent tenir dans l'Univers? Oûi, c'est elle qui arrondit la surface de la mer, & qui en filtre les eaux par les conduits souterrains, pour en faire sortir les fontaines & les rivieres: c'est elle qui suspend les nuées au milieu de l'air, qui les pousse en divers endroits par le vent, & qui en exprime la pluie, pour fertiliser les campagnes; c'est elle qui fait descendre en bas les corps pesans, avec ce redoublement de vitesse, & cette proportion que les Philoso-



phes ne peuvent assez admirer ; c'est elle qui donne le branle à tous les Cieux , & qui les entretient dans ce mouvement si réglé ; c'est elle encore qui fait voler les oiseaux dans l'air , qui fait nager les poissons dans l'eau , & marcher les animaux sur la terre ; c'est par son moyen que se fait le battement du cœur , la circulation du sang , la distribution des esprits , & la respiration ; c'est elle qui porte en rond de tous côtés la lumière & les sons , qui les fait réfléchir , ou qui les rompt dans les échos , dans les miroirs , & dans les lunettes. En un mot , rien ne se fait sans elle , ni dans l'art , ni dans la nature ; de sorte qu'il n'est pas possible de réussir dans la considération de l'une , ou dans la pratique de l'autre , sans la connoissance & l'usage de la Mécanique.

Il faut néanmoins avouer , que cette science si belle , si curieuse , si nécessaire , a été étrangement négligée pendant long-temps. Aristote , à la vérité , fait de très-belles réflexions là-dessus : mais ses pensées sont imitées aux seules Forces Mouvantes , qu'il applique au maniment des chevaux , à la conduite des navires , à la consistance & au mouvement des animaux. Ce que nous avons d'Archimede n'est proprement que la démonstration du levier , & de la balance , & de quelques machines qui en dépendent. Heron a traité des fontaines artificielles & des arcs-balètres. Ce qu'a fait Vitruve est un peu plus étendu ; mais outre que ce n'est là qu'une très-petite partie des Mécaniques , on peut dire que si l'on a du plaisir à faire jouer toutes ces petites machines ; si l'on en retire même quelque profit , on n'y trou-

ve pas un grand secours pour la connoissance de la Nature. Voilà néanmoins où se réduit toute la science des Anciens ; elle est venuë en cet état jusqu'à nous , sans que parmi tant de commentaires & tant de compilations qu'on a faites , personne se soit mis en peine depuis tant de siècles , de lui donner quelque nouvelle perfection ; jusqu'à ce que dans ces derniers tems, si heureux à faire de nouvelles découvertes, on a vû des personnes qui se sont attachées à cultiver cette science , ou plutôt qui se sont fait une science toute nouvelle du *Mouvement*. Certainement , Galilée a eu droit de mettre à la tête de son Ouvrage ce titre de *Science nouvelle* , puisqu'il y traite de l'*acceleration* des poids dans leur chute , de la vitesse des corps sur les plans inclinez , des *vibrations* des pendules & des cordes tenduës , de la resitance & de la rupture des corps , & de beaucoup d'autres choses , qui étoient auparavant inconnuës. Torricelli a encore donné de l'éclat aux inventions de Galilée , par ses nouvelles experiences du vuide , & par les beaux raisonnemens qu'il a faits sur l'équilibre des liqueurs. Mais si ces excellens hommes ont eu assez d'esprit , pour inventer une nouvelle science , ils n'ont pas eu assez de bonheur pour lui donner la dernière perfection ; car , il faut l'avouër , il manque bien des choses à cette science , telle qu'il nous l'ont donnée , pour faire une Mécanique complete ; elle ne traite pas toutes les matièeres ; elle ne prouve que par l'experience beaucoup de choses, qui se doivent prouver par les principes de la nature ; elle est dissipée en plusieurs traitezz , qui n'ont point de liaison ensemble ;

elle a même des défauts, & on y remarque des erreurs, qui sont à la vérité bien pardonnables dans une matière si délicate, mais qui après tout ne laissent pas de donner quelque inquiétude à ceux qui demandent la dernière exactitude dans les raisonnemens physiques.

On a vû ensuite de très grands hommes, qui ont heureusement travaillé à cultiver & à perfectionner cette science. Les expériences continuelles que l'on a faites en divers endroits de l'Europe; les traités qu'on a publiéz des loix du Mouvement, de la résistance des corps, de la force des percussions, de l'équilibre des liqueurs, de la dureté, de la pesanteur, & beaucoup d'autres, sont assurément des ouvrages dignes de la subtilité de leurs Auteurs, & de la politesse du siècle; mais après tout, on ne peut pas dire que ce soit là une Mécanique. Ce sont de belles parties, mais elles ne sont pas un corps, puisque ce sont des productions de divers Auteurs, qui ont eu diverses vûes, qui n'ont point concerté ensemble, pour concourir à un même dessein, & qui même ont raisonné sur des principes différens.

J'avois toujourns espéré que ce grand Ouvrage de Monsieur Wallis, que nous attendions depuis si long-temps, comprendroit tout ce qu'on peut souhaiter sur ce sujet; & je n'en doutois presque plus, quand je vis trois grands Tomes in 4.<sup>o</sup> sous le titre de *Mécanique & de science du Mouvement*. Mais j'ai trouvé que cet Ouvrage, excellent en soi & admirable, est plus propre à contenter ceux qui sont déjà consommés dans cette science, qu'à instrui-

re ceux qui veulent l'apprendre. Car outre qu'il s'en faut bien qu'il ne comprenne tout, il est écrit d'une manière si sçavante & si geometrique, qu'il y a fort peu de personnes capables de le comprendre.

Je me suis donc resolu de faire tout un corps de Méchanique, suivant la belle idée que nous a donné Pappus, où je pusse ramasser tout ce que divers Auteurs ont trouvé sur ce sujet, avec ce que je pourrois découvrir moi-même, si j'avois le bonheur d'inventer rien de nouveau.

Je divise tout cet Ouvrage en six discours, dont le premier est celui-ci devant, qui traite du Mouvement en general, de la manière dont il est produit, comment il se peut conserver & se communiquer; des loix de la percussion, des regles de la reflexion, & de plusieurs proprietéz semblables du Mouvement considéré dans un état libre de tout autre empêchement.

Le second discours, est celui-ci qui traite de ces sortes de mouvemens qui se font avec quelque violence, en surmontant la résistance qui se rencontre d'ailleurs. Outre la démonstration de toutes les machines mouvantes, dont la force se réduit à celle de la balance, on y fait quelque reflexion sur l'impossibilité du mouvement perpetuel: on y traite des corps suspendus, attachez par un ou par deux bouts, de la manière dont ils se rompent, de la figure qu'ils prennent en se courbant, & en particulier, on montre des cas où les cordes tendues seroient Paraboliques, Hyperboliques, Elliptiques, ou Circulaires. On examine la force des Tours &  
des

des Pyramides , on fait voir l'endroit où elles font le plus foibles : on détermine les figures qu'il faudroit leur donner pour les rendre les plus parfaites , & afin qu'elles résistassent également par tout à la violence des vents ; on donne des regles generales de la resistance des corps , on indique le moyen d'appliquer ces regles generales aux cas particuliers , qui concernent l'architecture & les autres effets de la Nature & de l'Art ; & prenant un exemple du mouvement d'un Vaisseau , l'on fait remarquer l'usage que l'on peut faire des regles de Méchanique. Il y a dans ce Discours quelques propositions , qui donneront peut être un peu de peine à ceux qui ne sont pas accoutumés aux démonstrations geometriques , mais ils peuvent les passer, elles ne sont pas absolument necessaires. J'ai voulu néanmoins les mettre , parce qu'elles sont très-utiles , & que dans la suite de cette Méchanique, elles suivront beaucoup pour déterminer bien des choses , qu'on ne sauroit résoudre sans cela.

Le troisième discours est du mouvement des corps pesans , où sans rien supposer de nouveau , l'on démontre toutes les proprietés de ce Mouvement , soit que les corps descendent par leur propre poids , ou qu'ils se meuvent étant poussés avec violence. On y voit la raison de cette augmentation ou diminution merueilleuse de vitesse des corps , qui passent en montant & en descendant par tous les degrez imaginables de lenteur. Galilée n'a montré ces proprietés , qu'en supposant une définition qu'on lui a contestée. Baliani a voulu donner une autre progression au mouvement de ces

corps. Ces deux Auteurs ont eu leurs partisans , & l'on a vû grossir les volumes des contestations qui ont duré si long-temps entre Monsieur Gassendi & le Pere le Cazre , jusqu'à ce que l'affaire sembloit avoir été terminée par trois grands Geometres ; Monsieur Huygens, & le Pere de Billy ayant démontré que la progression de Baliani étoit impossible ; & Monsieur Fermat ayant fait voir qu'il ne faudroit pas moins d'une éternité toute entière à un corps, qui descendroit , avec cette proportion de vitesse, de la hauteur d'un pied. Tous les Sçavans s'étoient rendus à des démonstrations si régulières; mais le P. Lalouvére, illustre par les grandes découvertes qu'il a faites dans la Geometrie, est survenu , & a fait voir que nonobstant toutes ces démonstrations, la progression de Baliani étoit très-possible & très naturelle ; la manière dont il l'a défenduë , a paru si belle , que M. Format lui-même n'a jamais pû y trouver rien à redire. On trouvera tout cela expliqué dans ce discours; on y verra que cette premiere pesanteur, ou ce degré déterminé de vitesse sur quoi est fondée la démonstration du P. Lalouvére, ne peut subsister. On explique aussi une progression toute semblable, qui se trouve dans le mouvement du bras ou du pied , ou des instrumens que l'on tient quand on frappe. On fait voir encore une autre sorte de progression , qui se rencontre dans les boulets d'un canon, ou dans les flèches qu'on pousse avec une arc-balestre ; on examine le mouvement sur des surfaces inclinées ; & c'est là que l'on démontre cette proposition si estimée, que je sçai que M. Huygens a

démontrée aussi, touchant le mouvement qui se feroit sur une Cycloïde.

Le quatrième discours, est du mouvement des corps liquides, où l'on démontre, sans rien supposer, tout ce que nous voyons arriver dans la vitesse des liqueurs, dans la force de leur pression, dans la direction & dans la figure qu'elles prennent dans leurs saillies, dans leur équilibre. Sous le nom de corps liquides, on comprend ici l'air, & tous les corps qui ne sont pas durs; de sorte que dans ce Traité on trouvera tout ce qui concerne cette science, qu'on appelle la *Pneumatique*, la force des ressorts, la rarefaction & la condensation, la violence épouvantable de la poudre embrasée, enfin on y verra toutes ces nouvelles expériences du vuide, & la raison de tous ces effets surprenans que l'on y remarque.

Le cinquième discours, est du mouvement de *Vibration*, c'est-à-dire, de tous les corps qui font un mouvement réciproque allant & venant, comme sont les pendules, les cordes tendues, les ressorts, & plusieurs autres corps. L'on y décrit une pendule, dont toutes les vibrations sont d'une égale durée; l'on démontre aussi que toutes les vibrations d'une corde tendue durent également; que les vibrations de deux cordes d'égale grosseur, & également tendues, sont en raison réciproque des longueurs des cordes, au lieu que dans les pendules elles sont seulement en raison sous-doublée; que dans les cordes égales, les vibrations sont en raison sous-doublée des forces ou du poids qui les tendent; que les vibrations sont encore en raison sous-doublée des grosseurs des cordes d'égale lon-

guent , & également tenduës. De sorte que l'on démontre par les causes tout ce que l'expérience nous fait remarquer dans les sons & dans l'harmonie des cordes tenduës.

Le sixième discours , est du mouvement *d'Ondulation*. Sur l'exemple de ces cercles qui se font dans la surface de l'eau quand on y jette une pierre. On considère quelques semblables cercles qui peuvent se former dans l'air, & même dans quelques autres substances plus subtiles que de très-manifestes expériences nous convainquent être répanduës par tout. Et c'est ce mouvement que nous appellons *Mouvement d'Ondulation* , qui servant de jeu & de divertissement aux enfans , peut servir de sujet d'une très-profonde meditation aux plus habiles Philosophes. On examine donc comment ces cercles se peuvent former , comment ensuite leur mouvement se communique , quelles sont les lignes de leur direction , avec quelle force ils pourroient agir près ou loin , comment ils se réfléchiroient, & comment ils se romproient; & puis supposant avec tous les Philosophes , que le son a pour vehicule cette sorte de mouvement dans l'air, on explique tout ce qui concerne les sons ; & faisant une conjecture sur la propagation de la lumière , on examine si l'on ne pourroit pas aussi supposer , que la lumière eût pour vehicule quelque semblable mouvement dans un air plus subtil ; & l'on fait voir qu'en effet dans cette hypothese on expliqueroit d'une maniere très naturelle toutes les propriétés de la lumière & des couleurs , qu'on a bien de la peine à expliquer sans cela ; & j'espère qu'on aura quelque satisfaction de voir la



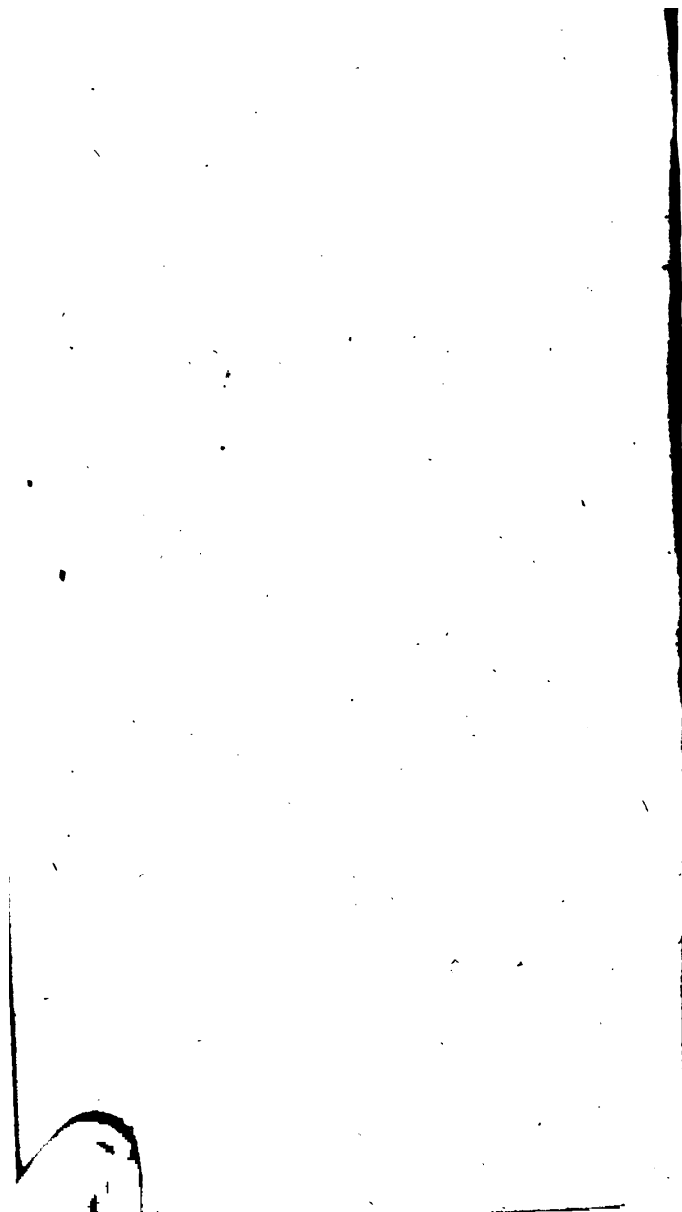
maniere dont on y démontre la mesure des refractions.

Voilà le deſſein de cet ouvrage, dans lequel, outre un grand nombre de propoſitions geometriques, dont la nouveauté agréera peut-être aux Sçavans, on y verra quantité de pratiques curieufes & utiles dans les Arts, & pluſieurs démonſtrations, qui donneront ouverture pour la déciſion des plus belles queſtions de Phyſique. Pour l'Art, on y a mis les plus importants avis qui concernent la conduite des eaux; on y décrit des moulins-à vent, propres à lever les eaux, qui vont jour & nuit à tous vents, ſans qu'il ſoit beſoin d'y toucher. On y donne la proportion de la quantité de la poudre qu'il faut dans les mines & dans les canons; on y preſcrit les regles qu'il faut obſerver, pour jeter ſeulement les bombes; on y détermine la longueur qu'il faut donner aux canons, pour les faire porter le plus loin qu'il ſe peut, on y décrit quelques machines nouvelles propres à divertir: on y fait même le mouvement perpetuel. Mais pour la Phyſique, on y donne le moyen d'expliquer par les loix de la Méchanique, le Syſtème de Tycho, ce que la plûpart des Mathematiciens avoient crû impoſſible. On y démontre l'impoſſibilité du mouvement des Atomes d'Epicure. L'on y fait voir auſſi que le mouvement des Cieux ne peut provenir de leur forme, c'eſt-à-dire, que ce mouvement ne peut proceder d'un principe interne & naturel en ſa maniere que nous diſons, que les corps peſans ou legers ſe meuvent en bas ou en haut par un principe interne & naturel. On donne une maniere méchanique d'expliquer la dureté des

212 PREFACE DE LA STATIQUE, &c.  
corps, & la résistance qu'ils font à se rompre ;  
ce qui n'est pas une si petite affaire que l'on  
pourroit bien s'imaginer. Le flux & reflux de la  
mer, l'origine des fontaines, & plusieurs choses  
semblables y sont encore reduites aux loix de  
la Méchanique.



LA  
STATIQUE  
OU  
LA SCIENCE  
DES  
FORCES MOUVANTES.





L A  
**STATIQUE**  
 O U  
**LA SCIENCE**  
 D E S  
**FORCES MOUVANTES.**

*I. Les forces contraires dans les poids.*

**L** arrive souvent que les corps ont une telle liaison entre eux, que les uns ne peuvent se mouvoir sans les autres ; & quelquefois même, les uns faisant effort de se mouvoir à contre sens des autres, il s'empêchent mutuellement, si leurs forces sont égales ; & si elles ne le sont point, le plus fort l'emporte, & oblige le plus foible à se mouvoir contre sa propre inclination. Ainsi nous voyons que dans une balance, un poids ne peut

descendre sans que l'autre ne se hausse, & chacun faisant effort d'aller en bas à cause de sa pesanteur, tous deux demeurent en équilibre, lors qu'ils sont égaux : mais s'ils ne le sont point, le plus grand l'emporte, & contraint le plus petit de monter contre la nature & l'inclination des corps pesans.

### *II. Et dans d'autres corps.*

Si au lieu de mettre deux poids égaux dans les deux plats de la balance, on n'en mettoit qu'un d'un côté, & que de l'autre un homme prit le plat avec la main, & le tirât en bas, il pourroit se faire que cet homme tempérât en telle sorte la force dont il tire, qu'il soutiendrait le poids opposé, sans l'obliger de monter davantage, & sans lui permettre aussi de descendre. En ce cas, nous concevons que la force de cette main seroit égale à celle du poids; & si maintenant au lieu de ce même poids, on supposoit qu'une autre main tirât de son côté, avec autant de force que faisoit le poids; alors nous concevons une espece d'équilibre entre ces deux mains, qui tirant à forces égales, chacune de son côté, ne peuvent se surmonter l'une l'autre, & par conséquent demeurent sous deux immobiles.

### *III. Sont le sujet de la Statique.*

C'est donc de ces forces nécessaires pour mouvoir le corps nonobstant la résistance des forces contraires, qui agissent de leur côté pour empêcher ce mouvement; c'est, dis-je, de ces forces que nous devons traiter main-

tenant , & c'est cette Science que nous appelons la *Statique* , qui ne convient pas seulement à la force qui se rencontre dans les corps pesans , mais aussi à tout autre effort imaginable qui peut se trouver dans les corps. Il est vrai que comme il n'y a point de force qui ne puisse en quelque façon s'exprimer par la force des poids , on se sert ordinairement de l'exemple des corps pesans , pour faire entendre ce qui convient généralement à toutes sortes de forces tractives ou mouvantes. Et c'est ainsi que nous allons expliquer les loix de la *Statique* , en sorte que sous les mots de poids , d'équilibre , & de tout ce qui a rapport à la pesanteur des corps , nous pouvons entendre généralement les corps qui ont la force de mouvoir , qui s'empêchent ou qui se surmontent les uns les autres.

#### *IV. Centre de Gravité.*

*Le centre de gravité* ou de pesanteur d'un corps , est le point , d'où ce corps étant suspendu , demeureroit en équilibre. Si l'on attache un filet au bout d'un long bâton , & qu'on le suspende , il est bien manifeste que le bâton panchera ; mais si l'on attache le filet au milieu du bâton , on pourra si bien rencontrer , que le bâton étant suspendu , ne panchera plus ni d'un côté ni d'un autre , & y ayant une égale pesanteur dans les deux moitiés du bâton , il demeurera en équilibre. Et ce milieu de pesanteur , d'où le bâton suspendu demeure ainsi en équilibre , est le centre de gravité du bâton.

*V. Où il est dans un corps régulier.*

Si le bâton étoit tout uniforme , & parfaitement tourné en cylindre , aussi gros par un bout que par l'autre ; & que de plus, il fut d'une matière qui fût par tout également pesante , alors le centre de Gravité seroit le même que celui de la figure du bâton , c'est-à-dire , qu'en prenant le point du milieu de tout le bâton , on auroit aussi en ce même point le centre de Gravité ; puisqu'il est bien visible , que si on le suspendoit de ce point , il demeureroit en équilibre , y ayant une égale pesanteur de part & d'autre , appliquée de même manière , comme il y auroit une égale quantité de matière.

*VI. Et dans un irrégulier.*

Mais si le bâton étoit composé de diverses matières qui ne fussent pas également pesantes ; par exemple, si une moitié étoit d'ébène , qui est un bois fort pesant , & l'autre de sapin , qui est plus léger ; alors le centre de gravité ne seroit pas au milieu du bâton , puisque la moitié qui est d'ébène étant plus pesante , l'emporteroit par dessus celle du sapin , qui est plus légère ; ainsi pour trouver le centre de gravité , il faudroit avancer dans la moitié d'ébène.

*VII. Corps Homogènes & Hétérogènes.*

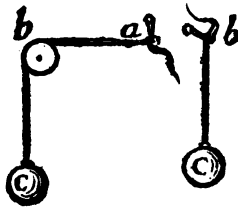
Les corps qui sont composés de matières , ainsi diverses en pesanteur, s'appellent *Hétéroga-*



mes, & ceux qui ne contiennent qu'une matière uniforme, & par tout également pesante, s'appellent *Homogenes*.

*VIII. Ligne de direction.*

La *ligne de direction* est la ligne par laquelle se fait la traction. Comme lorsque un poids *c*, étant suspendu par un filet *cb*, tire par sa pesanteur le clou *b* auquel le filet est attaché, la ligne de direction sera celle qu'on peut imaginer, passant par le clou, & allant droit en bas, telle qu'est le filet même



*bc*, parce qu'en effet le poids tire pour lors droit en bas selon cette ligne. Mais si le filet passant sur une polie *b*, va prendre à un clou *a* qui seroit à côté; alors la ligne de direction, à l'égard du clou *a*, sera la ligne *ab* qui ira de côté, & non pas en bas, parce qu'en effet le clou est tiré de côté, & non pas en bas.

*IX. Centre des Graves.*

Comme l'on remarque que les corps pesans tombent toujours en droite ligne vers le centre de la terre, lors qu'on les laisse tomber librement; on dit aussi que dans le centre de la terre est le *centre des graves*, c'est-à-dire, le point où tendent tous les corps pesans. De sorte qu'il faut bien distinguer le *centre de gravité*, d'avec le *centre des graves*, ou des corps pesans.

*X. Les lignes de direction des corps suspendus sont censées parallèles.*

Comme les lignes de direction de plusieurs corps suspendus vont droit vers le centre des graves, c'est-à-dire, vers le milieu de la terre ; toutes ces lignes se coupent en ce point, & par conséquent ne sont point parallèles entre elles, en parlant à la rigueur ; & c'est un paradoxe très-veritable, que les deux murailles opposées dans une salle sont plus épaisses & plus écartées l'une de l'autre au haut qu'au bas, si elles sont toutes unies, & faites exactement à la règle & au plomb : cela est vrai dans la rigueur mathématique ; mais cette différence est trop petite, pour pouvoir être remarquée par les sens. De sorte qu'ayant égard à ce qui nous est sensible, nous pouvons dire que ces murailles sont parallèles, & d'une égale épaisseur par tout. Et c'est ainsi que l'on peut supposer aussi, que toutes les lignes de direction des corps que nous voyons suspendu auprès de nous, sont parallèles entre elles.

*XI. Les corps descendent toujours quand ils peuvent.*

C'est une maxime générale, que les corps pesans descendent toujours autant qu'ils peuvent, c'est à dire, qu'ils vont toujours au lieu le plus bas, où ils peuvent aller, lors qu'ils ne sont point arrêtés par quelque autre corps qui s'oppose à leur descente. Ainsi mettant une boule sur le haut d'un toit, elle roulera en bas, parce qu'elle le peut, ne trouvant aucun obstacle qui

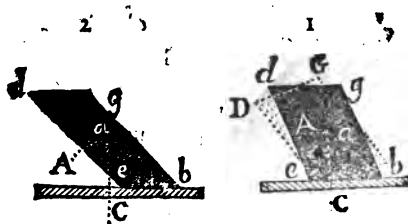
l'arrête ; car sa pesanteur la portant toujours en bas , il faut qu'elle y aille en cette rencontre.

*XII. Même sur un penchant.*

Il en faut dire de même d'un corps plat & bien uni , qui seroit posé aussi sur un toit , ou sur un autre panchant ; car ce corps plat ne trouvant rien qui l'arrête , & l'uniformité des surfaces ne l'empêchant nullement de glisser , il faut qu'il glisse jusqu'au bas.

*XIII. Un corps demeure lors qu'il ne peut se remuer sans que son centre de gravité ne monte.*

Quand on dit qu'un corps descend lors qu'il peut aller plus bas , il faut entendre cela à l'égard de son centre de gravité ; car c'est ce centre qui règle tout , puisque c'est en ce point proprement que se fait le principal effort de descendre. De sorte , qu'afin que le corps se meuve , il faut que le centre de gravité puisse descendre, autrement il ne bougera point. Aia-

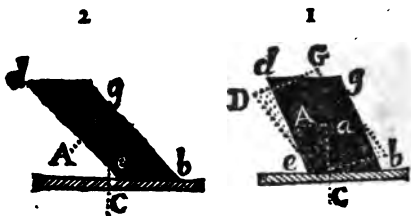


si le corps *gbed* de la première figure ét ut

posé sur une table, nous pourrions bien imaginer qu'il panchât vers  $D$  pour tomber ; mais parce que cela ne se peut, sans que son centre de gravité qui est en  $a$  ne se hausse vers  $A$ , le corps doit demeurer dans cette situation sans branler.

*XIV. Et lors que sa ligne de direction passe par sa base.*

D'où l'on voit, qu'afin qu'un corps demeure ferme sur une table, ou sur quelque autre appui que ce soit, il faut que son centre de gravité ne puisse descendre ; & pour cela, il suffit, lors que le corps qui soutient n'est point incliné, que sa ligne de direction, ( c'est-à-dire, la ligne qui passe de son centre de gravité vers le centre des graves ) tombe en quelque part dans la base même du corps. Et au contraire, si cette ligne tombe hors le pied, ou la base du corps, ce corps trebuchera infailliblement. Ainsi le corps  $a$  doit tomber dans la



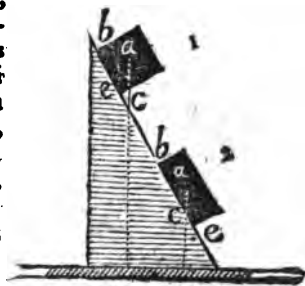
deuxième figure, parce que son centre de gravité étant en  $a$ , & sa ligne de direction  $ac$  tombant hors le pied  $eb$ , tout le corps  $a$  peut  
se

se pancher vers *A*, en sorte qu'insistant toujours sur le coin *e*, son centre *a* se mouvra vers *A*, décrivant une partie de cercle, dont le centre seroit *e*; & comme l'on voit aisément que le centre de gravité *a* seroit bien plus bas en *A*, sans qu'il soit besoin de le démontrer; il faut dire aussi que tout le corps trebuchera. Mais dans la première figure il demeurera, parce que la ligne de direction *ac* tombant au dedans du pied de ce corps *be*, ce même corps ne sçauroit pancher ni d'un côté ni d'un autre; par exemple, vers *D*, sans que son centre *a* ne montât vers *A*.

*XV. Quels corps glissent, & quels roulent sur un penchant.*

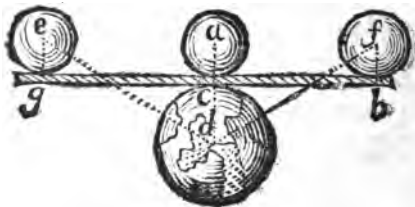
L'on voit encore que si la table qui soutient les corps est inclinée, ces corps doivent quelquefois rouler en descendant, & quelquefois glisser. Car si la ligne de direction *ae* tombe hors le pied *eb*,

(dès la première figure) le corps roulera; mais si elle tombe au dedans du pied, comme dans la seconde figure, le corps glissera; ce qui est assez manifeste.



## XVI. Un Globe sur un plan.

Par cette raison un Globe étant posé sur quelque plan que ce soit, doit perpétuellement rouler, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à un certain point, auquel seul il peut demeurer en



repos. Car imaginant le plan  $bg$  sur la terre  $d$ ; & tirant du centre des graves  $d$  une perpendiculaire  $dca$  vers le plan  $bg$ , nous verrons qu'un Globe pourra bien s'arrêter là, parce que sa ligne de direction  $acd$  passera par le point  $c$ , sur lequel s'appuye le Globe. Mais en quelque autre part que l'on se figure le globe, comme en  $e$  ou en  $f$ , il pourra descendre & rouler vers  $a$ , parce qu'alors sa ligne de direction  $ed$  ou  $fd$  passera hors le point d'appui  $g$  ou  $b$ . Ainsi l'on voit la verité de ces paradoxes, qu'on ne sçauroit marcher sur un plan, sans monter ou sans descendre; qu'un homme allant toujours vers un même endroit dans un allée toute platte descendra, quelquefois montera; qu'il pourra aller si avant dans cette allée, qu'il lui faudroit enfin grimper, & qu'il ne Pourroit plus se tenir.

*XVII. Un corps se soutient d'autant plus fermement, que sa base est large.*

L'on voit encore que plus le pied des corps sera large, plus aussi les corps seront-ils fermes, & se soutiendront plus inébranlablement; car pour les faire tomber, il faut les remuer, en sorte que leur ligne de direction vienne à sortir hors de leur pied, & alors ils tomberont de leur propre poids. Mais il est manifeste qu'il y aura bien plus de peine à tirer cette ligne hors le pied, quand ce pied sera fort large, que quand il sera fort étroit.

*XVIII. & XIX. Une aiguille ne peut se soutenir sur sa pointe.*

Ainsi quoique parlant à la rigueur, une aiguille puisse se soutenir toute droite, étant posée sur sa pointe sur une table de marbre, il n'est pas néanmoins possible qu'elle y demeure, parce que n'étant appuyée que sur sa pointe, qui est presque indivisible, le moindre effort du monde est suffisant pour l'ébranler, & pour faire sortir sa ligne de direction hors de ce pied, qui est si petit, quand elle y seroit une fois; & comme l'air est dans une perpétuelle agitation, cette agitation sera plus que suffisante pour commencer à mouvoir l'aiguille, & la déterminer à tomber.

*XX. Quelques grands corps se soutiennent quoique penchez, ou sur une base étroite.*

Il ne faut donc pas s'étonner, si quelques tours subsistent depuis plusieurs siècles, quoiqu'elles penchent tout d'un côté, & qu'elles semblent menacer de ruine; parce que ces tours peuvent avoir été bâties avec cet artifice, ou bien même cela peut être survenu par quelque accident imprévu, que le centre de tout le fait de ces grandes masses, s'appuye directement sur leur pied. De même, il ne faut pas s'étonner, si cet Obélisque prodigieuse de Rome se soutient inébranlablement sur son piedestal, sans y être autrement cimentée que par son propre poids: car quoique son pied soit fort étroit en comparaison de la hauteur, cette masse néanmoins est si lourde, & d'un poids si énorme, qu'il n'y a violence de vent assez forte pour l'ébranler suffisamment, & pour faire sortir la ligne de direction hors de la base.

*XXI. Loix de mécanique observées par les animaux & par les Peintres.*

Cette loi mécanique que je viens d'expliquer, s'observe exactement dans tous les effets de la nature; mais il y a quelque chose d'admirable dans la manière dont tous les animaux en usent, pour se soutenir & s'empêcher de tomber, de quoi nous parlerons en un autre endroit. Cependant, il faut remarquer généralement, que tout animal, en quelque postu-

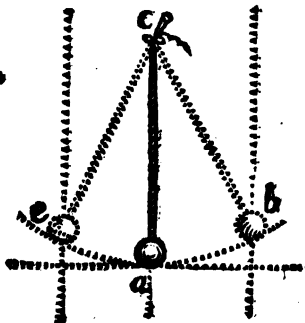


se qu'il soit, est tellement disposé, que la ligne de direction passe entre les pieds ou les mains qui le soutiennent; & si les Peintres & les Sculpteurs n'ont égard à cette règle, ils se rendent ridicules, & donnent aux animaux des postures qu'ils ne sçauroient avoir.

*XXII. Les corps suspendus demeurent en repos, quand ?*

Les corps qui sont suspendus demeurent en repos, lorsque la ligne de direction passe par le point d'où ils sont suspendus; & si on les tire de là, ils y reviennent d'eux-mêmes par leur propre poids. Par exemple, si le corps *a* est sus-

pendu au clou *c*, sa ligne de direction étant *ca*, il demeurera là; mais si on le tire vers *e*, ou vers *b*, il pourra descendre vers *a*; puisqu'il est bien visible que dans l'arc *cab*, dans lequel se mou-



voir le corps suspendu, le point le plus bas est *a*, & par conséquent le corps descendra vers ce point.

*XXIII. Un corps ne change point de pesanteur, pour changer de situation ou de figure.*

Nous devons faire reflexion qu'un corps ne change point en soi de pesanteur, pour changer de figure ou de situation. Ainsi une masse de plomb qui pese une livre lors qu'elle est ronde, pesera encore une livre lors qu'elle sera quarrée, soit qu'elle regarde le Midi ou l'Orient. Et si l'on posoit cette masse de plomb dans le plat d'une balance, on trouveroit toujours le même poids. Et de même, l'effort qu'elle feroit étant suspenduë libement à un clou par un filet, seroit toujours le même, quelque figure & quelque situation qu'elle puisse avoir.

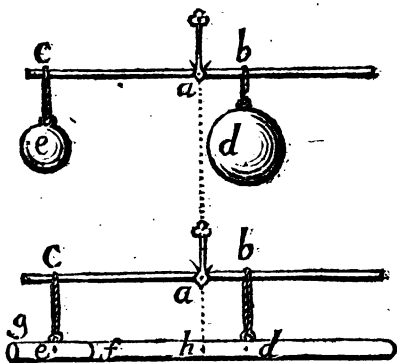
*XXIV. Un corps suspendu par un filet ou par une verge roidie tire également.*

Après avoir imaginé un poids suspendu à un clou par un filet, & en repos, nous devons aussi concevoir, que si ce filet venoit à se roidir, & à faire comme un même corps inflexible avec le poids, l'effort qui est fait à tirer le clou ne se changeroit nullement pour cela; puisqu'il est bien visiblé que la roideur ou la flexibilité du filet ne fait rien en ceci.

*Voici maintenant la plus importante proposition de la Statique.*

*XXV. Proposition fondamentale de la Statique.*

Deux poids suspendus des deux côtez d'une balance demeurent en équilibre, lors que les longueurs des bras de la balance d'où les poids suspendus sont en raison réciproque des poids. Je m'explique. Imaginons un bâton *bc* qui ait une anse ou un filet au milieu *a*, duquel on puisse le tenir & le suspendre comme une balance; soient de plus les deux poids *d* & *e* suspendus par les points *b* & *c*, en sorte que le poids *d* au poids *e* soit réciproquement com-



me la longueur *ac* à la longueur *ab*; c'est-à-dire, que si le poids *d* est double du poids *e*, la longueur *ac* soit aussi double de la longueur *ab*; ou bien si le poids *d* est triple du poids *e*, la longueur *ac* soit aussi triple de la longueur *ab*; ou bien enfin que quelque raison qu'ay le

poids  $d$  à l'égard de  $e$ , la longueur  $ac$  ait aussi la même raison à l'égard de la longueur  $ab$ ; je dis que les deux poids  $d$  &  $e$  seront en équilibre.

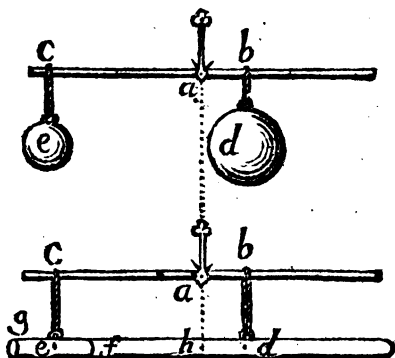
### XXVI. Démonstration.

Pour démontrer cette proposition, nous pouvons imaginer que les poids  $d$  &  $e$  changent de figure, & qu'ils sont tous deux rallongez, en telle sorte que tout le poids  $d$  soit étendu dans la figure  $of$  (fig. 2.) deux fois aussi longue que  $ac$ , afin que demeurant toujours suspendu par  $b$ , la moitié  $df$  soit égale à  $ac$ . De même, le poids  $e$  soit rallongé dans la figure  $gf$  deux fois aussi longue que  $ab$ , afin que demeurant toujours suspendu par le même point  $e$ , la moitié  $ef$  soit égale à  $ab$ ; ainsi ces deux poids rallongez de la sorte se toucheront dans  $f$ , puisque leurs moitiés  $of$  &  $df$  sont ensemble égales aux deux bras de la balance  $ab$ ,  $ac$ : c'est-à-dire, à toute la longueur  $bc$ , ou bien à  $de$ , qui est égale à  $bc$ ; parce que je suppose ici que  $de$  est parallèle à  $bc$ ; & que d'ailleurs les lignes  $bd$  &  $ce$  sont censées aussi parallèles (10.)

### XXVII. Démonstration.

D'ailleurs, comme nous pouvons supposer que ces deux poids sont d'une matière Homogène & également pesante; il faut qu'étant ainsi rallongez, ils se trouvent de même gros-  
 seur, & qu'ils fassent tous deux ensemble un prisme, ou comme un bâton tout uniforme. Car puisque tout le poids  $of$  est à tout le poids

$fg$  comme  $ac$  à  $ab$ , par l'hypothèse, ou comme la longueur  $of$  (double d' $ac$ ) à la longueur  $fg$  (double d' $ab$ ;) il faut que suivant les règles de la Geometrie des solides, l'épaisseur de ces deux prismes soit égale; parce que c'est une règle générale, que les prismes de même épaisseur sont entr'eux comme leurs lon-



gueurs; & de même, que les prismes qui sont entr'eux comme leurs longueurs, sont de même épaisseur. Ainsi donc les deux prismes  $of$  &  $fg$  étant entr'eux comme leurs longueurs  $of, fg$ ; il faut qu'ils soient de même épaisseur; & qu'ainsi ils fassent un prisme total, ou comme un bâton uniforme.

XXVIII. Démonstration.

Maintenant en considérant ce prisme total comme un poids unique & continu, nous trouverons que son centre de gravité devra être en  $b$ , que je suppose le point du milieu de tout le

corps  $og$ . ( 5. ) Or ce point  $h$  est perpendiculairement au dessous du point  $a$ , parce que toute la longueur  $og$  étant double de  $bc$ , sa moitié  $oh$  sera égale à la même  $bc$ ; & d'ailleurs  $od$  étant égale à  $ac$ , il faut aussi que  $d$  soit égale à  $ab$ ; ainsi  $d$  tombant sous  $b$ ,  $h$  tombera aussi sous  $a$ .

### XXIX. Démonstration.

Imaginant donc que tous les filets se roidissent, & considérant  $odbcog$  comme un corps unique & inflexible, en sorte néanmoins que toute la balance  $bc$  & les filets roidis soient considerez comme s'ils n'avoient aucune pesanteur; nous verrons que tout ce corps suspendu par l'anse  $a$  doit demeurer en repos, puisque la ligne de direction  $ah$  passe par son centre de gravité  $h$ , & par le point de suspension  $a$ . ( 22. ) Donc aussi les filets se ramolissant, & devenant flexibles, le tout demeurera en repos comme auparavant; ( 24. ) comme encore si nous concevons que le corps est divisé en  $f$ , puis qu'aussi bien le poids  $fg$  demeurera en la même situation, étant suspendu par son milieu & par son centre de gravité  $e$ , comme feroit aussi le corps  $of$ , qui est toujours suspendu par son centre de gravité  $d$ . Donc enfin imaginant que ces poids  $of$ ,  $fg$  sont racourcis & remis dans la première figure qu'ils avoient d'abord ( dans la 1. fig. ) ils demeureront aussi en repos, puisque chacun étant toujours suspendu du même point de la balance  $b$  ou  $c$ , tire de son côté de même manière en quelque figure qu'il soit mis, ( 23. ) & par conséquent ces deux corps demeurant ainsi en repos, ils sont

en équilibre ; ce qu'il falloit démontrer.

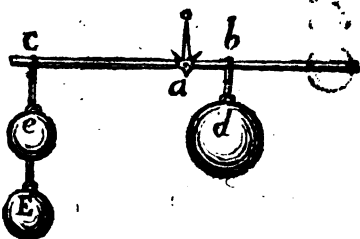
*XXX. Remarque sur la démonstration d'Archimede.*

Ceux qui ont quelque connoissance de ce que disent sur ce sujet les Interpretes & les Commentateurs d'Archimede , pourront remarquer que dans la démonstration que je viens de faire on évite toutes les difficultez auxquelles est sujette la démonstration ordinaire.

*XXXI. La longueur des filets d'où pendent les poids , ne fait rien.*

On peut faire là dessus plusieurs reflexions importantes. Comme qu'il n'importe de rien que les poids soient suspendus par des filets plus longs ou plus courts ; car il est bien manifeste ,

que si le poids *e* suspendu par le filet *ce* est en équilibre contre le poids *d* ; il le sera aussi , étant suspendu par le filet

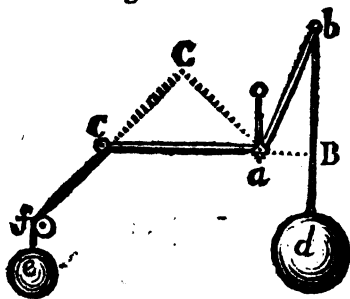


et *E*. Car quoiqu'il y ait quelque sujet de douter si les corps pesent plus lors qu'ils sont plus proche de la terre ; néanmoins , outre que cette difference qui se pourroit trouver dans ces petits filets est insensible , nous supposons que le

même poids ( & non pas seulement le même corps ) qui étoit appliqué en *e* , est maintenant appliqué en *E* ; & en ce cas , il est manifeste qu'il tirera avec le même effort le point *c* .

*XXXII. Comment se prend la longueur des bras de la balance.*

De plus, on peut remarquer que le bras de la balance , d'où le poids est censé qu'il est suspendu , se doit prendre en une ligne perpendiculaire à la ligne de direction. Par exemple ,



si le bras de la balance *ba* est recoudé, il faut imaginer la ligne horisontale *aB* qui va rencontrer perpendicu-

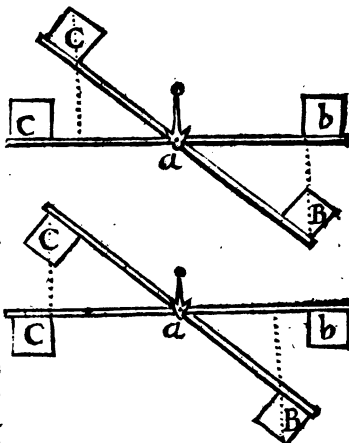
lairement la ligne de direction *bd* en *B* , & alors le poids *d* sera censé suspendu du point *B* , & le bras sera seulement *Ba* . De même , si le poids *e* tire un peu de côté par le moyen d'une polie *f* , continuant la ligne *fcC* , & tirant *aC* perpendiculaire , le bras de la balance sera censé *aC* , & non *ac* . De sorte que la longueur du bras se doit prendre depuis le centre de la balance jusqu'à l'endroit où la perpendiculaire coupe la ligne de direction du poids. Par exemple , ici les longueurs des bras sont *aB* & *aC* , & non pas *ab* & *ac* , ainsi les poids *d* & *e* seront comme *aC* & *aB* .



*XXXIII. Cas où une balance se remet d'elle-même dans son équilibre.*

On peut encore remarquer , que si les poids étant appuyez sur la balance , sont en équilibre , d'abord qu'on inclinera tant soit peu la balance d'un côté , le poids qui se trouvera de ce côté l'emportera , & fera entièrement trebucher la balance ;

parce que dans le biais de la balance la ligne de direction B tombera plus loin d'*a* , & la ligne C tombera plus près du même *a*. Au contraire , si les poids



sont attachez en dessous ; quoiqu'on fasse incliner un peu la balance , elle se remettra incontinent dans la situation horizontale ; parce que dans le biais de la balance , la ligne de direction B tombe plus près d'*a* , & la ligne C tombe plus loin , ainsi C l'emporte.

*XXXIV. Balances trompeuses.*

Il est aisé aussi de voir qu'on peut faire des balances trompeuses en plusieurs manières. Car si les bras de la balance sont d'inégale longueur, les deux plats faisant équilibre étant vuides, pourront encore demeurer en équilibre, en y mettant des poids inégaux. Ainsi en mettant une pistole légère dans le plat qui est suspendu au plus long bras, on croiroit qu'elle est de poids; mais on évite cette tromperie, en échangeant la situation, & en transportant la pistole à l'autre plat où étoit auparavant le poids, & le poids à celui où étoit la pistole. De même si les plats sont suspendus par des cordons, dont les bouts soient un peu plus bas que n'est le centre de la balance; elle demeurera en apparence en équilibre, quoiqu'il puisse y avoir plus de poids d'un côté que d'un autre.

*XXXV. Loix de l'équilibre observées dans les animaux.*

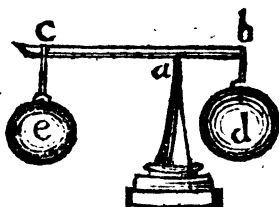
Enfin on peut remarquer l'industrie merveilleuse de la nature, & l'usage qu'elle fait des règles de l'équilibre, dans la composition du corps des animaux, dans leur consistance & dans leur mouvement; car elle a tellement fait le corps des animaux, que les pieds étant comme le centre de la balance, ou l'appui du levier, il y a de tous côtés un poids égal. Et c'est pour cela que toutes les parties qui sont doubles, sont l'une d'un côté, l'autre de l'autre également éloignées du milieu, comme les bras, les oreilles, les yeux, les reins: & les

parties qui sont simples, sont au milieu, comme le nez, la bouche, le menton : ou si elles ne sont pas au milieu, il y a quelqu'autre partie de l'autre côté qui les contrebalance, comme le foye & la rate, le cœur & les poulmons. De même, s'il y a par le devant des parties qui soient extraordinairement pesantes, il ne manque pas d'y avoir par le derrière d'autres parties qui fassent le contre-poids; & Galien a fait une belle remarque sur ce sujet. De plus, la nature a fait les animaux en telle sorte, que dans toutes leurs postures, ils entretiennent leur équilibre, en distribuant toujours également de part & d'autre tout le poids de leur corps. Ainsi ceux qui ont un gros ventre se penchent en arrière; au contraire, ceux qui sont bossus, ou qui portent quelque fardeau sur le dos, se courbent en devant. Quand nous nous baïssons pour ramasser quelque chose à terre, nous reculons un pied, ou du moins toutes les fesses; car autrement nous tomberions, y ayant plus de poids sur le devant : d'où vient qu'on ne sçauroit rien amasser à terre un peu avant, lorsque l'on met les talons joignant contre une muraille. De même, quand nous trebuchons, & que nous panchons d'un côté sur le point de tomber, nous étendons incontinent le bras ou la jambe de l'autre côté, afin que le bras ou la jambe étant ainsi éloignée au delà des pieds ou de la ligne de direction, ils ayent plus de force pour contrebalancer le reste du corps. Cet équilibre paroît encore dans les oiseaux qui volent; car leurs aïles servant d'appui & de centre, il y a toujours un poids égal de part & d'autre. Ainsi les oiseaux qui ont un long col, ont aussi de longues jambes, qu'ils étendent en arri-

se en volant , comme les cicognes. Quand les oiseaux veulent s'élaner en haut , ils avancent les aîles pour les faire aller vers la tête , afin qu'y ayant plus de poids vers la queue , la tête se hausse un peu , & soit dirigée en haut , où doit se faire le mouvement. Au contraire , quand ils veulent fondre en bas , ils retirent leurs aîles en arrière , afin que la tête penchant sur le devant , tout le mouvement se fasse en bas. Il y a mille reflexions semblables , que chacun peut faire aisément , & avec plaisir , pour peu d'attention qu'il y apporte.

*XXXVI. Levier ou balance appuyée.*

Le même effet de la balance paroîtroit encore , si au lieu de suspendre la balance , elle



étoit appuyée sur quelque pointe , sur laquelle elle pût librement se balancer. Et alors , on l'appelle plus proprement *Levier* , que *balance*.

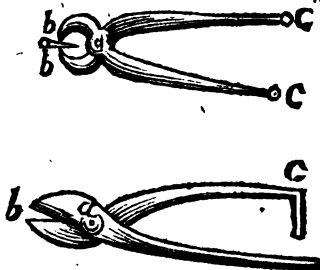
*XXXVII. Force des ciseaux , tenailles , pincettes.*

Par là on peut rendre raison de la force des ciseaux , des pincettes , des tenailles , & de semblables machines. Car ce sont autant de leviers , ou plutôt dans chacun de ces instrumens il y a une paire de leviers , dont le centre est le clou qui les lie ensemble ; & comme les

MOUVANTES.

249

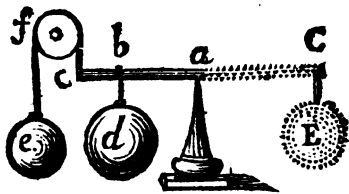
branches  
qu'on tient  
à la main,  
ſçavoir, *a c*,  
*a c*, ſont  
plus lon-  
gues que ne  
ſont les ſer-  
res *a b*, *a b*;  
auſſi la force  
qu'on appli-  
que à ces branches *c o*, a un grand effet.



XXXVIII. Levier appuyé à ſon ex-  
trémité.

Le levier peut avoir ſon appui dans une ex-  
trémité. Par exemple, imaginons une barre *e*  
*a* appuyée par l'extrémité *a*, & l'autre extré-  
mité *c* ſoit une corde, qui paſſant par deſſus  
une poulie *f* ſoit attachée au poids *e*, qui fera  
effort pour faire hauſſer le point *c* de la barre.  
Dans un autre point *b* de la même barre, ſoit  
ſuspendu le poids *d*, qui fera effort pour abaiſ-  
ſer ce même point *b* de la barre. Voilà donc  
deux efforts contraires. Si ces deux efforts de-  
meurent en

équilibre  
ſans ſe ſur-  
monter l'un  
l'autre, ils  
feront en  
raïſon reci-  
proque de  
leurs diſ-

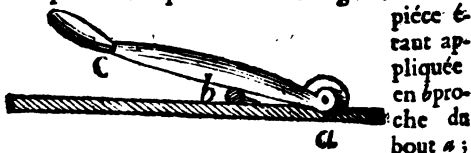


tances, c'eſt-à-dire, que comme la longueur *e*

$a$  est à la longueur  $ba$ , ainsi fera le poids  $d$  au poids  $e$ . Car imaginant que la barre est prolongée jusqu'en  $C$ ; en sorte que  $aC$  soit égal à  $ac$ ; & supposant que le poids  $E$ , égal au poids  $e$ , soit suspendu de  $C$ ; ce poids  $E$  fera autant d'effort pour abaisser le point  $C$ , & par conséquent, pour hausser le point  $c$ , que le poids  $e$  en fait pour hausser ce même point  $c$ . Ainsi au lieu d'appliquer le poids  $e$  en  $c$ , on peut l'appliquer en  $C$ , où il demeurera en équilibre contre le poids  $d$ ; & par conséquent ( 25. ) sera avec lui en raison réciproque des distances  $aC$ ,  $ab$ .

### XXXIX. Force d'une sorte de coin.

Ainsi l'on voit la force de ces sortes de coins, qui sont attachez par un bout, comme l'on peut remarquer dans cette figure. Car la

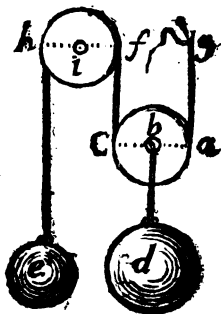


la force de la main en  $c$  aura d'autant plus d'effet, qu'elle sera plus éloignée d' $a$  que ne l'est la pièce  $b$ . De même on voit qu'une porte serrera avec une grande force, ce qui se trouvera proche des gonds; & que s'il y a deux hommes qui fassent effort, l'un pour ouvrir, l'autre pour fermer une porte, leur adresse consistera à s'appliquer le plus loin des gonds qu'il se pourra. De même on voit que nous avons plus de force à mordre entre les dents du fond des mâchoires, qu'avec celles de devant la bouche;

parce que les machoires se meuvent , comme autour d'un centre qui est vers le fond des machoires.

*XL. Des Poulies.*

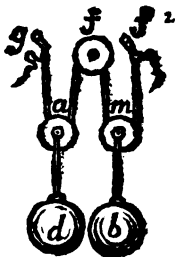
Soit une corde attachée à un clou fixe *g* , passant par-dessous une poulie *a* *c* ; & puis repassant par-dessus une autre poulie fixe *f* *b* , & soient les deux poids *d* & *e* suspendus, l'un par le centre de la poulie *b* , & l'autre par le bout de la corde ; ces deux



poids font effort l'un contre l'autre , & s'ils sont en équilibre , le poids *d* sera double de *e*. Car il faut considerer la poulie *a* *c* , comme un levier appuyé sur l'extrémité *a* ; & en effet , au lieu de la poulie imaginons une barre *a* *c* attachée par l'extrémité *a* à la corde *g* *a* ; ensuite une autre corde à l'autre extrémité *c* , par où l'on tire en haut , ou immédiatement par une main , ou par le moyen d'une poulie *f* *b* , & d'un poids *e*. Que si maintenant on suspend le poids *d* du milieu de la barre , il est clair ( 38. ) que la force appliquée en *c* contrebalançant à la force appliquée en *b* , ne sera que la moitié de *d*. Or il n'importe de rien que ce levier *a* *c* soit une barre étroite ou large, ronde ou carré : ce peut donc être une piece toute ronde comme une poulie. Il n'importe de rien.

non plus que la corde soit attachée en *a*, ou qu'elle se replie par dessous, pour remonter par *c* vers *f*; ainsi cette poulie est un levier, dont l'appui est au côté *a*. Pour ce qui est de la poulie *f*, elle n'augmente ni ne diminue en rien la force; parce que nous supposons qu'elle est attachée par son centre *i*, autour duquel elle roule. Ainsi c'est une balance qui a ses deux bras égaux *if*, & *ib*; de sorte que la force appliquée en *b* par le poids *e* pour tirer en bas le point *b*, aura le même effet que si elle étoit appliquée en *f* pour tirer en haut le point *f*.

*XLI. Equilibre dans les poulies.*



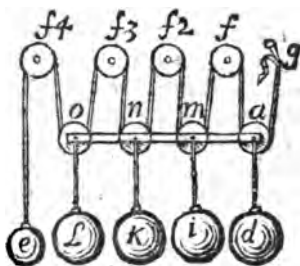
2. Soit la corde attachée par un bout au clou *g*; & par un autre au clou *f* 2. passant par les trois poulies *a*, *f*, *m*, dont *f* à la cheville fixe, les autres deux sont soutenus par la corde. Soient de plus les deux poids *d* & *b* égaux, pendus par les deux poulies *a* & *m*; je dis que ces deux poids seront en équilibre, & que le moindre effort suffira pour faire monter l'un, en tirant l'autre en bas; cela est assez manifeste. Et la même chose arriveroit, quand il y auroit un plus grand nombre de poulies *a*, *m*, *n*, *o*, &c. (figure suivante,) suspendus par une même corde, qui iroit repasser par autant de poulies *f*, *f* 2, *f* 3, *f* 4, &c. lesquelles auroient leurs chevilles fixes; car alors tous les poids *d*, *i*, *k*, *l*, &c. étant égaux



entre eux, ils seroient en équilibre, & pourroient au moindre effort monter ou descendre.

*XLII. Des Mouffles, ou des Poulies multipliées.*

Si à l'extrémité de la corde on attache le poids  $e$ , qui ne soit que la moitié d'un des poids  $l, k, \text{ \&c.}$  ce seul poids  $e$  sou-



tiendra en équilibre tous les autres poids  $l, k, i, d$ , quelque grand qu'en puisse être le nombre. Car si la corde étoit fixement attachée en  $f_3$  il seroit en équilibre avec  $l$  (40.) mais  $k$  &  $l$  étant en équilibre par la précédente, ils tirent également de part & d'autre pour faire tourner la poulie  $f_3$ . chacun de son côté. Ainsi leur effort étant égal, la poulie demeure immobile, comme si elle étoit fixement attachée. De sorte que la corde  $f_3 o$  peut être censée fixement attachée en  $f_3$ . car en effet les autres poids  $k, i, d$ , n'agissent pas plus sur elle pour la tirer, que si leurs poulies étoient entièrement immobiles, & que les cordes fussent attachées en  $f_3, f_2, \text{ \&c.}$  Or si ces cordes étoient ainsi attachées, le poids  $e$  seroit en équilibre avec le poids  $l$  (40.) dont il l'est aussi, entore que la corde passe librement par dessus les poulies  $f_3$ .

254 DES FORCES  
f 2. &c. ainsi le moindre effort qui pousseroit  
en bas , suffiroit pour faire monter l.

### XLIII. Forces des poulies séparées.

Pençons maintenant que tous ces poids  $l, k, i, d$ , ont entre eux une telle connexion, que dès-lors qu'un se hausse, les autres aussi se doivent hausser; ce qui se peut entendre, si nous imaginons que les poulies sont liées par une barre qui traverse; ou bien qu'elles sont toutes renfermées dans une cassette. Alors il n'y aura pas plus de peine à lever tous ces poids, qu'à lever le premier; parce qu'étant tous en équilibre, ils ne font aucune résistance à monter ou à descendre, comme nous avons montré (41.) ainsi supposé qu' $e$  eût la force de faire monter le premier poids  $l$ , au cas que ce poids  $l$  fût seul, ou que toutes ces poulies  $f$  fussent immobiles, il l'auroit aussi pour faire monter tous les autres poids  $k, i, d$ , puisque ceux-ci ne sont comptez pour rien, ne faisant aucune nouvelle résistance; de sorte que toutes ces poulies  $o n m a$ , étant ainsi attachées dans une cassette, aussi tôt qu'une de ces poulies  $o$  montera, les autres monteront aussi sans résistance, & par conséquent feront monter les poids qui lui sont attachés.

### XLIV. Forces des poulies jointes ensemble.

Que si enfin l'on imagine que tous ces poids  $l k i d$  sont ramassés en un seul poids, on voit bien qu'ils ne feront pas plus de résistance étant ainsi unis, & qu'ainsi un petit poids  $e$  en

MOUVANTES. 239

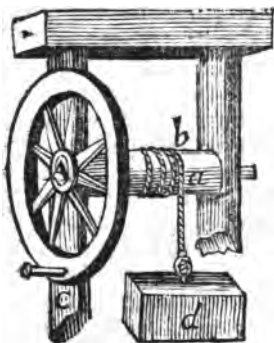
pourra soutenir en équilibre un incomparablement plus grand soutenu par le moyen de plusieurs poulies disposées de la maniere qui vient d'être décrite.

*XLV. La force est comme l'unité au nombre des poulies suspendues.*

Il est aisé de remarquer que la proportion des forces qui se tiennent en équilibre dans les poulies, est comme l'unité au double du nombre des poulies suspendues, comme ici y ayant quatre poulies *n, m, n, o*, le poids *e* d'une livre soutiendra en équilibre un poids total *d i k l* de huit livres; & un seul homme tirant la corde par *e*, résistera à huit hommes, qui tiroient la cassette des poulies *n o*.

*XLVI. De l'aissieu d'une rouë.*

Soit la rouë *A* *C*, son aissieu *A* *a*, autour duquel estroulée unecorde qui porte le poids *d*. Unemain est apliquée à la manivelle *C*, pour tourner la rouë, & faire monter le poids *d*. Comme la main est apliquée à une grãde distance du cẽtre *A*, & que le poids au contraire est appliqué à une petite distance

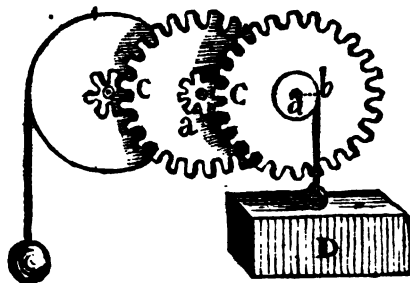


298. DES FORCES

du centre  $a$ , ſçavoir  $ba$  ; une petite force en  $C$  contrebalancera à une grande en  $b$  ; & les deux forces qui ſe tiendront en équilibre , feront comme  $CA$  à  $ba$  , c'eſt-à-dire, comme la grandeur ou le diametre de la rouë à la grandeur ou au diametre de l'aiffieu.

*XLVII. Des rouës à dents.*

Par le moyen des rouës à dents, on augmen-



te prodigieusement la force ; car ſi la premiere rouë a ſon demi-diametre  $AC$  ſix ou dix fois auſſi grand que ſon aiffieu  $AB$  ; une force d'une livre appliquée en  $C$  contrebalancera le poids  $d$  de ſix ou de dix livres. Mais ſi cette premiere rouë engraine dans le pignon  $a$  d'une deuxieme rouë , enſorte que cette deuxieme rouë ſoit auſſi ſix ou dix fois plus grande que ſon pignon ; une force d'une livre appliquée en  $c$  à la circonſerence de la deuxieme rouë, fera autant qu'une force de ſix ou dix livres, qui ſeroit appliquée au pignon  $a$  ; & cette même force de ſix ou de dix livres du pignon  $a$  s'apliquant à la circonſerence de la premiere rouë

$C$ ,

C, fera autant qu'une force encore six ou dix fois plus grande appliquée en B. Ainsi une livre en *c* contrebalancera à trente-six ou à cent livres en B. Que si on ajoute une troisième, ou une quatrième rouë, qui ayent aussi leurs diametres six ou dix fois aussi grands que leurs pignons, la force multipliera toujours par six ou par dix; ensorte qu'une livre *e* appliquée à la circonférence de la quatrième rouë, contrebalancera à mille deux cens quatre-vingt-seize, ou à dix mille livres appliquées en B.

*XLVIII. Machine pour enlever la Terre.*

On voit bien qu'en multipliant les rouës, on pourroit lever un fardeau aussi lourd que toute la Terre, si l'on pouvoit arrêter la machine en quelque part, & avoir des cables assez forts. Et qu'ainsi ce n'étoit pas une proposition faite en l'air & sans raison, que celle d'Archimede, de qui l'on rapporte qu'il demandoit un point hors de la Terre, pour l'enlever toute entière de sa place.

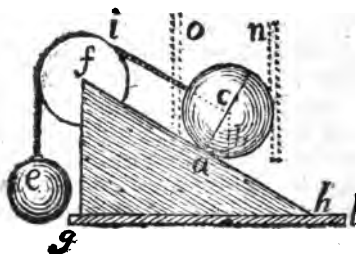
*XLIX. La force dans les rouës est multipliée comme leurs tours.*

Afin que les rouës puissent jouer, il faut nécessairement que les dents des pignons soient égales aux dents de la rouë, les entre deux des dents doivent aussi être égaux: ainsi le nombre des dents des pignons & des rouës sera toujours proportionnel à leurs grandeurs; & si la rouë est dix fois plus grande que le pignon, elle aura dix fois plus grand nombre de dents,

& par conséquent le pignon fera dix fois plus de tours que la rouë. De sorte que pour mesurer la force des rouës, il ne faut que sçavoir le nombre des dents, & voir combien de tours fait un pignon, lorsque la dernière rouë fait un tour. Par exemple, si l'on trouve ici que le pignon de la troisième rouë fait trente-six tours, quand l'aisieu *AB* de la première rouë en fait un, on doit conclure qu'une livre appliquée au troisième pignon contrebalanceroit à trente-six livres appliquées à l'aisieu *B*; & si une livre appliquée à la circonférence de la troisième rouë, qu'on suppose encore six fois plus grande que son pignon, elle aura encore six fois plus de force, & contrebalancera à deux-cens-seize livres pendues par *B*.

### *L. Du plan incliné.*

Soit le plan horizontal *g h*, c'est-à-dire, une table mise à niveau, qui ne panche ni d'une part ni d'une autre. Soit encore le plan incliné *h f*, c'est-à-dire, une table qui panche d'un côté. Une boule mise sur ce plan est arrêtée par le moyen d'une corde *c i*, qui étant



parallèle au plan incliné, & passant par dessus la poulie, soit un poids *e*; en sorte que ce poids *e* ti-

rant de son côté pour faire monter la boule, & la boule de sa part résistant par sa pesanteur, il se fait un équilibre. Je dis que le poids qui s'appuye ainsi sur le plan incliné, pesera plus que le poids qui est suspendu en l'air; & que tirant une perpendiculaire  $fg$  à l'horizon, le poids  $c$  sera au poids  $e$ , comme  $hf$  est à  $fg$ .

*L. I. Force d'un poids sur le plan incliné.*

Car imaginons que tout le poids de cette boule est ramassé dans une ligne ou dans un bâton  $ac$ , perpendiculaire au plan  $bf$ , qui a son centre de gravité en  $c$ , comme l'y avoit la boule, & qui est appuyé en  $a$  comme l'étoit aussi la boule. Il est visible que la corde  $ic$  sera tirée par le poids de ce bâton, de même qu'elle l'étoit par la boule. Imaginons encore que ce bâton est non seulement appuyé sur le bout  $a$ , mais qu'il y est comme attaché; en sorte néanmoins qu'il puisse y tourner comme sur un pivot, pour se pencher vers  $b$ , ou pour se hausser vers  $i$ . Tirons l'horizontale  $ab$ , & la perpendiculaire  $cb$ , nous pouvons considérer  $ac$  comme une balance, dont le centre est  $a$ , un bras  $ac$ , en sorte que le poids  $e$  est appliqué en  $c$ , & le tire perpendiculairement vers  $i$ ; l'autre bras est  $ab$ , en sorte que le bâton  $ac$  est appliqué au point  $b$  (32.) Ainsi le poids  $e$  tirant d'un côté, & le bâton tirant d'un autre, & ces deux corps demeurant en équilibre, il faudra que le poids du bâton  $ac$  soit au poids  $e$ , comme la distance  $ac$  à la distance  $ab$  (25. ou 32.) or  $ac$  est à  $ab$ , côme  $hf$  à  $fg$ ; parce que ces deux triangles  $bc$  &  $fgb$  sont semblables. Car ils ont pre-

mierement un angle droit  $b \& g$ ; ensuite l'angle  $b a h$  étant égal à l'angle  $a h g$  ( Geom. 1. 31.) il faut que leurs complemens  $b a c$  &  $h f g$  soient égaux. Il est manifeste que la boule fait le même effet que seroit ce bâton ainsi appliqué: donc aussi le poids de la boule est au poids  $e$  comme  $h f$  à  $f g$ ; ce-qu'il falloit démontrer.

*LII. Remarque sur une loi du mouvement  
proposée au Discours du mouvement  
Local.*

Avant que de passer outre, il est bon de faire ici quelque reflexion, qui peut servir d'éclaircissement, pour l'intelligence d'une loi de mouvement, qui a paru fort étrange à plusieurs de ceux qui l'ont vûe dans le Discours du mouvement Local. Après avoir établi dans cet ouvrage ce qu'on a crû qui arriveroit aux corps dans les percussions, on a avancé au §. 31. que tout cela s'observeroit, lors même que les corps qui se rencontrent seroient inégaux, quoique l'expérience, comme on l'a fait remarquer dans ce même endroit, nous montre le contraire; puisque nous voyons qu'une petite boule venant à en frapper une plus grande, ne lui donne pas toute sa vitesse. D'où vient que la plupart de ceux qui ont traité de ces regles de percussion, ont distingué la vitesse d'avec le mouvement, & ils ont crû qu'un égal mouvement communiqué à un corps deux fois plus grand, ne doit faire qu'une vitesse deux fois plus petite. Car comme une certaine quantité de sel jeté dans un demi seceau d'eau, doit faire une salure deux fois plus grande que si la même quantité étoit



jetée dans un sceau d'eau tout plein ; aussi ces Messieurs pensent que la même quantité de mouvement étant distribuée à deux fois plus de parties, & à un corps deux fois plus grand, doit faire une vitesse deux fois plus petite ; & qu'ainsi un petit corps ne pouvant donner à un grand corps, qu'il rencontre tout au plus que son mouvement, il ne peut lui donner toute sa vitesse, puisqu'il ce mouvement doit faire une vitesse à proportion d'autant plus petite, qu'il est distribué à plus de parties, & à un plus grand corps.

*LIII. Le mouvement ne se distribue pas aux parties du corps, comme le sel aux parties de l'eau.*

Je ne sçai pas quelle idée on a du mouvement quand on le considère ainsi comme du sel, qui étant distribué dans plusieurs parties du corps, y fait une vitesse, comme de la salure, plus grande ou plus petite, à proportion de la multitude des parties du corps où il est distribué. Je ne conçois point que le mouvement soit communiqué ou distribué, sinon en ce que l'on vient à faire mouvoir quelque corps, & toutes ses parties : une petite boule ne transporte pas son mouvement dans une autre boule qu'elle frappe, mais en frappant elle la meut. La question est maintenant de sçavoir, si elle en peut mouvoir également une grande & une petite ; & il me semble que dans la supposition que nous avons faite, & où nous convenons tous, à considérer les corps comme dans le vuide, sans pesanteur, sans légèreté, & sans aucun autre empêchement : il me semble, dis-je, assez manifeste que

dans ce cas il ne faut pas plus de force à mou-  
 voir un grand corps, qu'à en mouvoir un petit;  
 & qu'il n'y aura pas plus de peine à mouvoir  
 dix parties, qu'à en mouvoir cinq, puisque ni  
 les cinq, ni les dix ne font aucune résistance. Et  
 certainement, puisque une boule en frappant con-  
 tre une autre boule qui lui est égale, peut la  
 mouvoir, & en la mouvant, lui donner toute sa  
 vitesse, comme tout le monde en convient; si  
 nous venons à considérer cette seconde boule  
 jointe à une troisième qui n'ajoute aucune nou-  
 velle résistance; n'est-il pas visible que la mê-  
 me force qui suffisoit pour mouvoir cette secon-  
 de boule, quand elle étoit seule, suffira aussi pour  
 la mouvoir avec la même vitesse, quand elle est  
 jointe à cette troisième, qui n'apporte aucune  
 nouvelle difficulté? Il est bien vrai que dans  
 l'état où nous sommes, nous avons plus de  
 peine à remuer une grosse pierre, qu'à en re-  
 muer une petite; mais il n'y a personne qui ne  
 sçache que cela vient de la résistance que cause  
 la pesanteur de ces pierres. Car si la grande pier-  
 re n'étoit pas plus pesante que la petite, il n'y a  
 point de doute que nous la pourrions mouvoir  
 avec la même facilité.

*LIV. Ce que dit M. Descartes de la  
 résistance des corps dans le repos,  
 n'est pas raisonnable.*

M. Descartes soutient que les corps sans au-  
 cune pesanteur, ont d'eux mêmes la force de  
 s'attacher dans le lieu où ils sont en repos, en-  
 sorte qu'il y a de la peine à les arracher de là;  
 mais cela est inconcevable: car le moyen de  
 concevoir, qu'un corps puisse s'attacher dans le

vuidé à un lieu où il n'y a rien, où du moins où il n'y a rien de ferme & de solide? Afin qu'un corps s'attache & adhère en quelque part, il faut qu'il y trouve quelque corps solide & inébranlable, auquel il puisse s'accrocher, comme fait l'anchre d'un navire qui s'attache sur le roc. Mais quel moyen qu'un vaisseau s'attache inébranlablement au milieu de la mer sur la fluidité de l'eau où il flotte? Par quel lien un corps suspendu au milieu de l'air, pourroit-il se cramponer là sans branler, & y résister à quiconque viendrait s'efforcer de lui faire changer de place; à plus forte raison, comment peut-on s'imaginer qu'un corps puisse s'accrocher dans le vuide pour y demeurer inébranlable, & résister à tout ce qui feroit effort de le tirer de là; Certainement, j'ai bien de la peine à me persuader que ces Messieurs conçoivent clairement ce qu'ils disent en ceci, eux qui font profession de ne rien avancer qui ne se puisse concevoir aisément. Mais sans m'arrêter davantage à faire voir combien peu intelligible est ce sentiment de Monsieur Descartes; j'espère que dans la suite de ces discours de Méchanique, on verra qu'il est entièrement contraire à la nature. Nous ne sçaurions imaginer dans les corps aucune résistance de leur part plus forte & plus efficace que celle que nous expérimentons qu'ils font par leur pesanteur; cependant je me fais fort de démontrer dans le discours du mouvement des corps pesans, qu'un petit grain de sable, en tombant sur un plat de balance, feroit lever l'autre plat, où seroit un autre poids aussi lourd, si vous voulez, que toute la terre, & lui donneroit toute la vitesse qu'il avoit lui-même en descendant; & je tiendrai tout cela si plausible,

& le confirmerai même par tant d'expériences, que j'espère qu'on ne trouvera plus étrange ce que j'ai avancé dans ce §. 31.

*LV. Qu'un petit corps peut donner toute sa vitesse à un grand corps.*

Cependant pour me servir maintenant de ce que je viens d'établir dans ce discours touchant les plans inclinez. Nous pouvons considérer les poids homogènes  $e$  &  $c$  (fig. de la page 249.) qui étant en équilibre, sont néanmoins fort inégaux, en sorte que  $c$  peut être dix fois & cent fois plus grand que n'est  $e$ . Dans ce cas, si nous venons à ajouter quelque chose, pour petit qu'il soit, au poids  $e$ , ce poids l'emportera, & en descendant il fera monter avec une égale vitesse l'autre poids  $c$ . Il est donc visible que ce petit corps  $e$  peut non seulement mouvoir un corps dix fois & cent fois plus grand que lui, mais encore lui donner toute sa vitesse, ce qui suffit pour démontrer ce que je prétendois.

*LVI. Un corps plat sur un plan incliné.*

Si au lieu d'une boule nous imaginons un corps plat, & que les surfaces de ce corps & du plan incliné fussent si polies, que ce corps pût glisser sans nulle résistance; nous concevriens que ce corps feroit le même effort que la boule pour descendre; & toute la différence que nous remarquons maintenant, lorsque nous voyons qu'une boule descend plus aisément que ne fait un corps plat, vient de ce que les surfaces ne sont jamais si polies, qu'elles n'aient quelque rudesse, qui fait que l'une racle contre l'autre,

tre , & est par ce moyen un peu empêchée dans le mouvement.

*LVII. Proportion de la force à descendre dans le plan incliné.*

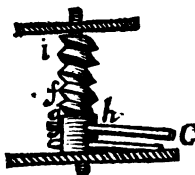
Ainsi généralement on peut poser que l'effort que fait un corps à descendre par un plan incliné  $fb$ , est à toute sa pesanteur, comme la perpendiculaire  $fg$  (fig. de la page 248.) au plan incliné; ou bien comme le sinus de l'angle d'inclination  $fbg$ , est au sinus total.

*LVIII. Du Coin.*

Par là on connoît la force du Coin; car imaginant tout le corps  $fbg$  (fig. de la page 259) comme un coin; si au lieu d'imaginer que le poids  $c$  est tiré en haut vers  $f$ , on suppose que le coin est poussé vers  $l$ , tandis que le corps  $c$  est renfermé dans une coulisse  $no$ , dans laquelle il peut hausser ou baisser; il est évident que le corps  $c$  résistera par sa pesanteur, & fera effort pour empêcher ce mouvement du Coin. Cet effort sera le même que celui qu'il faisoit pour s'empêcher d'être porté lui-même vers  $f$  dans les propositions précédentes, car il est bien visible que ce sera toujours la même résistance, soit que le Coin demeurant immobile, le corps  $c$  monte vers  $f$ , ou que le corps  $c$  demeurant enfermé dans la coulisse  $no$ , le Coin soit poussé vers  $l$ . Ainsi la force qui suffiroit pour porter le corps  $c$  en haut vers  $f$ , suffira aussi pour pousser le Coin vers  $l$ . De sorte que le Coin se pourra pousser d'autant plus facilement, qu'il sera plus aigu, & que sa face  $bf$  sera plus longue à proportion de sa base  $fg$ .

## LIX. De la Vis.

La force de la Vis se connoît encore par là, puisque la Vis n'est autre chose qu'une surface inclinée, entortillée autour d'un arbre ou d'un aiffieu. Ainsi imaginant qu'un corps qui resiste



au mouvement d'en haut est appliqué en  $h$ , au bas du premier tour de la Vis, en tournant la Vis d'un demi-tour, on contraindrait ce corps de monter jusqu'à la hauteur  $f$ ; & la force qu'il

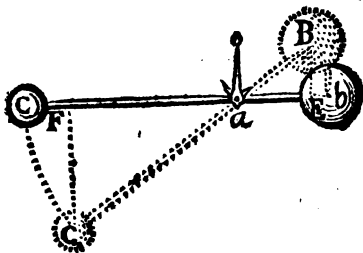
faudroit employer pour cela seroit à sa résistance, comme la hauteur  $gf$  à la longueur du demi-tour  $hf$ ; ou comme toute la hauteur de la Vis  $gi$ , à toute la longueur entortillée des spires de la Vis. Que si l'on ajoute un traversier à cette Vis comme une barre  $c$ , on augmentera encore la force de la Vis, d'autant plus que cette barre sera plus longue, & que la main sera appliquée plus loin de l'aiffieu.

## LX. De la Vis sans fin.

On fait encore une Vis qui engraine dans une rouë à dents; & c'est ce qu'on appelle la Vis sans fin. Car la tournant avec une manivelle, elle fait tourner la rouë, & cela avec une très-grande force.

**LXI.** *En toute machine le mouvement est proportionnel à la force.*

Dans toutes ces forces mouvantes on peut remarquer que le mouvement perpendiculaire que font le poids en même tems pour monter ou pour descendre, est toujours réciproquement proportionnel aux mêmes poids. Par exemple, dans la balance *b a c*, le petit poids *c* des-



cendant dans l'arc *cC* en même tems que le grand poids *b* monte dans l'arc *bB*; on voit bien que la hauteur perpendiculaire *CF* est à la hauteur *BE* comme le bras *ac* au bras *ab*; c'est-à-dire, ( en suposant que ces deux poids sont en équilibre ) comme le poids *b* au poids *c*; & il est fort aisé de montrer cela dans les poulies & dans toutes les autres machines.

**LXII.** *Principe de Méchanique pris du tems & du mouvement.*

Aussi quelques-uns en ont fait un principe pour démontrer la raison de toutes les forces mouvantes; & il semble bien évident, qu'il ne faut ni plus ni moins de force pour porter

un poids de cent livres à un pied de haut , que pour en porter un d'une livre à cent pieds de haut : de sorte qu'un poids d'une livre descendant de la hauteur de cent pieds , contrebala-ncera à un poids de cent livres dans la hauteur d'un pied. Ce principe a quelque chose qui ne satisfait pas si parfaitement l'esprit , qu'il suffise pour faire des démonstrations. Il est néanmoins tres veritable , & après les démonstrations que je viens de faire touchant les Forces Mouvantes, on peut le mettre hardiment comme indubitable.

*LXIII. Le mouvement perpetuel par mécanique est impossible.*

D'où l'on peut faire voir que ceux-là perdent leur tems , qui cherchent le moyen de faire le mouvement perpetuel par la Statique. Pour cela il faudroit necessairement que de certains corps descendissent , & que d'autres montassent , en sorte que les mêmes qui sont une fois montez , soient aussi ceux qui descendent après, pour perpetuer ainsi le mouvement , par une succession & une circulation continuelle. Mais il est manifeste que dans ces rencontres tout ce qui descend , doit monter. Si ce qui doit monter est égal à ce qui doit descendre en même-tems , il n'est pas possible que le mouvement se fasse de lui-même , puisqu'un poids égal ne peut pas de cette sorte en surmonter un autre égal. Si ce qui descend est plus grand que ce qui monte en même-tems , il faut necessairement que la vitesse de ce qui descend soit à proportion plus petite ; en sorte que comme le poids qui descend est à ce ui qui monte , ainsi



soit la vitesse de celui qui monte à la vitesse de celui qui descend : autrement la succession ne pourroit pas être perpétuelle , & il monteroit plus de corps qu'il n'en descendroit , ou au contraire, il en descendroit plus qu'il n'en monteroit ; & ainsi la machine seroit bientôt épuisée. Que si la vitesse de ce qui descend est à la vitesse de ce qui monte , en raison réciproque des poids ou des corps , il y aura équilibre , & rien ne bougera.

*LXIV. Exemple qui démontre l'impossibilité du mouvement perpétuel.*

Il est bon de rapporter un exemple. J'ai vu une personne qui croyoit avoir trouvé le mouvement perpétuel en cette manière. Soit une rouë qui puisse tourner très-librement autour de son aissieu fixe *a*. Dans cette rouë il y a un petit canal fait en volute partant du centre

*a* , & faisant plusieurs tours jusqu'à la circonférence , après quoi ce canal revient en demi cercle par *f* *g* jusqu'au centre *a* ,



où il se rejoint à l'œil de la volute. Imaginons une bale de plomb , ou une goutte de vis-

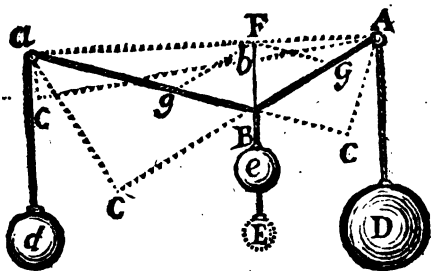
argent dans le commencement de la volute *b*, cette goûte, ou cette bale suivant la pente de la volute, descendra au plus bas lieu, & fera tourner toute la rouë. Après que la rouë a fait un tour, & que la bale est descenduë en *c*, mettez une autre bale encore en *b*; alors ces deux bales feront tourner la rouë encore plus vite; & quand après un second tour les deux bales se trouveront en *d* & en *e*, mettez-en encore une troisième en *b*, & puis derechef une quatrième après un troisième tour, & une cinquième après le quatrième tour. Le cinquième tour commençant, la bale qui avoit été mise la première sera emportée en *f*; & si la rouë continue de tourner, cette même bale coulera par *g*, & reviendra ainsi au commencement de la volute *a* ou *b*, & recommencera à descendre, & à faire tourner la rouë. Cette personne croyoit que la rouë devoit continuer de tourner, parce que, disoit il, il y a quatre bales *b*, *c*, *d*, *e*, qui font effort pour descendre, & pour faire tourner la rouë, au lieu qu'il n'y a qu'une seule bale en *f* ou en *g* qui monte & qui résiste au mouvement de la rouë: Or quatre bales, disoit-il, en surmonteront bien aisément une seule. Mais il est bien manifeste que cette bale unique qui monte, monte quatre fois plus vite que les autres quatre bales ne descendent, & que le même chemin qu'a fait une bale en descendant en quatre tours, doit être fait après en montant en un seul tour. Ainsi chacune de ces bales qui descendent, n'agira que de la quatrième partie de la force dont agit celle qui monte, & par conséquent celle-ci contrebalancera à toutes les quatre.

*LXV. Cette démonstration se peut appliquer à tout autre exemple.*

Cet exemple est fort propre pour faire comprendre l'impossibilité du mouvement perpétuel : car on peut en appliquer le discours à tout autre exemple possible, où l'on voudroit faire monter quelque liqueur, ou quelque autre corps, par la propre pesanteur de quelques autres poids, ou de quelques autres parties de liqueur qui descendroient, & qui devroient ensuite remonter elles-mêmes pour perpétuer le mouvement par une circulation continuelle.

*LXVI. Des poids suspendus au milieu d'une corde attachée par les deux bouts.*

Imaginons une corde passant par - dessus

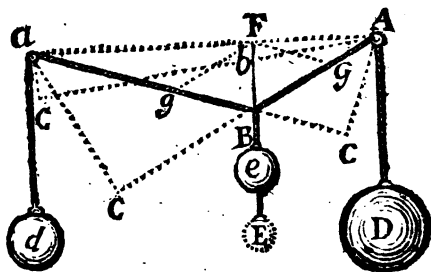


deux poulies a & A, & soutenant par les deux bouts les deux poids d & D. Soit de plus un

troisième poids *e* suspendu du point B de la même corde entre les deux poulies, & que tout cela demeure en équilibre, en sorte que la corde se replie en B, & fasse l'angle *a* B A. Pour mesurer la proportion des poids, continuons la ligne de direction *e* B jusqu'en F. Tirons FG, Fg, parallèles aux deux cordes *a* B, A B. Je dis que le poids *e* est au poids D, comme la ligne BF à la ligne BG, & que le même poids *e* est au poids *d*, comme la ligne BF est à la ligne Bg; & que par conséquent D. *d* :: Bg.

*LXVII. Démonstration de leur force.*

Pour le prouver, imaginons que les lignes

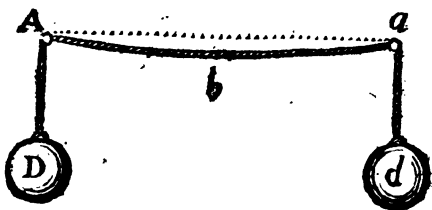


A C, *ac* tombent perpendiculairement sur les cordes *a* B C, A B c, prolongées, s'il en est besoin. Imaginons de plus qu'une de ces cordes, par ex. A B, est roidie comme une barre de fer, en sorte néanmoins qu'elle puisse tourner sur le bout A, pour s'élever vers A F, ou pour s'abaisser vers A C. Le poids *e* suspendu de B

tirera en bas cette barre , & sa force se mesurera par la ligne  $AF$  ( que je suppose perpendiculaire à  $BF$  ) comme s'il étoit suspendu d' $F$ . ( 32. ) Mais le poids  $d$  attaché aussi à  $B$  par la corde  $Bd$ , tirera la barre en haut , & sa force se mesurera par la ligne  $AC$ , comme s'il étoit attaché en  $C$ . ( 32. ) Ainsi les deux poids  $e$  &  $d$  demeurant en équilibre,  $e$  sera à  $d$ , comme  $AC$  à  $AF$ . ( 25. ou 32. ) c'est-à-dire , comme le sinus de l'angle  $ABC$  au sinus de l'angle  $ABF$  : Car si du point  $B$ , comme du centre, on tiroit un cercle par  $A$  ;  $BA$  seroit le rayon, ou le sinus total, &  $AC$  le sinus de l'angle  $ABC$ , &  $AF$  le sinus de l'angle  $ABF$ , ( *Geom.* 4. 9. ) mais d'ailleurs  $Fg$  étant parallèle à  $AB$ , l'angle  $FgB$  est égal à l'angle  $ABC$ , & l'angle  $BFG$  à l'angle  $ABF$ . ( *Geom.* 1. 31. ) Donc ( *Geom.* 9. 36. )  $FB$  est à  $Bg$ , comme le sinus de l'angle  $FgB$  au sinus de l'angle  $BFG$ , c'est-à-dire, comme  $CA$  est à  $FA$ , ou comme  $e$  à  $d$ . Par même raison on prouvera que  $e.D :: a.e.F :: BF.BC$ . ce qu'il falloit montrer.

Remarquez que dans la figure suivante, l'angle  $aBA$  étant aigu, est égal à l'angle  $agF$ , mais que  $FB$  est toujours à  $Bg$ , comme le sinus de l'angle  $FgB$ , ( c'est-à-dire, de son angle de suite  $Fge$  ) au sinus de l'angle  $BFG$ , c'est-à-dire, comme  $Ae$  à  $AF$ . Remarquez encore qu'il n'importe point que les points  $a$  &  $A$  soient également élevez ; car ayant tiré  $aF$  ou  $AF$  perpendiculaire à la ligne de direction  $Be$ , on peut prendre indifféremment lequel on voudra des points  $F$  ou  $F$ , & tirer les parallèles  $Fg$ ,  $FG$ , ou bien  $Fg$ ,  $FG$  : Car on voit bien que les parallélogrammes  $gFGB$ , &  $gFGB$  étant sembla-

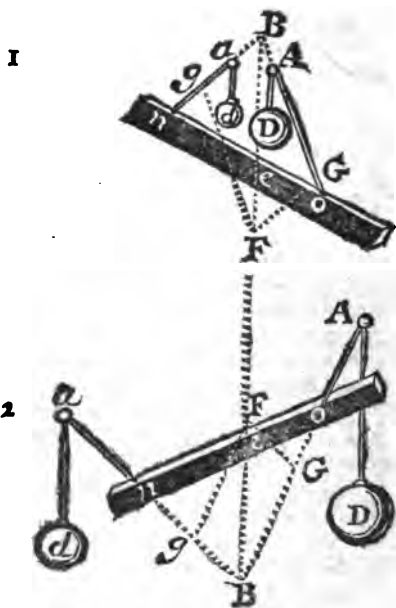




quelque prodigieuse que soit cette force, on le pourra exprimer par de grands poids  $d$ ,  $D$ , qui la tireront ; mais comme la corde a elle-même quelque pesanteur, cette pesanteur suffira pour faire courber un peu la corde  $abA$ , & pour élever les poids  $d$   $D$ .

*LXX. Situation des corps suspendus par deux cordes.*

Lorsqu'un corps  $o$   $n$ , ( figure suivante, ) dont le centre de gravité est  $o$ , est suspendu par deux cordes  $oA$ ,  $no$ , ces cordes s'inclinent en telle sorte, qu'étant continuées, elles se croiseroient dans la ligne de direction  $e$   $B$ . Car si dans la première figure on allongeoit la corde  $oA$  jusqu'en  $B$ , & qu'on l'arrêtoit là, il est manifeste que le corps demeureroit en même situation, puisque les directions ne changeroient nullement. De même la corde  $no$  allongée aussi jusqu'en  $B$ , & arrêtée-là, soutiendrait le corps en même situation qu'auparavant. Ainsi au lieu d'attacher les cordes aux deux points  $n$  &  $A$ , si on les attache au point unique  $B$ , le corps demeureroit suspendu comme auparavant, & par conséquent le centre  $e$  seroit perpendicu-



lairement sous B. ( 22. ) Mais dans la 2. fig. il faudroit imaginer que les cordes prolongées jusqu'au point commun B, se roidissent comme des barres pour pouvoir soutenir le corps  $on$  ; car ce corps ainsi apuyé sur  $oB$ ,  $nB$  demeureroit, comme lorsqu'il est soutenu par les cordes  $Ao$ ,  $an$  ; ainsi le centre  $e$  se trouveroit perpendiculairement sur le point B. ( 14. ) Je ne m'arrête pas à prouver que ces cordes ( lors qu'elles ne sont pas paralleles ) se doivent croiser en quelque point ; car il est assez



manifeste que les points  $n$  A,  $o$  n sont en même plan.

*LXXI. Force de leur traction.*

Ces corps suspendus étant inclinez, tireront diversement les cordes qui les soutiennent ; & la force de la traction se mesure comme dans l'article 67. en prenant dans la ligne de direction un point F, & tirant les parallèles FG, Fg. Car la force du poids  $o$  n étant exprimée par la ligne FB, la ligne BG exprimera la force dont la corde  $o$  A est tirée, & la ligne Bg celle de la corde  $n$  a. Ce qui se peut exprimer encore par les deux poids D & d, qui seroient au corps  $no$ , comme les lignes BG, Bg à la ligne BE. On pourroit encore considérer ces corps soutenus par trois cordes, ou par davantage ; mais outre que cela nous conduiroit trop loin, chacun pourra faire de lui-même toutes ces reflexions.

*LXXII. Les cordes attachées par les deux bouts se courbent par tout.*

Si un poids long & flexible, ( comme une corde ) est attaché par les deux bouts, il ploiera en ligne courbe, pourvû qu'il soit tant soit peu lâche.

Car les deux bouts étant  $n$  A, la pesanteur fera baisser le

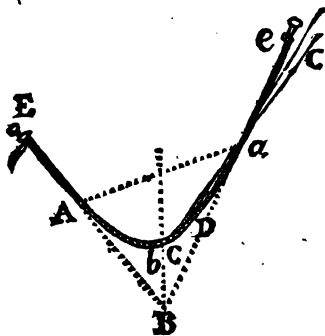


point  $b$  au dessous de la ligne droite  $n$  A. Et de même le point  $c$  s'abaissera au dessous de la

gne droite  $ab$ , & le point  $d$  au dessous de la droite  $ac$ ; ainsi de tous les autres points imaginables: ce qui doit faire une ligne courbe  $dcbA$ .

*LXXIII. Propriété des tangentes de cette courbe.*

Ce poids  $abA$  ainsi suspendu des bouts attachez en  $aA$ , demeureroit en même situation, si l'on tiroit les tangentes  $ae$ ,  $AE$ , & qu'on le suspendît par les points  $eE$ . ( Il faut imaginer que ces tangentes n'ont nulle pesanteur; ) car la corde  $abA$  demeureroit en même situation, quand on imagineroit que la partie  $aC$  est roidie, & que la seule partie  $CbA$  est flexible, quoique l'on suppose que cette partie  $aC$  ainsi roidie puisse se tourner autour d' $a$ , pour se hausser vers  $aA$ , ou pour



s'abaïsser vers  $aB$ . Que si au lieu de cette partie courbe & roidie  $aD C$ , on met une verge droite  $aC$ , tout

le reste  $CbA$  demeurera encore en même situation, pourvû néanmoins qu'on imagine que toute la force, dont la partie  $aDC$  ti-

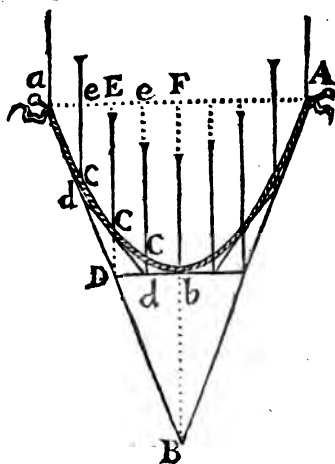
toit en bas le point C, soit ramassée au même point C, par un poids suspendu par C, qui tire en bas, comme faisoit toute la partie courbe  $aDC$ : car il n'importe de rien que la verge qui soutient par les bouts  $a$  & C soit droite ou courbe, ou de quelque autre nature, pourvu que l'effort de son extrémité C soit toujours le même, comme nous supposons qu'il est ici. Donc aussi en prolongeant cette verge en droite ligne vers  $c$ , & l'attachant en  $e$ , tout le reste demeurera comme il étoit auparavant; & enfin, si cette verge vient à se rendre flexible comme un filet, rien ne bougera. Par même raison, imaginant un filet flexible  $Dad$  attaché en  $d$ , tout le reste de la corde  $DCbA$  demeurera en même situation. Ainsi faisant approcher le point D du point  $a$  tant que l'on voudra, & attachant le filet en  $d$ ; toujours le reste de la corde  $DcbA$  demeurera en même situation. Or plus le point D sera près du point  $a$ , plus aussi la ligne  $Dad$  s'approchera de la tangente  $ae$ ; de sorte que les deux points D &  $a$  concourant au même point  $a$ , les deux lignes  $ad$  &  $ae$  concourront aussi en même ligne  $ae$ . Ainsi suspendant la corde  $abA$  par la tangente  $ea$ , l'autre bout demeurant attaché en A, toute la disposition de la corde sera la même que si elle étoit suspendue par les bouts  $a$  & A. Par même raison étant encore attachée au point E par la tangente AE, sa situation ne changera point. Ainsi nous avons prouvé ce que nous prétendions.

*LXXIV. Centre de gravité des corps courbes.*

Les Tangentes continuées se croisent dans la ligne de direction continuée  $F b B$  ( 70. & 73. ) figure de la page 279. & celle-ci. ) De sorte qu'élevant la perpendiculaire du point commun  $B$ , on trouveroit le centre de gravité  $b$  de la corde  $A b a$ .

*LXXV. Les chaînes & les cordes ordinaires ne se courbent pas en parabole.*

Quelques-uns ont pensé que les cordes & les



chaînes attachées par les deux bouts se courboient en ligne parabolique. Mais cela n'est pas vrai dans les chaînes ni dans les cordes qui ne se peuvent allonger aisément.  
Car

Car si une chaîne composée de petits anneaux fort délicats étoit dans la figure  $abA$ , en tirant les tangentes par  $b$ , sçavoir  $bD$ , & par  $a$ , sçavoir  $aD$ , ces deux tangentes se couperoi-ent en  $D$  dans la ligne de direction  $DC$ , de la chaîne  $aCb$  ( par la précédente proposition. ) Car on peut imaginer que la chaîne est maintenant arrêtée en  $a$  & en  $b$  : & alors cette partie  $aCb$  demeureroit dans la même situation qu'elle étoit étant attachée librement aux seuls bouts  $a$  &  $A$ . Ainsi le centre de gravité de la chaîne  $ab$  seroit en  $C$ . Or si la figure  $aCb$  étoit parabolique, la ligne  $DCE$  diviseroit  $aF$  en deux également, mais la partie de la parabole  $aC$  seroit plus grand. que  $Cb$  : & il est fort aisé de démontrer que le centre de gravité de la parabole  $ab$  ne peut pas être en  $C$ .

*LXXVI. En quel cas un filet se courberoit en parabole.*

Mais si nous concevions un filet sans pesant-  
 teur, sur lequel fussent appuyées une infinité de  
 lignes également pesantes  $EC$ ,  $ec$ , parallèles,  
 ( fig. de la page 280. ) & également distantes  
 les unes des autres ; alors le filet  $aCbA$  seroit  
 parfaitement parabolique : car le centre de  
 gravité de toutes ces lignes pesantes seroit dans  
 la ligne  $FbB$ , c'est à dire, au milieu de  $aA$ .  
 Ainsi les tangentes  $aB$ ,  $AB$  se couperoi-ent en  
 cette ligne  $FbB$ . De même le centre des li-  
 gnes qui sont entre  $a$  &  $F$ , est dans la ligne  $EC$ ,  
 c'est à dire, au milieu entre  $a$  &  $F$ . Ainsi  
 les tangentes  $bD$ ,  $aD$  se devront croiser dans  
 cette ligne  $ECD$ . De même les tangentes  $b$   
 $d$ ,  $Cd$  se croiseront dans la ligne  $ecd$ , c'est

à-dire, au milieu entre E & F, &c. Or c'est là une propriété de la Parabole, & les Geometres ſçavent qu'il n'eſt point d'autre ligne où cela ſe rencontre.

*LXXVII. Quelles cordes peuvent ſe courber en Parabole.*

Imaginons maintenant que la peſanteur de toutes ces lignes paralleles, (figure de la page 280.) eſt distribuée également à toute une corde droite  $aA$ , attachée par les deux bouts; que cette corde eſt capable de ſ'allonger étant tirée; que toutes ces parties tendent en bas par des lignes de direction paralleles: alors la corde ſe rallongeant, ſe courbera en effet en parabole; car tout le poids qui étoit en  $eF$ , ſera en  $cb$ ; celui de  $He$  ſera en  $Cc$ , & celui d' $a e$  ſera en  $ac$ , &c. Ainſi la partie de la corde  $ac$  ſera plus rallongée que  $cb$ , puisſqu'on ſuppoſe que toutes ces parties descendent en bas par des lignes paralleles, & que par conſequent la partie & le poids  $a e$  eſt égal à la partie & au poids  $a c$ , comme auſſi le poids  $eF$  égal au poids  $cb$ .

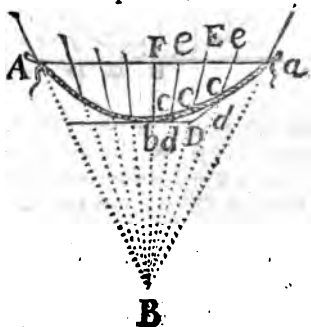
*LXXVIII. Cas particuliers où les cordes ſeroient courbées en parabole, & cas où elles ne le ſeroient pas.*

Si l'on tendoit bien une corde par les bouts  $aA$ , en l'appuyant tout le long par deſſous, en forte que ſa peſanteur ne pouvant la tirer en bas, elle fût tendue en ligne droite; & ſi enſuite on venoit à ôter les appuis, & à laiſſer

faire sa pesanteur, cette corde devoit se rallonger un peu, & se courber; & sa courbure seroit alors parabolique. Ceci suit des precedentes propositions, car les parties de cette corde ne se baissant que par l'effort de leur pesanteur, qui les fait rallonger, elles doivent descendre suivant leurs lignes de direction, qui sont censées paralleles, puisqu'elles ne se rallongent qu'autant que leur pesanteur les tire.

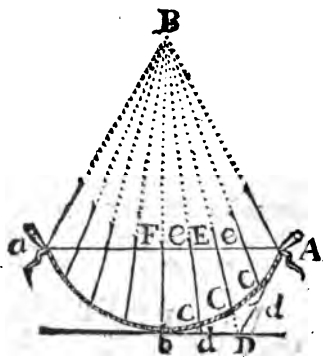
*LXXIX. Cas auxquels les cordes se courbent en Hyperbole & en Ellipse.*

Si l'on suppose que les lignes de direction  $Fb$ ,  $EC$ ,  $ec$ , ne sont pas paralleles, mais qu'elles concourent en bas au point  $B$ , la corde se rallongeant, se courberoit en Hyperbole. Mais si les lignes de direction concourent en haut au point  $B$ , là (comme en la figure suivante,) la corde se courbera en Ellipse, ou en cercle.



## LXXX. Démonstration.

La raison en est, que divisant en deux également l'angle  $a$  B A par la ligne B F, & l'angle  $a$  B F par la ligne B E, & l'angle  $a$  B E par



la ligne B e, &c. & supposant que les portions des lignes  $c$ , E c, e c, F b, &c. étant également pesantes, sont appuyées sur un filet indivisible; il est manifeste que le

centre de gravité de toutes les lignes qui sont entre  $a$  & A se trouvera au milieu, sçavoir en la ligne F b prolongée, s'il en est besoin; & le centre de celles qui sont entre  $a$  & F se trouvera aussi en la ligne de leur milieu, sçavoir en E C, &c. Ainsi tirant des tangentes par  $a$  & par  $b$ , qui se croisent en D, le point D se devra trouver dans la ligne E C prolongée vers B; & de même tirant la tangente par C, qui coupe b D en  $d$ , & a D en  $d$ , les points  $d$  &  $d$  se devront trouver dans les lignes  $c c$ , &  $e e$  prolongées vers B. Or ceux qui ont la connoissance des Sections Coniques, pourront aisément démontrer que ce sont là des propriétés essentielles de ces sections, & que généralement



en toute section Conique, (Parabole, Hyperbole, Ellipse, ou Cercle) deux tangentes quelconques ( $aD$ ,  $bD$ ) se coupent en un point ( $D$ ) ensoite que tirant par ce point ( $D$ ) une ligne vers le foyer opposé  $B$ , on divise également par cette ligne ( $BD$ ) l'angle ( $aBb$ ) compris entre les deux lignes de direction, qui passent par les deux points. ( $a$  &  $b$ ) d'où l'on a tiré les tangentes. Remarquez que dans la parabole le foyer opposé étant infiniment éloigné, (figure de la page 280.) c'est-à-dire, les lignes de direction ne concourant nullement, & étant parallèles; la ligne de direction qui passera par le point ( $D$ ) où les tangentes se coupent, sera censée diviser l'angle en deux également, en ce qu'elle divisera également tout l'espace.

*LXXXI. Les cordes tendues sont en effet hyperboliques.*

Ainsi nous devons dire que les cordes bien tendues, & qui par leur propre poids se courbent un peu en se rallongeant, sont courbées véritablement en Hyperbole, & non pas en Parabole; puisque en effet les lignes de direction ne sont pas parallèles, & qu'elles concourent toutes au centre de la terre.

*LXXXII. Les surfaces étendues se courbent aussi, & se font convexes en bas.*

On pourroit appliquer ceci aux surfaces, & il est aisé de comprendre qu'une voile attachée

par le haut & par le bas à deux vergues parallèles, ou par les côtez à deux mas aussi parallèles, étant enflée par le vent, se courberoit en prisme parabolique. Nous voyons aussi qu'un linceul tendu par les quatre coins se courbe en bas par son propre poids, & prend une figure convexe. Que si au lieu d'un linceul on imaginoit une placque de quelque matière qui peut s'étendre aisément, comme la cire ou le verre fondu, & que cette placque fût posée horizontalement sur une grande ouverture ronde, alors cette placque s'étendroit en prenant à peu près la figure parabolique.

*LXXXIII. Usage qu'on peut faire de ceci dans l'Optique, pour faire des verres Elliptiques, Hyperboliques & Paraboliques.*

Peut-être que ceci seroit de quelque utilité dans l'Optique pour les Miroirs & pour les Lunettes : car l'on pourroit par ce moyen faire des Miroirs de verre Elliptiques, & Hyperboliques, ou Paraboliques, sans doute plus aisément, & peut être plus exactement que par les autres inventions qu'on a essayées jusques ici. Car si après avoir posé horizontalement une glace bien polie & assez mince sur une placque de fer percée en rond, on trouvoit le moyen de souffler dessus avec violence, en faisant venir le soufle d'un petit trou d'enhaut, ( comme du point B, dans la fig. de la page 284. ) tandis qu'avec la flamme on fondroit le verre par dessous, on donneroit à ce verre à peu près la figure Elliptique, qui seroit un Miroir admira-

ble pour un Microscope. Que si au lieu de souffler par dessus, on trouvoit le moyen de succer avec violence par dessous, (comme du point B de la fig. de la page 283) le verre prendroit à peu près la figure Hyperbolique. Je sçai les difficultez qu'on me peut opposer là-dessus, mais je ne veux pas en dire davantage. Je pourrai le faire, Dieu aidant, dans un Optique que je veux bien-tôt imprimer.

*LXXXIV. Quelques corps se rompent  
étant tirés, d'autres se cassent en  
ployant.*

Les cordes, les metaux & les autres corps dont nous venons de parler, ne se rompent pas en ployant, mais seulement quand on les tire avec trop de violence. Il y a d'autres corps au contraire, qui étant brusques, résistent à la traction, & se cassent aisément, quand on fait effort pour les faire ployer, comme le verre, les pierres & le bois sec. Ainsi on ne sçauroit rompre un bâton, en le tirant par les deux bouts, mais on le fera en le ployant contre le genou. Je ne veux pas m'arrêter ici à examiner d'où vient cette liaison des parties qui se tiennent ainsi si fort les unes les autres: ce n'est pas une chose aussi aisée à montrer que l'on pourroit s'imaginer; & quoique ce soit une question qui doit se résoudre par Mécanique; néanmoins je ne veux pas en parler ici, parce que je trouverai quelque autre endroit dans ces discours du mouvement, où je pourrai le faire plus commodément.

*LXXXV. Nul corps ne se rompt qu'à force  
d'être tiré.*

Cependant il est bon de remarquer que nul corps absolument ne se rompt jamais, que quand ses parties sont trop tirées; & si un verre qui résiste à la traction se casse quand on le veut faire ployer, c'est que par le moyen de cette inflexion, on tire les parties convexes avec plus d'effort qu'on ne sçauroit faire en tirant droit le verre par les deux bouts, comme l'on pourra voir dans la suite de ce discours.

*LXXXVI. Difficulté de casser un œuf en  
le pressant de bout en bout.*

C'est pour cela qu'on trouve une si prodigieuse résistance dans un œuf qu'on voudroit écraser en le pressant de bout en bout entre les deux mains: ce qui paroît bien surprenant à ceux qui n'en sçavent pas la raison, vû que la coque des œufs est si fraïlle, & qu'on peut les rompre avec tant de facilité, lorsqu'on les presse en d'autres sens. La raison de ceci est, que la coque étant brusque, ne peut se rompre, à moins qu'elle ne ploye: or quand on presse l'œuf par les deux bouts, la coque ne sçauroit ployer. Car imaginons l'œuf A B, & qu'on le presse pour faire approcher les deux bouts. Afin que le bout A s'approchât de B, & qu'il fût par exemple en *a*, il faudroit que les côtes C D s'élargissent comme l'on voit en *a* *b*, en sorte que tout le tour *c d* fût plus grand que n'est le tour C-D; ce qui ne se peut faire, parce que la coque d'œuf ne peut point s'allonger,

longer, & toute frai-  
 le qu'elle est, elle  
 peut néanmoins assés  
 résister à la force  
 qui la tireroit. Ainsi  
 le tour de l'œuf C  
 D ne pouvant se di-  
 later, les surfaces A  
 C B, A D B ne peu-  
 vent aussi se courber,  
 si par conséquent se  
 rompre. Il n'en va  
 pas de même, quand  
 on presse l'œuf par  
 les côtez, parce que le contour de l'œuf pris  
 en ce sens n'étant pas rond, mais ovale, peut  
 changer de figure sans s'allonger; & ainsi la  
 coque peut ployer, & par conséquent se  
 rompre.



*LXXXVII. Force des colonnes.*

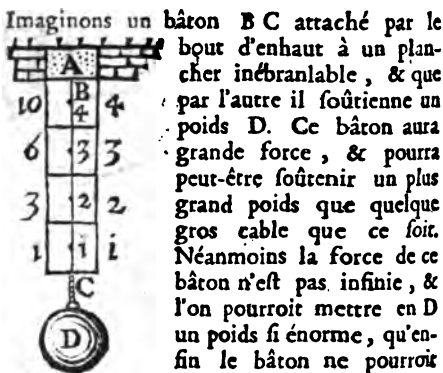
Ainsi l'on peut faire des  
 colonnes de planches de bois,  
 qui seront très-fortes; car si  
 on les joint ensemble com-  
 me les doiles des barriques,  
 en leur donnant une petite  
 courbure, & les environnant  
 de quelques cercles de fer,  
 ces colonnes ainsi creuses se-  
 ront capables de supporter  
 de très-pesants fardeaux. Il  
 y a apparence que les an-  
 ciens Architectes ont eu é-  
 gard à ceci dans la construction des colonnes



B b

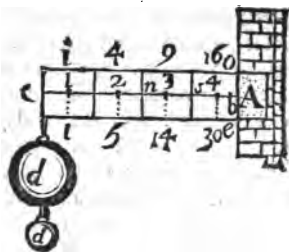
290 DES FORCES  
 qu'ils ont fait rondes & un peu renflées.

*LXXXVIII. Un bâton resiste plus étant tiré qu'étant ployé.*



romproit à force d'être tiré, comme feroit un cable. Je suppose que le poids D est le plus grand que le bâton puisse soutenir sans se rompre; de sorte que si l'on ajoutoit quelque chose en D, le bâton se romproit. Imaginons maintenant que ce même bâton est attaché horizontalement par un bout à la muraille A (figure de la page suivante) aussi inébranlable, & que par l'autre bout c on attache le même poids d; alors ce bâton ne sauroit résister, & il se rompra infailliblement. Et pour le montrer, imaginons que tout ce bâton soit attaché en A ou A dans son extrémité B ou b par une corde AB ou Ab, & que ce soit cette corde seule qui résiste ou qui soutienne tout le corps BCD ou bcd, il est certain que le

pois *d* tirera la corde bien plus lorsque le bâton est horizontal, que lorsqu'il est vertical. Car lorsqu'il est horizontal, il y a une balance, dont le centre est *e*, un bras est



*e b*, & l'autre bras est *e c*. Le poids *d* tirant par *c*, tire avec d'autant plus de force la corde en *b*, que la ligne *ce* est plus longue que *eb*. Ainsi si l'on fait *d* à *f*, comme *ce* à *eb*, le poids *f* fera le plus grand que puisse soutenir ce bâton posé horizontalement, & attaché comme nous avons supposé. Or l'on conçoit aisément que la liaison des parties d'un bâton de bois vient de ce que ces parties sont en effet comme attachées non par une seule corde, mais par une infinité de petits filamens, qui doivent se rompre, afin que le bâton se rompe.

LXXXIX. *Quelle est la proportion de la résistance du bâton en ces deux situations.*

Il faut prendre garde néanmoins que la proportion que je viens de mettre ne peut pas être celle qui se trouve en effet dans le bois. Car supposé qu'un bâton de bois horizontal ayant un pouce de largeur, & 20. de longueur, est

B b ij

rompu par le poids de dix livres, il seroit rompu (selon la proportion que je viens d'assigner) quand il est vertical, par un poids de 400. livres. Cependant il est certain que si ce bâton horizontal peut soutenir dix livres, il en pourra, étant vertical, soutenir plus de mille, & plus de dix mille. Mais dans la proportion que j'ai assignée, j'ai supposé que le bâton fût attaché par quelque corde, & que tout l'effort se fît seulement à l'extrémité  $b$  ou  $B$ , au lieu que ce sont une infinité de filamens qui traversent le bâton, & qui en lient par tout toutes les parties : de sorte que l'effort de la traction ne se fait pas seulement sentir à l'extrémité  $b$  ou  $B$ , mais il se distribue tout le long du bâton. Il faut donc imaginer le bâton, non comme une pièce solide, qui soit seulement attachée en  $A$  ou en  $A$  par la corde  $AB$  ou  $A b$ , mais comme une suite de petites parties 1, 2, 3, 4, qui soient toutes enfilées par de semblables cordes, lesquelles cordes sont aussi tirées par le poids  $D$  ou  $d$ ; & de cette manière la corde qui enfile sera incomparablement plus tirée à proportion quand le bâton est horizontal; & c'est à quoi il semble que ceux qui ont traité de ceci n'ont pas fait assez de réflexion.

*XC. Première Hypothèse pour mesurer la force du bâton tiré de long.*

Pour connoître encore mieux ces proportions, pensons que le bâton est composé de quatre petits quarrés égaux, lesquels étant pesans eux-mêmes, tirent une corde qui les enfile en telle sorte qu'elle soit attachée aux cen-



tre de ces quatre quarrez , comme si c'étoient quatre cordes différentes , ( fig. de la pag 290. ) Le premier & le plus bas quarré tirant sa corde 1 2. avec un degré de force à raison de sa pesanteur ; le second tirera la sienne 2 3 , avec deux degrez , parce qu'il ne la tire pas seulement avec sa propre pesanteur , mais encore avec celle du dernier , ces deux quarrez ne faisant qu'un poids à l'égard de cette corde 2 3 , qui les soutient. Ainsi cette corde 2 3 , sera tirée avec deux degrez. De même le 3e quarré tirera sa corde avec trois degrez, & le 4e. avec quatre. Que si maintenant nous imaginons que ce ne sont plus quatre cordes distinctes , mais une seule corde qui enfile tout sans être attachée qu'aux extrémités A & C ; alors tous ces degrez de tractions se communiqueront à toutes les parties de toute la corde , en sorte que le degré , dont le dernier quarré tire , se repand dans toute la longueur de toute la corde , & les deux degrez du second quarré aussi, & les trois du 3e. & les quatre du 4e. Ainsi tous ces degrez se trouvent joints ensemble au nombre de dix dans toute la corde , laquelle par consequent est tirée avec dix degrez.

*XCI. Et de même tiré de côté :*

Mais si ces quarrez sont posez horizontalement , tous ensemble tireront la corde *b c* (figure de la p. 290. ) comme s'ils étoient suspendus du point du milieu *n* , où est leur centre de gravité ; & comme cette ligne depuis *e* jusqu'au centre est quatre fois aussi grande que *e b* , la corde en *b* sera tirée par ces quarrez quatre fois autant qu'elle est dans la première figure où les quarrés

sont posez verticalement. Ainsi la corde du 4<sup>e</sup>. carré étant tirée avec quatre degrez dans la 1. figure, elle le sera avec 16. degrez dans la 2<sup>e</sup> figure. De même la corde du 3<sup>e</sup> carré sera tirée avec 9. degrez, & celle du 2<sup>e</sup> avec 4. & celle du premier avec un : & tous ces degrez joints ensemble feront 30. degrez, avec lesquels la corde sera tirée.

*XCII. Progression Arithmetique & progression des quarez qui se rencontrent ici.*

D'où l'on voit que les degrez de traction croissent arithmetiquement dans les parties verticales, comme le nombre des mêmes parties, & que dans les horizontales ils croissent comme les quarez des mêmes nombres.

*XCIII. Seconde Hypothese.*

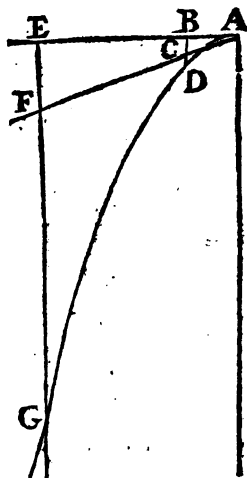
Si au lieu d'avoir partagé le bâton en quatre parties, on s'imaginait qu'il fût partagé en 8. tous les degrez de traction dans la corde verticale étant 36. ( ce qui provient de la somme de tous ces nombres arithmetiques 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. ) les degrez de la corde horizontale feront 204. ( ce qui provient de la somme de tous ces 8. quarez 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. ) D'où il paroît que la force de la traction peut croître infiniment davantage dans le bâton horizontal, plus que ne porte la regle generale que j'avois posée dans l'article 88. qui est néanmoins l'unique qui avoit été assignée jusques ici par les Auteurs.

*XCIV. Expression geometrique de la force de ces bâtons.*

Si l'on fait un peu de reflexion sur ceci, on

verra bien qu'il se peut prendre une si petite partie du bâton, qu'elle tirera autant (& même davantage) étant verticale qu'étant horizontale. Imaginons donc que la partie B 4 ou b 4. (dans les mêmes figures des pag. 290. & 291. est celle qui est également tirée dans l'une & dans l'autre position. Ensuite l'on allonge le bâton jusqu'en C, & c des mêmes figures; il faut examiner combien il sera tiré étant horizontal, & combien étant vertical. Imaginant le bâton composé d'une infinité de parties, dont les filamens aillent de bout en bout; soit tirée la Parabole A D G, & la tangente A E, la parallèle à l'axe B D, en sorte que A B soit égale à la

longueur de la partie du bâton B 4. ou b 4. Soit de plus tirée la ligne droite A C F, en sorte que le triangle rectiligne A C B soit égal à l'espace parabolique A B D. Après cela, soit prise A E égale à la longueur de tout le bâton B C, ou b c, & tirée la parallèle E F G, je dis que le triangle A E F représentant la force de la traction dans le



bâton vertical, ( comme le triangle A B C représente la traction dans la seule partie B )

l'espace parabolique  $AGE$  représentera la traction dans le bâton horizontal.

*XCV. La résistance est la même, soit qu'elle soit réunie en un seul filament, ou qu'elle soit divisée entre plusieurs.*

L'effet sera toujours le même, soit que la force soit ramassée dans une seule corde, qui enfile toutes les parties du long du bâton, ou qu'elle soit distribuée entre plusieurs cordes. Car il est aisé de voir que si la force ou la résistance qui étoit dans la seule corde du milieu  $Ab$ , étoit divisée dans les deux cordes des extrémités  $ae$ , également éloignées du milieu  $b$ , ou bien dans les trois  $obe$ , ou dans tant que l'on voudra, qui soient rangées également de part & d'autre par dessus & par dessous le milieu; il est, dis je, aisé de voir que le poids  $d$  surmontera également toute cette résistance réunie au milieu, ou divisée au tour du milieu: car ce qui se gagne de force dans les cordes de dessus en s'éloignant du point d'appui  $e$ , se perd dans les cordes de dessous, qui s'approchent du même point d'appui  $e$ .

*XCVI. On ne sauroit donner une règle générale pour la résistance de tous les corps.*

D'avantage, en tout ceci nous avons supposé que ce qui fait la liaison des parties de ce bâton, étoient comme des cordes qui enfilent tout le long toutes les parties du bâton, en sorte que ces cordes étant tirées par un bout,

font aussi tirez par l'autre bout. Mais cela n'est pas ainsi, & sans doute les filamens qui lient les parties du bois, ou des autres corps qui se cassent, ne vont pas librement de bout en bout ; mais au contraire, il est certain qu'ils sont fort courts, dans les uns plus, & dans les autres moins, selon que les corps sont plus ou moins brusques. Et comme il n'est pas possible de sçavoir cette longueur, dont la diversité change infiniment les proportions des forces & des resistances ; je ne crois pas aussi qu'il soit possible de donner une regle generale, pour déterminer ces proportions dans les corps particuliers.

*XCVII. Une corde tirée se rompt au milieu.*

On peut néanmoins faire quelque reflexion, pour voir l'endroit où les corps se doivent rompre en ployant, ou étant tirez. Premièrement, une corde tirée par quelque force étrangere doit se rompre au milieu précisément, parce que la traction se distribuant par tout également, la rupture doit se faire dans l'endroit de la corde le plus foible. Or cet endroit est justement au milieu ; parce que vers les extrémités, les filamens sont attachez aux endroits où les bouts de la corde se tiennent : ainsi ils peuvent resister davantage, & tenir plus fortement les filamens qui suivent, & qui s'embarassent avec ces premiers : de sorte que ces seconds filamens tiendront mieux que les troisièmes, & ceux-ci mieux que les quatrièmes, & ainsi des autres, jusqu'à ceux du milieu.

*XCVIII. Où se rompent les autres corps.*

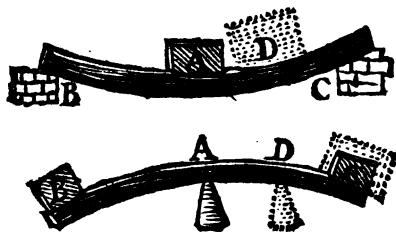
Par même raison, si les filamens qui lient les parties des corps étoient entrelassez comme dans les cordes, & alloient librement de bout en bout, ces corps tirez se romproient aussi au milieu : mais puisque ces filamens ne vont pas ainsi de bout en bout, il faut que ces corps se rompent dans l'endroit où se fait la traction la plus violente ; & il faut maintenant rechercher où se fait une telle traction.

*XCIX. Bâtons que l'on rompt sur le genouil.*

Si l'on prend un bâton par les deux bouts, & qu'on le fasse ployer, en mettant le genouil au milieu entre les deux mains, la plus grande traction se fera au milieu sur le genouil : car il est bien manifeste que les parties qui sont au milieu sur le genouil dans le côté convexe, sont tirées en deux sens oposés, les unes vers la main droite, & les autres vers la main gauche ; au lieu que les parties qui sont dans la moitié du bâton, qui est vers la main droite, ne sont tirées proprement qu'en un sens : ainsi la division, ou la rupture se doit faire sur le genouil ; outre que c'est là où le levier étant plus long, donnera aussi plus d'avantage.

*C. Poutres ou Pierres appuyées par les deux bouts.*

De même , s'il y a une poutre , ou une lon-



gue pierre apuyée sur deux murailles B , C , & qu'au milieu A on pose un grand poids , qui fasse ployer cette poutre ou cette pierre , la rupture doit se faire au milieu A. Car il se fait ici une balance renversée ; & comme si dans la deuxième figure un bâton étoit appuyé sur le pivot A , & qu'aux deux extrémités il y eût deux poids égaux B , C , ce bâton seroit courbé de même que si on le tiroit par les deux bouts avec les mains sur le genouil , & la rupture se feroit au milieu : ainsi dans la première figure le poids pressant en A , les deux bouts B & C demeurant immobiles , le même effet doit s'ensuivre , & la rupture doit se faire en A.

*C I. Poutres ou Pierres pressées hors du milieu.*

Si au lieu de mettre le poids ( dans la pre-

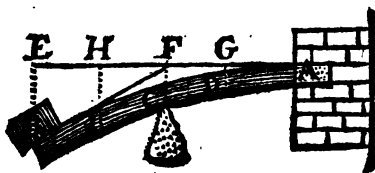
miere fig.) ou le genouil ( dans la deuxième ) au milieu A , on le mettoit à côté en D , il faudroit plus de force pour rompre le corps C B. Car dans la deuxième figure , afin que les filamens qui sont en D soient tirez maintenant avec la même force que l'étoient ceux d'A , quand le soutien y étoit , il faut que la force ( ponctuée ) appliquée sur C , soit d'autant plus grande , que la distance CD est plus petite , en sorte que comme C D est à C A , ainsi soit la force qui tire quand l'appui est en A , à la force ( ponctuée ) qui tire quand l'appui est en D. Il est vrai aussi qu'alors la force appliquée en B doit diminuer , d'autant plus que la distance B D augmente ; mais on voit bien que cette distance B D ne peut augmenter au plus que du double , & qu'ainsi la force appliquée en B ne doit jamais diminuer tout au plus de la moitié pour tirer également en D, au lieu que la distance C D pouvant diminuer à l'infini, du double , du triple , du centuple , & de toute autre proportion que l'on voudra ; on doit aussi augmenter du double , du triple , du centuple , & à l'infini , la force en C , afin qu'elle contrebalance à la force appliquée en B , & qu'elle tire la partie D avec la même violence que le premier poids C tiroit les parties A , lorsque le soutien y étoit. D'où l'on voit aussi qu'il faut bien plus de force , pour rompre un bâton lorsque le genouil n'est pas au milieu entre les deux mains , que lorsqu'il y est. Il en est de même à l'égard de la première figure. La proportion de ces forces , qui sont ainsi le même effet , s'exprime en cette sorte. Les forces C & B ( lorsque le soutien est en D ) sont ensemble aux forces C & B' ( lorsque le soutien est en A ) comme



le rectangle C A B au rectangle C D B.

*CII. Force des poutres ou des pierres.*

Mais si un bâton ou une poutre, ou quel-  
qu'autre corps, est attaché à une muraille par  
un bout A, & que par l'autre bout B on le pres-



se, soit avec un poids qu'on mettroit par des-  
sus, soit avec la main; la rupture se feroit au  
milieu C entre A & B; supposé que les filamens  
qui en font la liaison fussent entrelassez, com-  
me ils le sont dans les cordes, & que d'ailleurs  
ils allassent librement de bout en bout. Mais  
puisque ces filamens ne vont pas ainsi d'un bout  
à l'autre, la rupture se doit faire au milieu de  
la dernière partie vers A, parce que c'est là que  
se fait la plus grande traction, tant à cause du  
plus grand poids qui y agit, lorsque tout le corps  
A B est pesant, qu'à cause que le levier y est  
plus long.

*CIII. Ces corps se courbent en Pa-  
raboïe.*

Le poids ou la force appliquée en B, tirera  
en bas toutes les parties du corps A B; comme  
s'il étoit suspendu de chaque partie I C D; &  
tout ce corps A B ayant, comme nous suppo-

sons, la faculté de ployer par tout, il se fait ici d'une façon renversée, ce qui se fait dans les cordes tendues, ou plutôt dans les filets attachez par les deux bouts, sur lesquels seroient appuyées des lignes paralleles également pesantes & également éloignées les unes des autres, qui contraindroient les filets de se courber en parabole, comme il a été démontré dans l'article 76. Aussi en cette rencontre le corps A B se courbe en parabole, disposée à rebours de l'autre, comme il est assez aisé de le prouver, en appliquant ici les démonstrations de cet article 76. & des suivans, & en faisant voir que les tangentes A F, B F, ou quelques autres que ce soient, doivent se couper au milieu entre les deux points A & B, ou entre les autres par où l'on auroit tiré ces tangentes.

#### *CIV. Regles generales de la resistance des solides.*

Voici maintenant quelques propositions generales touchant la *Resistance des solides*, dont la démonstration se peut faire geometriquement sur ce que nous venons d'établir, & dont chacun pourra tirer une infinité de Problèmes utiles & agréables. Nous supposons ici, pour plus grande facilité, que les corps dont nous parlons, & que nous comparons ensemble, sont des Prismes, dont les sections ou les bases sont des figures semblables, à moins que dans quelque cas particulier on ne dise expressément quelque autre chose. Nous supposons aussi, si on ne s'explique autrement dans les cas particuliers, que tous ces corps sont unis en telle

forte qu'ils se rompent seulement au bout où ils sont attachez , comme s'ils y étoient arrêtez par des cordes qui se rompiſſent à force de tirer ces corps.

*CV. Des corps attachez horizontalement par un bout.*

I. Si les corps attachez par un bout ſont d'é-gale groſſeur , l'effort qu'ils font à ſe rompre par leur propre peſanteur , eſt en raiſon doublée de leur longueur. Car dans la figure de la page 290. prenant tout le corps  $A c$  d'une part ; & d'une autre part prenant ſeulement  $A s$  , dont la longueur ne ſoit par ex. que la 4<sup>e</sup> partie de la longueur  $A c$  ; le corps  $A c$  agira contre  $b$  pour le rompre , comme ſ'il étoit ſuspendu de ſon milieu  $n$  où eſt ſon centre de gravité , & le corps  $A s$  agira comme ſ'il étoit ſuspendu du point 4. où eſt ſon milieu & ſon centre de gravité. Or  $A n, A 4 :: A c. A s$ . Ainſi donc le corps  $A c$  agira plus fortement par cela ſeul, qu'il eſt appliqué plus loin que ne l'eſt  $A s$  : & cette augmentation d'action ou de force priſe de ce ſeul chef ſera comme la longueur  $A c$  à la longueur  $A s$  , c'eſt-à-dire 4. fois plus grande. Mais d'autre part , le corps  $A c$  étant plus peſant , ſçavoir 4. fois plus que le corps  $A s$  , comme la longueur  $A c$  eſt 4 fois plus grande que la longueur  $A s$  ; ce corps  $A c$  agira encore de ce chef avec plus de force ſelon la même raiſon de la longueur  $A c$  à la longueur  $A s$  , c'eſt-à-dire , 4. fois plus fortement. Ainſi tout le corps  $A c$  agira en tout ſelon la raiſon priſe deux fois , ( c'eſt-à-dire , ſelon la raiſon doublée. ) de la longueur  $A c$  à la longueur  $A s$  ,

c'est-à-dire, que  $A c$  agira 16. fois davantage que ne fera  $A s$ . Et si ce qui tient ces corps en  $b$  étoient des cordes, il faudroit que les cordes qui tiennent le corps  $A c$  fussent 16. fois plus fortes.

I I. Si les corps sont de même grosseur, la force à soutenir un fardeau, faisant précision de ce que peut faire leur propre pesanteur, est simplement en raison réciproque des longueurs, en prenant la longueur depuis l'endroit où ils sont attachez, jusqu'à l'endroit où est appuyé le fardeau. Si le corps  $A c$  peut soutenir sur  $c$  un millier pesant, il pourra soutenir sur  $s$  quatre milliers sans se rompre : car le même fardeau  $d$  posé premierement en  $c$ , & puis en  $s$ , agira plus fortement en  $c$  qu'en  $s$  dans la raison de la longueur  $A c$  à la longueur  $A s$ , c'est-à-dire, 4 fois davantage.

I I I. S'ils sont de même longueur, la force absolue à soutenir un fardeau sans se rompre, faisant précision de ce que peut faire leur propre pesanteur, est en raison triplée des largeurs. Comme si le corps  $A c$  a premierement toute la largeur  $e o$ , & puis qu'on le divise, & qu'on ne lui laisse que la largeur  $e b$ , par ex. la moitié; il est manifeste qu'il ne tiendra pas si fort dans la surface qui n'a que cette petite largeur  $e b$ , que dans la surface qui a la largeur (deux fois) plus grande  $e o$ ; & que la différence sera comme ces surfaces, ou en raison doublée des largeurs  $e b$ ,  $e o$ , c'est-à-dire, du quadruple. Car comme chaque point de ces surfaces  $e o$  ou  $e b$ , est uni à autant de points du corps  $A$  par des fibres, comme par autant de petites cordes qui l'y tiennent; plus cette surface  $e o$  sera grande à l'égard de la surface  $e b$ , plus aussi sera-t-elle attachée

attachée plus fortement , puisqu'elle y sera attachée avec plus de fibres ou de cordes. De plus, à raison du levier, dont le centre est  $e$ , un bras est  $cb$ , l'autre bras, dans le corps  $coe$ , est  $eo$ , & dans le corps  $cbe$ , c'est  $eb$ ; le corps  $coe$  donne moins de prise, & a plus d'avantage dans la même raison d' $eb$  à  $eo$ , c'est-à-dire, du double. Ainsi la force entière de tout le corps  $coe$  à celle du corps  $cbe$ , sera en raison triplée d' $eo$  à  $eb$ , c'est-à-dire, huit fois plus grande.

IV. *S'ils sont de même longueur, l'effort qu'ils font à se rompre par leur propre pesanteur, est simplement en raison des largeurs.* Si les corps  $coe$ ,  $cbe$  étoient attachez seulement par des cordes en  $o$  & en  $b$ , il faudroit que les cordes d' $o$  fussent deux fois aussi fortes que celles de  $b$ . Car à la vérité, tout le corps  $coe$  a plus de pesanteur que le corps  $cbe$ , en raison doublée des largeurs  $oe$ ,  $be$ , c'est-à-dire, quatre fois plus. Mais à raison du levier, dont le centre est  $e$ , un bras  $ce$ , un autre bras, dans le corps  $coe$  est  $eo$ , & dans le corps  $cbe$ , c'est  $eb$ , l'effort du corps  $coe$  est plus petit que celui de  $cbe$  en raison d' $eo$  à  $eb$ , c'est-à-dire, du double; ainsi tout l'effort du corps  $coe$ , sera à l'effort du corps  $cbe$  simplement en raison d' $eo$  à  $eb$ , c'est-à-dire, double.

V. *Dans les corps de même longueur, qui font effort de se rompre par leur propre pesanteur, la force respective, c'est-à-dire, la résistance qu'ils font pour ne point se rompre, à l'égard de l'effort que fait leur pesanteur: ou bien l'effort que fait la pesanteur à l'égard de la force à résister, est en raison doublée des largeurs.* Car absolument parlant le corps  $c$

e plus fort que le corps  $cbe$ , en raison triplée d' $oe$  à  $be$ , par la 3<sup>e</sup> proposition de cet article. Mais aussi l'effort que fait la pesanteur du corps  $coe$  contre  $oe$  est plus grand en raison simple d' $oe$  à  $be$ , par la 4<sup>e</sup> proposition. Ainsi la force de tout le corps  $coe$  comparée avec l'effort de sa pesanteur, est à la force du corps  $cbe$  comparée aussi avec l'effort de sa pesanteur, en raison doublée d' $oe$  à  $be$ .

V I. *En tout ceci, la longueur du bras vertical du levier se doit prendre depuis le point d'appui  $e$  jusqu'à la hauteur du centre de gravité de la surface  $ebo$ . Car comme chaque point de cette surface  $ebo$  tient avec une certaine force, & résiste à l'effort que fait l'autre bras; nous pouvons imaginer cette force, de chaque point, comme une pesanteur qui le feroit aller vers le corps. A comme vers son horizon: ainsi le centre de cette espèce de pesanteur seroit au même point, où est en effet le véritable centre de gravité de cette surface. Mais comme ce centre de gravité se trouve toujours dans les figures semblables, dans une distance du point  $e$  proportionnée aux hauteurs  $eb$ ,  $eo$ ; on peut prendre indifféremment pour bras des balances, ou les hauteurs des surfaces, ou les distances, jusqu'au centre de gravité.*

V I I. *Dans tous les corps, de quelque longueur & de quelque largeur qu'ils soient, la force absolue est en raison composée de la raison triplée des largeurs, (si les sections sont des figures semblables, ou si elles ne le sont point, de la raison des surfaces & de la raison des hauteurs, jusqu'au centre de gravité,) & de la raison réciproque des longueurs.*

VIII. Les corps appuyez par les deux bouts ont deux fois autant de force que ceux qui ne sont attachez que par un bout, & qui d'ailleurs auroient même grosseur & même longueur.

IX. Les regles precedentes sont veritables dans les corps appuyez sur les deux bouts, ayant égard à la force qu'ils ont à porter sur le milieu, sans s'y rompre.

*CVI. Des corps appuyez horizontalement sur les deux bouts.*

X. Dans les corps de même longueur & de même grosseur, dont les uns portent un fardeau sur le point du milieu A, ( figure de la page 299. ) & les autres sur un point D hors du milieu plus près d'un bout que d'un autre; les forces à porter ainsi sans se rompre, faisant précision de leur propre pesanteur, sont réciproquement comme les rectangles des segments C A B, C D B. ( ICI. )

XI. D'où il suit que si le corps étoit de telle figure que sa section de bout en bout fût circulaire ou élliptique, & que les sections de travers fussent des figures semblables, il seroit par tout également fort. Car ces sections de travers sont toujours égales ou proportionnelles aux rectangles C D B.

*CKI. Des corps inclinez.*

XII. Dans les corps inclinez, attachez par un bout, ou appuyez sur les deux bouts, les forces absolües de leurs extrémitez sont comme

C c ij

e plus fort que le corps  $cbe$ , en raison triplée d' $oe$  à  $be$ , par la 3<sup>e</sup> proposition de cet article. Mais aussi l'effort que fait la pesanteur du corps  $coe$  contre  $oe$  est plus grand en raison simple d' $oe$  à  $be$ , par la 4<sup>e</sup> proposition. Ainsi la force de tout le corps  $coe$  comparée avec l'effort de sa pesanteur, est à la force du corps  $cbe$  comparée aussi avec l'effort de sa pesanteur, en raison doublée d' $oe$  à  $be$ .

V I. *En tout ceci, la longueur du bras vertical du levier se doit prendre depuis le point d'appui  $e$  jusqu'à la hauteur du centre de gravité de la surface  $eb$ .* Car comme chaque point de cette surface  $eb$  tient avec une certaine force, & résiste à l'effort que fait l'autre bras; nous pouvons imaginer cette force, de chaque point, comme une pesanteur qui le feroit aller vers le corps. A comme vers son horizon: ainsi le centre de cette espèce de pesanteur seroit au même point, où est en effet le véritable centre de gravité de cette surface. Mais comme ce centre de gravité se trouve toujours dans les figures semblables, dans une distance du point  $e$  proportionnée aux hauteurs  $eb$ ,  $eo$ ; on peut prendre indifféremment pour bras des balances, ou les hauteurs des surfaces, ou les distances, jusqu'au centre de gravité.

V II. *Dans tous les corps, de quelque longueur & de quelque largeur qu'ils soient, la force absolue est en raison composée de la raison triplée des largeurs, (si les sections sont des figures semblables, ou si elles ne le sont point, de la raison des surfaces & de la raison des hauteurs, jusqu'au centre de gravité,) & de la raison réciproque des longueurs.*



VIII. Les corps appuyez par les deux bouts ont deux fois autant de force que ceux qui ne sont attachez que par un bout, & qui d'ailleurs auroient même grosseur & même longueur.

IX. Les regles precedentes sont veritables dans les corps appuyez sur les deux bouts, ayant égard à la force qu'ils ont à porter sur le milieu, sans s'y rompre.

**CVI. Des corps appuyez horizontalement sur les deux bouts.**

X. Dans les corps de même longueur & de même grosseur, dont les uns portent un fardeau sur le point du milieu A, ( figure de la page 299. ) & les autres sur un point D hors du milieu plus près d'un bout que d'un autre ; les forces à porter ainsi sans se rompre, faisant précision de leur propre pesanteur, sont réciproquement comme les rectangles des segments.  $CA B$ ,  $CD B$ . ( 101. )

XI. D'où il suit que si le corps étoit de telle figure que sa section de bout en bout fût circulaire ou elliptique, & que les sections de travers fussent des figures semblables, il seroit par tout également fort. Car ces sections de travers sont toujours égales ou proportionnelles aux rectangles  $CD B$ .

**CKII. Des corps inclinez.**

XII. Dans les corps inclinez, attachez par un bout, ou appuyez sur les deux bouts, les forces absolües de leurs extrémitéz sont comme

C c ij

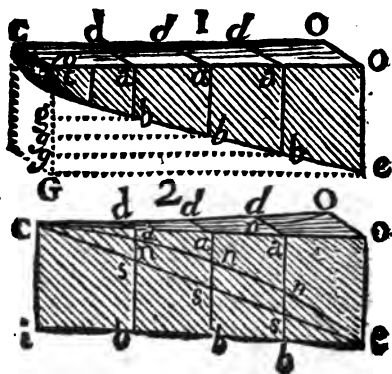


lequel est appuyé tout le poids du corps  $a c$ , & l'autre bras seroit  $b o$  qui résisteroit à la division. De même, imaginant un autre point, quel qu'il soit,  $i$ , plus haut ou plus bas dans la même surface, comme centre d'un autre levier  $k i o$ ; s'ils se trouve toujours que  $p b$  ait plus grande raison à  $b o$ , que  $k i$  n'en a à  $i o$ , c'est-à-dire, que le bras  $i o$  soit plus grand à l'égard du bras  $i k$ , que  $b o$  ne l'est à l'égard de  $p b$ ; il sera vrai aussi que le poids  $a c$  agira plus fortement dans le levier  $p b o$ , que dans levier  $k i o$ . Or, cela se trouve en effet; car tirant  $i n$  parallèle à  $b o$ , ou perpendiculaire à  $g o$ , il sera toujours vrai que  $p b . b o :: k i . i n$ , à cause que tant  $p b$ ,  $k i$ , que  $b o$ ,  $i n$ , sont comme  $g b$ ;  $g i$ . (Geom. 6. 43.) Or  $i o$  est toujours plus grande que  $i n$ , (Geom. 2. 19.) puisque par la supposition  $i n$  est perpendiculaire: ainsi  $i o$  sera toujours plus grande à l'égard de  $k i$ , que  $b o$  ne l'est à l'égard de  $p b$ ; & par conséquent la surface en  $i o$  est plus forte, & résiste plus au bras  $i k$ , que ne fait la surface  $b o$  au bras  $p b$ ; c'est donc en  $b o$  que ce corps est plus foible, & c'est là aussi qu'il se doit rompre.

*CVIII. Console parabolique également forte par toutes ses parties.*

Supposant encore que toutes les parties du corps sont également fortes, & également divisibles à proportion de leur grandeur; imaginons une Console dont la surface d'en haut soit un parallélogramme, (figure 1. de la page suivante)  $o C$ , les surfaces parallèles des deux côtes paraboliques  $o c b e$ , dont l'axe  $o c$ , ou  $O C$ , le sommet  $c$ , ou  $C$ , les appliquées vertica-

les  $oe$ ,  $ab$ ; cette Console sera également forte par toutes ses parties à porter un fardeau sur l'extrémité  $cC$ , faisant précision de ce que peut faire sa propre pesanteur; car prenant la surface  $bad$ , le bras  $ba$ , dans la balance  $abg$ ,



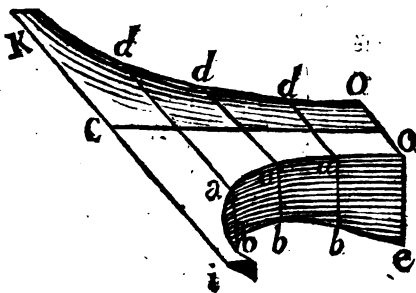
sera plus grand à l'égard du bras  $bg$ , que le bras  $eo$  ne l'est à l'égard du bras  $eg$ , dans la balance  $oeg$ ; & cette différence est en raison doublée des longueurs  $ca$ ,  $co$ , c'est-à-dire, en raison  $ba$ ,  $eo$ , suivant la nature de la Parabole. Mais d'ailleurs, aussi la surface  $bad$  est plus faible que la surface  $eoO$ , en même raison d' $eo$ ,  $ba$ . Ainsi la faiblesse de la surface  $bad$  étant compensée par la grandeur du bras  $ba$ , ce que la surface  $bad$  doit résister au poids qui agirait par le bras  $bg$  autant que la surface  $eoO$  résiste au même poids qui agit par le bras  $eg$ .

*CIX. Console triangulaire également forte par tout.*

De même, si une autre Console a les deux surfaces de dessus & de dessous égales, parallèles & triangulaires, & les surfaces des côtes parallélogrammes  $oeic$ , (figure 2.) en sorte que  $oe$ ,  $ic$ , soient verticales, cette Console sera aussi également forte par tout à porter un fardeau sur  $c$ ; car le fardeau agiroit contre la surface  $bad$  plus foiblement que contre la surface  $eo$ , comme  $bi$  est plus court que  $ei$ ; mais aussi la surface  $bad$  tiendroit moins que la surface  $eo$ , comme  $ad$  est plus court que  $eo$ , c'est-à-dire, comme  $ib$ ,  $ie$ .

*CX. Console hyperbolique également forte par tout.*

De même, si la surface d'enhaut est un plan terminé par deux hyperboles asymptotes  $oaa$ ,



$O d d$ , & par la droite asymptote  $i k$ , la surface d'enbas un plan  $e i k$ , les surfaces des côtes courbes faites par des verticales  $a b$ ,  $a b$ , &  $d$ ,  $d$ ; cette Console sera aussi également forte par tout à porter un fardeau sur le point  $c$ , ou sur toute la ligne  $i k$ , pourvu que ce fardeau soit également étendu par deçà & par delà le point  $c$ ; car suivant la nature de l'hyperbole, toutes les surfaces  $b n d$ , parallèles à la surface  $e o O$ , sont toujours égales, & les balances  $o e G$ ,  $a b g$  toujours semblables.

*C X I. Pyramide horizontale également forte par tout.*

Mais si dans la fig. 2. de la page 310. on imagine une sorte de Pyramide  $c n e$ , dont les sections  $n n n$ , parallèles à la base  $e o O$ , soient semblables, & la section verticale  $c n e$ , soit une parabole, dont l'axe est  $c i$ ; cette Pyramide posée horizontalement sera également forte par tout, ayant égard à l'effort que fait sa propre pesanteur: car l'effort de la partie  $c n n$  à l'effort de tout le corps  $c o e$ , ayant égard à la seule pesanteur, est en raison composée des longueurs  $c n$ ,  $c o$ , & des surfaces  $n n n$ ,  $e o O$ ; (car ces corps  $c o e$ ,  $c n n$ , sont toujours la cinquième partie des Prismes qui ont même base  $e o O$ , ou  $n n n$ , & même longueur  $o c$ , ou  $n e$ , & par conséquent sont comme ces Prismes en raison composée des longueurs  $o c$ ,  $n e$ , & des surfaces  $e o O$ ,  $n n n$ ) & ayant égard aux leviers, dont les centres seroient  $n$  ou  $e$ , un bras  $n n$  ou  $e o$ , un autre bras égal à la distance  $n c$  ou  $o c$  (ou à la sixième partie de cette distance, où l'on peut démontrer que se trouve le centre de gravité des corps  $c n n$ ,  $c o e$ ,) l'effort

MOUVANTES. 313

Fort de la partie  $c a n$  à l'effort de tout le corps  $c o o$ , est réciproquement comme  $d a, c v$ ; ainsi tout l'effort de ces corps, tant à raison de la pesanteur, qu'à raison du levier, est en raison des surfaces  $n a n, e o o$ : mais aussi la force ou la résistance des surfaces  $n a n, c o o$ , est comme les surfaces mêmes  $n a n, e o o$ .

*CXII. Pyramides verticales également fortes par tout.*

Nous pouvons considérer maintenant une Pyramide posée verticalement comme les pointes des clochers, & examiner la force qu'elles ont à résister au vent, & à se soutenir. Si c'est une Pyramide, dont la section par l'axe soit rectiligne, comme  $e s c o$ , (figure 2. de la page 310.) & que nous fassions précision de la pesanteur, considérant seulement la liaison qu'ont les parties entre-elles; elle sera également forte par tout, pour résister au vent qui seroit effort pour l'abatre: car la force du vent qui souffle sur toute la surface  $o e s c$ , est à la force du vent qui souffle sur la partie  $a s c$ , comme toute la surface  $o e s c$  à la partie  $a s c$ , c'est-à-dire, en raison doublée de  $o c, a c$ : mais aussi la force qui tient les surfaces  $e o o, s a d$  est comme ces surfaces mêmes, c'est-à-dire, en raison doublée de  $e o, s a$ , ou de  $o c, a c$ ; & d'ailleurs les balances  $c e o, c s a$  sont semblables, en prenant pour un de leurs bras  $c e$ , &  $c s$ ; ou bien leur tiers, où se trouve le centre de gravité des surfaces  $c e o, c s a$ , contre lesquelles le vent souffle.

*CXIII. Tour parabolique également forte  
par tout.*

Si la section par l'axe de la Pyramide est la parabole  $cbe$ , dont l'axe est  $co$ , (fig. 1. de la page 310.) cette Pyramide sera également forte par tout pour résister au vent, ayant égard à la force de la pesanteur des parties qui résistent par leur propre poids. Car la force du vent qui souffle sur toute la surface parabolique  $oe, bc$ , est à la force du vent qui souffle sur la partie  $abc$ , comme toute cette surface à cette partie, ou en raison composée de  $co, ca$ , & de  $oe, ab$ : & ayant égard aux leviers, dont un bras seroit la hauteur  $oc$ , ou  $ac$  (ou bien la distance, qui est toujours proportionnelle à cette hauteur, jusqu'au centre de gravité de ces surfaces paraboliques, & par conséquent de la force du vent) & l'autre bras seroit  $oe$ , ou  $ab$ ; l'effort du vent seroit plus grand contre  $oe$  que contre  $ab$ , en raison de  $oe, ab$ ; de sorte que tout l'effort du vent, tant à raison de la grandeur des surfaces sur lesquelles il souffle, qu'à raison du levier, est toujours en raison composée de  $oc, ac$ , & de la raison doublée d' $oe, ab$ . Mais aussi la résistance, ou la force des surfaces  $oe, bad$  est comme la pesanteur des corps  $oe, abc$ , c'est-à-dire, en raison composée de la raison d' $oc, ac$ , & de la raison doublée d' $oe, ab$ .



*CXIV. Endroit plus foible d'une Pyramide épointée.*

On voit bien par là que la Pyramide  $a e d e$  est plus forte vers le bas  $a e$ , que vers le haut  $a d$ , ou  $a e$ , si l'on a égard à la résistance que fait en effet la pesanteur : mais si la Pyramide est coupée vers la pointe en  $a s$ , elle sera plus forte vers le bas & vers le haut, que vers un endroit de l'entre-deux : & c'est un problème assez beau, que de déterminer l'endroit où cette Pyramide est ainsi le plus foible ; & où par conséquent le vent la doit rompre, & l'abattre. Voici comme le Problème se propose. Une Pyramide épointée  $a s e o$  étant donnée, trouver la section  $s a s$  parallèle à la base  $e o o$ , qui soit telle que le trapèze  $a s s a$ , multiplié par la ligne tirée de son centre de gravité perpendiculairement sur sa base  $s a$ , ait plus grande raison au morceau pyramidal  $a s s a d$ , multiplié par la base du trapèze  $s a$ , que tout autre trapèze fait par une autre section, & multiplié de même par la ligne tirée de son centre de gravité sur sa base, au morceau pyramidal emporté par cette nouvelle section, & multiplié par la base de ce nouveau trapèze. Ce Problème est plus long que difficile.

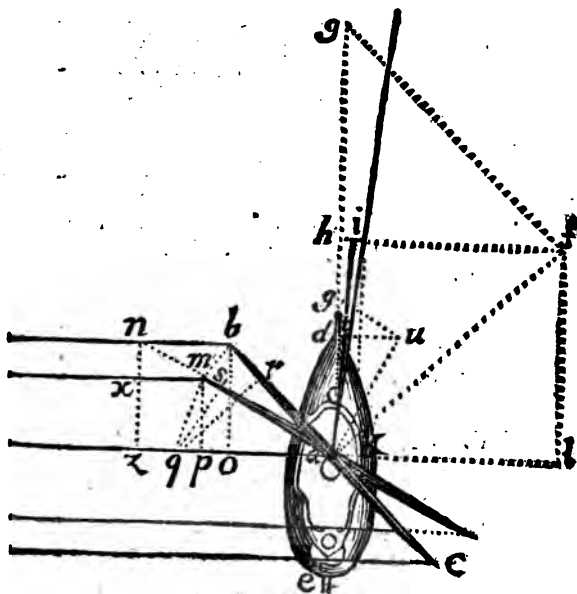
*CXV. Application des règles de Mécanique au mouvement d'un vaisseau.*

Toutes ces connoissances peuvent être de grand usage dans l'Architecture & dans les autres Arts ; & si des ouvriers aidez seulement par

une longue expérience & par un bon sens, peuvent juger de la fermeté ou des défauts d'un bâtiment & de choses semblables ; il n'y a point de doute, que si ce bon sens & cette longue pratique est aidée de ces connoissances de Méchanique, ils pourront juger avec incomparablement plus d'assurance ; ils trouveront mieux les remèdes aux inconveniens qui se présenteront ; ils prendront leurs précautions avec plus de sûreté, & s'épargneront, sans doute, bien des frais inutiles. Ce discours, qui ne doit contenir que les regles generales, ne semble pas permettre qu'on en fasse ici une application particuliere ; mais je croi qu'on ne sera pas mari de voir dans un exemple quelque essai de l'usage que l'on peut faire des Méchaniques, pour expliquer la Nature, & pour perfectionner les Arts. Je prens donc pour sujet le mouvement d'un Vaisseau, qui est sans doute un des plus beaux ouvrages de l'Art, & où l'industrie des hommes semble le mieux ménager les loix méchaniques de la Nature.

*CXVI. Démonstration du chemin d'un Vaisseau poussé par un vent de côté.*

Considerons donc un Vaisseau *d a e*, dont la grande vergue *b c* soutienne la voile dans la même situation, tandis que le vent souffle de côté *n b*, *x a*. Tirons la perpendiculaire à la vergue, sçavoir *a f*, & une autre ligne suivant la quille du vaisseau *a d g*, une troisième *f g*, parallele à la vergue ou à la voile. Suivant ce qui a été démontré au discours du Mouvement local §. 28. l'effort du vent pouf-



seroit la vergue vers *sf* ; & si le vaisseau étoit tout rond comme une boule, se pouvant mouvoir indifféremment de tous côtez avec la même facilité, il seroit men en cette rencontre vers *sf*, puisque c'est de ce côté-là qu'il seroit poussé par le vent. Mais le vaisseau étant plus long que large, & ayant plus de facilité à se mouvoir le long de la quille vers *sg*, qu'à se mouvoir de côté vers *sl*, il avancera plus vers *g* que vers *l*, selon que cette facilité sera plus grande. Supposons donc qu'il se meuve cete

218 DES FORCES

fois plus aisément le long de la quille que de côté, & qu'il faille cent fois plus de force à le pousser de côté  $ca$  vers  $l$ , qu'à le pousser de la poupe  $a$  vers la prouë  $d$ ; achevons le rectangle  $fha$ , prenons  $hi$  la centième partie de  $hf$ ; je dis que le vaisseau ira sur la ligne  $ai$ : car l'impression qui le porte vers  $a$  se peut entendre composée de deux, dont l'une le porte le long de la quille vers la ligne  $bf$ , & l'autre de côté vers  $lf$  (Mouv. local §. 25.) mais comme cette impression du côté ne peut agir que de la centième partie, il est clair qu'au tems que le vaisseau sera parvenu à la ligne  $bf$ , il n'aura fait de côté que l'espace  $bi$ , savoir la centième partie de  $bf$ , qu'il auroit fait, s'il fût allé aussi librement de ce côté-là.

CXVII. Autre démonstration de ce chemin.

L'on peut encore concevoir que le vaisseau se meut sur la ligne  $ag$  comme sur un plan incliné; car dans le triangle  $afg$ , le vaisseau seroit porté par le vent directement vers  $af$ , comme un poids vers l'horizon, & supposant qu'il ne pût se mouvoir de côté, mais seulement le long de la quille, son impulsion le porteroit vers  $g$ , mais avec un degré diminué, enforte que si la force du vent étoit représentée par la ligne  $af$ , l'impulsion n'agiroit vers  $ag$  que par la force exprimée par la ligne  $ah$ , suivant l'art. 51. parce qu'ici  $ah$  est à  $af$ , comme  $af$ , à  $ag$ ; ainsi le vaisseau iroit jusqu'en  $b$  par cette force du vent  $af$ . Mais cependant le vaisseau n'étant pas tout-à-fait incapable de se mouvoir de

côté, & étant susceptible de la centième partie de ce mouvement, il faudroit prendre  $a$  à la centième partie de  $af$ , & tirer la parallèle  $ai$ ; car ainsi l'on auroit  $ai$  le chemin du vaisseau, & l'on connoitroit en même tems qu'il auroit dérivé de l'espace  $hi$ .

*En ceci nous ne comptons point ce que cause la masse du vaisseau, donnant de la prise au vent, peut contribuer pour faire dériver davantage; nous supposons aussi que le gouvernail  $e$ , est soutenu droit suivant la quille.*

### CXVIII. Changement de biais des vergues & des voiles.

Considérons après cela que le vaisseau & le vent demeurant dans la même disposition, on change le biais de la vergue, & qu'elle est maintenant en  $am$ , faisant un angle plus aigu avec le vent. Tirons  $au$  perpendiculaire à la vergue; ce sera selon cette ligne  $au$ , que le vaisseau sera poussé par le vent. (Mouv. local §. 28.) Tirons de plus  $mp$ ,  $bo$  perpendiculaires au vent  $ap$ ; & soit prise la longueur  $au$ ; en sorte que  $af$  soit à  $au$ , en raison doublée de  $bo$  à  $mp$ ; tirons enfin  $ud$  perpendiculaire à la quille  $ad$ , sur laquelle on prend la centième partie  $i$ : je dis que le vaisseau ira par la ligne  $ai$ ; en même tems qu'il seroit allé par  $ai$ , si la vergue fût demeurée en  $ab$ . Car faisant du centre  $a$  le cercle  $bmq$ , les perpendiculaires  $qs$ ,  $qr$  (égales à  $mp$ ,  $bo$ ) mesureront la force du même vent  $qa$ , qui vient fraper successivement sur les vergues (Mouv. local §. 24. 25. 26.) & comme  $qs$ , où  $mp$ , est plus petite que  $qr$ , ou  $bo$ , aussi la

force du vent diminuë de ce seul chef, à proportion que cette ligne  $mp$ , est plus petite que  $bo$ : mais d'ailleurs la force du vent diminuë encore avec la même proportion d'un autre chef; car quand la vergue est en  $ab$ , elle est poussée par tout le vent qui est entre  $bn$ , &  $as$ ; au lieu que quand elle est en  $am$ , elle n'est poussée que par le vent qui est entre  $mx$ , &  $az$ : ainsi ces deux forces diminuent dans la même proportion que le font  $nx$  &  $xz$ , ou  $bo$  &  $mp$ ; de sorte que la force du vent, à tout prendre, diminuë deux fois dans la proportion de  $bo$  à  $mp$ , c'est-à-dire, dans la raison de  $fa$  à  $ua$ , qui ont été prises en raison doublée de  $bo$  à  $mp$ . Donc la force du vent étant exprimée par  $af$ , lorsque la vergue est en  $ab$ , cette force sera exprimée par  $au$ , lorsque la vergue sera en  $am$ ; ainsi le vaisseau seroit porté en  $u$ , s'il étoit également susceptible de tout mouvement: mais comme il se meut cent fois plus aisément selon la quille  $ad$  que de côté, il se mouvra vers  $t$ , selon ce qui a été démontré auparavant.

### CXLX. *Autres considerations de Marine.*

Par ces considerations on peut déterminer quel est le biais de la vergue, qui est le plus propre pour avancer chemin; car plus la vergue est oblique vers le vent, moins le vaisseau dérive, mais aussi il avance moins; au contraire, plus la vergue est droite au vent, plus le vaisseau dérive, de sorte que la vergue pourra être en telle disposition qu'il dérivera autant qu'il avancera; & même après qu'on est venu à un

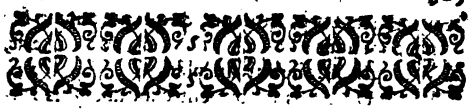
certain angle, il est nuisible de l'augmenter davantage, puisque pour lors le vaisseau en avanceroit moins; & ce sont ces angles que la Méchanique & la Geometrie peuvent parfaitement déterminer, aussi-bien qu'une infinité d'autres Problèmes considérables qui regardent la Marine: comme par exemple, deux vaisseaux étant donnez, & le vent qui souffle, déterminer le Rhumb & le biais, qui est le plus propre à l'un pour poursuivre l'autre, ou pour le fuir. Quand il faut aller à bandes, déterminer le meilleur biais qu'il faut prendre, & la grandeur des bandes. Déterminer quelle est la meilleure figure du vaisseau pour aller vite, ou pour être fort. Ce que peut faire le biais du gouvernail pour tourner les vaisseaux, pour les empêcher de dériver, & pour les faire aller plus contre le vent. Pourquoi un vaisseau peut aller contre le vent, quand bien même les voiles seroient toutes roides, comme celles de la Chine, qui sont de natte. Jusqu'à quel Rhumb de vent contraire on peut avancer sans se détourner. Quel avantage l'on peut tirer de la flexibilité des voiles enflées, ( en parabole. ) A quoi bon les voiles latines; & l'on peut démontrer qu'une voile latine, qui seroit échanquée en hyperbole, dont le mas & l'horizon seroient asymptotes, auroit une force égale par tout en haut & en bas, pour faire pancher le vaisseau sur le côté, quand bien le mas seroit infiniment élevé, ou la voile infiniment étendue de tous côtez. Tout cela se peut résoudre par ces regles de Méchanique; mais je croi que ce qui a été expliqué peut suffire pour le dessein que je m'étois proposé.

312 DES FORCES MOUVANTES.

*Comme j'ai dit dans la Preface du mouvement uniforme qui se faisoit dans une Cycloïde ; je veux indiquer la maniere dont je procede , pour démontrer cette uniformité , afin que quand M. Huygens aura publié sa démonstration , je puisse voir si j'ai été assez heureux pour concourir avec un si grand homme.*

**Fin des Forces Mouvantes.**





# T A B L E

## DE LA STATIQUE ou de la Science des Forces

### Modifiantes.

**L** E S forces contraires dans les poids. Page 225

II. Et dans d'autres corps. 226

III. Sont le sujet de la Statique. *la même.*

IV. Centre de gravité. 227

V. Où il est dans un corps régulier. 228

VI. Et dans un irrégulier. *la même.*

VII. Corps Homogenes & Heterogenes. *la même.*

VIII. Ligne de direction. 229

IX. Centre des Graves. *la même.*

X. Les lignes de direction des corps suspendus sont censées parallèles. 230

XI. Les corps descendent toujours quand ils peuvent. *la même.*

XII. Même sur un panchant. 231

XIII. Un corps demeure lorsqu'il ne peut se remuer sans que son centre de gravité ne monte. *la même.*

XIV. Et lorsque la ligne de direction passe par la base. 232

324 TABLE DES FORCES

XV. Quels corps glissent, & quels roulent sur un panchant.	233
XVI. Un Globe sur un plan.	234
XVII. Un corps se soutiens d'autant plus fermement que sa base est large.	235
XVIII. & XIX. Une aiguille ne peut se soutenir sur sa pointe.	<i>la même.</i>
XX. Quelques grands corps se soutiennent quoique panchés ou sur une base étroite.	236
XXI. Loix de mécanique observées par les animaux & par les Peintres.	<i>la même.</i>
XXII. Les corps suspendus demeurent en repos, quand ?	237
XXIII. Un corps ne change point de pesanteur, pour changer de situation ou de figure.	238
XXIV. Un corps suspendu par un filet ou par une verge roidie, tire également.	<i>la même.</i>
XXV. Proposition fondamentale de la Statique.	239
XXVI. Démonstration.	240
XXVII. Démonstration.	<i>la même.</i>
XXVIII. Démonstration.	241
XXIX. Démonstration.	242
XXX. Remarque sur la démonstration d'Archimede.	243
XXXI. La longueur des filets d'où pendent les poids ne fait rien.	<i>la même.</i>
XXXII. Comment se prend la longueur des bras de la balance.	244
XXXIII. Cas où une balance se remet d'elle-même dans son équilibre.	245
XXXIV. Balances trompeuses.	246

MOUVANTES, &c. 325

- XXXV. Loix de l'équilibre observées dans les animaux. *La même.*
- XXXVI. Levier ou balance appuyée. 248
- XXXVII. Force des ciseaux, tenailles, pincettes. *la même.*
- XXXVIII. Levier appuyé à son extrémité. 249
- XXXIX. Force d'une sorte de couteau. 250
- XL. Des poulies. 251
- XLI. Equilibre dans les poulies. 252
- XLII. Des mouffles, ou des poulies multipliées. 253
- XLIII. Forces des poulies séparées. 254
- XLIV. Forces des poulies jointes ensemble. *la même.*
- XLV. La force est comme l'unité au nombre des poulies suspendues. 255
- XLVI. De l'aissieu d'une rouë. *la même.*
- XLVII. Des rouës à dents. 256
- XLVIII. Machine pour enlever la terre. 257
- XLIX. La force dans les rouës est multipliée comme leur rours. *la même.*
- L. Du plan incliné. 258
- LI. Force d'un poids sur le plan incliné. 259
- LII. Remarque sur une loi du mouvement proposée au Discours du Mouvement Local. 260
- LIII. Le mouvement ne se distribue pas aux parties du corps comme le sel aux parties de l'eau. 261
- LIV. Ce que dit Monsieur Descartes de la résistance des corps dans le repos, n'est

316 TABLE DES FORCES

- pas raisonnable. 262
- L V. Qu'un petit corps peut donner toute sa vitesse à un grand corps. 264
- L VI. Un corps par sur un plan incliné. *la même.*
- L VII. Proportion de la force à descendre dans le plan incliné. 265
- L VIII. Du coin: *la même.*
- L IX. De la vis. 266
- L X. De la vis sans fin. *la même.*
- L XI. En toute machine le mouvement est proportionnel à la force. 267
- L XII. Principe de mécanique pris du temps & du mouvement. *la même.*
- L XIII. Le mouvement perpétuel par mécanique est impossible. 268
- L XIV. Exemple qui démontre l'impossibilité du mouvement perpétuel. 269
- L XV. Cette démonstration se peut appliquer à tout autre exemple. 271
- L XVI. Des poids suspendus au milieu d'une corde attachée aux deux bouts. *la même.*
- L XVII. Démonstration de leurs forces. 272
- L XVIII. Cette force est prodigieuse. 274
- L XIX. Il est impossible de bien tendre une corde. *la même.*
- L XX. Situation des corps suspendus par deux cordes. 275
- L XXI. Force de leur traction. 277
- L XXII. Les cordes attachées par les deux bouts se courbent par tout. *la même.*

MOUVANTES, 317

- LXXIII. Propriété des tangentes de cette courbure. 278
- LXXIV. Centre de gravité des corps courbes. 280
- LXXV. Les chaînes & les cordes ordinaires ne se courbent pas en parabole. *la même.*
- LXXVI. En quel cas un filet se courberoit en parabole. 281
- LXXVII. Quelles cordes peuvent se courber en parabole. 282
- LXXVIII. Cas particuliers où les cordes seroient courbées en parabole, & cas où elles ne le seroient pas. *la même.*
- LXXIX. Cas auxquels les cordes se courbent en Hyperbole & en Ellipse. 283
- LXXX. Démonstration. 284
- LXXXI. Les cordes tendues en effet hyperboliques. 285
- LXXXII. Les surfaces étendues se courbent aussi, & se font convexes en bas. *la même.*
- LXXXIII. Usage qu'on peut faire de ceci dans l'optique, pour faire des verres Elliptiques, Hyperboliques & Paraboliques. 286
- LXXXIV. Quelques corps se rompent étant tiré, d'autres se cassent en ployant. 287
- LXXXV. Nul corps ne se rompt qu'à force d'être tiré. 288
- LXXXVI. Difficulté de casser un œuf en le pressant de bout en bout. *la même.*
- LXXXVII. Forces des colonnes. 289

328 TABLE DES FORCES

LXXXVIII. Un bâton résiste plus étant tiré qu'étant ployé. 290

LXXXIX. Quelle est la proportion de la résistance du bâton en ces deux situations. 291

XC. Première Hypothèse pour mesurer la force du bâton tiré de long. 292

XC I. Et du même tiré de côté. 293

XC II. Progression Arithmétique & progression des quarrés qui se rencontrent ici. 294

XC III. Seconde Hypothèse. *la même.*

XC IV. Expression Géométrique de la force de ces bâtons. *la même.*

XC V. La résistance est la même, soit qu'elle soit réunie en un seul filament, ou qu'elle soit divisée entre plusieurs. 296

XC VI. On ne sauroit donner une règle générale pour la résistance de tous les corps. *la même.*

XC VII. Une corde tirée se rompt au milieu. 297

XC VIII. Où se rompent les autres corps. 298

XC IX. Bâton que l'on rompt sur le genouil. *la même.*

C. Poutres, ou Pierres appuyées par les deux bours. 299

CI. Poutres ou Pierres pressées hors du milieu. *la même.*

CI I. Force des poutres ou des pierres. 301

CI II. Ces corps se courbent en Parabole. *la même.*

CIV. Règles générales de la résistance de solide. 302

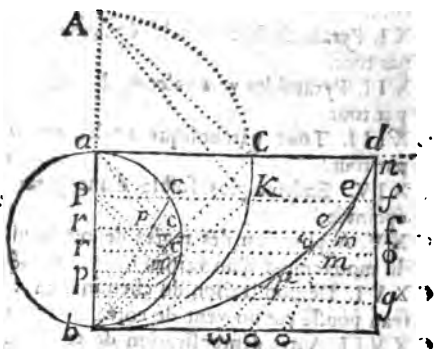
C V.

MOUVANTES, &c.		329
C V.	Des corps attachez horizontalement par un bout.	303
C VI.	Des corps appuyez horizontalement sur les deux bouts.	307
C VII.	Des corps inclinez.	<i>la même.</i>
C VIII.	Console parabolique également forte par toutes ses parties.	309
C IX.	Console triangulaire également forte par tout.	311
C X.	Console hyperbolique également forte par tout.	<i>la même.</i>
C XI.	Pyramide horizontale également forte par tout.	312
C XII.	Pyramides verticales également fortes par tout.	313
C XIII.	Tour parabolique également forte par tout.	314
C XIV.	Endroit plus foible d'une pyramide épointée.	319
C XV.	Application des regles de mécanique du mouvement d'un vaisseau.	<i>la même.</i>
C XVI.	Démonstration du chemin d'un vaisseau poussé par un vent de côté.	316
C XVII.	Autre démonstration de ce chemin.	318
C XVIII.	Changement de biais des vergues & des voiles.	319
C XIX.	Autres considérations de marine.	320

*Fin de la Table des Forces Mouv.*

\*\*\*\*\*

# P E N D U L E D A N S U N E C Y C L O I D E .



**D**U cercle  $acb$  on fait la Cycloïde  $ad$  &  $e$   $ac$  &  $ae$  sont diverses tangentes. Je dis que le mouvement d'un poids se fait toujours en même-tems par toutes ces tangentes  $dg, eo, co, \&c.$  Car tirant des parallèles  $da, fo, ep, lm, \&c.$  les tangentes  $dg, eo, \&c.$  seront égales, & également inclinées aux cordes  $bp, a, bpc, bpc, \&c.$  dans lesquelles cordes le tems est toujours égal.

Les lignes  $gd, gf, gf, g\phi, \&c.$  sont con-



riuellement proportionnelles. Je dis que le mouvement se fait en même-temps par toutes les tangentes  $df$ ,  $em$ ,  $em$ ,  $eu$ , &c. Car comme le tems de la route  $dg$ , au tems de la partie  $df$ ; ainsi le tems de la route  $eo$  au tems d'une pareille partie  $em$ .

Prenant deux progressions quelconques de ces tangentes, comme  $df$ ,  $em$ ,  $em$ , &c. d'une part; &  $em$ ,  $em$ ,  $eu$ , &c. d'une autre; & imaginant qu'un corps commençant à descendre de  $d$ , se meut par  $df$ , & puis par  $em$ ,  $em$ , &c. & qu'un autre corps égal au premier, commençant par  $e$ , descend par  $em$ ,  $em$ ,  $eu$ , &c. Je dis, que ces corps se mouvront en même-temps dans les tangentes, qui seront dans un rang semblable de leur progression, par ex. par la 3.  $em$  de la progression  $df$ ,  $em$ ,  $em$ , &c. & par la 3.  $eu$  de la progression  $em$ ,  $em$ ,  $eu$ , &c. Car prenant les portions des cordes égales & également inclinées  $AP$ ,  $ep$ ,  $cp$ ,  $cp$ , &c. continuons la 3.  $cp$ , (égale à  $em$ ) jusqu'à la rencontre  $d$  au point  $C$ . Par le point  $C$ , tirons le cercle  $bCA$ . Si un poids descendoit par  $C$  &  $p$ , commençant par  $C$ , il arriveroit en  $c$ , en même tems qu'il parviendroit en  $a$ , s'il descendoit par  $Aa$ , commençant par  $A$ ; contiguant vers  $cpb$ , il parcourroit la ligne  $cp$ , en même tems que la ligne  $AP$  (car il est fort aisé de voir que  $pp$  est parallèle à  $ca$ ) Or on sçait que le poids fait le chemin  $cp$  en même tems, soit qu'il ait commencé à se mouvoir par la ligne  $Cc$ , ou qu'il soit venu par les deux  $AP$ ,  $cp$ ; ainsi le tems que met le poids à parcourir cette 3.  $cp$ , en descendant par les trois  $AP$ ,  $cp$ ,  $cp$ , est le même que celui qu'il mettroit en  $AP$ , s'il descendoit par  $AP$ , en commençant par  $A$ .

Mais le même poids met aussi le même tems à parcourir la 3.  $\pi$ , ( de la 1. progression ) quand il commence à descendre par  $c p$ , & qu'il continuë ensuite par  $c p$ ,  $\pi$ , car en prolongeant  $\pi$ , on rencontre le cercle  $A C K$ , dans la ligne  $P c K$ , comme il est aisé de démontrer. Ainsi le tems par  $K p$ , est égal au tems par  $A a$ , & le tems par  $\pi$  au tems par  $a P$ .

De là il suit, que si l'on prend une progression de termes infinis  $d f$ ,  $e m$ ,  $e m$ ,  $s \mu$ , &c. allant vers le bas de la Cycloïde  $b$ ; le mouvement s'y fera toujours en même tems, de quelque endroit que le corps commence à descendre. Et comme les termes de cette progression peuvent être faits aussi petits que l'on veut, ensorte que le premier  $a P$  ou  $d f$ , ne soit que la milliëme, ou la cent-milliëme, ou la cent millionniëme partie du diamètre  $a b$ ; il est clair que tous ces termes de progression étant des tangentes infiniment petites de la Cycloïde, ils peuvent passer pour la Cycloïde même; & qu'ainsi le mouvement par la Cycloïde se fait toujours en même tems de quelque point que le corps commence à descendre. Si l'on veut, on peut réduire ceci à la démonstration des Anciens; car le mouvement qui se fait en ces tangentes qui vont ainsi en bas  $d f$ ,  $e m$ ,  $e m$ , &c. est toujours plus court, que celui qui se feroit par la Cycloïde  $d e c$ , &c. quoique en multipliant les termes de la progression, on s'approche infiniment de l'égalité; mais aussi, si les tangentes sont tirées en haut  $e n$ ,  $e n$ ,  $s$ , &c. le mouvement s'y fera en un plus grand tems que dans la Cycloïde.

Un poids suspendu du point  $d$  par une corde double du diamètre  $a b$ , se balançant entre

DANS UNE CYCLOÏDE. 117

deux Cycloïdes semblables  $d e e s$ , &  $d' e r$ ,  
décriroit en bas une Cycloïde entière, égale  
& semblable aux supérieures, & toutes les vi-  
brations se feroient en un tems égal. Car tou-  
jours  $e o$ ,  $e o$ , (ou  $c b$ ,  $c b$ ) est la moitié de  
celle de la Cycloïde  $e b$ ,  $e b$ .

*Fin de la Cycloïde.*



DEUX  
MACHINES  
PROPRES A FAIRE  
LES QUADRANS  
AVEC  
TRES-GRANDE FACILITE

PREFACE



# P R E F A C E

## DES DEUX MACHINES propre à faire des Quadrans.

**L**A difficulté que l'on experimente dans la pratique des Quadrans, & dans cette suite ennuyeuse de diverses operations qu'on est obligé de faire quand on suit la methode commune, fait perdre ordinairement le plaisir que l'on auroit à s'exercer à une occupation qui est d'ailleurs si curieuse & si utile. C'est pourquoy on ne scauroit assez estimer les inventions qui nous rendroient ces pratiques aisées. Voici deux machines, qui semblent assez propres pour cela, puisque par leur moyen on peut aprendre, en moins d'une heure, la maniere de faire toutes sortes de Quadrans, & qu'on peut pratiquer, comme en se jouant, ce qu'on a appris, & faire sur les murailles, & dans les chambres, toutes sortes d'Horloges, avec une très-grande facilité.

Il ne faut pas s'imaginer que l'usage de ces instrumens ne soit qu'une operation mécanique, où l'on agit à l'aveugle, sans scavoir ce que l'on fait. S'il s'agit d'operation, les pratiques les plus simples, les plus sûres doivent passer pour les plus savantes, & pour les plus

## 338 PRÉFACE DES DEUX MACHINES

Geometriques ; & j'estime qu'il est bien mal-aisé de rien faire avec moins de peine , ni avec plus de certitude, que par le moyen de ces machines. Mais s'il s'agit d'apprendre la Theorie des Quadrans , je ne croi pas qu'on puisse le faire mieux que par le moyen de ces machines mêmes , où l'on fait comprendre aisément la raison de toutes les operations , le raport des lignes horaires , & du cours du Soleil , les sections que font les arcs des Signes , & en un mot toute la science de la Gnomonique.

La description de ces Machines est tirée d'un livre Latin , intitulé : *Horologium Thaumantiscum*. C'est une sorte d'Horloge , qu'on a appelée ainsi *Thaumantique* , à cause d'une Iris artificielle , ou d'un Arc-en-ciel , qui étant répandu dans toute une chambre , y marque les diverses heures , les Signes du Zodiaque , les degrez de hauteur , & tout ce qu'on peut marquer dans les Horloges , avec d'autres particularitez qui doivent paroître d'autant plus curieuses , qu'elles sont particulieres à cette sorte de Quadrans , & que ceux qui ont traité le plus exactement de ces choses , n'ont encore donné rien de semblable. On y connoît à chaque moment quels sont les endroits de la terre qui sont éclairés du Soleil , & quels sont ceux qui sont dans l'obscurité de la nuit. On y voit d'un coup d'œil tous les lieux où le Soleil se leve actuellement , & où il se couche. On y remarque les Pais qui ont de longs jours , & ceux qui ont de longues nuits ; on y distingue vers les Poles tous les endroits qui ont une nuit perpetuelle , ou qui voyent le Soleil sans interruption ; les heures Italiques & les Babyloniques , la grandeur des Crepuscules , la durée des jours & des nuits.



Ces nouvelles heures si ingénieusement inventées à Lyon, y sont représentées par une seule ligne. Les signes ascendants & les descendants, les Maisons célestes, & tout le reste, qui seroient un épouvantable embarras dans les Quadrans ordinaires, se voyent ici sans aucune confusion, & avec tant d'ordre, que la vûë même en est assez agréable.

A l'occasion de ce Quadrän qui n'avoit pas encore paru, on en décrit un autre, qui a grand rapport à celui-là, & qui se fait sur un Globe, où sans aucun style, l'ombre du Globe même marque toutes les mêmes choses qui se voyent en cet Horloge Thaumantique : de sorte que tout ce qui se fait dans l'un par le confin de l'ombre & de la lumière qui divise tout le Globe, se fait dans l'autre, par le moyen d'un Arc-en-ciel, qui entre dans la chambre, & qui la partage.

Comme un Arc-en-ciel, qu'on fait ainsi par artifice, a quelque chose d'admirable, on s'est attaché dans ce Livre-là à donner divers moyens de le faire; & peut-être que ceux qui se plaisent aux inventions de la Dioptrique, en trouveront ici quelques-unes qui leur agréeront, ou du moins qui les exciteront à faire quelque nouvelle recherche sur les ouvertures qu'on y donne, pour perfectionner ce qui est ici commencé, & qui peut avoir de très-grands usages.

Enfin, on donne en ce même Livre un moyen de trouver les foyers des sections Coniques, propre à décrire dans les Quadrans les arcs des Signes. On avoit déjà l'invention de faire ces sortes de lignes, par le moyen de certains filets; mais cette invention, qui seroit très-commode dans la description des Quadrans, a été jus-

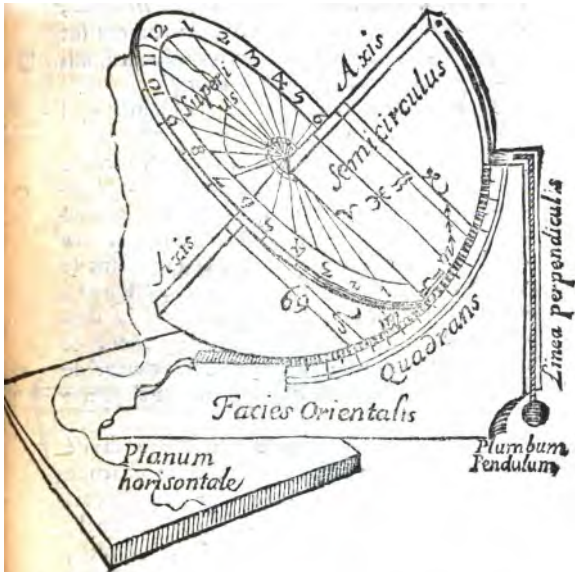
340 **PREF. DES DEUX MACHINES, &c.**

qu'ici inutile dans la pratique , à cause de la difficulté extrême qu'il y a de trouver les foyers, c'est-à-dire, les points où il faut attacher les filets : de sorte qu'on avoit plutôt fait de décrire les Signes par la methode ordinaire, quelque longue qu'elle fût, que d'entreprendre à calculer ou à operer, pour trouver le point de ces foyers. On donne donc ici une proposition generale, & une démonstration Geometrique, par laquelle on trouve très-aisément ces foyers en toutes sortes de sections, n'y ayant autre chose à faire qu'à tirer deux lignes paralleles à deux autres lignes déjà données.



DEUX MACHINES  
propres à faire les Quadrans  
avec une très-grande facilité.

*Description de la premiere Machine.*



1. **C**ette premiere Machine est faite de bois, quoiqu'on la puisse faire encore mieux de leton, ou de quelqu'autre

Ff iij

métail plus doux. Elle a trois principales parties. ( Voyez la premiere figure. ) La premiere, est une planche à peu près carrée, assez massive, & bien unie. Nous l'appellons *le Plan horizontal*, parce que dans l'usage il doit être mis horizontalement, ou à niveau.

2. Vers un coin de ce Plan il y a une cheville bien tounée, sur laquelle est la seconde Piece, que nous appellons *le Plan Meridional*, qui doit tourner sur cette cheville comme sur un pivot, enforte qu'il demeure toujours à angles droites avec le Plan horizontal.

3. Il y a au côté de ce Plan un plomb, qui peut servir de niveau.

4. Ce même Plan est fait de deux pieces, l'une, qui est la plus basse, se nomme *le Quadrant*, parce que c'est un quart de cercle divisé en quatre-vingts-dix degrez; l'autre est un *semi-cercle*, qui est tellement engagé dans le Quadrant, qu'il peut tourner, en s'inclinant, ou en se dressant, tant que l'on veut. Le diametre de ce demi-cercle s'appelle l'*Axe*, & son centre s'appelle simplement *le Centre* de l'instrument, comme le filet qui en sort s'appelle *le filet du Centre*.

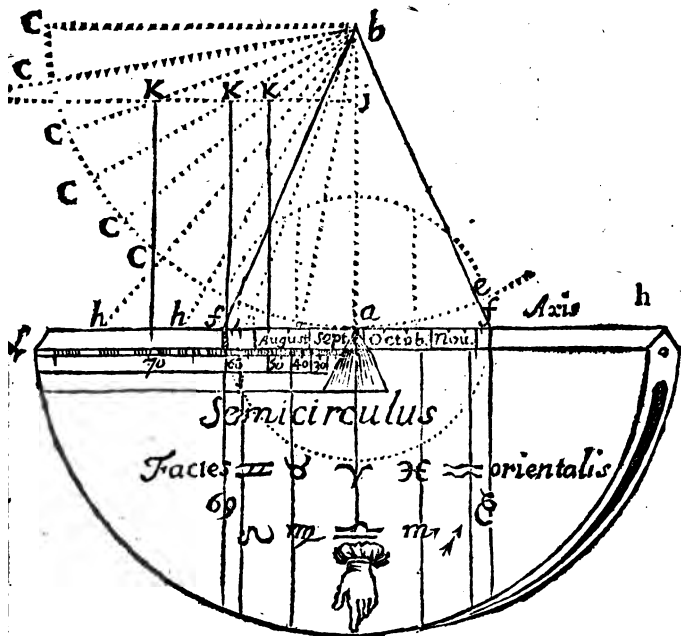
5. La troisième Piece est un *Cercle* divisé en vingt quatre parties égales, dont chacune se peut diviser en deux ou en quatre. Ce cercle se joint tellement avec le plan Meridional, qu'il fait toujours avec lui des Angles droits, quoiqu'il puisse changer de place, & être mis en diverses situations. L'une des faces de ce Cercle s'appelle *Superieure*, & l'autre *Inférieure*.

6. Dans le demi-cercle on voit les mois mar-

AUX QUADRANS. 343

quez d'une certaine maniere. Ceux qui ne se soucient que de la pratique, ne doivent pas se mettre en peine de sçavoir comment on a marqué ici ces signes ou ces mois, puisque trouvant des instrumens déjà tout faits & tout marquez, ils peuvent s'en servir pour faire les Quadrans, suivant l'usage qu'on va expliquer.

7. Mais ceux qui veulent de plus sçavoir marquer cet instrument même, pourront s'y prendre de cette maniere.



Sur l'axe  $ab$ , on tire la perpendiculaire  $ac$  égale au demi-diametre du Cercle. De  $b$ , comme du centre, on fait le cercle  $ac$ . On prend de part & d'autre, depuis  $a$  jusques à  $e$ , vingt-trois degrez  $30'$ . & tirant les lignes droites  $be$ ,  $ce$ , qui coupent l'axe en  $f$ ,  $f$ , on a dans ces deux points  $f$ ,  $f$ , les endroits où doivent être les deux Signes des Tropiques de *Cancer* & de *Capricorn*. Après cela, du centre  $a$  on fait le cercle  $af$ , qui se divise en douze parties égales, & tirant les lignes paralleles par les divisions opposées, on marque les autres Signes du Zodiaque sur l'axe, comme l'on voit dans la figure. Il semble plus utile de mettre sur l'axe les mois comme ils repondent aux signes. On en met six sur le côté Oriental, & six sur l'Occidental. Et pour les signes, on les peut mettre plus bas dans la face du demi-cercle.

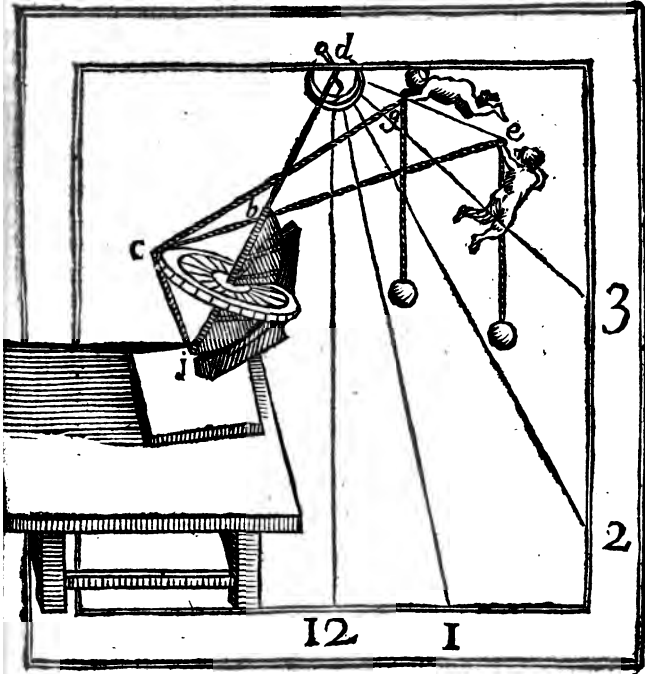
8. Un peu au-dessous de l'axe, on marque les degrez qui servent à décrire les Almicanrats dans les Quadrans, & ces degrez se marquent ainsi. On divise le cercle  $ac$  en ses degrez, par chacun desquels, ou bien seulement par chaque dixième, on tire des lignes de  $b$ , qui vont couper l'axe en  $h$ ,  $h$ ; de sorte qu'en transportant les distances  $ab$ ,  $ah$ , un peu plus bas, on aura les degrez marquez jusques à 44. ou 45. le demi-cercle n'en pouvant contenir davantage. Mais si l'on tire  $ik$  parallele à l'axe, en sorte que  $ib$  soit la quatrième partie de  $ab$ , on pourra transporter les distances  $ik$ ,  $ih$ , sur la ligne  $lh$ , par les paralleles  $kl$ ,  $hl$ , & de cette sorte on aura les degrez jusqu'à 70. & davantage. Il est bon de mettre ces petits degrez du côté Oriental du demi-cercle, & les grands du côté Occidental.

U S A G E

De la premiere Machine.

PROBLEME I.

Décrire un Quadrans sur quelque surface  
que ce soit.



1. Mettez une table ferme & inébranlable contre la muraille, ou autre surface.  
F f v

ce où l'on doit faire le *Quadrant*, enforte qu'il y ait un peu d'espace entre cette surface, & la table à peu près autant que doit être grand le *style*. Sur le bord de la table placez à niveau le *Plan horizontal* de l'instrument, ce que vous pourrez faire par le moyen du plomb qui est derrière le *Plan Meridional*. Car si en tournant de tous côtez ce *Plan Meridional*, vous voyez que le plomb descend toujours, suivant la ligne marquée sur le dos de ce *Plan Meridional*, vous serez assuré que le *Plan Horizontal* est bien à niveau. Mais si le plomb sort de sa ligne, c'est signe que le *Plan* panche de ce côté-là, ainsi il faut le relever & le bien affermir, quand il sera bien à niveau.

2. Mettez le *Demi-cercle* sur son *Quadrant*, enforte que le petit doigt, qui est au milieu de la demi-circonférence réponde au degré d'élevation de *Pole*, suivant que les degrés sont marquez dans le *Quadrant*. Et ensuite placez le *Cercle* sur le *Plan Meridional*, enforte qu'une de ses surfaces touche le *Centre*, sans le couvrir. Mais il faut observer que pendant les six mois des courts jours, la surface *Supérieure* doit toucher le centre; & pendant les autres six mois, ce doit être l'*Inferieure*; & de plus, ce *Cercle* doit être tellement placé, qu'il soit à angles droits avec l'axe; ce qui se fera, si la surface du *Cercle* va tout le long de la ligne d'*Aries* & de *Libra* sur le demi-cercle.

3. Le *Soleil* luisant, tournez sur sa cheville tout le *Plan Meridional* avec son *Cercle*, en telle sorte que l'ombre du *Cercle* tombe précisément dans l'axe sur le degré du signe, ou sur le jour du mois où l'on est ce jour-là même que l'on fait cette operation. Et alors l'instrument



## AUX QUADRANS. 347

fera placé comme il faut, le *Plan Meridional* répondra au Meridien du Ciel, l'*Axe* à l'*Axe*, le *Cercle* à l'*Equateur*.

4. Étendez tout le long de l'*Axe* le *filet du Centre*, jusqu'à ce qu'il aille rencontrer la muraille, soit en haut vers le Pole Arctique, soit en bas vers le Pole Antarctique. Le point de la muraille, où ce filet ainsi tendu ira se rendre, fera le Centre du *Quadran*, & toutes les lignes des heures iront aboutir à ce point, soit qu'il se trouve au dedans de la figure même où l'on borne le *Quadran*, soit qu'il aille bien loin au de-là. De plus, ce filet ainsi tendu marquera la situation qu'il faut donner au style, ou à l'aiguille du *Quadran*. Car si l'on met une verge de fer dans la muraille, au même endroit, & dans la même situation où est le filet, cette verge servira de style, & marquera tout le long de son ombre les heures. Que si le filet alloit trop loin dans la muraille, comme il arrive assez souvent, il seroit trop difficile, & même impossible d'attacher une si longue verge; & en ce cas, il suffit de mettre un autre style, dont le bout vienne toucher l'*Axe*, ou le filet tendu par l'*Axe*, en quelque endroit que ce soit. On peut même donner à ce style la figure que l'on voudra, on en peut faire un Serpent ou un Oiseau, & pourvu que le bec, ou son extrémité vienne toucher le filet, son ombre ne manquera pas de marquer l'heure par son extrémité.

5. Les heures se marquent en diverses manières. La première est celle-ci. Après avoir ainsi placé l'instrument, prenez le filet du centre, & étendez-le, en le faisant passer l'un après l'autre, par chaque heure de celles qui sont sur le *Cercle*, & marquez sur la muraille les points,

où le filet ainsi étendu va aboutir, passant par chaque heure. Car tirant une ligne du centre du Quadran ( qui est le point de la muraille, où va aboutir le filet passant par l' Axe ) par chacun de ces points, on aura toutes les lignes des heures, & par conséquent tout le Quadran. Que si le centre va trop loin, dans la muraille, ou qu'il n'y aille point du tout, comme il peut arriver, il faut se servir de . . . . .

6. La seconde maniere. Après avoir placé l'instrument comme dessus, prenez un autre filet que vous attacherez, si vous voulez, au bout de l' Axe *i*. Faites-le passer par quelque heure du cercle, comme *e*. Repliez-le, en l'étendant sur l' Axe, ou sur le filet étendu par l' Axe, en sorte que ce filet *e* étant bien tendu, touche simplement l' Axe, ou le filet passant par l' Axe, en *b*, & puis en *f*, ou en quelque autre endroit que ce soit, & que les points où le filet ainsi tendu va aboutir sur la muraille, soient *g* & *e*. Alors on n'a qu'à tirer la ligne *g e*, qui sera l'heure marquée en *e*. Après avoir ainsi marqué cette heure *e*, transportez le filet de *e* en une autre heure, & vous marquerez par une semblable operation toutes les heures du Quadran.

7. La troisième maniere se pratique de nuit. Mettez un flambeau en telle situation, que l'ombre de l' Axe passe par quelque heure du Cercle. Alors l'ombre du même Axe, ou du filet étendu par l' Axe, marquera dans la muraille la même heure, & il ne faut que passer le crayon tout le long de cette ombre. Après quoi transportant le flambeau, & faisant passer l'ombre par quelque autre heure, on la marquera de même sur la muraille. Ainsi de toutes les autres.

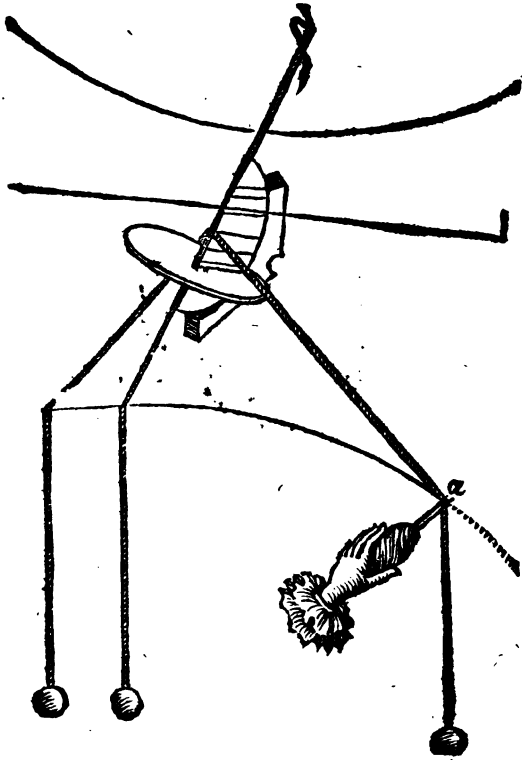
## AUX QUADRANS. 339

8. La quatrième manière se fait de jour au Soleil, par le moyen d'un miroir, qu'on place en telle situation, qu'on fait passer l'ombre de l'Axe par quelque heure du Cercle. Car alors la même ombre marque sur la muraille la ligne de cette heure-là. Ces deux dernières manières sont excellentes, particulièrement quand le lieu où l'on fait le Quadrans n'est pas plat & uni.



## PROBLEME II.

*Marquer les Signes du Zodiaque, & les  
Fêtes de l'année.*



1. **L** Aissant tout l'instrument dans sa situation , passez le filet du Centre tout le long de la surface du Cercle , & ce filet aboutissant en divers points de la muraille , y marquera la ligne équinoxiale , où doivent être les Signes d'*Aries* & de *Libra*. Après cela transposez le Cercle , & le mettez sur le Signe de *Cancer* , ( toujours à angles droits avec l'axe ) étendez le filet du Centre , en le faisant passer successivement tout autour de la circonférence du Cercle , & de cette façon vous marquerez sur la muraille le Signe de *Cancer*. Que si vous transposez ensuite les Cercles sur chaque Signe l'un après l'autre, vous marquerez par une semblable operation tous les Signes du Zodiaque.

2. De même , si l'on pose le Cercle sur le jour d'un mois , où tombe quelque Fête celebre ; par exemple, le 15. d'Août , le 24. Juin, ou quelque autre , on pourra marquer de même sur la muraille une ligne , en tirant le filet tout autour de la Circonférence du Cercle , & l'ombre du style ne manquera pas de tomber sur cette ligne , pendant tout le jour de cette Fête.

3. Afin de marquer plus commodément sur la muraille divers points , où le filet va aboutir, il est bon d'avoir une aiguille de leron , d'argent , d'ivoire ou de quelque autre matière douce , & faire passer le filet par le pertuis *a* de cette aiguille , tandis qu'un plomb pendu au bout du filet *b* le tient toujours bien tendu. Car alors on remuera fort aisément tout le filet , & on marquera avec plus d'assurance tant de points qu'on voudra sur la muraille.

## PROBLEME III.

*Marquer les Azimuts & les Almicantarats.*

1. **L** Aissant le Quadrant en sa situation , dressez le demi-cercle , en sorte que son Axe soit tout droit en haut vers le point vertical. Et appliquant le Cercle en quelque endroit que ce soit , pourvû qu'il soit à angles droits , vous marquerez les Azimuts de la même manière que vous avez marqué les heures , lors que l'Axe étoit incliné. Car mettant le filet sur chaque degré de ceux qui sont sur le Cercle , ou sur chaque 10. ou 15c. & le faisant passer par dessus l'Axe , vous irez marquer sur la muraille divers points , où le filet ira aboutir.

2. Pour les Almicantarats , mettez le Cercle sur un de ces degrez , qui sont dans la ligne *l* , au dessous de l'Axe , par ex. sur 10. degrez , & passez le filet du centre tout autour de la circonférence , comme nous avons dit qu'il faut faire pour les arcs des Signes , & vous marquerez de cette manière une ligne courbe sur la muraille , qui sera l'Almicantarats , ou le degré d'élevation sur l'Horizon , tel qu'il est marqué à l'endroit où est posé le Cercle , c'est-à-dire 10. Et quand l'extrémité de l'ombre tombera sur cette ligne , ce sera une marque que le Soleil est élevé pour lors sur l'Horizon de 10. degrez ; après cela transposés le Cercle sur 20. degrez , & sur 30. & sur les autres , &  
vous

vous décriés ainsi tous les Almicantarats, jusqu'au 45. degré environ. Mais pour décrire ceux qui sont au dessus de 45. il faut avoir un autre petit Cercle, qui ne soit grand que de la quatrième partie de celui-ci, & qui se puisse enchasser de même sur le demi-cercle. Car en plaçant ce petit Cercle sur les petits degrés, on pourra marquer sur la muraille jusqu'à 70. degrés, qui est plus qu'il n'est nécessaire, le Soleil ne montant jamais si haut en Europe.

---

#### PROBLEME IV.

##### *Marquer les Maisons Celestes.*

**A** Battez le demi-cercle, en sorte qu'il soit tout couché, & que l'axe soit mis horizontalement. Mettez le Cercle au milieu, & inclinez-le, en telle sorte qu'une de ses surfaces touchant le centre, la circonférence réponde au degré d'élevation du Pole qui est au Quadrant. Alors étendant le filet tout le long de l'axe, jusqu'à la muraille, vous aurés-là le centre, où toutes les lignes des Maisons Celestes iront se croiser. Que si ensuite on passe le filet par les heures, qui sont en nombre pair sur le Cercle 8. 10. 12. 2. 4. 6. on décriera toutes les Maisons Celestes, de la même manière qu'on a décrit les heures Astronomiques.

## P R O B L E M E V.

*Décrire les Heures Italiques, Babyloniques, & Judaïques.*

1. **A**près avoir marqué les Tropiques & l'Equateur suivant le Problème I. il n'y a pas grande difficulté à marquer ces heures, parce que chacune d'elles passe dans l'Equateur par un même point, avec chaque heure Astronomique, de sorte que l'on a là un point pour chaque heure, & il ne reste qu'à en trouver un autre, ce que l'on fait dans un des Tropiques, en cette sorte.

2. La ligne Horizontale entre les Tropiques, du côté de l'Orient, est la 24. heure Italique, & du côté de l'Occident, elle est la 24. Babylonique; & de part & d'autre la même horizontale est aussi la 12. heure Judaïque. Ainsi prenant l'endroit d'un Tropicque, où il coupe l'Horizon, & comptant sur ce même Tropicque heure par heure, on y aura un point pour chaque heure Italique & Babylonique. Par exemple, remarquant que l'Horizon coupe le Tropicque du *Cancer* à 7. heures & trois quarts du soir, prenez un point, à une heure devant, c'est à dire, à 6. heures trois quarts, & ce sera le point par où doit passer la 23. heure Italique; de sorte que tirant de ce point une ligne vers le point de l'Equateur où est la 5. heure Astronomique, vous aurez toute la ligne de la 23. heure Italique. Ensuite, tirez une autre ligne depuis le point de 5. heures & trois quarts de ce



AUX QUADRANS: 355

Tropique, jusqu'à 4. heures de l'Equateur, vous aurés la 22. heure Italique, &c.

3. De même, remarquant que l'Horizon coupe un Tropique du côté de l'Occident à 4. heures & un quart, vous devés prendre une heure après dans le même Tropique, c'est-à-dire, 5. heures & un quart, & de-là tirer une ligne vers les 7. heures sur l'Equateur, & ce sera la 1. heure Babylonique. Ensuite la ligne tirée de 6. heures  $\frac{1}{4}$  du Tropique jusqu'à 8. heures de l'Equateur, sera la 2. heure Babylonique, &c.

4. Si l'Horizon ne coupe pas les Tropiques vers l'Orient, ou vers l'Occident, sçachés seulement l'heure du lever & du coucher du Soleil, aux plus longs & aux plus courts jours de l'année. Par exemple, sçachant que le Soleil se leve aux plus courts jours à 7. heures  $\frac{3}{4}$ , vous n'avés qu'à tirer les lignes des heures Babyloniques par 6. heures  $\frac{3}{4}$ , 5. heures

$\frac{3}{4}$ , 4. heures  $\frac{3}{4}$ , 3. heures  $\frac{3}{4}$ , &c. du Tropique de *Capricorne*, les faisant passer par 7. heures 8. 9. 10. &c. de l'Equateur, ou bien sçachant que le Soleil se leve à 4. heures

$\frac{1}{4}$  aux plus longs jours, tirés les lignes de 5. heures  $\frac{1}{4}$ , 6. heures  $\frac{1}{4}$ , 7. heures  $\frac{1}{4}$ , 8.

heures  $\frac{1}{4}$  &c. du Tropique de *Cancer* par 7. 8. 9. 10. &c. de l'Equateur, vous aurés les mêmes heures Babyloniques.

5. De même sçachant que le Soleil se couche aux plus longs jours à 7. heures  $\frac{3}{4}$ .

tirez les lignes de 6. heures  $\frac{3}{4}$ . 5. heures

$\frac{3}{4}$ . 4. heures  $\frac{3}{4}$ . 3. heures  $\frac{3}{4}$ , &c. du Tro-

pique de *Cancer* par 5. heures 4. 3. 2. &c. de l'Equateur, vous aurez les heures Italiques.

6. Pour les Judaïques, partagez en six parties égales les heures qui sont depuis Midy jusqu'au Soleil couché ou levé, c'est-à-dire, jusqu'à l'Horizon dans un Tropicque, & de chacune de ces parties tirez des lignes par chaque heure de l'Equateur : vous aurez les Judaïques, en sorte que la ligne Meridienne est toujours la 6. heure Judaïque, celle qui passe par une heure de l'Equateur est la 7. Judaïque, &c.

Dans le Latin on a indiqué une autre methode de décrire ces sortes d'heures, propre de cet instrument.



## R E M A R Q U E.

1. **Q**Uand dans le Quadrans on se contente de marquer les seules Astronomiques, il est indifférent de mettre quelque style que ce soit, pourveu que son extrémité vienne toucher quelque point de l'Axe. Mais lors qu'on y ajoute les signes du Zodiaque ou d'autres Cercles, il faut nécessairement que le bout du style réponde précisément au centre de l'instrument.

2. Il y a souvent trop d'embarras à faire des échaffauts si grands & si fermes, qu'on y puisse poser une table, & que l'instrument y soit arrêté sans branler. Ainsi il vaut beaucoup mieux rendre une toile de Peintre, ou un grand papier au bas de la muraille dans laquelle on veut faire le Quadrans, & operer tout à son aise sur cette toile. Car le Quadrans étant fait sur cette toile, on n'a qu'à le transporter avec une échelle au haut de la muraille, au lieu qui aura déjà été préparé par les Massons, & l'appliquant en même situation qu'elle étoit au bas, marquer avec un poinçon toutes les lignes des heures & des arcs, suivant qu'elles sont tracées sur la toile. Mais sur-tout, il faut bien marquer la disposition du style, suivant que l'instrument la déterminoit sur la toile.

## PROBLEME VI.

*Faire une Horloge de Reflexion dans une  
Chambre.*

1. **L**Es plus beaux Quadrans sont ceux de Reflexion. On met sur la fenêtre un petit miroir, qui recevant la lumiere du Soleil, en reflechit un rayon dans la chambre, en sorte que ce rayon changeant de place à mesure que le Soleil s'avance, marque toutes les heures qui sont peintes dans la chambre. Cette sorte de Quadrans se fait par nôtre instrument en cette sorte.

2. Mettez l'instrument sur la fenêtre, à peu près à l'endroit où doit être le petit miroir; placez-le sur son Meridien à l'ordinaire, suivant ce qui a été prescrit au Probl. I. n. 3. & après avoir ainsi trouvé la situation Meridienne, tournez tout le Plan Meridien avec son Cercle, en sorte que le haut de l'axe, au lieu de regarder vers le Pole Septentrional, soit tourné vers le Midy. Après quoi il faut operer dans la chambre de la même manière qu'on a prescrit qu'il falloit operer dans les murailles à l'égard des autres Quadrans.

3. Quand il n'y a que les heures Astronomiques, le miroir doit être mis Horizontalement, en sorte qu'il touche en quelque point que ce soit l'axe, ou le filer étendu le long de l'axe. Mais si es Signes & les autres Cercles y sont; il faut que le miroir soit placé justement à l'endroit où étoit le centre de l'instrument.

## PROBLEME VII.

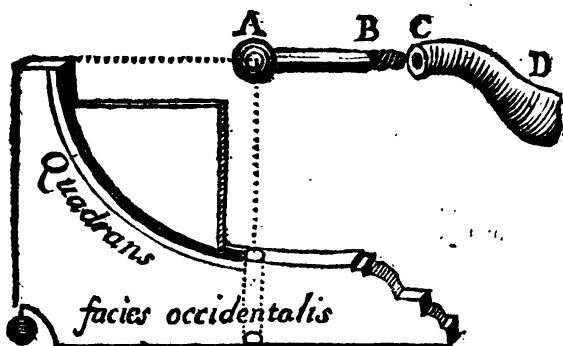
*Trouver à tout moment quelle heure il est, & la hauteur du Pole du País où l'on est.*

**A** Joutés à l'instrument une aiguille aimantée, par le moyen de laquelle vous pourrez mettre le Plan Meridional sur le vrai Meridien du lieu. Après quoi ayant placé le Cercle sur le centre, élevés ou inclinés le demi-cercle, qui emporte, aussi le Cercle, jusqu'à ce que l'ombre de la circonférence tombe justement sur le jour dans l'axe. Alors la petite main qui est au milieu du bord du demi-cercle indiquera la hauteur du Pole dans les degrés du Quadrant, & en même-tems l'ombre de l'axe marquera l'heure sur le Cercle; sinon que l'épaisseur du Plan Meridional fait quelque empêchement depuis 2. heures jusqu'à 3.



## REMARQUE.

Cet instrument étant fait de leton , sera sans doute plus commode , parce qu'on pourra y joindre au lieu du Plan Horizontal , une branche de fer , par le moyen de laquelle on peut attacher l'instrument au style du Quadrans , qui doit être fiché dans la muraille , le plus fort qu'il est possible.



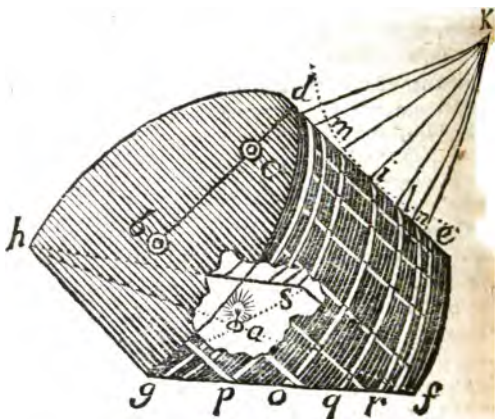
Mais en ce cas le style doit être fait de deux pièces , en sorte que le bout *A B* se puisse ôter de l'autre partie *C D*, & s'y remettre , étant fait en vis. Quand on voudra faire le Quadrans , il faut placer le Quadrans de l'instrument tout nud sans son cercle , & sans son demi-cercle , en sorte que le centre reponde justement

AUX QUADRANS. 361

remet au bout du style *A*, & que d'ailleurs ce même Quadrant puisse tourner sur sa cheville, demeurant toujours vertical ou perpendiculaire à l'Horizon. Alors il faudroit ôter ce bout du style, & mettre le demi-cercle & le cercle sur le Quadrant de l'instrument, qui pourra être tourné maintenant comme on voudra, n'étant point empêché par le style, à cause du bout qui en a été ôté. Ainsi on le tourne quand il fait Soleil, pour l'orienter, & on opere suivant ce qui a été dit au Problème I. n. 3. & aux suivans. Le Quadrant étant achevé, on ôte l'instrument, & on remet le bout du style en sa place.



DESCRIPTION  
DE LA  
SECONDE MACHINE.



1. Cette Machine est une certaine Lanterne de fer blanc, ou bien même de carton, faite en Cylindre, ou en portion de Cylindre. Voyez la 6. figure *g h d* est une Plaque Circulaire, ou un grand segment de Cercle, comme l'est aussi la Plaque opposée *f e*, qui est un petit segment; enforte que ces deux segments, s'ils étoient joints ensemble, feroient tout le Cercle entier. Le point *b* est le centre du Cercle *g h d*, par où passe l'axe



## AUX QUADRANS. 353

Le Cylindre  $g b f f$  est une Plaque, au milieu de laquelle il y a un trou  $a$ , qui est le centre de l'instrument. Les Arcs  $i o$ ,  $m p$ ,  $l q$ , &c. sont les Arcs des Signes. Les lignes droites paralleles, sont les heures. Toutes ces lignes se marquent en cette sorte.

2. Tout le tour du Cylindre, c'est-à-dire, la circonference  $g b d$ , se divise en 24. parties égales, & on tire par-là des paralleles, & ce sont les heures : en sorte que la ligne qui passe par le plus haut point  $d$ , &  $e$ , est l'heure de Midy.

3. Au milieu on tire le demi-cercle  $i o$  tout au tour du Cylindre, & ce sera l'Equateur. On fait la perpendiculaire  $i k$  égale au demi-diametre  $b d$ . De  $k$ , comme d'un centre, on fait un Cercle, dans lequel on prend de part & d'autre 23. degrez 30'. & tirant par ce degré les lignes  $k d$ ,  $k e$ , on a sur la Meridienne les points par où l'on doit tirer les Cercles paralleles à l'Equateur, qui seront les Tropiques ; & après cela, on trouve aisément les points des autres Signes, suivant la pratique donnée au n. 7. de la description de la premiere Machine.

4. Il est bon, mais non pas absolument nécessaire, que le demi-cercle de l'Equateur soit précisément terminé par la Plaque d'embas, dans l'endroit où l'Equateur coupe la ligne de 6. heures, & que cette même Plaque fasse avec le Plan de l'Equateur l'Angle du País où l'on est ; & de cette façon cette Plaque fera l'Horizon.

**U S A G E**  
**DE LA**  
**SECONDE MACHINE.**

1. **F**Aites sur la pierre de la Fenêtre un petit creux rond de la grandeur d'un demi écu, pour y mettre le miroir ; ou bien faite faire exprès une petite Boëte de fer , avec une pate en bas , qui puisse s'enchaîsser dans la pierre, & s'y souder avec du plomb.

2. Prenés la ligne Meridienne , qui passe par cet endroit-là , ce qui se fait fort aisément à Midy même si le Soleil y luit. Car tenant un plomb pendu à un filet , au-delà de la fenêtré, ensorte que l'ombre du filet passe par dessus ce creux préparé ; cette ombre marquera la ligne Meridienne. On peut , pour plus grande commodité, laisser ce fil ainsi tendu, & l'affermir en cette même disposition.

3. Mettés de nuit une petite Lampe dans ce creux , ensorte que la flamme qui en doit être petite , mais claire, soit justement en l'endroit où doit être le miroir.

4. Placés la Machine là-dessus , ensorte que la flamme de la Lampe soit justement au trou *a*, qui est le centre, & qu'en même-tems le rayon qui passe par le trou de l'axe *b* aille répondre au filet tendu , ou en quelque part que ce soit de la ligne Meridienne. En un mot, il faut que cette Machine soit orientée , & placée en telle sorte , que son axe regarde le vrai Meridien du lieu.

5. Alors le rayon de la Lampe passant par

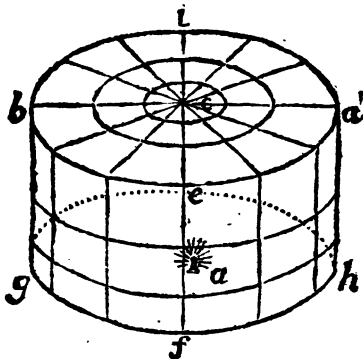
toutes les ouvertures de la Lanterne, marquera fidèlement dans la chambre tout l'Horloge, & vous n'avez qu'à passer le crayon par tous les endroits des murailles, & du plancher où vont ces rayons, pour pouvoir après les faire peindre tout à loisir.

6. Ensuite on prend un miroir, & on le met dans ce creux, en telle situation, qu'il marque tout à la fois l'heure & le Signe de ce jour, & de ce moment, qu'il faut connoître d'ailleurs par quelque autre *Quadran*. Et quand le verre est ainsi placé, il faut l'affermir dans cette situation avec du mastic, ou plutôt avec des grosses couleurs détrempées à l'huile de noix, telles que sont celles dont les Peintres se servent pour dorer, qui se sechent fort, & qui tiennent admirablement bien, résistant à la pluye & au chaud.

7. Une des commodités de cet instrument, est qu'on peut le tourner comme l'on veut, pour faire aller les lignes des heures, & tout le *Quadran*, dans l'endroit de la chambre qui est le plus propre pour les recevoir. Au lieu que par la methode ordinaire on est gêné à faire aller toujours les heures vers un certain endroit, suivant la Meridienne, & très-souvent il arrive que cet endroit est le moins propre, & que les heures y sont tout de travers sur les poutres, ou sur d'autres lieux irréguliers. Mais par le moyen de cet instrument, on fait aller les heures où l'on veut. Car pourveu que le rayon de *b* aille donner en quelque point de la ligne Meridienne, c'est à-dire, pourveu que l'axe du Cylindre soit dans le plan Meridien, on peut dresser l'instrument, ou l'incliner; le tourner vers l'Orient, ou vers l'Occident; comme l'on juge plus à propos. Encore pour-

roit-on le placer même , en ne faisant pas aller ce rayon de *b* dans la Meridienne; mais pour lors il y auroit un peu plus de difficulté à le placer.

6. Par une semblable Machine , on peut marquer les Azimuts , & les Almicantarats.



Car si l'on a une autre Lanterne faite comme un tambour ( 2. fig. ) & qu'on la mette , en sorte que la flamme de la Lampe étant au centre *a*, le rayon de *c* aille répondre au point vertical de l'Horloge, ( lequel point aura été trouvé par l'autre instrument en marquant dans le plancher le point où le rayon passant par *c* du même instrument fig. 1. alloit aboutir ) alors les rayons passans par les Cercles paralleles , marqueront dans la chambre les almicantarats, en sorte que *g f h* sera l'Horizon; & ceux des lignes qui traversent, & qui vont de haut en bas, marqueront les Azimuts, pourvû néanmoins qu'on ait tellement placé cette lanterne, que les raïons passant par une de ces lignes, aillent tomber sur la Meridienne, qu'on a marquée dans la chambre. Et

par ce même moyen on pourroit marquer les Meridiens de divers Pais, les Cercles de Latitude, & toute une Geographie.

9. Il y a un inconvenient, quand on se sert de la lumiere d'une Lampe: c'est que cette lumiere est trop foible, pour se faire bien discerner sur les murailles & sur les planchers, quand la chambre est grande. Voilà pourquoi il faut se servir des rayons du Soleil, par le moyen de quelques miroirs. En voici la pratique,

10. 1. Commencés par attacher le petit miroir en sa place. 2. Quand le Soleil y donne, marqués trois ou quatre endroits où le rayon reflechi, va tomber dans la chambre à trois heures differentes. Il est bon de faire cela un jour que le Soleil entre dans quelqu'un des Signes: & du moins une de ces operations doit être faite, lorsqu'on sçait qu'il est une certaine heure; par exemple, à midi, ou à 10. heures, ou à 3. heures & demie, &c. 3. Placés l'instrument, en sorte que son centre réponde précisément au petit miroir. 4. Ayés quatre ou cinq autres miroirs assez grands (s'ils sont concaves, ils en seront meilleurs) & placés les, en sorte que recevant les rayons du Soleil, il les reflechissent sur le petit miroir, lequel les reflechira aussi, lui de sa part, vers la circonference de la Lanterne, où trouvant des ouvertures, ils passeront pour aller dans la chambre y marquer fort sensiblement les lignes Horaires & les Signes. 5. Mais quand on voit passer ainsi ces rayons par la Lanterne, il faut la disposer, en sorte que les rayons qui passent par le Signe du jour, auquel on a marqué ces trois ou quatre points, aillent justement répondre à tous ces points, & qu'en même-temps les rayons de l'heure aillent aussi.

368 MACHINES AUX QUADRANS.

sur le point qu'on avoit marqué lorsqu'il étoit cette heure-là.

11. Cet instrument est encore très-commode pour faire les Quadrans sur les murailles, & ailleurs. Mais pour cet effet, il faut qu'il soit plus petit, & plus léger que pour les Quadrans de Reflexion; & de plus, il faut trouver le moyen de l'attacher au style déjà fiché dans la muraille, en sorte que le bout du style se trouve dans le centre de cet instrument, ce qui n'est pas fort malaisé à pratiquer. De plus, il faut le placer, en telle sorte, que les rayons du Soleil passant par la fente de 12. heures, aille répondre à la ligne Méridienne, qu'on auroit déjà marquée dans la muraille; & qu'en même tems les rayons du Signe aillent aussi répondre aux 3. ou 4. points qu'on y auroit aussi marquez le jour de ce Signe. Que si le Soleil ne donne pas à Midi sur cette muraille, il faut se servir de quelqu'autre point qu'on y auroit marqué à quelqu'autre heure, dont on seroit assuré, soit par quelqu'autre Quadrans, ou par quelqu'autre voye.

12. Il est à remarquer que quand on fait les Quadrans de reflexion, l'instrument doit être mis le dos en haut, & qu'il doit être tourné, en telle sorte que son axe, & le trou *b* regardent, non vers le Septentrion, ou vers le Pole, mais vers le Midi. Au contraire, quand on fait les Quadrans sur les murailles, il faut que l'instrument soit le dos en bas, & que son axe, ou le point *b*, regarde directement vers le Pole.

Il est fort aisé d'appliquer tout ceci aux Quadrans que l'on feroit par le rayon direct, qui passeroit par un trou pour entrer dans une chambre.

*Fin des Machines aux Quadrans.*



# T A B L E

## SUR LES MACHINES propre à faire les Quadrans.

**D**eux Machines propres à faire les Quadrans avec une très-grande facilité.  
page 341

Description de la premiere Machine. *La même.*

Usage de la premiere Machine. 345

### *Problème I*

Décrire un Quadrans sur quelque surface que ce soit. *La même.*

### *Problème II*

Marquer les Signes du Zodiaque , & les Fêtes de l'année. 350

### *Problème III*

Marquer les Azimuts , & les Almucantarats. 352

370 TABLE DES MACHINES, &c.

*Problème IV.*

Marquer les Maisons Celestes. 353

*Problème V.*

Décrire les heures Italiques, Babiloniques, &  
Judaiques. 354

Remarque. 357

*Problème VI.*

Faire une Horloge de reflexion dans une cham-  
bre. 358

*Problème VII.*

Trouver à tout moment quel heure il est, &  
la hauteur du Pole du País où l'on est.

359

Remarque. 360

Description de la seconde machine. 362

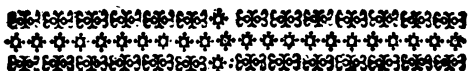
Usage de la seconde machine. 364

*Fin de la Table des Quadrans.*



DISCOURS  
DE LA  
CONNOISSANCE  
DES  
BESTES.





A

MONSEIGNEUR  
 MONSEIGNEUR  
 LE COMTE  
 DE GUICHE,  
 VICEROY  
 DE NAVARRE.

**M**ONSEIGNEUR,

*Tandis que Vous êtes occupé à faire des préparatifs de Guerre, & que Vous vous disposez à ces grandes expéditions qui tiennent l'Europe en attente, & qui font maintenant l'entretien ordinaire de tout le monde : j'ose bien Vous présenter un Discours de Philosophie, & de pure Speculation. Ce dessein paroîtra peut-être hors de saison à ceux qui ne Vous con-*

noissent pas entièrement, & qui ne considèrent en vous que ces Qualitez héroïques, qui vous ont fait agir avec tant de courage dans les Armées, & avec tant de conduite dans vos Gouvernemens. Mais ceux qui connoîtront la grandeur surprenante de votre Esprit ; cette étendue prodigieuse de Connoissances ; cette facilité incroyable à pénétrer les Sciences les plus profondes, ne trouveront pas si étrange que je vous offre un Livre, dont la Matière fait aujourd'hui le sujet des plus grandes Contestations des Philosophes ; & qui servant aux autres de sujet à leurs plus sérieuses méditations, sera pour Vous un divertissement, & vous pourra donner quelque relâche dans vos occupations plus importantes. Vous y verrez, MONSIEUR, une opinion bien extraordinaire touchant la Nature des Bêtes, auxquelles on ôte un avantage qui ne leur avoit jamais été contesté. On les dégrade du rang qu'elles tenoient parmi les Estres au dessus des Elemens & des Plantes : On les prive de tout sentiment : On ne veut pas même leur permettre de vivre ; on souffre seulement qu'elles se remuent, & qu'elles fassent paroître au dehors quelques mouvemens semblables à ceux des Montres & des Horloges : En un mot, on les réduit toutes au rang des Machines & des Automates. Comme il n'appartient qu'à l'Homme seul de commander aux Animaux, selon la remarque d'un Saint Pere ; il n'appartient aussi qu'à lui seul de juger de leur Nature. Et je puis dire qu'en cette rencontre, tous les Hommes ne sont pas des Juges compétans pour prononcer sur une affaire si délicate. Aussi voyons-nous que les Philosophes les

plus éclairés de ce temps, prennent cette affaire à cœur, & l'estiment digne de donner de l'emploi à leur esprit. \* Un grand Prince des Siècles passés, recommandable par sa vertu, & par le zèle qu'il avoit de rendre justice à tout le monde, crût bien donner un Arrest digne de sa Grandeur, lorsqu'il prononça en faveur d'un vieux cheval, qui ayant été abandonné dans sa vieillesse par son Maître, à qui il avoit rendu de très-notables services dans la Guerre, alla, je ne sçai par quel instinct, ou par quel accident, sonner une cloche qui avoit été mise exprès à la porte du Palais, afin que tous ceux qui se sentoient mal-traités, la pussent sonner pour se plaindre, & pour demander justice. Il ne s'agit pas ici de l'intérêt d'un cheval; mais il y va de la vie de tout ce qu'il y a d'Animaux au monde. Et j'ose dire, MONSIEUR, que si vous daigniez vous mêler de cette affaire, vous la pourriez bien-tôt terminer. Vous n'aurez qu'à prononcer, **QUE LES BESTES VIVENT.** Votre jugement seroit une Ordonnance irrévocable; & le préjugé d'une Personne si éclairée & si pénétrante, seroit plus d'impression sur leurs esprits, que tout ce qui a été allégué jusques ici en faveur des Animaux. Mais de quelque manière que vous preniez cette affaire, & quelque jugement que vous en fassiez, j'aurai toujours la satisfaction que j'ai prétendue, si je sçai que ce petit Discours ne vous aura point été désagréable, & qu'il vous aura donné quelque diver-

\* Carolus Dux Calab. v. Spond. an. 1328. Ex summout.

*issement. C'est l'unique dessein que j'ai eu en  
Vous le dediant, n'ayant pu trouver d'autre  
moyen de Vous donner des marques publiques du  
desir sincere que j'aurois de Vous plaire, & de  
me rendre digne de toutes les bontez dont Vous  
m'honorez, & qui m'obligeront toute ma vie  
d'être avec un très-profond respect,*

MONSEIGNEUR,

Votre très-humble & très-  
obéissant Serviteur,  
PARDIES.

DISCOURS



DISCOURS  
DE LA  
CONNOISSANCE  
DES  
BESTES.

*I. Qu'il s'est toujours trouvé des  
Philosophes qui ont eu des sentimens  
fort extraordinaires.*



A contrariété des sentimens dans les choses qui paroissent les plus évidentes, est sans doute une marque des plus visibles de la foiblesse des hommes, & tout à la fois de la force de leur esprit. Ce ne sont pas seulement quelques particuliers, qui se laissant emporter par leur imagination, ont dit des choses extraordinaires & surprenantes. Les sectes entières des Philosophes ont été divisées sur des sujets des plus clairs : & quoique de toutes parts il y ait eu de

très-grands hommes, ils ont eu des opinions autant éloignées les unes des autres, qu'elles le sont toutes de ce que le sens commun semble nous avoir appris. Il ne faut pas penser que ç'ait été un jeu des Philosophes, qui ayent voulu faire paroître de l'esprit à soutenir des choses qu'ils voyoient bien eux-mêmes être contraires à la vérité. C'est tout de bon qu'ils ont crû ce qu'ils disoient; & nous voyons encore aujourd'hui, que l'on se fait une cruelle guerre; & que les uns traitent d'extravagant & de ridicule, ce que les autres estiment très-conforme au bon sens & à la raison. Il y a sans doute de leur part bien de l'esprit, d'avoir pu trouver des raisons pour soutenir des opinions si surprenantes; mais il faut avouer aussi qu'il y a bien la foiblesse de nôtre part, lorsque les considérant avec un esprit libre & desintéressé, nous avons de la peine à découvrir qui se trompe; & c'est assurément le peu de lumière de nôtre esprit, qui ne nous permet pas de voir la vérité où elle est; & qui nous la faisant voir de tous côtez où elle ne peut être, nous fait juger qu'elle n'est nulle part, par la raison que nous la croyons voir par tout.

*II. Il y en a eu qui doutoient de tout, & d'autres qui ne doutoient de rien.*

Il y en a qui ont dit que nous ne savions rien, & que le sage devoit douter de tout. D'autres au contraire ont assuré que nous savions tout, & que le sage ne devoit douter de rien. Peut-on imaginer des sentimens plus opposés entre eux, & tout ensemble plus contraires à nôtre propre expérience? Et cependant les



Académiciens & les Stoïciens en ont fait le capital de leurs sectes : & ils ont apporté de part & d'autre des preuves si belles & si vraisemblables , qu'il y a de la peine quand on les a ouïs à les condamner , & même à ne point juger qu'ils ont raison.

*III. D'autres ont dit qu'on n'apprend rien de nouveau.*

D'autres survenant là-dessus , & accordant aux uns que nous avons quelques connoissances certaines & inébranlables ; & aux autres , que nous en avons de douteuses & de chancelantes , soutiennent néanmoins que nous n'apprenons rien de nouveau ; que la science n'est qu'une Reminiscence ; & que dans le travail continuel de nôtre étude , nous ne faisons que nous rafraîchir la memoire des choses que nous sçavions dès le premier moment de nôtre naissance. Et ce sentiment , tout extraordinaire qu'il est , n'a pas laissé de plaire à bien des gens , & de trouver créance dans l'esprit du grand saint Augustin, qui en rapporte les raisons , comme s'il en étoit pleinement convaincu.

*IV. Quelques-uns pensent que la Terre est mené.*

Quelques-uns sont venus nous inquiéter dans nôtre repos ; & au lieu que nous pensions voir rouler le Soleil & les Étoiles, ils veulent que les Cieux soient immobiles ;

\* & de cette masse de terre qui nous paroït si lourde & si inébranlable, ils en font une pierre, qui tournant incessamment sur son propre centre, nous emporte avec une rapidité prodigieuse. Ils nous disent que les Planettes sont des Terres, que la Terre est une Planette; & par une espece de sacrilege, pour railler avec un Ancien, en transportant la Terre, ils ont remué les Dieux tutelaires de l'Univers, auxquels on ne devoit jamais toucher. \* Ils ont enlevé la Déesse Vesta, qui ne devoit jamais changer de demeure; & de paisible & solitaire qu'elle étoit, ils en ont fait une éveillée & une vagabonde.

\* *Heus tu, noli nas impietatis reos facere, eo pacto quo Aristarch. putavit Cleanz. Sam: unviolata religionis à Græcis debuisse postulari tanquam universi Larcs Vestamque si loco movisset: quod is homo conatus ea qua in calo apparent tutari certis ratiocinationibus, possuisset celum quiescere, Terram per obliquum evolvi circum, & circa suum versari in trim axem. Plutarch. de facie Lunæ, Interpr. Xylandro.*

\* *Stat vi Tertiâ suâ, vi stando Vesta vocatur. Ovid. Met. Μίση ἰσθ' Ἐστία ὄρ' Ἐστὴν οὐρανὸν μίση. Plato in Phæd.*

V. *Que les Planettes sont autant de Terres.*

Il seroit à souhaiter qu'il n'y eut que la Religion des Vestales d'interessée dans l'entreprise de ces Philosophes: mais ils ne s'arrêtent

pas là ; & trouvant tout ce Monde trop petit pour y borner leurs conquêtes , ils en cherchent de nouveaux , & ils nous parlent du † Monde de Jupiter , où ils mettent quatre Lunes. Et ce qui au commencement n'avoit été proposé par un Astronome † que pour un songe , a été pris ensuite très-sérieusement par d'autres qui ont fait des Livres tous entiers du Monde dans la Lune , & on a pris le soin de nous faire une description exacte des particularitez de ces nouveaux Mondes, de la durée de leurs jours , de la vicissitude de leurs saisons , & en un mot , de tout ce qu'ils ont de remarquable.

† Simon Marii Mundus Jovialis.

† Kepleri Somnium sive Astronomia Lunar.

### VI. Et qu'il y a plusieurs Mondes.

Mais leur curiosité , ou si j'ose ainsi parler , leur ambition n'a pas encore été satisfaite ; & comme s'ils avoient déjà assujetti à l'empire de leur Philosophie , tous ces mondes qui sont à la portée de nos yeux , ils vont encore chercher d'autres Mondes invisibles à conquérir , & ils nous font entendre qu'au de là de tout ce grand Monde Solaire , qui en comprend pour le moins une douzaine de petits ; il y a encore une infinité d'autres Mondes qui ont tous leur Soleil, leurs Planettes, leurs Cieux, leurs Révolutions , & leurs Mondes particuliers ; & tout ceci , qui semble d'abord plus tenir de la galanterie d'un faiseur de Romans , que de la

## DE LA CONNOISSANCE

pensée sérieuse d'un Philosophe , a été reçue avec un applaudissement incroyable d'une infinité de personnes : on en a donné mille louanges à l'Auteur Aristote , & tous les Anciens ne font rien au prix de lui ; & jamais peut-être Christophe Colomb n'a reçu tant de bénédictions du peuple , pour avoir découvert les mines de l'Amérique , que Monsieur Descartes en a eu de ses Sectateurs , pour avoir enrichi la nouvelle Physique , par la découverte de tant de trésors inconnus à l'Antiquité.

### *VII. Sentiment extraordinaire touchant les qualitez sensibles.*

Voici encore quelque chose de plus surprenant. Jusques-ici nos sens avoient été en possession de juger des choses sensibles ; leur jugement étant absolu , personne ne leur contestoit leur juridiction : & quand il s'agissoit des couleurs , de sons , de saveurs , & de choses semblables , on s'en raportoit aux yeux , aux oreilles , & à la langue , & on ne croyoit pas qu'il pût y avoir en cela de la tromperie. Il y a même des Philosophes qui ne reconnoissent point d'autre règle pour juger infailliblement de la vérité , & ils pensent que nous n'avons jamais de plus grande certitude , que lorsque tous nos sens conspirent à nous représenter la même chose. Quoiqu'il en soit de cette règle , il est certain qu'il n'y a rien de quoi nous fussions moins disposez à douter , que des choses que nous , & tous les hommes avec nous , expérimentons par nos sens , depuis nôtre naissance. Ainsi nous n'avons pas le moindre doute , que la lumière que nous voyons ne fût répandue

par le monde, que le son des paroles que nous entendons ne fût produit dans la bouche de celui qui parle, & qu'il ne fût porté par l'air, jusqu'à venir frapper nos oreilles. Nous croyions fermement qu'un diamant étoit dur, que la neige étoit blanche, que le feu avoit de la chaleur. Mais on nous veut faire entendre que nous nous trompons en cela; que ce n'est qu'une illusion de nos sens, & que par le préjugé de nôtre enfance, nous nous imaginons des couleurs, & des qualitez où elles ne sont point. Qu'en effet, il n'y a point de dureté dans le diamant, point de douceur dans le lait, ni de pesanteur dans les pierres: que toutes ces choses sont dans nous-mêmes, & non pas dans les objets; & qu'en un mot, tout ce que la Philosophie vulgaire appelle des *Qualitez sensibles*, ne sont nullement des accidens des corps, mais que ce sont des modes de nôtre ame, c'est-à-dire, de véritables pensées que nous avons à la rencontre des objets qui se présentent à nos sens. Ces Philosophes du commun sont donc bien loin de leur compte, quand ils se mettent tant en peine de sçavoir si la chaleur du feu est une substance ou un accident. Ces gens-là ne l'entendent pas: la chaleur du feu n'est ni substance, ni accident; parce que la chaleur du feu est une chimere, qui ne fut jamais que dans nos fausses imaginations, n'y ayant point d'autre chaleur que celle de nôtre ame. Après cela, je ne voi point sur quoi nous pourrions prendre nos assurances, puisque nous nous trompons si lourdement dans des choses qui nous paroissent si évidentes.

*VIII. Quelques-uns pensent que les Bêtes  
sont de pures machines sans connois-  
sance & sans sentiment.*

Mais peut-on imaginer rien de plus plaisant, que ce que disent maintenant nos Philosophes touchant la nature des Bêtes? A considérer la conduite admirable des animaux, le rapport & la proportion que toutes leurs actions ont avec une fin, particulièrement lorsqu'on fait reflexion sur ce qu'on dit des Singes & des Elephans: certainement, il y a de la peine à expliquer comment tout cela se peut faire sans quelque sorte d'intelligence qui soit dans l'ame de ces Animaux. Mais ces Messieurs, bien loin d'accorder la raison aux Bêtes, leur refusent même la connoissance, & le sentiment. Ils font un jeu de Marionnettes de tous ces mouvemens si reglez. Les Bêtes, à leur avis, sont de petites Machines qui ne se remuent que par ressorts. Le battement des arteres, n'est pas plus une marque de vie, que le battement d'une montre; & l'exactitude avec laquelle les Abeilles font ponctuellement leurs ouvrages, ne marque pas plus de connoissance que la régularité d'une aiguille, qui montre exactement les heures. Quelque expressement que nous remarquions dans un Chien qui a perdu son maître, & quelque allegresse qu'il fasse paroître quand il la trouvé; ce Chien néanmoins n'a ni joye, ni inquiétude; il ne connoît pas même son maître; ayant des yeux il ne le voit pas; & quoiqu'il obéisse à sa voix, il ne sçauroit pourtant pas l'enten-

dre.

dre : de sorte qu'à la vûe de toutes ces allées & venuës si inquiètes, de tous ces bonds, de ces tressaillemens & de ces careffes, nous n'avons pas plus de sujet d'attribuer au Chien aucune véritable passion, qu'à une aiguille aimantée, qui semble chercher avec empressement son pôle, & demeurer paisible & contente quand elle l'a trouvé. De même, disent-ils, quand un chien est blessé, il ne sent point de douleur; & quelque pitoyables que soient ses cris, ce n'est pourtant qu'un bruit fait naturellement par la machine de son corps, qui ne marque pas plus de douleur ou de sentiment que le fait le bruit d'un tambour ou d'une charrette mal graissée. Ainsi on a grand tort d'accuser de cruauté ceux qui massacrent les animaux. A la vérité, c'est grand dommage de gâter ainsi des machines si admirables; mais après tout, il n'y a pas en cela plus de cruauté qu'à déchirer un tableau de Raphaël, ou à briser impitoyablement une Antique. Aussi lors qu'après avoir frappé une bête, elle se retourne, & nous mord; si nous nous imaginons que c'est par colere & par vengeance ce qu'elle en fait, nous sommes aussi simples que ces bons \* Gnidiens, qui voulant percer leur Isthme, & se mettant déjà en devoir de piquer à coups de marteau le Roc qui sépare les deux mers, s'arrêterent bien-tôt, voyant que les éclats leur en sautoient au visage, & crurent fermement que le Rocher ne trouvoit pas bon leur dessein, qu'il étoit choqué de se sentir ainsi frapé, & que c'étoit par vengeance qu'il leur vouloit crever les yeux; si bien qu'ils alle-

\* Herodot. l. 1. Pausan. in Corinthiacis.

986 DE LA CONNOISSANCE  
rent consulter l'Oracle, pour apprendre le moien  
d'appaiser une pierre, qui assurément ne ma-  
chinois rien contre leur ruine.

*IX. D'autres au contraire, accordent  
la connoissance aux Plantes &  
aux Elemens.*

Mais si ces Philosophes ont refusé la con-  
noissance aux Bêtes ; Dieu merci il s'en trou-  
ve d'autres qui l'accordent aux Plantes & aux  
Elemens. Et comme si la nature vouloit se dé-  
dommager du tort qu'on lui a fait en ce siècle,  
de borner ses connoissances dans la seule espe-  
ce de l'homme, elle a suscité de nos jours  
des Philosophes, qui ont assuré que les arbres  
& les pierres connoissoient veritablement ce  
qui est convenable à leur nature, & que les  
corps les plus insensibles n'agissoient dans leurs  
operations que par l'usage, & par la direction  
de leur propre connoissance.

*X. Pour bien examiner cette opinion,  
il en faut considerer toutes les  
raisons.*

Comme j'ai dessein de m'arrêter un peu  
sur ce sujet, & de l'examiner, je ne veux pas  
qu'on me fasse le reproche qu'on a fait à ceux  
qui se contentent de dire que ce sont des ex-  
travagances, & qui pensent avoir bien refusé  
une opinion, quand ils ont dit qu'elle choque  
le bon sens. Je veux donc voir quelles peu-  
vent être les raisons qui ont porté ces Philo-



Tophes à priver ainsi les Bêtes de connoissance & de sentiment ; & si l'on trouve ensuite que je ne suis pas de leur avis , peut être jugera-t-on que ce n'est pas au moins faute d'avoir considéré leurs raisons, & j'espère que ces Messieurs ne me reprocheront point ce qu'ils nous disent ordinairement , que nous jugeons par prévention , que nous les condamnons sans les entendre , & que la préoccupation nous empêche de pénétrer les matières. Voici donc, à mon avis , les raisons qui peuvent favoriser leur sentiment.

*XI. Les mouvemens naturels se font en nous sans connoissance.*

Il est certain que dans nous-mêmes il se fait plusieurs mouvemens , sans qu'il y intervienne du côté de notre ame aucune pensée. \* *Nous digérons les viandes sans y penser*, dit le sçavant Boëce ; *nous respirons aussi dans le sommeil sans y prendre garde*. De sorte que selon la remarque de saint Gregoire de Nyse , † ces mouvemens qui ne procedent d'aucune sorte de pensée , ni d'aucun acte de la volonté , doivent dependre de quelque autre cause ; sçavoir d'une certaine chaleur , & comme il avoit dit un peu auparavant , de la machine du Corps. Ce que je dis de la digestion & de la respiration , il le faut encore entendre de la palpitation du cœur , du battement des artères,

\* *Acceptas et cas sine cogitatione transigimus in somno spiritum ducimus nescientes*, *Ep. l. 2.*  
*Consol. pr. 11.*

† *De Opific. hom. cap. 39.*

de la distribution des esprits, & de tous les autres mouvemens qu'on appelle *naturels*, qui se font toujours en nous-mêmes, quand nous ne le voudrions pas. Ainsi nous pouvons dire que du moins, pour de semblables mouvemens, il ne faut point de connoissance dans les Animaux, & qu'une machine peut digerer, peut respirer, peut faire circuler le sang dans les veines, & enfin peut donner des marques de vie dans le battement des arteres.

*XII. Et même plusieurs mouvemens de ceux qu'on appelle volontaires.*

Mais ce ne sont pas seulement les mouvemens naturels qui se font en nous, sans le secours de nos connoissances ou de nos volontez : il y en a encore une infinité de ceux qu'on appelle mouvemens *volontaires & spontanés*, qui se font aussi, ce semble, par la seule disposition de la machine du corps, sans que nôtre ame y contribüe aucune pensée. Si lorsque nous pensons à toute autre chose, l'on vient à nous appliquer à la main un bouton de feu, nous la retirons incontinent avec une très-grande promptitude ; il ne faut point de déliberation pour cela, nôtre volonté n'a que faire de commander ce mouvement, nôtre main s'est retirée devant que nous ayons seulement pensé à faire ce mouvement. De même, si quelqu'un avance un peu son doigt vers nos yeux, nous les clignons d'abord ; & quand même nous ferions une reflexion particuliere à tenir ferme, que nous serions assurez que celui qui fait ainsi semblant de nous vouloir crever les yeux est nôtre ami, qu'il ne fait cela que

pour nous faire peur , ou même pour essayer ce qui arriveroit ; avec tout cela néanmoins nous ne sçaurions nous empêcher de fermer vitemment les yeux toutes les fois que cet ami avanceroit sa main , tant il est vrai que ce mouvement se fait sans qu'il soit besoin d'aucune connoissance.

*XIII. Des mouvemens que nous faisons pour nous tenir , & nous empêcher de tomber.*

Il y a une infinité de rencontres où ces mouvemens spontanées previennent nos connoissances & nos volontez , quoiqu'ils se fassent si à propos pour le bien & pour la conservation de tout le corps , qu'on ne sçauroit jamais mieux les faire quand on y emploiroit tout le raisonnement possible. Mais il est bon de faire remarquer quelques mouvemens particuliers qui se font en nous , sans que nous y prenions garde. Aristote qui est l'homme du monde qui fait les plus belles reflexions sur les effets de la nature , remarque l'industrie merveilleuse qui paroît dans les animaux , lorsqu'ils observent à la rigueur toutes les regles de la plus fine mécanique , pour se tenir toujours en équilibre , & s'empêcher de tomber. Si nous voulons nous baisser pour ramasser quelque chose à terre , nous retirons une jambe en arriere , pour servir de contre-poids au reste du cõps , qui se panche sur le devant. Si marchant sur un endroit dangereux , nous venons à glisser , nous élevons incontinent le bras opposé à l'endroit où nôtre corps a déjà pris

la pente pour tomber , & par ce moyen nous nous retenons , parce que ce bras ainsi élevé , éloigne son propre poids du milieu du corps où est le centre , & par cet éloignement il acquiert assez de force pour contrebalancer le reste du corps qui panchoit de l'autre côté : comme nous voyons qu'un petit poids suspendu loin du centre de la balance se tient en équilibre contre un autre beaucoup plus grand qui seroit plus proche du centre. Ayez le plaisir de considérer les contorsions du corps , & les autres mouvemens que fait un homme qui marche sur une corde , ou sur une poutre élevée. Et pour éviter tout danger , faites mettre un chevron fort étroit à terre , sur lequel il faille passer sans tomber : vous verrez que la même chose , que l'industrie de ceux qui ont appris à danser sur la corde observe , lorsqu'ils ont une longue perche qu'ils portent d'un côté ou de l'autre , suivant le besoin qu'ils ont de faire un plus grand poids pour se redresser : vous verrez , dis-je , que la même industrie paroît en tous les hommes qui se servent de leurs deux bras comme d'un contrepoids , & même de tout le corps , qu'ils inclinent par des contorsions qui paroissent d'ailleurs ridicules , mais qui sont merveilleusement propres à faire l'équilibre , & à tenir toujours l'homme sur ses pieds.

*XIV. Ces mouvemens-là se font en nous sans connoissance.*

Qui a appris à un enfant , ou à un païsan , ou au plus éourdi des hommes , que le poids

éloigné du centre a plus de force ? Que le bras élevé pourra soutenir tout le poids du corps qui commence à tomber ! Que le centre de notre pesanteur doit toujours être droit au dessus de nos pieds ? Et cependant les enfans & les idiots pratiquent toutes ces regles avec la même justesse que les plus habiles Philosophes. Toutes les reflexions que nous faisons sur les loix du mouvement & de l'équilibre sont inutiles dans la pratique ; & bien loin que ces connoissances nous puissent servir dans les occasions ; elles nous seroient très-nuisibles , si nous voulions les employer ; étant certain que nous faisons mieux tous ces mouvemens , quand nous n'y pensons pas , que quand nous y pensons ; & si dans ces rencontres où nous sommes sur le point de tomber , nous nous avisons de commander à nos bras les mouvemens que nous jugerions les plus propres , & les plus justes , assurément nous serions par terre , tandis que nous délibererions. Il faut donc avoüer que tout cela se fait en nous sans connoissance , ou que du moins la connoissance que nous en avons quelquefois par reflexion n'en est pas la cause , puisque ces mouvemens nous viennent , & que toutes les pensées que nous avons pour lors , nous empêchent plus qu'elles ne nous aident. Si donc des mouvemens si reglez , si proportionnez au besoin , & si conformes aux loix de la plus sçavante Philosophie , peuvent se faire si à propos dans les hommes sans aucune connoissance ; pourquoi veut-on que les Bêtes agissent par connoissance ? Et pourquoi n'avoüera-t-on pas avec nos Philosophes , qu'elles peuvent faire par la seule disposition de la machine de leurs corps.

ce que nous faisons par une semblable disposition du nôtre ?

*XV. Les mouvemens necessaires pour former la parole se font sans connoissance.*

A bien considerer ceci , peut être ne trouvera-t-on rien dans les Bêtes qui demande plus de connoissance que ces mouvemens mécaniques, qui nous entretiennent toujours dans l'équilibre. Voici néanmoins quelque chose, qui sans difficulté surpasse infiniment toutes les actions des animaux: Il n'y a rien dans ce que font les Bêtes, qui puisse entrer en comparaison avec la parole. Je n'entends pas ici parler de l'institution des hommes , ni des pensées que les paroles font naître: je parle seulement du son que nous formons diversément pour en faire toute la diversité des mots que nous prononçons. Nous sommes surpris quand nous faisons reflexion aux divers mouvemens qui sont necessaires pour former la voix. Nous enflons premierement nos poumons pour les remplir de vent , puis en les pressant nous poussons l'air contre un petit tuyau , qui a une bouche à peu près semblables à celle des tuyaux à anche qui sont dans les orgues : cette petite bouche excitée par l'air qui sort du poumon sonne comme fait une flûte , mais avec une très-grande diversité. Car comme à mesure qu'on serre ou qu'on élargit la languette des anches des tuyaux, on fait des sons plus bas ou plus hauts ; aussi à mesure que cette petite bouche de nôtre tuyau se resserre ou s'entrouvre , le son se

fait plus grave ou plus aigu. De même en changeant la disposition de l'ouverture de ce même tuyau, nous imitons tantôt le son clair d'un flageolet, tantôt le bruit enroué du nazard; en un mot, nous faisons tel son qu'il nous plaît. De plus, ce son encore informe, en passant par nôtre bouche, est diversifié par le moyen de la langue, des dents & des levres; & c'est une chose prodigieuse, de voir comme quoi nous poussons quelquefois la voix tout droit tenant la bouche ouverte; quelquefois nous la retenons comme enfermée, pour la faire sortir tout d'un coup à la première ouverture des levres; tantôt nous élevons la langue vers le palais d'enhaut; tantôt nous la poussons contre les dents; d'autres fois nous la replions en dedans, ou bien nous la creusons comme un canal: enfin, il y a une infinité de mouvemens, que nous pratiquons en parlant, qui sont tous si justes, si diversifiés, & si proportionnez à l'effet qui doit s'en ensuivre, qu'il n'y a peut-être rien dans la nature de plus admirable; cependant tout cela se fait sans y penser. Un Orateur commence son discours, & le poursuit jusqu'à la fin, sans jamais faire réflexion qu'il remue la langue ou qu'il parle. On ne s'avise point de considérer comme il faut serrer les dents, ou fermer les levres pour prononcer les mots. Quand nous y voudrions penser, nous n'en parlerions pas mieux, ni sans doute si bien; & toutes ces pensées & ces réflexions que nous ferions pour bien disposer les organes de la parole, nous empêcheroient de parler. Et après cela, on veut que les Bêtes connoissent ce qu'elles font? Et parce qu'elles agissent à propos dans les rencontres,

nous jugeons qu'elles ont de la connoissance. Quoi donc, pourront dire nos Philosophes, un homme parle sans connoissance, & un chien ne sçauroit japper sans connoissance ? Toutes les pensées sont inutiles dans nous-mêmes pour l'exécution de tous ces mouvemens si merveilleux, & les pensées seront nécessaires dans les Bêtes pour des mouvemens qui ne sont pas à beaucoup près si admirables ?

*XVI. La pensée n'est pas nécessaire pour parler, mais seulement pour vouloir parler.*

On dira peut-être que si la pensée n'est pas nécessaire dans l'exécution même de ces mouvemens qui forment la voix, elle l'est néanmoins dans la résolution que nous prenons de parler. En effet, nous parlons quand nous voulons, & de la façon que nous voulons ; nous ne le faisons point sans nous déterminer à le faire, & il est impossible de se déterminer sans connoissance : ainsi la connoissance est toujours nécessaire pour parler, & le son des paroles suivies, sera une marque infallible des pensées qui sont dans les hommes. Or nous voyons que les Bêtes agissent à peu près par de semblables principes ; si elles n'agissent pas avec une pleine liberté, elles agissent du moins avec cette indépendance, que l'on appelle *Spontanée* ; & quoi qu'elles ne délibèrent pas, elles ne laissent pas de se déterminer. Mais l'on peut répondre que si l'exécution de tous ces mouvemens peut se faire même dans nous sans connoissance, & que les pensées ne soient ne-



affaire que pour résoudre, & pour commander ; il faut avouer que tout ce que nous voyons dans les Bêtes, peut se faire sans connoissance, puisque nous ne voyons en elles que la pure execution des mouvemens, sans que nous les ayons jamais consultées, pour sçavoir par quels motifs elles se déterminent ainsi volontairement à agir. Je ne veux pas m'arrêter ici à faire voir que les Bêtes ne veulent point, & ne se déterminent point elles-mêmes, & qu'elles n'agissent que par la détermination des objets extérieurs, selon la disposition intérieure de leurs organes : on parlera un peu plus bas de ceci ; mais cependant c'est beaucoup, si l'on a montré que du moins tout ce que nous voyons dans les Bêtes peut être pratiqué, sans que dans l'execution il y ait aucune perception, ou aucune connoissance ; puisque les Bêtes ne font rien qui puisse entrer en comparaison avec les mouvemens nécessaires à la parole des hommes, qu'ils font néanmoins pour la plupart sans en avoir la moindre connoissance.

*XVII. Qu'on chante & qu'on joue du Luth sans y penser.*

Considérons maintenant quelque chose de ce que nous pratiquons par le moyen de l'air, & nous verrons encore des mouvemens admirables que nous faisons sans qu'il soit besoin de connoissance. Quelle industrie, ou plutôt quelle science, quelle reflexion & quel raisonnement ne semble-t-il pas qu'il y ait dans un homme qui joue du Luth avec justesse ? Combien de divers mouvemens sont nécessaires.

pour cela ? Après avoir monté toutes les cordes sur leur propre ton , il faut mettre en action tous les doigts des deux mains ; il faut que ceux de la droite s'accordent avec ceux de la gauche , & que tandis que les uns pincent les cordes , les autres s'appliquent sur les touches , pour y diversifier les sons par une infinité de différentes manieres . Il faut qu'après qu'un doigt a frappé une corde , il en frappe encore une autre , qui doit être choisie seule entre toutes : il faut que tandis que deux doigts sont occupez à faire les plus hautes parties , un troisième étant pour ainsi dire d'intelligence avec les autres , fasse la basse. Peut-on rien voir d'approchant dans les actions des Animaux ? Il est vrai qu'il y a du plaisir à entendre au Printemps le Rossignol , & j'avouë que ces fredons entrecoupez ont bien des charmes. Mais après tout , qu'est-ce en comparaison de ces passages si agréables du Luth , de ces chûtes qui surprennent tout-à-fait l'auditeur , de ces tons diminuez , & de ces dissonances mêmes , qui étant employées à propos , plaisent d'autant plus , qu'elles auroient été désagréables en d'autres rencontres ? Les Poètes ont beau dire que le chant des oiseaux surpasse infiniment toutes nos plus belles symphonies ; qu'un seul Rossignol vaut mieux que tout un cœur de voix humaines ; que ses accords sont incomparablement plus charmans : Si toutes ces expressions sont belles , elles ne sont point vrayes ; & il y a toujors autant de difference entre le gazouillement d'un oiseau , & le concert d'un Luth , qu'il y en a entre le discours d'un Orateur , & le babil d'un Perroquet. Et néanmoins n'est-il pas vrai qu'on joue très-souvent sans y faire reflexion , & que par la

seule habitude on repete des piéces les mieux concertées , sans sçavoir ce qu'on fait , & sans avoir seulement la pensée qu'on a un Luth entre les mains ? Pourquoi donc les oiseaux ne pourroient-ils point chanter sans y penser, & que sera-t-il besoin de connoissance dans les animaux, pour des actions qui sont infiniment plus simples que ces mouvemens d'un Musicien , qui les fait tous sans aucune connoissance ?

*XVIII. Ce que c'est que connoissance virtuelle.*

On dira , sans doute , qu'il y a ici une *connoissance virtuelle* , qui provient des connoissances actuelles qu'on a eu lorsqu'on apprenoit la Musique, & qu'on se formoit l'habitude de jouer : & qu'ainsi ce jeu concerté est toujours une marque indubitable , que celui qui jouë a en soi la faculté de connoître. Je n'ai garde d'approuver ici le procedé de ceux qui se plaignent continuellement qu'on les veut payer de mots qui ne signifient rien; qu'ils ne sçavent ce que c'est que connoissance virtuelle , & qu'ils n'entendent point toutes ces distinctions de l'Ecole. Pour ne me pas plaindre moi-même de l'injustice de ce procedé , & pour me tenir dans mon sujet , je dis qu'il est fort aisé d'entendre le sens de ces mots *de connoissance virtuelle* , & il n'y a que la préoccupation de ceux qui ne peuvent souffrir l'ancienne Philosophie , qui les empêche de voir qu'il n'y a rien de plus vrai , & qu'en effet il y a une connoissance virtuelle dans celui qui jouë du Luth sans y penser. Mais par cela même , il semble qu'on peut prouver qu'il n'y a dans les Bê-

res aucune connoissance. Car remarquez que quand on dit qu'il y a ici quelque connoissance virtuelle, cela veut dire qu'en effet il n'y a aucune connoissance, mais qu'il y a quelque chose qui vaut autant que la connoissance; sçavoir, l'habitude que l'on s'est acquise par le soin, & par les connoissances precedentes. Si donc ces mouvemens si reglez peuvent se faire dans les hommes, sans une connoissance actuelle, & par la seule habitude ou disposition que les organes se sont faites: n'est-il pas visible que les mouvemens des Animaux se peuvent faire aussi sans aucune connoissance actuelle, & par la seule disposition des organes, qui supplée à la connoissance? Et qu'on ne dise point non plus que cette disposition des organes s'est faite par le moyen de diverses connoissances qui ont precedé: car il est bien vrai que cela se fait ainsi dans le cours ordinaire, & qu'on ne se forme l'habitude de jouer juste, que par une longue application; mais aussi il est certain qu'une semblable habitude n'a de soi nulle dépendance nécessaire des pensées. N'y a-t-il pas des habitudes infuses? Dieu ne peut-il pas mettre dans nos membres cette même qualité, que les soins d'un maître, & un grand exercice produisent en nous? Il le peut, sans doute, c'est ainsi qu'il en a usé à l'égard des Apôtres, & même de plusieurs autres Saints, qui sans aucune étude arrivant en un pays barbare, y parloient la langue du pays, avec autant de facilité, & avec la même exactitude, que si c'eût été leur langue naturelle.

*XIX. Ce que c'est qu'habitude & disposition.*

Or cette sorte d'habitude , dont nous parlons maintenant , n'est point au fond d'une nature différente de ce que nous appellons disposition des organes , & nous pouvons dire que l'habitude est une disposition artificielle , que nous aquerons par nos soins , comme la disposition est une habitude naturelle que nous avons dès nôtre enfance. Si donc , poursuivent nos Philosophes , il n'y a point de doute que Dieu ne puisse former en nous de ces sortes d'habitudes , qui disposent nos membres à faire avec facilité ces mouvemens reglez & extraordinaires ; & si d'ailleurs ces mêmes habitudes peuvent être reduites en pratique sans aucune connoissance actuelle , comme nous avons dit : pourquoi Dieu ne pourroit-il pas mettre dans les organes des Bêtes toutes les dispositions nécessaires à faire les mouvemens convenables à leur nature , & pourquoi ces mêmes dispositions ne pourroient elles pas se reduire en pratique sans connoissance ?

*XX. Que Dieu peut faire une machine semblable à une Bête.*

Puisque nous avons fait mention du pouvoir de Dieu , il est bon de rapporter tout de suite un discours de nos Philosophes qui fondent une raison particuliere sur ce pouvoir infini. Voudroit-on soutenir , disent-ils , que Dieu avec sa Toute puissance , ne sçauroit faire une machine semblable à une Bête ? Un Ingenieur

de l'Antiquité fit une statue de Memnon au haut d'une montagne, qui ne manquoit pas de châter au Soleil levant. \*Un autre fit un Pigeon artificiel, qui voloit en l'air. Et afin qu'on ne pense point que ce sont des fables, on a fait de nos temps ces mêmes choses, & l'on voit dans des grottes de gentilleses bien plus spirituelles; un Satyre qui jouë de la flûte sur un rocher, tandis que la Nymphé Echo, tirant la tête hors d'une caverne opposée, écoute avec grande attention, & repete ensuite fort doucement tout le concert. Une assemblée de petits oiseaux qui demeurent fort paisibles, tandis qu'un certain Duc demeure caché; mais si-tôt que celui-ci se montre, tous ces oiseaux se mettent à crier ensemble, avec un si grand tintamarre, qu'on ne sçait s'ils prétendent se moquer, ou si tout de bon ils sont en colere. On n'auroit jamais fait, si l'on vouloit raconter les merveilles de ces sortes d'artifices, où l'art imite les actions des animaux. Il est vrai qu'à comparer toutes ces machines avec les Bêtes, on y trouve une différence infinie, & que tous ces petits mouvemens qui se font ainsi par ressorts sont bien bornez & bien grossiers, en comparaison de cette subtilité, & de cette diversité prodigieuse, qui se voit dans les actions du plus petit des animaux. Mais ne compte-t-on pour rien la sagesse & l'industrie de Dieu? Nous demeurons d'accord, ajoutent-ils, que la différence de ces machines de l'art & de la nature soit grande, mais la différence des ouvriers l'est encore davantage; & si des ouvriers aussi ignorans

\* V. Kirch. Ædip. to. 2. clas. 8. cap. 3.

que le font les hommes , qui executent avec tant de peine , ont neanmoins assez d'adresse pour faire ces machines qui nous surprennent, & qui imitent si bien quelques mouvemens des Animaux ; cet ouvrier qui a une intelligence infinie, & qui execute par ses seules idées tout ce qu'il lui plaît , ne pourra pas faire ces machines qui imitent en tout les mouvemens d'une Bête. Certainement, ce seroit avoir une idée trop basse de la sagesse & de la puissance de Dieu.

*XXI. Dans toutes ses parties exterieures  
& interieures.*

Mais encore pour venir au détail des choses, voyons du moins ce que nous pouvons aisément concevoir que Dieu pourroit faire. Premièrement, il peut sans difficulté faire une machine qui ressemble entierement à un Chien , non-seulement au dehors , mais encore au dedans , en sorte qu'à comparer simplement le corps d'un véritable Chien , avec celui de cette machine , sans avoir égard à leurs fonctions, ni à leurs mouvemens , on n'y scauroit trouver aucune difference ; l'un & l'autre auroient la même figure extérieure , ils seroient tous deux couverts de peau & de poil de même couleur. En les ouvrant tous deux , on les trouveroit composez de diverses parties , les unes dures & blanches comme les os , les autres molles & rouges comme la chair. On y verroit des vaisseaux, comme si c'étoient des veines & des artères ; en un mot , ces deux corps seroient entierement semblables. Jusques-là il ne faut point d'ame ni de connoissance.

*XXII. Que le sang de cette machine peut être échauffé.*

En deuxième lieu, Dieu peut remplir de sang toutes les veines & les artères de cette machine, & y mettre tous les esprits & les autres liqueurs toutes semblables à celles d'un Chien; & ensuite il peut donner au cœur, & à tout le sang, un certain degré de chaleur, puisque la chaleur n'est pas une propriété essentielle de l'ame & de la vie, & que nous voyons plusieurs choses insensibles & inanimées qui entretiennent une très grande chaleur. Tout cela peut être sans ame & sans connoissance.

*XXIII. Que le cœur & les artères battent régulièrement comme dans les Animaux.*

En troisième lieu, le cœur de cette machine auroit par la disposition de ses fibres, ou si vous voulez, par l'activité des esprits qui le remplissent; ce cœur, dis-je, auroit la faculté de se dilater, & de se resserrer, comme nous voyons que le cœur arraché d'un véritable Chien, ne laisse pas de battre régulièrement pendant long-temps; quoique pour lors on ne voudroit pas dire que ce cœur eût une ame & de la connoissance. Or supposé que le cœur de cette machine palpât ainsi en se dilatant & en se resserrant, il faudroit de nécessité absolue que le sang passât du ventricule droit du cœur au poulmon, que du poulmon il revint au



ventricule gauche du cœur ; que de là il sortit par l'Aorte ou la grande artère ; qu'il se répandit par toutes les parties du corps , qu'il se philtrât dans les chairs, qu'il se ramassât dans les veines , & qu'il retournât enfin dans le cœur. Tout cela devoit suivre du mouvement du cœur , par la même nécessité qui fait le mouvement des eaux dans les machines hydrauliques, ou celui de l'air dans les soufflets. Ainsi la circulation du sang se feroit dans cette machine, les artères battoient , le pouls en seroit réglé , & tout cela sans ame & sans connoissance.

*XXIV. Que le sang circulera & se philtrera dans les diverses parties du corps de la machine.*

En quatrième lieu, tandis que le sang échauffé circulerait ainsi dans le corps, il faudroit que passant par divers endroits , il se philtrât diversement, & qu'il se fit diverses sortes de séparation: car toutes les parties charneuses du corps, sont autant de diverses sortes de tamis ou de passoirs différens , où les pores étant de certaines figures déterminées, laissent passer les particules du sang, qui se trouvent conformes à ces ouvertures. Ainsi le Foye sépare la bile, & laisse retourner au cœur le reste du sang : les féroçitez sont séparées dans les reins, la mélancholie dans la rate, & ce qu'on appelle Esprits dans le cerveau.

*XXV. Les Esprits se formeront dans le  
cerveau, & se disperseront dans tous  
les muscles.*

Il faudroit donc que le sang le plus impétueux sortant immédiatement du cœur, montât tout droit par l'artère carotide dans la tête, qu'il se dispersât par une infinité de petites branches dans la substance du cerveau; que ce qu'il y auroit de plus subtil transpirât & se ramassât dans les cavitez du cerveau comme dans des reservoirs, d'où se feroit la distribution des esprits par le conduit des nerfs qui se repandroient par tout le corps, comme autant de petits tuyaux, dont l'origine seroit dans ces mêmes cavitez. Ainsi tous ces esprits étant portez par tout, ils devroient aussi étendre uniformément tous les nerfs avec tous les muscles, & tenir par conséquent toute cette machine tendue, & en état de consistance. Mais si par quelque sorte d'accident, quelques ouvertures de ces petits nerfs qui aboutissent au cerveau, venoient à s'ouvrir plus qu'à l'ordinaire, & que par cette plus grande ouverture il se fit un écoulement d'esprits en plus grande abondance; ne faudroit-il pas que le muscle où se feroit cette inondation d'esprits, s'enflât pour les contenir, & en s'enflant ne faudroit-il pas qu'il se retressit, & en se retressissant ne faudroit-il pas qu'il tirât un os, à l'extrémité duquel ce muscle se trouve attaché; en un mot, ne faudroit-il pas que tout ce membre se remuât? Tout cela assurément se feroit par la nécessité des loix de la mécanique, & il ne faudroit point pour cela ni d'ame, ni de connoissance.

*XXVI. Cette machine se mouvoit d'elle-même comme un Animal.*

Faut-il donc s'étonner, disent maintenant nos Philosophes, si un Chien qu'on effraye tout d'un coup par quelque bruit surprenant, fremit premierement, & puis s'enfuit; puisque la même chose arriveroit à cette machine ainsi préparée. Cette soudaine agitation de l'air venant à battre tout d'un coup les oreilles de la machine, ébranleroit les petits nerfs qui servent à l'ouïe: ces nerfs ainsi agitez porteroient leur émotion jusques dans le cerveau; dans cette émotion surprenante les ouvertures en seroient relâchées, par où les esprits qui étant renfermez, & extrêmement pressez, cherchant toujours à s'échapper, s'échapperoient avec violence: d'où suivroit ce fremissement, qui secoüeroit tout d'un coup tout le corps de la machine. Mais cette même agitation causée dans le cerveau par les petits nerfs de l'ouïe, ouvreroit sans doute quelques nerfs particuliers, & en formeroit d'autres suivant la disposition de la machine même: ainsi il faudroit que quelques muscles s'enflassent, & que quelques autres s'allongeassent; & la disposition de la machine pourroit avoir été faite avec telle industrie, que ces passages qui s'ouvreroient ainsi, & ceux qui se fermeroient, seroient justement ceux qu'il faut pour faire le mouvement des jambes, & la fuite.

*XXVII. La difficulté que nous avons de comprendre en détail les ressorts de cette machine , n'empêche pas qu'ils ne puissent être.*

Il est vrai que nous avons bien de la peine à comprendre le détail de tous ces petits ressorts, & toute la liaison qui fait la suite de ces mouvemens si divers ; mais il ne faut pas s'en étonner. Ceux qui ne sont pas Horlogers ne sauroient comprendre tout l'attiral qui est nécessaire pour faire une Montre ; on sçait bien en general, que tout le mouvement de l'aiguille se fait par le moyen de certaines petites rouës qui s'engrainer les unes dans les autres , qui sont toutes poussées par le ressort du tambour , & tempérées par le balancier ; mais de sçavoir maintenant quelles sont ces rouës , quel est le nombre de leurs dents, quelle liaison elles ont entre elles ; c'est ce que peu de personnes sçavent, & il y a assurément là dedans bien des pieces, dont l'usage & la composition n'est connue que des maîtres. On peut dire la même chose de la machine du corps des Animaux. D'expliquer la liaison & la dépendance de tous ces petits ressorts, ou quelle est la disposition particulière de toutes les fibres qui font que les esprits s'écoulent plutôt dans un muscle que dans un autre, & que cela se fasse toujours si à propos ; que la présence d'un objet nuisible détermine à fuir, à japper, à crier ; & au contraire, la présence d'un objet convenable détermine à s'approcher, à sautiller, à caresser : tout cela assurément nous passe, & il n'appartient qu'à ce divin Ouvrier d'avoir la connoissance de tout.

de différens ressorts , & d'une liaison si admirable de tant de diverses parties. Tout ce que nous pouvons faire, c'est de concevoir que sans doute ces-mouvemens se font ainsi par la détermination des objets extérieurs , qui émeuvent premièrement les nerfs , qui vont aboutir aux yeux , aux oreilles , ou aux autres sens extérieurs , & qu'ensuite ces nerfs ainsi émus émeuvent d'autres , soit en fermant quelques autres , & que les esprits s'écoulent tels qu'il faut pour faire le mouvement de fuite ou d'approche , suivant l'avantage de la machine. Voilà tout ce que nous pouvons dire ; sçavoir, que Dieu peut faire des ressorts disposez en telle sorte , que tous ces-mouvemens s'en ensuivent.

*XXVIII. Tous ces ressorts sont en effet dans les Animaux.*

Il faut bien que Dieu puisse faire une telle disposition , puisqu'en effet il l'a faite ainsi , & que nous expérimentons en nous-mêmes, que sans le vouloir, & sans y penser nous faisons ces-mêmes-mouvemens ; & qu'ainsi il faut bien que la machine de nôtre corps soit tellement disposée , qu'à cette agitation de l'air qui frappe tout d'un coup nos oreilles , il se fasse une certaine émotion dans nôtre cerveau ; que dans cette émotion une éruption soudaine d'esprits nous secouë , & nous fasse fremir , & ensuite que de certains nerfs s'ouvrent , & que d'autres se ferment , pour laisser couler les esprits dans les muscles qui font ce mouvement des jambes , par le moyen duquel nous nous retirons de ce lieu où il y a danger. Tout cela , &c.

sent-ils, se faisant en nous sans la détermination de nôtre ame , & sans nôtre connoissance , il faut -nécessairement qu'il se pratique par les loix de la mécanique , & par la disposition de la machine même. Ne semble-t-il donc pas bien évident que Dieu peut faire une machine qui donnera toutes les marques de vie dans la palpitation du cœur , dans le battement des artères, dans la circulation du sang, & qui de plus marchera , qui jappera , qui mangera , & qui se nourrira comme un Chien ? Qu'est il donc besoin d'ame & de connoissance ?

*XXIX. Si cette machine pourroit être appelée un Animal.*

On dira sans doute à tout ceci , que si Dieu peut faire cette machine qui se meuve ainsi par ressorts , ce ne sera pas un Animal , puisqu'un Animal n'est pas ce qui se meut, ou qui fait du bruit, ce que peut faire une machine; mais qu'il est de la nature de l'Animal de sentir, & de faire tous ses mouvemens par un principe vital & interieur , qui ait la faculté d'appercevoir , & de sentir , ce qui ne convient pas à la machine. Mais nos Philosophes repondent que c'est de quoi l'on dispute ; sçavoir, s'il est de la nature de ceux des Animaux , qui n'ont point une ame spirituelle , de sentir & d'appercevoir, & ils pretendent que non ; & qu'en effet , tout ce que nous remarquons dans les Bêtes, ne sont que des mouvemens corporels , qui se peuvent faire par une machine : de sorte que de dire que ces mouvemens procedent immédiatement d'un principe qui sent & qui apperçoit, c'est deviner , puisque d'ailleurs nous ne penetrons pas dans

dans le secret du cœur des Bêtes , pour en connoître les pensées & les prétentions. Ainsi à juger par les dehors , qui est l'unique voye de connoître la nature des Bêtes , ils concluent que les Bêtes sont de pures machines , puisque tous ces dehors peuvent être sans ame & sans sentiment.

*XXX. Que les Bêtes ne peuvent avoir une ame capable de connoissance.*

Bien plus, ils prétendent non-seulement qu'il n'est pas nécessaire de donner aux Bêtes une ame capable d'appercevoir & de sentir, pour faire leurs mouvemens , mais même qu'il est impossible qu'elles agissent de la sorte , & qu'à moins qu'on leur accorde des ames routes spirituelles comme l'ame de l'homme , il n'est pas possible qu'elles sentent , ou qu'elles connoissent. En voici les raisons , qui ne semblent pas trop méprisables.

*XXXI. Le principe du sentiment doit être Un indivisiblement.*

Si un Animal a une ame qui ait la faculté de sentir & d'appercevoir , il faut que cette ame soit repandue par tout le corps , en telle sorte que le même principe qui voit , soit aussi le même que celui qui entend ; que le même principe qui sent au pied , soit le même que celui qui sent à la tête & à toutes les autres parties du corps ; que celui qui sent de la douleur, soit encore le même que celui qui un peu auparavant sentoit peut être du plaisir. En un mot , il faut que ce principe soit Un , qu'il fasse indi-

visiblement toutes ces fonctions , & qu'il aperçoive tous ces divers sentimens , dans toutes les diverses parties du corps. Il est impossible de concevoir un principe sensitif, si nous ne le concevons ainsi unique ; & l'expérience de ce que nous sentons en nous-mêmes , nous fait clairement entendre que c'est par le même principe que nous faisons nos fonctions: & quoique nos organes soient divers, ce qui les anime n'est qu'une même chose; en sorte que si nous voyons par les yeux, si nous entendons par les oreilles, si nous sentons diverses émotions du corps , ce *Nous* qui aperçoit en voyant par les yeux, c'est absolument le même qui aperçoit en entendant par les oreilles , ou qui sent toutes ces différentes émotions du corps.

*XXXII. Et par conséquent ce ne peut être qu'une ame spirituelle.*

Nos Philosophes mettent donc comme une chose indubitable , que si les Bêtes ont la faculté de sentir & d'apercevoir , il faut que dans chacune il y ait un principe , qui étant unique, soit le même qui sent , & qui aperçoive toutes les différentes émotions des diverses parties du corps. Or il n'est pas possible que cela soit, à moins que ce principe ne soit une substance spirituelle, & une ame raisonnable ; & c'est ainsi que saint Gregoire de Nyffe prouve l'existence de nôtre ame. Voici comme il parle au chapitre 10. de l'Ouvrage de l'homme. *Comme le toucher, dit-il , est un sens particulier , l'Odorat un autre, & que tous les autres sens sont si differens entre eux , qu'ils n'ont rien de semblable : que cependant la faculté d'apercevoir est la même*



*me qui est présente à tous: il faut absolument croire que cette faculté d'apercevoir est quelque chose de différente nature que n'est pas le corps ; ou autrement , il faudroit dire qu'une chose simple & unique , seroit composée de diverses choses.*

*XXXIII. Le principe de sentiment ne pourroit résider dans les Bêtes en quelque endroit particulier.*

Vous direz que ce principe sensitif des Bêtes peut résider en quelque endroit particulier du corps , & que de là où tous les organes des sens vont aboutir, & où se fait le sens commun, ce principe peut apercevoir tout ce qui se passe dans le reste du corps, comme fait une araignée au centre de sa toile , où tous les filets qui traversent vont aboutir : ou bien encore comme l'on dit que nôtre ame a son siège principal en quelque endroit particulier , où elle fait toutes ses fonctions, d'où elle donne tous ses ordres, & où enfin tous les sens extérieurs & toutes les parties du corps envoient , pour ainsi dire, lui rendre compte de tout ce qui se passe.

*XXXIV. Il ne peut être dans la tête.*

Mais il y aura bien de la peine à soutenir cela : car si l'ame des Bêtes résidoit en quelque endroit particulier , ce seroit sans doute dans le cerveau , comme veulent la plupart des Modernes ; ou dans le cœur , comme vouloit Aristote. Mais ce ne peut être ni dans l'un ni dans l'autre : car nous voyons qu'après que la tête a été coupée à un Animal , & après que le cœur

## 412 DE LA CONNOISSANCE

lui a été arraché , le reste de son corps ne laisse pas de vivre encore quelque-tems , & de donner les mêmes marques de sentiment. J'ai gardé plus d'un mois durant une sorte de Haneton, après lui avoir coupé la tête , qui vivoit néanmoins pendant tout ce temps-là ; & quand on venoit à le toucher ou à le piquer , il s'agitoit, il remuoit ses aîles , & il voloit comme s'il eût été tout entier. Les Canes & les Outardes vivent aussi quelque-tems sans tête : les Animaux même les plus parfaits font encore quelques mouvemens après qu'on leur a coupé la tête. Mais pour nous arrêter à ce que j'ai dit du Haneton , toutes ces agitations marquent bien qu'elles peuvent être sans aucun principe qui sente , & qui apperçoive , ou que du moins ce principe ne résidoit pas dans sa tête , puisque cet Animal ainsi mutilé donne les mêmes signes de vie & de sentiment qu'auparavant.

## XXXV. Ni dans le cœur.

De même , on ne peut pas dire que ce principe réside dans le cœur ; car il est certain que les Animaux les plus parfaits ne laissent pas de vivre après avoir eu le cœur arraché. \* Galien raconte qu'on a vû souvent dans les Temples des Brebis & d'autres victimes , qui après avoir eu la poitrine ouverte ; & le cœur arraché , s'échappoient d'entre les mains des Sacrificateurs , & couroient, jettant des cris fort pitoyables. C'est une chose ordinaire, que j'ai vû moi-même plusieurs fois en faisant des anatomies de chiens vivans , qu'après leur avoir

\* Lib. 2. de Hippocr. Decr. c. 4.

arraché le cœur, ils ne laissoient pas de s'agiter encore extraordinairement, comme s'ils eussent senti de grandes douleurs. Ce ne peut donc être ni dans le cœur, ni dans la tête que ce principe sensitif reside ; mais au contraire, s'il y a quelque semblable principe, il faut dire qu'il est repandu divisiblement par tout le corps.

*XXXVI. S'il y a un principe de sentiment dans les Bêtes, il doit être repandu divisiblement par tout le corps.*

En effet, si nous coupons un Serpent par le milieu, chacune de ces moitez vivra encore fort long-tems : elle se mouvra ; & si après avoir demeuré quelque-tems en repos, on vient à la piquer, elle recommencera à s'agiter comme si elle avoit senti de la douleur, de sorte que chaque partie ainsi divisée, donne encore les mêmes marques de vie, de sentiment, & de douleur, que lorsqu'elle étoit jointe à l'autre, & que le Serpent étoit entier. Ce principe qui fait sentir, & qui apperçoit, n'est donc point ramassé dans une seule partie du Serpent, mais il est repandu par tout le corps ; & il n'est pas indivisible & unique, puisque maintenant il se trouve en deux endroits séparés.

*XXXVII. Petit Animal de S. Augustin, vivant dans toutes ses parties, après avoir été divisé en plusieurs morceaux.*

Peut-être vous repentez-vous d'avoir accordé trop facilement, que ce principe sensitif doit être dans les Animaux unique & indivisible : & vous direz, sans doute, que ce principe étant matériel dans les Bêtes, il n'y a pas d'inconvénient qu'il soit divisible, & répandu par tout le corps. Mais je vous prie, examinons un peu comment cela se peut entendre, & considérons un de ces petits Animaux à plusieurs pieds, semblable à celui dont parle saint Augustin, au livre de la Quantité de l'ame. Ce saint Docteur raconte qu'un de ses amis prit un de ces Animaux, qu'il le mit sur une table, & qu'il le coupa en deux ; & qu'en même-tems ces deux parties ainsi coupées se mirent à marcher & à fuir fort vite, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre. Ce n'étoit pas un mouvement irrégulier ; elles marchaient avec la même justesse qu'auroit fait l'animal entier. Lorsqu'on leur opposoit quelque chose, ou qu'on les frappoit d'un côté, elles se détournoient fort bien, & s'enfuyoient vers un autre endroit. On coupa d'érêchef chacune de ces parties, & il parut pour lors quatre pièces qui marchaient, comme si c'eût été quatre animaux différens, & quoiqu'on les partageât encore davantage, chaque petit morceau vivoit encore.

*XXXVIII. Animaux multipliez par la  
division comme les plantes.*

J'ai fait souvent une semblable experience avec bien du plaisir; & Aristote dit, que cela arrive à la plûpart des insectes longs à plusieurs pieds; & même il dit en un autre endroit, qu'il arrive à peu près à de certains animaux, ce que nous voyons dans les arbres: car comme en prenant un rejetton, & le transplantant, nous le voyons vivre; & de partie d'arbre qu'il étoit auparavant, devenir lui même un arbre particulier: aussi, dit ce Philosophe, en coupant un de ces Animaux, les pieces, qui auparavant ne faisoient ensemble qu'un Animal, deviennent ensuite autant d'Animaux séparés. Saint Augustin dit, que cette experience le ravit en admiration, & qu'il demeura quelque-tems sans sçavoir que penser de la nature de l'ame. Et en effet, si nous supposons que l'ame de ces Animaux ait la faculté de sentir & d'appercevoir, comme nous sentons, & comme nous appercevons; certainement, ce qui se voit dans cette experience, sera non-seulement admirable; mais incomprehensible.

*XXXIX. Toute ame qui peut sentir, se  
peut sentir elle-même, & se dire.*

M O I.

Car enfin, toute ame qui a la faculté de sentir & d'appercevoir les objets, ou ce qui se passe au dehors, en la maniere que nous le sentons & l'appercevons, devra beaucoup plus sentir &

M m iiii

apercevoir ce qui se passe en elle-même. \* Elle se sentira donc elle-même, puisque rien ne lui est si intimement appliqué ; & en se sentant ainsi, elle se pourra nommer, pour ainsi dire, elle-même, & se dire *Moi*, *Moi* qui me sens, & qui m'aperçois, moi qui sens la douleur, ou qui remarque cet objet.

\* Nihil tam novit mens quàm id quod sibi præsto est : nec menti magis quicquam præsto est, quàm ipsa sibi. *Aug. l. 14. de Trin. c. 4.*

*XL. Si l'ame des Bêtes peut dire M O I.*

Mais si cela est, que deviendra ce *moi*, dans la division de cet insecte ? Je voudrois bien voir quels sont les sentimens de l'ame ainsi partagée ; car je croi qu'elle se trouveroit bien surprise de se voir ainsi en divers endroits. Sans doute, que si elle pouvoit s'expliquer, elle le feroit à peu près comme le Sosie de Plaute, & qu'elle diroit, *le moi qui suis là, & le moi qui suis ici*. Faisons, je vous prie, un effort d'esprit ; ne nous contentons point de mots, mais tâchons de pénétrer, & de voir en effet comment cela se peut entendre. En bonne foi, concevons-nous que ce *moi* puisse être ainsi en deux lieux ? Ou bien dirons-nous que ce *moi* est partagé, & que ce petit Animal divisé puisse dire en effet à part lui-même, ce que disent par une expression figurée, ces Amans passionnez : Je ne suis plus moi tout entier ; il y a une autre moitié de moi-même qui n'est plus avec moi ; ce que je voi courir loin de moi ; est une partie de ce que je suis. Tout cela peut il avoir un bon sens & l'idée que nous avons du *moi*, n'est ce pas

une idée d'une chose entièrement indivisible, qu'il est impossible de partager sans la détruire ? Quoi donc, y aura-t-il plusieurs *moi* dans cet Animal, en sorte qu'une de ses parties ainsi divisée se sentant de son côté elle-même, dira *moi*, tandis que l'autre se sentant aussi elle-même, & vivant & s'apercevant, dira aussi de son côté *moi*, & que ce *moi* de l'un ne sera pas le *moi* de l'autre, mais que ce seront deux *moi* différens ? Tout cela est inconcevable : car ces deux *moi* qui sont maintenant après la division devoient aussi être auparavant : ainsi cet Animal entier n'est pas informé d'une seule ame, mais c'est un ramas d'une infinité d'ames distinctes, qui sont autant d'Animaux différens ; puisque l'ame d'une jambe sera une ame distincte de l'ame d'une autre jambe ; & que tandis qu'on pinsera une partie du corps de l'Animal, l'ame qui se trouvera là présente, dira : c'est à moi qu'on en veut ; cette partie est à moi : c'est moi qui sens de la douleur. Les autres ames qui sont dans le reste du corps, pourront bien porter compassion à celle-ci ; mais après tout, elles n'en sentiront rien. Ne faut-il pas avouer que tout ceci, de quelque biais qu'on le considère, est inconcevable ? Pourquoi donc, pourront dire nos Philosophes, veut-on que les Animaux aient des ames, qu'ils sentent, qu'ils apperçoivent ? Et puisque d'ailleurs, l'on fait voir que tous ces mouvemens des Animaux peuvent se faire sans connoissance & sans sentiment ; à quel propos ajouter ainsi un principe connoissant que nous ne saurions jamais comprendre ?

*XLl. Les membres mêmes des hommes  
se meuvent quelque - temps étant  
coupez.*

Ce qui se passe encore dans le corps de l'homme peut donner de l'éclaircissement à cette matière ; car ce ne sont pas seulement les insectes ou les chiens qui vivent & qui se remüent après avoir été divisez , ou après qu'on leur a arraché le cœur : on voit la même chose dans les hommes ; & tandis que d'une part une tête coupée tourne les yeux comme pour témoigner de la douleur , remüë les lèvres comme pour parler, mord la terre comme par une espèce de rage : d'une autre part le cœur ne laisse pas de palpiter régulièrement pendant long-tems ; & même ce que Galien a dit des victimes, Acosta l'a assuré d'un jeune garçon Indien, que les Barbares sacrifioient à leur fausse divinité. \* Car il raconte que ce misérable ayant la poitrine ouverte , & le cœur arraché , il ne laissoit pas de vivre, de se plaindre, & même ce que je trouve un peu difficile de parler. Cependant l'ame de l'homme, qui est spirituelle & indivisible , ne scauroit être ainsi en deux lieux séparez. Il faut donc que du moins une de ces parties ainsi divisées, ou même toutes deux, se meuvent encore sans ame, & par conséquent sans connoissance & sans sentiment.

\* Hist. Moral. de Indias , lib. 5. cap. 22. & Herrera Dec. 3. lib. 2. c. 16.



*XLII. Si les esprits suffisent pour cela ,  
ils suffisent aussi pour les mouvemens  
des Animaux.*

Je sçai bien que l'on dit ordinairement que ces mouvemens des parties coupées se font par le moyen de quelques esprits , qui ne pouvant être éteints dans un moment , s'agitent un peu tandis qu'ils subsistent. Mais c'est cela même qui semble favoriser l'opinion que je traite ; car si il est vrai que de purs esprits , c'est-à-dire , de certains petits corps fort subtils , puissent mouvoir ainsi régulièrement des membres séparés , & que ces insectes divisez en plusieurs parties puissent fuir, éviter la rencontre de ce qui pourroit leur nuire , & enfin donner toutes les marques de vie ; si tout cela , dis-je , peut se faire par le moyen des esprits , sans qu'il soit besoin de connoissance, de sentiment ou de perception; il ne faut pas trouver étrange, si l'on dit ensuite généralement, que tous les mouvemens des Bêtes se font aussi par le moyen des esprits, ou par quelque chose d'équivalent , puisqu'il est d'ailleurs bien manifeste, que tout ce que nous voions faire aux Bêtes , & ce que font ces parties divisées, ne diffèrent que comme le plus & le moins.

*XLIII. Pour sçavoir ce que c'est que  
sentir & appercevoir , il faut se con-  
sultier soi-même.*

Passons plus outre, & tâchons de pénétrer la nature du sentiment & de la perception: & pour ne pas dire ici des choses en l'air, & qui ne sa-

sisfissent pas l'esprit, j'estime qu'il faut nous consulter nous-mêmes, & voir ce que nous experimenterions quand nous sentons, & que nous nous appercevons du sentiment. Car quoique peut-être il y ait de la difficulté à connoître bien les principes de ces perceptions, & la maniere dont elles se font; il n'y a néanmoins rien de quoi nous ayons une plus claire experience que de nos propres sentimens & de nos connoissances.

*XLIV. L'action de l'objet, ou les mouvemens de l'organe ne sont pas le sentiment.*

Qu'est-ce donc que sentir, & qu'est-ce qu'appercevoir ? Quand je voi un Tableau devant moi, il y a une infinité de rayons qui sont portez dans l'air, & qui passant au travers des humeurs de mon œil, vont faire une peinture admirable de ce Tableau, sur les peaux qui sont vis-à-vis. Ce n'est pas encore voir, puisque tout cela se peut faire dans un œil artificiel, & dans celui d'un mort. Ensuite, par le moyen du nerf optique, il se fait une certaine communication jusques dans l'interieur du cerveau, où est ce qu'on appelle le Sens commun, & le siège de l'Imagination; & il s'y forme une autre sorte d'image infiniment plus subtile & plus délicate, que \* S. Augustin appelle Spirituelle, pour la distinguer de la premiere, qu'il appelle Corporelle. Jusques-là ce n'est pas encore appercevoir, parce que toutes ces representations, pour subtiles qu'elles soient, ne sont que de certaines

\* De Gen. ad lit. lib. 12. cap. 7. & seq.

DES BESTES. 421

figures corporelles, qui se forment dans la substance du cerveau, à peu pres, dit Aristote,\* comme celles qu'on imprime sur de la cire avec des cachets : & c'est ce que ce Philosophe appelle *phantasma*. Or que la substance du cerveau soit imprimée comme il vous plaira, qu'on y grave les figures les plus délicates du monde ; s'il n'y a autre chose, ce ne sera point là à percevoir.

\* De Memor. & Rem cap. 1.

*XEV. La perception est une experience de l'ame.*

Comme donc nôtre ame se trouve en cet endroit intimement presente & attentive, & comme d'ailleurs elle a la faculté de connoître, ainsi que nous l'experimentons nous-mêmes ; elle ne peut ignorer ce qui se passe ainsi chez elle-même. Nous concevons sans peine qu'un Ange étant present à une pierre, s'apercevrait fort bien que c'est là une pierre ; aussi nôtre ame étant presente à cette partie du cerveau, ainsi émuë & ainsi figurée, s'aperçoit fort bien de ce mouvement & de cette figure. Mais pour cela il faut qu'outre toutes ces diverses agitations, & toutes ces figures du corps, nôtre ame se fasse elle-même une autre sorte de peinture, & qu'en la faisant, elle la considère & la regarde en elle-même ; de sorte que l'image ne soit point différente de l'action par laquelle on la considère, & que se représenter un objet soit la même chose que le considérer.

*XLVI. Qui se forme elle-même l'image qu'elle considère.*

Voilà ce que nous experimentons en nous, quand nous sentons, & que nous apercevons : nous nous formons nous mêmes en nous-mêmes une image & une representation de quelque chose, & par cela même que nous formons cette image, nous la considerons indivisiblement, & comme l'on parle dans l'école, *intransitivement* : & sans cette representation intérieure, \* que S. Augustin appelle Intellectuelle, les objets extérieurs auroient beau se présenter à nos sens, ils pourroient se peindre dans le fond de nos yeux ; ils pourroient même ébranler nos nerfs jusques dans l'intérieur du cerveau ; ils pourroient, si vous voulez, y graver ces images & ces figures ; mais pour tout cela, ils ne seroient jamais aperçûs.

\* Ibid.

*XLVII. Que cela ne peut convenir qu'à une ame spirituelle.*

Or cette sorte de representation, que nos Philosophes estiment ainsi nécessaire pour le sentiment & pour la perception, est quelque chose de si relevé, qu'il n'y a corps imaginable, pour grande que soit sa subtilité & sa perfection, qui puisse atteindre jusques-là ; & qu'ainsi cette operation étant au de-là de tout ce que peut faire un corps, il faut nécessairement qu'elle ait un autre principe qui ne soit pas corps, c'est-à-dire, qui soit une ame spirituelle, & in-

materielle. Car enfin qu'est ce qui peut convenir à un corps ? Tout ce que nous concevons, c'est qu'il peut être touché, remué, figuré ; qu'il peut, si vous voulez, recevoir de la chaleur & en donner ; qu'il est sec ou humide ; qu'il resonance quand on le frappe, ou qu'il amortit le son ; qu'il peut croître ou diminuer en diverses manières. Voilà ce qui peut arriver à un corps ; mais que fait tout cela pour apercevoir ? Certainement, être touché, ou remué, ou figuré, ou échauffé, n'est pas apercevoir. Donnez à une cire telle figure ou tel mouvement qu'il vous plaira, imprimez-y des cachets gravez, si vous voulez par le plus excellent graveur du monde ; tournez-la en tel sens que vous voudrez ; sécoüez-la, agitez-la, mettez-la en toutes les situations imaginables ; jamais pour tout cela cette cire ne viendra à se plaindre de tous ces mauvais traitemens que vous lui ferez, ou à avoir de la complaisance pour ces belles figures que vous lui donnerez : parce que tout cela se fera en elle, sans qu'elle en ait la moindre aparence de perception.

*XLVIII. Nul corps ne peut appercevoir.*

Ce que je dis de la cire, je le dis encore de toute autre sorte de corps imaginable: car quelqu'un pourroit penser que la cire ne s'aperçoit pas de tous ces changemens, parce qu'elle n'est point animée ; mais que si elle avoit une ame semblable à celle des animaux, alors cette ame apercevrait sans difficulté ce qui se passeroit dans le corps de la cire. Mais tout cela ne satisfait pas ; car si cette ame de la cire ou des ani-

maux, étoit une substance spirituelle, comme est la nôtre, je conçois fort bien qu'elle auroit la faculté de connoître & d'apercevoir les mouvemens d'un corps qui lui seroit intimement présent. Mais si cette ame de la cire aussi-bien que celle des Bêtes est une substance corporelle, c'est-à-dire, si elle est un corps elle-même, ne peut-on pas dire d'elle, ce que j'ai dit de la cire; qu'elle pourra bien être agitée en divers sens, qu'elle pourra recevoir une infinité de figures, qu'elle sera capable de froid & de chaud, & de semblables qualitez; mais que tout cela ensemble ne sera pas capable de la faire apercevoir?

*XLIX. Quelques-uns pensent que cette opinion qui nie les ames dans les animaux est dangereuse.*

Quelques-uns pensent que cette opinion qui nie les ames dans les animaux est dangereuse, & qu'elle favorise l'impiété des libertins, qui ne veulent pas reconnoître l'immortalité de nôtre ame: car, disent-ils, si une fois l'on admet que toutes les operations des Bêtes peuvent se faire sans ame, & par la seule machine du corps; on viendra bien-tôt à faire le pas, & à dire aussi que toutes les operations des hommes peuvent se faire par une semblable disposition de la machine de leurs corps. Voilà ce que disent quelques-uns, dont le zele est assurément bien louable: mais ils ne font pas peut-être reflexion qu'on peut leur opposer un semblable raisonnement, & leur dire: Si une fois vous admettez que tout ce qui se passe de plus admirable dans les Bêtes, peut se faire par le moyen

moyen d'une ame materielle ; ne viendrez-vous point bien-tôt à faire le pas , & à dire que tout ce qui se passe en l'homme , peut se faire aussi par le moyen d'une ame materielle ? Jusques-là tout est égal, & les uns n'ont pas plus de droit que les autres de se reprocher leurs sentimens , & de les rendre odieux par la fuite qu'on en pourroit tirer en faveur des impies.

*L. D'autres au contraire pensent qu'il est  
dangereux de donner des ames aux  
Bêtes.*

Mais d'ailleurs ceux qui veulent que les Bêtes ne connoissent point , & qu'elles soient de pures machines ; ont de l'avantage par dessus les autres : Car , disent-ils , si vous mettez une fois que les Bêtes sans aucune ame spirituelle sont capables de penser, d'agir pour une fin , de prévoir le futur, de se ressouvenir du passé, de profiter de l'experience par la reflexion particuliere qu'elles y font ; pourquoi ne direz-vous pas que les hommes sont capables d'exercer leurs fonctions sans aucune ame spirituelle ? Après tout , les operations des hommes ne sont point autres que celles là, que vous attribuez aux Bêtes : s'il y a de la difference , ce n'est que du plus & du moins ; & ainsi tout ce que vous pouvez dire , ce sera que l'ame de l'homme est plus parfaite que celle des Bêtes ; parce qu'il se ressouvient mieux qu'elles, qu'il pense avec plus de reflexion , & qu'il prévoit avec plus d'assurance : mais enfin vous ne pourrez pas dire que leur ame ne soit toujours materielle.

*LI. Il est dangereux de dire qu'une ame  
materielle suffit pour penser & pour  
agir pour une fin.*

Vous direz peut-être que dans l'homme il se trouve des operations qui ne sçauroient convenir aux Bêtes, ni proceder d'autre principe que d'une ame spirituelle : & ces operations sont les connoissances universelles ; le raisonnement par lequel nous tirons une connoissance de l'autre : les idées que nous avons de l'infini & des choses spirituelles, qui ne tombent point sous les sens : mais ceux qui nient qu'il y ait aucune connoissance dans les Bêtes, ne nient pas pour cela que ces pensées & ces raisonnemens ne soient en nous, puisque nous les experimentons nous mêmes : ainsi ils ont toujours le même droit que vous, de prouver l'existence de l'ame raisonnable. Mais d'ailleurs ils ajoutent que toutes ces operations que vous trouvez si extraordinaires, ne different que comme le plus & le moins des operations que vous attribuez aux Bêtes : & certainement il semble qu'agir pour une fin, profiter de l'experience, prévoir l'avenir, ( ce qui selon vous convient aux Bêtes) ne doit pas moins proceder d'un principe spirituel, que ce qui se trouve dans les hommes. Car enfin, qu'est-ce qu'une connoissance universelle, sinon une connoissance qui convient à plusieurs choses semblables, comme le portrait d'un homme conviendrait à tous les visages qui lui ressembleroient ? Qu'est-ce qu'un raisonnement, sinon une connoissance produite par une autre connoissance, comme nous voyons qu'un mou-



vement est produit souvent par un autre mouvement ? Certes, si l'on met une fois que la pensée, l'intention, & la reflexion, peuvent provenir d'un corps animé par une forme matérielle, il sera bien difficile de prouver que le raisonnement & les idées de l'homme ne sçauroient provenir que d'un corps animé aussi par une forme matérielle.

*LII. Tout ame qui peut penser & agir pour une fin, peut aussi raisonner, & se déterminer librement..*

Au reste, il est mal-aisé de séparer ainsi le raisonnement d'avec la pensée : & il est, ce semble, bien facile de prouver, que dès-lors qu'une substance est capable de penser, elle est aussi capable de raisonner, qu'elle est pourvûe d'une volonté & d'un libre arbitre, & en un mot, qu'elle est en état d'agir comme les hommes. Les anciens Philosophes, & même les Peres de l'Eglise, ont prouvé que nous avons un Libre arbitre par cet argument general, que tout ce qui est capable de connoître, peut connoître le bien & le mal, c'est-à-dire, ce qui lui est bon, ou ce qui lui est mauvais : que par conséquent, en considerant ces deux objets, il peut les comparer ensemble, il peut délibérer, il peut se déterminer pour en choisir l'un à l'exclusion de l'autre, en quoi consiste l'usage de nôtre liberté. Et cela est si vrai, que la définition que nous retenons encore aujourd'hui de la liberté prise en general, est celle-ci : *Facultas agendi cum ratione*, la faculté d'agir avec connoissance de cause, ce *cum ratione* signifie cela.

*LIII. Quelques Philosophes ont accordé:  
la raison aux Bêtes.*

De là vient que de très-grands hommes n'ont pu comprendre que les Bêtes ne fussent pourvûes de raison, ne formassent de véritables syllogismes, ne délibérassent, & n'agissent avec liberté. \* Cela venoit du préjugé où ils étoient, ne s'étant jamais avisez de douter si les Bêtes avoient en effet des pensées. D'où encore nos Philosophes prétendent faire voir, que ce sentiment qui accorde aux Bêtes des pensées & des connoissances est dangereux, & qu'il donne aux libertins occasion d'en tirer une mauvaise conséquence. Il n'y a rien de plus naturel, disent ils, que de raisonner ainsi: Les Bêtes pensent, & aperçoivent les objets; donc elles connoissent le bien & le mal: donc elles délibèrent & choisissent l'un pour fuir l'autre: donc elles agissent pour une fin: donc elles raisonnent. Tout cela se fait en elles sans aucune ame spirituelle: qu'est-il donc besoin d'une ame spirituelle pour les hommes? Ceux qui sont dans ces sentimens, & qui ont une idée si avantageuse des animaux, ne font pas reflexion à ces conséquences: l'accoutumance dans laquelle ils ont vécu, fait que ne doutant point d'une part que les Bêtes ne pensent par le moyen d'une ame matérielle, & n'usent de quelque sorte de raisonnement, ils ne doutent point aussi d'une autre part, que nous ne pensions par le moyen d'une ame spirituelle, & il n'y a que cette heureuse accoutumance qui aprivoise l'esprit à accorder deux choses si éloignées.

\* Vide Valefium Philof. Sacra.

*LIV. S'il est possible qu'un agneau fuyé le loup sans connoissance.*

Quelques-uns, en faveur des Bêtes, ou pour justifier leur propre préjugé; demandent comment on peut s'imaginer qu'un petit poulet s'enfuyé & se cache sous les ailes de la poule, aussi tôt que le milan siffle dans l'air, sans être d'ailleurs apperçû? Comment il est possible qu'un agneau d'un jour conçoive une si grande horreur à la première vûë du loup, qu'il s'enfuyé en tremblant, qu'il se mette à couvert de cet ennemi sous la brebis sa mere; & que cependant il n'ait point de peur du chien, quoiqu'il l'entende japper en colere, & qu'il le voye mordre tout ce qui se rencontre? Quels ressorts peut-on se figurer dans cet agneau, qui se débandoient à la vûë du loup, & non à celle du chien, quoique ces deux Bêtes soient si semblables, que les Bergers ont souvent de la peine à les distinguer?

*LIV. S'il est possible qu'il le fasse avec connoissance.*

Mais si l'on procedé ainsi par voye d'admiration, on pourra aussi faire l'étonné à son tour, & dire comment peut-on s'imaginer qu'un petit poulet connoisse la voix du milan qu'il n'avoit jamais entenduë? En bonne fôï, qui a dit à l'agneau, que cet objet qu'il voit de loin est un loup, que c'est son ennemi qui le veut dévorer? qui l'a averti de s'en donner de garde, de s'enfuir vers sa mere qui pourra mieux le défendre de cette cruelle bête? Et si le chien est

si semblable au loup, comment sera-t-il possible que l'agneau ait le discernement si fin, que n'ayant jamais vû ni l'un ni l'autre, il les reconnoisse parfaitement, & qu'il juge que l'un est son ennemi, & l'autre son garde? En verité, si l'admiration peut passer ici pour une raison, il faudra donner l'avantage à ceux qui ne scauroient croire que cet agneau agisse par connoissance. Car enfin, qu'il puisse agir ainsi par la seule disposition de son corps, & qu'il soit déterminé par le loup à fuir, & par le chien à demeurer, ou par la brebis à s'approcher; nous avons des exemples, où de semblables mouvemens se font sans connoissance. Une aiguille de fer s'approche de l'aiman, & ne s'approche pas d'une autre pierre qui lui est toute semblable, & elle s'enfuit à la presence d'un autre aiman opposé diversement. Pourquoi donc ne pourroit-il pas se faire que l'approche du loup, ou sa simple vûë, c'est à dire, les rayons de lumiere réfléchis du loup, & entrant dans l'œil de l'agneau, le pût déterminer à fuir, & cela par la necessité de la nature, & non pas par la détermination d'aucune connoissance?

*LVI. Si par le mot d'ame ou d'instinct, nous comprenons mieux la nature des Bêtes, que par les ressorts mécaniques.*

Il seroit à souhaiter que ceux qui demandent avec tant d'admiration, quels ressorts peuvent être ainsi débandez par le loup & non par le chien, explicassent eux mêmes, par quel moyen ces diverses connoissances, & ces différentes

résolutions sont produites dans l'agneau, afin qu'il apprehende l'un, & s'enfuye, & qu'il aime l'autre, & l'attende sans crainte ? Il faut bien nécessairement reconnoître dans l'agneau quelque disposition du corps, qui lui fasse apercevoir l'un comme ennemi, & l'autre comme ami: appelez cela *Instinct*, ou de quelqu'autre nom qu'il vous plaira, cette disposition du corps y est absolument nécessaire: mais si cette disposition naturelle suffit pour donner ces diverses connoissances, ne suffira-t-elle pas pour causer ces divers mouvemens, puisqu'il est indubitable que la connoissance est une operation infiniment plus parfaite que le mouvement ?

*LVII. Les operations des Bêtes marquent non-seulement de la connoissance, mais aussi de l'intelligence.*

Il y en a encore qui persistant dans l'admiration, demandent comment il est possible qu'un singe, ou qu'un éléphant fassent sans connoissance les choses que nous sçavons qu'ils font ? Un chien même pourroit-il apprendre à chanter sa partie avec son maître ? \* Pourroit-il danser en cadence au son du violon, s'il n'entendoit, & s'il ne connoissoit ? Pourroit-il à certains mots sauter, & à d'autres s'arrêter ? pourroit-il chercher avec tant d'empressement son maître, & traverser quelquefois une rivière pour prendre le chemin le plus court, & quelquefois se détourner pour aller trouver un chemin bien éloigné, ne pouvant surmonter les

\* Vide Horarium oratione peculiari de ratione brator.

obstacles qui lui empêchoient le passage du plus proche ? Que pourroit faire autre chose une personne qui considereroit attentivement les choses, & qui consulteroit à prendre ses mesures, pour arriver au plutôt où l'on se propose d'aller ? Ces personnes donc pensent que ce sont autant de démonstrations, qui font voir clairement que les Bêtes agissent avec connoissance, & même avec raison. Car enfin des actions qui se font si à propos, eû égard à une fin, se font par un principe, non-seulement connoissant, mais encore intelligent. Une simple connoissance ne suffit pas pour toutes ces actions ; il faut connoître une fin ; il faut considerer les divers-moyens qu'il y a de parvenir à cette fin : il faut discerner quel est le meilleur, & après cela il faut le choisir, & se déterminer à agir d'une manière plutôt que d'une autre. Or qu'est-ce que tout cela, si ce ne sont des opérations d'un principe intelligent ?

*LVIII. La simphonie d'un orgue ne peut être sans la conduite d'un principe intelligent.*

Il est vrai certainement, toutes ces actions des Animaux sont trop bien conduites, pour être faites sans connoissance & sans intelligence : mais nous pouvons concevoir que cette intelligence qui les fait agir, peut leur être appliquée en deux manières : ce qui se fera entendre par un exemple. Lors qu'entrant dans une Eglise, ou si vous voulez dans une grotte d'une maison de plaisance, j'entens une agréable simphonie d'une orgue, je dois incontinent juger, que des accords si bien concertez ne seauroient :

ſçauroient être faits ſans la conduite de quelque perſonne intelligente.

*LIX. Ce principe peut être appliqué en deux manières.*

Mais auſſi je puis concevoir que cette perſonne peut s'être appliquée en deux manières à faire tout ce concert ; ou bien en ſ'afſeyant elle-même au pied de l'orgue , & jouant de ſes doigts ſur le clavier ; ou bien ayant fait une machine , qui tournant par le moyen de l'eau & de certaines rouës , touche à propos les clefs , & faſſe ainſi toute cette muſique , ſans que perſonne ſ'en meſſe davantage. Que ſi je ſuppoſe que ces orgues ſont touchées immédiatement par quelque perſonne , & non pas par le moyen d'une machine préparée , je dois d'abord concevoir que cette perſonne doit être intelligente dans cet art ; & il ſeroit ridicule de ſ'imaginer qu'un homme qui n'auroit jamais eu la moindre connoiſſance de muſique & d'inſtrumens , dès qu'il ſeroit aſſis au pied du clavier , pût remuer ſes doigts avec tant de juſteſſe , & faire une ſymphonie ſi régulière.

*LX. Le principe qui agit immédiatement doit ſçavoir la manière dont il faut agir.*

De même , à conſiderer la conduite des animaux , & leurs actions ſi bien réglées , & ſi proportionnées à une fin , nous ſommes d'abord convaincus que tout cela procède de quelque principe intelligent. Mais auſſi nous pouvons

considerer que ce principe peut être appliqué en deux manières à produire toutes ces actions: ou bien en preparant la machine, & donnant au corps des Bêtes une telle disposition, qu'elles-mêmes agissent par ressorts, à peu près comme ces orgues automates des grottes: ou bien nous pouvons considerer que ce principe intelligent est immediatement appliqué dans le corps des Bêtes, comme une forme qui les anime, & qui produit elle-même tous les mouvemens que nous voyons en elles, comme ce Musicien fait la symphonie en touchant lui-même les clefs de l'orgue avec ses doigts. Mais en ce cas nous devons aussi-tôt penser que ce principe ainsi appliqué, & cette ame connoissante qui produit immediatement tous ces mouvemens, sçait parfaitement la maniere dont se doivent faire ces mêmes mouvemens; & il seroit, ce semble, aussi ridicule de s'imaginer que cette ame pût ainsi mouvoir si à propos les jambes, tantôt d'une façon, tantôt d'une autre, pour marcher, sans sçavoir pourtant comment se doivent faire ces mouvemens, qu'il est absurde de croire qu'un homme qui ne sçait rien de musique, & qui n'a jamais appris à jouer des instrumens, puisse faire les mouvemens nécessaires pour une juste symphonie.

*L. XI. L'ame des Bêtes ne peut être le principe immediat de leurs mouvemens.*

Mais est-il possible que l'ame des Bêtes sçache naturellement ce que les hommes avec toute leur Philosophie ne peuvent comprendre? Quoi, l'ame d'un chien sçaura comme il faut



envoyer des esprits en un endroit , & les retirer d'un autre, enfler un certain muscle & en défler un certain autre, & faire tout le reste qui est nécessaire pour marcher ? Il sçaura donc comme quoi il faut premièrement dilater le diaphragme , élargir la poitrine , attirer l'air , enfler les poulmons , puis les presser tout d'un coup , & ouvrir la gueule pour aboyer ? Sans mentir , si l'on se peut figurer que l'ame d'un chien a toutes ces connoissances , on aura sujet de porter envie aux Bêtes.

*LXII. Ni l'ame des hommes non plus, qui ne fait que vouloir , le reste se faisant par machine.*

Ne dites pas que cette raison prouveroit que dans les hommes les mouvemens se feroient aussi par machine , & non pas par la conduite de l'ame , puis qu'aussi l'ame des hommes ne sçait pas comment se doivent faire la plupart de nos mouvemens. Car en effet ce que nos Philosophes pretendent ; que nôtre ame n'est pas la cause immediate des mouvemens , non pas même des volontaires. Nous ne mouvons le doigt que par le moyen des muscles , ni les muscles que par le moyen des nerfs & des esprits , ni les esprits que par le moyen du cerveau: de sorte que remontant jusques dans le principe du mouvement , il faut reconnoître un endroit où est le siège principal de l'ame , & d'où elle peut commander tous les mouvemens qui se passent dans nôtre corps. Et comme pour faire cette douce symphonie dont nous venons de parler , il n'est pas besoin que l'organiste sçache quelle est la disposition particuliere des

soufflets ou des flûtes ; il suffit qu'il remuë lui-même ses doigts, suivant son art, & aussitôt les touches s'abattent, les soupapes des tuyaux s'ouvrent, le vent s'insinuera, le son se formera, & tout cela se fera par une nécessité mécanique, suivant la disposition naturelle de la machine, qui a été ainsi préparée par un Ouvrier intelligent. De même, afin que nous marchions, il n'est nullement nécessaire que nous connoissions les conduits par où il faut envoyer des esprits, ou les muscles qui doivent être retirés, point du tout, il suffit que nôtre ame veüille, & qu'en voulant elle prenne elle-même le mouvement, ou la situation qu'elle a naturellement en voulant, de quelque façon que cela se fasse : aussi-tôt de certaines petites valvules s'ouvrent comme les soupapes des tuyaux dans les orgues : les esprits qui sont renfermez dans la cavité du cerveau, comme le vent dans le Sommier, s'insinuent par ces ouvertures, & s'écoulent par le conduit des nerfs, jusques dans les muscles qu'ils font enfler. \* Ceux-ci en s'enflant se resserrent, en se resserant ils retirent le membre où leur tête est attachée : & ainsi enfin se fait le mouvement par une suite mécanique & nécessaire, selon la disposition de la machine qui a été divinement bien préparée par un ouvrier infiniment intelligent. † Et c'est ce que remarque Aristote, que pour mouvoiz les membres, il n'est nullement nécessaire que l'ame soit effectivement présente en toutes les parties du corps : mais qu'il suffit qu'elle soit en quelque endroit déterminé, &

\* *Mr. Louver explique autrement le mouvement des membres.*

† *De anim. mor. c. 7.*

qué l'ame agissant en cet endroit , le mouvement s'en ensuivra , *parce que chaque membre est ainsi disposé à faire ces mouvemens par une nécessité naturelle* ; \* Saint Thomas rapporte en plusieurs endroits ce passage , & l'approuve aussi pour ce point , qui ne regarde que la cause du mouvement.

\* 1. p. q. 76. a. 8.

**LXIII.** *Les Bêtes n'agissent pas comme les hommes , en se déterminant & en commandant.*

On ne peut pas dire que l'ame des Bêtes pourroit agir de la sorte , ayant son siège principal en quelque endroit particulier , d'où elle pourroit aussi vouloir & commander le mouvement. Mais outre ce qui a été dit , pour faire voir que l'ame des Bêtes ne sçauroit avoir un siège particulier ; on sçait d'ailleurs , qu'elles n'agissent point par voye de commandement. C'est le propre de l'homme d'agir de la sorte , ayant été fait à l'image & à la ressemblance de Dieu , qui n'agit au dehors que par empire : *Fiat lux.* Que la lumière soit faite , & incontinent la lumière fut faite ; n'y ayant creature , pour insensible qu'elle soit , qui n'entende , pour ainsi dire , la voix de Dieu , & qui n'obéisse à sa volonté. C'est ainsi avec quelque proportion que nous agissons sur nos corps. Nous voulons que le doigt se remuë , & incontinent le doigt est remuë , comme s'il avoit compris la volonté de nôtre ame , & qu'il se fût mis incontinent en devoir d'obéir à son

## 438 DE LA CONNOISSANCE

commandement. Mais les Bêtes n'agissent pas de la sorte ; elles ne commandent point leur mouvement, puisqu'elles ne se déterminent nullement elles-mêmes, étant plutôt déterminées par les objets. Ainsi puisqu'en nous l'ame ne fait rien à l'égard du mouvement, que vouloir, se déterminer, commander ; il est, ce semble, inutile de donner aux Bêtes des ames, puisqu'elles ne veulent, ni ne se déterminent, ni ne commandent.

*LXIV. Agir en homme, & être agi en bête.*

Je ne veux pas entreprendre d'expliquer ici comment se fait en nous ce premier mouvement de nôtre ame, qui donne le branle à tout le reste du corps. C'est un sujet qui demande un peu plus d'étenduë que je n'ai resolu d'en donner à ce discours, & qui pourtant ne seroit pas inutile, n'ayant pas encore été traité avec toute la clarté qu'on pourroit désirer. Je me contente de faire quelque reflexion sur ce qui se passe en nous ; & par ce moyen l'on comprendra aisément la difference qu'il y a entre agir en homme, & être agi en bête.

*LXV. Quelques mouvemens qui préviennent nos volontez.*

N'est-il pas vrai qu'à la premiere vûë de certains objets, nôtre cœur a des mouvemens extraordinaires ? Il palpite quelquefois avec violence, & d'autres fois ses battemens sont tout entre-coupez, & fort lents, selon nôtre disposition & la nature des objets. Cela se passe

se en nous, sans que nôtre ame se mêle de vouloir ces mouvemens ou de les commander ; & il n'y a, ce semble, que la seule machine qui joue en ceci, & qui, comme par un ressort débandé, est déterminée par la présence de l'objet à avoir ces agitations extraordinaires : ce qui a fait dire à Aristote, que le cœur, & quelques autres de nos parties, sont *comme des Animaux séparés*, \* ayant la faculté d'exercer leurs mouvemens particuliers indépendamment de tout l'Animal. N'est-il pas vrai encore que très souvent à ces vûes surprenantes, qui nous touchent extraordinairement, nous sommes déterminés à nous approcher, ou à nous retirer ? Un enfant, à la vûe d'un serpent, fremit tout d'un coup, il s'écrie, il s'enfuit : au contraire, à la vûe d'une pomme, il sourit, il s'approche, il étend la main pour la prendre, & pour la manger : tout cela se fait sans délibération ; il n'y a point en cela d'empire de la volonté ; c'est la propre disposition du corps, qui, à la vûe de ces objets, fait faire tous ces mouvemens.

\* De anim. motione c. 11.

*LXVI. Quelques mouvemens qui suivent la détermination de nos volontez.*

Mais aussi n'est-il pas vrai, que bien souvent en voyant les objets, nous les considérons avec plus de reflexion, & que nous nous déterminons librement & volontairement, à aller vers ces objets, ou à nous en retirer ? Agir de cette première maniere, c'est agir par instinct, ou

440 DE LA CONNOISSANCE

plûtôt c'est être agi , & poussé par une détermination nécessaire , selon le rapport de l'objet avec la disposition du corps. Mais agir de cette seconde maniere , c'est agir en homme , c'est à dire , se mouvoir par choix , & par la détermination de la volonté. Ce n'est pas que souvent il n'y ait des pensées , & même quelque sorte d'inclination de la volonté dans ces actions , que nous faisons naturellement par instinct ; mais quand il y en a , elles ne font que suivre la détermination qui est déjà faite , par la disposition du corps , & c'est la différence qu'il y a en nous , entre agir naturellement par instinct , & agir humainement par choix , & par volonté : quelquefois les actions précèdent les pensées & la détermination de la volonté , & pour lors elles sont *animales*, ou *naturelles* ; & quelquefois l'empire de la volonté précède les actions du corps , qui pour lors sont *humaines* & *volontaires*.

*LXVII. Les pensées sont inutiles dans ceux des Animaux, qui ne se déterminent point eux-mêmes.*

Pour agir par instinct , la volonté est inutile aussi bien que les pensées ; puisque s'il a pour lors des pensées , elles ne font que suivre les mouvemens du corps qui ont déjà précédé. La volonté donc & les pensées n'étant nécessaires que pour les actions & les mouvemens volontaires ; & les Bêtes les plus parfaites n'ayant point de ces sortes de mouvemens , & ne se mouvant jamais que par instinct ; on doit dire aussi qu'elles n'ont aucunes pensées , ni aucune

Volontez, & que tous ces détours extraordinaires d'un chien qui cherche son Maître, ou qui danse au son du violon, se font à peu près comme les mouvemens que nous faisons par impetuosité à la vûe de quelque objet extraordinaire.

*LXVIII. Le corps d'un animal comparé à une Ville par Aristote.*

Que si l'on a de la peine à concevoir que sous ces Animaux puissent apprendre à faire des choses si merveilleuses, & qu'ils puissent les exécuter par une pure coûtume sans connoissance; il ne faut que considérer, que *tout le corps d'un animal avec tous ses membres*; ainsi que remarque Aristote, \* est comme une Ville bien réglée par de bonnes Loix, où après que l'ordre y a été une fois établi, il n'est plus besoin qu'un Gouverneur se mêle d'avertir chaque particulier de ce qu'il doit faire, parce que chacun est déjà porté à faire son devoir; qu'une chose survient après l'autre, & se fait naturellement par coûtume. Aussi quand une fois les membres sont bien disposez avec cette subordination qui les fait dépendre les uns des autres, & avec cette disposition qui leur donne le moyen de faire leurs fonctions naturelles; ou bien quand une fois à force de repeter la même chose, on a accoutumé une Bête à faire, à de certains signes, certains mouvemens; il n'est plus besoin d'aucun principe intelligent, qui vienne, pour ainsi dire, avvertir chaque membre de faire sa fonction: ils sont tous portez d'eux-

\* De anim. mot. c. 10.

mêmes à leur devoir, & la coûtume leur faire naturellement tous ces divers mouvemens les uns après les autres.

*LXIX. Les Anciens n'ont pas approfondi cette matiere.*

Après avoir rapporté toutes les raisons qui me sont venuës dans l'esprit, & les avoir poussées avec toute la force qu'il m'a été possible ; je ne croi pas qu'on m'accuse d'avoir dissimulé ce qui pourroit favoriser le sentiment de ces nouveaux Philosophes. Aussi j'espère qu'on sera d'autant mieux disposé à écouter mes raisons en faveur de l'opinion comamune, que j'ai été plus fidèle à ne rien omettre de ce qui peut donner de la vraye-semblance à cette opinion extraordinaire. Mais auparavant il ne sera pas peut-être inutile d'examiner un peu quelques endroits d'Aristote, pour voir si dans un si grand Philosophe on ne trouveroit point quelque chose qui pût autotiser une opinion qui paroît maintenant si nouvelle & si extraordinaire. Il est vrai que les Anciens ne semblent pas avoir bien examiné ce sujet : la persuasion avec laquelle nous venons, pour ainsi dire au monde, que les Bêtes ont de veritables pensées, & des sentimens comme nous, a fait qu'on ne s'est gueres avisé de revôquer en doute une chose qui nous paroît d'abord si manifeste : jusques-là, que les Platoniciens, bien loia de priver les Bêtes d'ames & de connoissances, ont pourvu tous les Estres les plus materiels & les plus insensibles de leurs Formes intelligentes, pour les gouverner & pour les faire agir suivant leur nature.



*LXX. Aristote est le seul des Anciens qui s'est avisé de l'examiner.*

Aristote est le seul des anciens Philosophes, autant que j'ai pû remarquer, qui a fait des réflexions particulieres sur ce sujet. Outre ce qui a été déjà rapporté en divers endroits, voici ce qu'il écrit : \* *Que la chaleur, dit-il, soit un effet de la Nature, cela ne peut pas souffrir grande difficulté : mais il est bien difficile de comprendre, comment la Nature des corps sçait employer si à propos la chaleur, & s'en servir comme d'un instrument pour donner à chaque chose ce qu'elle doit naturellement avoir, & imprimer sur chacune son caractère particulier, avec autant de justesse, que si ces corps avoient de la connoissance & de la raison. † Et certainement, il n'est pas possible que toutes ces choses se fassent ainsi sans connoissance, & sans la conduite du raisonnement : mais d'ailleurs, on ne voit pas comment on peut attribuer à des Natures materielles la faculté de connoître, D'attribuer tout cet artifice à la force du feu, des esprits ou des corps les plus subtils, c'est ce qui ne se peut nullement : mais de dire aussi qu'au dedans de ces corps il se trouve quelque principe qui ait cette faculté de connoître, c'est ce qui passe toute admiration. Et nous avons le même sujet d'étonnement à l'égard de l'ame même des animaux, puisqu'elle est de même nature que le feu & les esprits. Aristote en cet endroit ne parle que de l'ame des Bê-*

\* Libro de Spiritu, cap. 9.

† V. Interpretem Latinum hujus loci.

444 DE LA CONNOISSANCE

tes : car pour ce qui est des Hommes , il a toujours dit que leurs ames \* *venoient de dehors* , & que cela leur étoit particulier , toutes les autres ames étant nées , pour ainsi dire , dans les corps mêmes , & étant formées de la matière. Il dit encore qu'il n'y a que l'ame de l'Homme † *qui soit divine* , & qu'elle n'a aucune ressemblance dans ses opérations avec les opérations du corps.

\* Lib. 2. de gen. anim. cap. 3.

† De anima c. 2. t. 2. & cap. 3. t. 294

LXXI. *Aristote nie absolument que les Bêtes pensent.*

On voit par ce passage qu'Aristote a voit très-bien connu la difficulté qu'il y a d'attribuer aux corps & aux Bêtes des connoissances. Mais ce qu'il n'a fait que proposer ici par voye d'admiration , il semble qu'il l'ait assuré nettement en un autre endroit , où , en parlant des Animaux , & les comparant les uns avec les autres , il dit ces paroles expresses : \* *De tous les Animaux , il n'y a que l'Homme seul qui ait la faculté de penser. Homo unus ex numero animalium omnium vim obtinet cogitandi.*

\* Hist. animal. c. 1.

LXXII. *Remarque de Scaliger sur ce passage d'Aristote.*

Je sçai bien que Scaliger a repris l'Interprete , d'avoir traduit le mot de *βουλεύσας* par celui de *cogitare* : & il dit que ce mot Grec signifie dans sa force , mediter à part soi , & dé-

liberer sur une affaire. Mais la langue Grecque n'a pas d'autre terme qui signifie plus expressément ce que nous disons en François *penser*, & en Latin *cogitare* : car celui de *νοειν* est encore plus consacré à l'Homme, puisqu' Aristote, pour distinguer nôtre ame de celle des Bêtes, ne lui donne jamais autre nom que celui de *νοειν*.

*LXXIII. La Memoire & la Reminiscence  
d' Aristote.*

Les paroles qui suivent après celles que je viens de rapporter d'Aristote, n'autorisent pas beaucoup la remarque de Scaliger. *Et quoique les autres Animaux, dir il, soient pourvus de memoire, & capables de discipline; il n'y a pourtant que l'Homme qui puisse se ressouvenir.*

\* Par ces paroles qu'Aristote a reperées mot à mot en un autre endroit, il semble qu'il ait accordé aux Bêtes la connoissance, puisqu'il les reconnoît pourvûs de memoire; & que s'il les prive de connoissance, ce n'est que de cette sorte de connoissance qui se fait avec une reflexion particuliere dans les délibérations, & dans la recherche que nous faisons pour nous ressouvenir. Mais il est certain qu'Aristote a distingué autrement la † Memoire & la Reminiscence; car, selon lui, la memoire ne consiste que dans une image, & une representation imprimée sur la substance de l'endroit du corps où est le sens commun, à peu près de même que les figures sont represen-

\* De Mem. & Rem. cap. 2.

† De Mem. & Rem. cap. 1.

*tées sur de la cire par l'impression des cachets : de sorte qu'avoir la memoire de quelques choses , c'est avoir les figures de ces choses ainsi representées. † Au lieu que la Reminiscence emporte outre cela une certaine Perception de l'esprit, qui fait qu'en se ressouvenant , on sçait ce-la même qu'on se ressouvient : ce qui est commun à toute sorte de pensées , puisqu'il est impossible de penser sans sçavoir que l'on pense. Ainsi Aristote disant que les Bêtes ne se ressouviennent nullement , & qu'il n'y a que l'Homme qui ait la faculté de se ressouvenir ; il ne faut point trouver étrange , s'il a dit aussi que l'Homme seul entre tous les Animaux étoit capable de penser. Ce Philosophe a donc crû que les Bêtes n'avoient point de veritables pensées.*

† Ibid.

*LXXIV. Aristote a dit souvent que les Bêtes sont des machines Automates.*

Il ne reste après cela, sinon qu'Aristote ait reconnu que les Bêtes étoient des Automates , & qu'elles ne se mouvoient que par machine , & par des ressorts preparez. Et c'est aussi ce qu'il a dit bien clairement ; car voici comme il parle, expliquant comment se fait le mouvement des Animaux. \* *Comme ces machines qu'on appelle Automates , dit-il , dès-lors qu'on les remue tant soit peu , d'une certaine maniere , font incessamment leurs mouvemens par la force des res-*

\* De Animal. motione , c. 7.

forts débandez. . . . . Aussi les Animaux se meuvent de même, ayant des os & des nerfs comme autant d'instrumens disposez par l'industrie de la Nature, qui sont en eux ce que sont dans les machines les pieces de bois & de fer avec leurs ressorts. \* Il dit la même chose ailleurs. Il peut se faire, dit-il, que dans les Animaux une chose en meuve une autre & que leurs corps soient comme ces merveilleux Automates : car en effet, ils sont composez de membres qui ont cette faculté, même lorsqu'ils sont en repos, de pouvoir faire certains mouvemens aussi-tôt qu'on les y détermine. Et comme dans ces machines, il n'est nullement besoin que quelqu'un y touche actuellement quand elles font leurs mouvemens, pourvu qu'on les ait auparavant touchées : aussi on en peut dire autant des Animaux.

\* 2. De gen. anim. c. 1. post med.

LXXV. Et que dans l'homme même les mouvemens des membres ne se font pas immédiatement par l'ame.

† Dans l'homme même, il ne veut pas que l'ame fasse immédiatement le mouvement des membres, ou qu'elle y soit actuellement presente, pour les regir dans leurs operations. Outre ce qui a été déjà rapporté ci-dessus, voici comme il parle. Il arrive en ceci, ce sont ses paroles, comme quand on a entre les mains quelque chose d'inanimé ; par exemple, lorsque quelqu'un remue un bâton : car il est manifest-

† De anim motione, cap. 8.

## 443 DE LA CONNOISSANCE

te que l'ame n'est point là dedans, ni dans l'extrémité du bâton la plus éloignée, ni dans celle qui est dans la main. Et pour cette même raison, si nous disons que l'ame n'est point dans le bâton, comme un principe interne de son mouvement; nous devons dire aussi qu'elle n'est pas non plus dans la main: car ce qu'est le bâton à l'égard de la main, la main l'est à l'égard du poignet, & celui-ci à l'égard du coude. Et il n'importe de rien que ces parties soient jointes avec le reste du corps, ou qu'elles ne le soient pas: & toute la différence que nous y trouvons, c'est que le bâton est une partie que nous pouvons séparer du corps; au lieu que la main & le bras sont des parties inséparables.

## LXXVI. L'on commence à éclaircir toutes ces difficultez.

Mais il est temps enfin de donner l'éclaircissement nécessaire à toutes ces premières difficultez, & d'établir le sentiment commun des Philosophes, qui est que les Bêtes n'ont pas à la vérité des connoissances spirituelles qui n'appartiennent qu'aux seules ames raisonnables, & aux purs esprits; mais qu'elles ont néanmoins des connoissances sensibles, qui peuvent fort bien convenir à tous les Animaux, que la nature a pourvus de divers organes des sens. Et certainement, ce seroit une chose bien étrange, & bien peu sortable à la sagesse infinie que nous remarquons dans les ouvrages de la nature, si elle avoit pris le soin de former des yeux & des oreilles, qui ne serviroient que pour une parade extérieure, & non pas pour voir, ou pour entendre.

entendre. Que s'il n'est pas moins certain que les Bêtes voyent & entendent, qu'il est manifeste qu'elles ont des yeux & des oreilles; n'est-il pas encore indubitable qu'elles connoissent, puisque voir, entendre & généralement sentir, emporte du moins quelque sorte de connoissance, & qu'une intime perception du côté de l'ame n'entre pas moins dans l'essence de la vûe & du sentiment, que le fait du côté du corps, l'extérieure disposition de l'organe?

*LXXVII. Connoissances sensibles, & connoissances intellectuelles.*

Pour bien démêler une matière si embarrassée, je croi qu'il ne faut que bien expliquer ce que c'est que connoissance spirituelle, & ce que c'est que connoissance sensible; & si l'on peut faire voir la nature de l'une & de l'autre, avec leur différence, je suis persuadé que toutes les raisons que je viens de rapporter ne nous feront pas grand peine; & qu'au contraire, il ne nous sera pas fort mal-aisé de prouver qu'en effet les Bêtes ont des connoissances sensibles. Voici donc, ce me semble, ce qui peut contribuer à l'intelligence de ces choses.

*LXXVIII. Qu'il y a en nous des connoissances intellectuelles.*

La connoissance spirituelle, ou, si vous voulez, intellectuelle, est une perception intime, par laquelle nous appercevons tellement un objet, que nous nous appercevons de cela même, c'est-à-dire, une perception qui emporte essentiellement avec elle une espèce de reflexion:

qu'elle fait indivisiblement sur elle-même, en sorte que nous connoissons fort bien que nous connoissons. Mais la connoissance sensible est une simple perception d'un objet sans cette reflexion. Nous n'avons qu'à nous consulter nous-mêmes, & à considerer ce qui se passe en nous, pour bien comprendre la nature de ces connoissances, de ces perceptions, & de ces reflexions, que je viens de dire. Quand je pense à Dieu, & qu'après avoir consideré la disposition admirable du monde, je viens à raisonner un peu, & à tirer cette conséquence, Dieu existe; je pense tellement à cette existence de Dieu, que je sçai intimement que j'y pense. Il n'est pas besoin que je fasse un autre acte de l'entendement, par lequel je me reflexisse sur cette premiere pensée, pour dire oui. Il est vrai, je pense maintenant à Dieu & à son existence: sans faire cette reflexion par un nouvel acte; le premier suffit pour me faire sçavoir que je pense, parce que de la façon que je pense pour lors, je ne le fais pas à mon insçû; je pense en connoissant que je pense; & cette sorte de pensée est essentiellement, & indivisiblement reflexive sur elle-même.

*LXXIX. Même dans nos imaginations & dans nos sentimens.*

Il en est pour l'ordinaire de même, quand dans l'imagination je me figure une rose, ou lors qu'ayant les yeux ouverts, j'apperçois un objet. Car je me représente tellement la figure d'une rose, & je la considere d'une telle manière, que je connois indivisiblement cela même. Et quand je m'apperçois de cet objet, en le voyant, je le voi de telle sorte, que je puis dire



en moi-même, où je le voi, & je connois cela même que je l'apperçoi. Dans nos songes mêmes, nous ne laissons pas de nous appercevoir ainsi avec cette indivisible reflexion, puisqu'en effet nous nous en souvenons : ce qui seroit impossible, si nous ne nous fussions nullement apperçûs que nous pensions voir les choses comme nous les songions. De sorte que dans nos sentimens, dans nos imaginations, dans nos songes mêmes, il intervient pour l'ordinaire des connoissances intellectuelles, c'est-à-dire, des perceptions qui sont indivisiblement reflexives sur elles-mêmes.

*LXXX. Qu'il y a aussi en nous des connoissances sensibles.*

Mais quelquefois aussi nous avons des perceptions qui n'emportent nullement avec elles ces sortes de reflexions, & où nous appercevons, sans nous appercevoir que nous appercevons. Par exemple, souvent il arrive qu'ayant l'esprit extrêmement occupé à la consideration de quelque objet qui nous plaît beaucoup, nous sommes tellement absorbez dans cette consideration, qu'il ne nous reste plus moyen de penser presque à autre chose. Ainsi ayant les yeux ouverts, nous ne nous appercevons pas seulement des objets qui sont devant nous, & une personne de nos amis aura pû passer sans que nous y ayons pris garde. En cette rencontre je demande, si l'on peut dire que nous ayons vu cette personne ? A la verité, j'ai déjà supposé que nous ne nous en étions point apperçûs ; mais aussi ce n'est pas là ce que je demande. Je ne demande pas si l'on s'en est apperçû, puisque

je suppose que non ; mais je demande si l'on a vu cette personne, qui a passé devant nous, lorsque nous avions les yeux ouverts, & que rien ne manquoit, ni du côté de l'organe, ni du côté de l'objet, ni du côté du milieu pour faire la vision. L'avons-nous vûe ? Si vous dites que non, il n'y a point à hésiter, vous devez donc dire que nous étions aveugles. Cette conséquence est naturelle ; car celui là est aveugle, qui ayant les yeux ouverts, ne voit point en plein jour ce qui se passe devant lui, lorsqu'il ne manque rien au dehors de tout ce qui est nécessaire à la vision. Vous direz peut-être qu'une des conditions nécessaires est l'attention, qui manque en cette rencontre ; mais prenez garde, si il vous plaît, que si cette attention est nécessaire pour nous appercevoir que nous voyons, elle peut ne l'être pas pour voir ; & je ne demande pas maintenant si nous nous apercevons, mais seulement si nous voyons.

*LXXXI. Que l'on peut voir sans s'en apercevoir.*

Pour ne pas m'arrêter ici trop long-temps, il me semble que nous devons dire absolument que nous avons vû. Car enfin, il est évident que pendant tout ce temps-là nous n'étions pas aveugles. Nous sçavons cela, & nous le disons, comme l'ayant ainsi expérimenté, & sentant fort bien qu'en effet nous n'étions pas aveugles, que nous avions des yeux, que la lumière ne nous a point disparu, que les choses étoient comme elles sont maintenant. Il est donc manifeste que nous voyions pour lors aussi bien que nous voyons à cette heure ; & toute

La difference qu'il y aura, c'est que maintenant nous voyons avec cette attention, & que tantôt nous voyons sans elle. D'où je conclus que l'on peut voir sans cette attention particulière, je veux dire, sans s'appercevoir que l'on voit.

Mais d'ailleurs, il est évident aussi que voir, emporte essentiellement quelque sorte de connoissance & de perception vitale. Car enfin, voir n'est pas recevoir des rayons de lumiere, ni avoir une image de l'objet représentée au fond de l'œil; voir, dit quelque chose de plus, puisque toutes ces représentations optiques pourroient se faire dans un œil artificiel. Et à nous consulter nous-mêmes, nous sommes convaincus par nôtre propre experience, que dans cette rencontre nous voyons d'une maniere qui dit quelque chose de plus. Cette maniere particulière ne peut être que la perception vitale, & c'est ce que nous appellons proprement sensation ou sentiment. Il y a donc en nous des sentimens & des perceptions vitales, qui ne sont point reflexives sur elles-mêmes, & qui se font en nous, sans que nous nous appercevions; & c'est ce que nous appellons des connoissances sensibles, qu'il faut nécessairement reconnoître, à la difference des intellectuelles.

*LXXXII. Exemple, où l'on sent & où l'on voit. . . . .*

Et pour nous convaincre pleinement de ceci, nous n'avons qu'à faire reflexion sur ce qui nous arrive tous les jours en lisant un livre avec quelque application. Nous sommes attentifs au sens des paroles, & nous n'avons nulle attention à considerer les lettres, qui sont par

#### 44 DE LA CONNOISSANCE

leur diverse figure, & par leur arrangement, toute la suite du discours. Nous ne prenons pas garde si les caracteres sont bien formez ou non, quand d'ailleurs l'impression est assez nette pour ne nous pas arrêter. Il pourra y avoir de l'Italique mêlé avec le Romain, sans que nous nous en appercevions ; & quelquefois même nôtre application sera si grande, que nous ne ferons pas seulement reflexion sur la langue en laquelle le livre est écrit. Il faut donc reconnoître que dans cette rencontre nous n'appercevons point les lettres & les mots de ce livre avec cette perception reflexive, par laquelle nous puissions nous rendre compte à nous mêmes de ce que nous appercevons, & qui nous fasse appercevoir que nous appercevons.

#### LXXXIII. *Sans connoissance intellectuelle.*

Mais d'ailleurs, il est manifeste que nous avons vû toutes ces lettres, que nous avons remarqué leur figure, que nous les avons distinguées les unes des autres, que nous les avons considérées avec cette liaison qu'elles ont entre elles pour composer les mots ; & sans cela, nous n'en aurions jamais pû penetrer le sens, que nous avons néanmoins fort bien compris. N'est-il donc pas manifeste encore que nous pouvons voir & remarquer les objets, & les distinguer les uns des autres, sans avoir de ces perceptions reflexives, que nous avons appelé spirituelles ? Il faut donc aussi reconnoître en nous de ces sortes de connoissances, que nous avons appelées sensibles.

*EXXXIV. Qu'il y a des perceptions si fines, qu'on ne s'en souvient presque pas..*

Il est vrai qu'il y a quelquefois des perceptions si fines & si délicates, que toutes spirituelles qu'elles sont, elles échappent même à notre propre connoissance, de sorte que nous ne nous en appercevons pas ; ou que du moins nous ne nous souvenons pas de nous en être apperçûs, comme il arrive souvent dans les songes, où nous avons certainement eu de ces perceptions réflexives, sans que pourtant nous puissions nous en souvenir. Et peut-être qu'on voudra dire, que comme quelquefois nous oublions les choses que nous avons le mieux sçûes ; on ne doit pas trouver étrange que nous ne puissions nous souvenir de ce qui a passé si légèrement dans notre esprit. De sorte que dans ces rencontres ; si nous ne pouvons point nous rendre compte à nous-mêmes des particularitez que nous avons vûes dans le caractère des lettres de ce livre ; il ne s'ensuit pas pour cela que nous ne les ayons vûes avec cette perception, qui nous faisoit sçavoir à nous-mêmes que nous appercevions, mais cela nous fait entendre seulement que nous pouvons l'avoir oublié.

*LXXXV. Qu'il y en a d'autres dont on ne s'apperçoit point du tout.*

Mais cela même, qu'il y ait des perceptions si fines & si délicates, que quelque soin que nous prenions, nous ne pouvons les remarquer,

## DE LA CONNOISSANCE

ni nous en souvenir ; c'est ce que je pretendois montrer , & ce sont ces perceptions que j'appellois sensibles. Ne dites pas pourtant que nous les oublions ; parce qu'enfin pour oublier , il faut avoir sçû quelquefois. Or nous n'avons jamais sçû que nous appercevions dans les rencontres que je viens d'expliquer ; & si lors même que nous lisons actuellement , quelqu'un fût venu nous interrompre , & nous demander compte des lettres & du caractère, nous aurions été aussi en peine que si nous n'eussions jamais lû , & il nous faudroit jeter les yeux tout de nouveau sur le livre , pour en remarquer l'impression. Nous oublions , il est vrai , ce qu'effectivement nous avons apperçû dans les songes : mais enfin , nous nous souvenons , du moins en general , d'avoir apperçû quelque chose ; & lorsqu'on vient à en toucher quelque particularité , nous trouvons justement que c'est cela même ; comme il arriva autrefois à Nabuchodonosor , lorsque Daniel lui raconta distinctement les songes , dont ce Roi ne pouvoit lui-même se ressouvenir ; mais ici il n'y a rien de semblable. Nous avons beau nous tourmenter à nous remettre dans l'esprit , & que nous pouvons avoir vû ; on a beau nous interroger ; & nous tourner de tous côtez ; plus nous y faisons reflexion , & mieux nous voyons qu'en effet nous n'avons jamais sçû comment étoit faite une certaine lettre : de sorte que quoique nous l'ayons fort bien vûë & distinguée entre toutes les autres ; nous ne l'avons jamais apperçûë avec cette sorte de perception qui nous fait sçavoir intimement cela même que nous appercevons. Ainsi je ne pense pas qu'on me conteste davantage , qu'il n'y

ait dans nous de certaines perceptions, dont nous ne pouvons nous appercevoir, & que nous avons appellé des connoissances sensibles, à la différence des intellectuelles, qui essentiellement ont cela, qu'indivisiblement elles nous font appercevoir que nous appercevons.

*LXXXVI. Que les Bêtes n'ont point des connoissances spirituelles, mais qu'elles en ont de sensibles.*

Après qu'il me semble qu'il n'est pas fort mal-aisé de voir la vérité du sentiment commun des Philosophes que j'ai entrepris de défendre. Et si l'on fait reflexion à la différence de ces deux sortes de connoissances, on verra d'abord que toutes les difficultez qui ont été proposées contre cette opinion, s'évanouissent d'elles-mêmes; & qu'en effet toutes ces raisons prouvent bien que les Bêtes n'ont point de connoissances spirituelles, ce que nous accordons volontiers; mais qu'elles ne prouvent nullement que les Bêtes n'ayent des connoissances sensibles. Ainsi quand on dit que nous faisons, sans y penser, plusieurs mouvemens, qui sont d'ailleurs très-reglez, & très-bien proportionnez à la fin que nous pourrions nous être proposé nous-mêmes; on veut dire seulement que dans ces rencontres nous n'avons point des connoissances intellectuelles, puisqu'en effet nous n'y prenons nullement garde, & n'en savons rien pour la plupart du tems; mais on ne peut pas contester, ce me semble, qu'il n'y intervienne de ces connoissances sensibles, à peu près semblables à celles que je viens d'expliquer.

458 DE LA CONNOISSANCE  
& que nous avons , en faisant quelque lecture  
avec application.

*LXXXVII. La raison & la Phantaisie.*

Mais il faut remarquer que nous avons en nous deux Facultez de penser & d'agir ; l'une est simple, & purement spirituelle, que nous appellons *la Raison* , ou la *Faculté raisonnable* : l'autre est composée & materielle, que nous appellons la *Phantaisie* , ou l'*Imagination*. Le discernement de ces deux Facultez est, à mon avis, un des points des plus importants de toute la Philosophie Morale, aussi-bien que de la Naturelle & de la Métaphysique. Je croi pouvoit montrer que les fautes qu'on commet dans la pratique, à l'égard des mœurs, proviennent toutes de la Raison; & que les erreurs où l'on tombe , à l'égard des Sciences spéculatives , proviennent toutes de la Phantaisie : & de plus , que la peine que nous avons souvent dans le discernement des choses, soit pour les mœurs, ou dans les Sciences, vient du peu de soin que nous prenons de bien distinguer les operations de la Raison d'avec celles de la Phantaisie.

*LXXXVIII. La Volonté & l'Appetit.*

Quoi qu'il en soit , comme dans la Raison , c'est à dire, dans la Faculté raisonnable, nous distinguons deux puissances ; l'une , pour considérer les objets , laquelle est appelée *Entendement* : l'autre , pour agir, & nous porter à poursuivre les objets , où à nous en retirer, que l'on



appelle *Volonté* : Aussi dans la Phantaisie Aristote & saint Thomas ont distingué comme deux facultez ; l'une, pour représenter & appercevoir les objets, qui répond à l'entendement, & qui retient le nom general d'*Imagination* ; l'autre, pour agir, & nous porter à fuir ou à poursuivre les objets, que nous appellons *Appetit sensible*, ou *sensitif* : ce qui répond à la volonté, laquelle est appelée par saint Thomas un *Appetit raisonnable*.

*LXXXIX. Où il y a des connoissances sensibles, il y a aussi des appetits sensibles.*

Après avoir montré qu'il y a en nous des connoissances sensibles, qui sont les operations de la pure Phantaisie, qui répondent aux connoissances intellectuelles de la faculté raisonnable ; il est facile de faire voir qu'il y a encore des appetits sensibles, qui seroient aussi des operations de la pure Phantaisie, qui répondront aux actes de la Volonté. C'est une suite nécessaire de ce que j'ai déjà établi ; & comme dès lors qu'on admet un entendement, il faut nécessairement reconnoître une volonté, parce qu'il est impossible d'avoir la faculté de contempler les objets, sans se pouvoir porter à les poursuivre ou à les rejeter : aussi, si l'on est une fois convaincu qu'il y a des connoissances sensibles, on le sera de même qu'il y a des appetits sensitifs ; parce que s'il y a des mouvemens qui nous fassent appercevoir les objets, il y en a aussi qui nous les font poursuivre.

*X C. Exemple de l'appetit sensible qui est en nous.*

Mais ces appetits , ou si je les oïsois ainsi appeller , ces volontez sensibles , paroissent clairement dans l'exemple que j'ai rapporté. Car en lisant , non-seulement nous remarquons fort bien les lettres , mais aussi nous les parcourons toutes. Nous mouvons les yeux à propos pour lire tous les mots les uns après les autres. Nous revenons après avoir parcouru toute la ligne ; nous tournons le feüillet , après que la page est finie ; & tout cela se fait avec dépendance des perceptions , & par la détermination qui suit des objets que nous avons remarquez , puis qu'en effet , nous ne mouvons la tête pour recommencer une ligne , sinon parce que nous avons remarqué que nous avions achevé de parcourir la précédente. Et ce sont ces mouvemens qui se font ainsi en conséquence des perceptions & des connoissances sensibles , que nous appelons des volontez sensibles , ou , pour parler plus régulièrement , des actes de l'appetit sensitif.

*XCI. A la verité , les Bêtes n'agissent pas par des principes plus parfaits que nous.*

Nous disons donc , qu'à la verité il ne faut pas attribuer aux Bêtes rien de plus que ce qui se trouve dans les hommes. Les Animaux peuvent sans doute faire tous leurs mouvemens de la même maniere , ou par les mêmes prin-

DES BESTES. 451

eipes que nous faisons les nôtres dans plusieurs de ces rencontres, où il y a infiniment plus d'industrie que dans tous les mouvemens des Bêtes. Et certainement, il ne seroit point raisonnable de vouloir que le bruit que fait un chien en abboyant, se fasse avec plus de connoissance que le son des paroles d'un Prédicateur.

*XCII. Mais qu'elles agissent aussi par des principes à peu près semblables aux nôtres.*

Mais aussi, à considérer la grande ressemblance qui se trouve entre la maniere d'agir des animaux & celle des hommes; il faut dire, sans doute, qu'elle procede à peu près des mêmes principes dans les uns & dans les autres. N'est-il pas vrai qu'un chien voit son maître, & que dans la foule il le distingue de tous les autres hommes, de la même maniere que nous voyons les lettres dans un livre, & que dans une si grande multitude nous les distinguons les unes des autres? Pourquoi donc ce chien s'adresseroit-il à cet homme plûrôt qu'à un autre, s'il ne l'avoit vû & distingué de la sorte? Pourquoi lui feroit-il tant de caresses? Pourquoi donneroit-il par tant de sauts extraordinaires, des marques d'une si grande allegresse; si en le reconnoissant il n'avoit ressenti quelque impression, qui le détermine à faire tous ces tressaillemens, du moins en la maniere que nous ressentons quelque impression qui nous détermine à mouvoir les yeux en lisant, sans que d'ailleurs nous y fassions aucune reflexion? Il est donc indubi-

table que tous ces mouvemens du chien qui s'a-proche , qui saute , & qui careffe son maître , procedent du sentiment qu'il a eu , & qu'ils se font en conséquence de la vûë, c'est-à-dire, par la détermination des connoissances sensibles qui ont precedé, de la même maniere que les mouvemens de nos yeux & de nôtre tête se font en conséquence de la vûë que nous avons eüe des lettres, & du discernement sensible que nous en avons fait. Ainsi, il y a dans cette Bête des connoissances & des appetits sensibles, puisqu'elle voit, qu'elle sent, qu'elle distingue les objets, & qu'elle agit en conséquence de ces sentimens.

*XCIII. Les raisons des nouveaux Philosophes prouvent bien que les Bêtes n'ont point de connoissances spirituelles.*

Les raisons qui ont été alleguées ci-dessus, pour montrer que les Bêtes ne scauroient avoir des connoissances, à moins qu'elles ne fussent pourvûës de raison & d'une ame spirituelle, n'ont aussi nulle force après le discernement que nous venons de faire des deux sortes de connoissances. Car il est bien vrai, que pour les connoissances spirituelles, qui surviennent pour l'ordinaire dans nos sentimens mêmes, il faut un principe indivisible, dont la force & l'énergie étant répandue dans toutes les parties du corps, fasse que tous les divers sentimens soient néanmoins apperçûs par cet indivisible principe : ce qui ne pouvant convenir à un principe matériel, nous concluons, suivant le raisonnement de saint Gregoire de Nyse, que nous

avons une ame spirituelle , puisque nous experimentons que ce *nous*, qui sent dans toutes les diverses parties du corps , est un *nous* entièrement indivisible ; & que le même *nous* qui voit , est aussi le même *nous* qui touche , ou qui entend.

*XCIV. Mais elles ne prouvent rien à l'égard des connoissances sensibles.*

Mais à l'égard des connoissances sensibles, il n'en est pas de même : comme il n'y a là aucune reflexion , par laquelle l'animal puisse se dire à lui-même, je voi, je touche, je sens ; aussi il n'est nullement necessaire que ce principe qui le fait ainsi voir & sentir, soit indivisible ; il peut être repandu par tout le corps , & même il peut quelquefois se diviser, lorsque l'on coupe l'Animal en pièces , de même façon que le principe qui donne la vie aux Plantes se peut partager, lorsqu'on arrache un rejetton d'un Arbre , & qu'on le transplante.

*XCv. Les perceptions sensibles peuvent être sans liberté & sans raison.*

Davantage, il est vrai que cette reflexion indivisible que nous faisons sur nos pensées spirituelles par ces pensées mêmes , est quelque chose de si relevé & de si au-dessus de la portée des corps , qu'il n'est pas possible d'imaginer une substance materielle , pour subtile & pour penetrante qu'elle soit , qui puisse en venir là. Il est encore très-veritable , que ces pensées ne peuvent proceder que d'une substance , qui soit aussi pourvûe de la faculté de raisonner , de dé-

464 DE LA CONNOISSANCE

liberer, de vouloir, de se déterminer : ce sont des suites indispensablement necessaires, & qui nous convainquent aisément, que nous, qui expérimentons en nous toutes ces facultez, nous sommes pourvûs d'un principe plus parfait que tout ce qu'on peut imaginer de corporel, c'est à dire, d'une ame spirituelle. Mais pour les connoissances sensibles, rien de tout cela n'est requis. Ce sont des operations qui ne sont pas au-dessus de la matière : les objets ne sont que des corps & des corps singuliers qui sont actuellement presents, qui agissent sur les organes des sens, & qui y causent de certaines émotions. Le principe qui exerce le sentiment, le fait, à la verité d'une maniere admirable, & si vous voulez, incomprehensible ; mais enfin il le fait sans cette reflexion, & sans cette attention, qui seule est le caractere de la spiritualité de nôtre ame, & ainsi ce peut être un principe materiel.

*XCVI. Il est vrai ce que dit Aristote, que le corps des Animaux est une machine.*

L'autorité d'Aristote ne favorise nullement les nouveaux Philosophes. Car lors qu'il dit que les animaux sont comme des machines anatomates, il ne dit rien, de quoi tout le monde ne demeure d'accord. Il n'y a personne qui ne reconnoisse en effet que le corps des Animaux est une machine admirable, pourvûë d'une infinité de petits ressorts, qu'un Ouvrier infiniment industrieux a arrangez avec une adresse incomprehensible. Nous convenons tous en ce point ; & il ne s'agit que de savoir si outre

## DES BÊTES.

Cette machine du corps sensible, il n'y a encore là dedans une forme qui anime, & qui gouverne cette machine; & c'est de quoi Aristote ne douta jamais.

### *XCVII. Et que les Bêtes ne pensent point.*

Ce qu'il assure, qu'il n'y a que l'homme seul entre tous les Animaux qui ait la faculté de penser, & de se ressouvenir, peut avoir un très-bon sens: car outre que le mot Grec, dont il se sert, signifie *deliberer*, & consulter, selon la remarque de Scaliger; si nous y prenons bien garde; nous trouverons aussi que le mot *Cogitare*, dont s'est servi l'Interprete d'Aristote, & celui de *Penser*, dont nous nous servons, signifie la même chose que *βουλεύειν* d'Aristote; & qu'en effet nous ne disons *penser*, ou *cogitare*, que pour exprimer l'attention sérieuse & la reflexion que nous faisons sur quelque chose. Et en ce sens nous disons aussi avec Aristote que les Bêtes ne pensent point: ce qui n'empêche nullement qu'elles n'ayent de véritables sentimens, & des connoissances sensibles.

### *XCVIII. Qu'on ne peut nier que les Bêtes n'ayent des ames.*

De tout ceci on peut tirer quelque éclaircissement, pour sçavoir quel peut être ce principe qui fait toutes ces opérations sensibles dans les Animaux: car ces Philosophes qui ne veulent pas que les Bêtes ayent des connoissances, ne veulent pas aussi qu'elles ayent des ames; ainsi le principe de leurs actions ne con-

466 DE LA CONNOISSANCE

siste, selon eux, que dans les ressorts & dans l'arrangement de leurs parties. \* Je trouve encore que parmi les Peres, saint Gregoire de Nyse a assuré que les Bêtes n'ont point d'ame; & que ce qu'on appelle ame dans les Animaux ou dans les Plantes, ne participe pas plus véritablement de la nature de l'ame, qu'une pierre qui auroit la ressemblance du pain, participe de la nature du pain. Sans m'arrêter à expliquer le sens de ce Pere, qui est bien éloigné de la pensée des nouveaux Philosophes, il me semble, qu'à moins que de faire une question de nom, & de vouloir changer l'institution & l'usage des mots, on ne peut nier que les animaux n'ayent des ames. Ce seroit une entreprise bien puerile, si l'on vouloit dire que les Animaux ne vivent point. Ils vivent sans doute, & ils meurent aussi. Il faut donc qu'ils ayent en eux quelque principe qui les fasse vivre : & ce principe, de quelque nature qu'il puisse être, est ce que nous appellons une Ame. Ainsi on ne peut, ce me semble, sans quelque sorte de puerilité, contester au fond que les Bêtes n'ayent une ame.

\* De Opif. Hom. c. 15. & c. 30.

*XCIX. Si l'ame des Bêtes est le sang ou les esprits.*

Maintenant, pour déterminer ce que c'est que cette ame, quelques-uns se servent des expressions de la sainte Ecriture ; † & saint Basile ne seroit pas qu'un Chrétien puisse être en peine :

† Hom. 8. in Hex.



de ſçavoir quelle eſt la nature de l'ame des Bêtes , après que la ſainte Ecriture a ſi ſouvent déterminé que ce n'eſt que leur ſang. Quelques-uns néanmoins , nonobſtant tous ces Paſſages , ne penſent pas être dans l'erreur pour avoir d'autres ſentimens , & pour dire que l'ame des Bêtes conſiſte particulièrement dans un feu très ſubtil & très-agiſſant , qui étant repandue dans tous leurs membres , leur donne cette vigueur qui les entretient dans l'action & dans la vie. Il y en a qui expliquant tout par le moyen de leurs Atomes , penſent nous donner de grandes lumieres , quand ils nous diſent que de ces petits corps les plus délicats , qu'on appelle *Eſprits* , ſont ceux qui font la nature de l'ame ; & ſuivant cette explication , il faut dire tout au contraire de ce que dit ſaint Gregoire de Nyſſe ; ſçavoir , que l'ame de l'homme n'eſt ame que par métaphore , & que celle des Bêtes eſt la ſeule qui doit être appellée véritablement ame , puis que ce mot , dans ſon origine , ſignifie la même choſe que celui d'*eſprit* , c'eſt-à-dire , ce qu'il y a de plus ſubtil & de plus actif dans le corps.

*C. Qu'il n'y a ni atomes , ni eſprits , ni corps imaginable qui ſuffiſe pour faire la fonction d'une ame.*

C'eſt une choſe admirable , que tous ces Philoſophes qui nous reprochent perpetuellement que nous voulons les payer de mots qui ne ſignifient rien , & que nous leur repondons à toutes leurs demandes par une Vertu , ou par une Forme , penſent nous donner un grand éclairciſ-

## DE LA CONNOISSANCE

fement sur ce sujet , en nous disant ce qu'ils disent à toutes les questions , que ce sont de certains atomes , de certains esprits , ou un certain feu , qui assurément ne sont que des mots aussi vagues que le sont ceux de formes ou de vertus , & qui ne nous donnent pas plus de lumiere pour voir le détail des choses , que font les qualitez occultes. Je n'entreprends pas ici de faire voir le peu de raison que ces Messieurs ont de se donner dans cette rencontre de l'avantage par-dessus les Philosophes ordinaires ; mais je m'arrête seulement à montrer qu'il n'y a ni feu , ni atomes , ni esprits , ni corps imaginable , pour subtil & pour agissant qu'il puisse être , qui soit capable de faire la fonction d'une ame , & d'être le Principe des sentimens & des connoissances que j'ai fait voir qui se trouvent dans les Bêtes. Je ne parle pas maintenant des raisons generales , qui prouvent que l'ame étant une forme , & toute forme devant penetrer la matiere , & lui être intimement presente en toutes ses parties , nulle forme ne peut être un corps ( entendant par le corps une substance complete , & étendue suivant ses trois dimensions ) parce que nul corps ne peut penetrer un autre corps. Ces raisons , quelque belles & quelque convainquantes qu'elles soient , ne feroient pas d'impression sur des esprits qui sont déjà prevenus , & qui ont de la peine à souffrir seulement le mot de formes , bien loin de vouloir penetrer les raisons qui nous convainquent de leur existence. Sans sortir de nôtre sujet , voici une preuve qui me semble assez forte , pour établir ce que j'ai avancé.

## DES BESTES.

### *C I. Les raisons qui prouvent que nous avons une Ame spirituelle.*

Si je demande à quelqu'un de ces Messieurs comme quoi l'on peut démontrer que nous avons une ame spirituelle; ils me repondront, sans doute, que c'est par la propre experience que nous avons de certaines operations qui se passent en nous, & qui sont de telle nature, qu'il n'y a corps au monde qui soit capable de les produire; & qu'ainsi il faut qu'il y ait en nous un principe de ces operations qui ne soit pas un corps, mais un pur esprit, c'est-à-dire, une ame spirituelle.

### *CII. Prouvent aussi que les Bêtes ont une ame qui n'est pas un corps complet.*

Mais appliquons ce raisonnement à nôtre sujet. Nous sommes convaincus que les Bêtes voyent, qu'elles sentent, qu'elles apperçoivent en quelque maniere les objets, & les distinguent les uns des autres. Il est évident que voir, sentir, appercevoir, & distinguer les objets, sont des operations qui ne peuvent proceder d'aucun corps imaginable, prenant le corps simplement pour une substance complete & étendue en longueur, en largeur, & en profondeur. Divisez cette substance en tant de petits morceaux qu'il vous plaira; donnez à toutes ces parties les figures du monde qui nous sembleront les plus propres; arrangez-les, mouvez-les, tournez-les en tout sens; jamais vous n'en viendrez à me faire concevoir que ces parties ainsi muës & arrangées, puissent voir & sentir.

470 DE LA CONNOISSANCE

& appercevoir les objets de la façon que j'ai montré que les Bêtes les apperçoivent, & les reconnoissent. Il faut donc que dans ces Animaux, outre ce corps sensible, & cette substance étendue que nous découvrons par nos sens, il y ait quelque principe que nous ne voyons pas, & qui fasse en eux à proportion, ce que fait en nous nôtre ame raisonnable, c'est-à-dire, qu'il ait la faculté de produire ce que nul corps imaginable n'est capable de faire.

*CIII. Cette ame des Bêtes est matérielle, quoiqu'elle ne soit pas un corps complet.*

On dira peut-être que cette raison prouveroit que les Bêtes mêmes ont une ame raisonnable & spirituelle : Car en disant que nos opérations ne peuvent provenir d'aucun corps imaginable, nous concluons d'abord que le principe d'où elles partent n'étant pas un corps, doit être un pur esprit. Si donc nous disons que les sentimens des Bêtes ne peuvent être produits d'aucun corps, il faut aussi qu'ils procedent d'un pur esprit. Mais il faut remarquer que nous parlons autrement du principe de nos opérations que de celui des opérations des Bêtes. Nous disons que les pensées des hommes ne peuvent provenir non-seulement d'aucun corps, mais encore d'aucun principe matériel, pour parfait qu'il puisse être d'ailleurs ; & qu'ainsi ce principe doit être un esprit : mais pour les sentimens des Bêtes, nous disons à la vérité qu'ils ne peuvent être faits par aucun corps imaginable, mais nous ne di-

sons pas qu'ils ne puissent proceder de quelque principe materiel ; au contraire, nous disons que ces pensées qui emportent cette reflexion qu'elles font indivisiblement sur elles-mêmes, sont le seul caractère de la spiritualité, & que ces connoissances sensibles des Bêtes n'ont rien de si disproportionné à la matière, qu'elles ne puissent proceder d'un principe corporel.

#### CIV. Exemple.

Si nous prenions un homme qui eût passé toute sa vie à travailler aux mines ; qui n'eût jamais rien vû que de l'or & de l'argent ; qui ne sçût ce que c'est que graveure ou sculpture, & qu'on lui fit voir l'impression de quelque excellente figure faite sur de la cire avec un cachet : n'est-il pas vrai que cet homme en considerant ce cachet simplement comme une pièce de métal, sans s'aviser encore de la graveure qui y est, seroit un peu en peine de savoir comment un morceau d'argent de même nature que celui qu'il manie tous les jours, est capable de former sur de la cire une figure si régulière ? N'est-il pas vrai encore, que si cet homme étoit tant soit peu raisonnable, il pourroit dire ; non, il n'est pas possible qu'un effet si extraordinaire provienne d'une pièce d'argent, en considerant ce métal, comme il l'a toujours considéré, c'est-à-dire, comme un corps de soi-même irrégulier, malleable, & fusile. Ne pourra-t-il pas donc conclure, qu'il faut assurément que dans ce cachet il y ait quelque chose d'extraordinaire, qui ne soit pas simplement de l'argent, tel qu'il l'a toujours considéré jusqu'alors ? Oüi, sans doute, il le pourra. Mais davan-

472. DE LA CONNOISSANCE

tage, si on le pressoit de dire ce qu'il pense encore de la nature de ce principe, qui peut former sur la cire cette figure, & s'il ne étoit pas qu'il faille dire que c'est un pur esprit? S'il a lui-même de l'esprit, il dira sans doute que non, parce qu'après tout, cet effet qu'il remarque, tout extraordinaire qu'il lui paroît, & tout incapable qu'il est d'être produit par une simple pièce d'argent, n'est pas néanmoins si au-delà de la puissance corporelle, qu'il ne puisse être produit par quelque chose de corporel, tel que pourroit être une semblable figure gravée sur le métal.

*CV. Les opérations des Bêtes démontrent  
 qu'il y a en elles quelque chose outre  
 le corps sensible.*

Nous en disons de même à l'égard des Bêtes. Certainement, il n'est pas possible que leurs opérations procedent du corps, en prenant le corps simplement comme une substance que nous voyons étendue suivant ses trois dimensions: il ne suffit pas même d'y ajouter des figures, des arrangemens de parties ou des mouvemens; rien de tout cela n'est capable de nous faire comprendre comment une Bête pourroit sentir: il faut donc dire qu'il y a outre tout cela quelque autre principe, que nous appelons *la forme*; & puisque ces opérations ne sont pas au-delà de la puissance corporelle, il n'est pas besoin de dire que cette forme est un pur esprit, mais ce peut être une forme matérielle.

*CVI. Quelques-uns ne reconnoissent point d'autres êtres corporels que ce qui est un corps.*

Quelques-uns des nouveaux Philosophes dans la pleine persuasion où ils sont qu'on ne les croira pas, avoient franchement qu'ils ont l'esprit trop grossier pour comprendre cette Philosophie ; qu'une si grande subtilité les passe ; & que pour eux ils ne peuvent point concevoir qu'il y ait au monde autre chose de corporel que ce qui est un corps, c'est-à-dire, une substance étendue en longueur, en largeur, & en profondeur. Ces Messieurs, en parlant avec une si grande humilité, pourroient bien en dire tant, qu'on viendroit à prendre toutes ces expressions pour une déclaration sincère, & non pas pour une ironie. Les Epicuriens accoutumés à raisonner suivant les sens, ne reconnoissoient dans la nature que les choses sensibles ; & quand on leur parloit des Esprits, ils faisoient les humbles, & disoient de même qu'ils n'avoient pas l'esprit assez subtil pour concevoir une substance qui ne fût ni noire ni blanche, ni dure, ni molle, ni courte, ni longue, ni en un mot étendue. Ces gens-là prétendoient se railer, & ils étoient persuadés que tout le monde auroit pour eux des sentimens pareils à ceux qu'ils avoient eux-mêmes, & qu'on ne les prendroit pas pour des esprits grossiers, quand ils feroient profession de n'avoir pas la conception assez fine pour comprendre qu'il y eût rien dans la nature que des corps. Mais par malheur il s'est trouvé que le monde n'a pas eu pour eux toute la condescendance possible ; & que ce

qu'ils pretendoient dire ainsi par raillerie, a été pris fort sérieusement. En effet, il faut avoir l'esprit bien grossier, pour ne pas concevoir que nos propres conceptions ne peuvent provenir que d'un pur esprit.

*CVII. Qu'il y a des choses corporelles qui ne sont pas elles-mêmes des corps.*

Nos Philosophes n'apprehendent-ils pas qu'il ne leur arrive quelque chose de semblable, lorsqu'ils font une protestation si solennelle, qu'ils ne reconnoissent au monde rien que de corporel ou de spirituel ; & qu'ils ajoutent que parmi les choses corporelles, ils ne conçoivent rien que ce qui est une substance étendue en longueur, en largeur & en profondeur. Mais quoi, ne reconnoissent-ils pas qu'il y a du mouvement dans la Nature ? Et le mouvement est-ce à leur avis une substance étendue en longueur, en largeur, & en profondeur ? Quoi donc, seroit-ce une chose spirituelle, c'est à-dire, une substance qui pense ? Direz-vous que le mouvement, c'est le corps même qui se meut ? Mais prenez garde de ne dire vous-même quelque chose de plus inconcevable que ce que vous faites profession de ne pouvoir comprendre. Qu'une boule soit en repos, il est certain qu'alors il n'y a point de mouvement en elle. Qu'ensuite elle soit poussée, & qu'elle commence à se mouvoir, il est encore certain qu'elle a pour lors un mouvement, qui n'étoit pas en elle auparavant, & que ce mouvement lui est survenu de nouveau. Le mouvement n'est pas un pur néant : il faut donc dire que quelque chose de nouveau est survenu. Cette



chose ne peut être une substance étendue en longueur, en largeur & en profondeur, puisqu'il est bien visible qu'il n'est point survenu à cette boule aucune nouvelle substance étendue de la sorte, & ce seroit une imagination bien plaisante de croire qu'il y eût là deux corps, l'un ancien, qui seroit la boule, & l'autre nouveau, qui seroit le mouvement. La boule donc & le mouvement ne sont pas deux corps. Et cependant le mouvement étant survenu de nouveau au corps de la boule, il faut reconnoître quelque chose qui n'est pas corps, & qui appartenant néanmoins au corps, est quelque chose de corporel; & c'est ce que nous appellons des Modes, ou des Accidens.

*EVIII. Qu'outre les modes, il y a encore des Formes, qui ne sont pas des corps.*

Je ne voi rien au monde de plus convainquant que la nécessité de reconnoître ainsi les modes des corps & leurs accidens, en sorte que ces choses étant de nouveaux modes survenus au corps, ne soient pas elles-mêmes de nouveaux corps. Or il me semble que par la même conviction nous sommes dans la nécessité de reconnoître d'autres choses, que nous appellons *Formes substantielles*; & qui n'étant ni corps, ni modes ou accidens des corps, sont néanmoins quelque chose de corporel. Car comme dès lors que nous concevons que le corps est dans le mouvement où il n'étoit pas auparavant, nous concluons qu'il y a quelque chose qui est survenu de nouveau, à raison de

quoï nous pouvons dire véritablement que ce corps est meu, lui qui auparavant étoit en repos : aussi puisque dans un animal qui vient de naître, nous trouvons que le corps a. maintenant une certaine disposition qu'il n'avoit pas auparavant, par laquelle il est rendu capable de sentir, & de connoître en quelque manière ; nous devons absolument dire qu'il est survenu à ce corps quelque chose de nouveau, qui le constitue dans cet état, & à raison de laquelle nous pouvons dire véritablement, voilà un animal. Il faut donc nécessairement qu'il y ait là-dedans une Forme substantielle ; puisque par ce mot nous n'entendons autre chose que cet état, ou cette disposition, ou enfin cette chose, qui fait que ce corps devient animé, & à raison de laquelle nous disons que c'est là un animal.

*CIX. Difference des formes & des modes.*

Il faut bien remarquer la difference qu'il y a entre les modes ou accidens, & les formes substantielles : car quand une boule, après avoir été quelque-temps en repos, reçoit le mouvement ; la substance de la boule, qui étoit pour être d'ivoire, n'est pas pour cela changée. C'est toujours de l'ivoire, & elle n'a changé que selon la mode, ou l'accident. De même une cire, pour être faite ronde de carrée qu'elle étoit, ne change pas pour cela de substance ; elle est toujours cire comme auparavant, & elle n'a fait que changer de figure. De sorte que le mouvement & la figure ne constituent pas de nouvelles substances, mais seule-

ment de ces nouveaux composez, que nous appellons accidentels. Comme ici la figure ne constitue pas une nouvelle cire, c'est-à-dire, une substance, mais seulement un *ronde*, ou une *cire-ronde* qui n'est qu'un nouveau composé accidentel : mais dans la production d'un animal, il y a quelque chose de plus que d'accidentel : car il est manifeste que nous pouvons dire qu'il y a au monde un animal qui n'y étoit pas auparavant. Or un animal est une substance, dont la nature est infiniment différente de toute substance, qui ne seroit point animée. Et comme l'homme fait, sans contredit, une substance particulière, différente de toute autre substance corporelle : aussi à proportion tout animal doit faire une substance différente de toute autre substance corporelle. Or cette nouvelle substance n'est nouvelle, & n'est substance d'animal, qu'en vertu de cette nouvelle chose qui lui est survenue, & qui lui donne la faculté de sentir, & de faire toutes les fonctions, & qui en un mot le constitue en être d'animal. Il faut donc dire que cette nouvelle chose est une Forme substantielle, puisque par ce mot nous n'entendons que cela même qui constitue une substance; & qui survenant de nouveau, fait une nouvelle substance, ou qui la corrompt en se retirant.

*CX. La doctrine des Formes n'a rien que de raisonnable.*

Qu'y a-t-il en toute cette doctrine qui ne soit très clair & très-intelligible, & même très-manifeste ? Pourquoi donc ces nouveaux Philosophes prennent-ils tant de plaisir à déclamer

contre la doctrine des Formes ? Pourquoi s'efforcent-ils de la faire passer pour absurde & pour inconcevable ? Si nous faisons en ceci comme ces Messieurs qui expliquent la plûpart des questions par des hypotheses arbitraires ; si nous mettions seulement , comme par une supposition faite à plaisir , qu'il y a des formes & des ames dans les animaux ; je ne croi pas qu'ils pussent trouver rien à redire à cette hypothese. Il n'est pas impossible qu'il y ait dans la Nature des ames qui soient les formes des animaux , puisque la raison nous convainc que nous avons des ames , & que les décisions des Conciles \* ne nous permettent point de douter que ces ames ne soient de véritables formes des hommes. Il n'est pas impossible non plus que ces formes soient matérielles , quoique ce ne soient point des corps complets , & des substances étendues ; puisque nous sçavons qu'il y a des formes accidentelles , comme sont les modes , qui n'étant pas des corps , sont néanmoins quelque chose de corporel. Il n'est pas impossible qu'une de ces formes substantielles soit unie avec un corps disposé pour cela , & fasse avec lui un Tout , & un animal , qu'elle distingue de toute autre espece ; puisque nôtre ame est unie de cette sorte à nôtre corps , & nous distingue de tout le reste des animaux. Il n'y a donc dans cette hypothese rien d'impossible.

\* De Vienne , sous Clement V. De Latran , sous Leon X.

*CXI. Cette doctrine prise pour une simple hypothese.*

D'ailleurs, ayant une fois supposé ces formes, nous expliquons très-commodément toutes les productions de la Nature: nous faisons aisément comprendre la difference qu'il y a entre un changement purement accidentel, que nous appellons *altération*, & une production substantielle, que nous appellons *generation*, & *corruption*. Nous expliquons encore la maniere d'agir des animaux; ce qu'on ne peut faire sans cela, quelque recherche que l'on fasse de la disposition particuliere de la machine qui fait le corps des animaux. S'il n'y avoit dans les Bêtes que de ces mouvemens que nous appellons naturels, comme sont l'agitation du cœur, la digestion, & semblables; peut-être seroit-ce une chose assez raisonnable de vouloir expliquer cela par la disposition d'une certaine machine, pourvû néanmoins qu'on reconnût de bonne foi que tout ce que l'on diroit sur cette disposition particuliere, seroit aussi vague & aussi indéterminé que le mot general de forme ou de qualité. Mais quand on vient à considérer la diversité prodigieuse des actions spontanées, & que l'on fait reflexion que toutes ces actions dans leur diversité, sont néanmoins très-propres à une fin generale, qui est toujours le bien & la conservation de l'animal, & qu'elles vont à cette fin dans toutes les circonstances particulieres, par les voyes les plus courtes, & les plus assurées qu'on scauroit imaginer; certainement, il n'y a machine au monde qui puisse nous satisfaire.

*CXII. Est preferable à l'opinion de la machine.*

Mais si nous reconnoissons une fois qu'il y a une ame dans les animaux qui apperçoive les objets, qui les distingue, & qui par la vûë & le sentiment soit déterminée à agir; nous n'avons plus nulle peine à comprendre comment se font toutes ces diverses actions, puisque l'exemple de ce que nous experimenterions en nous-mêmes nous instruit suffisamment, & nous convainc que ces mouvemens se peuvent faire dans les Bêtes, comme ils se font en nous, par la direction d'un principe, qui connoit & qui distingue les objets. Ainsi, à ne considerer ces deux manieres d'expliquer la nature des animaux, que comme deux hypotheses, dont l'une suppose une ame, & l'autre de certaines dispositions de la machine qu'on ne sçauroit d'ailleurs déterminer; je ne croi pas qu'on puisse raisonnablement contester que celle qui suppose des ames, ne soit sans comparaison la plus naturelle.

*CXIII. Cette doctrine des Formes n'est pas une pure hypothese.*

Mais d'ailleurs, j'ai fait voir positivement qu'il n'y a disposition imaginable de machine qui suffise à nous faire concevoir comme quoi les Bêtes peuvent sentir & appercevoir, comme elles sentent & apperçoivent; & que par conséquent il faut necessairement reconnoitre quelque chose outre toutes ces dispositions de parties & de ressorts que nous connoissons. Ainsi, il

ne reste plus après cela aucune vrai-semblance à l'hypothèse des machines; & le sentiment qui reconnoît les ames, ne doit plus passer pour une simple hypothèse, mais pour la pure vérité.

*CXIV. Objection renouvelée que Dieu peut faire. . . .*

Il me reste encore à résoudre une difficulté qu'on pourroit faire, suivant ce qui a été déjà proposé au §. 20. & aux suivans, pour faire voir qu'absolument des machines sont capables de tous les mouvemens que nous remarquons dans les Bêtes. Car enfin, Dieu ne peut-il pas faire une machine avec cette industrie, que ressemblant parfaitement à un animal, elle en imite les actions? En ce cas, nous prendrions cette machine pour un animal; nous n'y pourrions remarquer aucune différence qui la fit distinguer des autres Bêtes: & quoi qu'il en soit, de ce que nous venons de dire des connoissances & des perceptions sensibles, qui se trouvent en nous, nous ne pouvons nullement sçavoir si en effet les Bêtes ont de semblables connoissances; nous n'avons jamais pénétré dans l'intérieur de leur ame; & tout ce que nous sçavons d'elles, est ce que nous voyons au dehors, qu'en de certaines circonstances, elles font de certains mouvemens. Or la raison qui nous a obligé de reconnoître une ame dans les Bêtes, n'est pas tirée de ce que nous voyons en elles, ces sortes de mouvemens considérez simplement comme des mouvemens; mais c'est que nous considérons ces mouvemens comme procédans de la détermination des connoissances sensibles, qui certainement ne

## 482 DE LA CONNOISSANCE

peuvent pas être sans ame. Mais dans ce cas ; où nous supposerions que Dieu eût fait une machine toute semblable à une Bête , tous les mouvemens s'y trouveroient ; ils seroient produits sans aucune connoissance , & sans aucun sentiment ; nous ne trouverions aucune différence dans cette machine qui nous la fit distinguer des animaux ; en un mot , nous la prendrions pour un véritable animal. Pourquoi donc ne dirons-nous pas qu'en effet tous les animaux sont des machines ? Quelle raison nous oblige à croire que leurs mouvemens se fassent avec connoissance ? Et puisqu'on peut se passer d'un principe connoissant , pourquoi prend-on plaisir à s'embarasser l'esprit , en admettant sans nécessité une chose aussi difficile à concevoir , qu'est une ame materielle capable de connoissance & de sentiment ?

*CXV. Une machine qui imite en tous ses mouvemens les actions des animaux.*

Je ne pense pas qu'on puisse m'opposer rien de plus fort après ce que j'ai dit , pour l'éclaircissement des autres difficultez. Voilà pourquoi je dois faire mon possible pour répondre à cette dernière objection , & j'espère aussi d'y satisfaire pleinement. On convient assez , que voir , entendre , & généralement sentir , emporte essentiellement quelque sorte de connoissance : nos Philosophes nouveaux en tombent d'accord ; ils sont les premiers à nous faire remarquer que le sentiment est une espèce de connoissance ; & c'est pour cela que nous voulant



point accorder aux Bêtes aucune connoissance, ils ne veulent pas aussi qu'elles ayent aucun sentiment. Nous convenons encore que les connoissances, de quelque nature qu'elles soient, ne peuvent absolument provenir d'aucune machine imaginable. Ainsi, si nous supposons une fois que les Bêtes sentent, & qu'elles connoissent, il n'y a plus sujet de douter; & sans difficulté, nous devons dire absolument que Dieu ne sçauroit faire une machine qui fasse ce que font les Bêtes, comme nous disons hardiment, sans crainte de trop limiter la puissance de Dieu, qu'il ne sçauroit faire une machine qui fasse ce que font les hommes, parce qu'il n'y a figure au monde, ni situation de parties, ni ressorts imaginables, qui puissent produire des connoissances & des sentimens. Que si nous avons égard aux seuls mouvemens, considérez simplement en eux-mêmes comme des mouvemens; alors nous ne pouvons pas douter que Dieu ne puisse faire des machines qui fassent tous ces mouvemens, avec toute cette variété qu'il se trouve dans les circonstances particulières. Et certainement, ce seroit avoir une idée bien petite de la puissance de Dieu, que de la limiter de la sorte, & de croire qu'il n'est pas un assez industrieux ouvrier pour faire une machine, qui ne diffère que comme du plus & du moins d'une infinité de machines, que les hommes sont capables de faire. Toute la difficulté consiste donc à sçavoir, si en effet Dieu ne l'a pas ainsi pratiqué, & si les corps que nous voyons, & que nous avons pris jusques-ici pour des animaux, ne sont que de pures machines, qui ne méritent le nom d'animaux.

que par l'établissement de l'usage , qui fait que nous apellons animal les machines automates qui sont faites par l'industrie de la nature , & non pas par l'artifice des hommes.

*CXVI. Que Dieu ne l'a pas fait.*

Sur cela je trouve des raisons non - seulement plausibles , mais convainquantes , qui prouvent incontestablement , que Dieu n'en a pas usé en effet de la sorte , & qu'à moins que d'avouër que Dieu nous peut tromper , il faut dire que ce ne sont point là de pures machines naturelles , mais que ce sont de véritables animaux , qui ont des connoissances & des sentimens. Il y a une infinité de choses qui ne sont point absolument au-delà de la puissance de Dieu , & que néanmoins nous jugeons impossibles , ayant égard à sa sagesse. N'est-il pas vrai qu'un Ange peut prendre toutes les apparences d'un homme , & converser en cet état familièrement avec nous ? Si un le peut , trente le peuvent aussi : il n'y a donc pas de répugnance que tous ceux qui ont vécu parmi nous , & que nous avens pris pour des hommes , ne soient des Anges qui se sont déguisez. Qui doute que Dieu absolument parlant , ne puisse faire que tout ce que je prens pour le Ciel & pour les Etoiles , ne soit qu'une pure illusion ? Et cependant pourrois-je me persuader sérieusement , que peut-être il n'y a que moi d'homme au monde qui ait un corps , & que tout le reste soit des phantomes ? Ce soupçon ne scauroit venir dans l'esprit d'un homme rai-

sonnable ; & il n'y auroit pas moins de folie de révoquer en doute l'existence réelle du monde visible, que de nier la vérité des premiers principes. Vous avez beau dire que les sens sont trompeurs ; qu'il peut y avoir absolument de l'illusion dans les apparences des objets ; que nous pouvons nous imaginer des choses qui ne sont point : tout ce que vous me sçauriez dire sur ce sujet, ne sera pas capable de m'ébranler le moins du monde. Je serai toujours persuadé qu'il y a des hommes , & des étoiles ; & vous me feriez aussi-tôt douter de ma propre existence, que de celle d'un Soleil , ou d'un Monde. La persuasion secrète & intime dans laquelle nous naissons, que Dieu n'agit que très-conformément à une sagesse infinie, ne nous laisse pas la liberté de douter que ce qui nous paroît un monde, avec une suite si constante & si conforme à elle-même , ne soit effectivement un monde.

*EXVII. Dieu nous tromperoit , si les  
Bêtes n'étoient que de pures  
machines.*

J'en dis autant à l'égard des animaux. Car lors qu'un Jongleur nous fait voir des marionnettes qui marchent, qui parlent, & qui font des actions semblables aux nôtres ; nous ne doutons point qu'il ne nous trompe , parce qu'à voir toutes ces actions extérieures , nous sommes d'abord naturellement portez à juger qu'elles se font là de la même manière qu'elles se font en nous-mêmes ; & qu'ainsi ce que nous

voyons sont de petits hommes. Or faire ainsi ce qui nous peut porter naturellement à juger que des marionnettes sont des hommes, c'est nous tromper. De même, à considérer les Bêtes, & leurs actions si semblables aux nôtres, nous jugeons d'abord qu'elles se font dans les Bêtes comme en nous mêmes, avec connoissance & avec sentiment : ainsi, si toutes ces Bêtes n'étoient que de pures machines, que pourrions-nous dire de celui qui nous les présenteroit, & qui les feroit jouer devant nous comme des marionnettes ? La bienfiance & le respect avec lequel nous devons parler de Dieu, ne nous permet pas de nous arrêter long-temps sur cette pensée : mais certainement, il semble que ceux qui nous parlent ainsi des machines, nous en proposent l'auteur comme le plus habile de tous les Jongleurs ; puisqu'après tout, il n'y a personne qui ne s'aperçoive aisément de la tromperie de ces petits tours de passe-passe de nos charlatans ; au lieu que tous les hommes du monde, en considérant de près les organes des sens, & les actions qui se remarquent dans les Bêtes, ne sçauroient y trouver aucune différence, ni reconnoître en quoi pourroit consister la tromperie. Il est vrai qu'à la vûe de toutes ces actions des Bêtes, nous sommes aussi quelquefois portés à leur donner de la raison & de la liberté ; mais cela ne peut pas faire grande impression sur nos esprits ; parce que, pour peu de reflexion que nous faisons à considérer que les Bêtes agissent toujours uniformément dans de certaines circonstances, nous jugeons d'abord qu'elles agissent sans l'usage du libre arbitre, & par con-

féquent sans raison. Mais quelque soin que nous prenions de les considérer, nous ne pouvons jamais rien découvrir qui nous fasse reconnoître que leurs actions se font autrement que celles des nôtres, qui se font par le moyen des connoissances purement sensibles, sans aucune perception intellectuelle; & voilà la nécessité qui nous oblige à reconnoître des ames matérielles. Quelque difficulté qu'il puisse y avoir à former une idée claire & distincte de la nature de ces ames, nous ne devons pas hésiter là-dessus, puisque nous sommes persuadés qu'en une infinité de rencontres, il nous faut reconnoître des choses, que nous ne pouvons d'ailleurs nous représenter clairement. La divisibilité à l'infini, l'incommensurabilité des lignes, la nature des asymptotes, l'union de l'ame spirituelle & du corps, sont assurément des choses qui passent la plupart des hommes: nous avons bien de la peine à concevoir tout cela; & néanmoins nous sommes certains que cela est. Ainsi, après que nous avons fait voir la nécessité absolüe, qui nous oblige de reconnoître quelque chose qui ne soit pas un corps, & qui soit l'ame & le principe des opérations & des sentimens des Bêtes, il ne sert de rien de nous alleguer la difficulté que nous pourrions avoir de comprendre la nature & l'idée de cette ame & de ce principe.

*CXVIII. Reflexion sur l'industrie de  
l'ouvrier qui a fait les machines  
des animaux.*

Il ne me reste plus qu'à faire quelque reflexion sur la Sageſſe infinie & incomprehenſible de Dieu , qui ſe fait voir dans un ouvrage auſſi admirable qu'eſt la formation des animaux. De quelque biais que l'on conſidere la maniere dont ils agiſſent , certainement on ne peut qu'être ravi d'admiration , en voyant qu'un petit corps puiſſe être compoſé de tant de parties différentes ; que ces parties ayent un ſi grand rapport les unes avec les autres , pour ſe nourrir & pour croître ; & que tous ces petits corps ſoient portez d'une ſi forte inclination à ſe conſerver & à ſe multiplier ; qu'ils puiſſent appercevoir , & être émus ſi diverſement à la préſence des objets ; en un mot , qu'ils faſſent toutes leurs actions avec la même conduite que s'ils avoient de la raiſon : tout cela eſt prodigieux, de quelque maniere qu'il ſe faſſe. Que ce ſoit un Automate qui ſe remue par reſſorts ſans aucune connoiſſance ; l'industrie de l'ouvrier qui aura ſçu faire une machine ſi parfaite , en fera infinie ; que ce ſoit une ame qui gouverne cette machine , & qui ayant des connoiſſances & des ſentimens , en faſſe mouvoir toutes les parties à propos , ſuivant le beſoin des circonſtances ; la puiſſance de Dieu n'en ſera pas moins admirable , puis qu'outre tant de reſſorts qui compoſent cette machine , & qui en diſpoſent tous les membres à faire les mouvemens qui

## DES BESTES: 457

leur sont propres , il aura trouvé le moyen de faire une ame , qui toute materielle qu'elle est , a la faculté de connoître , & d'appercevoir les objets ; qu'il aura pû joindre cette ame avec cette machine d'un lien si intime & si indissoluble , que ces deux parties , je veux dire du corps & de l'ame , il se fait une substance unique & indivisible ; & enfin , qu'il aura pû remplir toute-la terre d'une infinité de diverses sortes d'animaux , qui sont d'une part si semblables à nous , & si approchans de nôtre nature ; & d'une autre part si dissemblables , & si infiniment au-dessous de nous. Je ne voi rien de plus admirable , & qui nous fasse connoître plus sensiblement , combien grande doit être l'industrie de l'ouvrier , qui a pû faire ainsi ces choses ; & en même-tems combien prodigieuse est la stupidité de ces personnes , qui ne conçoivent point que des machines si merveilleses ne peuvent jamais avoir été faites que par le soin de quelque souveraine intelligence.\* Ces gens-là n'ont qu'à *interroger les Bêtes* , & à les considérer ; en les voyant si belles & si admirables , ils concevront clairement ce qu'elles leur répondront en se montrant elles-mêmes : *C'est Dieu qui nous a faites* ; & il n'est pas possible que nous soyons de nous-mêmes , ni que le hazard nous ait fait naître.

\* *Interrogatio mea , intentio mea. ( i. consideratio ) & responsio eorum , species eorum, i. pulchritudo. Aug. 10. Conf. c. 6.*

*CXIX. Conclusion de ce Discours.*

Reconnoissons donc cette souveraine Puissance ; & puisque nous ne pouvons pas ignorer ce que les Brutes mêmes semblent nous dire si hautement , que c'est Dieu qui nous a faits ; nous devons aussi lui rendre nos respects & nos hommages , le reconnoître comme nôtre souverain Seigneur, nous confesser ses esclaves & ses créatures, nous soumettre à ses volontez, vivre dans l'observation de ses Loix , & attendre de lui la recompense qu'il ne sçauroit refuser à ceux qui le servent de tout leur cœur. C'est à quoi doit aboutir toute nôtre Philosophie ; & sans cela , la consideration de la Nature est vaine & inutile.

*Fin du Disc. de la Connoiss. des Bêtes.*





# T A B L E

## S U R L E D I S C O U R S

### de la Connoissance des Bêtes.

- I. **Q**U'il s'est toûjours trouvé des Philosophes qui ont eu des sentimens fort extraordinaires. 377
- II. Il y en a eu qui doutoient de tout, & d'autres qui ne doutoient de rien. 378
- III. D'autres on dit qu'on n'apprend rien de nouveau 379
- IV. Quelques-uns pensent que la Terre est mûc. *la même.*
- V. Que les Planettes sont autant de Terres. 380
- VI. Et qu'il y a plusieurs Mondes. 381
- VII. Sentimens extraordinaires touchant les qualitez sensibles. 382
- VIII. Quelques-uns pensent que les Bêtes sont de pures machines sans connoissances & sans sentiment. 384
- IX. D'autres au contraires, accordent la connoissance aux Plantes & aux Elemens. 386
- X. Pour bien examiner cette opinion, il en

**TABLE DE LA CONNOIS.**

- faut confiderer toutes les raifons. *la même.*
- XI.** Les mouvemens naturels fe font en nous fans connoiffance. 387
- XII.** Et même plufieurs mouvemens de cœur qu'on appelle volontaires. 388
- XIII.** Des mouvemens que nous faisons pour nous tenir, & nous empêcher de tomber. 389
- XIV.** Ces mouvemens-là fe font en nous fans connoiffance. 390
- XV.** Les mouvemens neceffaires pour former la parole fe font fans connoiffance. 392
- XVI.** La penfée n'eft pas neceffaire pour parler, mais feulement pour vouloir parler. 394
- XVII.** Qu'on chante & qu'on joue du Luth fans y penfer. 395
- XVIII.** Ce que c'eft que connoiffance viruelle. 397
- XIX.** Ce que c'eft qu'habitude & difpofition. 399
- XX.** Que Dieu peut faire une machine femblable à une Bête. *la même.*
- XXI.** Dans toutes fes paroles exterieures & interieures. 401
- XXII.** Que le fang de cette machine peut être échauffé. 402
- XXIII.** Que le cœur & les arteres battent régulièrement comme dans les Animaux. *la même.*
- XXIV.** Que le fang circulera & fe philtre-  
ra dans les diverfes parties du corps de la machine. 403

DES BESTES. 403

- XXV. Les esprits se forment dans le cerveau & se disperseront dans tous les muscles, 404
- XXVI. Cette machine se mouvroit d'elle-même comme un animal. 405
- XXVII. La difficulté que nous avons de comprendre en détail les ressorts de cette machine, n'empêche pas qu'il ne puisse être. 406
- XXVIII. Tous ces ressorts sont en effet dans les animaux. 407
- XXIX. Si cette machine pourroit être appelée un animal. 408
- XXX. Que les Bêtes ne peuvent avoir une ame capable de connoissance. 409
- XXXI. Le principe du sentiment doit être Un indivisiblement. *la même.*
- XXXII. Et par conséquent ce ne peut être qu'une ame spirituelle. 410
- XXXIII. Le principe de sentiment ne pourroit résider dans les Bêtes en quelque endroit particulier. 411
- XXXIV. Il ne peut être dans la tête. *la même.*
- XXXV. Ni dans le cœur. 412
- XXXVI. S'il y a un principe de sentiment dans les Bêtes, il doit être répandu divisiblement par tout le corps. 413
- XXXVII. Petit animal de saint Augustin vivant, dans toutes ses parties, après avoir été divisé en plusieurs morceaux. 414
- XXXVIII. Animaux multipliez par la division comme les plantes. 415
- XXXIX. Toute ame qui peut sentir, se

494 TABLE DE LA CONNOIS.

- peut sentir elle-même, & se dire *Moi. la même.*
- X L.** Si l'ame des Bêtes peut dire *Moi.*  
416
- X L I.** Les membres même des hommes se meuvent quelque - temps étant coupez.  
418
- X L I I.** Si les esprits fussent pour cela, ils fussent aussi pour les mouvemens des animaux.  
419
- X L I I I.** Pour sçavoir ce que c'est que sentir & appercevoir, il faut se consulter soi-même.  
*la même.*
- X L I V.** L'action de l'objet ou les mouvemens de l'organe ne sont pas le sentiment.  
420
- X L V.** La perception est une experience de l'ame.  
421
- X L V I.** Qui se forme elle-même l'image qu'elle considere.  
422
- X L V I I.** Que cela ne peut convenir qu'à une ame spirituelle.  
*la même.*
- X L V I I I.** Nul corps ne peut appercevoir.  
423
- X L I X.** Quelques-uns pensent que cette opinion qui nie les ames dans les animaux est dangereuse.  
424
- L.** D'autres au contraire pensent qu'il est dangereux de donner des ames aux bêtes.  
425
- L I.** Il est dangereux de dire qu'une ame materielle suffit pour penser & pour agir pour une fin.  
426
- L I I.** Toute ame qui peut penser & agir pour une fin, peut aussi raisonner & se détermi-

DES BÊTES: 495

- ner librement. 427
- L I I I. Quelques Philosophes ont accordé la raison aux bêtes. 428
- L I V. S'il est possible qu'un agneau fuye le loup sans connoissance. 429
- L V. S'il est possible qu'il le fasse avec connoissance. *la même.*
- L V I. Si par le mot d'ame ou d'instinct nous comprenons mieux la nature des Bêtes, que par les ressorts mécaniques. 430
- L V I I. Les operations des bêtes marquent non-seulement de la connoissance, mais aussi de l'intelligence.
- L V I I I. La simphonie d'une orgue ne peut être sans la conduite d'un principe intelligent. 432
- L I X. Ce principe peut être appliqué en deux manières. 433
- L X. Le principe qui agit immédiatement doit sçavoir la manière dont il faut agir. *la même.*
- L X I. L'ame des bêtes ne peut être le principe immédiat de leurs mouvemens. 434
- L X I I. Ni l'ame des hommes non plus, qui ne fait que vouloir, le reste se faisant par machine. 435
- L X I I I. Les bêtes n'agissent pas comme les hommes, en se déterminant. 437
- L X I V. Agir en homme, & être agi en bête. 438
- L X V. Quelques mouvemens qui previennent nos volontez. *la même.*
- L X V I. Quelques mouvemens qui suivent

296 TABLE DE LA CONNOIS.

la détermination de nos volontez.	439
LXVII. Les pensées sont inutiles dans ceux des animaux, qui ne se déterminent point eux-mêmes.	440
LXVIII. Le corps d'un animal comparé à une Ville par Aristote.	441
LXIX. Les Anciens n'ont pas approfondi cette matiere.	442
LXX. Aristote est le seul des Anciens qui s'est avisé de l'examiner.	443
LXXI. Aristote nie absolument que les bêtes pensent.	444
LXXII. Remarque de Scaliger sur ce passage d'Aristote.	<i>la même.</i>
LXXIII. La memoire & la reminiscence d'Aristote.	445
LXXIV. Aristote a dit souvent que les bêtes sont des machines Automates.	446
LXXV. Et que dans l'homme même les mouvemens des membres ne se font pas immédiatement par l'ame.	447
LXXVI. L'on commence à éclaircir ces difficultés.	448
LXXVII. Connoissances sensibles, & connoissances intellectuelles.	449
LXXVIII. Qu'il y a en nous des connoissances intellectuelles.	<i>la même.</i>
LXXIX. Même dans nos imaginations & dans nos sentimens.	450
LXXX. Qu'il y a aussi en nous des connoissances sensibles.	451
LXXXI. Que l'on peut voir sans s'en apercevoir.	452
LXXXII. Exemple où l'on sent & où l'on voit.	453
	LXXXIII.

LXXXIII. Sans connoissance intellectuelle.

454

LXXXIV. Qu'il y a des perceptions si fines, qu'on ne s'en souvient presque pas.

455

LXXXV. Qu'il y en a d'autres dont on ne s'aperçoit point du tout. *la même.*

LXXXVI. Que les bêtes n'ont point des connoissances spirituelles, mais qu'elles en ont de sensibles. 457

LXXXVII. La raison & la phantaisie.

458

LXXXVIII. La volonté & l'appetit. *la même.*

LXXXIX. Où il y a des connoissances sensibles, il y a aussi des appetits sensibles.

459

XC. Exemple de l'appetit sensible qui est en nous. 460

XCI. A la vérité, les bêtes n'agissent pas par des principes plus parfaits que nous. *la même.*

XCII. Mais qu'elles agissent aussi par des principes à peu près semblables aux nôtres.

461

XCIII. Les raisons des nouveaux Philosophes prouvent bien que les bêtes n'ont point des connoissances spirituelles.

462

XCIV. Mais elles ne prouvent rien à l'égard des connoissances sensibles. 463

XCV. Les perceptions sensibles peuvent être sans liberté & sans raison. *la même.*

XCVI. Il est vrai ce que dit Aristote,

498	TABLE DE LA CONNOIS,	
	que le corps des animaux est une machine.	
464	XCVI. Et que les bêtes ne pensent point.	
465	XCVIII. Qu'on ne peut nier que les bêtes n'ayent des ames.	<i>la même.</i>
	XCIX. Si l'ame des bêtes est le sang où les esprits.	466
	C. Qu'il n'y a ni atomes, ni esprits, ni corps imaginable qui suffise pour la fonction d'une ame.	467
	CI. Les raisons qui prouvent que nous avons une ame spirituelle.	469
	CII. Prouvent aussi que les bêtes ont une ame, qui n'est pas un corps complet.	<i>la même.</i>
	CIII. Cette ame des bêtes est matérielle, quoi qu'elle ne soit pas un corps complet.	470
	CIV. Exemple.	471
	CV. Les opérations des bêtes démontrent qu'il y a en elles quelques choses entre le corps sensible.	472
	CVI. Quelques-uns ne reconnoissent point d'autres estres corporels que ce qui est un corps.	473
	CVII. Qu'il y a des choses corporelles qui ne sont pas elles-mêmes des corps.	474
	CVIII. Qu'outre les modes, il y a encore des formes qui ne sont pas des corps.	475
	CIX. Différence des formes & des modes.	476
	CX. La doctrine des formes n'a rien que	



DES BESTES.		479
de raisonnable.		477
CXI. Cette doctrine prise pour une simple hypothèse. . . .		479
CXII. Est préférable à l'opinion de la machine.		480
CXIII. Cette doctrine des formes n'est pas une pure hypothèse.	<i>la même.</i>	
CXIV. Objection renouvelée que Dieu peut faire . . . . .		481
CXV. Une machine qui imite en tous ses mouvemens les actions des animaux.		482
CXVI. Que Dieu ne l'a pas fait.		484
CXVII. Dieu nous tromperoit, si les bêtes n'étoient que de pures machines,		485
CXVIII. Reflexion sur l'industrie de l'ouvrier qui a fait les machines des animaux.		488
CXIX. Conclusion de ce Discours.		490

*Fin de la Table de la Conn. des Bêtes.*

---

*Permission du Pere Provincial.*

**J**E Souffigné Provincial de la Compagnie de **JESUS**, en la Province de France, permet au **P. IGNAÇE-GASTON PARDIES**, Religieux de la même Compagnie, de faire imprimer les Traitez qu'il a fait de *Geometrie, du Mouvement Local, de la Statique, ou Science des Forces Mouvantes, des Machines propres à faire des Quadrans, & de la Connoissance des Bêtes*, qui ont été approuvez de trois Theologiens de nôtre Compagnie. Fait à Paris le 15. Decembre 1671.

**JEAN PINETTE.**

PRIVILEGE GENERAL.

**L**OUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE. A NOS Amez & Feaux Conscillers, les Gens tenans nos Cours de Parlemens, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra; **S**ALUT. Nôtre bien amé **L**OUIS BRUYSET, Libraire à Lyon, Nous ayant fait remontrer qu'il avoit acquis de feu sieur Lions, le *Psautier de la sainte Vierge, composé par saint Bonaventure, avec les Oeuvres du P. IGNACE-GASTON PARDIES, de la Compagnie de JESUS*; qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public, s'il Nous plaifoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce necessaires: A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Expofant, Nous lui avons permis & permettons par ces Presentes, de faire imprimer ledit Livre en tels volumes, formes, marges, caracteres, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout nôtre Royaume pendant le tems de six années consécutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. FAISONS défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression Étrangere dans aucun lieu de nôtre obéissance: Comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre,

débiter ni contrefaire ledit Livre, en tout ni en partie ; ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque pretexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, sans la Permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende, contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la date d'icelles : que l'impression de ce Livre sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, en bon papier, & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé, qui aura servi de copie à l'impression dudit Livre, sera remis dans le même état, ou l'Aprobation y aura été donnée es mains de Nôtre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur FLEURIAU D'ARMENONVILLE, Commandeur de nos Ordres ; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans Nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de Nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur FLEURIAU D'ARMENONVILLE, Commandeur de nos Ordres ; le tout à peine de nullité des Presentes ; DU CONTENU desquelles Vous Mandons & Enjoignons de faire jouir l'Exposant, ou ses ayans-cause, pleinement & paisi-

blement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. VOULONS que la Copie desdites Presentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre , soit tenuë pour dûëment signifiée : & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos Amez & Feaux Conseillers & Secretaires , soit ajoutée comme à l'Original;COMMANDONS au premier nôtre Huissier ou Sergent , de faire pour l'exécution d'icelles , tous Actes requis & nécessaires , sans demander autre permission , & nonobstant Clameur de Haro , Charte Normande , & Lettres à ce contraires : CAR TEL EST NÔTRE PLAISIR. Donnë à Fontainebleau le vingt-neuvième jour du mois d'Octobre, l'an de Grace mil sept cens vingt-quatre , & de nôtre Regne le dixième : Par le R O Y en son Conseil. F O U B E R T.

*Registré sur le Registre V E. de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris , N°. 103. fol. 90. Conformément aux anciens Reglemens , confirmés par celui du 28. Fevrier 1723. A Paris le 20. Nôvembre mil sept cens vingt-quatre. Signé , BRUNET , Syndic.*

