[illegible]

THÉORIE

DU

MOUVEMENT DE LA LUNE

THÉORIE

DU

MOUVEMENT DE LA LUNE

PAR

JEAN PLANA

ASTRONOME ROYAL ET DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE

CONSEILLER DE L'ORDRE DU MÉRITE CIVIL DE SAVOIE; CHEVALIER DE L'ORDRE MILITAIRE DES SS. MAURICE ET LAZARE; DE L'ORDRE IMPÉRIAL DE LA COURONNE DE FER; DIRECTEUR GÉNÉRAL DES ÉTUDES A L'ACADÉMIE ROYALE MILITAIRE; PROFESSEUR D'ANALYSE A L'UNIVERSITÉ ROYALE DE TURIN; MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE TURIN; CORRESPONDANT DE L'INSTITUT DE FRANCE; DE LA SOCIÉTÉ ROYALE, ET DE LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE DE LONDRES; DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE BERLIN; UN DES QUARANTE DE LA SOCIÉTÉ ITALIENNE; MEMBRE HONORAIRE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE KASAN; DE LA SOCIÉTÉ HELVÉTIQUE; DE L'ACADÉMIE DE PALERME; ETC.

Ut omnia candide legantur, et defectus in materia tam difficili non tam reprehendantur, quam novis lectorum conatibus investigentur, et benigne suppleantur, enixe rogo.

NEWTON, *Princip. Praefat.*

TOME II.

À TURIN

DE L'IMPRIMERIE ROYALE

1832

3rd 160

Sons of Nath'l. Bowditch

Sept. 21, 1858

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES

DANS CE VOLUME

CHAPITRE QUATRIÈME.

INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU QUATRIÈME ORDRE INCLUSIVEMENT.

CHAPITRE CINQUIÈME.

INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU CINQUIÈME ORDRE INCLUSIVEMENT.

THÉORIE DU MOUVEMENT DE LA LUNE.

CHAPITRE QUATRIÈME.

INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU QUATRIÈME ORDRE INCLUSIVEMENT.

§ 1.

Principes généraux pour assigner l'ordre jusqu'auquel on doit pousser l'approximation dans le calcul des coefficiens des différens argumens, avant les intégrations, afin d'obtenir le résultat final exact dans les quantités d'un ordre déterminé.

1. En examinant les différens termes qui composent le second membre des équations différentielles (I)″, (II)″ et (III), rapportées dans le chapitre précédent (n.os 224 et 216), on remarquera d'abord que, parmi ces termes, il y en a plusieurs dépendans de l'intégrale $\int R_{\prime} dv = \int R' dv + \int \delta R' \cdot dv$. Leur calcul exige des attentions particulières, à raison des modifications que peuvent subir quelques-uns des termes périodiques qui font partie du développement de cette fonction principale.

Afin d'expliquer d'une manière claire en quoi ces modifications consistent, supposons, pour le moment, connues les valeurs des perturbations des trois coordonnées, représentées par δs, δu, δnt. Il est facile de concevoir que, d'après cela, l'on pourrait développer la fonction $R_{,}$ dans une suite de termes de la forme $A\,sin(iv + l)$; A, i, l étant des quantités que l'on peut traiter comme absolument constantes dans ce raisonnement. Il y aura, par conséquent, dans l'intégrale $\int R_{,}dv$ une suite correspondante de termes de la forme $-\frac{A}{i}cos(iv + l)$. Donc, pour tous les argumens, à l'égard desquels le coefficient i sera exprimé par une fraction, l'ordre du quotient $\frac{A}{i}$ se trouvera inférieur à celui du coefficient primitif A d'autant d'unités qu'il y en a dans l'ordre qui marque algébriquement le degré de petitesse de i.

Il suit de là qu'en développant la fonction $R_{,}$ on doit apporter une attention particulière sur les argumens de cette espèce, en ayant la précaution de calculer les coefficiens qui les affectent jusqu'aux quantités de l'ordre convenable, pour que le résultat définitif de l'intégration puisse être exact, à l'égard de tous les argumens indistinctement, dans un ordre déterminé.

2. Pour donner à cette idée tout le développement que son importance exige, examinons plus particulièrement la forme de l'expression analytique des coefficiens représentés, en général, par la lettre i.

La simple inspection des argumens qui constituent les fonctions développées dans le chapitre précédent suffit pour démontrer que, à l'égard de la fonction R', on a, en général,

$$i = p(1 - m) \pm q \cdot c'm \pm 2r \cdot g \pm k\,c\,;$$

p, q, r, k désignant des nombres entiers positifs ou zéro. Avec un peu de réflexion on saisira, sans aucun calcul, que la même forme convient aussi aux argumens qui appartiennent à $s\delta s$, δu, δnt et aux fonctions $\delta R'$, $\delta R''$, ... δR^{v} qui en dépendent.

Cela posé, si nous faisons dans cette expression de i

$$g = 1 + \tfrac{3}{4}\mu^2 + \text{etc.}, \qquad c = 1 - \tfrac{3}{4}\mu^2 + \text{etc.}$$

(Voyez vol. I, n.° 249), il viendra, en négligeant les quantités du troisième ordre,

$$i = p \pm 2r \pm k - pm \pm q \cdot c'm + \tfrac{3}{4}\mu^2(\pm 2r \mp k) + \text{etc.}$$

Donc, toutes les fois que l'on aura l'équation $p \pm 2r \pm k = 0$, sans avoir en même tems $\pm q - p = 0$, il est clair que la valeur de i

sera censée une quantité du *premier* ordre. Mais, dans les cas où l'on aurait en même tems

$$p \pm 2r \pm k = 0, \qquad \pm q - p = 0,$$

il n'est pas moins évident que la valeur de i sera censée une quantité du *second* ordre.

Enfin, si l'on avait à la fois

$$p \pm 2r \pm k = 0, \qquad \mp q - p = 0, \qquad \pm 2r \mp k = 0,$$

l'expression analytique de i s'éleverait au *troisième* ordre. Mais il est facile de prouver que ce dernier cas ne pourrait avoir lieu que parmi les quantités du *douzième* ordre au-moins qui entrent dans la fonction

$$\mu^2 R_{,} = \mu^2(R' + \delta R').$$

En effet les développemens rapportés dans le vol. I, n.° 255 suffisent pour démontrer que, à l'égard de la fonction $\mu^2 R'$, le coefficient d'un argument quelconque de la forme

$$(p - pm \pm q \cdot c'm \pm 2r \cdot g \pm kc)\, v + l$$

est composé d'une série infinie, ayant nécessairement pour facteur commun la quantité $\mu^2 \cdot \varepsilon'^q \cdot e^k \cdot \gamma^{2r} \cdot b^{2\alpha}$ de l'ordre $2 + q + k + 2r + 2\alpha$. Donc, en supposant que, abstraction faite des signes, on a $k = 2r$, $q = p = 4r$, ce facteur commun sera de l'ordre $2 + 4r + 2r + 2r + 2\alpha = 2 + 8r + 2\alpha$, et s'élevera par conséquent au *dixième* ordre dans le cas plus simple qui répond à $r = 1$ et $\alpha = 0$. Mais il est essentiel de remarquer que ce cas particulier donnant $p = 4$, il est impossible de le trouver parmi les termes de la fonction $\mu^2 R'$ sans supposer $\alpha = 2$, ce qui élève au *quatorzième* l'ordre que l'on croirait, au premier coup d'œil, du dixième.

Si l'on considère, sous le même point de vue, les termes qui font partie du développement de la fonction $\mu^2 \delta R'$, on voit aussitôt la possibilité d'avoir en même tems $p = 4$ et $\alpha = 0$. Mais la fonction $\delta R'$ étant, par sa nature, du second ordre au-moins, le facteur commun analogue à celui qui vient d'être considéré plus haut devient alors de l'ordre $4 + q + k + 2r + 2\alpha$; de sorte que l'on a $4 + 8r + 2\alpha$ au lieu de $2 + 8r + 2\alpha$. Donc, dans le cas plus simple possible qui répond à $r = 1$ et $\alpha = 0$, il faudra recourir aux termes du *douzième* au-moins; autrement l'existence simultanée des trois équations précédentes serait absurde.

3. On doit cependant observer que ce qui vient d'être dit ne peut être exact, en général, qu'en considérant l'expression analytique de i. Car il peut arriver que la valeur numérique de ce même coefficient soit d'un degré de petitesse comparable aux quantités rangées dans le troisième ordre, quoique son expression algébrique soit du second ordre. Nous avons un exemple de ce cas singulier dans l'inégalité lunaire à longue période, dont l'argument est tel que l'on a

$$i = 3 - 3m + 3 \cdot c'm - 2g - c.$$

En effet, si l'on y fait $c' = 1$ et

$$c = 1 - \tfrac{3}{4}m^2 + k'm^3 + \text{etc.}, \qquad g = 1 + \tfrac{3}{4}m^2 + k''m^3 + \text{etc.},$$

on a

$$i = -\tfrac{3}{2}m^2 + \tfrac{3}{4}m^2 - k'm^3 - 2k''m^3 + \text{etc.}$$

Cette expression de i est sans doute du second ordre, analytiquement parlant. Mais on sait que $k' = -\frac{225}{32}$ et $k'' = -\frac{9}{32}$ (Voyez page 88 du volume précédent); donc, en supposant la fraction m égale à $\frac{1}{13}$, on aura, à-peu-près, $i = -2 \cdot \left(\frac{1}{13}\right)^3$; c'est-à-dire une fraction du troisième ordre. Ce cas, et les autres semblables, exigent des considérations spéciales qui ont été déjà exposées dans le second chapitre (Voyez vol. I, n.° 208).

4. Les termes de la forme $-\frac{A}{i}\cos(iv + l)$ que contient l'intégrale $\int(R' + \delta R')dv$ donnent naissance à des termes semblables dans la valeur de δu et passent, de celle-ci, d'abord dans la valeur de $\frac{\delta u}{u_{,}}$ et ensuite dans celle de $\frac{d \cdot \delta nt}{dv}$.

La nouvelle intégration qu'il faut exécuter les fait paraître dans δnt sous la forme $\frac{A}{i^2}\sin(iv + l)$; de sorte que le quotient $\frac{A}{i^2}$ est d'un ordre inférieur à celui du coefficient primitif A de deux ou de quatre unités, suivant que la quantité i est une fraction du premier ou du second ordre.

Donc, pour obtenir la valeur de δnt exacte dans les quantités d'un ordre p, préalablement fixé, à l'égard de tous les argumens indistinctement, il est nécessaire, relativement à la fonction $R' + \delta R'$, de pousser le développement des coefficiens des argumens de la forme $\alpha m v + l$ jusqu'à l'ordre $p + 2$, et de le pousser jusqu'aux quantités de l'ordre $p + 4$ inclusivement pour les argumens de la forme $\alpha m^2 v + l$.

Or, pour atteindre ce but, il ne suffit pas que la valeur de δu soit connue jusqu'à l'ordre p pour les coefficiens de tous le argumens.

5. En effet considérons le terme

$$-6q\,\mu^2\,\frac{(\alpha' u')^3\,\sin(2v - 2v')}{u_{\prime}^4}\cdot\frac{\delta u}{u_{\prime}}$$

qui entre dans la valeur de $\mu^2 \delta R'$ (Voyez page 273 du I volume). En négligeant dans le facteur qui multiplie $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ les quantités d'un ordre supérieur au troisième, on a (Voyez page 336 du volume I)

$$6q\,\mu^2\,\frac{(\alpha' u')^3\,\sin(2v - 2v')}{u_{\prime}^4}\cdot\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\frac{\delta u}{u'}\left\{\begin{array}{l} 6\mu^2 \sin 2Ev - 3\mu^2\varepsilon'\cdot\sin(2Ev + c'mv) - 21\mu^2\varepsilon'\cdot\sin(2Ev - c'mv) \\ + 12\mu^2 e\cdot\sin(2Ev + cv) + 12\mu^2 e\cdot\sin(2Ev - cv) \end{array}\right\}.$$

Il suit de là que les termes de la forme $B\cos(2Ev + \alpha m^2 v + l)$, qui entrent dans la valeur de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$, donneront dans le produit $\mu^2\frac{\delta u}{u_{\prime}}\sin 2Ev$ des termes, dont les argumens seront de la forme $\alpha m^2 v + l$. Donc, en appliquant une remarque analogue aux autres termes de la fonction précédente, on en tirera la conséquence que la valeur de δu doit être connue jusqu'aux quantités de l'ordre

$p + 2$	pour les argumens de la forme	$(2 - 2m + \alpha m^2)v + l$
$p + 1$	. . . .	$(2 - m + \alpha m^2)v + l$
$p + 1$	. . . .	$(2 - 3m + \alpha m^2)v + l$
$p + 1$	. . . .	$(3 - 2m + \alpha m^2)v + l$
$p + 1$	. . . .	$(1 - 2m + \alpha m^2)v + l.$

Nous avons omis les quantités d'un ordre supérieur au troisième dans le facteur précédent de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$; parce que, à l'égard de celles-ci, la valeur de δu exacte jusqu'aux quantités de l'ordre p suffira toujours; du-moins en faisant abstraction des argumens dans lesquels le coefficient i surpasserait le second ordre.

Mais cela ne suffit pas; il faut encore joindre aux conditions précédentes celles qui résultent de la considération du produit $\frac{2\delta u}{u_{\prime}}(-1+2e\cos cv)$ qui entre dans la valeur de $\frac{d\cdot\delta nt}{dv}$. Pour cela il est évident que le principe à suivre se réduit à calculer les coefficiens de δu jusqu'à l'ordre

$p+2$	pour les argumens de la forme	$(0+\alpha m^2)v+l$
$p+1$	. . . .	$(0+\alpha m\ )v+l$
$p+1$	. . . .	$(1+\alpha m^2)v+l.$

6. Les conditions que l'on vient de déclarer ne peuvent être remplies dans la formation de la valeur de δu, sans que les différens termes qui composent le second membre de l'équation (II)$''$ ne soient développés convenablement.

Pour déterminer à cet égard les principes que l'on doit suivre, observons qu'en désignant par $A\cos(iv+l)$ un terme quelconque du second membre de l'équation (II)$''$, il en résultera

$$\frac{A\cos(iv+l)}{i^2-1+\frac{3}{2}\mu^2}$$

pour le terme correspondant qui entre dans l'expression de δu. Ainsi le diviseur $i^2-1+\frac{3}{2}\mu^2$ sera une quantité du premier ou du second ordre, suivant que le coefficient i aura la forme $1+\alpha m$ ou $1+\alpha m^2$. De là on tire la conséquence que dans la formation de la valeur de $-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u$ on doit porter l'approximation jusqu'aux quantités de l'ordre

$p+3$	pour les argumens de la forme	$(1+\alpha m^2)v+l$
$p+1$	. . . .	$(1+\alpha m\ )v+l$
$p+2$	. . . .	$(1-2m+\alpha m^2)v+l.$

Par ce moyen on pourra remplir les conditions énoncées dans le numéro précédent, relativement aux argumens de la forme $(1 + \alpha m^2)v + l$, $(1 - 2m + \alpha m^2)v + l$. Les autres argumens particuliers dont il à été question n'abaissent pas l'ordre des coefficiens par l'intégration de l'équation (II)$''$; ainsi il suffit de s'en tenir, à leur égard, aux conditions précédemment établies.

7. Le second membre de l'équation (II)$''$ rapportée dans la page 277 du I volume renferme la fonction

$$- q\left(\frac{\text{a}}{\text{a}_{,}}\right)\delta T = 3q\left(\frac{\text{a}}{\text{a}_{,}}\right)s_{,}\delta s + \text{etc.}$$

On ne peut donc pas obtenir une valeur de δu, conforme aux principes que l'on vient d'exposer, sans que le second membre de l'équation (I)$'$ qui détermine la variable δs ne soit développé convenablement.

Les raisonnemens qu'il faudrait faire pour cela sont absolument les mêmes que ceux que nous venons d'exposer dans les cas analogues. D'ailleurs les principes particuliers qu'exige le calcul de δs sont une conséquence naturelle de ceux qui se rapportent à δu: on les comprendra sans difficulté en réflechissant un peu sur le tableau suivant qui contient le résultat de tous les raisonnemens faits dans ce paragraphe.

Maximum *de l'ordre des quantités qui doivent être conservées dans les coefficiens, avant les intégrations, pour obtenir les valeurs de* δs, δu, δnt *exactes jusqu'à l'ordre* p *inclusivement.*

FORME des argumens	*MAXIMUM* DE L'ORDRE DANS LES COEFFICIENS des fonctions					
	$\mu^2(R'+\delta R')$	$\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+(1-\frac{3}{2}\mu^2)\delta u$	δu	$\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+(1+\frac{3}{2}\mu^2)\delta s$	δs	δnt
$(0+\alpha m^2)v+l$	$p+4$	$p+2$	$p+2$	$p+2$	$p+2$	p
$(0+\alpha m)v+l$	$p+2$	$p+1$	$p+1$	p	p	p
$(1+\alpha m^2)v+l$	$p+3$	$p+3$	$p+1$	$p+3$	$p+1$	p
$(1+\alpha m)v+l$	$p+1$	$p+1$	p	$p+1$	p	p
$(2-2m+\alpha m^2)v+l$	$p+2$	$p+2$	$p+2$	$p+1$	$p+1$	$p+1$
$(2-m+\alpha m^2)v+l$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	p	p	p
$(2-3m+\alpha m^2)v+l$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	p	p	p
$(3-2m+\alpha m^2)v+l$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	p
$(1-2m+\alpha m^2)v+l$	$p+2$	$p+2$	$p+1$	$p+2$	$p+1$	p
$(2+\alpha m^2)v+l$	$p+2$	p	p	$p+2$	$p+2$	p
$(2m+\alpha m^2)v+l$	$p+2$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	$p+1$	p
$(3+\alpha m^2)v+l$	$p+1$	p	p	p	p	p

Dans tout ce que nous avons dit il n'y a rien qui impose la condition de conserver les quantités de l'ordre $p+2$ dans les coefficiens des argumens de la forme $(2+\alpha m^2)v+l$ qui entrent dans $\mu^2(R'+\delta R')$; mais on verra par la suite que cette précaution est nécessaire, d'après la manière dont nous développons la fonction $\mu^2 R_5 = \mu^2(R^V + \delta R^V)$.

La considération de la fonction $\delta[(\alpha' u')^3 sin(2v-2v')]$, qui entre dans la valeur de $\delta R'$ (Voyez tome I, page 273), est celle qui exige de conserver les quantités de l'ordre $p+1$ dans δnt, à l'égard des coefficiens des argumens de la forme $(2-2m+\alpha m^2)v+l$.

Pour observer les règles rapportées dans ce tableau, il sera nécessaire d'en observer d'autres (qu'on peut appeler *secondaires*) dans le développement des facteurs qui composent les termes de $R_{\prime}$ et des autres fonctions; mais celles-ci se présenteront immediatement, et il nous paraît inutile d'entrer ici dans ces détails.

Au reste toute obscurité qui peut rester à ce sujet disparaîtra entièrement, lorsqu'on se sera un peu familiarisé avec la forme des développemens qui vont faire l'objet des paragraphes suivans.

Il ne sera d'abord question dans ce volume que de conduire l'approximation de manière que la valeur de δnt soit exacte jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre inclusivement. On voit, d'après le tableau précédent, que pour atteindre ce but, il y a des coefficiens dans $\mu^2(R'+\delta R')$ qui doivent être calculés jusqu'aux quantités du *neuvième* ordre inclusivement, et que dans les autres fonctions, non soumises au signe intégral, il y en a qui doivent être poussés jusqu'aux quantités du *huitième* ordre.

§ 2.

Expressions de δs, δu, $m\delta nt$ exactes jusqu'aux quantités du troisième ordre inclusivement.

8. Considérons d'abord l'équation (I)'' donnée dans la page 276 du premier volume, et cherchons avant tout la valeur de δs, en négligeant toutes les quantités d'un ordre supérieur au second.

Si l'on remarque que la quantité représentée par P est du second ordre (Voyez page 316 du I volume), on verra aussitôt que dans ce cas fort simple il suffit de poser l'équation

$$-\frac{d^2 \cdot \delta s}{dv^2} - (1 + \tfrac{3}{2}\mu^2)\delta s = \mu^2 R_3 \gamma \sin(gv - \int \theta dv) - \mu^2 \frac{ds_{,}}{dv} R_{,},$$

et d'y faire

$$\frac{ds_{,}}{dv} = \left(g - \frac{d \cdot \int \theta dv}{dv}\right) \gamma \cos(gv - \int \theta dv);$$

$$R_3 = R''' = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_{,}^4},$$

$$R_1 = R' = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \sin(2v - 2v')}{u_{,}^4}.$$

En jetant un coup d'œil sur le développement donné dans la page 336 du premier volume l'on fera ici

$$R''' = \tfrac{3}{2} \cos 2Ev, \qquad R' = \tfrac{3}{2} \sin 2Ev.$$

Si l'on observe maintenant que l'on a trouvé dans la page 316 du même volume $g = 1 + \frac{3}{4}\mu^2$, et que l'on peut négliger la très-petite quantité multipliée par $\frac{d \cdot \int \theta dv}{dv}$, on en conclura que la valeur cherchée de δs est telle que l'on a

$$-\frac{d^2 \cdot \delta s}{dv^2} - (1 + \tfrac{3}{2}\mu^2)\delta s = -\tfrac{3}{2}\mu^2 \cdot \gamma \sin(2Ev - gv + \int \theta dv).$$

En intégrant cette équation on obtient

$$\delta s = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\mu^2 \gamma \cdot \sin(2Ev - gv + \int \theta dv)}{\left(2E - g + \frac{d \cdot \int \theta dv}{dv}\right)^2 - 1 - \frac{3}{2}\mu^2}.$$

Mais $\mu^2 = m^2 +$ etc. (Voyez page 278 du tome I) et $2E - g + \frac{d \cdot \int \theta dv}{dv} = 1 - 2m +$ etc. Donc, en développant le dénominateur et négligeant les quantités qui passent le second ordre, il viendra

$$\delta s = \tfrac{3}{8} m \gamma \sin(2Ev - gv + \int \theta dv);$$

ou bien

$$\delta s = \tfrac{3}{8} m \gamma \sin(2Ev - gv),$$

en écrivant seulement gv au lieu de $gv - \int \theta dv$, conformément à la convention déjà établie dans la page 306 du premier volume.

Ce premier terme de l'inégalité $2Ev - gv$ que nous proposons de nommer *l'Évection en latitude*, s'accorde avec celui qui a été trouvé par une autre méthode dans le n.° 81.

On doit remarquer que pour obtenir cette valeur de δs du second ordre il a fallu considérer des termes du troisième ordre dans l'équation différentielle, ce qui est une conséquence des principes généraux exposés dans le paragraphe précédent.

9. Pour avoir la valeur de δu exacte jusqu'aux quantités du second ordre inclusivement, il faut d'abord observer que pour cet objet on peut réduire l'équation (II)″ donnée dans la page 277 du premier volume à celle-ci

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1 - \tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta u = \mu^2 \left\{ R_5 - \frac{du_{,}}{dv} R_1 - 2q \cdot \int R_1 dv \right\}.$$

Ensuite on remarquera qu'il suffit de faire

$$R_5 = R^{V} = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_{,}^3};$$

$$-\frac{du_{,}}{dv} R_{,} = -\frac{du_{,}}{dv} R' = -\tfrac{3}{2} q \cdot \frac{du_{,}}{dv} \cdot \frac{(a'u')^3 \sin(2v - 2v')}{u_{,}^4};$$

$$-2q\int R_{,} dv = -2q \int R' dv = -2q \int \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \sin(2v - 2v')}{u_{,}^4} dv.$$

Mais nous avons $u_{,} = 1 + e \cos cv + \text{etc.}$ Donc, en écrivant l'équation

$$R_5 = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_{,}^4} \left\{ 1 + e \cos cv + \text{etc.} \right\},$$

on aura

$$R_5 = \left\{ \tfrac{3}{2} \cos 2Ev - 3e \cos(2Ev - cv) + \text{etc.} \right\} \left\{ 1 + e \cos cv + \text{etc.} \right\}$$

(Voyez page 336 du I volume), d'où l'on conclut

$$R_5 = \tfrac{3}{2} \cos 2Ev + \left(\tfrac{3}{4} - 3\right) e \cos(2Ev - cv).$$

En retenant seulement les quantités du premier ordre dans la valeur de $\frac{du_{,}}{dv}$, on a $-\frac{du_{,}}{dv} = e \sin cv$ (Voyez page 307 du I volume), et par conséquent

$$-\frac{du_{,}}{dv} R_{,} = \tfrac{3}{4} e \cos(2Ev - cv).$$

Enfin il est évident que l'on a

$$-2q\int R_{,}dv = q\left\{\frac{3\cdot\cos 2Ev}{2E} - \frac{6\,.\,e\cos(2Ev-cv)}{6E-c}\right\}.$$

Or nous avons

$$\frac{1}{2E} = \frac{1}{2-2m} = \frac{1}{2}(1+m+\text{etc.})\,;\quad \frac{1}{2E-c} = \frac{1}{1-2m+\text{etc.}} = 1+2m+\text{etc.}$$

et $q = 1 + e^2 + \gamma^2 + \text{etc.}$ (Voyez page 278 du I volume). Donc il suffit ici de faire

$$-2q\int R_{,}dv = \frac{3}{2}\cos 2Ev - 6\cdot e\cos(2Ev-cv).$$

Cela posé, si l'on réunit ces différens termes, on aura

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u = 3\cdot\mu^2\cos 2Ev - \frac{15}{2}\mu^2 e\cos(2Ev-cv)\,;$$

et en intégrant il viendra

$$\delta u = 3\cdot\frac{\mu^2\cos 2Ev}{4E^2-1+\frac{3}{2}\mu^2} - \frac{15}{2}\cdot\frac{\mu^2 e\cos(2Ev-cv)}{(2E-c)^2-1+\frac{3}{2}\mu^2}.$$

Donc, en se rappelant que $E = 1 - m$; $c = 1 - \frac{3}{4}\mu^2 + \text{etc.}$ et $\mu^2 = m^2 + \text{etc.}$, on obtiendra, en développant les diviseurs et retenant seulement les quantités du second ordre,

$$\delta u = m^2\cos 2Ev + \frac{15}{8}me\cos(2Ev-cv).$$

Cette valeur de δu ne suffit pas pour obtenir la totalité des termes du second ordre qui entrent dans δnt. Il faut, pour cela, chercher les termes du troisième ordre qui font partie de l'expression de δs et δu.

10. Reprenons en conséquence la considération de l'équation (I)$''$, et remarquons d'abord qu'elle peut être réduite à celle-ci

$$-\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} - \left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s = \mu^2(R_2+R_3)\gamma\sin gv - \mu^2 R_{,}\gamma\cos gv.$$

Manitenant, si l'on fait

$$R_{,} = \frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3\sin(2v-2v')}{u_{,}^4}\,;\qquad R_3 = \frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3\cos(2v-2v')}{u_{,}^3},$$

la formule de la page 336 du volume précédent donnera

$$R_{,} = \frac{3}{2}\sin 2Ev - \frac{3}{4}\varepsilon'\sin(2Ev+c'mv) + \frac{21}{4}\varepsilon'\sin(2Ev-c'mv),$$

$$R_3 = \frac{3}{2}\cos 2Ev - \frac{3}{4}\varepsilon'\cos(2Ev+c'mv) + \frac{21}{4}\varepsilon'\cos(2Ev-c'mv),$$

et par conséquent on aura

$$R_3 \sin gv - R_1 \cos gv =$$

$$-\tfrac{3}{2}\sin(2Ev-gv)+\tfrac{3}{4}\varepsilon'\sin(2Ev+c'mv-gv)-\tfrac{21}{4}\varepsilon'\sin(2Ev-c'mv-gv).$$

En prenant $R_2 = \frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{\prime}^4}$ et réduisant le développement de cette fonction à

$$R_2 = \tfrac{9}{2}\varepsilon'\cos c'mv + \tfrac{15}{2}e^2\cos 2cv$$

(Voyez page 351 du I volume), il viendra

$$R_2 \sin gv = \tfrac{9}{4}\varepsilon'\sin(gv+c'mv)+\tfrac{9}{4}\varepsilon'\sin(gv-c'mv)+\tfrac{15}{4}e^2\sin(gv-2cv).$$

Donc, en substituant ces termes dans le second membre de l'équation différentielle en δs et prenant ensuite l'intégrale, on obtiendra

$$\begin{aligned}\delta s = {} & \frac{9}{4}\cdot\frac{\mu^2\varepsilon'\gamma\sin(gv+c'mv)}{(g+c'm)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}+\frac{9}{4}\cdot\frac{\mu^2\varepsilon'\gamma\sin(gv-c'mv)}{(g-c'm)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}\\ & +\frac{15}{4}\cdot\frac{\mu^2e^2\gamma\sin(gv-2cv)}{(g-2c)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}-\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu^2\gamma\sin(2Ev-gv)}{(2E-g)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}\\ & +\frac{3}{4}\cdot\frac{\mu^2\varepsilon'\gamma\sin(2Ev+c'mv-gv)}{(2E+c'm-g)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}-\frac{21}{4}\cdot\frac{\mu^2\varepsilon'\gamma\sin(2Ev-c'mv-gv)}{(2E-c'm-g)^2-1-\frac{3}{2}\mu^2}.\end{aligned}$$

Faisant dans cette expression $c'=1$, $\mu^2=m^2$, $E=1-m$, $g=1+\frac{3}{4}m^2$, $c=1-\frac{3}{4}m^2$, et développant ensuite les dénominateurs, on aura, en rejetant les quantités d'un ordre supérieur au troisième,

$$\begin{array}{lll}\delta s = & \sin(gv+c'mv) & \varepsilon'\gamma\left(\tfrac{9}{8}m\right)\\ & \sin(gv-c'mv) & \varepsilon'\gamma\left(-\tfrac{9}{8}m\right)\\ & \sin(gv-2cv) & e^2\gamma\left(-\tfrac{5}{8}\right)\\ & \sin(2Ev-gv) & \gamma\left(\tfrac{3}{8}m+\tfrac{3}{32}m^2\right)\\ & \sin(2Ev+c'mv-gv) & \varepsilon'\gamma\left(-\tfrac{3}{8}m\right)\\ & \sin(2Ev-c'mv-gv) & \varepsilon'\gamma\left(\tfrac{7}{8}m\right).\end{array}$$

11. Cette valeur de δs ne suffit pas pour former le produit $3s_{\prime}\delta s$ qui entre dans l'équation (II)″. La fonction R_2 renferme le terme $-6\cdot e\cos cv$, lequel donne

$$R_2\gamma\sin gv = -3\cdot e\gamma\sin(gv-cv).$$

Donc, en considérant seulement ce terme, l'équation différentielle en δs donnera

$$\delta s = -3 \cdot \frac{\mu^2 e\gamma \cdot sin(gv - cv)}{(g-c)^2 - 1 - \frac{3}{2}\mu^2},$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au quatrième,

$$\delta s = 3 \cdot m^2 e\gamma \cdot sin(gv - cv).$$

Cela posé, si l'on réduit la fonction $-q\left(\frac{\text{a}}{\text{a}_{\prime}}\right)\delta T$ au seul terme $3s_{\prime}\delta s$, on trouvera

$$3s_{\prime}\delta s = -\frac{9}{16} m\gamma^2 cos\, 2Ev + \frac{9}{16} m\gamma^2 cos(2Ev - 2gv) - \frac{9}{2} m^2 e\gamma^2 cos(2gv - cv).$$

Ces trois termes sont les seuls qui peuvent être donnés par cette fonction, lorsqu'il est question d'avoir tous les termes du troisième ordre renfermés dans la valeur de δu.

12. Réduisons maintenant l'équation (II)'' à celle-ci

$$-\frac{d^2 \cdot \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$3s_{\prime}\delta s + \mu^2(R_4 + R_5) - \mu^2 \frac{du_{\prime}}{dv} R_{\prime} - 2\mu^2 \int R_{\prime} dv.$$

En faisant $R_4 = \frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_{\prime}}\right)^3$, $-\frac{du_{\prime}}{dv} = e \cdot sin\, cv$ et

$$R_{\prime} = \frac{3}{2} q \cdot \frac{(\alpha' u')^3 sin(2v - 2v')}{u_{\prime}^4} + \frac{3}{8} b^2 q \cdot \frac{(\alpha' u')^4 sin(v - v')}{u_{\prime}^5},$$

$$R_5 = (1 + e\, cos\, cv)\left\{\frac{3}{2} q \cdot \frac{(\alpha' u')^3 cos(2v - 2v')}{u_{\prime}^4} + \frac{9}{8} b^2 q \cdot \frac{(\alpha' u')^4 cos(v - v')}{u_{\prime}^5}\right\},$$

on trouvera, à l'aide des développemens donnés dans le septième paragraphe du chapitre précédent,

$$R_4 = \frac{3}{2}\varepsilon' cos\, c'mv - \frac{9}{4} e\varepsilon' cos(cv - c'mv) - \frac{9}{4} e\varepsilon' cos(cv + c'mv) - \frac{3}{4} e\gamma^2 cos(2gv - cv);$$

$$-\frac{du_{\prime}}{dv} R_{\prime} = \frac{3}{4} e\, cos(2Ev - cv) - \frac{3}{4} e\, cos(2Ev + cv)$$

$$-\frac{3}{8} e\varepsilon' cos(2Ev + c'mv - cv) + \frac{21}{8} e\varepsilon' cos(2Ev - c'mv - cv);$$

$$
\begin{aligned}
R_5 = \;& \tfrac{3}{2}\cos 2Ev - \tfrac{3}{4}\varepsilon' \cos(2Ev + c'mv) + \tfrac{21}{4}\varepsilon' \cos(2Ev - c'mv) \\
& - \tfrac{9}{4} e \cos(2Ev + cv) - \left(\tfrac{9}{4} + 3m\right) e \cos(2Ev - cv) \\
& + \tfrac{9}{8} e\varepsilon' \cos(2Ev + c'mv - cv) - \tfrac{63}{8} e\varepsilon' \cos(2Ev - c'mv - cv) \\
& + \tfrac{9}{8} b^2 \cos Ev + \tfrac{9}{8} b^2\varepsilon' \cos(Ev + c'mv)\,;
\end{aligned}
$$

et en développant les diviseurs qui entrent dans l'expression de l'intégrale $-2\int R_{,}dv$ on aura

$$
\begin{aligned}
-2\int R_{,}dv = \;& \tfrac{3}{2}(1 + m)\cos 2Ev - \tfrac{3}{4}\varepsilon'\cos(2Ev + c'mv) + \tfrac{21}{4}\varepsilon'\cos(2Ev - c'mv) \\
& - 2e\cos(2Ev + cv) - (6 + 18m)\, e\cos(2Ev - cv) \\
& - \frac{15}{4}\cdot\frac{e^2}{m}\cos(2Ev - 2cv) - \frac{3}{4}\cdot\frac{\gamma^2}{m}\cos(2Ev - 2gv) \\
& + 3\cdot e\varepsilon'\cos(2Ev + c'mv - cv) - 21\cdot e\varepsilon'\cos(2Ev - c'mv - cv) \\
& + \tfrac{3}{4} b^2\cos Ev + \tfrac{3}{4} b^2\varepsilon'\cos(Ev + c'mv)\,.
\end{aligned}
$$

En réunissant ces différentes parties et faisant $\mu^2 = m^2$, on obtiendra cette équation

$$
-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} - \left(1 - \tfrac{3}{2}m^2\right)\delta u =
$$

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2\right)$	$+ \cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\tfrac{21}{2}m^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\tfrac{3}{2}m^2\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\tfrac{15}{4}m^2\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\tfrac{21}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\tfrac{105}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left(3m^2 + \tfrac{3}{2}m^3 - \tfrac{9}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\tfrac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\tfrac{15}{2}m^2 - 21\,m^3\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\tfrac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-5m^2\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(\tfrac{15}{8}m^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\tfrac{15}{8}m^2\right).$

En développant les diviseurs qui naissent de l'intégration de cette équation, et négligeant les quantités d'un ordre supérieur au troisième, on trouvera le résultat suivant :

$$\delta u =$$

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$	$+\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left(m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{9}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m + \frac{273}{32}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}\right)$.

13. Intégrons maintenant l'équation (III) donnée dans la page 265 du premier volume, de manière que la valeur de δnt soit exacte dans les quantités du second ordre inclusivement. Pour cela il est aisé de voir qu'il suffit de réduire cette équation à celle-ci

$$\delta nt = \int(-1 + e\cos cv)\left(2\frac{\delta u}{u_{,}} - m^2\int R_{,}dv\right)dv.$$

La valeur précédente de $-2\int R_{,}dv$ donne

$$-m^2\int R_{,}dv = \tfrac{3}{4}m^2\cos 2Ev - \tfrac{15}{8}me^2\cos(2Ev - 2cv) - \tfrac{3}{8}m\gamma^2\cos(2Ev - 2gv);$$

et en multipliant l'expression de δu que l'on vient de trouver par $\frac{1}{u_{,}} = 1 - e\cos cv + \text{etc.}$ (Voyez page 308 du I volume), il suffira de retenir les termes suivans :

$$\frac{2\delta u}{u_{,}} = -3m^2\varepsilon'\cos c'mv + 2m^2\cos 2Ev + \tfrac{15}{4}me\cos(2Ev - cv)$$
$$+\tfrac{45}{8}me^2\cos(2Ev - 2cv) + \tfrac{3}{8}m\gamma^2\cos(2Ev - 2gv).$$

Nous faisons ici abstraction de l'argument $2gv - 2cv$, parce que le terme qui en résulterait serait nul, comme nous l'avons démontré dans le cinquième paragraphe du troisième chapitre.

Il suit de là que l'on a

$$\frac{d \cdot \delta nt}{dv} = (-1 + 2e \cos cv) \left\{ \begin{array}{l} -3m^2\varepsilon' \cos c'mv + \frac{11}{4} m^2 \cos 2Ev + \frac{15}{4} me \cos(2Ev - cv) \\ + \frac{15}{4} me^2 \cos(2Ev - 2cv) + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right) m\gamma^2 \cos(2Ev - 2gv) \end{array} \right\};$$

et en exécutant la multiplication indiquée on obtient

$$\frac{d \cdot \delta nt}{dv} = 3m^2\varepsilon' \cos c'mv + \frac{11}{4} m^2 \cos 2Ev - \frac{15}{4} me \cos(2Ev - cv)$$
$$+ \left(\frac{15}{4} - \frac{15}{4}\right) me^2 \cos(2Ev - 2cv) + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right) m\gamma^2 \cos(2Ev - 2gv).$$

Ce résultat démontre que les deux inégalités ayant pour argument $2Ev - 2cv$, $2Ev - 2gv$ sont nécessairement d'un ordre *supérieur au second.*

En intégrant l'expression précédente on obtient d'abord

$$\delta nt = 3m\varepsilon' \sin c'mv - \frac{11}{4} \cdot \frac{m^2 \sin 2Ev}{2E} - \frac{15}{4} \cdot \frac{me \sin(2Ev - cv)}{2E - c};$$

mais, en développant les diviseurs et retenant seulement les quantités du second ordre, on a

$$\delta nt = 3m\varepsilon' \sin c'mv - \frac{11}{8} m^2 \sin 2Ev - \frac{15}{4} me \sin(2Ev - cv).$$

Tel est le *premier* terme de chacun des coefficiens qui appartient aux trois inégalités principales de la Lune, connues respectivement sous le nom *d'équation annuelle, de variation et d'évection.*

14. Ces trois termes sont les seuls, *du second ordre*, qui peuvent se trouver dans l'expression de δnt. Mais, pour démontrer complétement cette propriété (assez importante du côté analytique), il est nécessaire, avant d'aller plus loin, d'écarter une objection que l'on pourrait élever sur ce point, en considérant les différens termes qui composent l'expression de δu trouvée plus haut. En effet parmi ces termes on y voit le terme $\frac{5}{4} \varepsilon' b^2 \cos(Ev + c'mv)$. Donc la fonction

$$(-1 + 2e \cos cv) 2 \frac{\delta u}{u_{\prime}} = (-1 + 2e \cos cv)(1 - e \cos cv) 2\delta u = 2\delta u(-1 + 3e \cos cv)$$

introduira dans la valeur de $\frac{d\cdot\delta nt}{dv}$ le terme $\frac{15}{4}e\varepsilon' b^2 \cos(Ev+c'mv-cv)$ du *quatrième* ordre, qui, par l'intégration, a la propriété de s'abaisser au *second* ordre. Mais il est essentiel d'observer que ce terme n'est pas le seul, et qu'il y en a d'autres du même ordre, affectés du même argument, qui le détruisent exactement. En effet le développement de la fonction

$$\frac{3}{8}b^2 q\,\frac{(a'u')^4 \sin(v-v')}{u_{{}_\prime}^5},$$

appartenante à la valeur de $R_{{}_\prime}$, renferme le terme $-\frac{15}{16}e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv)$ (Voyez page 344 du vol. I). Ainsi il est clair qu'en considérant seulement ce terme, l'on a

$$-m^2\!\int R_{{}_\prime}dv = -\frac{15}{16}\cdot\frac{m^2 e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv)}{E+c'm-c},$$

ou bien

$$-m^2\!\int R_{{}_\prime}dv = -\frac{5}{4}e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv),$$

en observant que $E+c'm-c = 1-m+c'm-1+\frac{3}{4}m^2+\text{etc.} = \frac{3}{4}m^2+\text{etc.}$ Maintenant, si l'on examine les différens termes du second membre de l'équation (II)'' (vol. I, page 277), on accordera sans peine que pour l'objet actuel il suffit de poser l'équation

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}m^2\right)du = -2m^2\!\int R_{{}_\prime}dv = -\frac{5}{2}e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv).$$

Donc, en intégrant et posant

$$\frac{1}{(E+c'm-c)^2-1+\frac{3}{2}m^2} = -1,$$

il viendra

$$\delta u = \frac{5}{2}e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv).$$

Il suit de là, et de ce qui vient d'être exposé plus haut, que l'équation

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv} = -2\delta u+6e\cos cv\cdot\delta u+m^2\!\int R_{{}_\prime}dv$$

donne

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv} = \left(-5+\frac{15}{14}+\frac{5}{4}\right)e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv),$$

ou bien

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv} = 0\cdot e\varepsilon' b^2\cos(Ev+c'mv-cv).$$

Ce *premier* terme de l'argument $Ev + c'mv - cv$ se réduit donc à zéro, ainsi que cela est arrivé à l'égard des argumens $2gv - 2cv$, $2Ev - 2cv$, $2Ev - 2gv$.

Il est donc certain que la perturbation de la longitude de la Lune ne peut pas renfermer plus de trois inégalités du second ordre.

15. En multipliant par m la valeur de δnt trouvée dans le n.° 13, on aura la valeur de la fonction $m\delta nt$ exacte dans les quantités du troisième inclusivement, ce qui est suffisant pour passer à l'approximation suivante.

Outre cela, l'on a besoin de l'expression de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ poussée jusqu'aux quantités du troisième ordre. Mais maintenant il est facile de se la procurer, en multipliant par la valeur de $\frac{1}{u_{\prime}}$, donnée dans la page 308 du volume précédent, la valeur de δu obtenue dans le n.° 12 de ce volume. En exécutant cette multiplication on trouvera

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$	$+ \cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left(m^2+\frac{19}{6}m^3-\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{15}{16}me^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}\right)$.

On possède maintenant tout ce qui est nécessaire pour trouver les quantités du *quatrième* ordre qui doivent faire partie des valeurs des trois fonctions δs, δu, $m\delta nt$: mais la difficulté de l'exécution est beaucoup plus grande que dans le cas précédent, et elle augmente avec une forte progression dans les approximations suivantes.

Un ordre méthodique et des procédés particuliers de calcul ont contribué à abréger les opérations et en assurer l'exactitude. Toutefois il faut convenir que la longueur de ces calculs n'est pas ce qu'ils ont de plus difficile, quoiqu'on soit tenté de le croire à la vue de l'étonnante multitude des termes qui composent un grand nombre des coefficiens numériques. Il y a un autre obstacle d'un ordre supérieur, qui force l'esprit à une tension presque continuelle, pour choisir *tous* les termes desquels dépend l'exacte détermination des coefficiens numériques qui affectent les puissances et les produits des constantes arbitraires. Et nous avons sans cesse reconnu la vérité de cette réflexion publiée dans le troisième volume de la Mécanique céleste, page 170, au sujet de la solution de ce problème. « On peut aisément imaginer » un grand nombre de moyens différens et nouveaux pour le mettre » en équation; mais la discussion de tous les termes, qui, très-petits » en eux-mêmes, acquièrent une valeur sensible par les intégrations » successives, est ce qu'il offre de plus difficile et de plus important » lorsqu'on se propose de rapprocher la théorie de l'observation; ce » qui doit être le but principal de l'analyse. »

16. Considérons maintenant les équations différentielles sous un autre point de vue, qui se rapporte principalement au mouvement du nœud et du périgée, et à l'équation séculaire.

Pour obtenir d'abord le coefficient du terme affecté de l'argument $gv - \int \theta dv$ jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement, nous ferons

$$\mu^2 R_2 = \tfrac{3}{2}\mu^2\,; \qquad R_2 + R_3 - \tfrac{3}{2} = \tfrac{3}{2}\cos 2Ev\,; \qquad R_{,} = \tfrac{3}{2}\sin 2Ev\,;$$

$$\delta s = \tfrac{3}{8} m\gamma \sin(2Ev - gv + \textstyle\int \theta dv)\,; \qquad \frac{d\cdot\delta s}{dv} = \tfrac{3}{8} m\gamma \cos(2Ev - gv + \textstyle\int\theta dv)\,.$$

D'après cela l'on aura

$$\mu^2\delta s\left(R_2 + R_3 - \tfrac{3}{2}\right) = -\tfrac{9}{32}\mu^2 m\gamma \sin(gv - \textstyle\int\theta dv)\,,$$

$$-\mu^2 \frac{d\cdot\delta s}{dv} R_{,} = -\tfrac{9}{32}\mu^2 m\gamma \sin(gv - \textstyle\int\theta dv)\,;$$

d'où l'on conclut

$$-\frac{d^2.\,\delta s}{dv^2} - \left(1 + \tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta s = \left(\tfrac{3}{2}\mu^2 - \tfrac{9}{16}\mu^2 m - P\right)\gamma \sin(gv - \textstyle\int\theta dv)\,.$$

Donc, en se rappelant que la quantité désignée par P (Voyez vol. I, n.° 209) doit être déterminée de manière que le coefficient de ce terme soit nul, on aura l'équation

$$P = \frac{3}{2}\mu^2 - \frac{9}{16}\mu^2 m.$$

Mais le raisonnement exposé dans les pages 278 et 279 du premier volume démontre que la quantité μ^2 diffère de m^2 par des termes du *sixième* ordre au-moins; ainsi, en faisant ici $\mu^2 = m^2$, on aura

$$P = \frac{3}{2}\mu^2 - \frac{9}{16}m^3.$$

Donc, en vertu de l'équation (Voyez vol. I, n.° 216)

$$gv - \int \theta dv = v - \int (1 - \sqrt{1 + P})dv,$$

il est évident que l'on a

$$g = \left(1 + \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3\right)^{\frac{1}{2}};$$

et en développant

$$g = 1 + \frac{3}{4}m^2 - \frac{9}{32}m^3.$$

Telle est l'expression analytique de g lorsqu'on néglige les quantités d'un ordre supérieur au troisième; ce qui est conforme au résultat obtenu par les formules de la variation des constantes arbitraires (Voyez vol. I, page 88).

17. Cherchons actuellement avec le même degré d'approximation la valeur de c, en considérant le coefficient de l'argument $cv - \int \varpi dv$ qui entre dans le second membre de l'équation (II)''. Pour cela il suffit de faire

$$\mu^2 R_4 = -\frac{3}{2}\mu^2 e \cos(cv - \int \varpi dv);$$

$$\mu^2 R_5 = \mu^2 \delta R^v = -\mu^2 \frac{9}{2} \cdot \frac{\delta u}{u_{\prime}} \cos 2Ev;$$

$$-\mu^2 R_{\prime} \frac{d \cdot \delta u}{dv} = -\frac{3}{2}\mu^2 \frac{d \cdot \delta u}{dv} \sin 2Ev;$$

$$-2\mu^2 \int R_{\prime} dv = -2\mu^2 \int \delta R' dv = 12\mu^2 \int \frac{\delta u}{u_{\prime}} \sin 2Ev\, dv;$$

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} = \frac{15}{8} me \cos(2Ev - cv + \int \varpi dv);$$

$$-\frac{d \cdot \delta u}{dv} = \frac{15}{8} me \sin(2Ev - cv + \int \varpi dv).$$

Alors on a

$$\mu^2 R_5 = -\frac{135}{32}\mu^2 me\cos(cv - \int \varpi dv)\;;$$

$$-\mu^2 R_1 \frac{d\cdot\delta u}{dv} = \frac{45}{32}\mu^2 me\cos(cv - \int\varpi dv)\;;$$

$$-2\mu^2\int R_1 dv = -\frac{45}{4}\mu^2 me\cos(cv - \int\varpi dv)\;;$$

et par conséquent

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u = -\left\{\frac{Q'q}{1+\gamma^2} + \frac{3}{2}\mu^2 + \frac{225}{16}\mu^2 m\right\} e\cos(cv - \int\varpi dv).$$

Mais la valeur de Q' doit être déterminée de manière que le coefficient de ce terme soit nul. Donc, en faisant $\mu^2 = m^2$ et se rappelant que $q = 1 + e^2 + \gamma^2 + \text{etc.}$, on aura l'équation

$$Q'(1 + e^2) = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3\;;$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au troisième,

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3.$$

Or on sait (Voyez n.° 216) que la quantité c doit être déterminée d'après l'équation

$$cv - \int\varpi dv = v - \int\left(1 - \sqrt{1 + Q'}\right)dv\;;$$

partant il est clair que l'on a

$$c = \left(1 - \frac{3}{2}m - \frac{225}{16}m^3\right)^{\frac{1}{2}};$$

et en développant

$$c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3.$$

18. Nous avons déjà trouvé dans le n.° 227 du volume I les premiers termes de la valeur de $\frac{a}{a_1}$. Maintenant nous pouvons obtenir l'expression de ce même rapport jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement.

Pour cela il est nécessaire de réunir les termes non périodiques qui entrent dans le second membre de l'équation (II)″, et d'égaler ensuite leur somme à zéro. Avec un peu de réflexion on comprendra que pour l'objet actuel on doit faire

$$q\left(1-\frac{a}{a_{\prime}}\right)\left(1-\frac{3}{4}\gamma^{2}\right) = \left(1-\frac{a}{a_{\prime}}\right)\left(1+e^{2}+\gamma^{2}\right)\left(1-\frac{3}{4}\gamma^{2}\right) = \left(1-\frac{a}{a_{\prime}}\right)\left(1+e^{2}+\frac{1}{4}\gamma^{2}\right);$$

$$\mu^{2}R_{4} = \mu^{2}R^{IV} = \mu^{2}\,\frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_{\prime}}\right)^{3} = m^{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{2}+\frac{3}{4}\varepsilon'^{2}+\frac{1}{8}\gamma^{2}\right);$$

$$\mu^{2}R_{5} = \mu^{2}\delta R^{V} = -\frac{9}{2}m^{2}\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cos 2Ev;$$

$$-\mu^{2}\frac{d\cdot\delta u}{dv}R_{\prime} = -\frac{3}{2}m^{2}\frac{d\cdot\delta u}{dv}\sin 2Ev;$$

$$-2\mu^{2}\left(\frac{d^{2}\cdot\delta u}{dv^{2}}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv = 2m^{2}\left(\frac{d^{2}\cdot\delta u}{dv^{2}}+\delta u\right)\frac{3}{4}\cos 2Ev;$$

$$-q\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)\delta T = \frac{3}{2}q\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)(\delta s)^{2} = \frac{3}{2}\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)(\delta s)^{2}.$$

Cela posé, si l'on fait

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} = m^{2}\cos 2Ev; \qquad -\frac{d\cdot\delta u}{dv} = 2m^{2}\sin 2Ev;$$

$$\frac{d^{2}\cdot\delta u}{dv^{2}}+\delta u = -3m^{2}\cos 2Ev; \qquad \delta s = \frac{3}{8}m\gamma\sin(2Ev-gv);$$

il viendra

$$\mu^{2}R_{5} = -\frac{9}{4}m^{4}; \qquad -\mu^{2}\frac{d\cdot\delta u}{dv}R_{\prime} = \frac{3}{2}m^{4};$$

$$-q\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)\delta T' = \frac{27}{256}\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)m^{2}\gamma^{2}; \qquad -2\mu^{2}\left(\frac{d^{2}\cdot\delta u}{dv^{2}}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv = -\frac{9}{4}m^{4}.$$

Il suit de là qu'en égalant à zéro la totalité de ces termes on a

$$0 = \left(1-\frac{a}{a_{\prime}}\right)\left(1+e^{2}+\frac{1}{4}\gamma^{2}\right)+m^{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{2}+\frac{3}{4}\varepsilon'^{2}+\frac{1}{8}\gamma^{2}\right)$$
$$+\left(-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}\right)m^{4}+\frac{27}{256}\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right)m^{2}\gamma^{2};$$

partant nous avons

$$\frac{a}{a_{\prime}} = \frac{1+e^{2}+\frac{1}{4}\gamma^{2}+m^{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{2}+\frac{3}{4}\varepsilon'^{2}+\frac{1}{8}\gamma^{2}\right)-3m^{4}}{1+e^{2}+\frac{1}{4}\gamma^{2}-\frac{27}{256}m^{2}\gamma^{2}}.$$

Donc, en développant cette fraction et négligeant les quantités d'un ordre supérieur au quatrième, on aura

$$\frac{a}{a_{\prime}} = 1+\frac{1}{2}m^{2}-3m^{4}+\frac{27}{256}m^{2}\gamma^{2}+\frac{3}{4}m^{2}\varepsilon'^{2}.$$

19. Il a été démontré dans le n.° 226, vol. I que la quantité désignée par Π est du quatrième ordre. Il est facile maintenant de calculer les termes de cet ordre qui sont renfermés dans cette fonction des constantes arbitraires.

D'après la définition de Π donnée dans le n.° 215 on aura sa valeur en cherchant les termes non périodiques qui font partie de la fonction $B - A - AB$. Pour cela il suffit ici de prendre

$$-A = 3\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 = 3m^4(\cos 2Ev)^2 + 3\left(\tfrac{15}{8}\right)^2 m^2e^2\{\cos(2Ev - cv)\}^2$$
$$= \tfrac{3}{2}m^4 + \tfrac{675}{128}m^2e^2;$$

$$B = \tfrac{3}{2}m^4\left(\int R_{\prime}dv\right)^2 = \tfrac{3}{2}\cdot\tfrac{9}{16}m^4(\cos 2Ev)^2 = \tfrac{27}{64}m^4;$$

$$-AB = -2\frac{\delta u}{u_{\prime}}m^2\int R_{\prime}dv = 2m^4\tfrac{3}{4}(\cos 2Ev)^2 = \tfrac{3}{4}m^4.$$

En réunissant ces parties, il est clair que l'on a

$$\Pi = \left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{4} + \tfrac{27}{64}\right)m^4 + \tfrac{675}{128}m^2e^2,$$

ou bien

$$\Pi = \tfrac{171}{64}m^4 + \tfrac{675}{128}m^2e^2.$$

La valeur précédente de $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}$ donne

$$\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)^2 = 1 + m^2 - \tfrac{23}{4}m^4 + \tfrac{27}{128}m^2\gamma^2 + \tfrac{3}{2}m^2\varepsilon'^2;$$

et en multipliant cette valeur par $1 + \Pi$, on a

$$(1 + \Pi)\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)^2 = 1 + m^2 - \tfrac{197}{64}m^4 + \tfrac{27}{128}m^2\gamma^2 + \tfrac{3}{2}m^2\varepsilon'^2.$$

Donc, en faisant, comme dans le n.° 215 du volume I,

$$\int dv\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)^2(1 + \Pi)\sqrt{\left(\frac{\mathrm{a}_{\prime}^3}{\sigma}\right)} = \frac{v}{n} + \frac{1}{n}\int\zeta dv,$$

il est clair que l'on a

$$\frac{1}{n} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{a}_{\prime}^3}{\sigma}\right)}\left(1 + m^2 - \tfrac{197}{64}m^4 + \tfrac{27}{128}m^2\gamma^2 + \tfrac{3}{2}m^2E'^2\right);$$

$$\frac{1}{n}\int\zeta dv = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{a}_{\prime}^3}{\sigma}\right)}\,\frac{3}{2}\,m^2\int dv(\varepsilon'^2 - E'^2);$$

où E' désigne l'excentricité de l'orbite du Soleil à une époque déterminée.

La première de ces deux équations donne

$$n = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{a_{\prime}^{3}}\right)} \left\{ 1 - m^2 + \frac{261}{64} m^4 - \frac{27}{128} m^2\gamma^2 - \frac{3}{2} m^2 E'^2 \right\};$$

ainsi l'on a

$$\int \zeta dv = (1 - m^2 + \text{etc.}) \frac{3}{2} m^2 \int dv (\varepsilon'^2 - E'^2).$$

Tel est le terme pincipal de l'équation séculaire de la Lune qui entre dans l'équation

$$nt = v + \int \zeta dv + \text{etc.}$$

Nous avions déjà donné ce terme dans le n.° 228; mais il n'est pas inutile d'en avoir reproduit ici l'analyse avec un plus ample détail.

§ 3.

Expression de la perturbation de la latitude (c'-est-à-dire de la variable δs*) exacte jusqu'aux quantités du* quatrième *ordre inclusivement.*

20. Il s'agit ici de développer, à l'aide des résultats précédens, les différentes fonctions contenues dans le second membre de l'équation (I)″ (Voyez page 276 du volume I), de manière qu'aucun terme du quatrième ordre ne soit omis dans l'expression de δs qui en résulte après l'intégration. Nous exécuterons ce calcul conformément aux règles générales données dans le premier paragraphe de ce chapitre, et nous l'exposerons avec un grand détail. Au premier coup d'œil on croira, peut-être, qu'il eût été plus convenable de supprimer plusieurs de ces calculs intermédiaires; mais ceux qui réflechiront profondément sur la théorie de la Lune, penseront, au contraire, qu'il est nécessaire de les publier pour garantir l'exactitude mathématique des coefficiens numériques absolus.

21. En examinant l'expression de R_2 on reconnaîtra qu'il suffit ici de prendre

$$R_2 = \frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4} - 6q \frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4} \cdot \frac{\delta u}{u_{\prime}},$$

et d'y faire

$$6q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1} = 6m^2\cos 2Ev.$$

Cela posé, si l'on jette un coup d'œil sur le développement de la fonction $\frac{3}{2}q\frac{(a'u'^3)}{u_1^4}$ (vol. I, page 351), on en conclura que, pour l'objet actuel, on peut borner la valeur de R_2 aux termes suivans:

$$R_2 =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 0v & \left(\frac{3}{2} + 3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2\right) & + \cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{2}\right) \\
\cos cv & e(-6) & \cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{2}\right) & \cos 2Ev & 1(-6m^2). \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}\right) & &
\end{array}$$

Donc, en multipliant cette fonction par $\gamma\sin gv$ et observant que dans ce paragraphe nous retiendrons toujours le produit de μ^2 par les quantités du troisième ordre qui affectent l'argument gv, on aura

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad R_2\cdot\gamma\sin gv =$$

$$\begin{array}{llll}
\sin gv & \gamma\left(\frac{3}{2} + 3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}\gamma^2\right) & & \\
\sin gv + cv & e\gamma(-3) & + \sin gv - c'mv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4}\right) \\
\sin gv - cv & e\gamma(-3) & \sin gv + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{8}\right) \\
\sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(\frac{15}{4}\right) & \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{8}\right) \\
\sin gv + c'mv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4}\right) & \sin 2Ev - gv & \gamma(3m^2).
\end{array}$$

Maintenant, si l'on réduit la valeur de δs trouvée dans le n.° 10 à

$$\delta s = \frac{3}{8}m\gamma\sin(2Ev - gv) - \frac{3}{8}m\varepsilon'\gamma\sin(2Ev + c'mv - gv),$$

et celle de $R_2 - \frac{3}{2}$ à

$$R_2 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}\varepsilon'\cos c'mv + \frac{27}{4}\varepsilon'^2\cos 2c'mv,$$

on verra que l'on a

$$(2) \ldots\ldots \left(R_2 - \tfrac{3}{2}\right)\delta s = \begin{array}{lll} \sin 2Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right) \\ \sin 2Ev - c'mv - gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{64}m\right); \end{array}$$

où $\frac{27}{64} = \frac{81}{64} - \frac{27}{32}$.

22. Cherchons actuellement les termes qui dépendent des deux fonctions R_3, R_1. D'abord on comprendra qu'il suffit à notre objet de prendre

$$R_3 = \frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_i^4} \left\{ 1 - 4 \frac{\delta u}{u_i} \right\},$$

$$R_1 = \frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3 \sin(2v - 2v')}{u_i^4} \left\{ 1 - 4 \frac{\delta u}{u_i} \right\},$$

et que le développement donné dans les pages 336 et 337 du premier volume peut être réduit à ces termes :

$$\frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3}{u_i^4} \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} (2v - 2v') =$$

$$\begin{array}{llll} \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix}\, 2Ev & 1\left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right) & + \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix}\, 2Ev - cv & e(-3) \\ 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right) & 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right) \\ 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right) & 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{15}{4}\right) \\ 2Ev + cv & e(-3) & 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right). \end{array}$$

Pour avoir le produit de cette fonction par $-4\frac{\delta u}{u_i}$, on peut réduire la valeur de cette dernière fonction, donnée dans le n.° 15, à ces termes

$$-4\frac{\delta u}{u_i} =$$

$$2\cos 2Ev(-2m^2) + 2\cos 2Ev - cv\, e\left(-\frac{15}{4}m\right) + 2\cos 2Ev - 2cv\, e^2\left(-\frac{45}{8}m\right).$$

Cela posé, voici les *produits partiels* donnés par la multiplication de ces deux fonctions :

Multiplicateur			Produit
$2\cos 2Ev$	$(-2m^2)$	$\ldots \left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.$ $0v$	$(-3m^2)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m\right)$	$\ldots \left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.$ cv	$e\left(-\frac{45}{8}m\right)$
		$2cv$	$e^2\left(\frac{45}{4}m\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{8}m\right)$	$\ldots \left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.$ $2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{16}m\right)$;

partant nous avons

$$-4\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{3}{2}q\frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v') = \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\begin{array}{ll} 0v & (-3m^2) \\ cv & e\left(-\frac{45}{8}m\right) \\ 2cv & e^2\left(\frac{45}{16}m\right). \end{array}$$

Il suit de là que l'on a les deux résultats suivans :

$R_3 =$		$R_1 =$	
$\cos 0v$	$(-3m^2)$		
$\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m\right)$	$\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$	$\sin 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left(\frac{3}{2}+3e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$	$\sin 2Ev$	$1\left(\frac{3}{2}+3e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right)$	$\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e(-3)$	$\sin 2Ev + cv$	$e(-3)$
$\cos 2Ev - cv$	$e(-3)$	$\sin 2Ev - cv$	$e(-3)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)$	$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$	$\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$.

En multipliant R_3 par $\gamma \sin gv$ et R_1 par

$$-\frac{ds_1}{dv} = -g\gamma \cos gv = -\left(1 + \frac{3}{4}m^2\right)\gamma \cos gv,$$

on aura

(3) . . . . $R_3 \cdot \gamma \sin gv =$		(4) . . . . $-R_1 \cdot \frac{ds_1}{dv} =$	
$\sin gv$	$\gamma\left(-3m^2\right)$		
$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m\right)$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$	$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{8}\varepsilon'^2 - \frac{9}{16}m^2\right)$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}\right)$	$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\sin 2Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{8}\right)$	$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{8}\right)$	$\sin 2Ev - c'mv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{21}{8}\right)$
$\sin 2Ev + cv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\sin 2Ev + cv + gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$
$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$	$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$
$\sin 2Ev - cv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\sin 2Ev - cv + gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$	$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}\right)$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{8}\right)$	$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}\right)$	$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{51}{8}\right)$	$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\gamma^3\left(-\frac{51}{8}\right)$.

23. Avant de former les produits $R_3\,\delta s$, $-R_1\frac{d\cdot\delta s}{dv}$, il est nécessaire de remarquer que les deux argumens $gv - 2cv$, $2Ev + 2c'mv - gv$

exigent la connaissance *préalable* des deux termes du *quatrième* ordre affectés des argumens $2Ev - 2cv + gv$, $gv - 2c'mv$, qui font partie de l'expression de δs.

A cet effet il faut d'abord observer qu'en faisant

$$R_3 = \tfrac{3}{2} \cos 2Ev\,; \qquad \delta s = -\tfrac{5}{8} e^2\gamma \sin(gv - 2cv)\,,$$

$$R_1 = \tfrac{3}{2} \sin 2Ev\,; \qquad -\frac{d\cdot\delta s}{dv} = -\tfrac{5}{8} e^2\gamma \cos(gv - 2cv)\,,$$

on a

$$R_3\,\delta s = -\tfrac{15}{32} e^2\gamma \sin(2Ev - 2cv + gv)\,,$$

$$-R_1 \frac{d\cdot\delta s}{dv} = -\tfrac{15}{32} e^2\gamma \sin(2Ev - 2cv + gv).$$

Donc, en ajoutant ces deux termes aux correspondans qui se trouvent dans le second membre des équations (3) et (4), et prenant dans le second membre de l'équation (1) le seul terme affecté de l'argument $gv - 2c'mv$, on aura

$$-\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} - \left(1 + \tfrac{3}{2}m^2\right)\delta s = \tfrac{27}{8} m^2 \varepsilon'^2\gamma \sin(gv - 2c'mv) - \tfrac{15}{16} m^2 e^2\gamma \sin(2Ev - 2cv + gv)\,;$$

d'où l'on tire en intégrant

$$\delta s = \frac{27}{8}\cdot\frac{m^2\varepsilon'^2\gamma \sin(gv - 2c'mv)}{(g - 2m)^2 - 1 - \frac{3}{2}m^2} - \frac{15}{16}\cdot\frac{m^2 e^2\gamma \sin(2Ev - 2cv + gv)}{(2E - 2c + g)^2 - 1 - \frac{3}{2}m^2}\,.$$

Mais

$$(g - 2m)^2 = (1 - 2m + \text{etc.})^2 = 1 - 4m + \text{etc.}\,,$$

$$(2E - 2c + g)^2 = (1 - 2m + \text{etc.})^2 = 1 - 4m + \text{etc.}$$

Donc, en développant les diviseurs et retenant seulement les quantités du quatrième ordre nous aurons

$$\delta s = -\tfrac{27}{32} m\,\varepsilon'^2\gamma \sin(gv - 2c'mv) + \tfrac{15}{64} m\,e^2\gamma \sin(2Ev - 2cv + gv)\,.$$

24. En ajoutant ces deux termes à la valeur de δs trouvée dans le n.° 10, on obtient

$\delta s =$		$-\frac{d.\delta s}{dv} =$	
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)$	$\cos gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)$	$\cos gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)$	$\cos gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$	$\cos gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2\right)$	$\cos 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{8}m + \frac{21}{32}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{7}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{64}m\right)$	$\cos 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$.

Voici maintenant les produits partiels qui composent les deux fonctions $R_3\delta s$, $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$:

Produits partiels de $R_3\delta s$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}\right)$
		$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$
		$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
		$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{128}m\right)$
		$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m - \frac{9}{128}m^2\right)$
		$\sin 4Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{9}{32}m\right)$
		$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m\right)$
		$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{32}m\right)$
		$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{256}m\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{64}m\right)$
		$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$	$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{64}m\right)$

Produits partiels de $R_3 \delta s$

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	....	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	....	$\sin gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$2\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{8}\right)$	....	$\sin gv-2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)$.

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$

Multiplicateur			Produit	
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	....	$\sin 2Ev-2cv+gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}\right)$
			$\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$
			$\sin 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
			$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{128}m\right)$
			$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2\right)$
			$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m\right)$
			$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m\right)$
			$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{82}m\right)$
			$\sin gv-2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{256}m\right)$
$2\sin 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	....	$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{64}m\right)$
			$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m\right)$
$2\sin 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$	....	$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{64}m\right)$
$2\sin 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	....	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	....	$\sin gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$2\sin 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{8}\right)$	....	$\sin gv-2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)$.

En ajoutant ces différentes parties on aura

(5) .... $R_3\delta s =$		(6) .... $-R_1\frac{d.\delta s}{dv} =$	
$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m-\frac{9}{128}m^2\right)$	$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2\right)$
$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$\sin gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$	$\sin gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m\right)$
$\sin gv-2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{135}{256}m\right)$	$\sin gv-2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{135}{256}m\right)$
$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{33}{64}m\right)$	$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{33}{64}m\right)$
$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)$	$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)$
$\sin 2Ev-2cv+gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}m\right)$	$\sin 2Ev-2cv+gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}m\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$	$\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\sin.2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$	$\sin 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\right)$	$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{128}m\right)$
$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{9}{32}m\right)$	$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{32}m\right)$.

25. Pour obtenir la valeur de la fonction $2P\int R_1 dv$ il suffit de faire $P=\frac{3}{2}m^2$ (Voyez n.° 16), et $\int R_1 dv=-\frac{3}{4}\cos 2Ev$: de sorte que nous avons

$$(7) \;\ldots\; \gamma\sin gv.2P\int R_1 dv=\frac{9}{8}m^2\gamma\sin(2Ev-gv).$$

Enfin, si l'on fait

$$\int R_1 dv=-\frac{3}{4}\cos 2Ev+\frac{15}{8}\cdot\frac{e^2}{m}\cos(2Ev-2cv),$$

$$\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s=\frac{3}{2}m^2\gamma\sin(2Ev-gv),$$

on aura

$$(8) \;\ldots\; -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1 dv = \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$$
$$+\sin gv-2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{16}m\right).$$

Maintenant, si l'on fait la somme des résultats fournis par les équations (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), on obtiendra l'équation suivante :

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\begin{array}{lll}
\sin gv & \gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{2}-\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{32}\right)m+\left(-3-\frac{9}{128}+\frac{63}{128}-\frac{9}{8}\right)m^2+3e^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2-\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{P}{\mu^2}\right\} \\
\sin gv+cv & e\gamma\mu^2 & \left\{-3+\left(-\frac{45}{16}+\frac{45}{16}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}\right)m\right\} \\
\sin gv-cv & e\gamma\mu^2 & \left\{-3+\left(-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}\right)m\right\} \\
\sin gv-2cv & e^2\gamma\mu^2 & \left\{\frac{15}{4}+\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}-\frac{135}{256}-\frac{135}{256}+\frac{45}{16}\right)m\right\} \\
\sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{\frac{9}{4}-\left(\frac{33}{64}+\frac{33}{64}\right)m\right\} \\
\sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{\frac{9}{4}-\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{64}\right)m\right\} \\
\sin gv+2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\mu^2 & \left\{\frac{27}{8}\right\} \\
\sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\mu^2 & \left\{\frac{27}{8}\right\} \\
\sin 2Ev-gv & \gamma\mu^2 & \left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}+\left(3-\frac{9}{16}+\frac{9}{8}\right)m^2-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)e^2+\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)\gamma^2+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}\right)\varepsilon'^2\right\} \\
\sin 2Ev+gv & \gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\right\} \\
\sin 2Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{32}+\frac{27}{32}\right)m\right\} \\
\sin 2Ev+c'mv+gv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right\} \\
\sin 2Ev-c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{-\frac{21}{8}-\frac{21}{8}+\left(\frac{27}{32}-\frac{27}{32}-\frac{27}{32}\right)m\right\} \\
\sin 2Ev-c'mv+gv & \varepsilon'\gamma\mu^2 & \left\{\frac{21}{8}-\frac{21}{8}\right\} \\
\sin 2Ev+cv+gv & e\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right\} \\
\sin 2Ev+cv-gv & e\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right\} \\
\sin 2Ev-cv+gv & e\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right\} \\
\sin 2Ev-cv-gv & e\gamma\mu^2 & \left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right\} \\
\sin 2Ev-2cv+gv & e^2\gamma\mu^2 & \left\{\frac{15}{8}-\frac{15}{8}-\frac{15}{32}-\frac{15}{32}\right\} \\
\sin 2Ev-2cv-gv & e^2\gamma\mu^2 & \left\{-\frac{15}{8}-\frac{15}{8}\right\} \\
\sin 2Ev-3gv & \gamma^3\mu^2 & \left\{-\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right\} \\
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\mu^2 & \left\{\left(\frac{27}{64}+\frac{27}{128}+\frac{27}{128}\right)m\right\} \\
\sin 2Ev-2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\mu^2 & \left\{-\frac{51}{8}-\frac{51}{8}\right\} \\
\sin 4Ev-gv & \gamma\mu^2 & \left\{\left(\frac{9}{32}-\frac{9}{32}\right)m\right\}.
\end{array}$$

Donc, en faisant $\mu^2 = m^2$, il viendra

$$(A) \ldots\ldots \quad -\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}m^2\right)\delta s =$$

$\sin gv$	$\gamma\left\{\frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \frac{237}{64}m^4 + 3m^2e^2 - \frac{3}{4}m^2\gamma^2 + \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2 - P\right\}$
$\sin gv + cv$	$e\gamma\left\{-3m^2 + \frac{9}{8}m^3\right\}$
$\sin gv - cv$	$e\gamma\left\{-3m^2 - \frac{9}{2}m^3\right\}$
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left\{\frac{15}{4}m^2 + \frac{585}{128}m^3\right\}$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{32}m^3\right\}$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{9}{4}m^2 - \frac{45}{32}m^3\right\}$
$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{8}m^2\right\}$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{8}m^2\right\}$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{-\frac{3}{2}m^2 + \frac{57}{16}m^4 - 3m^2e^2 + \frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{3}{4}m^2 + \frac{81}{32}m^3\right\}$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left\{-\frac{21}{4}m^2 - \frac{27}{32}m^3\right\}$
$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left\{3m^2\right\}$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left\{3m^2\right\}$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left\{-\frac{15}{16}m^2\right\}$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left\{-\frac{15}{4}m^2\right\}$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left\{-\frac{3}{4}m^2\right\}$
$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left\{-\frac{51}{4}m^2\right\}$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{32}m^3\right\}$.

26. Avant d'intégrer cette équation, nous ferons disparaître le terme affecté de l'argument gv en posant

$$P = \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \frac{237}{64}m^4 + 3m^2e^2 - \frac{3}{4}m^2\gamma^2 + \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2;$$

ce qui est conforme au principe par lequel on doit déterminer la quantité désignée par P (Voyez n.° 209 du I volume).

Il suit de là et de l'équation

$$gv - \int \theta dv = v - \int (1 - \sqrt{1 + P}) dv$$

qu'en développant le radical $\sqrt{1+P}$ on a

$$gv - \int \theta dv = v + \int \left(\tfrac{1}{2} P - \tfrac{1}{8} P^2\right) dv.$$

Donc, en faisant $P^2 = \frac{9}{4} m^4$, et écrivant $E'^2 + (\varepsilon'^2 - E'^2)$ au lieu de ε'^2, il viendra

$$g = 1 + \tfrac{3}{4} m^2 - \tfrac{9}{32} m^3 - \tfrac{273}{128} m^4 + \tfrac{3}{2} m^2 e^2 - \tfrac{3}{8} m^2 \gamma^2 + \tfrac{9}{8} m^2 E'^2,$$

$$\int \theta dv = \tfrac{9}{8} m^2 \int (E'^2 - \varepsilon'^2) dv.$$

On obtient ainsi l'expression du mouvement progressif du nœud de la Lune (c'est-à-dire la valeur de $(1 - g)v$) exacte jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement; et outre cela le *premier* terme de l'équation séculaire du même nœud dépendante de la variation séculaire du carré de l'excentricité ε' de l'orbite du Soleil.

27. Actuellement la question est réduite à prendre l'intégrale de l'équation (A). Comme nous développons, d'après notre système, les diviseurs qui naissent de l'intégration, il est clair que l'on obtient l'intégrale en multipliant chacun des coefficiens de l'équation différentielle par le développement d'une fraction de la forme

$$\frac{1}{k^2 - 1 - \frac{3}{2} m^2};$$

k désignant le coefficient correspondant de v dans l'argument.

Pour former ces facteurs, il importe d'observer que les valeurs de g et c trouvées dans les n.os 16 et 17 donnent

$$\frac{1}{(g - 2c)^2 - 1 - \frac{3}{2} m^2} = \frac{1}{(-1 + \frac{9}{4} m^2 + \frac{441}{32} m^3 + \text{etc.})^2 - 1 - \frac{3}{2} m^2}$$

$$= \frac{1}{-6m^2 - \frac{441}{16} m^3 + \text{etc.}}$$

$$= -\frac{1}{6m^2}\left(1 - \frac{147}{32} m + \text{etc.}\right);$$

$$\frac{1}{(2E-g)^2-1-\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{(1-2m-\frac{3}{4}m^2+\frac{9}{32}m^3+\text{etc.})^2-1-\frac{3}{2}m^2}$$

$$=\frac{1}{-4m+m^2+\frac{57}{16}m^3+\text{etc.}}$$

$$=-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{1}{4}m+\frac{61}{64}m^2+\text{etc.}\right).$$

A l'égard des autres argumens il suffit ici de faire $g=1+\frac{3}{4}m^2$, $c=1-\frac{3}{4}m^2$. Maintenant on comprendra sans difficulté la formation de cette petite table:

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv+cv$	$\frac{1}{3}$
$gv-cv$	-1
$gv-2cv$	$-\frac{1}{6m^2}\left(1-\frac{147}{32}m\right)$
$gv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{m}{2}\right)$
$gv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{m}{2}\right)$
$gv+2c'mv$	$\frac{1}{4m}$
$gv-2c'mv$	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev-gv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{1}{4}m+\frac{61}{64}m^2\right)$
$2Ev+c'mv-gv$	$-\frac{1}{2m}(1-m)$
$2Ev-c'mv-gv$	$-\frac{1}{6m}(1+m)$
$2Ev+cv-gv$	$\frac{1}{3}$
$2Ev-cv-gv$	-1
$2Ev-2cv+gv$	$-\frac{1}{4m}$

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev - 2cv - gv$	$\frac{1}{4m}$
$2Ev - 3gv$	$\frac{1}{4m}$
$2Ev - 2c'mv - gv$	$-\frac{1}{8m}$
$2Ev + 2c'mv - gv$	$-\frac{1}{3m^2}$.

Cela posé, on trouvera que l'équation (A) donne

(A') . . . . $\delta s =$

$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-m^2 + \frac{3}{8}m^3\right)$
$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(3m^2 + \frac{9}{2}m^3\right)$
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m - \frac{69}{64}m^2\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m + \frac{9}{64}m^2\right)$
$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 + \frac{3}{4}me^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m - \frac{57}{64}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m + \frac{65}{64}m^2\right)$
$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left(m^2\right)$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(-3m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{51}{32}m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{32}m\right)$.

Telle est la véritable expression de la variable δs lorsqu'on borne l'approximation aux quantités du quatrième ordre. Nous y avons conservé les deux termes du cinquième ordre qui font partie des coefficiens des deux argumens $gv+cv$, $gv-cv$, à cause qu'ils sont immédiatement nécessaires à la formation du produit $3\delta s.\gamma \sin gv$ qui doit être employé dans le paragraphe suivant.

28. Pour avoir des idées nettes sur les différens points de la théorie de la Lune, il est utile de remarquer que les deux argumens $2Ev+gv$, $2Ev+gv-cv$ ne se trouvent *pas* dans cette valeur de δs. Le premier terme du coefficient de chacun de ces deux argumens se réduit à zéro, comme on le voit par l'équation différentielle qui précéde celle désignée par (A) dans le n.° 25: et à l'égard de l'argument $2Ev+gv$, il est tel, par sa nature, que l'on passe immédiatement des quantités du troisième ordre à celles du cinquième dans l'expression de son coefficient. D'après cela on conçoit pourquoi ces deux inégalités de la latitude sont nécessairement d'un ordre *supérieur* au quatrième. Nous finirons ce paragraphe en faisant observer que l'on parvient à la valeur de δs, exacte dans les quantités du quatrième ordre, sans connaître *aucun* terme de la valeur de δnt, et sans avoir recours à *aucun* terme de la valeur de δu du troisième ordre.

§ 4.

Expression de δu exacte jusqu'aux quantités du quatrième *ordre inclusivement et renfermant en outre quelques termes particuliers du cinquième ordre.*

29. Nous supposons que l'on a sous les yeux l'équation (II)″ donnée dans la page 277 du I.er volume, et que l'on entreprend de développer les différentes fonctions qui composent le second membre de cette équation, de manière que l'expression de δu qui en résulte, après les intégrations, soit exacte dans les quantités du quatrième ordre.

Outre cela, pour remplir le double but de développer ultérieurement les valeurs de $\frac{a}{a_1}$ et c, et de préparer en même tems les fonctions propres à fournir tous les termes du troisième ordre de δnt (et même la plus grande partie de ceux du quatrième ordre), nous pousserons l'approximation jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement pour chacun des coefficiens qui multiplient

$$\cos ov,\ \cos cv,\ \cos 2gv-2cv,\ \cos 2gv-2c'mv,\ \cos 2Ev-2cv,\ \cos 2Ev-2gv,$$
$$\cos 2Ev+2gv-2cv,\quad \cos 2Ev-2gv+2cv,\quad \cos 2Ev+c'mv-2cv,$$
$$\cos 2Ev-c'mv-2cv,\quad \cos 2Ev+c'mv-2gv,\quad \cos 2Ev-c'mv-2gv,$$
$$\cos 2Ev-2c'mv-2cv,\ \cos 2Ev+2c'mv-2cv,\ \cos 2Ev-2c'mv-2gv,$$
$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv,\ \cos Ev-cv,\ \cos Ev-c'mv-cv,\ \cos Ev+c'mv-cv.$$

L'objet principal de ce paragraphe étant ainsi clairement défini, nous allons exposer, dans l'ordre qui nous a paru le plus convenable, la suite des calculs qui conduisent au résultat cherché.

30. Avant tout remarquons qu'en remplaçant q par sa valeur (Voyez page 278 du I.er volume), on a

$$-\frac{Q'q}{1+\gamma^2}e\cos cv=-\frac{Q'(1+e^2+\gamma^2+e^4+\frac{1}{2}e^2\gamma^2)}{1+\gamma^2}e\cos cv.$$

Donc, en développant la fraction, il viendra

$$(1)\ \ldots\ldots\ -\frac{Q'q}{1+\gamma^2}e\cos cv=-Q'\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)e\cos cv.$$

On obtient de la même manière.

$$(2)\ \ldots\ldots\ q\left(1-\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2\right)\cos ov=\left(1-\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2\right)\cos ov.$$

Ensuite, en se rappelant que l'on a trouvé (n.os 18 et 26)

$$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}=1+\frac{1}{2}m^2+\text{etc.}\ ;\ P=\frac{3}{2}m^2+\text{etc.},$$

on aura

$$(3)\ \ldots\ldots\ q\left\{\frac{3}{4}\left(1-\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)+P\right\}\gamma^2\cos 2gv=\frac{9}{8}m^2\gamma^2\cos 2gv.$$

31. Développons maintenant les termes donnés par la fonction $-q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)\delta T$. A cet effet il est d'abord nécessaire de former la valeur de $2s_{\prime}\,\delta s + (\delta s)^2$. Or il est aisé de trouver les termes suivans à l'aide de l'expression de δs déjà connue (Voyez n.° 27):

$$2s_{\prime}\,\delta s = 2\cdot\gamma \sin gv\cdot\delta s =$$

$\cos cv$	$e(-m^2\gamma\gamma)$	$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{57}{64}m^2\right)$
$\cos cv$	$e(\;3m^2\gamma\gamma)$	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{7}{8}m + \frac{65}{64}m^2\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-3m^2 - \frac{9}{2}m^3\right)$	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{7}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\;\frac{5}{8} - \frac{135}{64}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\;\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2(\;m^2\;)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev - cv$	$e(\;3m^2\gamma^2)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\;\frac{9}{8}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2(-3m^2)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\;\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{27}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\;\frac{15}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left(-\frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{3}{32}m^2\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\;\frac{3}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\begin{cases}\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3\right.\\ \left.+\frac{3}{4}m e^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\right)\end{cases}$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$ $\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$ $\varepsilon'^2\gamma^2\left(\;\frac{51}{32}m\right)$;

$$(\delta s)^2 =$$

$\cos 0v$	$\left(\frac{9}{128}m^2\gamma^2 + \frac{9}{256}m^3\gamma^2\right)$	$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{27}{64}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\;\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$.

Il suit de là que nous avons cette équation

$$(4) \ldots\ldots\ldots \quad 2s_{,}\,\delta s + (\delta s)^2 =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 0v & \left(\frac{9}{128}m^2\gamma^2 + \frac{9}{256}m^3\gamma^2\right) & + \cos 2Ev - cv & e\left(3m^2\gamma^2\right) \\
\cos cv & e\left(2m^2\gamma^2\right) & \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(m^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-3m^2 - \frac{9}{2}m^3\right) & \cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-3m^2\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{5}{8} - \frac{135}{64}m\right) & \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{8}m\gamma^2\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(-\frac{5}{8}\gamma^2\right) & \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{7}{8}m\gamma^2\right) \\
\cos 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right) & \cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{21}{16}m^2\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right) & \cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}m + \frac{23}{16}m^2\right) \\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right) & \cos 2Ev - 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{32}m\right) \\
\cos 2Ev & 1\left(-\frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{3}{32}m^2\gamma^2\right) & \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 \\ + \frac{3}{4}me^2 + \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} & \begin{array}{l}\cos 2Ev + 2gv - 2cv \\ \cos 2Ev - 2gv + 2cv\end{array} & \begin{array}{l}e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right) \\ e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right)\end{array} \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{32}m\gamma^2\right) & \cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right).
\end{array}$$

Maintenant, si l'on fait

$$\delta T = \left\{-\frac{3}{2} + \frac{15}{8}\gamma^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 \cos 2gv\right\}\left(2s_{,}\,\delta s + (\delta s)^2\right),$$

$$q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{,}}\right) = \left(1 + e^2 + \gamma^2\right)\left(1 + \frac{1}{2}m^2\right),$$

et par conséquent

$$-q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{,}}\right)\delta T = \left\{\frac{3}{2} + \frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{8}\gamma^2 \cos 2gv\right\}\left\{2s_{,}\,\delta s + (\delta s)^2\right\},$$

il suffira de faire

$$(5)\ .\ \frac{15}{8}\gamma^2 \cos 2gv\left\{2s_{,}\,\delta s + (\delta s)^2\right\} = \cos 2Ev - 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right),$$

$$(6)\ .\ \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2\right)\left(2s_{,}\,\delta s + (\delta s)^2\right) = \cos 2Ev - 2gv\ \gamma^2\left\{\frac{9}{32}m^3 + \frac{9}{16}me^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2\right\}.$$

Alors, en multipliant par $\frac{3}{2}$ le second membre de l'équation (4), et ajoutant ce produit avec les deux termes fournis par les équations (5) et (6), on aura la totalité des termes donnés par la fonction $-q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)\delta T$.

32. La fonction $R_4+\frac{3}{2}\delta u = R^{V}+\delta R^{IV}+\frac{3}{2}\delta u$ peut être développée en posant

$$R^{IV}=\frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_{\prime}}\right)^3,$$

et en réduisant aux termes suivans le développement de cette dernière fonction donné dans le volume I, page 348:

$$R^{IV} =$$

$\cos 0v$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{4}\varepsilon'^2\right)$	$+\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\cos cv$	$e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)$	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}m\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}m\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\right)$	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)$.
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$		

Ensuite, en observant qu'il suffit ici de faire

$$\delta R^{IV}+\frac{3}{2}\delta u=\left\{\frac{3}{2}u_{\prime}-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_{\prime}}\right)^3\right\}\frac{\delta u}{u_{\prime}}$$

et (Voyez volume I, page 350)

$$\frac{3}{2}u_{\prime}-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_{\prime}}\right)^3=6e\cos cv-\frac{9}{2}\varepsilon'\cos c'mv-\frac{27}{4}\varepsilon'^2\cos 2c'mv,$$

on obtiendra les termes suivans à l'aide de la valeur de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ donnée dans le n.° 15:

Multiplicateur			Produit	
$2\cos cv$	$e\left(3\right)$	....	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(3m^2\right)$
			$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{8}m\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)$	....	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m\right)$
			$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m\right)$
			$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{32}m\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$
$2\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)$	....	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m\right)$.

Donc, en réunissant ces parties, il viendra

$$(7) \ldots\ldots\ldots \quad R_4 + \tfrac{3}{2}\delta u =$$

$\cos 0v$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{4}\varepsilon'^2\right)$	$+\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)$
$\cos cv$	$e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)$	$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(3m^2\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{8}m\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}m\right)$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$.
$\cos cv - c'm$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}m\right)$		

33. Les fonctions R_1, R_5 étant respectivement égales à $R'+\delta R'$, $R^v+\delta R^v$, on obtient d'abord la valeur de R' et de R^v au moyen des développemens donnés dans le volume I, page 336 et suivantes; de sorte qu'en choisissant convenablement les termes on forme les deux équations suivantes :

$$R' =$$

$\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$	$+\sin 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{4}\right)$
$\sin 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{matrix} -3 - 3m - \frac{9}{4}e^2 \\ +\frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2 \end{matrix}\right\}$	$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
		$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev + cv$	$e(-3 + 3m)$	$\sin 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right)$	$\sin 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(-\frac{15}{8} - \frac{57}{32}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(\frac{105}{8} + \frac{1197}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{matrix} \frac{15}{4} + \frac{57}{8}m + 3m^2 \\ +\frac{15}{8}e^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 - \frac{75}{8}\varepsilon'^2 \end{matrix}\right\}$	$\sin 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{32}m\right)$
		$\sin 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8} + \frac{63}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\begin{matrix} \frac{3}{4} + \frac{3}{8}m + \frac{27}{8}e^2 \\ -\frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 \end{matrix}\right\}$	$\sin 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{8}\right)$
		$\sin 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{8}\right)$
$\sin 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)$	$\sin Ev$	$b^2\left(\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16} - \frac{3}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$	$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}m\right)$	$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - \frac{63}{4}m\right)$	$\sin Ev - c'mv - cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)$	$\sin Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)$	$\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}\right).$

(8) . . . . $R^{v} =$

$\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$	$+\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{9}{4} - 3m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2\right)$	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}\right)$

$+\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{4} + 3\,m\right)$	$+\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(-\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{13}{4}\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(\frac{63}{8}\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{4} + \frac{45}{8}\,m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{16} + \frac{3}{8}\,m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{32}\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{16}\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{9}{4}\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\right)$	$\cos Ev - c'mv$	$e'b^2\left(\frac{27}{8}\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\right)$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4}\,m\right)$	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}\right)$.
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8} - \frac{63}{4}\,m\right)$		

Avant d'entreprendre le développement des fonctions $\delta R'$, δR^{v} il est nécessaire de chercher les termes de δu, du *quatrième* ordre, qui affectent les argumens $2cv$, $2gv$, $cv - 2c'mv$, $2gv + c'mv$, $2gv - c'mv$, $2Ev - 2gv + cv$, $Ev - c'mv$, $4Ev - 2gv$; et ceux du *cinquième* ordre qui affectent les argumens $2gv - 2c'mv$, $2Ev + 2gv - 2cv$, $2Ev - 2gv + 2cv$. Alors on pourra compléter la valeur de $\frac{\delta u}{u_{,}}$ trouvée dans le n.° 15, et obtenir *tous* les termes de $\delta R'$ et δR^{v} dont on a besoin dans la recherche qui fait le sujet de ce paragraphe.

34. Pour découvrir les onze termes particuliers que l'on vient de définir, on fera d'abord

$$\delta R^{v} = -\frac{9}{2} q \left(\frac{\alpha' u'}{u_{,}}\right)^3 \cos(2v - 2v')\frac{\delta u}{u_{,}} = -\frac{9}{2}\cdot\frac{\delta u}{u_{,}}\cos 2Ev$$

et (Voyez n.° 15)

$$\frac{\delta u}{u_{,}} = -\frac{7}{8} e\gamma^2 \cos 2gv - cv + \frac{5}{4}\varepsilon' b^2 \cos Ev + c'mv\,,$$

ce qui donnera

$$(a) \ldots\ldots \quad \delta R^{v} = \tfrac{63}{32} e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv - \tfrac{45}{16}\varepsilon' b^2 \cos Ev - c'mv.$$

Après cela on fera

$$R' = -\tfrac{15}{8} e\gamma^2 \sin 2Ev - 2gv + cv + \tfrac{9}{8}\varepsilon' b^2 \sin Ev - c'mv,$$

$$\delta R' = -6q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\sin(2v-2v')\frac{\delta u}{u_1} = -6\frac{\delta u}{u_1}\sin 2Ev;$$

et l'on aura

$$R_1 = R' + \delta R' = \tfrac{3}{4} e\gamma^2 \sin 2Ev - 2gv + cv - \tfrac{21}{8}\varepsilon' b^2 \sin Ev - c'mv;$$

d'où l'on tire en intégrant

$$(b) \ldots\ldots - 2\int R_1 dv = \tfrac{3}{2} e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv - \tfrac{21}{4}\varepsilon' b^2 \cos Ev - c'mv.$$

Maintenant, si l'on prend

$$-m^2\int R_1 dv = -m^2 e \cos 2Ev + cv - \tfrac{15}{8} m e^2 \cos 2Ev - 2cv,$$

on obtient

$$(c) \ldots\ldots \quad -2q\,m^2\gamma^2\,\tfrac{3}{4}\cos 2gv \cdot \int R_1 dv =$$

$$-\tfrac{3}{4} m^2 e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv - \tfrac{45}{32} m e^2\gamma^2 \cos 2Ev + 2gv - 2cv.$$

Enfin, si l'on fait

$$R_1 = \tfrac{3}{2}\sin 2Ev - 3e \sin 2Ev + cv + \tfrac{3}{4}\gamma^2 \sin 2Ev - 2gv$$

$$-\left(\frac{du_1}{dv} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) = e\sin cv - \tfrac{1}{2}\gamma^2 \sin 2gv - \tfrac{7}{8} e\gamma^2 \sin 2gv - cv + \tfrac{5}{4}\varepsilon' b^2 \sin Ev + c'mv,$$

le produit de ces deux fonctions donnera

$$-\left(\frac{du_1}{dv} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) R_1 =$$

$$\left(-\tfrac{21}{32} + \tfrac{3}{4} - \tfrac{3}{8}\right) e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv + \tfrac{15}{16}\varepsilon' b^2 \cos Ev - c'mv,$$

ou bien

$$(d) \ldots -\left(\frac{du_1}{dv} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) R_1 = -\tfrac{9}{32} e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv + \tfrac{15}{16}\varepsilon' b^2 \cos Ev - c'mv.$$

L'équation (4) trouvée dans le n.° 31 donne

$$(e) \ldots\ldots \quad -q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{,}}\right)\delta T =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 2cv & e^2\left(-\frac{15}{16}\gamma^2\right) & +\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\ \frac{3}{2}m^2\right) \\
\cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right) & \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right) \\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{27}{16}m\right) & \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right) \\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\ \frac{81}{64}m\right) & \cos 4Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right);
\end{array}$$

et les équations (3), (7), (8) donnent

$$(f) \ldots \quad q\left\{\frac{3}{4}\left(1-\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{,}}\right)+P\right\}\gamma^2\cos 2gv = \frac{9}{8}m^2\gamma^2\cos 2gv,$$

$$(g) \ldots \quad R_4+\frac{3}{2}\delta u = \frac{3}{2}e^2\cos 2cv+\frac{3}{8}\gamma^2\cos 2gv-\frac{27}{8}e\varepsilon'^2\cos cv-2c'mv;$$

$$(h) \ldots \quad R_5 = -\frac{9}{8}e\gamma^2\cos 2Ev-2gv+cv+\frac{27}{8}\varepsilon'b^2\cos Ev-c'mv.$$

Donc, en réunissant les termes fournis par les équations (a), (b) . . (h), il viendra

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}m^2\right)\delta u =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2cv & e^2\left(\ \frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\ \frac{9}{8}+\frac{3}{8}\right)m^2 \\
\cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right) \\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{27}{16}m\right) \\
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right) \\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\ \frac{81}{64}m\right) \\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\ \frac{3}{2}-\frac{9}{8}-\frac{9}{32}+\frac{63}{32}+\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)m^2 \\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}-\frac{45}{128}\right)m \\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}\right)m \\
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\ \frac{27}{8}+\frac{15}{16}-\frac{45}{16}-\frac{21}{4}\right)m^2 \\
\cos 4Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{256}\right)m^2;
\end{array}$$

ou bien

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv}-\left(1-\tfrac{3}{2}m^2\right)\delta u =$$

$$\begin{array}{lllll}
\cos 2cv & e^2\left(\frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2\right) & +\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{45}{16}m^2\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right) & \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{225}{128}m\right) \\
\cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right) & \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right) \\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{16}m\right) & \cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{4}m^2\right) \\
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right) & \cos 4Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right). \\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right) & &
\end{array}$$

En intégrant cette équation et faisant

$(2c)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$; $(2g)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$; $(2g+c'm)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$;

$(2g-c'm)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$; $(c-2c'm)^2-1+\frac{3}{2}m^2=-4m$; $(2g-2c'm)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$;

$(2E-2g+c)-1+\frac{3}{2}m^2=-4m$; $(2E+2g-2c)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$;

$(2E-2g+2c)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$; $(E-c'm)^2-1+\frac{3}{2}m^2=-4m$;

$(4E-2g)^2-1+\frac{3}{2}m^2=3$;

ce qui revient à négliger les autres termes, on aura

$$\delta u =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 2cv & e^2\left(\frac{1}{2}m^2-\frac{5}{16}\gamma^2\right) & +\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2\right) & \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{75}{128}m\right) \\
\cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right) & \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{128}m\right) \\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right) & \cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m\right) \\
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right) & \cos 4Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right). \\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right) & &
\end{array}$$

35. Actuellement, si l'on ajoute cette valeur de δu à celle trouvée dans le n.° 12, et si l'on fait ensuite le produit de cette somme par (Voyez volume I, page 308)

$$\frac{1}{u_{\prime}} = 1 - e \cos cv + \tfrac{1}{4}\gamma^2 \cos 2gv + \tfrac{1}{2}e^2 \cos 2cv - \tfrac{1}{4}e\gamma^2 \cos 2gv - cv\,,$$

on obtiendra les termes suivans :

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\cos 2gv$	$e^2\left(\frac{7}{16}\gamma^2\right)$
		$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m\right)$
		$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m\right)$
		$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{32}m\right)$
		$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\right)$
		$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{15}{32}m\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}m\right)$
$2\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$;

lesquels étant ajoutés à l'expression précédente de δu, il en résulte

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{16}\gamma^2\right)$	$+\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{51}{64}m\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{7}{16}e^2\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)$

$+\cos 2cv + c'mv$	$\varepsilon' e^2\left(\frac{9}{16}m\right)$	$+\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{15}{32}m\right)$
$\cos 2cv - c'mv$	$\varepsilon' e^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)$	$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$	$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right)$.

Telle est la partie de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ qu'il faut ajouter à celle posée dans le paragraphe précédent au n.° 15. On aurait pu éviter cette espèce de détour et calculer les termes donnés par la fonction $\delta R'$ en représentant par les lettres x', x'', x''', etc. les coefficiens numériques qui entrent dans l'expression précédente de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$. Alors la détermination de ces quantités, censées inconnues, aurait eu lieu naturellement à la fin de l'opération. Mais l'introduction de ces quantités littérales a l'inconvénient de compliquer la forme des résultats intermédiaires en arrêtant l'exécution des opérations arithmétiques que nous avons coutume de faire pour développer les facteurs qui naissent de l'intégration ou de la différentiation. En conséquence nous avons préféré de chercher directement, par anticipation, les termes particuliers de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$, du quatrième et cinquième ordre, qui influent sur ceux dont l'ordre s'abaisse de deux unités par l'intégration. Sans cette recherche préalable, il aurait fallu revenir sur la fonction $\delta R'$ pour la compléter, ce qui aurait rendu plus prolixe l'exposition de cette analyse.

36. Pour faire servir le calcul qui donne la valeur de $\delta R'$ à la formation des termes donnés par δR^{v}, nous disposerons les produits partiels ainsi qu'il suit:

Produits partiels de la fonction

$$-4\,\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{(a'u')^3}{u_{\prime}^4}\,\frac{\sin}{\cos}\,(2v-2v').$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(-2m^2-\frac{19}{3}m^3+\frac{3}{8}m\gamma^2+\frac{15}{8}me^2\right)$	$\frac{\sin}{\cos}\ 4Ev$	$(-3m^2)$
		$0v$	$\left(-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2\right)$
		cv	$e(\ 6\ m^2)$
		$-cv$	$e(\ 6\ m^2)$
		$-c'mv$	$\varepsilon'(-\frac{21}{2}\ m^2)$
		$c'mv$	$\varepsilon'(\ \frac{3}{2}\ m^2)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m-\frac{257}{16}m^2\right)$	$4Ev-cv$	$e(-\frac{45}{8}\ m\ )$
		cv	$e\left(-\frac{45}{8}m-\frac{771}{32}m^2\right)$
		$cv+c'mv$	$e\varepsilon'(\ \frac{45}{16}\ m\ )$
		$cv-c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{315}{16}m\ )$
		$0v$	$(\ \frac{45}{4}e^2m)$
		$-(2gv-cv)$	$e\gamma^2(-\frac{45}{16}\ m\ )$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2(\ \frac{225}{32}\ m\ )$
$2\cos 2Ev+cv$	$e(\ \frac{9}{4}\ m^2)$	$-cv$	$e(\ \frac{27}{8}\ m^2)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'(-\ 7\ m^2)$	$c'mv$	$\varepsilon'(-\frac{21}{2}\ m^2)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'(\ \ m^2)$	$-c'mv$	$\varepsilon'(\ \frac{3}{2}\ m^2)$
$2\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'(\ \frac{15}{4}m\ )$	$cv-c'mv$	$e\varepsilon'(\ \frac{45}{8}\ m\ )$
$2\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'(-\frac{35}{4}m\ )$	$cv+c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{105}{8}\ m\ )$
$2\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2(-\ \frac{3}{8}\ m\ )$	$2gv-cv$	$e\gamma^2(\ \frac{9}{8}\ m\ )$
		$2gv$	$\gamma^2(-\ \frac{9}{16}\ m\ )$
		$2gv-2cv$	$e^2\gamma^2(-\ \frac{45}{32}\ m\ )$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2(-\frac{45}{8}m)$	$\begin{cases}\sin\\ \cos\end{cases} -(2gv - 2cv)$	$e^2\gamma^2(-\frac{135}{32}m)$
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2(\frac{51}{32}m)$	$2gv - cv$	$e\gamma^2(\frac{153}{64}m)$
		$2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2(-\frac{153}{32}m)$
$2\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2(-\frac{15}{32}m)$	$-(2gv - cv)$	$e\gamma^2(-\frac{45}{64}m)$
		$-(2gv - 2cv)$	$e^2\gamma^2(\frac{45}{32}m)$
$2\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2(\frac{45}{64}m)$	$-(2gv - 2cv)$	$e^2\gamma^2(\frac{135}{128}m)$
$2\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2(-\frac{9}{16}m)$	$2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2(-\frac{27}{32}m)$
$2\cos 2cv$	$e^2(-m^2 + \frac{5}{8}\gamma^2)$	$2Ev - 2cv$	$e^2(-\frac{3}{2}m^2 + \frac{15}{16}\gamma^2)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2(-m^2 - \frac{7}{8}e^2)$	$2Ev - 2gv$	$\gamma^2(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{21}{16}e^2)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{9}{4}m)$	$2E + c'mv - cv$	$e\varepsilon'(-\frac{27}{8}m)$
		$2E + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'(\frac{27}{4}m)$
		$2E + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2(\frac{27}{16}m)$
		$2E + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2(-\frac{27}{8}m)$
$2\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'(\frac{9}{4}m)$	$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'(\frac{27}{8}m)$
		$2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'(-\frac{27}{4}m)$
$2\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2(\frac{9}{8}m)$	$2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2(\frac{27}{16}m)$
$2\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2(-\frac{9}{8}m)$	$2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2(-\frac{27}{16}m)$
		$2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2(\frac{27}{32}m)$
$2\cos 2cv - c'mv$	$\varepsilon'e^2(\frac{9}{8}m)$	$2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2(\frac{27}{16}m)$
		$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2(-\frac{27}{32}m)$

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2cv + c'mv$	$\varepsilon' e^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$	$\begin{cases}\sin\\ \cos\end{cases}$	$2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m\right)$
$2\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m\right)$		$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}m\right)$
$2\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$		$2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$
$2\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$		$2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m\right)$
			$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}m\right)$
$2\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{7}{4}\right)$		$2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right)$
			$2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{21}{4}e^2\right)$
$2\cos Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}m\right)$		Ev	$b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
			$Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
			$Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{8}m\right)$
			$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$2\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$		$Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
			$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m\right)$
$2\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2}\right)$		$Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{4}\right)$
			$Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{2}\right)$
$2\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}m\right)$		$Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
			$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8}m\right)$
$2\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}\right)$		$Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\right)$
$2\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$		$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}m\right)$
$2\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{128}m^2\right)$		$-(2Ev - 2gv)$	$\gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2\right)$.

Produits partiels de la fonction

$$-5\,\frac{\delta u}{u_{,}}\cdot\frac{3}{8}\,q b^{2}\,\frac{(\alpha' u')^{4}}{u_{,}^{5}}\,\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\,(v-v').$$

Multiplicateur			Produit
$2\cos 2Ev - cv$	$e(-\frac{75}{16}m)$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - (Ev - cv)$	$eb^{2}(-\frac{225}{128}m)$
		$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^{2}(-\frac{675}{128}m)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'(\frac{75}{16}m)$	$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^{2}(\frac{225}{128}m)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{45}{16}m)$	$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^{2}(-\frac{135}{128}m)$.

En réduisant la valeur de $\frac{\delta u}{u_{,}}$ trouvée dans le n.° 15 à ces trois termes, savoir

$$\frac{\delta u}{u_{,}} = -\frac{7}{8}e\gamma^{2}\cos 2gv - cv + \frac{15}{8}me\cos 2Ev - cv + \frac{5}{4}\varepsilon' b^{2}\cos Ev + c'mv\,;$$

et faisant ensuite le carré, il viendra

$$\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^{2} = -\frac{105}{64}me^{2}\gamma^{2}\cos 2Ev + 2gv - 2cv + \frac{225}{128}m^{2}e^{2}\cos 4Ev - 2cv$$
$$+\frac{75}{32}me\varepsilon' b^{2}\cos 3Ev + c'mv - cv.$$

Cela posé, l'on aura les termes suivans:

Produits partiels de la fonction

$$15\,q\,\frac{(\alpha' u')^{3}}{u_{,}^{4}}\,\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\,(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^{2}.$$

Multiplicateur			Produit
$2\,\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\,2Ev$	$(\frac{15}{2})$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - (2gv - 2cv)$	$e^{2}\gamma^{2}(-\frac{1575}{128}m)$
		$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^{2}(-\frac{1125}{64}m)$
		$-(2Ev - 2cv)$	$e^{2}(\frac{3375}{256}m^{2})$.

En faisant (Voyez volume I, page 331)

$$\delta\left[(\alpha' u')^{3}\,\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\,(2v-2v')\right] = -2m\,\delta nt \times \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} - 2Ev$$

et (Voyez n.° 13)

$$\delta nt = -\frac{11}{8} m^2 \sin 2Ev - \frac{15}{4} me \sin 2Ev - cv,$$

on obtient

$$\delta[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v - 2v')] = \tfrac{\sin}{\cos} \, 0v \quad \left(-\frac{11}{8} m^3\right)$$

$$cv \quad e\left(-\frac{15}{4} m^2\right).$$

Donc, en posant $\frac{3}{2} q \frac{1}{u_{\prime}^4} = \frac{3}{2}$, il viendra

$$\frac{3}{2} q \frac{\delta[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v - 2v')]}{u_{\prime}^4} = \tfrac{\sin}{\cos} \, 0v \quad \left(-\frac{33}{16} m^3\right)$$

$$cv \quad e\left(-\frac{45}{8} m^2\right).$$

37. Nous avons ainsi tous les termes qui doivent faire partie du développement de $\delta R'$ dans la recherche actuelle. Nous allons d'abord en conclure la valeur de δR^{v} par le procédé suivant.

Avec une légère réflexion on comprendra que l'on peut réduire l'expression de δR^{v} à celle-ci

$$\delta R^{v} = u_{\prime} \left\{ -\frac{9}{2} \cdot \frac{\delta u}{u_{\prime}} q \frac{(\alpha' u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_{\prime}^4} + \frac{3}{2} q \frac{\delta[(\alpha' u')^3 \cos(2v - 2v')]}{u_{\prime}^4} \right\}.$$

Cela posé, l'on trouvera

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{\prime}} =$$

$$\cos 0v \qquad \left\{ -\frac{9}{4} m^2 - \left(\frac{57}{8} + \frac{33}{16}\right) m^3 + \frac{27}{64} m\gamma^2 + \left(\frac{135}{64} + \frac{135}{16}\right) me^2 \right\}$$

$$\cos cv \qquad e\left\{ -\frac{135}{32} m + \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} - \frac{2313}{128} + \frac{81}{32} - \frac{45}{8}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{27}{64} m \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \frac{135}{64} - \frac{135}{32} \right\} m$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{945}{64} + \frac{135}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ -\frac{135}{64} + \frac{27}{32} + \frac{459}{256} - \frac{135}{256} \right\} m$$

$$\begin{array}{lll}
+\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left\{ \frac{63}{32} \right\} \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left\{ \frac{81}{32} \right\} m \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left\{ -\frac{81}{32} \right\} m \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon' & \left\{ \frac{81}{64} - \frac{243}{128} \right\} m \\
\cos Ev & b^2 & \left\{ \frac{135}{64} \right\} m \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{ -\frac{45}{16} \right\} \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{ -\frac{135}{128} - \frac{135}{64} \right\} m \\
\cos 4Ev & 1 & \left\{ -\frac{9}{4} m^2 \right\} \\
\cos 4Ev - cv & e & \left\{ -\frac{135}{32} \right\} m.
\end{array}$$

En multipliant cette fonction par

$$u_{\prime} - 1 = e \cos cv - \frac{1}{4}\gamma^2 \cos 2gv,$$

on aura ces produits partiels :

$$\begin{array}{lll}
\text{Multiplicateur} & & \text{Produit} \\
2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right) \ldots\ldots\ldots & \left\{ \begin{array}{l} \cos cv \\ \cos 0v \\ \cos 2gv - cv \end{array} \right. & \begin{array}{l} e\left(-\frac{9}{4}m^2\right) \\ \left(-\frac{135}{64} m e^2\right) \\ e\gamma^2\left(-\frac{27}{128} m\right) \end{array} \\
2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right) \ldots\ldots\ldots & \{ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{135}{256} m\right).
\end{array}$$

Donc, en ajoutant ces termes à ceux de $\frac{\delta R^v}{u_{\prime}}$, nous aurons

$$(9) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \delta R^v =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 0v & 1 & \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \frac{147}{16}m^3 \\ +\frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{135}{16}me^2 \end{array} \right\} \\
\cos cv & e & \left\{ -\frac{135}{32}m - \frac{1845}{128}m^2 \right\}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lll}
+\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{81}{32} m\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{81}{32} m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{128} m\right)
\end{array}$$

$+\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{81}{256}m\right\}$	$+\cos Ev$	$b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{495}{64}m\right\}$	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{675}{64}m\right\}$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{405}{128}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{63}{32}m\right\}$	$\cos 4E$	$\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
		$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m\right)$.

38. Formons maintenant la valeur de $\delta R'$. Les produits partiels trouvés dans le n.° 36 donnent

$$-6\,\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot q\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4}\sin(2v - 2v') =$$

$\sin cv$	$e\left\{-\frac{45}{8}m - \frac{879}{32}m^2\right\}$	$+\sin 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{27}{64}m\right\}$
$\sin c'mv$	$\varepsilon'\left\{\ 0\cdot m^2\right\}$	$\sin 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left\{\frac{135}{16}m\right\}$
$\sin 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{9}{16}m\right\}$	$\sin 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left\{-\frac{135}{16}m\right\}$
$\sin cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{165}{16}m\right\}$	$\sin 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{27}{16}m\right\}$
$\sin cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{225}{16}m\right\}$	$\sin 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{27}{16}m\right\}$
$\sin 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{225}{32}m\right\}$	$\sin Ev$	$b^2\left\{\frac{45}{16}m\right\}$
$\sin 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{1575}{128}m\right\}$	$\sin Ev - cv$	$eb^2\left\{-\frac{225}{32}m\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{21}{8}\right\}$	$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{-\frac{15}{4}\right\}$
$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{-\frac{3}{2}m^2 + \frac{15}{16}\gamma^2\right\}$	$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{-\frac{135}{32}m\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{411}{256}m^2 - \frac{105}{16}e^2\right\}$	$\sin Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left\{\frac{75}{8}m\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{27}{8}m\right\}$	$\sin Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left\{\frac{675}{64}m\right\}$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}m\right\}$	$\sin 4Ev$	$1\left\{-3\,m^2\right\}$
$\sin 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{32}m\right\}$	$\sin 4Ev - cv$	$e\left\{-\frac{45}{8}m\right\}$;
$\sin 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{135}{61}m\right\}$		

$$
\begin{array}{lll}
15\,q\left(\dfrac{\delta u}{u_{,}}\right)^2\dfrac{(\alpha'u')^3}{u_{,}^4}\sin(2v-2v') = & \sin 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\ \dfrac{1575}{128}\,m\right) \\
 & \sin 2Ev - 2cv & e^2\left(-\dfrac{3375}{256}\,m^2\right) \\
 & \sin Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(-\dfrac{1125}{64}\,m\right);
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
-\dfrac{15}{8}\cdot\dfrac{\delta u}{u_{,}}\,qb^2\,\dfrac{(\alpha'u')^4}{u_{,}^5}\sin(v-v') = & \sin Ev - cv & eb^2\left(\ \dfrac{225}{128}\,m\right) \\
 & \sin Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\ \dfrac{315}{128}\,m\right);
\end{array}
$$

$$
\frac{3}{2}\,q\,\frac{\delta[(\alpha'u')^3\sin(2v-2v')]}{u_{,}^4} = \quad \sin cv \qquad e\left(-\ \frac{45}{8}\,m^2\right).
$$

En réunissant les termes donnés par ces quatre dernières fonctions, il viendra

$$\delta R' =$$

$\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2\right)$	$+\sin 2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\ \frac{27}{64}\,m\right)$
$\sin c'mv$	$\varepsilon'\left(\ 0\cdot m^2\right)$	$\sin 2Ev+c'mv-2cv$	$\varepsilon'e^2\left(\ \frac{135}{16}\,m\right)$
$\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\ \frac{9}{16}\,m\right)$	$\sin 2Ev-c'mv-2cv$	$\varepsilon'e^2\left(-\frac{135}{16}\,m\right)$
$\sin cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}\,m\right)$	$\sin 2Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'e^2\left(-\ \frac{27}{16}\,m\right)$
$\sin cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}\,m\right)$	$\sin 2Ev-c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{27}{16}\,m\right)$
$\sin 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\ \frac{225}{32}\,m\right)$	$\sin Ev$	$b^2\left(\ \frac{45}{16}\,m\right)$
$\sin 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\ \frac{1575}{128}-\frac{1575}{128}\right)m$	$\sin Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{675}{128}\,m\right)$
$\sin 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\ \frac{21}{8}\ \right)$	$\sin Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\ \frac{15}{4}\ \right)$
$\sin 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{3759}{256}\,m^2+\frac{15}{16}\,\gamma^2\right)$	$\sin Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{32}\,m\right)$
$\sin 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{411}{256}\,m^2-\frac{105}{16}\,e^2\right)$	$\sin Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\ \frac{75}{8}\ \right)$
$\sin 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\ \frac{27}{8}\,m\right)$	$\sin Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{585}{128}\,m\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{27}{8}\,m\right)$	$\sin 4Ev$	$1\left(-\ 3\,m^2\right)$
$\sin 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\ \frac{27}{32}\,m\right)$	$\sin 4Ev-cv$	$e\left(-\ \frac{45}{8}\,m\right).$
$\sin 2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\ \frac{135}{64}\,m\right)$		

39. En ajoutant ces termes de $\delta R'$ avec ceux de R' posés dans le n.° 33, on obtiendra le résultat suivant :

$$R_{,} =$$

$\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m - \frac{1059}{32}m^2\right)$
$\sin c'mv$	$\varepsilon'\left(0\cdot m^2\right)$
$\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$
$\sin cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m\right)$
$\sin cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m\right)$
$\sin 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right)$
$\sin 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(0\cdot m\right)$
$\sin 2Ev$	$1\left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev + cv$	$e\left(-3 + 3m\right)$
$\sin 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{matrix}-3 - 3m - \frac{9}{4}e^2 \\ +\frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$
$\sin 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)$
$\sin 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{matrix}\frac{15}{4} + \frac{57}{8}m - \frac{2991}{256}m^2 \\ +\frac{15}{8}e^2 - \frac{15}{16}\gamma^2 - \frac{75}{8}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\begin{matrix}\frac{3}{4} + \frac{3}{8}m - \frac{411}{256}m^2 \\ -\frac{51}{16}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)$

$+ \sin 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} - \frac{21}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - \frac{99}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{4}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(-\frac{15}{8} + \frac{213}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2\left(\frac{105}{8} + \frac{927}{32}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8} - \frac{57}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8} + \frac{117}{32}m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{8}\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$
$\sin Ev$	$b^2\left(\frac{3}{8} + \frac{45}{16}m\right)$
$\sin Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16} - \frac{723}{128}m\right)$
$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{21}{8}\right)$
$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8} - \frac{135}{32}m\right)$
$\sin Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16} - \frac{585}{128}m\right)$

$+\sin Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{16}\right)$	$+\sin 4Ev$	$1\left(-3m^2\right)$
$\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}\right)$	$\sin 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m\right);$

d'où l'on tire en intégrant et développant les diviseurs

$$(10) \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad -\int R_1 dv =$$

$\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m - \frac{1059}{32}m^2\right)$	$+\cos 2Ev - 2gv$	$\frac{\gamma^2}{m}\left\{\begin{matrix}-\frac{3}{8} + \frac{3}{32}m + \frac{321}{512}m^2 \\ +\frac{51}{32}e^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 + \frac{15}{16}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(0 \cdot m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1}{2}\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7}{2}\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{8}m\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - \frac{351}{8}m\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{15}{4}\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left\{\begin{matrix}\frac{3}{4} + \frac{3}{4}m + \frac{3}{4}m^2 \\ +\frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$	$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-1 + \frac{1}{3}m\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{matrix}-3 - 9m - \frac{63}{4}m^2 \\ -\frac{9}{4}e^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{8}\right)$
		$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8} + \frac{63}{16}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\frac{\varepsilon' e^2}{m}\left(\frac{15}{8} - \frac{123}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\frac{\varepsilon' e^2}{m}\left(-\frac{35}{8} - \frac{379}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\frac{\varepsilon'\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8} + \frac{39}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\frac{\varepsilon'\gamma^2}{m}\left(-\frac{7}{8} - \frac{25}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$\frac{e^2\varepsilon'^2}{m}\left(\frac{45}{32}\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$\frac{e^2}{m}\left\{\begin{matrix}-\frac{15}{8} - \frac{159}{32}m - \frac{5667}{512}m^2 \\ -\frac{15}{16}e^2 + \frac{15}{32}\gamma^2 + \frac{75}{16}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$	$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$\frac{e^2\varepsilon'^2}{m}\left(-\frac{255}{32}\right)$

$$+\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \frac{\varepsilon'^2\gamma^2}{m}\left(\frac{9}{32}\right) \qquad + \cos Ev - c'mv - cv \quad \frac{e\varepsilon' b^2}{m}\left(-\frac{105}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \frac{\varepsilon'^2\gamma^2}{m}\left(-\frac{51}{32}\right) \qquad \cos Ev + c'mv - cv \quad \frac{e\varepsilon' b^2}{m^2}\left(-\frac{5}{4} + \frac{45}{8}m\right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{3}{8} + \frac{51}{16}m\right) \qquad \cos 3Ev \quad b^2\left(\frac{5}{8}\right)$$

$$\cos Ev - cv \quad \frac{cb^2}{m}\left(\frac{15}{16} + \frac{813}{128}m\right) \qquad \cos 4Ev \quad 1\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(-\frac{21}{8}\right) \qquad \cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{15}{8}m\right).$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8} - \frac{135}{32}m\right)$$

40. Voici maintenant le calcul des termes qui dépendent de l'intégrale $-\int R_{\prime}dv$. Remarquons d'abord que l'on a

$$-2q\left(1 - \frac{3}{4}\gamma^2\right) = -2 - 2e^2 - \frac{1}{2}\gamma^2;$$

et par conséquent

$$(11) \ldots\ldots \quad -\left(2e^2 + \frac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_{\prime}dv =$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2\right) \qquad + \cos 2Ev - 2cv \quad \frac{e^2}{m}\left(-\frac{15}{4}e^2 - \frac{15}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \left(-6e^2 - \frac{3}{2}\gamma^2\right) \qquad \cos 2Ev - 2gv \quad \frac{\gamma^2}{m}\left(-\frac{3}{4}e^2 - \frac{3}{16}\gamma^2\right).$$

Si l'on prend $Q' = -\frac{3}{2}m^2$ (Voyez n.° 17) et $-\int R_{\prime}dv = \frac{3}{4}\cos 2Ev$, il viendra

$$(12) \ldots\ldots \quad \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}\, e\cos cv \cdot \int R_{\prime}dv = \frac{9}{8}m^2 e \cos 2Ev - cv.$$

En faisant

$$-\int R_{\prime}dv = -\frac{45}{8}m\, e\cos cv + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4}m\right)\cos 2Ev - e\cos 2Ev + cv$$
$$-3\, e\cos 2Ev - cv - \frac{3}{8}\varepsilon'\cos 2Ev + c'mv + \frac{21}{8}\varepsilon'\cos 2Ev - c'mv$$
$$-\frac{15}{8}\cdot\frac{e^2}{m}\cos 2Ev - 2cv,$$

on obtient

$$(13)\;\ldots\ldots\quad -2q\gamma^2\,\tfrac{3}{4}\cos 2gv\cdot\int R_{\prime}dv =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m\right) & +\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{4}\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}m\right) & \cos 2Ev + 2gv - 2cv & \frac{e^2\gamma^2}{m}\left(-\frac{45}{32}\right) \\
\cos 2Ev + 2gv & \gamma^2\left(\frac{9}{16}\right) & \cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right) & \cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{32}\right).
\end{array}$$

On trouve les termes donnés par le produit $-2\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv$ en multipliant les termes de l'intégrale $2\int R_{\prime}dv$ par ceux de la fonction $-\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ que l'on déduit de l'équation différentielle en δu posée dans le n.° 12.

Produits partiels de la fonction

$$-2\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv$$

$$2\cos 2Ev\;\left(-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}m\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{9}{8}m^3-\frac{9}{4}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2\right) \\
\cos 4Ev & \left(-\frac{9}{4}m^2\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{45}{8}m^2\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{15}{4}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - cv\quad e\left(3\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left(9\,m^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + cv\quad e\left(1\right)\ldots\ldots\left\{\;\cos cv\quad e\left(3\,m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv\;\frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\;\cos 2gv - cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m\right);\right.$$

partant l'on a

$$(14)\;\ldots\ldots\quad -2\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 0v & \left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{27}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2\right) & +\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{27}{8}m\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{171}{8}m^2\right) & \cos 4Ev & 1\left(-\frac{9}{4}m^2\right).
\end{array}$$

41. Il nous reste à calculer les termes donnés par le produit

$$-\left(\frac{du_{,}}{dv^2} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) R_{,}.$$

Nous avons, en faisant $g = 1$ et $c = 1 - \frac{3}{4}m^2$,

$$-\frac{du_{,}}{dv} = e\left(1 + e^2 - \frac{3}{4}m^2\right) \sin cv - \frac{1}{2}\gamma^2 \sin 2gv\,,$$

(Voyez volume I, page 307). Cela posé, on obtiendra les termes suivans au moyen de l'expression précédente de $R_{,}$:

Produits partiels de la fonction

$$-\frac{du_{,}}{dv} R_{,}.$$

$$
\begin{array}{ll}
\text{Multiplicateur} & \text{Produit} \\
2 \sin cv \quad e\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}m^2 + \frac{1}{2}e^2\right) \ldots\ldots &
\left\{
\begin{array}{lr}
\cos 0v & \left(-\frac{45}{16}me^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{4}e^2 \\ -\frac{15}{8}\varepsilon'^2 - \frac{9}{16}m^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{3}{4}\right) \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2\left(\frac{3}{2}\right) \\
\cos 2Ev & \left(-\frac{3}{2}e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{3}{2}e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{15}{8}e^2\right)
\end{array}
\right.
\end{array}
$$

Multiplicateur	Produit

$$2 \sin cv \quad e\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{3}{8}m^2 + \tfrac{1}{2}e^2\right) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{lr} \cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\ \tfrac{15}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\ \tfrac{51}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev + c'mv - 2cv & \varepsilon' e^2\left(\ \tfrac{3}{4}\ \right) \\ \cos 2Ev - c'mv - 2cv & \varepsilon' e^2\left(-\tfrac{21}{4}\ \right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(\ \tfrac{3}{16}\ \right) \end{array} \right.$$

$$2 \sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{4}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{lr} \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{45}{32}m\right) \\ \cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev + 2gv & \gamma^2\left(\ \tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{3}{4}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{3}{4}\ \right) \\ \cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\ \tfrac{3}{16}\ \right) \\ \cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{21}{16}\ \right). \end{array} \right.$$

En réunissant ces parties, on aura

$$(15) \ldots\ldots \quad -\frac{du_{,}}{dv}\cdot R_{,} =$$

$$\begin{array}{lrlr} \cos 0v & \left(-\tfrac{45}{16}me^2\right) & + \cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\ \tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{9}{8}\ m\right) & \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\tfrac{3}{4} - \tfrac{9}{16}m^2 + \tfrac{3}{8}e^2 - \tfrac{15}{8}\varepsilon'^2\right) & \cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\ \tfrac{15}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\tfrac{3}{4}\ \right) & \cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{9}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev + 2cv & e^2\left(\ \tfrac{3}{2}\ \right) & \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\ \tfrac{3}{8}\ \right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2}m\right) & \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\ \tfrac{51}{8}\ \right) \end{array}$$

$+\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2(-\frac{3}{8})$	$+\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2(-\frac{21}{4})$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2(\frac{3}{8})$	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2(\frac{3}{16})$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'(-\frac{21}{8})$	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2(-\frac{21}{16})$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'(\frac{21}{8})$	$\cos Ev - cv$	$eb^2(\frac{3}{16})$.
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2(\frac{3}{4})$		

42. En sommant les valeurs de δu trouvées dans les n.os 12 et 34, et différentiant ensuite chacun des termes, on obtiendra le résultat suivant:

$$-\frac{d\cdot\delta u}{dv} =$$

$\sin 2gv - cv$	$e\gamma^2(-\frac{7}{8})$	$+\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'(7m^2)$
$\sin cv + c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{9}{8}m)$	$\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'(-m^2)$
$\sin cv - c'mv$	$e\varepsilon'(\frac{9}{8}m)$	$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'(-\frac{15}{8}m)$
$\sin cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2(\frac{27}{32}m)$	$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'(\frac{35}{8}m)$
$\sin 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2(-\frac{9}{8}m)$	$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2(-\frac{45}{64}m)$
$\sin 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2(\frac{9}{8}m)$	$\sin Ev$	$b^2(-\frac{15}{16}m)$
$\sin 2Ev$	$1(2m^2+\frac{13}{3}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2)$	$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2(\frac{15}{16}m)$
$\sin 2Ev - cv$	$e(\frac{15}{8}m+\frac{153}{32}m^2)$	$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2(\frac{5}{4})$.
$\sin 2Ev + cv$	$e(-\frac{15}{8}m^2)$		

Il est presque superflu d'ajouter que, pour former cette valeur de $-\frac{d\cdot\delta u}{dv}$, on a développé les coefficiens de v qui, en vertu de la différentiation, multipliaient les coefficiens des différens termes.

Produits partiels de la fonction

$$-R_{,}\frac{d\cdot\delta u}{dv}.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\ \sin\ 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos\ 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{32}m\right)$
		$\cos\ 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m\right)$
		$\cos\ 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{21}{32}\right)$
		$\cos\ 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m\right)$
		$\cos\ 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
		$\cos\ 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$
		$\cos\ 0v$	$\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{13}{4}m^3 - \frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
		$\cos\ 4Ev$	$\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
		$\cos\ 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{32}m\right)$
		$\cos\ cv$	$e\left(\frac{45}{32}m + \frac{459}{128}m^2\right)$
		$\cos\ cv$	$e\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$
		$\cos\ cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{32}m\right)$
		$\cos\ cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{105}{32}m\right)$
		$\cos\ 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{135}{256}m\right)$
		$\cos\ Ev$	$b^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$
		$\cos\ Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}\right)$
		$\cos\ Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m\right)$
$2\ \sin\ 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\cos\ cv$	$e\left(-3m^2\right)$
		$\cos\ 0v$	$e^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$2\ \sin\ 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\cos\ cv$	$e\left(-3m^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\ \sin\ 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'(\frac{21}{8})$	$\cos\ cv - c'mv$	$e\varepsilon'(\frac{315}{64}m)$
		$\cos\ cv + c'mv$	$e\varepsilon'(-\frac{45}{64}m)$
$2\ \sin\ 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'(-\frac{3}{8})$	$\cos\ 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2(-\frac{27}{64}m)$
		$\cos\ Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2(\frac{45}{128}m)$
$2\ \sin\ 2Ev - 2gv$	$\gamma^2(\frac{3}{8})$	$\cos\ 2gv - cv$	$e\gamma^2(\frac{45}{64}m)$.

En réunissant ces termes, on trouvera

$$(16)\ \ldots\ldots\ -\frac{d\cdot\delta u}{dv}R_{,}=$$

$\cos\ 0v$	$(\frac{3}{2}m^2+\frac{13}{4}m^3-\frac{45}{16}me^2-\frac{9}{32}m\gamma^2)$	$+\cos\ 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'(\frac{27}{32}m)$
$\cos\ cv$	$e(\frac{45}{32}m-\frac{489}{128}m^2)$	$\cos\ 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'(-\frac{27}{32}m)$
$\cos\ 2gv - cv$	$e\gamma^2(\frac{45}{256}m)$	$\cos\ Ev$	$b^2(-\frac{45}{64}m)$
$\cos\ cv - c'mv$	$e\varepsilon'(\frac{225}{64}m)$	$\cos\ Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2(\frac{15}{16})$
$\cos\ cv + c'mv$	$e\varepsilon'(\frac{165}{64}m)$	$\cos\ Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2(\frac{135}{128}m)$
$\cos\ 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2(-\frac{21}{32})$	$\cos\ 4Ev$	$1(-\frac{3}{2}m^2)$
$\cos\ 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2(\frac{27}{128}m)$	$\cos\ 4Ev - cv$	$e(-\frac{45}{32}m)$.

43. Les *seize* résultats fournis par les équations indiquées avec les signes (1), (2) ... (16) comprennent tous les termes qui entrent dans le second membre de l'équation (II)''. En les sommant de manière que l'on ait la valeur de la fonction

$$(1)+(2)+(3)+\tfrac{3}{2}\cdot(4)+(5)+(6)$$
$$+m^2\{(7)+(8)+(9)+2\cdot(10)+(11)+(12)+(13)+(14)+(15)+(16)\},$$

on formera l'équation suivante :

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} - \left(1 - \tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l} \left(1-\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2\right)+\frac{1}{2}m^2-\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{4}-\frac{3}{2}\right)m^4-\left(\frac{147}{16}+\frac{27}{8}-\frac{13}{4}\right)m^5 \\ +\frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{1}{2}m^2e^2+\left(\frac{27}{256}+\frac{1}{8}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{135}{16}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{27}{512}+\frac{27}{64}+\frac{27}{64}-\frac{9}{32}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right.$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -Q'\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)-\frac{3}{2}m^2-\left(\frac{135}{32}+\frac{45}{4}-\frac{45}{32}\right)m^3 \\ -\left(\frac{1845}{128}+\frac{1059}{16}-\frac{171}{8}+\frac{489}{128}\right)m^4-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}m^2e^2+3m^2\gamma^2 \end{array}\right.$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2+0\cdot m^3\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{15}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{9}{8}+\tfrac{3}{8}\right)m^2$$

$$\cos 2gv - cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\left(\tfrac{9}{2}+\tfrac{3}{4}\right)m^2+\left(-\tfrac{27}{4}+\tfrac{81}{256}+\tfrac{225}{16}-\tfrac{135}{32}-\tfrac{27}{8}+\tfrac{9}{8}+\tfrac{45}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\tfrac{15}{16}-\tfrac{405}{128}m\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\tfrac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\tfrac{9}{4}m^2-\left(\tfrac{3}{2}+\tfrac{495}{64}+\tfrac{165}{8}-\tfrac{165}{64}\right)m^3\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\tfrac{9}{4}m^2+\left(\tfrac{3}{2}-\tfrac{675}{64}-\tfrac{225}{8}+\tfrac{225}{64}\right)m^3\right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{27}{8}m^2\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{27}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{27}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\tfrac{27}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad 1\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)m^2+\frac{3}{2}m^3+\frac{3}{2}m^4-\frac{9}{16}m\gamma^2-\left(\frac{9}{64}-\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}\right)m^2e^2 \end{array}\right.$$

$$+\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}(-\frac{9}{4}-6+\frac{3}{4})m^2-(18+3)m^3+(3-\frac{63}{2}+\frac{9}{8}-\frac{9}{16})m^4\\ -(\frac{9}{8}+\frac{9}{2}+6-\frac{3}{8})m^2e^2+(\frac{45}{8}+15-\frac{15}{8})m^2\varepsilon'^2+(\frac{9}{2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2})m^2\gamma^2\end{array}\right.$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{-(\frac{9}{4}+2+\frac{3}{4})m^2+(3+\frac{2}{3})m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-(\frac{3}{4}+\frac{3}{4})m^2-\frac{3}{8}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{(\frac{21}{4}+\frac{21}{4})m^2+\frac{63}{8}m^3-\frac{21}{16}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{4}m-(\frac{159}{16}+\frac{3}{2}-\frac{9}{4})m^2+(\frac{45}{8}+\frac{45}{8}-\frac{5667}{256}-\frac{3}{2})m^3\\ +\frac{75}{8}m\varepsilon'^2-(\frac{15}{4}+\frac{15}{8})me^2+(\frac{135}{64}-\frac{15}{16}+\frac{15}{16})m\gamma^2\end{array}\right.$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}(\frac{9}{16}-\frac{3}{4})m+(\frac{9}{64}+\frac{9}{16}+\frac{3}{16}+\frac{9}{16}-\frac{3}{8})m^2+(\frac{9}{32}-\frac{819}{1024}+\frac{3}{8}+\frac{321}{256}+\frac{9}{16})m^3\\ +(\frac{15}{8}-\frac{45}{32})m\varepsilon'^2+(\frac{9}{8}+\frac{9}{16}+\frac{51}{16}-\frac{3}{4})me^2+(\frac{9}{32}-\frac{45}{128}-\frac{9}{64}+\frac{3}{8}-\frac{3}{16})m\gamma^2\end{array}\right.$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2(\frac{9}{4}+\frac{15}{8}+\frac{3}{2})m^2$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8})m^2$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2(\frac{51}{4}+\frac{51}{4})m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{(\frac{9}{8}+3-\frac{3}{8})m^2+(\frac{3}{4}-\frac{135}{32}-\frac{81}{32}-\frac{9}{4}+\frac{27}{32})m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{(\frac{21}{8}-21-\frac{63}{8})m^2+(\frac{81}{32}-\frac{135}{32}-\frac{63}{4}-\frac{351}{4}-\frac{27}{32})m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'(\frac{9}{8}+1+\frac{3}{8})m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'(-7-\frac{63}{8}-\frac{21}{8})m^2$$

$$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3(\frac{15}{2}-\frac{15}{8}+\frac{15}{8})m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2(\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{63}{32}+\frac{3}{2}-\frac{3}{4}+\frac{3}{8}-\frac{21}{32})m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2(\frac{15}{4}-\frac{9}{2}-\frac{9}{8}-\frac{9}{4}+\frac{9}{8})m^2$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2(\frac{27}{128}-\frac{135}{64}-\frac{81}{128}-\frac{27}{16})m^3$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2(\frac{51}{8}-51-\frac{153}{8})m^2$$

$+\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2 \left\{ \frac{15}{4} m + \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{8} - \frac{123}{16} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2 \left\{ - \frac{35}{4} m + \left(\frac{63}{8} - \frac{21}{4} - \frac{379}{16} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon' \gamma^2 \left\{ \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{16} \right) m + \left(\frac{3}{16} - \frac{63}{32} - \frac{9}{32} + \frac{39}{16} - \frac{9}{32} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon' \gamma^2 \left\{ \left(\frac{21}{16} - \frac{7}{4} \right) m + \left(\frac{69}{32} + \frac{63}{32} - \frac{21}{16} - \frac{25}{16} + \frac{63}{32} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2 \gamma^2 \left(- \frac{45}{128} - \frac{45}{32} \right) m$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2 \gamma^2 \left(- \frac{45}{128} m \right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2 \varepsilon'^2 \left(- \frac{255}{16} m \right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2 \varepsilon'^2 \left(\frac{45}{16} m \right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2 \gamma^2 \left(\frac{9}{16} - \frac{27}{64} \right) m$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2 \gamma^2 \left(\frac{153}{64} - \frac{51}{16} \right) m$
$\cos Ev$	$b^2 \left\{ \left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4} \right) m^2 + \left(\frac{135}{64} + \frac{51}{8} - \frac{45}{64} \right) m^3 \right\}$
$\cos Ev - cv$	$e b^2 \left\{ \frac{15}{8} m + \left(\frac{813}{64} - \frac{9}{4} + \frac{3}{16} \right) m^2 \right\}$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(\frac{27}{8} - \frac{21}{4} + \frac{15}{16} - \frac{45}{16} \right) m^2$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4} \right) m^2 + \left(\frac{135}{64} - \frac{405}{128} - \frac{135}{16} + \frac{135}{128} \right) m^3 \right\}$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e \varepsilon' b^2 \left(- \frac{105}{16} m \right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e \varepsilon' b^2 \left(- \frac{5}{2} + \frac{45}{4} m \right)$
$\cos 3Ev$	$b^2 \left(\frac{15}{8} + \frac{5}{4} \right) m^2$
$\cos 4Ev$	$1 \left(- \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{9}{4} - \frac{9}{4} \right) m^4$
$\cos 4Ev - cv$	$e \left(- \frac{15}{4} - \frac{135}{32} - \frac{45}{32} \right) m^3$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2 \left(- \frac{27}{256} \right) m^2.$

Maintenant, si l'on somme les différentes parties qui composent chacun de ces coefficiens numériques, et si l'on égale ensuite à zéro le coefficient de $\cos 0v$ et celui de $\cos cv$, on obtiendra les trois équations suivantes :

$$(B)\ \ldots\ldots\ -\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2\right)$	$+\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{5}{2}m^2\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{35}{2}m^2\right)$
$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{21}{4}m^2+\frac{171}{128}m^3\right)$	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^2-\frac{237}{32}m^3\right)$
$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}-\frac{405}{128}m\right)$	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}m^2-\frac{3393}{32}m^3\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev-3cv$	$e^3\left(\frac{15}{2}m^2\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{873}{32}m^3\right)$	$\cos 2Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-3m^2\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{1077}{32}m^3\right)$	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{32}m^3\right)$
$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right)$	$\cos 2Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{4}m^2\right)$
$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right)$	$\cos 2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m-\frac{129}{16}m^2\right)$
$\cos 2gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$	$\cos 2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{35}{4}m-\frac{337}{16}m^2\right)$
$\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{16}m\right)$	$\cos 2Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{16}m+\frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left\{\begin{matrix}3m^2+\frac{3}{2}m^3+\frac{3}{2}m^4-\frac{9}{16}m\gamma^2\\+\frac{39}{64}m^2\gamma^2-\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2+6m^2e^2\end{matrix}\right\}$	$\cos 2Ev-c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{7}{16}m+\frac{103}{32}m^2\right)$
		$\cos 2Ev+2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{225}{128}m\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left\{\begin{matrix}-\frac{15}{2}m^2-21m^3-\frac{447}{16}m^4\\-\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{75}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{9}{2}m^2\gamma^2\end{matrix}\right\}$	$\cos 2Ev-2gv+2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right)$
		$\cos 2Ev-2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{16}m\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-5m^2+\frac{11}{3}m^3\right)$	$\cos 2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{3}{8}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2+\frac{63}{8}m^3-\frac{21}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev-2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{51}{64}m\right)$

$+\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{matrix}\left(-\frac{15}{4}m - \frac{147}{16}m^2 - \frac{3171}{256}m^3\right. \\ \left.+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}me^2 + \frac{135}{64}m\gamma^2\right)\end{matrix}\right\}$	$+\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{4}m^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}m^2 - \frac{135}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\begin{matrix}\left(-\frac{3}{16}m + \frac{69}{64}m^2 + \frac{1713}{1024}m^3\right. \\ \left.+\frac{15}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{33}{8}me^2 - \frac{3}{128}m\gamma^2\right)\end{matrix}\right\}$	$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{105}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2} + \frac{45}{4}m\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{8}m^2\right)$	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{25}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$	$\cos 4Ev$	$1\left(-\frac{15}{2}m^4\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^2\right)$	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{75}{8}m^3\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}m^2 + \frac{249}{32}m^3\right)$	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right)$;
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}m + \frac{681}{64}m^2\right)$		

$$0 = \left(1 - \frac{a}{a_\prime}\right)\left(1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right) + \frac{1}{2}m^2 - 3m^4 + \frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{1}{2}m^2e^2 + \frac{59}{256}m^2\gamma^2 - \frac{149}{16}m^5 + \frac{45}{16}m^3e^2 + \frac{315}{512}m^3\gamma^2\,;$$

$$0 = -Q'\left(1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2}e^2\gamma^2\right) - \frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4035}{64}m^4 - \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}m^2e^2 + 3m^2\gamma^2.$$

La seconde de ces trois équations donne, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au cinquième,

$$\frac{a}{a_\prime} = 1 + \frac{1}{2}m^2 - 3m^4 - \frac{149}{16}m^5 + \frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m^3e^2 + \gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2 + \frac{315}{512}m^3\right);$$

et la troisième, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au quatrième, donnera

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4035}{64}m^4 - \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}m^2e^2 + 3m^2\gamma^2.$$

Donc, en vertu de l'équation (Voyez volume I, n.° 216)

$$cv - \int \varpi\, dv = v - \int\left(1 - \sqrt{1 + Q'}\right)dv = \int dv\sqrt{1 + Q'}\,,$$

nous avons, en développant le radical et négligeant Q'^3,

$$cv - \int \varpi\, dv = v + \int\left(\frac{1}{2}Q' - \frac{1}{8}Q'^2\right)dv.$$

Il suit de là qu'en prenant $Q'^2 = \frac{9}{4}m^4$, et écrivant $E'^2 + (\varepsilon'^2 - E'^2)$ au lieu de ε'^2, l'on a

$$c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3 - \frac{4071}{128}m^4 - \frac{9}{8}m^2E'^2 + \frac{3}{8}m^2e^2 + \frac{3}{2}m^2\gamma^2;$$

$$\int \varpi dv = \frac{9}{8}m^2\int(\varepsilon'^2 - E'^2)dv.$$

Cette dernière équation fournit le *premier* terme de l'équation séculaire du mouvement du périgée, en se rappelant que E' désigne la valeur absolue de l'excentricité de l'orbite du Soleil correspondante à l'époque que l'on prend pour origine du tems.

44. Pour intégrer l'équation (B), trouvée dans le numéro précédent, nous suivrons un procédé tout-à-fait semblable à celui qui a été appliqué à l'équation différentielle en δs dans le n.° 27. Ainsi, k désignant un coefficient quelconque de v dans l'argument, il faudra multiplier le terme correspondant par le développement de la fraction $\frac{1}{k^2 - 1 + \frac{3}{2}m^2}$, poussé jusqu'aux quantités dont l'ordre est déterminé pour chacun des termes de cette équation différentielle. Voici la table qui fournit les facteurs pour l'intégration.

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$. . . .	$\frac{1}{3}$	$cv + 2c'mv$.	$\frac{1}{4m}$
$2gv$. . . .	$\frac{1}{3}$	$cv - 2c'mv$.	$-\frac{1}{4m}$
$2gv - cv$.	$\frac{1}{6m^2}\left(1 - \frac{69}{32}m\right)$	$2gv + c'mv$.	$\frac{1}{3}$
$2gv - 2cv$.	-1	$2gv - c'mv$.	$\frac{1}{3}$
$c'mv$ . . .	-1	$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{8}{3}m + \frac{95}{18}m^2\right)$
$2c'mv$ . .	-1	$2Ev - cv$ . .	$-\frac{1}{4m}\left(1 + \frac{7}{4}m + \frac{373}{64}m^2\right)$
$cv + c'mv$.	$\frac{1}{2m}\left(1 - \frac{1}{2}m\right)$	$2Ev + cv$ . .	$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{3}{2}m\right)$
$cv - c'mv$.	$-\frac{1}{2m}\left(1 + \frac{1}{2}m\right)$	$2Ev + c'mv$.	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{4}{3}m\right)$

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev - c'mv$	$\frac{1}{3}(1 + 4m)$	$2Ev - c'mv - 2gv$ . .	-1
$2Ev - 2cv$	$-1 - \frac{11}{2}m^2$	$2Ev + 2gv - 2cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$2Ev - 2gv$	$-1 - \frac{11}{2}m^2$	$2Ev - 2gv + 2cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$2Ev + 2cv$	$\frac{1}{15}$	$2Ev - 2c'mv - 2cv$.	-1
$2Ev + 2gv$	$\frac{1}{15}$	$2Ev + 2c'mv - 2cv$.	-1
$2Ev - 2c'mv$	$\frac{1}{3}$	$2Ev + 2c'mv - 2gv$.	-1
$2Ev + c'mv - cv$ . .	$-\frac{1}{2m}(1 + 2m)$	$2Ev - 2c'mv - 2gv$.	-1
$2Ev - c'mv - cv$ . .	$-\frac{1}{6m}(1 + 2m)$	Ev	$-\frac{1}{2m}\left(1 + \frac{5}{4}m\right)$
$2Ev + c'mv + cv$ . .	$\frac{1}{8}$	$Ev - cv$	-1
$2Ev - c'mv + cv$ . .	$\frac{1}{8}$	$Ev - c'mv$	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev - 3cv$	$\frac{1}{4m}$	$Ev + c'mv$	$\frac{2}{3m^2}$
$2Ev - 2gv + cv$ . . .	$-\frac{1}{4m}$	$Ev - c'mv - cv$ . . .	-1
$2Ev - 2gv - cv$ . . .	$\frac{1}{4m}$	$Ev + c'mv - cv$ . . .	-1
$2Ev + 2c'mv - cv$ . .	$\frac{1}{3m^2}$	$3Ev$	$\frac{1}{8}$
$2Ev - 2c'mv - cv$ . .	$-\frac{1}{8m}$	$4Ev$	$\frac{1}{15}$
$2Ev + c'mv - 2cv$ . .	-1	$4Ev - cv$	$\frac{1}{8}$
$2Ev - c'mv - 2cv$ . .	-1	$4Ev - 2gv$	$\frac{1}{3}$.
$2Ev + c'mv - 2gv$ . .	-1		

Cela posé, on trouvera que l'équation (B) donne

$$(B') \ldots\ldots\ldots \quad \delta u =$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{16}\gamma^2\right)$	$+\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{16}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{657}{1024}m^3 \\ -\frac{15}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{33}{8}me^2 + \frac{3}{128}m\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2\right)$		
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8} + \frac{135}{64}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m - \frac{3}{64}m^2\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16} + \frac{405}{128}m\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m + \frac{1691}{64}m^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{5}{16}m^2\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{35}{16}m^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m - \frac{837}{64}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{15}{8}m\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m + \frac{1113}{64}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m\right)$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{32}m\right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)$	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(-\frac{15}{4}m + \frac{129}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev$	$1\left\{\begin{array}{l}m^2 + \frac{19}{6}m^3 + \frac{64}{9}m^4 - \frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{19}{64}m^2\gamma^2 + 2m^2e^2\end{array}\right\}$	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(\frac{35}{4}m + \frac{337}{16}m^2\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m - \frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m + \frac{273}{32}m^2 + \frac{13875}{512}m^3 \\ +\frac{45}{16}me^2 - \frac{75}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{9}{8}m\gamma^2\end{array}\right\}$	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{16}m - \frac{103}{32}m^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{75}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{5}{8}m^2 - \frac{23}{48}m^3\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{24}m^3 + \frac{3}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2 + \frac{133}{8}m^3 - \frac{7}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{4}m + \frac{147}{16}m^2 + \frac{8451}{256}m^3 \\ -\frac{75}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}me^2 - \frac{135}{64}m\gamma^2\end{array}\right\}$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{64}m\right)$

$+\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{8}m^2\right)$	$+\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{8}m^2\right)$	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2} - \frac{45}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{17}{2}m^2\right)$	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{25}{64}m^2\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2\right)$	$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{1}{2}m^4\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{8}m - \frac{681}{64}m^2\right)$	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{75}{64}m^3\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right)$.
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4} - \frac{45}{8}m\right)$		

Ce résultat renferme la solution complète du problème proposé au commencement de ce paragraphe. En combinant cette valeur de δu avec celle de l'intégrale $-\int R_1 dv$, donnée par l'équation (10) (Voyez page 61), on peut maintenant former une expression de δnt, qui contiendra, sans exception, tous les termes du *troisième* ordre. Et outre cela, l'approximation suivante de cette même variable se trouve par là préparée de manière qu'il suffit d'ajouter aux fonctions δu et $-m^2\int R_1 dv$: 1.° les termes du *cinquième* ordre qui se rapportent aux trois argumens $c'mv$, $2c'mv$, $3c'mv$; 2.° les termes du sixième ordre de la forme $Am^2e^2\gamma^2\cos(2gv - 2cv)$, $Bm^2e\varepsilon' b^2 \cos Ev + c'mv - cv$, pour que la *totalité* des termes du *quatrième* ordre qui font partie du développement de δnt puisse être déterminée.

A la vérité il n'est pas moins indispensable, pour la rigueur de cette dernière assertion, d'avoir égard aux termes du sixième ordre qui se rapportent aux argumens $2Ev + 2c'mv - 2cv$, $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $Ev + c'mv + cv - 2gv$. Mais il sera démontré par la suite que ces termes se détruisent dans l'expression de $\frac{d.\delta nt}{dv}$, et que par conséquent ces inégalités sont nécessairement d'un ordre supérieur au quatrième.

§ 5.

Expression de la perturbation de la longitude (c'est-à-dire de la variable δnt) exacte jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement; abstraction faite des deux termes, de ce même ordre, qui affectent les deux argumens $2gv-2cv$, $Ev+c'mv-cv$.

45. Avant de combiner les expressions de δu et $-m^2\int R_1 dv$ pour en déduire celle de δnt, nous ajouterons à ces deux mêmes fonctions les termes du *cinquième* ordre qui appartiennent aux coefficiens des trois argumens $c'mv$, $2c'mv$, $3c'mv$. On aurait pu comprendre ces termes du *cinquième* ordre dans le paragraphe précédent, ainsi qu'on l'a fait pour les autres qui affectent des argumens semblables. Mais en considérant que, pour remplir cet objet, il fallait connaître préalablement deux termes du *troisième* ordre de la valeur de δnt, il nous a paru plus convenable de renvoyer ici l'exposition de ce calcul préparatoire, afin d'éviter la trop grande extension que cette circonstance aurait donné au lemme qui fait le sujet des deux n.os 34 et 35.

46. Pour ajouter les termes dont il est ici question à la valeur de $\delta R'$, il faut d'abord observer qu'en réduisant l'expression de δu (Voyez n.° 44) à ces termes

$$
\begin{aligned}
\delta u = &\cos 2Ev+c'mv && \varepsilon'\left(-\tfrac{1}{2}m^2-\tfrac{19}{24}m^3+\tfrac{3}{16}m\gamma^2\right)\\
&\cos 2Ev-c'mv && \varepsilon'\left(\tfrac{7}{2}m^2+\tfrac{133}{8}m^3-\tfrac{7}{16}m\gamma^2\right)\\
&\cos 2Ev-2c'mv && \varepsilon'^2\left(-\tfrac{17}{2}m^2\right)\\
&\cos 2Ev+c'mv-cv && e\varepsilon'\left(-\tfrac{15}{8}m\right)\\
&\cos 2Ev-c'mv-cv && e\varepsilon'\left(\tfrac{35}{8}m\right);
\end{aligned}
$$

et celle de $\frac{1}{u_1}$ à $\frac{1}{u_1}=1-e\cos cv$; que l'on a, en retenant seulement les trois argumens $2Ev+c'mv$, $2Ev-c'mv$, $2Ev-2c'mv$;

$$\begin{aligned}\frac{\delta u}{u_{\prime}} = &\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{19}{24}m^3 + \tfrac{3}{16}m\gamma^2 + \tfrac{15}{16}m e^2\right)\\ &\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{7}{2}m^2 + \tfrac{133}{8}m^3 - \tfrac{7}{16}m\gamma^2 - \tfrac{35}{16}m e^2\right)\\ &\cos 2Ev - 2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\tfrac{17}{2}m^2\right).\end{aligned}$$

Cela posé, transportons nous au commencement du n.° 36, et ajoutons aux produits partiels de la fonction

$$-4\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{3}{2}q\cdot\frac{(\alpha'u')^3}{u_{\prime}^4}\,\frac{\sin}{\cos}(2v-2v')$$

les termes suivans :

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev \times \left(-2m^2-\tfrac{19}{3}m^3+\tfrac{3}{8}m\gamma^2+\tfrac{15}{8}me^2\right)$	$\frac{\sin}{\cos} - c'mv\quad \varepsilon'\left(-\tfrac{21}{2}m^2-\tfrac{133}{4}m^3+\tfrac{63}{32}m\gamma^2+\tfrac{315}{32}me^2\right)$
	$c'mv\quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{19}{4}m^3-\tfrac{9}{32}m\gamma^2-\tfrac{45}{32}me^2\right)$
	$-2c'mv\ \varepsilon'^2\left(-\tfrac{51}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv\quad e\left(-\tfrac{15}{4}m\right)$	$c'mv\quad \varepsilon'\left(-\tfrac{45}{8}me^2\right)$
	$-c'mv\quad \varepsilon'\left(\tfrac{315}{8}me^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv\ \varepsilon' \times \left(m^2+\tfrac{19}{12}m^3-\tfrac{3}{8}m\gamma^2-\tfrac{15}{16}me^2\right)$	$-c'mv\quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{19}{8}m^3-\tfrac{9}{16}m\gamma^2-\tfrac{45}{16}me^2\right)$
	$-2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\tfrac{21}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv\ \varepsilon' \times \left(-7m^2-\tfrac{133}{8}m^3+\tfrac{7}{8}m\gamma^2+\tfrac{35}{8}me^2\right)$	$c'mv\quad \varepsilon'\left(-\tfrac{21}{2}m^2-\tfrac{399}{8}m^3+\tfrac{21}{16}m\gamma^2+\tfrac{105}{16}me^2\right)$
	$2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\tfrac{21}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv\ e\varepsilon'\left(\tfrac{15}{4}m\right)$	$-c'mv\quad \varepsilon'\left(-\tfrac{45}{4}me^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv\ e\varepsilon'\left(-\tfrac{35}{4}m\right)$	$c'mv\quad \varepsilon'\left(\tfrac{105}{4}me^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2c'mv\quad \varepsilon'^2\left(-17m^2\right)$	$2c'mv\ \varepsilon'^2\left(-\tfrac{51}{2}m^2\right).$

Il suit de là que l'on a

$$(\alpha) \ldots\ldots\ldots -6q\cdot\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4}\,sin(2v-2v') =$$

$$sin\ c'mv \quad \varepsilon'\left(0\cdot m^2 - \tfrac{57}{4}m^3 - \tfrac{3}{8}m\gamma^2 - \tfrac{75}{8}m e^2\right)$$

$$sin\ 2c'mv\ \varepsilon'^2\left(0\cdot m^2\right).$$

47. Actuellement, si l'on fait

$$2\frac{\delta u}{u_{\prime}} = -\ m^2\varepsilon' \cos 2Ev + c'mv + 7\ m^2\varepsilon' \cos 2Ev - c'mv\ ,$$

$$-m^2\!\int R_{\prime}dv = -\tfrac{3}{8}m^2\varepsilon' \cos 2Ev + c'mv + \tfrac{21}{8}m^2\varepsilon' \cos 2Ev - c'mv\ ,$$

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv} = m^2\!\int R_{\prime}dv - 2\frac{\delta u}{u_{\prime}},$$

on aura

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv} = \tfrac{11}{8}m^2\varepsilon' \cos 2Ev + c'mv - \tfrac{77}{8}m^2\varepsilon' \cos 2Ev - c'mv\ ;$$

d'où l'on tire, en intégrant et faisant $2E + c'm = 2$, $2E - c'm = 2$,

$$\delta nt = \tfrac{11}{16}m^2\varepsilon' \sin 2Ev + c'mv - \tfrac{77}{16}m^2\varepsilon' \sin 2Ev - c'mv.$$

Or nous avons (Voyez volume I, page 331)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right] = m\,\delta nt \ldots \left\{\begin{array}{lr} \begin{smallmatrix}cos\\sin\end{smallmatrix} - 2Ev & (-2) \\ -(2Ev + c'mv)\ \varepsilon' & (\tfrac{1}{2}) \\ -(2Ev - c'mv)\ \varepsilon' & (-\tfrac{21}{2}). \end{array}\right.$$

Donc, en ajoutant à la valeur précédente de δnt le terme $-\frac{11}{8}m^2 sin\ 2Ev$ trouvé dans le n.° 13, on obtiendra ces produits partiels:

Multiplicateur		Produit
$2\ \begin{smallmatrix}cos\\sin\end{smallmatrix} - 2Ev$	$(-1)\ldots$	$\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} - c'mv\ \varepsilon'(\tfrac{11}{16}m^3)$ $c'mv\ \varepsilon'(-\tfrac{77}{16}m^3)$
$2\ \begin{smallmatrix}cos\\sin\end{smallmatrix} - (2Ev + c'mv)\ \varepsilon'$	$(\tfrac{1}{4})\ldots$	$c'mv\ \varepsilon'(\tfrac{11}{32}m^3)$
$2\ \begin{smallmatrix}cos\\sin\end{smallmatrix} - (2Ev - c'mv)\ \varepsilon'$	$(-\tfrac{21}{4})\ldots$	$-c'mv\ \varepsilon'(-\tfrac{231}{32}m^3)$;

partant il est clair qu'on a

$$\delta[(\alpha' u')^3 \sin(2v-2v')] = \sin c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{33}{16}m^3\right).$$

Mais ici il suffit de faire $\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_1^4}=\frac{3}{2}$; ainsi nous avons

$$(\beta)\ \ldots\ \frac{3}{2}q\cdot\frac{\delta[(\alpha' u')^3 \sin(2v-2v')]}{u_1^4} = \sin c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{99}{32}m^3\right).$$

48. Donc, en faisant la somme des deux fonctions (α) et (β), il viendra

$$\begin{aligned}\delta R' = \sin c'mv \quad & \varepsilon'\left(0.m^2 - \frac{357}{32}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{75}{8}me^2\right)\\ \sin 2c'mv \quad & \varepsilon'^2\left(0.m^2\right);\end{aligned}$$

d'où on tire en intégrant

$$\begin{aligned}(10)'\ \ldots\ -\int R'\,dv = \cos c'mv \quad & \varepsilon'\left(0.m - \frac{357}{32}m^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{75}{8}e^2\right)\\ \cos 2c'mv \quad & \varepsilon'^2\left(0.m\right).\end{aligned}$$

Les produits partiels trouvés dans le n.° 46 donnent

$$\begin{aligned}\frac{\delta R^V}{u_1} &= -\frac{9}{2}q\cdot\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\cos(2v-2v')\\ &= \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}+\frac{9}{8}-\frac{63}{8}\right)m^2\\ &= \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{27}{2}m^2\right).\end{aligned}$$

Et comme il suffit ici de faire $\frac{1}{u_1}=1$, on a

$$(9)'\ \ldots\ \delta R^V = \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{27}{2}m^2\right).$$

En faisant le produit des deux fonctions (Voyez n.^{os} 39 et 43)

$$2\int R_1\,dv = -\frac{3}{2}\cos 2Ev + \frac{3}{4}\varepsilon'\cos 2Ev + c'mv - \frac{21}{4}\varepsilon'\cos 2Ev - c'mv,$$

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right) = 3m^2\cos 2Ev - \frac{3}{2}m^2\varepsilon'\cos 2Ev + c'mv + \frac{21}{2}m^2\varepsilon'\cos 2Ev - c'mv,$$

et retenant seulement les termes affectés de l'argument $c'mv$, on trouvera

$$(14)'\ \ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}+\frac{9}{8}-\frac{63}{8}\right)m^2 = \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{27}{2}m^2\right).$$

Et en multipliant les deux fonctions

$$R_1 = \frac{3}{2}\sin 2Ev - \frac{3}{4}\varepsilon' \sin 2Ev + c'mv + \frac{21}{4}\varepsilon' \sin 2Ev - c'mv\ ,$$

$$-\frac{d.\delta u}{dv} = 2m^2 \sin 2Ev - m^2\varepsilon' \sin 2Ev + c'mv + 7m^2\varepsilon' \sin 2Ev - c'mv\ ,$$

on obtiendra

$$(16)' \ldots\ldots - R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4} - \frac{3}{4} + \frac{21}{4} - \frac{3}{4}\right)m^2 = \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(9m^2\right).$$

La fonction $R_4 + \frac{3}{2}\delta u$ donne (Voyez page 348 du volume I)

$$(7)' \ldots\ldots R_4 + \frac{3}{2}\delta u = \begin{array}{ll} \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{27}{16}\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\right) \\ \cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{53}{16}\right). \end{array}$$

Enfin la valeur de δs trouvée dans le n.° 26 donne

$$\begin{array}{rlll} 2s_1\delta s = & \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\gamma^2 - \frac{69}{64}m^2\gamma^2\right) \\ & \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\gamma^2 + \frac{9}{64}m^2\gamma^2\right) \\ & \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{27}{32} - \frac{27}{32} = 0\right)m\gamma^2; \\ (\delta s)^2 = & \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{64} + \frac{21}{64}\right)m^2\gamma^2; \end{array}$$

partant nous avons

$$(4)' \ldots\ldots 2s_1\delta s + (\delta s)^2 = \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\right).$$

49. Maintenant, si on fait la somme

$$\frac{3}{2}\cdot(4)' + m^2\left\{(7)' + 2.(10)' + (9)' + (14)' + (16)'\right\},$$

on formera cette équation

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\begin{array}{ll} \cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2 + 0.m^3 + \left(-\frac{357}{16} + 9 - \frac{27}{2} - \frac{27}{2}\right)m^4 + \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{3}{2} - \frac{75}{4}\right)m^2e^2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{4} - \frac{9}{8}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2 + 0.m^3\right) \\ \cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{53}{16}m^2\right); \end{array}$$

de sorte que nous avons

$$(B)' \ldots\ldots \quad \frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} - \left(1 - \tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2 + 0\cdot m^3 - \frac{645}{16}m^4 + \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 - \frac{69}{4}m^2e^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2 + 0\,.\,m^3\right) \\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{53}{16}m^2\right).
\end{array}$$

Donc, en intégrant cette équation et faisant

$$\frac{1}{m^2 - 1 + \frac{3}{2}\mu^2} = \frac{-1}{1 - \frac{5}{2}m^2} = -1 - \frac{5}{2}m^2,$$

il viendra

$$\begin{array}{lll}
(B')' \ldots & \delta u = \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2 + 0\cdot m^3 + \frac{585}{16}m^4 - \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 + \frac{69}{4}m^2e^2 + \frac{3}{2}m^2\gamma^2\right) \\
& \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2 + 0\,.\,m^3\right) \\
& \cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{16}m^2\right).
\end{array}$$

Cette équation et la précédente désignée par $(10)'$ démontrent que l'inégalité dont l'argument est $2c'mv$, a un coefficient du *cinquième* ordre, au-moins, dans l'expression de δnt.

50. Nous allons entreprendre maintenant le calcul des termes qui constituent la valeur de $\frac{d\cdot\delta nt}{dv}$.

Avant tout nous réunirons les termes fournis par l'équation $(10)'$ trouvée plus haut (Voyez n.° 48) aux termes qui composent le second membre de l'équation (10) donnée dans le n.° 39. Cela posé, en retenant seulement les termes nécessaires pour arriver au résultat final qui fait le sujet de ce paragraphe, l'on obtiendra l'équation suivante:

$$[1] \ldots\ldots \quad -m^2\int R_i dv =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left(-\frac{45}{8}m^3\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(0\cdot m\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{357}{32}m^4 - \frac{75}{8}m^2e^2 - \frac{3}{8}m^2\gamma^2\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(0\cdot m^3\right) \\
\cos 2Ev & 1\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{4}m^3 + \frac{3}{4}m^4 + \frac{3}{2}m^2e^2 - \frac{15}{8}m^2\varepsilon'^2\right)
\end{array}$$

$+\cos 2Ev - cv$	$e\left(-3m^2 - 9m^3\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-m^2 + \frac{1}{3}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^2 + \frac{63}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^2 - \frac{3}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{8}m - \frac{159}{32}m^2 - \frac{5667}{512}m^3 - \frac{15}{16}me^2 + \frac{15}{32}m\gamma^2 + \frac{75}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 + \frac{321}{512}m^3 + \frac{51}{32}me^2 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{8}m - \frac{123}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{35}{8}m - \frac{379}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m + \frac{39}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{7}{8}m - \frac{25}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2\left(\frac{9}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{32}m\right)$

$$
\begin{array}{ll}
+ \cos Ev & b^2\left(\ \ \frac{3}{8}\,m^2\right) \\
\cos Ev - cv & e\,b^2\left(\ \ \frac{15}{16}\,m + \frac{813}{128}\,m^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{4} + \frac{45}{8}\,m\right) \\
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{105}{32}\,m\right) \\
\cos 3Ev & b^2\left(\ \ \frac{5}{8}\,m^2\right) \\
\cos 4Ev & 1\left(-\frac{3}{4}\,m^4\right) \\
\cos 4Ev - cv & e\left(-\frac{15}{8}\,m^3\right).
\end{array}
$$

Pour avoir les termes de la fonction $-\frac{3}{2}(m^2\int R_i dv)^2$ qui appartiennent à cette approximation, il suffit de retenir dans le carré de $-m^2\int R_i dv$ les termes suivans :

$$
\begin{aligned}
(m^2\textstyle\int R_i dv)^2 = \left(\frac{9}{16}\,m^4 + \frac{9}{8}\,m^5\right)(\cos 2Ev)^2 \\
+ 2\cdot\frac{3}{4}\,m^2\cos 2Ev\left\{\frac{21}{8}\,m^2\varepsilon'\cos 2Ev + c'mv - \frac{3}{8}\,m^2\varepsilon'\cos 2Ev - c'mv\right\};
\end{aligned}
$$

et de réduire ensuite cette équation à celle-ci

$$(m^2\textstyle\int R_i dv)^2 = \left(\frac{9}{32}\,m^4 + \frac{9}{16}\,m^5\right)\cos 0v + \left(\frac{63}{32} - \frac{9}{32}\right)m^4\varepsilon'\cos c'mv + \frac{9}{32}\,m^4\cos 4Ev;$$

de sorte que nous avons

$$[\text{II}] \ldots\ldots \quad -\frac{3}{2}\,m^4\left(\textstyle\int R_i dv\right)^2 =$$

$$\cos 0v\,\left(-\frac{27}{64}\,m^4 - \frac{27}{32}\,m^5\right) + \cos c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{81}{32}\,m^4\right) + \cos 4Ev\,\left(-\frac{27}{64}\,m^4\right).$$

51. Cherchons maintenant les termes donnés par la fonction $\frac{\delta u}{u_i}$. Pour cela il faut multiplier par $\frac{1}{u_i}$ l'expression de δu donnée par l'équation (B') trouvée dans le n.° 44. Voici les produits partiels, en prenant pour premier facteur les différens termes de la valeur de $\frac{1}{u_i} - 1$ donnés dans le volume I, page 308.

Produits partiels de la fonction $\left(\frac{1}{u_{,}} - 1\right)\delta u$.

Multiplicateur	Produit	
$\cos 0v \quad \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right)$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^2\gamma^2 + \frac{3}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$1\left(-\frac{1}{4}m^2\gamma^2 - \frac{1}{2}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{32}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{64}m\gamma^2 - \frac{3}{32}me^2\right)$
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2\right)$	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right)$
	$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}me^2 - \frac{1113}{128}m^2e^2\right)$
	$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{16}me^2 + \frac{837}{128}m^2e^2\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{7}{16}e^2\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{7}{16} - \frac{135}{128}m\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{64}me^2\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{27}{64}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$1\left(-\frac{15}{16}me^2 - \frac{273}{64}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}m - \frac{273}{64}m^2 - \frac{13875}{1024}m^3 \\ + \frac{75}{32}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{16} + \frac{15}{32}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{15}{64} - \frac{45}{32}\right)me^2 \end{array}\right\}$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)$ . . .	$\cos 2E + 2cv$	$e^2\left(\frac{5}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$1\left(\frac{5}{16}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{8}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{8}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{32}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{32}m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{16}m+\frac{3}{128}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{15}{16}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{35}{16}m-\frac{1691}{128}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{35}{16}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{16}me^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{45}{128}me^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}me^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{64}m\right)$
	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{32}m+\frac{81}{32}m^2\right)$
	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{15}{32}m\right)$
	$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{8}+\frac{45}{16}m\right)$
	$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\tfrac{1}{4}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\tfrac{1}{4}m^2 + \tfrac{19}{24}m^3 - \tfrac{3}{64}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2\left(\tfrac{1}{4}m^2\right) \\
\cos 2Ev + cv & e\left(\tfrac{15}{32}m e^2\right) \\
\cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\tfrac{15}{32}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(\tfrac{7}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\tfrac{1}{8}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}m^2 + \tfrac{19}{48}m^3 - \tfrac{3}{128}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv & \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(\tfrac{15}{64}m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(\tfrac{15}{64}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\tfrac{7}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{1}{16}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{15}{64}m e^2\right).\right.$$

En réunissant ces différens produits à la valeur de δu trouvée dans le n.° 44, on aura

$$[\mathrm{III}] \ldots\ldots\ldots \frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2cv & e^2\left(\tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{5}{16}\gamma^2\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\tfrac{1}{2}m^2 + \tfrac{7}{16}e^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{8} + \tfrac{135}{64}m\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\tfrac{3}{2}m^2 + 0\cdot m^3 + \left(\tfrac{9}{16} - \tfrac{9}{16} = 0\right)m e^2 - \tfrac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 + \tfrac{585}{16}m^4 \\ + \left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{8} = \tfrac{15}{8}\right)m^2\gamma^2 + \left(\tfrac{69}{4} + \tfrac{3}{4} - \tfrac{1113}{128} + \tfrac{837}{128} = \tfrac{507}{32}\right)m^2 e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left\{-\tfrac{9}{4}m^2 + 0\cdot m^3 + \left(\tfrac{27}{64} - \tfrac{27}{64} = 0\right)m e^2\right\}
\end{array}$$

$$+\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(-\tfrac{53}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\left(\tfrac{7}{16}-\tfrac{15}{16}=-\tfrac{1}{2}\right)m^0+\left(\tfrac{405}{128}-\tfrac{135}{128}=\tfrac{135}{64}\right)m\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\tfrac{9}{8}m+\left(\tfrac{1113}{64}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{1161}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\tfrac{9}{8}m+\left(\tfrac{3}{4}-\tfrac{837}{64}=-\tfrac{789}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2cv-c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 2cv+c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(\tfrac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv+c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv-c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(\tfrac{9}{16}m\right)$$

$$\cos cv+2c'mv \qquad \varepsilon'^2e\left(-\tfrac{27}{32}m\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2e\left(\tfrac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad 1\left\{\begin{array}{l} m^2+\tfrac{19}{6}m^3-\tfrac{3}{16}m\gamma^2-\tfrac{15}{16}m\,e^2+\tfrac{64}{9}m^4-\tfrac{5}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(-\tfrac{1}{4}-\tfrac{19}{64}=-\tfrac{35}{64}\right)m^2\gamma^2+\left(2-\tfrac{1}{2}-\tfrac{273}{64}+\tfrac{5}{16}=-\tfrac{157}{64}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \tfrac{15}{8}m+\left(\tfrac{273}{32}-\tfrac{1}{2}=\tfrac{257}{32}\right)m^2+\left(\tfrac{13875}{512}-\tfrac{19}{12}=\tfrac{39193}{1536}\right)m^3 \\ +\left(\tfrac{45}{16}-\tfrac{15}{16}-\tfrac{15}{8}=0\right)m\,e^2+\left(-\tfrac{9}{8}-\tfrac{15}{32}+\tfrac{3}{32}=-\tfrac{3}{2}\right)m\gamma^2-\tfrac{75}{16}m\,\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(-\tfrac{5}{8}-\tfrac{1}{2}=-\tfrac{9}{8}\right)m^2+\left(-\tfrac{23}{48}-\tfrac{19}{12}=-\tfrac{33}{16}\right)m^3 \\ +\tfrac{3}{32}m\gamma^2+\tfrac{15}{32}m\,e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left(\tfrac{7}{2}m^2+\tfrac{133}{8}m^3-\tfrac{7}{16}m\gamma^2-\tfrac{35}{16}m\,e^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\tfrac{1}{2}m^2-\tfrac{19}{24}m^3+\tfrac{3}{16}m\gamma^2+\tfrac{15}{16}m\,e^2\right)$$

$$\cos 2Ev-2cv\ e^2\left\{\begin{array}{l} \left(\tfrac{15}{4}-\tfrac{15}{16}=\tfrac{45}{16}\right)m+\left(\tfrac{147}{16}-\tfrac{273}{64}+\tfrac{1}{4}=\tfrac{331}{64}\right)m^2 \\ +\left(\tfrac{8451}{256}-\tfrac{13875}{1024}+\tfrac{19}{24}=\tfrac{62219}{3072}\right)m^3 \\ +\left(\tfrac{75}{32}-\tfrac{75}{8}=-\tfrac{225}{32}\right)m\,\varepsilon'^2+\left(\tfrac{45}{8}-\tfrac{15}{8}-\tfrac{45}{32}+\tfrac{15}{64}-\tfrac{15}{16}=\tfrac{105}{64}\right)m\,e^2 \\ +\left(-\tfrac{135}{64}-\tfrac{15}{16}+\tfrac{9}{16}+\tfrac{15}{32}-\tfrac{3}{64}=-\tfrac{33}{16}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$+\cos 2Ev-2gv\;\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{16}m+\left(\frac{1}{8}-\frac{69}{64}=-\frac{61}{64}\right)m^2+\left(\frac{19}{48}-\frac{657}{1024}=-\frac{755}{3072}\right)m^3 \\ -\frac{15}{32}m\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{128}-\frac{3}{64}-\frac{3}{128}=-\frac{3}{64}\right)m\gamma^2 \\ +\left(-\frac{33}{8}-\frac{3}{32}+\frac{45}{128}+\frac{3}{8}-\frac{15}{64}=-\frac{477}{128}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2cv \qquad e^2\left\{\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{1}{4}=\frac{15}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+2gv \qquad \gamma^2\left\{\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{17}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8}m+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{64}=\frac{13}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{35}{8}m+\left(\frac{1691}{64}-\frac{7}{4}=\frac{1579}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{\left(\frac{5}{16}+\frac{1}{4}=\frac{9}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{\left(-\frac{35}{16}-\frac{7}{4}=-\frac{63}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-3cv \qquad e^3\left\{\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}+\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+cv \qquad e\gamma^2\left\{\left(-\frac{45}{64}-\frac{3}{32}=-\frac{51}{64}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{32}+\frac{15}{64}=-\frac{39}{64}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev+2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{16}\right)m+\left(\frac{129}{16}+\frac{3}{128}-\frac{1}{8}=\frac{1019}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\left(\frac{35}{4}-\frac{35}{16}=\frac{105}{16}\right)m+\left(\frac{337}{16}-\frac{1691}{128}+\frac{7}{8}=\frac{1117}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2gv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left\{-\frac{3}{16}m+\left(-\frac{3}{32}-\frac{1}{16}=-\frac{5}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2gv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left\{\frac{7}{16}m+\left(\frac{7}{16}-\frac{103}{32}=-\frac{89}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\left(\frac{45}{64}-\frac{45}{16}=-\frac{135}{64}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\left(\frac{255}{16}-\frac{255}{64}=\frac{765}{64}\right)m\right\}$$

$$+\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'^2\left(\frac{51}{64}m\right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2\right)$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{15}{32}m\right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left\{\left(\frac{15}{32} - \frac{15}{8} = -\frac{45}{32}\right)m + \left(\frac{81}{32} - \frac{681}{64} = -\frac{519}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4} - \frac{45}{8}m\right)$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{8} = \frac{15}{8}\right)m^0 + \left(\frac{45}{16} - \frac{45}{4} = -\frac{135}{16}\right)m\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{105}{16} - \frac{15}{32} = \frac{195}{32}\right)m\right\}$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left(\frac{25}{64}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev \quad 1\left(-\frac{1}{2}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{75}{64}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right).$$

52. Produits partiels de la fonction $\left(\frac{\delta u}{u_i}\right)^2$.

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev\left(m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{15}{16}me^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2\right)$	$\cos 0v$	$\left(\frac{1}{2}m^4 + \frac{19}{6}m^5 - \frac{15}{16}m^3e^2 - \frac{3}{16}m^3\gamma^2\right)$
	$\cos 4Ev$	$\left(\frac{1}{2}m^4\right)$
	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
	$\cos cv$	$e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4\right)$

Multiplicateur		Produit
	$\cos 0v$	$\left(\frac{225}{128}m^2e^2 + \frac{3855}{256}m^3e^2\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2e^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{525}{64}m^2e^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right) \ldots\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(\frac{135}{64}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(-\frac{135}{64}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{105}{64}m e^2\right)$
	$\cos Ev - cv$	$e b^2\left(-\frac{225}{128}m^2\right)$
	$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$.

En réunissant ces parties, il viendra

$$[\mathrm{IV}] \ldots\ldots \left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 =$$

$$\cos 0v \quad \left\{\frac{1}{2}m^4 + \frac{225}{128}m^2e^2 + \frac{19}{6}m^5 - \frac{3}{16}m^3\gamma^2 + \left(\frac{3855}{256} - \frac{15}{16} = \frac{3615}{256}\right)m^3e^2\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\left(\frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3\right)m^4 + \left(\frac{525}{64} - \frac{225}{64} = \frac{75}{16}\right)m^2e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{105}{64}m e^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad \varepsilon'e^2\left(\frac{135}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad \varepsilon'e^2\left(-\frac{135}{64}m^2\right)$$

$$\cos Ev - cv \quad e b^2\left(-\frac{225}{128}m^2\right)$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$$

$$\cos 4Ev \quad 1\left(\frac{1}{2}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{225}{128}m^2\right).$$

53. Produits partiels de la fonction $-2\frac{\delta u}{u_{\prime}}m^2\int R_{\prime}dv$.

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev\left(m^2+\frac{19}{6}m^3-\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{15}{16}me^2\right)$	$\cos 0v$	$\left(\frac{3}{4}m^4+\frac{3}{4}m^5+\frac{19}{8}m^5-\frac{9}{64}m^3\gamma^2-\frac{45}{64}m^3e^2\right)$
	$\cos 4Ev$	$\left(\frac{3}{4}m^4\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^4\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^4\right)$
$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots$	$\cos cv$	$e\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$\cos 0v$	$\left(-\frac{45}{8}m^3e^2\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^4\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^4\right)$.

En réunissant ces parties, il viendra

$$[\mathrm{V}]\ \ldots\ldots\quad -2\frac{\delta u}{u_{\prime}}m^2\int R_{\prime}dv=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 0v & 1\left\{\frac{3}{2}m^4+\left(\frac{3}{4}+\frac{19}{8}=\frac{25}{8}\right)m^5-\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\left(-\frac{45}{64}-\frac{45}{8}=-\frac{405}{64}\right)m^3e^2\right\} \\
\cos cv & e\left(\frac{45}{32}m^3\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\left(\frac{21}{8}-\frac{3}{8}+\frac{21}{8}-\frac{3}{8}=\frac{9}{2}\right)m^4\right\} \\
\cos 4Ev & 1\left(\frac{3}{4}m^4\right) \\
\cos 4Ev-cv & e\left(\frac{45}{32}m^3\right).
\end{array}$$

54. Nous avons (Voyez volume I, page 263)

$$Y=A-B+AB.$$

Les valeurs de A et B données dans les pages 262 et 267 du même volume peuvent être réduites ici à

$$A = 2\,\frac{\delta u}{u_{\prime}} - 3\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2,$$

$$B = m^2\int R_{\prime}dv + \tfrac{3}{2}m^4\left(\int R_{\prime}dv\right)^2;$$

et il suffit de prendre

$$AB = 2\,\frac{\delta u}{u_{\prime}}\,m^2\int R_{\prime}dv.$$

Donc, pour avoir la valeur de Y, il faut réunir les termes compris dans cette fonction

$$[\mathrm{I}] + [\mathrm{II}] + 2[\mathrm{III}] - 3[\mathrm{IV}] - [\mathrm{V}];$$

ce qui donnera

$$Y =$$

$$\cos 0v \quad \mathrm{I}\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{27}{64}-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=-\frac{171}{64}\right)m^4-\frac{675}{128}m^2e^2+\left(-\frac{27}{32}-\frac{19}{2}-\frac{25}{8}=-\frac{431}{32}\right)m^5 \\ +\left(-\frac{10845}{256}+\frac{405}{64}=-\frac{9225}{256}\right)m^3e^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{64}=\frac{45}{64}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{\left(-\frac{45}{8}-\frac{45}{8}-\frac{45}{32}=-\frac{405}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -3m^2+0\cdot m^3+\left(-\frac{357}{32}-\frac{81}{32}-9-\frac{9}{2}+\frac{585}{8}=\frac{735}{16}\right)m^4 \\ -\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{4}-\frac{3}{8}=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2+\left(-\frac{75}{8}-\frac{225}{16}+\frac{507}{16}=\frac{33}{4}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2+0\cdot m^3+0\cdot m\,e^2\right)$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left(m^2+\frac{7}{8}e^2\right)$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{7}{4}+\frac{135}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-1+\frac{135}{32}m\right)$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m-\frac{789}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2cv-c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$$

$$\cos 2cv+c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$$

$$+\cos 2gv - c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(\tfrac{9}{8}\,m\right)$$

$$\cos 2gv + c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{8}\,m\right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{27}{16}\,m\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\tfrac{27}{16}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad 1\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}+2 = \frac{11}{4}\right)m^2 + \left(\frac{3}{4}+\frac{19}{3} = \frac{85}{12}\right)m^3 - \frac{3}{8}\,m\gamma^2 - \frac{15}{8}\,m\,e^2 \\ + \left(\frac{3}{4}+\frac{128}{9} = \frac{539}{36}\right)m^4 + \left(\frac{3}{2}-\frac{157}{32} = -\frac{109}{32}\right)m^2e^2 \\ - \frac{35}{32}\,m^2\gamma^2 + \left(-\frac{15}{8}-5 = -\frac{55}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}\,m + \left(-3+\frac{257}{16} = \frac{209}{16}\right)m^2 + \left(-9+\frac{39193}{768} = \frac{32281}{768}\right)m^3 \\ + 0\cdot m\,e^2 - 3\cdot m\gamma^2 - \frac{75}{8}\,m\,\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\left(-1-\tfrac{9}{4} = -\tfrac{13}{4}\right)m^2 + \left(\tfrac{1}{3}-\tfrac{33}{8} = -\tfrac{91}{24}\right)m^3 + \tfrac{3}{16}m\gamma^2 + \tfrac{15}{16}m\,e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\left(7+\tfrac{21}{8} = \tfrac{77}{8}\right)m^2 + \left(\tfrac{133}{4}+\tfrac{63}{16} = \tfrac{595}{16}\right)m^3 - \tfrac{7}{8}m\gamma^2 - \tfrac{35}{8}m\,e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\left(-1-\tfrac{3}{8} = -\tfrac{11}{8}\right)m^2 + \left(-\tfrac{19}{12}-\tfrac{3}{16} = -\tfrac{85}{48}\right)m^3 + \tfrac{3}{8}m\gamma^2 + \tfrac{15}{8}m\,e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{8}-\frac{15}{8} = \frac{15}{4}\right)m + \left(\frac{331}{32}-\frac{159}{32} = \frac{43}{8}\right)m^2 \\ + \left(\frac{62219}{1536}-\frac{5667}{512} = \frac{22609}{768}\right)m^3 + \left(\frac{75}{16}-\frac{225}{16} = -\frac{75}{8}\right)m\,\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{105}{32}-\frac{15}{16} = \frac{75}{32}\right)m\,\varepsilon^2 + \left(\frac{15}{32}-\frac{33}{8} = -\frac{117}{32}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8} = 0\right)m + \left(\frac{3}{32}-\frac{61}{32} = -\frac{29}{16}\right)m^2 + \left(\frac{321}{512}-\frac{755}{1536} = \frac{13}{96}\right)m^3 \\ + \left(\frac{15}{16}-\frac{15}{16} = 0\right)m\,\varepsilon'^2 + \left(\frac{51}{32}-\frac{477}{64}+\frac{315}{64} = -\frac{15}{16}\right)m\,e^2 \\ + \left(\frac{3}{16}-\frac{3}{32} = \frac{3}{32}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2\left\{\left(\tfrac{15}{16}+\tfrac{15}{8} = \tfrac{45}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left\{\left(\tfrac{3}{16}+\tfrac{1}{2} = \tfrac{11}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\left(17+\tfrac{51}{8} = \tfrac{187}{8}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left\{\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{9}{8} = \tfrac{13}{8}\right)m^2\right\}$$

$+\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\left(-\frac{7}{2} - \frac{63}{8} = -\frac{91}{8}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{-\frac{15}{4} m + \left(\frac{3}{2} + \frac{13}{32} = \frac{61}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\frac{35}{4} m + \left(-\frac{21}{2} + \frac{1579}{32} = \frac{1243}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{15}{8} - \frac{45}{8} = -\frac{15}{4}\right) m + \left(-\frac{123}{32} + \frac{1019}{64} - \frac{405}{64} = \frac{23}{4}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\left(-\frac{35}{8} + \frac{105}{8} = \frac{35}{4}\right) m + \left(-\frac{379}{32} + \frac{1117}{64} + \frac{405}{64} = \frac{191}{16}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = 0\right) m + \left(\frac{39}{32} - \frac{5}{16} = \frac{29}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{8} = 0\right) m + \left(-\frac{25}{32} - \frac{89}{16} = -\frac{203}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 3cv$	e^3	$\left(\frac{15}{16} m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{51}{32} m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{39}{32} m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{15}{32} m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{255}{16} m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{45}{16} m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{45}{32} - \frac{135}{32} = -\frac{45}{16}\right) m\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{765}{32} - \frac{255}{32} = \frac{255}{16}\right) m\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{9}{32} - \frac{9}{32} = 0\right) m\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{51}{32} - \frac{51}{32} = 0\right) m\right\}$
$\cos Ev$	b^2	$\left\{-\frac{15}{8} m + \left(\frac{3}{8} - \frac{81}{8} = -\frac{39}{4}\right) m^2\right\}$
$\cos Ev + cv$	eb^2	$\left(\frac{15}{16} m\right)$
$\cos Ev - cv$	eb^2	$\left\{\left(\frac{15}{16} - \frac{45}{16} = -\frac{15}{8}\right) m + \left(\frac{813}{128} - \frac{519}{32} + \frac{675}{128} = -\frac{147}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{15}{8} m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{5}{2} - \frac{45}{4} m\right)$

$+\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{15}{4} - \frac{5}{4} = \frac{5}{2}\right)m^0 + \left(\frac{45}{8} - \frac{135}{8} = -\frac{45}{4}\right)m\right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{4}\quad\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\left(-\frac{105}{32} + \frac{195}{16} - \frac{225}{32} = \frac{15}{8}\right)m\right\}$
$\cos 3Ev$	$b^2\left\{\left(\frac{25}{32} + \frac{5}{8} = \frac{45}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 4Ev$	$1\left\{\left(-1 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - \frac{3}{4} - \frac{27}{64} = -\frac{283}{64}\right)m^4\right\}$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left\{\left(-\frac{75}{32} - \frac{15}{8} - \frac{45}{8} - \frac{45}{32} = -\frac{45}{4}\right)m^3\right\}$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{675}{128}m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right)$.

55. En multipliant la valeur précédente de Y par $-\frac{X}{\lambda}+1$ (Voyez pages 265 et 313 du volume I), on aura les termes suivans:

Produits partiels de la fonction $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$.

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv \quad e\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2\right)$	$\cos 0v$	$\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-3\ m^2\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-3\ m^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m\,e^2 + \frac{1161}{32}m^2e^2\right)$
	$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\ \frac{9}{4}m\ \right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m\,e^2 - \frac{789}{32}m^2e^2\right)$
	$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{7}{4}e^2\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{7}{4} + \frac{135}{32}m\right)$

Multiplicateur	Produit	
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{11}{4}m^2 + \frac{85}{12}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{11}{4}m^2 + \frac{85}{12}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{4}m + \frac{209}{16}m^2 + \frac{32281}{768}m^3 \\ -\frac{75}{8}m\,\varepsilon'^2 - 3\cdot m\gamma^2 - \frac{15}{16}m\gamma^2\end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev$	$1\left(\frac{15}{4}\, m\, e^2 + \frac{209}{16}\, m^2 e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$1\left(-\frac{13}{4}\, m^2 e^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(-\frac{13}{4}\, m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\,\varepsilon'\left(\frac{77}{8}\, m^2\right)$
$2\cos cv \quad e\left(1 - \frac{1}{4}\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\,\varepsilon'\left(\frac{77}{8}\, m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\,\varepsilon'\left(-\frac{11}{8}\, m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\,\varepsilon'\left(-\frac{11}{8}\, m^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{4}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{15}{4}\, m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{35}{4}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{35}{4}m + \frac{1243}{32}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m + \frac{61}{32}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}\, m\, e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{51}{32}\, m\, e^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
		$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{39}{32}\, m e^2\right)$
$2 \cos cv$	$e\left(1 - \frac{1}{4}\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}\, m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{16}\, m\right)$
		$\cos Ev - cv$	$e\, b^2\left(-\frac{15}{8}\, m - \frac{39}{4}\, m^2\right)$
		$\cos Ev + cv$	$e\, b^2\left(-\frac{15}{8}\, m\right)$
		$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2}\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2} - \frac{45}{4}\, m\right)$
		$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\, m\right)$
$2 \cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{33}{16}m^2 - \frac{85}{16}m^3 + \frac{9}{32}m\gamma^2 + \frac{45}{32}me^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(-\frac{33}{16}\, m^2\right)$
		$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{45}{16}\, m e^2\right)$
		$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{45}{16}\, m\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{231}{32}\, m^2\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{33}{32}\, m^2\right)$
$2 \cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{11}{16}m^2 - \frac{85}{48}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{15}{32}me^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{11}{16}\, m^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\, m\right)$
		$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\, m\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{77}{32}\, m^2\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(\frac{11}{32}\, m^2\right)$
$2 \cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{45}{32}\, m e^2\right)$.

56. Maintenant, si l'on ajoute ces différens produits avec les termes qui composent la valeur de $-Y$, on aura l'expression de la fonction $-Y\cdot\frac{X}{\lambda}\cdot$ Le coefficient de $\cos 0v$ qui entre dans cette dernière fonction a été désigné par Π dans la page 263 du I.er volume; ainsi nous avons

$$\Pi = \frac{171}{64}m^4 + \frac{675}{128}m^2e^2 + \frac{431}{32}m^5 - \frac{45}{64}m^3\gamma^2 + \left(\frac{9225}{256} - \frac{405}{32} = \frac{5985}{256}\right)m^3e^2.$$

L'équation (III) trouvée dans le I.er volume (Voyez page 265) donne

$$d\cdot\frac{\delta nt}{dv} = \frac{1+\zeta}{1+\Pi}\left(-\frac{X}{\lambda}\cdot Y - \Pi\right)\cdot$$

Mais cette valeur de Π et le premier terme de la valeur de ζ trouvé dans le n.° 19 démontrent que le facteur $\frac{1+\zeta}{1+\Pi}$ diffère de l'unité par des quantités du quatrième ordre. Donc on peut faire $\frac{1+\zeta}{1+\Pi} = 1$ dans le second membre de l'équation précédente, ce qui donne

$$d\cdot\frac{\delta nt}{dv} = -\frac{X}{\lambda}\cdot Y - \Pi\cdot$$

Donc, en réunissant les termes de $-Y$ avec ceux du produit $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$, on obtiendra le résultat suivant:

$$d\cdot\frac{\delta nt}{dv} =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left(\frac{405}{32}m^3\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} 3m^2 + 0\cdot m^3 + \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{4} = 0\right)me^2 - \frac{735}{16}m^4 + \frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{27}{8}m^2\gamma^2 + \left(-\frac{33}{4} + \frac{1161}{32} - \frac{789}{32} = \frac{27}{8}\right)m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left\{\frac{9}{2}m^2 + 0\cdot m^3 + 0\cdot me^2\right. \\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{53}{8}m^2\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(-m^2 + \frac{5}{8}\gamma^2\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left\{-m^2 + \left(-\frac{7}{8} - \frac{7}{4} = -\frac{21}{8}\right)e^2\right\} \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{7}{4} - \frac{135}{32}m\right)
\end{array}$$

$$+\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\left(1-\frac{7}{4}=-\frac{3}{4}\right)m^0+\left(\frac{135}{32}-\frac{135}{32}=0\right)m\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{4}m+\left(-3-\frac{1161}{32}=-\frac{1257}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{9}{4}m+\left(\frac{789}{32}-3=\frac{693}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}=\frac{27}{8}\right)m\right\}$$

$$\cos 2cv + c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\left(-\frac{9}{8}-\frac{9}{4}=-\frac{27}{8}\right)m\right\}$$

$$\cos 2gv + c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad 1\left\{\begin{array}{l}-\frac{11}{4}m^2-\frac{85}{12}m^3+\frac{3}{8}m\gamma^2+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{4}=\frac{45}{8}\right)me^2\\ -\frac{539}{36}m^4+\frac{55}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{35}{32}m^2\gamma^2+\left(\frac{109}{32}+\frac{209}{16}-\frac{13}{4}=\frac{423}{32}\right)m^2e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{4}m+\left(\frac{11}{4}-\frac{209}{16}=-\frac{165}{16}\right)m^2+\left(\frac{85}{12}-\frac{32281}{768}=-\frac{8947}{256}\right)m^3\\ +\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)me^2+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2+\left(3-\frac{3}{8}=\frac{21}{8}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{13}{4}+\frac{11}{4}=6\right)m^2+\left(\frac{91}{24}+\frac{85}{12}=\frac{87}{8}\right)m^3+\left(-\frac{3}{16}-\frac{3}{8}=-\frac{9}{16}\right)m\gamma^2\\ +\left(-\frac{15}{16}-\frac{15}{8}-\frac{45}{16}=-\frac{45}{8}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{77}{8}m^2-\frac{595}{16}m^3+\frac{7}{8}m\gamma^2+\left(\frac{35}{8}+\frac{35}{4}=\frac{105}{8}\right)me^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{11}{8}m^2+\frac{85}{48}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2+\left(-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{8}\right)me^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=0\right)m+\left(\frac{209}{16}-\frac{43}{8}-\frac{33}{16}=\frac{45}{8}\right)m^2\\ +\left(\frac{32281}{768}-\frac{22609}{768}-\frac{85}{16}=\frac{233}{32}\right)m^3+\left(\frac{75}{8}-\frac{75}{8}=0\right)m\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{45}{32}+\frac{15}{16}-\frac{75}{32}=0\right)me^2+\left(\frac{117}{32}-3-\frac{15}{16}+\frac{9}{32}=0\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}0\cdot m+\left(\frac{29}{16}-\frac{11}{16}=\frac{9}{8}\right)m^2+\left(-\frac{13}{96}-\frac{85}{48}=-\frac{61}{32}\right)m^3\\ +\left(\frac{15}{16}-\frac{51}{32}-\frac{39}{32}+\frac{45}{32}+\frac{15}{32}=0\right)me^2+\left(\frac{3}{32}-\frac{3}{32}=0\right)m\gamma^2+0\cdot m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$+\cos 2Ev + 2cv$	e^2	$\left\{\left(-\frac{45}{16}-\frac{13}{4}-\frac{33}{16}=-\frac{65}{8}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + 2gv$	γ^2	$\left\{\left(-\frac{11}{16}-\frac{11}{16}=-\frac{11}{8}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	ε'^2	$\left(-\frac{187}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\left(-\frac{13}{8}-\frac{11}{8}=-3\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{91}{8}+\frac{77}{8}=21\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\frac{15}{4}m+\left(-\frac{61}{32}-\frac{11}{8}=-\frac{105}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{-\frac{35}{4}m+\left(\frac{77}{8}-\frac{1243}{32}=-\frac{935}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{35}{4}-\frac{35}{4}=0\right)m+\left(-\frac{191}{16}-\frac{231}{32}+\frac{1243}{32}=\frac{315}{16}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=0\right)m+\left(\frac{33}{32}-\frac{23}{4}+\frac{61}{32}=-\frac{45}{16}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'$	$\left\{0\cdot m+\left(\frac{203}{32}-\frac{77}{32}=\frac{63}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'$	$\left\{0\cdot m+\left(\frac{11}{32}-\frac{29}{32}=-\frac{9}{16}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=0\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{\left(\frac{255}{16}-\frac{255}{16}=0\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2$	$(0\cdot m)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2$	$(0\cdot m)$
$\cos 2Ev - 3cv$	e^3	$\left\{\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{16}-\frac{45}{16}=0\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{51}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{\left(\frac{39}{32}-\frac{15}{16}=\frac{9}{32}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{\left(-\frac{15}{32}-\frac{15}{16}=-\frac{45}{32}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$\varepsilon'^2 e$	$\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$\varepsilon'^2 e$	$\left(-\frac{255}{16}m\right)$

$+\cos E v$	$b^2\left(\frac{15}{8} m + \frac{39}{4} m^2\right)$
$\cos E v + c v$	$e b^2\left\{\left(-\frac{15}{16} - \frac{15}{8} = -\frac{45}{16}\right) m\right\}$
$\cos E v - c v$	$e b^2\left\{\left(\frac{15}{8} - \frac{15}{8} = 0\right) m + \left(\frac{147}{32} - \frac{39}{4} = -\frac{165}{32}\right) m^2\right\}$
$\cos E v - c' m v$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8} m\right)$
$\cos E v + c' m v$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2} + \frac{45}{4} m\right)$
$\cos E v + c' m v - c v$	$e \varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0\right) m^0 + \left(\frac{45}{4} - \frac{45}{4} = 0\right) m\right\}$
$\cos E v + c' m v + c v$	$e \varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{5}{4} + \frac{5}{2} = \frac{15}{4}\right) m^0\right\}$
$\cos E v - c' m v - c v$	$e \varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{15}{8} - \frac{15}{8} = 0\right) m\right\}$
$\cos 3 E v$	$b^2\left(-\frac{45}{32} m^2\right)$
$\cos 4 E v$	$1\left(\frac{283}{64} m^4\right)$
$\cos 4 E v - c v$	$e\left(\frac{45}{4} m^3\right)$
$\cos 4 E v - 2 c v$	$e^2\left(\frac{675}{128} m^2\right)$
$\cos 4 E v - 2 g v$	$\gamma^2\left(\frac{9}{128} m^2\right).$

57. Donc, en intégrant les différens termes périodiques du développement précédent, de manière que l'intégration relative à un argument quelconque représenté par $k v$ soit effectuée en multipliant le coefficient correspondant par l'expression développée de la fraction $\frac{1}{k}$, telle qu'on la voit dans la table suivante :

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
$c v$	1	$3 c' m v$	$\frac{1}{3m}$
$c' m v$	$\frac{1}{m}$	$2 c v$	$\frac{1}{2}$
$2 c' m v$	$\frac{1}{2m}$	$2 g v$	$\frac{1}{2}$

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
$2gv - cv$	$\frac{1}{2g-c}$	$2Ev + 2gv$	$\frac{1}{4}$
$2gv - 2cv$	$\frac{1}{2g-2c}$	$2Ev - 2c'mv$	$\frac{1}{2}$
$cv - c'mv$	$1 + m$	$2Ev + c'mv + cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$cv + c'mv$	$1 - m$	$2Ev - c'mv + cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$2cv - c'mv$	$\frac{1}{2}$	$2Ev + c'mv - cv$ . .	$1 + m$
$2cv + c'mv$	$\frac{1}{2}$	$2Ev - c'mv - cv$ . .	$1 + 3m$
$2gv + c'mv$	$\frac{1}{2}$	$2Ev - c'mv - 2cv$.	$-\frac{1}{3m}$
$2gv - c'mv$	$\frac{1}{2}$	$2Ev + c'mv - 2cv$.	$-\frac{1}{m}$
$cv + 2c'mv$	1	$2Ev - c'mv - 2gv$.	$-\frac{1}{3m}$
$cv - 2c'mv$	1	$2Ev + c'mv - 2gv$.	$-\frac{1}{m}$
$2Ev$	$\frac{1}{2}(1 + m + m^2)$	$2Ev - 2gv + cv$ . .	1
$2Ev - cv$	$1 + 2m + \frac{13}{4}m^2$	$2Ev - 2gv - cv$ . .	-1
$2Ev + cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{3}m\right)$	$2Ev + 2gv - cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$2Ev - c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2}m\right)$	$2Ev + 2c'mv - cv$.	1
$2Ev + c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}m\right)$	$2Ev - 2c'mv - cv$.	1
$2Ev - 2cv$	$-\frac{1}{2m}\left(1 + \frac{3}{4}m\right)$	Ev	$1 + m$
$2Ev - 2gv$	$-\frac{1}{2m}\left(1 - \frac{3}{4}m\right)$	$Ev - cv$	$-\frac{1}{m}$
$2Ev + 2cv$	$\frac{1}{4}$	$Ev + cv$	$\frac{1}{2}$

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
$Ev - c'mv$	1	$4Ev$	$\frac{1}{4}$
$Ev + c'mv$	1	$4Ev - cv$ . . .	$\frac{1}{3}$
$Ev + c'mv + cv$ . .	$\frac{1}{2}$	$4Ev - 2cv$ . . .	$\frac{1}{2}$
$3Ev$	$\frac{1}{3}$	$4Ev - 2gv$ . . .	$\frac{1}{2}$

on obtiendra

$$\partial nt =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin cv & e & \left(\frac{405}{32}m^3\right) \\
\sin c'mv & \varepsilon' & \left(3m - \frac{735}{16}m^3 - \frac{27}{8}m\gamma^2 + \frac{27}{8}me^2 + \frac{27}{8}m\,\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{9}{4}m\right) \\
\sin 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{53}{24}m\right) \\
\sin 2cv & e^2 & \left(-\frac{1}{2}m^2 + \frac{5}{16}\gamma^2\right) \\
\sin 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{21}{16}e^2\right) \\
\sin 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{\frac{7}{4} - \frac{135}{32}m}{2g - c}\right) \\
\sin 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{-\frac{3}{4}}{2g - 2c}\right) \\
\sin cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{4}m - \frac{1329}{32}m^2\right) \\
\sin cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{4}m + \frac{621}{32}m^2\right) \\
\sin 2cv - c'mv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{27}{16}m\right) \\
\sin 2cv + c'mv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{27}{16}m\right) \\
\sin 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m\right) \\
\sin 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
+\sin cv+2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{16}m\right) \\
\sin cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{16}m\right) \\
\sin 2Ev & 1 & \left(-\frac{11}{8}m^2-\frac{59}{12}m^3-\frac{893}{72}m^4+\frac{45}{16}me^2+\frac{603}{64}m^2e^2+\frac{3}{16}m\gamma^2+\frac{47}{64}m^2\gamma^2+\frac{55}{16}m^2\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev-cv & e & \left(-\frac{15}{4}m-\frac{285}{16}m^2-\frac{17347}{256}m^3+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2+\frac{15}{8}me^2+\frac{21}{8}m\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev+cv & e & \left(2m^2+\frac{119}{24}m^3-\frac{15}{8}me^2-\frac{3}{16}m\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{77}{16}m^2-\frac{413}{16}m^3+\frac{105}{16}me^2+\frac{7}{16}m\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{11}{16}m^2+\frac{59}{48}m^3-\frac{45}{16}me^2-\frac{3}{16}m\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{45}{16}m-\frac{23}{4}m^2\right) \\
\sin 2Ev+2cv & e^2 & \left(-\frac{65}{32}m^2\right) \\
\sin 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m+\frac{11}{8}m^2\right) \\
\sin 2Ev+2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{11}{32}m^2\right) \\
\sin 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{187}{16}m^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(-m^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(7m^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{15}{4}m+\frac{15}{32}m^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{35}{4}m-\frac{1775}{32}m^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{105}{16}m\right) \\
\sin 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{21}{16}m\right) \\
\sin 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m\right) \\
\sin 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(\frac{51}{32}m\right) \\
\sin 2Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right) \\
\sin 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{15}{32}m\right)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
+\sin 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{16}m\right) \\
\sin 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{255}{16}m\right) \\
\sin Ev & b^2 & \left(\frac{15}{8}m + \frac{93}{8}m^2\right) \\
\sin Ev + cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{32}m\right) \\
\sin Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{165}{32}m\right) \\
\sin Ev - c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{15}{8}m\right) \\
\sin Ev + c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{5}{2} + \frac{45}{4}m\right) \\
\sin Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{8}\right) \\
\sin 3Ev & b^2 & \left(-\frac{15}{32}m^2\right) \\
\sin 4Ev & & \left(\frac{283}{256}m^4\right) \\
\sin 4Ev - cv & e & \left(\frac{15}{4}m^3\right) \\
\sin 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{675}{128}m^2\right) \\
\sin 4Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{9}{256}m^2\right).
\end{array}
$$

Telle est l'expression de la perturbation de la longitude qu'il s'agissait d'établir dans ce paragraphe. Il suffira de remplacer le terme affecté de l'argument $2gv - 2cv$ par celui qui sera déterminé dans le n.° 81 (Voyez p. 147), et d'y ajouter le terme $\sin Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{25}{8}\right)$ qui sera déterminé dans le chapitre suivant (Voyez p. 491) pour que cette valeur de δnt puisse être considérée comme exacte jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement. Nous avons supprimé dans ce résultat définitif les termes dont le coefficient devient nul par les combinaisons du calcul. Mais toutes les fois que l'on sera curieux de savoir au juste les circonstances particulières qui amènent la destruction d'un terme qui paraîtrait devoir faire partie de la valeur précédente de δnt, il faudra examiner la formation de l'équation différentielle d'où l'on a tiré l'intégrale. En général, c'est dans les résultats intermédiaires qu'il faut chercher l'explication des moindres détails d'une théorie.

§ 6.

Calcul de tous les termes du quatrième *ordre qui entrent dans l'expression analytique du coefficient de l'inégalité de la longitude, dont l'argument est* $2gv - 2cv$ *; ou le double de la distance angulaire du périgée au noeud de l'orbite.*

58. Les expressions des trois perturbations δs, δu, δnt, que nous avons déterminées jusqu'ici, ne suffisent pas pour pouvoir entreprendre directement le calcul du coefficient dont il est ici question. Il est nécessaire avant tout :

1.° De considérer de nouveau l'équation différentielle en δs, afin d'obtenir dans la valeur de δs les termes du *cinquième* ordre qui affectent les sept argumens $2Ev - 2cv + gv$, $2Ev + 2cv - gv$, $2Ev + cv - gv$, $2Ev - cv + gv$, $gv - 2cv$, $gv - 3cv$, $3gv - 2cv$; et, outre cela, les termes du *sixième* ordre qui se rapportent aux coefficiens des deux argumens $gv - cv$, $3gv - cv$.

2.° De considérer l'équation différentielle en δu pour ajouter à cette fonction les termes du *cinquième* ordre qui appartiennent aux deux argumens $2Ev - 2gv + cv$, $2Ev + 2gv - cv$; et, de plus, les termes du *sixième* ordre qui font partie des coefficiens des deux argumens $2Ev + 2gv - 2cv$, $2Ev - 2gv + 2cv$.

3.° De calculer dans l'expression de δnt les coefficiens des deux argumens $2Ev + 2gv - 2cv$, $2Ev - 2gv + 2cv$, en tenant compte des quantités du *cinquième* ordre.

4.° De reprendre de nouveau la considération de la perturbation δu, pour tenir compte des quantités du *cinquième* ordre dans le calcul des coefficiens des deux argumens $2gv - cv$, $2gv - 3cv$, et des quantités du *sixième* ordre à l'égard du coefficient de l'argument $2gv - 2cv$.

C'est seulement après tous ces développemens préalables que l'on pourra avoir les termes donnés par l'ensemble des fonctions qui concourent à la formation de la valeur spéciale de δnt, dont la recherche est le principal objet de ce paragraphe.

Comme ce calcul est un des plus importans, relativement à la théorie de la Lune (proprement dite), nous l'exposerons avec le plus grand détail, afin de mettre en évidence la totalité des combinaisons, entre les argumens qui ont une connexion indissoluble avec l'argument $2gv - 2cv$, lorsqu'on adopte la longitude vraie de la Lune pour la variable indépendante.

Pour plus de clarté, nous diviserons ce paragraphe en cinq sections, qui renferment dans l'ordre convenable les parties principales dans lesquelles se partage naturellement la solution du problème énoncé dans le titre.

Première Section.

Calcul de la valeur spéciale de δs.

59. Considérons d'abord les termes du *cinquième* ordre qui se rapportent aux quatre argumens $2Ev-cv-gv$, $2Ev-cv+gv$, $2Ev+2cv-gv$, $2Ev-2cv+gv$. Pour diminuer les répétitions, sans nuire à la clarté, nous suivrons dans l'exposition de ce calcul la marche déjà tracée dans le troisième paragraphe de ce même chapitre. De sorte que il s'agira ici d'ajouter aux différentes fonctions qui composent le second membre de l'équation différentielle en δs les différens termes auxquels il est nécessaire d'avoir égard pour obtenir dans δs les termes définis plus haut.

Soit d'abord

$$R_2 = -6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_i^4} \cdot \frac{\delta u}{u_i} = (-6 + 24 \cdot e \cos cv) \frac{\delta u}{u_i},$$

et réduisons la valeur de $\frac{\delta u}{u_i}$ posée dans la page 19 à ces deux termes

$$\frac{\delta u}{u_i} = \frac{15}{8} m e \cos 2Ev - cv + \frac{45}{16} m e^2 \cos 2Ev - 2cv.$$

Il est clair d'après cela que, en retenant seulement les deux argumens $2Ev - cv$, $2Ev - 2cv$, l'on a

$$R_2 = \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{45}{4} m\right)$$
$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{45}{2} - \tfrac{135}{8} = \tfrac{45}{8}\right) m ;$$

et par conséquent

$$(1)' \ldots\ldots \quad R_2 \cdot \gamma \sin gv = \sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left(-\tfrac{45}{8} m\right)$$
$$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(\tfrac{45}{16} m\right).$$

Maintenant, si l'on multiplie les deux fonctions

$$R_2 - \tfrac{3}{2} = -6e \cos cv ; \qquad \delta s = \tfrac{3}{8} m\gamma \sin 2Ev - gv ,$$

il viendra

$$(2)' \ldots\ldots \quad \left(R_2 - \tfrac{3}{2}\right) \delta s = \sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(-\tfrac{9}{8} m\right).$$

En posant

$$R_1 = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \sin(2v - 2v')}{u_{\prime}^4}, \qquad R_3 = \tfrac{3}{2} q \cdot \frac{(a'u')^3 \cos(2v - 2v')}{u_{\prime}^4} ;$$

et réduisant le développement de ces deux fonctions (Voyez volume I, pages 336 et 337) à ces seuls termes; savoir

$$R_1 = \sin 2Ev + cv \quad e(-3 + 3m) \quad + \sin 2Ev - cv \quad e(-3 - 3m)$$
$$+ \sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4}\right) \quad + \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4} + \tfrac{57}{8} m\right);$$
$$R_3 = \cos 2Ev + cv \quad e(-3 + 3m) \quad + \cos 2Ev - cv \quad e(-3 - 3m)$$
$$+ \cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4}\right) \quad + \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4} + \tfrac{57}{8} m\right),$$

on obtiendra

$$(3)' \ldots\ldots \quad R_3 \cdot \gamma \sin gv =$$
$$\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2} m\right)$$
$$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left(-\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2} m\right)$$
$$\sin 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(-\tfrac{15}{8}\right)$$
$$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(\tfrac{15}{8} + \tfrac{57}{16} m\right)$$

$$(4)' \ldots\ldots \quad -R_1 \frac{ds_{\prime}}{dv} =$$
$$\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2} m\right)$$
$$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{2} m\right)$$
$$\sin 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(-\tfrac{15}{8}\right)$$
$$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(-\tfrac{15}{8} - \tfrac{57}{16} m\right).$$

En multipliant

$$R_3 = \frac{3}{2} \cos 2Ev \quad \text{par} \quad \delta s = \sin \overline{gv - 2cv} \;\; e^2\gamma \left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64} m\right),$$

on obtient

$$(5)' \ldots \; R_3 . \delta s = \sin \overline{2Ev - 2cv + gv} \;\; e^2\gamma \left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256} m\right)$$
$$\sin \overline{2Ev + 2cv - gv} \;\; e^2\gamma \left(\frac{15}{32}\right);$$

et en multipliant

$$R_1 = \frac{3}{2} \sin 2Ev \quad \text{par} \quad -\frac{d.\delta s}{dv} = \cos \overline{gv - 2cv} \;\; e^2\gamma \left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64} m\right),$$

il viendra

$$(6)' \ldots \; -R_1 \frac{d.\delta s}{dv} = \sin \overline{2Ev - 2cv + gv} \;\; e^2\gamma \left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256} m\right)$$
$$\sin \overline{2Ev + 2cv - gv} \;\; e^2\gamma \left(-\frac{15}{32}\right).$$

Enfin si l'on prend

$$2P\int R_1 dv = 3m^2 \int R_1 dv = \frac{45}{8} m e^2 \cos \overline{2Ev - 2cv},$$

on aura

$$(7)' \ldots \; \gamma \sin gv . 2P\int R_1 dv = \sin \overline{2Ev - 2cv + gv} \;\; e^2\gamma \left(\frac{45}{16} m\right).$$

Cela posé, si l'on fait la somme des termes fournis par les équations (1)', (2)' .... (7)', on trouve

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2} m^2\right) \delta s =$$

$$\sin \overline{2Ev + cv - gv} \;\; e\gamma \left\{ \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3\right) m^2 + \left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} = -\frac{33}{8}\right) m^3 \right\}$$

$$\sin \overline{2Ev - cv + gv} \;\; e\gamma \left\{ \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0\right) m^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{45}{8} = -\frac{45}{8}\right) m^3 \right\}$$

$$\sin \overline{2Ev + 2cv - gv} \;\; e^2\gamma \left\{ \left(-\frac{15}{8} - \frac{15}{8} + \frac{15}{32} - \frac{15}{32} = -\frac{15}{4}\right) m^2 \right\}$$

$$\sin \overline{2Ev - 2cv + gv} \;\; e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{8} - \frac{15}{32} - \frac{15}{32} = -\frac{15}{16}\right) m^2 \\ + \left(\frac{45}{16} + \frac{57}{16} - \frac{57}{16} + \frac{405}{256} + \frac{405}{256} + \frac{45}{16} = \frac{1125}{128}\right) m^3 \end{array} \right\}.$$

Donc, en intégrant cette équation par un procédé semblable à celui qui a été exposé dans le n.° 27, on aura :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev+cv-gv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m\right)$
$2Ev-cv+gv$	$\frac{1}{3}$
$2Ev+2cv-gv$	$\frac{1}{8}$
$2Ev-2cv+gv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{7}{4}m\right)$;

et par conséquent

$$\delta s = \sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(m^2+\frac{31}{24}m^3\right)+\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$$
$$+\sin 2Ev+2cv-gv\; e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}m^2\right) \quad +\sin 2Ev-2cv+gv\; e^2\gamma\left(\frac{15}{64}m-\frac{915}{512}m^2\right).$$

60. Considérons maintenant les cinq argumens $gv-cv$, $gv-2cv$, $gv-3cv$, $3gv-cv$, $3gv-2cv$.

En nous replaçant de nouveau au commencement du § 3, nous prendrons

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4} = \cos cv \qquad & e\left(-6-\frac{9}{2}e^2+\frac{3}{2}\gamma^2-9\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2cv \qquad & e^2\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{4}e^2-\frac{15}{4}\gamma^2+\frac{45}{4}\varepsilon'^2\right)\\
\cos 3cv \qquad & e^3\left(-\frac{15}{2}\right)\\
\cos 2gv-cv \qquad & e\gamma^2\left(-\frac{15}{4}\right)\\
\cos 2gv-2cv \qquad & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{8}\right);
\end{aligned}$$

$$-6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=(-6+24\cdot e\cos cv)\,\frac{\delta u}{u_1}.$$

En multipliant par $\frac{1}{u_1}=1-e\cos cv$ la valeur de δu trouvée dans le n.° 45, on obtient

$$\frac{\delta u}{u_1}=-\frac{7}{8}e\gamma^2\cos 2gv-cv-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\cos 2gv-2cv+\left(\frac{1}{2}m^2-\frac{5}{16}\gamma^2\right)e^2\cos 2cv;$$

partant l'on a

$$-6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_i^4}\cdot\frac{\delta u}{u_i} = \begin{array}{ll} \cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{8}\gamma^2 - 3m^2\right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{21}{4}\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(3 - \frac{21}{2} = -\frac{15}{2}\right). \end{array}$$

Donc, en réunissant cette valeur à la précédente de $\frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_i^4}$, nous aurons

$$R_2 = \begin{array}{ll} \cos cv & e\left(-6 - \frac{9}{2}e^2 + \frac{3}{2}\gamma^2 - 9\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{2} + \frac{15}{4}e^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 + \frac{45}{4}\varepsilon'^2 - 3m^2\right) \\ \cos 3cv & e^3\left(-\frac{15}{2}\right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right); \end{array}$$

d'où l'on conclut les termes suivans:

$$(1)'' \ldots\ldots R_2\cdot\gamma\sin gv = \begin{array}{ll} \sin gv - cv & e\gamma\left(-3 - \frac{9}{4}e^2 + 0\cdot\gamma^2 - \frac{9}{2}\varepsilon'^2\right) \\ \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(\frac{15}{4} + \frac{15}{8}e^2 + 0\cdot\gamma^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m^2\right) \\ \sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(-\frac{15}{4}\right) \\ \sin 3gv - cv & e\gamma^3\left(\frac{3}{4}\right) \\ \sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{16}\right). \end{array}$$

Les termes de R_2 employés dans le numéro précédent, et ceux de la même fonction que l'on voit dans la page 26 donnent

$$R_2 - \frac{3}{2} = 3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2 - 6e\cos cv + \frac{3}{2}\gamma^2\cos 2gv - \frac{45}{4}me\cos 2Ev - cv + \frac{45}{8}me^2\cos 2Ev - 2cv.$$

Donc, en réduisant à

$$\delta s = 3m^2e\gamma\sin gv - cv - \frac{5}{8}e^2\gamma\sin gv - 2cv + \frac{3}{8}m\gamma\sin 2Ev - gv$$

l'expression de δs que l'on voit dans la page 38, on trouvera

$$(2)'' \ldots \quad \left(R_2 - \tfrac{3}{2}\right)\delta s = \begin{array}{ll} \sin gv - cv & e\gamma\left(\ \frac{15}{8}e^2 + \frac{135}{64}m^2\right) \\ \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}e^2 - \frac{45}{32}\varepsilon'^2 - \frac{1287}{128}m^2\right) \\ \sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(\ \frac{15}{8}\ \right) \\ \sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{32}\ \right), \end{array}$$

en observant que le coefficient $-\frac{1287}{128} = -9 - \frac{135}{128}$.

61. Avant de calculer les termes donnés par les produits $R_3 \cdot \gamma \sin gv$, $-R_1 \cdot \frac{ds_1}{dv}$, il est nécessaire d'ajouter aux valeurs des deux fonctions R_1, R_3, que l'on voit dans la page 28, le *second* terme du coefficient des argumens cv et $2cv$. Voici le détail de ce calcul :

Produits partiels de $-4\frac{\delta u}{u_1} \cdot \frac{3}{2} q \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v - 2v')$.

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev$	$(-2m^2)$	$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$	$-cv$	$e(\ 6m^2)$
			cv	$e(\ 6m^2)$
			$2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$
			$-2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m - \frac{257}{16}m^2\right)$		cv	$e\left(-\frac{45}{8}m - \frac{771}{32}m^2\right)$
			$2cv$	$e^2\left(\ \frac{45}{4}m + \frac{771}{16}m^2 - \frac{45}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + cv$	$e\left(\ \frac{9}{4}m^2\right)$		$-cv$	$e\left(\ \frac{27}{8}m^2\right)$
			$-2cv$	$e^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$		$-2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{16}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{8}m - \frac{331}{32}m^2\right)$		$2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{16}m - \frac{993}{64}m^2\right)$.

Il suit de là que l'on a

$$-6q\cdot\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4}\sin(2v-2v') =$$

$\sin cv \qquad e\left\{-\frac{45}{8}m + \left(6-6-\frac{771}{32}-\frac{27}{8} = -\frac{879}{32}\right)m^2\right\}$

$\sin 2cv \qquad e^2\left\{\left(\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right)m + \left(\frac{15}{2}-\frac{15}{2}+\frac{771}{16}-\frac{45}{4}+\frac{27}{4}+\frac{45}{16}-\frac{993}{64}=\frac{1983}{64}\right)m^2\right\};$

$$-6q\cdot\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4}\cos(2v-2v') =$$

$\cos cv \qquad e\left\{-\frac{45}{8}m + \left(6+6-\frac{771}{32}+\frac{27}{8} = -\frac{279}{32}\right)m^2\right\}$

$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\left(\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right)m + \left(\frac{771}{16}-\frac{15}{2}-\frac{15}{2}-\frac{45}{4}+\frac{27}{4}-\frac{45}{16}-\frac{993}{64}=-\frac{201}{64}\right)m^2\right\}.$

Pour avoir les termes semblables donnés par la fonction

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{\prime}^4}\,\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right],$$

nous ferons

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right] = -2m\,\delta nt \times \tfrac{\cos}{\sin} - 2Ev;$$

et nous réduirons la valeur de δnt trouvée dans le n.° 57 à ces deux termes

$$\delta nt = -\frac{15}{4}me\sin 2Ev - cv - \frac{45}{16}me^2\sin 2Ev - 2cv.$$

Cela posé, il est clair que l'on a

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right] = \begin{array}{ll} \tfrac{\sin}{\cos}\,cv & e\left(-\frac{15}{4}m^2\right) \\ 2cv & e^2\left(-\frac{45}{16}m^2\right). \end{array}$$

Donc, en faisant $\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{\prime}^4} = \frac{3}{2} - 6e\cos cv$, il viendra

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{\prime}^4}\,\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right] = \begin{array}{ll} \tfrac{\sin}{\cos}\,cv & e\left(-\frac{45}{8}m^2\right) \\ 2cv & e^2\left(\frac{225}{32}m^2\right); \end{array}$$

où $\frac{225}{32} = \frac{45}{4} - \frac{135}{32}$.

Maintenant, si l'on réunit les termes donnés par les deux fonctions que l'on vient de considérer, on aura

$$R_1 = \sin cv \quad e\left\{-\frac{45}{8}m + \left(-\frac{45}{8} - \frac{879}{32} = -\frac{1059}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{16}m + \left(\frac{225}{32} + \frac{1983}{64} = \frac{2433}{64}\right)m^2\right\};$$

$$R_3 = \cos cv \quad e\left\{-\frac{45}{8}m + \left(-\frac{45}{8} - \frac{279}{32} = -\frac{459}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{16}m + \left(\frac{225}{32} - \frac{201}{64} = \frac{249}{64}\right)m^2\right\};$$

d'où l'on conclut

$$(3)'' \ldots\ldots \quad R_3 \cdot \gamma \sin gv = \sin gv - cv \quad e\gamma\left(-\frac{45}{16}m - \frac{459}{64}m^2\right)$$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m + \frac{249}{128}m^2\right);$$

$$(4)'' \ldots\ldots -R_1 \cdot \frac{ds_1}{dv} = \sin gv - cv \quad e\gamma\left(-\frac{45}{16}m - \frac{1059}{64}m^2\right)$$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m + \frac{2433}{128}m^2\right).$$

62. Pour avoir les termes donnés par le produit $R_3 \delta s$, il faut ajouter à la valeur de δs que l'on voit dans la page 38 les quatre termes du cinquième ordre posés à la fin du n.° 59. Alors il est facile d'obtenir les termes suivans :

Produits partiels de $R_3 \delta s$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$(-3m^2)$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{256}m - \frac{2745}{2048}m^2\right)$
		$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{128}m^2\right)$
		$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right)$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
		$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{16}m + \frac{9}{16}m^2 + \frac{9}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{8} + \frac{57}{16}m\right)$ ...	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m - \frac{171}{128}m^2 - \frac{45}{256}m^2\right).$

Donc, en réunissant ces parties, on aura

$$(5)''\,.\,.\;\; R_3\cdot\delta s = \sin gv - cv \quad e\gamma\left\{\tfrac{9}{16}m + \left(\tfrac{9}{16}+\tfrac{9}{64}-\tfrac{3}{4} = -\tfrac{3}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{256}-\frac{45}{64} = -\frac{135}{256}\right)m \\ +\left(\frac{45}{128}-\frac{2745}{2048}+\frac{15}{8}+\frac{3}{2}-\frac{171}{128}-\frac{45}{256} = \frac{1791}{2048}\right)m^2\end{array}\right\}.$$

Pour avoir les termes correspondans donnés par le produit $-R_{,}\frac{d\cdot\delta s}{dv}$, il faudra d'abord différentier la valeur de δs trouvée dans le n.° 59; ensuite on y ajoutera le terme affecté de l'argument $2Ev - gv$ posé dans la page 31; ce qui donnera

$$-\frac{d\cdot\delta s}{dv} = \cos 2Ev - gv \quad \gamma\left(-\tfrac{3}{8}m + \tfrac{21}{32}m^2\right) + \cos 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(-2m^2\right)$$
$$+\cos 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(\tfrac{45}{32}m^2\right) + \cos 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{1155}{512}m^2\right).$$

De là et de la valeur de $R_{,}$ il est facile de tirer les termes suivans:

Produits partiels de $-R_{,}\frac{d\cdot\delta s}{dv}$.

Multiplicateur	Produit
$2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{256}m - \frac{3465}{2048}m^2\right)$ $\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{135}{128}m^2\right)$ $\sin gv - cv \quad e\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(3m^2\right)$ $\sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{9}{16}m + \frac{9}{16}m^2 - \frac{63}{64}m^2\right)$
$2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m\right)$ . . .	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m - \frac{171}{128}m^2 + \frac{315}{256}m^2\right)$;

partant l'on a

$$(6)''\,.\,.\;\; -R_1\frac{d\cdot\delta s}{dv} = \sin gv - cv \quad e\gamma\left\{\tfrac{9}{16}m + \left(\tfrac{9}{16}-\tfrac{3}{2}-\tfrac{63}{64} = -\tfrac{123}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{256}-\frac{45}{64} = -\frac{135}{256}\right)m \\ +\left(\frac{135}{128}-\frac{3465}{2048}+3-\frac{171}{128}+\frac{315}{256} = \frac{4623}{2048}\right)m^2\end{array}\right\}.$$

En multipliant les deux fonctions

$$-2\int R_i dv = 2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}\right) + 2\cos 2Ev - cv\; e(-3) + 2\cos 2Ev - 2cv\; \frac{e^2}{m}\left(-\frac{15}{8} - \frac{159}{32}m\right),$$

$$\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} + \delta s = \sin 2Ev - gv\quad \gamma\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3\right) + \sin 2Ev + cv - gv\quad e\gamma(-3m^2)$$
$$\sin 2Ev - 2cv + gv\quad e^2\gamma\left(\frac{15}{16}m^2\right) + \sin 2Ev + 2cv - gv\quad e^2\gamma\left(\frac{15}{4}m^2\right),$$

on aura

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev\quad \left(\frac{3}{4}\right)$	....	$\sin gv - 2cv\quad e^2\gamma\left(\frac{45}{64}m^2\right)$
		$\sin gv - 2cv\quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{16}m^2\right)$
		$\sin gv - cv\quad e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv\quad e(-3)$	....	$\sin gv - 2cv\quad e^2\gamma(-9m^2)$
		$\sin gv - cv\quad e\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv\; \frac{e^2}{m}\left(-\frac{15}{8} - \frac{159}{32}m\right)$	..	$\sin gv - 2cv\; e^2\gamma\left(\frac{45}{16}m + \frac{477}{64}m^2 - \frac{135}{128}m^2\right)$;

et par conséquent

$$(7)'' \;\ldots\ldots\; -2\left(\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_i dv =$$

$$\sin gv - cv\qquad e\gamma\left\{\left(\frac{9}{2} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4}\right)m^2\right\}$$

$$\sin gv - 2cv\qquad e^2\gamma\left\{\frac{45}{16}m + \left(\frac{45}{64} - \frac{45}{16} + \frac{477}{64} - \frac{135}{128} - 9 = -\frac{603}{128}\right)m^2\right\}.$$

63. Maintenat, si l'on fait la somme des termes fournis par les équations $(1)''$, $(2)''$ ... $(7)''$, on obtiendra l'équation suivante :

$$-\frac{d^2\cdot\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}m^2\right)\delta s =$$

$$\sin gv - cv\;\; e\gamma\left\{\begin{aligned}&-3m^2 + \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16} - \frac{45}{16} - \frac{45}{16} = -\frac{9}{2}\right)m^3 + \left(\frac{15}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{3}{8}\right)m^2e^2 + 0\cdot m^2\gamma^2\\ &-\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{135}{64} - \frac{459}{64} - \frac{1059}{64} - \frac{3}{64} - \frac{123}{64} + \frac{27}{4} = -\frac{1077}{64}\right)m^4\end{aligned}\right\}$$

$$\sin gv - 2cv\; e^2\gamma\left\{\begin{aligned}&\frac{15}{4}m^2 + \left(\frac{45}{32} + \frac{45}{32} - \frac{135}{256} - \frac{135}{256} + \frac{45}{16} = \frac{585}{128}\right)m^3 + 0\cdot m^2e^2 + 0\cdot m^2\gamma^2\\ &+\left(\frac{45}{8} - \frac{45}{32} = \frac{135}{32}\right)m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{249}{128} - \frac{1287}{128} + \frac{2433}{128} + \frac{1791}{2048} + \frac{4623}{2048} - \frac{603}{128} - \frac{3}{2} = \frac{8007}{1024}\right)m^4\end{aligned}\right\}$$

$$
\begin{array}{ll}
+ \sin gv - 3cv & e^3\gamma\left\{ \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{4} = - \frac{15}{8} \right) m^2 \right\} \\
\sin 3gv - cv & e\gamma^3\left(\frac{3}{4} m^2 \right) \\
\sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left\{ \left(- \frac{15}{16} - \frac{15}{32} = - \frac{45}{32} \right) m^2 \right\}.
\end{array}
$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont les suivans :

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv - cv$	$-\left(1 - \frac{3}{2} m^2\right)$
$gv - 2cv$	$-\frac{1}{6m^2}\left(1 - \frac{147}{32}m + \frac{1489}{1024}m^2 - \frac{e^2}{4} + \frac{9}{8}\gamma^2 - \frac{9}{8}\varepsilon'^2\right)$
$gv - 3cv$	$\frac{1}{3}$
$3gv - cv$	$\frac{1}{3}$
$3gv - 2cv$	$\frac{1}{6m^2}$.

Il importe de remarquer que l'on obtient le *second* de ces facteurs en prenant pour g et c les valeurs trouvées dans les pages 36 et 74, et en développant la fraction $\frac{1}{(g - 2c)^2 - 1 - \frac{3}{2} m^2}$ de manière que la quantité qui multiplie $-\frac{1}{6m^2}$ soit exacte jusqu'au second ordre inclusivement.

Cela posé, si l'on réunit ces termes de δs avec les autres obtenus dans le n.° 59, on aura le résultat définitif qui constitue l'objet de cette section; savoir

$$\delta s =$$

$$
\begin{array}{ll}
\sin gv - cv & e\gamma\left(3 m^2 + \frac{9}{2} m^3 + \frac{789}{64} m^4 + \frac{3}{8} m^2 e^2 + \frac{9}{2} m^2 \varepsilon'^2 \right) \\
\sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(- \frac{5}{8} + \frac{135}{64} m + \frac{659}{512} m^2 + \frac{5}{32} e^2 - \frac{45}{64} \gamma^2 \right) \\
\sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(- \frac{5}{8} m^2 \right) \\
\sin 3gv - cv & e\gamma^3\left(\frac{1}{4} m^2 \right) \\
\sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(- \frac{15}{64} \right)
\end{array}
$$

$+ \sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma(m^2 + \frac{31}{24} m^3)$

$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma(- \frac{15}{8} m^3)$

$\sin 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma(- \frac{15}{32} m^2)$

$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma(\frac{15}{64} m - \frac{915}{512} m^2)$.

Seconde Section.

Calcul de la valeur spéciale de δu.

64. Il s'agit ici de chercher dans l'expression de δu les termes du *cinquième* ordre qui affectent les argumens $2Ev - 2gv + cv$, $2Ev + 2gv - cv$ et ceux du sixième ordre qui affectent les argumens $2Ev - 2cv + 2gv$, $2Ev + 2cv - 2gv$. Occupons nous d'abord des deux premiers de ces quatre argumens. Nous suivrons la marche déjà tracée dans le quatrième paragraphe de ce chapitre.

En prenant

$$\delta s = \sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma(m^2 + \frac{31}{24} m^3),$$

et remarquant que le premier terme du *quatrième* ordre de l'argument $2Ev - cv + gv$ est *nul* (Voyez n.° 28), il viendra

$$2s_{\prime}\delta s = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(m^2 + \frac{31}{24} m^3).$$

Maintenant si l'on prend

$$\delta s = \sin gv - cv \quad e\gamma(3m^2) + \sin 2Ev - gv \quad \gamma(\frac{3}{8} m),$$

on aura, en faisant le carré,

$$(\delta s)^2 = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(\frac{9}{8} m^3).$$

Donc

$$2s_{\prime}\delta s + (\delta s)^2 = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ m^2 + (\frac{31}{24} + \frac{9}{8} = \frac{29}{12}) m^3 \right\};$$

et par conséquent

$$[1] \ldots \quad -q\left(\frac{a}{a_{\prime}}\right) \delta T = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(\frac{3}{2} m^2 + \frac{29}{8} m^3).$$

En multipliant les deux fonctions

$$\tfrac{3}{2}u_{,} - \tfrac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_{,}}\right)^3 = 6\,e\cos cv\,; \qquad \frac{\delta u}{u_{,}} = \frac{3}{16}m\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv\,,$$

on aura

$$[2]\ \ldots\ldots\ R_4 + \tfrac{3}{2}\delta u = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(\tfrac{9}{16}m).$$

65. Soit

$$R' = \sin 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2(-\tfrac{15}{8}) + \sin 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(-\tfrac{15}{8} + \tfrac{9}{4}m),$$

$$R^{v} = \cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2(-\tfrac{9}{8}) + \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(-\tfrac{9}{8} + \tfrac{33}{16}m);$$

et

$$\frac{3}{2}q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_{,}^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v - 2v') = \frac{3}{2}\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\,; \qquad -4\frac{\delta u}{u_{,}} = 2\cos 2gv - cv\ e\gamma^2(\tfrac{7}{4} - \tfrac{135}{32}m).$$

Le produit de ces deux dernières fonctions donne

$$-4\frac{\delta u}{u_{,}} \cdot \frac{3}{2}q\frac{(\alpha' u')^3}{u_{,}^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v - 2v') =$$

$${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2(\tfrac{21}{8})$$

$$2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2(\tfrac{21}{8} - \tfrac{405}{64}m).$$

Il suit de là que l'on a

$$R' + \delta R' = R_{,} =$$

$$\sin 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2(\tfrac{21}{8} - \tfrac{15}{8} = \tfrac{3}{4})$$

$$\sin 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\{(\tfrac{21}{8} - \tfrac{15}{8} = \tfrac{3}{4}) + (\tfrac{9}{4} - \tfrac{405}{64} = -\tfrac{261}{64})m\};$$

et

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{,}} = \cos 2Ev + 2gv - cv\ e\gamma^2(\tfrac{63}{32}) + \cos 2Ev - 2gv + cv\ e\gamma^2(\tfrac{63}{32} - \tfrac{1215}{256}m).$$

Mais ici l'on peut faire $\dfrac{\delta R^{v}}{u_{,}} = \delta R^{v}$; partant l'on a

$$[3]\ \ldots\ldots\ R^{v} + \delta R^{v} = R_5 =$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2(\tfrac{63}{32} - \tfrac{9}{8} = \tfrac{27}{32})$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\{(\tfrac{63}{32} - \tfrac{9}{8} = \tfrac{27}{32}) + (\tfrac{33}{16} - \tfrac{1215}{256} = -\tfrac{687}{256})m\}.$$

En intégrant la valeur précédente de R' et faisant

$$\frac{1}{2E+2g-c}=\frac{1}{3}, \qquad \frac{1}{2E-2g+c}=1+2m,$$

il viendra

$$[4] \ldots \quad -2\int R_{,}dv = \cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{1}{2}\right)$$
$$\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{3}{2}-\tfrac{165}{32}m\right).$$

En multipliant les deux fonctions

$$\frac{2Q'q}{1+\gamma^2}e\cos cv = -3m^2 e\cos cv; \qquad -\int R_{,}dv = \cos 2Ev-2gv\,\frac{\gamma^2}{m}\left(-\tfrac{3}{8}\right),$$

on aura

$$[5] \ldots \quad \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}e\cos cv\cdot\int R_{,}dv = \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{9}{16}m\right);$$

et en multipliant $2q\cdot\frac{3}{4}\gamma^2\cos 2gv = \frac{3}{2}\gamma^2\cos 2gv$ par

$$-\int R_{,}dv = \cos 2Ev+cv \quad e\left(-1+\tfrac{1}{3}m\right) + \cos 2Ev-cv \quad e(-3),$$

on aura

$$[6] \ldots \quad -2q\cdot\tfrac{3}{4}\gamma^2\cos 2gv\cdot\int R_{,}dv = \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{4}m\right)$$
$$\cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{9}{4}\right).$$

En réduisant la valeur de $-\left(\frac{du_{,}}{dv}+\frac{d\cdot\delta u}{dv}\right)$ à ces trois termes

$$-\left(\frac{du_{,}}{dv}+\frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) = e\sin cv-\tfrac{1}{2}\gamma^2\sin 2gv+\left(-\tfrac{7}{8}+\tfrac{135}{64}m\right)e\gamma^2\sin 2gv-cv,$$

et faisant le produit par la valeur de $R_{,}$ posée dans la page 60, on obtiendra les termes suivans:

Multiplicateur		Produit	
$2\sin cv$	$e\left(\frac{1}{2}\right)$	$\cos 2Ev+2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$
		$\cos 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m\right)$
$2\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$	$\cos 2Ev+2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$
		$\cos 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)$
$2\sin 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{16}+\frac{135}{128}m\right)$ ..	$\cos 2Ev+2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{21}{32}\right)$
		$\cos 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{21}{32}+\frac{405}{256}m\right)$;

ainsi il est clair que l'on a

$$[7] \ldots\ldots \quad -\left(\frac{du_{,}}{dv}+\frac{d\cdot\delta u}{dv}\right)R_{,}=$$

$$\cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\ \frac{3}{8}-\frac{3}{4}+\frac{21}{32}=\frac{9}{32}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left\{\left(-\frac{3}{8}+\frac{3}{4}-\frac{21}{32}=-\frac{9}{32}\right)+\left(\frac{405}{256}-\frac{3}{4}-\frac{3}{16}=\frac{165}{256}\right)m\right\}.$$

66. En réunissant les termes donnés par les équations [1], [2], . . [7], on formera cette équation

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}m^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\ \left(\frac{27}{32}+\frac{1}{2}-\frac{9}{4}+\frac{9}{32}=-\frac{5}{8}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}+\frac{27}{32}+\frac{3}{2}-\frac{3}{4}-\frac{9}{32}=\frac{45}{16}\right)m^2\\ +\left(\frac{29}{8}+\frac{9}{16}-\frac{687}{256}-\frac{165}{32}-\frac{9}{16}+\frac{1}{4}+\frac{165}{256}=-\frac{425}{128}\right)m^3\end{array}\right\}.$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont

$$\frac{1}{(2E+2g-c)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{(3-2m+\text{etc.})^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{8};$$

$$\frac{1}{(2E-2g-c)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{(1-2m-\frac{9}{4}m^2+\text{etc.})^2-1+\frac{3}{2}m^2}$$

$$=\frac{1}{-4m+m^2+\text{etc.}}=-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{m}{4}\right).$$

Ainsi il est clair que l'on a

$$\begin{aligned}\delta u = {} & \cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{5}{64}m^2\right)\\ & \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m+\frac{335}{512}m^2\right).\end{aligned}$$

67. Considérons maintenant les coefficiens des deux argumens $2Ev+2gv-2cv$, $2Ev-2gv+2cv$.

L'expression de δs rapportée à la fin du n.° 63 donne

$$\begin{aligned}2s_{,}\delta s = {} & \cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m+\frac{915}{512}m^2\right)\\ & \cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right).\end{aligned}$$

Et en réduisant à

$$\delta s = \sin gv - 2cv \quad e^2\gamma(-\tfrac{5}{8} + \tfrac{135}{64}m) + \sin 2Ev - gv \quad \gamma(\tfrac{3}{8}m + \tfrac{3}{32}m^2)$$

l'expression de δs trouvée dans le § 3 (Voyez page 38), on en conclut

$$(\delta s)^2 = \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{405}{512}m^2 - \tfrac{15}{256}m^2);$$

partant nous avons

$$2s_{\prime}\delta s + (\delta s)^2 = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{915}{512}m^2)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{135}{512}m^2).$$

En multipliant ces deux termes par $\frac{3}{2}$, il viendra

$$[1]' \ldots -q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_{\prime}}\right)\delta T = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{45}{128}m + \tfrac{2745}{1024}m^2)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{45}{128}m + \tfrac{405}{1024}m^2).$$

68. Réduisons la valeur de R^{v} à ces deux termes (Voyez page 356 du I.^{er} volume)

$$R^{v} = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(\tfrac{45}{32}) + \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2(\tfrac{45}{32});$$

et prenons

$$\delta R^{v} = -\tfrac{9}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{\prime}}\right)^3 \cos(2v - 2v')\,\frac{\delta u}{u_{\prime}}$$

$$= \frac{\delta u}{u_{\prime}}\left\{-\tfrac{9}{2}\cos 2Ev + \tfrac{27}{4}e\cos 2Ev - cv + \tfrac{27}{4}e\cos 2Ev + cv\right\}.$$

L'expression de δu trouvée dans le n.° 44 donne aisément ces deux termes

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} = (1 - e\cos cv)\,(-\tfrac{7}{8}e\gamma^2\cos 2gv - cv - \tfrac{15}{16}e^2\gamma^2\cos 2gv - 2cv)$$

$$= -\tfrac{7}{8}e\gamma^2\cos 2gv - cv - \tfrac{1}{2}e^2\gamma^2\cos 2gv - 2cv.$$

Donc, en faisant le produit des deux facteurs, il viendra

$$\delta R^{v} = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(\tfrac{9}{8} - \tfrac{189}{64} = -\tfrac{117}{64})$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2(\tfrac{9}{8} - \tfrac{189}{64} = -\tfrac{117}{64});$$

et par conséquent

$$[2]' \ldots \quad R^{v} + \delta R^{v} = R_5 = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{117}{64} + \tfrac{45}{32} = -\tfrac{27}{64}\right)$$
$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{117}{64} + \tfrac{45}{32} = -\tfrac{27}{64}\right).$$

En réduisant la valeur de R' à ces deux termes (Voyez page 339 du I.^er volume)

$$R' = \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{16}\right) + \sin 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{16}\right),$$

et faisant

$$\delta R' = -6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{\prime}^4}\sin(2v - 2v')\frac{\delta u}{u_{\prime}}$$
$$= \frac{\delta u}{u_{\prime}}\left\{-6\sin 2Ev + 12\,e\sin 2Ev - cv + 12\,e\sin 2Ev + cv\right\},$$

on trouvera, au moyen de la valeur précédente de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$,

$$\delta R' = \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{3}{2} - \tfrac{21}{4} = -\tfrac{15}{4}\right)$$
$$\sin 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{3}{2} - \tfrac{21}{4} = -\tfrac{15}{4}\right);$$

partant l'on a

$$R' + \delta R' = R_{\prime} = \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{16} - \tfrac{15}{4} = -\tfrac{15}{16}\right)$$
$$\sin 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{16} - \tfrac{15}{4} = -\tfrac{15}{16}\right);$$

d'où l'on conclut

$$[3]' \ldots \quad -2\int R_{\prime}dv = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{16}\right)$$
$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{16}\right).$$

Il est presque superflu d'ajouter que dans cette intégration on a fait

$$\frac{1}{2E + 2g - 2c} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{1}{2E - 2g + 2c} = \frac{1}{2}.$$

Dans la valeur de $-\int R_{\prime}dv$ (Voyez pages 61 et 62) il y a ces deux termes

$$-\int R_{\prime}dv = \cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{16}\right) + \cos 2Ev - 2cv \quad \frac{e^2}{m}\left(-\tfrac{15}{8} - \tfrac{159}{32}m\right).$$

Donc l'on a

$$[4]' \ldots \quad -2q\,m^2\,\tfrac{3}{4}\,\gamma^2\cos 2gv\cdot\int R_{,}dv = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{45}{32}m - \tfrac{477}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{64}m^2\right).$$

En faisant le produit des deux fonctions

$$-2\int R_{,}dv = \tfrac{3}{2}\cos 2Ev\,; \qquad \frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} + \delta u = -\tfrac{15}{16}e^2\gamma^2\cos 2gv - 2cv\,;$$

on obtient

$$[5]' \ldots \quad -2\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_{,}dv = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{45}{64}\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{45}{64}\right).$$

La valeur de $R_{,}$ donnée dans le n.° 39, et l'autre partie de la même fonction trouvée dans cette section (Voyez n.° 65) renferment les termes suivans :

$$\begin{aligned} R_{,} = \;& \sin 2Ev - cv \quad e(-3) + \sin 2Ev + cv \quad e(-3) \\ &+ \sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4}\right) + \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4}\right) \\ &+ \sin 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{3}{4}\right) + \sin 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{3}{4}\right). \end{aligned}$$

Donc, en faisant le produit de cette fonction par

$$-\left(\frac{du_{,}}{dv} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right) = e\sin cv - \tfrac{1}{2}\gamma^2\sin 2gv - \tfrac{7}{8}e\gamma^2\sin 2gv - cv\,,$$

il viendra

$$[6]' \ldots \quad -\left(\frac{du_{,}}{dv} + \frac{d\cdot\delta u}{dv}\right)R_{,} = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{3}{8} + \tfrac{15}{16} - \tfrac{21}{16} = 0\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{3}{8} - \tfrac{15}{8} + \tfrac{21}{16} = 0\right).$$

69. En réunissant les termes donnés par les équations [1]', [2]', .. [6]', on aura

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2} - \left(1 - \tfrac{3}{2}m^2\right)\delta u =$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\tfrac{45}{128}m + \left(\tfrac{405}{1024} - \tfrac{27}{64} - \tfrac{15}{16} + \tfrac{45}{64} - \tfrac{45}{64} = -\tfrac{987}{1024}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\tfrac{45}{128} - \tfrac{45}{32} = -\tfrac{225}{128}\right)m \\ + \left(\tfrac{2745}{1024} - \tfrac{27}{64} - \tfrac{15}{16} - \tfrac{477}{128} - \tfrac{45}{64} = -\tfrac{3183}{1024}\right)m^2\end{array}\right\}.$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation étant

$$\frac{1}{(2E+2g-2c)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{3-8m+\text{etc.}}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m\right),$$

$$\frac{1}{(2E-2g+2c)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{3-8m+\text{etc.}}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m\right),$$

il est évident qu'il en résulte

$$\begin{aligned}\delta u = {}& \cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{75}{128}m-\tfrac{2661}{1024}m^2\right)\\ & \cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{128}m-\tfrac{649}{1024}m^2\right).\end{aligned}$$

En réunissant ces deux termes avec les deux autres trouvés dans le n.° 66, le résultat définitf qui constitue l'objet principal de cette section sera

$$\begin{aligned}\delta u = {}& \cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{5}{64}m^2\right)\\ & \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{45}{64}m+\tfrac{335}{512}m^2\right)\\ & \cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{75}{128}m-\tfrac{2661}{1024}m^2\right)\\ & \cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{128}m-\tfrac{649}{1024}m^2\right).\end{aligned}$$

70. Bientôt nous aurons besoin des termes correspondans qui entrent dans les valeurs de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ et $\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2$. En ajoutant les termes du cinquième et sixième ordre que l'on voit dans cette expression de δu à la valeur de δu trouvée dans le n.° 44, et faisant ensuite le produit par le développement de $\frac{1}{u_{\prime}}$ donné dans le I.er volume (page 308), on aura les termes suivans :

Produits partiels de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$.

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{5}{128}m^2\right)$
	$\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128}m-\frac{335}{1024}m^2\right)$
	$\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{32}m+\frac{69}{128}m^2\right)$
	$\cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{16}m^2\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}\right)\ldots$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m - \frac{69}{256}m^2\right)$ $\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{1}{32}m^2\right)$
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}m + \frac{147}{128}m^2\right)$ $\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m^2\right)$ $\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m + \frac{273}{256}m^2\right)$ $\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{5}{64}m^2\right)$
$2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}m^2\right)$ $\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}m^2\right)$ $\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m - \frac{273}{256}m^2\right)$ $\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{5}{64}m^2\right)$
$2\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2\right)$ $\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2\right)$.

Donc, en ajoutant ces produits avec la valeur précédente de δu, on obtiendra

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{15}{64}m + \left(-\frac{5}{64} - \frac{1}{16} - \frac{1}{8} + \frac{273}{256} = \frac{205}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left\{\left(-\frac{3}{32} - \frac{45}{64} = -\frac{51}{64}\right)m + \left(\frac{335}{512} + \frac{69}{128} - \frac{5}{64} - \frac{1}{8} = \frac{507}{512}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{75}{128} + \frac{15}{32} - \frac{15}{64} = -\frac{45}{128}\right)m \\ + \left(-\frac{2661}{1024} + \frac{5}{128} + \frac{1}{32} + \frac{147}{128} - \frac{273}{256} + \frac{3}{32} = -\frac{2409}{1024}\right)m^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{15}{128} + \frac{45}{128} + \frac{3}{64} = \frac{9}{32}\right)m \\ + \left(-\frac{649}{1024} - \frac{335}{1024} - \frac{69}{256} + \frac{3}{64} + \frac{5}{64} + \frac{3}{32} = -\frac{259}{256}\right)m^2\end{array}\right\}.$$

Pour avoir les termes correspondans donnés par la fonction $\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2$, il suffit de prendre

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} = \cos 2gv - cv \;\; e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{8}+\tfrac{135}{64}m\right) + \cos 2gv - 2cv \;\; e^2\gamma^2\left(-\tfrac{1}{2}\right)$$
$$+\cos 2Ev\,(m^2) + \cos 2Ev + cv\; e\left(-\tfrac{9}{8}m^2\right) + \cos 2Ev - cv\; e\left(\tfrac{15}{8}m + \tfrac{257}{32}m^2\right)$$

(Voyez n.^{os} 15 et 68). Le carré de cette expression donnera

$$\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 =$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{8}\,m^2\right)$$
$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{8}\,m^2\right)$$
$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\left(\tfrac{63}{64}-\tfrac{1}{2}=\tfrac{31}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\tfrac{105}{64}m + \left(\tfrac{2025}{512}-\tfrac{1799}{256}-\tfrac{1}{2} = -\tfrac{1829}{512}\right)m^2\right\}.$$

Troisième Section.

Calcul de la valeur spéciale de δnt.

71. Il s'agit ici de calculer le premier terme, du *cinquième* ordre, qui entre dans l'expression analytique du coefficient des deux inégalités dont les argumens sont $2Ev+2gv-2cv$, $2Ev-2gv+2cv$. Pour cela nous remarquerons d'abord que les valeurs de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ et $\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2$ trouvées dans le numéro précédent donnent

$$2\frac{\delta u}{u_{\prime}} - 3\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{315}{64}-\tfrac{45}{64}=\tfrac{135}{32}\right)m$$
$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{9}{16}\,m\right),$$

et que l'intégrale $-m^2\int R_{\prime}dv$ ne produit aucun terme semblable du cinquième ordre : cela est évident d'après l'équation [3]′ du n.° 68. Donc, en imaginant ces deux termes ajoutés à la valeur de Y trouvée dans le n.° 54, et réduisant ensuite cette même fonction aux termes suivans ; savoir

$$
\begin{aligned}
Y = \ & \cos 2Ev - cv \quad e\left(\tfrac{15}{4}m\right) + \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{4}m\right) \\
& + \cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{15}{32}m\right) + \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{51}{32}m\right) \\
& + \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{135}{32}m\right) + \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{9}{16}m\right),
\end{aligned}
$$

il est facile de voir qu'il suffit ici de considérer l'équation $d\cdot\frac{\delta nt}{dv} = -Y\cdot\frac{X}{\lambda}$ (Voyez volume I.er, page 264). Or, en remplaçant la fonction $-\frac{X}{\lambda}$ par son développement (Voyez volume I.er, page 313), on aura

$$d\cdot\frac{\delta nt}{dv} = Y\left\{-1 + 2e\cos cv - \tfrac{1}{2}\gamma^2\cos 2gv + \tfrac{3}{4}e\gamma^2\cos 2gv - cv\right\}.$$

Donc, en exécutant cette multiplication et retenant seulement les termes que l'on cherche dans cette expression spéciale de $d\cdot\frac{\delta nt}{dv}$, il viendra

$$
\begin{aligned}
d\cdot\frac{\delta nt}{dv} = \ & \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\tfrac{135}{32} + \tfrac{15}{32} + \tfrac{45}{32} - \tfrac{15}{16} = -\tfrac{105}{32}\right\}m \\
& \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\tfrac{9}{16} - \tfrac{51}{32} = -\tfrac{69}{32}\right\}m\,;
\end{aligned}
$$

d'où l'on tire, en intégrant et faisant

$$\frac{1}{2E + 2g - 2c} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{1}{2E - 2g + 2c} = \frac{1}{2},$$

$$
\begin{aligned}
\delta nt = \ & \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{105}{64}m\right) \\
& \sin 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{69}{64}m\right).
\end{aligned}
$$

Tel est le résultat qui constitue l'objet de cette section.

QUATRIÈME SECTION.

Formation de l'équation différentielle en δu relative aux trois argumens $2gv - cv$, $2gv - 2cv$, $2gv - 3cv$.

72. Les valeurs de δs posées dans le n.os 27 et 63 démontrent que cette fonction renferme les termes suivans :

$$
\begin{array}{lll}
\delta s = & \sin gv - cv & e\gamma\left(3m^2 + \frac{9}{2}m^3 + \frac{789}{64}m^4 + \frac{3}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \\
& \sin gv + cv & e\gamma\left(-m^2\right) \\
& \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m + \frac{659}{512}m^2 + \frac{5}{32}e^2 - \frac{45}{64}\gamma^2\right) \\
& \sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(-\frac{5}{8}m^2\right) \\
& \sin 3gv - cv & e\gamma^3\left(\frac{1}{4}m^2\right) \\
& \sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}\right).
\end{array}
$$

Donc, en multipliant cette expression par $2s_{,} = 2\cdot\gamma \sin gv$, on aura

$$
\begin{array}{lll}
2s_{,}\delta s = & \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-3m^2 - \frac{9}{2}m^3 - \frac{789}{64}m^4 - \frac{3}{8}m^2e^2 - \frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \\
& \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{5}{8} - \frac{135}{64}m - \frac{659}{512}m^2 - \frac{5}{32}e^2 + \frac{45}{64}\gamma^2\right) \\
& \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\gamma^2\right) \\
& \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{5}{8}m^2\right) \\
& \cos cv & e\left(-m^2\gamma^2\right) \\
& \cos cv & e\left(3m^2\gamma^2\right) \\
& \cos 2cv & e^2\left(-\frac{5}{8}\gamma^2\right) \\
& \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}\gamma^2\right).
\end{array}
$$

Maintenant, si l'on prend (Voyez n.[os] 27 et 63)

$$
\begin{aligned}
\delta s = {} & \sin gv + cv \; e\gamma\left(-m^2\right) + \sin gv - cv \; e\gamma\left(3m^2\right) + \sin gv - 2cv \; e^2\gamma\left(-\tfrac{5}{8}\right) \\
& + \sin 2Ev - gv \; \gamma\left(\tfrac{3}{8}m\right) + \sin 2Ev + gv - cv \; e\gamma\left(-\tfrac{15}{8}m^3\right) + \sin 2Ev + gv - 2cv \; e^2\gamma\left(\tfrac{15}{64}m\right),
\end{aligned}
$$

on aura, en faisant le carré,

$$
\begin{aligned}
(\delta s)^2 = {} & \cos 2gv - 2cv \; e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{512}m^2\right) + \cos 2gv - cv \; e\gamma^2\left(-\tfrac{5}{8}m^2e^2\right) \\
& + \cos 2gv - cv \; e\gamma^2\left(-\tfrac{45}{64}m^4\right) + \cos 2gv - 3cv \; e^3\gamma^2\left(\tfrac{15}{8}m^2\right).
\end{aligned}
$$

Il suit de là que

$$
\begin{array}{lll}
2s_{,}\delta s + (\delta s)^2 = \cos cv & & e(\;2m^2\gamma^2) \\
& \cos 2cv & e^2(-\tfrac{5}{8}\gamma^2\;) \\
& \cos 2gv - cv & e\gamma^2(-3m^2 - \tfrac{9}{2}m^3 - \tfrac{417}{32}m^4 + \tfrac{1}{4}m^2\gamma^2 - m^2e^2 - \tfrac{9}{2}m^2\varepsilon'^2) \\
& \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2(\;\tfrac{5}{8} - \tfrac{135}{64}m - \tfrac{307}{256}m^2 - \tfrac{5}{32}e^2 + \tfrac{15}{32}\gamma^2) \\
& \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2(\;\tfrac{5}{2}m^2).
\end{array}
$$

Mais nous avons l'équation (Voyez page 42)

$$
-q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\delta T = \left\{\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{4}m^2 + \tfrac{3}{2}e^2 - \tfrac{3}{8}\gamma^2 + \tfrac{15}{8}\gamma^2\cos 2gv\right\}\left\{2s_{,}\delta s + (\delta s)^2\right\};
$$

partant il est clair que l'on a

$$
(1) \ldots\ldots\ldots \quad -q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\delta T =
$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\tfrac{9}{2}m^2 - \tfrac{27}{4}m^3 + \left(-\tfrac{1251}{64} - \tfrac{9}{4} = -\tfrac{1395}{64}\right)m^4 - \tfrac{27}{4}m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(-\tfrac{3}{2} - \tfrac{9}{2} = -6\right)m^2e^2 + \left(\tfrac{3}{8} + \tfrac{9}{8} + \tfrac{15}{8} = \tfrac{27}{8}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \tfrac{15}{16} - \tfrac{405}{128}m + \left(\tfrac{15}{32} - \tfrac{921}{512} = -\tfrac{681}{512}\right)m^2 + \left(\tfrac{15}{16} - \tfrac{15}{64} = \tfrac{45}{64}\right)e^2 \\ + \left(\tfrac{45}{64} - \tfrac{15}{64} - \tfrac{75}{128} = -\tfrac{15}{128}\right)\gamma^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2(\;\tfrac{15}{4}m^2). &
\end{array}
$$

73. Soit

$$
R_4 + \tfrac{3}{2}\delta u = R^{IV} + \left\{\tfrac{3}{2}u_{,} - \tfrac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\right\}\frac{\delta u}{u_{,}} + 3q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2,
$$

et

$$
\begin{array}{lll}
R^{IV} = \dfrac{q}{2}\left(\dfrac{a'u'}{u_{,}}\right)^3 = \cos 2gv - cv & & e\gamma^2(-\tfrac{3}{4} - \tfrac{21}{16}e^2 + \tfrac{3}{8}\gamma^2 - \tfrac{9}{8}\varepsilon'^2) \\
& \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2(\;\tfrac{15}{16}) \\
& \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2(-\tfrac{15}{16});
\end{array}
$$

$$
\tfrac{3}{2}u_{,} - \tfrac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3 = -\tfrac{9}{4}\varepsilon'^2\cos 0v + 6e\cos cv - \tfrac{9}{2}e^2\cos 2cv
$$

(Voyez volume I.er, page 348-350).

La valeur de δu trouvée dans le n.° 44 donne aisément les termes suivans:

$$\frac{\delta u}{u_{,}} = \cos 2gv - cv \; e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{8}\right) + \cos 2gv - 2cv \; e^2\gamma^2\left(-\tfrac{1}{2}\right) + \cos 2gv \; \gamma^2\left(\tfrac{1}{2}m^2 + \tfrac{7}{16}e^2\right).$$

Ainsi il est clair que l'on a

$$\left\{\tfrac{3}{2}u_{,} - \tfrac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\right\}\frac{\delta u}{u_{,}} =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\tfrac{3}{2}m^2 + \tfrac{63}{32}\varepsilon'^2 + \left(\tfrac{21}{16} - \tfrac{3}{2} = -\tfrac{3}{16}\right)e^2\right\} \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{-\tfrac{21}{8}\right\} \\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left\{\tfrac{63}{32} - \tfrac{3}{2} = \tfrac{15}{32}\right\}.
\end{array}$$

Maintenant, si l'on prend (Voyez page 19)

$$\frac{\delta u}{u_{,}} = \tfrac{15}{8}\, m\, e \cos 2Ev - cv + \tfrac{3}{16} m\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv\,,$$

on en tirera

$$\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2 = \tfrac{45}{128} m^2 e\gamma^2 \cos 2gv - cv\,;$$

d'où l'on conclut

$$3q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2 = 3\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2 = \tfrac{135}{128} m^2 e\gamma^2 \cos 2gv - cv.$$

Donc, en réunissant ces différens termes de la fonction $R_4 + \tfrac{3}{2}\delta u$, il viendra

$$(2) \; \ldots\ldots\ldots \; R_4 + \tfrac{3}{2}\delta u =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{8}\gamma^2 + \left(-\tfrac{21}{16} - \tfrac{3}{16} = -\tfrac{3}{2}\right)e^2 + \left(\tfrac{63}{32} - \tfrac{9}{8} = \tfrac{27}{32}\right)\varepsilon'^2 \\ + \left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{135}{128} = \tfrac{327}{128}\right)m^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\tfrac{15}{16} - \tfrac{21}{8} = -\tfrac{27}{16}\right\} \\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left\{\tfrac{15}{32} - \tfrac{15}{16} = -\tfrac{15}{32}\right\}.
\end{array}$$

74. Transportons nous au commencement du n.° 36, et ajoutons les termes suivans au développement des différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$ et celle de δR^{r}:

Produits partiels de la fonction

$$-4\frac{\delta u}{u_{\prime}}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{(a'u')^3}{u_{\prime}^4}\,\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev\quad(-2m^2)\;\ldots\ldots\ldots\;\left\{\begin{array}{ll} \frac{\sin}{\cos}\;2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\\ -2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\\ 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{15}{4}m^2\right)\\ -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(\frac{15}{4}m^2\right)\\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right)\\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv\quad e\left(-\frac{15}{4}m-\frac{257}{16}m^2\right)\;.\;\left\{\begin{array}{ll} -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m-\frac{771}{64}m^2-\frac{45}{32}m^2\right)\\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(\frac{225}{32}m+\frac{3855}{128}m^2-\frac{135}{16}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+cv\quad e\left(\frac{9}{4}m^2\right)\;\ldots\ldots\;\left\{\begin{array}{ll} 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{27}{16}m^2\right)\\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-2gv\quad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m+\frac{61}{32}m^2\right)\;.\;\left\{\begin{array}{ll} 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m+\frac{183}{64}m^2\right)\\ 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m-\frac{183}{32}m^2+\frac{9}{8}m^2\right)\\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m+\frac{915}{128}m^2-\frac{171}{64}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+2gv\quad \gamma^2\left(-\frac{1}{2}m^2\right)\;\ldots\ldots\;\left\{\begin{array}{ll} -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)\\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)\\ -2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\frac{45}{8}m-\frac{331}{32}m^2\right)\;.\;\left\{\;-(2gv-2cv)\; e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m-\frac{993}{128}m^2-\frac{135}{64}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+2cv\quad e^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)\;\ldots\ldots\;\left\{\;2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)\right.$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{51}{32}m - \frac{507}{256}m^2\right)$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{153}{64}m - \frac{1521}{512}m^2\right)$ $2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{153}{32}m + \frac{1521}{256}m^2 - \frac{153}{32}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m - \frac{205}{128}m^2\right)$	$-(2gv - cv) \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m - \frac{615}{256}m^2\right)$ $-(2gv - 2cv) \quad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{615}{128}m^2 - \frac{45}{32}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m + \frac{2409}{512}m^2\right)$	$-(2gv - 2cv) \quad e^2\gamma^2\left(\frac{135}{128}m + \frac{7227}{1024}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m + \frac{259}{128}m^2\right)$	$2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m + \frac{777}{256}m^2\right).$

Produits partiels de la fonction

$$15\,q\cdot\frac{(\alpha'u')^3}{u_{\prime}^4}\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v').$$

Multiplicateur		Produit
$2\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev$	$\left(\frac{15}{2}\right)$	$\frac{\sin}{\cos} -(2gv - cv) \quad e\gamma^2\left(-\frac{105}{16}m^2\right)$ $2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{105}{16}m^2\right)$ $-(2gv - 2cv) \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{1575}{128}m - \frac{27435}{1024}m^2\right)$ $2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{465}{128}m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev + cv$	$e(-15)$	$-(2gv - 2cv) \quad e^2\gamma^2\left(\frac{105}{8}m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev - cv$	$e(-15)$	$2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{105}{8}m^2\right).$

L'expression de δu trouvée dans le n.° 44 donnera aisément le petit nombre de termes de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ qui ne se trouvent pas compris dans les deux expressions de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ que l'on voit dans les n.os 15 et 69.

75. Maintenant, si l'on fait de nouveau comme dans le n.° 36

$$\delta\left[(\alpha'u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v')\right] = -2m\,\delta nt \times \frac{\cos}{\sin} - 2Ev\,,$$

on obtiendra les termes donnés par cette fonction, en faisant (d'après les valeurs de δnt trouvées dans les n.os 57 et 70)

$$m\,\delta nt = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{45}{16}m^2\right) + \cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{9}{16}m^2\right)$$
$$+ \cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{15}{32}m^2\right) + \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{51}{32}m^2\right)$$
$$+ \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{105}{64}m^2\right) + \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{69}{64}m^2\right);$$

de sorte que l'on a

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v - 2v')\right] =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ 2cv & e^2\left(-\tfrac{45}{16}m^2\right) & + \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} -(2gv - cv) \quad e\gamma^2\left(-\tfrac{15}{32}m^2\right) \\
\quad 2gv & \gamma^2\left(-\tfrac{9}{16}m^2\right) & \quad 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{69}{64}m^2\right) \\
\quad 2gv - cv & e\gamma^2\left(\tfrac{51}{32}m^2\right) & \quad -(2gv - 2cv) \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{105}{64}m^2\right).
\end{array}$$

Donc, en ajoutant à ces termes le terme affecté de l'argument cv que l'on voit dans la page 56, il viendra

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \sin(2v - 2v')\right] =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin cv & e\left(-\tfrac{15}{4}m^2\right) & + \sin 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{51}{32} + \tfrac{15}{32} = \tfrac{33}{16}\right)m^2 \\
\sin 2cv & e^2\left(-\tfrac{45}{16}m^2\right) & \quad \sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{105}{64} - \tfrac{69}{64} = \tfrac{9}{16}\right)m^2. \\
\sin 2gv & \gamma^2\left(-\tfrac{9}{16}m^2\right) &
\end{array}$$

Cela posé, si l'on fait le produit de cette fonction par

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{,}^4} = \frac{3}{2} - 6e\cos cv + \frac{3}{2}\gamma^2\cos 2gv + \frac{15}{2}e^2\cos 2cv - \frac{15}{4}e\gamma^2\cos 2gv - cv$$

(Voyez volume I.er, page 309), on trouvera

$$(a) \ldots\ldots \quad \frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{,}^4}\,\delta\left[(\alpha' u')^3 \sin(2v - 2v')\right] =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin cv & e\left(-\tfrac{45}{8}m^2\right) \\
\sin 2gv & \gamma^2\left(-\tfrac{27}{32}m^2\right) \\
\sin 2gv - cv & e\gamma^2\left(\tfrac{99}{32} + \tfrac{27}{16} + \tfrac{45}{16} = \tfrac{243}{32}\right)m^2 \\
\sin 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\tfrac{27}{32} - \tfrac{99}{16} + \tfrac{135}{64} - \tfrac{135}{64} - \tfrac{225}{32} = -\tfrac{99}{8}\right)m^2.
\end{array}$$

En multipliant le *premier* terme de cette fonction par

$$-4\,\frac{\delta u}{u_{,}} = \frac{7}{2}\,e\gamma^2 \cos 2gv - cv\,,$$

on obtient

$$(a') \ldots \quad -4\,\frac{\delta u}{u_{,}}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{,}^4}\,\delta[(\alpha'u')^3 \sin(2v-2v')] = \cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{315}{32}\,m^2\right).$$

Le développement trouvé plus haut donne par un procédé semblable

$$\begin{array}{lll}
\delta[(\alpha'u')^3\cos(2v-2v')] = \cos cv & & e\left(-\frac{15}{4}\,m^2\right)\\
 & \cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}\,m^2\right)\\
 & \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{51}{32}-\frac{15}{32}=\frac{9}{8}\right)m^2\,;
\end{array}$$

d'où l'on conclut

$$(b) \ldots \quad \frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_{,}^4}\,\delta[(\alpha'u')^3\cos(2v-2v')] =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left(-\frac{45}{8}\,m^2\right)\\
\cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{32}\,m^2\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{27}{16}+\frac{27}{16}-\frac{45}{16}=\frac{9}{16}\right)m^2.
\end{array}$$

76. Les deux fonctions développées dans le n.° 73 donnent

$$(a'') \ldots \quad -6q\cdot\frac{\delta u}{u_{,}}\cdot\frac{(\alpha'u')^3}{u_{,}^4}\,\sin(2v-2v') =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin 2gv & \gamma^2\left\{-\frac{9}{16}\,m+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{183}{64}=\frac{231}{64}\right)m^2\right\}\\[2ex]
\sin 2gv - cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{16}+\frac{9}{8}+\frac{153}{64}+\frac{45}{64}=\frac{225}{32}\right)m\\ +\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}+\frac{771}{64}+\frac{45}{32}+\frac{27}{16}-\frac{183}{32}+\frac{9}{8}-\frac{1521}{512}+\frac{615}{256}-\frac{3}{2}=\frac{4341}{512}\right)m^2\end{array}\right\}\\[4ex]
\sin 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{225}{32}-\frac{45}{32}+\frac{135}{32}-\frac{153}{32}-\frac{135}{128}-\frac{27}{32}-\frac{45}{32}=-\frac{1575}{128}\right)m\\ \left(\begin{array}{l}\frac{135}{16}-\frac{3855}{128}-\frac{45}{8}+\frac{45}{8}-\frac{135}{32}+\frac{915}{128}-\frac{171}{64}+\frac{15}{8}+\frac{993}{128}\\ +\frac{135}{64}+\frac{1521}{256}-\frac{153}{32}-\frac{615}{128}+\frac{45}{32}-\frac{7227}{1024}+\frac{777}{256}-\frac{45}{32}\end{array}=-\frac{17763}{1024}\right)m^2\end{array}\right\};
\end{array}$$

$$(a''') \ldots\ldots \quad 15\,q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{,}^4}\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2 \sin(2v-2v') =$$

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\left(\frac{105}{16}-\frac{105}{16}=0\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\frac{1575}{128}m+\left(\frac{27435}{1024}+\frac{465}{128}-\frac{105}{8}+\frac{105}{8}=\frac{31155}{1024}\right)m^2\right\};$$

$$-6\,q\cdot\frac{\delta u}{u_{,}}\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{,}^4}\cos(2v-2v') =$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{9}{16}m+\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}+\frac{183}{64}=-\frac{57}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{45}{16}+\frac{9}{8}+\frac{153}{64}-\frac{45}{64}=0\right)m \\ +\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}-\frac{771}{64}-\frac{45}{32}+\frac{27}{16}-\frac{183}{32}+\frac{9}{8}+\frac{3}{2}-\frac{1521}{512}-\frac{615}{256}=-\frac{6519}{512}\right)m^2\end{array}\right\};$$

$$15\,q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{,}^4}\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2\cos(2v-2v') =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{105}{16}-\frac{105}{16}=-\frac{105}{8}\right\}m^2;$$

$$(b') \ldots\ldots \quad -\frac{9}{2}q\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)\frac{(a'u')^3}{u_{,}^4}\cos(2v-2v') =$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{64}m-\frac{171}{256}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\;0\cdot m-\frac{19557}{2048}m^2\right)$$

$$(b'') \ldots\ldots \quad 9\,q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_{,}^4}\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2\cos(2v-2v') =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{63}{8}m^2\right).$$

Donc, en réunissant les termes fournis par les trois équations (b), (b'), (b''), nous aurons

$$\frac{\delta R^{\mathrm{v}}}{u_{,}} =$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{135}{32}m-\frac{1557}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{27}{64}m+\left(-\frac{171}{256}-\frac{27}{32}=-\frac{387}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\;0\cdot m+\left(-\frac{19557}{2048}-\frac{63}{8}+\frac{9}{16}=-\frac{34533}{2048}\right)m^2\right\}.$$

En multipliant cette fonction par

$$u_{,} - 1 = e \cos cv - \frac{1}{4}\gamma^2 \cos 2gv\,,$$

on obtient

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{,}}(u_{,} - 1) =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \left(\frac{135}{256} - \frac{27}{128}\right) m + \left(\frac{1557}{1024} - \frac{387}{512}\right) m^2 \right\};$$

partant il est démontré que l'on a

$$(3) \ldots\ldots\ldots \quad \delta R^{v} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \left(\frac{135}{256} - \frac{27}{128} = \frac{81}{256}\right) m + \left(-\frac{34533}{2048} - \frac{387}{512} + \frac{1557}{1024} = -\frac{32967}{2048}\right) m^2 \right\}.$$

77. En réunissant les termes donnés par les équations (a), (a'), (a''), (a'''), et excluant le terme affecté de l'argument cv, on trouvera

$$\delta R' =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2gv & \gamma^2 & \left\{ -\frac{9}{16} m + \left(\frac{231}{64} - \frac{27}{32} = \frac{177}{64}\right) m^2 \right\} \\
\sin 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{ \frac{225}{32} m + \left(\frac{4341}{512} + \frac{243}{32} = \frac{8229}{512}\right) m^2 \right\} \\
\sin 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{ 0 \cdot m + \left(-\frac{17763}{1024} + \frac{31155}{1024} - \frac{99}{8} + \frac{315}{32} = \frac{675}{64}\right) m^2 \right\}.
\end{array}$$

En intégrant cette expression et remarquant qu'il suffit ici de faire

$$\frac{1}{2g - c} = 1\,, \qquad \frac{1}{2g - 2c} = \frac{1}{3m^2}\,,$$

on obtient

$$(4) \ldots\ldots\ldots \quad -2 \cdot \int R_{,} dv =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{225}{16} m + \frac{8229}{256} m^2 \right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(\frac{225}{32} \right).
\end{array}$$

En prenant (Voyez page 61)

$$-\int R_{,} dv = \cos cv \quad e\left(-\frac{45}{8} m - \frac{1059}{32} m^2\right),$$

on aura

$$(5) \ldots \quad -2\, q\, \gamma^2 \frac{3}{4} \cos 2gv \cdot \int R_{,} dv = \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{135}{32} m - \frac{3177}{128} m^2\right).$$

En faisant (Voyez n.° 43)

$$-\left(\frac{d^2 \cdot \delta u}{dv^2} + \delta u\right) =$$

$\cos 2Ev$	$(3m^2)$	$+\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m + \frac{69}{64}m^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{2}m^2 - \frac{381}{16}m^3\right)$	$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e(-5m^2)$	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{4}m\right)$	$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$,

et multipliant cette fonction par la valeur de $2 \cdot \int R_i dv$ (Voyez page 61), convenablement réduite, on obtiendra les termes suivans:

Produits partiels de la fonction

$$-2\left(\frac{d^2 \cdot \delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_i dv.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{32}m^2\right)$
		$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e(3 + 9m)$ ..	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m + \frac{207}{64}m^2 - \frac{27}{16}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + cv$	$e(1)$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + 2gv$	$e\left(-\frac{3}{16}\right)$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv$	$\frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8} - \frac{3}{32}m\right)$ ..	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\right)$
		$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m - \frac{1143}{128}m^2 + \frac{45}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$\frac{e^2}{m}\left(\frac{15}{8}\right)$	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}\right)$
$2\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$ ...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$ ...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$;

d'où l'on conclut

$$(6) \ldots\ldots\quad -2\left(\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{\prime}dv =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{9}{16}-\frac{45}{16}=-\frac{27}{8}\right)m \\ +\left(\frac{15}{32}-\frac{135}{64}+\frac{207}{64}-\frac{27}{16}+\frac{15}{8}+\frac{45}{64}-\frac{1143}{128}+\frac{15}{16}-\frac{3}{4}-\frac{9}{4}=-\frac{1089}{128}\right)m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}-\frac{45}{128}=-\frac{225}{128}\right).$$

78. Nous allons maintenant calculer les termes donnés par le produit $-\left(\frac{du_{\prime}}{dv}+\frac{d\cdot\delta u}{dv}\right)R_{\prime}$.

Produits partiels de la fonction $-\frac{du_{\prime}}{dv}R_{\prime}$.

Multiplicateur		Produit
$2\sin cv$	$e\left(\frac{1}{2}\right)$	$\{\ \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m+\frac{177}{128}m^2\right)$
$2\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$	$\{\ \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{45}{32}m+\frac{1059}{128}m^2\right)$;

partant l'on a

$$(7) \ldots\ldots\quad -\frac{du_{\prime}}{dv}R_{\prime} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\left(\frac{45}{32}-\frac{9}{32}=\frac{9}{8}\right)m+\left(\frac{177}{128}+\frac{1059}{128}=\frac{309}{32}\right)m^2\right\}.$$

L'expression de δu trouvée dans le n.° 44 donne aisément les termes suivans:

$$-\frac{d\cdot\delta u}{dv} =$$

$$\sin 2Ev \quad (2m^2) \qquad + \sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - cv \; e\left(\frac{15}{8}m+\frac{153}{32}m^2\right) \qquad \sin 2Ev + 2gv - cv \; e\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{15}{8}m^2\right) \qquad \sin 2Ev - 2gv + cv \; e\gamma^2\left\{-\frac{45}{64}m+\left(\frac{335}{512}+\frac{45}{32}=\frac{1055}{512}\right)m^2\right\}.$$

$$\sin 2Ev + 2gv \; \gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2\right)$$

Les valeurs de $R_{\prime}$ trouvées dans les n.^{os} 39 et 65 renferment tous les termes nécessaires pour obtenir les suivans:

Produits partiels de la fonction $-\frac{d\cdot\delta u}{dv}R_{{}_I}$.

Multiplicateur		Produit
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m^2\right)$ $\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{135}{256}m+\frac{3165}{2048}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
$2\sin 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right).$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{45}{64}m+\frac{459}{256}m^2+\frac{45}{128}m^2\right)$
$2\sin 2Ev+2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^2\right)$
$2\sin 2Ev+2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2\right).$

Il suit de là que

$$(8)\ \ldots\ldots\ -\frac{d\cdot\delta u}{dv}R_{{}_I}=$$

$$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{64}-\frac{135}{256}=\frac{45}{256}\right)m\\ +\left(\frac{3165}{2048}-\frac{45}{256}+\frac{9}{16}-\frac{3}{4}+\frac{459}{256}+\frac{45}{128}-\frac{45}{64}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8445}{2048}\right)m^2\end{array}\right\}.$$

79. En réunissant les termes fournis par les équations (1), (2), (3), ... (8), on formera l'équation suivante

$$-\frac{d^2\cdot\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2gv-cv\,e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{9}{2}-\frac{3}{4}=-\frac{21}{4}\right)m^2+\left(-\frac{27}{4}+\frac{81}{256}+\frac{225}{16}-\frac{135}{32}-\frac{27}{8}+\frac{9}{8}+\frac{45}{256}=\frac{171}{128}\right)m^3\\ +\left(-\frac{1395}{64}+\frac{327}{128}-\frac{32967}{2048}+\frac{8229}{256}-\frac{3177}{128}-\frac{1089}{128}+\frac{309}{32}+\frac{8445}{2048}=-\frac{23289}{1024}\right)m^4\\ +\left(-\frac{27}{4}+\frac{27}{32}=-\frac{189}{32}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(-6-\frac{3}{2}=-\frac{15}{2}\right)m^2e^2+\left(\frac{27}{8}+\frac{3}{8}=\frac{15}{4}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv\ e^2\gamma^2\left\{\frac{15}{16}-\frac{405}{128}m+\left(-\frac{681}{512}-\frac{27}{16}+\frac{225}{32}-\frac{225}{128}=\frac{1155}{512}\right)m^2+\frac{45}{64}e^2-\frac{15}{128}\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv\ e^3\gamma^2\left\{\frac{15}{4}-\frac{15}{32}=\frac{105}{32}\right\}m^2.$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont:

Argument	Facteur pour l'intégration
$2gv - cv$	$\frac{1}{6m^2}\left(1-\frac{69}{32}m-\frac{5503}{1024}m^2-\frac{7}{8}e^2-\frac{9}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2\right)$
$2gv - 2cv$	$-1-\frac{3}{2}m^2$
$2gv - 3cv$	$-\frac{1}{6m^2}$.

On obtient le premier de ces facteurs en employant les valeurs de c et g que l'on voit dans les pages 36 et 74, et en développant la fraction $\frac{1}{(2g-c)^2 - 1 + \frac{3}{2}m^2}$. Pour former les deux autres il suffit de prendre $c = 1 - \frac{3}{4}m^2$, $g = 1 + \frac{3}{4}m^2$.

Cela posé, il est facile de trouver cette nouvelle expression spéciale de δu:

$$\delta u =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left\{-\frac{7}{8}+\frac{135}{64}m+\frac{221}{512}m^2-\frac{1}{32}\gamma^2-\frac{31}{64}e^2+0\cdot\varepsilon'^2\right\} \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{-\frac{15}{16}+\frac{405}{128}m-\frac{1875}{512}m^2+\frac{15}{128}\gamma^2-\frac{45}{64}e^2\right\} \\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left\{-\frac{35}{64}\right\}.
\end{array}$$

Tel est le résultat définitif qui constitue l'objet de cette section. Il ne manque plus rien pour entreprendre le calcul de la valeur de δnt.

Cinquième Section.

Calcul de la valeur cherchée de δnt.

80. Transportons nous au commencement du n.° 50 et formons successivement, dans le même ordre, les différentes fonctions qui conduisent d'abord à la valeur spéciale de Y, et ensuite à celle de $\frac{d\cdot\delta nt}{dv}$.

La formule (4) obtenue dans le n.° 77 donne

$$[\mathrm{I}]' \ldots\ldots - m^2\!\int\! R_1 dv = \cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{225}{64}m^2\right).$$

En réduisant l'expression de $-m^2\int R_{\prime}dv$, que l'on voit dans les pages 83 et 84, à ces deux termes

$$-m^2\int R_{\prime}dv = -\tfrac{15}{8}me^2\cos 2Ev - 2cv - \tfrac{3}{8}m\gamma^2\cos 2Ev - 2gv\,,$$

on obtiendra, en faisant le carré,

$$[\text{II}]' \ldots\ldots -\tfrac{3}{2}m^4\left(\int R_{\prime}dv\right)^2 = \cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{135}{128}m^2\right).$$

Cherchons, comme dans le n.° 51, les termes donnés par le produit $\left(\frac{1}{u_{\prime}}-1\right)\delta u$, en ayant égard seulement aux trois argumens $2gv-cv$, $2gv-2cv$, $2gv-3cv$. Pour cela il faudra d'abord ajouter à la valeur de δu, que l'on voit dans la page 76, les termes nouveaux renfermés dans la valeur spéciale de δu rapportée vers la fin du n.° 78. Après cette addition il sera facile d'obtenir les termes suivans:

Produits partiels de la fonction $\left(\frac{1}{u_{\prime}}-1\right)\delta u$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$ . . .	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{7}{32}\gamma^2+\frac{7}{16}e^2\right)$
		$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{64}\gamma^2+\frac{15}{32}e^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)$.	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{4}m^2\right)$
		$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{7}{16}-\frac{135}{128}m-\frac{221}{1024}m^2+\frac{1}{64}\gamma^2-\frac{7}{32}\gamma^2+\frac{31}{128}e^2-\frac{7}{64}e^2\right)$
		$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{32}e^2\right)$
		$\cos 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2\left(\frac{15}{32}\right)$
		$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{35}{128}e^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{1}{8}m^2\right)$
		$\cos 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2\left(-\frac{7}{32}\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{1}{16}m^2-\frac{5}{128}\gamma^2\right)$.

Donc, en réunissant ces différens produits avec la valeur de δu trouvée dans le n.° 78; on aura

$$[\mathrm{III}]' \ldots\ldots\ldots \frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{7}{8} + \frac{135}{64} m + \left(\frac{221}{512} - \frac{1}{4} = \frac{93}{512}\right) m^2 + \left(\frac{7}{32} - \frac{1}{32} = \frac{3}{16}\right)\gamma^2 \\ + \left(\frac{7}{16} - \frac{31}{64} + \frac{15}{32} = \frac{27}{64}\right) e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{1}{2}\right) m^0 + \left(\frac{405}{128} - \frac{135}{128} = \frac{135}{64}\right) m \\ + \left(-\frac{1875}{512} - \frac{221}{1024} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = -\frac{3779}{1024}\right) m^2 \\ + \left(\frac{15}{128} + \frac{15}{64} + \frac{1}{64} - \frac{7}{32} - \frac{5}{128} = \frac{7}{64}\right)\gamma^2 \\ + \left(-\frac{45}{64} + \frac{15}{32} + \frac{31}{128} - \frac{7}{64} + \frac{35}{128} = \frac{11}{64}\right) e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left(\frac{15}{32} - \frac{7}{32} - \frac{35}{64} = -\frac{19}{64}\right).$$

Maintenant, si l'on réduit la valeur de $\frac{\delta u}{u_{\prime}}$ que l'on voit dans les pages 88, 89 et 90 à ces quatre termes

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} = \frac{15}{8} m\, e \cos 2Ev - cv + \frac{45}{16} m\, e^2 \cos 2Ev - 2cv$$
$$+ \frac{3}{16} m\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv - \frac{51}{64} m\, e\gamma^2 \cos 2Ev - 2gv + cv,$$

on obtiendra, en faisant le carré, les termes suivans:

Produits partiels de la fonction $\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2$.

Multiplicateur			Produit	
$2 \cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8} m\right)$	{	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{45}{128} m^2\right)$
			$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{765}{512} m^2\right)$
$2 \cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16} m\right)$	{	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{135}{256} m^2\right)$;

$$[\mathrm{IV}]' \ldots\ldots\ldots \left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2 =$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{45}{128} m^2\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{135}{256} - \frac{765}{512} = -\frac{495}{512}\right) m^2.$$

Les formules [I] et [III] posées dans les n.os 50 et 51 donnent, sans la moindre difficulté, les termes suivans :

Produits partiels de la fonction $-2\frac{\delta u}{u_{\prime}}m^2\int R_{\prime}dv$.

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)$	....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$	....	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)$	....	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m^2\right)$;

$$[\mathrm{V}]' \ldots\ldots\ldots -2\frac{\delta u}{u_{\prime}}m^2\int R_{\prime}dv =$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{128}-\frac{45}{128} = -\frac{45}{32}\right)m^2.$$

81. Cela posé, si l'on fait la somme des termes contenus dans la fonction

$$[\mathrm{I}]' + [\mathrm{II}]' + 2[\mathrm{III}]' - 3[\mathrm{IV}]' - [\mathrm{V}]',$$

on trouvera

$$Y =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{7}{4}+\frac{135}{32}m+\left(\frac{93}{256}-\frac{135}{128}+\frac{45}{64} = \frac{3}{256}\right)m^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{27}{32}e^2\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv\; e^2\gamma^2\left\{-1+\frac{135}{32}m+\left(\frac{225}{64}-\frac{135}{128}-\frac{3779}{512}+\frac{1485}{512}+\frac{45}{32} = -\frac{157}{256}\right)m^2+\frac{7}{32}\gamma^2+\frac{11}{32}e^2\right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv\; e^3\gamma^2\left\{-\frac{19}{32}\right\}.$$

Si l'on complète la valeur de Y rapportée dans les pages 94, 95, 96 et 97 par l'addition des termes subséquens que renferme cette dernière valeur spéciale de Y, il sera facile ensuite d'ajouter les termes suivans à ceux qui ont été calculés dans le n.° 55 :

Produits partiels de la fonction $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y.$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{7}{4}+\frac{135}{32}m+\frac{3}{256}m^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{27}{32}e^2+\frac{7}{16}\gamma^2\right)$
		$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{19}{32}e^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2-\frac{21}{32}e^2\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{4}m^2+\frac{5}{32}\gamma^2\right).$

82. Donc, conformément au raisonnement fait dans le n.° 56, en ajoutant ces différens produits avec le terme affecté de l'argument $2gv-2cv$ qui entre dans l'expression précédente de $-Y$, il viendra

$$\frac{d\cdot\delta nt}{dv}=$$

$$\cos 2gv-2cv\; e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(1-\frac{7}{4}=-\frac{3}{4}\right)m^0+\left(\frac{135}{32}-\frac{135}{32}=0\right)m+\left(\frac{157}{256}+\frac{3}{256}-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=-\frac{3}{8}\right)m^2\\+\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{32}+\frac{7}{16}+\frac{5}{32}=\frac{3}{4}\right)\gamma^2+\left(\frac{27}{32}-\frac{11}{32}-\frac{19}{32}-\frac{21}{32}=-\frac{3}{4}\right)e^2\end{array}\right\};$$

d'où l'on conclut en intégrant

$$\delta nt=$$

$$\sin 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\,\frac{\left(-\frac{3}{4}+0\cdot m-\frac{3}{8}m^2+\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{3}{4}e^2\right)}{2g-2c}.$$

D'après la formule donnée dans la page 318 du I.er volume, la valeur complète de nt, relativement à cet argument, est telle que l'on a

$$nt=\delta nt+\frac{3}{4}e^2\gamma^2\left(1-\gamma^2+e^2\right)\frac{\sin(2gv-2cv)}{2g-2c};$$

partant il est démontré qu'en ajoutant la perturbation avec la valeur elliptique il en résulte

$$nt=\frac{\sin(2gv-2cv)\,e^2\gamma^2}{2g-2c}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)m^0+0\cdot m-\frac{3}{8}m^2\\-\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)\gamma^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)e^2\end{array}\right\};$$

ou bien

$$nt = \sin 2gv - 2cv \frac{e^2\gamma^2(-\frac{3}{8}m^2)}{2g - 2c}.$$

Pour avoir la valeur de ce dernier coefficient mathématiquement exacte jusqu'aux quantités du *quatrième ordre seulement*, il faudra réduire les valeurs de g et c données dans les pages 36 et 74 à celles-ci

$$g = 1 + \frac{3}{4}m^2, \qquad c = 1 - \frac{3}{4}m^2;$$

de sorte que nous aurons

$$nt = \sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(-\tfrac{1}{8}).$$

83. En réfléchissant sur les différentes parties de l'analyse qui nous a conduits, par une suite de conséquences toujours nécessaires, au résultat exprimé par l'équation

$$nt = \frac{m^2}{2g - 2c}\left(-\frac{3}{8}\right) e^2\gamma^2 \sin(2gv - 2cv),$$

on sentira que la longueur du calcul est inévitable (du moins dans l'état actuel de la science) lorsqu'on se propose de trouver le coefficient numérique absolu $-\frac{3}{8}$ avec une précision mathématique. Pour remplir cette condition, il faut nécessairement avoir égard à toutes les parties intermédiaires qui concourent à la formation de ce nombre : et il est évident que l'omission d'une seule suffirait pour faire perdre au résultat le caractère qu'il doit avoir; qui est, *d'être mathématiquement exact jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement.*

Il nous paraît qu'il est impossible de varier le coefficient numérique $-\frac{3}{8}$; parce que nous croyons qu'il serait impossible de trouver, par le développement des fonctions qui composent les équations différentielles, des termes qui ne soient pas compris parmi ceux que nous avons considérés. Le soin avec lequel nous publions les moindres détails de ce calcul offre tous les moyens de vérification qu'on est en droit d'exiger sur ce point délicat de la théorie de la Lune.

Rien ne peut nous faire douter que le coefficient numérique $-\frac{3}{8}$ ne soit une conséquence nécessaire du principe même de la gravitation universelle. C'est un résultat pur de l'intégration, indépendant de la valeur particulière des élémens actuels de l'orbite de la Lune. Quelles que soient les méthodes différentes, plus ou moins expéditives que d'autres géomètres pourraient imaginer pour arriver à ce but; quelle que soit la forme du dernier résultat obtenu, il ne pourra être considéré comme exact sous le rapport analytique, à moins que son développement, mis sous la forme

$$nt = \frac{m^2}{2g-2c}\{A + A'm + A''m^2 + \text{etc.}\}\, e^2\gamma^2 \sin(2gv - 2cv),$$

ne donne précisément $A = -\frac{3}{8}$. (Nous faisons ici abstraction des autres coefficiens A', A'', etc. qui appartiennent aux approximations ultérieures). Or, en soumettant à cette vérification le résultat trouvé par *Laplace* et publié dans la *Connaissance des tems* pour l'année 1824 (Voyez page 295), on obtient, au lieu de $A = -\frac{3}{8}$,

$$A = -\frac{23}{32} = -\frac{3}{8} \times \frac{23}{12};$$

c'est-à-dire un coefficient à-peu-près double du véritable.

84. En effet, d'après l'analyse exposée dans le volume qu'on vient de citer, si l'on fait $E = 1 - m$, on a conformément aux dénominations de l'auteur

$$\begin{aligned}\delta u = {} & A^{(24)} e\gamma^2 \cos(2gv - cv) + A^{(40)} e^2\gamma^2 \cos(2gv - 2cv) \\ & + A^{(1)} e \cos(2Ev - cv) + A^{(22)} e\gamma^2 \cos(2Ev - 2gv + cv);\end{aligned}$$

$$\delta s = B^{(13)}\gamma e^2 \sin(2cv - gv) + B^{(0)}\gamma \sin(2Ev - gv) + B^{(11)}\gamma e^2 \sin(2Ev - 2cv + gv);$$

$$\delta v = \frac{m^2}{2g-2c}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)A^{(24)} - \frac{1}{2}A^{(40)} + \frac{7}{4}B^{(13)} - \frac{3}{16} \\ + \frac{15}{8}A^{(22)} + \frac{15}{16}B^{(0)} - \frac{3}{8}B^{(11)} + \frac{15}{8}A^{(1)}A^{(24)}\end{array}\right\} e^2\gamma^2 \sin(2gt - 2ct).$$

Notre expression analytique de δs (Voyez page 38) donne, en prenant seulement le premier terme de chaque coefficient,

$$B^{(13)} = \frac{5}{8}, \qquad B^{(0)} = \frac{3}{8}m, \qquad B^{(11)} = \frac{15}{64}m;$$

et notre expression de δu (Voyez page 76) donne, en prenant de même le seul premier terme,

$$A^{(24)} = -\frac{7}{8}, \qquad A^{(40)} = -\frac{15}{16}, \qquad A^{(1)} = \frac{15}{8}m, \qquad A^{(22)} = -\frac{45}{64}m.$$

Donc, en supprimant dans ces coefficiens les termes multipliés par la première puissance de m, l'expression précédente de δv se réduira à celle-ci

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left\{\frac{3}{4}A^{(24)} - \frac{1}{2}A^{(40)} + \frac{7}{4}B^{(13)} - \frac{3}{16}\right\}e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct).$$

Ainsi il est clair que la formule de *Laplace* donne, en retenant seulement le premier terme de son développement,

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left\{-\frac{21}{32} + \frac{15}{32} + \frac{35}{32} - \frac{3}{16}\right\}e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct);$$

ou bien

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left(\frac{23}{32}\right)e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct).$$

Ce terme appartient à l'expression de la longitude *vraie* rapportée à l'écliptique et exprimée en fonction du tems. Ainsi, avant de comparer ce résultat avec celui que nous avons trouvé, il est nécessaire de faire subir la même transformation à notre formule. Pour cela remarquons que, par notre méthode, on parvient en dernière analyse à une équation de la forme

$$nt = v + \Sigma k\, sin(pv + q).$$

Or on sait qu'en tirant de cette équation la valeur de v en fonction de nt, on a, d'après la série de *Lagrange*,

$$v - nt = -\Sigma k\, sin(p \cdot nt + q) + \frac{1}{2}\cdot\frac{d[\Sigma k\, sin(p\cdot nt + q)]^2}{d\cdot nt} - \text{etc.}$$

Donc, dans le cas particulier où il est question du seul premier terme du quatrième ordre qui affecte l'argument $2g\cdot nt - 2c\cdot nt$, il est inutile d'avoir égard au second terme de cette série; car en vertu de la différentiation qu'il faut exécuter, par rapport à nt, il en résulterait un terme du *sixième* ordre de la forme

$$B(2g - 2c)e^2\gamma^2 sin(2g\cdot nt - 2c\cdot nt).$$

De là nous concluons qu'il suffit de changer le signe de notre résultat pour le rendre immédiatement comparable avec celui de *Laplace*. Ainsi notre analyse donne (en y faisant aussi $n = 1$)

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left(\frac{3}{8}\right) e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct);$$

tandis que celle de *Laplace* donne

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left(\frac{23}{32}\right) e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct).$$

85. Nous avons exposé dans le I.er volume (Voyez pages 129-142) une partie des objections qu'on peut faire sur cette analyse de *Laplace*. Ici il est inutile d'entrer dans de plus grands détails sur ce point.

Cependant nous ferons observer que la formule de *Laplace* donne, en la développant, un second terme qui diffère du véritable soit à l'égard du signe, soit à l'égard de la grandeur absolue. En effet nos expressions de δs et δu citées plus haut donnent

$$A^{(24)} = -\frac{7}{8} + \frac{135}{64}m, \quad A^{(40)} = -\frac{15}{16} + \frac{405}{128}m, \quad B^{(13)} = \frac{5}{8} - \frac{135}{64}m.$$

Donc, en substituant ces valeurs dans la première expression de δv posée dans le numéro précédent, il viendra

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left\{\begin{matrix} \frac{3}{4}\left(-\frac{7}{8} + \frac{135}{64}m\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{15}{16} + \frac{405}{128}m\right) \\ + \frac{7}{4}\left(\frac{5}{8} - \frac{135}{64}m\right) - \frac{3}{16} - \frac{15}{8}\cdot\frac{45}{64}m \\ + \frac{15}{16}\cdot\frac{3}{8}m - \frac{3}{8}\cdot\frac{15}{64}m - \frac{15}{8}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{15}{8}m \end{matrix}\right\} e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct);$$

ou bien

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left\{\frac{23}{32} - \frac{4005}{512}m\right\} e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct),$$

où

$$-\frac{4005}{512} = \frac{405}{256} - \frac{405}{256} - \frac{945}{256} - \frac{675}{512} + \frac{45}{128} - \frac{45}{512} - \frac{1575}{512}.$$

Or on verra dans le chapitre suivant qu'en tenant compte des quantités du *cinquième* ordre on doit avoir

$$\delta v = \frac{m^2}{2g - 2c}\left\{\frac{3}{8} + \frac{513}{64}m\right\} e^2\gamma^2 sin(2gt - 2ct).$$

86. Appliquons maintenant le même moyen de vérification à l'expression analytique du coefficient de cette inégalité publiée dernièrement (au mois d'avril de l'année 1827) par M.r *Damoiseau* dans le I.er volume des Mémoires présentés à l'Institut de France.

Cet auteur fait

$$nt = C^{(7)}e^2\gamma^2 \sin(2cv - 2gv - 2\varpi + 2\theta)$$
$$+ \text{etc.}$$

et il donne, pour déterminer le coefficient $C^{(7)}$, la formule qui occupe les trois pages 458, 459 et 460 du volume que l'on vient de citer. Nous supposons que l'on a sous les yeux cet ouvrage, et que le lecteur a acquis une connaissance précise de la signification des lettres et des signes employés dans le Mémoire de M.r *Damoiseau*. Comme notre but actuel est de développer la valeur analytique du produit $(2c - 2g)\,C^{(7)}$, *en négligeant toute quantité dont l'ordre est supérieur au second*, on accordera après avoir examiné avec attention l'ordre des différens termes contenus dans la formule de M.r *Damoiseau*, qu'il suffit à notre objet de réduire cette formule à celle-ci

$$(D) \; \ldots \; (2c - 2g)\,C^{(7)} = r_2^{(7)} - 2r_3^{(0)}A^{(7)} - r_3^{(1)}A^{(5)} + N - \frac{3N'}{4m}$$
$$+ \frac{3r_2^{(0)}}{2c-2g}\left\{H + N'' - \tfrac{1}{2}mN''' - mN^{IV}\right\};$$

où l'on a fait pour plus de simplicité

$$H = A^{(35)}x_5^{(37)} + A^{(31)}x_5^{(48)} - A^{(48)}x_5^{(31)} - A^{(37)}x_5^{(35)} + A^{(63)}x_5^{(30)} - A^{(64)}x_5^{(30)} - \tfrac{5}{2}A^{(5)}A^{(31)}x_6^{(30)};$$

$$N = -r_3^{(2)}A^{(3)} - r_3^{(3)}A^{(2)} + \tfrac{3}{2}r_4^{(1)}A^{(31)}A^{(37)} + 3r_4^{(0)}\left(A^{(31)}A^{(48)} + A^{(35)}A^{(37)}\right) + \tfrac{27}{32}r_2^{(0)}\frac{x_4^{(35)}x_4^{(37)}}{m^2};$$

$$N' = r_3^{(0)}A^{(35)}x_4^{(37)} + r_3^{(0)}A^{(37)}x_4^{(35)} + \tfrac{1}{2}r_3^{(1)}A^{(31)}x_4^{(37)};$$

$$N'' = -A^{(32)}x_5^{(47)} + A^{(47)}x_5^{(32)} + A^{(38)}x_5^{(36)} - A^{(30)}x_5^{(63)} + A^{(30)}x_5^{(64)} - A^{(36)}x_5^{(38)} + \tfrac{5}{2}A^{(5)}A^{(32)}x_6^{(30)}$$
$$+ \tfrac{5}{2}A^{(5)}A^{(30)}\left(x_6^{(31)} - x_6^{(32)}\right);$$

$$N''' = C^{(35)}x_4^{(37)} + C^{(31)}x_4^{(48)} - C^{(48)}x_4^{(31)} + C^{(47)}x_4^{(32)} - C^{(37)}x_4^{(35)} + C^{(63)}x_4^{(30)} - C^{(64)}x_4^{(30)};$$

$$N^{IV} = A^{(31)}C^{-(5)}x_5^{(30)} - A^{(5)}C^{(31)}x_5^{(30)}.$$

Ainsi il s'agit ici de mettre le second membre de l'équation (D) sous la forme

$$km^0 + k'm + k''m^2 + k'''e^2 + k^{IV}\gamma^2,$$

et de vérifier, si l'on obtient $k = 0$, $k' = 0$, $k'' = -\frac{3}{8}$, $k''' = 0$, $k^{IV} = 0$. Mais on va voir qu'il est inutile de pousser cette vérification jusqu'aux quantités du second ordre inclusivement, par la raison que la formule de M.r *Damoiseau* se trouve en défaut, même à l'égard des quantités du *premier* ordre: car elle donne $k = 0$ et $k' = -\frac{45}{256}$; ce qui prouve que M.r *Damoiseau* n'a pas tenu compte de toutes les parties du même ordre qui concourent à la formation du coefficient dont il est question. Voici comment on peut démontrer cette assertion.

87. D'abord, en négligeant les quantités du *second* ordre, l'équation (D) se réduit à celle-ci

$$(D') \ldots \quad (2c - 2g)\, C^{(7)} = r_2^{(7)} - 2r_3^{(0)}A^{(7)} - r_3^{(1)}A^{(5)} + \frac{3r_2^{(0)}H}{2c - 2g}.$$

Cela posé, on fera

$$H = \tfrac{1}{2}A^{(35)}x_5^{(3)} + \tfrac{1}{2}A^{(31)}x_5^{(5)} - \tfrac{1}{2}A^{(48)}x_5^{(1)} - \tfrac{1}{2}A^{(37)}x_5^{(2)} + A^{(63)}x_5^{(0)} - A^{(64)}x_5^{(0)} - \tfrac{5}{2}A^{(5)}A^{(31)}x_6^{(0)};$$

et en observant qu'ici on peut faire $\frac{\overline{m}^2 a}{h^2} = m^2$, on prendra

$$x_5^{(3)} = \tfrac{5}{4}m^2;\ x_5^{(5)} = -\tfrac{15}{4}m^2;\ x_5^{(1)} = -5m^2;\ x_5^{(2)} = \tfrac{15}{2}m^2;\ x_5^{(0)} = x_6^{(0)} = m^2;$$

et par conséquent

$$H = m^2\left(\tfrac{5}{8}A^{(35)} - \tfrac{15}{8}A^{(31)} + \tfrac{5}{2}A^{(48)} - \tfrac{15}{4}A^{(37)} + A^{(63)} - A^{(64)} - \tfrac{5}{2}A^{(5)}A^{(31)}\right).$$

En développant les valeurs de $A^{(35)}$, $A^{(31)}$ etc. données par les formules de M.r *Damoiseau*, et négligeant toujours les quantités qui passent le premier ordre, on trouvera

$$A^{(35)} = \tfrac{15}{4}m;\quad A^{(31)} = \tfrac{15}{8}m;\quad A^{(48)} = -\tfrac{45}{64}m;\quad A^{(37)} = \tfrac{3}{16}m;$$
$$A^{(63)} = -\tfrac{75}{128}m;\quad A^{(64)} = -\tfrac{15}{128}m;\quad A^{(5)} = -\tfrac{7}{8} + \tfrac{135}{64}m.$$

Donc, en substituant ces valeurs dans l'expression précédente de H, il viendra

$$H = m^3\left(\tfrac{75}{32} - \tfrac{225}{64} - \tfrac{225}{128} - \tfrac{45}{64} - \tfrac{75}{128} + \tfrac{15}{128} + \tfrac{525}{128}\right);$$

c'-est-à-dire

$$H = m^3\left(\frac{840-840}{128}\right) = 0 \cdot m^3.$$

Il suit de là que au lieu de considérer l'équation (D') il suffit de considérer celle-ci

$$(2c - 2g)\, C^{(7)} = r_2^{(7)} - 2r_3^{(0)} A^{(7)} - r_3^{(1)} A^{(5)}.$$

Et si l'on remarque en outre qu'ici on peut faire $\frac{na^2}{h} = 1$ et $r_2^{(7)} = \frac{3}{4}$; $r_3^{(0)} = 1$; $r_3^{(1)} = -3$, il viendra (en substituant pour $A^{(5)}$ sa valeur)

$$(D'') \ldots\ldots \quad (2c - 2g)\, C^{(7)} = \frac{3}{4} - 2A^{(7)} + 3\left(-\frac{7}{8} + \frac{135}{64} m\right).$$

Ainsi la question est réduite à calculer la valeur du coefficient $A^{(7)}$, en négligeant les quantités du *second* ordre.

88. Pour cela il suffit de réduire à celle-ci l'équation qui occupe les pages 362, 363 et 364

$$0 = A^{(7)} + \frac{3}{2} s^{(1)} B^{(17)}$$
$$- \frac{3u^{(0)}}{c-g} \left\{ A^{(63)} x_5^{(30)} - A^{(64)} x_5^{(30)} - A^{(48)} x_5^{(31)} + A^{(35)} x_5^{(37)} + A^{(31)} x_5^{(48)} - A^{(37)} x_5^{(35)} - \frac{5}{2} A^{(5)} A^{(31)} x_6^{(30)} \right\}.$$

Or il est évident que la quantité qui multiplie $\frac{3u^{(0)}}{c-g}$ est précisément égale à celle désignée plus haut par H. Donc on peut supprimer le terme $-\frac{3u^{(0)}H}{c-g}$, dont la valeur est nulle, et prendre

$$A^{(7)} = -\frac{3}{2} s^{(1)} B^{(17)};$$

ou bien

$$A^{(7)} = -\frac{3}{2} B^{(17)},$$

puisque $s^{(1)}$ diffère de l'unité par des quantités du second ordre.

Il est donc nécessaire de développer la valeur du coefficient désigné par $B^{(17)}$. Comme on néglige les quantités qui passent le premier ordre, il suffira de réduire à celle-ci l'équation qui occupe les pages 443 et 444

$$0 = \left[1 - (2c-g)^2 + \frac{3}{2} x_4^{(0)}\right] B^{(17)} - \frac{3}{2} x_4^{(2)} + 3A^{(35)} x_5^{(30)} + 3A^{(31)} x_5^{(32)} - \frac{3}{2} B^{(0)} x_4^{(35)}.$$

Il faut supprimer ici le terme $-\frac{3}{2} x_5^{(1)} A^{(5)}$ qu'on voit dans la page 443, à cause qu'il doit s'y trouver multiplié par γ^2. L'absence de ce facteur, qui élève ce terme au quatrième ordre, est due, sans doute, à une faute typographique; ce qui est d'ailleurs évident d'après la petitesse du coefficient numérique donné dans la page 519.

Cela posé, si l'on fait dans l'équation précédente

$$x_4^{(0)} = m^2; \qquad x_4^{(2)} = 5m^2; \qquad x_5^{(30)} = x_5^{(0)} = m^2;$$
$$x_5^{(32)} = \tfrac{1}{2}x_5^{(1)} = -\tfrac{5}{2}m^2; \qquad x_4^{(35)} = \tfrac{1}{2}x_4^{(2)} = \tfrac{5}{2}m^2,$$

on obtient

$$0 = [1-(2c-g)^2+\tfrac{3}{2}m^2]B^{(17)} - \tfrac{15}{4}m^2 + m^2(3A^{(35)} - \tfrac{15}{2}A^{(31)} - \tfrac{15}{4}B^{(0)}).$$

Maintenant, si l'on fait dans cette équation $A^{(35)} = \frac{15}{4}m$; $A^{(31)} = \frac{15}{8}m$; $B^{(0)} = \frac{3}{8}m$, il viendra

$$0 = [1-(2c-g)^2+\tfrac{3}{2}m^2]B^{(17)} - \tfrac{15}{4}m^2 - \tfrac{135}{32}m^3.$$

Les valeurs analytiques de c et g donnent, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au troisième,

$$c = 1 - \tfrac{3}{4}m^2 - \tfrac{225}{32}m^3; \qquad g = 1 + \tfrac{3}{4}m^2 - \tfrac{9}{32}m^3$$

et

$$1-(2c-g)^2+\tfrac{3}{2}m^2 = 6m^2(1+\tfrac{147}{32}m);$$

partant nous avons

$$B^{(17)} = \frac{\frac{5}{8}+\frac{45}{64}m}{1+\frac{147}{32}m} = (\tfrac{5}{8}+\tfrac{45}{64}m)(1-\tfrac{147}{32}m),$$

ou bien

$$B^{(17)} = \tfrac{5}{8} - \tfrac{555}{256}m,$$

où $-\frac{555}{256} = \frac{45}{64} - \frac{735}{256}$.

Donc on a

$$A^{(7)} = -\tfrac{3}{2}B^{(17)} = -\tfrac{15}{16} + \tfrac{1665}{512}m.$$

En substituant cette valeur de $A^{(7)}$ dans l'équation (D''), il viendra

$$(2c-2g)\,C^{(7)} = (\tfrac{3}{4}+\tfrac{15}{8}-\tfrac{21}{8})m^0 + (\tfrac{405}{64}-\tfrac{1665}{256})m,$$

ou bien

$$(2c-2g)\,C^{(7)} = 0\cdot m^0 - \tfrac{45}{256}m.$$

Tel est le résultat fourni par les formules de M.r *Damoiseau* : Il est tout-à-fait inadmissible, puisqu'il est démontré *a priori* que le coefficient $C^{(7)}e^2\gamma^2$ doit être une quantité du *quatrième* ordre; et l'équation précédente donne

$$C^{(7)}e^2\gamma^2 = -\frac{\frac{45}{256}me^2\gamma^2}{2c-2g};$$

c'est-à-dire une quantité du *troisième* ordre.

89. Au reste il est facile de faire voir que cela tient à la valeur fautive du coefficient $B^{(17)}$, qui résulte du développement de la formule de M.r *Damoiseau*. En effet l'équation différentielle en δs qu'on voit dans la page 332 contient cette fonction (que je désigne par P pour plus de simplicité)

$$P = \frac{3m'u'^3}{2h^2u^4}\left\{\delta s\, cos(2v - 2v') - \frac{d\cdot\delta s}{dv}\, sin(2v - 2v')\right\}.$$

Donc, en faisant

$$\frac{3m'u'^3}{2h^2u^4} cos(2v - 2v') = \frac{3}{2} x_4^{(30)} sin(2v - 2mv),$$

$$\frac{3m'u'^3}{2h^2u^4} sin(2v - 2v') = \frac{3}{2} x_4^{(30)} sin(2v - 2mv);$$

et prenant $x_4^{(30)} = x_4^{(0)} = m^2$,

$$\delta s = B^{(19)}e^2\gamma\, sin(2v - 2mv - 2cv + gv + 2\varpi - \theta),$$

$$\frac{d\cdot\delta s}{dv} = B^{(19)}e^2\gamma\, cos(2v - 2mv - 2cv + gv + 2\varpi - \theta),$$

il est clair que l'on a

$$P = -\frac{3}{2} m^2 B^{(19)} e^2\gamma\, sin(2cv - gv - 2\varpi + \theta).$$

Il suit de là qu'il faut ajouter le terme $-\frac{3}{2}m^2B^{(19)}$ dans le second membre de l'équation qui détermine le coefficient $B^{(17)}$. Alors on a

$$0 = [1 - (2c - g)^2 + \frac{3}{2}m^2]\,B^{(17)} - \frac{15}{4}m^2 - \frac{135}{32}m^3 - \frac{3}{2}m^2B^{(19)}.$$

Mais l'équation posée au fond de la page 444 donne $B^{(19)} = \frac{15}{64}m$. Donc, en substituant cette valeur, on aura

$$0 = [1 - (2c - g)^2 + \frac{3}{2}m^2]\,B^{(17)} - \frac{15}{4}m^2 - \frac{585}{128}m^3,$$

d'où l'on tire

$$B^{(17)} = \frac{\frac{5}{8} + \frac{195}{256}m}{1 + \frac{147}{32}m} = \left(\frac{5}{8} + \frac{195}{256}m\right)\left(1 - \frac{147}{32}m\right),$$

ou bien

$$B^{(17)} = \frac{5}{8} + \left(\frac{195}{256} - \frac{735}{256} = -\frac{135}{64}\right)m;$$

ce qui s'accorde avec le résultat qu'on voit dans la page 38 de ce volume. En employant cette valeur de $B^{(17)}$, la formule de M.r *Damoiseau* donnera

$$(2c - 2g)C^{(7)} = 0 \cdot m^0 + 0 \cdot m + \text{etc.}$$

90. Cela suffit pour faire juger qu'il est impossible que la même formule donne exactement les coefficiens numériques qui affectent les quantités du second ordre. En considérant, par exemple, les termes multipliés par e^2, on n'y trouve pas le terme multiplié par $e^2A^{(11)}$ qui serait donné par la fonction $-\frac{2\delta u}{h^2u^3}$ contenue dans l'expression de $\frac{dt}{dv}$ (Voyez page 333). Et si l'on veut restituer ce terme, il faut en outre corriger la valeur du coefficient $A^{(11)}$ donnée par l'équation qui occupe les pages 364, 365 et 366. En effet, si l'on réduit cette équation à celle-ci

$$0 = [1 - (3c - 2g)^2 - \tfrac{3}{2}x_4^{(0)}]A^{(11)} + \tfrac{1}{2}x_3^{(11)} - \tfrac{3}{4}x_4^{(1)}A^{(7)} - \tfrac{3}{4}x_4^{(2)}A^{(5)},$$

et si l'on y fait $x_3^{(11)} = -\frac{15}{8}m^2$; $x_4^{(1)} = -4 \cdot m^2$; $x_4^{(2)} = 5 \cdot m^2$; $x_4^{(0)} = m^2$; $A^{(7)} = -\frac{15}{16}$; $A^{(5)} = -\frac{7}{8}$; $1 - (3c - 2g)^2 - \frac{3}{2}m^2 = 6 \cdot m^2$, il en résulte

$$A^{(11)} = +\frac{5}{64}.$$

Or nous avons démontré que le véritable premier terme de ce coefficient doit être *négatif* et tel que l'on a $A^{(11)} = -\frac{35}{64}$ (Voyez page 143).

Tout ce qui vient d'être exposé depuis le n.° 86, prouve assez que M.r *Damoiseau* n'a pas suivi à la rigueur le principe, de tenir compte de toutes les quantités du même ordre. Et en s'écartant de ce principe, il est impossible que les coefficiens cherchés soient exacts, analytiquement parlant: il est possible qu'ils le soient, plus ou moins, après la réduction en nombres des facteurs qui conservent la forme littérale. Mais dans l'état actuel de la science on est en droit d'exiger une détermination des différens coefficiens qui, dans un ordre déterminé, soit exacte à l'égard des coefficiens numériques absolus, dont la recherche constitue la véritable difficulté du problème.

91. L'ensemble des calculs exécutés dans ce paragraphe suffit pour faire juger du genre de difficultés que présente la détermination théorique du coefficient de cette inégalité. Nous avons publié ailleurs (dans le volume IV.me de la Correspondance du Baron de Zach) une notice historique relative aux recherches qui ont été faites antérieurement sur ce coefficient particulier. Mais il ne sera pas tout-à-fait inutile de reproduire ici cette même notice dans la persuasion que de pareils rapprochemens sont souvent lus avec plus d'intérêt, lorsqu'on les trouve placés à la suite de l'analyse qui a fourni le véritable résultat.

Mason introduisit le premier cette inégalité dans les tables de la Lune, après en avoir fixé le coefficient à l'aide des observations. Mais *Euler* en a senti le premier l'importance dans une théorie *perfectionnée* de la Lune ; c'est d'elle surtout qu'il entend parler dans la préface de sa théorie (édition de 1772) lorsque, après avoir dit qu'il a été forcé d'omettre le calcul d'une classe d'inégalités qui comprend celle-ci, il s'exprime en ces termes: « *Interim tamen in gratiam theoriæ maxime* » *esset optandum ut exercitati calculatores hunc laborem in se susciperent,* » *atque omnia momenta ad majorem adcurationis gradum determinarent.* »

Dans le corps du même ouvrage *Euler* tâche de fixer, au moins par approximation, la valeur de ce coefficient, sans aucun calcul pénible à l'aide d'une simple conjecture : voici son raisonnement. Après avoir dit (page 549) « *Hunc laborem suscipere merito pertimescimus,* » *ideoque eo magis, quod minimæ illæ particulæ, quas quidem hactenus* » *neglleximus, ob crebram replicationem, hic insignis momenti fieri possint,* » *ita ut etiamsi ipsum calculum sine ullo errore ad finem perducere liceret,* » *vix tamen ullam fiduciam in conclusionibus inde ortis ponere possemus* », il continue ainsi « *de cœtero hic perpendisse juvabit characterem hujus* » *ordinis* $iikk$ » (qui correspond à-peu-près à notre $e^2\gamma^2$) « *vix* » ad $\frac{1}{40000}$ *assurgere, unde sequitur si evolutis omnibus terminis coeffi-* » *ciens cujusquam esset unitas, ejus valorem in loco lunæ* 5″ *superare* » non posse ; *quum ergo coefficientes, qui hactenus prodierunt, vix bina-* » *rium superaverint, si idem in hoc ordine eveniat, ejus effectum in luna* » *non esse* 10″ *excessurum ; id quod sine dubio operæ pretium non foret* » *tam prolixum et tædiosum calculum moliri præcipue quum denique*

» *ancipites hærere circa certitudinem conclusionis deberemus.* » On comprend aisément d'après ce raisonnement qu'*Euler* ne distinguait pas les deux parties qui se détruisent par une série de combinaisons très-compliquées: car une telle distinction lui aurait fait voir que le mouvement elliptique introduit le coefficient $\frac{3}{4(2g-2c)}$ qui s'élève à 40 unités environ et qu'il fallait démontrer, ou du moins déclarer qu'il le supposait détruit par la perturbation. Mais *Euler*, suivant sa méthode, concentrait ces deux parties dans une seule; et par-là il couvrait, pour ainsi dire, cette grande difficulté, laquelle, par le fait, ne unisait pas beaucoup à son hypothèse.

Cependant il n'était pas tout-à-fait tranquille à cet égard; puisque plus loin (page 662) il cite cet argument en disant « *forsitan motum lunæ afficere posse* » et il prend le parti de lui appliquer un coefficient indéterminé. L'ordre méthodique que nous avons suivi nous a permis de surmonter les difficultés qui portaient *Euler* à croire presqu'impossible le calcul direct de ce coefficient sur lequel il insiste au point qu'il en parle de nouveau à la page 661, pour dire « *ita esse com-* » *paratum ut etiamsi quis laborem calculi immensum suscipere vellet,* » *tamen levissimos errores in præcedentibus ordinibus commissos, quamvis* » *ne minutum quidem secundum producerent, hunc calculum plane irritum* » *esse reddituros.* » On doit être persuadé qu'*Euler* en écrivant ainsi accordait peu ou point de confiance au résultat qu'il avait trouvé dans sa Théorie de la Lune imprimée à Berlin en 1753. Là il avait d'abord obtenu 529″ (page 223); plus bas (page 226) il qualifie cette détermination de *suspecta*; et plus loin (page 265) il entreprend de la corriger, et il la réduit à 100″ par une espèce de tâtonnement que *D'Alembert* ne s'est pas abstenu de nommer *assez grossier* dans le troisième volume de ses *Recherches sur le système du monde* (page 17).

Dans le premier volume de ce même ouvrage *D'Alembert* s'est occupé à plusieurs reprises de ce coefficient; mais le résultat qu'il a trouvé est loin d'être conforme à l'observation: en réduisant en nombres l'expression de son coefficient, il a d'abord trouvé 99″ (page 136); mais dans le troisième volume (page 5) il l'a réduit à 39″ par une correction qu'il lui a faite. Cependant son coefficient est si complétement fautif, sous le rapport de l'expression analytique, qu'il est formé par des quantités du second *ordre*, lesquelles doivent s'entre-détruire entièrement, ainsi que notre. analyse le démontre. Il ne paraît pas que *D'Alembert* se soit aperçu de cette importante modification opérée par la perturbation, quoique dans la page 254 du I.er volume il ait dit, au sujet de cette équation: « est une de celles qui me paraissent les » plus douteuses, parce que le coefficient algébrique n'est que du se- » cond ordre, et qu'il aurait fallu le pousser jusqu'au quatrième ordre. »

Mayer, par la théorie, avait trouvé le coefficient de cette équation peu différent de celui de *D'Alembert* ($37''$ Voyez page 50); mais s'étant aperçu que cela n'était pas d'accord avec l'observation, il a tout-à-fait négligé cette inégalité dans la construction de ses tables, comme il le dit expressement à la page 53 de sa théorie de la Lune.

92. L'intégration des équations différentielles est maintenant poussée jusqu'aux quantités du *quatrième* ordre inclusivement. En conséquence la tâche qui nous était imposée par le titre donné au quatrième chapitre est remplie complétement. On remarquera sans doute que les derniers résultats consignés dans les pages 36, 38, 74, 76 et 105 ont une forme fort simple. Cela tient au principe généralement suivi de développer les diviseurs qui naissent de l'intégration, et d'arrêter les produits des différentes fonctions là où les termes subséquens seraient d'un ordre supérieur à celui qu'on considère.

Il est probable que les coefficiens qui affectent les argumens dans les trois coordonnées de la Lune peuvent exister, par des fonctions des mêmes élémens, sous une forme qui a l'avantage de les rendre plus convergens jusqu'aux quantités d'un ordre déterminé. C'est ainsi, par exemple, que la fonction $log(1 + x)$ existe, développée, sous les deux formes

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \text{etc.}$$

$$\frac{2x}{2+x} + \frac{2}{3}\cdot\frac{x^3}{(2+x)^3} + \frac{2}{5}\cdot\frac{x^5}{(2+x)^5} + \text{etc.},$$

dont la seconde est plus convergente que la première, en prenant pour x un nombre très-peu inférieur à l'unité.

Mais s'il est facile d'imaginer, en général, l'existence des formes analogues, il faut avouer qu'il est très-difficile de réaliser avec succès une telle conception dans la théorie de la Lune. La complication inhérente à ces formes deviendrait bientôt un obstacle insurmontable, s'il était question de pousser l'approximation jusqu'au point qui est exigé pour mettre la théorie d'accord avec l'observation. La forme que nous avons adoptée permet au moins de parvenir à cette limite. Nous ne pouvons que nous en approcher lentement; et on verra dans le chapitre suivant la série et l'enchaînement des developpemens qu'il a fallu entreprendre pour franchir le pas qui sépare les quantités du quatrième ordre de celles du cinquième.

CHAPITRE CINQUIÈME.

INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

JUSQU'AUX QUANTITÉS

DU CINQUIÈME ORDRE INCLUSIVEMENT.

§ 1.

Addition des termes du cinquième ordre aux coefficiens des argumens renfermés dans l'expression de δs donnée dans le n.° 27 (Voyez page 38).

93. Relativement aux coefficiens des trois argumens $gv-2cv$, $2Ev+cv-gv$, $2Ev-2cv+gv$, cette addition peut être regardée comme déjà faite, au moyen de la valeur partielle de δs trouvée dans le n.° 63. Ainsi, il est seulement question ici : 1.° de chercher de même, à l'égard des autres argumens, les termes du cinquième ordre qui suivent immédiatement ceux du quatrième qu'on voit dans la page 38 : 2.° de former l'équation différentielle en δs, de manière que le coefficient de $\gamma \sin gv$ comprenne aussi les quantités du cinquième ordre.

Dans le paragraphe suivant on prendra en considération les nouveaux argumens qui doivent être ajoutés à ceux-là, pour obtenir une expression de δs, exacte jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement. En partageant ainsi le calcul relatif à l'approximation subséquente de cette fonction on ne le rend pas, à la vérité, moins compliqué. Mais l'exécution acquiert une disposition qui paraît plus propre à faire éviter les erreurs matérielles. A mesure qu'on avance dans ces développemens, les causes probables de ces erreurs se multiplient, et on ne peut guère surmonter un tel obstacle, sans diminuer par la subdivision du travail le nombre des objets sur lesquels l'attention doit être portée.

94. Suivons la marche déjà tracée dans le § 3 du chapitre précédent. Pour compléter (sous le point de vue actuel) la valeur de R, posée dans le n.° 21, il faudra d'abord prendre (Voyez p. 351 et 352 du I.er volume);

$$\frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 0v & \left(\frac{3}{2}+3e^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right) & & \\
\cos cv & e(-6) & +\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{2}+9e^2+\frac{81}{16}\varepsilon'^2\right) & \cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) & \cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}\right).
\end{array}$$

Ensuite, à l'aide de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ donnée dans les pages 88, 89, 90, on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de la fonction $-6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur — Produit

$$\cos 0v \quad (-6)\ \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(9m^2\right) \\
\cos 2Ev & 1\left(-6m^2-19m^3+\frac{45}{8}me^2+\frac{9}{8}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{45}{4}m\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-21m^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(3m^2\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{135}{8}m\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv \quad e(\;12\;) \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev & 1\left(\frac{45}{2}me^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{2}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'(-9) \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-9\,m^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-9\,m^2\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}\,m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}\right) \ldots\ldots\ldots \left\{\ \cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}m^2\right)\right.$$

La réunion des termes fournis par ces deux fonctions donne

$$R_2 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos ov & \left(\frac{3}{2} + 3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{2} + 9e^2 + \frac{81}{16}\varepsilon'^2 + 9m^2\right) \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}\right) \\
\cos 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}\right) \\
\cos 2Ev & 1\left\{-6m^2 - 19m^3 + \frac{9}{8}m\gamma^2 + \left(\frac{45}{8} + \frac{45}{2} = \frac{225}{8}\right)me^2\right\} \\
\cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{45}{4}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-21 - 9 = -30\right)m^2 \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(3 - 9 = -6\right)m^2 \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{2} - \frac{135}{8} = \frac{45}{8}\right)m \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2} - \frac{27}{2} = -9\right)m^2\,;
\end{array}$$

d'où on conclut,

$$(1) \ldots\ldots R_2 \cdot \gamma \sin gv =$$

$\sin gv$	$\gamma\left(\frac{3}{2} + 3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}\gamma^2\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}e^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2 - \frac{9}{8}\gamma^2 + \frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}e^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2 - \frac{9}{8}\gamma^2 + \frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{8}\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{8}\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{3m^2 + \frac{19}{2}m^3 - \frac{225}{16}me^2 - \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16} = \frac{9}{8}\right)m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(\frac{45}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(15\,m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(3\,m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(\frac{9}{16}m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$.

Maintenant, à l'aide des valeurs des deux fonctions $R_2 - \frac{3}{2}$ et δs, qui sont données dans les pages 26 et 38, on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de la fonction $\left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s$

Multiplicateur			Produit	
$\cos ov$	$\left(3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{9}{8}me^2 + \frac{27}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv$	$e(-3)\ldots\ldots$	$\Big\{$	$\sin 2Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{4}\right) \cdots\cdots \left\{\begin{array}{ll}
\sin gv & \gamma\left(\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\right)\\
\sin gv & \gamma\left(-\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\right)\\
\sin gv+2c'mv & \gamma\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)\\
\sin gv-2c'mv & \gamma\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m\right)\\
\sin 2Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m+\frac{27}{128}m^2\right)\\
\sin 2Ev-c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m+\frac{27}{128}m^2\right)\\
\sin 2Ev-gv & \gamma\left(-\frac{27}{32}m\varepsilon'^2\right)\\
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m-\frac{513}{256}m^2\right)\\
\sin 2Ev-gv & \gamma\left(\frac{63}{32}m\varepsilon'^2\right)\\
\sin 2Ev-2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{63}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}\right) \cdots\cdots \left\{\begin{array}{ll}
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{64}m+\frac{81}{256}m^2\right)\\
\sin 2Ev-2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right) \cdots\cdots \left\{\ \sin 2Ev-2cv-gv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m\right)\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right) \cdots\cdots \left\{\ \sin 2Ev-3gv \quad \gamma^3\left(\frac{9}{32}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev \quad (-3m^2) \cdots\cdots \left\{\ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{9}{8}m^3\right)\right.$$

Il suit de là que,

$$(2) \cdots\cdots \left(R_2-\frac{3}{2}\right)\delta s=$$

$$\begin{array}{ll}
\sin gv & \gamma\left\{\frac{9}{8}m^3+\left(\frac{81}{32}-\frac{81}{32}=0\right)m\varepsilon'^2\right\}\\
\sin gv+2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{32}m\right)\\
\sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m\right)
\end{array}$$

$+\sin 2Ev-gv \qquad \gamma\left\{\frac{9}{8}me^2+\left(\frac{27}{32}-\frac{27}{32}+\frac{63}{32}=\frac{63}{32}\right)m\varepsilon'^2\right\}$

$\sin 2Ev-cv-gv \qquad e\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)$

$\sin 2Ev-2cv-gv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{45}{8}m\right)$

$\sin 2Ev-3gv \qquad \gamma^3\left(-\frac{9}{8}m\right)$

$\sin 2Ev+c'mv-gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m+\frac{27}{128}m^2\right)$

$\sin 2Ev-c'mv-gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m+\frac{27}{128}m^2\right)$

$\sin 2Ev-2c'mv-gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{63}{32}+\frac{81}{64}=\frac{207}{64}\right\}m$

$\sin 2Ev+2c'mv-gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\left(\frac{81}{64}-\frac{27}{32}=\frac{27}{64}\right)m+\left(\frac{81}{256}-\frac{513}{256}=-\frac{27}{16}\right)m^2\right\}.$

95. Pour avoir les termes donnés par les deux fonctions $R_3 s_1$, $-R_1\frac{ds_1}{dv}$ il faudra employer les valeurs de R_3 et R_1 que l'on obtient ainsi qu'il suit.

D'abord on prendra

$$(a) \ldots\ldots \frac{3}{2}q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\left(2v-2v'\right)=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev \quad \left(\frac{3}{2}+3e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right) \qquad +{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$$

$$2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{32}\varepsilon'^2\right) \qquad 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}+\frac{57}{8}m\right)$$

$$2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{2}e^2-\frac{369}{32}\varepsilon'^2\right) \qquad 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}m\right)$$

$$2Ev-cv \quad e\left(-3-3m\right)$$

Ensuite on fera (Voyez p. 88 et 89),

$$-4\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(3m^2\right) \qquad +2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m\right)$$

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2\right) \qquad 2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(m^2\right)$$

$$+2\cos 2Ev \left\{\begin{matrix} -2m^2-\frac{19}{3}m^3 \\ +\frac{15}{8}me^2+\frac{3}{8}m\gamma^2 \end{matrix}\right\} \qquad \begin{matrix} +2\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-7m^2\right) \\ 2\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m\right) \end{matrix};$$

ce qui donnera les termes suivans ;

Produits partiels de la fonction $-4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v')$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'(3m^2)$	$\frac{\sin}{\cos}2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
		$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
		$2Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
$2\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2\right)$	$2Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$
$2\cos 2Ev\left(-2m^2-\frac{19}{3}m^3+\frac{15}{8}me^2+\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$ ..		$0v$	$\left\{\begin{matrix}-3m^2-\frac{19}{2}m^3 \\ +\frac{45}{16}me^2+\frac{9}{16}m\gamma^2\end{matrix}\right\}$
		$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
		$-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m\right)$	$0v$	$\left(\frac{45}{4}me^2\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-7m^2\right)$	$c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(m^2\right)$	$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$2\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m\right)$	$2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$;

partant nous avons ;

$$(b) \ldots\ldots -4\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}\left(2v-2v'\right)=$$

$\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}\,0v$	$\left\{-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{4}=\frac{225}{16}\right)me^2\right\}$
$c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-9\right\}m^2$
$-c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-9\right\}m^2$
$2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)$
$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$2Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{4}-\frac{9}{4}=\frac{9}{2}\right\}m^2$.

En faisant (Voyez I.er volume p. 331)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3\,\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]= \quad m\delta nt\,.\begin{cases}\begin{smallmatrix}cos\\sin\end{smallmatrix}-2Ev & (-2)\\ -(2Ev+c'mv) & \varepsilon'\left(\frac{1}{2}\right)\end{cases}$$

et prenant (Voyez p. 105)

$$m\delta nt = \sin c'mv\ \varepsilon'(3m^2)+\sin 2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)+\sin 2Ev\left(-\frac{11}{8}m^3\right),$$

on aura,

$$\delta\left[(\alpha' u')^3\,\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]= \quad \begin{array}{lll} \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}\,0v & & \left(-\frac{11}{8}m^3\right)\\ 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-3m^2\right)\\ 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(3m^2\right)\\ 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\frac{3}{4}-\frac{9}{4}=-\frac{3}{2}\right\}m^2.\end{array}$$

Maintenant, si l'on fait $\frac{3}{2}\,\frac{q}{u_1^4}=\frac{3}{2}$, il viendra;

$$(c)\ldots\ldots\ldots\ \frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{llll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,0v & \left(-\frac{33}{16}m^3\right) & +\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\\
2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\ \frac{9}{2}m^2\right) & 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)
\end{array}$$

Cela posé, la réunion des termes fournis par les trois fonctions (a), (b), (c) donnera :

$$R_3 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left\{-3m^2+\left(-\frac{19}{2}-\frac{33}{16}=-\frac{185}{16}\right)m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{225}{16}me^2\right\}\\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{-9-9=-18\right\}m^2\\
\cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)\\
\cos 2Ev & 1\left(\ \frac{3}{2}+3e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{32}\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}-\frac{9}{2}=0\right)m^2\right\}\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left\{\ \frac{21}{4}+\frac{21}{2}e^2-\frac{369}{32}\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=9\right)m^2\right\}\\
\cos 2Ev-cv & e\left(-3-3m\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(\ \frac{51}{4}\ \right)\\
\cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left\{\ \frac{9}{2}-\frac{9}{4}=\frac{9}{4}\right\}m^2\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\ \frac{15}{4}+\frac{57}{8}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\ \frac{3}{4}+\frac{3}{8}m\right);
\end{array}$$

$$R_1 =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin c'mv & \varepsilon'\left(\ 9-9=0\right)m^2\\
\sin 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{ll}
+\sin 2Ev & 1\left(\frac{3}{2}+3e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{32}\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}-\frac{9}{2}=0\right)m^2\right\} \\
\sin 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left\{\frac{21}{4}+\frac{21}{2}e^2-\frac{369}{32}\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=9\right)m^2\right\} \\
\sin 2Ev-cv & e\left(-3-3m\right) \\
\sin 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right) \\
\sin 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left\{\frac{9}{2}-\frac{9}{4}=\frac{9}{4}\right\}m^2 \\
\sin 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{15}{4}+\frac{57}{8}m\right) \\
\sin 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}m\right).
\end{array}
$$

En multipliant R_3 par $\gamma \sin gv$, et R_1 par

$$-\frac{ds_1}{dv}=-g\cdot\gamma\cos gv=-\left(1+\frac{3}{4}m^2-\frac{9}{32}m^3\right)\gamma\cos gv$$

(Voyez la valeur de g donnée dans la page 36) on trouve sans difficulté ;

$$(3)\ \ldots\ldots\ R_3.\gamma\sin gv=$$

$$
\begin{array}{ll}
\sin gv & \gamma\left\{-3m^2-\frac{185}{16}m^3+\frac{225}{16}me^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{32}=\frac{27}{32}\right)m\gamma^2\right\} \\
\sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma\left(-9m^2\right) \\
\sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma\left(-9m^2\right) \\
\sin 2Ev-gv & \gamma\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{3}{16}m\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{8}-\frac{21}{4}e^2+\frac{369}{32}\varepsilon'^2-\frac{9}{2}m^2\right) \\
\sin 2Ev-cv-gv & e\gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)
\end{array}
$$

$$+\sin 2Ev - 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{51}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}-\frac{57}{16}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 3gv \quad \gamma^3\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m\right);$$

$$(4) \ldots\ldots -R_1\cdot\frac{ds_1}{dv} =$$

$$\sin gv \quad \gamma\left(\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$$

$$\sin gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(0\,.\,m^2\right)$$

$$\sin gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(0\,.\,m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - gv \quad \gamma\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{9}{16}m^2-\frac{3}{16}m\gamma^2+\frac{27}{128}m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{64}\varepsilon'^2+\frac{9}{32}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left\{-\frac{21}{8}-\frac{21}{4}e^2+\frac{369}{64}\varepsilon'^2+\left(-\frac{9}{2}-\frac{63}{32}=-\frac{207}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - cv - gv \quad e\gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{51}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}-\frac{57}{16}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 3gv \quad \gamma^3\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m\right).$$

96. Avant de calculer les termes qui appartiennent aux deux fonctions $R_3\delta s$, $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$, il est nécessaire de chercher le terme du cinquième ordre qui fait partie du coefficient de l'argument $gv-2c'mv$.

Pour cela, remarquons qu'en posant;

$$R_3 = 2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}\right) + 2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right) + 2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right);$$

$$\delta s = \sin 2Ev - gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m\right) + \sin 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)$$
$$+ \sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{32}m\right);$$

$$R_1 = 2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4}\right) + 2\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right) + 2\sin 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right);$$

$$-\frac{d.\delta s}{dv} = \cos 2Ev - gv \quad \gamma\left(-\frac{3}{8}m\right) + \cos 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}m\right)$$
$$+ \cos 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{32}m\right);$$

on obtient,

$$R_3\delta s = \sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{63}{64} + \frac{27}{128} - \frac{153}{64} = -\frac{153}{128}\right\}m,$$

$$-R_1\frac{d.\delta s}{dv} = \sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{63}{64} + \frac{27}{128} - \frac{153}{64} = -\frac{153}{128}\right\}m.$$

Ces deux termes étant réunis avec ceux du même argument qu'on voit dans les fonctions (1) et (2) il en resulte l'équation

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}m^2\right)\delta s = \sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{8}m^2 + \left(-\frac{81}{32} - \frac{153}{128} - \frac{153}{128} = -\frac{315}{64}\right)m^3\right\},$$

laquelle étant intégrée donne;

$$\delta s = \frac{\frac{27}{8}m^2 - \frac{315}{64}m^3}{(g-2m)^2 - 1 - \frac{3}{2}m^2}\cdot\varepsilon'^2\gamma\sin(gv - 2c'mv).$$

Mais,

$$(g-2m)^2 - 1 - \frac{3}{2}m^2 = \left(1 - 4m + \frac{11}{2}m^2 + \text{etc.}\right) - 1 - \frac{3}{2}m^2 = -4m + 4m^2 + \text{etc.}$$

Donc, en développant le coefficient il viendra;

$$\delta s = \sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{-\frac{27}{32}m + \left(\frac{315}{64} - \frac{27}{32} = \frac{99}{256}\right)m^2\right\}$$

97. Tel est le terme qu'il faudra substituer à celui qu'on voit dans la formule de la page 38, pour pouvoir former l'expression suivante du produit $R_3\delta s$.

Produits partiels de la fonction $R_3 \delta s$.

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v\,(-3m^2)\ldots\ldots$	$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{8}m^3\right)$
$2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\sin gv$	$\gamma\left\{\begin{matrix}-\frac{9}{32}m-\frac{9}{128}m^2+\frac{819}{2048}m^3-\frac{9}{16}me^2\\+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2-\frac{9}{16}me^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
	$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m+\frac{207}{256}m^2\right)$
	$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m-\frac{27}{256}m^2\right)$
	$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{128}m\right)$
	$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{128}m-\frac{297}{1024}m^2\right)$
	$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{171}{256}m^2\right)$
	$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{32}m-\frac{195}{256}m^2\right)$
	$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{128}m\right)$
	$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\right)$
	$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m+\frac{27}{512}m^2\right)$
	$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{64}m+\frac{9}{256}m^2\right)$
	$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{21}{64}m\right)$
	$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{64}m\varepsilon'^2\right)$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right) \; . \; . \left\{\begin{array}{lll} \sin 2Ev - gv & & \gamma\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2\right) \\ \sin 2Ev - 2c'mv - gv & \varepsilon'^2 & \gamma\left(-\frac{189}{64}m\right) \\ \sin gv - c'mv & \varepsilon' & \gamma\left(-\frac{63}{64}m - \frac{63}{256}m^2\right) \\ \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2 & \gamma\left(\frac{63}{64}m\right) \\ \sin gv & & \gamma\left(-\frac{147}{64}m\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right). \; . \left\{ \sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{64}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right). \; . \left\{ \sin gv \qquad \gamma\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right)\right. .$$

En réunissant ces termes on aura ;

$$(5) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; R_3\,\delta s =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin gv & \gamma & \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{32}m - \frac{9}{128}m^2 + \frac{819}{2048}m^3 + \frac{9}{64}m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{9}{16} - \frac{9}{16} = -\frac{9}{8}\right)me^2 + \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{64} - \frac{9}{64} - \frac{147}{64} = -\frac{33}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\sin gv - c'mv & \varepsilon'\gamma & \left\{\left(\frac{9}{32} - \frac{63}{64} = -\frac{45}{64}\right)m + \left(\frac{171}{256} - \frac{63}{256} = \frac{27}{64}\right)m^2\right\} \\
\sin gv + c'mv & \varepsilon'\gamma & \left\{\left(\frac{9}{64} - \frac{21}{32} = -\frac{33}{64}\right)m + \left(\frac{9}{256} - \frac{195}{256} = -\frac{93}{128}\right)m^2\right\} \\
\sin gv + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{21}{64} - \frac{153}{128} = -\frac{111}{128}\right\}m \\
\sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{27}{128} + \frac{63}{64} - \frac{153}{64} = -\frac{153}{128}\right\}m \\
\sin 2Ev - gv & \gamma & \left\{-\frac{9}{8}m^3 + \left(\frac{27}{64} + \frac{189}{64} = \frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2\right\} \\
\sin 2Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma & \left(\frac{27}{32}m - \frac{27}{256}m^2\right) \\
\sin 2Ev - c'mv - gv & \varepsilon'\gamma & \left(-\frac{27}{32}m + \frac{207}{256}m^2\right) \\
\sin 2Ev - 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{-\frac{81}{128} - \frac{189}{64} = -\frac{459}{128}\right\}m \\
\sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\left(\frac{81}{128} - \frac{27}{64} = \frac{27}{128}\right)m + \left(\frac{27}{512} - \frac{297}{1024} = -\frac{243}{1024}\right)m^2\right\}
\end{array}$$

En différentiant l'expression de δs et développant les coefficiens des argumens qui naissent de cette différentiation on obtient;

$$-d.\frac{\delta s}{dv}=$$

$\cos gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m-\frac{3}{64}m^2\right)$
$\cos gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m-\frac{81}{64}m^2\right)$
$\cos gv+2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\cos gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m-\frac{531}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev-gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{8}m+\frac{21}{32}m^2+\frac{513}{512}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{15}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{8}m+\frac{33}{64}m^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{7}{8}m+\frac{103}{64}m^2\right)$
$\cos 2Ev-2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{51}{32}m\right)$
$\cos 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{32}m\right)$

Maintenant, si l'on fait le produit de cette fonction par la valeur de R_1 on aura le résultat suivant.

Produits partiels de la fonction $-R_1 d.\frac{\delta s}{dv}$.

Multiplicateur	Produit	
$2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)..$	$\sin gv$	$\gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2+\frac{1539}{2048}m^3-\frac{9}{16}me^2\\-\frac{9}{16}me^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
	$\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{27}{32}m-\frac{9}{256}m^2\right)$
	$\sin 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{32}m-\frac{243}{256}m^2\right)$
	$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{128}m-\frac{1593}{1024}m^2\right)$

$$2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev-2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{128}m\right)\\ \sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{99}{256}m^2\right)\\ \sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{32}m+\frac{309}{256}m^2\right)\\ \sin gv+2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{128}m\right)\\ \sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev-gv & \gamma\left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\right)\\ \sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m+\frac{243}{512}m^2\right)\\ \sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{64}m-\frac{63}{256}m^2\right)\\ \sin gv+2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{21}{64}m\right)\\ \sin gv & \gamma\left(-\frac{9}{64}m\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev-gv & \gamma\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2\right)\\ \sin 2Ev-2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{189}{64}m\right)\\ \sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{64}m+\frac{441}{256}m^2\right)\\ \sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{63}{64}m\right)\\ \sin gv & \gamma\left(-\frac{147}{64}m\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots\left\{\ \sin gv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{64}m\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev-2gv\quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\ \sin gv \qquad \gamma\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right);\right.$$

$$(6)\;\ldots\ldots\; -R_1\, d\cdot\frac{\delta s}{dv} =$$

$$\sin gv \qquad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2+\frac{1539}{2048}m^3+\frac{9}{64}m\gamma^2 \\ -\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}=\frac{9}{8}\right)me^2+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{64}-\frac{9}{64}-\frac{147}{64}=-\frac{33}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\left(\frac{9}{32}-\frac{63}{32}=-\frac{45}{64}\right)m+\left(\frac{99}{256}+\frac{441}{256}=\frac{135}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\left(\frac{9}{64}-\frac{21}{32}=-\frac{33}{64}\right)m+\left(\frac{309}{256}-\frac{63}{256}=\frac{123}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\sin gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{21}{64}-\frac{153}{128}=-\frac{111}{128}\right\}m$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{128}+\frac{63}{64}-\frac{153}{64}=-\frac{153}{128}\right\}m$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma\left\{\frac{27}{64}+\frac{189}{64}=\frac{27}{8}\right\}m\varepsilon'^2$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{-\frac{27}{32}m-\frac{9}{256}m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\frac{27}{32}m-\frac{243}{256}m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{-\frac{81}{128}-\frac{189}{64}=-\frac{459}{128}\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\left(\frac{81}{128}-\frac{27}{64}=\frac{27}{128}\right)m+\left(\frac{243}{512}-\frac{1593}{1024}=-\frac{1107}{1024}\right)m^2\right\}.$$

98. Les résultats consignés dans les pages 35 et 61 donnent aisément les termes suivans. D'abord, en faisant $P=\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3$ on obtiendra ;

$$(7)\;\ldots\ldots\;\gamma\sin gv\,.\,2P\int R_1\,dv=$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma\left\{\frac{9}{8}m^2+\left(\frac{9}{8}-\frac{27}{64}=\frac{45}{64}\right)m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{63}{16}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2cv - gv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3\left(-\frac{9}{16}m\right).$$

Ensuite on formera ces produits partiels :

Produits partiels de la fonction $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1 dv$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\ldots$	$\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
$2\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\ldots$	$\sin 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
		$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m^2\right)$
$2\sin gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{8}m^2\right)\ldots$	$\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{32}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3\right)\ldots$	$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2+\frac{27}{64}m^3-\frac{9}{8}m^3\right)$
		$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{16}m^2\right)$
		$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
		$\sin gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$
$2\sin 2Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\right)\ldots$	$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}m^2\right)\ldots$	$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{16}m^2\right)$;

d'où on tirera ;

$$(8)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1 dv=$$

$\sin gv$	$\gamma\left\{-\frac{9}{8}m^2+\left(\frac{27}{64}-\frac{9}{8}=-\frac{45}{64}\right)m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2\right\}$
$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{9}{16}-\frac{63}{16}=-\frac{27}{8}\right\}m^2$

$$+\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma \left\{ \frac{9}{16} - \frac{63}{16} = -\frac{27}{8} \right\} m^2$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma \left(\frac{27}{16} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma \left(\frac{27}{16} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{81}{32} - \frac{27}{32} = \frac{27}{16} \right\} m^3 .$$

99. En faisant la somme des termes renfermés dans les huit fonctions désignées par (1), (2), ... (8) on formera maintenant l'équation suivante :

$$(A) \ldots\ldots -\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin gv \;\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{P}{\mu^2} + \frac{3}{2} + \left(-\frac{9}{32} - \frac{9}{32} = -\frac{9}{16}\right) m + \left(-3 - \frac{9}{128} + \frac{63}{128} - \frac{9}{8} = -\frac{237}{64}\right) m^2 \\ \quad + \left(\frac{9}{8} - \frac{185}{16} + \frac{819}{2048} + \frac{1539}{2048} - \frac{45}{64} = -\frac{10229}{1024}\right) m^3 \\ \quad + e^2 \left\{ 3 + \left(\frac{225}{16} - \frac{9}{8} - \frac{9}{8} = \frac{189}{16}\right) m \right\} + \varepsilon'^2 \left\{ \frac{9}{4} - \left(\frac{33}{32} + \frac{33}{32} = \frac{33}{16}\right) m \right\} \\ \quad + \gamma^2 \left\{ -\frac{3}{4} + \left(\frac{27}{32} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{9}{32} - \frac{9}{16} = \frac{27}{32}\right) m \right\} \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4} + \left(-\frac{33}{64} - \frac{33}{64} = -\frac{33}{32}\right) m + \left(\frac{9}{2} - 9 - \frac{93}{128} + \frac{123}{128} - \frac{27}{8} = -\frac{489}{64}\right) m^2 \\ \quad + \frac{9}{2} e^2 - \frac{9}{8} \gamma^2 + \frac{81}{32} \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4} + \left(-\frac{45}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{45}{32}\right) m + \left(\frac{9}{2} - 9 + \frac{27}{64} + \frac{135}{64} - \frac{27}{8} = -\frac{171}{32}\right) m^2 \\ \quad + \frac{9}{2} e^2 - \frac{9}{8} \gamma^2 + \frac{81}{32} \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\mu^2 \left\{ \frac{27}{8} + \left(\frac{81}{32} - \frac{111}{128} - \frac{111}{128} = \frac{51}{64}\right) m \right\}$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\mu^2 \left\{ \frac{27}{8} - \left(\frac{81}{32} + \frac{153}{128} + \frac{153}{128} = \frac{315}{64}\right) m \right\}$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\right)+\left(3-\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=\frac{57}{16}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{9}{8}+\frac{45}{64}+\frac{19}{2}+\frac{27}{128}=\frac{1189}{128}\right)m^3 \\ +e^2\left\{\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=-3\right)+\left(\frac{9}{8}-\frac{225}{16}=-\frac{207}{16}\right)m\right\} \\ +\gamma^2\left\{\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right)+\left(\frac{3}{16}-\frac{3}{16}+\frac{9}{16}-\frac{9}{8}=-\frac{9}{16}\right)m\right\} \\ +\varepsilon'^2\left\{\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}=\frac{15}{4}\right)+\left(\frac{27}{8}+\frac{27}{8}+\frac{63}{32}=\frac{279}{32}\right)m\right\} \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{32}+\frac{27}{32}=\frac{81}{32}\right)m \\ +\left(\frac{27}{128}+\frac{9}{32}+3-\frac{27}{256}-\frac{243}{256}-\frac{9}{16}+\frac{27}{16}=\frac{57}{16}\right)m^2 \\ +\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\right)e^2+\left(-\frac{3}{64}-\frac{3}{64}=-\frac{3}{32}\right)\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{21}{8}-\frac{21}{8}=-\frac{21}{4}\right)+\left(\frac{27}{32}-\frac{27}{32}-\frac{27}{32}=-\frac{27}{32}\right)m \\ +\left(15+\frac{27}{128}-\frac{9}{2}-\frac{9}{2}-\frac{63}{32}+\frac{207}{256}-\frac{9}{256}+\frac{63}{16}+\frac{27}{16}=\frac{681}{64}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{21}{4}-\frac{21}{4}=-\frac{21}{2}\right)e^2+\left(\frac{369}{64}+\frac{369}{64}=\frac{369}{32}\right)\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - cv - gv \qquad e\gamma\mu^2 \left\{ \left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)+\left(\frac{45}{8}-\frac{9}{8}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}\right)m \right\}$$

$$\sin 2Ev - 2cv - gv \qquad e^2\gamma\mu^2 \left\{ -\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}=\frac{15}{4}\right)+\left(\frac{45}{32}-\frac{45}{16}-\frac{57}{16}-\frac{57}{16}-\frac{45}{16}=-\frac{363}{32}\right)m \right\}$$

$$\sin 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3\mu^2 \left\{ -\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{32}-\frac{3}{16}-\frac{3}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{3}{32}\right)m \right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\mu^2 \left\{ -\left(\frac{51}{8}+\frac{51}{8}=\frac{51}{4}\right)+\left(\frac{207}{64}-\frac{459}{128}-\frac{459}{128}=-\frac{63}{16}\right)m \right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{64}+\frac{27}{128}+\frac{27}{128}=\frac{27}{32}\right)m \\ +\left(\frac{9}{2}-\frac{27}{16}-\frac{9}{8}-\frac{9}{8}-\frac{243}{1024}-\frac{1107}{1024}+\frac{27}{16}=\frac{477}{512}\right)m^2 \end{array} \right\}$$

Avant d'intégrer cette équation on fera disparoître le terme affecté de l'argument gv en posant $\mu^2 = m^2$, et

$$P=\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3-\frac{237}{64}m^4-\frac{10229}{1024}m^5+e^2\left\{3m^2+\frac{189}{16}m^3\right\}$$
$$+\gamma^2\left\{-\frac{3}{4}m^2+\frac{27}{32}m^3\right\}+\varepsilon'^2\left\{\frac{9}{4}m^2-\frac{33}{16}m^3\right\}:$$

Et de là on déduira, au moyen de la formule donnée dans le n.° 26;

$$g=1+\frac{3}{4}m^2-\frac{9}{32}m^3-\left(\frac{237}{128}+\frac{9}{32}=\frac{273}{128}\right)m^4+\left(\frac{27}{128}-\frac{10229}{2048}=-\frac{9797}{2048}\right)m^5$$
$$+e^2\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{189}{32}m^3\right)+\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^2+\frac{27}{64}m^3\right)+E'^2\left(\frac{9}{8}m^2-\frac{33}{32}m^3\right);$$
$$\int\theta\,dv=\left(\frac{9}{8}m^2-\frac{33}{32}m^3\right)\int\left(E'^2-\varepsilon'^2\right)dv.$$

Cette approximation nous fait découvrir, comme on voit, le *premier* et le *second* terme de l'équation séculaire du noeud. En refléchissant sur les différentes parties qui concourent à la formation du coefficient numérique $-\frac{33}{32}$ on reconnoîtra; que, pour trouver ce nombre avec précision il fallait avoir, dans l'expression de δs, le coefficient de l'inégalité ayant pour argument $2Ev-gv$, sous la forme $a+b\varepsilon'^2$, afin de pouvoir séparer dans le coefficient de $\gamma \sin gv$ tout ce qui dépend de ε'^2. Notre méthode a l'avantage d'offrir naturellement cette séparation à l'égard de tous les coefficiens, ce qui est un point capital dans le calcul des trois inégalités séculaires.

100. Maintenant, pour intégrer l'équation (A) trouvée dans le n.° précédent, il faudra employer les facteurs suivans au lieu de ceux qu'on voit dans la page 37:

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{m}{2}-\frac{7}{32}m^2\right)$
$gv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{m}{2}-\frac{25}{32}m^2\right)$
$gv+2c'mv$	$\frac{1}{4m}\left(1-m\right)$
$gv-2c'mv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+m\right)$
$2Ev-gv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{1}{4}m+\frac{61}{64}m^2+\frac{355}{256}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{9}{16}m\varepsilon'^2\right)$

$$\begin{array}{l|l}
2Ev+c'mv-gv \;\ldots & -\frac{1}{2m}\left(1-m+\frac{65}{32}m^2\right) \\
2Ev-c'mv-gv \;\ldots & -\frac{1}{6m}\left(1+m+\frac{59}{32}m^2\right) \\
2Ev-cv-gv \;\ldots\ldots & -\left(1+0.m\right) \\
2Ev-2cv-gv \;\ldots\ldots & \frac{1}{4m}\left(1-\frac{m}{4}\right) \\
2Ev-3gv \;\ldots\ldots\ldots & \frac{1}{4m}\left(1-\frac{7}{4}m\right) \\
2Ev-2c'mv-gv \;\ldots & -\frac{1}{8m}\left(1+\frac{13}{8}m\right) \\
2Ev+2c'mv-gv \;\ldots & -\frac{1}{3m^2}\left(1+\frac{3}{16}m\right);
\end{array}$$

de sorte que on aura;

$$(\mathrm{A}') \;\ldots\ldots\; \delta s =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m-\frac{69}{64}m^2-\frac{975}{256}m^3+\frac{9}{4}me^2-\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\right) \\
\sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m+\frac{9}{64}m^2+\frac{999}{256}m^3-\frac{9}{4}me^2+\frac{9}{16}m\gamma^2-\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\right) \\
\sin gv+2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m-\frac{165}{256}m^2\right) \\
\sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m+\frac{99}{256}m^2\right) \\
\sin 2Ev-gv & \gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2-\frac{273}{512}m^3-\frac{4147}{2048}m^4+e^2\left(\frac{3}{4}m+\frac{201}{64}m^2\right) \\ \qquad +\frac{27}{128}m^2\gamma^2+\varepsilon'^2\left(-\frac{15}{16}m-\frac{21}{8}m^2\right)\end{array}\right\} \\
\sin 2Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m-\frac{57}{64}m^2-\frac{327}{256}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{3}{64}m\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-gv & \varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m+\frac{65}{64}m^2-\frac{5}{256}m^3+\frac{7}{4}me^2-\frac{123}{64}m\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev-cv-gv & e\gamma\left(-3m^2-\frac{15}{2}m^3\right) \\
\sin 2Ev-2cv-gv & e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m-\frac{333}{128}m^2\right)
\end{array}$$

$$+\sin 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3\left(-\frac{3}{16}m+\frac{39}{128}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{51}{32}m+\frac{789}{256}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{32}m-\frac{93}{256}m^2\right).$$

§ 2.

Nouveaux termes du cinquième *ordre qui font partie de l'expression de* δs.

101. Il s'agit ici de considérer la totalité des argumens de δs dont le *premier* terme du coefficient est une quantité du *cinquième* ordre. Mais, pour éviter une répétition inutile, nous exclurons de ce calcul les trois argumens $3gv-2cv$, $2Ev-cv+gv$, $2Ev+2cv-gv$, à l'égard des quels on a déjà obtenu le *premier* terme du coefficient dans le n.° 63.

Nous aurons besoin, au commencement du *neuvième* paragraphe, de tenir compte des deux argumens $Ev+c'mv+gv$, $Ev+c'mv-gv$, afin d'avoir dans δu les termes de l'ordre subséquent du coefficient de l'argument $Ev+c'mv$. Pour ne point revenir alors sur l'équation différentielle en δs, nous calculerons ici le *premier* terme du coefficient de ces deux inégalités en latitude, quoiqu'il soit du *sixième* ordre.

Pour calculer les termes dont il est ici question, il faudra de nouveau procéder comme dans le paragraphe précédent. La disposition de ces développemens est, par sa nature, toujours la même : la variété consiste principalement dans le choix des termes qui appartiennent au développement des différentes fonctions.

102. Conformément à l'objet actuel il suffit de prendre (Voyez Tome I, page 352).

$$\frac{3}{2}\, q\, \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) & & \\
\cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{2}\right) & +\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{159}{16}\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-9\right) & \cos 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{4}\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-9\right) & \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{4}\right);
\end{array}$$

et (Voyez page 91).

$$-6q\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1} = -6\cdot\frac{\delta u}{u_1} + 24\,.\,e\cos cv\cdot\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev \qquad (-6m^2) + \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{-\frac{45}{4} + 15 = \frac{15}{4}\right\}$$

$$+\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{2}\right) + \cos Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{15}{4} + 15 = \frac{75}{4}\right\}.$$

En réunissant ces deux fonctions il viendra

$$R_2 =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) & +\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{4}\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{2}\right) & \cos 2Ev & \left(-6m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-9\right) & \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{2}\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-9\right) & \cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}\right) \\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{159}{16}\right) & \cos Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{4}\right) \\
\cos 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{4}\right) & &
\end{array}$$

Il suit de là que

$$(1) \;\ldots\ldots\; R_2\,.\,\gamma \sin gv =$$

$$\begin{array}{llll}
\sin 3gv & \gamma^3\left(\frac{3}{4}\right) & +\sin gv - 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{45}{8}\right) \\
\sin gv + 2cv & e^2\gamma\left(\frac{15}{4}\right) & \sin gv - 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{45}{8}\right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{llll}
+\sin gv+cv+c'mv & e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{2}\right) & +\sin 2Ev+gv & \gamma\left(-3m^2\right)\\
\sin gv-cv-c'mv & e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{2}\right) & \sin Ev+c'mv+gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{4}\right)\\
\sin gv+cv-c'mv & e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{2}\right) & \sin Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{4}\right)\\
\sin gv-cv+c'mv & e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{2}\right) & \sin Ev+c'mv-cv+gv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}\right)\\
\sin gv+3c'mv & \varepsilon'^3\gamma\left(\frac{159}{32}\right) & \sin Ev+c'mv-cv-gv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{8}\right)\\
\sin gv-3c'mv & \varepsilon'^3\gamma\left(\frac{159}{32}\right) & \sin Ev+c'mv+cv-gv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{75}{8}\right).
\end{array}
$$

La fonction $\left(R_2-\frac{3}{2}\right)\delta s$ donne

$$
(2)\ \ldots\ldots\ \left(R_2-\frac{3}{2}\right)\delta s = \sin gv-2cv+c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{45}{32}\right)
$$
$$
\sin gv-2cv-c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{45}{32}\right),
$$

en observant qu'il suffit de prendre

$$
R_2-\frac{3}{2}=\cos c'mv\cdot\varepsilon'\left(\frac{9}{2}\right); \qquad \delta s=\sin gv-2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right).
$$

103. En ajoutant à la valeur de R_1 donnée dans les pages 60 et 61 les six termes

$$
\begin{array}{lllll}
(*)\ R_1= & \sin 2Ev+3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{1}{32}\right) & +\sin 2Ev-3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{845}{32}\right)\\
& +\sin Ev+cv & eb^2\left(-\frac{15}{16}\right) & +\sin Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}\right)\\
& +\sin 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{75}{16}\right) & +\sin 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{45}{16}m\right)
\end{array}
$$

(*) Les cinq premiers termes de cette valeur partielle de R_1 se trouvent dans le premier volume (Voyez p. 337, 343, 344, 345). Et le sixième, affecté de l'argument $4Ev-2cv$, s'obtient en prenant

$$
-4\frac{\delta u}{u_1}=2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m\right)+2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{8}m\right);
$$
$$
\frac{3}{2}q\cdot\frac{(\alpha'u')^3\sin(2v-2v')}{u_1^4}=\sin 2Ev\left(\frac{3}{2}\right)+\sin 2Ev-cv \quad e\left(-3\right),
$$

et faisant ensuite le produit de ces deux fonctions. Il est évident que ce produit renfermera le terme $\sin 4Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right)m$ qui fait partie de la valeur de R_1.

et faisant ensuite le produit de R_{1} par

$$-\frac{ds_{\text{1}}}{dv}=-g.\gamma\cos gv=-\left(1+\frac{3}{4}m^2\right).\gamma\cos gv$$

on obtiendra le résultat suivant:

$$(4)\ \ldots\ldots\ -R_{\text{1}}\frac{ds_{\text{1}}}{dv}=$$

$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{9}{16}m^2\right)$
$\sin 2Ev+gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$
$\sin 2Ev+gv+2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev+3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv+gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv+gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{16}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{16}\right)$

$+\sin 2Ev + 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{1}{64}\right)$
$\sin 2Ev - 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{845}{64}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\frac{3}{16}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{21}{16}\right)$
$\sin Ev + gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}\right)$
$\sin Ev - gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}\right)$
$\sin Ev + gv - cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin Ev - gv + cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin Ev - gv - cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}\right)$
$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}\right)$
$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
$\sin 3Ev + gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin 3Ev - gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin 3Ev - gv - cv$	$e\gamma b^2\left(-\frac{15}{32}\right)$
$\sin 4Ev + gv$	$\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 4Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 4Ev + gv - cv$	$e\gamma\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\sin 4Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\sin 4Ev - gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{32}m\right).$

Maintenant, si l'on compare les valeurs de R_1 et R_3 posées dans la page 266 du I.er volume, on accordera sans difficulté, que la même valeur de R_1 qui vient d'être employée donnera celle de R_3, dont on a besoin ici, pourvu que l'on y change: 1.° les *sinus* en *cosinus*; 2.°

$$\left.\begin{array}{ll}
\sin Ev & b^2\left(\frac{3}{8}\right) \\
\sin Ev+cv & eb^2\left(-\frac{15}{16}\right) \\
\sin Ev-cv & eb^2\left(-\frac{15}{16}\right) \\
\sin Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8}\right) \\
\sin Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right) \\
\sin Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right)
\end{array}\right\}\ \text{en}\ \left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^2\left(\frac{33}{8}\right) \\
\cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{165}{16}\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{165}{16}\right) \\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{33}{8}\right) \\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{165}{16}\right) \\
\cos Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{165}{16}\right)
\end{array}\right.$$

Après ces changemens, si l'on fait le produit par $\gamma \sin gv$ on aura le résultat suivant

$$(3) \ldots\ldots R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin 2Ev+gv & \gamma\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}\gamma^2\right) \\
\sin 2Ev+gv+cv & e\gamma\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right) \\
\sin 2Ev+gv+2cv & e^2\gamma\left(\frac{15}{8}\right) \\
\sin 2Ev+3gv & \gamma^3\left(\frac{3}{8}\right) \\
\sin 2Ev-gv+3c'mv & \varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{1}{64}\right) \\
\sin 2Ev-gv-3c'mv & \varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{845}{64}\right) \\
\sin 2Ev+c'mv-3gv & \varepsilon'\gamma^3\left(\frac{3}{16}\right) \\
\sin 2Ev-c'mv-3gv & \varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{21}{16}\right)
\end{array}$$

$+\sin 2Ev + c'mv + gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{4}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{4}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{105}{16}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{16}\right)$
$\sin Ev + gv$	$\gamma b^2\left(\frac{33}{16}\right)$
$\sin Ev - gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{33}{16}\right)$
$\sin Ev + gv - cv$	$e\gamma b^2\left(-\frac{165}{32}\right)$
$\sin Ev - gv - cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{165}{32}\right)$
$\sin Ev - gv + cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{165}{32}\right)$
$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{33}{16}\right)$
$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{33}{16}\right)$

$+\sin Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{165}{32}\right)$
$\sin Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{165}{32}\right)$
$\sin Ev+c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{165}{32}\right)$
$\sin 3Ev+gv$	$\gamma b^2\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 3Ev-gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin 3Ev-gv-cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{75}{32}\right)$
$\sin 4Ev+gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 4Ev+gv-cv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\sin 4Ev-gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{45}{16}m\right)$

104. Les fonctions $R_3\delta s$, $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$ donnent les termes suivans.

Produits partiels de $R_3\delta s$.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$..	$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{9}{128}m^2\right)$
		$\sin 4Ev-3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right)$
		$\sin 4Ev-gv-2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$..	$\sin 2Ev+c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{15}{64}\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$..	$\sin 2Ev-c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{64}\right)$
$2\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{8}\right)$..	$\sin 4Ev-gv-2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{45}{64}m\right)$

Produits partiels de $-R_3\frac{d.\delta s}{dv}$

$$2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll} \sin 4Ev-gv & \gamma\left(-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2\right) \\ \sin 4Ev-3gv & \gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right) \\ \sin 4Ev-gv-2cv & e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots \left\{ \sin 2Ev+c'mv+gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{64}\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots \left\{ \sin 2Ev-c'mv+gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{64}\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots \left\{ \sin 4Ev-gv-2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m\right)\right.$$

(5) ...... $R_3\delta s=$

$$\begin{array}{ll} \sin 2Ev+c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{64}\right) \\ \sin 2Ev-c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{64}\right) \\ \sin 4Ev-gv & \gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{9}{128}m^2\right) \\ \sin 4Ev-3gv & \gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right) \\ \sin 4Ev-gv-2cv & e^2\gamma\left(\frac{45}{64}-\frac{45}{64}=0\right)m \end{array}$$

(6) ...... $-R_3\frac{d.\delta s}{dv}=$

$$\begin{array}{ll} \sin 2Ev+c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{64}\right) \\ \sin 2Ev-c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{105}{64}\right) \\ \sin 4Ev-gv & \gamma\left(-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2\right) \\ \sin 4Ev-3gv & \gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right) \\ \sin 4Ev-gv-2cv & e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}-\frac{45}{64}=-\frac{45}{32}\right)m \end{array}$$

105. En faisant $P=\frac{3}{2}m^2$, et

$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right) + \cos Ev + c'mv - cv \quad \frac{e\varepsilon' b^2}{m^2}\left(-\frac{5}{4}\right)$$

(Voyez pages 61 et 62) il viendra

$$(7) \ldots\ldots \gamma \sin gv . 2P\int R_1 dv =$$

$$\sin 2Ev + gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{8}m^2\right) + \sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}\right)$$
$$+ \sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{8}\right).$$

En multipliant les deux fonctions,

$$\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s = \sin 2Ev - gv \quad \gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$$
$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right) + \cos 2Ev - 2cv \quad \frac{e^2}{m}\left(-\frac{15}{8}\right)$$

on aura

$$(8) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_1 dv = \sin 4Ev - gv \qquad \gamma\left(\frac{9}{8}m^2\right)$$
$$\sin 4Ev - gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

106. La réunion des termes contenus dans les huit fonctions désignées par (1), (2), ... (8) fournira l'équation suivante.

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin 3gv \qquad \gamma^3\mu^2\left(\frac{3}{4}\right)$$
$$\sin gv + 2cv \qquad e^2\gamma\mu^2\left(\frac{15}{4}\right)$$
$$\sin gv + cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$$
$$\sin gv - cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$$
$$\sin gv + cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$$
$$\sin gv - cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$$

$+\sin gv+3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2$	$\left(\frac{159}{32}\right)$
$\sin gv-3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2$	$\left(\frac{159}{32}\right)$
$\sin gv-2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left(\frac{45}{8}-\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)$
$\sin gv-2cv+c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left(\frac{45}{8}-\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)$
$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\mu^2$	$\left\{\begin{matrix}\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)e^2+\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}=0\right)\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)\gamma^2-\left(3+\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=\frac{75}{16}\right)m^2\end{matrix}\right\}$
$\sin 2Ev+gv+cv$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m\right\}$
$\sin 2Ev+gv+2cv$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{15}{8}-\frac{15}{8}=0\right\}$
$\sin 2Ev+3gv$	$\gamma^3\mu^2$	$\left\{\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv+gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right\}$
$\sin 2Ev-c'mv+gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{21}{4}-\frac{21}{4}=0\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}\right\}$
$\sin 2Ev-c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{21}{4}+\frac{21}{4}=\frac{21}{2}\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right\}$
$\sin 2Ev-c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{21}{4}-\frac{21}{4}=0\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}\right\}$
$\sin 2Ev-c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{21}{4}+\frac{21}{4}=\frac{21}{2}\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{15}{16}-\frac{15}{16}+\frac{15}{64}+\frac{15}{64}=\frac{15}{32}\right\}$

$$+\sin 2Ev+c'mv-gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\mu^2\left\{\frac{15}{16}+\frac{15}{16}=\frac{15}{8}\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv+gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\mu^2\left\{\frac{105}{16}-\frac{105}{16}-\frac{105}{64}-\frac{105}{64}=-\frac{105}{32}\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv-gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\mu^2\left\{-\frac{105}{16}-\frac{105}{16}=-\frac{105}{8}\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv-3gv \quad \varepsilon'\gamma^3\mu^2\left\{\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{3}{8}\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv-3gv \quad \varepsilon'\gamma^3\mu^2\left\{-\frac{21}{16}-\frac{21}{16}=-\frac{21}{8}\right\}$$

$$\sin 2Ev+3c'mv-gv \quad \varepsilon'^3\gamma\mu^2\left\{-\frac{1}{64}-\frac{1}{64}=-\frac{1}{32}\right\}$$

$$\sin 2Ev-3c'mv-gv \quad \varepsilon'^3\gamma\mu^2\left\{-\frac{845}{64}-\frac{845}{64}=-\frac{845}{32}\right\}$$

$$\sin Ev+gv \quad \gamma b^2\mu^2\left\{\frac{33}{16}-\frac{3}{16}=\frac{15}{8}\right\}$$

$$\sin Ev-gv \quad \gamma b^2\mu^2\left\{-\frac{33}{16}-\frac{3}{16}=-\frac{9}{4}\right\}$$

$$\sin Ev+gv-cv \quad e\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{32}-\frac{165}{32}=-\frac{75}{16}\right\}$$

$$\sin Ev-gv+cv \quad e\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{32}+\frac{165}{32}=\frac{45}{8}\right\}$$

$$\sin Ev-gv-cv \quad e\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{32}+\frac{165}{32}=\frac{45}{8}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv+gv \quad \varepsilon'\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{33}{16}-\frac{3}{16}-\frac{15}{4}=-\frac{15}{8}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv-gv \quad \varepsilon'\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{4}-\frac{3}{16}-\frac{33}{16}=\frac{3}{2}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv+gv-cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{8}+\frac{15}{32}-\frac{165}{32}+\frac{15}{8}=-\frac{15}{16}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv-gv-cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2\left\{-\frac{15}{8}+\frac{15}{32}+\frac{165}{32}-\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv-gv+cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2\left\{-\frac{75}{8}+\frac{15}{32}+\frac{165}{32}=-\frac{15}{4}\right\}$$

$$\sin 3Ev+gv \quad \gamma b^2\mu^2\left\{\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=0\right\}$$

$$\sin 3Ev-gv \quad \gamma b^2\mu^2\left\{-\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=-\frac{15}{8}\right\}$$

$+\sin 3Ev-gv-cv$	$e\gamma b^2\mu^2$	$\left\{\frac{75}{32}+\frac{75}{32}=\frac{75}{16}\right\}$
$\sin 4Ev+gv$	$\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right\}m^2$
$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\mu^2$	$\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{32}-\frac{9}{32}=0\right)m\\+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{9}{128}+\frac{63}{128}+\frac{9}{8}=\frac{75}{16}\right)m^2\end{array}\right\}$
$\sin 4Ev-3gv$	$\gamma^3\mu^2$	$\left\{-\frac{9}{64}-\frac{9}{64}=-\frac{9}{32}\right\}m$
$\sin 4Ev-gv-cv$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{45}{16}+\frac{45}{16}=\frac{45}{8}\right\}m$
$\sin 4Ev+gv-cv$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=0\right\}m$
$\sin 4Ev-gv-2cv$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{16}=-\frac{225}{32}\right\}m$

107. En intégrant cette équation conformément au principe exposé dans le n.° 27, et observant qu'il suffit ici de retenir le premier terme de chaque coefficient censé développé, on obtiendra l'expression suivante de δs.

On ne rapporte pas ici les facteurs de l'intégration, comme nous avons coutume de le faire, parceque ils sont évidens: on les obtient tous en faisant $\mu^2=m^2$, $g=1+\frac{3}{4}m^2$; $c=1-\frac{3}{4}m^2$, $E=1-m$, $c'm=m$.

$$\delta s=$$

$\sin 3gv$	$\gamma^3\left(\frac{3}{32}m^2\right)$
$\sin gv+2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{32}m^2\right)$
$\sin gv+cv+c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin gv-cv-c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin gv+cv-c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin gv-cv+c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$

$+\sin gv + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(\frac{53}{64}m\right)$
$\sin gv - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{53}{64}m\right)$
$\sin gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{135}{64}m\right)$
$\sin gv - 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{32}m^2\gamma^2 - \frac{75}{128}m^4\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{35}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{35}{16}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{7}{16}m\right)$
$\sin 2Ev + 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{1}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(\frac{169}{64}m\right)$
$\sin Ev + gv$	$\gamma b^2\left(\frac{5}{8}m^2\right)$
$\sin Ev - gv$	$\gamma b^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$

$+\sin Ev+gv-cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$
$\sin Ev-gv+cv$	$e\gamma b^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\sin Ev-gv-cv$	$e\gamma b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\sin Ev+c'mv+gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$
$\sin Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
$\sin Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{4}\right)$
$\sin Ev+c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{5}{6}\right)$
$\sin 3Ev-gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$
$\sin 3Ev-gv-cv$	$e\gamma b^2\left(-\frac{25}{32}m\right)$
$\sin 4Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{75}{128}m^4\right)$
$\sin 4Ev-3gv$	$\gamma^3\left(\frac{9}{256}m^2\right)$
$\sin 4Ev-gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
$\sin 4Ev-gv-2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{225}{256}m^2\right)$.

§ 3.

Expression de δs exacte jusqu'aux quantités du cinquième *ordre inclusivement.*

108. Il est évident, que, pour former actuellement cette expression de δs, il suffit de rassembler les différentes valeurs partielles de cette fonction, qui ont été trouvées jusqu'ici. Ainsi, il est seulement question dans ce paragraphe de présenter réunies sous un même point de vue les valeurs des deux fonctions $-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s$, δs obtenues dans les numéros 25, 27, 59, 63, 99, 100, 106, et 107.

Voici le résultat de cette réunion, en observant que, l'on a omis, dans l'expression de δs, les termes dont le coefficient devient nul par la destruction mutuelle des parties qui le composent.

$$(A) \ldots\ldots -\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin gv \qquad \gamma\mu^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{P}{\mu^2}+\frac{3}{2}-\frac{9}{16}m-\frac{237}{64}m^2-\frac{10229}{1024}m^3+e^2\left(3+\frac{189}{16}m\right) \\ +\varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}-\frac{33}{16}m\right)+\gamma^2\left(-\frac{3}{4}+\frac{27}{32}m\right) \end{array}\right\}$$

$$\sin gv+cv \qquad e\gamma\mu^2\left(-3+\frac{9}{8}m\right)$$

$$\sin gv-cv \qquad e\gamma\mu^2\left(-3-\frac{9}{2}m-\frac{1077}{64}m^2-\frac{3}{8}e^2-\frac{9}{2}\varepsilon'^2+0.\gamma^2\right)$$

$$\sin gv-2cv \qquad e^2\gamma\mu^2\left(\frac{15}{4}+\frac{585}{128}m+\frac{8007}{1024}m^2+\frac{135}{32}\varepsilon'^2+0.e^2+0.\gamma^2\right)$$

$$\sin gv+2cv \qquad e^2\gamma\mu^2\left(\frac{15}{4}\right)$$

$$\sin 3gv \qquad \gamma^3\mu^2\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\sin gv-3cv \qquad e^3\gamma\mu^2\left(-\frac{15}{8}\right)$$

$+\sin 3gv - cv$	$e\gamma^3\mu^2\left(\frac{3}{4}\right)$
$\sin 3gv - 2cv$	$e^2\gamma^3\mu^2\left(-\frac{45}{32}\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\mu^2\left(\frac{9}{4} - \frac{33}{32}m - \frac{489}{64}m^2 + \frac{9}{2}e^2 - \frac{9}{8}\gamma^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\mu^2\left(\frac{9}{4} - \frac{45}{32}m - \frac{171}{32}m^2 + \frac{9}{2}e^2 - \frac{9}{8}\gamma^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2\right)$
$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\mu^2\left(\frac{27}{8} + \frac{51}{64}m\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\mu^2\left(\frac{27}{8} - \frac{315}{64}m\right)$
$\sin gv + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2\left(\frac{159}{32}\right)$
$\sin gv - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2\left(\frac{159}{32}\right)$
$\sin gv + cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$
$\sin gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$
$\sin gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$
$\sin gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2\left(-\frac{9}{2}\right)$
$\sin gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2\left(\frac{135}{32}\right)$
$\sin gv - 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2\left(\frac{135}{32}\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\mu^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2} + \frac{57}{16}m^2 + \frac{1189}{128}m^3 - e^2\left(3 + \frac{207}{16}m\right) \\ \quad + \gamma^2\left(0.m^0 - \frac{9}{16}m\right) + \varepsilon'^2\left(\frac{15}{4} + \frac{279}{32}m\right)\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\mu^2\left\{0.m^0 - \frac{75}{16}m^2 + 0.e^2 + 0.\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\mu^2\left\{\frac{3}{4} + \frac{81}{32}m + \frac{57}{16}m^2 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{32}\varepsilon'^2\right\}$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\mu^2\left\{-\frac{21}{4} - \frac{27}{32}m + \frac{681}{64}m^2 - \frac{21}{2}e^2 + \frac{369}{32}\varepsilon'^2\right\}$

$+\sin(2Ev+c'mv+gv)$	$\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$
$\sin(2Ev-c'mv+gv)$	$\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$
$\sin(2Ev+cv+gv)$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0+0.m \right\}$
$\sin(2Ev+cv-gv)$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{ 3-\frac{33}{8}m \right\}$
$\sin(2Ev-cv-gv)$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{ 3+\frac{15}{2}m \right\}$
$\sin(2Ev-cv+gv)$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0-\frac{45}{8}m \right\}$
$\sin(2Ev-2cv+gv)$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{15}{16}+\frac{1125}{128}m \right\}$
$\sin(2Ev-2cv-gv)$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{15}{4}-\frac{363}{32}m \right\}$
$\sin(2Ev+2cv-gv)$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{15}{4} \right\}$
$\sin(2Ev+2cv+gv)$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$
$\sin(2Ev+3gv)$	$\gamma^3\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$
$\sin(2Ev-3gv)$	$\gamma^3\mu^2$	$\left\{ -\frac{3}{4}-\frac{3}{32}m \right\}$
$\sin(2Ev-2c'mv-gv)$	$\varepsilon'^2\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{51}{4}-\frac{63}{16}m \right\}$
$\sin(2Ev+2c'mv-gv)$	$\varepsilon'^2\gamma\mu^2$	$\left\{ \frac{27}{32}m+\frac{477}{512}m^2 \right\}$
$\sin(2Ev+3c'mv-gv)$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{1}{32} \right\}$
$\sin(2Ev-3c'mv-gv)$	$\varepsilon'^3\gamma\mu^2$	$\left\{ -\frac{845}{32} \right\}$
$\sin(2Ev+c'mv-3gv)$	$\varepsilon'\gamma^3\mu^2$	$\left\{ \frac{3}{8} \right\}$
$\sin(2Ev-c'mv-3gv)$	$\varepsilon'\gamma^3\mu^2$	$\left\{ -\frac{21}{8} \right\}$
$\sin(2Ev+c'mv+gv+cv)$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$
$\sin(2Ev-c'mv+gv+cv)$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\left\{ 0.m^0 \right\}$

$+\sin 2Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$0.m^0$
$\sin 2Ev-c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$0.m^0$
$\sin 2Ev+c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$-\frac{3}{2}$
$\sin 2Ev-c'mv-gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\frac{21}{2}$
$\sin 2Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$-\frac{3}{2}$
$\sin 2Ev-c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\frac{21}{2}$
$\sin 2Ev+c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\frac{15}{32}$
$\sin 2Ev+c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$\frac{15}{8}$
$\sin 2Ev-c'mv+gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$-\frac{105}{32}$
$\sin 2Ev-c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\mu^2$	$-\frac{105}{8}$
$\sin Ev+gv$	$\gamma b^2\mu^2$	$\frac{15}{8}$
$\sin Ev-gv$	$\gamma b^2\mu^2$	$-\frac{9}{4}$
$\sin Ev+gv-cv$	$e\gamma b^2\mu^2$	$-\frac{75}{16}$
$\sin Ev-gv+cv$	$e\gamma b^2\mu^2$	$\frac{45}{8}$
$\sin Ev-gv-cv$	$e\gamma b^2\mu^2$	$\frac{45}{8}$
$\sin Ev+c'mv+gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\mu^2$	$-\frac{15}{8}$
$\sin Ev+c'mv-gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\mu^2$	$\frac{3}{2}$
$\sin Ev+c'mv+gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2$	$-\frac{15}{16}$
$\sin Ev+c'mv-gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2$	$\frac{15}{8}$

$+\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\mu^2$	$\left\{-\frac{15}{4}\right\}$
$\sin 3Ev + gv$	$\gamma b^2\mu^2$	$\left\{\ 0 . m^0\right\}$
$\sin 3Ev - gv$	$\gamma b^2\mu^2$	$\left\{-\frac{15}{8}\right\}$
$\sin 3Ev - gv - cv$	$e\gamma b^2\mu^2$	$\left\{\ \frac{75}{16}\right\}$
$\sin 4Ev + gv$	$\gamma\mu^2$	$\left\{\ 0 . m^3\right\}$
$\sin 4Ev - gv$	$\gamma\mu^2$	$\left\{\ 0 . m + \frac{75}{16} m^2\right\}$
$\sin 4Ev - 3gv$	$\gamma^3\mu^2$	$\left\{-\frac{9}{32} m\right\}$
$\sin 4Ev + gv - cv$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{\ 0 . m\right\}$
$\sin 4Ev - gv - cv$	$e\gamma\mu^2$	$\left\{\ \frac{45}{8} m\right\}$
$\sin 4Ev - gv - 2cv$	$e^2\gamma\mu^2$	$\left\{-\frac{225}{32} m\right\}$

$$(A') \ldots\ldots \delta s =$$

$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-m^2 + \frac{3}{8} m^3\right)$
$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(\ 3m^2 + \frac{9}{2} m^3 + \frac{789}{64} m^4 + \frac{3}{8} m^2 e^2 + \frac{9}{2} m^2 \varepsilon'^2\right)$
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64} m + \frac{659}{512} m^2 + \frac{5}{32} e^2 - \frac{45}{64} \gamma^2\right)$
$\sin gv + 2cv$	$e^2\gamma\left(\ \frac{15}{32} m^2\right)$
$\sin 3gv$	$\gamma^3\left(\ \frac{3}{32} m^2\right)$
$\sin gv - 3cv$	$e^3\gamma\left(-\frac{5}{8} m^2\right)$
$\sin 3gv - cv$	$e\gamma^3\left(\ \frac{1}{4} m^2\right)$
$\sin 3gv - 2cv$	$e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}\right)$

$+\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{975}{256}m^3 + \frac{9}{4}me^2 - \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m + \frac{9}{64}m^2 + \frac{999}{256}m^3 - \frac{9}{4}me^2 + \frac{9}{16}m\gamma^2 - \frac{81}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m - \frac{165}{256}m^2\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m + \frac{99}{256}m^2\right)$
$\sin gv + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(\frac{53}{64}m\right)$
$\sin gv - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{53}{64}m\right)$
$\sin gv + cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{135}{64}m\right)$
$\sin gv - 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 - \frac{4147}{2048}m^4 + e^2\left(\frac{3}{4}m + \frac{201}{64}m^2\right)\\ \quad + \frac{27}{128}m^2\gamma^2 - \varepsilon'^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{21}{8}m^2\right)\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(-\frac{75}{128}m^4 - \frac{3}{32}m^2\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m - \frac{57}{64}m^2 - \frac{327}{256}m^3 - \frac{3}{4}me^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m + \frac{65}{64}m^2 - \frac{5}{256}m^3 + \frac{7}{4}me^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left(m^2 + \frac{31}{24}m^3\right)$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(-3m^2 - \frac{15}{2}m^3\right)$
$\sin 2Ev - cv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$

$+\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(\frac{15}{64}m - \frac{915}{512}m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m - \frac{333}{128}m^2\right)$
$\sin 2Ev + 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{32}m^2\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{16}m + \frac{39}{128}m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{51}{32}m + \frac{789}{256}m^2\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{32}m - \frac{93}{256}m^2\right)$
$\sin 2Ev + 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{1}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - 3c'mv - gv$	$\varepsilon'^3\gamma\left(\frac{169}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{7}{16}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{35}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{35}{16}m\right)$
$\sin Ev + gv$	$\gamma b^2\left(\frac{5}{8}m^2\right)$
$\sin Ev - gv$	$\gamma b^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$

$$
\begin{array}{ll}
+\sin Ev+gv-cv & e\gamma b^2\left(\frac{75}{32}m\right)\\
\sin Ev-gv+cv & e\gamma b^2\left(-\frac{45}{16}m\right)\\
\sin Ev-gv-cv & e\gamma b^2\left(\frac{45}{16}m\right)\\
\sin Ev+c'mv+gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\\
\sin Ev+c'mv+gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{4}\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv+cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{5}{6}\right)\\
\sin 3Ev-gv & \gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)\\
\sin 3Ev-gv-cv & e\gamma b^2\left(-\frac{25}{32}m\right)\\
\sin 4Ev-gv & \gamma\left(\frac{75}{128}m^4\right)\\
\sin 4Ev-3gv & \gamma^3\left(\frac{9}{256}m^2\right)\\
\sin 4Ev-gv-cv & e\gamma\left(\frac{15}{8}m^3\right)\\
\sin 4Ev-gv-2cv & e^2\gamma\left(\frac{225}{256}m^2\right).
\end{array}
$$

109. Nous allons faire quelques remarques sur ce résultat. En considérant les deux argumens $2Ev+gv$, $2Ev+gv-cv$ qui entrent dans cette expression de δs on voit qu'ils sont affectés par des coefficiens du *cinquième* ordre. Donc en posant

$$\delta s = A\gamma \sin 2Ev+gv + A'e\gamma \sin 2Ev+gv-cv + \text{etc.}$$

il faudrait regarder les deux coefficiens A et A' comme étant; le premier du *quatrième* ordre, et le second du *troisième* ordre.

Laplace ne paraît pas avoir bien saisi la nature de l'expression analytique de ces deux coefficiens, puisque dans la page 199 du tome 3.^me de la M.^e C.^e il les range parmi les quantités du *second* ordre. Cependant, l'évaluation numérique du coefficient $B_2^{(1)} = 0{,}0000023639 5 = A$, qui se trouve dans la page 233 du même volume, dément clairement une semblable classification.

Au reste, l'équation

$$0 = [1 - (2 - 2m + g)^2 + \frac{3}{2}\overline{m}^2 \cdot \frac{a}{a_1}] B_2^{(1)} + \frac{3}{2}\overline{m}^2 \cdot \frac{a}{a_1}\left(\frac{1-g}{2}\right),$$

que *Laplace* donne dans la page 225 pour déterminer le coefficient $B_2^{(1)}$ est fautive, analytiquement parlant. Car, si l'on fait

$$\overline{m}^2 \frac{a}{a_1} = m^2, \quad \text{et} \quad g = 1 + \frac{3}{4}m^2;$$

cette équation revient à dire que

$$B_2^{(1)} = \frac{\frac{9}{16}m^4}{1 - (3 - 2m + \frac{3}{4}m^2)^2 + \frac{3}{2}m^2} = \frac{9}{16}m^4 + \text{etc.}$$

Or, notre équation différentielle, rapportée dans le n.° 106, démontre que ce coefficient numérique de m^4 doit être composé de trois parties; savoir $\frac{9}{16} + \frac{9}{8} + 3$. Ainsi, *Laplace*, conservait la plus petite de ces trois parties tandis qu'il négligeait les deux autres dont la somme est environ six fois plus grande. En outre, il a négligé les deux parties $\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{8}\right)m^2\gamma^2 = \frac{3}{4}m^2\gamma^2$; ce qui est inconséquent, puisque ce terme du coefficient $B_2^{(1)}$ est du *quatrième* ordre, aussi bien que le terme $\frac{9}{16}m^4$ auquel il a eû égard.

Pour avoir, d'après *Laplace*, le premier terme du coefficient qu'il nomme $B_2^{(5)}$, il suffit de réduire à

$$0 = [1 - (2 - 2m)^2 + \frac{3}{2}m^2] B_2^{(5)} - 3m^2 A_2^{(1)}$$

l'équation qu'il donne dans la page 225. Alors, en observant que $A_1^{(1)}=\frac{15}{8}m+\text{etc.}$ (Voyez p. 16 de ce volume) on obtient

$$B_2^{(5)}=\frac{\frac{45}{8}m^3}{1-(2-2m)^2+\frac{3}{2}m^2}=-\frac{15}{8}m^3+\text{etc.};$$

c'est-à-dire une quantité du *troisième* ordre, dont le *premier* terme s'accorde avec celui qui est fourni par notre analyse.

110. A mesure qu'on avance dans cette théorie on acquiert de plus en plus l'intime conviction, que la véritable difficulté consiste à faire en sorte qu'aucune partie qui concourt à la formation d'un terme déterminé ne soit omise. Les erreurs de ce genre peuvent être plus ou moins sensibles pour l'observation; mais elles sont certainement funestes aux progrès de la Science, parceque il en résulte une altération dans l'expression analytique des coefficiens des inégalités Lunaires. C'est surtout, à l'égard des perturbations nées du carré et des puissances supérieures de la force perturbatrice qu'on a souvent occasion de remarquer cette espèce de violation du principe fondamental de la méthode des approximations successives.

Considérons, par exemple, le *second* terme du coefficient de l'argument $2Ev-2cv+gv$, et voyons s'il a été bien calculé par *Laplace*. Pour cela, il est permis de négliger les quantités d'un ordre supérieur au *troisième*: alors, l'equation en δs rapportée dans les pages 222 et 223 du tome 3.^{me} de la M.^{e} C.^{e} donne;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\frac{3}{4}m^2.\left\{2B_1^{(12)}+10.A_1^{(1)}-4A_1^{(11)}-2B_0^{(11)}\right\}e^2\gamma\sin 2Ev-2cv+gv.$$

D'après notre expression de δu (Voyez p. 16) on a, $A_1^{(1)}=\frac{15}{8}m$, $A_1^{(11)}=\frac{15}{4}m$; et d'après notre expression de δs (Voyez p. 38) on a $B_1^{(11)}=\frac{15}{64}m$, $B_0^{(11)}=\frac{5}{8}-\frac{135}{64}m$: partant

$$\frac{3}{4}m^2 \left\{ 2B^{(12)} + 10A_1^{(1)} - 4A_1^{(11)} - 2B_0^{(11)} \right\}$$

$$= \frac{3}{4}m^2 \left\{ -\frac{5}{4} + m\left(\frac{15}{32} + \frac{75}{4} - 15 + \frac{135}{32}\right) \right\} = -\frac{15}{16}m^2 + \frac{405}{64}m^3.$$

Or, il a été démontré dans le n.° 59 de ce volume (Voyez p. 111), qu'ici le véritable coefficient numérique de m^3 doit être égal à $\frac{1125}{128}$. La formule de *Laplace*, qui donne un résultat différent, accuse le vice de sa constitution, et prouve l'omission de plusieurs autres termes qu'il aurait fallu conserver. Et, en général, on ne peut éviter les erreurs de cette espèce sans se jeter dans des recherches très-épineuses, qui rendent à la théorie de la Lune toute la complication, qu'on serait tenté de croire diminuée, en examinant superficiellement les développemens infidèles exécutés par *Laplace*.

111. Le continuateur de la théorie de la Lune de *Laplace*, *M. Damoiseau*, a rectifié l'inexactitude que nous avons signalé plus haut au sujet de l'argument $2Ev + gv$. Mais, relativement à l'argument $2Ev - 2cv + gv$, il n'a pas bien rempli la lacune qui altérait le coefficient numérique du *second* terme.

En effet; *M. Damoiseau* nomme $B^{(19)} e^2 \gamma \sin 2Ev - 2cv + gv$ le terme de δs qui répond à cette inégalité en latitude, et donne, pour déterminer le coefficient $B^{(19)}$, une équation qui, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au *troisième*, revient à celle-ci;

$$0 = \begin{cases} \left[1 - (2 - 2m - 2c + g)^2 + \frac{3}{2}m^2\right] B^{(19)} + \dfrac{3 \times \frac{3}{4}m^2 \times 2}{4m} \times \frac{5}{2}m^2 \\ -3m^2 A^{(35)} + \frac{3}{2} \times 5m^2 \times A^{(35)} - \dfrac{3 \times 2(1-m)}{4(1-m)} \cdot m^2 B^{(17)} \end{cases}$$

(Voyez p. 444 du tome I.er des Mémoires présentés par divers Savans à l'Institut de France); ou bien à celle-ci;

$$0 = \begin{cases} \left[1 - (2 - 2m - 2c + g)^2 + \frac{3}{2}m^2\right] B^{(19)} \\ + \frac{3}{4}m^2 \left\{ \frac{15}{4}m - 4A^{(35)} + 10 \, . \, A^{(31)} - 2B^{(17)} \right\} \end{cases}$$

Or, on a ici $A^{(35)}=\frac{15}{4}m$, $A^{(31)}=\frac{15}{8}m$: Et nous avons démontré dans le n.° 88 de ce volume (Voyez p. 155), que les formules de *M. Damoiseau* donnent $B^{(17)}=\frac{5}{8}-\frac{555}{256}m$: donc, d'après Lui, on aurait ;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\frac{3}{4}m^2\left\{-\frac{5}{4}+m\left(\frac{15}{4}-15+\frac{75}{4}+\frac{555}{128}\right)\right\}e^2\gamma \sin 2Ev-2cv+gv$$

$$=\left\{-\frac{15}{4}m^2+\frac{4545}{512}m^3\right\}e^2\gamma \sin 2Ev-2cv+gv.$$

Mais on a vu plus haut que le véritable coefficient numérique de m^3 est égal à $\frac{1125}{128}=\frac{4500}{512}$. Ainsi nous sommes conduits à un résultat fautif en employant la valeur fautive de $B^{(17)}$, qui est déduite des formules de *M. Damoiseau.* Si, au lieu de cela, on substitue dans l'équation précédente la valeur de $B^{(17)}$ fournie par notre analyse ; c'est-à-dire $B^{(17)}=\frac{5}{8}-\frac{135}{64}m$, les parties constituantes du coefficient de m^3 deviendront

$$\frac{3}{4}\left(\frac{15}{4}-15+\frac{75}{4}+\frac{135}{32}\right)=\frac{1125}{128};$$

ce qui s'accorde avec le résultat de notre théorie.

On pourrait étendre à d'autres termes des remarques semblables ; mais cela suffit pour faire sentir les écueils auxquels on est sans cesse exposé dans les recherches sur la théorie de la Lune.

§ 4.

Addition des termes de l'ordre subséquent à l'expression spéciale de δs trouvée dans le n.° 59.

112. Le même motif qui, dans le *sixième* paragraphe du Chapitre précédent, a exigé de pousser ultérieurement le développement des coefficiens des quatre argumens $2Ev+cv-gv$, $2Ev-cv+gv$, $2Ev+2cv-gv$, $2Ev-2cv+gv$, nous détermine à préparer d'avance l'expression spéciale de δs qui renferme les coefficiens de ces argumens, exacts jusqu'aux quantités du *sixième* ordre inclusivement. Ainsi, il s'agit ici de refaire le calcul exposé dans le n.° 59, en tenant compte des termes de l'ordre subséquent qui entrent dans le développement des différentes fonctions appartenantes à l'équation différentielle en δs.

113. En posant (Voyez volume I.er p. 351 et 352),

$$R_2 = -6q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1} = \frac{\delta u}{u_1}\left(-6+24.e\cos cv-30.e^2\cos 2cv\right),$$

et prenant pour $\frac{\delta u}{u_1}$ l'expression formée dans le n.° 51 (Voyez p. 88) on aura ces produits partiels :

Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}.\frac{\delta u}{u_1}$

$$\begin{array}{lll}
\text{Multiplicateur} & & \text{Produit} \\
\cos 0v \quad (-6)\ \ldots\ldots & \left\{\begin{array}{l} \cos 2Ev-cv \\ \cos 2Ev+cv \\ \cos 2Ev-2cv \end{array}\right. & \begin{array}{l} e\left(-\frac{45}{4}m-\frac{771}{16}m^2\right) \\ e\left(\frac{27}{4}m^2\right) \\ e^2\left(-\frac{135}{8}m-\frac{993}{32}m^2\right) \end{array}
\end{array}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e(\quad 12)\ \ldots\ldots$	$\cos 2Ev+cv \quad e(\quad 12m^2)$
	$\cos 2Ev-cv \quad e(\quad 12m^2)$
	$\cos 2Ev-2cv\ e^2\left(\frac{45}{2}m+\frac{771}{8}m^2\right)$
$2\cos 2cv\ e^2(-15)\ \ldots\ldots$	$\cos 2Ev-2cv\ e^2(-15m^2)$;

partant,

$$
\begin{aligned}
R_2=&\cos 2Ev+cv \quad e\left\{\quad 12+\frac{27}{4}=\frac{75}{4}\right\}m^2\\
&\cos 2Ev-cv \quad e\left\{-\frac{45}{4}m-\left(\frac{771}{16}-12=\frac{579}{16}\right)m^2\right\}\\
&\cos 2Ev-2cv\ e^2\left\{\left(\frac{45}{2}-\frac{135}{8}=\frac{45}{8}\right)m+\left(\frac{771}{8}-\frac{993}{32}-15=\frac{1611}{32}\right)m^2\right\};
\end{aligned}
$$

d'où on conclut

$$
\begin{aligned}
(1)\ \ldots\ldots\ R_2.\gamma\sin gv=\ &\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(-\frac{75}{8}m^2\right)\\
&\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(-\frac{45}{8}m-\frac{579}{32}m^2\right)\\
&\sin 2Ev-2cv+gv\ e^2\gamma\left(\quad\frac{45}{16}m+\frac{1611}{64}m^2\right).
\end{aligned}
$$

En prenant (Voyez p. 26)

$$R_2-\frac{3}{2}=\ 2\cos cv \quad e(-3)\ +\ 2\cos 2cv\ e^2\left(\frac{15}{4}\right)\ +\ 2\cos 2Ev\ \left(-3m^2\right),$$

et multipliant ces trois termes par (Voyez p. 38)

$$\delta s=\ \sin gv-2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)\ +\ \sin 2Ev-gv\ \ \gamma\left(\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2\right),$$

il viendra

$$
\begin{aligned}
(2)\ \ldots\ldots\ \left(R_2-\frac{3}{2}\right)\delta s=\ &\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{8}m-\frac{9}{32}m^2\right)\\
&\sin 2Ev+2cv-gv\ e^2\gamma\left(\quad\frac{45}{32}m\quad\right)\\
&\sin 2Ev-2cv+gv\ e^2\gamma\left(\quad\frac{15}{8}m^2\right).
\end{aligned}
$$

114. L'expression de la fonction $R_3 = R''' + \delta R'''$ renferme ces deux parties (Voyez tome I.er p. 266 et 274)

$$R_3 = \frac{3}{2} q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \cdot \cos\left(2v - 2v'\right) - q \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \cos\left(2v - 2v'\right) \left\{ 6 \cdot \frac{\delta u}{u_1} - 15 \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 \right\}:$$

En développant la seconde on y trouve ces quatre termes, savoir;

$$\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2cv & e^2 \left\{ \frac{15}{16} \gamma^2 + \left(\frac{3375}{256} - \frac{3}{2} = \frac{2991}{256}\right) m^2 \right\} \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{21}{8} \right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 \left(\frac{21}{8} \right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(-\frac{15}{4} \right)
\end{array}$$

(Voyez p. 53, 55, 121 et 125):

Donc, en ajoutant ces termes avec ceux qui entrent dans le développement de la *première* partie (Voyez vol. I.er p. 336 et 337), on aura

$$R_3 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + cv & e \left(-3 + 3m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4} \gamma^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 \right) \\
\cos 2Ev - cv & e \left(-3 - 3m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4} \gamma^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 \right) \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2 \left(\frac{15}{4} - \frac{57}{8} m \right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} + \frac{57}{8} m + \left(3 + \frac{2991}{256} = \frac{3759}{256}\right) m^2 \\ - \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{16} = \frac{15}{16}\right) \gamma^2 + \frac{15}{8} e^2 - \frac{75}{8} \varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{21}{8} - \frac{15}{8} = \frac{3}{4} \right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 \left(\frac{21}{8} - \frac{15}{8} = \frac{3}{4} \right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(\frac{45}{16} - \frac{15}{4} = -\frac{15}{16} \right).
\end{array}$$

Cela posé, si l'on fait le produit de cette valeur de R_3 par $\gamma \sin gv$, on aura ;

$$(3) \; \ldots\ldots \; R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev + cv - gv & e\gamma & \left\{ \frac{3}{2} - \frac{3}{2} m + \frac{9}{8} e^2 - \frac{15}{4} \varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = 0 \right) \gamma^2 \right\} \\
\sin 2Ev - cv + gv & e\gamma & \left\{ - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} m - \frac{9}{8} e^2 + \frac{15}{4} \varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = 0 \right) \gamma^2 \right\} \\
\sin 2Ev + 2cv - gv & e^2\gamma & \left\{ - \frac{15}{8} + \frac{57}{16} m \right\} \\
\sin 2Ev - 2cv + gv & e^2\gamma & \left\{ \frac{15}{8} + \frac{57}{16} m + \frac{3759}{512} m^2 + \frac{15}{16} e^2 - \frac{75}{16} \varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{32} - \frac{15}{32} = 0 \right) \gamma^2 \right\}.
\end{array}$$

Pour former l'expression de R_1 dont on a besoin ici, il suffit de choisir les termes convenables qui font partie du développement de la fonction $\frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3}{u_{\prime}^4} \sin(2v - 2v')$ (Voyez tome I.er p. 336 et 337) ; ou des valeurs partielles de R_1 posées dans les pages 60, 121, et 125 de ce volume : on aura d'après cela ;

$$R_1 =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin 2Ev + cv & e \left(-3 + 3m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4} \gamma^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 \right) \\
\sin 2Ev - cv & e \left(-3 - 3m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4} \gamma^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 \right) \\
\sin 2Ev + 2cv & e^2 \left(\frac{15}{4} - \frac{57}{8} m \right) \\
\sin 2Ev - 2cv & e^2 \left(\frac{15}{4} + \frac{57}{8} m - \frac{2991}{256} m^2 + \frac{15}{8} e^2 - \frac{75}{8} \varepsilon'^2 - \frac{15}{16} \gamma^2 \right) \\
\sin 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{3}{4} \right) \\
\sin 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 \left(\frac{3}{4} \right) \\
\sin 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(- \frac{15}{16} \right).
\end{array}$$

Maintenant, le produit de cette fonction par

$$-\frac{ds_1}{dv} = 2\cos gv \quad \gamma\left(-\frac{g}{2}\right) = 2\cos gv \quad \gamma\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{8}m^2\right)$$

donne,

$$(4) \ldots\ldots\ldots -R_1 \cdot \frac{ds_1}{dv} =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev+cv-gv & e\gamma & \left\{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}m^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)\gamma^2\right\} \\
\sin 2Ev-cv+gv & e\gamma & \left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}m^2+\frac{9}{8}e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)\gamma^2\right\} \\
\sin 2Ev+2cv-gv & e^2\gamma & \left\{-\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m\right\} \\
\sin 2Ev-2cv+gv & e^2\gamma & \left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}-\frac{57}{16}m+\left(\frac{2991}{512}-\frac{45}{32}=\frac{2271}{512}\right)m^2-\frac{15}{16}e^2 \\ \quad +\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{32}=\frac{15}{16}\right)\gamma^2+\frac{75}{16}\varepsilon'^2\end{array}\right\}
\end{array}$$

115. Pour avoir les termes donnés par le produit $R_3 . \delta s$ on prendra

$$R_3 = \left\{\begin{array}{l}
(^*) \quad 2\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right) + 2\cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right) \\
\quad + 2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right) + 2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right) \\
(^{**}) + 2\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right) + 2\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m\right);
\end{array}\right.$$

$$\delta s = \left\{\begin{array}{l}
\sin gv-cv \quad e\gamma\left(3m^2\right) + \sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m\right) \\
\sin gv-2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}+\frac{135}{64}m+\frac{659}{512}m^2+\frac{5}{32}e^2-\frac{45}{64}\gamma^2\right);
\end{array}\right.$$

ce qui donnera les termes suivans;

(*) Consultez la page 52 pour connaître l'origine du terme $2\cos cv \; e\left(-\frac{45}{16}m\right)$.

(**) C'est le produit de $-6\cos 2Ev$ par $\frac{\delta u}{u_1} = \frac{15}{8}me.\cos 2Ev-cv + \frac{45}{16}me^2.\cos 2Ev-2cv$ (Voyez la page 89) qui fournit ces deux termes.

Produits partiels de $R_3 \delta s$

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$..	$\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
	$\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
	$\sin 2Ev+2cv-gv \quad e^2\gamma\left(\frac{15}{32}-\frac{405}{256}m\right)$
	$\sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left\{\begin{matrix}-\frac{15}{32}+\frac{405}{256}m+\frac{1977}{2048}m^2+\frac{15}{128}e^2\\ -\frac{135}{256}\gamma^2-\frac{15}{16}e^2+\frac{75}{64}\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$..	$\sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
	$\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(-\frac{15}{16}e^2\right)$
$2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$..	$\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(\frac{15}{16}e^2\right)$
$2\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)$..	$\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 4Ev-2cv\, e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$..	$\sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{135}{256}m^2\right)$;

de sorte que on a

$$(5)\ldots R_3\delta s = \begin{cases} \sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left\{\left(-\frac{9}{4}-\frac{135}{128}=-\frac{423}{128}\right)m^2-\frac{15}{16}e^2\right\} \\ \sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left\{\left(\frac{9}{4}+\frac{135}{128}=\frac{423}{128}\right)m^2+\frac{15}{16}e^2\right\} \\ \sin 2Ev+2cv-gv \quad e^2\gamma\left(\frac{15}{32}-\frac{405}{256}m\right) \\ \sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left\{\begin{matrix}-\frac{15}{32}+\frac{405}{256}m+\left(\frac{1977}{2048}-\frac{9}{2}-\frac{135}{256}=-\frac{8319}{2048}\right)m^2\\ +\frac{75}{64}\varepsilon'^2-\frac{135}{256}\gamma^2-\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{128}=\frac{105}{128}\right)e^2\end{matrix}\right\}\end{cases}$$

En différentiant l'expression précédente de δs, et faisant

$$g-2c=-1+\frac{9}{4}m^2, \quad 2E-g=1,$$

on obtient

$$-\frac{d.\delta s}{dv} = \cos gv - 2cv \quad e^2\gamma \left\{ -\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m + \left(\frac{659}{512} + \frac{45}{32} = \frac{1379}{512}\right)m^2 + \frac{5}{32}e^2 - \frac{45}{64}\gamma^2 \right\}$$
$$+ \cos 2Ev - gv \quad \gamma\left(-\frac{3}{8}m\right).$$

Cela posé, le produit de cette valeur de $-\frac{d.\delta s}{dv}$ par

$$R_1 = 2\sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right) + 2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$$
$$+ 2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right) + 2\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$+ 2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right) + 2\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$$

(Voyez p. 60 et 216) donne les termes suivans :

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$

Multiplicateur		Produit
$2\sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	....	$\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$	..	$\sin 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256}m\right)$ $\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left\{-\frac{15}{32} + \frac{405}{256}m + \frac{4137}{2048}m^2 + \frac{15}{128}e^2 - \frac{135}{256}\gamma^2 - \frac{15}{16}e^2 + \frac{75}{64}\varepsilon'^2\right\}$
$2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$	..	$\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(\frac{15}{16}e^2\right)$
$2\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$	..	$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left(\frac{15}{16}e^2\right)$
$2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	..	$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left(\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\sin 4Ev - 2cv \; e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$	..	$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{135}{256}m^2\right)$;

partant nous avons,

$$(6) \ldots\ldots -R_1 \frac{d.\delta s}{dv} =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev + cv - gv & e\gamma & \left(\frac{135}{128} m^2 + \frac{15}{16} e^2 \right) \\
\sin 2Ev - cv + gv & e\gamma & \left(\frac{135}{128} m^2 + \frac{15}{16} e^2 \right) \\
\sin 2Ev + 2cv - gv & e^2\gamma & \left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256} m \right) \\
\sin 2Ev - 2cv + gv & e^2\gamma & \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{32} + \frac{405}{256} m + \left(\frac{4137}{2048} - \frac{135}{256} = \frac{3057}{2048} \right) m^2 \\ -\frac{135}{256} \gamma^2 + \frac{75}{64} e'^2 - \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{128} = \frac{105}{128} \right) e^2 \end{array} \right.
\end{array}$$

Maintenant, si l'on prend (Voyez p. 35)

$$-2P.\gamma \sin gv = 2 \sin gv \ \ \gamma \left(-\frac{3}{2} m^2 + \frac{9}{16} m^3 \right),$$

le produit de ce terme par la valeur de $-\int R_1 dv$ (Voyez pag. 61) donnera

$$\begin{array}{lll}
(7) \ldots \gamma \sin gv . 2P \int R_1 dv = \sin 2Ev + cv - gv & e\gamma & \left(-\frac{3}{2} m^2 \right) \\
\sin 2Ev - cv + gv & e\gamma & \left(\frac{9}{2} m^2 \right) \\
\sin 2Ev - 2cv + gv & e^2\gamma & \left\{ \frac{45}{16} m + \left(\frac{477}{64} - \frac{135}{128} = \frac{819}{128} \right) m^2 \right\}.
\end{array}$$

Enfin le produit des deux fonctions

$$\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s = \sin gv - cv \ \ e\gamma \left(3m^2 \right) + \sin gv - 2cv \ \ e^2\gamma \left\{ \frac{15}{16} - \frac{15}{4} = -\frac{45}{16} \right\} m^2,$$

$$-2\int R_1 dv = 2 \cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4} \right) + 2 \cos 2Ev - cv \ \ e\left(-3 \right)$$

donnera

$$(8) \ldots\ldots -2 \left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s \right) \int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev - cv + gv & e\gamma & \left(\frac{9}{4} m^2 \right) \\
\sin 2Ev + cv - gv & e\gamma & \left(-\frac{9}{4} m^2 \right) \\
\sin 2Ev - 2cv + gv & e^2\gamma & \left\{ -\frac{135}{64} - 9 = -\frac{711}{64} \right\} m^2.
\end{array}$$

116. En réunissant les termes compris dans la fonction

$$m^2\left\{(1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)\right\}$$

on obtiendra l'équation suivante ;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m^2-\left(\frac{45}{8}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=\frac{45}{8}\right)m^3\\ -\left(\frac{579}{32}-\frac{9}{8}-\frac{423}{128}-\frac{135}{128}-\frac{9}{2}-\frac{9}{4}=\frac{375}{64}\right)m^4-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\\ +\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}+\frac{15}{16}+\frac{15}{16}=\frac{15}{8}\right)m^2e^2+\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=0\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)m^2-\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{33}{8}\right)m^3\\ -\left(\frac{423}{128}+\frac{9}{32}+\frac{75}{8}-\frac{9}{8}-\frac{135}{128}+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=\frac{465}{32}\right)m^4-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\\ +\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{8}-\frac{15}{16}+\frac{15}{16}=\frac{9}{4}\right)m^2e^2-\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}=\frac{15}{2}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+2cv-gv \quad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{32}-\frac{15}{32}-\frac{15}{8}-\frac{15}{8}=-\frac{15}{4}\right)m^2\\ +\left(\frac{57}{16}+\frac{57}{16}+\frac{45}{32}-\frac{405}{256}+\frac{405}{256}=\frac{273}{32}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}-\frac{15}{32}-\frac{15}{32}=-\frac{15}{16}\right)m^2\\ +\left(\frac{45}{16}+\frac{57}{16}-\frac{57}{16}+\frac{405}{256}+\frac{405}{256}+\frac{45}{16}=\frac{1125}{128}\right)m^3\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{1611}{64}+\frac{15}{8}+\frac{3759}{512}+\frac{2271}{512}-\frac{8319}{2048}\\ +\frac{3057}{2048}+\frac{819}{128}-\frac{711}{64}=\frac{32201}{1024}\end{array}\right\}m^4\\ -\left(\frac{105}{128}+\frac{105}{128}+\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=\frac{105}{64}\right)m^2e^2\\ -\left(\frac{135}{256}+\frac{135}{256}-\frac{15}{16}=\frac{15}{128}\right)m^2\gamma^2\\ +\left(\frac{75}{16}-\frac{75}{16}+\frac{75}{64}+\frac{75}{64}=\frac{75}{32}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

Pour intégrer cette équation il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant, que voici ;

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev - cv + gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m\right)$
$2Ev + cv - gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m + \frac{149}{18}m^2\right)$
$2Ev + 2cv - gv$	$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{3}{2}m\right)$
$2Ev - 2cv + gv$	$-\frac{1}{4m}\left(1 + \frac{7}{4}m + \frac{493}{64}m^2\right)$;

ce qui donnera

$$\partial s =$$

$$\sin 2Ev - cv + gv \quad e\gamma\left\{-\frac{15}{8}m^3 - \left(\frac{125}{64} + 5 = \frac{445}{64}\right)m^4 + \frac{5}{8}m^2e^2 - \frac{1}{4}m^2\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left\{\begin{array}{l} m^2 + \left(\frac{8}{3} - \frac{11}{8} = \frac{31}{24}\right)m^3 + \left(\frac{149}{18} - \frac{11}{3} - \frac{155}{32} = -\frac{67}{288}\right)m^4 \\ -\frac{1}{4}m^2\gamma^2 + \frac{3}{4}m^2e^2 - \frac{5}{2}m^2e'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2cv - gv \quad e^2\gamma\left\{-\frac{15}{32}m^2 + \left(\frac{273}{256} - \frac{45}{64} = \frac{93}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{64}m - \left(\frac{1125}{512} - \frac{105}{256} = \frac{915}{512}\right)m^2 \\ -\left(\frac{32301}{4096} + \frac{7875}{2048} - \frac{7395}{4096} = \frac{2541}{256}\right)m^3 \\ +\frac{105}{256}me^2 + \frac{15}{512}m\gamma^2 - \frac{75}{128}me'^2 \end{array}\right\}$$

Tel est le résultat définitif qu'il fallait établir dans ce paragraphe. L'approximation suivante, à l'égard des argumens qu'on voit dans l'équation différentielle en ∂s obtenue dans le n.° 63 (Voyez p. 118 et 119), exigerait d'avoir les termes de l'ordre subséquent (c'est-à-dire ceux du cinquième ordre) qui entrent dans l'expression analytique de la constante c : et, outre cela, les termes du cinquième ordre qui, dans ∂u, font partie du coefficient de l'argument $2cv$. Ainsi, afin d'exposer la Théorie de la Lune avec un ordre naturel, nous renverrons plus loin la recherche de ces termes, qui, comme les quatre précédens, sont auxiliaires dans le calcul du *second* terme de l'inégalité lunaire en longitude ayant pour argument $2gv - 2cv$.

§ 5.

Calcul des coefficiens de $\cos ov$ *et* $\cos cv$ *qui entrent dans le second membre de l'équation différentielle en* δu, *posée dans la page 277 du premier volume, en tenant compte des quantités du* sixième *ordre.*

117. Le développement de l'équation differentielle du second ordre en δu, qu'il s'agit maintenant d'entreprendre, est beaucoup plus compliqué que le développement analogue que nous venons d'exécuter relativement à l'équation différentielle en δs.

La division du travail est, en pareil cas, l'unique moyen efficace pour diminuer la complication et procéder avec assurance. Mais l'ordre exige, que cette division soit naturellement indiquée, et nous tâcherons de faire en sorte, que l'objet des différens paragraphes soit conforme à l'espèce des différens termes, qui, en dernière analyse, composent le développement total auquel on a pour but de parvenir dans ce Chapitre.

Nous commencerons cette recherche par celle des coefficiens de $\cos ov$ et $\cos cv$, parce que l'ensemble des termes qui les composent devant être égalé à zéro, ils disparaissent de l'équation différentielle en δu, et se séparent ainsi des autres coefficiens, qui affectent les termes périodiques dans l'expression de δu.

Dans le § 4 du Chapitre précédent on a tenu compte des quantités du *cinquième* ordre qui multiplient $\cos ov$ et $\cos cv$. Maintenant, pour passer aux quantités du *sixième* ordre, il faudra suivre la même marche, et avoir soin de donner à chacune des fonctions qu'il faut considérer l'extension qui convient au but spécial que l'on se propose de remplir dans ce paragraphe.

118. D'abord il suffit ici de prendre, comme dans le n.° 30,

$$(1) \;\ldots\; -\frac{Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv = -Q'\left(1+e^2+e^4-\tfrac{1}{2}e^2\gamma^2\right)e.\cos cv.$$

Ensuite on prendra (Voyez p. 277 et 278 du I.er volume)

$$(2) \ldots\ldots q\left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{45}{64}\gamma^4\right)=$$

$$\left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{45}{64}\gamma^4\right)\left(1+e^2+\gamma^2+e^4+\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)$$

$$=\cos ov\ \left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e^4-\frac{3}{64}\gamma^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2\right).$$

Pour développer les termes donnés par la fonction $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T$, on remarquera, avant tout, que la valeur de δs posée dans la page 38 donne ;

$$2s_1\delta s=\cos cv\,.\,e\gamma^2\left(-m^2+\frac{3}{8}m^3\right)+\cos cv\ \ e\gamma^2\left(3m^2+\frac{9}{2}m^3\right);$$

$$(\delta s)^2=\cos ov\ \ \gamma^2\left\{\frac{9}{128}m^2+\frac{9}{256}m^3+\left(\frac{9}{2048}-\frac{819}{4096}\right)m^4+\frac{9}{32}m^2e^2-\frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2\right\}$$

$$+\cos ov\ e^4\gamma^2\left(\frac{25}{128}\right)+\cos ov\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)+\cos ov\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$

$$+\cos ov\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{128}m^2\right)+\cos ov\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{49}{128}m^2\right)$$

$$+\cos cv\ \ e\gamma^2\left(\frac{3}{8}m^3\right)+\cos cv\ \ e\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^3\right);$$

et par conséquent,

$$2s_1\delta s+(\delta s)^2=$$

$$\cos ov\ \ \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{128}m^2+\frac{9}{256}m^3-\left(\frac{9}{2048}+\frac{819}{4096}=\frac{801}{4096}\right)m^4+\frac{9}{32}m^2e^2+\frac{25}{128}e^4\\ +\left(\frac{81}{128}-\frac{45}{128}+\frac{81}{128}+\frac{9}{128}+\frac{49}{128}=\frac{175}{128}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv\ \ e\gamma^2\left\{(3-1=2)m^2+\left(\frac{3}{8}+\frac{9}{2}+\frac{3}{8}-\frac{9}{8}=\frac{33}{8}\right)m^3\right\}.$$

En multipliant ces deux termes par $-\frac{3}{2}+\frac{15}{8}\gamma^2$ il viendra ;

$$\left(-\frac{3}{2}+\frac{15}{8}\gamma^2\right)\left[2s_1\delta s+(\delta s)^2\right]=$$

$$\cos ov\ \ \gamma^2\left\{-\frac{27}{256}m^2-\frac{27}{512}m^3+\frac{2403}{8192}m^4-\frac{27}{64}m^2e^2-\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2+\frac{135}{1024}m^2\gamma^2-\frac{75}{256}e^4\right\}$$

$$\cos cv\,.\,e\gamma^2\left\{-3m^2-\frac{99}{16}m^3\right\}.$$

Maintenant, si l'on réduit l'expression de $2s_1\delta s+(\delta s)^2$, posée dans la page 42, à ces deux termes ;

$$2s_1\delta s+(\delta s)^2=\ \cos 2Ev\left(-\frac{3}{8}m\gamma^2\right)+\cos 2Ev-2gv\ \gamma^2\left(\frac{3}{8}m\right),$$

on aura, en faisant le carré,

$$[2s_1\,\delta s+(\delta s)^2]^2 = \quad \cos ov \quad \gamma^4\left\{\frac{9}{128}+\frac{9}{128}=\frac{9}{64}\right\}m^2\,;$$

et par conséquent

$$\frac{15}{8}[2s_1\,\delta s+(\delta s)^2]^2 = \quad \cos ov \quad \gamma^2\left(\frac{135}{512}m^2\gamma^2\right).$$

Donc, en réunissant cette partie de δT à la précédente, il viendra;

$$\delta T =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos ov & \gamma^2 & \left\{-\frac{27}{256}m^2-\frac{27}{512}m^3+\frac{2403}{8192}m^4-\frac{27}{64}m^2e^2-\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2+\frac{405}{1024}m^2\gamma^2-\frac{75}{256}e^4\right\} \\
\cos cv & e & \left\{-3m^2\gamma^2-\frac{99}{16}m^3\gamma^2\right\}.
\end{array}$$

En multipliant ces deux termes par

$$-q\left(\frac{a}{a_1}\right)=-(1+e^2+\gamma^2)(1+\tfrac{1}{2}m^2)=-(1+e^2+\gamma^2+\tfrac{1}{2}m^2)$$

on obtient

$$(3)\;\ldots\ldots\;-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos ov & \gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{27}{256}m^2+\frac{27}{512}m^3-\left(\frac{2403}{8192}-\frac{27}{512}=\frac{1971}{8192}\right)m^4+\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2+\frac{75}{256}e^4 \\ +\left(\frac{27}{64}+\frac{27}{256}=\frac{135}{256}\right)m^2e^2-\left(\frac{405}{1024}-\frac{27}{256}=\frac{297}{1024}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos cv & e & \left\{\;3m^2\gamma^2+\frac{99}{16}m^3\gamma^2\right\}.
\end{array}$$

119. Cherchons maintenant les termes semblables donnés par le développement de la fonction $R_1+\frac{3}{2}\delta u$. Voici les différentes parties qui concourent à la formation de cette valeur.

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3=\cos ov\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{4}\varepsilon'^2+\frac{5}{16}e^4+\frac{15}{16}\varepsilon'^4 \\ -\frac{3}{128}\gamma^4+\frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{1}{8}e^2\gamma^2+\frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2\end{array}\right\}. \\
\qquad\qquad \cos cv\;\; e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right); \\
\frac{9}{16}qb^4\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^5=\cos ov\;\;\left(\;\frac{9}{16}b^4\right) \\
\qquad \text{(Voyez p. 266 et 348 du I.}^{\text{er}}\text{ volume).}
\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \left\{\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right\}\frac{\delta u}{u_1} = -\frac{9}{2}\varepsilon' \cos c'mv \times -\frac{3}{2}m^2\varepsilon' \cos c'mv \\ \qquad = \cos ov\left(\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \text{(Voyez p. 43 et 88 de ce volume)} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos ov\left(\frac{3}{2}m^4 + \frac{675}{128}m^2 e^2\right) + \cos cv\; e\left(\frac{45}{8}m^3\right) \\ \text{(Voyez p. 274 du I.}^{\text{er}}\text{ volume et p. 92 de celui-ci)} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} (\alpha' u')^3 = 3\varepsilon' \cos c'mv\,; \quad \delta[(\alpha' u')^3] = -3m\varepsilon'.\delta nt.\sin c'mv \\ \frac{q}{2}\,\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3} = -\frac{3}{2}m\varepsilon'.\delta nt.\sin c'mv \\ \qquad = -\frac{3}{2}m\varepsilon'.\sin c'mv \times 3m\varepsilon'.\sin c'mv = \cos ov\left(-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \text{(Voyez p. 274, 327 du I.}^{\text{er}}\text{ volume, et p. 105 de celui-ci).} \end{array}\right.$$

En réunissant ces parties on aura ;

$$(4)\; \ldots\ldots\; R_4 + \frac{3}{2}\delta u =$$

$$\begin{array}{ll} \cos ov & \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}\gamma^2 + \frac{3}{4}\varepsilon'^2 + \frac{5}{16}e^4 + \frac{15}{16}\varepsilon'^4 - \frac{3}{128}\gamma^4 + \frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{1}{8}e^2\gamma^2 \\ + \frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{9}{16}b^4 + \frac{3}{2}m^4 + \frac{675}{128}m^2e^2 + \left(\frac{27}{8} - \frac{9}{4} = \frac{9}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{4}e^2 - \frac{9}{4}\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}m^3\right) \end{array}$$

120. Actuellement, cherchons les termes donnés par les deux fonctions $\delta R'$ et δR^V, en imitant l'opération exposée dans les numéros 36, 37 et 38. Mais, pour avancer plus rapidement vers le but de ce Chapitre, nous développerons les différentes fonctions qui appartiennent à $\delta R'$, en tenant compte aussi des trois argumens $2cv$, $2gv$, $3cv$, et en poussant les coefficiens des deux premiers jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre, et celui de $3cv$ jusqu'à celle du *quatrième*, inclusivement. Par cette prévoyance on sera en état de former par la suite : non seulement la valeur partielle de δR^V qui convient à l'objet spécial de ce paragraphe ; mais, outre cela, on sera en état de former les valeurs partielles de R_1, R_3, et δR^V que nous donnerons

plus loin, lorsqu'il sera question du développement ultérieur des valeurs spéciales de δs et δu obtenues dans les numéros 63 et 79.

Cela posé, à l'aide de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ trouvée dans le n.° 51, et du développement de la fonction $\frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')$ rapporté dans le I.er volume (p. 336 et suivantes) on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $-6q \frac{\delta u}{u_1} \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')$

Multiplicateur Produit

$$
\begin{array}{l}
2 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} 2Ev \times \\
\left(-3 - 6e^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2\right) \ldots
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} 0v & & \left\{\begin{array}{l} -3m^2 - \frac{19}{2}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{45}{16}me^2 - \frac{64}{3}m^4 + \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{471}{64}m^2e^2 + \frac{105}{64}m^2\gamma^2 - 6m^2e^2 + \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \frac{771}{32}m^2 - \frac{39193}{512}m^3 + \frac{9}{2}m\gamma^2 \\ + \frac{225}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{4}me^2 + \frac{225}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
-cv & e & \left(\frac{27}{8}m^2 + \frac{99}{16}m^3 - \frac{9}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{32}me^2\right) \\
2cv & e^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{135}{16}m - \frac{993}{64}m^2 - \frac{62219}{1024}m^3 + \frac{675}{32}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{315}{64}me^2 + \frac{99}{16}m\gamma^2 - \frac{135}{8}me^2 + \frac{675}{32}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
2gv & \gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{16}m + \frac{183}{64}m^2 + \frac{755}{1024}m^3 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{1431}{128}me^2 - \frac{9}{8}me^2 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
-2cv & e^2 & \left(-\frac{45}{16}m^2 - \frac{75}{32}m^3 + \frac{45}{64}me^2 + \frac{9}{64}m\gamma^2\right) \Big\} (*) \\
-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3}{4}m^2 - \frac{13}{8}m^3 + \frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{45}{64}me^2\right) \Big\} \\
3cv & e^3 & \left(-\frac{45}{32}m\right)
\end{array}
\right.
$$

(*) Pour former les coefficiens de ces deux termes on a emprunté de l'approximation suivante de $\frac{\delta u}{u_1}$, qu'on trouvera plus loin, les termes du cinquième ordre qui entrent dans le coefficient des deux argumens $2Ev + 2cv$, $2Ev + 2gv$.

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} {\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\; cv & e\left(-\frac{45}{16}m\varepsilon'^2\right)\\ 2cv & e^2\left(-\frac{135}{32}m\varepsilon'^2\right)\\ 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\right)\\ ov & \left(-\frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} cv & e\left(-\frac{735}{16}m\varepsilon'^2\right)\\ 2cv & e^2\left(-\frac{2205}{32}m\varepsilon'^2\right)\\ 2gv & \gamma^2\left(-\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\right)\\ ov & \left(-\frac{147}{4}m^2\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\left\{\;2cv \quad e^2\left(\frac{45}{8}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(21\right)\ldots\left\{\;2cv \quad e^2\left(\frac{735}{8}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$\begin{array}{c} 2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+cv\times\\ e\left(6-6m+\frac{9}{2}e^2-15\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)\end{array}\left\{\begin{array}{ll} {\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\; cv & e\left(6m^2+19m^3-\frac{45}{8}me^2-\frac{9}{8}m\gamma^2-6m^3\right)\\ 2cv & e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{8}m+\frac{771}{16}m^2+\frac{39193}{256}m^3-9m\gamma^2\\ -\frac{225}{8}m\varepsilon'^2-\frac{45}{4}m^2-\frac{771}{16}m^3+\frac{135}{16}me^2\\ -\frac{225}{8}m\varepsilon'^2-\frac{45}{16}m\gamma^2\end{array}\right\}\\ ov & \left(-\frac{27}{4}m^2e^2\right)\\ 2gv & \gamma^2\left(-\frac{153}{32}me^2\right)\\ 3cv & e^3\left(\frac{135}{8}m\right)\end{array}\right.$$

$$
\begin{array}{l}
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\,\times \\
e\left(6+6m+\frac{9}{2}e^2-15\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; 0v & & \left(\frac{45}{4}me^2+\frac{771}{16}m^2e^2+\frac{45}{4}m^2e^2\right) \\
-\; cv & e & \left(6m^2+19m^3-\frac{45}{8}me^2-\frac{9}{8}m\gamma^2+6m^3\right) \\
-\;2cv & e^2 & \left(-\frac{27}{4}m^2-\frac{99}{8}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2-\frac{27}{4}m^3\right) \\
\;\; cv & e & \left(\frac{135}{8}me^2\right) \\
\;\; 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{117}{32}me^2\right) \\
-\;2gv & \gamma^2 & \left(\frac{45}{32}me^2\right) \\
\;\; 2cv & e^2 & \left(\frac{45}{16}me^2\right) \\
\;\; 3cv & e^3 & \left(-\frac{225}{16}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv\;\; e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m\right)\ldots\left\{ {}^{\sin}_{\cos}\,2cv\;\; e^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{2}m^2-\frac{95}{4}m^3+\frac{45}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{225}{32}me^2+\frac{57}{4}m^3\end{array}\right\}\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv\;\; e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}
-\;2cv\;\; e^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{2}m^2-\frac{95}{4}m^3+\frac{45}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{225}{32}me^2-\frac{57}{4}m^3\end{array}\right\} \\
-\;\; cv\;\; e\left(-\frac{225}{16}me^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2gv\;\; \gamma^2\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{4}m\right)\ldots\left\{\;\; 2gv\;\; \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{2}m^2-\frac{19}{4}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{45}{32}me^2+\frac{3}{4}m^3\end{array}\right\}\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv\;\; \gamma^2\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m\right)\ldots\left\{-\;2gv\;\; \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{2}m^2-\frac{19}{4}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{45}{32}me^2-\frac{3}{4}m^3\end{array}\right\}\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-3cv\qquad e^3\left(\frac{15}{2}\right)\ldots\left\{-\;2cv\;\; e^2\left(\frac{225}{16}me^2\right)\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\left\{-\;2gv\;\; \gamma^2\left(\frac{225}{32}me^2\right)\right.
$$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\left\{\;\; 2gv\;\; \gamma^2\left(\frac{225}{32}me^3\right).\right.
$$

La réunion de ces termes donne

$$(a)\;\ldots\ldots -6q\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,\begin{matrix}sin\\ cos\end{matrix}\left(2v-2v'\right)=$$

$$\begin{matrix}sin\\ cos\end{matrix}\;0v\left\{\begin{array}{l}-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{4}=\frac{225}{16}\right)me^2-\frac{64}{3}m^4+\frac{105}{64}m^2\gamma^2\\ +\left(\frac{471}{64}-6-\frac{27}{4}+\frac{771}{16}+\frac{45}{4}=\frac{3459}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{2}-\frac{3}{4}-\frac{147}{4}=-\frac{45}{2}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$cv\;\;e\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{8}m+\left(6-\frac{771}{32}=-\frac{579}{32}\right)m^2+\left(19-\frac{39193}{512}-6=-\frac{32537}{512}\right)m^3\\ +\left(\frac{135}{8}-\frac{45}{4}-\frac{45}{8}=0\right)me^2+\left(\frac{9}{2}-\frac{9}{8}=\frac{27}{8}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{225}{16}+\frac{225}{16}-\frac{45}{16}-\frac{735}{16}=-\frac{165}{8}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$-\;cv\;\;e\left\{\begin{array}{l}\quad\left(\frac{27}{8}+6=\frac{75}{8}\right)m^2+\left(\frac{99}{16}+19+6=\frac{499}{16}\right)m^3\\ -\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{8}=\frac{45}{32}\right)m\gamma^2-\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{8}+\frac{225}{16}=\frac{675}{32}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$2cv\;\;e^2\left\{\begin{array}{l}\quad\left(\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right)m+\left(\frac{771}{16}-\frac{993}{64}-\frac{45}{4}-\frac{15}{2}=\frac{891}{64}\right)m^2\\ +\left(\frac{57}{4}-\frac{95}{4}-\frac{62219}{1024}+\frac{39193}{256}-\frac{771}{16}=\frac{35481}{1024}\right)m^3\\ +\left(\frac{99}{16}-9-\frac{45}{16}+\frac{45}{32}=-\frac{135}{32}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{225}{32}-\frac{315}{64}-\frac{135}{8}+\frac{135}{16}+\frac{45}{16}=-\frac{225}{64}\right)me^2\\ +\left(\frac{675}{32}+\frac{675}{32}-\frac{135}{32}-\frac{2205}{32}-\frac{225}{8}-\frac{225}{8}+\frac{735}{8}+\frac{45}{8}=\frac{165}{16}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$-\,2cv\;\;e^2\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{45}{16}+\frac{27}{4}+\frac{15}{2}=\frac{273}{16}\right)m^2-\left(\frac{95}{4}+\frac{57}{4}+\frac{99}{8}+\frac{27}{4}+\frac{75}{32}=\frac{1903}{32}\right)m^3\\ +\left(\frac{45}{32}+\frac{9}{64}+\frac{9}{16}=\frac{135}{64}\right)m\gamma^2+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{16}+\frac{225}{32}+\frac{225}{16}=\frac{1575}{64}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$2gv\;\;\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{16}m+\left(\frac{183}{64}-\frac{3}{2}=\frac{87}{64}\right)m^2+\left(\frac{755}{1024}-\frac{19}{4}+\frac{3}{4}=-\frac{3341}{1024}\right)m^3\\ +\left(\frac{9}{64}+\frac{9}{32}=\frac{27}{64}\right)m\gamma^2+\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{147}{32}=-\frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{1431}{128}-\frac{9}{8}-\frac{153}{32}-\frac{117}{32}+\frac{45}{32}+\frac{225}{32}=\frac{1287}{128}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$+$

$$\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix} - 2gv\ \gamma^2 \left\{ \begin{matrix} -\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\right)m^2 - \left(\frac{13}{8}+\frac{19}{4}+\frac{3}{4}=\frac{57}{8}\right)m^3 \\ +\left(\frac{9}{64}+\frac{9}{32}=\frac{27}{64}\right)m\gamma^2 + \left(\frac{45}{64}+\frac{45}{32}+\frac{225}{32}+\frac{45}{32}=\frac{675}{64}\right)me^2 \end{matrix} \right\}$$

$$3cv\ e^3\left(\frac{135}{8}-\frac{45}{32}-\frac{225}{16}=\frac{45}{32}\right)m$$

En prenant (Voyez vol. I.er p. 331)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}(2v-2v')\right] = -2m\delta nt.\left\{ \begin{matrix} \begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix} -2Ev & (1) \\ -(2Ev+cv)e & (2m) \end{matrix} \right.$$

et faisant le produit par la valeur de δnt (Voyez p. 106) on aura les termes suivans

Multiplicateur	Produit
$-2\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix} - 2Ev\ (m)$	$\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\ 0v\ \left(-\frac{11}{8}m^3-\frac{59}{12}m^4+\frac{45}{16}m^2e^2+\frac{3}{16}m^2\gamma^2\right)$
	$cv\ e\left(-\frac{15}{4}m^2-\frac{285}{16}m^3\right)$
	$-\ cv\ e\left(2m^3\right)$
	$2cv\ e^2\left(-\frac{45}{16}m^2-\frac{23}{4}m^3\right)$
	$-\ 2cv\ e^2\left(-\frac{65}{32}m^3\right)$
	$2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^2+\frac{11}{8}m^3\right)$
	$-\ 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{11}{32}m^3\right)$
$-2\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix} - (2Ev+cv)e(2m^2)\ldots$	$2cv\ e^2\left(-\frac{15}{2}m^3\right)$;

lesquels étant réunis donnent,

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}(2v-2v')\right] = \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\ 0v\ \left(-\frac{11}{8}m^3-\frac{59}{12}m^4+\frac{45}{16}m^2e^2+\frac{3}{16}m^2\gamma^2\right)$$

$$cv\ e\left(-\frac{15}{4}m^2-\frac{285}{16}m^3\right)$$

$$-\ cv\ e\left(2m^3\right)$$

+

$$\begin{array}{ll}\sin\\ \cos\end{array}\quad 2cv \quad e^2\left\{-\frac{45}{16}m^2-\left(\frac{23}{4}+\frac{15}{2}=\frac{53}{4}\right)m^3\right\}$$

$$-\,2cv \quad e^2\left(-\frac{65}{32}m^3\right)$$

$$2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^2+\frac{11}{8}m^3\right)$$

$$-\,2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{11}{32}m^3\right).$$

Maintenant si l'on prend (Voyez tome I.er p. 309)

$$\frac{3}{2}\frac{q}{u_1^4}-\frac{3}{2}=2\cos cv \quad e\left(-3\right) + 2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right) + 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right);$$

le produit de ces trois termes par les précédens donnera ceux-ci :

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e(-3)$	$\begin{array}{ll}\sin\\ \cos\end{array}\quad 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{855}{16}m^3\right)$
	$-\,2cv \quad e^2\left(-6\,m^3\right)$
	$cv \quad e\left(\frac{33}{8}m^3\right)$
	$-\,cv \quad e\left(\frac{33}{8}m^3\right)$
	$ov \quad \left(\frac{45}{4}m^2e^2\right)$
$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right)$	$2cv \quad e^2\left(-\frac{165}{32}m^3\right)$
	$-\,2cv \quad e^2\left(-\frac{165}{32}m^3\right)$
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$	$2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{33}{32}m^3\right)$
	$-\,2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{33}{32}m^3\right).$

Il suit de là que

$$(b) \; \ldots\ldots \; \frac{3}{2} q \, \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} (2v - 2v')\right]}{u_1^{\,4}} =$$

$$\begin{array}{lll}
\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \; 0v & & \left\{ -\frac{33}{16} m^3 - \frac{59}{8} m^4 + \frac{9}{32} m^2 \gamma^2 + \left(\frac{135}{32} + \frac{45}{4} = \frac{495}{32} \right) m^2 e^2 \right\} \\
cv & e & \left\{ -\frac{45}{8} m^2 - \left(\frac{855}{32} - \frac{33}{8} = \frac{723}{32} \right) m^3 \right\} \\
-cv & e & \left\{ 3 + \frac{33}{8} = \frac{57}{8} \right\} m^3 \\
2cv & e^2 & \left\{ \left(-\frac{135}{32} + \frac{45}{4} = \frac{225}{32} \right) m^2 + \left(\frac{855}{16} - \frac{165}{32} - \frac{159}{8} = \frac{909}{32} \right) m^3 \right\} \\
-2cv & e^2 & \left\{ -\frac{165}{32} - 6 - \frac{195}{64} = -\frac{909}{64} \right\} m^3 \\
2gv & \gamma^2 & \left\{ -\frac{27}{32} m^2 + \left(\frac{33}{16} - \frac{33}{32} = \frac{33}{32} \right) m^3 \right\} \\
-2gv & \gamma^2 & \left\{ -\frac{33}{32} - \frac{33}{64} = -\frac{99}{64} \right\} m^3
\end{array}$$

On a vu dans le n.° 52 que la fonction $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ contient ce terme,

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(-\frac{105}{64} m e^2 \right) :$$

Donc en le multipliant par $15 \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} 2Ev$, on aura

$$(c) \; .\; .\; 15 q . \frac{(\alpha' u')^3 \sin}{u_1^{\,4} \;\; \cos} (2v - 2v') . \left(\frac{\delta u}{u_1} \right)^2 = \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \, 2gv \quad \gamma^2 \left(-\frac{1575}{128} m e^2 \right).$$

121. Maintenant, si l'on opère ici comme dans le n.° 37 on aura la valeur de $\frac{\delta R^v}{u_1}$, *qui convient à l'objet de ce paragraphe*, en sommant les termes compris dans la fonction $\frac{3}{4}\,(a) + (b) + \frac{3}{5}(c)$ prise avec le signe *cosinus* ; ce qui donnera

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{1}} = \quad . \quad . \quad .$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \left(\frac{57}{8}+\frac{33}{16}=\frac{147}{16}\right)m^3 + \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{675}{64}me^2 - \left(16+\frac{59}{8}=\frac{187}{8}\right)m^4 \\ +\left(\frac{10377}{256}+\frac{495}{32}=\frac{14337}{256}\right)m^2e^2 + \left(\frac{315}{256}+\frac{9}{32}=\frac{387}{256}\right)m^2\gamma^2 - \frac{135}{8}m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{32}m + \left(\frac{225}{32}-\frac{1737}{128}-\frac{45}{8}=-\frac{1557}{128}\right)m^2 - \frac{2025}{128}me^2 \\ +\left(\frac{1497}{64}-\frac{97611}{2048}-\frac{723}{32}+\frac{57}{8}=-\frac{81387}{2048}\right)m^3 \\ -\frac{495}{32}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{81}{32}-\frac{135}{128}=\frac{189}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{135}{64}m\right).$$

En multipliant ces trois termes par

$$u_{1} - 1 = \cos ov \left(e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right) + \cos cv \quad e(1)$$

(Voyez tome I.er p. 307) on aura

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{1}}(u_{1} - 1) =$$

$$\cos ov \quad \left(-\frac{9}{4}m^2e^2 - \frac{9}{16}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{135}{32}me^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{4}m^2 - \frac{147}{16}m^3 + \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{675}{64}me^2\right)$$

$$\cos ov \quad \left(-\frac{135}{64}me^2 - \frac{1557}{256}m^2e^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{135}{128}me^2\right).$$

Maintenant, si l'on ajoute ces termes avec la valeur précédente de $\frac{\delta R^{v}}{u_{1}}$, il viendra (en excluant le terme affecté de l'argument $2cv$)

$$(5) \; \ldots\ldots \; \delta R^{v} =$$

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \frac{147}{16}m^3 - \frac{187}{8}m^4 + \frac{27}{64}m\gamma^2 + \left(\frac{675}{64} - \frac{135}{64} = \frac{135}{16}\right)me^2 - \frac{135}{8}m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{14337}{256} - \frac{9}{4} - \frac{1557}{256} = \frac{3051}{64}\right)m^2e^2 + \left(\frac{387}{256} - \frac{9}{16} = \frac{243}{256}\right)m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{32}m - \left(\frac{1557}{128} + \frac{9}{4} = \frac{1845}{128}\right)m^2 - \left(\frac{81387}{2048} + \frac{147}{16} = \frac{100203}{2048}\right)m^3 \\ -\frac{495}{32}m\varepsilon'^2 + \left(-\frac{2025}{128} - \frac{135}{32} + \frac{675}{64} + \frac{135}{128} = -\frac{135}{16}\right)me^2 \\ + \left(\frac{189}{128} - \frac{135}{128} + \frac{27}{64} = \frac{27}{32}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}.$$

Les produits partiels trouvés dans le n.° 120 donnent ;

$$-6q\frac{\delta u}{u_1} \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \sin\,(2v - 2v') =$$

$$\sin cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \left(\frac{579}{32} + \frac{75}{8} = \frac{879}{32}\right)m^2 - \left(\frac{32537}{512} + \frac{499}{16} = \frac{48505}{512}\right)m^3 \\ + \left(\frac{27}{8} + \frac{45}{32} = \frac{153}{32}\right)m\gamma^2 + \frac{675}{32}me^2 - \frac{165}{8}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2cv \;\; e^2\left(\;\frac{45}{16}m\right) ;$$

$$\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \sin(2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\sin cv \quad e\left\{-\frac{45}{8}m^2 - \left(\frac{723}{32} + \frac{57}{8} = \frac{951}{32}\right)m^3\right\}.$$

En réunissant ces deux parties on aura :

$$\delta R' = R_1 =$$

$$\sin cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \left(\frac{879}{32} + \frac{45}{8} = \frac{1059}{32}\right)m^2 - \left(\frac{48505}{512} + \frac{951}{32} = \frac{63721}{512}\right)m^3 \\ + \frac{675}{32}me^2 + \frac{153}{32}m\gamma^2 - \frac{165}{8}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2cv \;\; e^2\left(\;\frac{45}{16}m\right).$$

En multipliant le premier de ces deux termes par

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{1-\frac{3}{4}m^2} = 1+\frac{3}{4}m^2\text{; et le second par } \frac{1}{2c} = \frac{1}{2}$$

on aura

$$-\int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{ll} \cos cv & e\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \frac{1059}{32}m^2 - \left(\frac{63721}{512}+\frac{135}{32}=\frac{65881}{512}\right)m^3 \\ +\frac{675}{32}me^2 + \frac{153}{32}m\gamma^2 - \frac{165}{8}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2cv & e^2\left(\frac{45}{32}m\right). \end{array}$$

Maintenant, le produit de cette intégrale par

$$2q\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2\right) = 2+2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2$$

donne, en excluant le terme affecté de l'argument $2cv$;

$$(6) \;\ldots\ldots\; -2q\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2\right)\int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{ll} \sin cv & e\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{4}m - \frac{1059}{16}m^2 - \frac{65881}{256}m^3 + \left(\frac{675}{16}-\frac{45}{4}=\frac{495}{16}\right)me^2 \\ +\left(\frac{153}{16}-\frac{45}{16}=\frac{27}{4}\right)m\gamma^2 - \frac{165}{4}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \end{array}$$

122. A l'aide des équations (B) et (B') trouvées dans le numéros 43 et 44 on forme aisément cette fonction;

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \delta u =$$

$$\begin{array}{ll} \cos 2Ev & \left\{3m^2+\frac{3}{2}m^3+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m^4 - \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{39}{64}m^2\gamma^2 - \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 + 6m^2e^2\right\} \\ \cos 2Ev-cv & e\left\{-\frac{15}{2}m^2 - \left(21+\frac{45}{16}=\frac{381}{16}\right)m^3\right\} \\ \cos 2Ev+cv & e\left(-5.m^2+\frac{11}{3}m^3\right) \end{array}$$

$$
\begin{array}{ll}
+\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{15}{4}m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{16}m\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2\right).
\end{array}
$$

En la multipliant par la valeur de $-\int R_1 dv$ posée dans la page 61, on obtiendra les termes suivans affectés de $\cos 0v$ et $\cos cv$.

Produits partiels de la fonction

$$-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2 \\ -\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\end{array}\right\}\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos 0v & \left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4}m^2-\frac{9}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2-\frac{117}{256}m^2\gamma^2 \\ +\frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{9}{2}m^2e^2-\frac{9}{4}m^3-\frac{9}{8}m^4 \\ +\frac{27}{64}m^2\gamma^2-\frac{9}{4}m^4-\frac{9}{2}m^2e^2+\frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\ \cos cv & e\left(\frac{45}{8}m^2+\frac{1143}{64}m^3+\frac{45}{8}m^3\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{15}{4}m^2-\frac{11}{4}m^3+\frac{15}{4}m^3\right)\end{array}\right.$
$2\cos 2Ev - cv \quad e(3+9m)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos cv & e\left(9m^2+\frac{9}{2}m^3-\frac{27}{16}m\gamma^2+27m^3\right) \\ \cos 0v & \left(-\frac{45}{2}m^2e^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{45}{4}me^2\right)\end{array}\right.$
$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1-\frac{1}{3}m\right)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos cv & e\left(3m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2-m^3\right) \\ \cos 0v & \left(-5m^2e^2\right)\end{array}\right.$
$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right)\ldots$	$\left\{\cos 0v \quad \left(-\frac{441}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\right.$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right) \ldots \Big\{ \cos 0v \quad \left(-\frac{9}{16} m^2\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad \frac{e^2}{m}\left(\frac{15}{8}\right) \ldots \begin{cases} \cos cv \quad e\left(-\frac{225}{16} me^2\right) \\ \cos 0v \quad \left(-\frac{225}{32} e^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right) \ldots \Big\{ \cos 0v \quad \left(-\frac{9}{128} \gamma^4\right).$$

En réunissant ces parties il viendra

$$(7) \ldots\ldots - 2\left(\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} + \delta u\right) \int R_{\scriptscriptstyle 1} dv =$$

$$\cos 0v \begin{cases} -\frac{9}{4} m^2 - \left(\frac{9}{8} + \frac{9}{4} = \frac{27}{8}\right) m^3 + \frac{27}{64} m\gamma^2 - \left(\frac{9}{8} + \frac{9}{4} = \frac{27}{8}\right) m^4 \\ + \left(\frac{27}{64} - \frac{117}{256} = -\frac{9}{256}\right) m^2\gamma^2 + \left(\frac{45}{8} + \frac{45}{8} - \frac{441}{16} - \frac{9}{16} = -\frac{135}{8}\right) m^2\varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \frac{45}{2} + 5 = \frac{73}{2}\right) m^2 e^2 - \frac{225}{32} e^4 - \frac{9}{128} \gamma^4 \end{cases}$$

$$\cos cv \; e \begin{cases} \left(\frac{45}{8} + \frac{15}{4} + 9 + 3 = \frac{171}{8}\right) m^2 \\ + \left(\frac{1143}{64} + \frac{45}{8} - \frac{11}{4} + \frac{15}{4} + \frac{9}{2} + 27 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{3615}{64}\right) m^3 \\ - \left(\frac{27}{16} + \frac{9}{16} = \frac{9}{4}\right) m\gamma^2 - \left(\frac{45}{4} + \frac{225}{16} = \frac{405}{16}\right) me^2 \end{cases}$$

123. Le produit de $-\frac{du_{\scriptscriptstyle 1}}{dv} = e\left(1 + e^2 - \frac{3}{4} m^2\right) \sin cv$ par

$$R_{\scriptscriptstyle 1} = \sin cv \quad e\left(-\frac{45}{8} m - \frac{1059}{32} m^2\right) + \sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16} m\right)$$

(Voyez p. 60, 64, et la valeur partielle de $\delta R'$ trouvée dans le n.° 121) donne

$$(8) \ldots\ldots -\frac{du_1}{dv}R_1 = \cos 0v \left(-\frac{45}{16}me^2 - \frac{1059}{64}m^2e^2\right)$$

$$\cos cv \; e\left(\frac{45}{32}me^2\right).$$

En différentiant l'expression de δu posée dans la page 76, et faisant le produit par le coefficient de v qui entre dans chacun des argumens on obtiendra les termes suivans :

$$-\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} 2m^2 + \left(\frac{19}{3} - 2 = \frac{13}{3}\right)m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 + \left(\frac{128}{9} - \frac{19}{3} = \frac{71}{9}\right)m^4 \\ -5m^2\varepsilon'^2 + 4m^2e^2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{19}{32} = -\frac{7}{32}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{8}m + \left(\frac{273}{32} - \frac{15}{4} = \frac{153}{32}\right)m^2 + \left(\frac{13875}{512} - \frac{273}{16} + \frac{45}{32} = \frac{5859}{512}\right)m^3 \\ + \frac{45}{16}me^2 - \frac{75}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{9}{8}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + cv \quad e\left\{-\frac{15}{8}m^2 + \left(\frac{5}{4} - \frac{23}{16} = -\frac{3}{16}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(7m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right).$$

En multipliant cette fonction par les termes convenables qui entrent dans l'expression de R_1 donnée dans la page 60 on aura ces produits partiels.

Produits partiels de la fonction $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$

Multiplicateur | Produit

$$2\sin 2Ev \times \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{l} \cos 0v \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2+\frac{13}{4}m^3-\frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{71}{12}m^4-\frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2 \\ +3m^2e^2-\frac{21}{128}m^2\gamma^2+3m^2e^2-\frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv\ e\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{32}m+\frac{459}{128}m^2+\frac{17577}{2048}m^3+\frac{135}{64}me^2-\frac{225}{64}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{27}{32}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2-\frac{225}{64}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv\ e\left(-\frac{45}{32}m^2-\frac{9}{64}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-cv\ e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l} \cos cv\ e\left(-3m^2-\frac{13}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2-3m^3\right) \\ \cos 0v\ \left(-\frac{45}{16}me^2-\frac{459}{64}m^2e^2-\frac{45}{16}m^2e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+cv\ e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l} \cos cv\ e\left(-3m^2-\frac{13}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+3m^3\right) \\ \cos 0v\ \left(\frac{45}{16}m^2e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l} \cos cv\ e\left(\frac{735}{64}m\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v\ \left(\frac{147}{8}m^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l} \cos cv\ e\left(\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v\ \left(-\frac{3}{8}m^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-2cv\ e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv\ e\left(\frac{225}{64}me^2\right).\right.$$

En réunissant ces parties on aura;

$$(9) \ldots\ldots - R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2 + \frac{13}{4}m^3 + \frac{71}{12}m^4 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{9}{32}m\gamma^2 - \frac{21}{128}m^2\gamma^2 \\ + \left(3 + 3 - \frac{459}{64} - \frac{45}{16} + \frac{45}{16} = -\frac{75}{64}\right)m^2e^2 \\ + \left(-\frac{15}{4} - \frac{15}{4} + \frac{147}{8} + \frac{3}{8} = \frac{45}{4}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{32}m + \left(\frac{459}{128} - \frac{45}{32} - 3 - 3 = -\frac{489}{128}\right)m^2 + \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16} - \frac{27}{32} = \frac{9}{32}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{17577}{2048} - \frac{9}{64} - \frac{13}{2} - 3 - \frac{13}{2} + 3 = -\frac{9335}{2048}\right)m^3 \\ + \left(-\frac{225}{64} - \frac{225}{64} + \frac{735}{64} + \frac{45}{64} = \frac{165}{32}\right)m\varepsilon'^2 + \left(\frac{135}{64} + \frac{45}{16} + \frac{225}{64} = \frac{135}{16}\right)me^2 \end{array} \right\}$$

124. Maintenant, si l'on fait la somme des termes contenus dans les équations désignées dans ce paragraphe par (1), (2), (3) .... (9), de manière que cette somme soit exprimée par,

$$(1) + (2) + (3) + \mu^2 \left\{ (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (9) \right\}.$$

on formera l'équation suivante :

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} \left(1 - \frac{a}{a_1}\right)\left(1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + e^4 - \frac{1}{4}e^2\gamma^2 - \frac{3}{64}\gamma^4\right) + \frac{27}{256}m^2\gamma^2 + \frac{27}{512}m^3\gamma^2 \\ - \frac{1971}{8192}m^4\gamma^2 + \frac{135}{256}m^2e^2\gamma^2 + \frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{297}{1024}m^2\gamma^4 + \frac{75}{256}e^4\gamma^2 \\ \mu^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}\gamma^2 + \frac{3}{4}\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{1}{8}e^2\gamma^2 + \frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{15}{16}\varepsilon'^4 + \frac{9}{16}b^4 \\ + \left(\frac{5}{16} - \frac{225}{32} = -\frac{215}{32}\right)e^4 - \left(\frac{3}{128} + \frac{9}{128} = \frac{3}{32}\right)\gamma^4 \\ + \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = -3\right)m^2 + \left(\frac{13}{4} - \frac{147}{16} - \frac{27}{8} = -\frac{149}{16}\right)m^3 \\ + \left(\frac{27}{64} + \frac{27}{64} - \frac{9}{32} = \frac{9}{16}\right)m\gamma^2 + \left(\frac{135}{16} - \frac{45}{16} - \frac{45}{16} = \frac{45}{16}\right)me^2 \\ + \left(\frac{3}{2} - \frac{187}{8} - \frac{27}{8} + \frac{71}{12} = -\frac{58}{3}\right)m^4 + \left(\frac{243}{256} - \frac{9}{256} - \frac{21}{128} = \frac{3}{4}\right)m^2\gamma^2 \\ + \left(\frac{675}{128} + \frac{3051}{64} - \frac{1059}{64} - \frac{73}{2} - \frac{75}{64} = -\frac{163}{128}\right)m^2e^2 \\ + \left(\frac{9}{8} - \frac{135}{8} - \frac{135}{8} + \frac{45}{4} = -\frac{171}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$+$

$$\cos cv\, e \left\{ \begin{array}{l} -Q'\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)+3m^2\gamma^2+\frac{99}{16}m^3\gamma^2 \\ \mu^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2}-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2+\left(\frac{45}{32}-\frac{45}{4}-\frac{135}{32}=-\frac{225}{16}\right)m \\ +\left(-\frac{1845}{128}-\frac{1059}{16}+\frac{171}{8}-\frac{489}{128}=-\frac{4035}{64}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{100203}{2048}+\frac{45}{8}-\frac{65881}{256}+\frac{3615}{64}-\frac{9335}{2048}=-\frac{254693}{1024}\right)m^3 \\ +\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{4}-\frac{9}{4}+\frac{9}{32}=\frac{45}{8}\right)m\gamma^2 \\ +\left(-\frac{495}{32}-\frac{165}{4}+\frac{165}{32}=-\frac{825}{16}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{135}{16}+\frac{495}{16}-\frac{405}{16}+\frac{45}{32}+\frac{135}{16}=\frac{225}{32}\right)me^2 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

125. Avant d'aller plus loin il est nécessaire de former les premiers termes qui entrent dans l'expression du coefficient μ^2. Pour cela, remarquons, que dans la page 278 du I.er volume on a trouvé

$$\mu^2 = \frac{m^2\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}\right)^2}{1+\frac{M''}{M'}}.$$

D'après les résultats posés dans la page 24 de ce volume il est évident, que nous avons

$$\Pi = \frac{171}{64}m^4 + \frac{675}{128}m^2e^2;$$

$$\zeta = \frac{\frac{3}{2}m^2(\varepsilon'^2 - E'^2)}{1 + m^2 - \frac{197}{64}m^4 + \frac{27}{128}m^2\gamma^2 + \frac{3}{2}m^2E'^2}.$$

Donc en faisant pour plus de simplicité

$$1+\zeta' = \frac{(1+\zeta)^2}{1+\frac{M''}{M'}}$$

on aura

$$\mu^2 = m^2 (1+\zeta')(1+\Pi)^{-2};$$

et en développant,

$$\mu^2 = m^2 (1+\zeta')(1-2\Pi+3\Pi^2 - \text{etc.}).$$

Donc en substituant pour Π la valeur précédente il viendra (en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au sixième);

$$\mu^2 = (1+\zeta')\left(m^2 - \frac{171}{32} m^6 - \frac{675}{64} m^4 e^2\right).$$

126. Actuellement, si l'on substitue cette valeur de μ^2 dans l'équation qui termine le n.° précédent on obtiendra les deux équations suivantes, en égalant séparément à zéro le coefficient de $\cos ov$ et celui de $e \cos cv$.

$$0 = \left\{\begin{array}{l}
\left(1 - \frac{a}{a_1}\right)\left(1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + e^4 - \frac{1}{4}e^2\gamma^2 - \frac{3}{64}\gamma^4\right) \\
+ \frac{1}{2}(1+\zeta') m^2 - 3m^4 - \frac{149}{16} m^5 - \left(\frac{58}{3} + \frac{171}{64} = \frac{4225}{192}\right) m^6 \\
+ \frac{1}{2} m^2 e^2 + \frac{45}{16} m^3 e^2 - \left(\frac{163}{128} + \frac{675}{128} = \frac{419}{64}\right) m^4 e^2 \\
+ \left(\frac{1}{8} + \frac{27}{256} = \frac{59}{256}\right) m^2 \gamma^2 + \left(\frac{27}{512} + \frac{9}{16} = \frac{315}{512}\right) m^3 \gamma^2 \\
+ \left(\frac{3}{4} - \frac{1971}{8192} = \frac{4173}{8192}\right) m^4 \gamma^2 + \frac{3}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{171}{8} m^4 \varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{135}{256} - \frac{1}{8} = \frac{103}{256}\right) m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{3}{4} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{215}{32} m^2 e^4 \\
+ \left(\frac{525}{256} + \frac{3}{16} = \frac{573}{256}\right) m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 - \left(\frac{297}{1024} + \frac{3}{32} = \frac{393}{1024}\right) m^2 \gamma^4 \\
+ \frac{9}{16} m^2 b^4 + \frac{15}{16} m^2 \varepsilon'^4 + \frac{75}{256} e^4 \gamma^2 ;
\end{array}\right.$$

$$0 = \left\{\begin{array}{l}
- Q'\left(1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2} e^2 \gamma^2\right) - \frac{3}{2} m^2 - \frac{225}{16} m^3 - \frac{4035}{64} m^4 \\
- \frac{254693}{1024} m^5 - \frac{3}{4} m^2 e^2 + \frac{225}{32} m^3 e^2 - \frac{9}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{825}{16} m^3 \varepsilon'^2 \\
+ 3 m^2 \gamma^2 + \left(\frac{99}{16} + \frac{45}{8} = \frac{189}{16}\right) m^3 \gamma^2
\end{array}\right.$$

La première de ces deux équations étant de la forme

$$\left(\frac{a}{a_1}-1\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2-\frac{3}{64}\gamma^4\right)=M,$$

on en tire, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au sixième

$$\frac{a}{a_1}=1+M\left(1-e^2-\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{3}{4}e^2\gamma^2+\frac{7}{64}\gamma^4\right);$$

et en subsistuant pour M sa valeur il viendra

$$\begin{aligned}\frac{a}{a_1}=1&+\frac{1}{2}m^2(1+\zeta')-3m^4+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0\right)m^2e^2+\frac{45}{16}m^3e^2\\
&+\left(\frac{59}{256}-\frac{1}{8}=\frac{27}{256}\right)m^2\gamma^2+\frac{315}{512}m^3\gamma^2-\frac{149}{16}m^5-\frac{4225}{192}m^6\\
&+\left(3-\frac{419}{64}=-\frac{227}{64}\right)m^4e^2+\left(\frac{4173}{8192}+\frac{3}{4}=\frac{10317}{8192}\right)m^4\gamma^2\\
&+\left(\frac{103}{256}-\frac{59}{256}-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{27}{64}\right)m^2e^2\gamma^2+\frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2-\frac{171}{8}m^4\varepsilon'^2\\
&+\left(-\frac{393}{1024}-\frac{59}{1024}+\frac{7}{128}=-\frac{99}{256}\right)m^2\gamma^4\\
&+\left(-\frac{215}{32}-\frac{1}{2}=-\frac{231}{32}\right)m^2e^4+\frac{9}{16}m^2b^4\\
&+\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^4+\frac{75}{256}e^4\gamma^2+\left(\frac{573}{256}-\frac{3}{16}=\frac{525}{256}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2;\end{aligned}$$

ou bien, en ordonnant les termes différemment;

$$\begin{aligned}\frac{a}{a_1}=1&+\frac{1}{2}(1+\zeta')m^2-3m^4-\frac{149}{16}m^5-\frac{4225}{192}m^6\\
&+\varepsilon'^2\left(\frac{3}{4}m^2-\frac{171}{8}m^4\right)+e^2\left(\frac{45}{16}m^3-\frac{227}{64}m^4\right)\\
&+\gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2+\frac{315}{512}m^3+\frac{10317}{8192}m^4\right)\\
&+\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^4+\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{27}{64}m^2e^2\gamma^2-\frac{99}{256}m^2\gamma^4\\
&-\frac{231}{32}m^2e^4+\frac{9}{16}m^2b^4+\frac{75}{256}e^4\gamma^2.\end{aligned}$$

L'expression précédente de ζ' démontre que cette quantité est du *quatrième* ordre. En négligeant la très-petite fraction $\frac{M''}{M'} = \frac{\textit{masse-Terre}}{\textit{masse-Soleil}}$, vis-à-vis de l'unité on pourrait prendre $1 + \zeta' = (1 + \zeta)^2$; ce qui donne $\zeta' = 2\zeta$, en supprimant les quantités du *huitième* ordre. Il suit de-là, qu'en bornant l'approximation aux quantités du *quatrième* ordre on a;

$$\zeta' = 3m^2(\varepsilon'^2 - E'^2).$$

En substituant cette valeur dans celle de $\frac{a}{a_1}$ nous aurons;

$$\begin{aligned}\frac{a}{a_1} = 1 &+ \frac{1}{2}m^2 - 3m^4 - \frac{149}{16}m^5 - \frac{4225}{192}m^6 \\ &+ E'^2\left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{171}{8}m^4\right) + \left\{\frac{3}{4}m^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{171}{8} = -\frac{159}{8}\right)m^4\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2) \\ &+ e^2\left(\frac{45}{16}m^3 - \frac{227}{64}m^4\right) + \gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2 + \frac{315}{512}m^3 + \frac{10317}{8192}m^4\right) + \frac{15}{16}m^2\varepsilon'^4 \\ &+ \frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{27}{64}m^2e^2\gamma^2 - \frac{99}{256}m^2\gamma^4 - \frac{231}{32}m^2e^4 + \frac{9}{16}m^2b^4 + \frac{75}{256}e^4\gamma^2.\end{aligned}$$

Cette forme convient à la valeur définitive de $\frac{a}{a_1}$; mais dans les recherches ultérieures nous aurons soin d'employer de préférence l'expression précédente de $\frac{a}{a_1}$, qui contient d'une manière indéterminée le facteur $1 + \zeta'$.

127. La seconde équation trouvée au commencement du numéro précédent étant de la forme

$$Q'\left(1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2}e^2\gamma^2\right) = N,$$

on en tire, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au cinquième;

$$Q' = N(1 - e^2);$$

et en substituant pour N sa valeur;

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4035}{64}m^4 - \frac{254693}{1024}m^5$$

$$+ \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2 - \frac{825}{16}m^3\right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}\right)m^2 e^2$$

$$+ \left(\frac{225}{16} + \frac{225}{32} = \frac{675}{32}\right)m^3 e^2 + \gamma^2\left(3m^2 + \frac{189}{16}m^3\right).$$

En faisant le carré de cette expression, et négligeant de même les quantités du *sixième* ordre, on obtient

$$Q'^2 = \frac{9}{4}m^4 + \frac{675}{16}m^5.$$

Cela posé, si l'on reprend l'équation

$$cv - \int \varpi\, dv = v + \int\left(\frac{1}{2}Q' - \frac{1}{8}Q'^2\right) dv$$

déjà employée dans le §. 4 (Voyez p. 73) du Chapitre précédent on en conclura ;

$$c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3 - \left(\frac{4035}{128} + \frac{9}{32} = \frac{4071}{128}\right)m^4$$

$$- \left(\frac{254693}{2048} + \frac{675}{128} = \frac{265493}{2048}\right)m^5 - E'^2\left(\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3\right)$$

$$+ e^2\left(\frac{3}{8}m^2 + \frac{675}{64}m^3\right) + \gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{189}{32}m^3\right);$$

$$\int \varpi\, dv = \left(\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3\right)\int(\varepsilon'^2 - E'^2)\, dv.$$

Telles sont les formules qui déterminent le mouvement du périgée Lunaire, en fonction des élémens des deux orbites, lorsqu'on se permet de négliger les quantités du *sixième* ordre. Mais il ne faut pas perdre de vue que ce dégré d'approximation est loin de rivaliser en exactitude avec le résultat fourni par l'observation. Pour atteindre cette limite, il faudra pousser l'approximation au de-là du terme auquel nous l'avons arrêtée dans ce paragraphe. C'est ce qui sera exécuté dans la suite, à mesure que nous aurons les expressions de δs, δu et δnt ultérieurement développées. En attendant on a senti ici, comme dans le n.° 99, la nécessité d'avoir certains coefficiens des inégalités Lunaires exprimés explicitement sous la forme $A+B\varepsilon'^2$, afin de pouvoir en conclure les inégalités séculaires qui affectent le noeud, le périgée, et la longitude moyenne.

Laplace, dans sa Théorie de la Lune, n'avait pas eû égard à cette dernière circonstance. Il s'était borné à considérer seulement la partie des coefficiens de $\gamma \sin gv$, $e \cos cv$, qui s'y trouve explicitement multipliée par ε'^2. Mais nous avons publié un Écrit, (Voyez tome IV de la Cor.^e du *Baron de Zach*) où cette imperfection était signalée, et la justesse du principe suivi dans cet ouvrage pour séparer complètement les termes multipliés par ε'^2 a été reconnue.

§ 6.

Addition des termes de l'ordre subséquent à l'expression spéciale de δs trouvée dans le n.° 63.

128. Je reprends maintenant la considération de l'équation différentielle en δs, pour ajouter les termes de l'ordre subséquent à chacun des coefficiens qui affectent les cinq argumens, $gv-cv$, $gv-2cv$, $gv-3cv$, $3gv-cv$, $3gv-2cv$. Cette extension est nécessaire (comme celle qui constitue l'objet du § 4.) au calcul du second terme du coefficient de l'inégalité en longitude, ayant pour argument $2gv-2cv$.

Nous en avons renvoyé l'exposition ici, parcequ'il fallait établir auparavant l'expression analytique de la quantité c, qui détermine le mouvement du périgée, jusqu'aux quantités du cinquième ordre, inclusivement. A la vérité, on verra bientôt qu'il faudrait aussi connoître les termes du cinquième ordre qui font partie du coefficient de l'argument $2cv$ dans le développement de la fonction $\frac{\delta u}{u_1}$. Mais, rien n'empêche d'emprunter ces termes (d'ailleurs faciles à se procurer) du paragraphe suivant où ils seront donnés.

Transportons nous donc au commencement du n.° 60, et proposons nous de refaire le calcul compris dans les quatre numéros 60, 61, 62, 63, en ayant soin d'ajouter à chacune des fonctions qu'il faut considérer les termes convenables de l'ordre immédiatement ultérieur.

129. Le produit des deux fonctions $-6q.\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}$ et $\frac{\delta u}{u_1}$ donne les termes suivans (Voyez p. 351, 352 du I.er volume, et p. 88, 89 de celui-ci).

Produits partiels de $-6q.\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$(-6)\ldots$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{21}{4}-\frac{405}{32}m\right)$
		$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(3-\frac{405}{32}m\right)$
		(*) $\cos 2cv$	$e^2\left(-3m^2-\frac{45}{2}m^3+\frac{15}{8}\gamma^2-\frac{405}{64}m\gamma^2\right)$
$2\cos cv$	$e(12)\ldots$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{21}{2}+\frac{405}{16}m\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'(-9)\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{81}{16}m\varepsilon'^2\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{81}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'(18)\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{81}{4}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'(18)\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{81}{4}m\varepsilon'^2\right)$;

lesquels étant réunis donnent ;

$$-6q.\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=\cos 2cv\quad e^2\left\{\begin{array}{l}-3m^2+\frac{15}{8}\gamma^2-\frac{45}{2}m^3-\frac{405}{64}m\gamma^2\\+\left(\frac{81}{16}-\frac{81}{16}+\frac{81}{4}-\frac{81}{4}=0\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{21}{4}-\frac{405}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left\{\left(3-\frac{21}{2}=-\frac{15}{2}\right)+\left(\frac{405}{16}-\frac{405}{32}=\frac{405}{32}\right)m\right\}.$$

En faisant le carré de

(*) On trouvera dans le § suivant les termes du cinquième ordre employés dans la formation de ce coefficient.

$$\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2Ev \quad \left(m^2\right) + \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)$$
$$+ \cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2\right) + \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m\right),$$

on y trouve les deux termes

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^3\right) + \cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{16} - \frac{135}{64} = \frac{45}{64}\right\}m^3,$$

lesquels étant multipliés par

$$15 \cdot q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} = 15 + 2\cos cv \quad e\left(-30\right),$$

donnent

$$15q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos cv \quad e\left(\frac{225}{8}m^3\right)$$
$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{675}{64} - \frac{225}{4} = -\frac{2925}{64}\right)m^3.$$

Il suit de là, et de la valeur de $\frac{3}{2}q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}$, posée dans la page 112, que nous avons;

$$R_2 = \frac{3}{2}q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} - q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\left\{6 \cdot \frac{\delta u}{u_1} - 15 \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2\right\}$$

$$= \cos cv \quad e\left(-6 - \frac{9}{2}e^2 + \frac{3}{2}\gamma^2 - 9\,\varepsilon'^2 + \frac{225}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{2} + \frac{15}{4}e^2 + \frac{45}{4}\varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{4} = -\frac{15}{8}\right)\gamma^2 - 3m^2 \\ -\left(\frac{45}{2} + \frac{2925}{64} = \frac{4365}{64}\right)m^3 - \frac{405}{64}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 3cv \quad e^3\left(-\frac{15}{2}\right)$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\left(\frac{21}{4} - \frac{15}{4} = \frac{3}{2}\right) - \frac{405}{32}m\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{45}{8} - \frac{15}{2} = -\frac{15}{8}\right) + \frac{405}{32}m\right\}.$$

Donc, en multipliant cette valeur de R_2 par $\gamma \sin gv$, on aura;

$$(1) \ldots\ldots\; R_2 . \gamma \sin gv =$$

$$\sin gv - cv \quad e\gamma \left\{ -3 - \frac{9}{4}e^2 - \frac{9}{2}\varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0\right)\gamma^2 + \frac{225}{16}m^3 + \frac{405}{64}m\gamma^2 \right\}$$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} + \frac{15}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{16} = 0\right)\gamma^2 - \frac{3}{2}m^2 \\ -\frac{4365}{128}m^3 - \left(\frac{405}{128} + \frac{405}{64} = \frac{1215}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(-\frac{15}{4}\right)$$

$$\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3\left(\frac{3}{4} - \frac{405}{64}m\right)$$

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{16} + \frac{405}{64}m\right).$$

130. A l'aide des différens termes de la fonction R_2 qu'on peut prendre dans les pages 113, 186, 213; et de ceux de δs donnés dans les pages 204, 205, et 206, on obtiendra aisément les termes suivans :

Produits partiels de $\left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s$.

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v$	$\left(3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{8}e^2 - \frac{45}{32}\varepsilon'^2 + \frac{405}{64}me^2 + \frac{1215}{256}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv$	$e(-3\quad)\ldots$	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-9m^2 - \frac{27}{2}m^3\right)$
		$\sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{15}{8}e^2 - \frac{405}{64}me^2\right)$
		$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(\frac{15}{8} - \frac{405}{64}m\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256}m\right)$
$2\cos 2Ev$	$(-3m^2)\ldots$	$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{64}m^3\right)$

$$\begin{array}{l} 2\cos 2Ev - cv \times \\ e\left(-\frac{45}{8}m - \frac{579}{32}m^2\right)\ldots\ldots \end{array} \left\{\begin{array}{ll} \sin gv - cv & e\gamma\left(\frac{135}{64}m^2 + \frac{135}{256}m^3 + \frac{1737}{256}m^3\right) \\ \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(\frac{45}{8}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l} 2\cos 2Ev - 2cv \times \\ e^2\left(\frac{45}{16}m + \frac{1611}{64}m^2\right)\ldots\ldots \end{array} \Big\{ \sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m^2 - \frac{4833}{512}m^3 - \frac{135}{512}m^3\right).$$

La réunion de ces termes donne

$$(2) \ldots\ldots \left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin gv - cv & e\gamma & \left\{\frac{15}{8}e^2 + \frac{135}{64}m^2 + \left(\frac{135}{256} + \frac{1737}{256} = \frac{117}{16}\right)m^3 - \frac{405}{64}me^2\right\} \\
\sin gv - 2cv & e^2\gamma & \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}e^2 - \frac{45}{32}\varepsilon'^2 - \left(9 + \frac{135}{128} = \frac{1287}{128}\right)m^2 + \frac{405}{64}me^2 + \frac{1215}{256}m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{27}{2} + \frac{45}{64} - \frac{45}{8} + \frac{4833}{512} + \frac{135}{512} = \frac{585}{32}\right)m^3 \end{array}\right\} \\
\sin gv - 3cv & e^3\gamma & \left(\frac{15}{8} - \frac{405}{64}m\right) \\
\sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3 & \left(-\frac{15}{32} + \frac{405}{256}m\right).
\end{array}$$

131. La valeur de R_1 posée dans la page 60 renferme les termes

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right) \quad + \quad \sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2(0.m).$$

En réunissant ces termes avec ceux affectés des argumens cv, $2cv$, $3cv$, qu'on peut déduire des équations (a) et (b) du § précédent (Voyez pag. 229, 230, et 232), on aura;

$$R_1 =$$

$$\sin cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \left(\frac{579}{32} + \frac{75}{8} + \frac{45}{8} = \frac{1059}{32}\right)m^2 \\ -\left(\frac{32537}{512} + \frac{499}{16} + \frac{57}{8} + \frac{723}{32} = \frac{63721}{512}\right)m^3 + \frac{675}{32}me^2 \\ -\frac{165}{8}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{27}{8} + \frac{45}{32} = \frac{153}{32}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$+$

$$\sin 2cv \qquad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{16} m + \left(\frac{891}{64} + \frac{273}{16} + \frac{225}{32} = \frac{2433}{64} \right) m^2 - \left(\frac{135}{32} + \frac{135}{64} = \frac{405}{64} \right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{35481}{1024} + \frac{1903}{32} + \frac{909}{32} + \frac{909}{64} = \frac{140009}{1024} \right) m^3 \\ - \left(\frac{225}{64} + \frac{1575}{64} = \frac{225}{8} \right) m e^2 + \frac{165}{64} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3cv \qquad e^3 \left(\frac{45}{32} m \right)$$

$$\sin 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{225}{32} m \right)$$

$$\sin 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left(0 . m \right).$$

Cela posé, si l'on fait le produit de cette valeur de R_1 par

$$-\frac{ds_1}{dv} = 2 \cos gv . \gamma \left(-\frac{g}{2} \right) = 2 \cos gv \ \gamma \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{8} m^2 \right),$$

on aura ;

$$(3) \ \ldots\ldots\ldots \ -R_1 . \frac{ds_1}{dv} =$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16} m - \frac{1059}{64} m^2 - \left(\frac{63721}{1024} + \frac{135}{64} = \frac{65881}{1024} \right) m^3 \\ + \frac{675}{64} m e^2 - \frac{165}{16} m \varepsilon'^2 + \left(\frac{153}{64} - \frac{225}{64} = -\frac{9}{8} \right) m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{32} m + \frac{2433}{128} m^2 + \left(\frac{140009}{2048} + \frac{135}{128} = \frac{142169}{2048} \right) m^3 \\ - \frac{225}{16} m e^2 + \frac{165}{32} m \varepsilon'^2 - \frac{405}{128} m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 3cv \qquad e^3\gamma \left(\frac{45}{64} m \right)$$

$$\sin 3gv - cv \qquad e\gamma^3 \left(-\frac{225}{64} m \right).$$

Les mêmes équations (a) et (b) que l'on vient de citer, et les développemens posés dans les pages 52, 53, 54 et 55, donnent ;

$$R_3 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m + \left(\frac{75}{8} - \frac{579}{32} - \frac{45}{8} = -\frac{459}{32}\right)m^2 - \frac{165}{8}m\varepsilon^{1/2} \\ + \left(\frac{499}{16} - \frac{32537}{512} - \frac{723}{32} + \frac{57}{8} = -\frac{24489}{512}\right)m^3 \\ -\frac{675}{32}me^2 + \left(\frac{27}{8} - \frac{45}{32} = \frac{63}{32}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2cv & e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{16}m + \left(\frac{891}{64} - \frac{273}{16} + \frac{225}{32} = \frac{249}{64}\right)m^2 + \frac{165}{16}m\varepsilon^{1/2} \\ + \left(\frac{35481}{1024} - \frac{1903}{32} + \frac{909}{32} - \frac{909}{64} = -\frac{10871}{1024}\right)m^3 \\ + \left(\frac{1575}{64} - \frac{225}{64} = \frac{675}{32}\right)me^2 - \left(\frac{135}{32} - \frac{135}{64} = \frac{135}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 3cv & e^3\left(\frac{45}{32}m\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{8} - \frac{45}{16} + \frac{153}{64} - \frac{45}{64} = 0\right)m \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{225}{32} - \frac{45}{32} - \frac{135}{32} - \frac{153}{32} + \frac{45}{32} + \frac{135}{128} - \frac{27}{32} - \frac{1575}{128} = -\frac{225}{16}\right)m.
\end{array}$$

En faisant le produit de cette valeur de R_3 par $\gamma \sin gv$, il viendra

$$(4) \; \ldots\ldots \; R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin gv - cv & e\gamma\left(-\frac{45}{16}m - \frac{459}{64}m^2 - \frac{24489}{1024}m^3 - \frac{165}{16}m\varepsilon^{1/2} - \frac{675}{64}me^2 + \frac{63}{64}m\gamma^2\right) \\
\sin gv - 2cv & e^2\gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{32}m + \frac{249}{128}m^2 - \frac{10871}{2048}m^3 + \frac{675}{64}me^2 \\ + \left(\frac{225}{32} - \frac{135}{128} = \frac{765}{128}\right)m\gamma^2 + \frac{165}{32}m\varepsilon^{1/2} \end{array}\right\} \\
\sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(\frac{45}{64}m\right) \\
\sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{225}{32}m\right).
\end{array}$$

132. Avant d'aller plus loin il est nécessaire de nous procurer le terme du *sixième* ordre de δs ayant pour argument $2Ev+2cv-3gv$. Pour cela on prendra (Voyez p. 125).

$$R_1 = \sin 2Ev+2cv-2gv\ e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right);\quad R_3 = \cos 2Ev+2cv-2gv\ e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right)$$

ce qui donne ;

$$R_3.\gamma \sin gv = \sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32}\right),$$
$$-R_1\frac{ds_1}{dv} = \sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32}\right).$$

Maintenant si l'on prend ;

$$R_3 = 2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}\right) + 2\cos 2Ev-2gv\ \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right);$$
$$-R_1 = 2\sin 2Ev\left(-\frac{3}{4}\right) + 2\sin 2Ev-2gv\ \gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right);$$
$$\delta s = \sin gv-2cv\ e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right) + \sin 3gv-2cv\ e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}\right);$$
$$\frac{d.\delta s}{dv} = \cos gv-2cv\ e^2\gamma\left(\frac{5}{8}\right) + \cos 3gv-2cv\ e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}\right);$$

on aura ;

$$R_3\,\delta s = \sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(\frac{15}{64}+\frac{45}{256}=\frac{105}{256}\right);$$
$$-R_1\frac{d.\delta s}{dv} = \sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}+\frac{45}{256}=-\frac{15}{256}\right);$$

Donc en réunissant ces quatre termes on formera l'équation

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{32}+\frac{105}{256}-\frac{15}{256}=\frac{165}{128}\right)m^2$$

d'où on tire en intégrant, et prenant

$$\frac{1}{(2E+2c-3g)^2-1-\frac{3}{2}m^2} = -\frac{1}{4m};$$

$$\delta s = \sin 2Ev+2cv-3gv\ e^2\gamma^3\left(-\frac{165}{512}m\right).$$

133. Pour obtenir les termes donnés par la fonction $R_3 \delta s$ on fera usage de ce terme et de la valeur de δs posée dans les N.os 108, 116: nous prendrons pour multiplicateur les différens termes de R_3, en observant; 1.° qu'on a pris dans la page 171 les multiplicateurs affectés des argumens ov, $2gv$, $2Ev$; 2.° que pour former le coefficient des multiplicateurs ayant pour argument $2Ev - 2cv$, $2Ev - 2gv + cv$, $2Ev + 2gv - cv$, on a ajouté les termes,

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{ \frac{15}{16}\gamma^2 + \left(\frac{3375}{256} - \frac{3}{2} = \frac{2991}{256}\right)m^2 \right\}$$

$$+\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right) + \cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right)$$

$$+\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{4}\right) + \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{4}\right),$$

qui entrent dans le développement de la fonction $\delta R'''$ (Voyez N.os 36, 64 et 68) à ceux de la fonction $\frac{3}{2} q \frac{(\alpha' u')^3}{u_{,}^4} \cos(2v - 2v')$, dont le développement a été donné dans le I.er volume (pages 336, 337 et 338).

Produits partiels de la fonction $R_3 \delta s$.

Multiplicateur		Produit
$\cos ov \times \left(-3m^2 - \frac{185}{16}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\right)$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left\{\frac{15}{8}m^2 + \frac{925}{128}m^3 - \frac{45}{128}m\gamma^2 - \frac{1125}{128}me^2 - \frac{405}{64}m^3\right\}$
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)\ldots$	$\sin 3gv - 2cv$	$e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}m\right)$
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
	$\sin gv - 3cv$	$e^3\gamma\left(\frac{225}{128}m\right)$
	$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(\frac{225}{128}me^2\right)$

$$
\begin{array}{c}
2\cos 2Ev\times\\
\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\dots
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\sin gv-cv & e\gamma & \left(-\frac{3}{4}m^2-\frac{31}{32}m^3\right)\\
\sin gv-cv & e\gamma & \left(-\frac{45}{32}m^3\right)\\
\sin gv-2cv & e^2\gamma & \left(\frac{45}{128}m^2-\frac{279}{1024}m^3\right)\\
\sin gv-2cv & e^2\gamma & \left\{\begin{array}{l}\frac{45}{256}m-\frac{2745}{2048}m^2-\frac{15246}{2048}m^3\\ +\frac{315}{1024}me^2+\frac{45}{2048}m\gamma^2-\frac{225}{512}m\varepsilon'^2\\ +\frac{45}{128}me^2-\frac{225}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\sin 3gv-2cv & e^2\gamma^3 & \left(\frac{495}{2048}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{array}{c}
2\cos 2Ev-cv\times\\
e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2+\frac{3}{8}\gamma^2\right)
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\sin gv-cv & e\gamma & \left\{\begin{array}{l}\frac{9}{16}m+\frac{9}{64}m^2-\frac{819}{1024}m^3+\frac{9}{16}m^2\\ +\frac{9}{64}m^3+\frac{27}{64}me^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{9}{64}m\gamma^2\\ +\frac{9}{8}me^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\sin gv-2cv & e^2\gamma & \left(\frac{3}{2}m^2+\frac{31}{16}m^3+\frac{3}{2}m^3\right)\\
\sin gv-cv & e\gamma & \left(-\frac{45}{128}me^2\right)\\
\sin 3gv-cv & e\gamma^3 & \left(-\frac{9}{32}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{array}{c}
2\cos 2Ev+cv\times\\
e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)\dots
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\sin gv-2cv & e^2\gamma & \left(\frac{45}{16}m^3\right)\\
\sin gv-3cv & e^3\gamma & \left(-\frac{45}{128}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{array}{c}
2\cos 2Ev-2cv\times\\
e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m+\frac{15}{16}e^2\\ +\left(\frac{3}{2}+\frac{2991}{512}=\frac{3759}{512}\right)m^2\\ -\frac{75}{16}\varepsilon'^2-\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right)\gamma^2\end{array}\right\}
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\sin gv-2cv & e^2\gamma & \left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{64}m-\frac{171}{128}m^2-\frac{11277}{4096}m^3\\ -\frac{45}{128}me^2+\frac{225}{128}m\varepsilon'^2+\frac{45}{256}m\gamma^2\\ -\frac{45}{256}m^2-\frac{171}{512}m^3+\frac{4095}{4096}m^3\\ -\frac{45}{32}me^2+\frac{225}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\sin 3gv-2cv & e^2\gamma^3 & \left(\frac{45}{128}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\begin{cases}\sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(\frac{45}{512}m\right)\\ \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots\{\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$2\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\{\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\{\sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots\{\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{45}{512}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots\{\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(\frac{735}{512}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\{\sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\{\sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\{\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{128}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{16}\right)\ldots\{\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{735}{128}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots\{\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}m\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots\{\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{256}m\gamma^2\right).$$

En réunissant ces termes, on aura ;

$$(5) \ldots\ldots R_3 \delta s =$$

$$\sin gv - cv \quad e\gamma\left\{\begin{aligned}&\frac{9}{16}m + \left(\frac{9}{64} - \frac{3}{4} + \frac{9}{16} = -\frac{3}{64}\right)m^2\\ &+\left(\frac{9}{64} - \frac{31}{32} - \frac{45}{32} - \frac{819}{1024} = -\frac{3107}{1024}\right)m^3\\ &+\left(\frac{225}{128} + \frac{9}{8} + \frac{27}{64} - \frac{45}{128} = \frac{189}{64}\right)me^2 + \left(\frac{9}{64} - \frac{9}{64} = 0\right)m\gamma^2\\ &+\left(\frac{147}{32} + \frac{9}{32} - \frac{45}{32} - \frac{45}{32} = \frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$+$

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{256} - \frac{45}{64} = -\frac{135}{256}\right) m \\ + \left(\frac{15}{8} + \frac{45}{128} - \frac{2745}{2048} + \frac{3}{2} - \frac{171}{128} - \frac{45}{256} = \frac{1791}{2048}\right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{925}{128} - \frac{405}{64} - \frac{135}{16} - \frac{279}{1024} - \frac{7623}{1024} + \frac{31}{16} \\ + \frac{3}{2} + \frac{45}{16} - \frac{11277}{4096} - \frac{171}{512} + \frac{4095}{4096} = -\frac{22719}{2048} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left(\frac{45}{2048} - \frac{45}{128} + \frac{45}{256} - \frac{45}{128} - \frac{45}{256} = -\frac{1395}{2048}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{315}{1024} - \frac{45}{32} - \frac{1125}{128} + \frac{45}{128} - \frac{45}{128} = -\frac{10125}{1024}\right) me^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{128} - \frac{225}{512} - \frac{225}{512} + \frac{45}{512} + \frac{735}{512} \\ - \frac{45}{128} - \frac{735}{128} + \frac{225}{128} = -\frac{495}{256} \end{array} \right\} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3 \left\{ \frac{45}{256} + \frac{495}{2048} + \frac{45}{128} + \frac{45}{512} + \frac{45}{256} = \frac{2115}{2048} \right\} m$$

$$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma \left\{ \frac{225}{128} - \frac{45}{128} + \frac{45}{64} = \frac{135}{64} \right\} m$$

$$\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3 \left\{ -\frac{9}{32} - \frac{9}{64} = -\frac{27}{64} \right\} m.$$

134. En différentiant l'expression de δs posée dans les n.^{os} 108, 116 et 132, on y trouvera les termes suivans :

$$\frac{d.\delta s}{dv} =$$

$$\cos gv - 2cv \quad e^2\gamma \left(\frac{5}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev - gv \quad \gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} m + \left(\frac{3}{32} - \frac{3}{4} = -\frac{21}{32}\right) m^2 - \left(\frac{273}{512} + \frac{3}{16} + \frac{9}{32} = \frac{513}{512}\right) m^3 \\ + \frac{3}{4} me^2 - \frac{15}{16} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma \left(-\frac{15}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma \left(\frac{135}{64} m \right)$$

+

$$\cos 2Ev + cv - gv \qquad e\gamma\left\{\ 2\,.\,m^2 + \left(\frac{31}{12} - 2 = \frac{7}{12}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv + gv \qquad e\gamma\left(-\frac{15}{4}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2cv - gv \qquad e^2\gamma\left\{-\frac{45}{32}m^2 + \left(\frac{279}{256} + \frac{15}{16} = \frac{519}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv + gv \qquad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{64}m - \left(\frac{915}{512} + \frac{15}{32} = \frac{1155}{512}\right)m^2 \\ -\left(\frac{2541}{256} - \frac{915}{256} - \frac{135}{256} = \frac{1491}{256}\right)m^3 \\ +\frac{105}{256}me^2 + \frac{15}{512}m\gamma^2 - \frac{75}{128}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv - 3gv \qquad e^2\gamma^3\left(-\frac{165}{512}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv - gv \qquad e^2\gamma\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3\left(\frac{3}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m\right).$$

Cela posé, si l'on ajoute à la valeur de $R_{,}$, donnée dans la page 60, les trois termes,

$$\sin 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$+ \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right) + \sin 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right),$$

qu'on peut prendre dans les pages 121 et 125, on obtiendra aisément les produits partiels suivans.

Produits partiels de la fonction $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$

Multiplicateur — Produit

$$2\sin 2gv\ \gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)\ldots\left\{\sin 3gv-2cv\quad e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}m\right)\right.$$

$$2\sin cv\quad e\left(\frac{45}{16}m\right)\ldots\begin{cases}\sin gv-cv & e\gamma\left(\frac{225}{128}me^2\right)\\ \sin gv-3cv & e^3\gamma\left(-\frac{225}{128}m\right)\end{cases}$$

$$\begin{array}{c}2\sin 2Ev\times\\ \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\ldots\end{array}\begin{cases}\sin gv-cv & e\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{7}{16}m^3\right)\\ \sin gv-cv & e\gamma\left(-\frac{45}{16}m^3\right)\\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(\frac{135}{128}m^2-\frac{1557}{1024}m^3\right)\\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{256}m-\frac{3465}{2048}m^2-\frac{4473}{1024}m^3\\ +\frac{315}{1024}me^2+\frac{45}{2048}m\gamma^2-\frac{225}{512}m\varepsilon'^2\\ +\frac{45}{128}me^2-\frac{225}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\ \sin 3gv-2cv & e^2\gamma^3\left(\frac{495}{2048}m\right)\end{cases}$$

$$\begin{array}{c}2\sin 2Ev-cv\times\\ e\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}\gamma^2\right)\end{array}\begin{cases}\sin gv-cv & e\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{16}m-\frac{63}{64}m^2-\frac{1539}{1024}m^3+\frac{9}{8}me^2\\ -\frac{45}{32}m\varepsilon'^2+\frac{9}{16}m^2-\frac{63}{64}m^3\\ +\frac{27}{64}me^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{9}{64}m\gamma^2\end{array}\right\}\\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(3.m^2+\frac{7}{8}m^3+3.m^3\right)\\ \sin gv-cv & e\gamma\left(-\frac{45}{128}me^2\right)\\ \sin 3gv-cv & e\gamma^3\left(\frac{9}{32}m\right)\end{cases}$$

+

$$\begin{array}{l} 2\sin 2Ev + cv \times \\ e\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right) \ldots\ldots \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(\frac{45}{8}m^3\right) \\ \sin gv - 3cv & e^3\gamma\left(-\frac{45}{128}m\right) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} 2\sin 2Ev - 2cv \times \\ e^2\left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{8} - \frac{57}{16}m + \frac{2991}{512}m^2 \\ -\frac{15}{16}e^2 + \frac{15}{32}\gamma^2 + \frac{75}{16}\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \sin gv - 2cv & e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{64}m - \frac{171}{128}m^2 + \frac{8973}{4096}m^3 \\ -\frac{45}{128}me^2 + \frac{45}{256}m\gamma^2 + \frac{225}{128}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{315}{256}m^2 + \frac{1197}{512}m^3 + \frac{7695}{4096}m^3 \\ -\frac{45}{32}me^2 + \frac{225}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{45}{128}m\right) \end{array} \right.$$

$$2\sin 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \sin 3gv - 2cv & e^2\gamma^3\left(\frac{45}{512}m\right) \\ \sin gv - 2cv & e^2\gamma\left(\frac{45}{128}m\gamma^2\right) \end{array} \right.$$

$$2\sin 2Ev - 3cv \qquad e^3\left(\frac{15}{8}\right) \ldots \{ \sin gv - 3cv \qquad e^3\gamma\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$2\sin 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots \{ \sin gv - cv \qquad e\gamma\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$$

$$2\sin 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots \{ \sin 3gv - cv \qquad e\gamma^3\left(-\frac{9}{64}m\right)$$

$$2\sin 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right) \ldots \{ \sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{45}{512}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right) \ldots \{ \sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{735}{512}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right) \ldots \{ \sin gv - cv \qquad e\gamma\left(\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right) \ldots \{ \sin gv - cv \qquad e\gamma\left(\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{16}\right) \ldots \{ \sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{45}{128}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}\right) \ldots \{ \sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{735}{128}m\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}\right) \ldots \{ \sin 3gv - 2cv \qquad e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}m\right)$$

$$2\sin 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}\right) \ldots \{ \sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{45}{256}m\gamma^2\right).$$

En réunissant ces termes on aura ;

$$(6) \; \ldots\ldots \; -R_1 \frac{d.\delta s}{dv} =$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16} m + \left(\frac{9}{16} - \frac{3}{2} - \frac{63}{64} = -\frac{123}{64} \right) m^2 \\ - \left(\frac{7}{16} + \frac{45}{16} + \frac{1539}{1024} + \frac{63}{64} = \frac{5875}{1024} \right) m^3 \\ + \left(\frac{225}{128} + \frac{9}{8} + \frac{27}{64} - \frac{45}{128} = \frac{189}{64} \right) me^2 + \left(\frac{9}{64} - \frac{9}{64} = 0 \right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{147}{32} + \frac{9}{32} - \frac{45}{32} - \frac{45}{32} = \frac{33}{16} \right) m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{256} - \frac{45}{64} = -\frac{135}{256} \right) m \\ + \left(\frac{135}{128} - \frac{3465}{2048} + 3 + \frac{315}{256} - \frac{171}{128} = \frac{4623}{2048} \right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{8} - \frac{4473}{1024} - \frac{1557}{1024} + 3 + \frac{45}{8} \\ + \frac{8973}{4096} + \frac{1197}{512} + \frac{7695}{4096} = \frac{10259}{1024} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left(\frac{315}{1024} + \frac{45}{128} - \frac{45}{128} - \frac{45}{32} = -\frac{1125}{1024} \right) me^2 \\ + \left(\frac{45}{2048} + \frac{45}{256} + \frac{45}{128} - \frac{45}{256} = \frac{765}{2048} \right) m\gamma^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{128} - \frac{225}{512} - \frac{225}{512} + \frac{225}{128} + \frac{45}{512} \\ + \frac{735}{512} - \frac{45}{128} - \frac{735}{128} = -\frac{495}{256} \end{array} \right\} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3 \left\{ \frac{45}{256} + \frac{495}{2048} - \frac{45}{128} + \frac{45}{512} + \frac{45}{256} = \frac{675}{2048} \right\} m$$

$$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma \left\{ \frac{45}{64} - \frac{225}{128} - \frac{45}{128} = -\frac{45}{32} \right\} m$$

$$\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3 \left\{ \frac{9}{32} - \frac{9}{64} = \frac{9}{64} \right\} m.$$

135. Les équations différentielles en δs trouvées dans les n.os 108 et 116 donnent, en choisissant les termes convenables,

$$-\frac{d^2 . \delta s}{dv^2} - \delta s =$$

$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(-3m^2\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{16}m^3+\left(\frac{57}{16}+\frac{9}{64}=\frac{237}{64}\right)m^4 \\ -3m^2e^2+\frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left\{-\frac{15}{16}m^2+\left(\frac{1125}{128}+\frac{45}{128}=\frac{585}{64}\right)m^3\right\}$
$\sin 2Ev + 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{4}m^2+\frac{273}{32}m^3\right)$
$\sin 2Ev + cv - gv$	$e\gamma\left(\quad 3m^2-\frac{33}{8}m^3\right)$
$\sin 2Ev - cv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{8}m^3\right)$
$\sin 2Ev - cv - gv$	$e\gamma\left(\quad 3m^2\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2cv - gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{4}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\quad\frac{3}{4}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{4}m^2\right)$.

Cela posé, si l'on multiplie ces termes par ceux de l'intégrale $\int R_1 dv$, qu'on prendra dans la page 60, on aura les produits partiels suivans :

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2 . \delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1 dv$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(\quad\frac{45}{8}m\right)\ldots\}$	$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{135}{8}m^3\right)$

+

$$2\cos 2Ev\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)..\begin{cases} \sin gv-cv & e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2-\frac{99}{32}m^3+\frac{9}{4}m^3\right) \\ \sin gv-cv & e\gamma\left(\frac{135}{32}m^3\right) \\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(\frac{45}{64}m^2-\frac{1755}{256}m^3+\frac{45}{64}m^3\right) \\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(-\frac{45}{16}m^2+\frac{819}{128}m^3-\frac{45}{16}m^3\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-cv\; e(3+9m)..\begin{cases} \sin gv-cv & e\gamma\left(\frac{9}{2}m^2-\frac{27}{16}m^3+\frac{27}{2}m^3\right) \\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(-9m^2+\frac{99}{8}m^3-27m^3\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+cv\quad e(1)....\left\{\sin gv-2cv\quad e^2\gamma\left(-\frac{45}{8}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+\epsilon'mv-2cv\;\frac{e^2\epsilon'}{m}\left(-\frac{15}{8}\right)..\left\{\sin gv-2cv\quad e^2\gamma\left(\frac{45}{32}m\epsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-\epsilon'mv-2cv\;\frac{e^2\epsilon'}{m}\left(\frac{35}{8}\right)..\left\{\sin gv-2cv\quad e^2\gamma\left(\frac{735}{32}m\epsilon'^2\right)\right.$$

$$\begin{array}{c} 2\cos 2Ev-2cv\times \\ \frac{e^2}{m}\begin{Bmatrix} \frac{15}{8}+\frac{159}{32}m+\frac{5667}{512}m^2 \\ +\frac{15}{16}e^2-\frac{15}{32}\gamma^2-\frac{75}{16}\epsilon'^2 \end{Bmatrix} \end{array}\begin{cases} \sin gv-2cv & e^2\gamma\begin{Bmatrix} \frac{45}{16}m+\frac{477}{64}m^2+\frac{17001}{1024}m^3 \\ +\frac{45}{32}me^2-\frac{45}{64}m\gamma^2-\frac{225}{32}m\epsilon'^2 \\ -\frac{135}{128}m^2-\frac{1431}{512}m^3-\frac{3555}{512}m^3 \\ +\frac{45}{8}me^2-\frac{225}{32}m\epsilon'^2 \end{Bmatrix} \\ \sin gv-3cv & e^3\gamma\left(-\frac{45}{8}m\right) \\ \sin gv-cv & e\gamma\left(-\frac{45}{8}me^2\right) \\ \sin 3gv-2cv & e^2\gamma^3\left(\frac{45}{32}m\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-2gv\frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right)..\begin{cases} \sin gv-cv & e\gamma\left(\frac{9}{8}m\gamma^2\right) \\ \sin 3gv-2cv & e^2\gamma^3\left(-\frac{45}{128}m\right) \\ \sin gv-2cv & e^2\gamma\left(-\frac{45}{32}m\gamma^2\right) \end{cases}$$

En réunissant ces termes on aura :

$$(7)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1\,dv=$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{2}=\frac{27}{4}\right)m^2+\left(\frac{9}{4}-\frac{99}{32}+\frac{135}{32}-\frac{27}{16}+\frac{27}{2}=\frac{243}{16}\right)m^3\\ -\frac{45}{8}me^2+\frac{9}{8}m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{16}m+\left(\frac{477}{64}-\frac{135}{128}+\frac{45}{64}-\frac{45}{16}-9=-\frac{603}{128}\right)m^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{17001}{1024}-\frac{1431}{512}-\frac{3555}{512}-\frac{135}{8}-\frac{1755}{256}+\frac{45}{64}\\ +\frac{819}{128}-\frac{45}{16}+\frac{99}{8}-27-\frac{45}{8}=-\frac{33615}{1024}\end{array}\right\}m^3\\ +\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{8}=\frac{225}{32}\right)me^2-\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{32}=\frac{135}{64}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{45}{32}+\frac{735}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}=\frac{165}{16}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\sin gv - 3cv \qquad e^3\gamma\left(-\frac{45}{8}m\right)$$

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left\{\frac{45}{32}-\frac{45}{128}=\frac{135}{128}\right\}m.$$

Enfin si l'on fait le produit de

$$-2P.\gamma\sin gv = 2\sin gv \ \ \gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$$

par (Voyez p. 235)

$$-\int R_1\,dv = \cos cv \ \ e\left(-\frac{45}{8}m\right) + \cos 2cv \ \ e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$$

on aura

$$(8)\ \ldots\ldots\ \gamma\sin gv\,.\,2P\int R_1\,dv = \sin gv - cv \quad e\gamma\left(\frac{135}{16}m^3\right)$$

$$\sin gv - 2cv \ \ e^2\gamma\left(-\frac{135}{64}m^3\right).$$

136. Maintenant, pour former l'équation différentielle en δs, il suffit de sommer tous les termes compris dans les équations désignées

par (1), (2) . . . . . (8), après les avoir multipliés par m^2 (*), ce qui donnera ;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma\left\{\begin{array}{l}
-3.m^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=-\frac{9}{2}\right)m^3 \\
+\left(\frac{135}{64}-\frac{459}{64}-\frac{1059}{64}-\frac{3}{64}-\frac{123}{64}+\frac{27}{4}=-\frac{1077}{64}\right)m^4 \\
+\left(\frac{15}{8}-\frac{9}{4}=-\frac{3}{8}\right)m^2e^2-\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2+0.m^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{16}+\frac{117}{16}-\frac{3107}{1024}-\frac{5875}{1024}+\frac{243}{16} \\ +\frac{135}{16}-\frac{65881}{1024}-\frac{24489}{1024}=-\frac{6659}{128}\end{array}\right\}m^5 \\
+\left(\frac{189}{64}+\frac{189}{64}-\frac{45}{8}+\frac{675}{64}-\frac{675}{64}-\frac{405}{64}=-\frac{387}{64}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}+\frac{63}{64}+\frac{405}{64}=\frac{117}{16}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{33}{16}+\frac{33}{16}-\frac{165}{16}-\frac{165}{16}=-\frac{33}{2}\right)m^3\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left\{\begin{array}{l}
\frac{15}{4}m^2+\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{16}-\frac{135}{256}-\frac{135}{256}=\frac{585}{128}\right)m^3 \\
+\left(\frac{249}{128}-\frac{1287}{128}+\frac{2433}{128}+\frac{1791}{2048}+\frac{4623}{2048}-\frac{603}{128}-\frac{3}{2}=\frac{8007}{1024}\right)m^4 \\
+\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}=0\right)m^2e^2+\left(\frac{45}{8}-\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)m^2\varepsilon'^2+0.m^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{10259}{1024}-\frac{22719}{2048}-\frac{33615}{1024}-\frac{135}{64}+\frac{142169}{2048} \\ -\frac{10871}{2048}-\frac{4365}{128}-\frac{585}{32}=-\frac{49733}{2048}\end{array}\right\}m^5 \\
+\left(\frac{225}{32}-\frac{10125}{1024}-\frac{1125}{1024}-\frac{225}{16}+\frac{675}{64}+\frac{405}{64}=-\frac{585}{512}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{765}{2048}-\frac{1395}{2048}-\frac{135}{64}-\frac{405}{128}+\frac{765}{128}-\frac{1215}{128}=-\frac{9315}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{165}{16}-\frac{495}{256}-\frac{495}{256}+\frac{165}{32}+\frac{165}{32}+\frac{1215}{256}=\frac{5505}{256}\right)m^3\varepsilon'^2.
\end{array}\right\}$$

(*) Il est presque superflu d'avertir qu'ici on peut faire $\mu^2=m^2$, puisque la différence entre ces deux quantités tombe sur des quantités du sixième ordre (Voyez pag. 242).

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{15}{16}+\frac{15}{32}=\frac{45}{32}\right)m^2 \\ +\left(\frac{2115}{2048}+\frac{675}{2048}+\frac{135}{128}-\frac{225}{32}+\frac{405}{64}+\frac{405}{256}=\frac{3375}{1048}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{135}{64}-\frac{45}{8}-\frac{45}{32}+\frac{45}{64}+\frac{45}{64}-\frac{405}{64}=-\frac{315}{32}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3 \left\{ \frac{3}{4}m^2+\left(\frac{9}{64}-\frac{27}{64}-\frac{225}{64}-\frac{405}{64}=-\frac{81}{8}\right)m^3 \right\}.$$

Pour intégrer cette équation on multiplie chaque terme par le facteur correspondant, que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv - cv$	$-1+\frac{3}{2}m^2$
$gv - 2cv$	$-\frac{1}{6m^2}\left\{ \begin{array}{l} 1-\frac{147}{32}m+\frac{1489}{1024}m^2+\frac{893311}{98304}m^3-\frac{1}{4}e^2+\frac{9}{8}\gamma^2 \\ -\frac{9}{8}\varepsilon'^2+\frac{471}{64}me^2-\frac{837}{128}m\gamma^2-\frac{833}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$
$3gv - 2cv$ . . .	$\frac{1}{6m^2}\left(1-\frac{141}{32}m\right)$
$gv - 3cv$	$\frac{1}{3}$
$3gv - cv$	$\frac{1}{3}$.

Pour avoir le second de ces facteurs on emploie les valeurs de g et c posées dans les pages 183 et 245, d'après lesquelles on a,

$$\begin{aligned} g-2c = & -1+\frac{9}{4}m^2+\frac{441}{32}m^3+\frac{7869}{128}m^4+\frac{521189}{2048}m^5 \\ & +e^2\left(\frac{3}{4}m^2-\frac{243}{16}m^3\right)+\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{1617}{32}m^3\right) \\ & -\gamma^2\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{729}{64}m^3\right). \end{aligned}$$

De là on tire

$$(g-2c)^2-1-\frac{3}{2}m^2=$$

$$-6m^2\left\{\begin{array}{l} 1+\frac{147}{32}m+\frac{2515}{128}m^2+\frac{457685}{6144}m^3+e^2\left(\frac{1}{4}-\frac{81}{16}m\right) \\ -\gamma^2\left(\frac{9}{8}+\frac{243}{64}m\right)+\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}+\frac{539}{32}m\right) \end{array}\right\};$$

et en développant l'unité divisée par cette quantité il viendra ;

$$\frac{1}{(g-2c)^2-1-\frac{3}{2}m^2}=$$

$$-\frac{1}{6m^2}\cdot\left\{\begin{array}{l} 1-\frac{147}{32}m+\left\{\left(\frac{147}{32}\right)^2-\frac{2515}{128}=\frac{1489}{1024}\right\}m^2 \\ +\left\{-\frac{457685}{6144}+\frac{147}{16}\times\frac{2515}{128}-\left(\frac{147}{32}\right)^3=\frac{893311}{98304}\right\}m^3 \\ -\frac{e^2}{4}+\frac{9}{8}\gamma^2-\frac{9}{8}\varepsilon'^2+\left(\frac{81}{16}+\frac{147}{64}=\frac{471}{64}\right)me^2 \\ +\left(\frac{243}{64}-\frac{1323}{128}=-\frac{837}{128}\right)m\gamma^2-\left(\frac{539}{32}-\frac{1323}{128}=\frac{833}{128}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

On obtient le troisième facteur en prenant

$$3g-2c=1+\frac{15}{4}m^2+\frac{423}{32}m^3;$$

et,

$$(3g-2c)^2-1-\frac{3}{2}m^2=6m^2\left(1+\frac{141}{32}m\right).$$

Cela posé, on aura

$$\delta s=$$

$$\sin g v-cv \qquad e\gamma\left\{\begin{array}{l} 3m^2+\frac{9}{2}m^3+\left(\frac{1077}{64}-\frac{9}{2}=\frac{789}{64}\right)m^4+\left(\frac{6659}{128}-\frac{27}{4}=\frac{5795}{128}\right)m^5 \\ +\frac{3}{8}m^2e^2+\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{387}{64}m^3e^2-\frac{117}{16}m^3\gamma^2+\frac{33}{2}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

+

$$\sin gv - 2cv \quad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{5}{8} + \left(\frac{735}{256} - \frac{195}{256} = \frac{135}{64}\right) m \\ + \left(\frac{28665}{8192} - \frac{7445}{2048} - \frac{2669}{2048} = \frac{659}{512}\right) m^2 + \left(\frac{45}{64} - \frac{45}{64} = 0\right) \varepsilon'^2 \\ + \frac{5}{32} e^2 - \frac{45}{64}\gamma^2 + \left(\frac{3105}{2048} + \frac{4185}{1024} - \frac{1755}{2048} = \frac{1215}{256}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{49733}{2048} + \frac{392343}{65536} - \frac{290355}{262144} - \frac{4466555}{786432} = \frac{13299}{4096}\right) m^3 \\ + \left(\frac{195}{1024} - \frac{2355}{512} + \frac{195}{1024} = -\frac{135}{32}\right) me^2 \\ + \left(\frac{6615}{2048} - \frac{1835}{512} + \frac{1755}{2048} + \frac{4165}{1024} = \frac{585}{128}\right) m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3 \left\{ -\frac{15}{64} + \left(\frac{1125}{2048} + \frac{2115}{2048} = \frac{405}{256}\right) m \right\}$$

$$\sin gv - 3cv \quad e^3\gamma \left(-\frac{5}{8} m^2 - \frac{105}{32} m^3 \right)$$

$$\sin 3gv - cv \quad e\gamma^3 \left(\frac{1}{4} m^2 - \frac{27}{8} m^3 \right).$$

Cette expression de δs nous sera nécessaire lorsqu'il sera question de développer ultérieurement la valeur spéciale de δu relative aux trois argumens $2gv - cv$, $2gv - 2cv$, $2gv - 3cv$, déjà considérés dans le Chapitre précédent (Voyez p. 143).

En réfléchissant sur l'enchaînement des développemens exposés dans ce paragraphe on sentira, que de tous les coefficiens de la latitude le plus difficile à développer est celui qui appartient à l'argument $gv - 2cv$.

Après avoir ainsi complété les développemens qui se rapportent à la fonction δs, nous allons exposer en plusieurs paragraphes ceux qui ont pour objet le développement ultérieur de la fonction δu.

§ 7.

Addition des termes de l'ordre subséquent à chacun des coefficiens des argumens renfermés dans l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ trouvée dans le n.° 35 (Voyez p. 50). Et calcul de plusieurs autres termes appartenans à la valeur de δu.

137. On a vu dans le n.° 36, que la recherche préalable des termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ obtenus dans le n.° 35 était nécessaire pour former le développement des deux fonctions $\delta R'$, δR^{v}. Par la même raison, il faut ici chercher d'avance les termes de l'ordre immédiatement subséquent qui se trouvent dans l'expression analytique des coefficiens des mêmes argumens. Mais, pour le moment, il est inutile de comprendre dans ce calcul les quatre argumens $2Ev + 2gv - cv$, $2Ev - 2gv + cv$, $2Ev + 2gv - 2cv$, $2Ev - 2gv + 2cv$, dont le coefficient a déjà été développé dans le n.° 70 (Voyez p. 128), de manière que cette condition se trouve remplie.

Ce paragraphe comprendra en outre, par rapport à la fonction δu: 1.°, l'approximation suivante du coefficient des six argumens $c'mv$, $2c'mv$, $3c'mv$, $cv + c'mv$, $cv - c'mv$, $cv + 2c'mv$: 2.°, la recherche du premier terme du coefficient des treize argumens $2Ev + 2c'mv$, $2Ev + 3c'mv$, $2Ev - 3c'mv$, $4c'mv$, $cv + 3c'mv$, $cv - 3c'mv$, $3cv$, $2gv + cv$, $2gv + 2c'mv$, $2gv - cv + c'mv$, $2gv - cv - c'mv$, $2gv - 2cv + c'mv$, $2gv - 2cv - c'mv$. On complétera ainsi, à l'égard des argumens indépendans de l'élongation Ev, l'extension que doit recevoir dans ce Chapitre l'expression de δu trouvée dans le n.° 44. 3.° De plus, pour prévenir au besoin ultérieur, nous aurons égard aux sept argumens $3Ev - cv$, $3Ev + c'mv$, $3Ev + c'mv - cv$, $4Ev - 2cv$, $4Ev + c'mv - 2gv$, $4Ev - c'mv - 2gv$, $4Ev + 2c'mv - 2gv$, dont le premier terme du coefficient devient nécessaire dans les deux paragraphes suivans.

Cela posé, je vais exposer la suite des opérations par lesquelles on a développé les différentes fonctions de l'équation différentielle en δu (Voyez tome I.er p. 277) qui fournissent les termes auxquels il s'agit de parvenir dans ce paragraphe.

138. La valeur de δs posée dans le n.° 108 (Voyez p. 204) donne les termes suivans :

$$
\begin{array}{lll}
2s_1\,\delta s = & \cos 2gv + cv & e\gamma^2\left(\quad m^2\right) \\
 & \cos 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m + \frac{69}{64}m^2\right) \\
 & \cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\quad \frac{9}{8}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{975}{256}m^3\right) \\
 & \cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\quad \frac{9}{8}m - \frac{9}{64}m^2\right) \\
 & \cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m + \frac{9}{64}m^2 + \frac{999}{256}m^3\right) \\
 & \cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\quad \frac{27}{32}m - \frac{99}{256}m^2\right) \\
 & \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m + \frac{99}{256}m^2\right) \\
 & \cos 2gv + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right) \\
 & \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\quad \frac{27}{32}m - \frac{165}{256}m^2\right) \\
 & \cos 3c'mv & \varepsilon'^3\gamma^2\left(\quad \frac{53}{64}m\right) \\
 & \cos 3c'mv & \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{53}{64}m\right) \\
 & \cos 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m\right) \\
 & \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\
 & \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\quad \frac{9}{2}m^2\right)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
+\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{2}m^2\right)\\
\cos 2gv - cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\\
\cos 2gv - cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m\right)\\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{135}{64}m\right)\\
\cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right).
\end{array}
$$

Produits partiels de $(\delta s)^2$

Multiplicateur — Produit

$$
2\sin gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m^2\right)\\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2cv + c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin 2Ev - gv\,.\,\gamma\left(\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2\right)\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2-\frac{9}{256}m^3\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m^2-\frac{171}{512}m^3-\frac{9}{256}m^3\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{64}m^2+\frac{195}{512}m^3+\frac{21}{256}m^3\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{256}m^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right)\\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$2\sin 2Ev+c'mv-gv\ \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right)\\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{21}{64}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$(\delta s)^2=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left\{\left(\frac{21}{64}-\frac{9}{64}=\frac{3}{16}\right)m^2+\left(\frac{195}{512}+\frac{21}{256}-\frac{171}{512}-\frac{9}{256}=\frac{3}{32}\right)m^3\right\}\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{153}{256}-\frac{81}{64}-\frac{27}{256}-\frac{21}{64}=-\frac{141}{128}\right\}m^2\\
\cos 2gv-2cv+c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2\left(\frac{45}{8}m\right)\\
\cos 2gv-2cv-c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}m\right)\\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2-\frac{9}{256}m^3\right)\\
\cos 4Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{27}{256}-\frac{9}{128}=\frac{9}{256}\right\}m^2.
\end{array}$$

Donc, en faisant la somme $2s_1\delta s+(\delta s)^2$ il viendra ;

$$(1)\ \ldots\ldots\ 2s_1\delta s+(\delta s)^2=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2gv+cv & e\gamma^2\left(m^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=0\right)m+\left(\frac{9}{64}-\frac{69}{64}+\frac{3}{16}=-\frac{3}{4}\right)m^2\\ +\left(\frac{999}{256}-\frac{975}{256}+\frac{3}{32}=\frac{3}{16}\right)m^3\end{array}\right\}\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\left(\frac{27}{32}-\frac{27}{32}=0\right)m+\left(\frac{99}{256}-\frac{165}{256}-\frac{141}{128}=-\frac{87}{64}\right)m^2\right\}
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
+\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\gamma^2 & \left\{ \frac{53}{64} - \frac{53}{64} = 0 \right\} m, \\
\cos 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{8}m + \frac{69}{64}m^2 \right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{8}m - \frac{9}{64}m^2 \right) \\
\cos 2gv + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{32}m \right) \\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ \frac{27}{32}m - \left(\frac{99}{256} + \frac{81}{128} = \frac{261}{256} \right) m^2 \right\} \\
\cos 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m \right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left\{ \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = 3 \right\} m^2 \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left\{ \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = 3 \right\} m^2 \\
\cos 2gv - cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{2}m^2 \right) \\
\cos 2gv - cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{2}m^2 \right) \\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2 & \left\{ \frac{135}{64} + \frac{45}{64} = \frac{45}{16} \right\} m \\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & \varepsilon'e^2\gamma^2 & \left\{ -\frac{135}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{45}{16} \right\} m \\
\cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m \right) \\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{128}m^2 - \frac{9}{256}m^3 \right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{64}m^2 \right) \\
\cos 4Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{21}{64}m^2 \right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{256}m^2 \right).
\end{array}
$$

En multipliant cette fonction par $2\cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$, les seuls termes dont il faut ici tenir compte dans le produit, sont

$$\cos c'mv\ \ \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m\gamma^2\right) + \cos c'mv\ \ \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{135}{128}m\gamma^2\right):$$

et comme ils se détruisent, il en résulte, qu'on aura la valeur de $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T$ (Voyez p. 42) en multipliant par $\frac{3}{2}$ tous les termes qui composent le second membre de l'équation (1).

Maintenant, si l'on fait $q=1$, $\frac{a}{a_1}=1+\frac{1}{2}m^2$, $P=\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3$ (Voyez N.^{os} 18 et 19) on aura

$$(2) \ldots\ldots q\left\{\frac{3}{4}\left(1-\frac{a}{a_1}\right)+P\right\}\gamma^2\cos 2gv=\cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{9}{8}m^2-\frac{9}{16}m^3\right).$$

139. En réduisant l'expression de $R_4+\frac{3}{2}\delta u$ à

$$R_4+\frac{3}{2}\delta u=\frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3+\left\{\frac{3}{2}u_1-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right\}\frac{\delta u}{u_1}+\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3}$$

et remarquant qu'il suffit ici de prendre

$$\frac{3}{2}u_1-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3=2\cos cv\ \ e\left(3\right)+2\cos c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right);$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta u}{u_1}&=\cos c'mv & &\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)+\cos 2gv-cv & &e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)\\ &+\cos cv+c'mv & &e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)+\cos Ev & &b^2\left(-\frac{15}{16}m\right)\\ &+\cos cv-c'mv & &e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)\end{aligned}$$

on aura d'abord

$$\begin{aligned}R_4+\frac{3}{2}\delta u=\frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3&+\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3}\\ +\cos c'mv & & &\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}-\frac{27}{8}=0\right\}me^2\\ \cos 2c'mv & & &\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ \cos cv+c'mv & & &e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\\ \cos cv-c'mv & & &e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\\ \cos cv-2c'mv & & &e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m\right)\\ \cos cv+2c'mv & & &e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)\end{aligned}$$

$$+\cos 2gv - cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{63}{32}\ \right)$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{63}{32}\ \right)$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(\ \frac{135}{64}m\ \right).$$

Ensuite on fera

$$\frac{q}{2}\delta[(\alpha' u')^3] = \sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\ \right)\times m\delta nt\,,$$

$$\delta nt = \sin c'mv \quad \varepsilon'(\ \ 3\,m\,),$$

ce qui donne (en posant $u_1 = 1$) le terme

$$\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3} = \cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right).$$

Donc, à l'aide du développement de la fonction $\frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3$ donné dans le I.er volume (Voyez p. 348) on formera sans difficulté l'équation suivante;

$$(3)\ \ldots\ldots\ R_4 + \frac{3}{2}\delta u =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\ \frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{27}{16}\varepsilon'^2 + 0\,.\,me^2\ \right\} \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\ \frac{9}{4} + \frac{9}{4}e^2 + \frac{9}{16}\gamma^2 + \frac{7}{4}\varepsilon'^2 + \left(\frac{27}{8} + \frac{9}{4} = \frac{45}{8}\right)m^2\ \right\} \\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\ \frac{53}{16}\ \right) \\
\cos 4c'mv & \varepsilon'^4 & \left(\ \frac{77}{16}\ \right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(\ \frac{3}{2}\ \right) \\
\cos 3cv & e^3 & \left(-\frac{5}{4}\ \right) \\
\cos 2gv & \gamma^2 & \left(\ \frac{3}{8}\ \right) \\
\cos 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{4}\ \right)
\end{array}$$

$+\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{2}m^2-\frac{9}{8}e^2-\frac{81}{32}\varepsilon'^2\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}m-\frac{9}{2}m^2-\frac{9}{8}e^2-\frac{81}{32}\varepsilon'^2\right)$
$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{8}+\left(\frac{81}{32}-\frac{9}{8}=-\frac{63}{32}\right)m\right\}$
$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{8}+\left(\frac{9}{2}-\frac{81}{32}=\frac{63}{32}\right)m\right\}$
$\cos 2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}\right)$
$\cos 2cv+c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\right)$
$\cos 2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\right)$
$\cos cv+3c'mv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{159}{32}\right)$
$\cos cv-3c'mv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{159}{32}\right)$
$\cos 2gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\right)$
$\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\right)$
$\cos 2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}\right)$
$\cos 2gv-cv+c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2gv-cv-c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\right)$.

140. La valeur de R' doit ici renfermer ces termes ; savoir

$R'=\sin 2E+3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{1}{32}\right)$	$+\sin 2Ev-3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{845}{32}\right)$
$+\sin Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16}\right)$	$+\sin Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$+\sin Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$	$+\sin 3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{16}\right)$
$+\sin 3Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$	$+\sin 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{16}\right)$

(Voyez tom. I. pag. 336, 345). On obtient les termes de $\partial R'$ par le calcul que nous allons exposer, où l'on emploie la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ trouvée dans le n.° 51, et une autre partie de la même fonction qui sera démontrée plus loin. Le motif de cette anticipation tient à la formation des coefficiens des trois argumens $c'mv$, $2c'mv$, $3c'mv$, qui exige, dans le facteur $\frac{\delta u}{u_1}$, la connoissance préalable des quantités du *cinquième* ordre qui font partie des coefficiens des six argumens $2Ev + c'mv$, $2Ev - c'mv$, $2Ev + 2c'mv$, $2Ev - 2c'mv$, $2Ev + 3c'mv$, $2Ev - 3c'mv$. Au lieu de nous arrêter ici, pour remplir cette lacune à l'égard de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ trouvée dans le n.° 51, nous ferons remarquer, que la composition de ces argumens est telle que rien n'empêche de parvenir aux quantités du cinquième ordre qui affectent leurs coefficiens, *sans* employer les termes de l'ordre subséquent qui entrent dans la valeur partielle de δu déjà calculée dans le n.° 49 (Voyez pag. 83). Ainsi, il n'y a aucune pétition de principe en empruntant les termes du cinquième ordre dont on a bésoin ici; en partie de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'on trouvera vers la fin de ce paragraphe (Voyez p. 318), et en partie de la valeur partielle de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui sera déduite de l'expression de δu qui constitue l'objet du paragraphe suivant (Voyez pages 438, 439). On prévient par là la nécessité de revenir sur l'équation différentielle en δu dans le but unique d'étendre le calcul fait dans les n.^{os} 45, 49.

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v') \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur	Produit
$2 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} 2Ev \left(-3 - 6e^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2\right) \ldots$	$\begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{21}{2}m^2 - \frac{399}{8}m^3 - \frac{3009}{16}m^4 + \frac{105}{16}me^2 \\ + \frac{2637}{128}m^2e^2 + \frac{21}{16}m\gamma^2 + \frac{393}{64}m^2\gamma^2 \\ + \frac{369}{16}m^2\varepsilon'^2 - 21 \,.\, m^2c^2 + \frac{105}{4}m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)\cdots
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\,-c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}m^2+\frac{19}{8}m^3+\frac{317}{48}m^4-\frac{45}{16}me^2\\ +\frac{339}{128}m^2e^2-\frac{9}{16}m\gamma^2-\frac{93}{64}m^2\gamma^2\\ -\frac{3}{16}m^2\varepsilon'^2+3m^2e^2-\frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
2cv & e^2 & \left(-\frac{135}{16}m\right)\\
2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right)\\
4Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right)\\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{51}{2}m^2-\frac{323}{2}m^3+\frac{765}{64}me^2+\frac{153}{64}m\gamma^2\right)\\
-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{64}me^2-\frac{27}{64}m\gamma^2\right)\\
3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(-\frac{845}{16}m^2\right)\\
-3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(-\frac{1}{16}m^2\right)\\
cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{135}{32}m\right)\\
cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{8}m-\frac{39}{64}m^2\right)\\
cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{105}{8}m-\frac{4737}{64}m^2\right)\\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{27}{16}m^2\right)\\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{189}{16}m^2\right)\\
cv+2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{765}{32}m\right)\\
Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{15}{4}+\frac{135}{8}m\right)\\
Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{8}\right)\\
3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{15}{4}\right)\\
3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{8}\right)\\
4Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{135}{16}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$2\,{\textstyle\frac{\sin}{\cos}}\,2Ev - c'mv \times \varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - 21.e^2 + \frac{369}{16}.\varepsilon'^2\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
{\textstyle\frac{\sin}{\cos}} - c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{21}{2}m^2 - \frac{133}{4}m^3 + \frac{63}{32}m\gamma^2 + \frac{315}{32}me^2 \\ -\frac{224}{3}m^4 + \frac{105}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{735}{128}m^2\gamma^2 \\ -21.m^2e^2 + \frac{3297}{128}m^2e^2 + \frac{369}{16}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{357}{4}m^2\varepsilon'^2\right) \\
-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{133}{16}m^3 - \frac{315}{32}me^2 - \frac{63}{32}m\gamma^2\right) \\
cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{315}{16}m\right) \\
cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{315}{16}m - \frac{5397}{64}m^2\right) \\
-(cv + c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{189}{16}m^2\right) \\
Ev - c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{315}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{\textstyle\frac{\sin}{\cos}}\,2Ev + c'mv \times \varepsilon'\left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{3}{16}\varepsilon'^2\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2 + \frac{19}{4}m^3 - \frac{9}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{32}me^2 \\ +\frac{32}{3}m^4 - \frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{105}{128}m^2\gamma^2 \\ -\frac{471}{128}m^2e^2 + 3\,m^2e^2 - \frac{3}{16}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{51}{4}m^2\right) \\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{399}{16}m^3 - \frac{105}{32}me^2 - \frac{21}{32}m\gamma^2\right) \\
cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m + \frac{771}{64}m^2\right) \\
-(cv - c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{27}{16}m^2\right) \\
cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{105}{16}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{\textstyle\frac{\sin}{\cos}}\,2Ev + cv \quad e(6) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{189}{8}m^2e^2\right) \\
-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{27}{8}m^2e^2\right) \\
cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(21.m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\quad e(6)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}{}^{\sin}_{\cos}\; cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-3\,m^2\right)\\ 2cv & e^2 & \left(\frac{45}{4}\,m\right)\\ Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{2}\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e(6+6m)\ldots\left\{\begin{array}{lll}-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{45}{4}me^2+\frac{39}{32}m^2e^2-\frac{45}{4}m^2e^2\right)\\ c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{105}{4}me^2+\frac{4737}{32}m^2e^2+\frac{105}{4}m^2e^2\right)\\ 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{765}{16}me^2\right)\\ -2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{16}me^2\right)\\ 4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{45}{4}\,m\right)\\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(21\,m^2\right)\\ -(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left(-3\,m^2\right)\\ 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{2}\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv\quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{51}{2}m^2-\frac{323}{4}m^3+\frac{153}{32}m\gamma^2+\frac{765}{32}me^2\right)\\ -c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{357}{4}m^2\varepsilon'^2\right)\\ -3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{51}{4}\,m^2\right)\\ cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{765}{16}\,m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv\quad e\varepsilon'(-3)\ldots\left\{\begin{array}{lll}c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{27}{8}\,m^2e^2\right)\\ cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(-3\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)\left\{\begin{array}{lll}c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{45}{8}me^2-\frac{771}{32}m^2e^2-\frac{45}{16}m^2e^2\right)\\ 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{105}{8}me^2\right)\\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(-3\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu - c'm\nu + c\nu\ \ e\varepsilon'(21)\ldots\left\{\begin{array}{lr} {}^{\sin}_{\cos} - c'm\nu & \varepsilon'\left(-\frac{189}{8}m^2e^2\right) \\ c\nu - c'm\nu & e\varepsilon'\left(21\ m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu - c'm\nu - c\nu\ \ e\varepsilon'\left(21+\frac{63}{2}m\right)\left\{\begin{array}{lr} -c'm\nu & \varepsilon'\left(\frac{315}{8}me^2+\frac{5397}{32}m^2e^2+\frac{945}{16}m^2e^2\right) \\ -2c'm\nu & \varepsilon'^2\left(-\frac{315}{8}me^2\right) \\ -(c\nu+c'm\nu) & e\varepsilon'\left(21\,m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu - 2c'm\nu - c\nu\ \ e\varepsilon'^2(51)\ldots\left\{\ -2c'm\nu \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{765}{8}me^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu + 3c'm\nu\ \ \varepsilon'^3\left(-\frac{1}{16}\right)\ldots\left\{\ 3c'm\nu \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{1}{16}\,m^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu - 3c'm\nu\ \ \varepsilon'^3\left(-\frac{845}{16}\right)\ldots\left\{\ -3c'm\nu \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{845}{16}\,m^2\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(a)\ \ldots\ldots -6q\,.\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2\nu-2\nu')\,.\,\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$
{}^{\sin}_{\cos}\ c'm\nu\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-9\right)m^2+\left(\frac{19}{4}-\frac{399}{8}=-\frac{361}{8}\right)m^3 \\
+\left(\frac{32}{3}-\frac{3009}{16}=-\frac{8515}{48}\right)m^4+\left(\frac{21}{16}-\frac{9}{32}=\frac{33}{32}\right)m\gamma^2 \\
+\left(\frac{105}{16}-\frac{45}{32}+\frac{105}{4}-\frac{45}{8}=\frac{825}{32}\right)me^2+\left(\frac{393}{64}-\frac{105}{128}=\frac{681}{128}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{2637}{128}-21-\frac{471}{128}+3+\frac{105}{4}-\frac{45}{16}-\frac{189}{8}+\frac{4737}{32}+\frac{27}{8}-\frac{771}{32}=\frac{8067}{64}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{369}{16}+\frac{105}{4}-\frac{357}{4}-\frac{15}{4}-\frac{3}{16}=-\frac{351}{8}\right)m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\}
$$

$$
-c'm\nu\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-9\right)m^2+\left(\frac{19}{8}-\frac{133}{4}=-\frac{247}{8}\right)m^3 \\
+\left(\frac{317}{48}-\frac{224}{3}=-\frac{3267}{48}\right)m^4+\left(\frac{63}{32}-\frac{9}{16}=\frac{45}{32}\right)m\gamma^2 \\
+\left(\frac{315}{32}-\frac{45}{16}-\frac{45}{4}+\frac{315}{8}=\frac{1125}{32}\right)me^2+\left(\frac{735}{128}-\frac{93}{64}=\frac{549}{128}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{339}{128}+3-21+\frac{3297}{128}-\frac{45}{4}+\frac{945}{16}+\frac{27}{8}+\frac{39}{32}-\frac{189}{8}+\frac{5397}{32}=\frac{6651}{32}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{369}{16}+\frac{105}{4}-\frac{3}{16}-\frac{15}{4}-\frac{357}{4}=-\frac{351}{8}\right)m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\}
$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\;\; 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{21}{4}-\frac{51}{2}=-\frac{81}{4}\right)m^2+\left(\frac{399}{16}-\frac{323}{2}=-\frac{2185}{16}\right)m^3\\ +\left(\frac{153}{64}-\frac{21}{32}=\frac{111}{64}\right)m\gamma^2+\left(\frac{765}{64}+\frac{765}{16}-\frac{105}{8}-\frac{105}{32}=\frac{2775}{64}\right)me^2\end{array}\right\}\\
-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{21}{4}-\frac{51}{2}=-\frac{81}{4}\right)m^2+\left(\frac{133}{16}-\frac{323}{4}=-\frac{1159}{16}\right)m^3\\ +\left(\frac{153}{32}-\frac{27}{64}-\frac{63}{32}=\frac{153}{64}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{765}{8}-\frac{315}{8}-\frac{315}{32}-\frac{135}{64}-\frac{135}{16}+\frac{765}{32}=\frac{3825}{64}\right)me^2\end{array}\right\}\\
3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{51}{4}-\frac{845}{16}-\frac{1}{16}=-\frac{321}{8}\right)m^2\\
-3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{51}{4}-\frac{845}{16}-\frac{1}{16}=-\frac{321}{8}\right)m^2\\
2cv & e^2 & \left(\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right)m\\
2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right)\\
cv-c'mv & e\varepsilon' & \left\{\left(\frac{45}{8}-\frac{315}{16}=-\frac{225}{16}\right)m+\left(21-3-\frac{39}{64}-\frac{5397}{64}=-\frac{1071}{16}\right)m^2\right\}\\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left\{21-3+\frac{189}{16}-\frac{27}{16}=\frac{225}{8}\right\}m^2\\
cv+c'mv & e\varepsilon' & \left\{\left(\frac{45}{16}-\frac{105}{8}=-\frac{165}{16}\right)m+\left(21-3+\frac{771}{64}-\frac{4737}{64}=-\frac{1407}{32}\right)m^2\right\}\\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left\{21-3+\frac{189}{16}-\frac{27}{16}=\frac{225}{8}\right\}m^2\\
cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\frac{135}{32}+\frac{315}{16}-\frac{765}{16}=-\frac{765}{32}\right\}m\\
cv+2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\frac{105}{16}-\frac{765}{32}=-\frac{555}{32}\right\}m\\
Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{15}{4}+\left(\frac{135}{8}+\frac{315}{32}=\frac{855}{32}\right)m\right\}\\
Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{15}{2}-\frac{45}{8}=\frac{15}{8}\right\}\\
3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{15}{4}\right)\\
3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{15}{2}-\frac{45}{8}=\frac{15}{8}\right\}\\
4Ev-2cv & e^2 & \left\{\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right\}m\\
4Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right).
\end{array}$$

Maintenant on fera (Voyez tome I.er pag. 331)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')\right] = -2m\,.\,\delta nt\,. \left\{ \begin{array}{lll} \begin{smallmatrix} cos \\ sin \end{smallmatrix} - 2Ev & & (\ 1\ ) \\ -(2Ev + c'mv) & \varepsilon' & \left(-\frac{1}{4}\right) \\ -(2Ev - c'mv) & \varepsilon' & \left(\ \frac{21}{4}\ \right) \\ -(2Ev - 2c'mv) & \varepsilon'^2 & (\ 17\ )\,; \end{array} \right.$$

et d'après la valeur de δnt trouvée dans le n.° 57 on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')\right]$

Multiplicateur | Produit

$$-2 \begin{smallmatrix} cos \\ sin \end{smallmatrix} - 2Ev\,(\,m\,) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{lll} \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix}\ c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{77}{16}m^3 - \frac{413}{16}m^4 + \frac{105}{16}m^2e^2 + \frac{7}{16}m^2\gamma^2\right) \\ -c'mv & \varepsilon' & \left(\ \frac{11}{16}m^3 + \frac{59}{48}m^4 - \frac{45}{16}m^2e^2 - \frac{3}{16}m^2\gamma^2\right) \\ 2Ev - c'mv & \varepsilon' & (\ 3\ m^2) \\ 2Ev + c'mv & \varepsilon' & (-\ 3\ m^2) \\ 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{187}{16}m^3\right) \\ cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\ \frac{15}{4}m^2\right) \\ cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{35}{4}m^2\right) \\ Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{5}{2}m\right) \end{array} \right.$$

$$-2 \begin{smallmatrix} cos \\ sin \end{smallmatrix} - (2Ev + c'mv)\ \varepsilon' \left(-\frac{m}{4}\right) \ldots \left\{ \begin{array}{lll} c'mv & \varepsilon' & \left(\ \frac{11}{32}m^3 + \frac{59}{48}m^4 - \frac{45}{64}m^2e^2 - \frac{3}{64}m^2\gamma^2\right) \\ 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\ \frac{77}{64}m^3\right) \\ cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\ \frac{15}{16}m^2\right) \end{array} \right.$$

+

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-c'mv)\,\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}{}^{\sin}_{\cos}-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{231}{32}m^3-\frac{413}{16}m^4+\frac{945}{64}m^2e^2+\frac{63}{64}m^2\gamma^2\right)\\ -2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{231}{64}m^3\right)\\ cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{315}{16}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-2c'mv)\,\varepsilon'^2\left(17\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{187}{8}m^3\right).\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$\delta\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{11}{32}-\frac{77}{16}=-\frac{143}{32}\right)m^3+\left(\frac{59}{48}-\frac{413}{16}=-\frac{295}{12}\right)m^4\\ +\left(\frac{105}{16}-\frac{45}{64}=\frac{375}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{7}{16}-\frac{3}{64}=\frac{25}{64}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\}\\
\quad -c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{11}{16}-\frac{231}{32}=-\frac{209}{32}\right)m^3+\left(\frac{59}{48}-\frac{413}{16}=-\frac{295}{12}\right)m^4\\ +\left(\frac{945}{64}-\frac{45}{16}=\frac{765}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{63}{64}-\frac{3}{16}=\frac{51}{64}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\}\\
\quad 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\frac{77}{64}-\frac{187}{16}=-\frac{671}{64}\right\}m^3\\
\quad -2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\frac{231}{64}-\frac{187}{8}=-\frac{1265}{64}\right\}m^3\\
\quad cv-c'mv & e\varepsilon' & \left\{\frac{15}{4}-\frac{315}{16}=-\frac{255}{16}\right\}m^2\\
\quad cv+c'mv & e\varepsilon' & \left\{\frac{15}{16}-\frac{35}{4}=-\frac{125}{16}\right\}m^2\\
\quad 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-3m^2\right)\\
\quad 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(3m^2\right)\quad (*)\\
\quad Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{5}{2}m\right).
\end{array}$$

(*) On aura besoin ci-après de ces deux termes pour avoir ceux qui entrent dans le produit de cette fonction par $\frac{\delta u}{u_1}$.

En prenant $\frac{3}{2}\frac{q}{u_1^4} = \frac{3}{2} - 6e\cos cv$, et remarquant que le produit de cette fonction par $2\cos cv\ e(-3)$ donne les deux termes

$$\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\ c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{375}{16}m^2e^2\right) + \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix} - c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{765}{16}m^2e^2\right)$$

on en conclura que

$$(b)\ \ldots\ldots\ \frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\ c'mv & \varepsilon' & \left\{-\frac{429}{64}m^3 - \frac{295}{8}m^4 + \frac{75}{128}m^2\gamma^2 + \left(\frac{1125}{128} + \frac{375}{16} = \frac{4125}{128}\right)m^2e^2\right\} \\
-c'mv & \varepsilon' & \left\{-\frac{627}{64}m^3 - \frac{295}{8}m^4 + \frac{153}{128}m^2\gamma^2 + \left(\frac{2295}{128} + \frac{765}{16} = \frac{8415}{128}\right)m^2e^2\right\} \\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{2013}{128}m^3\right) \\
-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{3795}{128}m^3\right) \\
cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{765}{32}m^2\right) \\
cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{375}{32}m^2\right) \\
2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{9}{2}m^2\right) \\
2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^2\right) \\
Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{4}m\right).
\end{array}$$

Cela posé, le produit de cette fonction par $-4\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos 2Ev\ (-2m^2)$ donnera

$$(c)\ \ldots\ -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} = \begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\ \begin{array}{ll} c'mv & \varepsilon'\left(9m^4\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left(-9m^4\right). \end{array}$$

En faisant le carré de

$$\frac{\delta u}{u_1} = \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right) \quad + \cos 2Ev \quad \left(m^2\right)$$
$$+ \cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right) \quad + \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)$$
$$+ \cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$$

on y trouve les deux termes

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4 - \frac{135}{64}m^2e^2\right)$$
$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4 + \frac{135}{64}m^2e^2\right).$$

Donc en prenant

$$15q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos} (2v - 2v') = \frac{\sin}{\cos} 2Ev \quad (15),$$

on aura

$$(d) \ldots 15q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos} (2v - 2v') \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \frac{\sin}{\cos} \quad c'mv \quad \varepsilon'\left\{-\frac{45}{4}m^4 + \frac{2025}{128}m^2e^2\right\}$$
$$- c'mv \quad \varepsilon'\left\{-\frac{45}{4}m^4 - \frac{2025}{128}m^2e^2\right\}.$$

Enfin, si l'on fait

$$-\frac{15}{8} q b^2 \cdot \frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5} \frac{\sin}{\cos} (v - v') = \frac{\sin}{\cos} Ev \ b^2\left(-\frac{15}{8}\right),$$
$$\frac{\delta u}{u_1} = \cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}\right);$$

le produit de ces deux fonctions donnera le terme du cinquième ordre

$$(e) \ldots\ldots - \frac{15}{8} q \cdot \frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5} \frac{\sin}{\cos} (v - v') \cdot \frac{\delta u}{u_1} = \frac{\sin}{\cos} - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{75}{64} b^4\right).$$

Maintenant la réunion des termes renfermés dans les cinq fonctions (a), (b), (c), (d), (e), prises avec le signe *sinus*, avec ceux de la valeur de R' posée au commencement de ce numéro, fournira le résultat suivant :

$$R_1 = R' + \partial R' =$$

$$\sin c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & (9 - 9 = 0) m^2 + \left(\frac{247}{8} - \frac{361}{8} + \frac{627}{64} - \frac{429}{64} = -\frac{357}{32} \right) m^3 \\ & + \left(\frac{33}{32} - \frac{45}{32} = -\frac{3}{8} \right) m\gamma^2 + \left(\frac{825}{32} - \frac{1125}{32} = -\frac{75}{8} \right) m e^2 \\ & + \left(\frac{3267}{48} - \frac{8515}{48} + \frac{295}{8} - \frac{295}{8} + 9 + 9 + \frac{45}{4} - \frac{45}{4} = -\frac{274}{3} \right) m^4 \\ & + \left(\frac{8067}{64} - \frac{6651}{32} + \frac{4125}{128} - \frac{8415}{128} + \frac{2025}{128} + \frac{2025}{128} = -\frac{5355}{64} \right) m^2 e^2 \\ & + \left(\frac{681}{128} - \frac{549}{128} + \frac{75}{128} - \frac{153}{128} = \frac{27}{64} \right) m^2\gamma^2 + \left(\frac{351}{8} - \frac{351}{8} = 0 \right) m^2\varepsilon'^2 + \frac{75}{64} b^4 \end{aligned} \right\}$$

$$\sin 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{81}{4} - \frac{81}{4} = 0 \right) m^2 + \left(\frac{1159}{16} - \frac{2185}{16} + \frac{3795}{128} - \frac{2013}{128} = -\frac{3213}{64} \right) m^3 \\ & + \left(\frac{2775}{64} - \frac{3825}{64} = -\frac{525}{32} \right) m e^2 + \left(\frac{111}{64} - \frac{153}{64} = -\frac{21}{32} \right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\sin 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(\frac{321}{8} - \frac{321}{8} = 0 \right) m^2$$

$$\sin 2cv \qquad e^2 \left(\frac{45}{16} m \right)$$

$$\sin 2gv \qquad \gamma^2 \left(-\frac{9}{16} m \right)$$

$$\sin cv - c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{225}{16} m - \left(\frac{1071}{16} + \frac{225}{8} + \frac{765}{32} = \frac{3807}{32} \right) m^2 \right\}$$

$$\sin cv + c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{165}{16} m - \left(\frac{1407}{32} + \frac{225}{8} + \frac{375}{32} = \frac{1341}{16} \right) m^2 \right\}$$

$$\sin cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{765}{32} m \right)$$

$$\sin cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{555}{32} m \right)$$

$$\sin 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(\frac{1}{32} \right)$$

$$\sin 2Ev - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(\frac{845}{32} \right)$$

$$\sin Ev + cv \qquad e b^2 \left(-\frac{15}{16} \right)$$

$$\sin Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{9}{8} - \frac{15}{4} = -\frac{21}{8} \right) + \left(\frac{855}{32} - \frac{15}{4} = \frac{735}{32} \right) m \right\}$$

$$
\begin{array}{ll}
+\sin Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}+\frac{15}{8}=-\frac{15}{16}\right)\\
\sin 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{75}{16}\right)\\
\sin 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{8}\right)\\
\sin 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{16}+\frac{15}{8}=\frac{105}{16}\right)\\
\sin 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{16}m\right)\\
\sin 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right).
\end{array}
$$

En intégrant cette expression, et développant les diviseurs qui naissent de l'intégration, il est évident qu'on a ;

$$(4)\;\ldots\ldots\; -\int R_1 dv=$$

$$
\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}0.m-\frac{357}{32}m^2-\frac{274}{3}m^3-\gamma^2\left(\frac{3}{8}-\frac{27}{64}m\right)-e^2\left(\frac{75}{8}+\frac{5355}{64}m\right)\\ +0.m\varepsilon'^2+\frac{75}{64}b^4.m^{-1}\end{array}\right\}\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(0.m-\frac{3213}{128}m^2-\frac{525}{64}e^2-\frac{21}{64}\gamma^2\right)\\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3\left(0.m\right)\\
\cos 2cv & e^2\left(\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)\\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left\{-\frac{225}{16}m-\left(\frac{3807}{32}+\frac{225}{16}=\frac{4257}{32}\right)m^2\right\}\\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left\{-\frac{165}{16}m-\left(\frac{1341}{16}-\frac{165}{16}=\frac{147}{2}\right)m^2\right\}\\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{32}m\right)\\
\cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{555}{32}m\right)\\
\cos 2Ev + 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)
\end{array}
$$

$+\cos 2Ev - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{845}{64}\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{-\frac{21}{8}+\left(\frac{735}{32}-\frac{21}{4}=\frac{567}{32}\right)m\right\}$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{32}\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$.

141. Voici maintenant le calcul des autres termes qui dépendent des deux fonctions R_1 et $-\int R_1 dv$.

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev\ \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^2+\frac{9}{32}m^3-\frac{27}{64}m\gamma^2+\frac{9}{8}m^3\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^2-\frac{189}{32}m^3+\frac{63}{64}m\gamma^2-\frac{63}{8}m^3\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^2\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$c^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$

$$2\cos 2Ev \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{315}{16}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{8}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^2\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - cv \quad e(3)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{63}{2}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e(1)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^2-\frac{63}{16}m^3+\frac{189}{128}m\gamma^2-\frac{189}{16}m^3\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{315}{16}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{8}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^2+\frac{9}{16}m^3-\frac{27}{128}m\gamma^2+\frac{9}{16}m^3\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \qquad \frac{e^2}{m}\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2cv & e^2\left(\frac{45}{8}m\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{8}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \qquad \frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right) \\ \cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}\right)\ldots\left\{ \cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}\right)\ldots\left\{ \cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{ \cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{ \cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{63}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\cos Ev + c'mv - cv \quad \frac{e\varepsilon' b^2}{m^2}\left(\frac{5}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}\right) \\ \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}\right) \end{array}\right.$$

En réunissant ces parties on obtient ;

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1\, dv =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{9}{8} - \frac{63}{8} - \frac{63}{8} + \frac{9}{8} = -\frac{27}{2}\right)m^2 + \left(\frac{63}{64} - \frac{27}{64} + \frac{189}{128} - \frac{27}{128} = \frac{117}{64}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{9}{32} + \frac{9}{8} - \frac{189}{32} - \frac{63}{8} - \frac{63}{16} + \frac{9}{16} - \frac{189}{16} + \frac{9}{16} = -27\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\frac{63}{16} - \frac{153}{8} + \frac{63}{16} - \frac{153}{8} = -\frac{243}{8}\right\}m^2$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{45}{16} + \frac{45}{8} = \frac{135}{16}\right\}m$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\frac{9}{64} + \frac{9}{8} = \frac{81}{64}\right\}m$$

$$+\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{315}{16}-\frac{15}{8}-\frac{9}{2}+\frac{105}{8}-\frac{45}{16}+\frac{21}{2}-\frac{3}{2}+\frac{63}{2}=\frac{513}{8}\right\}m^2$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{105}{8}-\frac{45}{16}+\frac{63}{2}+\frac{315}{16}-\frac{15}{8}-\frac{3}{2}+\frac{21}{2}-\frac{9}{2}=\frac{513}{8}\right\}m^2$$

$$\cos Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{45}{8}\right\}$$

$$\cos 3Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{45}{8}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \qquad e^2\left\{\frac{45}{16}+\frac{45}{8}=\frac{135}{16}\right\}m$$

$$\cos 4Ev-2gv \qquad \gamma^2\left\{\frac{9}{64}+\frac{9}{8}=\frac{81}{64}\right\}m.$$

Le produit de $-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right)$ par

$$R_1 = \sin cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m\right) + \sin Ev-c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{8}\right)$$
$$+\sin cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m\right) + \sin 3Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{8}\right)$$
$$+\sin cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m\right) + \sin 3Ev \quad b^2\left(\frac{15}{8}\right)$$
$$+\sin Ev \quad b^2\left(\frac{3}{8}\right) + \sin 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m\right)$$

donne,

$$(6) \;\ldots\ldots\; -\frac{du_1}{dv}\cdot R_1 =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{165}{32}-\frac{225}{32}=-\frac{195}{16}\right\}me^2$$
$$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$$
$$\cos Ev+cv \qquad eb^2\left(-\frac{3}{16}\right)$$
$$\cos Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'b^2\left(\frac{21}{16}\right)$$
$$\cos 3Ev-cv \qquad eb^2\left(\frac{15}{16}\right)$$
$$\cos 3Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$$
$$\cos 4Ev-2cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{16}m\right).$$

En différentiant l'expression de δu trouvée dans le n.° 44, on y trouve les termes suivans :

$$-d.\frac{\delta u}{dv}=$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev & & \left\{ 2m^2+\left(\frac{19}{3}-2=\frac{13}{3}\right)m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2 \right\} \\
\sin 2Ev-cv & e & \left\{ \frac{15}{8}m+\left(\frac{273}{32}-\frac{15}{4}=\frac{153}{32}\right)m^2 \right\} \\
\sin 2Ev+cv & e & \left(-\frac{15}{8}m^2\right) \\
\sin 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left\{ -m^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{19}{12}=-\frac{13}{12}\right)m^3+\frac{3}{8}m\gamma^2 \right\} \\
\sin 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left\{ 7m^2+\left(\frac{133}{4}-\frac{21}{2}=\frac{91}{4}\right)m^3-\frac{7}{8}m\gamma^2 \right\} \\
\sin 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(17m^2 \right) \\
\sin 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left\{ -\frac{15}{8}m+\left(\frac{15}{8}-\frac{3}{64}=\frac{117}{64}\right)m^2 \right\} \\
\sin 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left\{ \frac{35}{8}m+\left(\frac{1691}{64}-\frac{105}{8}=\frac{851}{64}\right)m^2 \right\} \\
\sin 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(\frac{15}{16}m^2 \right) \\
\sin 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{105}{16}m^2 \right) \\
\sin 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{32}m \right) \\
\sin 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{255}{32}m \right) \\
\sin Ev & b^2 & \left(-\frac{15}{16}m \right) \\
\sin Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{5}{4}-\frac{45}{8}m \right),
\end{array}$$

lesquels étant multipliés par la valeur de R_1 (Voyez p. 60) donnent ces produits partiels ;

Produits partiels de $-\frac{d.\delta u}{dv}.R_1$

Multiplicateur		Produit	
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2-\frac{13}{16}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^2+\frac{273}{16}m^3-\frac{21}{32}m\gamma^2\right)$
		$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}m^2\right)$
		$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^2\right)$
		$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^2\right)$
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{32}m+\frac{351}{256}m^2\right)$
		$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{105}{32}m+\frac{2553}{256}m^2\right)$
		$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{128}m\right)$
		$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{128}m\right)$
		$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}-\frac{135}{32}m\right)$
		$\cos 3Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{45}{16}me^2\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}me^2\right)$
		$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots$	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
		$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
		$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\right)$

$$2\sin 2Ev+cv \qquad e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2cv & e^2\left(-\frac{45}{16}m\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)\\ \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^2+\frac{91}{8}m^3-\frac{63}{64}m\gamma^2\right)\\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{315}{64}m+\frac{3213}{256}m^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^2\right)\\ \cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{315}{64}m\right)\\ \cos Ev-c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{315}{128}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2-\frac{13}{8}m^3+\frac{9}{64}m\gamma^2\right)\\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{64}m-\frac{459}{256}m^2\right)\\ \cos cv+2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{105}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}m^2\right)\\ \cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\left\{\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos c'mv & \varepsilon'\left(\ \frac{45}{32}\,me^2\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\ \frac{3}{2}\ m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{315}{32}\,me^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\,m^2\right).\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(7)\ \ldots\ldots\ldots -\frac{d.\delta u}{dv}.R_1=$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{4}-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=9\right)m^2+\left(\frac{273}{16}-\frac{13}{16}+\frac{91}{8}-\frac{13}{8}=26\right)m^3\\ +\left(\frac{9}{32}-\frac{21}{32}-\frac{63}{64}+\frac{9}{64}=-\frac{39}{32}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{32}-\frac{105}{16}-\frac{315}{32}=-\frac{195}{16}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\frac{51}{4}-\frac{21}{8}-\frac{21}{8}+\frac{51}{4}=\frac{81}{4}\right\}m^2$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{16}\,m\right)$$

$$\cos cv+c'mv\ e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{105}{32}-\frac{45}{64}=\frac{165}{64}\right)m\\ +\left(\frac{45}{64}+\frac{2553}{256}-\frac{21}{2}+\frac{3}{2}-\frac{315}{64}-\frac{459}{256}+\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-\frac{1797}{128}\right)m^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv\ e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{315}{64}-\frac{45}{32}=\frac{225}{64}\right)m\\ +\left(\frac{351}{256}-\frac{315}{64}+\frac{3}{2}-\frac{21}{2}+\frac{3213}{256}+\frac{45}{64}+\frac{3}{2}-\frac{21}{2}=-\frac{531}{64}\right)m^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv+2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left\{\frac{765}{128}-\frac{105}{64}=\frac{555}{128}\right\}m$$

$$\cos cv-2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left\{\frac{765}{64}-\frac{315}{64}-\frac{135}{128}=\frac{765}{128}\right\}m$$

$$\cos Ev-c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\frac{15}{16}-\left(\frac{135}{128}+\frac{315}{128}=\frac{855}{128}\right)m\right\}$$

$$
\begin{array}{llr}
+\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{8}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{16}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{8}\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{45}{16} m\right).
\end{array}
$$

142. Pour obtenir les termes qui entrent dans le développement de la fonction $R_5 = R^V + \delta R^V$, remarquons d'abord qu'on a (Voyez pages 267, 354, 357, 358 du I.er volume)

$$
\begin{array}{llrllr}
R^V = \cos 2Ev + 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{1}{32}\right) & + \cos 2Ev - 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{845}{32}\right) \\
+ \cos Ev + cv & eb^2 & \left(-\frac{9}{4}\right) & + \cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{27}{8}\right) \\
+ \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{27}{4}\right) & + \cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{15}{4}\right) \\
+ \cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{8}\right) & + \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{4}\right).
\end{array}
$$

L'expression de δR^V peut être réduite pour l'objet actuel à ces deux termes ;

$$\delta R^V = -\frac{9}{2} q \cdot \left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 \cos(2v - 2v') \cdot \frac{\delta u}{u_1} + \frac{3}{2} q \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \cos(2v - 2v')\right]}{u_1^{\,3}}.$$

Il est évident, que la seconde de ces deux parties donne, d'après l'équation (b) trouvée dans le n.° 140,

$$
\begin{array}{rll}
\frac{3}{2} q \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \cos(2v - 2v')\right]}{u_1^{\,3}} = \cos c'mv & \varepsilon' & \left\{-\frac{429}{64} - \frac{627}{64} = -\frac{33}{2}\right\} m^3 \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{765}{32} m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{375}{32} m^2\right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{4} m\right).
\end{array}
$$

La première partie donnera les termes suivans en multipliant l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ (Voyez pag. 88) par le développement de la fonction $\frac{3}{2} q \left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 \cos(2v - 2v')$ rapporté dans le I.er volume (Voyez pag. 353).

Produits partiels de $-\frac{9}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{\imath}}\right)^3 \cos(2v-2v') \cdot \frac{\delta u}{u_{\imath}}$.

Multiplicateur		Produit
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^2-\frac{1197}{32}m^3+\frac{63}{64}m\gamma^2+\frac{315}{64}me^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^2+\frac{57}{32}m^3-\frac{27}{64}m\gamma^2-\frac{135}{64}me^2\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^2\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{405}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{405}{64}m\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{32}m-\frac{117}{256}m^2\right)$
$2\cos 2Ev\left(-\frac{9}{4}\right)$	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{315}{32}m-\frac{14211}{256}m^2\right)$
	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{405}{128}m\right)$
	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{81}{64}m^2\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{567}{64}m^2\right)$
	$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{2295}{128}m\right)$
	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}+\frac{405}{32}m\right)$
	$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{32}\right)$
	$\cos 3Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$
	$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{32}\right)$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}\right) \left\{ \begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^2 - \frac{399}{16}m^3 + \frac{189}{128}m\gamma^2 + \frac{945}{128}me^2\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{945}{64}m\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{945}{64}m - \frac{16191}{256}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{567}{64}m^2\right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{945}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{8}\right)\ldots \left\{ \begin{array}{ll}
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^2 + \frac{57}{16}m^3 - \frac{27}{128}m\gamma^2 - \frac{135}{128}me^2\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{135}{64}m + \frac{2313}{256}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{81}{64}m^2\right) \\
\cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{315}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{27}{8}\right)\ldots \left\{ \begin{array}{ll}
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{405}{64}m^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{64}me^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{945}{64}me^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^2\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{135}{32}\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(\frac{27}{8}\right)\ldots \left\{ \begin{array}{ll}
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}m^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \qquad e\left(\frac{27}{8}\right)\ldots\begin{cases}\cos 2cv & e^2\left(\frac{405}{64}m\right)\\ \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{135}{32}\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}\right)\ldots\begin{cases}\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^2\right)\\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{2295}{64}m\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}\right)\ldots\left\{\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}\right)\ldots\left\{\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}\right)\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{128}me^2\right)\\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}\right)\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{2835}{128}me^2\right)\\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{189}{16}m^2\right).\end{cases}$$

En réunissant ces différentes parties on aura ;

$$(8)\ \ldots\ldots\ R_5 = R^v + \delta R^v =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\left(-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}=-\frac{27}{2}\right)m^2\\ &+\left(\frac{57}{32}-\frac{1197}{32}-\frac{399}{16}+\frac{57}{16}-\frac{33}{2}=-\frac{147}{2}\right)m^3\\ &+\left(\frac{63}{64}-\frac{27}{64}+\frac{189}{128}-\frac{27}{128}=\frac{117}{64}\right)m\gamma^2\\ &+\left(\frac{315}{64}-\frac{135}{64}+\frac{945}{128}-\frac{135}{128}-\frac{405}{64}+\frac{945}{64}-\frac{405}{128}+\frac{2835}{128}=\frac{585}{16}\right)me^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\frac{63}{16}-\frac{153}{8}+\frac{63}{16}-\frac{153}{8}=-\frac{243}{8}\right\}m^2$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{405}{64}-\frac{405}{64}=0\right\}m$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{-\frac{27}{64}m\right\}$$

$+\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{135}{64}-\frac{315}{32}=-\frac{495}{64}\right)m \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{567}{64}-\frac{14211}{256}-\frac{81}{64}+\frac{2313}{256}+\frac{189}{16} \\ -\frac{27}{16}-\frac{27}{16}+\frac{189}{16}-\frac{375}{32}=-\frac{3885}{128}\end{array}\right\}m^2\end{array}\right\}$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{135}{32}-\frac{945}{64}=-\frac{675}{64}\right)m \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{567}{64}-\frac{117}{256}-\frac{16191}{256}-\frac{81}{64}-\frac{27}{16} \\ +\frac{189}{16}+\frac{189}{16}-\frac{27}{16}-\frac{765}{32}=-\frac{3825}{64}\end{array}\right\}m^2\end{array}\right\}$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{315}{64}-\frac{2295}{128}=-\frac{1665}{128}\right\}m$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{405}{128}+\frac{945}{64}-\frac{2295}{64}=-\frac{2295}{128}\right\}m$
$\cos 2Ev + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{1}{32}\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{845}{32}\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{9}{4}\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{27}{8}-\frac{45}{16}=\frac{9}{16}\right)m+\left(\frac{405}{32}-\frac{15}{4}+\frac{945}{128}=\frac{2085}{128}\right)m\right\}$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\frac{135}{32}-\frac{27}{4}-\frac{135}{32}=-\frac{27}{4}\right\}$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{4}\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{8}-\frac{45}{16}=-\frac{75}{16}\right\}$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{4}-\frac{135}{32}+\frac{135}{32}=\frac{15}{4}\right\}$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left\{\frac{405}{64}-\frac{405}{64}=0\right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{27}{64}m\right\}.$

143. Maintenant, pour former l'équation différentielle en δu, il suffit de faire la somme des termes compris dans la fonction

$$\tfrac{3}{2}(1)+(2)+m^2\{(3)+2.(4)+(5)+(6)+(7)+(8)\}.$$

En faisant cette réunion on aura

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2+0.m^3+\left(9-\frac{357}{16}-\frac{27}{2}-\frac{27}{2}=-\frac{645}{16}\right)m^4+\frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{548}{3}+27-26+\frac{147}{2}=\frac{1543}{6}\right)m^5+\left(\frac{3}{2}-\frac{75}{4}=-\frac{69}{4}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{4}-\frac{9}{8}=-\frac{3}{2}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{585}{16}-\frac{195}{16}-\frac{195}{16}-\frac{5355}{32}=-\frac{4965}{32}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{117}{64}+\frac{9}{32}+\frac{27}{32}-\frac{39}{32}+\frac{117}{64}=\frac{57}{16}\right)m^3\gamma^2+\frac{75}{32}mb^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{4}m^2+0.m^3+\left(\frac{45}{8}-\frac{3213}{64}-\frac{243}{8}+\frac{81}{4}-\frac{243}{8}=-\frac{5445}{64}\right)m^4 \\ +\left(\frac{9}{4}-\frac{525}{32}=-\frac{453}{32}\right)m^2e^2+\frac{7}{4}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{21}{32}+\frac{9}{16}-\frac{261}{128}=-\frac{273}{128}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left\{\frac{53}{16}m^2+0.m^3\right\}$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4\left(\frac{77}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2+\left(\frac{45}{16}+\frac{135}{16}+\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=\frac{45}{4}\right)m^3+\frac{405}{128}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\left(\frac{3}{8}+\frac{9}{8}=\frac{3}{2}\right)m^2+\left(\frac{81}{64}-\frac{27}{64}-\frac{9}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{9}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 3cv \qquad e^3\left(-\frac{5}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2gv+cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\right)m^2$$

$$+\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 + \left(\frac{165}{64} - \frac{3}{2} - \frac{165}{8} - \frac{495}{64} = -\frac{873}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{513}{8} - 147 - \frac{9}{2} - \frac{1797}{128} - \frac{3885}{128} = -\frac{8433}{64}\right)m^4 \\ -\frac{9}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2\gamma^2 - \frac{81}{32}m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{225}{8} + \frac{225}{64} - \frac{675}{64} = -\frac{1077}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{513}{8} - \frac{9}{2} - \frac{4257}{16} - \frac{531}{64} - \frac{3825}{64} = -\frac{549}{2}\right)m^4 \\ -\frac{9}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2\gamma^2 + \frac{81}{32}m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{8}m^2 + \left(\frac{555}{128} - \frac{63}{32} - \frac{555}{16} - \frac{1665}{128} = -\frac{2901}{64}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{8}m^2 + \left(\frac{63}{32} - \frac{765}{16} + \frac{765}{128} - \frac{2295}{128} = -\frac{3699}{64}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos cv + 3c'mv \qquad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{159}{32}m^2\right)$$

$$\cos cv - 3c'mv \qquad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{159}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{27}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2cv + c'mv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{27}{16}m + \left(\frac{207}{128} + \frac{9}{16} = \frac{279}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{27}{16}m + \left(\frac{9}{16} - \frac{27}{128} = \frac{45}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{81}{64}m + \left(\frac{27}{32} - \frac{783}{512} = -\frac{351}{512}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{81}{64}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{63}{32} - \frac{27}{4} - \frac{9}{8} = -\frac{189}{32}\right)m^2$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{63}{32} - \frac{27}{4} - \frac{9}{8} = -\frac{189}{32}\right)m^2$$

$$
\begin{array}{lll}
+\cos 2gv-2cv+c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{135}{32}m\right) \\[6pt]
\cos 2gv-2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{135}{32}m\right) \\[6pt]
\cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{64}m\gamma^2\right) \\[6pt]
\cos 2Ev+3c'mv & \varepsilon'^3 & \left\{\frac{1}{32}+\frac{1}{32}=\frac{1}{16}\right\}m^2 \\[6pt]
\cos 2Ev-3c'mv & \varepsilon'^3 & \left\{\frac{845}{32}+\frac{845}{32}=\frac{845}{16}\right\}m^2 \\[6pt]
\cos Ev+cv & eb^2 & \left(-\frac{15}{16}-\frac{3}{16}-\frac{9}{4}=-\frac{27}{8}\right)m^2 \\[6pt]
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{16}+\frac{9}{16}-\frac{21}{4}=-\frac{15}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{135}{64}+\frac{567}{16}-\frac{855}{128}+\frac{2085}{128}=\frac{1509}{32}\right)m^3\end{array}\right\} \\[6pt]
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{21}{16}-\frac{15}{16}-\frac{15}{8}-\frac{27}{4}+\frac{45}{8}=-\frac{21}{8}\right\}m^2 \\[6pt]
\cos 3Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{15}{16}-\frac{75}{16}-\frac{15}{4}=-\frac{15}{2}\right)m^2 \\[6pt]
\cos 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{15}{4}-\frac{15}{16}-\frac{75}{16}=-\frac{75}{8}\right\}m^2 \\[6pt]
\cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{105}{16}+\frac{45}{8}-\frac{45}{16}+\frac{15}{8}+\frac{15}{4}=15\right)m^2 \\[6pt]
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left\{\frac{45}{16}+\frac{135}{16}-\frac{45}{16}+\frac{45}{16}=\frac{45}{4}\right\}m^3 \\[6pt]
\cos 4Ev-2gv & \gamma^2 & \left\{-\frac{27}{256}m^2+\left(\frac{81}{64}-\frac{27}{512}-\frac{9}{16}-\frac{27}{64}=\frac{117}{512}\right)m^3\right\} \\[6pt]
\cos 4Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{27}{128}m^2\right) \\[6pt]
\cos 4Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{63}{128}m^2\right) \\[6pt]
\cos 4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{512}m^2\right).
\end{array}
$$

Pour tirer de là l'expression de δu il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant pris dans la table suivante, dont la formation est conforme au principe énoncé dans le n.° 44.

Argument	Facteur pour l'intégration
$c'mv$	$-1-\frac{5}{2}m^2+0.m^3$
$2c'mv$	$-1-\frac{11}{2}m^2$
$3c'mv$	-1
$4c'mv$	-1
$2cv$	$\frac{1}{3}$
$2gv$	$\frac{1}{3}$
$3cv$	$\frac{1}{8}$
$2gv+cv$	$\frac{1}{8}$
$cv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{m}{2}+\frac{257}{32}m^2\right)$
$cv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{m}{2}-\frac{193}{32}m^2\right)$
$cv+2c'mv$	$\frac{1}{4m}(1-m)$
$cv-2c'mv$	$-\frac{1}{4m}(1+m)$
$cv+3c'mv$	$\frac{1}{6m}$
$cv-3c'mv$	$-\frac{1}{6m}$
$2cv-2c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2cv+c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2cv-c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2gv+c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1-\frac{4}{3}m\right)$
$2gv-c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m\right)$

$2gv - 2c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2gv + 2c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2gv - cv + c'mv$	$\frac{1}{2m}$
$2gv - cv - c'mv$	$-\frac{1}{2m}$
$2gv - 2cv + c'mv$	-1
$2gv - 2cv - c'mv$	-1
$2Ev + 2c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2Ev + 3c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2Ev - 3c'mv$	$\frac{1}{3}$
$Ev + cv$	$\frac{1}{3}$
$Ev - c'mv$	$-\frac{1}{4m}\left(1 + \frac{11}{8}m\right)$
$Ev - c'mv + cv$	$\frac{1}{3}$
$3Ev - cv$	$\frac{1}{3}$
$3Ev + c'mv$	$\frac{1}{8}$
$3Ev + c'mv - cv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev - 2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m\right)$
$4Ev + c'mv - 2gv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev - c'mv - 2gv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev + 2c'mv - 2gv$ . . .	$\frac{1}{3}$

Pour former les facteurs relatifs aux deux argumens $cv + c'mv$, $cv - c'mv$ on a fait $c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3$: ensuite on a pris

$$(c+m)^2 - 1 + \frac{3}{2}m^2 = 2m + m^2 - \frac{249}{16}m^3,$$

$$(c-m)^2 - 1 + \frac{3}{2}m^2 = -2m + m^2 - \frac{201}{16}m^3;$$

d'où on a tiré les deux facteurs en question, en divisant l'unité par chacun de ces deux trinomes.

Cela posé, on obtiendra sans difficulté l'expression suivante de δu:

$$\delta u =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2 + 0.m^3 + \left(\frac{645}{16} - \frac{15}{4} = \frac{585}{16}\right)m^4 + \frac{1543}{6}m^5 - \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{69}{4}m^2e^2 + \frac{3}{2}m^2\gamma^2 + \frac{4965}{32}m^3e^2 - \frac{57}{16}m^3\gamma^2 - \frac{75}{32}mb^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 + 0.m^3 + \left(\frac{5445}{64} - \frac{99}{8} = \frac{4653}{64}\right)m^4 + \frac{453}{32}m^2e^2 \\ -\frac{7}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{273}{128}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{16}m^2 + 0.m^3\right)$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4\left(-\frac{77}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{16}\gamma^2 + \frac{135}{128}m\gamma^2 + \frac{15}{4}m^3\right)$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{32}m^3\right)$$

$$\cos 3cv \qquad e^3\left(-\frac{5}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2\right)$$

$+\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m + \left(\frac{9}{16} - \frac{873}{64} = -\frac{837}{64}\right) m^2 \\ + \left(\frac{873}{128} - \frac{8433}{128} - \frac{2313}{256} = -\frac{17433}{256}\right) m^3 \\ -\frac{9}{16} m e^2 + \frac{9}{4} m \gamma^2 - \frac{81}{64} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m + \left(\frac{1077}{64} + \frac{9}{16} = \frac{1113}{64}\right) m^2 \\ + \left(\frac{549}{4} + \frac{1077}{128} - \frac{1737}{256} = \frac{35553}{256}\right) m^3 \\ + \frac{9}{16} m e^2 - \frac{9}{4} m \gamma^2 + \frac{81}{64} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{32} m + \left(\frac{27}{32} - \frac{2901}{256} = -\frac{2685}{256}\right) m^2 \right\}$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{27}{32} m + \left(\frac{3699}{256} + \frac{27}{32} = \frac{3915}{256}\right) m^2 \right\}$
$\cos cv + 3c'mv$	$e\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{64} m \right)$
$\cos cv - 3c'mv$	$e\varepsilon'^3 \left(\frac{53}{64} m \right)$
$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{9}{8} m^2 \right)$
$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon' \left(\frac{3}{4} m^2 \right)$
$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon' \left(\frac{3}{4} m^2 \right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{16} m + \left(\frac{93}{128} + \frac{3}{4} = \frac{189}{128}\right) m^2 \right\}$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{16} m + \left(\frac{15}{128} + \frac{3}{4} = \frac{111}{128}\right) m^2 \right\}$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{27}{64} m + \left(\frac{9}{8} - \frac{117}{512} = \frac{459}{512}\right) m^2 \right\}$
$\cos 2gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m \right)$
$\cos 2gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{189}{64} m \right)$
$\cos 2gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{189}{64} m \right)$

$+\cos 2gv - 2cv + c'v$ fait	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m\right)$
$\cos 2gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{135}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{1}{48}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{845}{48}m^2\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{16}m + \left(\frac{165}{128} - \frac{1509}{128} = -\frac{21}{2}\right)m^3\right\}$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{7}{8}m^2\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{5}{2}m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(5\,m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}m^3\right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{9}{256}m^2 + \left(\frac{39}{512} - \frac{3}{16} = -\frac{57}{512}\right)m^3\right\}$
$\cos 4Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{128}m^2\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{128}m^2\right)$
$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{512}m^2\right)$.

144. Maintenant, au moyen de cette valeur partielle de δu et de celle trouvée dans le n.° 44 (Voyez p. 76) on obtiendra aisément

les termes suivans qui entrent dans le produit $\delta u\left(\frac{1}{u_1}-1\right)$, formé en prenant (Voyez vol. I. pag. 308)

$$\frac{1}{u_1}-1= \cos 0v\left(-\tfrac{1}{4}\gamma^2-\tfrac{1}{2}e^2\right)+2\cos cv\;\; e\left(-\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{4}\gamma^2+\tfrac{1}{8}e^2\right)$$
$$+2\cos 2cv\;\; e^2\left(\tfrac{1}{4}\right)+2\cos 2gv\;\; \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right)+2\cos 2gv-cv\;\; e\gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}\right).$$

Produits partiels de $\delta u\left(\frac{1}{u_1}-1\right)$

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v\;\left(-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^2\gamma^2+\frac{3}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{16}m^2\gamma^2+\frac{9}{8}m^2e^2\right)$
	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{16}me^2+\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}me^2-\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
$2\cos cv\;\; e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)\ldots$	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{7}{16}e^2-\frac{135}{128}me^2\right)$
	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2+0\,.\,m^3\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2+0\,.\,m^3\right)$
	$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{4}m^2\right)$
	$\cos cv$	$e\left(-\frac{1}{4}m^2e^2+\frac{5}{32}e^2\gamma^2\right)$
	$\cos 3cv$	$e^3\left(\frac{1}{4}m^2+\frac{5}{32}\gamma^2\right)$
	$\cos 2cv+c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m+\frac{837}{128}m^2\right)$

$$
2\cos cv\; e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)\cdot\cdot
\left\{
\begin{array}{lll}
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}
\frac{9}{16}me^2+\frac{837}{128}m^2e^2+\frac{17433}{512}m^3e^2\\
+\frac{9}{32}me^4-\frac{9}{8}me^2\gamma^2+\frac{81}{128}me^2\varepsilon'^2\\
-\frac{9}{32}me^2\gamma^2-\frac{9}{64}me^4
\end{array}\right\}\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{16}me^2-\frac{1113}{128}m^2e^2-\frac{35553}{512}m^3e^2\\
-\frac{9}{32}me^4+\frac{9}{8}me^2\gamma^2-\frac{81}{128}me^2\varepsilon'^2\\
+\frac{9}{32}me^2\gamma^2+\frac{9}{64}me^4
\end{array}\right\}\\
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{9}{16}m-\frac{1113}{128}m^2\right)\\
\cos 2cv+2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{64}m\right)\\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{64}m-\frac{3915}{512}m^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{64}me^2+\frac{2685}{512}m^2e^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{64}me^2-\frac{3915}{512}m^2e^2\right)\\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(\frac{53}{128}me^2\right)\\
\cos 3c'mv & \varepsilon'^3 & \left(-\frac{53}{128}me^2\right)\\
\cos 2gv+cv+c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m\right)\\
\cos 2gv-cv+c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m\right)\\
\cos 2gv+cv-c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right)\\
\cos 2gv-cv-c'mv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right)\\
\cos 2gv-2cv+c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{189}{128}m\right)\\
\cos 2gv-2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{189}{128}m\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{64}me^2\right)
\end{array}
\right.
$$

$$2\cos cv \quad e\left(-\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{4}\gamma^2+\tfrac{1}{8}e^2\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev+cv & eb^2\left(\tfrac{15}{32}m+\tfrac{81}{32}m^2\right)\\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{15}{32}m+\tfrac{21}{4}m^2\right)\\
\cos Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{5}{8}+\tfrac{45}{16}m\right)\\
\cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\tfrac{25}{128}m^2\right)\\
\cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left(\tfrac{75}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2\left(\tfrac{75}{128}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\tfrac{1}{4}\right)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left(\tfrac{1}{8}m^2e^4-\tfrac{5}{64}\gamma^2e^4\right)\\
\cos 2cv+c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\tfrac{3}{8}m^2\right)\\
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\tfrac{3}{8}m^2\right)\\
\cos 2gv+cv & e\gamma^2\left(-\tfrac{7}{32}e^2\right)\\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\tfrac{9}{16}m^2\right)\\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{32}me^2\right)\\
\cos 3cv+c'mv & e^3\varepsilon'\left(-\tfrac{9}{32}m\right)\\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\tfrac{9}{32}me^2\right)\\
\cos 3cv-c'mv & e^3\varepsilon'\left(\tfrac{9}{32}m\right)\\
\cos 2gv-2cv+c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{9}{64}m\right)\\
\cos 2gv-2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\tfrac{9}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left(\tfrac{1}{16}m^2\gamma^4\right)\\
\cos 2gv+c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{3}{16}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m^2\right) \\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^2\right) \\
\cos 2gv - cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right) \\
\cos 2gv + cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right) \\
\cos 2gv - cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right) \\
\cos 2gv + cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right) \\
\cos 4gv - cv & e\gamma^4\left(-\frac{7}{64}\right) \\
\cos cv & e\left(-\frac{7}{64}\gamma^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{128}m\gamma^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{128}m\gamma^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left(\frac{7}{64}e^2\gamma^4\right) \\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right) \\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right).
\end{array}\right.$$

En ajoutant ces termes avec la valeur précédente de δu on aura celle de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il s'agissait de trouver dans ce paragraphe. Mais, afin de rendre plus commodes les développemens ultérieurs, nous placerons dans l'équation suivante la totalité des termes calculés jusqu'ici qui font partie de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$. On aura ces termes au moyen de l'expression précédente de $\frac{\delta u}{u_1}$ et des valeurs partielles de la même fonction trouvées dans les N.os 51, 70, 80 (Voyez pag. 88, 128 et 145).

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 0v \qquad \left(\frac{1}{8} m^2 e^4 - \frac{5}{64} \gamma^2 e^4 + \frac{7}{64} e^2 \gamma^4 + \frac{1}{16} m^2 \gamma^4 \right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(- \frac{1}{4} m^2 e^2 + \frac{5}{32} e^2 \gamma^2 - \frac{7}{64} \gamma^4 \right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & - \frac{3}{2} m^2 + 0 . m^3 + \left(\frac{9}{16} - \frac{9}{16} = 0 \right) me^2 + \frac{585}{16} m^4 - \frac{27}{16} m^2 \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{15}{8} \right) m^2 \gamma^2 + \left(\frac{69}{4} + \frac{3}{4} + \frac{837}{128} - \frac{1113}{128} = \frac{507}{32} \right) m^2 e^2 \\ & + \frac{1543}{6} m^5 - \frac{57}{16} m^3 \gamma^2 + \left(\frac{4965}{32} + \frac{17433}{512} - \frac{35553}{512} = \frac{7665}{64} \right) m^3 e^2 \\ & + \left(\frac{9}{32} - \frac{9}{64} - \frac{9}{32} + \frac{9}{64} = 0 \right) me^4 + \left(\frac{9}{128} - \frac{9}{128} = 0 \right) m\gamma^4 - \frac{75}{32} mb^4 \\ & + \left(\frac{81}{128} - \frac{81}{128} = 0 \right) me^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{8} + \frac{9}{32} - \frac{9}{8} - \frac{9}{32} = 0 \right) m\gamma^2 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{aligned} & - \frac{9}{4} m^2 + 0 . m^3 - \left(\frac{27}{64} - \frac{27}{64} = 0 \right) me^2 + \frac{4653}{64} m^4 - \frac{7}{4} m^2 \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{273}{128} + \frac{9}{16} = \frac{345}{128} \right) m^2 \gamma^2 + \left(\frac{453}{32} + \frac{9}{8} + \frac{2685}{512} - \frac{3915}{512} = \frac{3297}{256} \right) m^2 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left\{ - \frac{53}{16} m^2 + 0 . m^3 + \left(\frac{53}{128} - \frac{53}{128} = 0 \right) me^2 \right\}$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4 \left(- \frac{77}{16} m^2 \right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{1}{2} m^2 - \frac{5}{16} \gamma^2 + \frac{135}{128} m\gamma^2 + \frac{15}{4} m^3 \right\} \; (*)$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \frac{1}{2} m^2 + \frac{7}{16} e^2 - \frac{3}{32} m^3 - \frac{135}{128} me^2 \right\}$$

$$\cos 3cv \qquad e^3 \left\{ \left(- \frac{5}{32} - \frac{1}{4} = - \frac{13}{32} \right) m^2 + \frac{5}{32} \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \left(\frac{3}{32} - \frac{1}{4} = - \frac{5}{32} \right) m^2 - \frac{7}{32} e^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ - \frac{7}{8} + \frac{135}{64} m + \frac{93}{512} m^2 + \frac{3}{16} \gamma^2 + \frac{27}{64} e^2 \right\}$$

(*) Coefficient employé par anticipation dans la page 248.

$+\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{2}+\frac{135}{64}m-\frac{3779}{1024}m^2+\frac{7}{64}\gamma^2+\frac{11}{64}e^2\right)$
$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(-\frac{19}{64}\right)$
$\cos 4gv - cv$	$e\gamma^4\left(-\frac{7}{64}\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{8}m+\left(\frac{3}{4}-\frac{837}{64}=-\frac{789}{64}\right)m^2-\frac{17433}{256}m^3\\+\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{32}=\frac{81}{32}\right)m\gamma^2-\frac{81}{64}m\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+\frac{9}{32}=\frac{9}{32}\right)me^2\end{array}\right\}$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}m+\left(\frac{1113}{64}+\frac{3}{4}=\frac{1161}{64}\right)m^2+\frac{35553}{256}m^3\\-\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{32}=\frac{81}{32}\right)m\gamma^2+\frac{81}{64}m\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{32}=-\frac{9}{32}\right)me^2\end{array}\right\}$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{32}m+\left(\frac{9}{8}-\frac{2685}{256}=-\frac{2397}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{32}m+\left(\frac{9}{8}+\frac{3915}{256}=\frac{4203}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos cv + 3c'mv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{53}{64}m\right)$
$\cos cv - 3c'mv$	$e\varepsilon'^3\left(\frac{53}{64}m\right)$
$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left\{\frac{9}{16}m+\left(\frac{3}{4}+\frac{837}{128}-\frac{3}{8}=\frac{885}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left\{-\frac{9}{16}m+\left(\frac{3}{4}-\frac{1113}{128}-\frac{3}{8}=-\frac{1065}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{64}m+\left(\frac{9}{8}-\frac{3915}{512}-\frac{9}{16}=-\frac{3627}{512}\right)m^2\right\}$
$\cos 2cv + 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{64}m\right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{9}{16}m+\left(\frac{189}{128}-\frac{3}{16}=\frac{165}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{9}{16}m+\left(\frac{111}{128}-\frac{3}{16}=\frac{87}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{27}{64}m+\left(\frac{459}{512}-\frac{9}{32}=\frac{315}{512}\right)m^2\right\}$
$\cos 2gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$

$+\cos 3cv + c'mv$	$\varepsilon' e^3\left(-\frac{9}{32}m\right)$
$\cos 3cv - c'mv$	$\varepsilon' e^3\left(\frac{9}{32}m\right)$
$\cos 2gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{189}{64}+\frac{9}{32}+\frac{9}{64}=-\frac{81}{32}\right)m$
$\cos 2gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{189}{64}-\frac{9}{32}-\frac{9}{64}=\frac{81}{32}\right)m$
$\cos 2gv + cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}+\frac{9}{32}=\frac{9}{64}\right)m$
$\cos 2gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=-\frac{9}{64}\right)m$
$\cos 2gv - 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{32}+\frac{189}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{64}=-\frac{387}{128}\right)m$
$\cos 2gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{135}{32}-\frac{189}{128}+\frac{9}{64}+\frac{9}{64}=\frac{387}{128}\right)m$
$\cos 2Ev$	$\left(m^2+\frac{19}{6}m^3-\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{15}{16}me^2+\frac{64}{9}m^4-\frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2-\frac{35}{64}m^2\gamma^2-\frac{1567}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m+\frac{257}{32}m^2+\frac{39193}{1536}m^3-\frac{3}{2}m\gamma^2-\frac{75}{16}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{33}{16}m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2+\frac{15}{32}me^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{24}m^3+\frac{3}{16}m\gamma^2+\frac{15}{16}me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2+\frac{133}{8}m^3-\frac{7}{16}m\gamma^2-\frac{35}{16}me^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m+\frac{331}{64}m^2+\frac{62219}{3072}m^3-\frac{225}{32}m\varepsilon'^2+\frac{105}{64}me^2-\frac{33}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m-\frac{61}{64}m^2-\frac{755}{3072}m^3-\frac{15}{32}m\varepsilon'^2-\frac{477}{128}me^2-\frac{3}{64}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{17}{2}m^2\right)$

$+\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{45}{64}me^2\right)$	
$\cos 2Ev + 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{1}{48}m^2\right)$	(*)
$\cos 2Ev - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{845}{48}m^2\right)$	
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m + \frac{13}{64}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m + \frac{1579}{64}m^2\right)$	
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{15}{32}m\right)$	
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{39}{64}m\right)$	
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m + \frac{205}{256}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{51}{64}m + \frac{507}{512}m^2\right)$	
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m - \frac{2409}{1024}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{9}{32}m - \frac{259}{256}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{32}m\right)$	
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$	
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m + \frac{1019}{128}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{16}m + \frac{1117}{128}m^2\right)$	
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m - \frac{5}{32}m^2\right)$	
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{16}m - \frac{89}{32}m^2\right)$	

(*) Termes employés par anticipation dans la pag. 279.

$+\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{765}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2\left(\frac{51}{64}m\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{519}{64}m^2\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left\{\frac{15}{32}m + \left(\frac{81}{32} - \frac{9}{8} = \frac{45}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m - \frac{21}{2}m^2\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{4} - \frac{45}{8}m\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{32}m + \left(\frac{21}{4} - \frac{7}{8} = \frac{35}{8}\right)m^2\right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{8} + \frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8} - \frac{135}{16}m\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{195}{32}m\right)$
$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{25}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left\{-\frac{5}{2} - \frac{25}{128} = -\frac{345}{128}\right\}m^2$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{5 + \frac{75}{128} = \frac{715}{128}\right\}m^2$

$$
\begin{array}{ll}
+\cos 4Ev & \left(-\frac{1}{2}m^4\right)\\
\cos 4Ev - cv & e\left(-\frac{75}{64}m^3\right)\\
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left\{\frac{15}{4}+\frac{75}{128}=\frac{555}{128}\right\}m^3\\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left\{-\frac{9}{256}m^2-\frac{57}{512}m^3\right\}\\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{512}m^2\right).
\end{array}
$$

145. De là il est facile de tirer le premier terme du coefficient des trois argumens $2cv-2c'mv$, $2gv-2c'mv$, $Ev-c'mv+cv$, qui entrent dans l'expression de δnt. En effet, pour cet objet il suffit de faire dans l'équation (Voyez pag. 97 et 100).

$$\frac{d.\delta nt}{dv}=\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y-Y\,;$$

$$1-\frac{X}{\lambda}=2e\cos cv\,,$$

$$
\begin{array}{ll}
Y=2\frac{\delta u}{u_{\text{,}}}=\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m\right)\\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)\\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)\\
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}m\right)\\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}m\right);
\end{array}
$$

ce qui donnera

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{27}{16} + \frac{27}{32} = \frac{81}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{27}{32} m \right)$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{15}{16} + \frac{15}{8} = \frac{45}{16} \right\} m\,;$$

et par conséquent

$$\delta nt = \sin 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{81}{64} m \right)$$

$$\sin 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m \right)$$

$$\sin Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(\frac{45}{32} m \right).$$

On verra plus loin que la recherche préalable de ces trois termes était nécessaire.

§ 8.

Addition des termes de l'ordre subséquent aux coefficiens des argumens de la forme $2Ev + \beta v$ ou $4Ev + \beta v$, qui entrent dans l'expression de δu trouvée dans les n.os 44 et 69. — Développement de plusieurs autres termes du cinquième et du sixième ordre.

146. Il s'agit ici de développer les différentes fonctions qui entrent dans le second membre de l'équation différentielle en δu (Voyez tom. I. pag. 277), de manière que l'approximation des coefficiens soit avancée d'un ordre, à l'égard de tous les argumens de la forme $2Ev + \beta v$ ou $4Ev + \beta v$ déjà considérés dans les deux n.os 44 et 69. De plus, il s'agit de comprendre dans ce même calcul tous les autres argumens de la même forme dont le premier terme du coefficient est du *cinquième* ordre: non seulement dans l'expression de δu, mais aussi dans celle de l'intégrale $\int \delta u . dv$. Toutefois il est essentiel d'avertir, que cette dernière condition ne sera pas remplie relativement aux coefficiens des deux argumens $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$. L'ordre de ces coefficiens s'abaissant de *deux* unités dans le passage de δu à $\int \delta u . dv$, il faudrait tenir compte, avant l'intégration, des quantités du *septième* ordre, ce qui nous jeterait dans une trop grande complication.

Nous traiterons par la suite dans un paragraphe particulier ce qui concerne, par rapport à δu, la recherche des coefficiens des deux argumens $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$ poussés jusqu'aux quantités du *septième* ordre inclusivement. Pour le moment il sera question de les développer en ayant égard aux quantités du *sixième* ordre.

Avant d'entreprendre ces développemens nous ferons observer, pour plus de clarté, que nous excluons, à dessein, les termes qui affectent les argûmens $2Ev+2c'mv$, $2Ev+3c'mv$, $2Ev-3c'mv$, $4Ev-2cv$, $4Ev-2gv$, $4Ev+c'mv-2gv$, $4Ev-c'mv-2gv$, $4Ev+2c'mv-2gv$, parcequ'ils ont été déjà développés dans le paragraphe précédent.

147. D'après notre marche ordinaire, il faut d'abord chercher les termes qui naissent du développement de la fonction $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T$; ce qui exige l'emploi de l'expression de δs donnée dans les n.^{os} 108 et 116. Mais cela ne suffit pas : pour développer ultérieurement les coefficiens des deux argumens $2Ev-2gv+cv$, $2Ev-2gv+2cv$, qui font partie de l'expression de δu (Voyez pag. 127), il faut ajouter à l'expression de δs, connue jusqu'ici, les deux termes du sixième ordre qui affectent les argumens $2Ev-3gv+cv$, $2Ev-3gv+2cv$. Pour obtenir ces coefficiens remarquons d'abord que, d'après les résultats posés dans les pages 125, 214 et 215, les fonctions R_3 et R_1 contiennent chacune les deux termes suivans :

$$R_3 = \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right) + \cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right);$$

$$R_1 = \sin 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right) + \sin 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right).$$

Donc, en faisant les produits $R_3.\gamma \sin gv$, $-R_1\frac{ds_1}{dv}$, il viendra ;

$$\begin{aligned} R_3.\gamma \sin gv = {} & \sin 2Ev-3gv+cv \quad e\gamma^3\left(-\frac{3}{8}\right) \\ & \sin 2Ev-3gv+2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32}\right); \\ -R_1.\frac{ds_1}{dv} = {} & \sin 2Ev-3gv+cv \quad e\gamma^3\left(-\frac{3}{8}\right) \\ & \sin 2Ev-3gv+2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32}\right). \end{aligned}$$

Maintenant, si l'on prend

$R_3 = 2\cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right)$; $\qquad R_1 = 2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right)$;

$\delta s = \sin 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{64}\right)$; $\qquad -\frac{d.\delta s}{dv} = \cos 3gv - 2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{15}{64}\right)$;

on aura

$$R_3 \,.\, \delta s = \sin 2Ev - 3gv + 2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}\right);$$

$$-R_1 \frac{d.\delta s}{dv} = \sin 2Ev - 3gv + 2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{45}{256}\right).$$

Cela posé, il est évident que l'équation différentielle en δs, qui convient à cet objet spécial, est celle-ci ;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s = \sin 2Ev - 3gv + cv \quad e\gamma^3\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{3}{4}\right)m^2 \;.$$

$$\sin 2Ev - 3gv + 2cv \quad e^2\gamma^3\left(\frac{15}{32} + \frac{15}{32} + \frac{45}{256} + \frac{45}{256} = \frac{165}{128}\right)m^2 :$$

en l'intégrant, et faisant

$$(2E - 3g + c)^2 - 1 - \frac{3}{2}\mu^2 = -1 \; ; \qquad (2E - 3g + 2c)^2 - 1 - \frac{3}{2}\mu^2 = -4m$$

on obtient,

$$\delta s = \sin 2Ev - 3gv + cv \quad e\gamma^3\left(\frac{3}{4}m^2\right) + \sin 2Ev - 3gv + 2cv \quad e^2\gamma^3\left(-\frac{165}{512}m\right).$$

148. On verra ci-après (au n.° 152) que l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ donnée dans le n.° 144, a aussi besoin d'un complément particulier; c'est-à-dire des termes du *cinquième* ordre qui affectent les argumens $2Ev - 4cv$, $2Ev - 4gv$, $2Ev - 2cv - 2gv$, $4Ev - 2gv + cv$. Pour ne point interompre la suite des opérations qu'il s'agit d'entreprendre, je vais exposer ici le calcul par lequel on obtient ces quatre termes.

Il est évident qu'on a ;

$$\frac{3}{2} \cdot 2s_1\delta s = \cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(-\frac{9}{32}m\right) + \cos 2Ev - 2cv - 2gv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right);$$

$$[2s_1\delta s + (\delta s)^2] \,.\, 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right) = \cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(\frac{45}{128}m\right);$$

$$-2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_1 dv = \cos 2Ev - 4gv \qquad \frac{\gamma^4}{m}\left(-\frac{9}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv - 2gv \quad \frac{e^2\gamma^2}{m}\left(-\frac{45}{32}\right);$$

partant nous avons l'équation

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u = \cos 2Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left(\frac{45}{128} - \frac{9}{32} - \frac{9}{32} = -\frac{27}{128}\right)m$$

$$\cos 2Ev - 2cv - 2gv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32} - \frac{45}{32} = -\frac{45}{16}\right)m,$$

qui étant intégrée ; donne

$$\delta u = \cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(-\frac{9}{128}m\right) + \cos 2Ev - 2cv - 2gv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m\right).$$

Actuellement, si l'on prend

$$\frac{1}{u_1} - 1 = 2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}\right) + 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$+ 2\cos 3cv \quad e^3\left(-\frac{1}{8}\right) + 2\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right);$$

$$\delta u = \cos 2Ev - cv \qquad e\left(\frac{15}{8}m\right) + \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}m\right)$$

$$+ \cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right) + \cos 2Ev - 3cv \quad e^3\left(\frac{15}{8}m\right)$$

$$+ \cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m\right) + \cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right),$$

le produit de ces deux fonctions donnera les termes suivans :

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{1}{2}\right)\ldots$	$\cos 2Ev - 2cv - 2gv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{3}{8}m\right)$
		$\cos 2Ev - 4cv$	$e^4\left(-\frac{15}{16}m\right)$
		$\cos 4Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{512}m^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{4}\right)\ldots$	$\cos 2Ev - 4cv$	$e^4\left(\frac{15}{16}m\right)$
		$\cos 2Ev - 2cv - 2gv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m\right)$

$$
\begin{array}{llll}
2\cos 3cv & e^3\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots & \left\{\ \cos 2Ev - 4cv \right. & e^4\left(-\frac{15}{64}m\right) \\
2\cos 2gv & \gamma^2\left(\ \frac{1}{8}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev - 4gv \\ \cos 2Ev - 2cv - 2gv\end{array}\right. & \begin{array}{l}\gamma^4\left(\ \frac{3}{128}m\right) \\ e^2\gamma^2\left(\ \frac{15}{32}m\right)\end{array} \\
2\cos 2gv + cv & e^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots & \left\{\ \cos 2Ev - 2cv - 2gv \right. & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right);
\end{array}
$$

lesquels étant réunis avec ceux de l'expression précédente de δu, on obtient;

$$
\begin{array}{lll}
\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2Ev - 4cv & e^4 & \left\{\frac{15}{16} - \frac{15}{16} - \frac{15}{64} = -\frac{15}{64}\right\} m \\
\cos 2Ev - 4gv & \gamma^4 & \left\{\frac{3}{128} - \frac{9}{128} = -\frac{3}{64}\right\} m \\
\cos 2Ev - 2cv - 2gv & e^2\gamma^2 & \left\{\frac{3}{64} - \frac{15}{16} + \frac{15}{32} - \frac{15}{64} + \frac{3}{8} = -\frac{9}{32}\right\} m \\
\cos 4Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{512}m^2\right).
\end{array}
$$

Maintenant, rien ne manque pour pouvoir former l'équation différentielle en δu qui constitue l'objet de ce paragraphe.

149. En ajoutant les deux termes trouvés dans le n.° 147 à ceux de δs donnés dans les n.^{os} 108, 116, et faisant ensuite le produit $\delta s . 2\gamma \sin gv$ on obtiendra l'équation suivante, pourvu qu'on ait soin de conserver seulement les termes qui appartiennent à la recherche actuelle.

$$2s_1 . \delta s =$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev & \gamma^2 & \left\{-\frac{3}{8}m - \frac{3}{32}m^2 + \frac{273}{512}m^3 - \frac{3}{4}me^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\right\} \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 - \frac{4147}{2048}m^4 + \frac{3}{4}me^2 \\ -\frac{15}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{201}{64}m^2e^2 - \frac{21}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{27}{128}m^2\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\ \frac{3}{8}m + \frac{57}{64}m^2\right)
\end{array}
$$

$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{57}{64}m^2 - \frac{327}{256}m^3 - \frac{3}{4}me^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}m + \frac{65}{64}m^2 - \frac{5}{256}m^3 + \frac{7}{4}me^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{7}{8}m - \frac{65}{64}m^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\gamma^2\left(-m^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\gamma^2\left(3m^2 + \frac{15}{2}m^3\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{64}m - \frac{915}{512}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{333}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{39}{128}m^2\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-3m^2 - \frac{15}{2}m^3\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(m^2 + \frac{31}{24}m^3 - \frac{67}{288}m^4 - \frac{1}{4}m^2\gamma^2 + \frac{3}{4}m^2e^2 - \frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m^2 + \frac{93}{256}m^3\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{64}m + \frac{915}{512}m^2 + \frac{5062}{512}m^3 - \frac{105}{256}me^2 \\ -\frac{15}{512}m\gamma^2 + \frac{75}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{165}{512}m\gamma^2\right)$

$+\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\frac{51}{32}m + \frac{789}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(-\frac{51}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(-\frac{9}{32}m - \frac{93}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{3}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{7}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{21}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{15}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{35}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{35}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2$	$\left(-\frac{1}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2$	$\left(\frac{169}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{7}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$

$$
\begin{array}{ll}
+\cos 2Ev - 4gv & \gamma^4\left(-\frac{3}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\,m\right) \\
\cos 4Ev - 4gv & \gamma^4\left(\frac{9}{256}\,m^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{225}{256}\,m^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{15}{8}\,m^3\right).
\end{array}
$$

En faisant le carré de δs on y trouvera les termes suivans :

Produits partiels de la fonction $(\delta s)^2$.

Multiplicateur   Produit

$$
\begin{array}{c}
2\sin 2Ev - gv \times \\
\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 \\ + \frac{3}{4}me^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\cdots
\end{array}
\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\,m^3\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\,m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{15}{64}m + \frac{15}{256}m^2 - \frac{405}{512}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{64}\,m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{64}m^2 - \frac{207}{512}m^3 + \frac{27}{256}m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{64}\,m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m^2 - \frac{27}{256}m^3 + \frac{27}{512}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{256}\,m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{256}\,m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^3 + \frac{27}{16}m^4 + \frac{9}{32}m^4\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin 2Ev-gv\times\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2-\frac{273}{512}m^3\\+\frac{3}{4}me^2-\frac{15}{16}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\cdots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{64}m+\frac{405}{512}m^2+\frac{1977}{4096}m^3\\+\frac{15}{256}me^2-\frac{135}{512}m\gamma^2\\-\frac{15}{256}m^2+\frac{405}{2048}m^3+\frac{1365}{4096}m^3\\-\frac{15}{32}me^2+\frac{75}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{45}{512}m\gamma^2\right)\\
\cos 4Ev-4gv & \gamma^4 & \left(\frac{9}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev-2cv-2gv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{45}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{128}m^2\right)\\
\cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{8}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin 2Ev+c'mv-gv\quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)\cdots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{64}m^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{15}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{27}{64}m^2\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin 2Ev-c'mv-gv\quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m\right)\cdots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{35}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{63}{64}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{63}{64}m^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\sin 2Ev-cv-gv\quad e\gamma\left(-3m^2\right)\cdots\left\{\cos 2Ev-2gv+cv\quad e\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2e^2\right).\right.
$$

Donc en réunissant ces deux parties on aura;

$$(a') \; \ldots\ldots \; 2s_{\scriptscriptstyle 1}\,\delta s + (\delta s)^2 =$$

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{3}{32}m^2 + \frac{273}{512}m^3 - \frac{3}{4}me^2 + \frac{15}{16}m\,\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\gamma^2\left\{\;3m^2 + \left(\frac{15}{2} - \frac{15}{8} - \frac{9}{8} = \frac{9}{2}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\gamma^2\left(-\,m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\;\frac{3}{8}m + \left(\frac{57}{64} - \frac{27}{64} = \frac{15}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{7}{8}m + \left(\frac{27}{64} - \frac{65}{64} = -\frac{19}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{51}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{64} + \frac{15}{16} + \frac{15}{64} = \frac{45}{32}\right)m \\ + \left(\frac{333}{128} - \frac{915}{512} + \frac{15}{256} - \frac{405}{512} = \frac{21}{256}\right)m^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3 - \frac{4147}{2048}m^4 + \frac{3}{4}me^2 - \frac{15}{16}m\,\varepsilon'^2 \\ + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{201}{64}m^2e^2 + \left(\frac{27}{128} - \frac{39}{128} = -\frac{3}{32}\right)m^2\gamma^2 \\ + \left(-\frac{21}{8} - \frac{27}{64} - \frac{63}{64} = -\frac{129}{32}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{-\,3m^2 - \left(\frac{15}{2} + \frac{3}{8} = \frac{63}{8}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\;\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} m^2 + \left(\frac{31}{24} + \frac{9}{8} = \frac{29}{12}\right)m^3 + \left(\frac{27}{16} + \frac{9}{32} - \frac{67}{288} = \frac{125}{72}\right)m^4 \\ - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1\right)m^2\gamma^2 - \frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{15}{8} = \frac{21}{8}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{64}m+\left(\frac{405}{512}-\frac{15}{256}-\frac{15}{32}=\frac{135}{512}\right)m^2\\+\left(\frac{93}{256}+\frac{1977}{4096}+\frac{405}{2048}+\frac{1365}{4096}=\frac{705}{512}\right)m^3\\+\left(\frac{15}{256}-\frac{15}{32}=-\frac{105}{256}\right)me^2+\frac{75}{128}m\varepsilon'^2\\+\left(\frac{165}{512}-\frac{135}{512}=\frac{15}{256}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{64}m+\frac{915}{512}m^2+\frac{5082}{512}m^3-\frac{105}{256}me^2\\+\frac{75}{128}m\varepsilon'^2+\left(\frac{45}{512}-\frac{15}{512}=\frac{15}{256}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+3c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev-3c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2gv-cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2gv-cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev-4gv \qquad \gamma^4\left(-\frac{3}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev-2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{15}{64}-\frac{15}{16}-\frac{15}{64}=-\frac{45}{32}\right\}m$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{35}{64}+\frac{35}{16}+\frac{35}{64}=\frac{105}{32}\right\}m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{8}m - \left(\frac{57}{64} + \frac{27}{64} = \frac{21}{16}\right) m^2 \\ + \left(-\frac{327}{256} - \frac{27}{256} + \frac{27}{512} = -\frac{681}{512}\right) m^3 \\ -\frac{3}{4}me^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{8}m + \left(\frac{65}{64} + \frac{27}{64} = \frac{23}{16}\right) m^2 \\ + \left(\frac{27}{256} - \frac{5}{256} - \frac{207}{512} = -\frac{163}{512}\right) m^3 \\ +\frac{7}{4}me^2 + \frac{7}{16}m\gamma^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{32}m - \left(\frac{93}{256} + \frac{81}{256} - \frac{27}{64} = \frac{33}{128}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{51}{32}m + \left(\frac{789}{256} + \frac{81}{256} + \frac{63}{64} = \frac{561}{128}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left(\frac{9}{128} + \frac{9}{256} = \frac{27}{256}\right) m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv - 2gv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128} + \frac{225}{256} = \frac{315}{256}\right) m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{15}{8} + \frac{9}{8} = 3\right) m^3$$

Maintenant, si l'on multiplie cette fonction par $2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$ on obtiendra les termes suivans :

$$(b') \; \ldots \; [2s_1\delta s + (\delta s)^2] \cdot 2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right) =$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2 - \frac{45}{512}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2\left(\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$$

$$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{675}{512}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(\frac{45}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(-\frac{135}{2048}m^2\right);$$

et en la multipliant par $\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2$ on aura

$$(c') \ldots\ldots \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2\right)\left[2s_1\delta s + (\delta s)^2\right] =$$

$$\cos 2Ev \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3 - \frac{9}{16}me^2 + \frac{9}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{32}m^3 + \frac{9}{16}me^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{9}{128}m^4 + \frac{9}{64}m^2e^2 - \frac{9}{256}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3 - \frac{9}{16}me^2 + \frac{9}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{32}m^3 + \frac{21}{16}me^2 - \frac{21}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^4 + \frac{3}{2}m^2e^2 - \frac{3}{8}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m^3 - \frac{45}{128}me^2 + \frac{45}{512}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m^3 - \frac{45}{128}me^2 + \frac{45}{512}m\gamma^2\right).$$

En faisant le carré de la valeur de $2s_1\delta s + (\delta s)^2$ posée dans la pag. 42 on y trouve ces quatre termes :

$$(d') \;\ldots\; [2s_1\delta s + (\delta s)^2]^2 =$$

$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left(\frac{9}{128}m^2\right).$

Cela posé, si l'on fait la somme des termes compris dans la fonction $\frac{3}{2}\cdot(a') + (b') + (c') - \frac{15}{8}(d')$, il viendra ;

$$(1) \;\ldots\; -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T =$$

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{16}m - \frac{9}{64}m^2 + \left(\frac{819}{1024} - \frac{9}{32} = \frac{531}{1024}\right)m^3 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{9}{8} + \frac{9}{16} = \frac{27}{16}\right)me^2 + \left(\frac{9}{64} + \frac{45}{128} = \frac{63}{128}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{27}{4}m^3\right)$

$\cos 2Ev + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m + \frac{45}{64}m^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{16}m - \frac{57}{64}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{153}{64}m\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{135}{64}m + \frac{63}{512}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16}m + \frac{9}{64}m^2 + \left(\frac{9}{32} - \frac{819}{1024} = -\frac{531}{1024}\right) m^3 \\ + \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{8} = \frac{27}{16}\right) me^2 + \left(\frac{9}{32} - \frac{45}{128} - \frac{9}{64} = -\frac{27}{128}\right) m\gamma^2 \\ - \frac{45}{32} m\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{128} - \frac{12441}{4096} = -\frac{12153}{4096}\right) m^4 - \frac{387}{64} m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{603}{128} + \frac{9}{64} = \frac{621}{128}\right) m^2e^2 - \left(\frac{45}{512} + \frac{9}{256} + \frac{9}{64} = \frac{135}{512}\right) m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{9}{2}m^2 - \frac{189}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{45}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2 + \frac{29}{8}m^3 + \left(\frac{125}{48} + \frac{3}{4} = \frac{161}{48}\right) m^4 - \frac{15}{4} m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{3}{2} - \frac{15}{16} - \frac{3}{8} = -\frac{45}{16}\right) m^2\gamma^2 + \left(\frac{63}{16} + \frac{3}{2} = \frac{87}{16}\right) m^2e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{128}m + \frac{2745}{1024}m^2 + \left(\frac{15246}{1024} - \frac{45}{256} = \frac{15066}{1024}\right) m^3 \\ + \left(\frac{675}{512} + \frac{45}{512} + \frac{45}{512} + \frac{225}{512} = \frac{495}{256}\right) m\gamma^2 \\ + \frac{225}{256} m\varepsilon'^2 - \left(\frac{45}{128} + \frac{315}{512} = \frac{495}{512}\right) me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{128}m + \frac{405}{1024}m^2 + \left(\frac{2115}{1024} - \frac{45}{256} = \frac{1935}{1024}\right) m^3 \\ - \left(\frac{315}{512} + \frac{45}{128} = \frac{495}{512}\right) me^2 + \frac{225}{256} m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{45}{512} + \frac{45}{512} + \frac{225}{512} + \frac{225}{512} = \frac{135}{128}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{315}{64}m\right)$$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{16}m - \frac{63}{32}m^2 - \left(\frac{9}{32} + \frac{2043}{1024} = \frac{2331}{1024}\right)m^3 \\ +\frac{9}{128}m\varepsilon'^2 - \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{8} = \frac{27}{16}\right)me^2 \\ +\left(\frac{45}{128} + \frac{9}{64} - \frac{9}{32} = \frac{27}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{21}{16}m + \frac{69}{32}m^2 + \left(\frac{21}{32} - \frac{489}{1024} = \frac{183}{1024}\right)m^3 \\ -\frac{369}{128}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{21}{16} + \frac{21}{8} = \frac{63}{16}\right)me^2 \\ +\left(\frac{21}{32} - \frac{21}{64} - \frac{105}{128} = -\frac{63}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m - \frac{99}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{64}m + \frac{1683}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{3}{128}m\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{507}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(-\frac{9}{32} + \frac{45}{128} = \frac{9}{128}\right)m$
$\cos 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 4Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(\frac{81}{512} - \frac{135}{2048} - \frac{135}{1024} = -\frac{81}{2048}\right)m^2$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{945}{512}m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{2}m^3\right)$.

150. Le développement de la fonction $\delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u$ se compose de trois parties, dont nous allons exposer le calcul successivement. A l'aide de la valeur de $\frac{3}{2}u_{1} - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{1}}\right)^{3}$ donnée dans le I.er volume (Voyez p. 350), et de celle de $\frac{\delta u}{u_{1}}$ trouvée dans le n.° 144, on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_{1} - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{1}}\right)^{3}\right]\frac{\delta u}{u_{1}}$

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v \quad \left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^{2}\right) \ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m\varepsilon'^{2}\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(3m^{2} + \frac{19}{2}m^{3} - \frac{9}{16}m\gamma^{2} - \frac{45}{16}me^{2}\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(3m^{2}\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{45}{8}me^{2}\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^{2}\left(\frac{45}{8}m + \frac{771}{32}m^{2}\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^{2}\right)$
$2\cos cv \quad e(3) \ldots\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^{2}\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{135}{16}me^{2}\right)$
	$\cos 2Ev - 3cv$	$e^{3}\left(\frac{135}{16}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^{2}\left(\frac{9}{16}m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^{2}\varepsilon'\left(-\frac{45}{8}m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^{2}\varepsilon'\left(\frac{105}{8}m\right)$

+

$$2\cos cv \quad e\left(3\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{16}m-\frac{183}{64}m^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{153}{64}m\right)\\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m-\frac{2313}{128}m^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m-\frac{2313}{128}m^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{405}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{405}{64}m\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{135}{32}m\,\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{32}m-\frac{117}{256}m^2\right)\\
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{315}{32}m\,\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{315}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)\\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m-\frac{6939}{256}m^2\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\\ \cos 2Ev-3cv & e^3\left(-\frac{135}{32}m\right)\\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(\frac{9}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{135}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{405}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{405}{64}m\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos cv-2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}\right)\ldots\ldots\left\{\ \cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}m^2\right).\right.$$

Pour avoir les termes donnés par la fonction $\frac{q}{2}\,\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^{\,3}}$ il suffit ici de prendre (Voyez vol. I.er p. 327)

$$\delta[(\alpha'u')^3] = \delta nt.\left\{2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m\right)+2\sin 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m\right)\right\},$$

et de faire (Voyez p. 106)

$$\delta nt = \sin 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m\right)+\sin 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m\right).$$

On obtient par là ;

$$\delta[(\alpha' u')^3] = \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{8} - \frac{135}{8} = -\frac{45}{4}\right)m^2.$$

Donc, en posant $\frac{q}{2.u_1^3} = \frac{1}{2}$, il viendra

$$\frac{q}{2}.\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3} = \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right).$$

Maintenant, si l'on fait $3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ on aura, d'après la valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ posée dans la page 129 ;

$$3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{315}{64}m\right).$$

Or il suffit pour l'objet actuel de faire (Voyez vol I.er p. 274)

$$\delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u = \left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} + \frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^3} + 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2;$$

partant nous avons ;

$$(2) \ldots\ldots\ \delta R^{IV} + \frac{3}{2}\,\delta u =$$

$\cos 2Ev$	$\left(\frac{45}{8}me^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l} 3m^2 + \frac{19}{2}m^3 - \frac{9}{16}m\gamma^2 + \left(\frac{135}{16} - \frac{45}{16} = \frac{45}{8}\right)me^2 \\ + \left(\frac{135}{32} - \frac{135}{32} - \frac{315}{32} = -\frac{315}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(3m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{135}{32}m + \left(-\frac{3}{2} - \frac{2313}{128} + \frac{27}{8} - \frac{45}{16} = -\frac{2433}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{135}{32}m + \left(\frac{21}{2} - \frac{2313}{128} + \frac{27}{8} + \frac{45}{16} = -\frac{177}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\frac{45}{8}m + \left(\frac{771}{32} - \frac{9}{4} = \frac{699}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left\{\frac{135}{16} - \frac{135}{32} = \frac{135}{32}\right\}m$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{9}{16} - \frac{45}{32} = -\frac{27}{32}\right\}m$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{9}{16}m + \left(\frac{27}{32} - \frac{183}{64} - \frac{21}{8} + \frac{9}{8} = -\frac{225}{64}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{153}{64} - \frac{27}{64} = -\frac{45}{16}\right\}m$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{64} - \frac{315}{64} - \frac{135}{64} + \frac{135}{64} = -\frac{135}{32}\right\}m$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{315}{32} - \frac{405}{64} = -\frac{1035}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{135}{32} - \frac{405}{64} = -\frac{135}{64} \right) m \\ + \left(-\frac{117}{256} - \frac{6939}{256} - \frac{27}{16} + \frac{81}{16} - \frac{45}{8} = -\frac{477}{16} \right) m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{8} - \frac{405}{64} + \frac{405}{64} = -\frac{45}{8} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{105}{8} - \frac{405}{64} + \frac{405}{64} = \frac{105}{8} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m \right).$$

151. Au lieu des valeurs de R' et R^{v} posées dans le n.° 33 il faut ici prendre les suivantes (Voyez vol. I.er p. 336 et 353):

$$R' =$$

$$\sin 2Ev \qquad \left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{32}\varepsilon'^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{21}{4} + \frac{21}{2}e^2 - \frac{369}{32}\varepsilon'^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + cv \qquad e \left(-3 + 3m - \frac{9}{4}e^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{array}{l} -3 - 3m - \frac{9}{4}e^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 - \frac{9}{4}m^3 \\ -\frac{3}{4}me^2 + \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left(\frac{51}{4} \right)$$

$$\sin 2Ev + 2cv \qquad e^2 \left(\frac{15}{4} - \frac{57}{8} m \right)$$

$\sin 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{4} + \frac{57}{8}m + 3m^2 + \frac{15}{8}e^2 - \frac{75}{8}\varepsilon'^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 \\ + \frac{171}{32}m^3 + \frac{7}{16}me^2 - \frac{285}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{57}{16}m\gamma^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{4} + \frac{3}{8}m + \frac{27}{8}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{9}{32}m^3 \\ - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2 + \left(\frac{21}{16} - 3 + \frac{3}{4} = -\frac{15}{16}\right)me^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}m + \frac{9}{8}e^2 - \frac{3}{16}\varepsilon'^2 - \frac{3}{8}\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} + \frac{63}{4}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - \frac{63}{4}m + \frac{369}{16}\varepsilon'^2 - \frac{63}{8}e^2 + \frac{21}{8}\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{4}\right)$
$\sin 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{4} - \frac{41}{4}m\right)$
$\sin 2Ev + 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{-\frac{15}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{21}{8}\right)m\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8} + \frac{9}{4}m + \frac{3}{4}m^2 - \frac{135}{32}e^2 + \frac{45}{32}\gamma^2 + \frac{75}{32}\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8} - \frac{9}{4}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{8} - \frac{57}{32}m - \frac{3}{8}m^3 + \frac{15}{64}\varepsilon'^2 + \frac{15}{16}\gamma^2 - \frac{15}{16}e^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}\right)$

$\sin 2Ev - c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{8} + \frac{1197}{32}m + \frac{189}{8}m^2 - \frac{1845}{64}\varepsilon'^2 - \frac{105}{16}\gamma^2 + \frac{105}{16}e^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{32}m + \frac{3}{64}\varepsilon'^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 - \frac{27}{16}e^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8} + \frac{63}{32}m - \frac{369}{64}\varepsilon'^2 - \frac{21}{16}\gamma^2 + \frac{189}{16}e^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2} - 51.m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv + cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{8} + \frac{969}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{8} + \frac{51}{8}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{15}{8}\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{105}{8}\right)$
$\sin 2Ev + 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{1}{16}\right)$
$\sin 2Ev - 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{845}{16}\right)$
$\sin 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{16} + \frac{51}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{16} - \frac{51}{8}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$

$\sin 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{16}\right)$

$\sin 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{16}\right)$

$\sin 2Ev + 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{1}{64}\right)$

$\sin 2Ev - 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{845}{64}\right)$

$\sin 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{5}{64}\right)$

$\sin 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{4225}{64}\right).$

$$(3) \; \ldots\ldots \; R^{V} =$$

$\cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}e^2 - \frac{3}{16}\gamma^2 + \frac{3}{32}\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4} + \frac{21}{4}e^2 + \frac{21}{16}\gamma^2 - \frac{369}{32}\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{4} + 3m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{9}{4} - 3m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 - \frac{9}{4}m^3 - \frac{3}{16}me^2 + \frac{15}{2}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$

$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{9}{4} - \frac{45}{8}m\right)$

$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{16} - \frac{3}{8}m\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{9}{4} + \frac{45}{8}m + 3m^2 + \frac{9}{8}e^2 - \frac{9}{16}\gamma^2 - \frac{45}{8}\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{16} + \frac{3}{8}m + \frac{27}{16}e^2 - \frac{9}{64}\gamma^2 - \frac{45}{32}\varepsilon'^2\right)$

$$
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} - \frac{3}{4}m\right) \\[1ex]
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4}m + \frac{9}{16}e^2 - \frac{9}{64}\varepsilon'^2\right) \\[1ex]
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8} + \frac{63}{4}m\right) \\[1ex]
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8} - \frac{63}{4}m - \frac{63}{16}e^2 + \frac{1107}{64}\varepsilon'^2\right) \\[1ex]
\cos 2Ev + 3cv & e^3\left(-\frac{15}{8}\right) \\[1ex]
\cos 2Ev - 3cv & e^3\left(-\frac{15}{8} - \frac{107}{16}m\right) \\[1ex]
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{8}\right) \\[1ex]
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left\{-\frac{9}{8} - \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{8} + \frac{3}{8} = \frac{33}{16}\right)m\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left\{-\frac{9}{8} + \left(\frac{9}{16} - \frac{9}{8} - \frac{3}{2} = -\frac{33}{16}\right)m\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{8} - \left(\frac{9}{16} - \frac{9}{8} - \frac{3}{2} = -\frac{33}{16}\right)m \\ +\frac{3}{4}m^2 - \frac{63}{32}e^2 + \frac{9}{16}\gamma^2 + \frac{45}{16}\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{32} - \left(\frac{9}{16} - \frac{171}{64} - \frac{9}{4} = -\frac{279}{64}\right)m\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{32} + \left(\frac{9}{16} - \frac{171}{64} - \frac{9}{4} = -\frac{279}{64}\right)m\right\}
\end{array}
\quad (*)
$$

(*) Les termes du cinquième ordre qui font partie des coefficiens de ces trois argumens ne se trouvent pas dans le développement donné dans le n.° 256 du I.er volume (Voyez p. 353 et suivantes). Mais en les calculant, sans substituer les valeurs de c et g, on a trouvé que la fonction $\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 \cos(2v - 2v')$ renferme les termes suivans:

$$
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{8} - \left(\frac{9}{16}\cdot\frac{1}{g} - \frac{9}{8}\cdot\frac{1}{c} - \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2g-c}\right)m \\ +\frac{3}{4}\cdot\frac{m^2}{cg} - \frac{63}{32}e^2 + \frac{9}{16}\gamma^2 + \frac{45}{16}\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{32} - \left(-\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2g-c} + \frac{9}{16}\cdot\frac{1}{g} - \frac{171}{64}\cdot\frac{1}{c}\right)m\right\} \\[1ex]
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{32} + \left(-\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2g-c} + \frac{9}{16}\cdot\frac{1}{g} - \frac{171}{64}\cdot\frac{1}{c}\right)m\right\}.
\end{array}
$$

$\cos 2Ev + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{63}{8}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8} - \frac{45}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{63}{8} + \frac{945}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{32}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(\frac{63}{32}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32} - \frac{3}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{32} + \frac{63}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8} - 51.m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv + cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{153}{8}\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{32}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{15}{16}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{3}{64}\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{2535}{64}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{16}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{16}\right)$.

Il est presque superflu d'avertir, que pour former cette valeur de R' et de R^{V} on a fait $c=1$, $g=1$ dans les formules générales, à l'exception des termes multipliés par m^3 qui ont été trouvés en posant $c=1-\frac{3}{4}m^2$, $g=1+\frac{3}{4}m^2$, et développant les fractions.

152. Maintenant, nous allons chercher les termes fournis par le développement des différentes fonctions qui entrent dans celle désignée par $\delta R'$ (Voyez tom. I. p. 273). Pour cela, il faut de nouveau imiter ici le procédé suivi dans le n.° 36. Mais, afin d'avoir tous les termes qui constituent l'objet de cette approximation, il faudra employer l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ donnée dans le n.° 144, après y avoir ajoutés les quatre termes du *cinquième* ordre qui ont été trouvés dans le n.° 148 (Voyez p. 326).

Produits partiels de $-6.q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\;4Ev$	$\left(-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2\right)$
	$4Ev-cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m-\frac{771}{32}m^2\right)$
	$4Ev+cv$	$e\left(\frac{27}{8}m^2\right)$
	$4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
	$4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$
	$4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{8}m\right)$
	$4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{105}{8}m\right)$
	$4Ev-3cv$	$e^3\left(-\frac{45}{32}m\right)$

+

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{117}{64}\,m\right)\\[4pt]
4Ev-2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{32}\,m\right)\\[4pt]
4Ev-4cv & e^4 & \left(\frac{45}{64}\,m\right)\\[4pt]
4Ev-4gv & \gamma^4 & \left(\frac{9}{64}\,m\right)\\[4pt]
-(2Ev-2gv+cv) & e\gamma^2 & \left(-\frac{27}{512}\,m^3\right)\\[4pt]
-(2Ev-cv) & e & \left(\frac{225}{64}\,m^3\right)\\[4pt]
-(2Ev-2cv) & e^2 & \left(-\frac{1665}{128}\,m^3\right)\\[4pt]
-(2Ev-2gv) & \gamma^2 & \left(\frac{27}{256}\,m^2+\frac{171}{512}\,m^3\right)\\[4pt]
-(2Ev+c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{27}{128}\,m^2\right)\\[4pt]
-(2Ev-c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{63}{128}\,m^2\right)\\[4pt]
-(2Ev+2c'mv-2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{512}\,m^2\right)\\[4pt]
2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{2}\,m^2\right)\\[4pt]
2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{2}\,m^2\right)\\[4pt]
2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{4}\,m^2\right)\\[4pt]
2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{3}{2}m^2+\frac{15}{16}\gamma^2-\frac{405}{128}m\gamma^2-\frac{45}{4}m^3\right)\\[4pt]
2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{21}{16}e^2+\frac{9}{32}m^3+\frac{405}{128}me^2\right)\\[4pt]
2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{21}{8}-\frac{405}{64}\,m\right)\\[4pt]
2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{21}{8}-\frac{405}{64}\,m-\frac{279}{512}\,m^2\\ -\frac{9}{16}\gamma^2-\frac{81}{64}e^2\\ +\frac{21}{4}e^2-\frac{105}{16}\varepsilon'^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.
$$

$+$

$$2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{2}-\frac{405}{64}m\right)\\
2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{2}-\frac{405}{64}m\right)\\
2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m\right)\\
2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m+\frac{2367}{64}m^2\right)\\
2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m\right)\\
2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m-\frac{3483}{64}m^2\right)\\
2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)\\
2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m-\frac{12609}{256}m^2\right)\\
2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m-\frac{2655}{128}m^2\right)\\
2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m+\frac{3195}{128}m^2\right)\\
2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}m+\frac{10881}{512}m^2\right)\\
2Ev-2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{64}m\right)\\
2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{16}m-\frac{495}{128}m^2\right)\\
2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m-\frac{261}{128}m^2\right)\\
2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m-\frac{945}{512}m^2\right)\\
2Ev-2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^2+\frac{105}{32}\gamma^2\right)\\
2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{4}m^2-\frac{147}{32}e^2\right)\\
2Ev-c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{147}{16}\right)
\end{array}\right.$$

$+$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\cdots
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{189}{16}m\right) \\
 & 2Ev - cv & e\left(-\frac{189}{16}m\,\varepsilon'^2\right) \\
 & 2Ev - 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{189}{32}m\right) \\
 & 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{189}{32}m\,\varepsilon'^2\right) \\
 & 2Ev - 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{189}{32}m\right) \\
 & 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{189}{32}m\,\varepsilon'^2\right) \\
 & 4Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right) \\
 & 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{16}m\right) \\
 & -(2Ev + c'mv - 2gv) & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{189}{512}m^2\right) \\
 & -(2Ev + 2c'mv - 2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{189}{256}m^2\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
3\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\cdots
\left\{
\begin{array}{ll}
2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right) \\
2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{15}{32}\gamma^2\right) \\
2Ev + c'mv - 2gv & \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{21}{32}e^2\right) \\
2Ev + c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{16}\right) \\
2Ev - cv & e\left(-\frac{27}{16}m\,\varepsilon'^2\right) \\
2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m + \frac{3483}{128}m^2\right) \\
2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{27}{32}m\,\varepsilon'^2\right) \\
2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m - \frac{3195}{256}m^2\right) \\
2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\,\varepsilon'^2\right)
\end{array}
\right.
$$

$+$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\;\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{32}m+\frac{261}{256}m^2\right)\\
4Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3}{2}m^2\right)\\
4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m\right)\\
-(2Ev-c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{27}{512}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;e\left(6+6m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-9m^2\right)\\
2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-9m^2\right)\\
2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{2}m^2\right)\\
2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{21}{4}+\frac{405}{32}m-\frac{21}{4}m\right)\\
2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{21}{4}e^2+\frac{405}{32}me^2-\frac{21}{4}me^2\right)\\
2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-3e^2\right)\\
2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{27}{4}m+\frac{3483}{32}m^2+\frac{27}{4}m^2\right)\\
2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{27}{4}m-\frac{2367}{32}m^2-\frac{27}{4}m^2\right)\\
2Ev-2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{16}m\right)\\
2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{81}{16}m+\frac{12609}{128}m^2+\frac{81}{16}m^2\right)\\
4Ev-cv & e & \left(6m^2\right)\\
4Ev-3cv & e^3 & \left(\frac{135}{8}m\right)\\
4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{8}m\right)\\
4Ev-2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{117}{32}m\right)\\
4Ev-4cv & e^4 & \left(\frac{45}{16}m\right)\\
-(2Ev-2gv+cv) & e\gamma^2 & \left(-\frac{27}{128}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle \sin \atop \scriptstyle \cos}\,2Ev+cv\;e\left(6-6m\right)\dots\left\{\begin{array}{lll}{\scriptstyle \sin \atop \scriptstyle \cos}\;2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(3m^2+\frac{21}{8}e^2\right)\\ 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{21}{4}+\frac{405}{32}m+\frac{21}{4}m\right)\\ 4Ev+cv & e & \left(6m^2\right)\\ 4Ev & & \left(\frac{45}{4}me^2\right)\\ -(2Ev-2cv) & e^2 & \left(-\frac{225}{32}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l}2\,{\scriptstyle \sin \atop \scriptstyle \cos}\,2Ev+c'mv-cv\times\\ e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)\dots\end{array}\left\{\begin{array}{lll}2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{9}{2}m^2\right)\\ 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{21}{8}e^2\right)\\ 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{27}{8}m\,\varepsilon'^2\right)\\ 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{8}m-\frac{3483}{64}m^2-\frac{27}{16}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle \sin \atop \scriptstyle \cos}\,2Ev-c'mv-cv\;e\varepsilon'\left(21\right)\left\{\begin{array}{lll}2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{147}{8}e^2\right)\\ 2Ev-2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{189}{8}m\right)\\ 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{189}{8}\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle \sin \atop \scriptstyle \cos}\,2Ev-2cv\;e^2\left(-\frac{15}{2}\right)\dots\left\{\begin{array}{lll}2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{45}{4}m^2\right)\\ 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{45}{4}m^2\right)\\ 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{135}{8}m^2\right)\\ 4Ev-3cv & e^3 & \left(-\frac{225}{16}m\right)\\ 4Ev-4cv & e^4 & \left(-\frac{675}{32}m\right)\\ 4Ev-2cv-2gv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{32}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-2gv\quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\; 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{4}m^2\right)\\ 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{4}m^2\right)\\ 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{45}{16}m\right)\\ 4Ev-2cv-2gv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{135}{32}m\right)\\ 4Ev-4gv & \gamma^4 & \left(-\frac{9}{32}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-2c'mv\quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)\Big\{\quad -(2Ev+2c'mv-2gv)\quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{459}{512}m^2\right)$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev+c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right)$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev+c'mv-2gv\quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2gv\quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-3cv\quad e^3\left(\frac{15}{2}\right)\ldots\Big\{\quad 4Ev-4cv\quad e^4\left(\frac{225}{16}m\right)$$

$$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-2gv-cv\quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\Big\{\quad 4Ev-2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right).$$

En réunissant ces termes on aura,

$$(a)\;\ldots\ldots\; -6q\cdot\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,(2v-2v')\cdot\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{lll}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\; 2Ev-cv & e & \left\{-\frac{189}{16}-\frac{27}{16}=-\frac{27}{2}\right\}m\,\varepsilon'^2\\ -(2Ev-cv) & e & \left(\frac{225}{64}m^3\right)\\ 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^2\right)\\ 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^2\right)\\ 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\frac{27}{4}-\frac{9}{4}=\frac{9}{2}\right\}m^2\end{array}$$

sin
cos

$$2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m\right)$$

$$2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m\right)$$

$$2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{27}{8}m - \left(\frac{3483}{64} + 9 = \frac{4059}{64}\right)m^2\right\}$$

$$2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}m + \left(\frac{2367}{64} - 9 = \frac{1791}{64}\right)m^2\right\}$$

$$2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2 + \frac{15}{16}\gamma^2 - \frac{45}{4}m^3 - \frac{405}{128}m\gamma^2 \\ + \left(\frac{189}{32} + \frac{27}{32} + \frac{27}{8} + \frac{189}{8} = \frac{135}{4}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev - 2cv) \qquad e^2\left\{-\frac{1665}{128} - \frac{225}{32} = -\frac{2565}{128}\right\}m^3$$

$$2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2 - \left(\frac{21}{16} + \frac{21}{4} = \frac{105}{16}\right)e^2 + \frac{9}{32}m^3 \\ + \left(\frac{405}{128} + \frac{405}{32} - \frac{21}{4} = \frac{1353}{128}\right)me^2 - \left(\frac{189}{32} + \frac{27}{32} = \frac{27}{4}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev - 2gv) \qquad \gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2 + \frac{171}{512}m^3\right)$$

$$2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{81}{32} + \frac{27}{16} = -\frac{27}{32}\right)m \\ + \left(-\frac{12609}{256} + \frac{3483}{128} - \frac{27}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{7947}{256}\right)m^2 \end{array}\right\}$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{32} + \frac{189}{16} = \frac{459}{32}\right\}m$$

$$2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{27}{16} + \frac{27}{4} = \frac{135}{16}\right)m - \frac{15}{32}\gamma^2 \\ + \left(\frac{3195}{128} + \frac{3}{4} + \frac{27}{4} + \frac{3483}{32} + \frac{45}{4} = \frac{19527}{128}\right)m^2 \end{array}\right\}$$

$$2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{27}{16} - \frac{27}{4} = -\frac{135}{16}\right)m + \frac{105}{32}\gamma^2 \\ + \left(-\frac{2655}{128} - \frac{21}{4} + \frac{45}{4} - \frac{27}{4} - \frac{2367}{32} = -\frac{12219}{128}\right)m^2 \end{array}\right\}$$

sin cos	$2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{16}m + \left(-\frac{261}{128} + \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{123}{128}\right)m^2 \\ + \left(\frac{21}{32} + \frac{21}{8} = \frac{105}{32}\right)e^2 \end{array}\right\}$
	$-(2Ev + c'mv - 2gv)$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{-\frac{27}{128} + \frac{189}{512} = \frac{81}{512}\right\} m^2$
	$2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\begin{array}{l} \frac{27}{16}m + \left(-\frac{495}{128} - \frac{21}{4} + \frac{9}{4} = -\frac{879}{128}\right)m^2 \\ - \left(\frac{147}{32} + \frac{147}{8} = \frac{735}{32}\right)e^2 \end{array}\right\}$
	$-(2Ev - c'mv - 2gv)$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\frac{63}{128} - \frac{27}{512} = \frac{225}{512}\right\} m^2$
	$2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left\{\begin{array}{l} \frac{21}{8} - \frac{405}{64}m + \left(-\frac{279}{512} + 3 = \frac{1257}{512}\right)m^2 \\ -\frac{9}{16}\gamma^2 - \frac{105}{16}\varepsilon'^2 + \left(\frac{21}{4} - \frac{81}{64} - 3 + \frac{21}{8} = \frac{231}{64}\right)e^2 \end{array}\right\}$
	$-(2Ev - 2gv + cv)$	$e\gamma^2$	$\left\{-\frac{27}{128} - \frac{27}{512} = -\frac{135}{512}\right\} m^2$
	$2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{21}{8} - \frac{405}{64}m\right)$
	$2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left\{\left(\frac{3}{2} - \frac{21}{4} = -\frac{15}{4}\right) + \left(-\frac{405}{64} + \frac{405}{32} - \frac{21}{4} = \frac{69}{64}\right)m\right\}$
	$2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left\{\left(\frac{3}{2} - \frac{21}{4} = -\frac{15}{4}\right) + \left(-\frac{405}{64} + \frac{405}{32} + \frac{21}{4} = \frac{741}{64}\right)m\right\}$
	$2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{-\frac{81}{64} - \frac{189}{32} - \frac{81}{16} - \frac{189}{8} = -\frac{2295}{64}\right\} m$
	$2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left\{\frac{81}{64} + \frac{189}{32} = \frac{459}{64}\right\} m$
	$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{64} - \frac{27}{32} + \frac{81}{16} - \frac{27}{8} = \frac{135}{64}\right)m \\ + \left\{\begin{array}{l} \frac{10881}{512} - \frac{3195}{256} + \frac{12609}{128} + \frac{81}{16} - \frac{3483}{64} \\ -\frac{27}{16} + \frac{135}{8} - \frac{45}{8} = \frac{34551}{512} \end{array}\right\} m^2 \end{array}\right\}$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad 2Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(-\frac{81}{64}+\frac{27}{32}=-\frac{27}{64}\right)m\\ &+\left(-\frac{945}{512}+\frac{261}{256}+\frac{27}{8}-\frac{9}{8}=\frac{729}{512}\right)m^2\end{aligned}\right\}$$

$$-(2Ev+2c'mv-2gv) \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{459}{512}-\frac{27}{512}-\frac{189}{256}=\frac{27}{256}\right\}m^2$$

$$2Ev-c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{147}{16}\right)$$

$$2Ev+c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{16}\right)$$

$$4Ev \qquad \left\{-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{4}=\frac{225}{16}\right)me^2\right\}$$

$$4Ev-cv \qquad e\left\{-\frac{45}{8}m+\left(-\frac{771}{32}+6=-\frac{579}{32}\right)m^2\right\}$$

$$4Ev+cv \qquad e\left\{\frac{27}{8}+6=\frac{75}{8}\right\}m^2$$

$$4Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right\}m^2$$

$$4Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{21}{2}-\frac{21}{2}=-21\right\}m^2$$

$$4Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{45}{8}+\frac{45}{16}=\frac{135}{16}\right\}m$$

$$4Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{105}{8}-\frac{315}{16}=-\frac{525}{16}\right\}m$$

$$4Ev-3cv \qquad e^3\left\{-\frac{45}{32}+\frac{135}{8}-\frac{225}{16}=\frac{45}{32}\right\}m$$

$$4Ev-2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{117}{64}+\frac{9}{8}-\frac{45}{16}=\frac{9}{64}\right\}m$$

$$4Ev-4cv \qquad e^4\left\{\frac{45}{64}+\frac{45}{16}-\frac{675}{32}+\frac{225}{16}=-\frac{225}{64}\right\}m$$

$$4Ev-4gv \qquad \gamma^4\left\{\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=-\frac{9}{64}\right\}m$$

$$4Ev-2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{-\frac{117}{32}-\frac{45}{32}-\frac{135}{32}+\frac{225}{32}+\frac{27}{32}=-\frac{45}{32}\right\}m.$$

153. Parmi les termes qui composent le carré de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, posée dans le n.° 144, il faut ici prendre les suivans :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit	
$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right) \ldots\ldots$	$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev \quad (m^2) \ldots\ldots$	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
	$\cos cv$	$e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2\right) \ldots$	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{225}{128}m^2 + \frac{3855}{256}m^3\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{64}m^3\right)$
	$\cos 4Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2\right)$
	$\cos 4Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{525}{64}m^2\right)$
	$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{675}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right) \ldots$	$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$.

En ajoutant à ces produits partiels le terme $\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{45}{128}m^2\right)$, trouvé dans la page 145, on aura

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos cv & e\left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 2cv & e^2\left\{\frac{45}{16}-\frac{135}{64}=\frac{45}{64}\right\}m^2 \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{45}{128}m^2\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right) \\
\cos 4Ev - cv & e\left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left\{\frac{225}{128}m^2+\left(\frac{3855}{256}+\frac{45}{16}=\frac{4575}{256}\right)m^3\right\} \\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{525}{64}m^2\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{225}{128}-\frac{675}{256}=-\frac{225}{256}\right\}m^2.
\end{array}$$

Cela posé, on obtiendra aisément les

Produits partiels de $15\,q\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit	
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\ \left(\frac{15}{2}\right)\ \ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-cv$	$e\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
	$2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{675}{128}m^3\right)$
	$2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{675}{256}m^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\epsilon'^2\left(\frac{1215}{256}m^2\right)$
	$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{3375}{256}m^2+\frac{68625}{512}m^3\right)$
	$-(2Ev-2gv)$	$\gamma^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$-(2Ev+c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'\left(-\frac{3375}{128}m^2\right)$
	$-(2Ev-c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'\left(\frac{7875}{128}m^2\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'^2\left(-\frac{3375}{512}m^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\ \ e(-15)\ldots$	$2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{225}{8}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\ \ e(-15)\ldots$	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(-\frac{225}{8}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\ \ \epsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots$	$-(2Ev-c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'\left(-\frac{3375}{512}m^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv\ \ \epsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots$	$-(2Ev+c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'\left(\frac{23625}{512}m^2\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'^2\left(-\frac{23625}{256}m^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv\ \ \epsilon'^2\left(\frac{255}{4}\right)\ldots$	$-(2Ev+2c'mv-2cv)$	$e^2\epsilon'^2\left(\frac{57375}{512}m^2\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(b) \quad \ldots \quad 15\,q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-cv & e\left(\frac{225}{16}m^3\right) \\
-(2Ev-cv) & e\left(\frac{225}{16}m^3\right) \\
2Ev-2cv & e^2\left\{\frac{675}{128}-\frac{225}{8}=-\frac{2925}{128}\right\}m^3 \\
-(2Ev-2cv) & e^2\left\{\frac{3375}{256}m^2+\left(\frac{68625}{512}-\frac{225}{8}=\frac{54225}{512}\right)m^3\right\} \\
2Ev-2gv & \gamma^2\left(\frac{45}{32}m^3\right) \\
-(2Ev-2gv) & \gamma^2\left(\frac{45}{32}m^3\right) \\
2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{675}{256}m^2\right) \\
-(2Ev+c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'\left\{-\frac{3375}{128}+\frac{23625}{512}=\frac{10125}{512}\right\}m^2 \\
-(2Ev-c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'\left\{\frac{7875}{128}-\frac{3375}{512}=\frac{28125}{512}\right\}m^2 \\
2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1215}{256}m^2\right) \\
-(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{57375}{512}-\frac{23625}{256}-\frac{3375}{512}=\frac{3375}{256}\right\}m^2.
\end{array}$$

154. Maintenant, si l'on fait (Voyez p. 284)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]=-2m.\delta nt\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos}-2Ev & (1) \\ -(2Ev+c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{1}{4}\right);\end{array}\right.$$

on aura les produits partiels suivans au moyen de la valeur de δnt trouvée dans le n.° 57, pourvu qu'on ait l'attention d'y ajouter les trois termes $\sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$, $\sin 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}\,m\right)$, $\sin 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}\,m\right)$, obtenus dans les pages 148 et 321.

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v - 2v')\right]$

Multiplicateur		Produit
$-2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\;(m)$	${}^{\sin}_{\cos}\;2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-3m^2\right)$
	$2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(3m^2\right)$
	$2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{1}{2}m^3 + \frac{5}{16}\,m\gamma^2\right)$
	$2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{2}m^3 - \frac{21}{16}\,m e^2\right)$
	$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{16}\,m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{21}{16}\,m^2\right)$
	$2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}\,m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\,m^2\right)$
	$2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}\,m^2\right)$
	$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}\,m^2\right)$
	$2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}\,m^2\right)$
	$2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{135}{32}\,m^2\right)$

$$-2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}-2Ev\,\Big(m\Big)(^*)\ldots\left\{\begin{array}{llr}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\Big(\ \ \frac{1}{8}\,m\Big)\\
& 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\Big(-\frac{1}{8}\,m\Big)\\
& 4Ev & \Big(\ \ \frac{11}{8}\,m^3\Big)\\
& 4Ev-cv & e\Big(\ \ \frac{15}{4}\,m^2\Big)\\
& -(2Ev-2cv) & e^2\Big(\ \ \frac{675}{256}\,m^3\Big)\\
& -(2Ev-2gv) & \gamma^2\Big(\ \ \frac{9}{256}\,m^3\Big)
\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{r}-2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}-(2Ev+c'mv)\times\\ \varepsilon'\Big(-\frac{1}{4}m\Big)\ \ldots\end{array}\left\{\begin{array}{lr}
2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\Big(\ \ \frac{3}{4}\,m^2\Big)\\
2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\Big(\ \ \frac{9}{16}\,m^2\Big)\\
2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\Big(-\frac{27}{64}\,m^2\Big)\\
2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\Big(\ \ \frac{9}{64}\,m^2\Big)
\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$\delta\Big[(\alpha' u')^3\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\Big]=$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\Big(-\ 3\,m^2\Big)\\
& 2Ev-c'mv & \varepsilon'\Big(\ \ \ 3\,m^2\Big)
\end{array}$$

(*) En faisant ce produit partiel, on ne doit *pas* tenir compte des deux termes

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-2gv+cv\quad e\gamma^2\Big(\ \ \frac{7}{4}\,m\Big),\qquad \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev+2gv-cv\quad e\gamma^2\Big(-\frac{7}{4}\,m\Big),$$

d'après la manière dont on a développé dans le I.er volume (Voyez p. 318 et 321) les termes provenans de la valeur élliptique de nt. Tel est le motif qui exclut, dans le produit de la fonction $\delta[(\alpha' u')^3\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')]$ par $\frac{3}{2}\,\frac{q}{u_1^4}$, le terme affecté de l'argument $2Ev-2gv$ qui serait donné par la combinaison des deux argumens $2Ev-2gv+cv$ et cv.

sin cos	$2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{1}{2}m^3 + \frac{5}{16}m\gamma^2\right)$
	$-(2Ev - 2cv)$	$e^2\left(\frac{675}{256}m^3\right)$
	$2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{2}m^3 - \frac{21}{16}me^2\right)$
	$-(2Ev - 2gv)$	$\gamma^2\left(\frac{9}{256}m^3\right)$
	$2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left\{\frac{3}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{3}{2}\right\}m^2$
	$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
	$2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m^2\right)$
	$2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^2\right)$
	$2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
	$2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{9}{16} - \frac{27}{16} = -\frac{9}{8}\right\}m^2$
	$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{64} - \frac{27}{64} = \frac{27}{32}\right\}m^2$
	$2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{9}{64} - \frac{27}{64} = -\frac{9}{32}\right\}m^2$
	$2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{1}{8}m\right)$
	$2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{8}m\right)$
	$4Ev$	$\left(\frac{11}{8}m^3\right)$
	$4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{4}m^2\right).$

Le produit de cette fonction par

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_1{}^4}-\frac{3}{2}=2\cos cv\ \ e\left(-3\right)+2\cos 2cv\ \ e^2\left(\frac{15}{4}\right)+2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$$

donne ces termes

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv\quad e\left(-3\right)\ldots$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(9\,m^2\right)$
	$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-9\,m^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{9}{2}\,m^2\right)$
	$2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{27}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{27}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(\frac{27}{8}\,m^2\right)$
$2\cos 2cv\quad e^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	$2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{45}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{45}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{45}{8}\,m^2\right)$;
$2\cos 2gv\quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$2Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev-c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(-\frac{9}{8}\,m^2\right)$;

en les réunissant avec les précédens, multipliés chacun par $\frac{3}{2}$, on aura ;

$$(c)\ \ldots\ \frac{3}{2}q \cdot \frac{\partial\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_{\prime}^4} =$$

$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$	$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}\,m^2\right)$
	$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}\,m^2\right)$
	$2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{4}m^3+\frac{15}{16}m\gamma^2\right)$
	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{2025}{512}m^3\right)$
	$2Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}\,m^2\right)$
	$2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^3-\frac{63}{32}me^2\right)$
	$-(2Ev-2gv)$	$\gamma^2\left(\frac{27}{512}m^3\right)$
	$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{9-\frac{27}{8}=\frac{45}{8}\right\}m^2$
	$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}-9=-\frac{45}{8}\right\}m^2$
	$2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{405}{64}\,m^2\right)$
	$2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left\{\frac{81}{32}+\frac{27}{4}-\frac{45}{4}=-\frac{63}{32}\right\}m^2$
	$2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left\{-\frac{81}{32}-\frac{27}{4}+\frac{45}{4}=\frac{63}{32}\right\}m^2$
	$2Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{27}{32}-\frac{9}{4}=-\frac{99}{32}\right\}m^2$
	$2Ev-c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{27}{32}+\frac{9}{4}=\frac{99}{32}\right\}m^2$
	$2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{9}{2}-\frac{27}{16}=\frac{45}{16}\right\}m^2$
	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{64}+\frac{27}{8}-\frac{45}{8}=-\frac{63}{64}\right\}m^2$
	$2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{27}{64}-\frac{9}{8}=-\frac{99}{64}\right\}m^2$

$$\begin{array}{lll}
\sin & 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right) \\
\cos & 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m\right) \\
 & 4Ev & \left(\frac{33}{16}m^3\right) \\
 & 4Ev - cv & e\left(\frac{45}{8}m^2\right).
\end{array}$$

On a trouvé dans le n.° 36 (Voyez p. 56) que cette même fonction renferme le terme ${}^{\sin}_{\cos}\,cv\;\; e\left(-\frac{45}{8}m^2\right)$; donc, en prenant

$$-4\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m\right)$$

on aura le terme

$$(d)\ \ldots\ -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4} = {}^{\sin}_{\cos} - (2Ev - 2cv)\ e^2\left(\frac{675}{32}m^3\right),$$

qui fait partie intégrante du développement de la fonction $\delta R'$ (Voyez vol. I, p. 273).

155. En réunissant les termes compris dans les quatre fonctions désignées par (a), (b), (c), (d) avec ceux que renferme la valeur de R' posée au commencement du n.° 151 on obtiendra le résultat suivant :

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\begin{array}{lll}
\sin 2Ev & & \left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2\right) \\
\sin 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left\{-\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{32}\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{9}{2} = 0\right)m^2\right. \\
\sin 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left\{\frac{21}{4} + \frac{21}{2}e^2 - \frac{369}{32}\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9\right)m^2\right. \\
\sin 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{4}\right\}m^2
\end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\a\\a\end{array}}\right\}(*)$$

(*) Il est utile de faire remarquer ici, que l'approximation immédiatement subséquente n'ajouterait rien aux coefficiens des trois argumens $2Ev + c'mv$, $2Ev - c'mv$, $2Ev + 2c'mv$, parce que les quantités du *troisième* ordre qui multiplient $\varepsilon'\cos c'mv$, $\varepsilon'^2\cos 2c'mv$, dans l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, sont nulles (Voyez p. 315).

$$+\sin 2Ev + cv \qquad e\left\{-3+3m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -3-3m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2 \\ +\left(\frac{225}{16}-\frac{9}{4}-\frac{225}{64}-\frac{225}{16}=-\frac{369}{64}\right)m^3 \\ +\frac{3}{4}m\gamma^2-\frac{3}{4}me^2+\left(\frac{15}{2}-\frac{27}{2}=-6\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{4}\right)$$

$$\sin 2Ev + 2cv \qquad e^2\left(\frac{15}{4}-\frac{57}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}+\frac{57}{8}m+\left(3-\frac{3}{2}-\frac{3375}{256}=-\frac{2991}{256}\right)m^2 \\ +\frac{15}{8}e^2-\frac{75}{8}\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{8}=-\frac{15}{16}\right)\gamma^2+\frac{7}{16}me^2 \\ +\left(\frac{171}{32}-\frac{45}{4}+\frac{2565}{128}-\frac{2925}{128}-\frac{54225}{512}-\frac{3}{4}-\frac{2025}{512}-\frac{675}{32}=-\frac{35949}{256}\right)m^3 \\ +\left(\frac{135}{4}-\frac{285}{16}=\frac{255}{16}\right)m\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{32}-\frac{405}{128}-\frac{57}{16}=-\frac{801}{128}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}+\frac{3}{8}m-\left(\frac{3}{2}+\frac{27}{256}=\frac{411}{256}\right)m^2 \\ +\left(\frac{27}{8}-\frac{105}{16}=-\frac{51}{16}\right)e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{32}-\frac{9}{32}-\frac{171}{512}+\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{3}{4}-\frac{27}{512}=-\frac{291}{256}\right)m^3 \\ -\frac{3}{16}m\gamma^2+\left(\frac{1353}{128}-\frac{15}{16}-\frac{63}{32}=\frac{981}{128}\right)me^2 \\ -\left(\frac{15}{16}+\frac{27}{4}=\frac{123}{16}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{3}{2}+\left(\frac{27}{8}-\frac{3}{4}=\frac{21}{8}\right)m\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}-\left(\frac{27}{8}-\frac{3}{4}=\frac{21}{8}\right)m-\left(\frac{4059}{64}-\frac{45}{8}=\frac{3699}{64}\right)m^2 \\ +\frac{9}{8}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{3}{16}\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$+\sin 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{21}{2}+\left(\frac{63}{4}-\frac{27}{8}=\frac{99}{8}\right)m\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{21}{2}-\left(\frac{63}{4}-\frac{27}{8}=\frac{99}{8}\right)m+\left(\frac{1791}{64}-\frac{45}{8}=\frac{1431}{64}\right)m^2 \\ -\frac{63}{8}e^2+\frac{21}{8}\gamma^2+\frac{369}{16}\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - 3cv \qquad e^3\left(-\frac{15}{4}-\frac{41}{4}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 3cv \qquad e^3\left(-\frac{15}{4}\right)$$

$$\sin 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}-\frac{21}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\left(\frac{21}{8}-\frac{15}{8}=\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{9}{4}+\frac{405}{64}=\frac{549}{64}\right)m\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{21}{8}-\frac{15}{8}=\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{405}{64}-\frac{9}{4}=\frac{261}{64}\right)m \\ +\left(\frac{3}{4}+\frac{1257}{512}+\frac{135}{512}+\frac{675}{256}-\frac{405}{64}=-\frac{57}{256}\right)m^2 \\ +\left(\frac{231}{64}-\frac{135}{32}=-\frac{39}{64}\right)e^2+\left(\frac{45}{32}-\frac{9}{16}=\frac{27}{32}\right)\gamma^2 \\ +\left(\frac{75}{16}-\frac{105}{16}=-\frac{15}{8}\right)\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}+\left(\frac{135}{16}-\frac{57}{32}=\frac{213}{32}\right)m-\frac{15}{16}e^2+\frac{15}{64}\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{19527}{128}-\frac{3}{8}-\frac{10125}{512}-\frac{63}{32}=\frac{66783}{512}\right)m^2 \\ +\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right)\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{105}{8}+\left(\frac{1197}{32}-\frac{135}{16}=\frac{927}{32}\right)m+\frac{105}{16}e^2-\frac{1845}{64}\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{189}{8}-\frac{12219}{128}-\frac{28125}{512}+\frac{63}{32}=-\frac{63897}{512}\right)m^2 \\ +\left(\frac{105}{32}-\frac{105}{16}=-\frac{105}{32}\right)\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$+\sin 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{8} - \left(\frac{3}{32} + \frac{27}{16} = \frac{57}{32}\right) m + \left(\frac{105}{32} - \frac{27}{16} = \frac{51}{32}\right) e^2 \\ -\left(\frac{81}{512} + \frac{99}{32} - \frac{123}{128} = \frac{1173}{512}\right) m^2 + \frac{3}{64}\varepsilon'^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{21}{8} + \left(\frac{63}{32} + \frac{27}{16} = \frac{117}{32}\right) m - \left(\frac{735}{32} - \frac{189}{16} = \frac{357}{32}\right) e^2 \\ -\left(\frac{225}{512} + \frac{879}{128} - \frac{99}{32} = \frac{2157}{512}\right) m^2 - \frac{369}{64}\varepsilon'^2 - \frac{21}{16}\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{51}{2} + \left(\frac{459}{32} - 51 = -\frac{1173}{32}\right) m\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{32} m - \left(\frac{7947}{256} - \frac{45}{16} = \frac{7227}{256}\right) m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{255}{8} + \left(\frac{969}{8} - \frac{2295}{64} = \frac{5457}{64}\right) m\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{135}{64} m + \left(\frac{34551}{512} + \frac{1215}{256} - \frac{3375}{256} - \frac{63}{64} = \frac{29727}{512}\right) m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{51}{8} + \left(\frac{51}{8} + \frac{459}{64} = \frac{867}{64}\right) m\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{27}{64} m - \left(\frac{27}{256} + \frac{99}{64} - \frac{729}{512} = \frac{117}{512}\right) m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'\left(\frac{15}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'\left(-\frac{105}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev + 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(-\frac{1}{16}\right)$$

$$\sin 2Ev - 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(-\frac{845}{16}\right)$$

$+\sin 2Ev+2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{45}{16}-\frac{15}{4}=-\frac{15}{16}\right)+\left(\frac{51}{8}+\frac{69}{64}+\frac{3}{16}=\frac{489}{64}\right)m\right\}$
$\sin 2Ev-2gv+2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{45}{16}-\frac{15}{4}=-\frac{15}{16}\right)+\left(\frac{741}{64}-\frac{51}{8}-\frac{3}{16}=\frac{321}{64}\right)m\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv-2gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$
$\sin 2Ev+c'mv-2gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}-\frac{21}{16}=-\frac{3}{8}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-2gv-cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{16}\right)$
$\sin 2Ev-c'mv-2gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{147}{16}-\frac{105}{16}=\frac{21}{8}\right)$
$\sin 2Ev+3c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left(\frac{5}{64}\right)$
$\sin 2Ev-3c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left(\frac{4225}{64}\right)$
$\sin 2Ev+3c'mv-2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)$
$\sin 2Ev-3c'mv-2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^3\left(\frac{845}{64}\right)$
$\sin 4Ev$	$\left\{-3m^2-\left(\frac{19}{2}-\frac{33}{16}=\frac{119}{16}\right)m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{225}{16}me^2\right\}$
$\sin 4Ev-cv$	$e\left\{-\frac{45}{8}m-\left(\frac{579}{32}-\frac{45}{8}=\frac{399}{32}\right)m^2\right\}$
$\sin 4Ev+cv$	$e\left(\frac{75}{8}m^2\right)$
$\sin 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(3.m^2\right)$
$\sin 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-21.m^2\right)$
$\sin 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m\right)$
$\sin 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{525}{16}m\right)$

$+\sin 4Ev-3cv$	$e^3\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\sin 4Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$
$\sin 4Ev-4cv$	$e^4\left(-\frac{225}{64}m\right)$
$\sin 4Ev-4gv$	$\gamma^4\left(-\frac{9}{64}m\right)$
$\sin 4Ev-2cv-2gv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$.

Pour déduire de cette expression de R_1 celle de l'intégrale $-\int R_1 dv$, il faut multiplier chaque terme par le facteur résultant de la division de l'unité par le coefficient de v qui entre dans l'argument. Voici ces facteurs, à l'exception de ceux tout-à-fait évidens, comme étant composés par le seul premier terme qui naît de la division.

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1+m+m^2+m^3\right)$
$2Ev+c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2\right)$
$2Ev-c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2\right)$
$2Ev+cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{3}m+\frac{25}{36}m^2\right)$
$2Ev-cv$	$1+2m+\frac{13}{4}m^2-\frac{65}{32}m^3$
$2Ev-2c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+2m\right)$
$2Ev+2cv$	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$
$2Ev+2gv$	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$
$2Ev-2cv$	$-\frac{1}{2m}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{3}{4}m+\frac{245}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3\\ -\frac{3}{8}me^2+\frac{9}{8}me'^2-\frac{3}{2}m\gamma^2\end{array}\right\}$

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev - 2gv$	$-\frac{1}{2m}\left\{\begin{array}{l}1-\frac{3}{4}m+\frac{27}{32}m^2+\frac{165}{128}m^3\\ -\frac{3}{2}me^2-\frac{9}{8}m\varepsilon'^2+\frac{3}{8}m\gamma^2\end{array}\right\}$
$2Ev + c'mv + cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{3}m\right)$
$2Ev + c'mv - cv$	$1+m+\frac{1}{4}m^2$
$2Ev - c'mv + cv$	$\frac{1}{3}\left(1+m\right)$
$2Ev - c'mv - cv$	$1+3m+\frac{33}{4}m^2$
$2Ev - 3cv$	$-1+2m$
$2Ev - 2gv - cv$	$-1+2m$
$2Ev + 2gv - cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{3}m\right)$
$2Ev - 2gv + cv$	$1+2m+\frac{25}{4}m^2$
$2Ev + c'mv - 2cv$	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{261}{16}m^2\right)$
$2Ev - c'mv - 2cv$	$-\frac{1}{3m}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{79}{16}m^2\right)$
$2Ev + c'mv - 2gv$	$-\frac{1}{m}\left(1-\frac{3}{2}m+\frac{45}{16}m^2\right)$
$2Ev - c'mv - 2gv$	$-\frac{1}{3m}\left(1-\frac{1}{2}m+\frac{7}{16}m^2\right)$
$2Ev - 2c'mv - cv$	$1+4m$
$2Ev - 2c'mv - 2cv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{3}{8}m\right)$
$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$\frac{2}{3m^2}\left(1-\frac{75}{8}m\right)$
$2Ev - 2c'mv - 2gv$	$-\frac{1}{4m}\left(1-\frac{3}{8}m\right)$

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev+2c'mv-2gv$	$-\frac{3}{3m^2}\left(1+\frac{3}{8}m\right)$
$2Ev+2gv-2cv$	$\frac{1}{2}\left(1+m\right)$
$2Ev-2gv+2cv$	$\frac{1}{2}\left(1+m\right)$
$4Ev$	$\frac{1}{4}\left(1+m\right)$
$4Ev-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m\right)$

En exécutant ces multiplications on aura ;

$$(4) \ldots\ldots -\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}m+\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^3+\frac{3}{2}me^2-\frac{15}{8}m\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m-\frac{3}{32}m^2-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left\{\frac{21}{8}+\frac{63}{16}m+\left(\frac{9}{2}+\frac{189}{32}=\frac{333}{32}\right)m^2+\frac{21}{4}e^2-\frac{369}{64}\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-1+\left(1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\right)m+\left(\frac{2}{3}-\frac{25}{36}=-\frac{1}{36}\right)m^2\\ -\frac{3}{4}e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-3-(3+6=9)m-\left(6+\frac{39}{4}=\frac{63}{4}\right)m^2-\frac{9}{4}e^2+\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{195}{32}-\frac{39}{4}-\frac{369}{64}=-\frac{603}{64}\right)m^3+\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\right)m\gamma^2\\ +(15-6=9)m\varepsilon'^2-\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{2}=\frac{21}{4}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\frac{9}{8}m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\frac{51}{8}+\frac{51}{4}m\right\}$$

$$+\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left\{\frac{15}{16}-\left(\frac{57}{16}-\frac{15}{32}=\frac{21}{16}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev+2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{3}{16}+\left(\frac{3}{32}-\frac{3}{32}=0\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}.m^{-1}-\left(\frac{57}{16}+\frac{45}{32}=\frac{159}{32}\right)m^0-\left(\frac{171}{64}+\frac{3645}{256}-\frac{2991}{512}=\frac{5667}{512}\right)m\\ -\left(\frac{13851}{512}+\frac{82125}{1024}-\frac{35949}{512}-\frac{8973}{2048}=\frac{66885}{2048}\right)m^2\\ -\left(\frac{7}{32}+\frac{45}{64}-\frac{45}{64}=\frac{7}{32}\right)e^2+\left(\frac{801}{256}+\frac{45}{128}+\frac{45}{16}=\frac{1611}{256}\right)\gamma^2\\ -\left(\frac{255}{32}+\frac{135}{64}-\frac{225}{64}=\frac{105}{16}\right)\varepsilon'^2-\frac{15}{16}e^2.m^{-1}+\frac{75}{16}\varepsilon'^2.m^{-1}+\frac{15}{32}\gamma^2.m^{-1}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{8}.m^{-1}+\left(\frac{9}{32}-\frac{3}{16}=\frac{3}{32}\right)m^0+\left(\frac{411}{512}+\frac{9}{64}-\frac{81}{256}=\frac{321}{512}\right)m\\ -\left(\frac{1233}{2048}+\frac{81}{512}+\frac{495}{1024}-\frac{291}{512}=\frac{1383}{2048}\right)m^2\\ -\left(\frac{981}{256}+\frac{153}{128}-\frac{9}{16}=\frac{1143}{256}\right)e^2-\left(\frac{9}{64}+\frac{9}{64}-\frac{3}{32}=\frac{3}{16}\right)\gamma^2\\ +\left(\frac{123}{32}+\frac{27}{64}-\frac{45}{64}=\frac{57}{16}\right)\varepsilon'^2+\frac{51}{32}e^2.m^{-1}+\frac{15}{16}\varepsilon'^2.m^{-1}+\frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{1}{2}+\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{6}=\frac{25}{24}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}-\left(\frac{21}{8}-\frac{3}{2}=\frac{9}{8}\right)m-\left(\frac{21}{8}+\frac{3699}{64}-\frac{3}{8}=\frac{3843}{64}\right)m^2\\ +\frac{9}{8}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{3}{16}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{7}{2}+\left(\frac{33}{8}-\frac{7}{2}=\frac{5}{8}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{21}{2}-\left(\frac{99}{8}+\frac{63}{2}=\frac{351}{8}\right)m\\ -\left(\frac{297}{8}+\frac{693}{8}-\frac{1431}{64}=\frac{6489}{64}\right)m^2-\frac{63}{8}e^2+\frac{21}{8}\gamma^2+\frac{369}{16}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-3cv \quad e^3\left\{\frac{15}{4}+\left(\frac{41}{4}-\frac{15}{2}=\frac{11}{4}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev+3cv \quad e^3\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$+\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{15}{8}+\left(\frac{21}{8}-\frac{15}{4}=-\frac{9}{8}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{1}{4}-\left(\frac{183}{64}-\frac{1}{6}=\frac{517}{192}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{4}-\left(\frac{261}{64}-\frac{3}{2}=\frac{165}{64}\right)m \\ -\left(\frac{261}{32}+\frac{57}{256}-\frac{75}{16}=\frac{945}{256}\right)m^2 \\ -\frac{39}{64}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{27}{32}\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}.m^{-1}-\left(\frac{213}{32}-\frac{45}{16}=\frac{123}{32}\right)m^0 \\ -\left(\frac{639}{64}+\frac{66783}{512}-\frac{3915}{128}=\frac{56235}{512}\right)m \\ +\frac{15}{16}e^2.m^{-1}-\frac{15}{32}\gamma^2.m^{-1}-\frac{15}{64}\varepsilon'^2.m^{-1}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{35}{8}.m^{-1}-\left(\frac{309}{32}+\frac{35}{16}=\frac{379}{32}\right)m^0 \\ +\left(\frac{21299}{512}-\frac{309}{64}-\frac{2765}{128}=\frac{7767}{512}\right)m \\ -\frac{35}{16}e^2.m^{-1}+\frac{35}{32}\gamma^2.m^{-1}+\frac{615}{64}\varepsilon'^2.m^{-1}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}.m^{-1}+\left(\frac{57}{32}-\frac{9}{16}=\frac{39}{32}\right)m^0 \\ +\left(\frac{1173}{512}-\frac{171}{64}+\frac{135}{128}=\frac{345}{512}\right)m \\ -\frac{51}{32}e^2.m^{-1}-\frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1}-\frac{3}{64}\varepsilon'^2.m^{-1}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{32}\right)$$

$$+\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} & -\tfrac{7}{8}.m^{-1} - \left(\tfrac{39}{32} - \tfrac{7}{16} = \tfrac{25}{32}\right) m^0 \\ & + \left(\tfrac{719}{512} + \tfrac{39}{64} - \tfrac{49}{128} = \tfrac{835}{512}\right) m \\ & + \tfrac{119}{32} e^2.m^{-1} + \tfrac{7}{16}\gamma^2.m^{-1} + \tfrac{123}{64}\varepsilon'^2.m^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(\tfrac{21}{32} \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\tfrac{51}{2} - \left(\tfrac{1173}{32} + 102 = \tfrac{4437}{32}\right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\tfrac{17}{2} \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\tfrac{27}{32} m - \tfrac{7227}{256} m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\tfrac{255}{32}.m^{-1} - \left(\tfrac{5457}{256} + \tfrac{765}{256} = \tfrac{3111}{128}\right) m^0 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \tfrac{45}{32}.m^{-1} + \left(\tfrac{9909}{256} - \tfrac{3375}{256} = \tfrac{3267}{128}\right) m^0 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\tfrac{51}{32}.m^{-1} - \left(\tfrac{867}{256} - \tfrac{153}{256} = \tfrac{357}{128}\right) m^0 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \tfrac{9}{32}.m^{-1} + \left(\tfrac{39}{256} + \tfrac{27}{256} = \tfrac{33}{128}\right) m^0 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon' \left(-\tfrac{15}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon' \left(\tfrac{105}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3 \left(-\tfrac{1}{16} \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3 \left(-\tfrac{845}{16} \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ -\tfrac{15}{32} + \left(\tfrac{489}{128} - \tfrac{15}{32} = \tfrac{429}{128}\right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ -\tfrac{15}{32} + \left(\tfrac{321}{128} - \tfrac{15}{32} = \tfrac{261}{128}\right) m \right\}$$

$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{105}{16}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{8}\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left(\frac{5}{64}\cdot m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{845}{64}\cdot m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{1}{64}\cdot m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{169}{64}\cdot m^{-1}\right)$
$\cos 4Ev$	$\left\{-\frac{3}{4}m^2-\left(\frac{119}{64}+\frac{3}{4}=\frac{167}{64}\right)m^3+\frac{9}{64}m\gamma^2+\frac{225}{64}me^2\right\}$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left\{-\frac{15}{8}m-\left(\frac{133}{32}+\frac{5}{2}=\frac{213}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right)$
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^2\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{175}{16}m\right)$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$
$\cos 4Ev - 4cv$	$e^4\left(\frac{225}{256}\right)$
$\cos 4Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(\frac{9}{256}\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128}\right)$.

En multipliant cette valeur de $-\int R_1 dv$ par $2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2$, on aura les termes suivans :

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad -\left(2e^2+\tfrac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1 dv =$$

$\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{3}{2}me^2+\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{16}\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}e^2+\frac{21}{16}\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-2e^2-\frac{1}{2}\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-6e^2-\frac{3}{2}\gamma^2-18.me^2-\frac{9}{2}.m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left\{-\frac{15}{4}e^2.m^{-1}-\frac{15}{16}\gamma^2.m^{-1}-\frac{159}{16}e^2-\frac{159}{64}\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{3}{4}e^2.m^{-1}-\frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1}+\frac{3}{16}e^2+\frac{3}{64}\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(3e^2+\frac{3}{4}\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-21.e^2-\frac{21}{4}.\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}e^2.m^{-1}+\frac{15}{16}\gamma^2.m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{35}{4}e^2.m^{-1}-\frac{35}{16}\gamma^2.m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(\frac{3}{4}e^2.m^{-1}+\frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{7}{4}e^2.m^{-1}-\frac{7}{16}\gamma^2.m^{-1}\right)$
$\cos 2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2\right)$.

En prenant $Q'=-\frac{3}{2}m^2-\frac{225}{16}m^3$ (Voyez p. 245), et $\frac{q}{1+\gamma^2}=1$ on aura

$$(6)\ldots\ \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv.\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left(\frac{9}{8}m^2 + \frac{675}{64}m^3 + \frac{9}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left(\frac{9}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{63}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left(-\frac{45}{16}me^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m + \frac{9}{64}m^2 - \frac{675}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right).$$

En prenant $q = 1 + e^2 + \gamma^2$; $P = \frac{3}{2}m^2$, on aura

$$q\left(\frac{3}{4} - \frac{15}{16}\gamma^2 + P\right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}e^2 - \left(\frac{15}{16} - \frac{3}{4} = \frac{3}{16}\right)\gamma^2 + \frac{3}{2}m^2 \ ;$$

d'où on tire

$$(7)\ \ldots\ -2\cos 2gv \quad \gamma^2 q\left(\frac{3}{4} - \frac{15}{16}\gamma^2 + P\right).\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16}e^2 - \frac{9}{64}\gamma^2 + \frac{9}{8}m^2 + \frac{9}{8}e^2 - \frac{45}{32}\varepsilon'^2 + \frac{9}{16}m + \frac{9}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16}m\right)$$

$$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32} - \frac{9}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{32} + \frac{189}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{9}{4} - \frac{27}{4}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad \left(-\frac{9}{32}\gamma^4 . m^{-1}\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{9}{4} - \frac{27}{4}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4} + \frac{1}{4}m - \frac{1}{48}m^2 - \frac{9}{16}e^2 + \frac{15}{8}\varepsilon'^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 \\ -\frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 - \frac{3}{2}m^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64} - \frac{63}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv - 2gv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32} . m^{-1}\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{32} . m^{-1} - \frac{477}{128} . m^0 - \frac{17001}{2048} . m - \frac{45}{16}m - \frac{45}{64}e^2 . m^{-1} \\ +\frac{225}{64}\varepsilon'^2 . m^{-1} + \frac{45}{128}\gamma^2 . m^{-1} - \frac{45}{32}e^2 . m^{-1} + \frac{45}{128}\gamma^2 . m^{-1} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left(-\frac{9}{32} . m^{-1}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{32}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{8}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{8}\right).$$

156. Maintenant, pour obtenir le développement de la fonction δR^{v}, il faudra d'abord réunir les trois fonctions $\frac{3}{4}.(a)$, $\frac{3}{5}.(b)$, (c), en prenant avec le signe *cosinus* les différens termes compris dans les équations désignées par (a), (b), (c) dans les n.os 152, 153, 154. Cette somme fournit l'expression de $\frac{\delta R^{v}}{u_1}$; d'où on tire celle de δR^{v}, en faisant le produit par la valeur de u_1. Voici le détail de ces deux opérations, exécutées en ayant égard au choix convenable des termes.

$$\frac{\delta R^{v}}{u_1} =$$

$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\left(\frac{675}{256}+\frac{135}{16}+\frac{135}{16}=\frac{4995}{256}\right)m^3-\frac{81}{8}m\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}-\frac{9}{2}=-\frac{9}{8}\right\}m^2$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{27}{8}+\frac{9}{2}=\frac{63}{8}\right\}m^2$
$\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{8}-\frac{9}{4}=\frac{9}{8}\right\}m^2$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{81}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{81}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{81}{32}m-\left(\frac{12177}{256}-\frac{45}{8}=\frac{10737}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{81}{32}m+\left(\frac{5373}{256}-\frac{45}{8}=\frac{3933}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\left(\frac{2025}{256}-\frac{9}{8}=\frac{1737}{256}\right)m^2+\frac{45}{64}\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\left(\frac{81}{1024}-\frac{9}{8}=-\frac{1071}{1024}\right)m^2-\frac{315}{64}e^2\right\}$

$+\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{1377}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{81}{128}m - \left(\frac{23841}{1024} - \frac{45}{16} = \frac{20961}{1024}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{405}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{405}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{63}{32} - \frac{1215}{256}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{63}{32} - \frac{1215}{256}m - \left(\frac{405}{2048} - \frac{3771}{2048} - \frac{405}{256} + \frac{405}{64} = \frac{3177}{1024}\right)m^2 \\ - \frac{27}{64}\gamma^2 + \frac{693}{256}e^2 - \frac{315}{64}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{16} + \left(\frac{207}{256} + \frac{3}{16} = \frac{255}{256}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{16} + \left(\frac{2223}{256} - \frac{3}{16} = \frac{2175}{256}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{64}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{441}{64}\right)$
$\cos 4Ev$	$\left\{-\frac{9}{4}m^2 - \left(\frac{57}{8} - \frac{33}{16} = \frac{81}{16}\right)m^3 + \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{675}{64}me^2\right\}$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left\{-\frac{135}{32}m - \left(\frac{1737}{128} - \frac{45}{8} = \frac{1017}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{135}{64}m\right)$ (*)
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$

(*) Pour former ces deux termes il suffit de multiplier par $\frac{3}{4}$ les deux correspondans posés au bas de la page 283: ils sont nécessaires pour former le produit par $(u_1 - 1)$.

En multipliant cette fonction par

$$u_{\mathrm{I}} - \mathrm{I} = \cos ov \left(e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right) + 2\cos cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$$

(Voyez tom. I. p. 307) on aura les termes suivans :

Multiplicateur		Produit
$\cos ov \;\left(e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{63}{32}e^2 + \frac{63}{128}\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{63}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{81}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{81}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{63}{64}e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1071}{2048}m^2 - \frac{315}{128}e^2\right)$
$2\cos cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right)$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{63}{64} - \frac{1215}{512}m\right)$
	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{63}{64} - \frac{1215}{512}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}e^2\right)$
	$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{135}{64}me^2\right)$
	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 4Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{135}{128}m\right)$
	$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m\right)$
$2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{135}{256}m\right)$;

lesquels étant réunis avec l'expression précédente de $\frac{\delta R^{v}}{u_1}$ il en résulte le développement cherché de δR^{v}, savoir ;

$$(8) \ldots\ldots \delta R^{v} =$$

$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{4995}{256}m^3 - \frac{81}{8}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{63}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{81}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{81}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{81}{32}m - \left(\frac{10737}{256} + \frac{9}{16} = \frac{10881}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{81}{32}m + \left(\frac{3933}{256} + \frac{63}{16} = \frac{4941}{256}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\frac{1737}{256}m^2 + \frac{45}{64}\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{1071}{1024}m^2 + \left(\frac{63}{64} - \frac{315}{64} = -\frac{63}{16}\right)e^2\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{81}{128}m - \left(\frac{20961}{1024} - \frac{9}{16} = \frac{20385}{1024}\right)m^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{1377}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left\{\frac{405}{64} - \frac{81}{64} = \frac{81}{16}\right\}m$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left\{-\frac{405}{64} + \frac{81}{64} = -\frac{81}{16}\right\}m$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)$

$$+\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{63}{32} - \frac{1215}{256} m - \left(\frac{3177}{1024} + \frac{1071}{2048} = \frac{7425}{2048} \right) m^2 \\ - \frac{315}{64} \varepsilon'^2 + \left(\frac{63}{128} - \frac{27}{64} = \frac{9}{128} \right) \gamma^2 \\ + \left(\frac{693}{256} - \frac{315}{128} - \frac{45}{32} + \frac{63}{32} = \frac{207}{256} \right) e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{63}{32} - \frac{1215}{256} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ \left(\frac{63}{64} - \frac{45}{16} = -\frac{117}{64} \right) + \left(\frac{255}{256} - \frac{1215}{512} = -\frac{705}{512} \right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ \left(\frac{63}{64} - \frac{45}{16} = -\frac{117}{64} \right) + \left(\frac{2175}{256} - \frac{1215}{512} = \frac{3135}{512} \right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{63}{64} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{441}{64} \right)$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{ -\frac{9}{4} m^2 - \frac{81}{16} m^3 + \frac{27}{64} m\gamma^2 + \left(\frac{675}{64} - \frac{135}{64} = \frac{135}{16} \right) me^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e \left\{ -\frac{135}{32} m - \left(\frac{1017}{128} + \frac{9}{8} = \frac{1161}{128} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \qquad e \left\{ \frac{225}{32} - \frac{9}{8} = \frac{189}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{9}{4} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left(-\frac{63}{4} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left(\frac{405}{64} m \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{1575}{64} m \right)$$

$$\cos 4Ev - 3cv \qquad e^3 \left\{ \frac{135}{128} + \frac{135}{128} = \frac{135}{64} \right\} m$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \frac{27}{256} + \frac{135}{256} - \frac{27}{128} = \frac{27}{64} \right\} m.$$

157. En multipliant la valeur de $R_{,}$ posée dans les n.^os 140, 155 par

$$-\frac{du_{,}}{dv} = \begin{array}{ll} 2\sin cv & e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{225}{64}m^3\right) \\ 2\sin 2gv & \gamma^2\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}\gamma^2-\frac{3}{16}m^2\right) \end{array}$$

(Voyez la page 307 du I.^er volume et les pages 36 et 74 de celui-ci) on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $-\frac{du_{,}}{dv}.R_{,}$

Multiplicateur	Produit

$$2\sin cv \times e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{225}{64}m^3\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev-cv & e\left\{\frac{3}{4}+\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{16}m^2-\frac{675}{128}m^3+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right\} \\
\cos 2Ev+cv & e\left\{-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}e^2+\frac{9}{16}m^2-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right\} \\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left\{-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{16}\varepsilon'^2-\frac{3}{8}e^2+\frac{9}{32}m^2\right\} \\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left\{\frac{21}{8}+\frac{21}{4}e^2-\frac{369}{64}\varepsilon'^2+\frac{21}{8}e^2+\frac{9}{2}m^2-\frac{63}{32}m^2\right\} \\
\cos 2Ev & \left(-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{2}me^2\right) \\
\cos 2Ev+2cv & e^2\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{2}me^2\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left\{-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\frac{3}{2}e^2+\frac{9}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right) \\
\cos 2Ev-2c'mv+cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}\right) \\
\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$
\begin{array}{c}
2\sin cv \times \\
e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{225}{64}m^3\right)\ldots
\end{array}
\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev+cv & e\left(\frac{15}{8}e^2\right) \\
\cos 2Ev+3cv & e^3\left(-\frac{15}{8}\right) \\
\cos 2Ev+2gv+cv & e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m\right) \\
\cos 2Ev-3cv & e^3\left(\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m\right) \\
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{15}{8}e^2-\frac{57}{16}me^2\right) \\
\cos 2Ev-2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right) \\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m+\frac{411}{512}m^2+\frac{51}{32}e^2 \\ +\frac{15}{16}\varepsilon'^2+\frac{3}{16}\gamma^2+\frac{9}{32}m^2-\frac{3}{8}e^2\end{array}\right\} \\
\cos 2Ev+c'mv+2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{4}e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{3}{4}-\frac{21}{16}m\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21}{4}e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{21}{4}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}-\frac{99}{16}m\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{21}{4}e^2\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{15}{8}e^2\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\frac{15}{16}e^2\right)
\end{array}
\right.
$$

$$2\sin cv \times e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{225}{64}m^3\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{3}{8}-\frac{549}{128}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}+\frac{261}{128}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{3}{8}e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{15}{16}e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-3cv & e^3\varepsilon' & \left(-\frac{15}{16}\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{105}{16}e^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-3cv & e^3\varepsilon' & \left(\frac{105}{16}\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{3}{16}\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{21}{16}\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{21}{16}\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{51}{4}\right)\\
\cos 2Ev+3c'mv-cv & e\varepsilon'^3 & \left(\frac{1}{64}\right)\\
\cos 2Ev-3c'mv-cv & e\varepsilon'^3 & \left(\frac{845}{64}\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{15}{32}e^2\right)\\
\cos 4Ev-cv & e & \left(-\frac{3}{2}m^2\right)\\
\cos 4Ev+cv & e & \left(\frac{3}{2}m^2\right)\\
\cos 4Ev & & \left(\frac{45}{16}me^2\right)\\
\cos 4Ev-3cv & e^3 & \left(\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$
\begin{array}{c}
2\sin 2gv \times \\
\gamma^2\left(-\frac{1}{4}-\frac{3}{16}m^2-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}\gamma^2\right)
\end{array}
\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^2-\frac{9}{32}m^2-\frac{3}{8}e^2+\frac{3}{32}\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev+2gv & \gamma^2 & \left(\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{3}{16}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv+2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{21}{16}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{21}{16}\right) \\
\cos 2Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}m\right) \\
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right) \\
\cos 2Ev+2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{4}\right) \\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m+\frac{9}{16}e^2-\frac{3}{16}\gamma^2 \\ -\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{9}{16}m^2+\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{16}\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{15}{16}+\frac{57}{32}m\right) \\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{15}{16}+\frac{57}{32}m\right) \\
\cos 2Ev-2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{51}{16}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{21}{8}\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{21}{8}\right) \\
\cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{32}m\right);
\end{array}
\right.
$$

lesquels étant réunis donnent

$$(9) \quad \ldots\ldots - R_1 \cdot \frac{du_1}{dv} =$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0\right) e^2 + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3\right) m e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{3}{4} - \frac{9}{16} m^2 - \frac{15}{8} \varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} - \frac{15}{8} = \frac{3}{8}\right) e^2 - \frac{675}{128} m^3 - \frac{57}{16} m e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ -\frac{3}{4} + \frac{9}{16} m^2 + \frac{15}{8} \varepsilon'^2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \frac{15}{8} = \frac{3}{8}\right) e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0 \right\} e^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{21}{4} - \frac{21}{4} = 0 \right\} e^2$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{3}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{3}{2} m + \frac{9}{8} m^2 + \left(\frac{15}{8} - \frac{9}{8} - \frac{3}{2} = -\frac{3}{4}\right) e^2 + \frac{3}{8} \gamma^2 + \frac{15}{4} \varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{3}{8} - \frac{9}{32} m^2 + \left(\frac{15}{16} + \frac{3}{8} - \frac{3}{4} - \frac{3}{8} = \frac{3}{16}\right) e^2 + \frac{3}{32} \gamma^2 + \frac{15}{16} \varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{3}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{21}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{3}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{8} - \frac{15}{16} = \frac{3}{16}\right) e^2 + \frac{9}{32} m^2 + \frac{3}{64} \varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{8} + \left(\frac{21}{4} + \frac{21}{8} - \frac{105}{16} = \frac{21}{16}\right) e^2 \\ + \left(\frac{9}{2} - \frac{63}{32} = \frac{81}{32}\right) m^2 - \frac{369}{64} \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 3cv \quad e^3 \left(\frac{15}{8} + \frac{57}{16} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3cv \quad e^3 \left(-\frac{15}{8} \right)$$

$$+\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \left(\frac{3}{8}+\frac{3}{4}=\frac{9}{8}\right)+\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{4}=\frac{15}{16}\right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left\{ -\frac{3}{8}-\frac{3}{4}=-\frac{9}{8} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{8}\right)-\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{4}=\frac{15}{16}\right) m \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}-\frac{3}{8}=\frac{3}{8}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{16}=\frac{15}{16}\right) m \\ +\left(\frac{411}{512}+\frac{9}{32}+\frac{9}{16}=\frac{843}{512}\right) m^2+\left(\frac{51}{32}-\frac{3}{8}-\frac{15}{32}+\frac{9}{16}+\frac{3}{4}=\frac{33}{16}\right) e^2 \\ -\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{16}=\frac{15}{16}\right) \varepsilon'^2-\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{16}-\frac{3}{16}=\frac{3}{16}\right) \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(\frac{51}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{51}{8} \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(\frac{9}{8} m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(-\frac{3}{4} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{21}{4} \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{3}{16} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{21}{16} \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{3}{4}-\frac{21}{16} m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(-\frac{21}{4}-\frac{99}{16} m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' \left(\frac{3}{16} \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' \left(-\frac{21}{16} \right)$$

$+\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{4}\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{16}\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(\frac{845}{64}\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{105}{16}\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{3}{8}+\frac{15}{16}=\frac{21}{16}\right)-\left(\frac{549}{128}-\frac{57}{32}=\frac{321}{128}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{3}{8}+\frac{15}{16}=\frac{21}{16}\right)+\left(\frac{261}{128}+\frac{57}{32}=\frac{489}{128}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{3}{16}-\frac{3}{8}=-\frac{3}{16}\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{3}{16}-\frac{3}{8}=-\frac{9}{16}\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{21}{8}-\frac{21}{16}=\frac{21}{16}\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{21}{8}+\frac{21}{16}=\frac{63}{16}\right\}$
$\cos 4Ev$	$\left(\frac{45}{16}me^2\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{45}{32}-\frac{9}{32}=\frac{9}{8}\right\}m.$

158. Passons actuellement à la recherche des termes donnés par le développement de la fonction $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$. Pour cela, il faudra employer l'expression suivante de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ (qu'on obtient en différentiant celle de δu posée dans les pages 76 et 77, et en exécutant les multiplications par les coefficiens de v)

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$\sin 2cv$	$e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$
$\sin 2gv$	$\gamma^2\left(m^2\right)$
$\sin cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{9}{8}m+\left(\frac{1113}{64}-\frac{9}{8}=\frac{1041}{64}\right)m^2\right\}$
$\sin cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{8}m-\left(\frac{837}{64}+\frac{9}{8}=\frac{909}{64}\right)m^2\right\}$
$\sin cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\sin cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{32}m+\left(\frac{3915}{256}-\frac{27}{16}=\frac{3483}{256}\right)m^2\right\}$
$\sin 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$
$\sin 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$
$\sin 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{-\frac{7}{8}+\frac{135}{64}m-\left(\frac{63}{32}-\frac{221}{512}=\frac{787}{512}\right)m^2-\frac{1}{32}\gamma^2-\frac{31}{64}e^2\right\}$ (*)
$\sin 2Ev$	$\left\{2m^2+\left(\frac{19}{3}-2=\frac{13}{3}\right)m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev - cv$	$e\left\{\frac{15}{8}m+\left(\frac{273}{32}-\frac{15}{4}=\frac{153}{32}\right)m^2\right\}$
$\sin 2Ev + cv$	$e\left\{-\frac{15}{8}m^2\right\}$

(*) Pour former le coefficient de $\sin 2gv - cv$, voyez la valeur de δu posée dans la page 143.

$+\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\ m^2\ \right)$
$\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\ 7\,m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}\,m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{35}{8}\,m\right)$
$\sin 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{8}\,m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\ \frac{3}{4}\,m\right)$
$\sin 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{225}{64}\,m^3\right)$
$\sin 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128}\,m^2\right)$.

Maintenant, pour former le produit de cette valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ par R_1, on prendra les différens termes de la fonction R_1 dans les pages 60, 61 et 289; ce qui donnera les produits partiels suivans:

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta u}{dv}$

Multiplicateur		Produit
$2\sin 2Ev \times \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\ \frac{3}{4}m^2-\frac{15}{32}\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\ \frac{3}{4}\,m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}\,m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{27}{32}\,m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{27}{32}m+\frac{3123}{256}\,m\ \right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m-\frac{2727}{256}\,m^2\right)$

$$
\begin{array}{c}
2\sin 2Ev \times \\
\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^{2}-\frac{15}{8}\varepsilon'^{2}\right)\ldots\ldots
\end{array}
\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^{2}\left(-\frac{81}{128}m\right)\\[4pt]
\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^{2}\left(\frac{81}{128}m+\frac{10449}{1024}m^{2}\right)\\[4pt]
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^{2}\left(\frac{27}{32}m\right)\\[4pt]
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^{2}\left(-\frac{27}{32}m\right)\\[4pt]
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^{2}\left(\frac{21}{32}-\frac{405}{256}m\right)\\[4pt]
\cos 2Ev-2gv+cv \;\; e\gamma^{2} & \left\{\begin{array}{l}-\frac{21}{32}+\frac{405}{256}m-\frac{2361}{2048}m^{2}-\frac{3}{128}\gamma^{2}\\ -\frac{93}{256}e^{2}-\frac{21}{16}e^{2}+\frac{105}{64}\varepsilon'^{2}\end{array}\right\}\\[4pt]
\cos 4Ev & \left(-\frac{3}{2}m^{2}-\frac{13}{4}m^{3}+\frac{9}{32}m\gamma^{2}\right)\\[4pt]
\cos 4Ev-cv & e\left(-\frac{45}{32}m-\frac{459}{128}m^{2}\right)\\[4pt]
\cos 4Ev+cv & e\left(\frac{45}{32}m^{2}\right)\\[4pt]
\cos 4Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^{2}\right)\\[4pt]
\cos 4Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^{2}\right)\\[4pt]
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{32}m\right)\\[4pt]
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{32}m\right)\\[4pt]
\cos 4Ev-3cv & e^{3}\left(\frac{45}{32}m\right)\\[4pt]
\cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^{2}\left(-\frac{9}{16}m\right)\\[4pt]
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{675}{256}m^{3}\right)\\[4pt]
\cos 2Ev-2gv & \gamma^{2}\left(-\frac{27}{512}m^{2}\right)
\end{array}\right.
$$

$$2 \sin 2Ev - cv \times e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m\right) \\ \cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{21}{16}e^2\right) \\ \cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{21}{16}+\frac{405}{128}m-\frac{21}{16}m\right) \\ \cos 4Ev - cv & e\left(3m^2\right) \\ \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2\right) \end{array} \right.$$

$$2 \sin 2Ev + cv \times e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\ \cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{21}{16}-\frac{405}{128}m-\frac{21}{16}m\right) \\ \cos 4Ev & \left(\frac{45}{16}m e^2\right) \\ \cos 4Ev + cv & e\left(3m^2\right) \end{array} \right.$$

$$2 \sin 2Ev - c'mv \times \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{189}{64}m\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{147}{64}\right) \\ \cos 4Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^2\right) \\ \cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m\right) \end{array} \right.$$

$$2 \sin 2Ev + c'mv \times \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{64}m-\frac{3123}{512}m^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{64}\right) \\ \cos 4Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m\right) \end{array} \right.$$

$$2\sin 2Ev-2cv \quad e^2\left(\ \frac{15}{8}\ \right)\ldots\Big\{\cos 4Ev-3cv \qquad e^3\left(-\frac{225}{64}m\right)$$

$$2\sin 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\ \frac{3}{8}\ \right)\ldots\Big\{\cos 4Ev-2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$$

$$2\sin cv \qquad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{45}{8}m^3\right)\\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{675}{128}m^2\right)\end{cases}$$

$$2\sin 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\Big\{\cos 2Ev-cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{8}m^3\right)$$

$$2\sin 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)\ldots\Big\{\cos 2Ev-2gv+cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{135}{256}m^2\right);$$

lesquels étant réunis il en résulte

$$(10)\ \ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left\{-\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{8}+\frac{675}{256}=\frac{3555}{256}\right)m^3+\left(\frac{189}{64}+\frac{27}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2cv \qquad e^2\left\{-\left(\frac{675}{128}-\frac{3}{4}=\frac{579}{128}\right)m^2-\frac{15}{32}\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \qquad \gamma^2\left\{\ \left(\frac{3}{4}-\frac{27}{512}=\frac{357}{512}\right)m^2+\frac{21}{16}e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\ \frac{27}{32}m+\frac{3123}{256}m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{27}{32}m-\frac{2727}{256}m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{81}{128}-\frac{189}{64}=-\frac{459}{128}\right\}m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\left(\frac{81}{128}-\frac{27}{64}=\frac{27}{128}\right)m+\left(\frac{10449}{1024}-\frac{3123}{512}=\frac{4203}{1024}\right)m^2\right\}$$

$+\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{21}{32} - \frac{405}{256}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{21}{32} + \frac{405}{256}m - \left(\frac{2361}{2048} + \frac{135}{256} + \frac{3}{2} - \frac{27}{256} = \frac{6297}{2048}\right)m^2 \\ -\left(\frac{21}{16} + \frac{93}{256} = \frac{429}{256}\right)e^2 - \frac{3}{128}\gamma^2 + \frac{105}{64}\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{21}{16} + \left(\frac{405}{128} - \frac{21}{16} = \frac{237}{128}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\frac{21}{16} - \left(\frac{405}{128} + \frac{21}{16} = \frac{573}{128}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{64}\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{147}{64}\right)$
$\cos 4Ev$	$\left\{-\frac{3}{2}m^2 - \frac{13}{4}m^3 + \frac{9}{32}m\gamma^2 + \frac{45}{16}me^2\right\}$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left\{-\frac{45}{32}m + \left(3 - \frac{459}{128} = -\frac{75}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left\{3 + \frac{45}{32} = \frac{141}{32}\right\}m^2$
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2}\right\}m^2$
$\mathrm{ccs}\ 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{21}{4} - \frac{21}{4} = -\frac{21}{2}\right\}m^2$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{45}{32} + \frac{45}{64} = \frac{135}{64}\right\}m$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{105}{32} - \frac{315}{64} = -\frac{525}{64}\right\}m$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left\{\frac{45}{32} - \frac{225}{64} = -\frac{135}{64}\right\}m$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{-\frac{9}{16} - \frac{45}{64} = -\frac{81}{64}\right\}m.$

159. Enfin, pour avoir les termes donnés par le développement de la fonction $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$, il faudra employer la valeur suivante de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ (déduite de l'équation (B) qu'on voit dans les pages 72 et 73);

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2\right)$	$+\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}-\frac{405}{128}m\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev$	$\left(3m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-5m^2\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2\right)$
$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right)$	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$	$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{16}m\right)$	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{75}{8}m^3\right)$
$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{21}{16}-\frac{21}{4}=-\frac{63}{16}\right)m^2$	$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right)$;

et prendre les différens termes de l'intégrale $\int R_1 dv$ dans les pages 61 et 62; ce qui donnera les termes suivans:

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv\ e\left(\frac{45}{8}m\right)\dots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{135}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)\dots$	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{9}{8}m^2+\frac{45}{64}\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{189}{64}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}+\frac{1215}{512}m-\frac{45}{64}m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}+\frac{1215}{512}m-\frac{45}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{9}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2-\frac{9}{4}m^3\right)$
	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^2\right)$
	$\cos 4Ev + cv$	$e\left(\frac{15}{4}m^2\right)$

$$2\cos 2Ev\left(-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}m\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 4Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{9}{8}\,m^2\right)\\ \cos 4Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{63}{8}\,m^2\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left(\tfrac{225}{32}\,m^2\right)\\ \cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\tfrac{81}{1024}\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv\ \ e(3)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\tfrac{9}{2}\,m^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\tfrac{9}{2}\,m^2\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\tfrac{27}{4}\,m^2\right)\\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\tfrac{45}{16}\,e^2\right)\\ \cos 4Ev-cv & e\left(9\,m^2\right)\\ \cos 4Ev-3cv & e^3\left(-\tfrac{45}{4}\,m\right)\\ \cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2\left(-\tfrac{9}{16}\,m\right)\\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(-\tfrac{81}{256}\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+cv\ \ e(1)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\tfrac{3}{2}\,m^2\right)\\ \cos 4Ev+cv & e\left(3\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(\tfrac{3}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{27}{32}\,m^2\right)\\ \cos 4Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{9}{8}\,m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\tfrac{21}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\ \cos 4Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\tfrac{63}{8}\,m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\tfrac{3}{2}\right)\ldots\left\{\ \cos 2Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{9}{4}\,m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m\right)\\ \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{45}{16}m\right)\\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{405}{2048}m\right)\\ \cos 4Ev-3cv & e^3 & \left(-\frac{225}{16}m\right)\\ \cos 4Ev-4cv & e^4 & \left(-\frac{225}{32}\right)\\ \cos 4Ev-2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{128}\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}.m^{-1}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m\right)\\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m-\frac{45}{128}\gamma^2.m^{-1}\right)\\ \cos 4Ev-2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{45}{16}m\right)\\ \cos 4Ev-4gv & \gamma^4 & \left(-\frac{9}{128}\right)\\ \cos 4Ev-2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{32}\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev-cv \qquad e\left(\frac{45}{8}m^3\right);\right.$$

donc en réunissant ces différens termes il viendra ;

$$(11)\quad \ldots\ldots \quad -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{ll}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left\{\frac{45}{8}+\frac{135}{8}+\frac{225}{32}=\frac{945}{32}\right\}m^3\end{array}$$

$+\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{-\frac{9}{8}m^2+\frac{45}{64}\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\frac{81}{1024}-\frac{9}{8}=-\frac{1071}{1024}\right\}m^2$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{9}{2}+\frac{27}{16}=\frac{99}{16}\right\}m^2$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{9}{2}+\frac{27}{16}=\frac{99}{16}\right\}m^2$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{4}-\frac{9}{4}-\frac{27}{32}+\frac{81}{32}=\frac{99}{16}\right\}m^2$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{9}{16}-\frac{81}{64}=-\frac{45}{64}\right\}m$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{9}{16}+\frac{81}{64}=\frac{117}{64}\right\}m$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\left(\frac{189}{64}-\frac{81}{256}+\frac{3}{2}-\frac{135}{128}=\frac{789}{256}\right)m^2+\frac{45}{16}e^2\right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{64}+\left(\frac{1215}{512}-\frac{45}{64}+\frac{45}{16}=\frac{2295}{512}\right)m\right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{64}+\left(\frac{1215}{512}-\frac{45}{64}+\frac{9}{16}-\frac{405}{2048}=\frac{4167}{2048}\right)m-\frac{45}{128}\gamma^2.m^{-1}\right\}$
$\cos 4Ev$	$\left\{-\frac{9}{2}m^2-\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{8}=\frac{27}{8}\right)m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2\right\}$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left\{9+\frac{45}{8}=\frac{117}{8}\right\}m^2$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left\{\frac{15}{4}+3=\frac{27}{4}\right\}m^2$
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}\right\}m^2$
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{63}{8}-\frac{63}{8}=-\frac{63}{4}\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left\{-\frac{225}{16}-\frac{45}{4}=-\frac{405}{16}\right\}m$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{-\frac{45}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{27}{8}\right\}m$

$$+\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4\left(-\frac{225}{32}\right)$$

$$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left(-\frac{9}{128}\right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{32}-\frac{45}{128}=-\frac{225}{128}\right\}.$$

160. Actuellement on obtiendra l'équation différentielle en δu qu'il s'agissait de trouver dans ce paragraphe, en réunissant les termes compris dans les équations désignées par (1), (2) . . . . . . (11), de manière que la somme ainsi formée soit égale à la fonction

$$(1)+m^2\left\{(2)+(3)+2.(4)+(5)+(6)+(7)+(8)+(9)+(10)+(11)\right\};$$

ce qui fournit l'équation suivante :

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2Ev \qquad 1\left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{3}{2}m^4\\
&+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+3=6\right)m^2e^2+\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}-\frac{9}{64}=\frac{39}{64}\right)m^2\gamma^2\\
&-\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}=\frac{15}{2}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{2}m^5-\frac{15}{4}m^3\varepsilon'^2\\
&+\left(3+3+\frac{3}{2}+\frac{45}{8}=\frac{105}{8}\right)m^3e^2+\left(\frac{531}{1024}+\frac{3}{8}=\frac{915}{1024}\right)m^3\gamma^2\\
&-\frac{27}{16}me^2\gamma^2+\left(\frac{63}{128}-\frac{9}{32}=\frac{27}{128}\right)m\gamma^4+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}.$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{3}{4}-\frac{9}{4}-6=-\frac{15}{2}\right)m^2-\left(3+18=21\right)m^3\\
&+\left(3-\frac{63}{2}+\frac{9}{8}-\frac{9}{16}=-\frac{447}{16}\right)m^4+\left(\frac{3}{8}-6-\frac{9}{2}-\frac{9}{8}=-\frac{45}{4}\right)m^2e^2\\
&+\left(\frac{45}{8}+15-\frac{15}{8}=\frac{75}{4}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}\right)m^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{19}{2}-\frac{9}{4}-\frac{603}{32}+\frac{675}{64}+\frac{9}{8}+\frac{4995}{256}-\frac{675}{128}-\frac{3555}{256}+\frac{945}{32}=\frac{3835}{128}\right)m^5\\
&+\left(\frac{45}{8}-\frac{3}{16}-\frac{21}{2}-18-\frac{45}{16}-\frac{57}{16}=-\frac{471}{16}\right)m^3e^2\\
&+\left(\frac{27}{8}-\frac{81}{8}+18+\frac{15}{2}-\frac{315}{32}=\frac{285}{32}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{27}{4}+\frac{9}{2}-\frac{9}{16}-\frac{9}{2}=\frac{99}{16}\right)m^3\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e \left\{ \begin{aligned} &-\left(2+\frac{9}{4}+\frac{3}{4}=5\right)m^2+\left(3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}\right)m^3 \\ &+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}\right)m^2\gamma^2+\left(3-\frac{1}{18}+\frac{9}{8}+\frac{9}{16}=\frac{667}{144}\right)m^4 \\ &-\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{2}+2+\frac{3}{8}=5\right)m^2e^2+\left(\frac{45}{8}+5+\frac{15}{8}=\frac{25}{2}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\right)m^2-\frac{3}{8}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2 \\ &-\left(\frac{9}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{75}{16}\right)m^4-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=3\right)m^2e^2 \\ &+\left(\frac{45}{64}-\frac{3}{16}-\frac{3}{16}=\frac{21}{64}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{3}{32}+\frac{3}{32}=\frac{3}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{4}=\frac{21}{2}\right)m^2+\frac{63}{8}m^3-\frac{21}{16}m\gamma^2 \\ &+\left(\frac{333}{16}-\frac{9}{4}+\frac{63}{8}-\frac{9}{8}=\frac{405}{16}\right)m^4+\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{2}+\frac{21}{4}=21\right)m^2e^2 \\ &+\left(\frac{21}{16}+\frac{21}{16}-\frac{57}{64}=\frac{111}{64}\right)m^2\gamma^2-\left(\frac{369}{32}+\frac{369}{32}=\frac{369}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} &-\frac{15}{4}m+\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-\frac{159}{16}=-\frac{147}{16}\right)m^2 \\ &+\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{8}-\frac{3}{2}-\frac{5667}{256}=-\frac{3171}{256}\right)m^3+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2 \\ &-\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{45}{8}\right)me^2+\left(\frac{135}{64}-\frac{15}{16}+\frac{15}{16}=\frac{135}{64}\right)m\gamma^2 \\ &+\left(\frac{699}{32}+3-\frac{66885}{1024}-\frac{9}{2}+\frac{1737}{256}+\frac{9}{8}-\frac{579}{128}-\frac{9}{8}=-\frac{43737}{1024}\right)m^4 \\ &+\left(\frac{9}{8}-\frac{7}{16}-\frac{159}{16}-\frac{3}{4}=-10\right)m^2e^2+\left(\frac{15}{4}-\frac{105}{8}-\frac{45}{8}=-15\right)m^2\varepsilon'^2 \\ &+\left(\frac{63}{512}-\frac{9}{16}+\frac{1611}{128}-\frac{159}{64}+\frac{45}{64}+\frac{3}{8}-\frac{15}{32}+\frac{45}{64}=\frac{5619}{512}\right)m^2\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \left(\frac{9}{4}+\frac{15}{8}+\frac{3}{2}=\frac{45}{8}\right)m^2-\left(\frac{45}{8}+\frac{21}{8}+\frac{3}{2}=\frac{39}{4}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2+\left(\frac{9}{16}-\frac{3}{8}=\frac{3}{16}\right)m^3-\frac{45}{128}m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{51}{4}+\frac{51}{4}=\frac{51}{2}\right)m^2+\frac{51}{2}m^3-\frac{153}{64}m\gamma^2 \right\}$$

$$
\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{9}{16} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{16}\right) m + \left(\frac{9}{16} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} - \frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{69}{64}\right) m^2 \\
+ \left(-\frac{531}{1024} + \frac{9}{16} + \frac{3}{8} + \frac{321}{256} = \frac{1713}{1024}\right) m^3 + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{16} - \frac{27}{128} = -\frac{3}{128}\right) m\gamma^2 \\
+ \left(\frac{27}{16} + \frac{51}{16} - \frac{3}{4} = \frac{33}{8}\right) me^2 + \left(\frac{15}{8} - \frac{45}{32} = \frac{15}{32}\right) m\,\varepsilon'^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} -\frac{12153}{4096} - \frac{3}{4} - \frac{1383}{1024} + \frac{9}{8} + \frac{9}{16} - \frac{1071}{1024} \\ -\frac{9}{32} + \frac{357}{512} - \frac{1071}{1024} = -\frac{20709}{4096} \end{array}\right\} m^4 \\
+ \left(-\frac{135}{512} - \frac{9}{64} - \frac{3}{8} - \frac{9}{64} + \frac{3}{64} + \frac{3}{32} = -\frac{399}{512}\right) m^2\gamma^2 \\
+ \left(-\frac{387}{64} - \frac{45}{32} + \frac{57}{8} - \frac{45}{32} + \frac{15}{16} = -\frac{51}{64}\right) m^2\varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{621}{128} + \frac{27}{16} - \frac{1143}{128} + \frac{9}{16} + \frac{9}{8} + \frac{3}{16} - \frac{63}{16} + \frac{3}{16} + \frac{21}{16} = -\frac{189}{64}\right) m^2e^2
\end{array}\right.
$$

$$
\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{9}{8} + 3 - \frac{3}{8} = \frac{15}{4}\right) m^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{135}{32} - \frac{9}{4} - \frac{81}{32} + \frac{27}{32} = -\frac{237}{32}\right) m^3 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{9}{32} - \frac{2433}{128} - \frac{3843}{32} - \frac{9}{16} - \frac{10881}{256} \\ + \frac{3123}{256} + \frac{99}{16} = -\frac{327}{2} \end{array}\right\} m^4 \\
+ \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{4} + 3 - \frac{3}{16} = \frac{45}{8}\right) m^2e^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{9}{4}\right) m^2\gamma^2 \\
+ \left(\frac{3}{64} - \frac{9}{64} - \frac{3}{8} = -\frac{15}{32}\right) m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right.
$$

$$
\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{21}{8} - 21 - \frac{63}{8} = -\frac{105}{4}\right) m^2 \\
+ \left(\frac{81}{32} - \frac{135}{32} - \frac{63}{4} - \frac{351}{4} - \frac{27}{32} = -\frac{3393}{32}\right) m^3 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{63}{16} - \frac{177}{128} - \frac{6489}{32} + \frac{4941}{256} + \frac{81}{32} \\ -\frac{2727}{256} + \frac{99}{16} = -\frac{11703}{64} \end{array}\right\} m^4 \\
+ \left(\frac{21}{16} - \frac{63}{16} - \frac{63}{4} - 21 = -\frac{315}{8}\right) m^2e^2 \\
+ \left(\frac{63}{4} + \frac{21}{4} - \frac{21}{4} = \frac{63}{4}\right) m^2\gamma^2 \\
+ \left(\frac{1107}{64} + \frac{369}{8} - \frac{369}{64} = \frac{1845}{32}\right) m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right.
$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \left(\frac{9}{8} + 1 + \frac{3}{8} = \frac{5}{2}\right) m^2 + \left(\frac{25}{12} - \frac{3}{4} + \frac{81}{32} + \frac{27}{32} = \frac{113}{24}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\left(\frac{63}{8} + 7 + \frac{21}{8} = \frac{35}{2}\right) m^2 + \left(\frac{63}{4} + \frac{5}{4} - \frac{81}{32} - \frac{27}{32} = \frac{109}{8}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 3cv \quad e^3 \left\{ \left(\frac{15}{2} + \frac{15}{8} - \frac{15}{8} = \frac{15}{2}\right) m^2 + \left(\frac{135}{32} - \frac{107}{16} + \frac{11}{2} - \frac{45}{16} + \frac{57}{16} = \frac{121}{32}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 3cv \quad e^3 \left(-\frac{15}{8} - \frac{3}{2} - \frac{15}{8} = -\frac{21}{4}\right) m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{15}{4} - \frac{9}{2} - \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + \frac{9}{8} = -3\right) m^2 \\ &+\left(\frac{15}{16} - \frac{189}{16} - \frac{27}{32} - \frac{33}{16} - \frac{9}{4} - \frac{9}{16} - \frac{27}{4} = -\frac{747}{32}\right) m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(-\frac{9}{8} + \frac{1}{2} - \frac{9}{4} + \frac{63}{32} - \frac{3}{8} + \frac{21}{32} = -\frac{5}{8}\right) m^2 \\ &+\left(\frac{45}{16} - \frac{45}{32} - \frac{33}{16} - \frac{517}{96} - \frac{27}{4} - \frac{1215}{256} - \frac{15}{16} - \frac{405}{256} = -\frac{3851}{192}\right) m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{8} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \frac{63}{32} + \frac{3}{8} - \frac{21}{32} = \frac{45}{16}\right) m^2 \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &\frac{29}{8} + \frac{9}{16} + \frac{33}{16} - \frac{165}{32} - \frac{9}{16} + \frac{1}{4} \\ &- \frac{1215}{256} - \frac{15}{16} + \frac{405}{256} = -\frac{425}{128} \end{aligned} \right\} m^3 \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &\frac{161}{48} - \frac{225}{64} + \frac{3}{4} - \frac{945}{128} + \frac{9}{64} - \frac{675}{128} - \frac{1}{48} - \frac{3}{2} \\ &- \frac{7425}{2048} + \frac{843}{512} - \frac{6297}{2048} + \frac{789}{256} = -\frac{47369}{3072} \end{aligned} \right\} m^4 \\ &+ \left(\frac{45}{16} - \frac{15}{4} - \frac{15}{4} + \frac{15}{8} - \frac{315}{64} - \frac{15}{16} + \frac{105}{64} = -\frac{225}{32}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\ &+ \left(\frac{9}{16} - \frac{45}{16} + \frac{27}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{9}{128} - \frac{3}{16} - \frac{3}{128} = \frac{3}{64}\right) m^2 \gamma^2 \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &\frac{87}{16} - \frac{63}{32} - \frac{39}{32} + \frac{3}{2} - \frac{9}{16} - \frac{3}{4} + \frac{207}{256} \\ &+ \frac{33}{16} - \frac{429}{256} + \frac{45}{16} = \frac{825}{128} \end{aligned} \right\} m^2 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{9}{8} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{9}{8} = -\frac{15}{4}\right) m^2$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{128}-\frac{135}{64}-\frac{27}{16}-\frac{81}{128}=-\frac{135}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{9}{8}-\frac{477}{16}-\frac{7227}{128}-\frac{20385}{1024}+\frac{4203}{1024}+\frac{99}{16}=-\frac{48519}{512}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{51}{8}-51-\frac{153}{8}=-\frac{255}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{1377}{128}-\frac{1035}{64}-51-\frac{4437}{16}-\frac{459}{128}=-\frac{5397}{16}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-2c'mv+cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{153}{8}-17-\frac{51}{8}=-\frac{85}{2}\right)m^2$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4}m+\left(\frac{3}{4}-\frac{9}{8}-\frac{123}{16}=-\frac{129}{16}\right)m^2 \\ +\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{16}-\frac{135}{64}=-\frac{135}{64}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{81}{16}-\frac{45}{8}-\frac{45}{32}-\frac{56235}{256}-\frac{21}{16}-\frac{27}{16}+\frac{45}{16}=-\frac{56787}{256}\right)m^3 \\ -\frac{15}{32}m\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{4}=\frac{45}{8}\right)me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35}{4}m+\left(\frac{63}{8}-\frac{379}{16}-\frac{21}{4}=-\frac{337}{16}\right)m^2 \\ +\left(\frac{105}{8}+\frac{945}{32}+\frac{7767}{256}-\frac{81}{16}-\frac{99}{16}+\frac{27}{16}+\frac{45}{16}=\frac{16959}{256}\right)m^3 \\ +\frac{615}{32}m\varepsilon'^2-\left(\frac{35}{8}+\frac{35}{4}=\frac{105}{8}\right)me^2 \\ +\left(\frac{315}{64}+\frac{35}{16}-\frac{35}{16}=\frac{315}{64}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+2cv \quad e^2\varepsilon' \left(-\frac{9}{8}-\frac{15}{16}-\frac{3}{4}=-\frac{45}{16}\right)m^2$$

$$\cos 2Ev-c'mv+2cv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{63}{8}+\frac{105}{16}+\frac{21}{4}=\frac{315}{16}\right)m^2$$

$$\cos 2Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}-\frac{9}{16}=\frac{3}{16}\right)m+\left(\frac{3}{16}-\frac{63}{32}-\frac{9}{32}+\frac{39}{16}-\frac{9}{32}=\frac{3}{32}\right)m^2 \\ +\left(\frac{345}{256}-\frac{2331}{1024}-\frac{27}{64}-\frac{3}{32}-\frac{9}{64}-\frac{81}{64}+\frac{27}{32}-\frac{45}{64}=-\frac{2775}{1024}\right)m^3 \\ +\left(\frac{3}{4}-\frac{27}{16}-\frac{51}{16}=-\frac{33}{8}\right)me^2+\left(\frac{27}{128}-\frac{3}{8}+\frac{3}{16}=\frac{3}{128}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{128}-\frac{3}{32}=-\frac{3}{128}\right)m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{21}{16} - \frac{7}{4} = -\frac{7}{16}\right) m + \left(\frac{69}{32} + \frac{63}{32} - \frac{25}{16} + \frac{63}{32} - \frac{21}{16} = \frac{103}{32}\right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{183}{1024} - \frac{27}{64} + \frac{63}{32} + \frac{835}{256} + \frac{189}{64} \\ + \frac{81}{64} - \frac{27}{32} + \frac{117}{64} = \frac{10435}{1024} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left(\frac{63}{16} + \frac{119}{16} - \frac{7}{4} = \frac{77}{8}\right) me^2 + \left(\frac{123}{32} - \frac{369}{128} = \frac{123}{128}\right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{7}{8} - \frac{7}{16} - \frac{63}{128} = -\frac{7}{128}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \gamma^2\varepsilon' \left(-\frac{9}{32} - \frac{3}{16} - \frac{9}{32} - \frac{3}{16} = -\frac{15}{16}\right) m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \gamma^2\varepsilon' \left(\frac{63}{32} + \frac{21}{16} + \frac{63}{32} + \frac{21}{16} = \frac{105}{16}\right) m^2$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{-\frac{255}{16} m + \left(\frac{153}{8} - \frac{3111}{64} - \frac{51}{4} = -\frac{2703}{64}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{45}{16} m + \frac{3267}{64} m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{153}{64} - \frac{51}{16} = -\frac{51}{64}\right) m \\ + \left(\frac{1683}{256} + \frac{153}{32} + \frac{153}{32} - \frac{357}{64} - \frac{51}{16} = \frac{1887}{256}\right) m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{9}{16} - \frac{27}{64} = \frac{9}{64}\right) m + \left(\frac{33}{64} - \frac{99}{256} = \frac{33}{256}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{45}{128} + \frac{45}{32} = \frac{225}{128}\right) m + \left(\frac{495}{256} + \frac{45}{128} + \frac{45}{128} = \frac{675}{256}\right) m\gamma^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2745}{1024} + \frac{45}{32} - \frac{15}{16} - \frac{477}{128} - \frac{117}{64} \\ + \frac{21}{16} - \frac{21}{16} - \frac{45}{64} = -\frac{3183}{1024} \end{array} \right\} m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{15066}{1024} - \frac{135}{32} + \frac{279}{64} + \frac{429}{64} - \frac{17001}{2048} - \frac{45}{16} \\ - \frac{705}{512} - \frac{321}{128} + \frac{237}{128} + \frac{2295}{512} = \frac{26403}{2048} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left(\frac{225}{256} + \frac{225}{64} = \frac{1125}{256}\right) m\varepsilon'^2 - \left(\frac{495}{512} + \frac{45}{64} + \frac{45}{32} = \frac{1575}{512}\right) me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{128} m + \left\{ \begin{array}{l} \frac{405}{1024} + \frac{45}{32} - \frac{15}{16} + \frac{45}{64} - \frac{117}{64} \\ -\frac{21}{16} + \frac{21}{16} - \frac{45}{64} = -\frac{987}{1024} \end{array} \right\} m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1935}{1024} - \frac{45}{16} - \frac{279}{64} + \frac{261}{64} - \frac{63}{64} + \frac{3135}{512} \\ + \frac{489}{128} - \frac{573}{128} + \frac{4167}{2048} = \frac{10881}{2048} \end{array} \right\} m^3 \\ -\frac{495}{512} me^2 + \frac{225}{256} m\varepsilon'^2 + \left(\frac{135}{128} - \frac{45}{128} = \frac{45}{64} \right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{45}{32} - \frac{45}{32} = -\frac{45}{16} \right) m$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(\frac{9}{128} - \frac{9}{32} = -\frac{27}{128} \right) m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{4} - \frac{15}{16} = -\frac{15}{4} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(-\frac{105}{16} + \frac{105}{4} + \frac{105}{16} = \frac{105}{4} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{3}{64} - \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = -\frac{5}{32} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{2535}{64} - \frac{845}{8} + \frac{845}{64} = -\frac{4225}{32} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{3}{4} + \frac{3}{8} - \frac{63}{64} - \frac{3}{16} + \frac{21}{64} = -\frac{45}{32} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{21}{4} - \frac{63}{16} + \frac{21}{4} - \frac{21}{8} + \frac{441}{64} + \frac{21}{16} - \frac{147}{64} = \frac{315}{32} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{9}{4} + \frac{9}{16} - \frac{15}{8} + \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{3}{2} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{63}{4} - \frac{63}{16} + \frac{105}{8} - \frac{63}{8} + \frac{63}{16} = -\frac{21}{2} \right) m^2$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left(\frac{5}{32} m \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left(-\frac{845}{32} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{3}{128}+\frac{1}{32}=\frac{1}{128}\right)m$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{507}{128}-\frac{169}{32}=-\frac{169}{128}\right)m$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{\begin{array}{l} -\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}=-\frac{15}{2}\right)m^4 \\ -\left(\frac{167}{32}+\frac{81}{16}+\frac{13}{4}+\frac{27}{8}=\frac{541}{32}\right)m^5 \\ +\left(\frac{225}{32}+\frac{135}{16}+\frac{45}{16}+\frac{45}{16}=\frac{675}{32}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{9}{32}+\frac{27}{64}+\frac{9}{32}+\frac{27}{64}=\frac{45}{32}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{15}{4}+\frac{45}{32}+\frac{135}{32}=\frac{75}{8}\right)m^3 \\ +\left(\frac{117}{8}-\frac{75}{128}-\frac{3}{2}-\frac{213}{16}-\frac{1161}{128}=-\frac{315}{32}\right)m^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \qquad e\left\{\frac{15}{4}+\frac{189}{32}+\frac{3}{2}+\frac{141}{32}+\frac{27}{4}=\frac{357}{16}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=\frac{15}{2}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{21}{2}-\frac{63}{4}-\frac{21}{2}-\frac{63}{4}=-\frac{105}{2}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{45}{8}+\frac{405}{64}+\frac{135}{64}=\frac{225}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{175}{8}-\frac{1575}{64}-\frac{525}{64}=-\frac{875}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev - 3cv \qquad e^3\left\{\frac{45}{16}+\frac{135}{64}+\frac{45}{32}-\frac{135}{64}-\frac{405}{16}=-\frac{675}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{9}{32}+\frac{27}{64}+\frac{9}{8}-\frac{81}{64}-\frac{27}{8}+\frac{9}{2}-\frac{45}{32}=\frac{9}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4\left\{\frac{225}{128}-\frac{225}{32}=-\frac{675}{128}\right\}m^2$$

$$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4\left\{-\frac{81}{2048}+\frac{9}{128}-\frac{9}{128}=-\frac{81}{2048}\right\}m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\frac{945}{512}+\frac{45}{64}-\frac{225}{128}=\frac{405}{512}\right\}m^2.$$

Pour intégrer cette équation, il suffit de multiplier chaque terme par le facteur résultant de la division de l'unité par $k^2 - 1 + \frac{3}{2} m^2$; k désignant le coefficient de v dans l'argument. Voici ces facteurs, à l'exclusion de ceux composés du seul premier terme, et qu'on peut (par cette raison) regarder comme tout-à-fait évidens. Il est presque superflu de répéter ici qu'on les obtient en posant $c' = 1$, $E = 1 - m$, et en employant les valeurs de g et c données dans les p. 183, 245.

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m + \frac{95}{18}m^2 + \frac{248}{27}m^3\right)$
$2Ev - cv$	$-\frac{1}{4m}\left\{\begin{array}{l} 1 + \frac{7}{4}m + \frac{373}{64}m^2 + \frac{6157}{256}m^3 \\ + \frac{9}{16}me'^2 - \frac{3}{16}me^2 - \frac{3}{4}m\gamma^2 \end{array}\right\}$
$2Ev + cv$	$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{3}{2}m + \frac{17}{8}m^2\right)$
$2Ev + c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{4}{3}m + \frac{17}{18}m^2\right)$
$2Ev - c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + 4m + \frac{25}{2}m^2\right)$
$2Ev - 2cv$	$-1 - \frac{11}{2}m^2 + 6m^3$
$2Ev - 2gv$	$-1 - \frac{11}{2}m^2 - 6m^3$
$2Ev + 2cv$	$\frac{1}{15}\left(1 + \frac{16}{15}m\right)$
$2Ev + 2gv$	$\frac{1}{15}\left(1 + \frac{16}{15}m\right)$
$2Ev - 2c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m\right)$
$2Ev + c'mv - cv$	$-\frac{1}{2m}\left(1 + 2m + \frac{329}{32}m^2\right)$
$2Ev - c'mv - cv$	$-\frac{1}{6m}\left(1 + 2m + \frac{179}{32}m^2\right)$

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev+c'mv+cv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{4}m\right)$
$2Ev-c'mv+cv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m\right)$
$2Ev-3cv$	$\frac{1}{4m}\left(1-\frac{1}{4}m\right)$
$2Ev-2gv-cv$	$\frac{1}{4m}\left(1-\frac{7}{4}m\right)$
$2Ev+2gv-cv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{2}m\right)$
$2Ev-2gv+cv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{1}{4}m-\frac{59}{64}m^2\right)$
$2Ev+2c'mv-cv$	$\frac{1}{3m^2}\left(1-\frac{75}{16}m\right)$
$2Ev-2c'mv-cv$	$-\frac{1}{8m}\left(1+\frac{19}{8}m\right)$
$2Ev+c'mv-2cv$	$-1-\frac{5}{2}m^2$
$2Ev-c'mv-2cv$	$-1-\frac{21}{2}m^2$
$2Ev+c'mv-2gv$	$-1-\frac{5}{2}m^2$
$2Ev-c'mv-2gv$	$-1-\frac{21}{2}m^2$
$2Ev+2gv-2cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m+\frac{23}{18}m^2\right)$
$2Ev-2gv+2cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m+\frac{167}{18}m^2\right)$
$4Ev$	$\frac{1}{15}\left(1+\frac{32}{15}m\right)$
$4Ev-cv$	$\frac{1}{8}\left(1+3m\right)$

Cela posé on obtiendra sans difficulté l'expression suivante de δu, savoir :

$$\delta u =$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{aligned}
&m^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{8}{3} = \frac{19}{6}\right) m^3 - \frac{3}{16} m\gamma^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} + \frac{95}{18} = \frac{64}{9}\right) m^4 \\
&+ 2\, m^2 e^2 + \left(\frac{13}{64} - \frac{1}{2} = -\frac{19}{64}\right) m^2\gamma^2 - \frac{5}{2} m^2 \varepsilon'^2 \\
&+ \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} + \frac{95}{36} + \frac{248}{27} = \frac{1475}{108}\right) m^5 - \left(\frac{5}{4} + \frac{20}{3} = \frac{95}{12}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\
&+ \left(\frac{305}{1024} + \frac{13}{24} - \frac{95}{96} = -\frac{461}{3072}\right) m^3\gamma^2 \\
&+ \left(\frac{35}{8} + \frac{16}{3} = \frac{233}{24}\right) m^3 e^2 - \frac{9}{16} m e^2\gamma^2 + \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{9}{128} m\gamma^4
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{\begin{aligned}
&\frac{15}{8} m + \left(\frac{21}{4} + \frac{105}{32} = \frac{273}{32}\right) m^2 + \left(\frac{447}{64} + \frac{147}{16} + \frac{5595}{512} = \frac{13875}{512}\right) m^3 \\
&+ \frac{45}{16} m e^2 - \frac{75}{16} m \varepsilon'^2 - \frac{9}{8} m\gamma^2 \\
&+ \left(\frac{3129}{256} - \frac{3835}{512} + \frac{7833}{256} + \frac{92355}{2048} = \frac{164711}{2048}\right) m^4 \\
&+ \left(\frac{471}{64} + \frac{315}{64} - \frac{45}{128} = \frac{1527}{128}\right) m^2 e^2 - \left(\frac{285}{128} + \frac{525}{64} - \frac{135}{128} = \frac{75}{8}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\
&- \left(\frac{99}{64} + \frac{63}{32} + \frac{45}{32} = \frac{315}{64}\right) m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{\begin{aligned}
&-\frac{5}{8} m^2 - \left(\frac{15}{16} - \frac{11}{24} = \frac{23}{48}\right) m^3 + \left(\frac{667}{1152} + \frac{11}{16} - \frac{85}{64} = -\frac{71}{1152}\right) m^4 \\
&-\frac{3}{16} m^2\gamma^2 - \frac{5}{8} m^2 e^2 + \frac{25}{16} m^2 \varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&-\frac{1}{2} m^2 - \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{3} = \frac{19}{24}\right) m^3 + \frac{3}{16} m\gamma^2 - \left(\frac{25}{16} + \frac{1}{6} + \frac{17}{36} = \frac{317}{144}\right) m^4 \\
&- m^2 e^2 + \frac{1}{16} m^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{7}{64} + \frac{1}{4} = \frac{23}{64}\right) m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&\frac{7}{2} m^2 + \left(\frac{21}{8} + 14 = \frac{133}{8}\right) m^3 - \frac{7}{16} m\gamma^2 \\
&+ \left(\frac{135}{16} + \frac{21}{2} + \frac{175}{4} = \frac{1003}{16}\right) m^4 + 7\, m^2 e^2 - \frac{123}{16} m^2 \varepsilon'^2 \\
&+ \left(\frac{37}{64} - \frac{7}{4} = -\frac{75}{64}\right) m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} m + \frac{147}{16} m^2 + \left(\frac{3171}{256} + \frac{165}{8} = \frac{8451}{256} \right) m^3 - \frac{75}{8} m \varepsilon'^2 \\ + \frac{45}{8} m e^2 - \frac{135}{64} m \gamma^2 + \left(\frac{43737}{1024} + \frac{1617}{32} - \frac{45}{2} = \frac{72441}{1024} \right) m^4 \\ + 10 . m^2 e^2 + 15 . m^2 \varepsilon'^2 - \frac{5619}{512} m^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{16} m - \frac{69}{64} m^2 - \left(\frac{1713}{1024} - \frac{33}{32} = \frac{657}{1024} \right) m^3 + \frac{3}{128} m \gamma^2 \\ - \frac{33}{8} m e^2 - \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 + \left(\frac{20709}{4096} - \frac{759}{128} + \frac{9}{8} = \frac{1029}{4096} \right) m^4 \\ + \frac{399}{512} m^2 \gamma^2 + \frac{51}{64} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{189}{64} m^2 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{3}{8} m^2 - \left(\frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{1}{4} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{1}{8} m^2 + \left(\frac{1}{80} + \frac{2}{15} = \frac{7}{48} \right) m^3 - \frac{3}{128} m \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{17}{2} m^2 + \left(\frac{17}{2} + \frac{136}{3} = \frac{323}{6} \right) m^3 - \frac{51}{64} m \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{15}{8} m + \left(\frac{237}{64} - \frac{15}{4} = - \frac{3}{64} \right) m^2 \\ + \left(\frac{327}{4} + \frac{237}{32} - \frac{4935}{256} = \frac{17889}{256} \right) m^3 \\ - \frac{45}{16} m e^2 + \frac{9}{8} m \gamma^2 + \frac{15}{64} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{8} m + \left(\frac{1131}{64} + \frac{35}{4} = \frac{1691}{64} \right) m^2 \\ + \left(\frac{3901}{128} + \frac{1131}{32} + \frac{6265}{256} = \frac{23115}{256} \right) m^3 \\ + \frac{105}{16} m e^2 - \frac{21}{8} m \gamma^2 - \frac{615}{64} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{5}{16} m^2 + \left(\frac{113}{192} + \frac{15}{64} = \frac{79}{96} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ - \frac{35}{16} m^2 + \left(\frac{109}{64} - \frac{315}{64} = - \frac{103}{32} \right) m^3 \right\}$$

$$+\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left\{\frac{15}{8}m + \left(\frac{121}{128} - \frac{15}{32} = \frac{61}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 3cv \qquad e^3\left(-\frac{7}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{3}{4}m - \left(\frac{747}{128} - \frac{21}{16} = \frac{579}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{5}{64}m^2 - \left(\frac{3851}{1536} + \frac{15}{128} = \frac{4031}{1536}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{64}m + \left(\frac{425}{512} - \frac{45}{256} = \frac{335}{512}\right)m^2 \\ +\left(\frac{47369}{12288} + \frac{425}{2048} + \frac{2655}{4096} = \frac{14471}{3072}\right)m^3 \\ +\frac{225}{128}m\varepsilon'^2 - \frac{3}{256}m\gamma^2 - \frac{825}{512}me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{5}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{45}{32}m - \left(\frac{16173}{512} - \frac{3375}{512} = \frac{6399}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{255}{32}m + \left(\frac{5397}{128} + \frac{4845}{256} = \frac{15639}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{85}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{4}m + \frac{129}{16}m^2 + \left(\frac{56787}{256} - \frac{75}{8} = \frac{54387}{256}\right)m^3 \\ +\frac{135}{64}m\gamma^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{35}{4}m + \frac{337}{16}m^2 + \left(-\frac{16959}{256} + \frac{735}{8} = \frac{6561}{256}\right)m^3 \\ -\frac{315}{64}m\gamma^2 - \frac{615}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{105}{8}me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{21}{16}m^2\right)$$

$$+\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{16}m - \frac{3}{32}m^2 + \left(\frac{2775}{1024} - \frac{15}{32} = \frac{2295}{1024}\right) m^3 \\ +\frac{33}{8}me^2 - \frac{3}{128}m\gamma^2 + \frac{3}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{16}m - \frac{103}{32}m^2 - \left(\frac{10435}{1024} - \frac{147}{32} = \frac{5731}{1024}\right) m^3 \\ -\frac{77}{8}me^2 + \frac{7}{128}m\gamma^2 - \frac{123}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{1}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{7}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{255}{16}m + \frac{2703}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{45}{16}m - \frac{3267}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{51}{64}m - \frac{1887}{256}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{64}m - \frac{33}{256}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{128}m - \left(\frac{1061}{1024} + \frac{25}{16} = \frac{2661}{1024}\right) m^2 \\ +\left(\frac{8301}{2048} - \frac{1061}{384} - \frac{575}{768} = \frac{1699}{2048}\right) m^3 \\ +\frac{225}{256}m\gamma^2 - \frac{525}{512}me^2 + \frac{375}{256}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{128}m - \left(\frac{329}{1024} + \frac{5}{16} = \frac{649}{1024}\right) m^2 \\ +\left(\frac{3627}{2048} - \frac{329}{384} - \frac{835}{768} = -\frac{1063}{6144}\right) m^3 \\ +\frac{15}{64}m\gamma^2 - \frac{165}{512}me^2 + \frac{75}{256}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(-\frac{9}{128}m\right)$$

$$+\cos 2Ev + c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(-\frac{5}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(\frac{845}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{4}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{7}{4}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{5}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{845}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{-\frac{1}{2}m^4 - \left(\frac{541}{480} + \frac{16}{15} = \frac{351}{160}\right)m^5 + \frac{45}{32}m^3e^2 + \frac{3}{32}m^3\gamma^2\right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e\left\{-\frac{75}{64}m^3 - \left(\frac{315}{256} + \frac{225}{64} = \frac{1215}{256}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \qquad e\left(\frac{119}{128}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{1}{2}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{7}{2}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{225}{128}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{875}{128}m^3\right)$$

$$
\begin{array}{ll}
+\cos 4Ev - 3cv & e^3\left(\frac{675}{256}m^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right) \\
\cos 4Ev - 4cv & e^4\left(\frac{675}{128}m^2\right) \\
\cos 4Ev - 4gv & \gamma^4\left(\frac{81}{2048}m^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{405}{512}m^2\right).
\end{array}
$$

161. Si, maintenant, on se rappelle que $\frac{d.\delta nt}{dv} = -2\frac{\delta u}{u_1} +$ etc. on sera naturellement conduit à dériver de cette expression partielle de δu la valeur correspondante de $\frac{\delta u}{u_1}$. Mais, avant de former ce produit, il est nécessaire de remarquer qu'on doit ajouter à la valeur précédente de δu: 1.° le terme du quatrième ordre, $\cos 4Ev - 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right)$, déjà obtenu dans le § précédent, et antérieurement (Voyez p. 77 et 310); 2.° le terme du sixième ordre, $\cos 2Ev + 2gv - 3cv\ e^3\gamma^2\left(-\frac{1425}{512}m^2\right)$, qui n'a point encore été considéré dans les différentes expressions partielles de δu trouvées jusqu'ici. On conçoit que, sans cette précaution, le produit $\frac{\delta u}{u_1}$ ne serait pas complet, ni à l'égard des quantités du sixième ordre qui affectent les deux argumens $4Ev - 2gv - 2cv$, $4Ev - 4gv$, ni à l'égard de celles du septième ordre qui font partie du coefficient de l'argument $2Ev + 2gv - 2cv$; ce qui serait contraire au principe fondamental que nous avons constamment suivi. Ainsi, avant d'aller plus loin, il faut d'abord nous procurer le terme du sixième ordre de δs qui est affecté de l'argument $2Ev + gv - 3cv$; et de là passer ensuite à la formation de l'équation différentielle en δu qui détermine le terme auxiliaire qui vient d'être rapporté plus haut. C'est un développement assez facile que nous avons préféré présenter ici, isolément, afin de faire mieux sentir à quoi tient la nécessité de son exécution.

Cela posé, remarquons que, relativement à l'équation différentielle en δs dont on a besoin ici il suffit de prendre

$$R_1 = \sin 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\tfrac{15}{4}\right); \qquad R_3 = \cos 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\tfrac{15}{4}\right);$$

d'où on tire

$$R_3 . s_1 = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(-\tfrac{15}{8}\right); \quad -R_1 \tfrac{ds_1}{dv} = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(\tfrac{15}{8}\right).$$

Maintenant, si l'on fait $\delta s = \sin gv - 2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)$, et

$$R_1 = 2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{3}{2}\right); \qquad R_3 = 2\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{3}{2}\right),$$

on aura

$$R_3 . \delta s = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(\tfrac{15}{16}\right); \quad -R_1 . \tfrac{d.\delta s}{dv} = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(\tfrac{15}{16}\right);$$

partant nous avons

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1 + \tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta s = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left\{\tfrac{15}{8} - \tfrac{15}{8} + \tfrac{15}{16} + \tfrac{15}{16} = \tfrac{15}{8}\right\} m^2;$$

d'où on conclut, en faisant $(2Ev + g - 2c)^2 - 1 - \frac{3}{2}m^2 = -1$,

$$\delta s = \sin 2Ev + gv - 3cv \quad e^3\gamma\left(-\tfrac{15}{8}m^2\right).$$

Il suit de là que

$$(1) \;\ldots\; \tfrac{3}{2} . 2s_1\delta s = \cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\tfrac{45}{16}m^2\right).$$

Pour former la valeur de $R_1 = R' + \delta R'$ on prendra d'abord dans le I.er volume (p. 342) le terme

$$R' = \sin 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\tfrac{105}{32}\right).$$

Ensuite on remarquera que la fonction $-\dfrac{6q(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v')}{u_1^4} . \dfrac{\delta u}{u_1}$ donne (en employant l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, posée dans les pages 315-320) les trois termes suivans :

Multiplicateur		Produit
$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev$.	$(-3)\ldots$	$\left\{\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\right.\,2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(\frac{57}{64}\right)$
$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-cv$	$e\left(6\right)\ldots$	$\left\{\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\right.\,2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(-3\right)$
$2\,\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\,2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{2}\right)\ldots$	$\left\{\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\right.\,2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(\frac{105}{16}\right)$;

partant on a ;

$$R_1 = \sin 2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left\{-\frac{105}{32}+\frac{57}{64}-3+\frac{105}{16}=\frac{75}{64}\right\} ;$$

et par conséquent

$$(2)\ \ldots\ldots -\int R_1 dv = \cos 2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(\frac{75}{64}\right).$$

Cette même intégrale renferme le terme (Voyez p. 376)

$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev-3cv\quad e^3\left(\frac{15}{4}\right).$$

Donc en faisant le produit par $2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$ il viendra

$$(3)\ldots -2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_1 dv = \cos 2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(\frac{45}{16}\right).$$

En multipliant par $u_1 = 1+2\cos cv\ \ e\left(\frac{1}{2}\right)+2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$ le développement de la fonction $\frac{3}{2}q\frac{(\alpha' u')^3\cos(2v-2v')}{u_1^4}$ donné dans le I.er volume (p. 336 et 343) on aura le terme de R^V correspondant à celui de R', savoir ;

$$(4)\ \ldots\ldots R^V = \cos 2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(-\frac{105}{32}+\frac{45}{32}+\frac{15}{32}=-\frac{45}{32}\right) :$$

et en multipliant par $\frac{3}{4}$ les trois termes précédens qui entrent dans l'expression de $\delta R'$ on aura

$$\frac{\delta R^V}{u_1} = \cos 2Ev+2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left\{\frac{171}{256}-\frac{9}{4}+\frac{315}{64}=\frac{855}{256}\right\}.$$

Mais cette même fonction renferme (Voyez p. 384) aussi le terme

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{16}\right):$$

donc en multipliant ces deux termes par $u_1 = 1 + 2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right)$ on aura;

$$(5)\ \ldots\ldots \delta R^V = \cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{855}{256} - \frac{45}{32} = \frac{495}{256}\right).$$

Actuellement, si l'on fait le produit de

$$R_1 = \sin 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\frac{15}{4}\right) + \sin 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right),$$

par $-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$, on aura

$$(6)\ \ldots\ldots -R_1\frac{du_1}{dv} = \cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{15}{32} - \frac{15}{16} = -\frac{45}{32}\right).$$

L'expression de δu (Voyez p. 76, 145) renferme ces deux termes;

$$\delta u = \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right) + \cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{35}{64}\right);$$

lesquels étant différentiés, et faisant $2g - c = 1$, $2g - 3c = -1$, donnent

$$-\frac{d.\delta u}{dv} = \sin 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right) + \sin 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{35}{64}\right).$$

Donc en les multipliant par

$$R_1 = 2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right) + 2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)$$

on aura;

$$(7)\ \ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta u}{dv} = \cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{105}{256} + \frac{105}{64} = \frac{315}{256}\right).$$

Enfin on a (Voyez p. 72) le terme

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right) = \cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right),$$

qui multiplié par $2\int R_1 dv = \overline{2\cos 2Ev - cv} \quad e(3)$ donne

$$(8) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv = \overline{\cos 2Ev + 2gv - 3cv} \quad e^3\gamma^2\left(\frac{45}{16}\right).$$

Maintenant, si l'on fait la somme des termes compris dans la fonction

$$(1)+\left[2.(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)\right]m^2$$

on aura l'équation

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\overline{\cos 2Ev + 2gv - 3cv} \quad e^3\gamma^2\left\{\frac{45}{16}+\frac{75}{32}+\frac{45}{16}-\frac{45}{32}+\frac{495}{256}-\frac{45}{32}+\frac{315}{256}+\frac{45}{16}=\frac{1425}{128}\right\}m^2$$

qui étant intégrée, de manière que

$$\frac{1}{(2E+2g-3c)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{(1-2m)^2-1+\frac{3}{2}m^2}=\frac{1}{-4m},$$

il en résulte

$$\delta u = \overline{\cos 2Ev + 2gv - 3cv} \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{1425}{512}\,m\right).$$

Si on calculait le terme de δu affecté de l'argument $2Ev - 2gv + 3cv$ on le trouverait du septième ordre; mais il est évident que ce même argument doit se trouver dans la fonction $\frac{\delta u}{u_1}$ avec un coefficient du sixième ordre. Ainsi, au point où nous en sommes, rien ne manque pour obtenir dans $\frac{\delta u}{u_1}$ les termes du sixième ordre qui affectent les deux argumens $2Ev + 2gv - 3cv$, $2Ev - 2gv + 3cv$: ce qui nous sera utile par la suite lorsqu'il sera question de former l'équation différentielle en δu qui se rapporte au développement ultérieur du coefficient de l'argument $2gv - 2cv$.

Cependant, sous ce dernier point de vue, l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ que nous pourrions avoir actuellement ne serait pas encore complète à l'égard des argumens de la forme $2Ev+\beta v$. Car, avec une légère réflexion on reconnait qu'il faut aussi considérer les termes du sixième ordre dont les argumens sont, $2Ev+c'mv+2gv-2cv$, $2Ev-c'mv+2gv-2cv$, $2Ev+c'mv-2gv+2cv$, $2Ev-c'mv-2gv+2cv$. Je vais donc suspendre un moment l'opération rélative au produit $\left(\frac{1}{u_1}-1\right)\delta u$, pour l'exécuter après que j'aurais obtenu ces quatre termes dans l'expression de δu; ce qui est d'ailleurs très facile.

162. En effet, l'expression de δs renferme ces deux termes (Voyez p. 206);

$$\delta s = \sin 2Ev+c'mv+gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$$
$$\sin 2Ev-c'mv+gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{35}{64}m\right);$$

lesquels donnent

$$(1)\ \ldots\ \frac{3}{2}\cdot 2s_1\delta s = \cos 2Ev+c'mv+2gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\right)$$
$$\cos 2Ev-c'mv+2gv-2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{128}m\right).$$

La même fonction δs renferme aussi ces trois termes; savoir

$$\delta s = \sin gv-2cv \quad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right) + \sin 2Ev+c'mv-gv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)$$
$$+ \sin 2Ev-c'mv-gv \quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m\right)$$

(Voyez p. 204, 205). Donc en faisant le carré de δs on aura

$$(2)\ \ldots\ \frac{3}{2}(\delta s)^2 = \cos 2Ev+c'mv-2gv+2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\right)$$
$$\cos 2Ev-c'mv-2gv+2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{128}m\right).$$

L'intégrale $-\int R_1 dv$ contient dans son expression ces deux termes (Voyez p. 377);

$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{8}\cdot m^{-1}\right)$$
$$\cos 2Ev-c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{35}{8}\cdot m^{-1}\right);$$

d'où on tire

$$(3)\ldots -2\cos 2gv\,\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_1 dv = \cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{45}{32}.m^{-1}\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{32}.m^{-1}\right).$$

Donc en réunissant les six termes compris dans la fonction $(1)+(2)+m^2(3)$ il viendra,

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{\;\frac{45}{128}+\frac{45}{32} = \frac{225}{128}\right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{105}{128}-\frac{105}{32} = -\frac{525}{128}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{\;\frac{45}{128}\,m\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{105}{128}\,m\right\}.$$

Le premier terme du facteur de l'intégration étant égal à $\frac{1}{3}$ pour chacun de ces quatre argumens, il est clair qu'on a;

$$\delta u = \cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{75}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{175}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\;\frac{15}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv\;\; e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{128}\,m\right).$$

163. Cela posé, nous pouvons former le produit $\left(\frac{1}{u_1}-1\right)\delta u$, à l'aide du développement de la fonction $\left(\frac{1}{u_1}-1\right)$ donné dans le I.er volume (Voyez p. 308). Voici les détails de cette opération.

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1}-1\right)\delta u$

Multiplicateur . . . . $\cos 0v \quad \left(-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev & & \left(-\frac{1}{4}m^2\gamma^2-\frac{1}{2}m^2e^2-\frac{19}{24}m^3\gamma^2-\frac{19}{12}m^3e^2+\frac{3}{64}m\gamma^4+\frac{3}{32}me^2\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev-cv & e & \left(-\frac{15}{32}m\gamma^2-\frac{15}{16}me^2-\frac{273}{128}m^2\gamma^2-\frac{273}{64}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev+cv & e & \left(\frac{5}{32}m^2\gamma^2+\frac{5}{16}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{1}{8}m^2\gamma^2+\frac{1}{4}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{7}{8}m^2\gamma^2-\frac{7}{4}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{15}{16}m\gamma^2-\frac{15}{8}me^2-\frac{147}{64}m^2\gamma^2-\frac{147}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3}{64}m\gamma^2-\frac{3}{32}me^2+\frac{69}{256}m^2\gamma^2+\frac{69}{128}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{15}{32}m\gamma^2+\frac{15}{16}me^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{35}{32}m\gamma^2-\frac{35}{16}me^2\right) \\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{256}m\gamma^2+\frac{45}{128}me^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{15}{16}m\gamma^2+\frac{15}{8}me^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{35}{16}m\gamma^2-\frac{35}{8}me^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{3}{64}m\gamma^2+\frac{3}{32}me^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{7}{64}m\gamma^2-\frac{7}{32}me^2\right) \\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{75}{512}m\gamma^2+\frac{75}{256}me^2\right) \\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{15}{512}m\gamma^2+\frac{15}{256}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\; 2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{12}m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2-\frac{32}{8}m^4-m^2e^2+\frac{19}{128}m^2\gamma^2 \\ +\frac{5}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{1}{4}m^2\gamma^2+\frac{1}{8}m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{12}m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2-\frac{32}{9}m^4-m^2e^2+\frac{19}{128}m^2\gamma^2 \\ +\frac{5}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{1}{4}m^2\gamma^2+\frac{1}{8}m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}m-\frac{273}{64}m^2-\frac{13875}{1024}m^3-\frac{45}{32}me^2+\frac{75}{32}m\varepsilon'^2+\frac{9}{16}m\gamma^2 \\ -\frac{164711}{4096}m^4-\frac{1527}{256}m^2e^2+\frac{75}{16}m^2\varepsilon'^2+\frac{315}{128}m^2\gamma^2+\frac{15}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{273}{128}m^2\gamma^2+\frac{15}{64}me^2+\frac{273}{256}m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev & & \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}me^2-\frac{273}{64}m^2e^2-\frac{13875}{1024}m^3e^2-\frac{45}{32}me^4+\frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{9}{16}me^2\gamma^2+\frac{15}{32}me^2\gamma^2+\frac{15}{64}me^4 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2 & \left(\frac{5}{16}m^2+\frac{23}{96}m^3\right) \\
\cos 2Ev & & \left(\frac{5}{16}m^2e^2+\frac{23}{96}m^3e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{1}{4}m^2+\frac{19}{48}m^3-\frac{3}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{1}{4}m^2+\frac{19}{48}m^3-\frac{3}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{7}{4}m^2-\frac{133}{16}m^3+\frac{7}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{7}{4}m^2-\frac{133}{16}m^3+\frac{7}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - 3cv & e^3 & \left(-\frac{15}{8}m-\frac{147}{32}m^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(-\frac{15}{8}me^2-\frac{147}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{32}m+\frac{69}{128}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{32}m + \frac{69}{128}m^2 + \frac{657}{2048}m^3 - \frac{3}{256}m\gamma^2 + \frac{33}{16}me^2 \\ + \frac{15}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{3}{64}m\gamma^2 + \frac{3}{128}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 3cv & e^3 & \left(-\frac{3}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + cv & e & \left(-\frac{3}{16}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{1}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{1}{16}m^2 - \frac{7}{96}m^3 + \frac{3}{256}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv + cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{17}{4}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{17}{4}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{16}m + \frac{3}{128}m^2 - \frac{17889}{512}m^3 + \frac{45}{32}me^2 - \frac{9}{16}m\gamma^2 \\ - \frac{15}{128}m\varepsilon'^2 - \frac{15}{32}m\gamma^2 - \frac{15}{64}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{15}{16}me^2 + \frac{3}{128}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{35}{16}m - \frac{1691}{128}m^2 - \frac{23115}{512}m^3 - \frac{105}{32}me^2 + \frac{21}{16}m\gamma^2 \\ + \frac{615}{128}m\varepsilon'^2 + \frac{35}{32}m\gamma^2 + \frac{35}{64}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{35}{16}me^2 - \frac{1691}{128}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{5}{32}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{5}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{35}{32}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{35}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{15}{16}me^2 - \frac{61}{256}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - 4cv & e^4 & \left(-\frac{15}{16}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev = 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{3}{8} m e^2 + \frac{579}{256} m^2 e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - 2cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{3}{8} m\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{5}{128} m^2 + \frac{4031}{3072} m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{128} m - \frac{335}{1024} m^2 - \frac{14471}{6144} m^3 - \frac{225}{256} m \varepsilon'^2 \\ + \frac{3}{512} m \gamma^2 + \frac{825}{1024} m e^2 - \frac{45}{256} m \gamma^2 - \frac{45}{512} m e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{45}{128} m e^2 - \frac{335}{1024} m^2 e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{64} m + \frac{6399}{512} m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{255}{64} m e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{255}{64} m - \frac{15639}{512} m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{15}{8} m e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 3cv & e^3\varepsilon' & \left(\frac{15}{8} m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 3cv & e^3\varepsilon' & \left(-\frac{35}{8} m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{35}{8} m e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{3}{32} m\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{3}{32} m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{7}{32} m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{7}{32} m\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{75}{256} m\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{75}{256} m e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(\frac{15}{256} m e^2\right)
\end{array}\right.
$$

Produit

$\cos 2Ev - 2gv + 3cv$	$e^3\gamma^2$	$\left(\frac{15}{256}\, m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{15}{16}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{35}{16}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3$	$\left(\frac{5}{128}\, m\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3$	$\left(-\frac{845}{128}\, m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{45}{128}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{105}{128}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{3}{8}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{7}{8}\, me^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv$	$\varepsilon' e^2\gamma^2$	$\left(-\frac{45}{128}\, m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv$	$\varepsilon' e^2\gamma^2$	$\left(\frac{105}{128}\, m\right)$
$\cos 4Ev - cv$	e	$\left(\frac{1}{4}\, m^4\right)$
$\cos 4Ev + cv$	e	$\left(\frac{1}{4}\, m^4\right)$
$\cos 4Ev$		$\left(\frac{75}{128}\, m^3 e^2\right)$
$\cos 4Ev - 4cv$	e^4	$\left(-\frac{675}{512}\, m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{9}{512}\, m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{9}{512}\, m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{9}{512}\, m^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{16}\gamma^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4}m^2+\frac{19}{24}m^3-\frac{3}{64}m\gamma^2+\frac{16}{9}m^4+\frac{1}{2}m^2e^2\\ -\frac{19}{256}m^2\gamma^2-\frac{5}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{16}m^2\gamma^2\end{array}\right\}\\
\cos 2Ev + 2cv & e^2\left(\frac{1}{4}m^2+\frac{19}{24}m^3-\frac{3}{64}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\frac{15}{32}m+\frac{273}{128}m^2\right)\\
\cos 2Ev + cv & e\left(\frac{15}{32}me^2+\frac{273}{128}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev + 3cv & e^3\left(-\frac{5}{32}m^2\right)\\
\cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{5}{32}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{1}{8}m^2-\frac{19}{96}m^3+\frac{3}{64}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev + c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{1}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{7}{8}m^2+\frac{133}{32}m^3-\frac{7}{64}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev - c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{7}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev & \left(\frac{15}{16}me^4\right)\\
\cos 2Ev - 4cv & e^4\left(\frac{15}{16}m\right)\\
\cos 2Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m\right)\\
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{64}m-\frac{69}{256}m^2-\frac{657}{4096}m^3+\frac{3}{512}m\gamma^2\\ -\frac{33}{32}me^2-\frac{15}{128}m\varepsilon'^2-\frac{9}{256}m\gamma^2\end{array}\right\}\\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{1}{32}m^2+\frac{7}{192}m^3-\frac{3}{512}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev - 2gv + 3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{17}{8}\,m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{32}\,m\,e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 3cv & e^3\varepsilon' & \left(-\frac{15}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{35}{32}\,m\,e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 3cv & e^3\varepsilon' & \left(\frac{35}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}\,m\,e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{64}\,m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{7}{64}\,m\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{1024}\,m^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8} - \frac{3}{32}\gamma^2 + \frac{1}{16}e^2\right)
$$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8}m^2 + \frac{19}{48}m^3 - \frac{3}{128}m\gamma^2 + \frac{8}{9}m^4 + \frac{1}{4}m^2e^2 \\ -\frac{19}{512}m^2\gamma^2 - \frac{5}{16}m^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1}{16}m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{1}{8}m^2 + \frac{19}{48}m^3 - \frac{3}{128}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{64}m + \frac{273}{256}m^2 + \frac{13875}{4096}m^3 + \frac{45}{128}m\,e^2 \\ -\frac{75}{128}m\,\varepsilon'^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2 - \frac{45}{256}m\gamma^2 + \frac{15}{128}m\,e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{15}{64}m + \frac{273}{256}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{5}{64}m^2 - \frac{23}{384}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{5}{64}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{1}{16}m^2 - \frac{19}{192}m^3 + \frac{3}{128}m\gamma^2\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{1}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{16}m^2 + \frac{133}{64}m^3 - \frac{7}{128}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}m\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{32}m + \frac{147}{128}m^2 + \frac{8451}{2048}m^3 - \frac{75}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}me^2 \\ -\frac{135}{512}m\gamma^2 - \frac{45}{128}m\gamma^2 + \frac{15}{64}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 4gv & \gamma^4\left(\frac{3}{128}m\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{3}{128}m\gamma^4\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{64}m^2 - \frac{1}{32}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{17}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{35}{64}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{35}{64}m\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{35}{32}m\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right) \\
\cos 4Ev - 4gv & \gamma^4\left(-\frac{9}{2048}m^2\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\, m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\, m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv & \gamma^2\left(-\frac{15}{64}\, m e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}\, m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{5}{64}\, m^2 e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\, m e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}\, m e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\gamma^2 - \frac{1}{16}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\, m^2 - \frac{19}{48}\, m^3 + \frac{3}{128}\, m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\, m^2 - \frac{19}{48}\, m^3 + \frac{3}{128}\, m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{64}\, m - \frac{273}{256}\, m^2 - \frac{13875}{4096}\, m^3 - \frac{45}{128}\, m e^2 \\ + \frac{75}{128}\, m\varepsilon'^2 + \frac{9}{64}\, m\gamma^2 + \frac{15}{64}\, m\gamma^2 - \frac{15}{128}\, m e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{15}{64}\, m e^2 - \frac{273}{256}\, m^2 e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\, m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{5}{64}\, m^2 + \frac{23}{384}\, m^3\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{64}\, m e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{64}\, m e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{64}\, m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{64}\, m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\cos 3cv \quad e^3\left(-\frac{1}{8}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev+3cv & e^3\left(-\frac{1}{8}\,m^2\right)\\
\cos 2Ev-3cv & e^3\left(-\frac{1}{8}\,m^2\right)\\
\cos 2Ev+2cv & e^2\left(-\frac{15}{64}\,m\,e^2\right)\\
\cos 2Ev-4cv & e^4\left(-\frac{15}{64}\,m\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{5}{64}\,m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}\,m\,e^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{3}{128}\,m\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2+\frac{19}{64}m^3-\frac{9}{512}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2+\frac{19}{64}m^3-\frac{9}{512}m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{45}{256}\,m\,e^2\right)\\
\cos 2Ev+2gv-3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{45}{256}\,m\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{1}{16}\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{128}\,m\right).\right.$$

164. La réunion de ces produits partiels avec les termes qui entrent dans l'expression précédente de δu fournit l'équation suivante :

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{aligned} & m^2 + \frac{19}{6} m^3 - \frac{3}{16} m\gamma^2 - \frac{15}{16} m e^2 + \frac{64}{9} m^4 - \frac{5}{2} m^2 \varepsilon'^2 \\ & + \left(2 - \frac{1}{2} - \frac{273}{64} + \frac{5}{16} = -\frac{157}{64}\right) m^2 e^2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{19}{64} = \frac{35}{64}\right) m^2\gamma^2 + \frac{1475}{108} m^5 \\ & - \frac{95}{12} m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{16} + \frac{15}{64} - \frac{45}{32} = -\frac{15}{64}\right) m e^4 + \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{75}{32} m e^2 \varepsilon'^2 \\ & - \left(\frac{19}{24} + \frac{461}{3072} = \frac{2893}{3072}\right) m^3\gamma^2 + \left(\frac{233}{24} - \frac{19}{12} - \frac{13875}{1024} + \frac{23}{96} = -\frac{15929}{3072}\right) m^3 e^2 \\ & + \left(\frac{9}{128} + \frac{3}{64} + \frac{3}{128} = \frac{9}{64}\right) m\gamma^4 + \left(-\frac{9}{16} + \frac{3}{32} + \frac{9}{16} + \frac{15}{32} = \frac{9}{16}\right) m e^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos (2Ev - cv) \quad e \left\{ \begin{aligned} & \frac{15}{8} m + \left(\frac{273}{32} - \frac{1}{2} = \frac{257}{32}\right) m^2 + \left(\frac{13875}{512} - \frac{19}{12} = \frac{39193}{1536}\right) m^3 \\ & + \left(\frac{45}{16} - \frac{15}{8} - \frac{15}{16} = 0\right) m e^2 - \left(\frac{9}{8} + \frac{15}{32} - \frac{3}{32} = \frac{3}{2}\right) m\gamma^2 - \frac{75}{16} m \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{164711}{2048} - \frac{32}{9} = \frac{1416863}{18432}\right) m^4 + \left(\frac{5}{4} - \frac{75}{8} = -\frac{65}{8}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{1527}{128} - \frac{273}{64} - 1 + \frac{1}{8} - \frac{147}{32} - \frac{5}{32} = \frac{261}{128}\right) m^2 e^2 \\ & + \left(-\frac{315}{64} - \frac{273}{128} + \frac{19}{128} + \frac{1}{4} = -\frac{213}{32}\right) m^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos (2Ev + cv) \quad e \left\{ \begin{aligned} & -\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{9}{8}\right) m^2 - \left(\frac{19}{12} + \frac{23}{48} = \frac{33}{16}\right) m^3 + \frac{3}{32} m\gamma^2 + \frac{15}{32} m e^2 \\ & - \left(\frac{71}{1152} + \frac{32}{9} = \frac{463}{128}\right) m^4 + \left(\frac{25}{16} + \frac{5}{4} = \frac{45}{16}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\ & + \left(-\frac{5}{8} + \frac{5}{16} - 1 + \frac{1}{8} - \frac{3}{16} + \frac{273}{128} = \frac{97}{128}\right) m^2 e^2 \\ & + \left(-\frac{3}{16} + \frac{5}{32} + \frac{19}{128} + \frac{1}{4} = \frac{47}{128}\right) m^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos (2Ev + c'mv) \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & -\frac{1}{2} m^2 - \frac{19}{24} m^3 + \frac{15}{16} m e^2 + \frac{3}{16} m\gamma^2 - \frac{317}{144} m^4 \\ & + \left(-1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{128} - \frac{5}{32} = -\frac{113}{128}\right) m^2 e^2 \\ & + \frac{1}{16} m^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{23}{64} + \frac{1}{8} = \frac{31}{64}\right) m^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\} (*)$$

(*) Coefficient employé par anticipation dans la page 279.

$$\left.\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}
\frac{7}{2}m^2 + \frac{133}{8}m^3 - \frac{7}{16}m\gamma^2 - \frac{35}{16}me^2 + \frac{1003}{16}m^4 \\
+\left(7 - \frac{7}{4} - \frac{1691}{128} + \frac{35}{32} = -\frac{879}{128}\right)m^2e^2 - \frac{123}{16}m^2\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{75}{64} + \frac{7}{8} = \frac{131}{64}\right)m^2\gamma^2
\end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{ \frac{17}{2}m^2 + \frac{323}{6}m^3 - \frac{51}{64}m\gamma^2 - \frac{255}{64}me^2 \right\}
\end{array}\right\} (^*)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{15}{4} - \frac{15}{16} = \frac{45}{16}\right)m + \left(\frac{147}{16} - \frac{273}{64} + \frac{1}{4} = \frac{331}{64}\right)m^2 \\
+\left(\frac{8451}{256} - \frac{13875}{1024} + \frac{19}{24} = \frac{62219}{3072}\right)m^3 + \left(\frac{75}{32} - \frac{75}{8} = -\frac{225}{32}\right)m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{45}{8} - \frac{15}{8} - \frac{45}{32} + \frac{15}{64} - \frac{15}{16} = \frac{105}{64}\right)me^2 \\
+\left(-\frac{135}{64} - \frac{15}{16} + \frac{9}{16} + \frac{15}{32} - \frac{3}{64} = -\frac{33}{16}\right)m\gamma^2 \\
+\left(\frac{72441}{1024} - \frac{164711}{4096} + \frac{16}{9} = \frac{1191013}{36864}\right)m^4 + \left(15 + \frac{75}{16} - \frac{5}{8} = \frac{305}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{5619}{512} - \frac{147}{64} + \frac{315}{128} + \frac{273}{128} - \frac{19}{256} - \frac{3}{16} = -\frac{4577}{512}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(10 - \frac{147}{32} - \frac{1527}{256} + \frac{273}{256} - \frac{61}{256} + \frac{1}{2} + \frac{5}{64} = \frac{217}{256}\right)m^2e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{\begin{array}{l}
\frac{3}{16}m + \left(-\frac{69}{64} + \frac{1}{8} = -\frac{61}{64}\right)m^2 \\
+\left(-\frac{657}{1024} + \frac{19}{48} = -\frac{755}{3072}\right)m^3 + \left(\frac{3}{128} - \frac{3}{64} - \frac{3}{128} = -\frac{3}{64}\right)m\gamma^2 \\
+\left(-\frac{33}{8} - \frac{3}{32} + \frac{3}{8} + \frac{45}{128} - \frac{15}{64} = -\frac{477}{128}\right)me^2 - \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{1029}{4096} + \frac{8}{9} = \frac{42029}{36864}\right)m^4 + \left(\frac{51}{64} - \frac{5}{16} = \frac{31}{64}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{189}{64} + \frac{69}{128} + \frac{579}{256} - \frac{335}{1024} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{5}{64} - \frac{273}{256} = \frac{4865}{1024}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{399}{512} + \frac{69}{256} - \frac{19}{512} - \frac{3}{32} = \frac{235}{256}\right)m^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

(*) Coefficiens employés par anticipation dans les pages 278 et 279.

$$\left.\begin{array}{l}
\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{1}{4}=\frac{15}{16}\right)m^2+\left(\frac{23}{96}+\frac{19}{24}-\frac{1}{4}=\frac{25}{32}\right)m^3\\ -\frac{3}{64}m\gamma^2-\frac{15}{64}me^2\end{array}\right\}\\
\cos 2Ev+2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}\right)m^2+\left(\frac{7}{48}+\frac{19}{48}=\frac{13}{24}\right)m^3-\frac{15}{64}me^2\\ -\left(\frac{3}{128}+\frac{3}{128}=\frac{3}{64}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}
\end{array}\right\}(^*)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}m+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{64}=\frac{13}{64}\right)m^2\\ +\left(\frac{17889}{256}+\frac{19}{48}=\frac{53971}{768}\right)m^3+\left(\frac{15}{16}+\frac{15}{8}-\frac{45}{16}=0\right)me^2\\ +\frac{15}{64}m\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{8}+\frac{15}{32}-\frac{3}{32}=\frac{3}{2}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{35}{8}m+\left(\frac{1691}{64}-\frac{7}{4}=\frac{1579}{64}\right)m^2\\ +\left(\frac{23115}{256}-\frac{133}{16}=\frac{20987}{256}\right)m^3+\left(\frac{105}{16}-\frac{35}{16}-\frac{35}{8}=0\right)me^2\\ -\frac{615}{64}m\varepsilon'^2-\left(\frac{21}{8}+\frac{35}{32}-\frac{7}{32}=\frac{7}{2}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{5}{16}+\frac{1}{4}=\frac{9}{16}\right)m^2+\left(\frac{79}{96}+\frac{19}{48}=\frac{39}{32}\right)m^3\\ -\frac{3}{32}m\gamma^2-\frac{15}{32}me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{35}{16}-\frac{7}{4}=-\frac{63}{16}\right)m^2\\ +\left(-\frac{103}{32}-\frac{133}{16}=-\frac{369}{32}\right)m^3+\frac{7}{32}m\gamma^2+\frac{35}{32}me^2\end{array}\right\}$$

(*) Coefficiens employés par anticipation dans la page 226.

$$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}+\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right)m\\&+\left(\frac{61}{128}-\frac{147}{32}-\frac{1}{8}+\frac{273}{128}=-\frac{135}{64}\right)m^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 3cv \qquad e^3\left\{-\frac{7}{32}-\frac{3}{16}-\frac{5}{32}-\frac{1}{8}=-\frac{11}{16}\right)m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{32}+\frac{15}{64}=-\frac{39}{64}\right)m\\&+\left(-\frac{579}{128}+\frac{69}{128}+\frac{273}{256}-\frac{1}{8}=-\frac{779}{256}\right)m^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{15}{64}m+\left(\frac{273}{256}-\frac{5}{64}-\frac{1}{16}-\frac{1}{8}=\frac{205}{256}\right)m^2\\&+\left(\frac{13875}{4096}-\frac{4031}{1536}-\frac{7}{96}-\frac{19}{48}=\frac{3617}{12288}\right)m^3\\&+\left(\frac{45}{128}+\frac{15}{128}+\frac{75}{256}-\frac{15}{32}=\frac{75}{256}\right)me^2-\frac{75}{128}m\varepsilon'^2\\&+\left(-\frac{9}{64}-\frac{45}{256}+\frac{3}{256}+\frac{3}{128}=-\frac{9}{32}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\left(\frac{45}{64}+\frac{3}{32}=\frac{51}{64}\right)m+\left(\frac{335}{512}+\frac{69}{128}-\frac{5}{64}-\frac{1}{8}=\frac{507}{512}\right)m^2\\&+\left(\frac{14471}{3072}+\frac{657}{2048}-\frac{23}{384}-\frac{19}{48}=\frac{9371}{2048}\right)m^3\\&+\left(-\frac{825}{512}+\frac{45}{128}+\frac{33}{16}+\frac{3}{128}+\frac{15}{256}-\frac{3}{16}+\frac{45}{256}=\frac{447}{512}\right)me^2\\&+\left(\frac{225}{128}+\frac{15}{64}=\frac{255}{128}\right)m\varepsilon'^2\\&+\left(-\frac{3}{256}+\frac{45}{256}-\frac{3}{256}+\frac{3}{64}+\frac{3}{128}=\frac{57}{256}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{5}{32}-\frac{1}{16}-\frac{5}{64}-\frac{1}{8}=-\frac{27}{64}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{45}{32}m-\frac{6399}{256}m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{255}{32}m+\left(\frac{15639}{256}-\frac{17}{4}=\frac{14551}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{85}{16}-\frac{17}{4}=-\frac{153}{16}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{15}{16} - \frac{15}{4} = -\frac{45}{16}\right) m + \left(\frac{129}{16} + \frac{3}{128} - \frac{1}{8} = \frac{1019}{128}\right) m^2 \\ &+ \left(\frac{54387}{256} - \frac{17889}{512} - \frac{19}{96} = \frac{272351}{1536}\right) m^3 \\ &+ \left(\frac{15}{8} - \frac{45}{8} + \frac{45}{32} - \frac{15}{64} + \frac{15}{16} = -\frac{105}{64}\right) me^2 \\ &+ \left(\frac{15}{32} - \frac{15}{128} = \frac{45}{128}\right) m\varepsilon'^2 \\ &+ \left(\frac{135}{64} + \frac{15}{16} - \frac{9}{16} - \frac{15}{32} + \frac{3}{64} = \frac{33}{16}\right) m\gamma^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{35}{4} - \frac{35}{16} = \frac{105}{16}\right) m + \left(\frac{337}{16} - \frac{1691}{128} + \frac{7}{8} = \frac{1117}{128}\right) m^2 \\ &+ \left(\frac{6561}{256} - \frac{23115}{512} + \frac{133}{32} = -\frac{7865}{512}\right) m^3 \\ &+ \left(\frac{105}{8} - \frac{35}{8} - \frac{105}{32} + \frac{35}{64} - \frac{35}{16} = \frac{245}{64}\right) me^2 \\ &+ \left(\frac{615}{128} - \frac{615}{32} = -\frac{1845}{128}\right) m\varepsilon'^2 \\ &+ \left(-\frac{315}{64} - \frac{35}{16} + \frac{21}{16} + \frac{35}{32} - \frac{7}{64} = -\frac{77}{16}\right) m\gamma^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{-\frac{3}{16} - \frac{5}{32} - \frac{1}{8} = -\frac{15}{32}\right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{\frac{21}{16} + \frac{35}{32} + \frac{7}{8} = \frac{105}{32}\right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\begin{aligned} &-\frac{3}{16} m - \left(\frac{3}{32} + \frac{1}{16} = \frac{5}{32}\right) m^2 \\ &+ \left(\frac{2295}{1024} - \frac{19}{192} = \frac{6581}{3072}\right) m^3 \\ &+ \left(\frac{33}{8} + \frac{3}{32} - \frac{45}{128} - \frac{3}{8} + \frac{15}{64} = \frac{477}{128}\right) me^2 \\ &+ \frac{3}{128} m\varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{64} + \frac{3}{128} - \frac{3}{128} = \frac{3}{64}\right) m\gamma^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{-\frac{1}{16} - \frac{1}{16} = -\frac{1}{8}\right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\frac{7}{16} + \frac{7}{16} = \frac{7}{8}\right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{7}{16}m + \left(\frac{7}{16} - \frac{103}{32} = -\frac{89}{32}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{5731}{1024} + \frac{133}{64} = -\frac{3603}{1024}\right)m^3 \\ + \left(-\frac{77}{8} - \frac{7}{32} + \frac{105}{128} - \frac{35}{64} + \frac{7}{8} = -\frac{1113}{128}\right)me^2 \\ - \frac{123}{128}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{7}{128} - \frac{7}{64} - \frac{7}{128} = -\frac{7}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{\left(\frac{255}{16} - \frac{255}{64} = \frac{765}{64}\right)m + \left(\frac{2703}{64} - \frac{15639}{512} + \frac{17}{8} = \frac{7073}{512}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{\left(-\frac{45}{16} + \frac{45}{64} = -\frac{135}{64}\right)m + \left(\frac{6399}{512} - \frac{3267}{64} = -\frac{19737}{512}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{51}{64}m + \left(\frac{17}{16} - \frac{1887}{256} = -\frac{1615}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{64}m - \frac{33}{256}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{32} - \frac{75}{128} - \frac{15}{64} = -\frac{45}{128}\right)m \\ + \left(\frac{5}{128} - \frac{2661}{1024} + \frac{1}{32} + \frac{147}{128} - \frac{273}{256} + \frac{3}{32} = -\frac{2409}{1024}\right)m^2 \\ + \left(\frac{1609}{2048} + \frac{4031}{3072} + \frac{7}{192} + \frac{8451}{2048} - \frac{13875}{4096} + \frac{19}{64} = \frac{12985}{4096}\right)m^3 \\ + \left(\frac{225}{256} + \frac{75}{512} - \frac{3}{512} - \frac{135}{512} - \frac{45}{128} + \frac{9}{64} + \frac{15}{64} - \frac{9}{512} = \frac{195}{256}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{75}{256} - \frac{525}{512} + \frac{45}{64} + \frac{15}{64} - \frac{45}{128} - \frac{15}{128} - \frac{15}{64} + \frac{1425}{1024} = \frac{915}{1024}\right)me^2 \\ + \left(\frac{375}{256} - \frac{75}{64} + \frac{75}{128} = \frac{225}{256}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{128} - \frac{15}{128} + \frac{3}{64} = \frac{9}{32}\right)m \\ + \left(-\frac{649}{1024} - \frac{335}{1024} - \frac{69}{256} + \frac{3}{64} + \frac{5}{64} + \frac{3}{32} = -\frac{259}{256}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{1063}{6144} - \frac{14471}{6144} - \frac{657}{4096} - \frac{1}{32} + \frac{23}{384} + \frac{19}{64} = -\frac{29039}{12288}\right)m^3 \\ + \left(\frac{15}{64} + \frac{15}{512} + \frac{3}{512} - \frac{45}{256} + \frac{3}{512} - \frac{9}{256} - \frac{9}{512} = \frac{3}{64}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{15}{256} - \frac{165}{512} + \frac{825}{1024} - \frac{45}{512} - \frac{33}{32} + \frac{3}{32} - \frac{15}{128} = -\frac{615}{1024}\right)me^2 \\ + \left(\frac{75}{256} - \frac{225}{256} - \frac{15}{128} = -\frac{45}{64}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{15}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{64} + \frac{15}{32} - \frac{15}{64} = -\frac{9}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left\{ -\frac{9}{128} + \frac{3}{128} = -\frac{3}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 4cv \quad e^4 \left\{ -\frac{15}{16} + \frac{15}{16} - \frac{15}{64} = -\frac{15}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ -\frac{1425}{512} + \frac{75}{256} + \frac{15}{64} - \frac{15}{32} + \frac{45}{256} = -\frac{1305}{512} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \frac{15}{256} - \frac{45}{256} - \frac{3}{128} = -\frac{9}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left\{ -\frac{15}{8} + \frac{15}{8} - \frac{15}{32} = -\frac{15}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left\{ \frac{35}{8} - \frac{35}{8} + \frac{35}{32} = \frac{35}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{5}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(\frac{845}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{45}{64} + \frac{3}{32} = \frac{51}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{105}{64} - \frac{7}{32} = -\frac{119}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{3}{4} + \frac{3}{32} - \frac{15}{64} = \frac{39}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{7}{4} - \frac{7}{32} + \frac{35}{64} = -\frac{91}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{15}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{35}{64} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left\{ -\frac{5}{32} + \frac{5}{128} = -\frac{15}{128} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left\{ \frac{845}{32} - \frac{845}{128} = \frac{2535}{128} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{75}{128} - \frac{15}{32} + \frac{15}{64} = \frac{45}{128}\right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{175}{128} + \frac{35}{32} - \frac{35}{64} = -\frac{105}{128}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{15}{128} - \frac{3}{64} - \frac{45}{128} = -\frac{9}{32}\right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{35}{128} + \frac{7}{64} + \frac{105}{128} = \frac{21}{32}\right\} m$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{-\frac{1}{2}\,m^4 - \frac{351}{160}\,m^5 + \left(\frac{45}{32} + \frac{75}{128} = \frac{255}{128}\right) m^3e^2 + \frac{3}{32}\,m^3\gamma^2\right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e\left\{-\frac{75}{64}\,m^3 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1215}{256} = -\frac{1151}{256}\right) m^4\right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \qquad e\left\{\frac{1}{4} + \frac{119}{128} = \frac{151}{128}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{1}{2}\,m^4\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{7}{2}\,m^4\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{225}{128}\,m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{875}{128}\,m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - 3cv \qquad e^3\left(\frac{675}{256}\,m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{9}{256} + \frac{9}{512} = -\frac{9}{512}\right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{9}{512}\,m^2\right)$$

$\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4 \left\{ \frac{675}{128} - \frac{675}{512} = \frac{2025}{512} \right\} m^2$

$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4 \left\{ \frac{81}{2048} - \frac{9}{2048} = \frac{9}{256} \right\} m^2$

$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{405}{512} - \frac{9}{1024} + \frac{9}{512} = -\frac{801}{1024} \right\} m^2$

Tel est le principal résultat qu'il fallait établir dans ce paragraphe. Toutefois il est essentiel de ne pas perdre de vue, que les termes de cette même fonction affectés des argumens $2Ev + 2c'mv$, $2Ev - 3c'mv$, $2Ev + 3c'mv$, $4Ev - 2cv$, $4Ev - 2gv$, $4Ev + c'mv - 2gv$, $4Ev - c'mv - 2gv$, $4Ev + 2c'mv - 2gv$ se trouvent dans le §. précédent (Voyez p. 318 et p. 320).

§ 9.

Addition des termes de l'ordre subséquent au coefficient de chacun des six argumens Ev, $Ev - cv$, $Ev + c'mv$, $Ev + c'mv - cv$, $Ev - c'mv - cv$, $3Ev$, compris dans l'expression de δu obtenue dans le n.° 44 (Voyez p. 77). — Développement de plusieurs autres termes de δu, dont les argumens sont de la forme $Ev + \beta v$ ou $3Ev + \beta v$.

165. Ce paragraphe a, comme le précédent, un double objet. Le premier est, de compléter jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre inclusivement l'expression analytique de δu, à l'égard des argumens de la forme $Ev + \beta v$ ou $3Ev + \beta v$: le second est, de pousser jusqu'au *sixième* ordre inclusivement le développement des coefficiens appartenans à des argumens de même espèce; mais tels, que leurs coefficiens s'abaissent au cinquième ordre dans l'expression de l'intégrale $\int \delta u . dv$, qui doit être considérée comme formant une partie principale de la valeur de δnt, à laquelle il s'agit de parvenir en dernière analyse dans ce chapitre.

Les termes affectés des argumens $Ev + cv$, $Ev - c'mv$, $Ev - c'mv + cv$, $3Ev - cv$, $3Ev + c'mv$, $3Ev + c'mv - cv$ sont exclus de cette recherche; parceque le développement semblable qui les concerne a été déjà exécuté dans le § 7 (Voyez p. 310).

Les coefficiens des deux argumens $Ev + c'mv - cv$, $Ev + c'mv + cv - 2gv$ sont développés dans ce paragraphe, en tenant compte des quantités du sixième ordre. Mais cela ne suffit pas pour avoir les quantités du cinquième ordre dans l'intégrale $\int \delta u . dv$, où l'ordre de ces coefficiens s'abaisse de *deux* unités. Pour réparer cette perte, il faudrait avoir égard aux quantités du *septième* ordre dans la formation des coefficiens de ces deux argumens ; ce qui entraîne dans des calculs beaucoup plus compliqués.

D'après cette considération, j'ai pensé qu'il était à la fois plus clair et plus simple de réserver pour un paragraphe particulier la recherche de la valeur spéciale de δu, qui comprend, développés jusqu'au *septième* ordre inclusivement, les coefficiens des deux argumens $Ev+c'mv-cv$, $Ev+c'mv+cv-2gv$.

166. Entrons maintenant en matière, et conformément au procédé suivi dans le § 4 du chapitre précédent, cherchons d'abord les termes donnés par la fonction $-q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)\delta T$. Pour cela, il suffit de multiplier par $3s_1 = 3.\gamma \sin gv$ l'expression de δs posée dans le n.° 108 ; ce qui donne en retenant seulement les termes convenables ;

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad -q\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)\delta T = \frac{3}{2}\,.\,2s_1\delta s =$$

$$\begin{array}{llll}
\cos Ev & b^2\gamma^2\left(-\frac{39}{16}m^2\right) + \cos Ev+c'mv-cv & b^2e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right) \\
\cos Ev-cv & b^2e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right) + \cos Ev+c'mv-2gv & b^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right) \\
\cos Ev+c'mv & b^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{16}m^2\right) + \cos Ev+c'mv+cv-2gv & b^2e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{5}{4}\right) \\
\cos Ev-2gv & b^2\gamma^2\left(\frac{27}{8}m^2\right) + \cos 3Ev-2gv & b^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right) \\
\cos Ev-2gv+cv & b^2e\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m\right) + \cos 3Ev-2gv-cv & b^2e\gamma^2\left(-\frac{75}{64}m\right)
\end{array}$$

167. Voici le calcul des termes donnés par le développement de la fonction $\delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u$.

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_{1}-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_{1}}\right)^{3}\right]\frac{\delta u}{u_{1}}$

Multiplicateur			Produit	
$\cos 0v$	$\left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^{2}\right)$	....	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{45}{16}\varepsilon'^{2}\right)$
			$\cos Ev-cv$	$eb^{2}\left(-\frac{45}{16}m\right)$
			$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^{2}\left(\frac{15}{4}\right)$
$2\cos cv$	$e\left(3\right)$	....	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{15}{8}e^{2}\right)$
			$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^{2}\varepsilon' b^{2}\left(\frac{45}{8}\right)$
			$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(\frac{45}{8}e^{2}\right)$
			$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(\frac{135}{64}m+\frac{729}{64}m^{2}\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)$	....	$\cos Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^{2} b^{2}\left(-\frac{45}{16}\right)$
			$\cos Ev$	$b^{2}\left(-\frac{45}{16}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos 2cv$	$e^{2}\left(-\frac{9}{4}\right)$	....	$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^{2}\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{45}{16}\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^{2}\left(-\frac{3}{4}\right)$	....	$\cos Ev+c'mv-2gv$	$\gamma^{2}\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{15}{16}\right)$

En faisant (Voyez vol. I. p. 327) $(\alpha' u')^{3}=3.\varepsilon'\cos c'mv$, on aura

$$\delta\left[(\alpha' u')^{3}\right]=-3\varepsilon'\sin c'mv\times m\,\delta nt:$$

Maintenant, si l'on prend (Voyez p. 107) $\delta nt=\frac{15}{8}mb^{2}\sin Ev$, et $\frac{q}{2u_{1}^{3}}=\frac{1}{2}$, il viendra

$$\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha' u')^{3}]}{u_{1}^{3}}=\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon' b^{2}\left(\frac{45}{32}m^{2}\right).$$

En réunissant ce terme avec les produits partiels précédens nous aurons ;

$$(2) \ldots\ldots \quad \delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u =$$

$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{45}{16}\varepsilon'^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{135}{64}m + \left(\frac{729}{64} + \frac{45}{32} = \frac{819}{64}\right)m^2 \\ + \left(\frac{45}{8} - \frac{15}{8} = \frac{15}{4}\right)e^2 - \frac{45}{16}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8} - \frac{45}{16} = \frac{45}{16}\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$.

168. Les développemens rapportés dans le premier volume (Voyez pages 343, 344, 345, 346, 347, 357, 358) donnent ici les valeurs suivantes de R' et de R^V.

$$R' =$$

$\sin Ev$	$b^2\left\{\frac{3}{8} + \frac{21}{16}e^2 + \frac{3}{4}\varepsilon'^2 - \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{32} = \frac{27}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev - cv$	$eb^2\left\{-\frac{15}{16} - \frac{3}{8}m - \frac{75}{64}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{32} + \frac{15}{8} = \frac{75}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{\frac{3}{8} + \frac{21}{16}e^2 + \frac{15}{16}\varepsilon'^2 - \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{32} = \frac{27}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{33}{64}\right)$
$\sin Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{159}{64}\right)$
$\sin Ev - 2cv$	$e^2 b^2\left(\frac{45}{32}\right)$

$+\sin Ev-2gv$	$\gamma^2b^2\left(\frac{3}{8}+\frac{15}{64}=\frac{39}{64}\right)$
$\sin Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2b^2\left(-\frac{45}{64}-\frac{15}{16}=-\frac{105}{64}\right)$
$\sin Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$\sin Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}-\frac{9}{4}m\right)$
$\sin Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{16}-\frac{75}{64}e^2-\frac{75}{32}\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{8}=\frac{75}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}\right)$
$\sin Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{15}{64}+\frac{3}{8}=\frac{39}{64}\right)$
$\sin Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{165}{128}\right)$
$\sin Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{795}{128}\right)$
$\sin Ev+c'mv+cv-2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{45}{64}-\frac{15}{16}=-\frac{105}{64}\right)$
$\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}\right)$
$\sin 3Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{16}\right)$
$\sin 3Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}\right)$
$\sin 3Ev-2cv$	$e^2b^2\left(\frac{225}{32}\right)$
$\sin 3Ev-2gv$	$\gamma^2b^2\left(\frac{75}{64}\right)$
$\sin 3Ev-3cv$	$e^3b^2\left(-\frac{525}{64}\right)$
$\sin 3Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2b^2\left(-\frac{225}{64}\right)$.

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad R^{v} =$$

$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}e^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2-\frac{3}{4}\gamma^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{9}{4}-\frac{9}{8}m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}e^2+\frac{45}{16}\varepsilon'^2-\overset{(*)}{\frac{3}{4}}\gamma^2\right)$
$\cos Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2b^2\left(\frac{99}{64}\right)$
$\cos Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2b^2\left(\frac{477}{64}\right)$
$\cos Ev - 2cv$	$e^2b^2\left(\frac{45}{16}\right)$
$\cos Ev - 2gv$	$\gamma^2b^2\left(\frac{9}{16}+\overset{(*)}{\frac{3}{8}}=\frac{15}{16}\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{27}{4}\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{4}\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\overset{(*)}{\frac{45}{16}}\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\overset{(*)}{\frac{9}{16}}+\overset{(*)}{\frac{3}{8}}=\frac{15}{16}\right)$
$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}\right)$
$\cos 3Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{4}\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}\right)$
$\cos 3Ev - 2cv$	$e^2b^2\left(\frac{75}{16}\right)$
$\cos 3Ev - 2gv$	$\gamma^2b^2\left(\frac{15}{16}\right).$

Les cinq termes marqués par un astérisque qu'on voit dans cette valeur de R^V ne se trouvent pas dans les développemens qui occupent les pages 357 et 358 du I.er volume. Mais il est fort aisé de les déduire des développemens analogues posés dans les pages 343-347 du même volume. En effet, si l'on multiplie par

$$u_1 = 1 + 2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$$

la valeur de $\frac{3}{8}b^2 q \cdot \frac{(\alpha' u')^4 \cos(v - v')}{u_1^5}$ on y trouve les termes

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32} - \frac{15}{32} = \frac{15}{16}\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{64} - \frac{3}{64} = \frac{3}{16}\right),$$

lesquels doivent être multipliés par 3 pour faire partie de la fonction R^V.

Et pour avoir les trois termes

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(-\frac{3}{4}\gamma^2\right)$$

$$\cos Ev - 2gv \qquad \gamma^2 b^2\left(\ \frac{3}{8}\ \right)$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{3}{8}\ \right),$$

il suffit de multiplier par $u_1 = 1$ le développement de la fonction

$$-\frac{3}{2}b^2 q \cdot ss \cdot \frac{(\alpha' u')^4 \cos(v - v')}{u_1^5}$$

donné dans les pages 346 et 347 du premier volume.

169. Cherchons maintenant les termes donnés par les différentes parties qui composent la fonction $\delta R'$.

Produits partiels de $-6q\,\dfrac{(\alpha' u')^3 \,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')}{u_1^4}\cdot\dfrac{\delta u}{u_1}$

Multiplacateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev \quad (-3)$	${}^{\sin}_{\cos}\; Ev$	$b^2\left(\frac{45}{16}m+\frac{243}{16}m^2\right)$
	$3Ev$	$b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
	$3Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{135}{32}m\right)$
	$Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{32}m-\frac{135}{32}m^2\right)$
	$Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}m+\frac{63}{2}m^2\right)$
	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}m-\frac{105}{8}m^2\right)$
	$Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}-\frac{135}{16}m\right)$
	$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{585}{32}m\right)$
	$-(Ev)$	$b^2\left(-\frac{75}{64}m^2\right)$
	$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(\frac{1035}{128}m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{64}m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{2145}{128}m^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)$	$Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{315}{64}m\right)$
	$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{525}{128}m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{7245}{256}m^2\right)$
	$Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{105}{8}\right)$
	$Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{105}{16}\right)$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}{}^{\sin}_{\cos}\;Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{32}m-\frac{243}{32}m^2\right)\\ Ev & b^2 & \left(\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)\\ Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{135}{64}m\right)\\ Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{64}m+\frac{135}{64}m^2\right)\\ Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{15}{16}\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\quad e(6)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{8}m\right)\\ -(Ev-cv) & eb^2 & \left(\frac{75}{32}m^2\right)\\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{225}{32}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e(6+6m)\ldots\left\{\begin{array}{lll}Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{8}m-\frac{243}{8}m^2-\frac{45}{8}m^2\right)\\ Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{8}m-63m^2+\frac{45}{8}m^2\right)\\ Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{2}-\frac{135}{4}m+\frac{15}{2}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv\quad e\varepsilon'(-3)\ldots\left\{\begin{array}{lll}Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{16}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)\left\{\begin{array}{lll}Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{16}m+\frac{243}{16}m^2+\frac{45}{32}m^2\right)\\ Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv\quad e\varepsilon'(21)\ldots\left\{\begin{array}{lll}-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{525}{64}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv\quad e\varepsilon'(21)\ldots\left\{\begin{array}{lll}Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{315}{16}m\right)\\ Ev-2c'mv-cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(\frac{105}{4}\right).\end{array}\right.$$

La réunion de ces termes donne ;

$$(a) \ldots\ldots -6q.\frac{(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')}{u_1^4}.\frac{\delta u}{u_1} =$$

$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$ Ev	$b^2\left\{\frac{45}{16}m+\frac{243}{16}m^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right\}$
$-Ev$	$b^2\left(-\frac{75}{64}m^2\right)$
$Ev-cv$	$eb^2\left\{\begin{matrix}-\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{32}=\frac{225}{32}\right)m-\left(\frac{243}{8}+\frac{45}{8}+\frac{135}{32}=\frac{1287}{32}\right)m^2\\ -\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{16}=\frac{75}{16}\right)\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
$-(Ev-cv)$	$eb^2\left\{\frac{75}{32}+\frac{1035}{128}=\frac{1335}{128}\right\}m^2$
$Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{-\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{16}=\frac{135}{32}\right)m+\left(\frac{63}{2}-\frac{243}{32}=\frac{765}{32}\right)m^2\right\}$
$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{225}{64}-\frac{525}{128}=-\frac{75}{128}\right\}m^2$
$Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{105}{8}\right)$
$Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2b^2\left\{\frac{105}{16}+\frac{105}{4}=\frac{525}{16}\right\}$
$Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\begin{matrix}\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{8}=\frac{75}{8}\right)\\ -\left(\frac{315}{16}+\frac{315}{64}+\frac{135}{4}-\frac{15}{2}+\frac{135}{16}=\frac{3795}{64}\right)m\end{matrix}\right\}$
$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\frac{45}{16}-\frac{135}{64}+\frac{45}{8}-\frac{585}{32}=-\frac{765}{64}\right\}m$
$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\begin{matrix}\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{64}+\frac{45}{8}+\frac{45}{32}=\frac{675}{64}\right)m\\ +\left(\frac{243}{16}+\frac{45}{32}+\frac{135}{64}-63+\frac{45}{8}-\frac{105}{8}=-\frac{3315}{64}\right)m^2\end{matrix}\right\}$
$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'b^2\left\{\frac{525}{64}+\frac{7245}{256}-\frac{2145}{128}-\frac{225}{32}=\frac{3255}{256}\right\}m^2$
$3Ev$	$b^2\left(\frac{45}{16}m\right).$

170. Produits partiels de $-\frac{15}{8} q\, b^2 \cdot \frac{(\alpha' u')^4 \frac{\sin}{\cos}(v-v')}{u_1^5} \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit	
$2\frac{\sin}{\cos} Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}\right) \ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32} m^2\right)$
		$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{135}{128} m\right)$
		$Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{135}{128} m\right)$
		$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{128} m-\frac{17415}{128} m^2\right)$
		$Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16} m^2\right)$
		$-(Ev-cv)$	$e b^2\left(-\frac{225}{128} m-\frac{3855}{512} m^2\right)$
		$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{32} m^2\right)$
		$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{128} m-\frac{195}{1024} m^2\right)$
		$-(Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{525}{128} m\right)$
$2\frac{\sin}{\cos} Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$	$Ev+c'mv-2gv+cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}\right)$
		$-(Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{128} m\right)$
$2\frac{\sin}{\cos} Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$	$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16} m^2\right)$
		$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{675}{128} m-\frac{11565}{512} m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos} Ev+cv$	$e b^2\left(\frac{75}{32}\right) \ldots$	$-(Ev-cv)$	$e b^2\left(\frac{75}{32} m^2\right)$
		$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{64} m^2\right)$

$$2\,{\sin \atop \cos}\,Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{75}{32}\right)\ldots\left\{{\sin \atop \cos}\right. \quad Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}m^2\right)$$

$$2\,{\sin \atop \cos}\,Ev - c'mv + cv \; e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}\right)\Big\{ \quad -(Ev + c'mv - cv)\; e\varepsilon'b^2\left(\quad \frac{225}{32}m^2\right)$$

En réunissant ces termes on aura ;

$$(b) \ldots\ldots\ldots -\frac{15}{8}.q\,b^2\,\frac{(\alpha' u')^4\,{\sin \atop \cos}\,(v - v')}{u_1^{\,5}}.\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{ll}
{\sin \atop \cos}\,-Ev & b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right)\\[2mm]
\quad Ev + c'mv & \varepsilon'b^2\left(\quad \frac{45}{32}m^2\right)\\[2mm]
-(Ev + c'mv) & \varepsilon'b^2\left\{\quad \frac{15}{32} - \frac{45}{16} = -\frac{75}{32}\right\}m^2\\[2mm]
-(Ev - cv) & eb^2\left\{-\frac{225}{128}m - \left(\frac{75}{32} + \frac{3855}{512} = \frac{2655}{512}\right)m^2\right\}\\[2mm]
\quad Ev - 2gv + cv & e\gamma^2b^2\left(\quad \frac{105}{128} \quad\right)\\[2mm]
\quad Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\quad \frac{135}{128}m\right)\\[2mm]
\quad Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'b^2\left(\quad \frac{135}{128}m\right)\\[2mm]
\quad Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{135}{128}m - \left(\frac{225}{64} + \frac{17415}{1024} = \frac{21015}{1024}\right)m^2\right\}\\[2mm]
-(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{225}{128} - \frac{675}{128} = -\frac{225}{64}\right)m\\ +\left(\frac{225}{32} - \frac{11565}{512} - \frac{75}{64} - \frac{195}{1024} = -\frac{17325}{1024}\right)m^2\end{array}\right\}\\[2mm]
-(Ev - c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{225}{128} - \frac{525}{128} = -\frac{375}{64}\right\}m\\[2mm]
\quad Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\quad \frac{105}{128} \quad\right).
\end{array}$$

171. Produits partiels de $-\frac{75}{8}.q\,b^2\frac{(\alpha' u')^4 \frac{\sin}{\cos}(3v-3v')}{u_1^5}.\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit
$2\frac{\sin}{\cos}3Ev \quad b^2\left(-\frac{75}{16}\right)$	$\frac{\sin}{\cos}Ev$	$b^2\left(-\frac{75}{16}m^2\right)$
	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{675}{128}m^2\right)$
	$Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{525}{32}m^2\right)$
	$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{2625}{128}m\right)$
	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{4725}{256}m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}3Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(\frac{75}{16}\right)$	$Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{16}m^2\right)$
	$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{1125}{128}m\right)$
	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{675}{128}m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}3Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{375}{32}\right)$	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{375}{32}m^2\right)$
	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{2625}{64}m^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}3Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{375}{32}\right)$	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{375}{32}m^2\right)$

En réunissant ces termes on aura

$$(c) \ldots\ldots -\frac{75}{8}.q\,b^2\frac{(\alpha' u')^4 \frac{\sin}{\cos}(3v-3v')}{u_1^5}.\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{ll}
\frac{\sin}{\cos}Ev & b^2\left(-\frac{75}{16}m^2\right) \\
Ev-cv & eb^2\left\{\frac{375}{32}+\frac{675}{128}=\frac{2175}{128}\right\}m^2 \\
Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left\{\frac{75}{16}-\frac{525}{32}=-\frac{375}{32}\right\}m^2
\end{array}$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{-\frac{2625}{128}+\frac{1125}{128}=-\frac{375}{32}\right\} m$$

$$Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{\frac{4725}{256}-\frac{675}{128}-\frac{2625}{64}-\frac{375}{32}=\frac{10875}{256}\right\} m^2.$$

172. En faisant le carré de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ posée dans les pages 315-320 on y trouve ces termes :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev$	$(m^2)\ldots$	$\cos 3Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right)$
		$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
		$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right)$
		$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{15}{8}m+\frac{257}{32}m^2\right)$	$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{225}{128}m^2\right)$
		$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{32}m+\frac{1285}{128}m^2-\frac{675}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots$	$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$;

lesquels étant réunis avec le terme $\cos Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$ déjà calculé antérieurement (Voyez p. 92), on obtient

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$\cos 3Ev - cv$	eb^2	$\left(-\frac{225}{128} m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{5}{4} m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{ \frac{75}{32} m + \left(\frac{15}{8} + \frac{1285}{128} - \frac{675}{64} + \frac{225}{128} = \frac{25}{8}\right) m^2 \right\}$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{5}{4} m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{75}{32} m\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{ \frac{15}{8} - \frac{45}{32} - \frac{135}{128} = -\frac{75}{128} \right\} m^2.$

Avant d'aller plus loin il est nécessaire de faire la remarque suivante. En rapprochant le coefficient de l'argument $3Ev + c'mv - cv$ qui entre dans cette valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, et les coefficiens du même argument qui font partie des deux fonctions $-m^2 \int R_1\, dv$, $\frac{\delta u}{u_1}$ (Voyez p. 290 et 319), on voit que ces derniers sont d'un ordre plus élevé d'une unité. Il suit de-là, que le carré $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ introduit dans la perturbation en longitude, δnt, l'argument $3Ev + c'mv - cv$ avec un coefficient du *cinquième* ordre. Le premier terme de ce coefficient de δnt est maintenant très facile à calculer. Car, pour cet objet, il suffit de prendre (Voyez vol. I.er p. 264)

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left(\frac{225}{32} m\right);$$

d'où on tire

$$\delta nt = \sin 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left(\frac{225}{64} m\right).$$

Bientôt on verra la cause qui nécessite le calcul préalable de ce terme. Mais il faut chercher auparavant les

Produits partiels de $15\, q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} (2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev \quad \left(\frac{15}{2}\right) \ldots\ldots$	$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$ $Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{75}{8} m^2\right)$
	$Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{1125}{64} m\right)$
	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{1125}{256} m^2\right)$
	$-(Ev-cv)$	eb^2	$\left(-\frac{3375}{256} m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{75}{8} m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{1125}{64} m+\frac{375}{16} m^2\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev-cv \quad e(-15)\ldots$	$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{75}{4} m^2\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{23625}{512} m^2\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev+cv \quad e(-15)\ldots$	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{75}{4} m^2\right)$;

partant on a

$$(d) \ldots\ldots 15.q\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} (2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} -(Ev-cv) & eb^2 & \left(-\frac{3375}{256} m^2\right) \\
Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{75}{8} m^2\right) \\
-(Ev+c'mv) & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{75}{8} m^2\right) \\
Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{1125}{64} m\right) \\
Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{-\frac{1125}{256}-\frac{75}{4}=-\frac{5925}{256}\right\} m^2 \\
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon' b^2 & \left\{\frac{1125}{64} m+\left(\frac{375}{16}-\frac{23625}{512}-\frac{75}{4}=-\frac{21225}{512}\right) m^2\right\}
\end{array}$$

173. Le calcul des termes dépendans de la fonction δnt s'exécute ainsi qu'il suit. D'abord on fera

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{\sin}_{\cos}(2v \mp 2v')\right] = -2m\delta nt \begin{cases} {}^{\cos}_{\sin} - 2Ev & (1) \\ -(2Ev + c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{1}{4}\right) \end{cases}$$

et on trouvera (en ajoutant les quatre termes de δnt obtenus dans les pages 321 et 461 à ceux posés dans la page 107), que le produit de ces deux fonctions donne ces termes ;

Multiplicateur	Produit		
$-2\,{}^{\cos}_{\sin} - 2Ev \quad (m) \ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	Ev	$b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
		$Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$
		$Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2}m\right)$
		$Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$
		$Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}m\right)$
		$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)$
		$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{64}m^2\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin} - (2Ev + c'mv)\ \varepsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)\ldots$		$Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right)$
		$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{128}m^3\right)$;

de sorte que nous avons

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev & b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right) \\
 & Ev-cv & eb^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right) \\
 & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}m\right) \\
 & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{8}-\frac{15}{32}=-\frac{75}{32}\right\}m^2 \\
 & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{45}{32}+\frac{45}{128}=\frac{225}{128}\right\}m^2 \\
 & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{64}m^2\right).
\end{array}$$

Le produit de cette fonction par

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_1^4}-\frac{3}{2}=\ 2\cos cv\ \ e(-3)$$

donne ces trois termes,

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}Ev-cv\ \ eb^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right)+\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}m^2\right)$$
$$+\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}Ev-c'mv-cv\ \ e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{2}m\right);$$

lesquels étant ajoutés avec les précédens multipliés par $\frac{3}{2}$, il en résulte

$$(e)\ \ldots\ \frac{3}{2}\cdot q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4}=$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev & b^2\left(\frac{45}{16}m^2\right) \\
 & Ev-cv & eb^2\left\{-\frac{135}{64}-\frac{45}{8}=-\frac{495}{64}\right\}m^2 \\
 & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{4}m\right) \\
 & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}m^2\right) \\
 & Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{45}{16}+\frac{15}{2}=\frac{165}{16}\right\}m \\
 & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{675}{256}+\frac{225}{32}=\frac{2475}{256}\right\}m^2 \\
 & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{128}m^2\right).
\end{array}$$

Si l'on fait (Voyez vol. I, p. 334)

$$b^2.\delta\Big[(\alpha' u')^4 \tfrac{\sin}{\cos}(v-v')\Big] = -2m\delta nt \begin{Bmatrix} \tfrac{\cos}{\sin} - Ev & b^2\left(\tfrac{1}{2}\right) \\ -(Ev-c'mv) & \varepsilon' b^2\left(3\right) \end{Bmatrix}$$

on trouvera les termes suivans, à l'aide de la valeur de δnt obtenue dans le chapitre précédent (Voyez p. 105);

Multiplicateur		Produit	
$-2\tfrac{\cos}{\sin} - Ev$	$b^2\left(\tfrac{m}{2}\right)\ldots$	$\tfrac{\sin}{\cos}\ Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{3}{2}m^2\right)$
		$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{9}{8}m^2\right)$
		$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\tfrac{15}{8}m^2\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\tfrac{15}{8}m^2\right)$
$-2\tfrac{\cos}{\sin}-(Ev-c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(3m\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{45}{4}m^2\right)$;

partant

$$\begin{aligned} b^2.\delta\Big[(\alpha' u')^4 \tfrac{\sin}{\cos}(v-v')\Big] = \tfrac{\sin}{\cos} -(Ev-cv) \quad & eb^2\left(-\tfrac{15}{8}m^2\right) \\ Ev+c'mv \quad & \varepsilon' b^2\left(-\tfrac{3}{2}m^2\right) \\ Ev+c'mv-cv \quad & e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{9}{8}m^2\right) \\ -(Ev+c'mv-cv) \quad & e\varepsilon' b^2\left\{\tfrac{15}{8}-\tfrac{45}{4}=-\tfrac{75}{8}\right\}m^2. \end{aligned}$$

Le produit de cette fonction par $\frac{3}{8}\cdot\frac{q}{u_1^5}-\frac{3}{8} = 2\cos cv \quad e\left(-\frac{15}{16}\right)$ (Voyez vol. I. p. 310) donne le terme

$$\tfrac{\sin}{\cos} Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\tfrac{45}{32}m^2\right).$$

Donc on a

$$(f) \ldots \frac{3}{8} q . b^2 \frac{\delta\left[(\alpha' u')^4 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} (v - v')\right]}{u_1^5} =$$

$$\begin{array}{lll} \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} - (Ev - cv) & eb^2\left(-\frac{45}{64} m^2\right) \\ Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{9}{16} m^2\right) \\ Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{45}{32} - \frac{27}{64} = \frac{63}{64} \right\} m^2 \\ -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{225}{64} m^2\right). \end{array}$$

Il est nécessaire de considérer ici la fonction

$$-6 \frac{\delta u}{u_1} . \frac{q . \delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} (2v - 2v')\right]}{u_1^4},$$

qui entre dans l'expression de $\delta R'$ (Voyez vol. I. p 273). Pour cela, il faudra ajouter au second membre de l'équation précédente le terme $\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} cv \;\; e\left(-\frac{45}{8} m^2\right)$, déjà calculé dans le chapitre précédent (Voyez p. 56). Après cette addition, le produit des deux fonctions,

$$-6 \frac{\delta u}{u_1} = 2 \cos 2Ev - cv \;\; e\left(-\frac{45}{8} m\right) + 2 \cos Ev + c'mv \;\; \varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{4}\right);$$

$$\frac{q . \delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} (2v - 2v')\right]}{u_1^4} = \begin{array}{lll} \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} & cv & e\left(-\frac{15}{4} m^2\right) \\ & Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{2} m\right); \end{array}$$

donnera

$$(g) \ldots -6 \frac{\delta u}{u_1} . \frac{q . \delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} (2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} - (Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{225}{16} + \frac{225}{16} = \frac{225}{8} \right\} m^2.$$

174. En faisant la somme des termes compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), prises chacune avec le signe *sinus*, on obtiendra la valeur suivante de $\delta R'$:

$$\delta R' =$$

$$\sin Ev \qquad b^2\left\{\frac{45}{16}m+\left(\frac{243}{16}+\frac{75}{64}+\frac{15}{16}-\frac{75}{16}+\frac{45}{16}=\frac{987}{64}\right)m^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right\}$$

$$\sin Ev-cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{225}{8}-\frac{225}{32}=-\frac{675}{128}\right)m-\frac{75}{16}\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{2175}{128}-\frac{1287}{32}-\frac{1335}{128}+\frac{2655}{512}+\frac{3375}{256}-\frac{495}{64}+\frac{45}{64}=-\frac{11427}{512}\right)m^2\end{array}\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{135}{32}m+\left[\begin{array}{l}\frac{765}{32}+\frac{75}{128}+\frac{45}{32}+\frac{75}{32}-\frac{375}{32}\\ +\frac{75}{8}-\frac{75}{8}-\frac{225}{64}-\frac{9}{16}=\frac{1593}{128}\end{array}\right]m^2\right\}$$

$$\sin Ev-2c'mv \qquad \varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{105}{8}\right)$$

$$\sin Ev-2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{525}{16}\right)$$

$$\sin Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{1125}{64}-\frac{765}{64}+\frac{135}{128}-\frac{375}{32}=-\frac{645}{128}\right\}m \ (^*)$$

$$\sin Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{75}{8}+\left(\frac{135}{128}-\frac{3795}{64}+\frac{375}{64}+\frac{165}{16}=-\frac{5385}{128}\right)m\right\}$$

$$\sin Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{675}{64}-\frac{135}{128}+\frac{225}{64}-\frac{1125}{64}=-\frac{585}{128}\right)m\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{17325}{1024}-\frac{3315}{64}-\frac{3255}{256}-\frac{21015}{1024}+\frac{10875}{256}-\frac{5925}{256}\\ +\frac{21225}{512}+\frac{2475}{256}-\frac{675}{128}-\frac{225}{8}+\frac{63}{64}+\frac{225}{64}=-\frac{3399}{128}\end{array}\right\}m^2\end{array}\right\}$$

$$\sin Ev-2gv+cv \qquad e\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}\right)$$

$$\sin Ev+c'mv+cv-2gv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}\right)$$

$$\sin 3Ev \qquad b^2\left(\frac{45}{16}m\right).$$

En réunissant cette valeur de $\delta R'$ avec celle de R' posée dans le n.° 168 on aura ;

(*) On a tenu compte de ce terme par anticipation, afin de l'avoir préparé lorsqu'il sera question de calculer le second terme du coefficient de l'argument $Ev+c'mv+cv-2gv$.

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$\sin Ev$	$b^2\left\{\frac{3}{8}+\frac{45}{16}m+\frac{987}{64}m^2+\frac{21}{16}e^2-\frac{27}{32}\gamma^2+\left(\frac{3}{4}+\frac{15}{8}=\frac{21}{8}\right)\varepsilon'^2\right\}$
$\sin Ev - cv$	$eb^2\left\{-\frac{15}{16}-\left(\frac{3}{8}+\frac{675}{128}=\frac{723}{128}\right)m-\frac{11427}{512}m^2-\frac{75}{64}e^2+\frac{75}{32}\gamma^2-\left(\frac{15}{8}+\frac{75}{16}=\frac{105}{16}\right)\varepsilon'^2\right\}$
$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8}-\frac{135}{32}m+\frac{1593}{128}m^2+\frac{21}{16}e^2-\frac{27}{32}\gamma^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^2\right)$
$\sin Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{33}{64}\right)$
$\sin Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{159}{64}-\frac{105}{8}=-\frac{681}{64}\right)$
$\sin Ev - 2cv$	$e^2 b^2\left(\frac{45}{32}\right)$
$\sin Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2\left(\frac{39}{64}\right)$
$\sin Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}-\frac{105}{64}=-\frac{105}{128}\right)$
$\sin Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{75}{8}-\frac{45}{16}=\frac{105}{16}\right)-\left(\frac{9}{4}+\frac{5385}{128}=\frac{5673}{128}\right)m\right\}$
$\sin Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left\{-\frac{15}{16}-\frac{585}{128}m-\frac{3399}{128}m^2-\frac{75}{64}e^2+\frac{75}{32}\gamma^2-\frac{75}{32}\varepsilon'^2\right\}$
$\sin Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}-\frac{645}{128}m\right)$
$\sin Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{165}{128}\right)$
$\sin Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{525}{16}-\frac{795}{128}=\frac{3405}{128}\right)$
$\sin Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}\right)$
$\sin Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon' b^2\left(\frac{39}{64}\right)$
$\sin Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{105}{64}+\frac{105}{128}=-\frac{105}{128}\right)$

$+\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}+\frac{45}{16}m\right)$
$\sin 3Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{8}\right)$
$\sin 3Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{16}\right)$
$\sin 3Ev - 2cv$	$e^2b^2\left(\frac{225}{32}\right)$
$\sin 3Ev - 2gv$	$\gamma^2b^2\left(\frac{75}{64}\right)$
$\sin 3Ev - 3cv$	$e^3b^2\left(-\frac{525}{64}\right)$
$\sin 3Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2b^2\left(-\frac{225}{64}\right)$.

175. Pour tirer de là la valeur de l'intégrale $-\int R_1 dv$, il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant qu'on obtient, en développant l'unité divisée par le coefficient de v. Voici ces facteurs, à l'exception de ceux tout-à-fait évidens comme étant composés du seul premier terme.

Argument	Facteur pour l'intégration
Ev	$1+m+m^2$
$Ev-cv$	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2\right)$
$Ev-c'mv-cv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{8}m\right)$
$Ev+c'mv-cv$ . . .	$\frac{4}{3m^2}\left(1-\frac{75}{8}m+\frac{2911}{64}m^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2+\frac{1}{2}e^2+2\gamma^2\right)$
$3Ev$	$\frac{1}{3}\left(1+m\right)$

Pour avoir le facteur relatif à l'argument $Ev+c'mv-cv$, il faudra employer la valeur de c trouvée dans le n.° 43 (Voyez p. 74), laquelle donne (en faisant $c'=1$)

$$E+c'm-c=\frac{3}{4}m^2\left(1+\frac{75}{8}m+\frac{1357}{32}m^2+\frac{3}{2}\varepsilon'^2-\frac{1}{2}e^2-2\gamma^2\right);$$

et par conséquent

$$\frac{1}{E+c'm-c}=\frac{4}{3m^2}\left\{1-\frac{75}{8}m+\left(\frac{5625}{64}-\frac{1357}{32}=\frac{2911}{64}\right)m^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2+\frac{1}{2}e^2+2\gamma^2\right\}.$$

Cela posé, on aura

$$(4)\ \ldots\ldots\ -\int R_1\,dv=$$

$\cos Ev$	b^2	$\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8}+\left(\frac{45}{16}+\frac{3}{8}=\frac{51}{16}\right)m+\left(\frac{987}{64}+\frac{45}{16}+\frac{3}{8}=\frac{1191}{64}\right)m^2\\ +\frac{21}{16}e^2-\frac{27}{32}\gamma^2+\frac{21}{8}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos Ev-cv$	eb^2	$\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{16}m^{-1}+\left(\frac{723}{128}+\frac{45}{64}=\frac{813}{128}\right)m^0\\ +\left(\frac{11427}{512}+\frac{2169}{512}+\frac{3645}{512}=\frac{17241}{512}\right)m\\ +\frac{105}{16}\varepsilon'^2.m^{-1}+\frac{75}{64}e^2.m^{-1}-\frac{75}{32}\gamma^2.m^{-1}\end{array}\right\}$
$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2$	$\left(\frac{3}{8}-\frac{135}{32}m+\frac{1593}{128}m^2+\frac{21}{16}e^2-\frac{27}{32}\gamma^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^2\right)$
$\cos Ev+2c'mv$	ε'^2b^2	$\left(\frac{33}{64}\right)$
$\cos Ev-2c'mv$	ε'^2b^2	$\left(-\frac{681}{64}\right)$
$\cos Ev-2cv$	e^2b^2	$\left(-\frac{45}{32}\right)$
$\cos Ev-2gv$	γ^2b^2	$\left(-\frac{39}{64}\right)$
$\cos Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2b^2$	$\left(\frac{105}{128}.m^{-1}\right)$
$\cos Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2$	$\left(-\frac{105}{32}.m^{-1}+\frac{2679}{128}.m^0\right)$
$\cos Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2$	$\left(-\frac{15}{32}-\frac{645}{256}m\right)$

$$+\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{5}{4}m^{-2}+\left(\frac{375}{32}-\frac{195}{32}=\frac{45}{8}\right)m^{-1}\\ +\left(\frac{14625}{256}-\frac{1133}{32}-\frac{14555}{256}=-\frac{4497}{128}\right)m^{0}\\ -\left(\frac{25}{16}+\frac{5}{8}=\frac{35}{16}\right)e^2.m^{-2}+\left(\frac{25}{8}-\frac{5}{2}=\frac{5}{8}\right)\gamma^2.m^{-2}\\ +\left(\frac{15}{8}-\frac{25}{8}=-\frac{5}{4}\right)\varepsilon'^2.m^{-2}\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{165}{128}\,.\,m^{-1}\right)$$

$$\cos Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1135}{128}\,.\,m^{-1}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-2gv \quad \gamma^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{39}{64}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv+cv-2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{35}{96}.m^{-2}\right)$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\frac{5}{8}+\left(\frac{15}{16}+\frac{5}{8}=\frac{25}{16}\right)m\right\}$$

$$\cos 3Ev-c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(\frac{25}{8}\right)$$

$$\cos 3Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{64}\right)$$

$$\cos 3Ev-2cv \quad e^2b^2\left(\frac{225}{32}\right)$$

$$\cos 3Ev-2gv \quad \gamma^2b^2\left(\frac{75}{64}\right)$$

$$\cos 3Ev-3cv \quad e^3b^2\left(\frac{175}{64}.m^{-1}\right)$$

$$\cos 3Ev-2gv-cv \quad e\gamma^2b^2\left(\frac{75}{64}.m^{-1}\right).$$

176. En faisant, comme dans la page 62,

$$-2q\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2\right)=-2-2e^2-\frac{1}{2}\gamma^2,$$

on aura

$$(5) \ldots\ldots -\left(2e^2+\tfrac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1\,dv =$$

$\cos Ev$	$b^2\left(\tfrac{3}{4}e^2+\tfrac{3}{16}\gamma^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\tfrac{15}{8}e^2.m^{-1}+\tfrac{15}{32}\gamma^2.m^{-1}\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\tfrac{3}{4}e^2+\tfrac{3}{16}\gamma^2\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{5}{2}.e^2.m^{-2}-\tfrac{5}{8}\gamma^2.m^{-2}\right).$

Et en prenant $Q' = -\tfrac{3}{2}m^2$; $\int R_1\,dv = \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\tfrac{5}{4}.m^{-2}\right)$

on aura les deux termes

$$(6)\ldots \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv \int R_1\,dv = \begin{array}{ll} \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\tfrac{15}{8}e^2\right) \\ \cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\tfrac{15}{8}\right). \end{array}$$

En multipliant $-\int R_1\,dv$ par $2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{3}{4}\right)$ on aura

$$(7)\ldots -2q.\gamma^2.\tfrac{3}{4}\cos 2gv.\int R_1\,dv = \begin{array}{ll} \cos Ev - 2gv & \gamma^2 b^2\left(\tfrac{9}{32}\right) \\ \cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\tfrac{9}{32}\right) \\ \cos 3Ev - 2gv & \gamma^2\left(\tfrac{15}{32}\right). \end{array}$$

177. Nous allons calculer la valeur de δR^V par un procédé semblable à celui qui a été employé dans le n.° 37 (Voyez p. 56). En rapprochant les expressions de $\delta R'$ et δR^V posées dans les pages 273 et 274 du I.er volume on voit, que pour avoir la valeur de $\frac{\delta R^V}{u_1}$ il suffit ici de sommer les termes compris dans la fonction,

$$\tfrac{3}{4}.(a)+\tfrac{12}{5}.(b)+\tfrac{4}{5}.(c)+\tfrac{3}{5}.(d)+(e)+\tfrac{3}{4}.(g)+3.(f),$$

prise avec le signe *cosinus*. De sorte que, on a

$$\frac{\delta R^V}{u_1}=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^2\left\{\frac{135}{64}m+\left(\frac{729}{64}-\frac{225}{256}-\frac{9}{4}-\frac{15}{4}+\frac{45}{16}=\frac{1875}{256}\right)m^2+\frac{45}{32}\varepsilon'^2\right\} \\
\cos Ev-cv & eb^2\left\{-\frac{675}{128}-\frac{135}{32}=-\frac{1215}{128}\right\}m \\
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)(^*) \\
\cos Ev-2c'mv & \varepsilon'^2b^2\left(-\frac{315}{32}\right). \\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left\{-\frac{405}{128}m+\left\{\begin{array}{l}\frac{2295}{128}-\frac{225}{512}+\frac{27}{8}-\frac{45}{8}-\frac{75}{8}\\+\frac{45}{8}+\frac{45}{8}-\frac{225}{64}-\frac{27}{16}=\frac{6099}{512}\end{array}\right\}m^2\right\} \\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}\right) \\
\cos 3Ev & b^2\left(\frac{135}{64}m\right).
\end{array}$$

En multipliant cette fonction par $u_1-1=2\cos cv\ \ e\left(\frac{1}{2}\right)$ on aura les deux termes

$$\cos Ev-cv\ \ eb^2\left(\frac{135}{128}m\right)+\cos Ev-c'mv-cv\ \ e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}\right),$$

lesquels étant ajoutés à la valeur précédente de $\frac{\delta R^V}{u_1}$, il en résulte

(*) Ce terme avait été déjà calculé dans le n.° 37 (Voyez p. 57).

$$(8) \; \ldots\ldots \; \delta R^{r} =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^{2}\left(\frac{135}{64}m+\frac{1875}{256}m^{2}+\frac{45}{32}\varepsilon'^{2}\right)\\[2mm]
\cos Ev-cv & eb^{2}\left\{\frac{135}{128}-\frac{1215}{128}=-\frac{135}{16}\right\}m\\[2mm]
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^{2}\left(-\frac{405}{128}m+\frac{6099}{512}m^{2}\right)\\[2mm]
\cos Ev-2c'mv & \varepsilon'^{2}b^{2}\left(-\frac{315}{32}\right)\\[2mm]
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^{2}\left(\frac{225}{32}-\frac{45}{32}=\frac{45}{8}\right)\\[2mm]
\cos 3Ev & b^{2}\left(\frac{135}{64}m\right).
\end{array}$$

178. En ajoutant à la valeur de R_{1} trouvée dans le numéro 174 les trois termes

$$\sin Ev+cv \;\; e\left(-\frac{15}{16}\right)+\sin Ev-c'mv \;\; \varepsilon'b^{2}\left(-\frac{21}{8}\right)+\sin 3Ev-cv \;\; eb^{2}\left(-\frac{75}{16}\right)$$

(pris dans les pages 60, 288, 289), et faisant ensuite le produit de R_{1} par $-\frac{du_{1}}{dv}=2\sin cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin 2gv \;\; \gamma^{2}\left(-\frac{1}{4}\right)$, on aura ;

$$(9) \; \ldots\ldots \; -\frac{du_{1}}{dv}.R_{1}=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^{2}\left(\frac{15}{32}e^{2}\right)\\[2mm]
\cos Ev & b^{2}\left(-\frac{15}{32}e^{2}\right)\\[2mm]
\cos Ev-cv & eb^{2}\left(\frac{3}{16}+\frac{45}{32}m\right)\\[2mm]
\cos Ev-2cv & e^{2}b^{2}\left(-\frac{15}{32}\right)\\[2mm]
\cos Ev-2gv & \gamma^{2}b^{2}\left(-\frac{3}{32}\right)\\[2mm]
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^{2}\left(\frac{15}{32}e^{2}\right)\\[2mm]
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^{2}\left(-\frac{15}{32}e^{2}\right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
+\cos Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{3}{32}\right) \\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{21}{16}\right) \\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{3}{16}\right) \\
\cos Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{32}\right) \\
\cos 3Ev+cv & e b^2 & \left(-\frac{15}{16}\right) \\
\cos 3Ev-2cv & e^2 b^2 & \left(-\frac{75}{32}\right) \\
\cos 3Ev-2gv & \gamma^2 b^2 & \left(-\frac{15}{32}\right).
\end{array}
$$

179. En différentiant l'expression de δu obtenue dans les n.^{os} 44 et 143 on y trouve les termes suivans:

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$
\begin{array}{lll}
\sin 2Ev & & \left(2.m^2\right) \\
\sin 2Ev-cv & e & \left(\frac{15}{8}m\right) \\
\sin 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-m^2\right) \\
\sin 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(7.m^2\right) \\
\sin Ev & b^2 & \left\{-\frac{15}{16}m-\left(\frac{81}{16}-\frac{15}{16}=\frac{33}{8}\right)m^2\right\} \\
\sin Ev-c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\frac{15}{16}m-\left(\frac{21}{2}+\frac{15}{8}=\frac{99}{8}\right)m^2\right\} \\
\sin Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{5}{4}\right) \\
\sin 3Ev & b^2 & \left(\frac{75}{64}m^2\right) \\
\sin 3Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{225}{64}m^2\right):
\end{array}
$$

lesquels étant multipliés par les termes convenables qui entrent dans l'expression de R_1 (Voyez p. 60, 61, 289) on aura ces produits partiels

Produits partiels de $-R_1\dfrac{d.\delta u}{dv}$.

Multiplicateur			Produit
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{45}{64}m-\frac{99}{32}m^2\right)$
		$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{45}{64}m\right)$
		$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{225}{256}m^2\right)$
		$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{64}m-\frac{297}{32}m^2\right)$
		$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{675}{256}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{45}{32}m\right)$
		$\cos Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$2\sin 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{32}\varepsilon'^2\right)$
		$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{128}m+\frac{99}{64}m^2\right)$
$2\sin 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{1575}{512}m^2\right)$
		$\cos Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2b^2\left(\frac{105}{32}\right)$
$2\sin Ev$	$b^2\left(\frac{3}{16}\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{3}{8}m^2\right)$
		$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{45}{128}m\right)$
		$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{16}m^2\right)$
$2\sin Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{16}\right)$	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right)$
$2\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{16}\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
		$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{16}m^2\right)$
$2\sin 3Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)$	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(10) \quad \ldots\ldots \quad -R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^2 \left\{ -\frac{45}{64} m + \left(\frac{3}{8} - \frac{99}{32} + \frac{225}{256} + \frac{15}{8} = \frac{9}{256} \right) m^2 - \frac{15}{32} \varepsilon'^2 \right\} \\
\cos Ev - cv & eb^2 \left\{ \frac{45}{32} + \frac{45}{128} = \frac{225}{128} \right\} m \\
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{8} \right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{128} = \frac{135}{128} \right) m \\ + \left(\frac{99}{64} - \frac{297}{32} - \frac{675}{256} + \frac{1575}{512} - \frac{3}{16} - \frac{21}{8} - \frac{45}{8} + \frac{105}{16} = -\frac{4695}{512} \right) m^2 \end{array} \right\} \\
\cos 3Ev & b^2 \left(\frac{45}{64} m \right).
\end{array}$$

180. L'équation différentielle en δu trouvée dans les n.[os] 43 et 143 donne, en retenant seulement les termes dont nous avons besoin ici ;

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \delta u =$$

$$\begin{array}{llcll}
\cos c'mv & \varepsilon' \left(\frac{3}{2} m^2 \right) & + & \cos Ev & b^2 \left(\frac{15}{8} m^2 \right) \\
\cos 2Ev & \left(3\, m^2 \right) & & \cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{4} m^2 \right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' \left(-\frac{3}{2} m^2 \right) & & \cos 3Ev & b^2 \left(\frac{25}{8} m^2 \right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' \left(\frac{21}{2} m^2 \right) & & \cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{75}{8} m^2 \right).
\end{array}$$

En multipliant ces termes par ceux qui font partie de l'intégrale $\int R_1 dv$ (Voyez p. 61, 62, 290) on obtiendra les

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2 \cdot \delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1 dv$

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots$		$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$
			$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{75}{32}m^2\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{32}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{525}{64}m^2\right)$
$2\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$
$2\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{21}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{63}{8}m^2\right)$
$2\cos 3Ev$	$b^2\left(-\frac{5}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$
			$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{105}{16}m^2\right)$
$2\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots$		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8}m^2\right)$;

lesquels étant réunis donnent,

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad -2\left(\frac{d^2 \cdot \delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{-\frac{45}{32} - \frac{9}{8} - \frac{75}{32} - \frac{15}{8} = -\frac{27}{4}\right\} m^2$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\frac{45}{16} + \frac{225}{32} + \frac{45}{64} - \frac{525}{64} - \frac{9}{16} + \frac{9}{16} + \frac{63}{8} - \frac{105}{16} + \frac{45}{8} = \frac{297}{32}\right\} m^2.$$

181. Maintenant, pour former l'équation différentielle en δu, il suffit de sommer les termes compris dans la fonction

$$(1)+m^2\{(2)+(3)+2.(4)+(5)+(6)+(7)+(8)+(9)+(10)+(11)\};$$

ce qui donnera

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=\frac{15}{8}\right)m^2+\left(\frac{51}{8}+\frac{135}{64}-\frac{45}{64}=\frac{249}{32}\right)m^3\\+\left(\frac{1191}{32}+\frac{1875}{256}+\frac{9}{256}-\frac{27}{4}=\frac{2421}{64}\right)m^4\\+\left(\frac{3}{16}-\frac{3}{4}-\frac{27}{16}-\frac{39}{16}=-\frac{75}{16}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{9}{4}+\frac{21}{8}+\frac{3}{4}+\frac{15}{32}-\frac{15}{32}=\frac{45}{8}\right)m^2e^2\\+\left(\frac{9}{4}+\frac{21}{4}+\frac{45}{32}-\frac{15}{32}-\frac{45}{16}=\frac{45}{8}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m+\left(\frac{813}{64}-\frac{9}{4}+\frac{3}{16}=\frac{681}{64}\right)m^2+\frac{105}{8}m\varepsilon'^2\\+\left(\frac{17241}{256}-\frac{45}{16}-\frac{9}{8}-\frac{135}{16}+\frac{45}{32}+\frac{225}{128}=\frac{14883}{256}\right)m^3\\+\left(\frac{75}{32}+\frac{15}{8}=\frac{135}{32}\right)me^2+\left(\frac{15}{32}-\frac{75}{16}-\frac{45}{64}=-\frac{315}{64}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-2cv \quad e^2b^2\left\{\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{15}{32}=-\frac{15}{32}\right\}m^2$$

$$\cos Ev-2gv \quad \gamma^2b^2\left\{\frac{27}{8}+\frac{15}{16}-\frac{39}{32}-\frac{3}{32}+\frac{9}{32}=\frac{105}{32}\right\}m^2$$

$$\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=\frac{15}{8}\right)m^2+\left(\frac{135}{64}-\frac{135}{16}-\frac{405}{128}+\frac{135}{128}=-\frac{135}{16}\right)m^3\\+\left(\frac{819}{64}+\frac{1593}{64}+\frac{6099}{512}-\frac{4695}{512}+\frac{297}{32}=\frac{6363}{128}\right)m^4\\+\left(\frac{15}{4}+\frac{9}{4}+\frac{21}{8}+\frac{3}{4}+\frac{15}{32}-\frac{15}{32}-\frac{15}{8}=\frac{15}{2}\right)m^2e^2\\+\left(\frac{45}{16}-\frac{45}{16}+\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{16}-\frac{3}{4}-\frac{27}{16}+\frac{21}{16}=-\frac{15}{16}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev+2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left\{\frac{33}{32}-\frac{45}{16}+\frac{99}{64}=-\frac{15}{64}\right\}m^2$$

$$\cos Ev-2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left\{\frac{477}{64}+\frac{105}{32}-\frac{681}{32}-\frac{315}{32}=-\frac{1305}{64}\right\}m^2$$

$$+\cos Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2b^2\left\{\frac{105}{64}-\frac{135}{32}=-\frac{165}{64}\right\}m$$

$$\cos Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{105}{16}m+\left(\frac{2679}{64}-\frac{27}{4}+\frac{45}{8}-\frac{21}{16}-\frac{15}{8}=\frac{2403}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{5}{2}+\frac{45}{4}m+\left(\frac{15}{4}-\frac{4497}{64}-\frac{9}{4}+\frac{3}{16}=-\frac{4389}{64}\right)m^2\\+\left(\frac{5}{4}-\frac{5}{8}+\frac{15}{16}=\frac{25}{16}\right)\gamma^2-\left(\frac{5}{2}+\frac{35}{8}=\frac{55}{8}\right)e^2-\frac{5}{2}\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{165}{64}m\right)$$

$$\cos Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1135}{64}m\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-2cv \quad \varepsilon'e^2b^2\left\{\frac{45}{16}+\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{15}{8}-\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right\}m^2$$

$$\cos Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2\left\{-\frac{39}{32}+\frac{15}{16}-\frac{15}{16}-\frac{9}{4}+\frac{9}{32}-\frac{3}{32}=-\frac{105}{32}\right\}m^2$$

$$\cos Ev+c'mv+cv-2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{5}{4}+\frac{35}{48}=\frac{95}{48}\right)$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\left(\frac{15}{8}+\frac{5}{4}=\frac{25}{8}\right)m^2+\left(\frac{25}{8}+\frac{135}{64}+\frac{45}{64}=\frac{95}{16}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 3Ev-c'mv \quad \varepsilon'b^2\left\{\frac{75}{8}+\frac{25}{4}=\frac{125}{8}\right\}m^2$$

$$\cos 3Ev+cv \quad eb^2\left\{-\frac{15}{4}-\frac{75}{32}-\frac{15}{16}=-\frac{225}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 3Ev-2cv \quad e^2b^2\left\{\frac{75}{16}+\frac{225}{16}-\frac{75}{32}=\frac{525}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 3Ev-2gv \quad \gamma^2b^2\left\{\frac{15}{16}-\frac{15}{16}+\frac{75}{32}+\frac{15}{32}-\frac{15}{32}=\frac{75}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 3Ev-3cv \quad e^3b^2\left(\frac{175}{32}m\right)$$

$$\cos 3Ev-2gv-cv \quad e\gamma^2b^2\left\{-\frac{75}{64}+\frac{75}{32}=\frac{75}{64}\right\}m.$$

Voici les facteurs pour l'intégration de cette équation.

Argument	Facteur pour l'intégration
Ev	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{5}{4}m+\frac{25}{16}m^2\right)$
$Ev-cv$	$-1-\frac{5}{2}m^2$
$Ev-2cv$	$1:2m$
$Ev-2gv$	$1:2m$
$Ev+c'mv$	$2:3m^2$
$Ev+2c'mv$	$1:2m$
$Ev-2c'mv$	$-1:6m$
$Ev-2gv+cv$	-1
$Ev-c'mv-cv$	-1
$Ev+c'mv-cv$	$-1-\frac{3}{2}m^2$
$Ev+2c'mv-cv$	-1
$Ev-2c'mv-cv$	-1
$Ev+c'mv-2cv$	$-2:3m^2$
$Ev+c'mv-2gv$	$2:9m^2$
$Ev+c'mv+cv-2gv$ . . .	-1
$3Ev$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m\right)$
$3Ev-c'mv$	$\frac{1}{8}$
$3Ev+cv$	$\frac{1}{15}$
$3Ev-2cv$	$-1:6m$
$3Ev-2gv$	$-1:6m$
$3Ev-3cv$	-1
$3Ev-2gv-cv$	-1

L'expression de δu qui constitue l'objet de ce paragraphe est donc fournie par l'équation suivante ;

$$\delta u =$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}m-\left(\frac{249}{64}+\frac{75}{64}=\frac{81}{16}\right)m^2-\left(\frac{2421}{128}+\frac{1245}{256}+\frac{375}{256}=\frac{3231}{128}\right)m^3 \\ +\frac{75}{32}m\gamma^2-\frac{45}{16}me^2-\frac{45}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m-\frac{681}{64}m^2-\left(\frac{14883}{256}+\frac{75}{16}=\frac{16083}{256}\right)m^3 \\ -\frac{105}{8}m\varepsilon'^2-\frac{135}{32}me^2+\frac{315}{64}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\frac{5}{4}-\frac{45}{8}m+\frac{2121}{64}m^2+5e^2+\frac{5}{4}\varepsilon'^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right\}$$

$$\cos Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos Ev - 2gv \qquad \gamma^2b^2\left(\frac{105}{64}m\right)$$

$$\cos Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right)$$

$$\cos Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left(\frac{435}{128}m\right)$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{16}m-\frac{2403}{64}m^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{5}{2}-\frac{45}{4}m+\left(\frac{4389}{64}+\frac{15}{4}=\frac{4629}{64}\right)m^2 \\ -\frac{25}{16}\gamma^2+\frac{55}{8}e^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2b^2\left(\frac{165}{64}m\right)$$

$$\cos Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left(\frac{165}{64}m\right)$$

$$\cos Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left(\frac{1135}{64}m\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{16}\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{35}{48}\right)$$

$$+\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{95}{48}\right)$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2 \left\{ \frac{25}{64} m^2 + \left(\frac{95}{128} + \frac{225}{256} = \frac{415}{256}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 3Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left(\frac{125}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev + cv \qquad e b^2 \left(-\frac{15}{32} m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev - 2cv \qquad e^2 b^2 \left(-\frac{175}{64} m \right)$$

$$\cos 3Ev - 2gv \qquad \gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{64} m \right)$$

$$\cos 3Ev - 3cv \qquad e^3 b^2 \left(-\frac{175}{32} m \right)$$

$$\cos 3Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 b^2 \left(-\frac{75}{64} m \right).$$

182. En ajoutant à cette valeur de δu le terme

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{16} m - \frac{21}{2} m^2 \right)$$

qui appartient à la même fonction (Voyez p. 310), et faisant ensuite le produit par $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)$ on aura les produits partiels suivans:

Produits partiels de $\delta u \left(\frac{1}{u_1} - 1\right)$

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right)\ldots$	$\cos Ev$	$b^2 \left(\frac{15}{64} m\gamma^2 + \frac{15}{32} m e^2 \right)$
	$\cos Ev - cv$	$e b^2 \left(\frac{15}{32} m\gamma^2 + \frac{15}{16} m e^2 \right)$
	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{16}\gamma^2 - \frac{5}{8} e^2 \right)$
	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{8}\gamma^2 - \frac{5}{4} e^2 \right)$

$$
2\cos cv\; e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)\cdots
\left\{
\begin{array}{lll}
\cos Ev-cv & eb^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{15}{32}m+\frac{81}{32}m^2+\frac{3231}{256}m^3-\frac{75}{64}m\gamma^2\\ +\frac{45}{32}me^2+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{15}{64}m\gamma^2-\frac{15}{128}me^2\end{array}\right\}\\
\cos Ev & b^2 & \left(\frac{15}{16}me^2\right)\\
\cos Ev-2cv & e^2b^2 & \left(\frac{15}{16}m\right)\\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{5}{8}+\frac{45}{16}m-\frac{2121}{128}m^2-\frac{5}{2}e^2\\ -\frac{5}{8}\varepsilon'^2+\frac{5}{16}\gamma^2+\frac{5}{16}\gamma^2+\frac{5}{32}e^2\end{array}\right\}\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{15}{128}me^2\right)\\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{15}{32}m+\frac{21}{4}m^2\right)\\
\cos Ev-2gv+cv & e\gamma^2b^2 & \left(-\frac{105}{128}m\right)\\
\cos Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2b^2 & \left(\frac{15}{256}m\right)\\
\cos Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2b^2 & \left(-\frac{435}{256}m\right)\\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{5}{4}e^2\right)\\
\cos Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{5}{4}\right)\\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{5}{32}e^2\right)\\
\cos Ev+c'mv+cv-2gv & c\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{35}{96}\right)\\
\cos Ev-2c'mv+cv & e\varepsilon'^2b^2 & \left(-\frac{435}{256}m\right)\\
\cos 3Ev-2gv+cv & e\gamma^2b^2 & \left(\frac{25}{128}m\right)\\
\cos 3Ev-3cv & e^3b^2 & \left(\frac{175}{128}m\right)\\
\cos 3Ev-2gv-cv & e\gamma^2b^2 & \left(\frac{25}{128}m\right)\\
\cos 3Ev+cv & cb^2 & \left(-\frac{25}{128}m^2\right)
\end{array}
\right.
$$

$$2\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{1}{4}\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos Ev + 2cv & e^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right) \\ \cos Ev - 2cv & e^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right) \\ \cos Ev + c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{16}\right) \\ \cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{16}\right) \\ \cos Ev - c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{64}m\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos Ev + 2gv & \gamma^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right) \\ \cos Ev - 2gv & \gamma^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right) \\ \cos Ev + c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{5}{32}\right) \\ \cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{5}{32}\right) \\ \cos Ev - c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{15}{128}m\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots \begin{cases} \cos Ev - 2gv + cv & e\gamma^2b^2\left(\frac{15}{128}m\right) \\ \cos Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{5}{32}\right). \end{cases}$$

En réunissant ces termes avec ceux de l'expression précédente de δu il viendra

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{aligned} & -\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2 - \frac{3231}{128}m^3 + \left(\frac{75}{32}+\frac{15}{64}=\frac{165}{64}\right)m\gamma^2 - \frac{45}{16}m\varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{15}{32}+\frac{15}{16}-\frac{45}{16}=-\frac{45}{32}\right)me^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned} & \frac{5}{4} - \frac{45}{8}m + \frac{2121}{64}m^2 + \left(5-\frac{5}{8}-\frac{5}{4}=\frac{25}{8}\right)e^2 + \frac{5}{4}\varepsilon'^2 \\ & + \left(-\frac{5}{8}-\frac{5}{16}=-\frac{15}{16}\right)\gamma^2 \end{aligned}\right\}$$

$$+\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(-\frac{15}{8}+\frac{15}{32}=-\frac{45}{32}\right)m+\left(-\frac{681}{64}+\frac{81}{32}=-\frac{519}{64}\right)m^2 \\ &+\left(-\frac{16083}{256}+\frac{3231}{256}=-\frac{3213}{64}\right)m^3+\left(-\frac{105}{8}+\frac{45}{32}=-\frac{375}{32}\right)m\varepsilon'^2 \\ &+\left(-\frac{135}{32}+\frac{45}{32}-\frac{15}{128}+\frac{15}{128}+\frac{15}{16}=-\frac{15}{8}\right)me^2 \\ &+\left(\frac{15}{32}+\frac{315}{64}-\frac{75}{64}-\frac{15}{64}=\frac{255}{64}\right)m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left\{-\frac{15}{64}+\frac{15}{16}-\frac{15}{64}=\frac{15}{32}\right\}m$$

$$\cos Ev - 2gv \qquad \gamma^2b^2\left\{\frac{105}{64}-\frac{15}{128}=\frac{195}{128}\right\}m$$

$$\cos Ev + 2cv \qquad e^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos Ev + 2gv \qquad \gamma^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right)$$

$$\cos Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right)$$

$$\cos Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2b^2\left(\frac{435}{128}m\right)$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{105}{16}-\frac{15}{32}=\frac{195}{32}\right)m+\left(\frac{21}{4}-\frac{2403}{64}=-\frac{2067}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{5}{2}-\frac{5}{8}=\frac{15}{8}\right)+\left(-\frac{45}{4}+\frac{45}{16}=-\frac{135}{16}\right)m \\ &+\left(\frac{4629}{64}-\frac{2121}{128}=\frac{7137}{128}\right)m^2+\left(\frac{5}{2}-\frac{5}{8}=\frac{15}{8}\right)\varepsilon'^2 \\ &+\left(-\frac{25}{16}-\frac{5}{8}+\frac{5}{16}+\frac{5}{16}=-\frac{25}{16}\right)\gamma^2 \\ &+\left(\frac{55}{8}-\frac{5}{4}-\frac{5}{2}+\frac{5}{32}+\frac{5}{32}=\frac{55}{16}\right)e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2b^2\left\{\frac{165}{64}-\frac{105}{128}+\frac{15}{128}=\frac{15}{8}\right\}m$$

$$\cos Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left\{\frac{165}{64}+\frac{15}{256}=\frac{675}{256}\right\}m$$

$$\cos Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left\{\frac{1135}{64}-\frac{435}{256}=\frac{4105}{256}\right\}m$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'b^2\left\{-\frac{5}{16}-\frac{5}{4}+\frac{5}{16}=-\frac{5}{4}\right\}$$

$$+\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{35}{48} + \frac{5}{32} = -\frac{55}{96} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{5}{16} \right)$$

$$\cos Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{5}{32} \right)$$

$$\cos Ev - c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{64}\, m \right)$$

$$\cos Ev - c'mv + 2gv \quad \gamma^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{128}\, m \right)$$

$$\cos Ev - 2c'mv + cv \quad e\varepsilon'^2 b^2 \left(-\frac{435}{256}\, m \right)$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{95}{48} + \frac{35}{96} - \frac{5}{32} = -\frac{85}{48} \right\}$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left(\frac{25}{64} m^2 + \frac{415}{256} m^3 \right)$$

$$\cos 3Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left(\frac{125}{64}\, m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev + cv \quad e b^2 \left\{ -\frac{15}{32} - \frac{25}{128} = -\frac{85}{128} \right\} m^2$$

$$\cos 3Ev - 2cv \quad e^2 b^2 \left(-\frac{175}{64}\, m \right)$$

$$\cos 3Ev - 2gv \quad \gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{64}\, m \right)$$

$$\cos 3Ev - 3cv \quad e^3 b^2 \left\{ -\frac{175}{32} + \frac{175}{128} = -\frac{525}{128} \right\} m$$

$$\cos 3Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{75}{64} + \frac{25}{128} = -\frac{125}{128} \right\} m$$

$$\cos 3Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 b^2 \left(\frac{25}{128}\, m \right).$$

§ 10.

Formation du premier terme du coefficient des deux inégalités en longitude, ayant pour argument $Ev + c'mv - cv$, $Ev + c'mv + cv - 2gv$.

183. Pour obtenir l'expression spéciale de δnt dont il est ici question, il faudra imiter le procédé suivi dans les n.os 54-57. En multipliant par 2 l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui vient d'être trouvée dans le paragraphe précédent, on en tirera cette valeur partielle de $2\frac{\delta u}{u_1}$; savoir

$$
\begin{aligned}
2\frac{\delta u}{u_1} = {} & \cos Ev + c'mv && \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{5}{2} - \frac{45}{4} m + \frac{2121}{32} m^2 + \frac{25}{4} e^2 + \frac{5}{2} \varepsilon'^2 - \frac{15}{8} \gamma^2 \right\} \\
& \cos Ev + c'mv - cv && e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{15}{4} - \frac{135}{8} m + \frac{7137}{64} m^2 + \frac{55}{8} e^2 + \frac{15}{4} \varepsilon'^2 - \frac{25}{8} \gamma^2 \right\} \\
& \cos Ev + c'mv + cv && e\varepsilon' b^2 \left(- \frac{5}{4} \right) \\
& \cos Ev + c'mv - 2cv && e^2 \varepsilon' b^2 \left(- \frac{5}{2} \right) \\
& \cos Ev + c'mv - 2gv && \gamma^2 \varepsilon' b^2 \left(- \frac{55}{48} \right) \\
& \cos Ev + c'mv + cv - 2gv && e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(- \frac{85}{24} \right);
\end{aligned}
$$

où le terme affecté de l'argument $Ev + c'mv + cv$ est le double de celui qu'on voit dans la page 319. Et en faisant le carré de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ posée dans le § 7. (Voyez p. 315-320) on y trouvera ces termes :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)\ldots\Big\{\ \cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{35}{32}\right)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots\Big\{\ \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\Big\{\ \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\Big\{\ \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$;

partant on a ;

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{-\frac{135}{128}+\frac{225}{128}+\frac{225}{128}=\frac{315}{128}\right\}m^2$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{35}{32}\right).$$

En multipliant par m^2 l'expression de l'intégrale $-\int R_1 dv$ trouvée dans le n.° 175 (Voyez p. 470, 471) il suffira de retenir dans le produit ces trois termes ; savoir

$$-m^2.\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(\frac{3}{8}m^2\right).$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{-\frac{5}{4}+\frac{45}{8}m-\frac{4497}{128}m^2-\frac{35}{16}e^2-\frac{5}{4}\varepsilon'^2+\frac{5}{8}\gamma^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{35}{96}\right).$$

Cela posé, l'expression de la fonction désignée par Y qui convient à l'objet actuel sera celle-ci ;

$$Y = 2\,\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 - m^2.\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\frac{5}{2}-\frac{45}{4}m+\left(\frac{2121}{32}+\frac{3}{8}=\frac{2133}{32}\right)m^2+\frac{25}{4}e^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2-\frac{15}{8}\gamma^2\right\}$$

$$+\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{4}-\frac{5}{4}=\frac{5}{2}\right)-\left(\frac{135}{8}-\frac{45}{8}=\frac{45}{4}\right)m\\ +\left(\frac{7137}{64}-\frac{4497}{128}-\frac{945}{128}=69\right)m^2+\left(\frac{55}{8}-\frac{35}{16}=\frac{75}{16}\right)e^2\\ +\left(\frac{15}{4}-\frac{5}{4}=\frac{5}{2}\right)\varepsilon'^2-\left(\frac{25}{8}-\frac{5}{8}=\frac{5}{2}\right)\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-2gv \quad \gamma^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{55}{48}\right)$$

$$\cos Ev+c'mv+cv-2gv \quad \gamma^2 e\varepsilon'b^2\left\{\frac{105}{32}-\frac{85}{24}+\frac{35}{96}=\frac{5}{48}\right\}.$$

Maintenant, si l'on fait le produit de cette valeur de Y par les différens termes qui composent la fonction $-\frac{X}{\lambda}+1$ (Voyez tome I.er p. 313) on aura les termes suivans, en conservant seulement ceux affectés des deux argumens $Ev+c'mv-cv$, $Ev+c'mv+cv-2gv$:

Produits partiels de $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2\right)\ldots$	$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{5}{2}-\frac{45}{4}m+\frac{2133}{32}m^2+\frac{25}{4}e^2\\ +\frac{5}{2}\varepsilon'^2-\frac{15}{8}\gamma^2-\frac{5}{8}\gamma^2\end{array}\right\}$
		$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}e^2\right)$
		$\cos Ev+c'mv+cv-2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{55}{48}\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}e^2\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)\ldots$	$\cos Ev+c'mv+cv-2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{5}{16}\right)$
$2\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\cos Ev+c'mv+cv-2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{15}{16}\right)$.

En réunissant ces termes avec ceux de $-Y$, il viendra

$$\frac{d\,.\,\delta nt}{dv} = \left(-\frac{X}{\lambda} + 1\right)Y - Y =$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0\right) m^0 + \left(\frac{45}{4} - \frac{45}{4} = 0\right) m \\ + \left(\frac{2133}{32} - 69 = -\frac{75}{32}\right) m^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0\right) \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{25}{4} - \frac{75}{16} - \frac{5}{2} + \frac{15}{16} = 0\right) e^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{15}{8} - \frac{5}{8} = 0\right) \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{5}{16} + \frac{15}{16} - \frac{5}{48} - \frac{55}{48} = 0 \right\}.$$

Il suit de là: 1.° que l'inégalité ayant pour argument $Ev + c'mv + cv - 2gv$ a, nécessairement, un coefficient d'un ordre supérieur au quatrième: 2.° que le premier terme du coefficient de l'inégalité ayant pour argument $Ev + c'mv - cv$ est tel qu'on a

$$\delta nt = \sin Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \frac{\left(-\frac{75}{32} m^2\right)}{1 - c};$$

ou bien, en prenant $1 - c = \frac{3}{4} m^2$;

$$\delta nt = \sin Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{25}{8}\right).$$

L'engagement contracté dans la page 107 se trouve maintenant rempli complètement.

§ II.

Expression auxiliaire de δnt.

184. On ne peut entreprendre le développement ultérieur des coefficiens qui appartiennent aux argumens $2gv-2cv$, $Ev+c'mv-cv$, $Ev+c'mv+cv-2gv$, $2Ev+2c'mv-2cv$, $2Ev+2c'mv-2gv$, sans avoir préparés certains termes de δnt qui se rapportent à des argumens différens. Il est inutile de nommer préalablement chacun des argumens sur lesquels porte le choix qu'on a dû faire pour cet objet. Le calcul même que nous allons exposer peut seul en offrir une définition claire. La totalité des argumens qu'il faut ici considérer pourrait être réunie dans une seule expression de δnt; mais la variété d'espèce établit entre eux une distinction naturelle qu'il est utile de conserver dans la rédaction de cette opération purement auxiliaire.

PREMIÈRE SECTION.

Expression de δnt liée avec l'argument $(2gv-2cv)$.

185. D'après les résultats consignés dans la page 318 on a cette expression partielle de $2\frac{\delta u}{u_1}$; savoir

$$
\begin{aligned}
2\frac{\delta u}{u_1} = {} & \cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{15}{32}m+\frac{205}{128}m^2\right\}\\
& \cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{51}{32}m+\frac{507}{256}m^2\right\}\\
& \cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{64}m-\frac{2409}{512}m^2\right\}\\
& \cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\frac{9}{16}m-\frac{259}{128}m^2\right\}.
\end{aligned}
$$

Les termes semblables qui entrent dans $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ ont été calculés dans une autre circonstance, où on a trouvé (Voyez p. 129);

$$
\begin{array}{rll}
\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = & \cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{105}{64}\,m - \frac{1829}{512}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(\ \frac{31}{64}\,m^2\right).
\end{array}
$$

Et d'après l'expression de $-\int R_1 dv$ trouvée dans le § 8, on a (Voyez p. 377, 378);

$$
\begin{array}{rll}
-m^2.\int R_1 dv = & \cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(\ \frac{1}{4}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\ \frac{3}{4}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\,m^2\right)\\
& \cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\,m^2\right).
\end{array}
$$

Les termes correspondans qui se trouvent dans le produit $-2\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1 dv$ on les trouvera ainsi qu'il suit :

Multiplicateur Produit

$$
\begin{array}{lll}
2\cos 2Ev & \left(\ \frac{3}{4}\,m^2\right)\ldots & \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{21}{32}\,m^2\right)\\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{21}{32}\,m^2\right)\\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\,m^2\right)\\
\cos 2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\,m^2\right)
\end{array}\right.\\
2\cos 2Ev - cv & e\left(-3\,m^2\right)\ldots & \left\{\ \cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\ \frac{21}{8}\,m^2\right)\right.\\
2\cos 2Ev + cv & e\left(-\,m^2\right)\ldots & \left\{\ \cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\ \frac{7}{8}\,m^2\right);\right.
\end{array}
$$

de sorte que on a ;

$$
\begin{array}{llll}
-2\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot m^2\int R_1\,dv = & \cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{21}{32}m^2\right) \\
& \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{21}{32}m^2\right) \\
& \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}+\frac{21}{8}=\frac{9}{4}\right)m^2 \\
& \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}+\frac{7}{8}=\frac{1}{2}\right)m^2 .
\end{array}
$$

Cela posé, il est évident qu'on a

$$Y = 2\,\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 - m^2.\int R_1\,dv + 2\,\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1\,dv =$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left\{\ \frac{15}{32}m+\left(\frac{205}{128}+\frac{21}{8}+\frac{1}{4}+\frac{21}{32}=\frac{657}{128}\right)m^2\right\} \\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left\{-\frac{51}{32}m+\left(\frac{507}{256}+\frac{21}{8}+\frac{3}{4}+\frac{21}{32}=\frac{1539}{256}\right)m^2\right\} \\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\left(\frac{315}{64}-\frac{45}{64}=\frac{135}{32}\right)m+\left(\frac{5487}{512}-\frac{2409}{512}-\frac{15}{32}-\frac{9}{4}=\frac{843}{256}\right)m^2\right\} \\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\ \frac{9}{16}m-\left(\frac{259}{128}+\frac{93}{64}+\frac{15}{32}+\frac{1}{2}=\frac{569}{128}\right)m^2\right\}.
\end{array}
$$

Maintenant, à l'aide de cette valeur partielle de Y et de celle posée dans les pages 94-97 on obtiendra aisément les termes suivans:

Produits partiels de $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e(\ 1\ )\ldots\ldots$	$\left\{\begin{array}{lll} \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\ \frac{15}{32}m+\frac{657}{128}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{51}{32}m+\frac{1539}{256}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{29}{16}m^2\right) \\ \cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\ \frac{11}{16}m^2\right) \end{array}\right.$

$$2\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{87}{64}m^2\right) \\ \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{33}{64}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m-\frac{209}{64}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{13}{16}m^2\right) \\ \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m-\frac{43}{32}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{33}{32}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(\frac{33}{32}m^2\right) \\ \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}m+\frac{627}{128}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{39}{32}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{33}{32}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{33}{32}m^2\right); \end{array}\right.$$

lesquels étant réunis donnent,

$$\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y=$$

$$\cos 2Ev+2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{15}{16}m+\left(\frac{11}{16}+\frac{33}{32}-\frac{209}{64}=-\frac{99}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{33}{32}+\frac{13}{16}-\frac{29}{16}=\frac{1}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev+2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{32}-\frac{15}{16}+\frac{45}{32}=\frac{15}{16}\right)m \\ +\left(\frac{657}{128}-\frac{33}{64}-\frac{43}{32}+\frac{627}{128}-\frac{33}{32}=\frac{457}{64}\right)m^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{-\frac{51}{32}m+\left(\frac{1539}{256}+\frac{87}{64}-\frac{45}{64}-\frac{39}{32}-\frac{33}{32}=\frac{1131}{256}\right)m^2\right\}.$$

Il suit de là qu'on a ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = Y\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)-Y=$$

$$\cos 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{-\left(\frac{15}{16}+\frac{15}{32}=\frac{45}{32}\right)m-\left(\frac{657}{128}+\frac{99}{64}=\frac{855}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left\{\ \frac{51}{32}m+\left(\frac{1}{32}-\frac{1539}{256}=-\frac{1531}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{135}{132}-\frac{15}{16}=\frac{105}{32}\right)m+\left(\frac{457}{64}-\frac{843}{256}=\frac{985}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{51}{32}+\frac{9}{16}=\frac{69}{32}\right)m+\left(\frac{569}{128}+\frac{1131}{256}=\frac{2269}{256}\right)m^2\right\}.$$

Donc, en intégrant cette équation, et faisant

$$\frac{1}{2E+2g-c} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{3}m\right); \qquad \frac{1}{2E-2g+c} = 1+2m;$$

$$\frac{1}{2E+2g-2c} = \frac{1}{2}\left(1+m\right); \qquad \frac{1}{2E-2g+2c} = \frac{1}{2}\left(1+m\right),$$

il viendra ;

$$\delta nt =$$

$$\sin 2Ev+2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{15}{32}m-\left(\frac{285}{128}+\frac{5}{16}=\frac{325}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left\{\ \frac{51}{32}m-\left(\frac{1531}{256}-\frac{51}{16}=\frac{715}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev+2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{105}{64}m+\left(\frac{985}{512}-\frac{105}{64}=\frac{145}{512}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{69}{64}m+\left(\frac{2269}{512}-\frac{69}{64}=\frac{1717}{512}\right)m^2\right\}$$

DEUXIÈME SECTION.

Expression de δnt, liée avec les deux argumens
$2Ev+2c'mv-2cv$, $2Ev+2c'mv-2gv$.

186. L'expression de $2\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il faut employer ici se déduit aussi de celle posée dans les pages 315-320, laquelle fournit les termes suivans

$$
\begin{array}{lll}
2\frac{\delta u}{u_1} = & \cos c'mv & \varepsilon'\left(-3m^2\right) \\
& \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right) \\
& \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2\right) \\
& \cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m+\frac{4203}{128}m^2\right) \\
& \cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m-\frac{1065}{64}m^2\right) \\
& \cos 2gv-c'mv & \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m+\frac{87}{64}m^2\right) \\
& \cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m-\frac{3627}{256}m^2\right) \\
& \cos 2gv-2c'mv & \gamma^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m+\frac{315}{256}m^2\right) \\
& \cos 4Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m^2\right) \\
& \cos 4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{256}m^2\right);
\end{array}
$$

ainsi que ceux renfermés dans la valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$. Voici les produits partiels qui donnent ces derniers.

Multiplicateur			Produit	
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\{$	$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots$	$\{$	$\cos 4Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2\right)$
			$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{675}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots$	$\{$	$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{225}{128}m^2\right)$;

partant on a ;

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \begin{array}{ll} \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2\right) \\ \cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left\{-\frac{675}{256}+\frac{225}{128}=-\frac{225}{256}\right\}m^2. \end{array}$$

Ici il se présente une singularité analogue à celle que nous avons fait remarquer dans le § 9 (Voyez p. 461); c'est-à-dire, que le carré $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ introduit dans $\frac{d.\delta nt}{dv}$ les deux argumens $4Ev+c'mv-2cv$, $4Ev+2c'mv-2cv$, chacun avec un coefficient, dont l'ordre est inférieur d'une unité à celui qui entre dans le développement de la fonction $\frac{\delta u}{u_1}$.

Comme il suffit ici de faire $Y=2\frac{\delta u}{u_1}-3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, et que le produit $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$ renferme les termes suivans ; savoir

Multiplicateur			Produit	
			$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(1\right)\ldots\ldots$	$\{$	$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2\right)$
			$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m+\frac{4203}{128}m^2\right)$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{3}{4}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\tfrac{27}{8}m^2\right)\\ \cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon' & \left(\tfrac{9}{4}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{4}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\tfrac{3}{4}m^2\right)\\ \cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\tfrac{9}{8}m^2\right),\end{array}\right.$$

il en résulte qu'on a cette expression partielle de $\frac{d.\delta nt}{dv}$;

$$\frac{d.\delta nt}{dv}=Y\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)-Y=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon' & \left\{\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}=\frac{27}{8}\right)m+\left(\frac{1065}{64}+\frac{1161}{32}+\frac{9}{4}=\frac{3531}{64}\right)m^2\right\}\\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left\{-\frac{9}{8}m+\left(\frac{3}{4}-\frac{87}{64}=\frac{39}{64}\right)m^2\right\}\\
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{-\frac{27}{16}m-\left(\frac{4203}{128}+\frac{9}{2}=\frac{4779}{128}\right)m^2\right\}\\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{16}=\frac{81}{32}\right)m+\left(\frac{3627}{256}+\frac{243}{128}+\frac{4203}{128}=\frac{13383}{256}\right)m^2\right\}\\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{-\frac{27}{32}m+\left(\frac{9}{8}-\frac{315}{256}=-\frac{27}{256}\right)m^2\right\}\\
\cos 4Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{675}{64}m^2\right)\\
\cos 4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{256}m^2\right)\\
\cos 4Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{675}{256}m^2\right).
\end{array}$$

Cela posé, on aura la valeur cherchée de δnt en intégrant cette expression ; ce qui s'exécute, d'après notre méthode ordinaire, en multipliant chaque terme par le facteur résultant de la division de l'unité par le coefficient de v : voici ces facteurs :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv - c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$
$2gv - c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$
$cv - 2c'mv$	$1+2m$
$2cv - 2c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+m\right)$
$2gv - 2c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1+m\right)$
$4Ev + c'mv - 2gv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev + c'mv - 2cv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev + 2c'mv - 2gv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev + 2c'mv - 2cv$ . .	$\frac{1}{2}$;

partant on a

$$\delta nt =$$

$$\sin 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{27}{16}m + \left(\frac{3531}{128} + \frac{27}{32} = \frac{3639}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{16}m - \left(\frac{39}{128} + \frac{9}{32} = \frac{75}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{16}m - \left(\frac{4779}{128} + \frac{27}{8} = \frac{5211}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{81}{64}m + \left(\frac{13383}{512} + \frac{81}{64} = \frac{14031}{512}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{27}{64}m - \left(\frac{27}{512} + \frac{27}{64} = \frac{243}{512}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin 4Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{9}{128}m^2\right)$$

$$\sin 4Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(-\frac{675}{128}m^2\right)$$

$$\sin 4Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{512}m^2\right)$$

$$\sin 4Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{675}{512}m^2\right).$$

TROISIÈME SECTION.

Expression de δnt, liée avec les deux argumens
$Ev+c'mv-cv$, $Ev+c'mv+cv-2gv$.

187. Pour parvenir à l'expression de δnt dont il est ici question il faut d'abord former cette valeur partielle de $2\frac{\delta u}{u_1}$, à l'aide de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ posée dans les pages 315-320; savoir (Voyez p. 319)

$$
\begin{array}{lll}
2\frac{\delta u}{u_1}= & \cos Ev & b^2\left(-\frac{15}{8}m-\frac{81}{8}m^2\right) \\
 & \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{15}{16}m+\frac{45}{16}m^2\right) \\
 & \cos Ev-c'mv & \varepsilon' b^2\left(.\ \frac{15}{8}m-21.m^2\right) \\
 & \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}m+\frac{35}{4}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev & b^2\left(\frac{25}{32}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{32}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{345}{64}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{715}{64}m^2\right).
\end{array}
$$

D'après la valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ trouvée dans le § 9 on a (Voyez p. 461)

$$
\begin{array}{lll}
\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2= & \cos Ev-c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right) \\
 & \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{128}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{225}{128}m^2\right) \\
 & \cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m+\frac{25}{8}m^2\right).
\end{array}
$$

L'intégrale $-m^2.\int R_1 dv$ renferme les termes suivans (Voyez p. 62 et 290);

$$
\begin{array}{lll}
-m^2.\int R_1 dv = & \cos Ev & b^2\left(\frac{3}{8}m^2\right) \\
& \cos Ev + cv & eb^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right) \\
& \cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right) \\
& \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right) \\
& \cos 3Ev & b^2\left(\frac{5}{8}m^2\right) \\
& \cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right) \\
& \cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{75}{32}m^2\right) \\
& \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}m^2\right).
\end{array}
$$

Cette même fonction renferme aussi ces deux termes (Voyez p. 61 et 62);

$$-m^2.\int R_1 dv = \cos 2Ev\ \left(\frac{3}{4}m^2\right) + \cos Ev + c'mv - cv\ \ e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{4}\right);$$

donc en faisant le carré il viendra

$$
\begin{array}{lll}
m^4\left(\int R_1 dv\right)^2 = & \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right) \\
& \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right).
\end{array}
$$

En considérant la fonction $-2\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1 dv$ on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $-2\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1 dv$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev \qquad \left(\tfrac{3}{4}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\\ \cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\\ \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)\\ \cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv \qquad e\left(-3m^2\right)\ldots\left\{\cos 3Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{4}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+cv \qquad e\left(-\ m^2\right)\ldots\left\{\cos Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{4}m^2\right)\right.$$

$$2\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\tfrac{5}{4}\quad\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{4}m^2\right)\\ \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{4}m^2\right);\end{array}\right.$$

lesquels étant réunis donnent,

$$\begin{array}{lll}-2\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1 dv= & \cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\\ & \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{45}{32}-\frac{5}{4}-\frac{5}{4}=-\frac{35}{32}\right\}m^2\\ & \cos 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\\ & \cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{45}{32}-\frac{15}{4}-\frac{5}{4}=-\frac{115}{32}\right\}m^2.\end{array}$$

Mais ici, il suffit de prendre (comme dans la page 94)

$$Y=2\frac{\delta u}{u_1}-3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2-m^2.\int R_1 dv-\frac{3}{2}m^4\left(\int R_1 dv\right)^2+2\frac{\delta u}{u_1}.m^2\int R_1 dv;$$

partant nous avons;

$$Y =$$

$\cos Ev$	$b^2\left\{-\frac{15}{8}m+\left(\frac{3}{8}-\frac{81}{8}=-\frac{39}{4}\right)m^2\right\}$
$\cos Ev+cv$	$eb^2\left\{\frac{15}{16}m+\left(\frac{45}{16}-\frac{15}{32}=\frac{75}{32}\right)m^2\right\}$
$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{8}m-\left(21+\frac{15}{4}+\frac{21}{8}+\frac{15}{16}=\frac{453}{16}\right)m^2\right\}$
$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{16}m+\left(\frac{35}{4}+\frac{225}{128}-\frac{15}{32}+\frac{45}{32}+\frac{35}{32}=\frac{1605}{128}\right)m^2\right\}$
$\cos 3Ev$	$b^2\left\{\frac{25}{32}+\frac{5}{8}=\frac{45}{32}\right\}m^2$
$\cos 3Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{-\frac{75}{32}-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}-\frac{15}{16}=-\frac{285}{32}\right\}m^2$
$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left\{-\frac{345}{64}-\frac{75}{32}+\frac{675}{128}=-\frac{315}{128}\right\}m^2$
$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{225}{32}m+\left(\frac{715}{64}+\frac{105}{32}-\frac{75}{8}+\frac{45}{32}+\frac{115}{32}=\frac{645}{64}\right)m^2\right\}.$

Le produit de cette fonction par $2e\cos cv$ donne les termes

$$\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y = \begin{array}{ll} \cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{15}{8}m-\frac{39}{4}m^2\right) \\ \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}m-\frac{453}{16}m^2\right) \\ \cos 3Ev-cv & eb^2\left(\frac{45}{32}m^2\right) \\ \cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{285}{32}m^2\right), \end{array}$$

lesquels étant réunis avec ceux de $-Y$ il en résulte (en excluant les termes affectés des deux argumens Ev, $3Ev$);

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = Y\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)-Y =$$

$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{8}m+\frac{453}{16}m^2\right\}$
$\cos Ev+cv$	$eb^2\left\{-\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{16}=\frac{45}{16}\right)m-\left(\frac{75}{32}+\frac{39}{4}=\frac{387}{32}\right)m^2\right\}$

$$+\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'b^2 \left\{ \left(\frac{15}{8} + \frac{15}{16} = \frac{45}{16}\right) m - \left(\frac{453}{16} + \frac{1605}{128} = \frac{5229}{128}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon'b^2 \left(\frac{285}{32} m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ \frac{45}{32} + \frac{315}{128} = \frac{495}{128} \right\} m^2$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{225}{32} m - \left(\frac{645}{64} + \frac{285}{32} = \frac{1215}{64}\right) m^2 \right\}.$$

Donc en intégrant à la manière ordinaire on aura ;

$$\delta nt =$$

$$\sin Ev - c'mv \qquad \varepsilon'b^2 \left\{ - \frac{15}{8} m + \left(\frac{453}{16} - \frac{15}{4} = \frac{387}{16} \right) m^2 \right\}$$

$$\sin Ev + cv \qquad eb^2 \left\{ - \frac{45}{32} m - \left(\frac{387}{64} + \frac{45}{64} = \frac{27}{4} \right) m^2 \right\}$$

$$\sin Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{45}{32} m - \left(\frac{5229}{256} - \frac{45}{32} = \frac{4869}{256} \right) m^2 \right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon'b^2 \left(\frac{95}{32} m^2 \right)$$

$$\sin 3Ev - cv \qquad eb^2 \left(\frac{495}{256} m^2 \right)$$

$$\sin 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{225}{64} m - \left(\frac{1215}{128} - \frac{225}{64} = \frac{765}{128} \right) m^2 \right\}.$$

Les trois valeurs partielles de δnt obtenues dans les trois sections précédentes constituent, par leur réunion, l'expression auxiliaire de δnt qu'il s'agissait d'établir dans ce paragraphe. On verra, en exécutant les développemens que nous allons entreprendre, que nous n'avons omis aucun terme de δnt, dont la connaissance préalable devient nécessaire au développement des équations différentielles spéciales en δu qui nous restent à former, pour rendre complète l'intégration de nos trois équations générales jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre inclusivement.

§ 12.

Intégration de l'équation différentielle en δu, propre à fournir l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, exacte jusqu'aux quantités du septième *ordre, inclusivement, par rapport aux coefficiens des deux argumens*

$$Ev + c'mv - cv, \quad Ev + c'mv + cv - 2gv.$$

188. Toute recherche spéciale qu'on entreprend sur la fonction δu doit être précédée de la discussion des termes particuliers de δs qui rendent explicite la dépendance mutuelle qu'il y a entre ces deux fonctions. Or, un simple coup d'oeil jeté sur l'expression de δs connue jusqu'ici fait voir, que les trois termes (Voyez p. 207)

$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad ee'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right),$$

$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad ee'\gamma b^2\left(-\frac{5}{4}\right),$$

$$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad ee'\gamma b^2\left(\ \frac{5}{6}\right),$$

sont les premiers dont on aura besoin pour obtenir ceux donnés par le produit $\frac{3}{2} . 2 s_1 \delta s$. Mais on reconnait aussitôt, que, relativement à l'ordre actuel de l'approximation, il est nécessaire de chercher, auparavant, le terme de l'ordre subséquent qui fait partie de ces trois coefficiens. Cette première réflexion est suivie de la conséquence, qu'il faut ici considérer des quantités du *huitième* ordre dans la formation de l'équation différentielle en δs. Dès lors on sent qu'il faudra associer d'autres argumens aux trois cités plus haut; et les trois nouveaux termes du sixième ordre affectés des argumens $Ev - c'mv + gv - cv$, $Ev - c'mv - gv + cv$, $3Ev + c'mv - gv - cv$ deviennent indispensables pour avoir tous les termes donnés par les deux fonctions $R_3 \delta s$, $-R_1 \frac{d . \delta s}{dv}$. Mais cela ne suffit pas encore : un examen attentif des différentes fonctions appartenantes à l'équation différentielle en δu qu'il s'agit de développer démontre, que pour remplir l'objet actuel on doit compléter l'expression de δs connue jusqu'ici par les termes renfermés dans cette expression partielle de δs; savoir

$$
\begin{array}{lll}
\delta s = & \sin Ev + c'mv + gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2 + \frac{505}{64}m^3\right) \\
& \sin Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{2}m^2 + \frac{225}{16}m^3\right) \\
& \sin Ev - c'mv + gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right) \\
& \sin Ev - c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(3.m^2\right) \\
& \sin Ev - c'mv + gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{245}{64}m\right) \\
& \sin Ev - c'mv - gv + cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{225}{64}m\right) \\
& \sin Ev + c'mv - gv + cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{5}{6} - \left(\frac{105}{16} + \frac{5}{2} = \frac{145}{16}\right)m\right\} \\
& \sin Ev + c'mv + gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left\{-\frac{5}{8} - \left(\frac{275}{16} - \frac{45}{8} = \frac{185}{16}\right)m\right\} \\
& \sin Ev + c'mv - gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left\{-\frac{5}{4} - \left(\frac{305}{16} - \frac{195}{16} = \frac{55}{8}\right)m\right\} \\
& \sin 3Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right) \\
& \sin 3Ev + c'mv - gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{64}m\right).
\end{array}
$$

Ainsi nous allons, avant tout, considérer l'équation différentielle en δs, et exposer la suite des développemens qui conduisent à cette valeur auxiliaire de δs. On prévoit d'après cela, que ce paragraphe se partage naturellement en trois sections. La première concerne l'expression auxiliaire de δs; la seconde l'expression spéciale de δu; et la troisième la formation de la valeur cherchée de $\frac{\delta u}{u_1}$.

PREMIÈRE SECTION.

Formation de l'expression auxiliaire de δs.

189. Suivons la marche tracée dans le § 2 de ce chapitre. A l'aide de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ posée dans les pages 315-320 on obtiendra ces produits partiels

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$(-6)\ldots$	$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{4} - \frac{135}{8} m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{45}{4} + \frac{405}{8} m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{2} + \frac{135}{4} m\right)$
$2 \cos cv$	$e(12)\ldots$	$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(15 - \frac{135}{2} m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(15 - \frac{135}{2} m\right)$
$2 \cos c'mv$	$\varepsilon'(-9)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(\frac{135}{16} m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(\frac{405}{32} m\right)$
		$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{135}{32} m\right)$
$2 \cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'(18)\ldots$	$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{135}{8} m\right)$
$2 \cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'(18)\ldots$	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{135}{8} m\right)$;

lesquels étant réunis donnent une valeur de la fonction R_2 suffisante pour l'objet actuel : de sorte que nous avons ;

$$-6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=\delta R''=R_2=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left\{-\frac{15}{2}+\left(\frac{135}{4}+\frac{135}{16}=\frac{675}{16}\right)m\right\}\\
\cos Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left\{\left(\frac{15}{4}+15=\frac{75}{4}\right)-\left(\frac{135}{8}+\frac{135}{2}+\frac{135}{32}+\frac{135}{8}=\frac{3375}{32}\right)m\right\}\\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2\left\{\left(15-\frac{45}{4}=\frac{15}{4}\right)-\left(\frac{135}{2}-\frac{405}{8}-\frac{405}{32}+\frac{135}{8}=\frac{675}{32}\right)m\right\};
\end{array}$$

et par conséquent,

$$(1)\ldots\ R_2.\gamma\sin gv=\begin{array}{ll}
\sin Ev+c'mv+gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{4}+\frac{675}{32}m\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\ \ \frac{15}{4}-\frac{675}{32}m\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv+cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{75}{8}+\frac{3375}{64}m\right)\\
\sin Ev+c'mv+gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\ \ \frac{15}{8}-\frac{675}{64}m\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{8}+\frac{675}{64}m\right).
\end{array}$$

En prenant $R_2-\frac{3}{2}=2\cos c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{9}{4}\right)$, et faisant le produit de ce terme par la valeur de δs posée dans le n.° 108, on aura

$$(2)\ldots\left(R_2-\frac{3}{2}\right)\delta s=\begin{array}{ll}
\sin Ev+c'mv+gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\ \ \frac{675}{128}m\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv+cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{405}{64}m\right)\\
\sin Ev+c'mv-gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\ \ \frac{405}{64}m\right).
\end{array}$$

190. Maintenant, si l'on fait le produit de

$$R_1=$$

$$\begin{array}{ll}
\sin Ev+c'mv & \varepsilon' b^2\left(\ \ \frac{3}{8}-\frac{135}{32}m\right)\\
\sin Ev-c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{21}{8}\right)\\
\sin Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}-\frac{645}{128}m\right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
+\sin \acute{E}v + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}-\frac{585}{128}m\right) \\
\sin Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{16}\right) \\
\sin Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}\right) \\
\sin 3Ev + c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{8}\right) \\
\sin 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{16}\right)
\end{array}
$$

(Voyez p. 288, 289, 468, 469) par $-\frac{ds_1}{dv} = 2\cos gv \quad \gamma\left(-\frac{1}{2}\right)$ on aura

$$(3) \ldots\ldots -R_1 \cdot \frac{ds_1}{dv} =$$

$$
\begin{array}{lll}
\sin Ev + c'mv + gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}+\frac{135}{64}m\right) \\
\sin Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{16}+\frac{135}{64}m\right) \\
\sin Ev + c'mv - gv + cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}+\frac{645}{256}m\right) \\
\sin Ev + c'mv + gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}+\frac{585}{256}m\right) \\
\sin Ev + c'mv - gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}+\frac{585}{256}m\right) \\
\sin Ev - c'mv + gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{21}{16}\right) \\
\sin Ev - c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{21}{16}\right) \\
\sin Ev - c'mv + gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{105}{32}\right) \\
\sin Ev - c'mv - gv + cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right) \\
\sin 3Ev + c'mv - gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{45}{16}\right) \\
\sin 3Ev + c'mv - gv - cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{105}{32}\right).
\end{array}
$$

A l'aide des développemens rapportés dans le I.^{er} volume, et des équations désignées par (a), (b), (c), (d) dans les n.^{os} 140, 169, 170, 171, 172, on obtiendra aisément les termes suivans de la fonction R_3, correspondans à ceux de l'expression précédente de R_1;

$$R_3 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left(\frac{33}{8} - \frac{135}{32} m \right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 \left(\frac{99}{8} - \frac{15}{4} = \frac{69}{8} \right) \\
\cos Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{165}{16} + \left(-\frac{765}{64} + \frac{1485}{128} - \frac{375}{32} + \frac{1125}{64} = \frac{705}{128} \right) m \right\} \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{165}{16} + \left(\frac{675}{64} - \frac{1485}{128} - \frac{2475}{64} + \frac{1125}{64} = -\frac{2835}{128} \right) m \right\} \\
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left(\frac{75}{8} - \frac{495}{16} = -\frac{345}{16} \right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{8} - \frac{495}{16} = -\frac{465}{16} \right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{8} - \frac{15}{4} = -\frac{45}{8} \right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{8} + \frac{75}{16} = \frac{105}{16} \right).
\end{array}$$

(Voyez pages 266, 273, 274, 343, 344, 345 du I.er volume, et pages 283, 456, 458, 462 de celui-ci). Il suit de là que

$$(4) \;\ldots\ldots\; R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin Ev + c'mv + gv & \varepsilon' \gamma b^2 \left(\frac{33}{16} - \frac{135}{64} m \right) \\
\sin Ev + c'mv - gv & \varepsilon' \gamma b^2 \left(-\frac{33}{16} + \frac{135}{64} m \right) \\
\sin Ev + c'mv - gv + cv & e\varepsilon' \gamma b^2 \left(\frac{165}{32} - \frac{705}{256} m \right) \\
\sin Ev + c'mv + gv - cv & e\varepsilon' \gamma b^2 \left(-\frac{165}{32} - \frac{2835}{256} m \right) \\
\sin Ev + c'mv - gv - cv & e\varepsilon' \gamma b^2 \left(\frac{165}{32} + \frac{2835}{256} m \right)
\end{array}$$

$$
\begin{array}{ll}
+\sin Ev-c'mv+gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{69}{16}\right)\\
\sin Ev-c'mv-gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{69}{16}\right)\\
\sin Ev-c'mv+gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{345}{32}\right)\\
\sin Ev-c'mv-gv+cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{465}{32}\right)\\
\sin 3Ev+c'mv-gv & \varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{45}{16}\right)\\
\sin 3Ev+c'mv-gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{105}{32}\right).
\end{array}
$$

191. Remarquons maintenant, que pour développer les deux fonctions $R_3\delta s$, $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$ on employe la valeur de δs donnée dans le n.° 108, augmentée de ces trois termes,

$$
\begin{array}{lll}
\delta s = & \sin Ev-c'mv+gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{245}{64}m\right)\\
& \sin Ev-c'mv-gv+cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{225}{64}m\right)\\
& \sin 3Ev+c'mv-gv-cv & e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{64}m\right);
\end{array}
$$

lesquels sont censés empruntés de l'expression de δs que nous allons trouver dans cette même section (Voyez p. 507, 518, 519). Il n'y a en cela aucune pétition de principe, puisque rien n'empêche d'obtenir ces trois termes à l'aide de ceux que nous connaissons déjà. En général, les anticipations de cette espèce doivent être régardées comme un moyen légitime, propre à éviter la prolixité qu'entraîne la suspension d'une opération déjà commencée pour la reprendre après qu'on aurait calculé les termes auxiliaires.

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta s}{dv}$ (*)

Multiplicateur		Produit		
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{735}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{675}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{405}{256}m\right)$
		$\sin Ev - c'mv - gv + cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{15}{32}\right)$
		$\sin Ev - c'mv + gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{5}{8}\right)$
		$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{15}{16}\right)$
$2\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{225}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{135}{128}m\right)$
$2\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{525}{256}m\right)$
$2\sin Ev$	$b^2\left(\frac{3}{16}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{27}{128}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{27}{128}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{9}{128}m\right)$
$2\sin Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{135}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{135}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(\frac{45}{256}m\right)$
$2\sin Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$\varepsilon\varepsilon'\gamma b^2$	$\left(-\frac{135}{256}m\right)$

(*) Les termes du premier facteur R_1 sont censés pris dans les pages 60, 61, 288, 289.

$2\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{21}{16}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{63}{128}m\right)$
$2\sin Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$
$2\sin Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{315}{256}m\right)$
$2\sin 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{16}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{105}{128}m\right)$
$2\sin 3Ev - cv$	$e b^2\left(-\frac{75}{32}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{525}{256}m\right)$
$2\sin 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{128}m\right)$
$2\sin 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{315}{256}m\right)$.

Produits partiels de $R_3\,\delta s$ (*)

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\Bigg\{$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{735}{256}m\right)$
			$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{675}{256}m\right)$
			$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{405}{256}m\right)$
			$\sin Ev - c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$
			$\sin Ev - c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
			$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{225}{256}m\right)$
			$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{135}{128}m\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots$	$\Big\{$	$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{525}{256}m\right)$

(*) Pour avoir les termes du premier facteur R_3 on consultera les pages 171, 190, 511.

$2\cos Ev$	$b^2\left(\frac{33}{16}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{297}{128}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{297}{128}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{99}{128}m\right)$
$2\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{165}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{1485}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{1485}{256}m\right)$
		$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{495}{256}m\right)$
$2\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{165}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{1485}{256}m\right)$
$2\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{69}{16}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{207}{128}m\right)$
$2\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{465}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{1395}{256}m\right)$
$2\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{345}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{1035}{256}m\right)$
$2\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{15}{16}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{105}{128}m\right)$
$2\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{525}{256}m\right)$
$2\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{128}m\right)$
$2\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{32}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{315}{256}m\right)$.

En réunissant les termes qui entrent dans ces deux produits partiels on aura ;

$$(5)\ \ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta s}{dv} =$$

$$\sin Ev + c'mv + gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{135}{128}-\frac{27}{128}-\frac{105}{128} = \frac{3}{128}\right\}m$$

$$\sin Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{27}{128}-\frac{9}{128}-\frac{63}{128} = -\frac{45}{128}\right\}m$$

$$+\sin Ev - c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$$

$$\sin Ev - c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{225}{256} - \frac{735}{256} + \frac{45}{256} - \frac{135}{256} + \frac{315}{256} = -\frac{285}{256}\right\} m$$

$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{675}{256} - \frac{135}{128} + \frac{135}{256} + \frac{525}{256} - \frac{315}{256} = \frac{375}{128}\right\} m$$

$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{405}{256} - \frac{525}{256} - \frac{135}{256} - \frac{45}{256} = -\frac{75}{64}\right\} m$$

$$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right).$$

$$(6) \; \ldots\ldots \; R_3\,\delta s =$$

$$\sin Ev + c'mv + gv \quad \varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{135}{128} + \frac{297}{128} - \frac{105}{128} = \frac{327}{128}\right\} m$$

$$\sin Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{297}{128} - \frac{99}{128} + \frac{207}{128} = \frac{405}{128}\right\} m$$

$$\sin Ev - c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{32}\right)$$

$$\sin Ev - c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{225}{256} - \frac{735}{256} + \frac{495}{256} - \frac{1485}{256} - \frac{1035}{256} = -\frac{2535}{256}\right\} m$$

$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{675}{256} - \frac{135}{128} - \frac{1485}{256} - \frac{315}{256} - \frac{525}{256} = -\frac{435}{128}\right\} m$$

$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left\{\frac{405}{256} - \frac{1485}{256} - \frac{1395}{256} - \frac{525}{256} = -\frac{375}{32}\right\} m$$

$$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{16}\right).$$

192. En multipliant $2P.\gamma \sin gv = \left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3\right) 2\gamma \sin gv$ par

$$\int R_1\,dv = \cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}.m^{-2} - \frac{45}{8}.m^{-1}\right)$$

(Voyez p. 62 et 183) il viendra

$$(7) \;\ldots\ldots\; \gamma \sin gv \,.\, 2P\int R_1\, dv =$$

$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \frac{15}{8} - \left(\frac{135}{16} + \frac{45}{64} = \frac{585}{64}\right) m \right\}$$
$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ -\frac{15}{8} + \left(\frac{135}{16} + \frac{45}{64} = \frac{585}{64}\right) m \right\}.$$

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_1\, dv$ (*)

Multiplicateur	Produit
$2\cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}.m^{-1}\right)\ldots$	$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{135}{64} m\right)$ $\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{64} m\right)$ $\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{45}{64} m\right)$
$2\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}.m^{-2}\right)\ldots$	$\sin Ev - c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$2\cos Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}.m^{-1}\right)$	$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{315}{64} m\right)$;

de sorte que on a

$$(8) \;\ldots\ldots\; -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_1\, dv =$$

$$\sin Ev - c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$$
$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(-\frac{135}{64} m\right)$$
$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{64} m\right)$$
$$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{-\frac{45}{64} - \frac{315}{64} = -\frac{45}{8}\right\} m.$$

193. Maintenant, si l'on fait la réunion des termes compris dans la fonction $m^2 \{(1) + (2) + (3) \ldots + (8)\}$ on obtiendra l'équation différentielle suivante en δs ;

(*) Les termes du second facteur $-2\int R_1\, dv$ sont censés pris dans la page 62, et ceux du premier dans la page 201.

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin Ev + c'mv + gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{33}{16}-\frac{15}{4}-\frac{3}{16}=-\frac{15}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{675}{32}+\frac{135}{64}-\frac{135}{64}+\frac{3}{128}+\frac{327}{128}=\frac{1515}{64}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{4}-\frac{3}{16}-\frac{33}{16}=\frac{3}{2}\right)m^2 \\ +\left(\frac{135}{64}-\frac{675}{32}+\frac{135}{64}-\frac{45}{128}+\frac{405}{128}=-\frac{225}{16}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin Ev - c'mv + gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \frac{21}{16}+\frac{69}{16}=\frac{45}{8}\right\} m^2$$

$$\sin Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \frac{21}{16}-\frac{69}{16}=-3\right\} m^2$$

$$\sin Ev - c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ -\frac{105}{32}-\frac{345}{32}-\frac{5}{8}-\frac{5}{8}=-\frac{245}{16}\right\} m^2$$

$$\sin Ev - c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \frac{15}{32}+\frac{465}{32}+\frac{15}{32}+\frac{15}{32}-\frac{15}{8}=\frac{225}{16}\right\} m^2$$

$$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{32}-\frac{75}{8}+\frac{165}{32}=-\frac{15}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{3375}{64}-\frac{405}{64}+\frac{645}{256}-\frac{705}{256}-\frac{285}{256}-\frac{2535}{256}-\frac{45}{8}=\frac{945}{32}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{8}+\frac{15}{32}-\frac{165}{32}+\frac{15}{8}=-\frac{15}{16}\right)m^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{128}-\frac{675}{64}+\frac{585}{256}-\frac{2835}{256}+\frac{375}{128} \\ -\frac{435}{128}-\frac{585}{64}-\frac{135}{64}=-\frac{825}{32} \end{array}\right\} m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{32}-\frac{15}{8}+\frac{165}{32}-\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{64}+\frac{405}{64}+\frac{585}{256}+\frac{2835}{256} \\ -\frac{75}{64}-\frac{375}{32}+\frac{585}{64}+\frac{135}{64}=\frac{915}{32} \end{array}\right\} m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma b^2 \left\{ \frac{45}{16}+\frac{45}{16}=\frac{45}{8}\right\} m^2$$

$$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma b^2 \left\{ -\frac{105}{32}-\frac{105}{32}-\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=-\frac{135}{16}\right\} m^2.$$

Pour l'intégrer il suffit de multiplier chaque terme par le facteur correspondant qu'on obtient en divisant l'unité par $K^2 - 1 - \frac{3}{2} m^2$; K désignant le coefficient de v dans l'argument. Voici ces facteurs.

Argument	Facteur pour l'intégration
$Ev + c'mv + gv$	$\frac{1}{3}$
$Ev + c'mv - gv$	-1
$Ev - c'mv + gv$	$\frac{1}{3}$
$Ev - c'mv - gv$	-1
$Ev - c'mv + gv - cv$	$-\frac{1}{4m}$
$Ev - c'mv - gv + cv$	$-\frac{1}{4m}$
$Ev + c'mv - gv + cv$	$-\frac{2}{9m^2}\left(1 - 3m\right)$
$Ev + c'mv + gv - cv$	$\frac{2}{3m^2}\left(1 - 9m\right)$
$Ev + c'mv - gv - cv$	$-\frac{2}{3m^2}\left(1 - \frac{39}{4}m\right)$
$3Ev + c'mv - gv$	$\frac{1}{3}$
$3Ev + c'mv - gv - cv$ ...	$-\frac{1}{4m}$.

Le résultat de cette intégration ainsi formée est précisement celui que nous avons annoncé au commencement de ce paragraphe (Voyez p. 507). Nous nous dispensons de le répéter ici: Et si nous l'avons exposé par anticipation, c'était afin de rendre plus claire la marche de l'opération par laquelle on parvient à l'équation différentielle précédente.

DEUXIÈME SECTION.

Formation de l'expression spéciale de δu.

194. Les coefficiens des deux argumens $Ev+c'mv+cv-2gv$, $Ev+c'mv-cv$ sont liés avec ceux de plusieurs autres argumens dont il est facile de déterminer la composition *a priori*. Pour cela il suffit d'examiner les combinaisons qui naissent du développement des différentes fonctions qui composent l'équation différentielle en δu. La conséquence générale tirée de cette discussion est, qu'il faut, dans le cas actuel, former une équation différentielle en δu, où soient compris les quinze argumens suivans; savoir

$$Ev+cv\,,\quad Ev-c'mv\,,\quad Ev+c'mv\,,\quad Ev-c'mv+cv\,,\quad Ev+c'mv-cv\,,$$
$$Ev+c'mv-2cv\,,\quad Ev+c'mv-2gv\,,\quad Ev+c'mv+cv-2gv\,,$$
$$Ev-c'mv-cv+2gv\,,\quad 3Ev-cv\,,\quad 3Ev+c'mv\,,\quad 3Ev+c'mv-cv\,,$$
$$3Ev+c'mv-2cv\,,\quad 3Ev+c'mv-2gv\,,\quad 3Ev+c'mv+cv-2gv\,.$$

Plusieurs de ces argumens ont été déjà considérés, comme cela est manifeste par les valeurs de δu trouvées dans les n.^{os} 143, 181; de sorte que parmi ces quinze argumens il y en a seulement quatre (c'est-à-dire $Ev-c'mv-cv+2gv$, $3Ev+c'mv-2cv$, $3Ev+c'mv-2gv$, $3Ev+c'mv+cv-2gv$) qu'on puisse appeler nouveaux. Mais la considération des autres doit être ici reprise, pour obtenir les termes subséquens qui font partie de leurs coefficiens; termes qui deviennent nécessaires, eû égard à l'ordre jusqu'auquel il est actuellement question de pousser le développement des deux coefficiens qui constituent l'objet principal de ce paragraphe. Maintenant on doit mieux saisir le principe qui nous a guidés dans le choix des termes qui entrent dans la valeur de δs démontrée dans la section précédente.

Car en ayant sous les yeux les différens termes de la fonction δs posés dans les pages 204-207, 507, on en tire aussitôt la valeur suivante du produit $2s_1\delta s = 2\gamma \sin gv.\delta s$, et celle de $(\delta s)^2$;

$$2s_{,}\delta s =$$

$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{8}m^2 + \frac{505}{64}m^3\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{3}{2}m^2 + \frac{225}{16}m^3\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-3.m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{245}{64}m\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{225}{64}m\right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{5}{6} - \frac{145}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{8} - \frac{185}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{5}{4} + \frac{55}{8}m\right)$
$\cos Ev + cv$	$e\gamma^2 b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$e\gamma^2 b^2\left(\frac{25}{32}m\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right).$

Et en faisant le carré de δs on y trouvera les termes que voici

Produits partiels de $(\delta s)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right)$
		$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{3}{8}m\right)\ldots.$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)$
		$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{45}{64}m^3\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$
		$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{45}{64}m^3\right)$
$2\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right)$
		$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{64}m^3\right)$
$2\sin 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8}m\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{35}{64}m^3\right)$;

de sorte que on a

$$(\delta s)^2 =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{-\frac{81}{32}-\frac{45}{64}+\frac{9}{8}+\frac{45}{64}-\frac{27}{32}-\frac{35}{64}=-\frac{179}{64}\right\}m^3 \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{32}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{-\frac{81}{32}+\frac{45}{64}-\frac{15}{64}=-\frac{33}{16}\right\}m^3 \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{64}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{16}m\right).
\end{array}$$

Donc en réunissant ces deux fonctions il viendra,

$$(1) \ldots\ldots \quad 2s_1\delta s + (\delta s)^2 =$$

$\cos Ev + cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(\frac{45}{16} m \right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{15}{8} - 3 = -\frac{9}{8} \right\} m^2$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{8} = \frac{7}{8} \right) m^2 + \left(\frac{505}{64} - \frac{225}{16} - \frac{179}{64} = -\frac{287}{32} \right) m^3 \right\}$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \right) + \left(\frac{55}{8} - \frac{185}{16} = -\frac{75}{16} \right) m \right\}$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{225}{64} - \frac{15}{32} = \frac{195}{64} \right\} m$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{3}{2} m^2 + \left(\frac{225}{16} - \frac{33}{16} = 12 \right) m^3 \right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{5}{6} - \frac{145}{16} m \right)$
$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{245}{64} m \right)$
$\cos 3Ev - cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(\frac{25}{32} m \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{135}{64} + \frac{15}{64} = -\frac{15}{8} \right\} m$
$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{15}{8} m^2 \right)$
$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{5}{16} m \right).$

Cela posé, si l'on multiplie tous ces termes par $\frac{3}{2}$ on aura la valeur complète de la fonction $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T$, qui convient à l'équation différentielle en δu qu'il s'agit de former.

195. Développons maintenant les différentes parties de la fonction $\delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u$, posées dans la page 274 du I.er volume.

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$ (*)

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}\varepsilon'^2 + \frac{405}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(3\right)\ldots$	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4} - \frac{135}{8}m\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}e^2 + \frac{135}{16}me^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8}e^2 - \frac{405}{16}me^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8} - \frac{405}{16}m\right)$
$2\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{405}{128}m\varepsilon'^2\right)$
		$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{32}\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{16} + \frac{135}{32}m\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16} + \frac{405}{32}m\right)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{405}{128}m\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{405}{128}m\right)$
		$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{405}{256}me^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{1215}{256}m\right)$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans le I.er volume (Voyez p. 350), et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ sont pris dans les pages 319, 485-487 de ce volume.

$$2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{27}{8}\right)\ldots\Big\{ \cos Ev + c'mv \quad . \quad \varepsilon' b^2\left(-\frac{1215}{256}me^2\right)$$

$$2\cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\right)\ldots\Big\{ \cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\ \frac{405}{512}m\right)$$

$$2\cos 2cv - c'mv \quad \varepsilon' e^2\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots\Big\{ \cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(\ \frac{405}{128}m\right)$$

Multiplicateur . . . $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4} - \frac{81}{32}\varepsilon'^2 - \frac{9}{4}e^2 - \frac{9}{16}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{135}{64}m + \frac{729}{64}m^2 + \frac{29079}{512}m^3 + \frac{405}{128}me^2 + \frac{405}{64}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{1485}{256}m\gamma^2 + \frac{1215}{512}m\varepsilon'^2 + \frac{135}{64}me^2 + \frac{135}{256}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\ \frac{135}{64}m + \frac{729}{64}m^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\ \frac{405}{128}m\ \right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{135}{128}m\ \right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\ \frac{135}{512}m\varepsilon'^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{135}{128}m\ \right) \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{1755}{512}m\ \right).
\end{array}\right.$$

Pour former les termes donnés par la fonction $3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 . \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ il faut d'abord nous procurer une valeur convenable du second facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$. On a déjà trouvé (Voyez p. 461) que cette fonction renferme ces deux termes ; savoir

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right) + \cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right).$$

Mais il faut aussi lui ajouter les termes qui s'y trouvent affectés des argumens Ev, $Ev + c'mv$: les voici :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur			Produit	
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots$	$\{$	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(m^2\right)\ldots\ldots$	$\{$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$
			$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)\ldots\ldots$	$\{$	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{32}m^3\right)$.

partant nous avons,

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$\cos Ev+c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\frac{45}{32}+\frac{15}{16}+\frac{15}{32}=\frac{45}{16}\right\}m^3$$

$$\cos Ev-c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(\frac{5}{4}m^2\right)$$

$$\cos 3Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right).$$

Actuellement, le produit de ces termes par (Voyez vol. I.^{er} p. 348)

$$3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 = \cos ov\ (3) + 2\cos c'mv \ \varepsilon'\left(\frac{9}{2}\right)$$

donne

$$3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev-c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}m^2\right)$$

$$\cos Ev+c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\frac{135}{16}-\frac{135}{32}=\frac{135}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 3Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{32}m\right).$$

En faisant $\delta[(\alpha' u')^3] = m\delta nt.2\sin c'mv \ \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)$, et prenant

$$\delta nt = \sin Ev \quad b^2\left(\frac{15}{8}m+\frac{93}{8}m^2\right); \qquad \frac{q}{2u_1^3}=\frac{1}{2}$$

il viendra

$$\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} = \begin{array}{lll} \cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{32}m^2\right) \\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{45}{32}m^2 + \frac{279}{32}m^3\right). \end{array}$$

Ces trois parties de $\delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u$ sont les seules auxquelles il est nécessaire d'avoir égard ici ; en réunissant les termes qu'elles comprennent on obtient ;

$$(2) \; \ldots\ldots \; \delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u =$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\frac{135}{64}m + \left(\frac{729}{64} + \frac{15}{4} - \frac{45}{32} = \frac{879}{64}\right)m^2 - \frac{135}{32}\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{135}{64}m + \left(\frac{729}{64} + \frac{45}{32} = \frac{819}{64}\right)m^2 + \left(\frac{45}{8} - \frac{15}{8} = \frac{15}{4}\right)e^2 - \frac{45}{16}\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{29079}{512} + \frac{135}{32} + \frac{279}{32} = \frac{35703}{512}\right)m^3 + \left(\frac{135}{256} - \frac{1485}{256} = -\frac{675}{128}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{135}{16} - \frac{405}{16} + \frac{405}{256} - \frac{1215}{256} + \frac{405}{128} + \frac{135}{64} = -\frac{945}{64}\right)me^2 \\ + \left(\frac{405}{32} + \frac{135}{512} + \frac{405}{64} + \frac{1215}{512} - \frac{405}{128} = \frac{4725}{256}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{45}{16} - \frac{135}{128} - \frac{405}{128} = -\frac{45}{32}\right\}m$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{15}{4} + \left(\frac{405}{128} - \frac{135}{8} - \frac{405}{128} = -\frac{135}{8}\right)m\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{8} - \frac{45}{16} = \frac{45}{16}\right) \\ + \left(\frac{405}{32} - \frac{405}{16} - \frac{135}{128} - \frac{1215}{256} + \frac{405}{128} = -\frac{3915}{256}\right)m \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{-\frac{15}{16} + \left(\frac{135}{32} - \frac{1755}{512} + \frac{405}{512} = \frac{405}{256}\right)m\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{32}m\right).$$

196. Les valeurs de R' et R^{v} qu'on doit employer dans cette recherche sont celles-ci ;

$$R' =$$

$\sin Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16}+\frac{3}{8}m\right)$
$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{3}{8}+\frac{21}{16}e^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^2-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{32}=\frac{27}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{9}{8}+\frac{63}{16}e^2+\frac{33}{32}\varepsilon'^2-\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{4}=\frac{81}{32}\right)\gamma^2\right\}$
$\sin Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}-\frac{75}{64}e^2-\frac{75}{32}\varepsilon'^2+\frac{75}{32}\gamma^2\right)$
$\sin Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}+\frac{9}{4}m\right)$
$\sin Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{105}{64}\right)$
$\sin Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}\right)$ (*)
$\sin Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{39}{64}\right)$ (*)
$\sin 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{16}-\frac{45}{8}m\right)$
$\sin 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}\right)$
$\sin 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{16}+\frac{15}{4}m\right)$
$\sin 3Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon'e^2b^2\left(-\frac{225}{32}\right)$
$\sin 3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{75}{64}\right)$

(*) Voyez p. 451.

$$(3) \ldots\ldots R^{v} =$$

$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{9}{4}+\frac{9}{8}m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{9}{8}+\frac{9}{4}e^2+\frac{45}{16}\varepsilon'^2-\overset{(*)}{\frac{3}{4}}\gamma^2\right\}$

$$+\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{27}{8} + \frac{99}{32}\varepsilon'^2 + \overset{(*)}{\frac{27}{4}} e^2 - \overset{(*)}{\frac{9}{4}} \gamma^2 \right\}$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{27}{4} + \overset{(*)}{\frac{27}{4}} m \right)$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{9}{4} \right)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \cos Ev + c'mv - 2cv & \varepsilon' e^2 b^2 \left(\frac{45}{16} \right) \\ \cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(\frac{15}{16} \right) \end{array}\right\} (*)$$

(*) Voyez p. 452.

$$\cos 3Ev - cv \qquad e b^2 \left(-\frac{15}{4} - \frac{45}{8} m \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{8} \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(\frac{15}{4} + \overset{(*)}{\frac{15}{4}} m \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left(-\frac{225}{32} + \frac{75}{32} = -\overset{(*)}{\frac{75}{16}} \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' b^2 \left(-\frac{75}{64} + \frac{15}{64} = -\overset{(*)}{\frac{15}{16}} \right).$$

Les termes qu'on voit marqués par un astérisque dans cette expression de R^V ne se trouvent pas dans les développemens qui occupent les pages 357, 358 du I.$^{\text{er}}$ volume. Mais il est fort aisé de les déduire des développemens analogues posés dans les pages 343-347 du même volume. En effet, si l'on multiplie par

$$u_1 = 1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + 2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right)$$

la valeur de $\frac{3}{8} q\, b^2 \frac{(\alpha' u')^4 \cos(v - v')}{u_1^5}$, on y trouve le terme

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{9}{8} + \frac{33}{16}\varepsilon'^2 + \left(\frac{63}{16} + \frac{9}{8} - \frac{45}{32} - \frac{45}{32} = \frac{9}{4} \right) e^2 + \left(\frac{9}{32} - \frac{9}{32} = 0 \right) \gamma^2 \right\},$$

lequel doit être multiplié par 3 pour faire partie de la fonction R^V.

En multipliant par

$$u_1 = 1 + 2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$$

la valeur de $\frac{15}{8} q b^2 \frac{(\alpha' u')^4 \cos(3v - 3v')}{u_1^5}$ on aura les termes

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{75}{16} - \frac{15}{16} = \frac{15}{4}\right) + \frac{15}{4} m \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{225}{32} + \frac{75}{32} = -\frac{75}{16} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{75}{64} + \frac{15}{64} = -\frac{15}{16} \right\}.$$

Enfin, pour avoir les deux termes

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left(-\frac{3}{4}\gamma^2\right), \quad \cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left(-\frac{9}{4}\gamma^2\right),$$

il suffit de multiplier par $u_1 = 1$ le développement de la fonction

$$-\frac{3}{2} b^2 q \cdot \frac{ss(\alpha' u')^4 \cos(v - v')}{u_1^5}$$

donné dans les pages 346, 347 du I.er volume.

197. Le développement des différentes parties qui composent la fonction $\delta R'$ (Voyez tome I.er p. 273) ne peut pas être exécuté complétement sans avoir préparé d'avance plusieurs termes du *sixième* et du *septième* ordre de $\frac{\delta u}{u_1}$, qui nous manquent actuellement. Mais ici, comme dans tous les autres cas semblables, ces termes auxiliaires ne dépendent pas de ceux qu'on veut obtenir en dernière analyse : on peut les avoir tous à l'aide des valeurs de δs, $\frac{\delta u}{u_1}$, δnt déjà connues. Cependant, au lieu de suspendre l'opération, telle qu'elle a été envisagée d'abord, pour la reprendre après qu'on aurait établi démonstrativement les termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui nous manquent dans ce moment, nous prendrons le parti plus court déjà souvent employé.

Nous aurons soin de comprendre dans les développemens suivans tous les termes nécessaires pour avoir en même temps les termes cherchés et les termes auxiliaires; et nous emprunterons ces derniers, par anticipation, de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'on trouvera vers la fin de ce même paragraphe. Je répète ici, que dans cette manière d'opérer il ne saurait y avoir aucune pétition de principe, en vertu de l'indépendance qu'il y a entre les termes directement cherchés, et ceux, appartenans à des argumens différens, qui concourent à leur formation comme auxiliaires. C'est un simple artifice, qui abrége l'exposition d'un développement, lequel a été d'abord fait par la voie naturelle et moins expéditive.

Pour mieux fixer les idées à l'égard des termes empruntés, voici l'équation qui les renferme :

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos Ev + cv & eb^2 & \left\{ \frac{15}{32}m + \frac{45}{32}m^2 + \frac{1015}{256}m^3 + \frac{105}{128}me^2 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2 \right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{ \frac{15}{16}m - \frac{21}{2}m^2 - \frac{2031}{128}m^3 - \frac{15}{4}m\varepsilon'^2 + \frac{15}{4}me^2 + \frac{45}{64}m\gamma^2 \right\} \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{ -\frac{15}{32}m + \frac{35}{8}m^2 - \frac{23527}{768}m^3 - \frac{255}{128}me^2 + \frac{15}{8}m\varepsilon'^2 + \frac{135}{128}m\gamma^2 \right\} \\
\cos Ev - c'mv - cv + 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\frac{65}{32}m \right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left\{ -\frac{345}{128}m^2 - \frac{10695}{512}m^3 + \frac{175}{128}me^2 + \frac{25}{64}m\gamma^2 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{ -\frac{75}{64}m^2 + \frac{495}{256}m^3 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{ \frac{715}{128}m^2 + \frac{18275}{1536}m^3 - \frac{75}{32}me^2 - \frac{75}{64}m\gamma^2 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & \varepsilon'e^2b^2 & \left(\frac{75}{16}m \right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{25}{64}m \right) \\
\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\frac{45}{128}m \right).
\end{array}
$$

Ainsi nous allons développer les différentes fonctions qui entrent dans le second membre de l'équation différentielle en δu de manière à pouvoir en tirer cette expression partielle de $\frac{\delta u}{u_1}$, augmentée des autres termes qui constituent l'objet principal de ce paragraphe.

$$\text{Produits partiels de } -6g\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\cdot\frac{\delta u}{u_1}\ (^*)$$

$$\text{Multiplicateur}\ldots\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{16}m+\frac{63}{2}m^2+\frac{6093}{128}m^3+\frac{45}{4}m\varepsilon'^2\\ -\frac{45}{4}me^2-\frac{135}{64}m\gamma^2-\frac{45}{8}me'^2+\frac{225}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
-(Ev+c'mv) & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{225}{64}m^2-\frac{1485}{256}m^3\right)\\
Ev-c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{4}+\frac{135}{8}m-\frac{6363}{64}m^2-\frac{75}{8}e^2\\ -\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\frac{15}{2}e^2+\frac{75}{8}\varepsilon'^2+\frac{45}{16}\gamma^2\end{array}\right\}\\
Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{8}+\frac{405}{16}m\right)\\
3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{8}+\frac{405}{16}m\right)\\
Ev+cv & eb^2 & \left(\frac{135}{32}m\right)\\
Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{64}m\right)\\
Ev+c'mv-2gv & \gamma^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{128}m\right)\\
3Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{135}{32}m\right)\\
3Ev+c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{4}+\frac{135}{8}m\right)\\
3Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{4}\right)
\end{array}\right.$$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans le premier volume (Voyez p. 336-343); et ceux du second dans les pages 319, 485, 486, 487, 531 de celui-ci.

Produit	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$ $3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{55}{32}\right)$
	$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{\begin{matrix}\frac{45}{32}m - \frac{105}{8}m^2 + \frac{23527}{256}m^3 + \frac{765}{128}me^2 \\ -\frac{45}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{405}{128}m\gamma^2 + \frac{45}{16}me^2 - \frac{225}{64}m\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$
	$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{-\frac{2145}{128}m^2 - \frac{18275}{512}m^3 + \frac{225}{32}me^2 + \frac{225}{64}m\gamma^2\right\}$
	$-(Ev + c'mv + cv - 2gv)$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{135}{128}m\right)$
	$Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{195}{32}m\right)$
	$-(Ev - c'mv)$	$\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{375}{64}m^2\right)$
	$-(Ev + c'mv - 2cv)$	$e^2\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{225}{16}m\right)$
	$-(Ev + c'mv - 2gv)$	$\gamma^2\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{75}{64}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)$

Produit	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$ $Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{315}{32}m + \frac{1701}{32}m^2\right)$
	$Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{945}{64}m\right)$
	$-(Ev + c'mv)$	$\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{525}{128}m^2 - \frac{8715}{512}m^3\right)$
	$Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{9135}{512}m\varepsilon'^2\right)$
	$-(Ev + c'mv + cv - 2gv)$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(-\frac{525}{256}m\right)$
	$-(Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{\frac{7245}{256}m^2 + \frac{224595}{1024}m^3 - \frac{3675}{256}me^2 - \frac{525}{128}m\gamma^2\right\}$
	$Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{9135}{256}m\varepsilon'^2\right)$
	$-(Ev + c'mv - 2cv)$	$e^2\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{3675}{128}m\right)$
	$-(Ev + c'mv - 2gv)$	$\gamma^2\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{525}{128}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}+3e^2-\frac{3}{16}\varepsilon'^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}m\right) \\
 & Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{128}m\right) \\
 & Ev+c'mv-2gv & \gamma^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{256}m\right) \\
 & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{32}m-\frac{243}{32}m^2-\frac{9693}{256}m^3-\frac{135}{64}me^2 \\ -\frac{135}{32}m\varepsilon'^2+\frac{495}{128}m\gamma^2-\frac{45}{16}me^2+\frac{45}{256}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
 & 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{64}m\right) \\
 & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{64}m+\frac{135}{64}m^2+\frac{3045}{512}m^3+\frac{315}{256}me^2 \\ +\frac{135}{64}m\varepsilon'^2+\frac{45}{32}me^2-\frac{45}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
 & -(Ev-c'mv) & \varepsilon'b^2\left(\frac{75}{128}m^2\right) \\
 & Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{405}{256}m\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e(6-6m)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & Ev+cv & eb^2\left(-\frac{45}{8}m\right) \\
 & Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{2}-\frac{135}{4}m-\frac{15}{2}m\right) \\
 & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16}me^2\right) \\
 & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{4}e^2\right) \\
 & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}me^2\right) \\
 & Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{45}{64}m\right) \\
 & =(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{32}m^2+\frac{1485}{128}m^3+\frac{225}{32}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - cv \quad e\left(6+6m+\frac{9}{2}e^2-15.\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ 3Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{8}m\right) \\
Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{8}m-63.m^2-\frac{6093}{64}m^3-\frac{45}{2}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{45}{2}me^2+\frac{135}{32}m\gamma^2+\frac{45}{8}m^2-63.m^3 \\ +\frac{135}{32}me^2-\frac{225}{16}m\varepsilon'^2-\frac{45}{32}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{2}-\frac{135}{4}m+\frac{15}{2}m\right) \\
3Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{4}\right) \\
Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{16}m\right) \\
Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{4}e^2\right) \\
Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{585}{16}me^2\right) \\
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{225}{8}me^2\right) \\
-(Ev+c'mv+cv-2gv) & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{75}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev+c'mv+cv \ e\varepsilon'(-3) \ldots \left\{\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{45}{128}m\right) \\
Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{32}me^2\right) \\
Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{64}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(21-\frac{63}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{315}{16}m\right) \\
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{525}{64}m^2+\frac{8715}{256}m^3-\frac{1575}{128}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m-\frac{9}{4}e^2+\frac{3}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\dfrac{45}{16}m\right)\\[2ex]
\phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\;Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}\dfrac{45}{16}m+\dfrac{243}{16}m^2+\dfrac{9693}{128}m^3-\dfrac{495}{64}m\gamma^2\\ +\dfrac{135}{16}m\varepsilon'^2+\dfrac{135}{32}me^2+\dfrac{45}{32}m^2+\dfrac{135}{64}me^2\\ -\dfrac{45}{128}m\varepsilon'^2-\dfrac{45}{64}m\gamma^2+\dfrac{243}{32}m^3\end{array}\right\}\\[2ex]
\phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\;Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\dfrac{135}{32}me^2\right)\\[2ex]
\phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\;Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\dfrac{45}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\,(21)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\dfrac{9135}{128}m\varepsilon'^2\right)\\[2ex]
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(-\dfrac{3675}{64}me^2\right)\\[2ex]
-(Ev+c'mv+cv-2gv) & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\dfrac{525}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\dfrac{225}{32}m\right)\\[2ex]
3Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\dfrac{75}{8}\right)\\[2ex]
Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\dfrac{2925}{64}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
3Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\dfrac{15}{8}\right)\\[2ex]
Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\dfrac{585}{64}m\right)\\[2ex]
Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\dfrac{45}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\,Ev+c'mv+cv-2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{225}{64}\,m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	$Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{675}{128}\,me^2\right)$
	$Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}\,m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$Ev+c'mv+cv-2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{135}{128}\,m\right)$
	$Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{45}{64}\,m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots$	$Ev+c'mv+cv-2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{225}{128}\,m\right).$

En réunissant ces termes on aura le résultat suivant :

$$(a)\;\ldots\ldots\;-6q\cdot\frac{(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')}{u_1{}^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$
{}^{\sin}_{\cos}\quad Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)m+\left(\frac{63}{2}-\frac{243}{32}=\frac{765}{32}\right)m^2\\
+\left(\frac{6093}{128}-\frac{9693}{256}=\frac{2493}{256}\right)m^3+\left(\frac{495}{128}-\frac{135}{64}=\frac{225}{128}\right)m\gamma^2\\
+\left(\frac{45}{4}+\frac{225}{32}-\frac{135}{32}+\frac{45}{256}-\frac{9135}{256}=-\frac{2745}{128}\right)m\varepsilon'^2\\
+\left(-\frac{45}{4}-\frac{45}{8}-\frac{135}{64}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}+\frac{585}{16}-\frac{45}{32}+\frac{135}{32}=\frac{945}{64}\right)me^2
\end{array}\right\}
$$

$$
-(Ev+c'mv)\quad \varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{225}{64}-\frac{525}{128}=-\frac{75}{128}\right)m^2-\left(\frac{1485}{256}+\frac{8715}{512}=\frac{11685}{512}\right)m^3\right\}
$$

$$
Ev-c'mv\quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{15}{4}+\left(\frac{135}{8}+\frac{315}{32}=\frac{855}{32}\right)m-\left(\frac{6363}{64}-\frac{1701}{32}=\frac{2961}{64}\right)m^2\\
-\left(\frac{75}{8}+\frac{15}{2}+\frac{15}{4}-\frac{45}{4}=\frac{75}{8}\right)e^2+\left(\frac{75}{8}-\frac{15}{4}=\frac{45}{8}\right)\varepsilon'^2+\frac{45}{16}\gamma^2
\end{array}\right\}
$$

$$
-(Ev-c'mv)\qquad \varepsilon'b^2\left\{\frac{75}{128}-\frac{375}{64}=-\frac{675}{128}\right\}m^2
$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \quad Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{2} - \frac{45}{8} = \frac{15}{8}\right) \\ + \left(\frac{405}{16} + \frac{945}{64} - \frac{135}{4} - \frac{15}{2} - \frac{315}{16} = -\frac{1335}{64}\right) m \end{array}\right\}
\end{array}$$

$$Ev + cv \qquad eb^2 \left\{ \frac{135}{32} - \frac{45}{8} = -\frac{45}{32} \right\} m$$

$$Ev + c'mv + cv - 2gv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{195}{32} + \frac{45}{64} - \frac{585}{64} + \frac{225}{64} + \frac{45}{128} \\ - \frac{405}{256} - \frac{135}{128} + \frac{225}{128} = \frac{165}{256} \end{array}\right\} m$$

$$-(Ev + c'mv + cv - 2gv) \qquad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{135}{128} + \frac{75}{32} - \frac{525}{64} - \frac{525}{256} = -\frac{1755}{256} \right\} m$$

$$Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{45}{32} + \frac{45}{64} + \frac{45}{8} + \frac{45}{16} = \frac{675}{64}\right) m \\
+ \left(-\frac{105}{8} + \frac{135}{64} - 63 + \frac{45}{8} + \frac{243}{16} + \frac{45}{32} = -\frac{3315}{64}\right) m^2 \\
+ \left(\frac{23527}{256} + \frac{3045}{512} - \frac{6093}{64} - 63 + \frac{9693}{128} + \frac{243}{32} = \frac{11759}{512}\right) m^3 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{765}{128} + \frac{45}{16} + \frac{315}{256} + \frac{45}{32} + \frac{45}{32} + \frac{45}{2} + \frac{135}{32} \\ + \frac{135}{32} + \frac{45}{64} + \frac{135}{64} - \frac{2925}{64} - \frac{675}{128} = -\frac{1125}{256} \end{array}\right\} me^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} - \frac{45}{8} - \frac{225}{64} + \frac{9135}{512} + \frac{135}{64} - \frac{45}{512} - \frac{45}{2} \\ - \frac{225}{16} + \frac{9135}{128} + \frac{135}{16} - \frac{45}{128} = \frac{13725}{256} \end{array}\right\} m\varepsilon'^2 \\
+ \left(-\frac{405}{128} + \frac{135}{32} - \frac{45}{32} - \frac{495}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{1125}{128}\right) m\gamma^2
\end{array}\right.$$

$$-(Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l}
\left(-\frac{2145}{128} + \frac{7245}{256} - \frac{225}{32} + \frac{525}{64} = \frac{3255}{256}\right) m^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} - \frac{18275}{512} + \frac{224595}{1024} + \frac{1485}{128} + \frac{225}{32} \\ + \frac{8715}{256} - \frac{1575}{128} = \frac{229385}{1024} \end{array}\right\} m^3 \\
+ \left(\frac{225}{32} - \frac{3675}{256} + \frac{225}{8} - \frac{3675}{64} = -\frac{9375}{256}\right) me^2 \\
+ \left(\frac{225}{64} - \frac{525}{128} = -\frac{75}{128}\right) m\gamma^2
\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} \; Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{45}{64}-\frac{45}{128}-\frac{45}{16}-\frac{45}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{64}=-\frac{2025}{128}\right\}m \\
-(Ev + c'mv - 2cv) & e^2\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{3675}{128}-\frac{225}{16}=\frac{1875}{128}\right\}m \\
Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{-\frac{45}{128}-\frac{45}{256}-\frac{45}{32}-\frac{45}{64}=-\frac{675}{256}\right\}m \\
-(Ev + c'mv - 2gv) & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{\frac{525}{128}-\frac{75}{64}=\frac{375}{128}\right\}m \\
3Ev + c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{15}{4}+\left(\frac{135}{8}-\frac{45}{32}=\frac{495}{32}\right)m\right\} \\
3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{15}{2}-\frac{45}{8}=\frac{15}{8}\right) \\ +\left(\frac{405}{16}-\frac{135}{64}-\frac{135}{4}+\frac{15}{2}+\frac{45}{16}=-\frac{15}{64}\right)m\end{array}\right\} \\
3Ev - cv & eb^2 & \left\{\frac{135}{32}-\frac{45}{8}=-\frac{45}{32}\right\}m \\
3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{15}{4}+\frac{45}{4}-\frac{75}{8}=\frac{45}{8}\right\} \\
3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{\frac{55}{32}-\frac{15}{8}=-\frac{5}{32}\right\}
\end{array}$$

Produits partiels de $-\frac{15}{8}\,q\,b^2\,\dfrac{(\alpha'u')^4 \,{}^{\sin}_{\cos}(v-v')}{u_1^{\,5}}\,\dfrac{\delta u}{u_1}$ (*)

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev\;b^2\left(-\frac{15}{16}-\frac{105}{32}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{15}{64}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} \; Ev + c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{32}m^2\right) \\
Ev - c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{32}m^2\right) \\
Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{135}{128}m\right) \\
Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{135}{128}m-\frac{17415}{1024}m^2-\frac{533295}{4096}m^3+\frac{1215}{512}m\gamma^2 \\ -\frac{1215}{1024}m\varepsilon'^2+\frac{135}{512}me^2-\frac{945}{256}me^2-\frac{135}{64}m\varepsilon'^2+\frac{135}{512}m\gamma^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans les pages 343-345 du I.er volume, et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 315-320, 438-446 de celui-ci.

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos} & Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{256}m\right) \\
& Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{135}{256}m\right) \\
& -(Ev+c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{256}m\right) \\
& -(Ev+c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{45}{256}m\right) \\
& Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{1215}{512}m\right) \\
& -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{32}m^2+\frac{95}{128}m^3-\frac{45}{256}m\gamma^2-\frac{225}{256}me^2\right\} \\
& 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{225}{128}m\right) \\
& -(Ev-c'mv) & \varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{32}m^2\right) \\
& 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{128}m\right) \\
& -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{128}m-\frac{195}{1024}m^2-\frac{269855}{4096}m^3-\frac{225}{1024}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{45}{32}m\gamma^2+\frac{1575}{256}me^2+\frac{225}{64}m\varepsilon'^2-\frac{225}{512}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
& -(Ev+c'mv+cv-2gv) & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{765}{1024}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots\; 2\,{\sin \atop \cos}\, Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos} & Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{105}{128}-\frac{2025}{1024}m\right) \\
& -(Ev-c'mv) & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right) \\
& 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{128}m\right) \\
& -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{512}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{\sin \atop \cos}\, Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16} - \frac{315}{32}e^2 - \frac{165}{64}\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}\gamma^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}\; Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{1215}{512}m\varepsilon'^2\right) \\
-(Ev + c'mv - 2cv) & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{2025}{256}m\right) \\
-(Ev + c'mv - 2gv) & \varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{135}{256}m\right) \\
-(Ev + c'mv + cv - 2gv) & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(\frac{2295}{1024}m\right) \\
-(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{675}{128}m - \frac{11565}{512}m^2 - \frac{587895}{8192}m^3 + \frac{135}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{3375}{256}m\varepsilon'^2 - \frac{4725}{256}me^2 - \frac{2475}{512}m\varepsilon'^2 + \frac{675}{512}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
-(Ev + c'mv) & \varepsilon' b^2 & \left\{-\frac{45}{16}m^2 - \frac{285}{32}m^3 + \frac{135}{256}m\gamma^2 + \frac{675}{256}me^2\right\}
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{\sin \atop \cos}\, Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{75}{32} - \frac{15}{16}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}\; Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{675}{512}me^2\right) \\
Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(\frac{675}{512}m\right) \\
-(Ev + c'mv - 2cv) & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{1125}{256}m\right) \\
-(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2 & \left\{-\frac{75}{64}m^2 - \frac{475}{256}m^3 + \frac{45}{32}m^3 + \frac{225}{512}m\gamma^2 + \frac{1125}{512}me^2\right\} \\
Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{675}{256}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{\sin \atop \cos}\, Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{75}{32} + \frac{15}{16}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}\; Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{225}{64}m^2 - \frac{45}{32}m^3\right) \\
Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(\frac{675}{256}m\right) \\
Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{675}{256}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{3375}{512}me^2\right) \\
-(Ev + c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{1125}{256}me^2\right) \\
-(Ev + c'mv + cv - 2gv) & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{225}{512}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev - 2gv \quad \gamma^2 b^2\left(-\frac{75}{128}\right) \ldots \left\{ {}^{\sin}_{\cos} \quad Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{675}{1024}m\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32} - \frac{45}{8}m\right)\left\{\begin{array}{l}
-(Ev + c'mv - 2cv) \quad e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{3375}{256}m\right) \\
-(Ev + c'mv - cv)\; e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{32}m^2 + \frac{1425}{64}m^3 - \frac{675}{512}m\gamma^2 \\ -\frac{3375}{512}me^2 - \frac{45}{8}m^3\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{795}{128}\right) \ldots \left\{ \quad Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{27875}{1024}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{165}{128}\right) \ldots \left\{ \quad Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{1485}{1024}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}\right) \ldots \left\{\begin{array}{lll}
-(Ev + c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{3375}{256}me^2\right) \\
-(Ev + c'mv + cv - 2gv) & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(\frac{675}{512}m\right) \\
-(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{10125}{512}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,Ev - 2cv \quad e^2 b^2\left(-\frac{225}{64}\right) \ldots \left\{ \quad Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{2025}{512}me^2\right)\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(b) \ldots\ldots\ldots -\frac{15}{8} q b^2 . \frac{(\alpha' u')^4 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} (v - v')}{u_1^5} . \frac{\delta u}{u_1} =$$

$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$ $Ev - c'mv$ $\qquad \varepsilon' b^2 \left(\frac{45}{32} m^2 \right)$

$-(Ev - c'mv)$ $\qquad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{105}{32} - \frac{15}{16} = -\frac{135}{32} \right\} m^2$

$Ev + c'mv$ $\qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{45}{32} m^2 + \left(\frac{675}{256} - \frac{675}{256} = 0 \right) m e^2 \right\}$

$$-(Ev + c'mv) \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{32} - \frac{45}{16} = -\frac{75}{32} \right) m^2 + \left(-\frac{285}{32} + \frac{95}{128} = -\frac{1045}{128} \right) m^3 \\ + \left(-\frac{1125}{256} + \frac{3375}{256} - \frac{225}{256} + \frac{675}{256} = \frac{675}{64} \right) m e^2 \\ + \left(\frac{135}{256} - \frac{45}{256} = \frac{45}{128} \right) m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$Ev - c'mv + cv$ $\qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{135}{128} m \right)$

$Ev + c'mv - 2gv$ $\qquad \varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(-\frac{135}{256} m \right)$

$-(Ev + c'mv - 2gv)$ $\qquad \varepsilon' \gamma^2 b^2 \left\{ \frac{45}{256} - \frac{135}{256} = -\frac{45}{128} \right\} m$

$Ev + c'mv + cv - 2gv$ $\qquad e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left\{ \frac{105}{128} + \frac{675}{1024} - \frac{1215}{512} - \frac{2025}{1024} + \frac{675}{512} = -\frac{1215}{512} \right\} m$

$-(Ev + c'mv + cv - 2gv)$ $\qquad e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{225}{512} - \frac{765}{1024} + \frac{675}{512} + \frac{2295}{1024} = \frac{1215}{512} \right\} m$

$$Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{128} m - \left(\frac{17415}{1024} + \frac{225}{64} = \frac{21015}{1024} \right) m^2 \\ - \left(\frac{533295}{4096} + \frac{45}{32} = \frac{539055}{4096} \right) m^3 \\ + \left(\frac{1215}{512} + \frac{135}{512} = \frac{675}{256} \right) m \gamma^2 \\ - \left(\frac{945}{256} - \frac{135}{512} - \frac{2025}{512} + \frac{675}{512} = \frac{405}{512} \right) m e^2 \\ - \left(\frac{1215}{1024} + \frac{135}{64} + \frac{1215}{512} - \frac{1485}{1024} = \frac{135}{32} \right) m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}.$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\; -(Ev + c'mv - cv)\; e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{225}{128} - \frac{675}{128} = -\frac{225}{64}\right) m \\ + \left(-\frac{195}{1024} - \frac{11565}{512} - \frac{75}{64} + \frac{225}{32} = -\frac{17325}{1024}\right) m^2 \\ + \left(-\frac{269855}{4096} - \frac{587895}{8192} - \frac{475}{256} - \frac{45}{8} + \frac{15}{32} + \frac{1425}{64} = -\frac{1002645}{8192}\right) m^3 \\ + \left(-\frac{225}{1024} + \frac{225}{64} + \frac{675}{512} + \frac{3375}{256} - \frac{2475}{512} - \frac{27875}{1024} = -\frac{7275}{512}\right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{45}{32} - \frac{225}{512} + \frac{135}{32} + \frac{675}{512} + \frac{225}{512} - \frac{675}{512} = \frac{45}{16}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{1575}{256} - \frac{4725}{256} + \frac{1125}{512} - \frac{3375}{512} - \frac{3375}{512} + \frac{10125}{512} = -\frac{225}{64}\right) me^2 \end{array} \right.$$

$$Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{135}{256} + \frac{675}{256} = \frac{405}{128} \right\} m$$

$$-(Ev + c'mv - 2cv) \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{675}{256} - \frac{2025}{256} - \frac{1125}{256} + \frac{3375}{256} = \frac{225}{64} \right\} m$$

$$3Ev - cv \qquad eb^2 \left(-\frac{225}{128} m\right)$$

$$3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{225}{128} - \frac{225}{128} = 0 \right\} m.$$

Produits partiels de $-\frac{75}{8} q b^2 . \frac{(\alpha' u')^4 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(3v - 3v')}{u_1^5} . \frac{\delta u}{u_1}$ (*)

Multiplicateur . . . $2 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} 3Ev \quad b^2\left(-\frac{75}{16}\right)$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{lll} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} & 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{675}{128} m\right) \\ & Ev + cv & eb^2 \left(-\frac{1125}{128} m\right) \\ & Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 \left(\frac{75}{32} m^2\right) \\ & -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{16875}{2048} m^3\right) \\ & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{525}{32} m^2 - \frac{9975}{128} m^3 + \frac{525}{256} m\gamma^2 + \frac{2625}{256} me^2\right) \end{array} \right.$$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans les pages 345-346 du I.er volume, et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 315-320, 438-446 de celui-ci.

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\dfrac{1125}{128}m\right) \\ & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\dfrac{4725}{256}m^2 + \dfrac{27675}{512}m^3 - \dfrac{2625}{512}me^2 - \dfrac{525}{512}m\gamma^2\right) \\ & Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\dfrac{2625}{1024}m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,3Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\dfrac{75}{16}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\dfrac{75}{16}m^2 + \dfrac{475}{32}m^3 - \dfrac{225}{256}m\gamma^2 - \dfrac{1125}{256}me^2\right) \\ & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\dfrac{675}{128}m^2 - \dfrac{2475}{256}m^3 + \dfrac{225}{512}m\gamma^2 + \dfrac{1125}{512}me^2\right) \\ & Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\dfrac{1125}{1024}m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,3Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(-\dfrac{375}{16}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\dfrac{375}{16}m^2\right) \\ & Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\dfrac{5625}{128}m\right) \\ & -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2\left(\dfrac{28125}{1024}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,3Ev - cv \quad eb^2\left(\dfrac{375}{32} + \dfrac{225}{16}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\dfrac{2625}{64}m^2 + \dfrac{49875}{256}m^3 - \dfrac{2625}{512}m\gamma^2 \\ -\dfrac{13125}{512}me^2 + \dfrac{1575}{32}m^3\end{array}\right\} \\ & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\dfrac{13125}{256}me^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,3Ev - 2cv \quad e^2\left(-\dfrac{1125}{64}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\,Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(-\dfrac{39375}{512}me^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,3Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\dfrac{375}{128}\right)\ldots$	$Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\dfrac{13125}{1024}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{\sin \atop \cos}\,3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{375}{32} - \frac{75}{8} m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{375}{32} m^2 - \frac{2375}{64} m^3 - \frac{75}{8} m^3 \\ +\frac{1125}{512} m\gamma^2 + \frac{5625}{512} me^2 \end{array}\right\} \\ & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left(-\frac{5625}{256} me^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\,{\sin \atop \cos}\,3Ev + c'mv - 2cv \;.\; e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{1125}{64}\right) .. \left\{ {\sin \atop \cos}\, Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(\frac{16875}{512} me^2\right)\right.$$

$$2\,{\sin \atop \cos}\,3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{375}{128}\right) .. \left\{ \quad Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{5625}{1024}\, m\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(c) \; \ldots\ldots \; -\frac{75}{8} q\, b^2 . \frac{(\alpha' u')^4 {\sin \atop \cos} (3v - 3v')}{u_1^5} . \frac{\delta u}{u_1} =$$

$${\sin \atop \cos} \quad Ev + cv \qquad eb^2 \left(-\frac{1125}{128}\, m\right)$$

$$Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{75}{32} - \frac{375}{16} = -\frac{675}{32} \right\} m^2$$

$$Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{75}{16} - \frac{525}{32} = -\frac{375}{32}\right) m^2 + \left(\frac{475}{32} - \frac{9975}{128} = -\frac{8075}{128}\right) m^3 \\ + \left(\frac{525}{256} - \frac{225}{256} = \frac{75}{64}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{2625}{256} - \frac{1125}{256} + \frac{13125}{256} - \frac{5625}{256} = \frac{1125}{32}\right) me^2 \end{array}\right\}$$

$$Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{1125}{128} - \frac{5625}{128} = -\frac{1125}{32} \right\} m$$

$$Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{2625}{1024} + \frac{1125}{1024} + \frac{5625}{1024} - \frac{13125}{1024} = -\frac{1125}{128} \right\} m$$

$$-(Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{16875}{2048} + \frac{28125}{1024} = \frac{39375}{2048} \right\} m^3$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{4725}{256} - \frac{675}{128} + \frac{2625}{64} - \frac{375}{32} = \frac{10875}{256}\right) m^2 \\ + \left(\frac{27675}{512} - \frac{2475}{256} + \frac{49875}{256} + \frac{1575}{32} - \frac{2375}{64} - \frac{75}{8} = \frac{123875}{512}\right) m^3 \\ + \left(-\frac{525}{512} + \frac{225}{512} - \frac{2625}{512} + \frac{1125}{512} = -\frac{225}{64}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{1125}{512} - \frac{39375}{512} - \frac{2625}{512} - \frac{13125}{512} + \frac{5625}{512} + \frac{16875}{512} = -\frac{7875}{128}\right) me^2 \end{array}\right\}$$

$$3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{675}{128}m\right).$$

Produits partiels de $\frac{15}{2}.qb^2.s_1^2.\frac{(\alpha'u')\,\begin{matrix}\scriptstyle\sin\\ \scriptstyle\cos\end{matrix}(v-v')}{u_1^5}.\frac{\delta u}{u_1}$ (*)

$$\begin{array}{lll} 2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} Ev & b^2\left(\frac{15}{8}\gamma^2\right)\ldots & \left\{\begin{array}{ll} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\; Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{64}m\gamma^2\right) \\ -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}m\gamma^2\right) \end{array}\right. \\ 2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} Ev - 2gv & b^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots & \left\{\; Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{135}{128}m\right)\right. \\ 2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} Ev - c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}\gamma^2\right)\ldots & \left\{\; -(Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{64}m\gamma^2\right)\right. \end{array}$$

En réunissant ces termes on aura

$$(d) \ldots\ldots\ \frac{15}{2}\,q\,b^2\,.\,s_1^2\,\frac{(\alpha'u')\,\begin{matrix}\scriptstyle\sin\\ \scriptstyle\cos\end{matrix}(v-v')}{u_1^5}.\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{lll} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\; Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{135}{64}m\gamma^2\right\} \\ -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'b^2 & \left\{\frac{675}{64} - \frac{225}{64} = \frac{225}{32}\right\} m\gamma^2 \\ Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{\frac{135}{128}m\right\}. \end{array}$$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans les pages 346, 347 du I.er volume.

En employant les valeurs de $2s_1\delta s+(\delta s)^2$ données dans les pages 273, 274, 331, 332, 333, on aura les termes suivans:

Produits partiels de $-\frac{3}{2}\cdot qb^2\cdot\frac{(\alpha' u')^4 \,{}^{\sin}_{\cos}(v-v')}{u_1^5}\times\left\{2s_1\delta s+(\delta s)^2\right\}$

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev$	$b^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
		$Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
		$-(Ev+c'mv-2gv)$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{9}{32}m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv)$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{27}{32}m\gamma^2\right)$
		$-(Ev+c'mv-2gv)$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev+cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots$	$Ev+c'mv+cv-2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$
		$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m\gamma^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv+cv-2gv)$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8}\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{64}m\gamma^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{8}\right)\ldots$	$-(Ev+c'mv+cv-2gv)$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$.

En réunissant ces termes on aura ;

$$(c)\ \ldots\ -\frac{3}{2}qb^2\cdot\frac{(\alpha' u')^4\,{}^{\sin}_{\cos}(v-v')}{u_1^5}\left\{2s_1\delta s+(\delta s)^2\right\}=$$

$${}^{\sin}_{\cos}-(Ev+c'mv)\qquad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{9}{32}+\frac{27}{32}=\frac{9}{16}\right\}m\gamma^2$$

$$-(Ev+c'mv-cv)\qquad e\varepsilon' b^2\left\{\frac{45}{64}-\frac{135}{64}=-\frac{45}{32}\right\}m\gamma^2$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{135}{64}m\right) \\
-(Ev+c'mv+cv-2gv) & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{-\frac{45}{64}+\frac{135}{64}=\frac{45}{32}\right\}m \\
Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\frac{27}{32}m\right) \\
-(Ev+c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left\{\frac{9}{32}-\frac{27}{32}=-\frac{9}{16}\right\}m.
\end{array}$$

198. Avant de chercher les termes de $\delta R'$ donnés par les parties de cette fonction multipliées par $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, il est nécessaire de préparer les termes convenables que doit renfermer pour l'objet actuel le carré de $\frac{\delta u}{u_1}$. En ayant sous les yeux les deux expressions partielles de $\frac{\delta u}{u_1}$ posées dans les pages 315-320, 485-487, on obtiendra les termes suivans :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\cos c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos Ev-c'mv+cv\ \ e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right)$
	$\cos Ev-c'mv\ \ \varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
$2\cos 2gv-cv\ \ e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)\ldots$	$\cos Ev-cv+2gv\ \ e\gamma^2b^2\left(\frac{105}{128}m\right)$
	$\cos Ev-c'mv+2gv-cv\ \ e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{105}{128}m\right)$
$2\cos cv-2c'mv\ \ e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)\ldots$	$\cos Ev-c'mv+cv\ \ e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{128}m\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m + \frac{1161}{64}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{8}m^3\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{8}m^3\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{135}{128}m^2 - \frac{729}{128}m^3 - \frac{17415}{1024}m^3\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{225}{512}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $\cos 2Ev \quad \left(m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev - cv & e & \left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos cv & e & \left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 3Ev & b^2 & \left(-\frac{15}{16}m^3\right) \\
\cos E & b^2 & \left(-\frac{15}{16}m^3\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{32}m^3\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{32}m^3\right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\frac{5}{4}m^2 - \frac{45}{8}m^3 + \frac{95}{24}m^3 - \frac{15}{64}m\gamma^2 - \frac{75}{64}me^2\right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\frac{5}{4}m^2 - \frac{45}{8}m^3 + \frac{95}{24}m^3 - \frac{15}{64}m\gamma^2 - \frac{75}{64}me^2\right\} \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\frac{15}{8}m^2 - \frac{135}{16}m^3 + \frac{95}{16}m^3 - \frac{45}{128}m\gamma^2 - \frac{225}{128}me^2\right\} \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\frac{15}{8}m^2 - \frac{135}{16}m^3 + \frac{95}{16}m^3 - \frac{45}{128}m\gamma^2 - \frac{225}{128}me^2\right\}
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \quad 2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2 + \frac{39193}{1536}m^3 - \frac{3}{2}m\gamma^2 - \frac{75}{16}m\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{16}m^3\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{225}{128}m^2 - \frac{1215}{128}m^3 - \frac{3855}{512}m^3\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{75}{32}m + \frac{1285}{128}m^2 + \frac{195965}{6144}m^3 - \frac{15}{8}m\gamma^2 \\ -\frac{375}{64}m\varepsilon'^2 - \frac{675}{64}m^2 - \frac{11565}{256}m^3 + \frac{31815}{512}m^3 \\ +\frac{375}{64}me^2 + \frac{75}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{225}{128}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos Ev + cv & eb^2\left(\frac{375}{512}m^3\right) \\
\cos Ev - c'mv + 2gv - cv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{275}{256}m\right) \\
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{64}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{64}me^2\right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{225}{64}me^2\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{32}me^2\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{1875}{512}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \quad 2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2 - \frac{33}{16}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{15}{32}me^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev + cv & eb^2\left(\frac{135}{128}m^3\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{32}m^2 - \frac{165}{64}m^3 + \frac{15}{128}m\gamma^2 + \frac{75}{128}me^2 + \frac{405}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)\ldots$	$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{32}m^3\right)$
		$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{32}m^3\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 3Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{64}m\right)$
		$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{128}me^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
		$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv \times$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m + \frac{13}{64}m^2\right)\ldots\ldots\ldots$	$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{128}m^2 - \frac{195}{1024}m^3 + \frac{1215}{128}m^3\right)$
		$\cos 3Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{75}{32}m\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{375}{512}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)\ldots$	$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{175}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{945}{256}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{51}{64}m\right)\ldots$	$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{255}{256}m\right)$
$2\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)\ldots$	$\cos Ev - c'mv + 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{75}{256}m\right)$;

lesquels étant réunis donnent

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos cv \qquad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8}+\frac{105}{16}=\frac{75}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{45}{16}+\frac{9}{8}=-\frac{27}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3\right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left\{\left(-\frac{45}{32}+\frac{135}{128}+\frac{375}{512}=\frac{195}{512}\right)m^3+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{5}{4}m^2+\left(\frac{95}{24}-\frac{45}{8}+\frac{45}{32}-\frac{105}{32}=-\frac{85}{24}\right)m^3\\ -\frac{15}{64}m\gamma^2+\left(-\frac{75}{64}+\frac{225}{64}=\frac{75}{32}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{45}{32}-\frac{135}{128}+\frac{15}{8}=-\frac{75}{128}\right)m^3\\ +\left\{\begin{array}{l}-\frac{135}{16}+\frac{95}{16}-\frac{45}{64}-\frac{729}{128}-\frac{17415}{1024}-\frac{165}{64}+\frac{405}{64}\\ -\frac{315}{64}+\frac{945}{256}-\frac{375}{512}+\frac{1875}{512}=-\frac{20947}{1024}\end{array}\right\}m^3\\ +\left(-\frac{45}{128}+\frac{15}{128}=-\frac{15}{64}\right)m\gamma^2\\ +\left(-\frac{225}{128}+\frac{75}{128}-\frac{75}{32}=-\frac{225}{64}\right)me^2+\frac{135}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$$

$$\cos Ev - cv + 2gv \qquad e\gamma^2 b^2\left(\frac{105}{128}m\right)$$

$$\cos Ev - c'mv + 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{-\frac{105}{128}-\frac{275}{256}+\frac{75}{256}=-\frac{205}{128}\right\}m$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$+\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left\{-\frac{225}{128}m^2+\left(-\frac{1215}{128}-\frac{3855}{512}-\frac{45}{32}=-\frac{9435}{512}\right)m^3+\frac{175}{32}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{5}{4}m^2+\left(\frac{95}{24}-\frac{45}{8}+\frac{15}{32}=-\frac{115}{96}\right)m^3\\ -\frac{15}{64}m\gamma^2+\left(-\frac{75}{64}-\frac{75}{64}=-\frac{75}{32}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{75}{32}m+\left(\frac{1285}{128}-\frac{675}{64}+\frac{15}{8}+\frac{225}{128}=\frac{25}{8}\right)m^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{195965}{6144}-\frac{11565}{256}+\frac{31815}{512}-\frac{135}{16}+\frac{95}{16}\\ +\frac{45}{64}-\frac{195}{1024}+\frac{1215}{128}+\frac{225}{512}=\frac{348995}{6144}\end{array}\right\}m^3\\ +\left(-\frac{15}{8}-\frac{225}{128}-\frac{45}{128}=-\frac{255}{64}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{375}{64}-\frac{225}{128}-\frac{225}{128}=\frac{75}{32}\right)me^2\\ +\left(\frac{75}{32}-\frac{375}{64}=-\frac{225}{64}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'b^2\left\{\frac{225}{64}+\frac{225}{64}=\frac{225}{32}\right\}m$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos 3Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{75}{32}m\right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left\{-\frac{15}{128}-\frac{255}{256}=-\frac{285}{256}\right\}m$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8}-\frac{15}{16}=-\frac{45}{16}\right\}m^3.$$

199. C'est à l'aide de cette expression de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ qu'on a formé les trois produits partiels que nous allons développer.

Produits partiels de $15q.\dfrac{(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v-2v')}{u_1^4}.\left(\dfrac{\delta u}{u_1}\right)^2.$

Multiplicateur . . . . $2\ {\sin \atop \cos}\ 2Ev\ \left(\frac{15}{2}+15e^2-\frac{75}{4}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}\ Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left\{\frac{75}{8}m^2-\frac{425}{16}m^3+\frac{1125}{64}me^2-\frac{225}{128}m\gamma^2\right\} \\
Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{1125}{256}m^2-\frac{314205}{2048}m^3+\frac{2025}{256}m\varepsilon'^2-\frac{3375}{128}me^2-\frac{225}{128}m\gamma^2\right\} \\
Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\frac{3075}{256}m\right) \\
-(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left\{\frac{75}{8}m^2-\frac{575}{64}m^3-\frac{1125}{64}me^2-\frac{225}{128}m\gamma^2\right\} \\
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{1125}{64}m+\frac{375}{16}m^2+\frac{1744975}{4096}m^3+\frac{1125}{64}me^2 \\ -\frac{3375}{128}m\varepsilon'^2-\frac{3825}{128}m\gamma^2+\frac{1125}{32}me^2-\frac{5625}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
-(Ev+c'mv+cv-2gv) & e\varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(-\frac{4275}{512}m\right) \\
-(Ev+c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2b^2 & \left(\frac{225}{128}m\right) \\
-(Ev+c'mv-2cv) & \varepsilon'e^2b^2 & \left(\frac{3375}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\ {\sin \atop \cos}\ 2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}-(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{1575}{64}m^3\right) \\
-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{23625}{512}m^2-\frac{990675}{2048}m^3+\frac{18375}{128}m\varepsilon'^2\right\}
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\ {\sin \atop \cos}\ 2Ev+cv\ \ e\left(-15+15m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{\sin \atop \cos}-(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{75}{4}m^2+\frac{575}{32}m^3+\frac{1125}{32}me^2+\frac{225}{64}m\gamma^2+\frac{75}{4}m^3\right\} \\
-(Ev+c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{1125}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{2925}{2048}m^3 - \frac{675}{128}m\varepsilon'^2\right) \\ & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{225}{64}m^3\right) \\ & -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2\left(\frac{1125}{128}m\varepsilon'^2\right) \\ & Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{1575}{512}m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . . $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - cv \quad e\left(-15 - 15m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{4}m^2 + \frac{425}{8}m^3 - \frac{1125}{32}me^2 + \frac{225}{64}m\gamma^2 - \frac{75}{4}m^3\right) \\ & Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{1125}{32}me^2\right) \\ & -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{3375}{32}me^2\right) \\ & -(Ev + c'mv + cv - 2gv) & e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{225}{64}m\right) \\ & -(Ev + c'mv) & \varepsilon' b^2\left(-\frac{1125}{32}me^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right)$ ..	$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} \quad Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{32}m^3\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right)$ ..	$-(Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{1575}{32}m^3\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}\right)$	$Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{5625}{128}me^2\right)$
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)$	$Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{1125}{128}m\right)$.

Produits partiels de $\frac{45}{8}.q\,b^2.\frac{(\alpha' u')^4 \frac{\sin}{\cos}(v-v')}{u_1^5}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur | Produit

$$2\tfrac{\sin}{\cos}Ev \qquad b^2\left(\frac{45}{16}\right)\ldots\begin{cases}\tfrac{\sin}{\cos}\quad Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{3375}{256}m^3\right)\\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{1215}{256}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}Ev+c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(\frac{45}{16}\right)\ldots\{\quad Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{128}m^3\right).$$

Produits partiels de $\frac{225}{8}q\,b^2\frac{(\alpha' u')^4 \frac{\sin}{\cos}(3v-3v')}{u_1^5}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur | Produit

$$2\tfrac{\sin}{\cos}3Ev \qquad b^2\left(\frac{225}{16}\right)\ldots\begin{cases}\tfrac{\sin}{\cos}\quad Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{2025}{128}m^3\right)\\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{10125}{256}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}3Ev-c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(\frac{1125}{16}\right)\ldots\{\quad -(Ev+c'mv-cv) \qquad e\varepsilon'b^2\left(\frac{16875}{128}m^3\right).$$

En réunissant ces termes on aura

$$(f)\ \ldots\ 15.q.\frac{(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v-2v')}{u_1^4}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\tfrac{\sin}{\cos}\quad Ev+c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&\frac{75}{8}m^2+\left(\frac{225}{64}-\frac{425}{16}=-\frac{1475}{64}\right)m^3\\&+\left(\frac{1125}{64}-\frac{1125}{32}=-\frac{1125}{64}\right)me^2-\frac{225}{128}m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$-(Ev+c'mv) \qquad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&\frac{75}{8}m^2-\left(\frac{575}{64}+\frac{1575}{64}=\frac{1075}{32}\right)m^3\\&-\frac{225}{128}m\gamma^2-\left(\frac{1125}{64}+\frac{1125}{32}=\frac{3375}{64}\right)me^2\end{aligned}\right\}$$

$$\begin{array}{ll}\begin{array}{l}\sin\\ \cos\end{array} \; Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}-\left(\dfrac{1125}{256}+\dfrac{75}{4}=\dfrac{5925}{256}\right)m^2\\ +\left(-\dfrac{314205}{2048}-\dfrac{2925}{2048}+\dfrac{425}{8}-\dfrac{75}{4}-\dfrac{225}{32}=-\dfrac{130565}{1024}\right)m^3\\ +\left(\dfrac{2025}{256}-\dfrac{675}{128}=\dfrac{675}{256}\right)m\varepsilon'^2+\left(-\dfrac{225}{128}+\dfrac{225}{64}=\dfrac{225}{128}\right)m\gamma^2\\ +\left(-\dfrac{3375}{128}-\dfrac{1125}{32}+\dfrac{5625}{128}=-\dfrac{1125}{64}\right)me^2\end{array}\right\}\end{array}$$

$$-(Ev+c'mv-cv)\; e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\dfrac{1125}{64}m+\left(\dfrac{375}{16}-\dfrac{23625}{512}-\dfrac{75}{4}=-\dfrac{21225}{512}\right)m^2\\ +\left(\dfrac{1744975}{4096}-\dfrac{990675}{2048}+\dfrac{575}{32}+\dfrac{75}{4}+\dfrac{1575}{32}=\dfrac{115625}{4096}\right)m^3\\ +\left(\dfrac{1125}{64}+\dfrac{1125}{32}+\dfrac{1125}{32}-\dfrac{3375}{32}=-\dfrac{1125}{64}\right)me^2\\ +\left(-\dfrac{3375}{128}-\dfrac{5625}{128}+\dfrac{18375}{128}+\dfrac{1125}{128}=\dfrac{2625}{32}\right)m\varepsilon'^2\\ +\left(-\dfrac{3825}{128}+\dfrac{225}{64}=-\dfrac{3375}{128}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$-(Ev+c'mv-2cv) \qquad e^2\varepsilon'b^2\left\{\dfrac{3375}{64}-\dfrac{1125}{32}=\dfrac{1125}{64}\right\}m$$

$$-(Ev+c'mv-2gv) \qquad \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\dfrac{225}{128}m\right)$$

$$Ev+c'mv+cv-2gv \qquad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left\{\dfrac{1125}{128}-\dfrac{3075}{256}-\dfrac{1575}{512}=-\dfrac{3225}{512}\right\}m$$

$$-(Ev+c'mv+cv-2gv) \qquad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left\{-\dfrac{4275}{512}-\dfrac{225}{64}=-\dfrac{6075}{512}\right\}m.$$

$$(g)\;\ldots\ldots\;\frac{45}{8}\,q\,b^2\cdot\frac{(\alpha'u')^4\,{}^{\sin}_{\cos}\,(v-v')}{u_1^5}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\begin{array}{l}\sin\\ \cos\end{array} \; Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\dfrac{675}{128}+\dfrac{3375}{256}=\dfrac{4725}{256}\right\}m^3$$

$$-(Ev+c'mv-cv)\; e\varepsilon'b^2\left(-\dfrac{1215}{256}m^3\right).$$

$$(h) \ldots\ldots \frac{225}{8} \cdot q\, b^2 \frac{(\alpha' u')^{4} \, {}^{\sin}_{\cos} (3v - 3v')}{u_1^5} \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\begin{array}{llll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{2025}{128} m^3 \right) \\ & -(Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' b^2 & \left\{ \frac{16875}{128} - \frac{10125}{256} = \frac{23625}{256} \right\} m^3. \end{array}$$

200. Développons maintenant les termes dépendans de la fonction δnt. Pour cela, on fera d'abord ;

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \, {}^{\sin}_{\cos} (2v - 2v') \right] =$$

$$-2m \, . \, \delta nt \left\{ \begin{array}{lll} {}^{\cos}_{\sin} -2Ev & (1) & \\ -(2Ev + c'mv) & \varepsilon' & \left(-\frac{1}{4} \right) \\ -(2Ev - c'mv) & \varepsilon' & \left(\frac{21}{4} \right) \\ -(2Ev - cv) & e & (-2m) \\ -(2Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' & \left(\frac{1}{4} m \right) \end{array} \right\}$$

$$+ m^2 (\delta nt)^2 . \; {}^{\sin}_{\cos} \quad 2Ev \quad (-2)$$

(Voyez p. 331-333 du I.er volume).

La première partie de cette fonction donne les termes suivans, en ayant sous les yeux les termes de δnt posés dans les pages 105-107 et 505.

Multiplicateur	Produit
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-2Ev\quad(m)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ Ev-c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}m+\frac{45}{4}m^2\right)$
	$Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}m^2+\frac{393}{16}m^3\right)$
	$Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^2-\frac{4869}{256}m^3\right)$
	$3Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(\frac{5}{2}m\right)$
	$3Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{25}{8}m\right)$
	$Ev-c'mv+cv\quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{25}{8}m\right)$
	$-(Ev+c'mv)\quad \varepsilon'b^2\left(\frac{95}{32}m^3\right)$
	$-(Ev+c'mv-cv)\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{64}m^2-\frac{765}{128}m^3\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv)\ \varepsilon'\left(-\frac{1}{4}m\right)\ldots$	$Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}m^2-\frac{93}{32}m^3\right)$
	$Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{128}m^2+\frac{27}{16}m^3\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv)\ \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ Ev-c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(\frac{315}{32}m^2\right)$
	$-(Ev+c'mv)\quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{128}m^3\right)$
	$-(Ev+c'mv-cv)\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{10395}{1024}m^3\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-cv)\quad e\left(-2m^2\right)\ldots$	$Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{4}m^3\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv-cv)\ e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2\right)\ldots$	$Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{32}m^3\right).$

En faisant le carré de δnt on y trouve le terme

$$(\delta nt)^2 = 2\,.\sin 2Ev-cv\quad e\left(-\frac{15}{4}m\right)\times \sin Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$=\cos 3Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{8}m\right),$$

qui donne

$$m^2(\delta nt)^2 \cdot {}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev \;(-2) = {}^{\sin}_{\cos} -(Ev+c'mv-cv) \;\; e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}m^3\right).$$

Donc en réunissant ces deux parties il viendra

$$\delta\left[(\alpha' u')^3\, {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right] =$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left\{-\frac{5}{2}m+\left(\frac{45}{4}+\frac{315}{32}=\frac{675}{32}\right)m^2\right\} \\
& Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left\{-\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{32}=\frac{75}{32}\right)m^2+\left(\frac{393}{16}-\frac{93}{32}=\frac{693}{32}\right)m^3\right\} \\
& -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left\{-\frac{315}{128}+\frac{95}{32}=\frac{65}{128}\right\}m^3 \\
& Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{25}{8}m\right) \\
& Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{128}=\frac{225}{128}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{4869}{256}+\frac{27}{16}+\frac{15}{4}+\frac{15}{32}=-\frac{3357}{256}\right)m^3\end{array}\right\} \\
& -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{225}{64}m^2+\left(\frac{10395}{1024}-\frac{765}{128}+\frac{75}{8}=\frac{13875}{1024}\right)m^3\right\} \\
& 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{5}{2}m\right) \\
& 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{25}{8}m\right).
\end{array}$$

Le produit de ces termes par $2\cos cv \; e(-3)$ donne les termes

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{2}m\right) \\
& Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}m^2-\frac{2079}{32}m^3\right) \\
& -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{195}{128}m^3\right) \\
& 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{2}m\right);
\end{array}$$

lesquels étant ajoutés avec les précédens, multipliés par $\frac{3}{2}$, on obtient

$$(i) \ldots\ldots \frac{3}{2}.q\,\frac{\delta.\left[(\alpha'u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{4}m+\frac{2025}{64}m^2\right) \\
 & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}m^2+\frac{2079}{64}m^3\right) \\
 & -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left(\frac{195}{256}m^3\right) \\
 & Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{75}{16}+\frac{15}{2}=\frac{45}{16}\right\}m \\
 & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{675}{256}+\frac{225}{32}=\frac{2475}{256}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{10071}{512}-\frac{2079}{32}=-\frac{43335}{512}\right)m\end{array}\right\} \\
 & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{675}{128}m^2+\left(\frac{41625}{2048}-\frac{195}{128}=\frac{38505}{2048}\right)m^3\right\}. \\
 & 3Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{4}m\right) \\
 & 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{75}{16}-\frac{15}{2}=-\frac{45}{16}\right\}m
\end{array}$$

En faisant

$$b^2.\delta\left[(\alpha'u')^4 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(v-v')\right]=$$

$$-2m.\delta nt\left\{\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}-Ev & & b^2\left(\frac{1}{2}\right) \\
-(Ev-c'mv) & & \varepsilon'b^2\left(3\right) \\
-(Ev-cv) & & eb^2\left(-\frac{m}{2}\right)
\end{array}\right\}$$

(Voyez vol. I.er p. 331 et 334) on aura ces termes

Multiplicateur   Produit

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-Ev \qquad b^2\left(\frac{m}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\; Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\ Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{3}{2}m^2\right) \\ Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{1329}{64}m^3\right) \\ -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{11}{32}m^3\right) \\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{8}m^2+\frac{15}{64}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(Ev-c'mv)\;\varepsilon'b^2\left(3\,m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{33}{8}m^3\right) \\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{45}{4}m^2-\frac{855}{16}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(Ev-cv)\;eb^2\left(-\frac{1}{2}m^2\right)\ldots\left\{\;Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{2}m^3\right);\right.$$

lesquels étant réunis donnent

$$b^2.\delta\left[(\alpha'u')^4\,{}^{\sin}_{\cos}\,(v-v')\right]=$$

$$\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\; Ev-c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(\frac{3}{2}m^2\right) \\ Ev+c'mv & \varepsilon'b^2 & \left(-\frac{3}{2}m^2\right) \\ -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2 & \left\{\frac{11}{32}-\frac{33}{8}=-\frac{121}{32}\right\}m^3 \\ Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{-\frac{9}{8}m^2+\left(-\frac{1329}{64}+\frac{3}{2}=-\frac{1233}{64}\right)m^3\right\} \\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2 & \left\{\left(\frac{15}{8}-\frac{45}{4}=-\frac{75}{8}\right)m^2+\left(\frac{15}{64}-\frac{855}{16}=-\frac{3405}{64}\right)m^3\right\}. \end{array}$$

Le produit de ces termes par $2\cos cv \quad e\left(-\frac{15}{16}\right)$ donne les deux termes

$$\begin{array}{lll}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)\\ & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(\frac{1815}{512}m^3\right);\end{array}$$

lesquels étant ajoutés avec les précédens, multipliés par $\frac{3}{8}$, il en résulte

$$(j)\ \ldots\ldots\ldots\ \frac{3}{8}qb^2.\frac{\delta\left[(\alpha'u')^4\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(v-v')\right]}{u_1^5}=$$

$$\begin{array}{lll}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} & Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)\\ & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right)\\ & -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left(-\frac{363}{256}m^3\right)\\ & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left\{\left(-\frac{27}{64}+\frac{45}{32}=\frac{63}{64}\right)m^2-\frac{3699}{512}m^3\right\}\\ & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left\{-\frac{225}{64}m^2+\left(-\frac{10215}{512}+\frac{1815}{512}=-\frac{525}{32}\right)m^3\right\}.\end{array}$$

En faisant

$$b^2\delta\left[(\alpha'u')^4\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(3v-3v')\right]=-2m\delta nt\left\{\begin{array}{lll}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} & -3Ev & b^2\left(\frac{3}{2}\right)\\ & -(3Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2(-1)\end{array}\right.$$

(Voyez vol. I.er p. 331 et 335) on aura ces termes

Multiplicateur		Produit		
$-2\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}-3Ev$	$b^2\left(\frac{3}{2}m\right)$..	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$	$Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{231}{32}m^3\right)$
			$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{21}{2}m^3\right)$
$-2\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}-(3Ev+c'mv)$	$\varepsilon'b^2(-m)$..		$Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{11}{8}m^3\right)$
			$Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2(-2.m^3)$

lesquels étant réunis donnent

$$b^2\delta\left[(\alpha' u')^4 {}^{\sin}_{\cos}(3v-3v')\right]=$$

$${}^{\sin}_{\cos} Ev+c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{231}{32}+\frac{11}{8}=-\frac{187}{32}\right\} m^2$$

$$Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\ \frac{21}{2}-2=\frac{17}{2}\right\} m^2.$$

Il suit de là qu'en prenant

$$\frac{15}{8}\cdot\frac{q}{u_1^5}=\frac{15}{8}+2\cos cv \quad e\left(-\frac{75}{16}\right)$$

on obtient

$$(k)\ \ldots\ldots\ \frac{15}{8} q b^2 . \frac{\delta.\left[(\alpha' u')^4 {}^{\sin}_{\cos}(3v-3v')\right]}{u_1^5}=$$

$${}^{\sin}_{\cos} Ev+c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(-\frac{2805}{256}m^3\right)$$

$$Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\ \frac{255}{16}+\frac{14025}{512}=\frac{22185}{512}\right\} m^3.$$

201. Les termes qui dépendent à la fois de δnt et de $\frac{\delta u}{u_1}$ on les obtiendra ainsi qu'il suit :

$$\text{Produits partiels de } -4\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}\ (^*)$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \quad Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon' b^2\left(-\frac{405}{64}m^3\right)$$

(*) Les termes du premier facteur sont censés pris dans les pages 315-320, et ceux du second facteur dans les pages 232, 286, 367, 464, 562.

$$2\cos 2Ev \qquad \left(-2\,m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{2}m^3\right) \\ & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{8}m^3\right) \\ & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{2}m^3\right) \\ & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m-\frac{257}{16}m^2\right)\ldots\left\{\quad -(Ev+c'mv-cv)\ e\varepsilon'b^2\left\{\frac{225}{16}m^2-\frac{30375}{256}m^3+\frac{3855}{64}m^3\right\}\right.$$

$$2\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{9}{4}m^2\right)\ldots\left\{\quad Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{16}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\left\{\quad -(Ev+c'mv-cv) \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{64}m^3\right)\right.$$

$$2\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{16}m^3\right) \\ Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{675}{64}m^3\right) \\ -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{11475}{256}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}m\right)\ldots\left\{\quad Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{32}m^3\right)\right.$$

Multiplicateur .... $2\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2}+\frac{45}{4}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{165}{32}m^3\right) \\ & -(Ev+c'mv) & \varepsilon'b^2\left(\frac{165}{32}m^3\right) \\ & -(Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'b^2\left\{\frac{225}{16}m^2+\frac{3615}{64}m^3-\frac{2025}{32}m^3\right\} \\ & Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{285}{16}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos E v + c'mv - cv\ e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{4}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\ \frac{495}{64} m^3\right)\\ & -(Ev + c'mv - cv)\quad e\varepsilon' b^2\left(\ \frac{495}{64} m^3\right)\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(l) \ldots\ldots -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\ \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\quad Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{15}{2} - \frac{135}{16} + \frac{165}{32} = -\frac{345}{32}\right\} m^3$$

$$-(Ev + c'mv) \qquad \varepsilon' b^2\left\{\ \frac{15}{2} + \frac{165}{32} = \frac{405}{32}\right\} m^3$$

$$Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\ \frac{45}{8} + \frac{135}{16} + \frac{675}{64} + \frac{135}{32} - \frac{285}{16} - \frac{405}{64} + \frac{495}{64} = \frac{795}{64}\right\} m^3$$

$$-(Ev + c'mv - cv)\quad e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{225}{16} + \frac{225}{16} = \frac{225}{8}\right) m^2\\ + \left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{8} - \frac{30375}{256} + \frac{3855}{64} + \frac{675}{64} - \frac{11475}{256}\\ + \frac{3615}{64} + \frac{495}{64} - \frac{2025}{32} = -\frac{12465}{128}\end{array}\right\} m^3\end{array}\right\}$$

Enfin le produit de (Voyez p. 564 et 317)

$$\frac{3}{8} q\, b^2 \frac{\delta\left[(\alpha' u')^4 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(v - v')\right]}{u_1^5} \quad = \quad \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} Ev - c'mv \ \ \varepsilon' b^2\left(\frac{9}{16} m^2\right)$$

par

$$-5\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{75}{8} m\right)$$

donnera le terme

$$(m) \ldots\ldots\ldots -\frac{15}{8} q\, b^2 \cdot \frac{\delta u}{u_1} \cdot \frac{\delta\left[(\alpha' u')^4 \,{}^{\sin}_{\cos}\,(v-v')\right]}{u_1^5} =$$

$$^{\sin}_{\cos} -(Ev + c'mv - cv)\quad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{675}{256} m^3\right).$$

202. Cela posé, si l'on fait la réunion des termes compris dans la valeur de R' donnée dans la page 528 et de ceux fournis par les équations (a), (b), ... (m) prises avec le signe *sinus* on aura le résultat suivant.

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\sin Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l}
\dfrac{3}{8} - \dfrac{135}{32} m + \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{765}{32} + \dfrac{75}{128} + \dfrac{45}{32} + \dfrac{75}{32} - \dfrac{375}{32} \\ + \dfrac{75}{8} - \dfrac{75}{8} - \dfrac{225}{64} - \dfrac{9}{16} = \dfrac{1593}{128} \end{array} \right\} m^2 \\
+ \dfrac{21}{16} e^2 + \dfrac{15}{16} \varepsilon'^2 - \dfrac{27}{32} \gamma^2 + \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{225}{128} - \dfrac{45}{128} + \dfrac{75}{64} - \dfrac{9}{16} \\ - \dfrac{225}{128} + \dfrac{225}{128} = \dfrac{129}{64} \end{array} \right\} m\gamma^2 \\
- \dfrac{2745}{128} m\varepsilon'^2 + \left(\dfrac{945}{64} - \dfrac{675}{64} + \dfrac{1125}{32} - \dfrac{1125}{64} + \dfrac{3375}{64} = \dfrac{2385}{32} \right) me^2 \\
+ \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2493}{256} + \dfrac{11685}{512} + \dfrac{1045}{128} - \dfrac{8075}{128} - \dfrac{1475}{64} + \dfrac{1075}{32} \\ + \dfrac{2079}{64} - \dfrac{195}{256} + \dfrac{363}{256} - \dfrac{2805}{256} - \dfrac{345}{32} - \dfrac{405}{32} = - \dfrac{6691}{512} \end{array} \right\} m^3
\end{array} \right\}$$

$$\sin Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l}
\left(\dfrac{9}{8} - \dfrac{15}{4} = - \dfrac{21}{8} \right) + \left(\dfrac{855}{32} - \dfrac{15}{4} = \dfrac{735}{32} \right) m + \left(\dfrac{63}{16} - \dfrac{75}{8} = - \dfrac{87}{16} \right) e^2 \\
+ \left(\dfrac{33}{32} + \dfrac{45}{8} = \dfrac{213}{32} \right) \varepsilon'^2 + \left(\dfrac{45}{16} - \dfrac{81}{32} = \dfrac{9}{32} \right) \gamma^2 \\
+ \left(- \dfrac{2961}{64} + \dfrac{675}{128} + \dfrac{45}{32} + \dfrac{135}{32} - \dfrac{675}{32} + \dfrac{2025}{64} + \dfrac{9}{16} = - \dfrac{3105}{128} \right) m^2
\end{array} \right\}$$

$$\sin Ev + cv \qquad e b^2 \left\{ - \frac{15}{16} - \left(\frac{1125}{128} + \frac{45}{32} - \frac{3}{8} = \frac{1257}{128} \right) m \right\}$$

$$+\sin Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{8} - \frac{45}{16} = -\frac{15}{16}\right) \\ + \left(\frac{9}{4} - \frac{1335}{64} - \frac{135}{128} - \frac{1125}{32} + \frac{45}{16} = -\frac{6657}{128}\right) m \end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + c'mv - 2cv \quad e^2 \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{45}{32} + \left(-\frac{2025}{128} - \frac{1875}{128} + \frac{405}{128} - \frac{225}{64} - \frac{1125}{64} = -\frac{6195}{128}\right) m \right\}$$

$$\sin Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{39}{64} + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{675}{256} - \frac{375}{128} - \frac{135}{256} + \frac{45}{128} \\ -\frac{27}{32} + \frac{9}{16} - \frac{225}{128} = -\frac{249}{32} \end{array} \right\} m \right\}$$

$$\sin Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{16} + \left(\frac{675}{64} - \frac{135}{128} + \frac{225}{64} - \frac{1125}{64} = -\frac{585}{128}\right) m - \frac{75}{64} e^2 \\ + \frac{75}{32}\gamma^2 - \frac{75}{32}\varepsilon'^2 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{17325}{1024} - \frac{3315}{64} - \frac{3255}{256} - \frac{21015}{1024} \\ + \frac{10875}{256} - \frac{5925}{256} + \frac{21225}{512} + \frac{2475}{256} \\ - \frac{675}{128} + \frac{63}{64} + \frac{225}{64} - \frac{225}{8} = -\frac{3399}{128} \end{array} \right\} m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{11759}{512} - \frac{229385}{1024} - \frac{539055}{4096} + \frac{1002645}{8192} + \frac{123875}{512} \\ - \frac{39375}{2048} - \frac{130565}{1024} - \frac{115625}{4096} + \frac{4725}{256} + \frac{1215}{256} \\ + \frac{2025}{128} - \frac{23625}{256} - \frac{43335}{512} - \frac{38505}{2048} - \frac{3699}{512} + \frac{525}{32} \\ + \frac{22185}{512} + \frac{795}{64} + \frac{12465}{128} + \frac{675}{256} = -\frac{1106075}{8192} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{9375}{256} - \frac{1125}{256} - \frac{405}{512} + \frac{225}{64} \\ - \frac{7875}{128} - \frac{1125}{64} + \frac{1125}{64} = -\frac{13605}{512} \end{array} \right\} m e^2 \\ + \left(\frac{13725}{256} - \frac{135}{32} + \frac{7275}{512} + \frac{675}{256} - \frac{2625}{32} = -\frac{8085}{512}\right) m \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1125}{128} + \frac{75}{128} + \frac{675}{256} - \frac{45}{16} - \frac{225}{64} + \frac{135}{64} \\ - \frac{225}{32} + \frac{45}{32} + \frac{225}{128} + \frac{3375}{128} = \frac{3255}{256} \end{array} \right\} m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$+\sin Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{105}{64}+\frac{105}{128}=-\frac{105}{128}\right) \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{165}{256}+\frac{1755}{256}-\frac{1215}{512}-\frac{1215}{512}-\frac{1125}{128} \\ +\frac{135}{128}+\frac{135}{64}-\frac{45}{32}-\frac{3225}{512}+\frac{6075}{512}=\frac{165}{128} \end{array} \right\} m \end{array} \right\}$$

$$\sin 3Ev - cv \qquad eb^2 \left\{-\frac{75}{16}-\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{32}+\frac{225}{128}=\frac{1125}{128}\right)m\right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon'b^2 \left\{-\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{4}=\frac{45}{8}\right)+\left(\frac{495}{32}+\frac{15}{4}=\frac{615}{32}\right)m\right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{\left(\frac{75}{16}+\frac{15}{8}=\frac{105}{16}\right)+\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{64}-\frac{675}{128}-\frac{45}{16}=-\frac{585}{128}\right)m\right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{45}{8}-\frac{225}{32}=-\frac{45}{32}\right\}$$

$$\sin 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2 \left\{-\frac{75}{64}-\frac{5}{32}=-\frac{85}{64}\right\}.$$

En multipliant ces termes par le facteur correspondant que voici,

Argument	Facteur pour l'intégration
$Ev + c'mv$	1
$Ev - c'mv$	$1+2m+4m^2$
$Ev + cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{m}{2}\right)$
$Ev - c'mv + cv$	$\frac{1}{2}\left(1+m\right)$
$Ev + c'mv - 2cv$	-1
$Ev + c'mv - 2gv$	-1
$Ev + c'mv + cv - 2gv$ . . .	$-\frac{4}{9m^2}\left(1-\frac{23}{8}m\right)$
$Ev + c'mv - cv$	$\frac{4}{3m^2}\left\{\begin{array}{l} 1-\frac{75}{8}m+\frac{2911}{64}m^2+\frac{1}{2}e^2+.\ \gamma^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2 \\ -\frac{154909}{768}m^3+\frac{75}{16}me^2-\frac{237}{8}m\gamma^2-\frac{25}{4}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$

$$
\begin{array}{l||l}
3Ev - cv \ldots\ldots\ldots\ldots & \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2}m\right) \\
3Ev + c'mv \ldots\ldots\ldots\ldots & \frac{1}{3}\left(1 + \frac{2}{3}m\right) \\
3Ev + c'mv - cv \ldots\ldots\ldots & \frac{1}{2}\left(1 + m\right) \\
3Ev + c'mv - 2cv \ldots\ldots & 1 \\
3Ev + c'mv - 2gv \ldots\ldots & 1
\end{array}
$$

on aura l'expression suivante de $-\int R_1 dv$;

$$(4) \ldots\ldots\ldots -\int R_1 dv =$$

$$
\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} - \frac{135}{32}m + \frac{1593}{128}m^2 - \frac{6691}{512}m^3 + \frac{21}{16}e^2 + \frac{15}{16}\varepsilon'^2 - \frac{27}{32}\gamma^2 \\ + \frac{129}{64}m\gamma^2 - \frac{2745}{128}m\varepsilon'^2 + \frac{2385}{32}me^2 \end{array} \right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{21}{8} + \left(\frac{735}{32} - \frac{21}{4} = \frac{567}{32}\right) m - \frac{87}{16}e^2 + \frac{213}{32}\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}\gamma^2 \\ + \left(-\frac{3105}{128} + \frac{735}{16} - \frac{21}{2} = \frac{1431}{128}\right) m^2 \end{array} \right\} \\
\cos Ev + cv & eb^2 \left\{ -\frac{15}{32} + \left(-\frac{1257}{256} - \frac{15}{64} = -\frac{1317}{256}\right) m \right\} \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{15}{32} + \left(-\frac{6657}{256} - \frac{15}{32} = -\frac{6777}{256}\right) m \right\} \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 \left(-\frac{45}{32} + \frac{6195}{128}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{39}{64} + \frac{249}{32}m\right) \\
\cos Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{35}{96} \cdot m^{-2} + \left(-\frac{55}{96} - \frac{805}{768} = -\frac{415}{256}\right) m^{-1} \right\}
\end{array}
$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{aligned}
&-\tfrac{5}{4}m^{-2} + \left(\tfrac{375}{32} - \tfrac{195}{32} = \tfrac{45}{8}\right) m^{-1} \\
&+\left(-\tfrac{1133}{32} + \tfrac{14625}{256} - \tfrac{14555}{256} = -\tfrac{4497}{128}\right) m^{\circ} \\
&+\left(-\tfrac{1106075}{6144} + \tfrac{84975}{256} - \tfrac{567645}{2048} + \tfrac{774545}{3072} = \tfrac{97435}{768}\right) m \\
&+\left(-\tfrac{25}{16} - \tfrac{5}{8} = -\tfrac{35}{16}\right) e^2 . m^{-2} + \left(\tfrac{25}{8} - \tfrac{5}{2} = \tfrac{5}{8}\right) \gamma^2 . m^{-2} \\
&+\left(-\tfrac{25}{8} + \tfrac{15}{8} = -\tfrac{5}{4}\right) \varepsilon'^2 . m^{-2} \\
&+\left(-\tfrac{4535}{128} + \tfrac{1875}{128} - \tfrac{195}{64} - \tfrac{375}{64} = -\tfrac{475}{16}\right) e^2 . m^{-1} \\
&+\left(-\tfrac{2695}{128} + \tfrac{1875}{64} + \tfrac{585}{64} + \tfrac{125}{16} = \tfrac{3225}{128}\right) \varepsilon'^2 . m^{-1} \\
&+\left(\tfrac{1085}{64} - \tfrac{1875}{64} - \tfrac{195}{16} + \tfrac{1185}{32} = \tfrac{25}{2}\right) \gamma^2 . m^{-1}
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad e b^2 \left\{-\tfrac{75}{32} + \left(-\tfrac{1125}{256} - \tfrac{225}{64} = -\tfrac{2025}{256}\right) m\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{-\tfrac{15}{8} + \left(\tfrac{205}{32} - \tfrac{5}{4} = \tfrac{165}{32}\right) m\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{\tfrac{105}{32} + \left(-\tfrac{585}{256} + \tfrac{105}{32} = \tfrac{255}{256}\right) m\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left(-\tfrac{45}{32}\right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' b^2 \left(-\tfrac{85}{64}\right).$$

En multipliant cette valeur de $-\int R_1 dv$ par $2e^2 + \frac{1}{2}\gamma^2$ on aura les termes suivans:

$$(5) \ldots\ldots -\left(2e^2 + \tfrac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left(\tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{3}{16}\gamma^2 - \tfrac{135}{16} m e^2 - \tfrac{135}{64} m\gamma^2\right)$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left(-\tfrac{21}{4}e^2 - \tfrac{21}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\tfrac{5}{2}e^2 . m^{-2} - \tfrac{5}{8}\gamma^2 . m^{-2} + \tfrac{45}{4}e^2 . m^{-1} + \tfrac{45}{16}\gamma^2 . m^{-1}\right\}.$$

La même intégrale donnera

$$(6)\ \ldots\ \frac{2Q'.q}{1+\gamma^2}\, e \cos cv \int R_{,}\, dv = -2 \cos cv \quad e\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{225}{16}m^3\right).\int R_{,}\, dv =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{-\frac{15}{8}e^2+\frac{135}{16}me^2-\frac{1125}{64}me^2\right\} \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 \left\{-\frac{15}{8}+\left(\frac{135}{16}-\frac{1125}{64}=-\frac{585}{64}\right)m\right\}.
\end{array}$$

Et en prenant (Voyez p. 290, 470)

$$-\int R_{,}\, dv = \begin{array}{ll}
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{105}{32}.m^{-1}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{-\frac{15}{8}\right)
\end{array}$$

on aura

$$(7)\ \ldots\ldots\ = 2 \cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_{,}\, dv =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{9}{32}-\frac{405}{128}m\right) \\
\cos Ev - c'mv - cv + 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{315}{128}.m^{-1}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{45}{32}\right).
\end{array}$$

203. Pour trouver la valeur de δR^{v} on opérera ici comme dans le n.° 177 (Voyez p. 472, 473); c'est-à-dire qu'on prendra d'abord avec le signe *cosinus* les termes convenables de la fonction

$$\frac{3}{4}(a)+\frac{12}{5}(b)+\frac{4}{5}(c)+(e)+\frac{3}{5}(f)+(i)+3\,(j)+(k)+\frac{3}{4}(l);$$

ce qui donnera

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{,}} =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}+\left(\frac{2565}{128}-\frac{15}{4}=\frac{2085}{128}\right)m-\frac{225}{32}e^2+\frac{135}{32}\varepsilon'^2+\frac{135}{64}\gamma^2 \\ +\left(-\frac{8883}{256}-\frac{2025}{512}+\frac{27}{8}-\frac{81}{8}-\frac{135}{8}+\frac{2025}{64}+\frac{27}{16}=-\frac{14823}{512}\right)m^3 \end{array}\right\} \\
\cos Ev + cv & e b^2 & \left\{-\frac{135}{128}-\frac{225}{32}=-\frac{1035}{128}\right\} m
\end{array}$$

$$+\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\dfrac{405}{128}m+\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2295}{128}-\dfrac{225}{512}+\dfrac{27}{8}-\dfrac{45}{8}-\dfrac{75}{8} \\ +\dfrac{45}{8}+\dfrac{45}{8}-\dfrac{225}{64}-\dfrac{27}{16}=\dfrac{6099}{512} \end{array} \right\} m^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{7479}{1024}-\dfrac{35055}{2048}-\dfrac{627}{32}-\dfrac{1615}{32}-\dfrac{885}{64}-\dfrac{645}{32}+\dfrac{2079}{64} \\ +\dfrac{195}{256}-\dfrac{1089}{256}-\dfrac{2805}{256}-\dfrac{1035}{128}+\dfrac{1215}{128}=-\dfrac{193369}{2048} \end{array} \right\} m^3 \\ +\left(\dfrac{2835}{256}+\dfrac{405}{16}+\dfrac{225}{8}-\dfrac{675}{64}-\dfrac{2025}{64}=\dfrac{5715}{256}\right) me^2 \\ +\left(\dfrac{675}{512}+\dfrac{27}{32}+\dfrac{15}{16}+\dfrac{9}{16}-\dfrac{135}{128}-\dfrac{135}{128}=\dfrac{795}{512}\right) m\gamma^2-\dfrac{8235}{512}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{45}{32}+\left(-\frac{4005}{256}-\frac{81}{32}-\frac{225}{8}+\frac{45}{16}=-\frac{11133}{256}\right) m \right\}$$

$$\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{2025}{256}-\frac{81}{32}-\frac{135}{16}+\frac{675}{64}=\frac{1917}{256} \right\} m$$

$$\cos Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{ -\frac{2295}{256}+\frac{81}{32}-\frac{75}{8}+\frac{675}{64}=-\frac{1347}{256} \right\} m \ (^*)$$

$$\cos Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'b^2 \left\{ -\frac{6075}{512}+\frac{5625}{512}+\frac{243}{32}+\frac{135}{16}+\frac{675}{64}=\frac{6579}{256} \right\} m$$

$$\cos Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2 \left\{ -\frac{2025}{1024}+\frac{1125}{512}-\frac{81}{64}-\frac{27}{32}-\frac{27}{32}-\frac{9}{16}+\frac{135}{128}=-\frac{2295}{1024} \right\} m$$

$$\cos 3Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2 \left\{ -\frac{45}{16}+\left(\frac{1485}{128}+\frac{15}{4}=\frac{1965}{128}\right) m \right\}$$

$$\cos 3Ev-cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{135}{128}-\frac{135}{32}=-\frac{675}{128} \right\} m$$

$$\cos 3Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2 \left\{ \frac{45}{32}-\left(\frac{45}{256}+\frac{135}{32}+\frac{45}{16}=\frac{1845}{256}\right) m \right\}$$

$$\cos 3Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'b^2 \left(\frac{135}{32} \right)$$

$$\cos 3Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2b^2 \left(-\frac{15}{128} \right).$$

(*) Ce terme se trouve dans la fonction $\frac{3}{4}(a)+\frac{12}{5}(b)+\frac{4}{5}(c)+\frac{3}{5}(d)$ formée à l'aide des résultats posés dans les pages 456, 458, 460, 462. Il est nécessaire pour obtenir le produit de cette fonction par u_3.

Ensuite on fera le produit de cette valeur partielle de $\frac{\delta R^{v}}{u_{1}}$, et de celle posée dans la page 473 par

$$u_{1}-1 = \cos ov\left(e^{2}+\tfrac{1}{4}\gamma^{2}\right) + 2\cos cv\ e\left(\tfrac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv\ \gamma^{2}\left(-\tfrac{1}{8}\right)$$

(Voyez p. 385), et on aura les termes suivans :

Produits partiels de $\frac{\delta R^{v}}{u_{1}}\left(u_{1}-1\right)$

Multiplicateur		Produit
$\cos ov\left(e^{2}+\frac{1}{4}\gamma^{2}\right)$.....	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{405}{128}me^{2}-\frac{405}{512}m\gamma^{2}\right)$
	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{45}{16}e^{2}-\frac{45}{64}\gamma^{2}\right)$
$2\cos cv\quad e\left(\frac{1}{2}\right)$....	$\cos Ev+cv$	$eb^{2}\left(\frac{135}{128}m\right)$
	$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{405}{256}m\right)$
	$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{45}{32}+\frac{2085}{256}m\right)$
	$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^{2}\varepsilon' b^{2}\left(\frac{1917}{512}m\right)$
	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(\frac{225}{64}e^{2}\right)$
	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(\frac{45}{64}e^{2}\right)$
	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(\frac{1917}{512}me^{2}\right)$
	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{1347}{512}me^{2}\right)$
	$\cos 3Ev-cv$	$eb^{2}\left(\frac{135}{128}m\right)$
	$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^{2}\left(-\frac{45}{32}+\frac{1965}{256}m\right)$
	$\cos 3Ev+c'mv-2cv$	$e^{2}\varepsilon' b^{2}\left(\frac{45}{64}\right)$

$$2\cos 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{405}{1024}m\right)\\ \cos 3Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{45}{128}m\right)\end{cases}$$

Maintenant, si l'on réunit ces termes avec ceux de la valeur précédente de $\frac{\delta R^V}{u_1}$ il viendra;

$$(8)\ldots\ldots\ \delta R^V=$$

$$\cos Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{405}{128}m+\frac{6099}{512}m^2-\frac{193369}{2048}m^3-\frac{8235}{512}m\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{5715}{256}-\frac{405}{128}+\frac{1917}{512}-\frac{1347}{512}=\frac{2595}{128}\right)me^2\\&+\left(\frac{795}{512}-\frac{405}{512}=\frac{195}{256}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos Ev-c'mv\quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{45}{16}+\frac{2085}{128}m-\frac{14823}{512}m^2+\left(-\frac{225}{32}-\frac{45}{16}+\frac{225}{64}+\frac{45}{64}=-\frac{45}{8}\right)e^2\\&+\left(-\frac{45}{64}+\frac{135}{64}=\frac{45}{32}\right)\gamma^2+\frac{135}{32}\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos Ev-c'mv+cv\quad e\varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=0\right)+\left(-\frac{11133}{256}+\frac{2085}{256}=-\frac{1131}{32}\right)m\right\}$$

$$\cos Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left\{\frac{1917}{256}-\frac{405}{256}=\frac{189}{32}\right\}m$$

$$\cos Ev+cv\quad eb^2\left\{-\frac{1035}{128}+\frac{135}{128}=-\frac{225}{32}\right\}m$$

$$\cos Ev+c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'b^2\left\{\frac{6579}{256}+\frac{1917}{512}=\frac{15075}{512}\right\}m$$

$$\cos Ev+c'mv-2gv\quad \varepsilon'\gamma^2b^2\left\{-\frac{2295}{1024}+\frac{405}{1024}=-\frac{945}{512}\right\}m$$

$$\cos 3Ev+c'mv\quad \varepsilon'b^2\left\{-\frac{45}{16}+\frac{1965}{128}m\right\}$$

$$\cos 3Ev-cv\quad eb^2\left\{-\frac{675}{128}+\frac{135}{128}=-\frac{135}{32}\right\}m$$

$$\cos 3Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'b^2\left\{\left(\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=0\right)+\left(-\frac{1845}{256}+\frac{1965}{256}=\frac{15}{32}\right)m\right\}$$

$$\cos 3Ev+c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'b^2\left\{\frac{135}{32}+\frac{45}{64}=\frac{315}{64}\right\}$$

$$\cos 3Ev+c'mv-2gv\quad \gamma^2\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{128}+\frac{45}{128}=\frac{15}{64}\right\}.$$

204. La fonction $-R_1 \frac{du_1}{dv}$ donne les termes suivans en faisant

$$-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right),$$

et prenant les termes de R_1 dans les pages 468, 469, 568, 569, 570.

Produits partiels de $-R_1 \frac{du_1}{dv}$

Multiplicateur		Produit
$2\sin cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right)\ldots$	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{3}{16} - \frac{45}{32}m\right)$
	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{16} - \frac{135}{64}m\right)$
	$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{21}{16} - \frac{735}{64}m\right)$
	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}e^2\right)$
	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{32}e^2\right)$
	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{32}e^2 + \frac{585}{256}me^2\right)$
	$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32} - \frac{585}{256}m\right)$
	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}e^2 - \frac{645}{256}me^2\right)$
	$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{16} + \frac{45}{32}m\right)$
	$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{16} + \frac{615}{64}m\right)$
	$\cos 3Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{32}\right)$
$2\sin 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{3}{32} + \frac{135}{128}m\right)$
	$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{45}{32}\right)$.

En réunissant ces termes on a ;

$$(9) \ldots\ldots -R_1 . \frac{du_1}{dv} =$$

$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{3}{16}-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left\{-\frac{15}{32}-\frac{105}{32}=-\frac{15}{4}\right\} e^2$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{15}{32}-\frac{15}{32}=0\right)e^2 + \left(\frac{585}{256}-\frac{645}{256}=-\frac{15}{64}\right)me^2 \right\}$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{3}{16}-\frac{135}{64}m\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{21}{16}-\frac{735}{64}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{32}-\frac{585}{256}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{3}{32}+\frac{135}{128}m\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{16}+\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}+\frac{615}{64}m\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}\right)$
$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}\right).$

205. Pour obtenir les termes donnés par le développement de la fonction $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$, il faudra employer la valeur suivante de $-\frac{d.\delta u}{dv}$, formée en différentiant les différentes expressions de δu trouvées dans les n.^{os} précédens 143, 160, 181, et en outre celle qu'on trouvera ci-après dans le n.^{o} 208.

$$-\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$\sin c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^3\right)$
$\sin cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$
$\sin cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$
$\sin 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$
$\sin 2Ev$	$\left\{2m^2 + \left(\frac{19}{3} - 2 = \frac{13}{3}\right)m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{-m^2 + \left(-\frac{19}{12} + \frac{1}{2} = -\frac{13}{12}\right)m^3 + \frac{3}{8}m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{7m^2 + \left(\frac{133}{4} - \frac{21}{2} = \frac{91}{4}\right)m^3 - \frac{7}{8}m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)$
$\sin Ev$	$b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}m + \left(-\frac{81}{16} + \frac{15}{16} = -\frac{33}{8}\right)m^2 + \left(-\frac{3231}{128} + \frac{81}{16} = -\frac{2583}{128}\right)m^3 \\ + \frac{75}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\sin Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{\frac{5}{4} - \frac{45}{8}m + \frac{2121}{64}m^2 + 5e^2 + \frac{5}{4}\varepsilon'^2 - \frac{5}{8}\gamma^2\right\}$
$\sin Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{16}m - \left(\frac{21}{2} + \frac{15}{8} = \frac{99}{8}\right)m^2 + \left(-\frac{2031}{128} + 21 = \frac{657}{128}\right)m^3 \\ + \frac{15}{2}me^2 - \frac{15}{4}m\varepsilon'^2 + \frac{15}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\}$
$\sin Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{435}{128}m\right)$

$$+\sin Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(\ \frac{5}{16}\ \right)$$

$$\sin Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\ \frac{35}{48}\ \right)$$

$$\sin 3Ev \quad b^2\left\{\ \frac{75}{64}m^2+\left(\frac{1245}{256}-\frac{75}{64}=\frac{945}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 3Ev-c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\ \frac{375}{64}m^2\right)$$

$$\sin 3Ev+c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{225}{64}m^2+\left(\frac{1485}{256}+\frac{75}{32}=\frac{2085}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 3Ev-2cv \quad e^2 b^2\left(-\frac{175}{64}\ m\right)$$

$$\sin 3Ev-2gv \quad \gamma^2 b^2\left(-\frac{25}{64}\ m\right)$$

$$\sin 3Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(\ \frac{75}{16}\ m\right)$$

$$\sin 3Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\ \frac{25}{64}\ m\right).$$

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta u}{dv}$ (*)

Multiplicateur			Produit	
$2\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	..... $\Big\{$	$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{64}\ m\right)$
$2\sin 2cv$	$e^2\left(\ \frac{45}{32}m\right)$	..... $\Big\{$	$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\ \frac{225}{128}\ m\right)$
$2\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$	..... $\Big\{$	$\cos Ev+c'mv-2gv$	$\gamma^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{128}\ m\right)$

(*) Les termes du multiplicateur R_1 sont censés pris dans les pages 60, 288, 289, 468, 469.

Multiplicateur . . . $2\sin 2Ev\ \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\frac{15}{16}-\frac{135}{32}m+\frac{6363}{256}m^2+\frac{15}{4}e^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^2-\frac{15}{32}\gamma^2+\frac{15}{8}e^2-\frac{75}{32}\varepsilon'^2\right\} \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{45}{64}m-\frac{297}{32}m^2+\frac{1971}{512}m^3+\frac{45}{8}me^2-\frac{45}{16}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{45}{64}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2-\frac{225}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{1125}{256}m^2\right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{675}{256}m^2+\frac{6255}{1024}m^3\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(\frac{225}{64}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(\frac{75}{256}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{35}{64}\right) \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{16}+\frac{135}{32}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{64}\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . . $2\sin 2Ev - cv\ \ e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{32}m\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{8}-\frac{135}{16}m+\frac{15}{8}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{45}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\sin 2Ev + cv\ \ e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(\frac{45}{32}m\right) \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{8}+\frac{135}{16}m+\frac{15}{8}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{3675}{512}m\right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{315}{128}m - \frac{603}{64}m^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{525}{512}m\right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{1575}{512}m^2 + \frac{19845}{2048}m^3\right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{9135}{1024}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{128}m\right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{128}m + \frac{99}{64}m^2 + \frac{7749}{1024}m^3 - \frac{225}{256}m\gamma^2 \\ + \frac{135}{128}me^2 + \frac{135}{128}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}me^2 - \frac{45}{1024}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{512}m^2\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur — Produit

$$
2\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{64}m\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\left\{
\cos Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2\left(\frac{315}{64}m\right)
\right.
$$

$$
2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{75}{32}\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{128}m\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur — Produit

$$2\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{45}{128}m\right)\\ \cos 3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{32}\right)\end{cases}$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\Big\{\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{256}m\right)$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)\ldots\Big\{\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{45}{256}m\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin Ev \quad b^2\left(-\frac{3}{16}+\frac{45}{32}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{3}{16}m^2 - \frac{13}{64}m^3 + \frac{9}{128}m\gamma^2 - \frac{45}{32}m^3\right)\\ \cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{45}{128}m\right)\\ \cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{21}{16}m^2\right)\\ \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{128}m\right)\\ \cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{27}{128}m\right)\\ \cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{128}m\right)\\ \cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{27}{128}m\right)\\ \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2\left(-\frac{27}{128}m\right)\\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{9}{32}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\sin Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{256}m\right)\\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{225}{256}me^2\right)\\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{135}{256}me^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\sin Ev + cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{225}{256}m\right)\\ \cos Ev + c'mv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{135}{256}me^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . $2\sin Ev - c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{16}+\frac{735}{64}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos Ev + c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{8}m^2+\frac{735}{32}m^3-\frac{91}{16}m^3+\frac{63}{128}m\gamma^2\right)\\ \cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{128}m\right)\end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\sin Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(\frac{3}{16}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev - c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{3}{8}m^2\right)\\ \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{128}m\right)\end{cases}$$

$$2\sin Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{32}\right)\ldots\left\{\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{256}m\right)\right.$$

$$2\sin Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{32}\right)\ldots\left\{\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(\frac{1575}{256}me^2\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 3Ev \quad b^2\left(\frac{15}{16}+\frac{45}{32}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos Ev + cv & eb^2\left(\frac{225}{128}m\right)\\ \cos Ev - c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right)\\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{105}{16}m^2+\frac{1365}{64}m^3-\frac{105}{128}m\gamma^2+\frac{315}{32}m^3\right)\\ \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{128}m\right)\\ \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{128}m\right)\end{cases}$$

Multiplicateur			Produit
$2\sin 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{75}{32}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{2625}{256}me^2\right)$
$2\sin 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}+\frac{615}{64}m\right)$	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{8}m^2 - \frac{195}{16}m^3 + \frac{615}{32}m^3 + \frac{135}{128}m\gamma^2\right)$
$2\sin 3Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\ \frac{75}{16}\right)\ldots$	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\ \frac{75}{8}m^2\right)$
		$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\ \frac{1125}{128}m\right)$
$2\sin 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{105}{32}\right)\ldots$	$\cos Ev + c'mv$	$e\varepsilon' b^2\left(\ \frac{1575}{256}me^2\right)$.

206. Pour avoir les termes donnés par la fonction

$$-\left\{\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right\}\int R_1 dv$$

on fera usage de la valeur suivante de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$, facile à déduire des différentes valeurs de $-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left\{1-\frac{3}{2}\mu^2\right\}\delta u$ données dans les n.os précédens 143, 160, 181, et de celle qu'on trouvera ci-après dans le n.° 208.

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\ \frac{3}{2}m^2 + 0.m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{27}{16}m\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(\ 3m^2 + \frac{3}{2}m^3 - \frac{9}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$

$+\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{3}{8}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2 + \frac{63}{8}m^3 - \frac{21}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\varepsilon'\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left\{\frac{15}{8}m^2 + \left(\frac{249}{32} + \frac{45}{32} = \frac{147}{16}\right)m^3\right\}$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left\{\frac{15}{8}m + \frac{681}{64}m^2\right\}$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\frac{15}{8} - \frac{15}{8} = 0\right\}m^2$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{-\frac{15}{4}m^2 + \left(\frac{1509}{32} - \frac{45}{32} = \frac{183}{4}\right)m^3\right\}$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{2} + \frac{45}{4}m\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{8}m^2\right)$
$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{25}{8}m^2 + \frac{95}{16}m^3\right)$
$\cos 3Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{125}{8}m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{8}m^2 + \frac{945}{32}m^3\right).$

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$ (*)

Multiplicateur	Produit	
$2\cos cv \quad e\left(\frac{45}{8}m\right)$ ……	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{16}me^2\right)$
	$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{16}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \quad \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 3Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}-\frac{135}{16}m+\frac{15}{8}m\right)\\
\cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{45}{16}m^2-\frac{549}{16}m^3+\frac{45}{16}m^3\right)\\
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{375}{32}m^2\right)\\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8}-\frac{135}{16}m+\frac{15}{8}m\right)\\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{225}{32}m^2-\frac{2835}{128}m^3+\frac{225}{32}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{64}m^2\right)\\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{64}m\right)\\
\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{525}{64}m^2-\frac{1995}{128}m^3-\frac{1575}{128}m^3\right)\\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

(*) Les termes du multiplicateur $\int R_1 dv$ sont censés pris dans les pages 61, 62, 289, 290, 470, 471.

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m^2+\frac{441}{128}m^3+\frac{45}{128}m^3\right)\\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}m\right)\\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{75}{64}m^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{2}\right)\\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{315}{16}me^2\right)\\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{2}e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right) \ldots \left\{ \cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{16}me^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}\right) \ldots \left\{ \cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{32}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}.m^{-1}\right) \ldots \left\{ \cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}.m^{-1}\right) \ldots \left\{ \cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{64}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}.m^{-1}\right) \ldots \left\{ \cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{45}{64}m\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\frac{21}{8}-\frac{567}{32}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{63}{8}m^2-\frac{1701}{32}m^3+\frac{63}{16}m^3-\frac{189}{128}m\gamma^2\right)\\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{315}{32}m\right)\\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{63}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . . $2\cos Ev$ $\quad b^2\left(-\frac{3}{8}-\frac{51}{16}m\right)$

Produit

$\cos Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{81}{128}m\right)$
$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{9}{16}m^2+\frac{9}{64}m^3-\frac{27}{128}m\gamma^2+\frac{153}{32}m^3\right)$
$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{63}{16}m^2\right)$
$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{16}m^2-\frac{153}{32}m^3\right)$
$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{9}{128}m\right)$
$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos Ev-cv$ $\quad eb^2\left(-\frac{15}{16}.m^{-1}\right)$

Produit

$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m\right)$
$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{315}{32}m\right)$
$\cos Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$
$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{64}me^2\right)$
$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{64}me^2\right)$
$\cos Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$

Multiplicateur . . . $2\cos Ev + c'mv - cv.\ e\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{4}.m^{-2} - \frac{45}{8}.m^{-1}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{4} - \frac{135}{8}m + \frac{15}{8}m - \frac{45}{64}\gamma^2.m^{-1}\right) \\ \cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{4} - \frac{135}{8}m + \frac{15}{8}m - \frac{45}{64}\gamma^2.m^{-1}\right) \\ \cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{8}\right) \\ \cos Ev - c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{8}e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{105}{32}.m^{-1}\right)\ldots\Big\{ \cos Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{1575}{64}me^2\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{5}{8} - \frac{25}{16}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos Ev - c'mv & \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m^2\right) \\ \cos Ev + c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{16}m^2 - \frac{315}{64}m^3 + \frac{105}{128}m\gamma^2 - \frac{525}{32}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 3Ev + c'mv\ \varepsilon'b^2\left(\frac{15}{8} - \frac{165}{32}m\right)\ldots\Big\{ \cos Ev + c'mv\ \varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}m^2 - \frac{495}{32}m^3 + \frac{45}{16}m^3 - \frac{135}{128}m\gamma^2\right)$$

$$2\cos 3Ev - c'mv\ \varepsilon'b^2\left(-\frac{25}{8}\right)\ldots\Big\{ \cos Ev - c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{75}{8}m^2\right).$$

207. En réunissant les termes qui entrent dans ces deux produits partiels, il viendra

$$(10)\ \ldots\ldots\ -R_1\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos Ev - c'mv\ \varepsilon'b^2\begin{Bmatrix} \frac{15}{16} - \left(\frac{135}{32} + \frac{315}{128} = \frac{855}{128}\right)m + \left(\frac{15}{4} + \frac{15}{8} = \frac{45}{8}\right)e^2 \\ + \left(\frac{15}{16} - \frac{75}{32} = -\frac{45}{32}\right)\varepsilon'^2 - \frac{15}{32}\gamma^2 \\ + \left(\frac{6363}{256} + \frac{1125}{256} - \frac{693}{64} - \frac{225}{512} + \frac{21}{16} + \frac{3}{8} - \frac{15}{16} + \frac{75}{8} = \frac{14391}{512}\right)m^2 \end{Bmatrix}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{128} = \frac{135}{128}\right) m \\ + \left(\frac{99}{64} - \frac{297}{32} - \frac{675}{256} + \frac{1575}{512} - \frac{3}{16} - \frac{21}{8} + \frac{105}{16} - \frac{45}{8} = -\frac{4695}{512}\right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1971}{512} + \frac{6255}{1024} + \frac{19845}{2048} + \frac{7749}{1024} - \frac{13}{64} - \frac{45}{32} + \frac{735}{32} \\ - \frac{91}{16} + \frac{1365}{64} + \frac{315}{32} - \frac{195}{16} + \frac{615}{32} + \frac{9}{32} = \frac{166649}{2048} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{8} + \frac{45}{32} + \frac{135}{128} + \frac{45}{64} + \frac{225}{256} - \frac{135}{256} \\ + \frac{1575}{256} + \frac{1575}{256} - \frac{2625}{256} - \frac{135}{256} = \frac{1365}{128} \end{array} \right\} me^2 \\ + \left(\frac{45}{64} - \frac{225}{256} + \frac{9}{128} + \frac{63}{128} - \frac{105}{128} + \frac{135}{128} = \frac{159}{256}\right) m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{45}{16} - \frac{225}{128} + \frac{135}{128} - \frac{45}{1024} + \frac{9135}{1024} = \frac{2745}{512}\right) m\varepsilon'^2 \end{array} \right.$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2 \left\{ \frac{45}{32} + \frac{225}{128} = \frac{405}{128} \right\} m$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{45}{32} - \frac{45}{64} - \frac{225}{64} - \frac{45}{128} - \frac{315}{128} + \frac{27}{128} = -\frac{1053}{128} \right\} m$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{15}{8} + \left(\frac{135}{16} + \frac{15}{8} + \frac{315}{64} - \frac{225}{128} + \frac{1125}{128} - \frac{27}{128} = \frac{2823}{128}\right) m \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3675}{512} + \frac{225}{128} + \frac{225}{128} + \frac{225}{256} + \frac{225}{64} \\ + \frac{225}{256} - \frac{135}{256} - \frac{225}{256} = \frac{105}{512} \end{array} \right\} m$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{525}{512} + \frac{45}{128} - \frac{45}{128} + \frac{27}{128} + \frac{75}{256} + \frac{45}{256} = -\frac{177}{512} \right\} m$$

$$\cos 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{15}{16} + \left(\frac{135}{32} - \frac{45}{128} = \frac{495}{128}\right) m \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{15}{8} + \left(-\frac{135}{16} + \frac{15}{8} + \frac{45}{64} - \frac{45}{128} + \frac{135}{128} + \frac{45}{128} = -\frac{615}{128}\right) m \right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ -\frac{45}{128} - \frac{45}{32} = -\frac{225}{128} \right\} m$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{75}{32} - \frac{15}{64} = -\frac{165}{64} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{35}{64} - \frac{15}{32} = -\frac{65}{64} \right\}.$$

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\, dv =$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{16}+\frac{225}{32}-\frac{525}{64}+\frac{45}{64}+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+\frac{63}{8}-\frac{105}{16}+\frac{45}{8}=\frac{297}{32}\right)m^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{549}{16}+\frac{45}{16}-\frac{2835}{128}+\frac{225}{32}-\frac{1995}{128}-\frac{1575}{128}+\frac{441}{128}+\frac{45}{128}+\frac{9}{64} \\ +\frac{153}{32}-\frac{153}{32}-\frac{1701}{32}+\frac{63}{16}-\frac{315}{64}-\frac{525}{32}-\frac{495}{32}+\frac{45}{16}=-\frac{19683}{128} \end{array}\right\} m^3 \\ +\left(-\frac{27}{128}-\frac{189}{128}+\frac{105}{128}-\frac{135}{128}=-\frac{123}{64}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{135}{64}-\frac{225}{64}-\frac{1575}{64}-\frac{225}{16}-\frac{45}{16}-\frac{315}{16}=-\frac{4005}{64}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{375}{32}-\frac{315}{64}+\frac{75}{64}-\frac{63}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{8}+\frac{15}{16}-\frac{75}{8}=-\frac{915}{32}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{75}{8}-\frac{15}{2}=-\frac{135}{8}\right)e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left\{-\frac{45}{32}-\frac{45}{16}=-\frac{135}{32}\right\} m$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{45}{8}\right)-\frac{45}{64}\gamma^2 . m^{-1} \\ -\left(\frac{135}{8}+\frac{315}{32}+\frac{135}{16}-\frac{15}{8}-\frac{15}{8}+\frac{315}{64}=\frac{2325}{64}\right)m \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{32}\, m\right)$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2\left\{-\frac{225}{64}-\frac{45}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{16}+\frac{135}{64}-\frac{315}{32}=-\frac{135}{4}\right\} m$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \qquad \gamma^2\varepsilon' b^2\left\{-\frac{45}{32}-\frac{81}{128}-\frac{63}{128}-\frac{45}{64}-\frac{9}{128}=-\frac{423}{128}\right\} m$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2\left\{-\frac{45}{16}-\frac{45}{32}=-\frac{135}{32}\right\} m$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{45}{8}\right)-\frac{45}{64}\gamma^2 . m^{-1} \\ +\left(\frac{45}{64}-\frac{135}{8}+\frac{15}{8}-\frac{135}{16}+\frac{15}{8}+\frac{45}{32}=-\frac{1245}{64}\right)m \end{array}\right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left\{-\frac{75}{8}-\frac{15}{2}=-\frac{135}{8}\right\}.$$

208. Maintenant, la réunion des termes compris dans la fonction

$$\frac{3}{2}(1)+m^2\{(2)+(3)+2.(4)+(5)+(6)+(7)+(8)+(9)+(10)+(11)\}$$

donnera l'équation différentielle suivante en δu :

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos Ev+c'mv\;\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=\frac{15}{8}\right)m^2+\left(\frac{135}{64}-\frac{135}{16}-\frac{405}{128}+\frac{135}{128}=-\frac{135}{16}\right)m^3\\
+\left(\frac{819}{64}+\frac{1593}{64}+\frac{6099}{512}-\frac{4695}{512}+\frac{297}{32}=\frac{6363}{128}\right)m^4\\
+\left(\frac{45}{16}-\frac{45}{16}+\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{4}+\frac{9}{4}+\frac{21}{8}+\frac{3}{4}-\frac{15}{8}=\frac{15}{2}\right)m^2e^2\\
+\left(\frac{21}{16}-\frac{3}{4}-\frac{27}{16}+\frac{3}{16}=-\frac{15}{16}\right)m^2\gamma^2\\
+\left(\frac{35703}{512}-\frac{6691}{256}-\frac{193369}{2048}+\frac{166649}{2048}-\frac{19683}{128}=-\frac{63091}{512}\right)m^5\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{2385}{16}-\frac{945}{64}-\frac{135}{16}+\frac{135}{16}-\frac{1125}{64}\\
+\frac{2595}{128}-\frac{15}{64}+\frac{1365}{128}-\frac{4005}{64}=\frac{2715}{32}\end{array}\right\}m^3e^2\\
+\left(-\frac{861}{64}-\frac{675}{128}+\frac{129}{32}-\frac{135}{64}+\frac{195}{256}+\frac{159}{256}-\frac{123}{64}=-\frac{555}{32}\right)m^3\gamma^2\\
+\left(\frac{4725}{256}-\frac{2745}{64}-\frac{8235}{512}+\frac{2745}{512}=-\frac{1125}{32}\right)m^3\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-c'mv\;\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{27}{8}-\frac{21}{4}-\frac{45}{16}+\frac{15}{16}=-\frac{15}{4}\right)m^2\\
+\left(\frac{135}{64}+\frac{567}{16}+\frac{2085}{128}-\frac{855}{128}=\frac{1509}{32}\right)m^3\\
+\left(\frac{879}{64}+\frac{1431}{64}-\frac{14823}{512}+\frac{14391}{512}-\frac{945}{32}=\frac{183}{32}\right)m^4\\
+\left(-\frac{135}{32}+\frac{99}{32}+\frac{213}{16}+\frac{135}{32}-\frac{45}{32}=15\right)m^2\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{27}{4}-\frac{87}{8}-\frac{21}{4}-\frac{45}{8}-\frac{15}{4}+\frac{45}{8}-\frac{135}{8}=-30\right)m^2e^2\\
+\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{4}-\frac{21}{16}+\frac{45}{32}-\frac{15}{32}-\frac{27}{16}=-\frac{15}{4}\right)m^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{9}{4}-\frac{15}{16}-\frac{3}{16}=-\frac{27}{8}\right)m^2+\frac{135}{32}m\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{8}-\frac{45}{16}-\frac{1317}{128}-\frac{225}{32}-\frac{45}{32}+\frac{405}{128}-\frac{135}{32}=-\frac{687}{32}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{21}{16}-\frac{27}{4}-\frac{15}{16}-\frac{15}{8}+\frac{45}{8}=-\frac{21}{8}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{45}{64}+\frac{585}{128}=\frac{495}{128}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{27}{4}-\frac{45}{32}-\frac{6777}{128}-\frac{1131}{32}-\frac{735}{64}+\frac{2823}{128}-\frac{2325}{64}=-\frac{6957}{64}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{5}{2}m^0+\frac{45}{4}m+\left(\frac{15}{4}-\frac{9}{4}-\frac{4497}{64}+\frac{3}{16}=-\frac{4389}{64}\right)m^2 \\ -\left(\frac{35}{8}+\frac{5}{2}=\frac{55}{8}\right)e^2-\frac{5}{2}\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{16}+\frac{5}{4}-\frac{5}{8}=\frac{25}{16}\right)\gamma^2 \\ +\left(-\frac{135}{8}+\frac{97435}{384}+\frac{189}{32}-\frac{135}{64}-\frac{45}{32}-\frac{1053}{128}=\frac{44357}{192}\right)m^3 \\ +\left(\frac{45}{4}-\frac{475}{8}=-\frac{385}{8}\right)me^2+\frac{3225}{64}m\varepsilon'^2 \\ +\left(25-\frac{225}{32}+\frac{45}{16}=\frac{665}{32}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{16}+\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{15}{8}-\frac{15}{32}=\frac{15}{32}\right)m^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{3915}{256}+\frac{6195}{64}-\frac{585}{64}+\frac{15075}{512} \\ -\frac{585}{256}+\frac{105}{512}-\frac{135}{4}=\frac{8445}{128} \end{array}\right\}m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{9}{4}-\frac{15}{16}+\frac{15}{16}-\frac{39}{32}+\frac{9}{32}-\frac{3}{32}=-\frac{105}{32}\right)m^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} 18+\frac{405}{256}+\frac{249}{16}-\frac{405}{128}-\frac{945}{512} \\ +\frac{135}{128}-\frac{177}{512}-\frac{423}{128}=\frac{3525}{128} \end{array}\right\}m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{\left(\frac{5}{4}+\frac{35}{48}=\frac{95}{48}\right)-\left(\frac{435}{32}+\frac{415}{128}=\frac{2155}{128}\right)m\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left\{-\frac{735}{128}-\frac{315}{128}=-\frac{525}{64}\right\}m$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{15}{4}-\frac{75}{16}+\frac{15}{16}=-\frac{15}{2}\right)m^2+\frac{75}{64}m\gamma^2 \\ +\left(-\frac{45}{8}-\frac{2025}{128}-\frac{135}{32}+\frac{45}{32}-\frac{225}{128}-\frac{135}{32}=-\frac{1935}{64}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}-\frac{45}{16}-\frac{15}{16}=-\frac{75}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{165}{16}+\frac{1965}{128}+\frac{495}{128}=\frac{945}{32}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{4}+\frac{105}{16}-\frac{45}{16}+\frac{15}{8}+\frac{45}{8}=15\right)m^2 \\ +\left(\frac{15}{4}+\frac{225}{32}+\frac{255}{128}+\frac{15}{32}+\frac{615}{64}-\frac{615}{128}-\frac{1245}{64}=-\frac{45}{32}\right)m^3 \\ +\left(-\frac{45}{64}-\frac{45}{16}=-\frac{225}{64}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2 \left\{-\frac{75}{16}-\frac{45}{16}+\frac{315}{64}+\frac{105}{32}-\frac{165}{64}-\frac{135}{8}=-\frac{75}{4}\right\} m^2$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{-\frac{15}{16}-\frac{85}{32}-\frac{45}{32}+\frac{15}{64}+\frac{45}{32}-\frac{65}{64}+\frac{45}{16}=-\frac{25}{16}\right\} m^2$$

$$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{15}{32}m\right).$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont ceux-ci :

Argument	Facteur pour l'intégration
$Ev + c'mv$	$\frac{2}{3m^2}$
$Ev - c'mv$	$-\frac{1}{4m}\left(1+\frac{11}{8}m+\frac{121}{64}m^2\right)$
$Ev + cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m\right)$
$Ev - c'mv + cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m\right)$
$Ev + c'mv - cv$	$-1-\frac{3}{2}m^2$
$Ev + c'mv - 2cv$	$-\frac{2}{3m^2}\left(1-\frac{75}{4}m\right)$
$Ev + c'mv - 2gv$	$\frac{2}{9m^2}\left(1+\frac{1}{4}m\right)$

$Ev+c'mv+cv-2gv$ . . .	-1
$Ev-c'mv-cv+2gv$ . . .	$\frac{1}{3}$
$3Ev-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+4m\right)$
$3Ev+c'mv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{2}m\right)$
$3Ev+c'mv-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m\right)$
$3Ev+c'mv-2cv$	$-\frac{1}{4m}$
$3Ev+c'mv-2gv$	$-\frac{1}{4m}$
$3Ev+c'mv+cv-2gv$ . .	$\frac{1}{3}$;

partant on a ;

$$\delta u =$$

$$\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{5}{4}m^0-\frac{45}{8}m+\frac{2121}{64}m^2+\frac{5}{4}\varepsilon'^2+5e^2-\frac{5}{8}\gamma^2 \\ -\frac{63091}{768}m^3+\frac{905}{16}me^2-\frac{185}{16}m\gamma^2-\frac{375}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{16}m+\left(\frac{165}{128}-\frac{1509}{128}=-\frac{21}{2}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{183}{128}-\frac{16599}{1024}+\frac{1815}{1024}=-\frac{2031}{128}\right)m^3-\frac{15}{4}m\varepsilon'^2+\frac{15}{2}me^2+\frac{15}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev+cv \qquad eb^2\left\{-\frac{9}{8}m^2-\left(\frac{3}{2}+\frac{229}{32}=\frac{277}{32}\right)m^3+\frac{45}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{5}{2}m^0-\frac{45}{4}m+\left(\frac{4389}{64}+\frac{15}{4}=\frac{4629}{64}\right)m^2+\frac{55}{8}e^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2 \\ -\frac{25}{16}\gamma^2+\left(-\frac{44357}{192}-\frac{135}{8}=-\frac{47597}{192}\right)m^3 \\ +\frac{385}{8}me^2-\frac{3225}{64}m\varepsilon'^2-\frac{665}{32}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{ll}
+\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{7}{8} m^2 - \left(\frac{7}{3} + \frac{2319}{64} = \frac{7405}{192}\right) m^3 + \frac{165}{128} m\gamma^2 \right\} \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{5}{16} + \left(-\frac{2815}{64} + \frac{375}{64} = -\frac{305}{8}\right) m \right\} \\
\cos Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{35}{48} + \left(\frac{1175}{192} - \frac{35}{192} = \frac{95}{16}\right) m \right\} \\
\cos Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{95}{48} + \frac{2155}{128} m \right) \\
\cos Ev - c'mv - cv + 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{175}{64} m \right) \\
\cos 3Ev - cv & e b^2 \left\{ -\frac{5}{2} m^2 - \left(\frac{645}{64} + 10 = \frac{1285}{64}\right) m^3 + \frac{25}{64} m\gamma^2 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{75}{64} m^2 + \left(\frac{945}{256} - \frac{225}{128} = \frac{495}{256}\right) m^3 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 \left\{ 5 . m^2 + \left(\frac{40}{3} - \frac{15}{32} = \frac{1235}{96}\right) m^3 - \frac{75}{64} m\gamma^2 \right\} \\
\cos 3Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{75}{16} m \right) \\
\cos 3Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{25}{64} m \right) \\
\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{5}{32} m \right).
\end{array}$$

TROISIÈME SECTION.

Formation de la valeur cherchée de $\frac{\delta u}{u_1}$.

209. En ayant sous les yeux l'expression précédente de δu, et celle posée dans les pages 482 et 483, il sera maintenant facile d'obtenir les termes donnés par le produit $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)\delta u$. Voici le détail de cette opération, où les termes du premier facteur sont censés pris dans le I.er volume (Voyez p. 308).

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)\delta u$.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{5}{8}+\frac{45}{16}m-\frac{2121}{128}m^2-\frac{5}{8}\varepsilon'^2-\frac{5}{2}e^2+\frac{5}{16}\gamma^2 \\ +\frac{63091}{1536}m^3-\frac{905}{32}me^2+\frac{185}{32}m\gamma^2+\frac{375}{32}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{5}{16}\gamma^2-\frac{45}{32}m\gamma^2+\frac{5}{32}e^2-\frac{45}{64}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{32}m+\frac{21}{4}m^2+\frac{2031}{256}m^3+\frac{15}{8}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{15}{4}me^2-\frac{15}{32}m\gamma^2+\frac{15}{64}m\gamma^2+\frac{15}{128}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{5}{4}e^2+\frac{45}{8}me^2\right) \\
\cos Ev + cv & e b^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{32}m+\frac{81}{32}m^2+\frac{3231}{256}m^3-\frac{75}{64}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2 \\ +\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{15}{64}m\gamma^2-\frac{15}{128}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{105}{32}me^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{5}{4}+\frac{45}{8}m\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{5}{32}e^2+\frac{305}{16}me^2\right) \\
\cos Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(\frac{35}{96}-\frac{95}{32}m\right) \\
\cos 3Ev - cv & e b^2 & \left(\frac{175}{128}me^2\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{75}{128}m^2-\frac{495}{512}m^3\right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{75}{32}me^2\right) \\
\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2 b^2 & \left(-\frac{25}{128}m\right) \\
\cos 3Ev - cv & e b^2 & \left(-\frac{25}{128}m^2-\frac{415}{512}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . $\cos ov \ \left(-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos Ev+c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{16}\gamma^2-\frac{5}{8}e^2+\frac{45}{32}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2\right)\\ \cos Ev-c'mv & \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{64}m\gamma^2-\frac{15}{32}me^2\right)\\ \cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(-\frac{5}{8}\gamma^2-\frac{5}{4}e^2+\frac{45}{16}m\gamma^2+\frac{45}{8}me^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\ \frac{1}{4}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(\ \frac{5}{16}-\frac{45}{32}m\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{15}{32}me^2\right)\\ \cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2\left(\ \frac{105}{64}me^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\ \frac{1}{8}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2b^2\left(\ \frac{5}{32}-\frac{45}{64}m\right)\\ \cos Ev-c'mv-cv+2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\ \frac{105}{128}m\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots\begin{cases}\cos Ev+c'mv+cv-2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{5}{32}+\frac{45}{64}m\right)\\ \cos Ev-c'mv-cv+2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{15}{128}m\right).\end{cases}$$

En réunissant ces termes avec ceux qui entrent dans l'expression précédente de δu on aura la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il s'agissait de trouver dans ce paragraphe.

$$\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\cos Ev+c'mv \quad \varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&\frac{5}{4}-\frac{45}{8}m+\frac{2121}{64}m^2+\frac{5}{4}\varepsilon'^2+\left(5-\frac{5}{8}-\frac{5}{4}=\frac{25}{8}\right)e^2\\ &-\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{16}=\frac{15}{16}\right)\gamma^2-\frac{63091}{768}m^3-\frac{375}{16}m\varepsilon'^2\\ &+\left(\frac{905}{16}+\frac{45}{16}+\frac{45}{8}=65\right)me^2+\left(\frac{45}{32}-\frac{185}{16}=-\frac{325}{32}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{16} m - \frac{21}{2} m^2 - \frac{2031}{128} m^3 - \frac{15}{4} m \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{15}{4} - \frac{15}{32} - \frac{105}{32} = \frac{15}{4} \right) me^2 + \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{64} = \frac{45}{64} \right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{32} m + \left(\frac{81}{32} - \frac{9}{8} = \frac{45}{32} \right) m^2 + \left(-\frac{277}{32} + \frac{3231}{256} = \frac{1015}{256} \right) m^3 \\ + \left(\frac{45}{32} - \frac{75}{64} - \frac{15}{64} = 0 \right) m\gamma^2 + \left(\frac{45}{32} - \frac{15}{128} - \frac{15}{32} = \frac{105}{128} \right) me^2 + \frac{45}{32} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{32} m + \left(\frac{21}{4} - \frac{7}{8} = \frac{35}{8} \right) m^2 \\ + \left(\frac{2031}{256} - \frac{7405}{192} = -\frac{23527}{768} \right) m^3 + \frac{15}{8} m \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{15}{128} - \frac{15}{4} + \frac{105}{64} = -\frac{255}{128} \right) me^2 + \left(\frac{165}{128} - \frac{15}{32} + \frac{15}{64} = \frac{135}{128} \right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{8} = \frac{15}{8} \right) m^0 + \left(\frac{45}{16} - \frac{45}{4} = -\frac{135}{16} \right) m \\ + \left(\frac{4629}{64} - \frac{2121}{128} = \frac{7137}{128} \right) m^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{8} = \frac{15}{8} \right) \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{55}{8} - \frac{5}{4} - \frac{5}{2} + \frac{5}{32} + \frac{5}{32} = \frac{55}{16} \right) e^2 \\ + \left(\frac{5}{16} - \frac{25}{16} - \frac{5}{8} + \frac{5}{16} = -\frac{25}{16} \right) \gamma^2 \\ + \left(\frac{63091}{1536} - \frac{47597}{192} = -\frac{105895}{512} \right) m^3 \\ + \left(\frac{385}{8} + \frac{45}{8} - \frac{905}{32} - \frac{45}{64} + \frac{305}{16} = \frac{2805}{64} \right) me^2 \\ + \left(\frac{45}{16} - \frac{665}{32} + \frac{185}{32} - \frac{45}{32} = -\frac{435}{32} \right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{375}{32} - \frac{3225}{64} = -\frac{2475}{64} \right) m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \quad e^2 \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{5}{16} - \frac{5}{4} + \frac{5}{16} = -\frac{5}{4} \right) \\ + \left(-\frac{305}{8} + \frac{45}{8} - \frac{45}{32} = -\frac{1085}{32} \right) m \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon' \gamma^2 b^2 \left\{ \left(\frac{5}{32} - \frac{35}{48} = -\frac{55}{96} \right) + \left(\frac{95}{16} - \frac{45}{64} = \frac{335}{64} \right) m \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{35}{96} - \frac{95}{48} - \frac{5}{32} = -\frac{85}{48}\right) \\ + \left(\frac{2155}{128} - \frac{95}{32} + \frac{45}{64} = \frac{1865}{128}\right) m \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{175}{64} - \frac{15}{128} + \frac{105}{128} = -\frac{65}{32} \right\} m$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{5}{2} - \frac{25}{128} = -\frac{345}{128}\right) m^2 + \left(-\frac{415}{512} - \frac{1285}{64} = -\frac{10695}{512}\right) m^3 \\ + \frac{25}{64} m\gamma^2 + \frac{175}{128} me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{75}{64} m^2 + \frac{495}{256} m^3 \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(5 + \frac{75}{128} = \frac{715}{128}\right) m^2 + \left(\frac{1235}{96} - \frac{495}{512} = \frac{18275}{1536}\right) m^3 \\ - \frac{75}{64} m\gamma^2 - \frac{75}{32} me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{75}{16} m \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{25}{64} m \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{5}{32} - \frac{25}{128} = -\frac{45}{128} \right\} m.$$

§ 13.

Intégration de l'équation différentielle en δu, propre à fournir l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ exacte jusqu'aux quantités du septième ordre, inclusivement, par rapport au coefficient de l'argument $2gv - 2cv$.

210. La quatrième section du 6.ième paragraphe du chapitre précédent (Voyez p. 130-143) avait, par rapport aux quantités d'un ordre immédiatement inférieur, un objet entièrement analogue à celui dont il est question ici. Là on ne pouvait pas aller plus loin, parce que les termes des quels dépend l'approximation subséquente n'étaient pas encore développés. Maintenant, les termes auxiliaires qui font partie des trois fonctions δs, $\frac{\delta u}{u_1}$, δnt sont tous préparés, et la question est réduite à former une équation différentielle spéciale en δu, qui comprenne, convenablement développés, les coefficiens des trois argumens $2gv - cv$, $2gv - 2cv$, $2gv - 3cv$. Pour cela, il suffit de suivre pas-à-pas la marche tracée dans la quatrième section rappellée plus haut, en ayant soin de donner à chacune des fonctions qu'il faut considérer l'extension qui convient à l'objet qu'on veut remplir actuellement.

211. Nous supposons qu'on a sous les yeux réunis les différens termes de la fonction δs qui se trouvent épars dans les pages 204, 205, 206, 207, 221, 268, 269, 324, 422. Alors on forme aisément l'expression suivante de $2s_1 . \delta s = 2\,\delta s . \gamma \sin gv$, et celle du carré $(\delta s)^2$:

$$2s_1\,\delta s =$$

$$\cos cv \qquad e\gamma^2\left(-m^2+\frac{3}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-3.m^2-\frac{9}{2}m^3-\frac{789}{64}m^4-\frac{5795}{128}m^5-\frac{3}{8}m^2e^2\\ -\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2-\frac{387}{64}m^3e^2+\frac{117}{16}m^3\gamma^2-\frac{33}{2}m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv \qquad e\gamma^2\left(3.m^2+\frac{9}{2}m^3\right)$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{5}{8}-\frac{135}{64}m-\frac{659}{512}m^2-\frac{5}{32}e^2+\frac{45}{64}\gamma^2-\frac{13299}{4096}m^3\\ -\frac{1215}{256}m\gamma^2+\frac{135}{32}me^2-\frac{585}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{5}{8}+\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}\gamma^2+\frac{405}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv-3cv \qquad e^3\gamma^2\left(\frac{5}{8}m^2+\frac{105}{32}m^3\right)$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\gamma^2-\frac{27}{8}m^3\gamma^2\right):$$

Produits partiels de $(\delta s)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv+cv$	$e\gamma\left(-m^2+\frac{3}{8}m^3\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{5}{8}m^2e^2+\frac{135}{64}m^3e^2+\frac{15}{64}m^3e^2\right)$
$2\sin gv-cv$	$e\gamma\left(3.m^2+\frac{9}{2}m^3\right)\ldots$	$\cos 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2-\frac{405}{64}m^3+\frac{45}{16}m^3\right)$
$2\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur ..... $2\sin 2Ev - gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{45}{64}m^4 - \frac{45}{256}m^5 - \frac{1335}{512}m^5 + \frac{15}{64}m^3e^2 - \frac{3}{32}m^3\gamma^2\right) \\
\cos cv & e\gamma^2 & \left(\frac{3}{8}m^3\right) \\
\cos cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{9}{8}m^3\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{45}{512}m^2 - \frac{2745}{4096}m^3 + \frac{45}{2048}m^3\right) \\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{45}{64}m^3\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m^3\gamma^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(m^2\right) \ldots \left\{\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{15}{64}m^3\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - cv - gv \quad e\gamma\left(-3.m^2\right) \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^3e^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^3\gamma^2\right).
\end{array}\right.$$

En réunissant les termes de ces deux fonctions on obtient

$$(a') \; \ldots\ldots \; 2s_1\delta s + (\delta s)^2 =$$

$$\cos cv \qquad e\gamma^2\left\{\left(3 - 1 = 2\right)m^2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{9}{2} + \frac{3}{8} - \frac{9}{8} = \frac{33}{8}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-3.m^2 - \frac{9}{2}m^3 + \left(-\frac{789}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{417}{32}\right)m^4 - \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1\right)m^3e^2 \\
-\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2 + \frac{1}{4}m^2\gamma^2 - \left(\frac{5795}{128} + \frac{45}{256} + \frac{1335}{512} = \frac{24605}{512}\right)m^5 \\
+\left(-\frac{387}{64} + \frac{135}{64} + \frac{15}{64} + \frac{15}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{267}{64}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{117}{16} - \frac{27}{8} - \frac{3}{32} + \frac{9}{32} + \frac{9}{16} = \frac{75}{16}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(-\frac{33}{2} - \frac{81}{16} + \frac{81}{16} = -\frac{33}{2}\right)m^3\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$+\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{5}{8}-\frac{135}{64}m+\left(-\frac{659}{512}+\frac{45}{512}=-\frac{307}{256}\right)m^2-\frac{5}{32}e^2 \\ +\left(\frac{45}{64}-\frac{15}{64}=\frac{15}{32}\right)\gamma^2-\left(\frac{13299}{4096}+\frac{2745}{4096}-\frac{45}{2048}=\frac{7977}{2048}\right)m^3 \\ +\left(-\frac{1215}{256}+\frac{405}{256}=-\frac{405}{128}\right)m\gamma^2+\frac{135}{32}me^2-\frac{585}{128}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left\{\left(\frac{5}{8}+\frac{15}{8}=\frac{5}{2}\right)m^2+\left(\frac{105}{32}-\frac{405}{64}+\frac{45}{16}-\frac{45}{64}+\frac{15}{64}=-\frac{45}{64}\right)m^3\right\}.$$

Le produit de cette fonction par $2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$ donne

$$(b') \ldots\ldots 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right).\left\{2s_1\delta s+(\delta s)^2\right\}=$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{15}{8}m^2\gamma^2+\frac{495}{128}m^3\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{75}{128}\gamma^2+\frac{2025}{1024}m\gamma^2\right\}.$$

La même fonction (a') étant multipliée par $\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2$ donne;

$$(c') \ldots\ldots \left(\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2\right)\left\{2s_1\delta s+(\delta s)^2\right\}=$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{9}{4}m^4-\frac{27}{8}m^5-\frac{9}{2}m^2e^2-\frac{27}{4}m^3e^2+\frac{9}{8}m^2\gamma^2+\frac{27}{16}m^3\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\frac{15}{32}m^2-\frac{405}{256}m^3+\frac{15}{16}e^2-\frac{405}{128}me^2-\frac{15}{64}\gamma^2+\frac{405}{512}m\gamma^2\right\}.$$

La fonction $2s_1\delta s+(\delta s)^2$ renferme ces quatre termes (Voyez p. 42)

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m\right)+\cos 2Ev-2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{8}m\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left(3.m^2\right)+\cos 2Ev-2gv+cv \quad e\gamma^2\left(m^2\right):$$

Donc en faisant le carré on aura le terme

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}+\frac{9}{8}=\frac{3}{4}\right)m^3\gamma^2,$$

qui, multiplié par $-\frac{15}{8}$ donne,

$$(d') \ldots\ldots -\frac{15}{8}\left\{2s_{,}\delta s+(\delta s)^2\right\}^2 = \cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m^3\gamma^2\right).$$

Or on a

$$-q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\delta T = \left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{15}{8}\gamma^2\cos 2gv\right\}\left\{2s_{,}\delta s+(\delta s)^2\right\}$$
$$+\frac{15}{8}\left\{2s_{,}\delta s+(\delta s)^2\right\}^2;$$

(Voyez pages 275 et 277 du I.er volume, et la page 42 de celui-ci); partant, si l'on réunit les termes compris dans la fonction

$$\frac{3}{2}\cdot(a')+(b')+(c')+(d')$$

il viendra

$$(1) \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\delta T =$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{9}{2}m^2-\frac{27}{4}m^3-\left(\frac{1251}{64}+\frac{9}{4}=\frac{1395}{64}\right)m^4\\&-\left(\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6\right)m^2e^2-\frac{27}{4}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{8}+\frac{15}{8}+\frac{9}{8}=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2\\&-\left(\frac{73815}{1024}+\frac{27}{8}=\frac{77271}{1024}\right)m^5-\frac{99}{4}m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{801}{128}+\frac{27}{4}=\frac{1665}{128}\right)m^3e^2\\&+\left(\frac{225}{32}+\frac{495}{128}+\frac{27}{16}-\frac{45}{32}=\frac{1431}{128}\right)m^3\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left\{\frac{15}{4}m^2-\frac{135}{128}m^3\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{15}{16}-\frac{405}{128}m+\left(-\frac{921}{512}+\frac{15}{32}=-\frac{681}{512}\right)m^2+\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{64}=\frac{45}{64}\right)e^2\\&+\left(\frac{45}{64}-\frac{75}{128}-\frac{15}{64}=-\frac{15}{128}\right)\gamma^2-\left(\frac{23931}{4096}+\frac{405}{256}=\frac{30411}{4096}\right)m^3\\&-\frac{1755}{256}m\varepsilon'^2+\left(\frac{405}{64}-\frac{405}{128}=\frac{405}{128}\right)me^2\\&+\left(\frac{2025}{1024}-\frac{1215}{256}+\frac{405}{512}=-\frac{2025}{1024}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

212. Cherchons maintenant les termes donnés par le développement de la fonction $R_4+\frac{3}{2}\delta u$. On fera ici, comme dans la page 132 ;

$$R^{IV}= \cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{-\frac{3}{4}-\frac{21}{16}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{9}{8}\varepsilon'^2\right\}$$
$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)$$
$$\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right).$$

La fonction $\delta R^{IV}+\frac{3}{2}\delta u$ donnera les termes suivans :

Produits partiels de $\left\{\frac{3}{2}u_1-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right\}\cdot\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit		
$\cos 0v$	$\left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)..$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{63}{32}\varepsilon'^2-\frac{1215}{256}m\varepsilon'^2\right)$
		$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{21}{16}e^2-\frac{9}{32}m^3-\frac{405}{128}me^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(3\right)..$	$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(-\frac{21}{8}+\frac{405}{64}m\right)$
		$\cos 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2$	$\left(-\frac{3}{2}+\frac{405}{64}m\right)$
		$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{3}{2}e^2+\frac{405}{64}me^2\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)..$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{729}{128}m\varepsilon'^2\right)$
		$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{729}{128}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{9}{4}\right)..$	$\cos 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2$	$\left(\frac{63}{32}-\frac{1215}{256}m\right)$
$2\cos 2gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\right)..$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{243}{256}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\right)..$	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{243}{256}m\varepsilon'^2\right)$.

En réunissant ces termes on aura

$$\left\{\frac{3}{2}u_{1}-\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_{1}}\right)^{3}\right\}\frac{\delta u}{u_{1}}=$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^{2}\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}m^{2}+\frac{63}{32}\varepsilon'^{2}+\left(\frac{21}{16}-\frac{3}{2}=-\frac{3}{16}\right)e^{2}\\ -\frac{9}{32}m^{3}+\left(\frac{405}{64}-\frac{405}{128}=\frac{405}{128}\right)me^{2}\\ +\left(-\frac{1215}{256}+\frac{729}{128}-\frac{729}{128}+\frac{243}{256}-\frac{243}{256}=-\frac{1215}{256}\right)m\varepsilon'^{2}\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv \quad e^{3}\gamma^{2}\left\{\left(\frac{63}{32}-\frac{3}{2}=\frac{15}{32}\right)+\left(\frac{405}{64}-\frac{1215}{256}=\frac{405}{256}\right)m\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^{2}\gamma^{2}\left(-\frac{21}{8}+\frac{405}{64}m\right).$$

Pour plus de clarté nous ajouterons, que pour obtenir ces termes on a employé la valeur de $\frac{\delta u}{u_{1}}$ posée dans les pages 315-320. En faisant le carré de cette même expression de $\frac{\delta u}{u_{1}}$ on y trouve ces termes :

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_{1}}\right)^{2}$.

$$2\cos 2Ev \quad (m^{2})\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}\cos cv & e & \left(\frac{15}{8}m^{3}\right)\\ \cos 2gv & \gamma^{2} & \left(\frac{3}{16}m^{3}\right)\\ \cos 2gv-cv & e\gamma^{2} & \left(\frac{15}{64}m^{3}\right)\\ \cos 2gv-cv & e\gamma^{2} & \left(-\frac{51}{64}m^{3}\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m+\frac{257}{32}m^{2}\right)\ldots\left\{\cos 2gv-cv \quad e\gamma^{2}\left(\frac{45}{128}m^{2}-\frac{915}{512}m^{3}+\frac{771}{512}m^{3}\right)\right.:$$

de sorte que on a ;

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{45}{128}m^2 + \left(\frac{15}{64} - \frac{51}{64} - \frac{915}{512} + \frac{771}{512} = -\frac{27}{32}\right)m^3\right\}.$$

En multipliant ces trois termes par

$$3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 = \cos 0v\,(3) + 2\cos cv \; e\left(-\frac{9}{2}\right) + 2\cos 2gv \; \gamma^2\left(\frac{9}{8}\right)$$

il viendra

$$3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{135}{128}m^2 + \left(-\frac{81}{32} - \frac{27}{32} + \frac{135}{64} = -\frac{81}{64}\right)m^3\right\}.$$

Il suit de là que nous avons

$$(2) \ldots R_4 + \frac{3}{2}\delta u = R^{IV} + \left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} + 3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4} + \left(\frac{3}{2} + \frac{135}{128} = \frac{327}{128}\right)m^2 - \left(\frac{3}{16} + \frac{21}{16} = \frac{3}{2}\right)e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 \\ + \left(\frac{63}{32} - \frac{9}{8} = \frac{27}{32}\right)\varepsilon'^2 - \left(\frac{81}{64} + \frac{9}{32} = \frac{99}{64}\right)m^3 \\ + \frac{405}{128}me^2 - \frac{1215}{256}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}.$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left\{\left(\frac{15}{32} - \frac{15}{16} = -\frac{15}{32}\right) + \frac{405}{256}m\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{15}{16} - \frac{21}{8} = -\frac{27}{16}\right) + \frac{405}{64}m\right\}.$$

213. Occupons nous maintenant du développement des différentes parties de la fonction $\delta R'$.

$$\text{Produits partiels de } -6q\,\frac{(\alpha' u')^3 \,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}\ (^*)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\,-(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{64}m-\frac{615}{256}m^2-\frac{3617}{4096}m^3-\frac{225}{256}me^2\\ +\frac{225}{128}m\varepsilon'^2+\frac{27}{32}m\gamma^2-\frac{45}{32}me^2+\frac{225}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{153}{64}m-\frac{1521}{512}m^2-\frac{28113}{2048}m^3-\frac{1341}{512}me^2\\ -\frac{765}{128}m\varepsilon'^2-\frac{171}{256}m\gamma^2+\frac{153}{32}me^2-\frac{765}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{135}{128}m+\frac{7227}{1024}m^2-\frac{88955}{4096}m^3-\frac{585}{256}m\gamma^2\\ -\frac{2745}{1024}me^2-\frac{675}{256}m\varepsilon'^2+\frac{135}{64}me^2-\frac{675}{256}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{32}m+\frac{777}{256}m^2+\frac{29039}{4096}m^3-\frac{9}{64}m\gamma^2\\ +\frac{1845}{1024}me^2+\frac{135}{64}m\varepsilon'^2-\frac{27}{16}me^2+\frac{135}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(\frac{3915}{512}m\right)\\
2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{27}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv\quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{2499}{256}m\varepsilon'^2\right)\\
-(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left(-\frac{735}{128}m\varepsilon'^2\right)\\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left(\frac{2205}{256}m\varepsilon'^2\right)\\
2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{441}{64}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

(*) On prend les termes du facteur $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 438-446, et ceux du premier facteur dans le 1.er volume p. 336-343.

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{153}{128}\,m\,\varepsilon'^2\right) \\ -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{45}{128}\,m\,\varepsilon'^2\right) \\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(\frac{135}{256}\,m\,\varepsilon'^2\right) \\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}\,m\,\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{16}\,m\,\varepsilon'^2\right) \\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{153}{64}\,m\,\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(21\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{147}{16}\,m\,\varepsilon'^2\right) \\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{2499}{64}\,m\,\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\left\{\ -(2gv-2cv) \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}\,m\,\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left(21\right)\ldots\left\{\ -(2gv-2cv) \qquad e^2\gamma^2\left(\frac{735}{64}\,m\,\varepsilon'^2\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(6+6m+\frac{9}{2}e^2+15.\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}m-\frac{183}{32}m^2-\frac{755}{512}m^3-\frac{9}{32}m\gamma^2 \\ -\frac{1431}{64}me^2-\frac{45}{16}m\,\varepsilon'^2+\frac{9}{8}m^2-\frac{183}{32}m^3 \\ +\frac{27}{32}me^2-\frac{45}{16}m\,\varepsilon'^2-\frac{9}{32}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{153}{32}m+\frac{1521}{256}m^2+\frac{28113}{1024}m^3+\frac{1341}{256}me^2 \\ +\frac{765}{64}m\varepsilon'^2+\frac{171}{128}m\gamma^2-\frac{153}{32}m^2+\frac{1521}{256}m^3 \\ -\frac{459}{128}me^2+\frac{765}{64}m\varepsilon'^2+\frac{153}{128}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\ -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{135}{64}me^2\right) \\ 2gv-3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{27}{16}m\right) \\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{3915}{256}me^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(6-6m+\frac{9}{2}e^2-15.\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}-(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left\{\frac{3}{2}m^2+\frac{13}{4}m^3-\frac{45}{32}me^2-\frac{9}{32}m\gamma^2-\frac{3}{2}m^3\right\} \\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{45}{32}m+\frac{615}{128}m^2+\frac{3617}{2048}m^3+\frac{225}{128}me^2 \\ -\frac{225}{64}m\varepsilon'^2-\frac{27}{16}m\gamma^2-\frac{45}{32}m^2-\frac{615}{128}m^3 \\ +\frac{135}{128}me^2-\frac{225}{64}m\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{135}{64}m\right) \\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{27}{16}me^2\right) \\
2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{32}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}m-6m^2-\frac{15}{4}e^2+\frac{75}{4}\varepsilon'^2+\frac{15}{4}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{32}m+\frac{915}{128}m^2+\frac{3775}{2048}m^3+\frac{45}{128}m\gamma^2 \\ +\frac{7155}{256}me^2+\frac{225}{64}m\varepsilon'^2-\frac{171}{64}m^2+\frac{3477}{256}m^3 \\ -\frac{9}{8}m^3-\frac{45}{64}me^2+\frac{225}{64}m\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{585}{128}me^2\right) \\
2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{765}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{15}{8}m^2-\frac{65}{16}m^3+\frac{225}{128}me^2+\frac{45}{128}m\gamma^2+\frac{57}{16}m^3\right) \\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{225}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{4}m - \frac{27}{4}e^2 + \frac{15}{4}\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} -(2gv - cv) & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}m - \frac{771}{64}m^2 - \frac{39193}{1024}m^3 + \frac{9}{4}m\gamma^2 + \frac{225}{32}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{45}{32}m^2 - \frac{771}{128}m^3 - \frac{405}{32}me^2 + \frac{225}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{32}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
-(2gv - 2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{135}{32}m - \frac{993}{128}m^2 - \frac{62219}{2048}m^3 + \frac{675}{64}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{315}{128}me^2 + \frac{99}{32}m\gamma^2 - \frac{135}{64}m^2 - \frac{993}{256}m^3 \\ -\frac{1215}{64}me^2 + \frac{675}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{135}{64}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
-(2gv - 3cv) & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{45}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{4}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{27}{16}m^2 + \frac{99}{32}m^3 - \frac{9}{64}m\gamma^2 - \frac{45}{64}me^2 - \frac{27}{32}m^3\right) \\
\quad 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{32}m^2 - \frac{75}{64}m^3 + \frac{9}{128}m\gamma^2 + \frac{45}{128}me^2 + \frac{45}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - 3cv \quad e^3\left(\frac{15}{2}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{45}{32}m\right) \\
\quad 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{585}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
-(2gv - cv) & e\gamma^2 & \left(\frac{675}{64}me^2\right) \\
-(2gv - 2cv) & e^2\gamma^2 & \left(\frac{225}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4} + \frac{9}{2}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{15}{4}m^2 + \frac{95}{8}m^3 - \frac{45}{64}m\gamma^2 - \frac{225}{64}me^2 + \frac{9}{2}m^3\right) \\
\quad 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{135}{32}m^2 - \frac{495}{64}m^3 + \frac{45}{128}m\gamma^2 + \frac{225}{128}me^2 - \frac{81}{16}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv+cv\quad e\gamma^2\left(\frac{15}{4}-\frac{9}{2}m-\frac{3}{2}m^2+\frac{135}{16}e^2-\frac{45}{16}\gamma^2-\frac{75}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}-(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left(\frac{15}{4}m^2+\frac{95}{8}m^3-\frac{45}{64}m\gamma^2-\frac{225}{64}me^2-\frac{9}{2}m^3\right) \\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{225}{32}m+\frac{3855}{128}m^2+\frac{195865}{2048}m^3-\frac{45}{8}m\gamma^2 \\ -\frac{1125}{64}m\varepsilon'^2-\frac{135}{16}m^2-\frac{2313}{64}m^3-\frac{45}{16}m^3 \\ +\frac{2025}{128}me^2-\frac{675}{128}m\gamma^2-\frac{1125}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(\frac{675}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}\right)\ldots$	$2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{735}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2gv\quad \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$-(2gv-cv)\quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\right)$ $-(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-2gv\quad \gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots$	$-(2gv-cv)\quad e\gamma^2\left(-\frac{735}{32}m\varepsilon'^2\right)$ $-(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{2205}{64}m\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}-\frac{51}{4}m\right)$.

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{8}m^2-\frac{51}{4}m^3-\frac{285}{16}m^3+\frac{135}{128}m\gamma^2+\frac{675}{128}me^2\right) \\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{675}{64}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}+\frac{51}{4}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{8}m^2+\frac{51}{4}m^3-\frac{285}{16}m^3+\frac{135}{128}m\gamma^2+\frac{675}{128}me^2\right) \\ \quad -(2gv-3cv) & e^3\gamma^2\left(-\frac{675}{64}m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev+2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{105}{16}\right)\ldots\left\{ {}^{\sin}_{\cos} \quad 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{1575}{128}me^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev+c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{ \quad -(2gv-2cv) \quad e^2\gamma^2\left(\frac{225}{64}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev-c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{105}{8}\right)\ldots\left\{ \quad -(2gv-2cv) \quad e^2\gamma^2\left(\frac{3675}{64}m\varepsilon'^2\right).\right.$$

En réunissant ces produits partiels on aura

$$(a)\;\ldots\ldots -6.q\,\frac{(\alpha' n')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')}{u_1{}^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1} =$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{153}{64}+\frac{9}{8}=\frac{225}{64}\right)m+\left(\frac{9}{8}-\frac{1521}{512}-\frac{183}{32}+\frac{27}{16}+\frac{15}{4}=-\frac{1089}{512}\right)m^2 \\ +\left(\frac{99}{32}-\frac{28113}{2048}-\frac{755}{512}-\frac{183}{32}-\frac{27}{32}+\frac{95}{8}+\frac{9}{2}=-\frac{4701}{2048}\right)m^3 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{27}{16}-\frac{1341}{512}-\frac{1431}{64}+\frac{27}{32}+\frac{585}{128} \\ -\frac{45}{64}-\frac{225}{64}-\frac{675}{64}+\frac{153}{32}=-\frac{14265}{512} \end{array}\right\}me^2 \\ +\left(\frac{2499}{128}-\frac{765}{128}+\frac{153}{128}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}+\frac{9}{16}+\frac{147}{16}-\frac{765}{128}=\frac{825}{64}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{171}{256}-\frac{9}{32}-\frac{9}{32}-\frac{9}{64}-\frac{45}{64}=-\frac{531}{256}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - (2gv - cv)\, e\gamma^2 \left\{\begin{aligned}
&-\left(\frac{45}{16}+\frac{45}{64}=\frac{225}{64}\right)m+\left(\frac{3}{2}-\frac{615}{256}-\frac{771}{64}-\frac{45}{32}+\frac{15}{4}=-\frac{2715}{256}\right)m^2\\
&+\left(\frac{13}{4}-\frac{3617}{4096}-\frac{3}{2}-\frac{39193}{1024}-\frac{771}{128}+\frac{95}{8}-\frac{9}{2}=-\frac{147685}{4096}\right)m^3\\
&+\left(-\frac{225}{256}-\frac{45}{32}-\frac{135}{64}-\frac{45}{32}-\frac{405}{32}+\frac{675}{64}-\frac{225}{64}=-\frac{2925}{256}\right)me^2\\
&+\left(\frac{225}{128}+\frac{225}{128}-\frac{735}{128}+\frac{225}{32}+\frac{225}{32}-\frac{45}{128}-\frac{45}{32}-\frac{735}{32}=-\frac{825}{64}\right)me'^2\\
&+\left(\frac{27}{32}-\frac{9}{32}+\frac{9}{4}+\frac{45}{32}-\frac{45}{64}=\frac{225}{64}\right)m\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \left(\frac{27}{64}+\frac{27}{16}+\frac{765}{128}+\frac{45}{32}=\frac{1215}{128}\right)m \right\}$$

$$-(2gv-3cv) \quad e^3\gamma^2 \left\{ \left(\frac{3015}{512}-\frac{135}{64}-\frac{225}{128}-\frac{45}{64}+\frac{675}{64}-\frac{675}{64}=\frac{1575}{512}\right)m \right\}$$

$$2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{\begin{aligned}
&-\left(\frac{27}{32}+\frac{153}{32}+\frac{45}{32}=\frac{225}{32}\right)m\\
&+\left(\frac{777}{256}+\frac{1521}{256}-\frac{153}{32}+\frac{915}{128}-\frac{171}{64}-\frac{45}{32}-\frac{135}{32}-\frac{45}{8}=-\frac{165}{64}\right)m^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{29039}{4096}+\frac{28113}{1024}+\frac{1521}{256}+\frac{3775}{2048}+\frac{3477}{256}-\frac{9}{8}\\ &-\frac{75}{64}+\frac{45}{64}-\frac{495}{64}-\frac{81}{16}-\frac{51}{4}-\frac{285}{16}=\frac{44881}{4096}\end{aligned}\right\}m^3\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{1845}{1024}-\frac{27}{16}+\frac{1341}{256}-\frac{459}{128}-\frac{27}{32}+\frac{7155}{256}-\frac{45}{64}\\ &+\frac{45}{128}-\frac{585}{128}+\frac{225}{128}+\frac{675}{128}+\frac{1575}{128}=\frac{44325}{1024}\end{aligned}\right\}me^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{135}{64}+\frac{135}{64}-\frac{441}{64}+\frac{765}{64}+\frac{765}{64}-\frac{153}{64}-\frac{2499}{64}\\ &+\frac{225}{64}+\frac{225}{64}-\frac{45}{64}-\frac{735}{64}-\frac{27}{64}=-\frac{825}{32}\end{aligned}\right\}me'^2\\
&+\left(\frac{171}{128}-\frac{9}{64}+\frac{153}{128}+\frac{45}{128}+\frac{45}{64}+\frac{9}{128}+\frac{45}{128}+\frac{135}{128}=\frac{315}{64}\right)m\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$
\begin{array}{l}\sin\\ \cos\end{array} - (2gv - 2cv)\; e^2\gamma^2 \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{135}{128} + \frac{45}{32} - \frac{135}{32} + \frac{225}{32} = \frac{675}{128}\right) m \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{7227}{1024} + \frac{615}{128} - \frac{45}{32} - \frac{15}{8} - \frac{993}{128} \\ - \frac{135}{64} + \frac{3855}{128} - \frac{135}{16} - \frac{45}{8} = \frac{15123}{1024} \end{array}\right\} m^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{3617}{2048} - \frac{38955}{4096} - \frac{615}{128} - \frac{65}{16} + \frac{57}{16} - \frac{62219}{2048} - \frac{993}{256} \\ + \frac{195965}{2048} - \frac{2313}{64} - \frac{45}{16} + \frac{51}{4} - \frac{285}{16} = \frac{17867}{4096} \end{array}\right\} m^3 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{135}{64} - \frac{2745}{1024} - \frac{3915}{256} + \frac{225}{128} + \frac{135}{128} + \frac{225}{128} - \frac{315}{128} \\ - \frac{1215}{64} + \frac{225}{128} + \frac{2025}{128} + \frac{675}{128} = - \frac{10125}{1024} \end{array}\right\} m e^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{2205}{256} - \frac{675}{256} - \frac{675}{256} + \frac{135}{256} - \frac{225}{64} - \frac{225}{64} \\ + \frac{45}{64} + \frac{735}{64} + \frac{675}{64} + \frac{675}{64} - \frac{1125}{64} - \frac{1125}{64} \\ - \frac{135}{64} - \frac{2205}{64} + \frac{225}{64} + \frac{3675}{64} = \frac{2475}{128} \end{array}\right\} m e'^2 \\
+ \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{128} - \frac{585}{256} - \frac{27}{16} - \frac{45}{128} + \frac{99}{32} \\ + \frac{135}{64} - \frac{675}{128} + \frac{135}{128} - \frac{45}{8} = - \frac{2205}{256} \end{array}\right\} m \gamma^2
\end{array}\right\}
$$

214. Pour avoir les termes donnés par le carré de $\frac{\delta u}{u_1}$, il faudra employer la valeur suivante de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, formée à l'aide des termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui occupent les pages 315-320 et 438-446.

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2cv \;\; e^2\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{16}\gamma^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \;\;\; e^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^3 - \frac{15}{256}m\gamma^2\right)$
$2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{7}{16}e^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev + 2gv - cv \;\;\; e\gamma^2\left(\frac{15}{16}m^3 + \frac{105}{128}me^2\right)$ $\cos 2Ev + 2gv - 2cv \;\;\; e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}m^3 + \frac{315}{256}me^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}+\frac{135}{64}m+\frac{93}{512}m^2+\frac{3}{16}\gamma^2+\frac{27}{64}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{7}{8}m^2-\frac{133}{48}m^3+\frac{21}{128}m\gamma^2+\frac{105}{128}me^2+\frac{135}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{7}{8}m^2-\frac{133}{48}m^3+\frac{21}{128}m\gamma^2+\frac{105}{128}me^2+\frac{135}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{105}{64}m-\frac{1799}{256}m^2-\frac{274351}{12288}m^3+\frac{21}{16}m\gamma^2+\frac{525}{128}m\varepsilon'^2\\ +\frac{2025}{512}m^2+\frac{34695}{2048}m^3+\frac{1395}{4096}m^3+\frac{45}{128}m\gamma^2+\frac{405}{512}me^2\end{array}\right\}\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{105}{64}me^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{63}{64}m^2+\frac{231}{128}m^3-\frac{21}{256}m\gamma^2-\frac{105}{256}me^2-\frac{1215}{512}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{315}{128}m\right)\\
\cos 2Ev+c'mv+2gv-2cv & \varepsilon'e^2\gamma^2 & \left(\frac{105}{64}m\right)\\
\cos 2Ev-c'mv+2gv-2cv & \varepsilon'e^2\gamma^2 & \left(-\frac{245}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{2}+\frac{135}{64}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{12}m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2+\frac{15}{32}me^2+\frac{135}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{12}m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2+\frac{15}{32}me^2+\frac{135}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{15}{16}m\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{15}{16}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{19}{64}\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{285}{512}me^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{135}{4096}m^3\right)\\ \cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(-\frac{135}{2048}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv+2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{405}{4096}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{105}{64}me^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{7}{8}m^2+\left(\frac{15}{16}-\frac{133}{48}+\frac{135}{64}=\frac{53}{192}\right)m^3\\&+\left(\frac{105}{128}+\frac{105}{128}=\frac{105}{64}\right)me^2+\frac{21}{128}m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{7}{8}m^2+\left(-\frac{133}{48}+\frac{135}{64}-\frac{135}{2048}=-\frac{4469}{6144}\right)m^3\\&+\left(\frac{105}{128}-\frac{15}{16}=-\frac{15}{128}\right)me^2+\frac{21}{128}m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left\{-\frac{315}{128}-\frac{15}{16}=-\frac{435}{128}\right\}m$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv \quad \varepsilon' e^2\gamma^2\left(\frac{105}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv \quad \varepsilon' e^2\gamma^2\left(-\frac{245}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{105}{64}m+\left(-\frac{1799}{256}+\frac{2025}{512}-\frac{1}{2}=-\frac{1829}{512}\right)m^2\\&+\left(\frac{34695}{2048}-\frac{274351}{12288}+\frac{1395}{4096}+\frac{45}{32}-\frac{19}{12}+\frac{135}{64}=-\frac{9563}{3072}\right)m^3\\&+\left(\frac{405}{512}+\frac{315}{256}+\frac{15}{32}=\frac{1275}{512}\right)me^2+\frac{525}{128}m\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{21}{16}+\frac{45}{128}+\frac{3}{32}=\frac{225}{128}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{63}{64}-\frac{1}{2}=\frac{31}{64}\right)m^2+\left(\frac{15}{32}-\frac{105}{256}-\frac{285}{512}=-\frac{255}{512}\right)me^2\\&+\left\{\begin{aligned}&\frac{231}{128}+\frac{3}{32}-\frac{1215}{512}-\frac{19}{12}\\&+\frac{135}{64}-\frac{405}{4096}+\frac{135}{4096}=-\frac{89}{6144}\end{aligned}\right\}m^3\\&+\left(-\frac{15}{256}-\frac{21}{256}+\frac{3}{32}=-\frac{3}{64}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

Produits partiels de $15 . q \dfrac{(a'u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v-2v')}{u_1^4} . \left(\dfrac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev \left(\frac{15}{2}+15e^2-\frac{75}{4}\varepsilon'^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\frac{\sin}{\cos} -(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left(-\frac{105}{16}m^2+\frac{265}{128}m^3+\frac{1575}{128}me^2+\frac{315}{256}m\gamma^2\right) \\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{105}{16}m^2-\frac{22345}{4096}m^3-\frac{225}{256}me^2+\frac{315}{256}m\gamma^2\right) \\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{6525}{256}m\right) \\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{1575}{128}m-\frac{27435}{1024}m^2-\frac{47815}{2048}m^3+\frac{19125}{1024}me^2 \\ +\frac{3375}{256}m\gamma^2+\frac{7875}{256}m\varepsilon'^2-\frac{1575}{64}me^2+\frac{7875}{256}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\
2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{465}{128}m^2-\frac{445}{4096}m^3-\frac{3825}{1024}me^2-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev+cv \quad e\left(-15+15m\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\frac{\sin}{\cos} -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left(\frac{105}{8}m^2-\frac{265}{64}m^3-\frac{1575}{64}me^2-\frac{315}{128}m\gamma^2-\frac{105}{8}m^3\right) \\
-(2gv-3cv) & e^3\gamma^2 & \left(\frac{1575}{64}m\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev-cv \quad e\left(-15-15m\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\frac{\sin}{\cos} \; 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{105}{8}m^2+\frac{22345}{2048}m^3+\frac{225}{128}me^2-\frac{315}{128}m\gamma^2+\frac{105}{8}m^3\right) \\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2 & \left(\frac{6525}{128}me^2\right) \\
-(2gv-cv) & e\gamma^2 & \left(\frac{1575}{64}me^2\right) \\
2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{1575}{64}me^2\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur   Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{1575}{256}\,m\,\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots\left\{\quad -(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{25725}{256}\,m\,\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}\right)\ldots\left\{\quad 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{7875}{256}\,m\,e^2\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(c)\ \ldots\ldots\ 15\,.\,q\,\frac{(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')}{u_1^4}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2gv-cv\qquad e\gamma^2\left\{-\frac{105}{16}m^2-\frac{22345}{4096}m^3+\left(\frac{1575}{64}-\frac{225}{256}=\frac{6075}{256}\right)me^2\right\}$$

$$-(2gv-cv)\qquad e\gamma^2\left\{-\frac{105}{16}m^2+\frac{265}{128}m^3+\left(\frac{1575}{128}+\frac{1575}{64}=\frac{4725}{128}\right)me^2+\frac{315}{256}m\gamma^2\right\}.$$

$$-(2gv-3cv)\quad e^3\gamma^2\left\{\frac{1575}{64}-\frac{6525}{256}=-\frac{225}{256}\right\}m$$

$$2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{465}{128}+\frac{105}{8}=\frac{2145}{128}\right)m^2\\&+\left(\frac{22345}{2048}-\frac{445}{4096}+\frac{105}{8}=\frac{98005}{4096}\right)m^3\\&+\left(\frac{225}{128}-\frac{3825}{1024}-\frac{7875}{256}=-\frac{33525}{1024}\right)me^2\\&+\left(-\frac{45}{128}-\frac{315}{128}=-\frac{45}{16}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$-(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{1575}{128}m+\left(\frac{105}{8}-\frac{27435}{1024}=-\frac{13995}{1024}\right)m^2\\&+\left(-\frac{47815}{2048}-\frac{265}{64}-\frac{105}{8}=-\frac{83175}{2048}\right)m\\&+\left(\frac{19125}{1024}-\frac{1575}{64}-\frac{1575}{64}+\frac{6525}{128}=\frac{20925}{1024}\right)me^2\\&+\left(\frac{7875}{256}+\frac{7875}{256}-\frac{1575}{256}-\frac{25725}{256}=-\frac{5775}{128}\right)m\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{3375}{256}-\frac{315}{128}=\frac{2745}{256}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

Le cube de $\frac{\delta u}{u_1}$ donne aussi un terme affecté de l'argument $2gv - 2cv$. Pour l'obtenir, remarquons, que le carré de cette fonction renferme ces deux termes ;

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \begin{array}{lll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{128} m^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{225}{128} m^2\right) \end{array}$$

(Voyez p. 92 et 145). Donc en prenant (Voyez p. 317)

$$\frac{\delta u}{u_1} = 2 \cos 2Ev - cv \; e\left(\frac{15}{16} m\right) + 2 \cos 2Ev - 2gv \; \gamma^2\left(\frac{3}{32} m\right)$$

le produit de ces deux fonctions donnera

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = \cos 2Ev + 2gv - 2cv \; e^2\gamma^2\left(\frac{675}{2048} + \frac{675}{4096} = \frac{2025}{4096}\right) m^3.$$

Cela posé si l'on multiplie ce terme par $2 \, {}^{\sin}_{\cos} \, 2Ev \, (-15)$ on aura (Voyez p. 273 du I.[er] volume) ;

$$(d) \; \ldots \; -30 . q . \frac{(\alpha' u')^3 \, {}^{\sin}_{\cos} \, (2v - 2v')}{u_1^4} \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$${}^{\sin}_{\cos} - (2gv - 2cv) \; e^2\gamma^2\left(-\frac{30375}{4096} m^3\right).$$

215. Pour avoir les termes dépendans de δnt on fera d'abord

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \, {}^{\sin}_{\cos} \, (2v - 2v')\right] = -2 m\delta nt \left\{ \begin{array}{lll} {}^{\cos}_{\sin} - 2Ev & & (1) \\ -(2Ev + cv) & e & (2m) \\ -(2Ev - cv) & e & (-2m) \\ -(2Ev - 2cv) & e^2 & \left(\frac{3}{4} m\right) \\ -(2Ev - 2gv) & \gamma^2 & \left(\frac{1}{4} m\right) \\ -(2Ev - 2gv + cv) & e\gamma^2 & (m) \end{array} \right)$$

d'où on déduira les termes suivans à l'aide de l'expression de δnt donnée dans la page 496, et de celle qui occupe les pages 105-107, après y avoir ajouté le terme $\sin 2gv - 2cv\ \ e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$ (Voyez p. 148) et supprimé le premier terme $\frac{7}{4}\cdot\frac{e\gamma^2}{2g-c}$ qui affecte l'argument $2gv-cv$ (Sur quoi Voyez vol. I.^{er} p. 318 et 321).

Multiplicateur Produit

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-2Ev\quad(m)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}\,-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{105}{64}m^2+\frac{145}{512}m^3\right)\\
2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{69}{64}m^2+\frac{1717}{512}m^3\right)\\
2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left(-\frac{135}{32}m^2\right)\\
-(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m^2-\frac{325}{128}m^3\right)\\
2Ev+2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{1}{8}m\right)\\
2Ev-2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{8}m\right)\\
2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{51}{32}m^2-\frac{715}{256}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev+cv)\quad e\left(2m^2\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,-(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-cv)\quad e\left(-2m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{51}{16}m^3\right)\\
2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-2cv)\quad e^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)\ldots\left\{\quad 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m^3\right)\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-2gv)\quad \gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
-(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)\\
-(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}\,-(2Ev-2gv+cv)\quad e\gamma^2\left(m^2\right)\ldots\left\{\ -(2gv-2cv)\quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{4}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes il viendra

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')\right] =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix}\ 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{ \frac{51}{32} m^2 + \left(\frac{9}{8} - \frac{715}{256} = -\frac{427}{256} \right) m^3 \right\} \\
-(2gv - cv) & e\gamma^2 & \left\{ -\frac{15}{32} m^2 + \left(-\frac{325}{128} - \frac{15}{16} = -\frac{445}{128} \right) m^3 \right\} \\
2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{ -\frac{69}{64} m^2 + \left(\frac{1717}{512} - \frac{51}{16} - \frac{27}{64} = -\frac{131}{512} \right) m^3 \right\} \\
-(2gv - 2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{ -\frac{105}{64} m^2 + \left(\frac{145}{512} - \frac{15}{16} - \frac{45}{64} - \frac{15}{4} = -\frac{2615}{512} \right) m^3 \right\} \\
2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{135}{32} m^2 \right) \\
2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{1}{8} m \right) \\
2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{1}{8} m \right).
\end{array}$$

Pour plus de clarté j'ajouterai ici cette explication. L'expression de δnt posée dans les pages 105-107 renferme ces deux termes, savoir

$$\delta nt = sin\, 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(\frac{7}{4} \right) + sin\, 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{15}{4} m \right);$$

par conséquent le carré de δnt renferme le terme

$$(\delta nt)^2 = cos\, 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(\frac{105}{16} m \right).$$

D'après cela il parait, que le terme $m^2 (\delta nt)^2 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} 2Ev \quad (-2)$, qui fait partie de la fonction précédente (Voyez vol. I.er p. 331-332), doit en produire un affecté de l'argument $-(2gv - 2cv)$; mais cela n'est pas, conformément à la manière dont on a partagé la valeur totale de δnt (Voyez la note de la page 364).

En ajoutant à la fonction précédente les termes affectés des argumens ov, $\pm cv$, $\pm 2cv$, $\pm 2gv$, posés dans les pages 230, 231, et faisant ensuite le produit par (Voyez vol. I.er p. 351, 352)

$$\frac{3}{2}\,\frac{q}{u_1^4}-\frac{3}{2} = 2\cos cv \quad e\left(-3\right) + 2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right) + 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$$
$$+\; 2\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right) + 2\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left(\frac{45}{16}\right)$$

on aura les termes suivans :

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(-3\right)\ldots$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\; 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{153}{32}m^2+\frac{1281}{256}m^3\right)$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}m^2+\frac{1335}{128}m^3\right)$
		$2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{27}{16}m^2-\frac{33}{8}m^3\right)$
		$-(2gv-cv)$	$e\gamma^2\left(\frac{33}{32}m^3\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	$2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m^2+\frac{165}{32}m^3\right)$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{165}{128}m^3\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\ldots$	$-(2gv-cv)$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m^2-\frac{855}{64}m^3\right)$
		$2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{195}{128}m^3\right)$
		$2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^3\right)$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m^2-\frac{159}{16}m^3\right)$
$2\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots$	$2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{165}{64}m^3\right)$
		$-(2gv-cv)$	$e\gamma^2\left(\frac{165}{64}m^3\right)$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2\left(\frac{225}{32}m^2+\frac{4275}{128}m^3\right)$
		$2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{4}m^3\right)$
$2\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{16}\right)\ldots$	$2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{495}{128}m^3\right)$
		$-(2gv-2cv)$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{495}{128}m^3\right)$;

lesquels étant réunis avec les précédens, multipliés par $\frac{3}{2}$, il viendra

$$(b) \ldots\ldots\ \frac{3}{2} q \cdot \frac{\delta\left[(a'u')^3 \begin{smallmatrix}\sin.\\ \cos\end{smallmatrix}(2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{153}{64}+\frac{27}{16}=\frac{261}{64}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{1281}{512}-\frac{33}{8}+\frac{3}{2}+\frac{165}{64}=-\frac{1305}{512}\right)m^3\end{array}\right\} \\
-(2gv - cv) & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{45}{64}-\frac{45}{16}=-\frac{225}{64}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{1335}{256}+\frac{33}{32}-\frac{855}{64}+\frac{165}{64}=-\frac{3831}{256}\right)m^3\end{array}\right\} \\
2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{207}{128}-\frac{153}{32}-\frac{135}{64}=-\frac{1089}{128}\right)m^2 \\ +\left(\frac{1281}{256}-\frac{393}{1024}+\frac{165}{32}-\frac{15}{4}-\frac{195}{128}-\frac{495}{128}=\frac{651}{1024}\right)m^3\end{array}\right\} \\
-(2gv - 2cv) & e^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{32}-\frac{315}{128}+\frac{225}{32}-\frac{135}{64}=\frac{495}{128}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{159}{16}-\frac{7845}{1024}+\frac{1335}{128}-\frac{165}{128}+\frac{4275}{128}-\frac{495}{128}=\frac{21579}{1024}\right)m^3\end{array}\right\} \\
2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{405}{64}m^2\right) \\
2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{3}{16}m\right) \\
2Ev - 2gv + 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}m\right).
\end{array}$$

En ajoutant à cette même fonction les termes qu'on voit dans la page 232, et faisant ensuite le produit par (Voyez p. 315-320)

$$-4\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos 2gv - cv\ e\gamma^2\left(\frac{7}{4}-\frac{135}{32}m\right) + 2\cos 2gv - 2cv\ e^2\gamma^2\,(\ 1\ )$$
$$+ 2\cos 2Ev\ \left(-2\ m^2\right) + 2\cos 2Ev - cv\ \ e\left(-\frac{15}{4}\right)$$

on aura ces produits partiels :

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2gv - cv\ e\gamma^2\left(\frac{7}{4}-\frac{135}{32}m\right)$..	$\begin{cases} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ \ 2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{231}{64}m^3\right) \\ -(2gv-cv) & e\gamma^2\left(-\frac{231}{64}m^3\right) \\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{315}{32}m^2-\frac{5061}{128}m^3+\frac{6075}{256}m^3\right) \\ 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{399}{32}m^3\right) \end{cases}$
$2\cos 2gv-2cv\ e^2\gamma^2(\ 1\ )$..	$\begin{cases} 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{33}{16}m^3\right) \\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(-\frac{33}{16}m^3\right) \end{cases}$
$2\cos 2Ev\ \ \left(-2m^2\right)$..	$\begin{cases} 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^3\right) \\ -(2gv-2cv) & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{8}m^3\right) \end{cases}$
$2\cos 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{15}{4}m\right)$..	$\{\ -(2gv-2cv)\ e^2\gamma^2\left(\frac{6075}{256}m^3\right)$;

qui réunis donnent

$$(e)\ \ldots\ldots\ -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\ \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v')\right]}{u_1{}^4} =$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ \ 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{231}{64}m^3\right)$$

$$-(2gv-cv) \qquad e\gamma^2\left(-\frac{231}{64}m^3\right)$$

$$2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\frac{399}{32}-\frac{33}{16}-\frac{3}{8}=\frac{321}{32}\right\}m^3$$

$$-(2gv-2cv) \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{315}{32}m^2+\left(-\frac{5061}{128}+\frac{6075}{256}-\frac{33}{16}+\frac{3}{8}+\frac{6075}{256}=\frac{399}{64}\right)m^3\right\}.$$

216. En réunissant les termes compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d), (e), prises avec le signe *sinus* on formera l'expression suivante de $\delta R'$:

$$R_1 = \delta R' =$$

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{225}{64} + \frac{225}{64} = \frac{225}{32}\right) m \\ &+\left(-\frac{1089}{512} + \frac{2715}{256} - \frac{105}{16} + \frac{105}{16} + \frac{261}{64} + \frac{225}{64} = \frac{8229}{512}\right) m^2 \\ &+\left\{ \begin{aligned} &\frac{147685}{4096} - \frac{4701}{2048} - \frac{22345}{4096} - \frac{265}{128} - \frac{1305}{512} \\ &+ \frac{3831}{256} - \frac{231}{64} + \frac{231}{64} = \frac{79157}{2048} \end{aligned} \right\} m^3 \\ &+\left(\frac{2925}{256} - \frac{14265}{512} + \frac{6075}{256} - \frac{4725}{128} = -\frac{15165}{512}\right) me^2 \\ &+\left(-\frac{531}{256} - \frac{225}{64} + \frac{315}{256} - \frac{315}{256} = -\frac{1431}{256}\right) m\gamma^2 \\ &+\left(\frac{825}{64} + \frac{825}{64} = \frac{825}{32}\right) me'^2 \end{aligned} \right.$$

$$\sin 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \frac{1215}{128} - \frac{1575}{512} + \frac{225}{256} = \frac{3735}{512} \right\} m$$

$$\sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{1575}{128} - \frac{225}{32} - \frac{675}{128} = 0\right) m \\ &+\left(\frac{2145}{128} - \frac{15123}{1024} - \frac{165}{64} + \frac{13995}{1024} - \frac{1089}{128} - \frac{495}{128} + \frac{315}{32} = \frac{675}{64}\right) m^2 \\ &+\left\{ \begin{aligned} &\frac{44881}{4096} - \frac{17867}{4096} + \frac{30375}{4096} + \frac{98005}{4096} + \frac{83175}{2048} \\ &+ \frac{651}{1024} - \frac{21579}{1024} + \frac{321}{32} - \frac{399}{64} = \frac{63396}{1024} \end{aligned} \right\} m^3 \\ &+\left(\frac{44325}{1024} + \frac{10125}{1024} - \frac{33525}{1024} - \frac{20925}{1024} = 0\right) me^2 \\ &+\left(\frac{315}{64} + \frac{2205}{256} - \frac{45}{16} - \frac{2745}{256} = 0\right) m\gamma^2 \\ &+\left(-\frac{825}{32} - \frac{2475}{128} + \frac{5775}{128} = 0\right) me'^2 \end{aligned} \right.$$

En intégrant cette expression, et remarquant, qu'ici, on doit prendre

$$\frac{1}{2g-c} = \frac{1}{1+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}\right)m^2} = 1-\frac{9}{4}m^2; \quad \frac{1}{2g-3c}=-1;$$

$$\frac{1}{2g-2c} = \frac{1}{3m^2+\left(\frac{225}{16}-\frac{9}{16}=\frac{27}{2}\right)m^2} = \frac{1}{3m^2}\left(1-\frac{9}{2}m\right);$$

il viendra;

$$(3) \ldots\ldots -\int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2gv-cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{225}{32}m+\frac{8229}{512}m^2+\left(\frac{79157}{2048}-\frac{2025}{128}=\frac{46757}{2048}\right)m^3 \\ -\frac{15165}{512}me^2-\frac{1431}{256}m\gamma^2+\frac{825}{32}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{3735}{512}m\right) \\
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left\{\frac{225}{64}m^0+\left(\frac{21132}{1024}-\frac{2025}{128}=\frac{4932}{1024}\right)m\right\}.
\end{array}$$

La simplicité de ce résultat paraîtra étonnante, si l'on refléchit sur la complication des développemens intermédiaires.

La valeur précédente de $-\int R_1 dv$ donne

$$(4) \ldots\ldots -\left(2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1 dv = \cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(\frac{225}{16}me^2+\frac{225}{64}m\gamma^2\right).$$

On a trouvé dans les pages 235, 252 et 381;

$$\begin{array}{lll}
-\int R_1 dv = \cos cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2-\frac{65881}{512}m^3+\frac{675}{32}me^2 \\ +\frac{153}{32}m\gamma^2-\frac{165}{8}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\quad\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{45}{32}m\right) \\
\quad\cos 3cv & e^3 & \left(\frac{15}{32}m\right);
\end{array}$$

$$q\left(\frac{3}{4}-\frac{15}{16}\gamma^2+P\right)=\frac{3}{4}+\frac{3}{2}m^2+\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{16}\gamma^2\ ;$$

partant on a

$$(5)\ \ldots\ldots\ -2\cos 2gv\quad \gamma^2 q\left(\frac{3}{4}-\frac{15}{16}\gamma^2+P\right).\int R_1 dv=$$

$$\cos 2gv-cv\qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{135}{32}m-\frac{3177}{128}m^2+\left(-\frac{197643}{2048}-\frac{135}{16}=-\frac{214923}{2048}\right)m^3\\ +\left(\frac{2025}{128}-\frac{135}{32}=\frac{1485}{128}\right)me^2-\frac{495}{32}\,me'^2\\ +\left(\frac{459}{128}+\frac{135}{128}=\frac{297}{64}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv\quad e^3\gamma^2\left(\quad\frac{45}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv-2cv\quad e^2\gamma^2\left(\quad\frac{135}{128}m\right).$$

La même intégrale $-\int R_1 dv$ renferme le terme

$$-\int R_1 dv=\quad\cos 2gv\quad\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$$

(Voyez p. 61). Mais on a $Q'=-\frac{3}{2}m^2$ (Voyez p. 245) : donc en prenant $\frac{q}{1+\gamma^2}=1$ il viendra

$$(6)\ \ldots\ldots\ \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv.\int R_1 dv=\ \cos 2gv-cv\quad e\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m^3\right).$$

217. Les fonctions (a), (b), (c), (d), (e) qui ont fourni l'expression précédente de $\delta R'$, et celles designées par (a), (b), (c) dans les pages 229 et 232 donneront, en les prenant avec le signe *cosinus*, cette valeur de $\frac{\delta R^V}{u_1}$, savoir

$$\frac{3}{4}(a)+(b)+\frac{3}{5}(c)+\frac{3}{4}(e)=\frac{\delta R^{V}}{u_{1}}=$$

$$\cos cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{135}{32}m-\frac{1557}{128}m^{2}-\frac{81387}{2048}m^{3} \\ -\frac{2025}{128}me^{2}-\frac{495}{32}m\varepsilon'^{2}+\frac{189}{128}m\gamma^{2} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^{2}\left(\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 3cv \qquad e^{3}\left(\frac{135}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^{2}\left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{64}m+\left(\frac{261}{256}-\frac{27}{16}-\frac{27}{32}=-\frac{387}{256}\right)m^{2}-\frac{99}{64}m\varepsilon'^{2} \\ +\left(-\frac{10023}{4096}-\frac{171}{32}+\frac{33}{32}-\frac{99}{64}=-\frac{34023}{4096}\right)m^{3} \\ +\left(\frac{81}{256}+\frac{81}{256}=\frac{81}{128}\right)m\gamma^{2}+\left(\frac{3861}{512}+\frac{2025}{256}-\frac{945}{128}=\frac{4131}{512}\right)me^{2} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^{2}\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{675}{256}-\frac{675}{256}=0\right)m \\ +\left(-\frac{3267}{2048}-\frac{8145}{1024}-\frac{63}{16}-\frac{63}{16}+\frac{261}{64}-\frac{225}{64}=-\frac{34533}{2048}\right)m^{2} \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{14103}{8192}-\frac{443055}{16384}-\frac{13407}{4096}+\frac{159}{128}-\frac{1305}{512} \\ -\frac{3831}{256}-\frac{693}{256}-\frac{693}{256}=-\frac{880185}{16384} \end{array}\right\}m^{3} \\ +\left(-\frac{42795}{2048}-\frac{8775}{1024}+\frac{3645}{256}+\frac{2835}{128}=\frac{14175}{2048}\right)me^{2} \\ +\left(-\frac{1593}{1024}+\frac{675}{256}+\frac{189}{256}+\frac{189}{256}=\frac{2619}{1024}\right)m\gamma^{2} \\ +\left(\frac{2475}{256}-\frac{2475}{256}=0\right)m\varepsilon'^{2} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^{2}\gamma^{2}\left\{-\frac{675}{128}+\frac{2025}{512}-\frac{945}{128}=-\frac{4455}{512}\right\}m$$

$$\cos 2gv-3cv \qquad e^{3}\gamma^{2}\left\{\frac{3645}{512}+\frac{4725}{2048}-\frac{135}{256}=\frac{18225}{2048}\right\}m.$$

Le produit de cette fonction par la valeur de $u_{1}-1$ prise dans le premier volume (p. 307) donne les termes suivans

$$\text{Multiplicateur} \ldots \quad 2\cos cv \quad e\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}e^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{4455}{1024}me^2\right)\\[2mm]
\cos 2gv-cv & e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{27}{128}m-\frac{387}{512}m^2-\frac{99}{128}m\varepsilon'^2-\frac{34023}{8192}m^3\\&+\frac{81}{256}m\gamma^2+\frac{4131}{1024}me^2-\frac{27}{128}me^2\end{aligned}\right\}\\[2mm]
\cos 2gv-3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{4455}{1024}m\right)
\end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \quad 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{8}e^2+\tfrac{1}{32}\gamma^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2gv-cv & e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{135}{256}m+\frac{1557}{1024}m^2+\frac{81387}{16384}m^3+\frac{2025}{1024}me^2\\&+\frac{495}{256}m\varepsilon'^2-\frac{189}{1024}m\gamma^2+\frac{135}{256}me^2-\frac{135}{1024}m\gamma^2\end{aligned}\right\}\\[2mm]
\cos 2gv-3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{135}{1024}m\right)\\[2mm]
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{135}{512}m\right)
\end{cases}$$

partant il est clair que nous avons ;

$$(7)\ \ldots\ldots\ \delta R' =$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{4455}{512}-\frac{135}{512}=-\frac{2295}{256}\right\}m$$

$$\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left\{-\frac{135}{1024}+\frac{18225}{2048}-\frac{4455}{1024}=\frac{9045}{2048}\right\}m$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{135}{256}-\frac{27}{128}=\frac{81}{256}\right)m+\left(-\frac{34533}{2048}-\frac{387}{512}+\frac{1557}{1024}=-\frac{32967}{2048}\right)m^2\\
&+\left(-\frac{880185}{16384}-\frac{34023}{8192}+\frac{81387}{16384}=-\frac{216711}{4096}\right)m^3\\
&+\left(\frac{14175}{2048}-\frac{4455}{1024}+\frac{4131}{1024}-\frac{27}{128}+\frac{2025}{1024}+\frac{135}{256}=\frac{18225}{2048}\right)me^2\\
&+\left(\frac{2619}{1024}+\frac{81}{256}-\frac{189}{1024}-\frac{135}{1024}=\frac{2619}{1024}\right)m\gamma^2+\left(\frac{495}{256}-\frac{99}{128}=\frac{297}{256}\right)m\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

218. En prenant (Voyez p. 251, 252, 229, 230, 232)

$$
\begin{array}{lll}
R_1 = \sin cv & e\left(-\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2-\frac{63721}{512}m^3+\frac{675}{32}me^2+\frac{153}{32}m\gamma^2-\frac{165}{8}me'^2\right) \\[2mm]
\quad\;\; \sin 2cv & e^2\left(\frac{45}{16}m\right) \\[2mm]
\quad\;\; \sin 3cv & e^3\left(\frac{45}{32}m\right) \\[2mm]
\quad\;\; \sin 2gv & \gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{16}m+\left(\frac{87}{64}+\frac{9}{4}-\frac{27}{32}=\frac{177}{64}\right)m^2 \\
+\left(\frac{57}{8}-\frac{3341}{1024}+\frac{33}{32}+\frac{99}{64}=\frac{6595}{1024}\right)m^3-\frac{33}{16}me'^2 \\
+\left(\frac{27}{64}-\frac{27}{64}=0\right)m\gamma^2+\left(\frac{1287}{128}-\frac{675}{64}-\frac{1575}{128}=-\frac{819}{64}\right)me^2
\end{array}\right\} \\[2mm]
\quad\;\; \sin 2gv-cv & e\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right)
\end{array}
$$

et faisant le produit de cette valeur de R_1 par (Voyez tome I.er p. 307)

$$
\begin{array}{rlll}
-\frac{du_1}{dv} = & 2\sin cv & e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2\right) \\[2mm]
+ & 2\sin 2gv & \gamma^2\left(-\frac{1}{4}-\frac{3}{16}m^2-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}\gamma^2\right)
\end{array}
$$

on aura les termes suivans :

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\; 2\sin cv \quad e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2\right)$$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv-cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{32}m+\frac{177}{128}m^2+\frac{6595}{2048}m^3-\frac{33}{32}me'^2 \\
-\frac{819}{128}me^2-\frac{9}{32}me^2+\frac{27}{128}m^3
\end{array}\right\} \\[2mm]
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{225}{64}m\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}-\frac{3}{16}m^2-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} \cos 2gv-cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{45}{32}m+\frac{1059}{128}m^2+\frac{63721}{2048}m^3-\frac{675}{128}me^2-\frac{153}{128}m\gamma^2\\ +\frac{165}{32}m\varepsilon'^2+\frac{135}{128}m^3+\frac{45}{32}me^2-\frac{45}{128}m\gamma^2\end{array}\right\} \\ \cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{64}m\right) \\ \cos 2gv-3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{45}{128}m\right). \end{array}\right.$$

En les réunissant on obtient

$$(8) \; \ldots\ldots \; -R_1.\frac{du_1}{dv}=$$

$$\cos 2gv-2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\frac{225}{64}-\frac{45}{64}=\frac{45}{16}\right\}m$$

$$\cos 2gv-3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{32}-\frac{9}{32}=\frac{9}{8}\right)m+\left(\frac{177}{128}+\frac{1059}{128}=\frac{309}{32}\right)m^2\\ +\left(\frac{63721}{2048}+\frac{6595}{2048}+\frac{27}{128}+\frac{135}{128}=\frac{18227}{512}\right)m^3\\ +\left(-\frac{819}{128}-\frac{9}{32}-\frac{675}{128}+\frac{45}{32}=-\frac{675}{64}\right)me^2\\ +\left(-\frac{33}{32}+\frac{165}{32}=\frac{33}{8}\right)m\varepsilon'^2+\left(-\frac{153}{128}-\frac{45}{128}=-\frac{99}{64}\right)m\gamma^2\end{array}\right\}$$

219. En différentiant l'expression de δu posée dans les pages 76, 77, 416-421, 425 on y trouve ces termes :

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\sin 2gv \qquad \gamma^2\left(\; m^2 \;\right)$$

$$\sin 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev \qquad \left\{\; 2\, m^2+\left(\frac{19}{3}-2=\frac{13}{3}\right)m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2\right\}$$

$+\sin 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m+\left(\frac{273}{32}-\frac{15}{4}=\frac{153}{32}\right)m^2+\frac{45}{16}me^2-\frac{75}{16}m\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{13875}{512}-\frac{273}{16}+\frac{45}{32}=\frac{5859}{512}\right)m^3-\frac{9}{8}m\gamma^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + cv$	$e\left\{-\frac{15}{8}m^2+\left(-\frac{23}{16}+\frac{5}{4}=-\frac{3}{16}\right)m^3\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{3}{8}m^2+\left(\frac{69}{32}-\frac{9}{32}=\frac{15}{8}\right)m^3\right\}$
$\sin 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left\{\frac{1}{2}m^2+\left(\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\right)m^3-\frac{3}{32}m\gamma^2\right\}$
$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{8}m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m\right)$
$\sin 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{-\frac{15}{64}m^2+\left(-\frac{4031}{512}+\frac{5}{32}=-\frac{3951}{512}\right)m^3\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{64}m+\left(\frac{335}{512}+\frac{45}{32}=\frac{1055}{512}\right)m^2\\ +\left(\frac{14471}{3072}-\frac{335}{256}+\frac{405}{256}=\frac{15311}{3072}\right)m^3\\ +\frac{225}{128}m\varepsilon'^2-\frac{3}{256}m\gamma^2-\frac{825}{512}me^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{75}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{105}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(-\frac{1425}{512}m\right)$
$\sin 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right)$.

Les termes de l'équation différentielle en δu posés dans les pages 72, 73, 406-413 donnent ceux-ci :

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{2}m^3\right) \\[2ex]
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{15}{16}\right) \\[2ex]
\cos 2Ev & \left(3.m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-cv & e\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{2}m^2+\left(-21-\frac{45}{16}=-\frac{381}{16}\right)m^3+\frac{9}{2}m^2\gamma^2 \\ +\left(-\frac{447}{16}-\frac{819}{64}=-\frac{2607}{64}\right)m^4-\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{75}{4}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev+cv & e\left(-5.m^2+\frac{11}{3}m^3\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{16}m+\frac{69}{64}m^2+\left(\frac{1713}{1024}-\frac{9}{32}=\frac{1425}{1024}\right)m^3 \\ -\frac{3}{128}m\gamma^2+\frac{33}{8}me^2+\frac{15}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev+2gv & \gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2+\frac{3}{16}m^3-\frac{45}{128}m\gamma^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{15}{4}m-\frac{147}{16}m^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}m^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2\left(-\frac{5}{8}m^2-\frac{3851}{192}m^3\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2\left\{\frac{45}{16}m^2+\left(-\frac{425}{128}+\frac{135}{128}=-\frac{145}{64}\right)m^3\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev-2gv-cv & e\gamma^2\left(-3.m^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right) \\[2ex]
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{7}{16}m\right)
\end{array}$$

$$+\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left(\frac{15}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{225}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right).$$

Cela posé on obtiendra aisément les deux produits partiels suivans:

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$ (*)

Multiplicateur		Produit	
$2\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$
		$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{315}{128}m\right)$
$2\sin 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$	$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(-\frac{315}{256}m\right)$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m^2-\frac{11853}{2048}m^3\right)$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{135}{256}m+\frac{3165}{2048}m^2+\frac{15311}{4096}m^3+\frac{675}{512}m\varepsilon'^2\\ -\frac{9}{1024}m\gamma^2-\frac{2475}{2048}me^2-\frac{135}{128}me^2+\frac{675}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{225}{256}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\cos 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left(-\frac{4275}{2048}m\right)$$

(*) Les termes du facteur R_1 sont censés pris dans les pages 234, 368-373.

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m^2-\frac{45}{16}m^3+\frac{9}{16}m^3\right)\\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{135}{128}m\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{225}{128}me^2\right)\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{45}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{3}{4}m^2-\frac{1}{2}m^3+\frac{9}{64}m\gamma^2+\frac{3}{4}m^3\right)\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{225}{128}m\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{135}{512}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$	$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{2205}{512}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)$	$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{45}{32}me^2\right)$ $\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{675}{512}m\right)$
$2\sin 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m\right)$ ...	$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^2-\frac{9}{128}m^3+\frac{45}{128}m^3\right)$

Multiplicateur ... $2\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m-\frac{411}{512}m^2-\frac{51}{32}e^2-\frac{3}{16}\gamma^2-\frac{15}{16}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{45}{64}m+\frac{459}{256}m^2+\frac{135}{128}me^2-\frac{225}{128}m\varepsilon'^2+\frac{17577}{4096}m^3-\frac{27}{64}m\gamma^2\\ +\frac{45}{128}m^2+\frac{459}{512}m^3-\frac{6165}{4096}m^3-\frac{765}{256}me^2-\frac{45}{128}m\gamma^2-\frac{225}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(-\frac{45}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\sin 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{9}{2} - \frac{549}{128}m\right)$

Produit . . . $\left\{ \cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{13}{8}m^3 - \frac{9}{64}m\gamma^2 - \frac{549}{64}m^3\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{8} - \frac{261}{128}m\right)$

Produit $\left\{\begin{array}{ll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{13}{8}m^3 - \frac{9}{64}m\gamma^2 - \frac{261}{64}m^3\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right) \end{array}\right.$

Multiplicateur			Produit	
$2\sin 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)$	...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{16}\right)$	...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{735}{128}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\right)$	...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{225}{256}me^2\right)$
$2\sin 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\right)$	...	$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(-\frac{225}{256}m\right)$
$2\sin 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	...	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{405}{2048}m^3\right)$.

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1 dv$ (*)

Multiplicateur — Produit

$$2\cos cv \qquad e\left(\frac{45}{8}m\right) \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{675}{128}me^2\right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{135}{16}m^3\right) \\ \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{675}{128}m\right) \end{array}\right.$$

(*) Les termes du multiplicateur $-\int R_1 dv$ sont censés pris dans les pages 235, 375-379.

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \quad \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{15}{32}m^2+\frac{3851}{256}m^3+\frac{15}{32}m^3\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{135}{64}m^2+\frac{435}{256}m^3-\frac{135}{64}m^3\right)\\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{675}{512}m\right)\\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{135}{512}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3+9m+\frac{63}{4}m^2+\frac{9}{4}e^2-\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{16}m+\frac{207}{64}m^2+\frac{4275}{1024}m^3-\frac{9}{128}m\gamma^2\\
+\frac{99}{8}me^2+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{27}{16}m^2+\frac{621}{64}m^3\\
-\frac{27}{64}me^2+\frac{9}{64}m\gamma^2+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{189}{64}m^3
\end{array}\right\}\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{675}{128}me^2\right)\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1-\frac{1}{3}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2+\frac{3}{16}m^3-\frac{45}{128}m\gamma^2-\frac{5}{8}m^3\right)\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{225}{128}m\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}+\frac{159}{32}m^0\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}+\frac{1035}{512}m-\frac{477}{512}m\right)\\
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{675}{128}m\right)\\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{45}{8}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots 2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}.m^{-1} - \frac{3}{32}m^0 - \frac{321}{512}m \\ -\frac{51}{32}e^2.m^{-1} - \frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1} - \frac{15}{16}\varepsilon'^2.m^{-1} \end{array} \right\}$$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{lll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}m - \frac{1143}{128}m^2 - \frac{7821}{512}m^3 + \frac{27}{16}m\gamma^2 \\ -\frac{135}{32}me^2 + \frac{225}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}m^2 + \frac{1143}{512}m^3 \\ +\frac{4815}{1024}m^3 + \frac{765}{64}me^2 + \frac{45}{32}m\gamma^2 + \frac{225}{32}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{32} - \frac{441}{128}m + \frac{45}{128}m\right) \\ \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{45}{16}m\right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{16} + 0.m\right) \ldots \{\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{16}m^2 - \frac{11}{16}m^3\right)$$

$$2\cos 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\frac{15}{4}\right) \ldots \{\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right) \ldots \{\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{225}{32}me^2\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{4} + \frac{517}{192}m\right)$$

$$\text{Produit} \ldots\ldots \{\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}m^2 - \frac{3}{8}m^3 + \frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{517}{64}m^3\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4} + \frac{165}{64}m\right)$$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{4}m^2 - \frac{9}{8}m^3 + \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{495}{64}m^3\right) \\ \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{45}{16}m\right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}.m^{-1}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\,m\,\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}.m^{-1}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{735}{32}\,m\,\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\,m\,\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{147}{32}\,m\,\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}\,m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{405}{2048}\,m^3\right)$.

En réunissant ces différens termes il viendra

$$(9)\ \ldots\ldots\ -R_{,}\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{45}{64}-\frac{135}{256}=\frac{45}{256}\right)m \\
+\left(\frac{3165}{2048}-\frac{45}{256}+\frac{9}{16}-\frac{3}{4}-\frac{45}{64}+\frac{45}{128}+\frac{459}{256}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8445}{2048}\right)m^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{15311}{4096}-\frac{11853}{2048}-\frac{45}{16}+\frac{9}{16}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{9}{128}+\frac{45}{128}+\frac{405}{2048} \\ +\frac{17577}{4096}+\frac{459}{512}-\frac{6165}{4096}+\frac{13}{8}-\frac{549}{64}-\frac{45}{16}+\frac{13}{8}-\frac{261}{64}=-\frac{49589}{4096}\end{array}\right\}m^3 \\
+\left(\frac{675}{512}+\frac{675}{512}-\frac{135}{512}-\frac{2205}{512}-\frac{225}{128}-\frac{225}{128}+\frac{45}{128}+\frac{735}{128}=\frac{165}{256}\right)m\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{2475}{2048}-\frac{135}{128}+\frac{225}{128}+\frac{45}{128}+\frac{45}{32}+\frac{135}{128}-\frac{765}{256}-\frac{225}{256}=-\frac{3195}{2048}\right)me^2 \\
+\left(-\frac{9}{1024}+\frac{9}{64}-\frac{27}{64}-\frac{45}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{64}=-\frac{945}{1024}\right)m\gamma^2
\end{array}\right.$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{-\frac{225}{256}-\frac{45}{256}+\frac{135}{128}+\frac{45}{64}+\frac{315}{128}=\frac{405}{128}\right\}m$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left\{\frac{45}{128}+\frac{225}{128}-\frac{675}{512}-\frac{45}{64}-\frac{315}{256}-\frac{225}{256}-\frac{4275}{2048}=-\frac{8415}{2048}\right\}m$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots 2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}.m^{-1} - \frac{3}{32} m^0 - \frac{321}{512} m \\ -\frac{51}{32} e^2.m^{-1} - \frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1} - \frac{15}{16}\varepsilon'^2.m^{-1} \end{array} \right\}$$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{lll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16} m - \frac{1143}{128} m^2 - \frac{7821}{512} m^3 + \frac{27}{16} m\gamma^2 \\ -\frac{135}{32} me^2 + \frac{225}{32} m\varepsilon'^2 + \frac{45}{64} m^2 + \frac{1143}{512} m^3 \\ +\frac{4815}{1024} m^3 + \frac{765}{64} me^2 + \frac{45}{32} m\gamma^2 + \frac{225}{32} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{45}{32} - \frac{441}{128} m + \frac{45}{128} m \right) \\ \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 & \left(\frac{45}{16} m \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{16} + 0.m\right)\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{16} m^2 - \frac{11}{16} m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots$	$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(\frac{45}{64} m\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots$	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{225}{32} me^2\right)$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{1}{4} + \frac{517}{192} m\right)$$

$$\text{Produit} \ldots\ldots \left\{ \cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4} m^2 - \frac{3}{8} m^3 + \frac{9}{64} m\gamma^2 + \frac{517}{64} m^3\right) \right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{4} + \frac{165}{64} m\right)$$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{4} m^2 - \frac{9}{8} m^3 + \frac{27}{64} m\gamma^2 + \frac{495}{64} m^3\right) \\ \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{45}{16} m\right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur			Produit	
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}.m^{-1}\right)$	....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\, m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}.m^{-1}\right)$	....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{735}{32}\, m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)$	.....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\, m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}\right)$	.....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{147}{32}\, m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}\, m\right)$	.....	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{405}{2048}\, m^3\right)$.

En réunissant ces différens termes il viendra

$$(9) \; \ldots\ldots\ldots - R_{\varepsilon}\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{45}{64} - \frac{135}{256} = \frac{45}{256}\right) m \\ & + \left(\frac{3165}{2048} - \frac{45}{256} + \frac{9}{16} - \frac{3}{4} - \frac{45}{64} + \frac{45}{128} + \frac{459}{256} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8445}{2048}\right) m^2 \\ & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{15311}{4096} - \frac{11853}{2048} - \frac{45}{16} + \frac{9}{16} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{9}{128} + \frac{45}{128} + \frac{405}{2048} \\ & + \frac{17577}{4096} + \frac{459}{512} - \frac{6165}{4096} + \frac{13}{8} - \frac{549}{64} - \frac{45}{16} + \frac{13}{8} - \frac{261}{64} = -\frac{49589}{4096} \end{aligned} \right\} m^3 \\ & + \left(\frac{675}{512} + \frac{675}{512} - \frac{135}{512} - \frac{2205}{512} - \frac{225}{128} - \frac{225}{128} + \frac{45}{128} + \frac{735}{128} = \frac{165}{256}\right) m\varepsilon'^2 \\ & + \left(-\frac{2475}{2048} - \frac{135}{128} + \frac{225}{128} + \frac{45}{128} + \frac{45}{32} + \frac{135}{128} - \frac{765}{256} - \frac{225}{256} = -\frac{3195}{2048}\right) me^2 \\ & + \left(-\frac{9}{1024} + \frac{9}{64} - \frac{27}{64} - \frac{45}{128} - \frac{9}{64} - \frac{9}{64} = -\frac{945}{1024}\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{225}{256} - \frac{45}{256} + \frac{135}{128} + \frac{45}{64} + \frac{315}{128} = \frac{405}{128} \right\} m$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \frac{45}{128} + \frac{225}{128} - \frac{675}{512} - \frac{45}{64} - \frac{315}{256} - \frac{225}{256} - \frac{4275}{2048} = -\frac{8415}{2048} \right\} m$$

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_{\iota}} - 1\right)\delta u$.

Multiplicateur . . . . . $\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{15}{64}\gamma^2 + \frac{15}{32}e^2 - \frac{405}{512}m\gamma^2 - \frac{405}{256}me^2\right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{7}{32}\gamma^2 + \frac{7}{16}e^2 - \frac{135}{256}m\gamma^2 - \frac{135}{128}me^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . . $2\cos cv \;\; e\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{15}{32} - \frac{405}{256}m\right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{15}{32}e^2 - \frac{405}{256}me^2\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{35}{128}e^2 - \frac{945}{512}me^2\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{7}{16} - \frac{135}{128}m - \frac{221}{1024}m^2 + \frac{31}{128}e^2 + \frac{1}{64}\gamma^2 \\ + \frac{16293}{8192}m^3 + \frac{1215}{512}me^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2 - \frac{585}{256}me'^2 \\ - \frac{7}{32}\gamma^2 + \frac{135}{256}m\gamma^2 - \frac{7}{64}e^2 + \frac{135}{512}me^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{64}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2cv \;\; e^2\left(\frac{1}{2}\right)\ldots\ldots\begin{cases} \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{7}{32} + \frac{135}{256}m\right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{1}{8}m^2 - \frac{3}{128}m^3\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2gv - 2cv \;\; e^2\gamma^2\left(\frac{1}{16}m^2 - \frac{5}{128}\gamma^2 + \frac{135}{1024}m\gamma^2 + \frac{15}{32}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes avec ceux qui entrent dans l'expression précédente de δu on aura ;

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{7}{8} + \frac{135}{64} m + \left(\frac{221}{512} - \frac{1}{4} = \frac{93}{512} \right) m^2 \\ + \left(\frac{7}{32} - \frac{1}{32} = \frac{3}{16} \right) \gamma^2 + \left(\frac{7}{16} - \frac{31}{64} + \frac{15}{32} = \frac{27}{64} \right) e^2 \\ + \left(-\frac{16293}{4096} + \frac{3}{64} = -\frac{16101}{4096} \right) m^3 + \left(\frac{135}{64} - \frac{135}{256} = \frac{405}{256} \right) m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{1215}{256} - \frac{135}{128} - \frac{405}{256} = -\frac{945}{128} \right) me^2 + \frac{585}{128} me'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \left(\frac{7}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{1}{2} \right) m^0 + \left(\frac{405}{128} - \frac{135}{128} = \frac{135}{64} \right) m \\ + \left(-\frac{1875}{512} - \frac{221}{1024} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = -\frac{3779}{1024} \right) m^2 \\ + \left(\frac{15}{128} + \frac{15}{64} + \frac{1}{64} - \frac{7}{32} - \frac{5}{128} = \frac{7}{64} \right) \gamma^2 \\ + \left(\frac{15}{32} - \frac{45}{64} + \frac{35}{128} + \frac{31}{128} - \frac{7}{64} = \frac{11}{64} \right) e^2 \\ + \left(\frac{1755}{256} - \frac{585}{256} = \frac{585}{128} \right) me'^2 \\ + \left(-\frac{5877}{4096} + \frac{16293}{8192} - \frac{3}{128} + \frac{15}{32} = \frac{8187}{8192} \right) m^3 \\ + \left(-\frac{405}{128} - \frac{405}{256} - \frac{945}{512} + \frac{1215}{512} + \frac{135}{512} = -\frac{2025}{512} \right) me^2 \\ + \left(\frac{2025}{1024} - \frac{405}{512} - \frac{135}{128} + \frac{135}{256} + \frac{135}{1024} = \frac{405}{512} \right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \left(-\frac{35}{64} + \frac{15}{32} - \frac{7}{32} = -\frac{19}{64} \right) \\ + \left(\frac{945}{256} - \frac{405}{256} + \frac{135}{256} = \frac{675}{256} \right) m \end{array} \right\}$$

Tel est le résultat final qui constituait l'objet de ce paragraphe.

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right) \delta u$.

Multiplicateur .... $\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right)$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(\frac{15}{64}\gamma^2 + \frac{15}{32}e^2 - \frac{405}{512}m\gamma^2 - \frac{405}{256}me^2 \right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{7}{32}\gamma^2 + \frac{7}{16}e^2 - \frac{135}{256}m\gamma^2 - \frac{135}{128}me^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur ..... $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2\right)$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 \left(\frac{15}{32} - \frac{405}{256}m \right) \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2 \left(\frac{15}{32}e^2 - \frac{405}{256}me^2 \right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(\frac{35}{128}e^2 - \frac{945}{512}me^2 \right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{16} - \frac{135}{128}m - \frac{221}{1024}m^2 + \frac{31}{128}e^2 + \frac{1}{64}\gamma^2 \\ + \frac{16293}{8192}m^3 + \frac{1215}{512}me^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2 - \frac{585}{256}m\varepsilon'^2 \\ - \frac{7}{32}\gamma^2 + \frac{135}{256}m\gamma^2 - \frac{7}{64}e^2 + \frac{135}{512}me^2 \end{array} \right\} \\ \cos 2gv - cv & e\gamma^2 \left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{64}m^3 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{2}\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2 \left(-\frac{7}{32} + \frac{135}{256}m \right) \\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 \left(\frac{1}{8}m^2 - \frac{3}{128}m^3 \right) \end{array} \right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right) \ldots \{ \cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(\frac{1}{16}m^2 - \frac{5}{128}\gamma^2 + \frac{135}{1024}m\gamma^2 + \frac{15}{32}m^3 \right).$$

En réunissant ces termes avec ceux qui entrent dans l'expression précédente de δu on aura ;

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{7}{8} + \frac{135}{64} m + \left(\frac{221}{512} - \frac{1}{4} = \frac{93}{512} \right) m^2 \\ + \left(\frac{7}{32} - \frac{1}{32} = \frac{3}{16} \right) \gamma^2 + \left(\frac{7}{16} - \frac{31}{64} + \frac{15}{32} = \frac{27}{64} \right) e^2 \\ + \left(-\frac{16293}{4096} + \frac{3}{64} = -\frac{16101}{4096} \right) m^3 + \left(\frac{135}{64} - \frac{135}{256} = \frac{405}{256} \right) m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{1215}{256} - \frac{135}{128} - \frac{405}{256} = -\frac{945}{128} \right) me^2 + \frac{585}{128} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{1}{2} \right) m^0 + \left(\frac{405}{128} - \frac{135}{128} = \frac{135}{64} \right) m \\ + \left(-\frac{1875}{512} - \frac{221}{1024} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = -\frac{3779}{1024} \right) m^2 \\ + \left(\frac{15}{128} + \frac{15}{64} + \frac{1}{64} - \frac{7}{32} - \frac{5}{128} = \frac{7}{64} \right) \gamma^2 \\ + \left(\frac{15}{32} - \frac{45}{64} + \frac{35}{128} + \frac{31}{128} - \frac{7}{64} = \frac{11}{64} \right) e^2 \\ + \left(\frac{1755}{256} - \frac{585}{256} = \frac{585}{128} \right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{5877}{4096} + \frac{16293}{8192} - \frac{3}{128} + \frac{15}{32} = \frac{8187}{8192} \right) m^3 \\ + \left(-\frac{405}{128} - \frac{405}{256} - \frac{945}{512} + \frac{1215}{512} + \frac{135}{512} = -\frac{2025}{512} \right) me^2 \\ + \left(\frac{2025}{1024} - \frac{405}{512} - \frac{135}{128} + \frac{135}{256} + \frac{135}{1024} = \frac{405}{512} \right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{35}{64} + \frac{15}{32} - \frac{7}{32} = -\frac{19}{64} \right) \\ + \left(\frac{945}{256} - \frac{405}{256} + \frac{135}{256} = \frac{675}{256} \right) m \end{array} \right\}$$

Tel est le résultat final qui constituait l'objet de ce paragraphe.

§ 14.

Intégration de l'équation différentielle en δu propre à fournir l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ exacte jusqu'aux quantités du septième ordre, inclusivement, par rapport aux coefficiens des deux argumens
$2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$.

222. Pour compléter l'expression spéciale de δu qui a fait le sujet du § 8, il est nécessaire de développer ultérieurement les coefficiens des deux argumens $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$: c'est-à-dire, de les préparer de manière qu'ils puissent donner un résultat exact jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre inclusivement, dans la valeur de l'intégrale $\int \frac{\delta u}{u_1}.dv$, qui constitue, comme on sait, une des principales parties de la longitude moyenne de la Lune, exprimée en fonction de la longitude vraie.

Pour donner cette extension aux coefficiens de ces deux argumens, nous sommes forcés de reprendre la considération de l'équation différentielle en δs, afin de nous procurer les termes du *sixième* ordre, qui, dans le développement de cette fonction, affectent les sept argumens $gv + cv - 2c'mv$, $gv - cv + 2c'mv$, $gv - cv - 2c'mv$, $2Ev + 2c'mv - gv$, $2Ev + 2c'mv - 3gv$, $2Ev + 2c'mv - gv - 2cv$, $2Ev + 2c'mv + gv - 2cv$.

Ces termes introduisent dans le produit $\frac{3}{2}.s_1\delta s$ (et par conséquent dans l'équation différentielle en δu) les quatre argumens $cv - 2c'mv$, $2gv - cv - 2c'mv$, $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$, avec des coefficiens du septième ordre. Mais ceux des deux premiers, s'abaissant au sixième ordre dans l'expression de δu, donnent naissance, en se combinant avec l'argument $2Ev - cv$, à des termes du septième ordre affectés des argumens $2Ev + 2c'mv - 2gv$, $2Ev + 2c'mv - 2cv$, qui font partie du développement de la fonction

$\delta R'$. Ainsi, il faudra, avant tout, nous occuper de ce calcul préalable, qui s'exécute par un procédé semblable à celui que nous avons exposé dans le premier paragraphe de ce Chapitre. En conséquence de cette similitude, on prévoit déjà qu'il est indispensable d'avoir égard aux termes de l'ordre subséquent qui entrent dans le coefficient de l'argument $gv-2c'mv$. De plus; il faudra tenir compte des termes du sixième ordre qui affectent les deux argumens $gv-2cv+2c'mv$, $4Ev+2c'mv-gv$, pour ne laisser échapper aucune partie du même ordre dans la formation des termes fournis par le développement des deux fonctions $R_3\,\delta s$, $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$.

En considérant ensuite le terme principal de $\delta R'$: c'est-à-dire, le développement de la fonction $-4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v')$ on reconnoîtra aussitôt, que, pour avoir la totalité des termes du septième ordre affectés des deux argumens $2Ev+2c'mv-2gv$, $2Ev+2c'mv-2cv$, il est nécessaire d'avoir préparés d'avance les termes du facteur $\frac{\delta u}{u_1}$, qui sont; du *septième* ordre par rapport aux quatre argumens $2cv-2c'mv$, $2gv-2c'mv$, $4Ev+2c'mv-2gv$, $4Ev+2c'mv-2cv$; et du *sixième* ordre par rapport aux dix argumens $2cv-c'mv$, $2gv-c'mv$, $cv-2c'mv$, $2cv-3c'mv$, $2gv-3c'mv$, $2gv+cv-2c'mv$, $2gv-cv-2c'mv$, $4Ev+c'mv-2cv$, $4Ev+c'mv-2gv$, $4Ev+2c'mv-cv$.

La même fonction $\delta R'$ renferme le terme

$$\frac{3}{2}q\frac{\delta[(a'u')^3\sin(2v-2v')]}{u_1^4},$$

lequel ne peut être développé complétement, sans faire un complément à l'expression de δnt qui occupe les pages 105-107. Ce complément se trouve déjà préparé dans la page 500.

Mais, à l'égard des termes auxiliaires qui appartiennent au facteur $\frac{\delta u}{u_1}$, nous les avons employés par anticipation, d'après le principe que le calcul de ces termes est, dans le fond, *indépendant* de ceux qu'il s'agit de trouver directement. Cependant, comme ils doivent être démontrés, j'ai pris le parti d'exécuter les développemens, de manière que les termes dont on a eu besoin se trouvent compris dans l'équation différentielle en δu à laquelle on parvient vers la fin de ce paragraphe.

Après tout cela, il fallait en outre considérer, que les deux argumens $2Ev+2c'mv-cv$, cv produisent dans l'intégrale $\int \frac{\delta u}{u_1}\,dv$ un nouveau terme affecté de l'argument $2Ev+2c'mv-2cv$, dont le coefficient serait borné aux quantités du quatrième ordre, si l'on prenait le coefficient de l'argument $2Ev+2c'mv-cv$, tel qu'il a été trouvé dans le § 8 (Voyez p. 441). Ainsi, pour rendre ce terme susceptible d'être réuni avec les autres il devenait indispensable d'étendre jusqu'aux quantités du sixième ordre le développement du coefficient de l'argument $2Ev+2c'mv-cv$ qui fait partie de la fonction δu.

Pour cela, il a fallu recourir de nouveau à l'équation différentielle en δs, pour obtenir les termes du *septième* ordre affectés des deux argumens $2Ev+2c'mv+gv-cv$, $2Ev+2c'mv-gv-cv$; et par là se mettre en état de pouvoir former le produit $\frac{3}{2}.s_1\delta s$. Voilà pourquoi on a compris les deux argumens précédens dans la formation de l'équation auxiliaire en δs. Par une combinaison singulière entre les différentes parties qui constituent le coefficient de chacun de ces deux argumens on arrive à un résultat égal à zéro. Mais, comme cette destruction n'est pas évidente *a priori*, nous exposons le calcul qui l'établit facilement et d'une manière incontestable.

Par un motif semblable on a compris dans l'équation différentielle en δu les argumens $2Ev+2c'mv-3cv$, $2Ev+2c'mv-2gv+cv$, $2Ev+2c'mv-2gv-cv$; ce qui a fait sentir la nécessité d'associer aux termes de δs déjà nommés aussi celui qui est affecté de l'argument $2Ev+2c'mv-gv+cv$.

Tel est le plan général de l'opération qui constitue l'objet complet de ce paragraphe, lequel se partage naturellement en trois sections, comme le § 12.

Entrons maintenant dans tous les détails de l'exécution. Je publie ces détails, parceque je suis persuadé qu'il serait très-difficile de retrouver sans cela les derniers résultats auxquels je parviens. D'ailleurs l'excessive complication du sujet réclame tous les moyens possibles qui peuvent rendre moins pénible les vérifications auxquelles on voudrait soumettre ces développemens.

PREMIÈRE SECTION.

Formation de l'expression spéciale de δs.

223. A l'aide de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ donnée dans le n.° 144 (Voyez p. 315-320) on obtiendra facilement les termes suivans ;

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1{}^4} \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$(-6)\ldots$	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{27}{2}m^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\gamma^2 - \frac{135}{32}me^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{32}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{16}m\right)$
$2\cos cv$	$e(12)\ldots$	$\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{8}me^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{8}m\right)$

$$
2\cos c'mv \qquad \varepsilon'(-9)\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\dfrac{27}{2}m^2\right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \dfrac{9}{2}m^2 + \dfrac{57}{8}m^3 \\ -\dfrac{27}{16}m\gamma^2 - \dfrac{135}{16}me^2 \end{array}\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\dfrac{405}{16}m\right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\dfrac{27}{16}m\right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(\dfrac{135}{8}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}\right)\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + 2'cmv & \varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} -\dfrac{27}{2}m^2 - \dfrac{171}{4}m^3 \\ +\dfrac{81}{32}m\gamma^2 + \dfrac{405}{32}me^2 \end{array}\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\dfrac{405}{16}m\right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\dfrac{1215}{32}m\right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\dfrac{81}{32}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{array}{lll}
2\cos cv - c'mv & e\varepsilon'(\;18)\ldots\{ & \cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\dfrac{135}{4}m\right) \\[2ex]
2\cos cv + c'mv & e\varepsilon'(\;18)\ldots\{ & \cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\dfrac{135}{4}me^2\right) \\[2ex]
2\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2(\;27)\ldots\{ & \cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\dfrac{405}{8}m\right) \\[2ex]
2\cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2(\;27)\ldots\{ & \cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\dfrac{405}{8}me^2\right);
\end{array}
$$

lesquels étant réunis donnent,

$$
-6q\cdot\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1} = \ldots
$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left\{\dfrac{27}{2} + \dfrac{27}{2} = 27\right\} m^2 \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left\{\dfrac{135}{16} + \dfrac{135}{8} - \dfrac{405}{16} = 0\right\} m
\end{array}
$$

$$\cos 2Ev+2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \begin{Bmatrix} \left(\frac{9}{2}-\frac{27}{2}=-9\right)m^2+\left(\frac{57}{8}-\frac{171}{4}=-\frac{285}{8}\right)m^3 \\ -\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{16}-\frac{81}{32}=0\right)m\gamma^2 \\ -\left(\frac{135}{32}+\frac{135}{16}-\frac{405}{32}+\frac{135}{4}-\frac{405}{8}+\frac{135}{8}=0\right)me^2 \end{Bmatrix}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{27}{32}+\frac{27}{16}-\frac{81}{32}=0 \right\} m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{405}{32}-\frac{135}{8}+\frac{405}{16}-\frac{1215}{32}-\frac{135}{4}+\frac{405}{8}=0 \right\} m.$$

En faisant

$$\delta[(\alpha'u')^3] = m\delta nt\left\{-3\,\varepsilon'.\sin c'mv - 9\,\varepsilon'^2.\sin 2c'mv\right\}$$

(Voyez tome I.er p. 327), et prenant ensuite

$$\delta nt = \sin c'mv \;\; \varepsilon'\left(3\,m\right) + \sin 2Ev \;\; \left(-\frac{11}{8}m^2\right) + \sin 2Ev+c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{11}{16}m^2\right)$$

(Voyez p. 106 de ce volume), on aura

$$\delta[(\alpha'u')^3] = \cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\frac{33}{32}-\frac{99}{16}=-\frac{165}{32}\right\} m^3.$$

Il suit de là que,

$$\frac{3}{2}q\,\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^4} = \cos 2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2\right) + \cos 2Ev+2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(-\frac{495}{64}m^3\right).$$

Maintenant, si l'on fait

$$\frac{3}{2}q\,\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4} = \cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}+\frac{27}{2}e^2+\frac{21}{4}\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}\right)$$

$$\cos cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}\right)$$

$$\cos 2cv-2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{8}\right)$$

$$\cos 2gv-2c'mv \qquad \gamma^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}\right)$$

(Voyez p. 351 et 352 du I.er volume), et si l'on remarque qu'il suffit ici de prendre

$$R_2 = \frac{3}{2}q\frac{(\alpha' u')^5}{u_1^4} - 6q\,.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}.\frac{\delta u}{u_1} + \frac{3}{2}q\frac{\delta[(\alpha' u')^3]}{u_1^4},$$

il viendra

$$\begin{array}{lll}
R_2 = \cos 2c'mv & \varepsilon'^2 \left\{ \frac{27}{4} + \frac{27}{2}e^2 + \frac{21}{4}\varepsilon'^2 + \left(27 + \frac{27}{4} = \frac{135}{4}\right)m^2 \right\} \\
\quad \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 \left(-\frac{27}{2}\right) \\
\quad \cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2 \left(-\frac{27}{2}\right) \\
\quad \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{135}{8}\right) \\
\quad \cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{27}{8}\right) \\
\quad \cos 2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2 \left\{ -9.m^2 - \left(\frac{285}{8} + \frac{495}{64} = \frac{2775}{64}\right)m^3 \right\}.
\end{array}$$

Donc, en faisant le produit $R_2.\gamma \sin gv$, on aura;

$$\begin{array}{lll}
(1)\ldots R_2.\gamma \sin gv = \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{27}{8} + \frac{27}{4}e^2 + \frac{21}{8}\varepsilon'^2 - \frac{27}{16}\gamma^2 + \frac{135}{8}m^2 \right\} \\
\quad \sin gv + cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma \left(-\frac{27}{4}\right) \\
\quad \sin gv - cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma \left(-\frac{27}{4}\right) \\
\quad \sin gv - cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma \left(-\frac{27}{4}\right) \\
\quad \sin gv - 2cv + 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\gamma \left(\frac{135}{16}\right) \\
\quad \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma \left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{2775}{128}m^3\right).
\end{array}$$

224. Pour avoir les termes fournis par le produit $\left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s$, il faudra employer l'expression de δs donnée dans le n.° 108, et prendre les termes du facteur $\left(R_2 - \frac{3}{2}\right)$; en partie dans le premier volume (p. 351 et 352), et en partie dans celui-ci (p. 165 et 655)

Produits partiels de $\left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(3e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}me^2 - \frac{81}{128}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(-3\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv + cv - gv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
		$\sin 2Ev + 2c'mv - cv - gv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$
$2\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv + cv - gv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{16}m\right)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv - cv - gv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{16}m\right)$
$2\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv + cv - gv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m\right)$
$2\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}\right)\ldots$	$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}e^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2 + \frac{9}{2}m^2\right)$

Produit

$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m + \frac{81}{256}m^2\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{32}m - \frac{513}{256}m^2 - \frac{2943}{1024}m^3 - \frac{27}{16}me^2 \\ + \frac{27}{256}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{16}me^2 - \frac{243}{256}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{16}m^3\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv$	$\varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{27}{64}m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{256}m\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{256}m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{135}{64}m\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}+\frac{27}{4}e^2+\frac{21}{8}\varepsilon'^2+\frac{135}{8}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\sin gv-2cv+2c'mv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{135}{64}\right) \\
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\begin{array}{l}\frac{81}{64}m+\frac{81}{256}m^2-\frac{7371}{4096}m^3+\frac{81}{32}me^2 \\ -\frac{405}{128}m\varepsilon'^2+\frac{81}{32}me^2+\frac{63}{64}m\varepsilon'^2+\frac{405}{64}m^3\end{array}\right\} \\
\sin 2Ev+2c'mv-3gv & \varepsilon'^2\gamma^3 & \left(-\frac{81}{128}m\right) \\
\sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(\frac{405}{512}m\right) \\
\sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{405}{128}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{159}{32}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{1113}{256}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-3gv$	$\varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{27}{64}m\right)$
$2\cos 2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{8}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{64}m\right)$
$2\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-3gv$	$\varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{27}{64}m\right)$
$2\cos 2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{16}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{128}m\right)$
$2\cos 2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{16}\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-3gv$	$\varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{81}{128}m\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(-3.m^2\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-3.m^2\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{8}m^3\right)$.

En réunissant ces termes on aura ;

$$(2) \ldots\ldots \left(R_2 - \frac{3}{2}\right) \delta s =$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{32}m + \frac{81}{256}m^2\right)$$

$$\sin gv - 2cv + 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{64}\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{64} - \frac{27}{32} = \frac{27}{64}\right)m - \left(\frac{513}{256} - \frac{81}{256} = \frac{27}{16}\right)m^2 \\ - \left(\frac{2943}{1024} + \frac{27}{16} + \frac{7371}{4096} - \frac{405}{64} + \frac{81}{32} + \frac{27}{8} = \frac{24327}{4096}\right)m^3 \\ + \left(\frac{81}{32} + \frac{81}{32} - \frac{27}{16} - \frac{27}{16} - \frac{27}{32} = \frac{27}{32}\right)me^2 \\ + \left(\frac{27}{256} - \frac{81}{128} - \frac{243}{256} + \frac{63}{64} + \frac{1113}{256} - \frac{405}{128} - \frac{9}{256} = \frac{21}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{32} + \frac{27}{16} - \frac{81}{32} = 0\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{32} + \frac{27}{16} - \frac{81}{32} = 0\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^3\left\{\frac{27}{64} - \frac{81}{128} - \frac{27}{64} - \frac{27}{64} + \frac{81}{128} = -\frac{27}{128}\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{405}{512} - \frac{135}{256} = \frac{135}{512}\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{135}{64} - \frac{405}{128} - \frac{135}{128} - \frac{135}{64} + \frac{405}{128} = -\frac{135}{128}\right\}m.$$

225. L'expression de R_1 renferme ces six termes ; savoir

$$R_1 = \sin 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\frac{81}{4} - \frac{81}{4} = 0\right\}m^2$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{32} - \frac{27}{16} = \frac{27}{32}\right\}m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right),$$

(Voyez p. 288, 368-371), où il faut se rappeler, que les quantités du troisième ordre qui viennent après le coefficient $\frac{9}{4}m^2$ se détruisent (Voyez la note placée dans la p. 368).

A l'égard du terme affecté de l'argument $2Ev+2c'mv+cv$ il ne se trouve pas dans les valeurs partielles de R_1 considérées jusqu'ici : mais en examinant le développement qui comprend les pages 349-355, il est évident que pour avoir ce terme il suffit d'y ajouter ces deux produits partiels :

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev$	$\left(-3\right)\ldots$	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2c'mv+cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)\right.$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots$	$\left\{\quad 2Ev+2c'mv+cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m\right).\right.$

Il est aisé de démontrer, par la seule inspection des produits partiels, que, pour avoir les six termes correspondans qui entrent dans la fonction R_3, il suffit de changer dans R_1 les *sinus* en *cosinus*, après avoir remplacé $\frac{81}{4}-\frac{81}{4}$ par $-\frac{81}{4}-\frac{81}{4}$: de sorte que,

$$
\begin{aligned}
R_3 = \;& \cos 2c'mv && \varepsilon'^2\left\{-\frac{81}{4}-\frac{81}{4}=-\frac{81}{2}\right\}m^2\\
& \cos 2Ev+2c'mv && \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)\\
& \cos 2Ev+2c'mv-cv && e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)\\
& \cos 2Ev+2c'mv+cv && e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)\\
& \cos 2Ev+2c'mv-2cv && e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}m\right)\\
& \cos 2Ev+2c'mv-2gv && \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right).
\end{aligned}
$$

Cela posé il est clair qu'on a ;

$$(3) \ldots\ldots R_3 . \gamma \sin gv = \begin{array}{ll} \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{4}m^2\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2 - \frac{27}{128}m\gamma^2\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{27}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{135}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{64}m\right); \end{array}$$

$$(4) \ldots\ldots -R_1 . \frac{ds_1}{dv} = \begin{array}{ll} \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2 + \frac{27}{128}m\gamma^2\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{27}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{64}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{64}m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{64}m\right). \end{array}$$

226. Avant de calculer les termes donnés par les deux fonctions $R_3\,\delta s$, $-R_1\,\frac{d.\delta s}{dv}$ il faudrait, à la rigueur, procéder comme dans le n.° 96 : c'est-à-dire, calculer d'avance les termes du *sixième* ordre affectés des trois argumens $gv - 2c'mv$, $gv - 2cv + 2c'mv$, $4Ev + 2c'mv - gv$: mais rien n'empêche d'abréger l'exposition de cette opération en empruntant ici ces termes de δs, qui se trouvent

ensuite démontrés dans le n.° 228 (Voyez p. 672) de ce même paragraphe. Il est clair, que cette anticipation est permise, puisque les termes auxiliaires de δs dont il est ici question, savoir

$$\begin{array}{lll}
\delta s = \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma & \left(\frac{27}{64}m\gamma^2 - \frac{27}{16}me^2 - \frac{21}{32}m\varepsilon'^2\right) \\
\quad\ \sin gv - 2cv + 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{405}{256}m\right) \\
\quad\ \sin 4Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma & \left(\ 0\,.\,m^3\right),
\end{array}$$

sont indépendans des autres de la même fonction, qu'il s'agit de trouver. Imaginons donc qu'on a ajouté les termes précédens à l'expression de δs posée dans le n.° 108 : après cela, on pourra obtenir sans obstacle les produits partiels qui suivent :

Produits partiels de $R_3 \delta s$.

$$\begin{array}{lll}
\text{Multiplicateur} & & \text{Produit} \\
\cos 0v & \left(-3\,m^2\right) \ldots\ldots & \sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m^3\right) \\
2\cos c'mv & \varepsilon'\left(-9\,m^2\right) \ldots\ldots & \sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{8}m^3\right) \\
2\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{81}{4}m^2\right) \ldots\ldots & \sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{243}{32}m^3\right)
\end{array}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma & \left(\frac{27}{128}m + \frac{279}{1024}m^2\right) \\
\sin 4Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{27}{128}m\right) \\
\sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\begin{array}{l} \frac{81}{128}m - \frac{297}{1024}m^2 - \frac{2835}{2048}m^3 + \frac{81}{64}me^2 \\ + \frac{63}{128}m\varepsilon'^2 - \frac{81}{256}m\gamma^2 + \frac{81}{64}me^2 - \frac{405}{256}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{1215}{1024}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$\begin{array}{lll}
2\cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots & \left\{\sin 2Ev+2c'mv-gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{64}m\right)\right. \\[2ex]
2\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{l}\sin 2Ev+2c'mv-gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{64}m\right)\\ \sin 2Ev+2c'mv+gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{64}m\right)\end{array}\right. \\[2ex]
2\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots & \left\{\sin 2Ev+2c'mv-gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)\right. \\[2ex]
2\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{l}\sin 2Ev+2c'mv-gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)\\ \sin 2Ev+2c'mv+gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)\end{array}\right.
\end{array}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{64}m+\frac{27}{512}m^2+\frac{2997}{2048}m^3-\frac{27}{32}me^2\\ +\frac{27}{128}m\gamma^2-\frac{243}{512}m\varepsilon'^2-\frac{27}{32}me^2+\frac{27}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\} \\[2ex]
\sin 4Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{64}m\right) \\[2ex]
\sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{512}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$\begin{array}{lll}
2\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{1113}{512}m\varepsilon'^2\right)\\ \sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{63}{64}m+\frac{1197}{512}m^2\right)\end{array}\right. \\[2ex]
2\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{256}m\right)\\ \sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{256}m\right)\end{array}\right. \\[2ex]
2\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots & \left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{256}m\gamma^2\right)\\ \sin 2Ev+2c'mv-3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{81}{256}m\right)\end{array}\right.
\end{array}$$

$$
\begin{array}{llll}
2\cos 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots & \Big\{ \sin gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{64}m - \frac{153}{256}m^2\right) \\
2\cos 2Ev + 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)\ldots & \Big\{ \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{512}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}
$$

$$
2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \; e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots \left\{
\begin{array}{l}
\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \; e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}\,m\right) \\
\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \; e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}\,m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \; \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)\ldots \left\{
\begin{array}{ll}
\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{27}{128}\,m\right) \\
\sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{128}\,m\gamma^2\right).
\end{array}\right.
$$

En réunissant ces produits partiels on aura

$$(5) \;\ldots\ldots\; R_3.\delta s =$$

$$
\sin gv - 2c'mv \;\; \varepsilon'^2\gamma \left\{\left(\frac{27}{128} + \frac{63}{64} - \frac{153}{64} = -\frac{153}{128}\right)m + \left(\frac{279}{1024} + \frac{1197}{512} - \frac{153}{256} = \frac{2061}{1024}\right)m^2\right\}
$$

$$
\sin 2Ev + 2c'mv - gv \;\; \varepsilon'^2\gamma \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{81}{128} - \frac{27}{64} = \frac{27}{128}\right)m - \left(\frac{297}{1024} - \frac{27}{512} = \frac{243}{1024}\right)m^2 \\
+\left(\frac{27}{32} - \frac{243}{32} + \frac{27}{8} - \frac{2835}{2048} + \frac{2997}{2048} = -\frac{3375}{1024}\right)m^3 \\
+\left(\frac{63}{128} - \frac{405}{256} - \frac{243}{512} + \frac{1113}{512} + \frac{27}{512} - \frac{9}{512} = \frac{165}{256}\right)m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{81}{64} + \frac{81}{64} - \frac{27}{32} - \frac{27}{32} = \frac{27}{32}\right)me^2 \\
+\left(\frac{27}{128} - \frac{81}{256} + \frac{81}{256} - \frac{27}{128} = 0\right)m\gamma^2
\end{array}\right\}
$$

$$
\begin{array}{lll}
\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3 & \left\{\frac{81}{256} - \frac{27}{128} = \frac{27}{256}\right\} m \\
\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{405}{256} - \frac{135}{128} + \frac{405}{512} - \frac{1215}{1024} = \frac{135}{1024}\right) m \\
\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{405}{256} - \frac{135}{128} = \frac{135}{256}\right\} m \\
\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{27}{32} - \frac{81}{64} = -\frac{27}{64}\right\} m
\end{array}
$$

$$+\sin 2Ev+2c'mv+gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{32}-\frac{81}{64}=-\frac{27}{64}\right\}m$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{27}{32}-\frac{81}{64}=-\frac{27}{64}\right\}m$$

$$\sin 4Ev+2c'mv-gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{9}{64}-\frac{27}{128}=-\frac{9}{128}\right\}m.$$

En différentiant l'expression de δs du n.° 108, après y avoir ajouté les termes précédens (Voyez p. 661), et retenant seulement les termes dont on a besoin ici, il viendra,

$$-\frac{d.\delta s}{dv}=$$

$$\cos gv-c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}m-\left(\frac{9}{64}+\frac{9}{8}=\frac{81}{64}\right)m^2-\left(\frac{999}{256}-\frac{9}{64}-\frac{27}{32}=\frac{747}{256}\right)m^3\\+\frac{9}{4}me^2-\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos gv+c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m\right)$$

$$\cos gv-2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{32}m-\left(\frac{99}{256}+\frac{27}{16}=\frac{531}{256}\right)m^2-\left(\frac{945}{512}-\frac{99}{128}-\frac{81}{128}=\frac{225}{512}\right)m^3\\+\frac{27}{16}me^2-\frac{27}{64}m\gamma^2+\frac{21}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos gv+2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos gv-3c'mv \quad \varepsilon'^3\gamma\left(\frac{53}{64}m\right)$$

$$\cos gv-2cv+c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos gv-2cv+2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{405}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev-gv \quad \gamma\left\{-\frac{3}{8}m+\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{32}=\frac{21}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv-gv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\frac{3}{8}m+\left(\frac{57}{64}-\frac{3}{8}=\frac{33}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{99}{256}m^2\right).$$

Cela posé, si l'on fait le produit $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$ en employant les termes convenables de la valeur de R_1, qu'on peut prendre dans le paragraphe 8 (Voyez p. 368-373) on obtiendra les produits partiels qui suivent.

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m+\frac{279}{1024}m^2\right)\\
\sin 4Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\right)\\
\sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{1215}{1024}m\right)\\
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{81}{128}m-\frac{1593}{1024}m^2-\frac{675}{2048}m^3+\frac{81}{64}me^2\\ +\frac{63}{128}m\varepsilon'^2-\frac{81}{256}m\gamma^2+\frac{81}{64}me^2-\frac{405}{256}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin(2Ev+c'mv) \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\sin 4Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{64}m\right)\\
\sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{512}m\right)\\
\sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{64}m+\frac{243}{512}m^2+\frac{2241}{2048}m^3-\frac{27}{32}me^2\\ +\frac{27}{128}m\gamma^2-\frac{243}{512}m\varepsilon'^2-\frac{27}{32}me^2+\frac{27}{512}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\sin(2Ev-c'mv) \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)$..	$\sin 2Ev+2c'mv-gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{1113}{512}m\varepsilon'^2\right)$ $\sin gv-2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{63}{64}m+\frac{693}{512}m^2\right)$

$$2\sin 2Ev + cv \qquad e\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\cdot\left\{\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{64}m\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - cv \qquad e\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{64}m\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{64}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{405}{256}m\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{256}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{81}{256}m\gamma^2\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{81}{256}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\cdot\cdot\left\{\sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{64}m + \frac{1071}{256}m^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)\cdot\cdot\left\{\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{512}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\cdot\left\{\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{135}{128}m\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{128}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)\cdot\cdot\left\{\begin{array}{ll}\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{27}{128}m\right)\\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\gamma^2\right).\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes, on aura;

$$(6) \;\ldots\ldots\ldots\; -R_1 \frac{d.\delta s}{dv} =$$

$$\sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \left(\frac{27}{128} + \frac{63}{64} - \frac{153}{64} = -\frac{153}{128}\right) m + \left(\frac{279}{1024} + \frac{693}{512} + \frac{1071}{256} = \frac{5949}{1024}\right) m^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{81}{128} - \frac{27}{64} = \frac{27}{128}\right) m + \left(\frac{243}{512} - \frac{1593}{1024} = -\frac{1107}{1024}\right) m^2 \\ + \left(\frac{2241}{2048} - \frac{675}{2048} = \frac{783}{1024}\right) m^3 \\ + \left(\frac{81}{64} + \frac{81}{64} - \frac{27}{32} - \frac{27}{32} = \frac{27}{32}\right) me^2 \\ + \left(\frac{63}{128} - \frac{405}{256} - \frac{243}{512} + \frac{27}{512} + \frac{1113}{512} - \frac{9}{512} = \frac{165}{256}\right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{27}{128} - \frac{81}{256} - \frac{81}{256} + \frac{27}{128} = -\frac{27}{128}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \quad \varepsilon'^2\gamma^3 \left\{ \frac{81}{256} - \frac{27}{128} = \frac{27}{256} \right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{27}{32} - \frac{81}{64} = -\frac{27}{64} \right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ -\frac{27}{32} + \frac{81}{64} = \frac{27}{64} \right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{27}{32} - \frac{81}{64} = -\frac{27}{64} \right\} m.$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{135}{128} - \frac{405}{256} + \frac{405}{512} - \frac{1215}{1024} = -\frac{945}{1024} \right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{405}{256} - \frac{135}{128} = \frac{135}{256} \right\} m$$

$$\sin 4Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{27}{128} - \frac{9}{64} = \frac{9}{128} \right\} m$$

227. Maintenant, si l'on prend $P = \frac{3}{2} m^2$, et

$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \; \frac{e^2\varepsilon'^2}{m}\left(\frac{45}{32}\right) + \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \; \frac{\varepsilon'^2\gamma^2}{m}\left(\frac{9}{32}\right)$$

(Voyez p. 35, 60, 61), on aura

$$(7)\ldots\gamma \sin gv\,.\,2P\int R_1\,dv = \begin{array}{lll} \sin 2Ev+2c'mv+gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{135}{64}\,m\right) \\ \sin 2Ev+2c'mv-gv-2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma & \left(\frac{135}{64}\,m\right) \\ \sin 2Ev+2c'mv-gv & \varepsilon'^2\gamma & \left(-\frac{27}{64}\,m\gamma^2\right) \\ \sin 2Ev+2c'mv-3gv & \varepsilon'^2\gamma^3 & \left(\frac{27}{64}\,m\right). \end{array}$$

Pour avoir les termes qui entrent dans le développement de la fonction $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1\,dv$, il faut remarquer qu'on a ;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\delta s =$$

$$\begin{array}{lll} \sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma & \left\{\frac{9}{4}\,m^2-\left(\frac{45}{32}+\frac{27}{16}=\frac{99}{32}\right)m^3\right\} \\ \sin gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma & \left\{\frac{27}{8}\,m^2-\left(\frac{315}{64}+\frac{81}{64}=\frac{99}{16}\right)m^3\right\}; \end{array}$$

plus d'autres termes, qu'on peut prendre tels qu'on les voit dans le second membre de l'équation différentielle en δs du n.° 108, après avoir fait $\mu^2=m^2$. D'après cela, et d'après l'expression de $\int R_1\,dv$ (Voyez p. 61) on formera aisément les produits partiels qui suivent :

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1\,dv$

Multiplicateur		Produit		
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\,m\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma$	$\left(\frac{81}{32}m^2-\frac{297}{64}m^3+\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right)$..	$\{\sin 2Ev+2c'mv-gv$	$\varepsilon'^2\gamma$	$\left(-\frac{27}{32}m^2+\frac{297}{256}m^3-\frac{27}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m\right)$..	$\{\sin gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma$	$\left(\frac{63}{32}\,m^2\right)$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad \frac{e^2}{m}\left(\frac{15}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll} \sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{405}{64}\,m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{405}{64}\,m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll} \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{81}{64}\,m\gamma^2\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{81}{64}\,m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}\right)\ldots \left\{ \sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{153}{16}\,m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad \frac{e^2\varepsilon'}{m}\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll} \sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{135}{32}\,m\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{135}{32}\,m\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \frac{\varepsilon'\gamma^2}{m}\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots \left\{\begin{array}{ll} \sin 2Ev + 2c'mv - gv & \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}\,m\gamma^2\right) \\ \sin 2Ev + 2c'mv - 3gv & \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{27}{32}\,m\right). \end{array}\right.$$

En réunissant ces termes, on aura;

$$(8)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_1\,dv =$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{63}{32} - \frac{153}{16} = -\frac{243}{32}\right\} m^2$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{32} - \frac{27}{32} = \frac{27}{16}\right)m^2 + \left(\frac{81}{32} - \frac{297}{64} + \frac{297}{256} - \frac{27}{64} = -\frac{351}{256}\right)m^3 \\ +\left(\frac{81}{64} - \frac{27}{32} = \frac{27}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^3\left\{\frac{27}{32} - \frac{81}{64} = -\frac{27}{64}\right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{405}{64} - \frac{135}{32} = \frac{135}{64}\right\} m$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{135}{32} - \frac{405}{64} = -\frac{135}{64}\right\} m.$$

228. L'équation différentielle en δs qu'il s'agissait de former s'obtient maintenant par la simple réunion des termes compris dans le second membre des équations designées par (1), (2), (3) . . . (8): de sorte que, nous avons

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\sin gv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{8}m^2-\left(\frac{81}{32}+\frac{153}{128}+\frac{153}{128}=\frac{315}{64}\right)m^3\\+\frac{27}{4}m^2e^2+\frac{21}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{27}{16}m^2\gamma^2\\+\left(\frac{135}{8}+\frac{81}{256}-\frac{81}{4}+\frac{2061}{1024}+\frac{5949}{1024}-\frac{243}{32}=-\frac{1449}{512}\right)m^4\end{array}\right\}$$

$$\sin gv-cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv-cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv+cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv-2cv+2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left\{\frac{135}{16}-\frac{135}{64}=\frac{405}{64}\right\}m^2$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{27}{64}+\frac{27}{128}+\frac{27}{128}=\frac{27}{32}\right)m^3\\+\left(\frac{9}{2}-\frac{27}{16}-\frac{9}{8}-\frac{9}{8}-\frac{243}{1024}-\frac{1107}{1024}+\frac{27}{16}=\frac{477}{512}\right)m^4\\+\left(\frac{2775}{128}-\frac{24327}{4096}-\frac{3375}{1024}+\frac{783}{1024}-\frac{351}{256}=\frac{48489}{4096}\right)m^5\\+\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{32}+\frac{27}{32}=\frac{81}{32}\right)m^3e^2\\+\left(\frac{21}{32}+\frac{165}{256}+\frac{165}{256}=\frac{249}{128}\right)m^3\varepsilon'^2\\+\left(\frac{27}{128}-\frac{27}{128}-\frac{27}{128}-\frac{27}{64}+\frac{27}{64}=-\frac{27}{128}\right)m^3\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-3gv \quad \varepsilon'^2\gamma^3\left\{\frac{27}{128}-\frac{27}{128}+\frac{27}{128}+\frac{27}{256}+\frac{27}{256}+\frac{27}{64}-\frac{27}{64}=\frac{27}{64}\right\}m^3$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ -\frac{27}{64} + \frac{27}{64} - \frac{27}{64} + \frac{27}{64} = 0 \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{27}{64} + \frac{27}{64} - \frac{27}{64} - \frac{27}{64} = 0 \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma \left\{ -\frac{27}{64} - \frac{27}{64} - \frac{27}{64} - \frac{27}{64} = -\frac{27}{16} \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{135}{512} + \frac{135}{128} - \frac{135}{128} + \frac{135}{1024} - \frac{945}{1024} - \frac{135}{64} + \frac{135}{64} = -\frac{135}{256} \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma \left\{ -\frac{135}{128} - \frac{135}{128} - \frac{135}{128} + \frac{135}{256} + \frac{135}{256} + \frac{135}{64} - \frac{135}{64} = -\frac{135}{64} \right\} m^3$$

$$\sin 4Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \frac{9}{128} - \frac{9}{128} = 0 \right\} m^3.$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont ceux-ci :

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv - 2c'mv$	$-\frac{1}{4m}\left(1 + m + \frac{7}{64}m^2\right)$
$gv - cv - 2c'mv$	-1
$gv - cv + 2c'mv$	-1
$gv + cv - 2c'mv$	$\frac{1}{3}$
$gv - 2cv + 2c'mv$	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev + 2c'mv - gv$	$-\frac{1}{3m^2}\left(1 + \frac{3}{16}m + \frac{421}{256}m^2 - e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{3}{4}\varepsilon'^2\right)$
$2Ev + 2c'mv - 3gv$	$\frac{1}{3m^2}$
$2Ev + 2c'mv - gv + cv$ . . .	$\frac{1}{3}$
$2Ev + 2c'mv + gv - 2cv$ . . .	$\frac{1}{3m^2}$
$2Ev + 2c'mv - gv - 2cv$ . . .	$-\frac{1}{3m^2}$;

partant on a ;

$$\partial s =$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{32}m + \left(\frac{315}{256} - \frac{27}{32} = \frac{99}{256}\right)m^2 \\ +\left(\frac{1449}{2048} + \frac{315}{256} - \frac{189}{2048} = \frac{945}{512}\right)m^3 \\ -\frac{27}{16}me^2 - \frac{21}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{27}{64}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin gv - cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv - cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv + cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\sin gv - 2cv + 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{405}{256}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \quad \varepsilon'^2\gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{32}m - \left(\frac{159}{512} + \frac{27}{512} = \frac{93}{256}\right)m^2 + \left(\frac{9}{128} - \frac{9}{128} = 0\right)m\gamma^2 \\ -\left(\frac{16163}{4096} + \frac{477}{8192} + \frac{3789}{8192} = \frac{2287}{512}\right)m^3 - \left(\frac{27}{32} - \frac{9}{32} = \frac{9}{16}\right)me^2 \\ -\left(\frac{83}{128} - \frac{27}{128} = \frac{7}{16}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^3\left(\frac{9}{64}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(0 \,.\, m^3\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(0 \,.\, m^3\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{16}m^3\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$\sin 4Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(0 \,.\, m^3\right).$$

Les termes de δs employés par anticipation dans le n.° 226 (Voyez p. 661) se trouvent précisement conformes à ceux qui leurs correspondent dans le second membre de cette équation. Nous pouvons maintenant entreprendre les développemens qui se rapportent aux différentes fonctions qui composent le second membre de l'équation différentielle en δu.

SECONDE SECTION.

Formation de l'expression spéciale de δu.

229. L'équation différentielle en δu qu'il s'agit de former doit comprendre les deux argumens $2Ev+2c'mv-2gv$, $2Ev+2c'mv-2cv$, qui constituent l'objet capital de ce paragraphe, et les argumens auxiliaires qui ont été définis dans le n.° 222.

A l'aide de l'expression précédente de δs et de celle du n.° 108, on formera aisément l'équation suivante :

$$2s_{,}\delta s =$$

$$\cos 2gv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{27}{32}m-\frac{99}{256}m^2-\frac{945}{512}m^3+\frac{27}{16}me^2+\frac{21}{32}m\varepsilon'^2-\frac{27}{64}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv-cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2cv-2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv-c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{9}{8}m-\frac{9}{64}m^2-\frac{999}{256}m^3+\frac{9}{4}me^2-\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2cv-c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv-3c'mv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{53}{64}m\right)$$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{32}m - \frac{93}{256}m^2 - \frac{2287}{512}m^3 - \frac{9}{16}me^2 - \frac{7}{16}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{45}{256}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{45}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{16}m^3\right).$

En faisant le carré de la même expression de δs on y trouvera les termes suivans :

Produits partiels de $(\delta s)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{32}m^3\right)$
$2\sin gv - cv$	$e\gamma\left(3m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^3\right)$
$2\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)$	$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m\gamma^2\right)$
		$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{256}m\gamma^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{256}m\gamma^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\sin gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m + \frac{9}{64}m^2\right)$

Produit

$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m^2 + \frac{81}{512}m^3\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m^2 - \frac{27}{512}m^3 + \frac{513}{512}m^3\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^3\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)$
$2\sin gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{32}m^3\right)$

Multiplicateur . . . $2\sin gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{32}m + \frac{99}{256}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{256}m^2 + \frac{297}{2048}m^3 - \frac{81}{1024}m^3\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{32}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)$
$2\sin gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^3\right)$
$2\sin gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{16}m^3\right)$
$2\sin gv - cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\sin gv - cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{32}m^3\right)$
$2\sin gv + cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll} \cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64}m^2 + \frac{171}{512}m^3 + \frac{9}{256}m^3\right) \\ \cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{256}m^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{8}m - \frac{57}{64}m^2\right)$

Produit . . . . $\left\{ \cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2 - \frac{171}{512}m^3\right);\right.$

lesquels étant réunis donnent

$$(\delta s)^2 =$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{135}{256}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m^2 + \frac{81}{512}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{27}{64} - \frac{81}{256} = \frac{27}{256}\right)m^2 \\ + \left(\frac{513}{512} - \frac{27}{512} + \frac{297}{2048} - \frac{81}{1024} = \frac{2079}{2048}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{27}{32} - \frac{27}{16} + \frac{81}{32} - \frac{81}{32} + \frac{27}{32} = \frac{27}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{27}{16} + \frac{81}{32} + \frac{9}{16} + \frac{9}{32} - \frac{27}{32} = \frac{27}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{9}{16} - \frac{27}{32} - \frac{27}{16} - \frac{27}{32} + \frac{81}{32} = -\frac{9}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{9}{64}m^2 + \left(\frac{171}{512} + \frac{9}{256} = \frac{189}{512}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{27}{256} - \frac{9}{128} = \frac{9}{256}\right)m^2 \\ + \left(\frac{279}{2048} + \frac{27}{1024} - \frac{171}{512} = -\frac{351}{2048}\right)m^3\end{array}\right\}.$$

Il suit de là que

$$(a') \quad \ldots \quad 2s_1\delta s + (\delta s)^2 =$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{32}m - \left(\frac{99}{256} + \frac{81}{128} = \frac{261}{256}\right)m^2 - \left(\frac{945}{512} - \frac{81}{512} = \frac{27}{16}\right)m^3 \\ + \frac{27}{16}me^2 + \frac{21}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{64}m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$
\begin{array}{lll}
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ \frac{135}{256} - \frac{405}{256} = -\frac{135}{128} \right\} m \\[2ex]
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ \frac{27}{4} - \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \right\} m^2 \\[2ex]
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left\{ \frac{45}{64} - \frac{135}{64} = -\frac{45}{32} \right\} m \\[2ex]
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left\{ \frac{9}{8}m - \frac{9}{64}m^2 - \frac{999}{256}m^3 + \frac{9}{4}me^2 - \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 \right\} \\[2ex]
\cos 2gv - cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{4}m^2 \right) \\[2ex]
\cos 2gv - 3c'mv & \varepsilon'^3\gamma^2 & \left(\frac{53}{64}m \right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{32}m - \left(\frac{93}{256} - \frac{27}{256} = \frac{33}{128} \right) m^2 \\ - \left(\frac{2287}{512} - \frac{2079}{2048} = \frac{7069}{2048} \right) m^3 \\ - \frac{9}{16}me^2 - \frac{7}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2 \end{array} \right\} \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ -\frac{45}{256} - \frac{45}{64} - \frac{45}{256} = -\frac{135}{128} \right\} m \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{32}m^3 \right) \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{ -\frac{9}{16} - \frac{9}{32} = -\frac{27}{32} \right\} m^2 \\[2ex]
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{32}m^3 \right) \\[2ex]
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{64}m^2 + \frac{189}{512}m^3 \right) \\[2ex]
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{256}m^2 - \frac{351}{2048}m^3 \right).
\end{array}
$$

Cette même fonction renferme le terme $\cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{9}{32} m \right)$ (Voyez p. 274). Donc, en le multipliant par $2 \cos 2gv \cdot \gamma^2 \left(\frac{15}{16} \right)$, il viendra ;

$$(b')\ldots[2s_1\delta s+(\delta s)^2]\,2\cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{15}{16}\right)=\cos 2Ev+2c'mv-2gv\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{135}{512}m\gamma^2\right).$$

Le second membre de la même équation (a') étant multiplié par $\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2$ donne,

$$(c')\ \ldots\ [2s_1\delta s+(\delta s)^2]\left(\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2\right)=$$

$$\cos 2gv-c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^3+\frac{27}{16}me^2-\frac{27}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m^3+\frac{81}{64}me^2-\frac{81}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m^3-\frac{27}{64}me^2+\frac{27}{256}m\gamma^2\right).$$

Maintenant, si l'on fait la somme des termes compris dans la fonction $\frac{3}{2}(a')+(b')+(c')$, on aura ;

$$(1)\ \ldots\ -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T=$$

$$\cos 2gv-2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{81}{64}m-\frac{783}{512}m^2+\left(\frac{81}{128}-\frac{81}{32}=-\frac{243}{128}\right)m^3+\frac{63}{64}m\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{81}{32}+\frac{81}{64}=\frac{243}{64}\right)me^2-\left(\frac{81}{128}+\frac{81}{256}=\frac{243}{256}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2cv-2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2cv-c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv-c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{27}{16}m-\frac{27}{128}m^2+\left(\frac{27}{32}-\frac{2997}{512}=-\frac{2565}{512}\right)m^3\\&+\left(\frac{27}{8}+\frac{27}{16}=\frac{81}{16}\right)me^2-\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{64}=\frac{81}{64}\right)m\gamma^2+\frac{243}{128}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2gv - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{159}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{matrix} -\frac{27}{64}m - \frac{99}{256}m^2 - \left(\frac{21207}{4096} + \frac{27}{128} = \frac{22071}{4096}\right)m^3 \\ -\frac{21}{32}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{135}{512} - \frac{27}{128} + \frac{27}{256} = \frac{81}{512}\right)m\gamma^2 \\ -\left(\frac{27}{32} + \frac{27}{64} = \frac{81}{64}\right)me^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}m^3\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{128}m^2 + \frac{567}{1024}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{512}m^2 - \frac{1053}{4096}m^3\right).$$

230. Cherchons actuellement les termes donnés par la fonction $R_4 + \frac{3}{2}\delta u$ en imitant le procédé exposé dans le n.° 150. D'abord on fera (Voyez vol. I.er p. 349);

$$\frac{q}{2}\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 = \begin{array}{ll} \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8} - \frac{135}{16}m\right) \\ \cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32} - \frac{9}{16}m\right) \\ \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4} - \frac{45}{16}m\right) \\ \cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16} - \frac{3}{16}m\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8} + \frac{9}{2}m - \frac{27}{16}e^2 - \frac{21}{8}\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2gv - cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}\right). \end{array}$$

Ensuite, il faudra chercher les termes donnés par la fonction $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$. Le développement du premier des deux facteurs qui la composent a été donné dans le I.er volume (Voyez p. 350) : à l'égard du second facteur $\frac{\delta u}{u_1}$, on pourra employer la valeur partielle donnée dans le n.° 144 après y avoir ajouté les termes du cinquième ordre qui affectent les deux argumens $2Ev + c'mv - cv$, $2Ev + 3c'mv - cv$, lesquels se trouvent dans les pages 440, 444.

Cela posé, on pourra obtenir les termes suivans :

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\cdot\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{405}{128}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{135}{128}m\right)$
$2\cos cv$	$e\left(3\right)\ldots$	$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$
		$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$
		$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{135}{64}me^2\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{32}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}me^2\right)$

Multiplicateur . . . $2 \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{81}{32}\varepsilon'^2-\frac{9}{4}e^2-\frac{9}{16}\gamma^2\right)$

Produit

$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m-\frac{10449}{256}m^3\right)$
$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}m\right)$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\frac{135}{32}m-\frac{117}{256}m^2-\frac{161913}{1024}m^3-\frac{135}{256}m\varepsilon'^2\\ -\frac{27}{8}m\gamma^2+\frac{1215}{256}m\varepsilon'^2+\frac{135}{32}me^2+\frac{135}{128}m\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{256}m\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'^2\left(\frac{135}{128}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{459}{256}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{351}{256}m\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{9}{4}\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'^2\left(\frac{405}{128}m\right)$
$2\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{1215}{512}m\right)$
$2\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{1215}{128}m\right)$
$2\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{405}{256}m\right)$
$2\cos 2cv - c'mv$	$\varepsilon'e^2\left(-\frac{27}{8}\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'^2\left(\frac{405}{64}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}-\frac{27}{8}e^2-\frac{21}{8}\varepsilon'^2-\frac{27}{32}\gamma^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2gv - cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{189}{64}\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{1215}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{405}{64}m-\frac{6939}{256}m^2-\frac{352737}{4096}m^3+\frac{81}{16}m\gamma^2 \\ +\frac{2025}{128}m\varepsilon'^2-\frac{405}{64}me^2-\frac{315}{64}m\varepsilon'^2-\frac{405}{256}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{256}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{1053}{512}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{1377}{512}m\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 3c'mv \quad \varepsilon'^3\left(-\frac{159}{32}\right)\ldots$	$\left\{\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{5565}{256}m\varepsilon'^2\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}m^2\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{243}{64}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m^2-\frac{171}{64}m^3+\frac{81}{128}m\gamma^2+\frac{405}{128}me^2+\frac{9}{8}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{1215}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}\right)\dots\begin{cases} \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{1215}{128}me^2\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}\,m\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv-2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}-\frac{27}{4}\,m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1215}{128}\,m\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-3cv & e^3\varepsilon'^2\left(\frac{3645}{256}\,m\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}m^2+\frac{513}{32}m^3-\frac{27}{4}m^3-\frac{243}{256}m\gamma^2-\frac{1215}{256}me^2\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{243}{256}\,m\right)\end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}\right)\dots\begin{cases} \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{3645}{256}me^2\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{243}{256}\,m\right).\end{cases}$$

En prenant

$$\delta[(\alpha'u')^3]= m\delta nt\left\{2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)+2\sin 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}\right)\right\}$$

on aura, à l'aide de la valeur de δnt posée dans les pages 105 et 106, les termes suivans :

Multiplicateur Produit

$$2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)\dots\begin{cases} \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\,m^2\right)\\ \cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{33}{32}m^3\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{8}m^2+\frac{45}{64}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\sin 2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{99}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{8}m^2-\frac{2565}{32}m^3\right)\end{cases};$$

lesquels étant réunis donnent,

$$\begin{aligned}\delta[(\alpha'u')^3]= \;& \cos 2c'mv && \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)\\ & \cos cv-2c'mv && e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\ & \cos 2Ev+2c'mv && \varepsilon'^2\left\{\frac{33}{32}-\frac{99}{16}=-\frac{165}{32}\right\}m^3\\ & \cos 2Ev+2c'mv-cv && e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{8}-\frac{135}{8}=-\frac{45}{4}\right)m^2\\ +\left(\frac{45}{64}-\frac{2565}{32}=-\frac{5085}{64}\right)m^3\end{array}\right\}\end{aligned}$$

Maintenant, si l'on fait le produit de cette fonction par

$$\frac{q}{2}\cdot\frac{1}{u_1{}^3}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\cdot e\cos cv\,,$$

il viendra

$$\begin{aligned}\frac{q}{2}\,\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1{}^3}= \;& \cos cv-2c'mv && e\varepsilon'^2\left\{\frac{27}{16}-\frac{27}{8}=-\frac{27}{16}\right\}m^2\\ & \cos 2Ev+2c'mv-cv && e\varepsilon'^2\left\{-\frac{45}{8}m^2+\left(\frac{495}{128}-\frac{5085}{128}=-\frac{2295}{64}\right)m^3\right\}.\end{aligned}$$

En faisant le carré de $\frac{\delta u}{u_1}$ on obtient

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\begin{aligned}& 2\cos c'mv && \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\times\cos 2Ev-cv && e\left(\frac{15}{8}m\right)\\ +\;& 2\cos c'mv && \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\times\cos 2Ev+c'mv-cv && e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)\\ +\;& 2\cos 2c'mv && \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)\times\cos 2Ev-cv && e\left(\frac{15}{8}m\right)\end{aligned}$$

$$+\ 2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{9}{8}m\right) \times \cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$$

$$+\ 2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{9}{8}m\right) \times \cos 2Ev \qquad \left(\ m^2\right)$$

$$+\ 2\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\ \frac{27}{32}m\right) \times \cos 2Ev \qquad \left(\ m^2\right)$$

$$= \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{45}{16}+\frac{9}{8}=-\frac{27}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\ \frac{45}{16}-\frac{135}{32}-\frac{9}{16}+\frac{27}{32}=-\frac{9}{8}\right\}m^3\,;$$

et par conséquent, si l'on fait

$$3q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3 = 3 + 2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{2}\right)$$

on aura

$$3q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{8}-\frac{243}{32}=-\frac{351}{32}\right\}m^3.$$

Actuellement, si l'on fait le produit des deux termes

$$\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} = 2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\ \frac{9}{8}m^2\right);$$ (Voyez p. 276)

$$-3\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m\right)$$

on aura,

$$-\frac{3}{2}q.\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3}.\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m^3\right).$$

Il suit de là, que la fonction

$$R_4 + \frac{3}{2}\delta u = \frac{q}{2}\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3 + \left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} + 3q\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3$$
$$+\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3}\left\{1 - 3\frac{\delta u}{u_1}\right\}$$

donne les termes suivans;

$$(2)\;\ldots\ldots\; R_4+\frac{3}{2}\,\delta u=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\frac{27}{8}+\left(\frac{81}{32}-\frac{135}{16}+\frac{81}{64}+\frac{243}{64}=-\frac{27}{32}\right)m\right\} \\[2ex]
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\frac{27}{32}-\left(\frac{9}{16}+\frac{81}{64}=\frac{117}{64}\right)m\right\} \\[2ex]
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon' & \left\{\frac{9}{4}+\left(\frac{27}{8}-\frac{45}{16}=\frac{9}{16}\right)m\right\} \\[2ex]
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}-\frac{3}{16}m\right) \\[2ex]
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{8}+\left(\frac{9}{2}-\frac{81}{32}=\frac{63}{32}\right)m-\frac{27}{16}e^2-\frac{21}{8}\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{27}{4}+\frac{10449}{256}+\frac{81}{16}+\frac{27}{16}=\frac{13905}{256}\right)m^2\end{array}\right\} \\[2ex]
\cos 2gv-cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{-\frac{27}{16}+\frac{189}{64}=\frac{81}{64}\right\} \\[2ex]
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\frac{405}{64}-\frac{135}{32}-\frac{1215}{128}-\frac{405}{64}+\frac{1215}{128}=-\frac{135}{32}\right\}m \\[2ex]
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\frac{27}{64}-\frac{81}{128}=-\frac{27}{128}\right\}m
\end{array}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{135}{32}-\frac{405}{64}=-\frac{135}{64}\right)m \\[1ex]
+\left(-\frac{117}{256}-\frac{6939}{256}-\frac{27}{16}+\frac{81}{16}-\frac{45}{8}=-\frac{477}{16}\right)m^2 \\[1ex]
+\left\{\begin{array}{l}-\frac{161913}{1024}-\frac{352737}{4096}-\frac{171}{64}+\frac{9}{8}-\frac{27}{4}+\frac{513}{32} \\ -\frac{2295}{64}-\frac{351}{32}-\frac{405}{64}=-\frac{1186437}{4096}\end{array}\right\}m^3 \\[1ex]
+\left(\frac{27}{64}-\frac{27}{8}+\frac{135}{128}+\frac{81}{16}-\frac{405}{256}+\frac{81}{128}-\frac{243}{256}=\frac{81}{64}\right)m\gamma^2 \\[1ex]
+\left\{\begin{array}{l}\frac{135}{64}+\frac{135}{32}-\frac{405}{64}+\frac{405}{128}-\frac{1215}{256} \\ -\frac{1215}{128}-\frac{405}{64}+\frac{3645}{256}=-\frac{405}{128}\end{array}\right\}me^2 \\[1ex]
+\left(\frac{1215}{256}-\frac{135}{256}+\frac{2025}{128}+\frac{405}{128}-\frac{315}{64}+\frac{45}{256}-\frac{5565}{256}=-\frac{105}{32}\right)m\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{405}{64} + \frac{135}{128} + \frac{405}{128} - \frac{1215}{128} - \frac{405}{256} \\ +\frac{405}{64} - \frac{1215}{128} + \frac{3645}{256} = -\frac{135}{64} \end{array} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{128} - \frac{27}{64} - \frac{351}{256} - \frac{1215}{512} + \frac{1053}{512} \\ +\frac{405}{256} + \frac{243}{256} - \frac{81}{128} = \frac{27}{32} \end{array} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{27}{64} - \frac{459}{256} + \frac{1377}{512} - \frac{81}{128} + \frac{243}{256} = \frac{405}{512} \right\} m.$$

231. Maintenant, je vais développer les différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$. Mais, par des motifs tout-à-fait semblables à ceux que j'ai exposé au commencement du n.° 197 (Voyez p. 530, 531) je plaçerai ici les termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui sont censés empruntés de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'on trouvera vers la fin de ce paragraphe.

Termes qui doivent être ajoutés à la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ *trouvée dans le n.° 144 (Voyez p. 315-320).*

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon' \left(-\frac{30145}{512} m^3 + \frac{45}{64} m\gamma^2 - \frac{81}{128} m\varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{991}{512} m^3 - \frac{9}{16} m\gamma^2 + \frac{81}{128} m\varepsilon'^2 - \frac{9}{128} me^2 \right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left(\frac{79659}{512} m^3 - \frac{243}{128} m\gamma^2 + \frac{21}{32} m\varepsilon'^2 - \frac{27}{128} me^2 \right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{60555}{1024} m^3 + \frac{135}{256} m\gamma^2 - \frac{21}{64} m\varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{128} m^3 - \frac{27}{64} m\gamma^2 + \frac{21}{64} m\varepsilon'^2 - \frac{27}{512} me^2 \right)$$

$$\cos 2cv - 3c'mv \qquad e^2\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{128} m \right)$$

$\cos 2gv - 3c'mv$	$\varepsilon'^3\gamma^2$	$\left(\frac{53}{128} m \right)$
$\cos 2gv - cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\frac{243}{128} m \right)$
$\cos 2gv + cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(- \frac{27}{256} m \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - 2cv$	$\varepsilon' e^2$	$\left(- \frac{1665}{256} m^3 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{333}{1024} m^3 \right)$
$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(- \frac{555}{512} m^3 \right)$
$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(- \frac{255}{4096} m^3 \right)$
$\cos 4Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{75}{256} m^3 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{225}{128} m^3 \right)$ (*)

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} (2v - 2v') \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} 2Ev \quad \left(-3 - 6e^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 \right)$

Produit

$$\begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{81}{64} m + \frac{10881}{512} m^2 + \frac{181665}{1024} m^3 + \frac{63}{64} m\varepsilon'^2 \\ - \frac{405}{256} m\gamma^2 + \frac{81}{32} me^2 - \frac{405}{128} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{81}{64} m - \frac{945}{512} m^2 + \frac{27}{128} m^3 + \frac{81}{64} m\gamma^2 \\ - \frac{63}{64} m\varepsilon'^2 + \frac{81}{512} me^2 - \frac{81}{32} me^2 + \frac{405}{128} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{81}{32} m - \frac{12609}{256} m^2 - \frac{238977}{512} m^3 - \frac{63}{32} m\varepsilon'^2 \\ + \frac{81}{128} me^2 + \frac{729}{128} m\gamma^2 - \frac{81}{16} me^2 + \frac{405}{64} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

(*) Terme déjà calculé (Voyez p. 445)

Produit	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}-(cv-2c'mv)$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{459}{16}m^2\right)$
	$4Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{32}m\right)$
	$cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{32}m+\frac{19197}{256}m^2\right)$
	$4Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m\right)$
	$2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m\right)$
	$4Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{64}m\right)$
	$2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{64}m\right)$
	$4Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)$
	$2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)$
	$4Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$
	$2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$
	$2Ev+2c'mv-2gv-cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m\right)$
	$2Ev+2c'mv-2gv+cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{729}{128}m\right)$
	$2Ev+2c'mv+cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-2cv)$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1665}{512}m^3\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-2gv)$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{512}m^2+\frac{765}{4096}m^3\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-cv)$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{225}{256}m^3\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{405}{128}me^2\right)$
$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots$	$2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{405}{128}me^2\right)$

$$
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{1113}{128}m\varepsilon'^2\right) \\
& 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1113}{256}m\varepsilon'^2\right) \\
& 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{1113}{256}m\varepsilon'^2\right) \\
& 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{945}{32}m\right) \\
& 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{32}m\right) \\
& cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{315}{16}m - \frac{273}{128}m^2\right) \\
& 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{945}{32}m\right) \\
& 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{63}{32}m\right) \\
& -(2Ev + 2c'mv - cv) & e\varepsilon'^2\left(-\frac{4725}{256}m^3\right) \\
& -(2Ev + 2c'mv - 2cv) & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{34965}{512}m^3\right) \\
& -(2Ev + 2c'mv - 2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{189}{256}m^2 - \frac{6993}{2048}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Multiplicateur} \;\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2} + 3e^2 - \frac{3}{16}\varepsilon'^2\right)
$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{32}m - \frac{3195}{256}m^2 - \frac{90435}{1024}m^3 - \frac{243}{256}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{135}{128}m\gamma^2 - \frac{27}{16}me^2 + \frac{27}{256}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{27}{32}m + \frac{261}{256}m^2 - \frac{2973}{1024}m^3 - \frac{27}{32}m\gamma^2 \\ +\frac{243}{256}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{256}me^2 + \frac{27}{16}me^2 - \frac{27}{256}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{27}{16}m + \frac{3483}{128}m^2 + \frac{106659}{512}m^3 - \frac{243}{64}m\gamma^2 \\ +\frac{243}{128}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{64}me^2 + \frac{27}{8}me^2 - \frac{27}{128}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{64}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{243}{64}m\right) \\
2Ev+2c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{128}m\right) \\
2Ev+2c'mv+cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{16}m\right) \\
4Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{135}{32}m\right) \\
4Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{32}m\right) \\
4Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m\right) \\
4Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{16}m\right) \\
-(cv-2c'mv) & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{189}{32}m^2\right) \\
4Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(6+6m+\frac{9}{2}e^2-15\varepsilon'^2-\frac{3}{2}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{2}m^2-\frac{27}{2}m^3\right) \\
2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{81}{16}m+\frac{12609}{128}m^2+\frac{238977}{256}m^3+\frac{63}{16}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{81}{64}me^2-\frac{729}{64}m\gamma^2+\frac{81}{16}m^2+\frac{12609}{128}m^3 \\ +\frac{243}{64}me^2-\frac{405}{32}m\varepsilon'^2-\frac{81}{64}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
2Ev+2c'mv-3cv & e^3\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{32}m\right) \\
2Ev+2c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{81}{32}m\right) \\
2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{729}{64}me^2\right) \\
4Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{4}m\right) \\
4Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{16}m\right) \\
-(cv-2c'mv) & e\varepsilon'^2 & \left(51\,.\,m^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu+c\nu \quad e(6)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2c\nu-c'm\nu & e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}\,m\right) \\ & 2c\nu-2c'm\nu & e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}\,m\right) \\ & -(2E\nu+2c'm\nu-2c\nu) & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{225}{128}\,m^3\right) \\ & 2E\nu+2c'm\nu-2g\nu & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}\,me^2\right) \\ & 2E\nu+2c'm\nu-c\nu & e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}\,me^2\right) \\ & 2E\nu+2c'm\nu-2g\nu+c\nu & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{32}\,m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu-2c'm\nu \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & c\nu-2c'm\nu & e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{16}\,m-\frac{13107}{64}\,m^2\right) \\ & 2c\nu-2c'm\nu & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{2295}{32}\,m\right) \\ & 2g\nu-2c'm\nu & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{153}{32}\,m\right) \\ & -(2E\nu+2c'm\nu-c\nu) & e\varepsilon'^2\left(\frac{3825}{128}\,m^3\right) \\ & -(2E\nu+2c'm\nu-2c\nu) & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{28305}{256}\,m^3\right) \\ & -(2E\nu+2c'm\nu-2g\nu) & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{459}{512}\,m^2+\frac{2907}{1024}\,m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2E\nu-2c\nu \quad e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}\,m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2E\nu+2c'm\nu-2c\nu & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{8}\,m^2+\frac{513}{16}\,m^3\right) \\ & 2E\nu+2c'm\nu-c\nu & e\varepsilon'^2\left(\frac{405}{64}\,me^2\right) \\ & 2E\nu+2c'm\nu-3c\nu & e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}\,m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m\right)$

Produit $\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{27}{16}m^3\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right) \end{array}\right.$

Multiplicateur | Produit

$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'(-3)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}me^2\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}me^2\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}me^2\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right) \end{array}\right.$

Multiplicateur . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m-\frac{9}{4}e^2+\frac{3}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2\right)$

Produit $\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{8}m-\frac{3483}{64}m^2-\frac{106659}{256}m^3+\frac{27}{32}me^2 \\ -\frac{243}{64}m\varepsilon'^2+\frac{243}{32}m\gamma^2-\frac{27}{16}m^2-\frac{3483}{128}m^3 \\ -\frac{81}{32}me^2+\frac{27}{64}m\varepsilon'^2+\frac{27}{32}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\ & 2Ev+2c'mv-3cv & e^3\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m\right) \\ & 4Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{8}m\right) \\ & -(cv-2c'mv) & e\varepsilon'^2\left(-\frac{21}{2}m^2\right) \\ & 4Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{8}m\right) \\ & 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{243}{32}me^2\right) \\ & 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2+\frac{9}{4}m^3\right) \end{array}\right.$

Multiplicateur	Produit		
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cmv+cv \quad e\varepsilon'(21)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\quad 2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\dfrac{315}{8}\,m\right)$
	$cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(-\dfrac{21}{2}\,m^2\right)$
	$2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\dfrac{315}{8}\,m\right)$
	$-(2Ev+2c'mv-2cv)$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(\dfrac{4725}{128}\,m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'(21)\ldots$	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(\dfrac{1113}{64}\,m\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+3c'mv \quad \varepsilon'^3\left(-\dfrac{1}{16}\right)\ldots$	$2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\dfrac{9}{128}\,m\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\dfrac{9}{256}\,m\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\dfrac{9}{256}\,m\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-3cv \quad e^3\left(\dfrac{15}{2}\right)\ldots$	$2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\dfrac{405}{64}\,me^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\dfrac{15}{4}+\dfrac{57}{16}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\dfrac{135}{32}\,me^2\right) \\ \quad 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\dfrac{45}{8}\,m^2-\dfrac{171}{32}\,m^3\right) \\ \quad 2Ev+2c'mv-3cv & e^3\varepsilon'^2 & \left(\dfrac{135}{32}\,m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{16}m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\dfrac{9}{8}\,m^2-\dfrac{9}{32}\,m^3\right) \\ \quad 2Ev+2c'mv-2gv+cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\dfrac{27}{32}\,m\right) \\ \quad 2Ev+2c'mv-2gv-cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\dfrac{27}{32}\,m\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev-2c'mv+cv\quad e\varepsilon'^{2}(51)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\;cv-2c'mv & e\varepsilon'^{2}\left(51\,.\,m^{2}\right)\\ 2cv-2c'mv & e^{2}\varepsilon'^{2}\left(\frac{765}{8}\,m\right)\\ -(2Ev+2c'mv-2cv) & e^{2}\varepsilon'^{2}\left(-\frac{3825}{64}\,m^{3}\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+c'mv-3cv\quad e^{3}\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2cv\;\; e^{2}\varepsilon'^{2}\left(\frac{135}{32}\,me^{2}\right)$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+3c'mv-cv\quad e\varepsilon'^{3}\left(\frac{1}{8}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2cv\;\; e^{2}\varepsilon'^{2}\left(-\frac{9}{64}\,m\varepsilon'^{2}\right)$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+c'mv-2gv-cv\quad e\varepsilon'\gamma^{2}\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2gv\;\; \varepsilon'^{2}\gamma^{2}\left(\frac{135}{64}\,me^{2}\right)$$

$$2\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,2Ev+c'mv-2gv+cv\quad e\varepsilon'\gamma^{2}\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots\Big\{\quad 2Ev+2c'mv-2gv\;\; \varepsilon'^{2}\gamma^{2}\left(-\frac{135}{64}\,me^{2}\right).$$

En réunissant ces termes on aura

$$(a)\;\ldots\ldots\ldots\; -6q\,.\,\frac{(\alpha'u')^{3}}{u_{1}^{4}}\,{\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\,(2v-2v')\,.\,\frac{\delta u}{u_{1}}=$$

$${\scriptstyle\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}}\quad cv-2c'mv\qquad e\varepsilon'^{2}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{135}{32}+\frac{315}{16}-\frac{765}{16}=-\frac{765}{32}\right)m\\ +\left(\frac{19197}{256}-\frac{273}{128}-\frac{13107}{64}-\frac{21}{2}+51=-\frac{23409}{256}\right)m^{2}\end{array}\right\}$$

$$-(cv-2c'mv)\qquad e\varepsilon'^{2}\left\{\left(51+\frac{459}{16}-\frac{189}{32}-\frac{21}{2}=\frac{2025}{32}\right)m^{2}\right\}$$

$$2cv-2c'mv\qquad e^{2}\varepsilon'^{2}\left\{\frac{405}{64}+\frac{945}{32}-\frac{135}{16}-\frac{2295}{32}-\frac{315}{8}+\frac{765}{8}=\frac{765}{64}\right\}m$$

$$2cv-c'mv\qquad e^{2}\varepsilon'\left\{\frac{135}{16}-\frac{945}{32}-\frac{45}{4}+\frac{315}{8}=\frac{225}{32}\right\}m$$

$$2gv-2c'mv\qquad \varepsilon'^{2}\gamma^{2}\left\{\frac{27}{64}+\frac{63}{32}-\frac{153}{32}=-\frac{153}{64}\right\}m$$

$$2gv-c'mv\qquad \varepsilon'\gamma^{2}\left\{\frac{9}{16}-\frac{63}{32}=-\frac{45}{32}\right\}m$$

$$
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad 2E\nu+2c'm\nu-c\nu \quad e\varepsilon'^2 \left\{
\begin{aligned}
&\left(-\frac{81}{32}+\frac{27}{16}=-\frac{27}{32}\right)m\\
&+\left(-\frac{12609}{256}+\frac{3483}{128}-\frac{27}{2}+\frac{9}{2}=-\frac{7947}{256}\right)m^2\\
&+\left(-\frac{238977}{512}+\frac{106659}{512}-\frac{27}{2}+\frac{9}{4}=-\frac{69039}{256}\right)m^3\\
&+\left(\frac{729}{128}-\frac{243}{64}=\frac{243}{128}\right)m\gamma^2\\
&+\left(\frac{405}{64}-\frac{63}{32}-\frac{1113}{128}+\frac{243}{128}-\frac{27}{128}+\frac{9}{128}=-\frac{165}{64}\right)m\varepsilon'^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{81}{128}-\frac{81}{16}-\frac{27}{64}+\frac{27}{8}-\frac{81}{32}\\&+\frac{405}{64}+\frac{27}{16}-\frac{135}{32}=-\frac{27}{128}\end{aligned}\right\}me^2
\end{aligned}\right\}
$$

$$
-(2E\nu+2c'm\nu-c\nu)\quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{225}{256}-\frac{4725}{256}+\frac{3825}{128}=\frac{675}{64}\right)m^3
$$

$$
2E\nu+2c'm\nu+c\nu\quad e\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{32}-\frac{27}{16}=\frac{27}{32}\right\}m
$$

$$
2E\nu+2c'm\nu-2c\nu\quad e^2\varepsilon'^2\left\{
\begin{aligned}
&\left(\frac{81}{64}-\frac{27}{32}+\frac{81}{16}-\frac{27}{8}=\frac{135}{64}\right)m\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{10881}{512}-\frac{3195}{256}+\frac{12609}{128}+\frac{81}{16}+\frac{135}{8}\\&-\frac{3483}{64}-\frac{27}{16}-\frac{45}{8}=\frac{34551}{512}\end{aligned}\right\}m^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{181665}{1024}-\frac{90435}{1024}+\frac{238977}{256}+\frac{12609}{128}\\&+\frac{513}{16}-\frac{106659}{256}-\frac{3483}{128}-\frac{171}{32}=\frac{354315}{512}\end{aligned}\right\}m^3\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{63}{64}-\frac{405}{128}+\frac{1113}{256}-\frac{243}{256}+\frac{27}{256}-\frac{405}{32}+\frac{63}{16}\\&-\frac{243}{64}+\frac{27}{64}+\frac{1113}{64}-\frac{9}{256}-\frac{9}{64}=\frac{825}{128}\end{aligned}\right\}m\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{135}{128}-\frac{405}{256}-\frac{729}{64}-\frac{81}{64}+\frac{243}{32}+\frac{27}{32}=-\frac{1215}{256}\right)m\gamma^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{81}{32}-\frac{27}{16}-\frac{81}{64}+\frac{243}{64}-\frac{27}{32}\\&+\frac{27}{32}-\frac{81}{32}-\frac{405}{64}+\frac{135}{32}=-\frac{81}{64}\end{aligned}\right\}m\,e^2
\end{aligned}\right\}
$$

$$\begin{array}{lll} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} -(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{matrix} +\frac{225}{128}+\frac{4725}{128}-\frac{3825}{64}+\frac{1665}{512} \\ +\frac{34965}{512}-\frac{28305}{256}=-\frac{7695}{128} \end{matrix}\right\} m^3 \end{array}$$

$$2Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{27}{32}-\frac{81}{64}=-\frac{27}{64}\right) m \\ +\left(\frac{261}{256}-\frac{945}{512}+\frac{27}{8}-\frac{9}{8}=\frac{729}{512}\right) m^2 \\ +\left(\frac{27}{128}-\frac{2973}{1024}+\frac{27}{16}-\frac{9}{32}=-\frac{1317}{1024}\right) m^2 \\ +\left\{\begin{matrix} \frac{81}{512}-\frac{81}{32}-\frac{27}{256}+\frac{27}{16}+\frac{729}{64}-\frac{405}{128}+\frac{27}{64} \\ +\frac{405}{128}-\frac{243}{32}+\frac{135}{64}-\frac{135}{64}-\frac{81}{128}=\frac{1431}{512} \end{matrix}\right\} me^2 \\ +\left(\frac{81}{64}-\frac{27}{32}=\frac{27}{64}\right) m\gamma^2 \\ +\left(\frac{405}{128}-\frac{63}{64}-\frac{1113}{256}+\frac{243}{256}+\frac{9}{256}-\frac{27}{256}=-\frac{165}{128}\right) m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev+2c'mv-2gv) \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{27}{512}-\frac{189}{256}+\frac{459}{512}=\frac{27}{256}\right) m^2 \\ +\left(\frac{765}{4096}-\frac{6993}{2048}+\frac{2907}{1024}=-\frac{1593}{4096}\right) m^3 \end{array}\right\}$$

$$2Ev+2c'mv-3cv \qquad e^3\varepsilon'^2 \left\{\frac{27}{64}-\frac{81}{32}-\frac{405}{64}+\frac{27}{16}+\frac{135}{32}=-\frac{81}{32}\right\} m$$

$$2Ev+2c'mv-2gv-cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{-\frac{27}{128}+\frac{81}{32}-\frac{81}{64}-\frac{27}{16}+\frac{27}{32}+\frac{81}{128}=\frac{27}{32}\right\} m$$

$$2Ev+2c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{243}{64}+\frac{81}{32}+\frac{81}{64}-\frac{27}{16}-\frac{27}{32}-\frac{729}{128}=-\frac{81}{128}\right\} m$$

$$4Ev+c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{\frac{135}{16}+\frac{135}{32}-\frac{45}{4}-\frac{45}{8}=-\frac{135}{32}\right\} m$$

$$4Ev+2c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{\frac{405}{64}-\frac{135}{16}+\frac{45}{8}-\frac{135}{32}=-\frac{45}{64}\right\} m$$

$$4Ev+c'mv-2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\frac{9}{16}+\frac{9}{32}=\frac{27}{32}\right\} m$$

$$4Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{27}{64}-\frac{9}{32}=\frac{9}{64}\right\} m$$

$$4Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{\frac{135}{32}-\frac{45}{16}=\frac{45}{32}\right\} m.$$

232. Pour obtenir les termes donnés par la fonction

$$15\,q\,.\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{\sin \atop \cos}\,(2v-2v')\,.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2,$$

il faudra d'abord nous procurer l'expression convenable du second facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$. Pour cela, il suffit de faire le carré de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ posée dans le n.° 144 (Voyez p. 315-320), *après y avoir ajouté les deux termes du cinquième ordre*

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{6399}{256}\,m^2\right)$$

$$\cos 2Ev-2c'mv+cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{16}\,m^2\right)$$

pris dans la page 441. Voici le détail de cette opération.

Produits partiels de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\,m^2\right)$	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}\,m^3\right)$
		$\cos 2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}\,m^3\right)$
		$\cos 2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\,m^3\right)$
$2\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$	$\cos 2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{189}{256}\,me^2\right)$
		$\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{63}{64}\,me^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}\,m+\frac{1161}{64}\,m^2\right)$ ..	$\cos 2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}\,m^2+\frac{10449}{512}\,m^3\right)$

$$
2\cos 2Ev \quad (m^2) \ldots\ldots\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 4Ev - cv & e & \left(\frac{15}{8}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{45}{16}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{3}{16}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{8}\,m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{8}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{32}\,m^3\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{32}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{16}\,m^3\right) \\
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{16}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}\,m^3\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{16}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{64}\,m^3\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{64}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{64}\,m^3\right) \\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{64}\,m^3\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}\,m^2\right) \ldots\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{32}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{3}{32}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{15}{16}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{32}\,m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{3}{32}\,m^3\right)
\end{array}\right.
$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2\right)\ldots\begin{cases} \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{315}{32}m^3\right)\\ \cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{32}m^3\right)\\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{105}{16}m^3\right)\\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{315}{32}m^3\right)\\ \cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{21}{32}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{225}{128}m^2 + \frac{3855}{256}m^3\right)\\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m^3\right)\\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{16}m^3\right)\\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}m^3\right)\\ \cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^2 + \frac{195}{512}m^3 - \frac{3855}{256}m^3\right)\\ \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{945}{128}m^3\right)\\ \cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{675}{256}m^2 - \frac{95985}{2048}m^3 - \frac{11565}{1024}m^3\right)\\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{2295}{128}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)\ldots\begin{cases} \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{135}{64}m^3\right)\\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{256}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m\right)\ldots\{\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{765}{32}m^3\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)\ldots\{\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{51}{32}m^3\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m + \frac{13}{64}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{225}{128}m^2 - \frac{195}{512}m^3\right) \\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{945}{128}m^3\right). \end{cases}$$

En réunissant ces termes on aura

$$\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{16} + \frac{255}{16} - \frac{45}{32} - \frac{105}{16} = \frac{201}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{81}{128}m^2 + \left\{\begin{matrix} \frac{27}{32} + \frac{10449}{512} - \frac{135}{64} + \frac{405}{256} - \frac{315}{32} \\ + \frac{765}{32} + \frac{945}{128} - \frac{2295}{128} = \frac{12411}{512} \end{matrix}\right\}m^3\right\}$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{27}{32} + \frac{9}{64} + \frac{21}{32} - \frac{51}{32} = \frac{3}{64}\right)m^3 - \frac{189}{256}me^2\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8} + \frac{105}{16} = \frac{75}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left\{-\frac{45}{16} - \frac{945}{128} + \frac{135}{64} + \frac{315}{32} = \frac{225}{128}\right\}m^3$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\left(\frac{21}{32} - \frac{3}{16} = \frac{15}{32}\right)m^3 - \frac{63}{64}me^2\right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e\left(\frac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\frac{225}{128}m^2 + \left(\frac{3855}{256} + \frac{45}{16} = \frac{4575}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8} - \frac{15}{16} = -\frac{45}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{15}{16} - \frac{45}{32} = -\frac{15}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{-\frac{225}{64}m^2 + \left(\frac{195}{512} - \frac{45}{16} - \frac{3855}{256} - \frac{45}{32} = -\frac{9675}{512}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{3}{16} - \frac{3}{32} = -\frac{9}{32} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{225}{128} - \frac{675}{256} = -\frac{225}{256}\right) m^2 \\ + \left(\frac{45}{32} - \frac{135}{64} - \frac{95985}{2048} - \frac{11565}{1024} - \frac{195}{512} = -\frac{121335}{2048}\right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{3}{32} - \frac{9}{64} = -\frac{3}{64} \right\} m^3.$$

Cela posé on obtiendra aisément les termes suivans.

Produits partiels de $15q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev \qquad \left(\frac{15}{2}\right)..\left\{ \begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{3015}{64}m^3\right) \\ & 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1215}{256}m^2 + \frac{186165}{1024}m^3\right) \\ & 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m^3 - \frac{2835}{512}me^2\right) \\ & -(2Ev + 2c'mv - 2cv) \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{3375}{512}m^2 - \frac{1820025}{4096}m^3\right) \\ & -(2Ev + 2c'mv - 2gv) \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{45}{128}m^3\right) \\ & -(2Ev + 2c'mv - cv) \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{225}{64}m^3\right) \end{array} \right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)..\left\{ \begin{array}{l} -(2Ev + 2c'mv - 2cv) \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{23625}{256}m^2 - \frac{1015875}{2048}m^3\right) \\ -(2Ev + 2c'mv - cv) \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{4725}{64}m^3\right) \\ -(2Ev + 2c'mv - 2gv) \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{945}{128}m^3\right) \end{array} \right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)..\left\{ \begin{array}{l} 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{3375}{512}m^3\right) \\ 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{1125}{64}m^3\right) \\ 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{225}{128}m^3 + \frac{945}{256}me^2\right) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{lll}
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv & e\left(-15\right)\ldots & \left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(\frac{225}{32}m^3\right) \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv & e\left(-15\right)\ldots & \left\{\right.\ 2Ev+2c'mv-2cv\ e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{3015}{32}m^3\right)
\end{array}$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv\ \varepsilon'^2\left(\frac{255}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}
-(2Ev+2c'mv-cv)\ e\varepsilon'^2\left(\frac{3825}{32}m^3\right) \\
-(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(\frac{57375}{512}m^2+\frac{1166625}{1024}m^3\right) \\
-(2Ev+2c'mv-2gv)\ \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{765}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{lll}
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right)\ldots & \left\{{}^{\sin}_{\cos}\right.\ 2Ev+2c'mv-2cv\ e^2\varepsilon'^2\left(\frac{1125}{32}m^3\right) \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right)\ldots & \left\{\right. -(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(\frac{4725}{32}m^3\right) \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv+cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{2}\right)\ldots & \left\{\right. -(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{3825}{16}m^3\right).
\end{array}$$

En réunissant ces termes on aura

$$(b)\ \ldots\ 15\,q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\begin{array}{l}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+2c'mv-cv\quad e\varepsilon'^2\left\{\frac{3015}{64}-\frac{1125}{64}=\frac{945}{32}\right\}m^3 \\
-(2Ev+2c'mv-cv)\quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{225}{64}-\frac{4725}{64}+\frac{3825}{32}=\frac{675}{16}\right\}m^3 \\
\quad 2Ev+2c'mv-2cv\quad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{1215}{256}m^2+\left(\frac{186165}{1024}-\frac{3375}{512}-\frac{3015}{32}+\frac{1125}{32}=\frac{118935}{1024}\right)m^3\right\} \\
-(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\left(-\frac{3375}{512}-\frac{23625}{256}+\frac{57375}{512}=\frac{3375}{256}\right)m^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1820025}{4096}-\frac{1015875}{2048}+\frac{1166625}{1024} \\ +\frac{225}{32}+\frac{4725}{32}-\frac{3825}{16}=\frac{469125}{4096}\end{array}\right\}m^3
\end{array}\right\} \\
\quad 2Ev+2c'mv-2gv\quad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\left(-\frac{45}{128}-\frac{225}{128}=-\frac{135}{64}\right)m^3+\left(\frac{945}{256}-\frac{2835}{512}=-\frac{945}{512}\right)me^2\right\} \\
-(2Ev+2c'mv-2gv)\ \varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{45}{128}-\frac{945}{128}+\frac{765}{64}=\frac{135}{32}\right\}m^3.
\end{array}$$

233. Pour obtenir les termes donnés par le second membre de l'équation (Voyez tome I.er p. 331-333)

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]=$$

$$-2m\delta nt\left\{\begin{array}{lll}\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}-2Ev & & \left(1\right)\\ -(2Ev-cv) & e & \left(-2m\right)\\ -(2Ev+c'mv) & \varepsilon' & \left(-\frac{1}{4}\right)\\ -(2Ev-c'mv) & \varepsilon' & \left(\frac{21}{4}\right)\\ -(2Ev-2c'mv) & \varepsilon'^2 & \left(17\right)\\ -(2Ev-2cv) & e^2 & \left(\frac{3}{4}m\right)\\ -(2Ev-2gv) & \gamma^2 & \left(\frac{1}{4}m\right)\\ -(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon' & \left(\frac{1}{4}m\right)\\ -(2Ev+c'mv-2cv) & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{3}{32}m\right)\\ -(2Ev+c'mv-2gv) & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{1}{32}m\right)\end{array}\right\}$$

il faut employer la valeur de δnt qui occupe les pages 105-107, et la valeur auxiliaire donnée dans la page 500.

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]$

Multiplicateur — Produit

$$-2\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}-2Ev\quad(m)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\quad 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{81}{64}m^2+\frac{14031}{512}m^3\right)\\ 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{27}{64}m^2-\frac{243}{512}m^3\right)\\ 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{16}m^2-\frac{5211}{128}m^3\right)\\ cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{16}m^2\right)\\ -(2Ev+2c'mv-2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{512}m^3\right)\\ -(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{675}{512}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev-cv)\;\; e\left(-2.m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\;\; 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{9}{2}m^3\right)\\ \phantom{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}}\;\; 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{27}{8}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev+c'mv)\;\varepsilon'\left(-\frac{1}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\;2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{9}{16}m^2+\frac{1329}{128}m^3\right)\\ \phantom{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}}\;2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{64}m^2-\frac{3639}{512}m^3\right)\\ \phantom{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}}\;2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{64}m^2+\frac{75}{512}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev-c'mv)\;\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\;\; cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{315}{16}m^2\right)\\ \phantom{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}}-(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{14175}{512}m^3\right)\\ \phantom{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}}-(2Ev+2c'mv-2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{189}{512}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev-2c'mv)\;\varepsilon'^2\left(17.m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{255}{4}m^2\right)\\ -(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{11475}{256}m^3\right)\\ -(2Ev+2c'mv-2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{153}{256}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev-2cv)\;\; e^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)\ldots\ldots\ldots\left\{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\,2Ev+2c'mv-2cv\;\;\; e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev-2gv)\;\;\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\right)\ldots\ldots\ldots\left\{\;\; 2Ev+2c'mv-2gv\;\;\;\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\right)\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev+c'mv-cv)\;\; e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{3}{4}m^3\right)\\ 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{9}{16}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev+c'mv-2cv)\;\; e^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{32}m^2\right)\ldots\left\{\;\; 2Ev+2c'mv-2cv\;\;\; e^2\varepsilon'^2\left(\frac{9}{32}m^3\right)\right.$$

$$-2\,\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}-(2Ev+c'mv-2gv)\;\;\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{1}{32}m^2\right)\ldots\left\{\;\; 2Ev+2c'mv-2gv\;\;\;\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes, et leurs ajoutant le terme $\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\,2Ev+2c'mv\;\;\varepsilon'^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$, trouvé dans le §. 9 (Voyez p. 365) on aura

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v - 2v')\right] =$$

$$\begin{array}{lll}
\tfrac{\sin}{\cos} \quad cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\frac{45}{16} + \frac{315}{16} - \frac{255}{4} = -\frac{165}{4}\right\} m^2 \\
2Ev + 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{3}{2} m^2\right) \\
2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left\{\left(\frac{9}{16} - \frac{27}{16} = -\frac{9}{8}\right) m^2 + \left(\frac{1329}{128} - \frac{5211}{128} - \frac{3}{4} + \frac{9}{2} = -\frac{1701}{64}\right) m^3\right\} \\
2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{64} - \frac{27}{64} = \frac{27}{32}\right) m^2 \\ + \left(\frac{14031}{512} - \frac{3639}{512} - \frac{27}{16} - \frac{9}{16} + \frac{9}{32} + \frac{27}{8} = \frac{1389}{64}\right) m^3 \end{array}\right\} \\
-(2Ev + 2c'mv - 2cv) & e^2\varepsilon'^2 & \left\{-\frac{675}{512} - \frac{14175}{512} + \frac{11475}{256} = \frac{2025}{128}\right\} m^3 \\
2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{9}{64} - \frac{27}{64} = -\frac{9}{32}\right) m^2 \\ + \left(\frac{75}{512} - \frac{243}{512} - \frac{9}{16} + \frac{3}{32} = -\frac{51}{64}\right) m^3 \end{array}\right\} \\
-(2Ev + 2c'mv - 2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{-\frac{9}{512} - \frac{189}{512} + \frac{153}{256} = \frac{27}{128}\right\} m^3 .
\end{array}$$

Maintenant, le produit de cette fonction par

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{q}{u_1^4} = \frac{3}{2} + 2\cos cv \;\; e\left(-3\right) + 2\cos 2cv \;\; e^2\left(\frac{15}{4}\right) + 2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$$

donnera

$$(c) \;\ldots\ldots\; \frac{3}{2} q \cdot \frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
\tfrac{\sin}{\cos} \quad cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{495}{8} m^2\right) \\
2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left\{\left(-\frac{27}{16} + \frac{9}{2} = \frac{45}{16}\right) m^2 - \frac{5103}{128} m^3\right\} \\
2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{64} + \frac{27}{8} - \frac{45}{8} = -\frac{63}{64}\right) m^2 \\ + \left(\frac{4167}{128} + \frac{5103}{64} = \frac{14373}{128}\right) m^3 \end{array}\right\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{6075}{256}m^3\right) \\
2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\left(-\frac{27}{64}-\frac{9}{8}=-\frac{99}{64}\right)m^2-\frac{153}{128}m^3\right\} \\
-(2Ev+2c'mv-2gv) & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{256}m^3\right).
\end{array}$$

Cette même fonction renferme les termes

$$\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}\,cv & e\left(-\frac{45}{8}m^2\right) \\
cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{765}{32}m^2\right) \\
2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right) \\
2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{8}m^2\right)
\end{array}$$

(Voyez p. 232, 286, 367).

Donc, en faisant le produit par la valeur de $-4\frac{\delta u}{u_1}$ (prise dans les pages 315-320) on aura les termes suivans :

Produits partiels de $-\frac{6q\,\delta[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')]}{u_1^4}\cdot\times\frac{\delta u}{u_1}$

$$\begin{array}{lll}
\text{Multiplicateur} & & \text{Produit} \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv & e\left(\frac{45}{4}m^2\right).. & \left\{{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{2025}{128}m^3\right)\right. \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{765}{16}m^2\right).. & \left\{-(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{11475}{128}m^3\right)\right. \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{495}{4}m^2\right).. & \left\{-(2Ev+2c'mv-2cv)\ e^2\varepsilon'^2\left(\frac{7425}{32}m^3\right)\right. \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(9.m^2\right).. & \left\{\begin{array}{ll} 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{8}m^3\right) \\ 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}m^3\right) \\ 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{16}m^3\right)\end{array}\right. \\
2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2\right).. & \left\{2Ev+2c'mv-2cv\ e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{32}m^3\right);\right.
\end{array}$$

et par conséquent

$$(d) \ldots\ldots -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(a'u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{8}m^3\right) \\
& 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{16}m^3\right) \\
& 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left\{-\frac{81}{16}-\frac{405}{32}=-\frac{567}{32}\right\}m^3 \\
& -(2Ev+2c'mv-2cv) & e^2\varepsilon'^2\left\{-\frac{2025}{128}-\frac{11475}{128}+\frac{7425}{32}=\frac{2025}{16}\right\}m^3.
\end{array}$$

En réunissant les termes compris dans les équations (a), (b), (c), (d), et prenant ces termes avec le signe *sinus* on aura la valeur de $\delta R'$; et comme $R'=0$, relativement aux argumens considérés ici, nous ferons $R_1=\delta R'$.

$$R_1 =$$

$$\begin{array}{ll}
\sin cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left\{-\frac{765}{32}m-\left(\frac{23409}{256}+\frac{2025}{32}+\frac{495}{8}=\frac{55449}{256}\right)m^2\right\} \\
\sin 2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{225}{32}m\right) \\
\sin 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right) \\
\sin 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{765}{64}m\right) \\
\sin 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{153}{64}m\right) \\
\sin 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{32}m+\left(\frac{45}{16}-\frac{7947}{256}=-\frac{7227}{256}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{69039}{256}-\frac{675}{64}+\frac{945}{32}-\frac{675}{16}-\frac{5103}{128}+\frac{81}{8}=-\frac{82593}{256}\right)m^3 \\ -\frac{27}{128}me^2-\frac{165}{64}m\varepsilon'^2+\frac{243}{128}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
\sin 2Ev+2c'mv+cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)
\end{array}$$

$$+\sin 2Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\frac{135}{64}m+\left(\frac{34551}{512}+\frac{1215}{256}-\frac{3375}{256}-\frac{63}{64}=\frac{29727}{512}\right)m^2\\+\left\{\begin{array}{l}\frac{354315}{512}+\frac{7695}{128}+\frac{118935}{1024}-\frac{469125}{4096}\\+\frac{14373}{128}-\frac{6075}{256}-\frac{567}{32}-\frac{2025}{16}=\frac{2859135}{4096}\end{array}\right\}m^3\\-\frac{1215}{256}m\gamma^2-\frac{81}{64}me^2+\frac{825}{128}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{64}m+\left(\frac{729}{512}-\frac{27}{256}-\frac{99}{64}=-\frac{117}{512}\right)m^2\\+\left(-\frac{1317}{1024}+\frac{1593}{4096}-\frac{135}{64}-\frac{135}{32}-\frac{153}{128}-\frac{81}{256}+\frac{81}{16}=-\frac{15051}{4096}\right)m^3\\+\frac{27}{64}m\gamma^2-\frac{165}{128}m\varepsilon'^2+\left(\frac{1431}{512}-\frac{945}{512}=\frac{243}{256}\right)me^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-3cv \quad e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m\right)$$

$$\sin 4Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m\right)$$

$$\sin 4Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\sin 4Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m\right)$$

$$\sin 4Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$$

$$\sin 4Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right).$$

Les facteurs de l'intégration de cette expression, par rapport aux quatre argumens $cv-2c'mv$, $2Ev+2c'mv-cv$, $2Ev+2c'mv-2cv$, $2Ev+2c'mv-2gv$, sont

$$\frac{1}{c-2c'm} = 1+2.m;$$

$$\frac{1}{2E+2c'm-c} = 1-\frac{3}{4}m^2;$$

$$\frac{1}{2E+2c'm-2c} = \frac{2}{3m^2}\left\{1-\frac{75}{8}m+\frac{2911}{64}m^2+\frac{1}{2}e^2+2.\gamma^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2\right\};$$

$$\frac{1}{2E+2c'm-2g} = -\frac{2}{3m^2}\left\{1+\frac{3}{8}m+\frac{191}{64}m^2-2.e^2+\frac{1}{2}\gamma^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2\right\}:$$

on les obtient en prenant d'abord

$$c-2c'm = 1-2.m;$$

$$2E+2c'm-c = 1+\frac{3}{4}m^2;$$

$$2E+2c'm-2c = \frac{3}{2}m^2+\frac{225}{16}m^3+\frac{4071}{64}m^4+\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}m^2e^2-3.m^2\gamma^2;$$

$$2E+2c'm-2g = -\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{16}m^3+\frac{273}{64}m^4-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2-3.m^2e^2+\frac{3}{4}m^2\gamma^2;$$

(Voyez p. 183, 245); d'où on tire

$$\frac{1}{2E+2c'm-2c} = \frac{2}{3m^2}\left\{1+\frac{75}{8}m+\frac{1357}{32}m^2+\frac{3}{2}\varepsilon'^2-\frac{1}{2}e^2-2.\gamma^2\right\}^{-1}$$

$$= \frac{2}{3m^2}\left\{1-\frac{75}{8}m-\left(\frac{1357}{32}-\frac{5625}{64}=-\frac{2911}{64}\right)m^2+\frac{1}{2}e^2+2.\gamma^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2\right\};$$

$$\frac{1}{2E+2c'm-2g} = -\frac{2}{3m^2}\left\{1-\frac{3}{8}m-\frac{91}{32}m^2+\frac{3}{2}\varepsilon'^2+2.e^2-\frac{1}{2}\gamma^2\right\}^{-1}$$

$$= -\frac{2}{3m^2}\left\{1+\frac{3}{8}m+\left(\frac{91}{32}+\frac{9}{64}=\frac{191}{64}\right)m^2-2.e^2+\frac{1}{2}\gamma^2-\frac{3}{2}\varepsilon'^2\right\}.$$

Le premier terme des autres facteurs de l'intégrale étant évident il est inutile de l'écrire. Ainsi, nous avons

$$(3) \; \ldots\ldots \; -\int R_1 dv =$$

$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left\{-\frac{765}{32}m-\left(\frac{55449}{256}+\frac{765}{16}=\frac{67689}{256}\right)m^3\right\}$
$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{225}{64}m\right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$

$$+\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{765}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{153}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{32}m - \frac{7227}{256}m^2 + \left(\frac{81}{128} - \frac{82593}{256} = -\frac{82431}{256}\right)m^3 \\ -\frac{27}{128}me^2 - \frac{165}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{243}{128}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{32}.m^{-1} + \left(\frac{9909}{256} - \frac{3375}{256} = \frac{3267}{128}\right)m^0 \\ + \left(\frac{953045}{2048} - \frac{743175}{2048} + \frac{130995}{2048} = \frac{340865}{2048}\right)m \\ + \left(\frac{45}{16} - \frac{405}{128} = -\frac{45}{128}\right)\gamma^2.m^{-1} \\ + \left(\frac{45}{64} - \frac{27}{32} = -\frac{9}{64}\right)e^2.m^{-1} + \left(\frac{275}{64} - \frac{135}{64} = \frac{35}{16}\right)\varepsilon'^2.m^{-1} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{32}.m^{-1} + \left(\frac{39}{256} + \frac{27}{256} = \frac{33}{128}\right)m^0 \\ + \left(\frac{5017}{2048} + \frac{117}{2048} + \frac{1719}{2048} = \frac{6853}{2048}\right)m \\ + \left(\frac{9}{64} - \frac{9}{32} = -\frac{9}{64}\right)\gamma^2.m^{-1} + \left(\frac{55}{64} - \frac{27}{64} = \frac{7}{16}\right)\varepsilon'^2.m^{-1} \\ - \left(\frac{81}{128} + \frac{9}{16} = \frac{153}{128}\right)e^2.m^{-1} \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$$

$$+\cos 4Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{15}{32}m\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{128}m\right).$$

En multipliant cette valeur par $2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2$ on aura

$$(4)\;\ldots\ldots -\left(2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}me^2-\frac{27}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{16}e^2.m^{-1}+\frac{45}{64}\gamma^2.m^{-1}\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}e^2.m^{-1}+\frac{9}{64}\gamma^2.m^{-1}\right).$$

La même intégrale donne en outre les termes suivans :

$$(5)\;\ldots\ldots \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv\int R_1 dv = -\frac{3}{2}m^2.2e\cos cv\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-3cv \qquad e^3\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}me^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right).$$

$$(6)\;\ldots\ldots -2\cos 2gv\,.\,\gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{128}m\right).$$

234. Pour former la valeur de $\frac{\delta R^V}{u_1}$, qui convient à l'objet actuel, il faudra prendre, avec le signe *cosinus*, les termes convenables

compris dans la fonction $\frac{3}{4}(a)+\frac{3}{5}(b)+(c)+\frac{3}{4}(d)$, et déduire les autres termes des équations désignées par (a) ou par (c) dans les pages 282, 355 et 367. En opérant ainsi on obtient ;

$$\frac{\delta R^{V}}{u_{1}} =$$

$\cos 2c'mv$ $\quad \varepsilon'^2 \left\{-\frac{243}{16}-\frac{243}{16}=-\frac{243}{8}\right\} m^2$

$\cos cv - c'mv$ $\quad e\varepsilon'\left(-\frac{675}{64}m\right)$

$\cos cv - 2c'mv$ $\quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{2295}{128}m-\left(\frac{70227}{1024}-\frac{6075}{128}+\frac{495}{8}=\frac{84987}{1024}\right)m^2\right\}$

$\cos 2cv - 2c'mv$ $\quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{2295}{256}m\right)$

$\cos 2gv - 2c'mv$ $\quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{459}{256}m\right)$

$\cos 2cv - c'mv$ $\quad e^2\varepsilon'\left(\frac{675}{128}m\right)$

$\cos 2gv - c'mv$ $\quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv + cv$ $\quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m\right)$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{81}{128}m+\left(\frac{45}{16}-\frac{23841}{1024}=-\frac{20961}{1024}\right)m^2\\ +\left(\frac{2025}{256}-\frac{207117}{1024}+\frac{567}{32}+\frac{405}{16}-\frac{5103}{128}+\frac{243}{32}=-\frac{188001}{1024}\right)m^3\\ +\frac{729}{512}m\gamma^2-\frac{495}{256}m\varepsilon'^2-\frac{81}{512}me^2\end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev + 2c'mv$ $\quad \varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}=\frac{9}{8}\right)m^2$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$ $\quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{405}{256}m\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$ $\quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{256}m\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv$ $\quad e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{243}{128}m\right)$

$$+\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{243}{512}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{405}{64}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{405}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{128}m\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{256}m\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{256}m\right).$$

Le produit de ces termes par

$$u_1 - 1 = \cos 0v \left(e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right) + 2\cos cv \; e\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv \; \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$$

donne

$$\frac{\delta R^r}{u_1}(u_1 - 1) = \cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{243}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{675}{128}m\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{2295}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{128}me^2 - \frac{81}{512}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e^3\varepsilon'^2\left(\frac{405}{512}me^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2\left(\frac{405}{512}m\right)$$

$$+\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{512}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{512}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{1024}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{1024}\,m\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{405}{128}\,m\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{256}\,m\right).$$

En réunissant ces termes avec ceux de l'expression précédente de $\frac{\delta R^v}{u_1}$, et remarquant qu'ici $R^v=0$, on formera le résultat suivant:

$$(7)\ \ldots\ldots\ R_5=R^v+\delta R^v=$$

$$\cos cv-2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{2295}{128}m-\left(\frac{84987}{1024}+\frac{243}{16}=\frac{100539}{1024}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2cv-2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{2295}{256}-\frac{2295}{256}=0\right\}m$$

$$\cos 2gv-2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{459}{256}\,m\right)$$

$$\cos 2cv-c'mv \quad e^2\varepsilon'\left\{\frac{675}{128}-\frac{675}{128}=0\right\}m$$

$$\cos 2gv-c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{128}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{81}{128}m+\left(\frac{9}{16}-\frac{20961}{1024}=-\frac{20385}{1024}\right)m^2-\frac{188001}{1024}m^3\\&+\left(\frac{405}{512}-\frac{81}{512}-\frac{81}{128}=0\right)me^2-\frac{495}{256}m\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{729}{512}-\frac{81}{512}=\frac{81}{64}\right)m\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{405}{256}-\frac{81}{256}=\frac{81}{64}\right\}m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{256}\,m\right)$$

$$+ \cos 2Ev+2c'mv-3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left\{-\frac{243}{128}+\frac{405}{512}=-\frac{567}{512}\right\} m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{81}{128}-\frac{81}{512}+\frac{81}{1024}=\frac{567}{1024}\right\} m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{-\frac{243}{512}-\frac{81}{512}-\frac{81}{1024}=-\frac{729}{1024}\right\} m$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{\frac{405}{128}-\frac{405}{128}=0\right\} m$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{135}{128} m\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{\frac{135}{256}-\frac{135}{256}=0\right\} m$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{81}{128} m\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{27}{256} m\right).$$

235. En ajoutant à la valeur de R_1 posée dans les pages 708, 709 les trois termes $\sin cv-c'mv \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16} m\right)$, $\sin 2Ev+2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4} m^2\right)$, $\sin 4Ev+c'mv-cv \;\; e\varepsilon'\left(\frac{135}{16} m\right)$ qu'on peut prendre dans les pages 288, 368, 372, et faisant ensuite le produit par

$$-\frac{du_1}{dv}= 2\sin cv \;\; e\left(\frac{1}{2}\right)+2\sin 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right),$$

il viendra ;

$$(8)\;\ldots\; -R_1\frac{du_1}{dv}= \cos 2cv-c'mv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{225}{32} m\right)$$

$$\cos 2cv-2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{765}{64} m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{128} m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128} m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8} m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-3cv \quad e^3\varepsilon'^2\left(\frac{135}{128} m\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{64} m\right)$$

$$+\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\ \frac{27}{128}\ m\ \right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{128}me^2\right)$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}\ m\ \right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\ \frac{135}{32}\ m\ \right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\ \frac{45}{64}\ m\ \right).$$

Pour avoir les termes donnés par le produit $-\frac{d.\delta u}{dv}.R_1$, il faudra d'abord préparer l'expression convenable du facteur $-\frac{d.\delta u}{dv}$. En différentiant les valeurs de δu posées dans les pages 308, 309, 416-420 on y trouvera les termes suivans :

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\ m^3\right)$$

$$\sin 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}\ m^3\right)$$

$$\sin cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}m+\left(\frac{1113}{64}-\frac{9}{8}=\frac{1041}{64}\right)m^2+\frac{9}{16}me^2-\frac{9}{4}m\gamma^2+\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\\ +\left(\frac{35553}{256}-\frac{1113}{64}-\frac{27}{32}=\frac{30885}{256}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}\ m\ \right)$$

$$\sin 2gv-cv-c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{189}{64}\ m\right)$$

$$\sin cv+2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}\ m\right)$$

$$\sin cv-3c'mv \quad e\varepsilon'^3\left(\ \frac{53}{64}\ m\right)$$

$$+\sin 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}\,m\right)$$

$$\sin 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}\,m\right)$$

$$\sin 2gv - cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{567}{256}\,m\right)$$

$$\sin cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{32}m + \left(\frac{3915}{256} - \frac{27}{16} = \frac{3483}{256}\right)m^2 \\ + \left(\frac{79659}{512} - \frac{3915}{128} - \frac{81}{128} = \frac{63675}{512}\right)m^3 \\ + \frac{27}{64}me^2 + \frac{21}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{16}m\gamma^2\end{array}\right\} \quad (*)$$

$$\sin 2Ev \qquad \left(2\,.\,m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - cv \qquad e\left\{\frac{15}{8}m + \left(\frac{273}{32} - \frac{15}{4} = \frac{153}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\,m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(7\,.\,m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(17\,.\,m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{15}{8}m + \left(\frac{15}{8} - \frac{3}{64} = \frac{117}{64}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{16}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{6399}{256}m^2\right)$$

$$\sin 4Ev - cv \qquad e\left(-\frac{225}{64}m^3\right).$$

Cela posé, en choisissant les termes convenables dans l'expression de R_1 (Voyez p. 288, 368-373, 708, 709) on formera les produits partiels qui suivent.

(*) A l'égard de ces deux termes voyez la valeur de δu donnée à la fin de cette Section.

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$

Multiplicateur		Produit
$2\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m\right)$	....	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{225}{32}m^3\right)$
$2\sin cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{64}m\right)$	....	$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{765}{32}m^3\right)$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{128}m\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{64}m^2\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{128}m - \frac{19197}{1024}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{135}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\frac{81}{128}m + \frac{10449}{1024}m^2 + \frac{191025}{2048}m^3 + \frac{81}{256}me^2 \\ + \frac{63}{128}m\varepsilon'^2 - \frac{81}{64}m\gamma^2 + \frac{81}{64}me^2 - \frac{405}{256}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{675}{1024}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{1701}{1024}m\right)$$

Multiplicateur — Produit

$2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$ ....

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

$$2 \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{64}m\right) \\ \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m\right) \\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{64}m\right) \end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ 2\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\begin{Bmatrix} -\frac{27}{64}m - \frac{3123}{512}m^2 - \frac{92655}{2048}m^3 - \frac{27}{128}me^2 \\ +\frac{27}{32}m\gamma^2 - \frac{243}{512}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{32}me^2 + \frac{27}{512}m\varepsilon'^2 \end{Bmatrix} \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{567}{512}m\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{315}{128}m^2\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right) \\ \cos 4Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{64}m\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}\right)\ldots\begin{cases} \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{315}{64}m + \frac{2457}{512}m^2\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{1113}{512}m\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{14175}{1024}m^3\right) \end{cases}$$

$$2\sin 2Ev + 3c'mv \quad \varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}\right)\ldots\left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{512}m\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\begin{cases} \cos 2Ev + 2cmv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(\frac{405}{256}m\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{405}{256}me^2\right) \end{cases}$$

$$2\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\begin{cases} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{256}m\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{256}m\right) \end{cases}$$

$$2\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{11475}{512}m^3\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{64}m + \frac{7803}{256}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{315}{32}m\right) \\ \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{315}{32}m\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{21}{4}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{21}{4}m^2\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^3\right) \\ \cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{32}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2c'mv + cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{4}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{32}m\right) \\ \cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{128}m\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{128}me^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m\right) \\ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 4E\nu - c\nu \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\Big\{ \cos 2E\nu + 2c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{16}m^3\right)$$

$$2\sin 4E\nu + c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon'\left(\frac{135}{32}m\right)\ldots\Big\{ \cos 2E\nu + 2c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{945}{32}m^3\right)$$

$$2\sin 4E\nu + 2c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{64}m\right)\ldots\Big\{ \cos 2E\nu + 2c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m^3\right).$$

En réunissant ces termes on aura

$$(9)\ \ldots\ldots\ -R_1 \cdot \frac{d.\delta u}{d\nu} =$$

$$\cos 2c\nu - 2c'm\nu \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\frac{135}{64} + \frac{315}{32} - \frac{765}{32} = -\frac{765}{64}\right\} m$$

$$\cos 2c\nu - c'm\nu \qquad e^2\varepsilon'\left\{\frac{45}{16} - \frac{315}{32} = -\frac{225}{32}\right\} m$$

$$\cos c\nu - 2c'm\nu \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{135}{128} - \frac{315}{64} + \frac{765}{64} = \frac{765}{128}\right) m \\ + \left\{\begin{array}{l} -\frac{765}{64} - \frac{19197}{1024} - \frac{51}{2} + \frac{315}{128} + \frac{2457}{512} \\ + \frac{7803}{256} + \frac{21}{4} - \frac{51}{2} + \frac{21}{4} = -\frac{34263}{1024}\end{array}\right\} m^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2E\nu + 2c'm\nu - c\nu \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{81}{128} - \frac{27}{64} = \frac{27}{128}\right) m + \left(\frac{10449}{1024} - \frac{3123}{512} = \frac{4203}{1024}\right) m^2 \\ + \left\{\begin{array}{l}\frac{191025}{2048} + \frac{675}{1024} - \frac{27}{4} - \frac{92655}{2048} + \frac{14175}{1024} + \frac{225}{32} \\ - \frac{765}{32} - \frac{765}{16} + \frac{945}{32} + \frac{45}{32} - \frac{11475}{512} + \frac{9}{8} = \frac{765}{1024}\end{array}\right\} m^3 \\ + \left(\frac{81}{256} + \frac{81}{64} - \frac{27}{128} - \frac{27}{32} + \frac{405}{256} - \frac{135}{128} = \frac{135}{128}\right) me^2 \\ + \left(\frac{63}{128} - \frac{405}{256} - \frac{243}{512} + \frac{27}{512} + \frac{1113}{512} - \frac{9}{512} = \frac{165}{256}\right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{27}{32} - \frac{81}{64} = -\frac{27}{64}\right) m\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2E\nu + 2c'm\nu - 3c\nu \quad e^3\varepsilon'^2\left\{\frac{405}{256} - \frac{135}{128} = \frac{135}{256}\right\} m$$

$$\cos 2E\nu + 2c'm\nu - 2g\nu - c\nu \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left\{-\frac{81}{64} + \frac{81}{256} - \frac{27}{128} + \frac{27}{32} = -\frac{81}{256}\right\} m$$

$$\cos 2E\nu + 2c'm\nu - 2g\nu + c\nu \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left\{\frac{1701}{1024} - \frac{81}{64} - \frac{567}{512} + \frac{81}{256} - \frac{27}{128} + \frac{27}{32} = \frac{243}{1024}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{81}{128} - \frac{27}{64} = \frac{27}{128} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{81}{64} + \frac{27}{32} = -\frac{27}{64} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{16} - \frac{45}{32} = -\frac{135}{32} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{135}{64} + \frac{45}{32} = -\frac{45}{64} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{135}{128} - \frac{45}{64} = \frac{45}{128} \right\} m.$$

236. Cherchons enfin les termes donnés par la fonction

$$-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1\, dv.$$

Pour cela on prendra (Voyez p. 303, 304, 496-413)

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right) =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{9}{4}m^2 + \left(-\frac{1077}{32} - \frac{27}{16} = -\frac{1131}{32} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{8}m^2 + \left(-\frac{3699}{64} - \frac{81}{64} = -\frac{945}{16} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(3.m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$$

$+\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{35}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv + cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{85}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{75}{8}m^3\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
$\cos 4Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{75}{32}m^3\right)$. (*)

(*) Ce dernier terme est emprunté de l'équation différentielle en δu donnée vers la fin de cette Section (Voyez p. 731).

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{675}{32}m^3\right)$
$2\cos cv-2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{32}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{2295}{32}m^3\right)$
$2\cos 2Ev \quad \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{243}{256}m\right)$
	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{8}m^2\right)$
	$\cos 4Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)$
	$\cos 2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)$
	$\cos 4Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right)$
	$\cos 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$
	$\cos 2cv-2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{64}m\right)$
	$\cos 4Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m\right)$
	$\cos 2gv-2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m^2+\frac{2835}{64}m^3+\frac{81}{32}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{225}{128}m^3\right)$
$2\cos 2Ev-cv \quad e(3+9m)\ldots$	$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{243}{64}m\right)$
	$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{153}{2}m^2\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2+\frac{81}{4}m^3\right)$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e(1)\ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{81}{64}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right) \left\{ \begin{array}{lll}
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{81}{128}m\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{105}{16}m^2\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{32}m\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{128}m\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{32}m\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{27}{32}m^2 - \frac{3393}{256}m^3 - \frac{27}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}\right)\ldots \left\{ \begin{array}{lll}
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{315}{32}m\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{315}{32}m^2\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{63}{128}m\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{315}{32}m\right) \\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{63}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{4725}{128}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}\right)\ldots \left\{ \begin{array}{lll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{153}{128}m\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{765}{16}m^2\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{765}{32}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{3825}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \qquad \frac{e^2}{m}\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{765}{16}\,m\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{16}\,m\right) \\
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{315}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2 & \left(-\frac{405}{64}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{135}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{405}{64}\,me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \qquad \frac{\gamma^2}{m}\left(\frac{3}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{153}{16}\,m\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{81}{64}\,m\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{63}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{81}{64}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{27}{32}\,m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad \frac{e^2\varepsilon'}{m}\left(-\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{16}\,m\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{8}\,m\right) \\
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{45}{8}\,m\right) \\
\cos 4Ev + 2cmv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{16}\,m\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{315}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2 & \left(\frac{135}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{135}{32}\,me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \frac{\varepsilon'\gamma^2}{m}\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{63}{16}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}\right) \ldots\ldots \left\{ \cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{21}{4}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{8}m\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{63}{4}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{81}{32}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^2 + \frac{27}{16}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv + cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{17}{2}\right) \ldots\ldots \left\{ \cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad \frac{e^2\varepsilon'^2}{m}\left(-\frac{45}{32}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{32}m\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \frac{\varepsilon'^2\gamma^2}{m}\left(-\frac{9}{32}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{16}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{945}{32}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{15}{32}m\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{32}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$(10)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{255}{8}+\frac{153}{2}-\frac{105}{16}-\frac{315}{32}+\frac{765}{16}-\frac{21}{4}-\frac{63}{4}+\frac{51}{2}=\frac{4617}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{16}+\frac{315}{32}+\frac{315}{16}-\frac{45}{8}=\frac{675}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{64}+\frac{63}{128}+\frac{63}{16}-\frac{9}{8}=\frac{405}{128} \right\} m$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{135}{64}-\frac{315}{32}-\frac{135}{32}+\frac{765}{32}+\frac{765}{16}-\frac{315}{16}=\frac{2295}{64} \right\} m$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{27}{256}-\frac{63}{128}-\frac{27}{32}+\frac{153}{128}+\frac{153}{16}-\frac{63}{16}=\frac{1377}{256} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{81}{32}+\frac{27}{4}-\frac{27}{32}-\frac{9}{4}=\frac{99}{16}\right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2835}{64}+\frac{81}{32}-\frac{225}{128}+\frac{81}{4}-\frac{3393}{256}-\frac{27}{64}-\frac{4725}{128}+\frac{3825}{64} \\ +\frac{27}{16}-\frac{675}{32}+\frac{2295}{32}+\frac{765}{16}-\frac{945}{32}-\frac{45}{32}=\frac{36783}{256} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left(\frac{135}{32}-\frac{405}{64}=-\frac{135}{64}\right) me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{135}{32}-\frac{45}{16}=\frac{45}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{243}{256}+\frac{81}{128}+\frac{27}{32}-\frac{9}{16}=-\frac{9}{256} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{405}{64}+\frac{135}{32}=-\frac{135}{64} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{243}{64}-\frac{81}{64}+\frac{27}{32}-\frac{81}{32}=\frac{27}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{81}{64}+\frac{27}{32}-\frac{27}{32}+\frac{81}{64}=0 \right\} m$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{16}-\frac{45}{32}-\frac{45}{16}-\frac{45}{8}=-\frac{405}{32} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{64}-\frac{9}{128}-\frac{9}{16}-\frac{9}{8}=-\frac{243}{128} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{27}{256}+\frac{9}{128}+\frac{9}{16}-\frac{27}{32}=-\frac{81}{256} \right\} m$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{135}{64}+\frac{45}{32}+\frac{45}{16}-\frac{135}{32}=-\frac{135}{64} \right\} m.$$

237. En réunissant les termes compris dans les équations (1), (2), ... (10), de manière à former la fonction

$$(1)+m^2\left\{(2)+2.(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)+(9)+(10)\right\}$$

on aura l'équation

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}
-\frac{27}{8}m^2+\left(\frac{63}{32}-\frac{765}{16}-\frac{2295}{128}+\frac{765}{128}=-\frac{3699}{64}\right)m^3 \\
+\left(\frac{4617}{32}-\frac{13905}{256}-\frac{67689}{128}-\frac{100539}{1024}-\frac{34263}{1024}=-\frac{292095}{512}\right)m^4 \\
-\frac{27}{16}m^2e^2-\frac{21}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{27}{4}m^2\gamma^2
\end{array}\right\} \\
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon' & \left\{\frac{9}{4}m^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{225}{32}+\frac{225}{32}-\frac{225}{32}+\frac{675}{32}=\frac{459}{16}\right)m^3-\frac{135}{64}m\gamma^2\right\} \\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}
\frac{27}{16}m+\left(\frac{9}{16}-\frac{27}{128}=\frac{45}{128}\right)m^2+\frac{81}{16}me^2-\frac{81}{64}m\gamma^2+\frac{243}{128}m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{405}{128}-\frac{2565}{512}-\frac{3}{16}-\frac{45}{32}-\frac{135}{128}=-\frac{2301}{512}\right)m^3
\end{array}\right\} \\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\frac{27}{8}m^2-\frac{405}{256}m\gamma^2+\left(\frac{765}{64}-\frac{27}{32}+\frac{765}{64}-\frac{765}{64}+\frac{2295}{64}=\frac{1503}{32}\right)m^3\right\} \\
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\begin{array}{l}
\frac{81}{64}m+\left(\frac{27}{32}-\frac{783}{512}=-\frac{351}{512}\right)m^2 \\
+\left(\frac{1377}{256}-\frac{243}{128}-\frac{117}{64}-\frac{153}{64}-\frac{459}{256}=-\frac{81}{32}\right)m^3 \\
+\frac{63}{64}m\varepsilon'^2+\frac{243}{64}me^2-\frac{243}{256}m\gamma^2
\end{array}\right\} \\
\cos 2gv-3c'mv & \varepsilon'^3\gamma^2 & \left(\frac{159}{128}m\right) \\
\cos 2gv-cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2 & \left\{\frac{81}{64}-\frac{81}{8}=-\frac{567}{64}\right\}m^2 \\
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}
\frac{45}{16}m+\frac{3267}{64}m^2+\left(\frac{45}{16}-\frac{9}{32}=\frac{81}{32}\right)me^2+\frac{35}{8}m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{340865}{1024}-\frac{135}{32}+\frac{81}{64}-\frac{27}{64}-\frac{27}{64}+\frac{45}{32}=\frac{338417}{1024}\right)m^3 \\
+\left(\frac{45}{64}-\frac{45}{64}-\frac{405}{256}=-\frac{405}{256}\right)m\gamma^2
\end{array}\right\}
\end{array}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{135}{64} - \frac{27}{16} - \frac{81}{128} + \frac{27}{128} = -\frac{135}{32}\right) m^3 \\ + \left(-\frac{471}{16} - \frac{7227}{128} - \frac{20385}{1024} + \frac{9}{8} + \frac{4203}{1024} + \frac{99}{16} = -\frac{48519}{512}\right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1186437}{4096} - \frac{82431}{128} - \frac{188001}{1024} \\ + \frac{36783}{256} + \frac{765}{1024} = -\frac{3984645}{4096} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left(-\frac{405}{128} - \frac{27}{64} - \frac{27}{16} - \frac{135}{128} + \frac{135}{128} + \frac{135}{64} - \frac{135}{64} = -\frac{675}{128}\right) m^3 e^2 \\ + \left(-\frac{105}{32} - \frac{165}{32} - \frac{495}{256} + \frac{165}{256} = -\frac{1245}{128}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{81}{64} + \frac{81}{64} + \frac{243}{64} - \frac{27}{64} + \frac{81}{64} - \frac{27}{64} = \frac{27}{4}\right) m^3 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{16} - \frac{27}{64} = \frac{9}{64}\right) m + \left(\frac{33}{64} - \frac{99}{256} = \frac{33}{256}\right) m^2 \\ + \left(\frac{6853}{1024} - \frac{22071}{4096} - \frac{27}{128} - \frac{81}{256} + \frac{27}{128} - \frac{9}{256} = \frac{3901}{4096}\right) m^3 \\ + \left(\frac{7}{8} - \frac{21}{32} = \frac{7}{32}\right) m\varepsilon'^2 + \left(\frac{81}{512} - \frac{9}{32} + \frac{9}{64} = \frac{9}{512}\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{9}{16} - \frac{153}{64} - \frac{81}{64} = -\frac{99}{32}\right) m e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{135}{64} + \frac{81}{16} + \frac{135}{64} - \frac{567}{512} + \frac{135}{128} + \frac{135}{256} - \frac{135}{64} = \frac{1755}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{81}{64} + \frac{405}{512} - \frac{81}{64} + \frac{27}{64} + \frac{27}{128} \\ -\frac{729}{1024} + \frac{27}{128} - \frac{27}{128} + \frac{243}{1024} = -\frac{405}{256} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{81}{64} + \frac{27}{32} - \frac{27}{16} + \frac{27}{64} - \frac{81}{128} + \frac{567}{1024} \\ -\frac{27}{128} + \frac{27}{128} - \frac{81}{256} + \frac{27}{32} = \frac{1323}{1024} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{15}{16} + \frac{135}{128} + \frac{45}{128} = \frac{75}{32} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{135}{32} - \frac{135}{32} - \frac{135}{32} - \frac{405}{32} = -\frac{135}{8} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{27}{128} m^2 + \left(\frac{567}{1024} + \frac{27}{32} + \frac{81}{128} - \frac{243}{128} = \frac{135}{1024} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{45}{64} - \frac{45}{64} - \frac{45}{64} - \frac{135}{64} = -\frac{45}{16} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{27}{512} m^2 + \left(\frac{9}{64} - \frac{1053}{4096} + \frac{27}{256} - \frac{81}{256} = -\frac{1341}{4096} \right) m^3 \right\}.$$

Les facteurs de l'intégration de cette équation sont ceux-ci.

Argument	Facteur pour l'intégration
$cv - 2c'mv$	$-\frac{1}{4m}\left(1 + m - \frac{113}{64}m^2\right)$
$2cv - c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{4}{3}m\right)$
$2gv - c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{4}{3}m - \frac{19}{18}m^2\right)$
$2cv - 2c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m\right)$
$2gv - 2c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m + \frac{59}{18}m^2\right)$
$2gv - 3c'mv$	$\frac{1}{3}$
$2gv - cv - 2c'mv$	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev + 2c'mv - cv$	$\frac{1}{3m^2}\left(1 - \frac{75}{16}m + \frac{149}{256}m^2 + \frac{1}{4}e^2 + \gamma^2 - \frac{3}{4}\varepsilon'^2\right)$
$2Ev + 2c'mv - 2cv$	$-1 - \frac{3}{2}m^2$
$2Ev + 2c'mv - 2gv$	$-1 - \frac{3}{2}m^2$
$2Ev + 2c'mv - 3cv$	$-\frac{1}{3m^2}$
$2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$ . . .	$-\frac{1}{3m^2}$
$2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$ . . .	$\frac{1}{3m^2}$
$4Ev + 2c'mv - cv$	$\frac{1}{8}$
$4Ev + c'mv - 2cv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev + c'mv - 2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + 4m\right)$
$4Ev + 2c'mv - 2cv$	$\frac{1}{3}$
$4Ev + 2c'mv - 2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{8}{3}m\right)$;

partant on a ;

$$\delta u =$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{32} m + \left(\frac{3699}{256} + \frac{27}{32} = \frac{3915}{256} \right) m^2 \\ + \left(\frac{292095}{2048} + \frac{3699}{256} - \frac{3051}{2048} = \frac{79659}{512} \right) m^3 \\ + \frac{27}{64} m e^2 + \frac{21}{32} m \varepsilon'^2 - \frac{27}{16} m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2 \varepsilon' \left\{ \frac{3}{4} m^2 + \left(\frac{153}{16} + 1 = \frac{169}{16} \right) m^3 - \frac{45}{64} m \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon' \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16} m + \left(\frac{15}{128} + \frac{3}{4} = \frac{111}{128} \right) m^2 \\ + \left(- \frac{767}{512} + \frac{5}{32} - \frac{19}{32} = - \frac{991}{512} \right) m^3 \\ + \frac{27}{16} m e^2 - \frac{27}{64} m \gamma^2 + \frac{81}{128} m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2 \varepsilon'^2 \left\{ \frac{9}{8} m^2 + \left(\frac{501}{32} + 3 = \frac{597}{32} \right) m^3 - \frac{135}{256} m \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{64} m + \left(\frac{9}{8} - \frac{117}{512} = \frac{459}{512} \right) m^2 \\ + \left(\frac{177}{128} - \frac{27}{32} - \frac{39}{64} = - \frac{9}{128} \right) m^3 \\ + \frac{21}{64} m \varepsilon'^2 + \frac{81}{64} m e^2 - \frac{81}{256} m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \gamma^2 \left(\frac{53}{128} m \right)$$

$$\cos 2gv - cv - 2c'mv \qquad e \varepsilon'^2 \gamma^2 \left(\frac{567}{256} m \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{45}{32} m + \left(- \frac{16173}{512} + \frac{3375}{512} = - \frac{6399}{256} \right) m^2 \\ + \left(- \frac{1328215}{4096} + \frac{1212975}{8192} - \frac{6705}{8192} = - \frac{90635}{512} \right) m^3 \\ - \left(\frac{225}{128} + \frac{45}{128} = \frac{135}{64} \right) m e^2 + \left(\frac{9}{4} - \frac{45}{32} = \frac{27}{32} \right) m \gamma^2 \\ + \left(- \frac{415}{128} + \frac{125}{128} = - \frac{35}{16} \right) m \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}m - \frac{3267}{64}m^2 + \left(-\frac{338417}{1024} - \frac{135}{32} = -\frac{342737}{1024}\right)m^3 \\ -\frac{81}{32}me^2 + \frac{405}{256}m\gamma^2 - \frac{35}{8}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{64}m - \frac{33}{256}m^2 + \left(-\frac{3901}{4096} - \frac{27}{128} = -\frac{4765}{4096}\right)m^3 \\ +\frac{99}{32}me^2 - \frac{9}{512}m\gamma^2 - \frac{7}{32}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left(-\frac{585}{512}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{135}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{441}{1024}m\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{75}{256}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left(-\frac{45}{8}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{128}m^2 + \left(\frac{45}{1024} + \frac{9}{32} = \frac{333}{1024}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{9}{512}m^2 + \left(-\frac{447}{4096} + \frac{3}{64} = -\frac{255}{4096}\right)m^3 \right\}.$$

TROISIÈME SECTION.

Formation de la valeur cherchée de $\frac{\delta u}{u_1}$.

238. En ayant sous les yeux l'expression précédente de δu, ainsi que les termes de cette même fonction qui occupent les pages 308-310, 416-421, il sera facile d'obtenir ceux donnés par le produit $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)\delta u$, en se rappellant que les termes du multiplicateur doivent être pris dans le I.[er] volume (Voyez p. 308).

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1}-1\right)\delta u$

Multiplicateur . . . . $\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv-2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m\gamma^2-\frac{27}{128}me^2\right)\\
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{128}m\gamma^2-\frac{27}{64}me^2\right)\\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m\gamma^2-\frac{9}{32}me^2\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{128}m\gamma^2+\frac{45}{64}me^2\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{64}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{256}m\gamma^2+\frac{9}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \; e\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^2\right)\\
\cos 2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{16}m-\frac{1113}{128}m^2-\frac{35553}{512}m^3-\frac{9}{32}me^2\\+\frac{9}{8}m\gamma^2-\frac{81}{128}m\varepsilon'^2+\frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{9}{64}me^2\end{array}\right\}\\
\cos 2cv-2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{64}m-\frac{3915}{512}m^2-\frac{79659}{1024}m^3-\frac{27}{128}me^2\\-\frac{21}{64}m\varepsilon'^2+\frac{27}{32}m\gamma^2+\frac{27}{128}m\gamma^2+\frac{27}{256}me^2\end{array}\right\}\\
\cos 2cv-3c'mv & e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{53}{128}m\right)\\
\cos 2gv+cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m\right)\\
\cos 2gv-cv-2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m\right)\\
\cos 2gv-c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{189}{128}me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{567}{512}me^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{128}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{64}m + \frac{6399}{512}m^2 + \frac{90635}{1024}m^3 + \frac{135}{128}me^2 \\ - \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{35}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{128}m\gamma^2 - \frac{45}{256}me^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}me^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{128}m\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{585}{1024}me^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{135}{512}me^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{441}{2048}me^2\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{256}m^3\right) \\
\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{75}{512}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur Produit

$$
2\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{1}{4}\right)\ldots\ldots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^2\right) \\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right) \\
\cos cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{128}me^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(\frac{9}{256}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{128}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$2\cos 2gv \qquad \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{3}{16}\,m^2\right)\\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{9}{32}\,m^2\right)\\
\cos 2gv + cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\tfrac{27}{256}\,m\right)\\
\cos 2gv - cv - 2c'mv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{27}{256}\,m\right)\\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\tfrac{9}{512}\,m\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv & e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{45}{256}\,m\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\tfrac{9}{64}\,me^2\right)\\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\tfrac{27}{256}\,me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{9}{64}\,me^2\right)\\
\cos 2gv - 2c'mv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{27}{256}\,me^2\right)\\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{256}\,me^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 3cv \qquad e^3\left(-\tfrac{1}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\tfrac{9}{64}\,me^2\right)\\
\cos 2cv - 2c'mv & e^2\varepsilon'^2\left(\tfrac{27}{256}\,me^2\right).
\end{array}\right.$$

En réunissant ces termes avec ceux qui composent l'expression de δu posée dans le n.° précédent, on aura la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il s'agissait de trouver dans ce paragraphe.

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\tfrac{27}{32}m + \left(\tfrac{3915}{256} + \tfrac{9}{8} = \tfrac{4203}{256}\right)m^2 + \tfrac{79659}{512}m^3\\
+\left(\tfrac{27}{64} - \tfrac{27}{64} - \tfrac{27}{128} = -\tfrac{27}{128}\right)me^2\\
+\left(-\tfrac{27}{16} - \tfrac{27}{128} = -\tfrac{243}{128}\right)m\gamma^2 + \tfrac{21}{32}m\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$+\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{16}m + \left(-\frac{1113}{128} - \frac{3}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{1065}{128}\right)m^2 - \frac{81}{128}m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{35553}{512} + \frac{169}{16} = -\frac{30145}{512}\right)m^3 + \left(\frac{9}{64} + \frac{9}{64} - \frac{9}{32} = 0\right)me^2 \\ +\left(\frac{9}{8} + \frac{9}{32} - \frac{45}{64} = \frac{45}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{9}{16}m + \left(\frac{111}{128} - \frac{3}{16} = \frac{87}{128}\right)m^2 - \frac{991}{512}m^3 + \frac{81}{128}m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{27}{16} - \frac{9}{32} - \frac{189}{128} + \frac{9}{64} - \frac{9}{64} = -\frac{9}{128}\right)me^2 \\ +\left(-\frac{27}{64} - \frac{9}{64} = -\frac{9}{16}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{27}{64}m + \left(-\frac{3915}{512} + \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = -\frac{3627}{512}\right)m^2 - \frac{21}{64}m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{597}{32} - \frac{79659}{1024} = -\frac{60555}{1024}\right)m^3 + \left(\frac{27}{32} + \frac{27}{128} - \frac{135}{256} = \frac{135}{256}\right)m\gamma^2 \\ +\left(-\frac{27}{128} + \frac{27}{256} + \frac{27}{256} = 0\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{27}{64}m + \left(\frac{459}{512} - \frac{9}{32} = \frac{315}{512}\right)m^2 - \frac{9}{128}m^3 + \frac{21}{64}m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{81}{256} - \frac{27}{256} = -\frac{27}{64}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{81}{64} - \frac{27}{128} - \frac{567}{512} + \frac{27}{256} - \frac{27}{256} = -\frac{27}{512}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - 3c'mv \quad \varepsilon'^3\gamma^2 \left(\frac{53}{128}m\right)$$

$$\cos 2cv - 3c'mv \quad e^2\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv + cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{-\frac{27}{128} + \frac{27}{256} = -\frac{27}{256}\right\} m$$

$$\cos 2gv - cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{567}{256} - \frac{27}{128} - \frac{27}{256} = \frac{243}{128}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{32}m - \frac{6399}{256}m^2 - \frac{90635}{512}m^3 + \left(-\frac{135}{64} + \frac{45}{64} + \frac{45}{32} = 0\right)me^2 \\ +\left(\frac{27}{32} + \frac{45}{128} - \frac{9}{128} = \frac{9}{8}\right)m\gamma^2 - \frac{35}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$+\cos 2Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{64}-\frac{45}{16}=-\frac{135}{64}\right)m+\left(\frac{6399}{512}-\frac{3267}{64}=-\frac{19737}{512}\right)m^2 \\ +\left(\frac{90635}{1024}-\frac{342737}{1024}=-\frac{126051}{512}\right)m^3 \\ +\left(-\frac{81}{32}+\frac{135}{128}-\frac{45}{256}+\frac{585}{1024}+\frac{45}{32}=\frac{333}{1024}\right)me^2 \\ +\left(\frac{35}{32}-\frac{35}{8}=-\frac{105}{32}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{27}{64}-\frac{45}{128}+\frac{9}{256}+\frac{45}{64}+\frac{405}{256}=\frac{99}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{64}m-\frac{33}{256}m^2-\frac{4765}{4096}m^3-\frac{7}{32}m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{99}{32}+\frac{9}{128}-\frac{135}{512}-\frac{441}{2048}+\frac{45}{256}=\frac{5859}{2048}\right)me^2 \\ +\left(-\frac{9}{512}+\frac{9}{256}+\frac{9}{512}=\frac{9}{256}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left\{-\frac{585}{512}+\frac{45}{32}-\frac{45}{128}=-\frac{45}{512}\right\} m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv+cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{135}{256}+\frac{9}{128}=\frac{153}{256}\right\} m$$

$$\cos 2Ev+2c'mv-2gv-cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{441}{1024}+\frac{9}{128}-\frac{45}{256}=\frac{333}{1024}\right\} m$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{\frac{9}{128}m^2+\frac{333}{1024}m^3\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{-\frac{45}{8}-\frac{225}{256}=-\frac{1665}{256}\right\} m^3$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{-\frac{15}{16}-\frac{75}{512}=-\frac{555}{512}\right\} m^3$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{75}{256}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev+2c'mv-2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{\frac{9}{512}m^2-\frac{255}{4096}m^3\right\}.$$

§ 15.

Expression analytique de la longitude moyenne de la Lune en fonction de sa longitude vraie, exacte jusqu'aux quantités du cinquième *ordre, inclusivement.*

239. La formation du coefficient différentiel $\frac{d.\delta nt}{dv}$ de la perturbation en longitude constitue dans cette recherche le point principal: car, l'intégration qui reste à faire pour tirer de là l'expression cherchée de δnt est, en pareil cas, ce qu'il y a de plus facile. Il est évident que nous nous proposons de remplir ici un but analogue à celui, qui, dans le Chapitre précédent, faisait le sujet du cinquième paragraphe, où, il s'agissait de trouver l'expression de δnt, exacte jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement. La marche à suivre ne saurait être différente. Elle consiste à grouper d'abord les termes semblables des fonctions $\frac{\delta u}{u_1}$, $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$; $m^2.\int R_1 dv$, $m^4\left(\int R_1 dv\right)^2$ de manière à pouvoir former les valeurs de A et B exprimées par les équations

$$A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2,$$

$$B = m^2.\int R_1 dv + \frac{3}{2} m^4 \left(\int R_1 dv\right)^2;$$

et à tirer de là les termes convenables qui entrent dans le produit AB. Ensuite on obtient aisément la valeur de la fonction $Y = A - B + AB$, qui doit être substituée dans le second membre de l'équation

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \frac{1+\zeta}{1+\Pi}.\left\{\left(1 - \frac{X}{\lambda}\right)Y - Y - \Pi\right\}.$$

On reconnoîtra aisément qu'on peut faire ici $\frac{1+\zeta}{1+\Pi}=1$, comme dans la page 100. Et à l'egard du produit $\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y$, qui épuise les combinaisons qu'il fallait faire entre les argumens, c'est une opération assez facile, dès qu'on arrive au point où elle est nécessaire, parceque les deux facteurs sont déjà développés avec le degré d'approximation qui convient à l'objet actuel. Les difficultés réelles qui sont inhérentes à la formation de ce dernier résultat ont été prévues et surmontées dans les paragraphes précédens par le soin que nous avons eu de porter plus ou moins loin le développement des différens coefficiens, suivant que cela était exigé par le caractère des argumens qui les affectent.

Le résultat définitif auquel nous parviendrons est beaucoup plus simple que les intermédiaires auxquels il est intimément lié. Mais s'il est satisfaisant de contempler ce résultat en lui-même, il est sous un autre rapport bien pénible de considérer, que l'analyse algébrique soit assez peu avancée pour exiger l'effrayante exécution des calculs à travers lesquels nous sommes parvenus jusqu'ici, avant de pouvoir remplir la promesse donnée au commencement de ce volume (lisez p. 9). On pourrait en abréger considérablement l'exposition par la suppression complète de plusieurs opérations auxiliaires : mais cela rendrait fatigante la lecture de cet ouvrage, et nuirait même aux progrés de la théorie de la Lune. Même en partant du point où nous en sommes, on deviendrait fort obscur en voulant renfermer ce paragraphe dans un petit nombre de pages. Son importance exige, au contraire, qu'il soit développé avec détail, et conformément au système que nous avons suivi jusqu'ici. Nous parviendrons ainsi à la valeur de δnt sans changemens brusques, et sans voiler la difficulté qui tient à l'enchaînement indestructible des opérations qu'il faut absolument exécuter pour offrir un résultat explicite, et mathématiquement conforme au principe des approximations successives.

Pour plus de clarté nous avons partagé ce paragraphe en plusieurs sections : l'ordre même avec lequel elles se succédent sert d'explication.

Indépendamment des termes du sixième et du septième ordre, qui, après l'intégration se trouvent dans δnt abaissés au cinquième ordre, nous devons prévenir le Lecteur que nous retiendrons les termes du *sixième* ordre qui entrent dans le coefficient de $\cos 0v$, afin de pouvoir obtenir, avec les quantités du quatrième ordre, le coefficient de l'intégrale $\int (\varepsilon'^2 - E'^2)\,dv$, qui, comme on sait, détermine l'équation séculaire du moyen mouvement. Parmi les termes périodiques, le coefficient de l'argument $Ev - c'mv$ est le seul à l'égard du quel nous conserverons aussi les quantités du sixième ordre. Cette plus grande extension fera mieux connaître la nature intime de la série qui détermine cette inégalité, et l'assertion que nous avons émise ailleurs sur ce point délicat de la théorie de la Lune sera par là démontrée. (Voyez le second volume publié par la Société Astronomique de Londres p. 412).

PREMIÈRE SECTION.

Expression de la fonction $-B = -m^2.\int R_1\,dv - \frac{3}{2} m^4 \left(\int R_1\,dv\right)^2$.

240. En ayant sous les yeux les pages 235, 289, 629, 375, 376, 377, 378, 379, 711, 470, 471, 290, 571, 572 on y trouvera chacun des termes qui font partie de l'expression suivante de $-m^2.\int R_1\,dv$.

L'ordre avec lequel on cite ces pages paraît irrégulier; mais il est conforme à la disposition des différens argumens, qu'on peut regarder comme naturellement partagés en cinq classes d'espèce distincte. La première comprend les argumens cv, $c'mv$, etc., indépendans de l'élongation Ev: la seconde, les argumens $2Ev$, $2Ev - cv$, etc., qui ont chacun $2Ev$ dans leur composition. La troisième qui comprend Ev, $Ev + c'mv$, etc., dépend de l'élongation simple Ev: la quatrième comprend les argumens $3Ev$,

$3Ev - cv$, etc., formés par la triple de l'élongation. Enfin la cinquième classe comprend $4Ev$, $4Ev - cv$, etc.; c'est-à-dire ceux qui sont formés par le quadruple de l'élongation :

$$-m^2 . \int R_1 dv =$$

$\cos cv$	e	$\left\{-\frac{45}{8} m^3 - \frac{1059}{32} m^4\right\}$
$\cos c'mv$	ε'	$\left\{-\frac{357}{32} m^4 - \frac{3}{8} m^2\gamma^2 - \frac{75}{8} m^2 e^2 - \frac{274}{3} m^5 + \frac{27}{64} m^3\gamma^2 - \frac{5355}{64} m^3 e^2\right\}$
$\cos 2c'mv$	ε'^2	$\left\{-\frac{3213}{128} m^4 - \frac{525}{64} m^2 e^2 - \frac{21}{64} m^2\gamma^2\right\}$
$\cos 2cv$	e^2	$\left(\frac{45}{32} m^3\right)$
$\cos 2gv$	γ^2	$\left(-\frac{9}{32} m^3\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{225}{16} m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{165}{16} m^3\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{225}{32} m^3\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{225}{64} m^2 + \frac{4932}{1024} m^3\right)$
$\cos 2Ev$		$\left\{\frac{3}{4} m^2 + \frac{3}{4} m^3 + \frac{3}{4} m^4 + \frac{3}{2} m^2 e^2 - \frac{15}{8} m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{4} m^5 + \frac{3}{2} m^3 e^2 - \frac{15}{8} m^3\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev - cv$	e	$\left\{-3 . m^2 - 9 . m^3 - \frac{63}{4} m^4 - \frac{9}{4} m^2 e^2 + \frac{3}{4} m^2\gamma^2 + \frac{15}{2} m^2\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev + cv$	e	$\left\{-m^2 + \frac{1}{3} m^3 - \frac{1}{36} m^4 - \frac{3}{4} m^2 e^2 + \frac{1}{4} m^2\gamma^2 + \frac{5}{2} m^2\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv$	ε'	$\left\{\frac{21}{8} m^2 + \frac{63}{16} m^3 + \frac{333}{32} m^4 + \frac{21}{4} m^2 e^2 - \frac{369}{64} m^2\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	ε'	$\left\{-\frac{3}{8} m^2 - \frac{3}{16} m^3 - \frac{3}{32} m^4 - \frac{3}{4} m^2 e^2 + \frac{3}{64} m^2\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	ε'^2	$\left\{\frac{51}{8} m^2 + \frac{51}{4} m^3\right\}$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m - \frac{159}{32}m^2 - \frac{5667}{512}m^3 - \frac{15}{16}me^2 + \frac{75}{16}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{15}{32}m\gamma^2 - \frac{66885}{2048}m^4 - \frac{7}{32}m^2e^2 + \frac{1611}{256}m^2\gamma^2 - \frac{105}{16}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 + \frac{321}{512}m^3 + \frac{51}{32}me^2 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{1383}{2048}m^4 - \frac{1143}{256}m^2e^2 - \frac{3}{16}m^2\gamma^2 + \frac{57}{16}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2\left(\frac{15}{16}m^2 - \frac{21}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^2 + 0.m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{25}{24}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{7}{2}m^2 + \frac{5}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2 - \frac{351}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(\frac{1}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(\frac{845}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\frac{15}{8}m - \frac{123}{32}m^2 - \frac{56235}{512}m^3 + \frac{15}{16}me^2 - \frac{15}{32}m\gamma^2 - \frac{15}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{-\frac{35}{8}m - \frac{379}{32}m^2 + \frac{7767}{512}m^3 - \frac{35}{16}me^2 + \frac{35}{32}m\gamma^2 + \frac{615}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\frac{3}{8}m + \frac{39}{32}m^2 + \frac{345}{512}m^3 - \frac{51}{32}me^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{7}{8}m - \frac{25}{32}m^2 + \frac{835}{512}m^3 + \frac{119}{32}me^2 + \frac{7}{16}m\gamma^2 + \frac{133}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{32}m^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{32}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 3cv \quad e^3\left(\frac{15}{4}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 3cv \quad e^3\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{17}{2}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{32}m - \frac{3111}{128}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{3267}{128}m^2 + \frac{340865}{2048}m^3 - \frac{9}{64}me^2 - \frac{45}{128}m\gamma^2 + \frac{35}{16}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{32}m + \frac{33}{128}m^2 + \frac{6853}{2048}m^3 - \frac{153}{128}me^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{7}{16}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{51}{32}m - \frac{357}{128}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{5}{64}m\right)$

$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{845}{64}m\right)$

$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{1}{64}m\right)$

$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{169}{64}m\right)$

$$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{3}{8}m^2+\frac{51}{16}m^3\right)$$

$$\cos Ev-cv \qquad eb^2\left(\frac{15}{16}m+\frac{813}{128}m^2+\frac{17241}{512}m^3+\frac{75}{64}me^2-\frac{75}{32}m\gamma^2+\frac{105}{16}m\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos Ev+c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(\frac{3}{8}m^2-\frac{135}{32}m^3\right)$$

$$\cos Ev-2gv+cv \qquad e\gamma^2b^2\left(\frac{105}{128}m\right)$$

$$\cos Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{105}{32}m+\frac{2679}{128}m^2\right)$$

$$\cos Ev+2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{165}{128}m\right)$$

$$\cos Ev-2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1135}{128}m\right)$$

$$\cos Ev-c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(-\frac{21}{8}m^2+\frac{567}{32}m^3\right)$$

$$\cos Ev+cv \qquad eb^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right)$$

$$\cos Ev+c'mv+cv-2gv \qquad e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{35}{96}-\frac{415}{256}m\right)$$

$$\cos Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'b^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{5}{4}+\frac{45}{8}m-\frac{4497}{128}m^2-\frac{35}{16}e^2+\frac{5}{8}\gamma^2-\frac{5}{4}\varepsilon'^2\\&+\frac{97435}{768}m^3-\frac{475}{16}me^2+\frac{25}{2}m\gamma^2+\frac{3225}{128}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2\left(\frac{5}{8}m^2+\frac{25}{16}m^3\right)$$

$$\cos 3Ev-cv \qquad eb^2\left(-\frac{75}{32}m^2\right)$$

$$\cos 3Ev+cv \qquad eb^2\left(-\frac{75}{64}m^2\right)$$

$$\cos 3Ev+c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$$

$$\cos 3Ev-c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(\frac{25}{8}m^2\right)$$

$$\cos 3Ev-3cv \qquad e^3b^2\left(\frac{175}{64}m\right)$$

$$\cos 3Ev-2gv-cv \qquad e\gamma^2b^2\left(\frac{75}{64}m\right)$$

$\cos 4Ev$		$\left(-\frac{3}{4}m^4-\frac{167}{64}m^5+\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}m^3e^2\right)$
$\cos 4Ev-cv$	e	$\left(-\frac{15}{8}m^3-\frac{213}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev+cv$	e	$\left(\frac{15}{8}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv$	ε'	$\left(\frac{3}{4}m^4\right)$
$\cos 4Ev-c'mv$	ε'	$\left(-\frac{21}{4}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{175}{16}m^3\right)$
$\cos 4Ev-2cv$	e^2	$\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos 4Ev-2gv$	γ^2	$\left(-\frac{9}{32}m^3\right)$
$\cos 4Ev-4cv$	e^4	$\left(\frac{225}{256}m^2\right)$
$\cos 4Ev-4gv$	γ^4	$\left(\frac{9}{256}m^2\right)$
$\cos 4Ev-2gv-2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{45}{128}m^2\right)$.

On peut regarder cette expression de $-m^2.\int R_1 dv$ comme composée de cinq parties, que nous désignerons ainsi :

$$-m^2.\int R_1 dv = \Sigma A \cos qv + \Sigma A' \cos(2Ev+q'v) + \Sigma A'' \cos(Ev+q''v) + \Sigma A''' \cos(3Ev+q'''v) + \Sigma A^{IV} \cos(4Ev+q^{IV}v)$$

Produits partiels de $\left(-m^2.\int R_1 dv\right)^2$

Multiplicateur..... $2\cos 2Ev\ \left(\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{4}m^3+\frac{3}{4}m^4+\frac{3}{2}m^2e^2-\frac{15}{8}m^2\varepsilon'^2\right)$

Produit

$\cos 0v$	$\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{9}{16}m^5+\frac{9}{16}m^6+\frac{9}{8}m^4e^2-\frac{45}{32}m^4\varepsilon'^2+\frac{9}{32}m^6\right)$
$\cos 4Ev$	$\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{9}{16}m^5\right)$
$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m_4\right)$
$\cos cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m_4\right)$
$\cos 4Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{4}m^4\right)$
$\cos cv$	$e\left(-\frac{3}{4}m^4\right)$
$\cos 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{63}{32}m^4\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{63}{32}m^4+\frac{189}{64}m^5+\frac{63}{32}m^5\right)$
$\cos 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{32}m^4\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{32}m^4-\frac{9}{64}m^5-\frac{9}{32}m^5\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{153}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev-cv\ \ e(-3.m^2)$......	$\cos 0v$	$\left(\frac{9}{2}m^4e^2\right)$
	$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-m^2\right)\ldots\ldots\left\{\ \cos 0v \qquad \left(\tfrac{1}{2}\,m^4 e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{21}{8}\,m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 0v & \left(\tfrac{441}{128}\,m^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\tfrac{63}{64}\,m^4\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{3}{8}\,m^2\right)\ldots\left\{\ \cos 0v \qquad \left(\tfrac{9}{128}\,m^4\varepsilon'^2\right)\right.$$

Multiplicateur ..... $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{8}\,m - \frac{159}{32}\,m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos 4Ev - 4cv & e^4\left(\tfrac{225}{128}\,m^2\right)\\ \cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{64}\,m^2\right)\\ \cos 0v & \left(\tfrac{225}{128}\,m^2 e^4\right)\\ \cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{64}\,m^2 + \tfrac{477}{256}\,m^3 - \tfrac{45}{256}\,m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{3}{8}\,m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 4Ev - 4gv & \gamma^4\left(\tfrac{9}{128}\,m^2\right)\\ \cos 0v & \left(\tfrac{9}{128}\,m^2\gamma_4\right).\end{array}\right.$$

La réunion de ces termes donne

$$\left(-m^2.\int R_1\,dv\right)^2 =$$

$$\cos 0v\ \left\{\begin{array}{l}\tfrac{9}{32}\,m^4 + \tfrac{9}{16}\,m^5 + \left(\tfrac{9}{16} + \tfrac{9}{32} = \tfrac{27}{32}\right)m^6 + \left(\tfrac{9}{8} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{9}{2} = \tfrac{49}{8}\right)m^4 e^2\\ + \left(\tfrac{9}{128} - \tfrac{45}{32} + \tfrac{441}{128} = \tfrac{135}{64}\right)m^4\varepsilon'^2 + \tfrac{225}{128}\,m^2 e^4 + \tfrac{9}{128}\,m^2\gamma^4\end{array}\right\}$$

$$\cos cv \qquad e\left\{\left(-\tfrac{9}{4} - \tfrac{3}{4} = -3\right)m^4\right\}$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\left(\tfrac{63}{32} - \tfrac{9}{32} = \tfrac{27}{16}\right)m^4 + \left(\tfrac{189}{64} + \tfrac{63}{32} - \tfrac{9}{64} - \tfrac{9}{32} = \tfrac{9}{2}\right)m^5\right\}$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)$
$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left\{\frac{153}{32}-\frac{63}{64}=\frac{243}{64}\right\}m^4$
$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)$
$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\frac{45}{64}m^2+\left(\frac{477}{256}-\frac{45}{256}=\frac{27}{16}\right)m^3\right\}$
$\cos 4Ev$	$\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{9}{16}m^5\right)$
$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m^4\right)$
$\cos 4Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{4}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{63}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)$
$\cos 4Ev-4cv$	$e^4\left(\frac{225}{128}m^2\right)$
$\cos 4Ev-4gv$	$\gamma^4\left(\frac{9}{128}m^2\right)$
$\cos 4Ev-2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{64}m^2\right)$.

Cela posé il est clair que nous avons l'équation suivante :

$$-B=-m^2.\int R_1 dv-\frac{3}{2}m^4\left(\int R_1 dv\right)^2=$$

$\cos 0v$	$\left\{-\frac{27}{64}m^4-\frac{27}{32}m^5-\frac{81}{64}m^6-\frac{405}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{147}{16}m^4e^2-\frac{675}{256}m^2e^4-\frac{27}{256}m^2\gamma^4\right\}$
$\cos cv$	$e\left\{-\frac{45}{8}m^3+\left(-\frac{1059}{32}+\frac{9}{2}=-\frac{915}{32}\right)m^4\right\}$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{357}{32}-\frac{81}{32}=-\frac{219}{16}\right)m^4-\frac{3}{8}m^2\gamma^2-\frac{75}{8}m^2e^2\\+\left(-\frac{274}{3}-\frac{27}{4}=-\frac{1177}{12}\right)m^5+\frac{27}{64}m^3\gamma^2-\frac{5355}{64}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\left(-\frac{3213}{128}-\frac{729}{128}=-\frac{1971}{64}\right)m^4-\frac{525}{64}m^2e^2-\frac{21}{64}m^2\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{45}{32}+\frac{135}{64}=\frac{225}{64}\right\}m^3$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{-\frac{9}{32}+\frac{27}{64}=\frac{9}{64}\right\}m^3$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m^3\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{225}{32}-\frac{27}{16}=\frac{171}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{225}{64}-\frac{135}{128}=\frac{315}{128}\right)m^2+\left(\frac{4932}{1024}-\frac{81}{32}=\frac{2340}{1024}\right)m^3\right\}$$

$$+\Sigma A'\cos(2Ev+q'v)+\Sigma A''\cos(Ev+q''v)+\Sigma A'''\cos(3Ev+q'''v)$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{\left(-\frac{3}{4}-\frac{27}{64}=-\frac{75}{64}\right)m^4+\left(-\frac{167}{64}-\frac{27}{32}=-\frac{221}{64}\right)m^5+\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}m^3e^2\right\}$$

$$\cos 4Ev-cv \qquad e\left\{-\frac{15}{8}m^3+\left(-\frac{213}{32}+\frac{27}{8}=-\frac{105}{32}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 4Ev+cv \qquad e\left\{\left(\frac{15}{8}+\frac{9}{8}=3\right)m^4\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{3}{4}+\frac{27}{64}=\frac{75}{64}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{21}{4}-\frac{189}{64}=-\frac{525}{64}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m^3\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{175}{16}m^3\right)$$

$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{45}{32} + \frac{135}{64} = \frac{225}{64} \right\} m^3.$

$\cos 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{9}{32} + \frac{27}{64} = \frac{9}{64} \right\} m^3$

$\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4 \left\{ \frac{225}{256} - \frac{675}{256} = -\frac{225}{128} \right\} m^2$

$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4 \left\{ \frac{9}{256} - \frac{27}{256} = -\frac{9}{128} \right\} m^2$

$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \frac{45}{128} - \frac{135}{128} = -\frac{45}{64} \right\} m^2.$

SECONDE SECTION.

Expression de la fonction $A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$.

241. Les termes qui entrent dans l'expression de $2\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il s'agit de former ici ont été pris dans les pages 315, 316, 317, 648, 438, 439, 318, 440, 441, 738, 442, 443, 739, 444, 445, 485, 599, 600, 486, 319, 487, 601, 320, 446.

$$2\frac{\delta u}{u_1} =$$

$\cos 0v \qquad \left\{ \frac{1}{4} m^2e^4 + \frac{1}{8} m^2\gamma^4 - \frac{5}{32} e^4\gamma^2 + \frac{7}{32} e^2\gamma^4 \right\}$

$\cos cv \qquad e\left\{ -\frac{1}{2} m^2e^2 + \frac{5}{16} e^2\gamma^2 - \frac{7}{32} \gamma^4 \right\}$

$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -3.m^2 + \frac{585}{8} m^4 - \frac{27}{8} m^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{4} m^2\gamma^2 + \frac{507}{16} m^2e^2 \\ + \frac{1543}{3} m^5 - \frac{57}{8} m^3\gamma^2 + \frac{7665}{32} m^3e^2 - \frac{75}{16} mb^4 \end{array} \right\}$

$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left\{ -\frac{9}{2} m^2 + \frac{4653}{32} m^4 - \frac{7}{2} m^2\varepsilon'^2 + \frac{345}{64} m^2\gamma^2 + \frac{3297}{128} m^2e^2 \right\}$

$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{8} m^2 \right)$

$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4 \left(-\frac{77}{8} m^2 \right)$

$\cos 2cv$	$e^2 \left\{ m^2 - \frac{5}{8}\gamma^2 + \frac{15}{2}m^3 + \frac{135}{64}m\gamma^2 \right\}$
$\cos 2gv$	$\gamma^2 \left\{ m^2 + \frac{7}{8}e^2 - \frac{3}{16}m^3 - \frac{135}{64}me^2 \right\}$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ -\frac{9}{4}m - \frac{789}{32}m^2 - \frac{17433}{128}m^3 + \frac{81}{16}m\gamma^2 + \frac{9}{16}me^2 - \frac{81}{32}m\varepsilon'^2 \right\}$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ \frac{9}{4}m + \frac{1161}{32}m^2 + \frac{35553}{128}m^3 - \frac{81}{16}m\gamma^2 - \frac{9}{16}me^2 + \frac{81}{32}m\varepsilon'^2 \right\}$
$\cos 3cv$	$e^3 \left(-\frac{13}{16}m^2 + \frac{5}{16}\gamma^2 \right)$
$\cos 2gv + cv$	$e\gamma^2 \left(-\frac{5}{16}m^2 - \frac{7}{16}e^2 \right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{7}{4} + \frac{135}{32}m + \frac{93}{256}m^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{27}{32}e^2 - \frac{16101}{2048}m^3 \\ + \frac{405}{128}m\gamma^2 - \frac{945}{64}me^2 + \frac{585}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -1 + \frac{135}{32}m - \frac{3779}{512}m^2 + \frac{7}{32}\gamma^2 + \frac{11}{32}e^2 + \frac{8187}{4096}m^3 \\ - \frac{2025}{256}me^2 + \frac{405}{256}m\gamma^2 + \frac{585}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2 \left(-\frac{19}{32} + \frac{675}{128}m \right)$
$\cos 4gv - cv$	$e\gamma^4 \left(-\frac{7}{32} \right)$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2 \left(-\frac{27}{16}m - \frac{2397}{128}m^2 \right)$
$\cos cv - 2c'mv$	$e\varepsilon'^2 \left(\frac{27}{16}m + \frac{4203}{128}m^2 \right)$
$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon' \left(\frac{9}{8}m + \frac{885}{64}m^2 \right)$
$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon' \left(-\frac{9}{8}m - \frac{1065}{64}m^2 \right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{9}{8}m + \frac{165}{64}m^2 \right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{9}{8}m + \frac{87}{64}m^2 \right)$
$\cos cv + 3c'mv$	$e\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{32}m \right)$
$\cos cv - 3c'mv$	$e\varepsilon'^3 \left(\frac{53}{32}m \right)$

$$\cos 2cv + 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 3cv + c'mv \quad e^3\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 3cv - c'mv \quad e^3\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{81}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv + cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv + cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv + c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{387}{64}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{387}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} 2.m^2 + \frac{19}{3}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2 + \frac{128}{9}m^4 - 5.m^2\varepsilon'^2 - \frac{157}{32}m^2e^2 \\ -\frac{35}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{54}m^5 - \frac{95}{6}m^3\varepsilon'^2 - \frac{2893}{1536}m^3\gamma^2 - \frac{15929}{1536}m^3e^2 - \frac{15}{32}me^4 \\ +\frac{9}{32}m\gamma^4 + \frac{9}{8}me^2\gamma^2 + \frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}m + \frac{257}{16}m^2 + \frac{39193}{768}m^3 - 3.m\gamma^2 - \frac{75}{8}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{1416863}{9216}m^4 - \frac{65}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{261}{64}m^2e^2 - \frac{213}{16}m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{8}m^3 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{15}{16}me^2 \\ -\frac{463}{64}m^4 + \frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{97}{64}m^2e^2 + \frac{47}{64}m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\ m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{15}{8}me^2 + \frac{3}{8}\ m\gamma^2 \\ -\ \frac{317}{72}m^4 - \frac{113}{64}m^2e^2 + \frac{1}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{31}{32}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \quad 7.m^2 + \frac{133}{4}\ m^3 - \frac{7}{8}m\gamma^2 - \frac{35}{8}me^3 \\ +\ \frac{1003}{8}m^4 - \frac{879}{64}m^2e^2 - \frac{123}{8}m^2\varepsilon'^2 - \frac{131}{32}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left\{ \quad 17.m^2 + \frac{323}{3}m^3 - \frac{51}{32}m\gamma^2 - \frac{255}{32}\ me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left\{ \quad \frac{9}{32}m\gamma^2 + \frac{45}{32}\ me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{45}{8}m + \frac{331}{32}m^2 + \frac{62219}{1536}\ m^3 - \frac{225}{16}\ m\varepsilon'^2 + \frac{105}{32}me^2 \\ -\ \frac{33}{8}m\gamma^2 + \frac{1191013}{18432}m^4 + \frac{305}{8}m^2\varepsilon'^2 - \frac{4577}{256}m^2\gamma^2 + \frac{217}{128}m^2e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{3}{8}\ m - \frac{61}{32}\ m^2 - \frac{755}{1536}\ m^3 - \frac{3}{32}\ m\gamma^2 - \frac{477}{64}\ me^2 \\ -\ \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{42029}{18432}\ m^4 + \frac{31}{32}\ m^2\varepsilon'^2 + \frac{4865}{512}m^2e^2 + \frac{235}{128}\ m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2 \left\{ \quad \frac{15}{8}m^2 + \frac{25}{16}m^3 - \frac{3}{32}m\gamma^2 - \frac{15}{32}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \quad \frac{1}{2}\ m^2 + \frac{13}{12}m^3 - \frac{15}{32}me^2 - \frac{3}{32}m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\ \frac{15}{4}m + \frac{13}{32}m^2 + \frac{53971}{384}m^3 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 + 3\,.\,m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \quad \frac{9}{8}\ m^2 + \frac{39}{16}m^3 - \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \quad \frac{35}{4}m + \frac{1579}{32}\ m^2 + \frac{20987}{128}\ m^3 - \frac{615}{32}m\varepsilon'^2 - 7\,.\,m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\ \frac{63}{8}\ m^2 - \frac{369}{16}m^3 + \frac{7}{16}m\gamma^2 + \frac{35}{16}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(\quad \frac{1}{24}\ m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(\quad \frac{845}{24}\ m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3 \left(\quad \frac{15}{16}m - \frac{135}{32}\ m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 3cv \qquad e^3 \left(-\ \frac{11}{8}\ m^2 \right)$$

$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{39}{32}m - \frac{779}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{15}{32}m + \frac{205}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{51}{32}m + \frac{507}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(-\frac{27}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left\{-\frac{45}{16}m - \frac{6399}{128}m^2 - \frac{90635}{256}m^3 + \frac{9}{4}m\gamma^2 - \frac{35}{8}m\varepsilon'^2\right\}$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{255}{16}m + \frac{14551}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv + cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{153}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{8}m + \frac{1019}{64}m^2 + \frac{272351}{768}m^3 \\ -\frac{105}{32}me^2 + \frac{33}{8}m\gamma^2 + \frac{45}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{15}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\begin{array}{l}\frac{105}{8}m + \frac{1117}{64}m^2 - \frac{7865}{256}m^3 \\ +\frac{245}{32}me^2 - \frac{77}{8}m\gamma^2 - \frac{1845}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{105}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{8}m - \frac{5}{16}m^2 + \frac{6581}{1536}m^3 \\ +\frac{477}{64}me^2 + \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{1}{4}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\begin{array}{l}\frac{7}{8}m - \frac{89}{16}m^2 - \frac{3603}{512}m^3 \\ -\frac{1113}{64}me^2 - \frac{7}{32}m\gamma^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{7}{4}m^2\right)$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{32}m - \frac{19737}{256}m^2 - \frac{126051}{256}m^3 \\ +\frac{333}{512}me^2 + \frac{99}{32}m\gamma^2 - \frac{105}{16}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{765}{32}m + \frac{7073}{256}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{32}m - \frac{33}{128}m^2 - \frac{4765}{2048}m^3 \\ +\frac{5859}{1024}me^2 + \frac{9}{128}m\gamma^2 - \frac{7}{16}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{51}{32}m - \frac{1615}{128}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{45}{64}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(\frac{9}{16}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{16}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(-\frac{3}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 4cv \quad e^4 \left(-\frac{15}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(-\frac{15}{16}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(\frac{35}{16}m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{5}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(\frac{845}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{51}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{39}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{119}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{91}{32}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{35}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{2535}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{333}{512}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{128}m\right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{-\frac{15}{8}m - \frac{81}{8}m^2 - \frac{3231}{64}m^3 + \frac{165}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{8}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{5}{2} - \frac{45}{4}m + \frac{2121}{32}m^2 + \frac{25}{4}e^2 + \frac{5}{2}\varepsilon'^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 \\ - \frac{63091}{384}m^3 - \frac{375}{8}m\varepsilon'^2 + 130.me^2 - \frac{325}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2\left\{\frac{15}{8}m - 21.m^2 - \frac{2031}{64}m^3 - \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 + \frac{15}{2}me^2 + \frac{45}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left\{-\frac{45}{16}m - \frac{519}{32}m^2 - \frac{3213}{32}m^3 - \frac{15}{4}me^2 + \frac{255}{32}m\gamma^2 - \frac{375}{16}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{45}{16}m^2\right)$$

$$\cos Ev - 2cv \quad e^2b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos Ev + 2cv \quad e^2b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$$

$$\cos Ev - 2gv \quad \gamma^2b^2\left(\frac{195}{64}m\right)$$

$$\cos Ev + 2gv \quad \gamma^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$\cos Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\cos Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{435}{64}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4} - \frac{135}{8}m + \frac{7137}{64}m^2 + \frac{15}{4}\varepsilon'^2 + \frac{55}{8}e^2 - \frac{25}{8}\gamma^2 \\ -\frac{105895}{256}m^3 + \frac{2805}{32}me^2 - \frac{435}{16}m\gamma^2 - \frac{2475}{32}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{4} + \frac{45}{8}m\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(\frac{195}{16}m - \frac{2067}{32}m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{16}m\right)$
$\cos Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{675}{128}m\right)$
$\cos Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{4105}{128}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{2} - \frac{1085}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{55}{48} + \frac{335}{32}m\right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(\frac{15}{4}m\right)$
$\cos Ev + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{5}{8}\right)$
$\cos Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{5}{16}\right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{85}{24} + \frac{1865}{64}m\right)$
$\cos 3Ev$	$b^2 \left(\frac{25}{32}m^2 + \frac{415}{128}m^3\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2 \left(-\frac{345}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev + cv$	$eb^2 \left(-\frac{85}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(-\frac{75}{32}m^2\right)$
$\cos 3Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(\frac{125}{32}m^2\right)$

$\cos 3Ev - 2cv$	$e^2 b^2 \left(-\frac{175}{32} m\right)$
$\cos 3Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{32} m\right)$
$\cos 3Ev - 3cv$	$e^3 b^2 \left(-\frac{525}{64} m\right)$
$\cos 3Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(-\frac{125}{64} m\right)$
$\cos 4Ev$	$\left(-m^4 - \frac{351}{80} m^5 + \frac{255}{64} m^3 e^2 + \frac{3}{16} m^3 \gamma^2\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{75}{32} m^3 - \frac{1151}{128} m^4\right)$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left(\frac{151}{64} m^4\right)$
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(m^4\right)$
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-7.m^4\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{225}{64} m^3\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{875}{64} m^3\right)$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left(\frac{675}{128} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{9}{256} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{256} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{555}{64} m^3\right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128} m^2 - \frac{57}{256} m^3\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{64} m^2\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{64} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(\frac{9}{128} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 4cv$	$e^4\left(\frac{2025}{256} m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{801}{512} m^2\right)$.

242. En faisant le carré de cette expression de $2\frac{\delta u}{u_1}$ on y trouvera les termes suivans :

Produits partiels de $4.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos c'mv \quad \varepsilon'(-3.m^2)\ldots\ldots$	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^4\right)$
	$\cos 0v$	$\left(\frac{9}{2}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-6.m^4\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-6.m^4\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^3\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{45}{4}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{135}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+2c'mv-2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)$
	$\cos Ev+c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}m^3\right)$
	$\cos Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{16}m^3\right)$
	$\cos Ev-c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}m^3\right)$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{8}m^3\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv \qquad e^2\left(2.m^4-\frac{5}{4}m^2\gamma^2\right)\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(m^2+\frac{7}{8}e^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv \qquad \gamma^2\left(2.m^4+\frac{7}{4}m^2e^2\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m-\frac{789}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left(\frac{81}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}m^2e^2\right)\\
\cos 2gv-2cv-c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{63}{16}m\right)\\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^3\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^2-\frac{2313}{64}m^3-\frac{11835}{128}m^3\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{135}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{315}{16}m^2\right)\\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{135}{32}m^2\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{45}{8}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;.\;.\;.\;.\; 2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m + \frac{1161}{32}m^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{81}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{63}{16}m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^3\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{135}{16}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{135}{16}m^2 + \frac{2313}{64}m^3 + \frac{17415}{128}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{9}{4}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{135}{16}m^2 + \frac{117}{128}m^3 - \frac{17415}{128}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{315}{16}m^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{135}{32}m^2 - \frac{729}{32}m^3 - \frac{17415}{256}m^3\right) \\
\cos Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2b^2 & \left(\frac{45}{8}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;.\;.\;.\;.\; 2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{4} + \frac{135}{32}m\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{49}{32}e^2\gamma^4\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{7}{2}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{7}{2}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{105}{16}m\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{105}{16}me^2 - \frac{1799}{64}m^2e^2 + \frac{2025}{128}m^2e^2\right)
\end{array}\right.$$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{105}{16}me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{245}{16}me^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\frac{315}{64}me^2\right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{105}{32}m\right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(-\frac{35}{8} + \frac{315}{16}m + \frac{675}{64}m\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - 2c'mv$ $\quad e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m + \frac{4203}{128}m^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{27}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(\frac{405}{64}m^2 + \frac{63045}{512}m^3 + \frac{6939}{256}m^3\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$..	$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{405}{64}m^2\right)$
$2\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$..	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m^3\right)$
$2\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$..	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^3\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{9}{8}m^3\right)$
$2\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$..	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{4}m^3\right)$
$2\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$..	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{4}m^3\right)$
		$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^3\right)$
$2\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m^3\right)$
$2\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{16}m^3\right)$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} 2.m^2 + \frac{19}{3}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2 \\ + \frac{128}{9}m^4 - 5.m^2\varepsilon'^2 - \frac{157}{32}m^2e^2 - \frac{35}{32}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

Produit

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} 2.m^4 + \frac{38}{3}m^5 - \frac{3}{4}m^3\gamma^2 - \frac{15}{4}m^3e^2 + \frac{256}{9}m^6 \\ - 10.m^4\varepsilon'^2 - \frac{157}{16}m^4e^2 - \frac{35}{16}m^4\gamma^2 + \frac{361}{18}m^6 - \frac{19}{8}m^4\gamma^2 \\ - \frac{95}{8}m^4e^2 + \frac{9}{128}m^2\gamma^4 + \frac{45}{64}m^2e^2\gamma^2 + \frac{225}{128}m^2e^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ 2.m^4 + \frac{38}{3}m^5 - \frac{3}{4}m^3\gamma^2 - \frac{15}{4}m^3e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left\{ \frac{15}{2}m^3 + \frac{257}{8}m^4 + \frac{95}{4}m^4 - \frac{45}{32}m^2\gamma^2 - \frac{225}{32}m^2e^2 \right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{ \frac{15}{2}m^3 + \frac{257}{8}m^4 + \frac{95}{4}m^4 - \frac{45}{32}m^2\gamma^2 - \frac{225}{32}m^2e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \quad e\left(- \frac{9}{2}m^4 \right)$$

$$\cos cv \quad e\left(- \frac{9}{2}m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(- 2.m^4 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{ - 2.m^4 - \frac{19}{6}m^5 + \frac{15}{4}m^3e^2 + \frac{3}{4}m^3\gamma^2 - \frac{19}{3}m^5 + \frac{3}{8}m^3\gamma^2 + \frac{15}{8}m^3e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(14.m^4 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{ 14.m^4 + \frac{133}{2}m^5 - \frac{7}{4}m^3\gamma^2 - \frac{35}{4}m^3e^2 + \frac{133}{3}m^5 - \frac{21}{8}m^3\gamma^2 - \frac{105}{8}m^3e^2 \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(34.m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}m^3 \right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^3 \right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^3 \right)$$

Produit

$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{2}\,m^3\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{2}\,m^3\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{2}\,m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{2}\,m^3\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{16}\,m^3\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{51}{16}\,m^3\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\,m^3\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{9}{8}\,m^3\right)$
$\cos 3Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{4}\,m^3\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{4}\,m^3\right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(5.\,m^2\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(5.m^2 - \frac{45}{2}m^3 + \frac{95}{6}m^3 - \frac{15}{16}m\gamma^2 - \frac{75}{16}me^2\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{4}\,m^3\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}\,m^3\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2}\,m^2\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{8}\,m^3\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{64}\,m^4\right)$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{4}m + \frac{257}{16}m^2 + \frac{39193}{768}m^3 - 3.m\gamma^2 - \frac{75}{8}m\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & e^2 & \left(\frac{225}{32}m^2 + \frac{3855}{64}m^3 + \frac{195965}{1024}m^4 - \frac{45}{4}m^2\gamma^2 - \frac{1125}{32}m^2\varepsilon'^2 + \frac{66049}{512}m^4\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{225}{32}m^2 + \frac{3855}{64}m^3\right) \\
\cos 4Ev & & \left(-\frac{135}{16}m^3e^2\right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(-\frac{135}{16}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{4}m^3\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{4}m^3\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{105}{4}m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{105}{4}m^3\right) \\
\cos 4Ev - 3cv & e^3 & \left(\frac{675}{32}m^2\right) \\
\cos cv & e & \left(\frac{675}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{32}m^2\right) \\
\cos 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(\frac{45}{32}m^2 - \frac{915}{128}m^3 + \frac{771}{128}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{225}{16}m^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{225}{16}m^2e^2 + \frac{195}{128}m^3e^2 - \frac{3855}{64}m^3e^2\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{525}{16}m^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{525}{16}m^2e^2 + \frac{23685}{128}m^3e^2 + \frac{8995}{64}m^3e^2\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{765}{128}m^2 + \frac{7605}{1024}m^3 - \frac{13107}{512}m^3\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{675}{64}m^2e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{3825}{64} m^2 e^2 \right) \\
\cos 4Ev - 4cv & e^4 & \left(\frac{225}{64} m^2 \right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{585}{128} m^2 \right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{225}{32} m^2 \right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{225}{32} m^2 - \frac{1215}{32} m^3 - \frac{3855}{128} m^3 \right) \\
\cos 3Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{75}{8} m \right) \\
\cos Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{75}{8} m + \frac{1285}{32} m^2 - \frac{675}{16} m^2 \right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(\frac{225}{32} m^2 - \frac{315}{4} m^3 + \frac{3855}{128} m^3 \right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{225}{16} m e^2 \right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur Produit

$$
2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{4} m^2\right) \ldots\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 0v & e^2 & \left(\frac{81}{32} m^4 \right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left(-\frac{135}{128} m^3 \right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(- m^2 \right) \ldots\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{1}{2} m^4 \varepsilon'^2 \right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-7 . m^4 \right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(\frac{15}{8} m^3 \right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left(-\frac{15}{16} m^3 \right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(7 . m^2 \right) \ldots\ldots \left\{
\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{49}{2} m^4 \varepsilon'^2 \right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2 & \left(-\frac{105}{8} m^3 \right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{45}{8}m+\frac{331}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{2025}{128}m^2e^4\right)\\
\cos 4Ev-4cv & e^4 & \left(\frac{2025}{128}\;m^2\right)\\
\cos 4Ev-2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{135}{64}\;m^2\right)\\
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{135}{64}m^2+\frac{993}{256}m^3-\frac{2745}{256}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{9}{128}m^2\gamma^4\right)\\
\cos 4Ev-4gv & \gamma^4 & \left(\frac{9}{128}\;m^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m+\frac{13}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{225}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{525}{16}\;m^2\,e^2\right)\\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{225}{32}m^2-\frac{195}{256}m^3+\frac{1215}{32}\;m^3\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{75}{8}m\,\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{1225}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2b^2 & \left(\frac{175}{8}\;m\right)\\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(-\frac{525}{32}m^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2E\,v+2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\left\{\;\cos Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'b^2\left(-\frac{225}{32}m\,\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{225}{128}m^2b^4\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{75}{16}\,m\,b^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos Ev+c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left(\frac{5}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\;\cos 0v \qquad \left(\frac{25}{8}\,b^4.\varepsilon'^2\right)\right.;$$

lesquels étant réunis donnent :

$$4\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l}
2.m^4+\frac{225}{32}m^2e^2+\frac{38}{3}m^5-\frac{3}{4}m^3\gamma^2+\left(\frac{3855}{64}-\frac{15}{4}=\frac{3615}{64}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{256}{9}+\frac{361}{18}=\frac{97}{2}\right)m^6+\left(\frac{9}{2}-10+\frac{1}{2}+\frac{49}{2}=\frac{39}{2}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{81}{32}+\frac{81}{32}-\frac{1125}{32}+\frac{1225}{32}+\frac{225}{32}=\frac{487}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{49}{32}e^2\gamma^4 \\
+\left(\frac{45}{64}-\frac{45}{4}=-\frac{675}{64}\right)m^2e^2\gamma^2+\left(\frac{9}{128}+\frac{9}{128}=\frac{9}{64}\right)m^2\gamma^4 \\
+\left(-\frac{157}{16}-\frac{95}{8}+\frac{195965}{1024}+\frac{66049}{512}+\frac{81}{32}=\frac{308447}{1024}\right)m^4e^2 \\
+\left(\frac{225}{128}+\frac{2025}{128}=\frac{1125}{64}\right)m^2e^4-\left(\frac{35}{16}+\frac{19}{8}=\frac{73}{16}\right)m^4\gamma^2 \\
+\frac{225}{128}m^2b^4+\frac{25}{8}b^4\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{15}{2}m^3+\left(\frac{257}{8}+\frac{95}{4}-\frac{9}{2}=\frac{411}{8}\right)m^4 \\
-\frac{45}{32}m^2\gamma^2+\left(\frac{675}{32}-\frac{225}{32}=\frac{225}{16}\right)m^2e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\left(14-2=12\right)m^4+\left(\frac{525}{16}-\frac{225}{16}=\frac{75}{4}\right)m^2e^2 \\
+\left(-\frac{19}{6}-\frac{19}{3}+\frac{133}{2}+\frac{133}{3}=\frac{304}{3}\right)m^5-\frac{75}{16}mb^4 \\
+\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}-\frac{7}{4}-\frac{21}{8}=-\frac{13}{4}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{8}-\frac{35}{4}-\frac{105}{8}+\frac{195}{128}-\frac{3855}{64}+\frac{23685}{128}+\frac{8995}{64}=\frac{2005}{8}\right)m^3e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\left(\frac{9}{2}+34-7=\frac{63}{2}\right)m^4+\left(-\frac{81}{16}-\frac{675}{64}+\frac{3825}{64}-\frac{525}{16}=\frac{363}{32}\right)m^2e^2\right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{4}-\frac{135}{16}=\frac{45}{16}\right\}m^3$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^3\right)$$

$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ \frac{35}{2} - \frac{15}{4} = \frac{55}{4} \right\} m^3$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon' \left\{ -\frac{15}{2} + \frac{105}{4} = \frac{75}{4} \right\} m^3$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2 \left\{ \frac{45}{32} m^2 + \left(\frac{15}{16} - \frac{51}{16} - \frac{915}{128} + \frac{771}{128} = -\frac{27}{8} \right) m^3 \right\}$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{135}{64} - \frac{765}{128} = -\frac{495}{128} \right) m^2 \\ + \left(\frac{9}{8} - \frac{45}{32} + \frac{7605}{1024} - \frac{13107}{512} - \frac{135}{128} + \frac{993}{256} - \frac{2745}{256} = -\frac{26985}{1024} \right) m^3 \end{array} \right\}$
$\cos 2gv - 2cv - c'mv$	$\varepsilon' e^2 \gamma^2 \left(\frac{63}{16} m \right)$
$\cos 2gv - 2cv + c'mv$	$\varepsilon' e^2 \gamma^2 \left(-\frac{63}{16} m \right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon' \left(-6.m^4 - \frac{135}{16} m^2 e^2 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon' \left(-6.m^4 + \frac{135}{16} m^2 e^2 \right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{4} + \frac{9}{2} = -\frac{27}{4} \right\} m^3$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left\{ -\frac{45}{4} - \frac{9}{2} = -\frac{63}{4} \right\} m^3$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' \left(-\frac{9}{2} m^3 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' \left(\frac{9}{2} m^3 \right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2 \left(2.m^4 - \frac{5}{4} m^2\gamma^2 + \left(\frac{135}{16} + \frac{315}{16} = \frac{225}{8} \right) m^2 \varepsilon'^2 \right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{105}{16} me^2 + \left(2 - \frac{9}{64} = \frac{119}{64} \right) m^4 \\ + \left(\frac{7}{4} - \frac{1799}{64} + \frac{2025}{128} = -\frac{1349}{128} \right) m^2 e^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2 \left(-\frac{7}{2} m^2 \right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 \left(-\frac{7}{2} m^2 \right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{45}{4} - \frac{135}{8} - \frac{9}{4} + \frac{27}{8} = -\frac{9}{2} \right\} m^3$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{135}{16} m^2 + \left(-\frac{135}{8} + \frac{2313}{64} + \frac{17415}{128} - \frac{9}{4} = \frac{19593}{128} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{135}{16} m^2 + \left(-\frac{135}{8} - \frac{2313}{64} - \frac{11835}{128} + \frac{9}{4} = -\frac{18333}{128} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \left(-\frac{9}{8} + \frac{9}{4} = \frac{9}{8} \right) m^3 + \frac{105}{16} me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \left(-\frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{27}{8} \right) m^3 - \frac{245}{16} me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{135}{16} + \frac{405}{64} = -\frac{135}{64} \right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{8} - \frac{405}{16} + \frac{117}{128} - \frac{17415}{128} \\ + \frac{63045}{512} + \frac{6939}{256} + \frac{9}{8} - \frac{27}{16} = \frac{3123}{512} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{315}{16} - \frac{405}{64} = -\frac{1665}{64} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \left(\frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{9}{8} + \frac{27}{16} = 0 \right) m^3 + \frac{315}{64} me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left(-\frac{105}{16} m \right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left(-\frac{15}{4} m^3 \right)$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{225}{32} m^2 + \left(\frac{15}{8} - \frac{1215}{32} - \frac{3855}{128} = -\frac{8475}{128} \right) m^3 \\ + \left(-\frac{45}{8} - \frac{75}{8} = -15 \right) m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} 5 . m^2 + \left(\frac{45}{8} - \frac{45}{2} + \frac{95}{6} - \frac{105}{8} = -\frac{85}{6} \right) m^3 \\ - \frac{15}{16} m\gamma^2 + \left(\frac{225}{16} - \frac{75}{16} = \frac{75}{8} \right) me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{45}{8} + \frac{15}{4} + \frac{15}{8} = \frac{45}{4} \right\} m^3$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{135}{32} + \frac{225}{32} + \frac{225}{32} = \frac{315}{32} \right) m^2 - \frac{225}{32} m\varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{16} - \frac{729}{32} - \frac{17415}{256} - \frac{15}{8} - \frac{315}{4} \\ + \frac{3855}{128} - \frac{15}{16} - \frac{195}{256} + \frac{1215}{32} = -\frac{6183}{64} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{ \frac{75}{8}m + \left(\frac{135}{32} - \frac{5}{2} + \frac{1285}{32} - \frac{675}{16} - \frac{525}{32} = -\frac{535}{32}\right) m^2 \right\}$
$\cos Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2$	$\left(\frac{175}{8}\, m \right)$
$\cos Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2$	$\left(\frac{45}{8}\, m \right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{105}{32}\, m \right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left\{ -\frac{35}{8} + \left(\frac{315}{16} + \frac{675}{64} = \frac{1935}{64}\right) m \right\}$
$\cos 3Ev$	b^2	$\left(-\frac{15}{4}\, m^3 \right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(5.\, m^2 \right)$
$\cos 3Ev - cv$	eb^2	$\left(-\frac{225}{32}\, m^2 \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{75}{8}\, m \right)$
$\cos 4Ev$		$\left\{ 2.\, m^4 + \frac{38}{3} m^5 - \frac{3}{4} m^3\gamma^2 - \left(\frac{15}{4} + \frac{135}{16} = \frac{195}{16}\right) m^3 e^2 \right\}$
$\cos 4Ev - cv$	e	$\left\{ \frac{15}{2} m^3 + \left(\frac{257}{8} + \frac{95}{4} = \frac{447}{8}\right) m^4 - \frac{45}{32} m^2\gamma^2 - \frac{225}{32} m^2 e^2 \right\}$
$\cos 4Ev + cv$	e	$\left(-\frac{9}{2}\, m^4 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv$	ε'	$\left(-2.\, m^4 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv$	ε'	$\left(14.\, m^4 \right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	e^2	$\left\{ \frac{225}{32} m^2 + \left(\frac{3855}{64} + \frac{45}{4} = \frac{4575}{64}\right) m^3 \right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	γ^2	$\left(\frac{3}{4}\, m^3 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{ -\frac{15}{2} - \frac{15}{4} = -\frac{45}{4} \right\} m^3$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left\{ \frac{35}{2} + \frac{105}{4} = \frac{175}{4} \right\} m^3$
$\cos 4Ev - 3cv$	e^3	$\left(\frac{675}{32}\, m^2 \right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{45}{32}\, m^2 \right)$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m^2\right)$$
$$\cos 4Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{525}{16}m^2\right)$$
$$\cos 4Ev - 4cv \quad e^4\left\{\frac{2025}{128} + \frac{225}{64} = \frac{2475}{128}\right\}m^2$$
$$\cos 4Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(\frac{9}{128}m^2\right)$$
$$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left\{\frac{135}{64} - \frac{585}{128} = -\frac{315}{128}\right\}m^2.$$

243. On obtiendra, ainsi qu'il suit, les termes donnés par le cube de $\frac{\delta u}{u_1}$.

Produits partiels de $2\frac{\delta u}{u_1} \times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$....	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{105}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(m^2\right)$....	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{105}{16}m^3\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}m^3\right)$
		$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{225}{32}m^4\right)$
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)$....	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{225}{16}m^4\right)$
		$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{105}{16}m^3\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}m^3\right)$
$2\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{4}\right)$....	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{8}m^3\right)$;

partant

$$8.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2 & \left\{-\frac{105}{16}-\frac{105}{16}-\frac{105}{16}=-\frac{315}{16}\right\} m^3 \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left\{\frac{225}{32}+\frac{225}{16}=\frac{675}{32}\right\} m^4 \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2 & \left\{\frac{75}{8}+\frac{75}{8}+\frac{75}{8}=\frac{225}{8}\right\} m^3 .
\end{array}$$

244. Cela posé on pourra former sans la moindre difficulté l'équation suivante :

$$\Delta = 2.\frac{\delta u}{u_1} - 3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 + 4.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l}
-\frac{3}{2}m^4 - \frac{675}{128}m^2e^2 - \frac{19}{2}m^5 + \frac{9}{16}m^3\gamma^2 - \frac{10845}{256}m^3e^2 - \frac{291}{8}m^6 \\
-\frac{117}{8}m^4\varepsilon'^2 - \frac{1461}{128}m^2e^2\varepsilon'^2 + \left(-\frac{147}{128}+\frac{7}{32}=-\frac{119}{128}\right)e^2\gamma^4 - \frac{5}{32}e^4\gamma^2 \\
+\frac{1}{8}m^2\gamma^4 - \frac{925341}{4096}m^4e^2 + \left(\frac{1}{4}-\frac{3375}{256}=-\frac{3311}{256}\right)m^2e^4 + \frac{219}{64}m^4\gamma^2 \\
-\frac{675}{512}m^2b^4 - \frac{75}{32}b^4\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{-\frac{45}{8}m^3 - \frac{1233}{32}m^4 + \frac{135}{128}m^2\gamma^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{675}{64}=\frac{707}{64}\right)m^2e^2 + \frac{5}{16}e^2\gamma^2 - \frac{7}{32}\gamma^4\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
-3.m^2 + \left(\frac{585}{8}-9=\frac{513}{8}\right)m^4 - \frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{4}m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{507}{16}-\frac{225}{16}=\frac{141}{8}\right)m^2e^2 + \left(\frac{1543}{3}-76=\frac{1315}{3}\right)m^5 \\
+\left(\frac{7665}{32}-\frac{6015}{32}=\frac{825}{16}\right)m^3e^2 + \left(\frac{39}{16}-\frac{57}{8}=-\frac{75}{16}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{225}{64}-\frac{75}{16}=-\frac{75}{64}\right)m\,b^4
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{2}m^2 + \left(\frac{4653}{32}-\frac{189}{8}=\frac{3897}{32}\right)m^4 - \frac{7}{2}m^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{345}{64}m^2\gamma^2 + \left(\frac{3297}{128}-\frac{1089}{128}=\frac{69}{4}\right)m^2e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{8}m^2\right)$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4\left(-\frac{77}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\quad m^2-\frac{5}{8}\gamma^2+\left(\quad\frac{15}{2}-\frac{135}{64}=\frac{345}{64}\right)m^3+\frac{135}{64}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\quad m^2+\frac{7}{8}e^2+\left(-\frac{3}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{3}{4}\right)m^3-\frac{135}{64}me^2\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{aligned}&-\frac{9}{4}m-\frac{789}{32}m^2+\left(-\frac{17433}{128}-\frac{165}{16}=-\frac{18753}{128}\right)m^3\\&+\frac{81}{16}m\gamma^2+\frac{9}{16}me^2-\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\quad\frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2+\left(\frac{35553}{128}-\frac{225}{16}=\frac{33753}{128}\right)m^3\\&-\frac{81}{16}m\gamma^2-\frac{9}{16}me^2+\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 3cv \qquad e^3\left(-\frac{13}{16}m^2+\frac{5}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos 2gv+cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{5}{16}m^2-\frac{7}{16}e^2\right)$$

$$\cos 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-\frac{7}{4}+\frac{135}{32}m+\left(\frac{93}{256}-\frac{135}{128}=-\frac{177}{256}\right)m^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{27}{32}e^2\\&+\left(-\frac{16101}{2048}+\frac{81}{32}=-\frac{10917}{2048}\right)m^3+\frac{405}{128}m\gamma^2-\frac{945}{64}me^2+\frac{585}{64}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2gv-2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-1+\frac{135}{32}m+\left(-\frac{3779}{512}+\frac{1485}{512}=-\frac{1147}{256}\right)m^2+\frac{7}{32}\gamma^2\\&+\frac{11}{32}e^2+\left(\frac{8187}{4096}+\frac{80955}{4096}-\frac{315}{32}=\frac{24411}{2048}\right)m^3\\&-\frac{2025}{256}me^2+\frac{405}{256}m\gamma^2+\frac{585}{64}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2gv-3cv \qquad e^3\gamma^2\left(-\frac{19}{32}+\frac{675}{128}m\right)$$

$$\cos 4gv-cv \qquad e\gamma^4\left(-\frac{7}{32}\right)$$

$$\cos cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m-\frac{2397}{128}m^2\right)$$

$$\cos cv-2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\quad\frac{27}{16}m+\frac{4203}{128}m^2\right)$$

$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{9}{8}m + \frac{885}{64}m^2\right)$
$\cos 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{9}{8}m - \frac{1065}{64}m^2\right)$
$\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{9}{8}m + \frac{165}{64}m^2\right)$
$\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{9}{8}m + \frac{87}{64}m^2\right)$
$\cos cv + 3c'mv$	$e\varepsilon'^3$	$\left(-\frac{53}{32}m\right)$
$\cos cv - 3c'mv$	$e\varepsilon'^3$	$\left(\frac{53}{32}m\right)$
$\cos 2cv + 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2gv + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(-\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 2gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\frac{27}{32}m\right)$
$\cos 3cv + c'mv$	$e^3\varepsilon'$	$\left(-\frac{9}{16}m\right)$
$\cos 3cv - c'mv$	$e^3\varepsilon'$	$\left(\frac{9}{16}m\right)$
$\cos 2gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{81}{16}m\right)$
$\cos 2gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{81}{16}m\right)$
$\cos 2gv + cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{9}{32}m\right)$
$\cos 2gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{9}{32}m\right)$
$\cos 2gv - 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{-\frac{387}{64} + \frac{189}{64} = -\frac{99}{32}\right\} m$
$\cos 2gv - 2cv - c'mv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\frac{387}{64} - \frac{189}{64} = \frac{99}{32}\right\} m$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} 2.m^2 + \frac{19}{3}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2 + \frac{128}{9}m^4 - 5.m^2\varepsilon'^2 - \frac{157}{32}m^2e^2 \\ - \frac{35}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{54}m^5 - \frac{95}{6}m^3\varepsilon'^2 - \frac{2893}{1536}m^3\gamma^2 - \frac{15929}{1536}m^3e^2 - \frac{15}{32}me^4 \\ + \frac{9}{32}m\gamma^4 + \frac{9}{8}me^2\gamma^2 + \frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}m + \frac{257}{16}m^2 + \frac{39193}{768}m^3 - 3.m\gamma^2 - \frac{75}{8}m\varepsilon'^2 \\ + \frac{1416863}{9216}m^4 - \frac{65}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{261}{64}m^2e^2 - \frac{213}{16}m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} - \frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{8}m^3 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{15}{16}me^2 \\ - \frac{463}{64}m^4 + \frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{97}{64}m^2e^2 + \frac{47}{64}m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} - m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{15}{8}me^2 + \frac{3}{8}m\gamma^2 + \left(-\frac{317}{72} + \frac{9}{2} = \frac{7}{72}\right)m^4 \\ + \left(-\frac{113}{64} + \frac{405}{64} = \frac{73}{16}\right)m^2e^2 + \frac{31}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1}{8}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} 7.m^2 + \frac{133}{4}m^3 - \frac{35}{8}me^2 - \frac{7}{8}m\gamma^2 + \left(\frac{1003}{8} + \frac{9}{2} = \frac{1039}{8}\right)m^4 \\ + \left(-\frac{879}{64} - \frac{405}{64} = -\frac{321}{16}\right)m^2e^2 - \frac{131}{32}m^2\gamma^2 - \frac{123}{8}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{ 17.m^2 + \frac{323}{3}m^3 - \frac{255}{32}me^2 - \frac{51}{32}m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{ \frac{9}{32}m\gamma^2 + \frac{45}{32}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{8}m + \frac{331}{32}m^2 + \frac{62219}{1536}m^3 - \frac{225}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{105}{32}me^2 - \frac{33}{8}m\gamma^2 \\ + \left(\frac{1191013}{18432} - \frac{3}{2} + \frac{675}{64} = \frac{1357765}{18432}\right)m^4 + \left(\frac{305}{8} - \frac{675}{32} = \frac{545}{32}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{4577}{256} + \frac{15}{16} = -\frac{4337}{256}\right)m^2\gamma^2 + \frac{217}{128}m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{8}m - \frac{61}{32}m^2 - \frac{755}{1536}m^3 - \frac{3}{32}m\gamma^2 + \left(-\frac{477}{64} + \frac{315}{64} = -\frac{81}{32}\right)me^2 \\ - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{42029}{18432} - \frac{357}{256} = \frac{16325}{18432}\right)m^4 + \frac{31}{32}m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{4865}{512} + \frac{4047}{512} = \frac{557}{32}\right)m^2e^2 + \frac{235}{128}m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2 \left\{ \frac{15}{8} m^2 + \frac{25}{16} m^3 - \frac{3}{32} m\gamma^2 - \frac{15}{32} me^2 \right\}$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2 \left\{ \frac{1}{2} m^2 + \frac{13}{12} m^3 - \frac{3}{32} m\gamma^2 - \frac{15}{32} me^2 \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{4} m + \frac{13}{32} m^2 + \left(\frac{53971}{384} + \frac{81}{16} = \frac{55915}{384} \right) m^3 \\ + \frac{15}{32} m\varepsilon'^2 + 3 \,.\, m\gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' \left\{ \frac{9}{8} m^2 + \left(\frac{39}{16} + \frac{27}{8} = \frac{93}{16} \right) m^3 - \frac{3}{16} m\gamma^2 - \frac{15}{16} me^2 \right\}$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{4} m + \frac{1579}{32} m^2 + \left(\frac{20987}{128} + \frac{189}{16} = \frac{22499}{128} \right) m^3 \\ - \frac{615}{32} m\varepsilon'^2 - 7 \,.\, m\gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{63}{8} m^2 + \left(-\frac{369}{16} - \frac{27}{8} = -\frac{423}{16} \right) m^3 \\ + \frac{7}{16} m\gamma^2 + \frac{35}{16} me^2 \end{array} \right\}$
$\cos 2Ev + 3c'mv$	$\varepsilon'^3 \left(\frac{1}{24} m^2 \right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv$	$\varepsilon'^3 \left(\frac{845}{24} m^2 \right)$
$\cos 2Ev - 3cv$	$e^3 \left(\frac{15}{16} m - \frac{135}{32} m^2 \right)$
$\cos 2Ev + 3cv$	$e^3 \left(-\frac{11}{8} m^2 \right)$
$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2 \left(-\frac{39}{32} m - \frac{779}{128} m^2 \right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2 \left\{ \frac{15}{32} m + \left(\frac{205}{128} + \frac{21}{8} = \frac{541}{128} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 \left\{ -\frac{51}{32} m + \left(\frac{507}{256} + \frac{21}{8} = \frac{1179}{256} \right) m^2 \right\}$
$\cos 2Ev + 2gv + cv$	$e\gamma^2 \left(-\frac{27}{32} m^2 \right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16} m - \frac{6399}{128} m^2 + \left(-\frac{90635}{256} + \frac{27}{8} = -\frac{89771}{256} \right) m^3 \\ + \frac{9}{4} m\gamma^2 - \frac{35}{8} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}m + \frac{14551}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m + \left(\frac{1019}{64} - \frac{405}{64} = \frac{307}{32}\right)m^2 \\ + \left(\frac{272351}{768} - \frac{58779}{512} = \frac{368365}{1536}\right)m^3 \\ -\frac{105}{32}me^2 + \frac{33}{8}m\gamma^2 + \frac{45}{64}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{105}{8}m + \left(\frac{1117}{64} + \frac{405}{64} = \frac{761}{32}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{7865}{256} + \frac{54999}{512} = \frac{39269}{512}\right)m^3 \\ +\frac{245}{32}me^2 - \frac{77}{8}m\gamma^2 - \frac{1845}{64}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{16}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{8}m - \frac{5}{16}m^2 + \left(\frac{6581}{1536} - \frac{27}{32} = \frac{5285}{1536}\right)m^3 \\ +\frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{477}{64} - \frac{315}{64} = \frac{81}{32}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{1}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{7}{8}m - \frac{89}{16}m^2 + \left(-\frac{3603}{512} + \frac{81}{32} = -\frac{2307}{512}\right)m^3 \\ -\frac{7}{32}m\gamma^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2 + \left(-\frac{1113}{64} + \frac{735}{64} = -\frac{189}{32}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{135}{32}m + \left(-\frac{19737}{256} + \frac{405}{256} = -\frac{4833}{64}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{126051}{256} - \frac{9369}{2048} = -\frac{1017777}{2048}\right)m^3 \\ +\frac{333}{512}me^2 + \frac{99}{32}m\gamma^2 - \frac{105}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{765}{32}m + \left(\frac{7073}{256} + \frac{4995}{256} = \frac{3017}{64}\right) m^2 \right\}$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{32}m - \frac{33}{128}m^2 - \frac{4765}{2048}m^3 - \frac{7}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{9}{128}m\gamma^2 \\ +\left(\frac{5859}{1024} - \frac{945}{256} = \frac{2079}{1024}\right) me^2 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{51}{32}m - \frac{1615}{128}m^2 \right)$

$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{45}{64} + \frac{315}{64} = \frac{135}{32} \right\} m$

$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(\frac{9}{16}m \right)$

$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{9}{16}m \right)$

$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(-\frac{3}{32}m \right)$

$\cos 2Ev - 4cv \quad e^4 \left(-\frac{15}{32}m \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(-\frac{15}{16}m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon' \left(\frac{35}{16}m \right)$

$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{5}{32}m \right)$

$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \quad e\varepsilon'^3 \left(\frac{845}{32}m \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{51}{32}m \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{39}{32}m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{119}{32}m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{91}{32}m \right)$

$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{15}{32}m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{35}{32}m \right)$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^3\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^3\left(\frac{2535}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{333}{512}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{128}m\right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m - \frac{81}{8}m^2 + \left(-\frac{3231}{64} + \frac{45}{16} = -\frac{3051}{64}\right)m^3 \\ + \frac{165}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{8}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{5}{2} - \frac{45}{4}m + \frac{2121}{32}m^2 + \frac{25}{4}e^2 + \frac{5}{2}\varepsilon'^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 \\ + \left(-\frac{63091}{384} - \frac{135}{16} = -\frac{66331}{384}\right)m^3 - \frac{375}{8}m\varepsilon'^2 \\ + 130.me^2 - \frac{325}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{8}m + \left(-21 - \frac{15}{4} = -\frac{99}{4}\right)m^2 + \left(-\frac{2031}{64} + \frac{85}{8} = -\frac{1351}{64}\right)m^3 \\ -\frac{15}{2}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{15}{2} - \frac{225}{32} = \frac{15}{32}\right)me^2 + \left(\frac{45}{32} + \frac{45}{64} = \frac{135}{64}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}m + \left(-\frac{519}{32} + \frac{675}{128} = -\frac{1401}{128}\right)m^2 - \frac{15}{4}me^2 \\ + \left(-\frac{3213}{32} + \frac{25425}{512} = -\frac{25983}{512}\right)m^3 + \frac{255}{32}m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{375}{16} + \frac{45}{4} = -\frac{195}{16}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{45}{16}m^2\right)$$

$$\cos Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos Ev + 2cv \qquad e^2b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$$

$\cos Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2 \left(\frac{195}{64} m \right)$
$\cos Ev + 2gv$	$\gamma^2 b^2 \left(-\frac{15}{64} m \right)$
$\cos Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(-\frac{15}{64} m \right)$
$\cos Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{435}{64} m \right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} - \frac{135}{8} m + \left(\frac{7137}{64} - \frac{945}{128} = \frac{13329}{128} \right) m^2 + \frac{15}{4} \varepsilon'^2 \\ + \frac{55}{8} e^2 - \frac{25}{8} \gamma^2 + \left(-\frac{105895}{256} + \frac{18549}{256} + \frac{225}{16} = -\frac{41873}{128} \right) m^3 \\ + \left(-\frac{2475}{32} + \frac{675}{128} = -\frac{9225}{128} \right) m\varepsilon'^2 + \frac{2805}{32} me^2 - \frac{435}{16} m\gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{4} + \frac{45}{8} m \right)$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{195}{16} - \frac{225}{32} = \frac{165}{32} \right) m + \left(-\frac{2067}{32} + \frac{1605}{128} = -\frac{6663}{128} \right) m^2 \right\}$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{16} m \right)$
$\cos Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ \frac{675}{128} - \frac{135}{32} = \frac{135}{128} \right\} m$
$\cos Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ \frac{4105}{128} - \frac{525}{32} = \frac{2005}{128} \right\} m$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2 \varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{2} - \frac{1085}{16} m \right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(-\frac{55}{48} + \frac{335}{32} m \right)$
$\cos Ev + c'mv + 2cv$	$e^2 \varepsilon' b^2 \left(\frac{5}{8} \right)$
$\cos Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(\frac{5}{16} \right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{15}{4} - \frac{315}{128} = \frac{165}{128} \right\} m$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left\{ \left(-\frac{85}{24} + \frac{105}{32} = -\frac{25}{96} \right) + \left(\frac{1865}{64} - \frac{5805}{256} = \frac{1655}{256} \right) m \right\}$

$\cos 3Ev$	$b^2\left\{\frac{25}{32}m^2+\left(\frac{415}{128}+\frac{45}{16}=\frac{775}{128}\right)m^3\right\}$
$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left\{-\frac{345}{64}+\frac{675}{128}=-\frac{15}{128}\right\}m^2$
$\cos 3Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{85}{64}m^2\right)$
$\cos 3Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left\{-\frac{75}{32}-\frac{15}{4}=-\frac{195}{32}\right\}m^2$
$\cos 3Ev-c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{125}{32}m^2\right)$
$\cos 3Ev-2cv$	$e^2b^2\left(-\frac{175}{32}m\right)$
$\cos 3Ev-2gv$	$\gamma^2b^2\left(-\frac{25}{32}m\right)$
$\cos 3Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{225}{32}m\right)$
$\cos 3Ev-3cv$	$e^3b^2\left(-\frac{525}{64}m\right)$
$\cos 3Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2b^2\left(-\frac{125}{64}m\right)$
$\cos 4Ev$	$\left\{\begin{matrix}\left(-1-\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}\right)m^4+\left(-\frac{351}{80}-\frac{19}{2}=-\frac{1111}{80}\right)m^5\\+\left(\frac{255}{64}+\frac{585}{64}=\frac{105}{8}\right)m^3e^2+\left(\frac{3}{16}+\frac{9}{16}=\frac{3}{4}\right)m^3\gamma^2\end{matrix}\right\}$
$\cos 4Ev-cv$	$e\left\{\begin{matrix}\left(-\frac{75}{32}-\frac{45}{8}=-\frac{255}{32}\right)m^3+\left(-\frac{1151}{128}-\frac{1341}{32}=-\frac{6515}{128}\right)m^4\\+\frac{135}{128}m^2\gamma^2+\frac{675}{128}m^2e^2\end{matrix}\right\}$
$\cos 4Ev+cv$	$e\left\{\frac{151}{64}+\frac{27}{8}=\frac{367}{64}\right\}m^4$
$\cos 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left\{1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\right\}m^4$
$\cos 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left\{-7-\frac{21}{2}=-\frac{35}{2}\right\}m^4$
$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{225}{64}+\frac{135}{16}=\frac{765}{64}\right\}m^3$
$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{875}{64}-\frac{525}{16}=-\frac{2975}{64}\right\}m^3$

$\cos 4Ev - 3cv$	e^3	$\left\{ \frac{675}{128} - \frac{2025}{128} = -\frac{675}{64} \right\} m^2$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{ -\frac{9}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{279}{256} \right\} m^2$
$\cos 4Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{9}{256} m^2 \right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	e^2	$\left\{ -\frac{675}{128} m^2 + \left(-\frac{13725}{256} + \frac{555}{64} = -\frac{11505}{256} \right) m^3 \right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	γ^2	$\left\{ -\frac{9}{128} m^2 + \left(-\frac{57}{256} - \frac{9}{16} = -\frac{201}{256} \right) m^3 \right\}$
$\cos 4Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{9}{64} m^2 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{21}{64} m^2 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(\frac{675}{64} m^2 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left(-\frac{1575}{64} m^2 \right)$
$\cos 4Ev - 4gv$	γ^4	$\left\{ \frac{9}{128} - \frac{27}{512} = \frac{9}{512} \right\} m^2$
$\cos 4Ev - 4cv$	e^4	$\left\{ \frac{2025}{256} - \frac{7425}{512} = -\frac{3375}{512} \right\} m^2$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left\{ -\frac{801}{512} + \frac{945}{512} = \frac{9}{32} \right\} m^2.$

TROISIÈME SECTION.

Expression de la fonction $Y = A - B + AB$.

245. . . . . Produits partiels de la fonction BA.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(\frac{45}{16} m^3\right) \ldots\ldots$	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{315}{64} m^3\right)$
		$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{675}{64} m^4\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{225}{32} m^3\right)$

Multiplicateur..... $2\cos 2Ev \left(-\frac{3}{8}m^2-\frac{3}{8}m^3-\frac{3}{8}m^4-\frac{3}{4}m^2e^2+\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{3}{8}m^4+\frac{15}{64}m^2\gamma^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3}{8}m^4-\frac{21}{64}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(\frac{27}{32}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{27}{32}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{27}{32}m^3\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{27}{32}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{21}{32}m^2\right)\\
\cos 2Ev-2gv+cv & e\gamma^2 & \left(\frac{21}{32}m^2\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{128}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(-\frac{27}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2cv & e^2\varepsilon' & \left(\frac{27}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{27}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{27}{64}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{81}{256}m^3\right)\\
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{81}{256}m^3\right)\\
\cos 4Ev & & \left(-\frac{3}{4}m^4-\frac{19}{8}m^5+\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\frac{45}{64}m^3e^2-\frac{3}{4}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Produit	$\cos 0v$	$\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}m^4-\frac{19}{8}m^5+\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\frac{45}{64}m^3e^2-\frac{16}{3}m^6 \\ +\frac{15}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{471}{256}m^4e^2+\frac{105}{256}m^4\gamma^2-\frac{3}{4}m^5-\frac{19}{8}m^6 \\ +\frac{9}{64}m^4\gamma^2+\frac{45}{64}m^4e^2-\frac{3}{4}m^6-\frac{3}{2}m^4e^2+\frac{15}{8}m^4\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
	$\cos 4Ev-cv$	$e\left\{-\frac{45}{32}m^3-\frac{771}{128}m^4-\frac{45}{32}m^4\right\}$
	$\cos cv$	$e\left\{-\frac{45}{32}m^3-\frac{771}{128}m^4-\frac{45}{32}m^4\right\}$
	$\cos 4Ev+cv$	$e\left(\frac{27}{32}m^4\right)$
	$\cos cv$	$e\left(\frac{27}{32}m^4\right)$
	$\cos 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{3}{8}m^4+\frac{19}{32}m^5-\frac{45}{64}m^3e^2-\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\frac{3}{8}m^5\right\}$
	$\cos 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{21}{8}m^4-\frac{399}{32}m^5+\frac{105}{64}m^3e^2+\frac{21}{64}m^3\gamma^2-\frac{21}{8}m^5\right\}$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}m^4\right)$
	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{64}m^3\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{64}m^3\right)$
	$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m^3\right)$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m^3\right)$
	$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
	$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{105}{32}m^3\right)$

Produit	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{105}{32}m^3\right)$
	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{256}m^3\right)$
	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{153}{256}m^3\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{405}{256}m^3\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{128}m^3\right)$
	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{45}{64}m^3\right)$
	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{45}{64}m^3\right)$
	$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right)$
	$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}m^2 + \frac{135}{32}m^3 - \frac{15}{16}m^3\right)$
	$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right)$
	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{128}m^3\right)$
	$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{32}m^2\right)$
	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{128}m^3\right)$
	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{675}{256}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{2025}{1024}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{27}{1024}m^4\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - cv$ $\quad e\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{2}m^3\right)$

Produit	$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{21}{8}m^2e^2\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{153}{64}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(\frac{81}{32}m^3\right)\\
\cos 4Ev-cv & e & \left(3.m^4\right)\\
\cos cv & e & \left(3.m^4\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{45}{8}m^3\right)\\
\cos 0v & & \left(\frac{45}{8}m^3e^2+\frac{771}{32}m^4e^2+\frac{135}{8}m^4e^2\right)\\
\cos 2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{16}m^3\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{45}{8}m^3e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{105}{8}m^3e^2\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{45}{16}m^3\right)\\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{4}m^2\right)\\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{45}{16}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{1}{2}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev+cv & e & \left(m^4\right)\\
\cos cv & e & \left(m^4\right)\\
\cos 4Ev & & \left(\frac{15}{8}m^3e^2\right)\\
\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{15}{8}m^3\right)\\
\cos 0v & & \left(-\frac{9}{8}m^4e^2\right)\\
\cos 2gv-2cv & e^2\gamma^2 & \left(\frac{15}{64}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{16}m^2 - \frac{63}{32}m^3\right)$

Produit

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 4Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{-\frac{21}{8}m^4 - \frac{63}{16}m^5 - \frac{133}{16}m^5 + \frac{63}{128}m^3\gamma^2 + \frac{315}{128}m^3e^2\right\} \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^3\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{21}{16}m^4\right) \\
\cos 0v & \left(-\frac{147}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos Ev - c'mv & \varepsilon' b^2\left(\frac{315}{128}m^3\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{16}m^2 + \frac{3}{32}m^3\right)$

Produit

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{64}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{128}m^3\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4 + \frac{3}{16}m^5 + \frac{19}{16}m^5 - \frac{9}{128}m^3\gamma^2 - \frac{45}{128}m^3e^2\right\} \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^3\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^3\right) \\
\cos 0v & \left(-\frac{3}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{21}{16}m^4\right) \\
\cos Ev + c'mv & \varepsilon' b^2\left(-\frac{45}{128}m^3\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{256}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{128}m^3\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{16}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}m^4\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{159}{64}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{135}{32}m^3\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(\frac{15}{8}m^3\right) \\
\cos 4Ev - 3cv & e^3\left(\frac{225}{64}m^2\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{225}{64}m^2e^2\right) \\
\cos 4Ev - 4cv & e^4\left(\frac{675}{128}m^2\right) \\
\cos 0v & \left(\frac{675}{128}m^2e^4\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128}m^2\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{128}m^2 + \frac{477}{512}m^3 - \frac{915}{512}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m - \frac{3}{64}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Produit		
$\cos 4Ev - 2gv$	γ^2	$\left(\frac{3}{8}\, m^3\right)$
$\cos 2gv$	γ^2	$\left(\frac{3}{8}\, m^3\right)$
$\cos 4Ev - 4gv$	γ^4	$\left(\frac{9}{128}\, m^2\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{45}{64}\, m^2\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{45}{64} m^2 + \frac{771}{256} m^3 - \frac{45}{256} m^3\right)$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{135}{128} m^2\right)$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{135}{128} m^2 + \frac{993}{512} m^3 - \frac{135}{512} m^3\right)$
$\cos 0v$		$\left(\frac{9}{128}\, m^2\gamma^4\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4} m^2\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}\, m^3\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{45}{16} m^3 e^2\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{32}\, m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{4} m^2\right)$..	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{315}{16} m^3 e^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\, m\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{45}{16}\, m^3\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\, m\right)$..	$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}\, m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{8} m^2\right)$..	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\, m^3\right)$
$2\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{3}{16} m^2\right)$..	$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{27}{64}\, m^3\right)$
		$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{64}\, m^3\right)$
		$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{45}{64}\, m^3\right)$

$2\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{32}m\right)..$	$\Big\{\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$
$2\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{21}{16}m^2\right)..$	$\Big\{\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{315}{64}m^3\right)$
$2\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{8}\right)..$	$\Big\{\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{75}{32}me^2\right).$

En réunissant ces termes il viendra

$$AB =$$

$$\cos ov \left\{\begin{aligned}&-\frac{3}{4}m^4-\left(\frac{19}{8}+\frac{3}{4}=\frac{25}{8}\right)m^5+\frac{9}{64}m^3\gamma^2+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{8}=\frac{405}{64}\right)m^3e^2\\&-\left(\frac{16}{3}+\frac{19}{8}+\frac{3}{4}=\frac{203}{24}\right)m^6+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}-\frac{147}{16}-\frac{3}{16}=-\frac{45}{8}\right)m^4\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{471}{256}+\frac{45}{64}-\frac{3}{2}+\frac{771}{32}+\frac{135}{8}-\frac{9}{8}=\frac{10467}{256}\right)m^4e^2\\&+\left(\frac{105}{256}+\frac{9}{64}=\frac{141}{256}\right)m^4\gamma^2+\frac{675}{128}m^2e^4+\frac{9}{128}m^2\gamma^4\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{-\frac{45}{32}m^3+\left(-\frac{771}{128}-\frac{45}{32}+\frac{27}{32}+3+1=-\frac{331}{128}\right)m^4+\frac{225}{64}m^2e^2\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{3}{8}-\frac{21}{8}-\frac{21}{8}+\frac{3}{8}=-\frac{9}{2}\right)m^4\\&+\left(\frac{19}{32}+\frac{3}{8}-\frac{399}{32}-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}-\frac{133}{16}+\frac{3}{16}+\frac{19}{16}=-25\right)m^5\\&+\left(-\frac{45}{64}+\frac{105}{64}-\frac{45}{8}+\frac{105}{8}+\frac{315}{128}-\frac{45}{128}-\frac{45}{16}+\frac{315}{16}=\frac{1755}{64}\right)m^3e^2\\&+\left(-\frac{9}{64}+\frac{21}{64}+\frac{63}{128}-\frac{9}{128}=\frac{39}{64}\right)m^3\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{-\frac{51}{8}+\frac{21}{16}+\frac{21}{16}-\frac{51}{8}=-\frac{81}{8}\right\}m^4$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{-\frac{135}{64}+\frac{15}{8}+\frac{15}{8}=\frac{105}{64}\right\}m^3$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{9}{64}+\frac{3}{8} = \frac{15}{64}\right\}m^3$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{45}{32}-\frac{315}{64}=-\frac{225}{64}\right\}m^3$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{105}{32}+\frac{45}{64}=-\frac{165}{64}\right\}m^3$$

$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{ \frac{45}{64} m^2 + \left(-\frac{45}{256} + \frac{153}{256} + \frac{771}{256} - \frac{45}{256} + \frac{9}{16} = \frac{489}{128}\right) m^3 \right\}$
$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left\{ \left(\frac{45}{128} + \frac{135}{128} = \frac{45}{32}\right) m^2 + \left\{ \begin{matrix} \frac{15}{64} - \frac{153}{64} - \frac{315}{64} - \frac{405}{256} - \frac{27}{128} + \frac{477}{512} \\ - \frac{915}{512} + \frac{993}{512} - \frac{135}{512} - \frac{45}{32} = - \frac{2421}{256} \end{matrix} \right\} m^3 \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	ε'	$\left(\frac{9}{8} m^4 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	ε'	$\left(\frac{9}{8} m^4 \right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	e^2	$\left\{ \left(\frac{675}{64} - \frac{3}{8} + \frac{2025}{1024} = \frac{12441}{1024}\right) m^4 + \frac{15}{64} m^2\gamma^2 \right\}$
$\cos 2Ev - 2gv$	γ^2	$\left\{ \left(-\frac{3}{8} + \frac{27}{1024} = -\frac{357}{1024}\right) m^4 + \left(-\frac{21}{64} - \frac{21}{8} = -\frac{189}{64}\right) m^2e^2 \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{27}{32} m^3 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{27}{32} m^3 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{27}{32} m^3 \right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{27}{32} m^3 \right)$
$\cos 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{21}{32} m^2 \right)$
$\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{21}{32} m^2 \right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left\{ -\frac{81}{128} + \frac{27}{64} = -\frac{27}{128} \right\} m^3$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{ -\frac{27}{64} - \frac{27}{8} - \frac{45}{16} = -\frac{423}{64} \right\} m^3$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{ \frac{27}{64} + \frac{27}{8} - \frac{45}{16} = \frac{63}{64} \right\} m^3$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{ \frac{27}{64} - \frac{9}{16} = -\frac{9}{64} \right\} m^3$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{ -\frac{27}{64} - \frac{9}{16} = -\frac{63}{64} \right\} m^3$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{81}{256} + \frac{81}{32} - \frac{27}{128} - \frac{135}{32} - \frac{27}{16} + \frac{45}{16} = -\frac{117}{256} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ -\frac{81}{256} - \frac{27}{32} + \frac{9}{16} + \frac{27}{128} = -\frac{99}{256} \right\} m^3$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left(\frac{45}{64} m^3 \right)$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{15}{16} m^2 + \left(\frac{315}{128} + \frac{135}{32} - \frac{15}{16} = \frac{735}{128} \right) m^3 + \frac{75}{32} me^2 \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{45}{64} - \frac{45}{128} = -\frac{135}{128} \right\} m^3$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{45}{128} - \frac{45}{16} - \frac{45}{64} = -\frac{495}{128} \right\} m^3$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{15}{32} + \frac{15}{4} = \frac{135}{32} \right\} m^2$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{128} + \frac{675}{256} + \frac{45}{16} + \frac{45}{256} + \frac{45}{32} + \frac{225}{32} \\ -\frac{27}{64} + \frac{45}{64} + \frac{45}{32} + \frac{315}{64} = \frac{2691}{128} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left(\frac{45}{64} m^3 \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{16} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{3}{4} m^4 - \left(\frac{19}{8} + \frac{3}{4} = \frac{25}{8} \right) m^5 + \frac{9}{64} m^3\gamma^2 + \left(\frac{45}{64} + \frac{15}{8} = \frac{165}{64} \right) m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\frac{21}{8} - \frac{21}{8} = -\frac{21}{4} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{45}{32} m^3 + \left(-\frac{771}{128} - \frac{45}{32} + 3 = -\frac{567}{128} \right) m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev + cv \quad e \left\{ \frac{27}{32} + 1 = \frac{59}{32} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{135}{64} + \frac{45}{8} + \frac{15}{8} = \frac{345}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{9}{64} + \frac{3}{8} = \frac{15}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \frac{45}{32} + \frac{45}{64} = \frac{135}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{105}{32} - \frac{315}{64} = -\frac{525}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - 3cv \qquad e^3 \left(\frac{225}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{45}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4 \left(\frac{675}{128} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4 \left(\frac{9}{128} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ \frac{45}{128} + \frac{135}{128} = \frac{45}{32} \right\} m^2 .$$

246. La réunion des termes compris dans les trois fonctions, $-B$, A, et AB donnera;

$$Y = A - B + AB =$$

$$\cos 0v \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{3}{2} - \frac{27}{64} - \frac{3}{4} = -\frac{171}{64}\right) m^4 - \frac{675}{128} m^2 e^2 + \left(-\frac{19}{2} - \frac{27}{32} - \frac{25}{8} = -\frac{431}{32}\right) m^5 \\ + \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{64} = \frac{45}{64}\right) m^3\gamma^2 + \left(-\frac{10845}{256} + \frac{405}{64} = -\frac{9225}{256}\right) m^3 e^2 \\ + \left(-\frac{291}{8} - \frac{81}{64} - \frac{203}{24} = -\frac{8851}{192}\right) m^6 + \left(-\frac{117}{8} - \frac{405}{128} - \frac{45}{8} = -\frac{2997}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{925341}{4096} - \frac{147}{16} + \frac{10467}{256} = -\frac{795501}{4096}\right) m^4 e^2 \\ + \left(\frac{219}{64} + \frac{141}{256} = \frac{1017}{256}\right) m^4\gamma^2 + \left(\frac{1}{8} - \frac{27}{256} + \frac{9}{128} = \frac{23}{256}\right) m^2\gamma^4 \\ + \left(-\frac{3311}{256} - \frac{675}{256} + \frac{675}{128} = -\frac{659}{64}\right) m^2 e^4 - \frac{1461}{128} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{675}{512} m^2 b^4 \\ - \frac{119}{128} e^2\gamma^4 - \frac{5}{32} e^4\gamma^2 - \frac{75}{32} b^4 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{45}{8} - \frac{45}{8} - \frac{45}{32} = -\frac{405}{32}\right) m^3 + \left(-\frac{915}{32} - \frac{1233}{32} - \frac{331}{128} = -\frac{8923}{128}\right) m^4 \\ + \frac{135}{128} m^2\gamma^2 + \left(-\frac{707}{64} + \frac{225}{64} = -\frac{241}{32}\right) m^2 e^2 + \frac{5}{16} e^2\gamma^2 - \frac{7}{32}\gamma^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -3.m^2+\left(-\frac{219}{16}+\frac{513}{8}-\frac{9}{2}=\frac{735}{16}\right)m^4-\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{15}{4}-\frac{3}{8}=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{141}{8}-\frac{75}{8}=\frac{33}{4}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{1315}{3}-\frac{1177}{12}-25=\frac{1261}{4}\right)m^5+\left(\frac{27}{64}-\frac{75}{16}+\frac{39}{64}=-\frac{117}{32}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{825}{16}-\frac{5355}{64}+\frac{1755}{64}=-\frac{75}{16}\right)m^3e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{2}m^2+\left(\frac{3897}{32}-\frac{1971}{64}-\frac{81}{8}=\frac{5175}{64}\right)m^4-\frac{7}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{69}{4}-\frac{525}{64}=\frac{579}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{345}{64}-\frac{21}{64}=\frac{81}{16}\right)m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{8}m^2\right)$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4\left(-\frac{77}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{ m^2-\frac{5}{8}\gamma^2+\left(\frac{225}{64}+\frac{345}{64}+\frac{105}{64}=\frac{675}{64}\right)m^3+\frac{135}{64}m\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{ m^2+\frac{7}{8}e^2+\left(\frac{9}{64}-\frac{3}{4}+\frac{15}{64}=-\frac{3}{8}\right)m^3-\frac{135}{64}me^2 \right\}$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2+\left(\frac{33753}{128}-\frac{225}{16}-\frac{225}{64}=\frac{31503}{128}\right)m^3 \\ -\frac{9}{16}me^2-\frac{81}{16}m\gamma^2+\frac{81}{32}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m-\frac{789}{32}m^2+\left(-\frac{18753}{128}-\frac{165}{16}-\frac{165}{64}=-\frac{20403}{128}\right)m^3 \\ +\frac{9}{16}me^2+\frac{81}{16}m\gamma^2-\frac{81}{32}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{7}{4}+\frac{135}{32}m+\left(-\frac{177}{256}+\frac{45}{64}=\frac{3}{256}\right)m^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{27}{32}e^2+\frac{585}{64}m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{10917}{2048}+\frac{171}{32}+\frac{489}{128}=\frac{7851}{2048}\right)m^3+\frac{405}{128}m\gamma^2-\frac{945}{64}me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv+cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{5}{16}m^2-\frac{7}{16}e^2\right)$$

$$\cos 3cv \qquad e^3\left(-\frac{13}{16}m^2+\frac{5}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m + \frac{4203}{128}m^2\right)$$

$$\cos cv + 2\varepsilon'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m - \frac{2397}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m - \frac{1065}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2cv + c'mv \qquad e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m + \frac{885}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m + \frac{87}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m + \frac{165}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{aligned}&-1 + \frac{135}{32}m + \left(-\frac{1147}{256} + \frac{315}{128} + \frac{45}{32} = -\frac{157}{256}\right)m^2 + \frac{7}{32}\gamma^2\\ &+ \frac{11}{32}e^2 + \left(\frac{24411}{2048} + \frac{585}{256} - \frac{2421}{256} = \frac{9723}{2048}\right)m^3\\ &- \frac{2025}{256}me^2 + \frac{405}{256}m\gamma^2 + \frac{585}{64}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv + 3c'mv \qquad e\varepsilon'^3\left(-\frac{53}{32}m\right)$$

$$\cos cv - 3c'mv \qquad e\varepsilon'^3\left(\frac{53}{32}m\right)$$

$$\cos 2cv + 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 3cv + c'mv \qquad e^3\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 3cv - c'mv \qquad e^3\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left(-\frac{19}{32} + \frac{675}{128}m\right)$$

$$\cos 4gv - cv \qquad e\gamma^4\left(-\frac{7}{32}\right)$$

$$\cos 2gv - cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{81}{16}\,m\right)$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{81}{16}\,m\right)$$

$$\cos 2gv + cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2gv + cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv + c'mv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{99}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{99}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}+2=\frac{11}{4}\right)m^2+\left(\frac{3}{4}+\frac{19}{3}=\frac{85}{12}\right)m^3-\frac{3}{8}\,m\gamma^2-\frac{15}{8}\,me^2 \\ +\left(\frac{3}{4}+\frac{128}{9}=\frac{539}{36}\right)m^4+\left(\frac{3}{2}-\frac{157}{32}=-\frac{109}{32}\right)m^2e^2 \\ +\left(-\frac{15}{8}-5=-\frac{55}{8}\right)m^2\varepsilon'^2-\frac{35}{32}m^2\gamma^2+\left(\frac{3}{4}+\frac{1475}{54}=\frac{3031}{108}\right)m^5 \\ +\left(-\frac{15}{8}-\frac{95}{6}=-\frac{425}{24}\right)m^3\varepsilon'^2-\frac{2893}{1536}m^3\gamma^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{15929}{1536}=-\frac{13625}{1536}\right)m^3e^2 \\ -\frac{15}{32}me^4+\frac{9}{32}m\gamma^4+\frac{9}{8}me^2\gamma^2+\frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2+\frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}m+\left(\frac{257}{16}-3=\frac{209}{16}\right)m^2+\left(\frac{39193}{768}-9=\frac{32281}{768}\right)m^3 \\ -3.m\gamma^2-\frac{75}{8}m\varepsilon'^2+\left(\frac{1416863}{9216}-\frac{63}{4}=\frac{1271711}{9216}\right)m^4 \\ +\left(-\frac{65}{4}+\frac{15}{2}=-\frac{35}{4}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{261}{64}-\frac{9}{4}=\frac{117}{64}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{3}{4}-\frac{213}{16}=-\frac{201}{16}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{9}{4}-1=-\frac{13}{4}\right)m^2+\left(\frac{1}{3}-\frac{33}{8}=-\frac{91}{24}\right)m^3+\frac{3}{16}\,m\gamma^2 \\ +\frac{15}{16}me^2+\left(-\frac{463}{64}-\frac{1}{36}=-\frac{4183}{576}\right)m^4+\left(\frac{45}{8}+\frac{5}{2}=\frac{65}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{97}{64}-\frac{3}{4}=\frac{49}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{47}{64}+\frac{1}{4}=\frac{63}{64}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-1-\frac{3}{8}=-\frac{11}{8}\right)m^2+\left(-\frac{3}{16}-\frac{19}{12}=-\frac{85}{48}\right)m^3+\frac{15}{8}me^2 \\ +\frac{3}{8}m\gamma^2+\left(\frac{9}{8}-\frac{3}{32}+\frac{7}{32}=\frac{325}{288}\right)m^4+\left(\frac{73}{16}-\frac{3}{4}=\frac{61}{16}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{3}{64}+\frac{1}{8}=\frac{11}{64}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{31}{32}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(7+\frac{21}{8}=\frac{77}{8}\right)m^2+\left(\frac{63}{16}+\frac{133}{4}=\frac{595}{16}\right)m^3-\frac{35}{8}me^2 \\ -\frac{7}{8}m\gamma^2+\left(\frac{333}{32}+\frac{9}{8}+\frac{1039}{8}=\frac{4525}{32}\right)m^4-\frac{131}{32}m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{21}{4}-\frac{321}{16}=-\frac{237}{16}\right)m^2e^2+\left(-\frac{369}{64}-\frac{123}{8}=-\frac{1353}{64}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(17+\frac{51}{8}=\frac{187}{8}\right)m^2+\left(\frac{51}{4}+\frac{323}{3}=\frac{1445}{12}\right)m^3 \\ -\frac{255}{32}me^2-\frac{51}{32}m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{8}-\frac{15}{8}=\frac{15}{4}\right)m+\left(\frac{331}{32}-\frac{159}{32}=\frac{43}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{62219}{1536}-\frac{5667}{512}=\frac{22609}{768}\right)m^3+\left(\frac{15}{32}-\frac{33}{8}=-\frac{117}{32}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{105}{32}-\frac{15}{16}=\frac{75}{32}\right)me^2+\left(\frac{75}{16}-\frac{225}{16}=-\frac{75}{8}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{66885}{2048}+\frac{12441}{1024}+\frac{1357765}{18432}=\frac{489869}{9216}\right)m^4 \\ +\left(\frac{1611}{256}+\frac{15}{64}-\frac{4337}{256}=-\frac{1333}{128}\right)m^2\gamma^2+\left(-\frac{7}{32}+\frac{217}{128}=\frac{189}{128}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{545}{32}-\frac{105}{16}=\frac{335}{32}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \left(\frac{15}{16}+\frac{15}{8}=\frac{45}{16}\right)m^2+\left(-\frac{21}{16}+\frac{25}{16}=\frac{1}{4}\right)m^3-\frac{3}{32}m\gamma^2-\frac{15}{32}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \left(\frac{3}{16}+\frac{1}{2}=\frac{11}{16}\right)m^2+\frac{13}{12}m^3-\frac{3}{32}m\gamma^2-\frac{15}{32}me^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{3}{8} - \tfrac{3}{8} = 0\right) m + \left(\tfrac{3}{32} - \tfrac{61}{32} = -\tfrac{29}{16}\right) m^2 \\
&+ \left(\tfrac{321}{512} - \tfrac{755}{1536} = \tfrac{13}{96}\right) m^3 + \left(\tfrac{51}{32} - \tfrac{81}{32} = -\tfrac{15}{16}\right) me^2 \\
&+ \left(\tfrac{3}{16} - \tfrac{3}{32} = \tfrac{3}{32}\right) m\gamma^2 + \left(\tfrac{15}{16} - \tfrac{15}{16} = 0\right) m\varepsilon'^2 \\
&+ \left(\tfrac{16325}{18432} - \tfrac{1383}{2048} - \tfrac{357}{1024} = -\tfrac{637}{4608}\right) m^4 \\
&+ \left(\tfrac{557}{32} - \tfrac{1143}{256} - \tfrac{189}{64} = \tfrac{2557}{256}\right) m^2e^2 + \left(\tfrac{235}{128} - \tfrac{3}{16} = \tfrac{211}{128}\right) m^2\gamma^2 \\
&+ \left(\tfrac{57}{16} + \tfrac{31}{32} = \tfrac{145}{32}\right) m^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&- \tfrac{15}{4} m + \left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{13}{32} = \tfrac{61}{32}\right) m^2 + \left(\tfrac{55915}{384} - \tfrac{9}{8} - \tfrac{27}{32} = \tfrac{55159}{384}\right) m^3 \\
&+ \tfrac{15}{32} m\varepsilon'^2 + 3.m\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&\tfrac{35}{4} m + \left(\tfrac{1579}{32} - \tfrac{21}{2} = \tfrac{1243}{32}\right) m^2 \\
&+ \left(\tfrac{22499}{128} - \tfrac{351}{8} + \tfrac{27}{32} = \tfrac{16991}{128}\right) m^3 \\
&- \tfrac{615}{32} m\varepsilon'^2 - 7.m\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{9}{8} = \tfrac{13}{8}\right) m^2 + \left(\tfrac{93}{16} + \tfrac{25}{24} + \tfrac{27}{32} = \tfrac{739}{96}\right) m^3 \\
&- \tfrac{3}{16} m\gamma^2 - \tfrac{15}{16} me^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned}
&\left(-\tfrac{7}{2} - \tfrac{63}{8} = -\tfrac{91}{8}\right) m^2 + \left(-\tfrac{423}{16} + \tfrac{5}{8} - \tfrac{27}{32} = -\tfrac{853}{32}\right) m^3 \\
&+ \tfrac{7}{16} m\gamma^2 + \tfrac{35}{16} me^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left\{ \tfrac{1}{64} + \tfrac{1}{24} = \tfrac{11}{192} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left\{ \tfrac{845}{64} + \tfrac{845}{24} = \tfrac{9295}{192} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ - \tfrac{15}{16} - \tfrac{15}{32} = -\tfrac{45}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left\{ \tfrac{105}{16} + \tfrac{105}{32} = \tfrac{315}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{45}{8}+\frac{15}{8}=-\frac{15}{4}\right)m+\left(\frac{307}{32}-\frac{123}{32}=\frac{23}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{368365}{1536}-\frac{56235}{512}+\frac{63}{64}=\frac{50293}{384}\right)m^3 \\ +\left(\frac{15}{16}-\frac{105}{32}=-\frac{75}{32}\right)me^2+\left(\frac{33}{8}-\frac{15}{32}=\frac{117}{32}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{45}{64}-\frac{15}{64}=\frac{15}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{105}{8}-\frac{35}{8}=\frac{35}{4}\right)m+\left(\frac{761}{32}-\frac{379}{32}=\frac{191}{16}\right)m^2 \\ +\left(\frac{39269}{512}+\frac{7767}{512}-\frac{423}{64}=\frac{10913}{128}\right)m^3 \\ +\left(\frac{245}{32}-\frac{35}{16}=\frac{175}{32}\right)me^2+\left(-\frac{77}{8}+\frac{35}{32}=-\frac{273}{32}\right)m\gamma^2 \\ +\left(-\frac{1845}{64}+\frac{615}{64}=-\frac{615}{32}\right)m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right)m+\left(\frac{39}{32}-\frac{5}{16}=\frac{29}{32}\right)m^2 \\ +\left(\frac{5285}{1536}+\frac{345}{512}-\frac{63}{64}=\frac{601}{192}\right)m^3 \\ +\left(\frac{81}{32}-\frac{51}{32}=\frac{15}{16}\right)me^2+\left(\frac{3}{32}-\frac{3}{16}=-\frac{3}{32}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{3}{64}-\frac{3}{64}=0\right)m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{1}{4}-\frac{3}{32}=-\frac{11}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7}{8}-\frac{7}{8}=0\right)m+\left(-\frac{89}{16}-\frac{25}{32}=-\frac{203}{32}\right)m^2 \\ +\left(-\frac{2307}{512}+\frac{835}{512}-\frac{9}{64}=-\frac{193}{64}\right)m^3 \\ +\left(\frac{119}{32}-\frac{189}{32}=-\frac{35}{16}\right)me^2+\left(\frac{7}{16}-\frac{7}{32}=\frac{7}{32}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{123}{64}-\frac{123}{64}=0\right)m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{7}{4}+\frac{21}{32}=\frac{77}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3\left\{ \frac{15}{16}m + \left(-\frac{135}{32} + \frac{15}{4} = -\frac{15}{32}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 3cv \qquad e^3\left\{-\frac{3}{4} - \frac{11}{8} = -\frac{17}{8}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{39}{32}m + \left(-\frac{779}{128} + \frac{15}{8} = -\frac{539}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\frac{15}{32}m + \left(\frac{1}{4} + \frac{541}{128} + \frac{21}{32} = \frac{657}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{51}{32}m + \left(\frac{1179}{256} + \frac{3}{4} + \frac{21}{32} = \frac{1539}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left\{-\frac{27}{32} - \frac{3}{8} = -\frac{39}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\frac{255}{16}m + \left(\frac{14551}{128} - \frac{51}{2} = \frac{11287}{128}\right\}m^2\right.$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}m - \frac{6399}{128}m^2 \\ + \left(-\frac{27}{32} - \frac{27}{128} - \frac{89771}{256} = -\frac{90041}{256}\right)m^3 + \frac{9}{4}m\gamma^2 - \frac{35}{8}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{153}{8} - \frac{17}{2} = -\frac{221}{8}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{135}{32} + \frac{45}{32} = -\frac{45}{16}\right)m + \left(\frac{3267}{128} - \frac{4833}{64} = -\frac{6399}{128}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{1017777}{2048} + \frac{340865}{2048} - \frac{117}{256} = -\frac{84731}{256}\right)m^3 \\ + \left(\frac{333}{512} - \frac{9}{64} = \frac{261}{512}\right)me^2 + \left(\frac{99}{32} - \frac{45}{128} = \frac{351}{128}\right)m\gamma^2 \\ + \left(\frac{35}{16} - \frac{105}{16} = -\frac{35}{8}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2\left\{\left(\frac{765}{32} - \frac{255}{32} = \frac{255}{16}\right)m + \left(\frac{3017}{64} - \frac{3111}{128} = \frac{2923}{128}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{9}{32} - \frac{9}{32} = 0\right)m + \left(\frac{33}{128} - \frac{33}{128} = 0\right)m^2 \\ + \left(-\frac{4765}{2048} + \frac{6853}{2048} - \frac{99}{256} = \frac{81}{128}\right)m^3 \\ + \left(\frac{7}{16} - \frac{7}{16} = 0\right)m\varepsilon'^2 + \left(\frac{2079}{1024} - \frac{153}{128} = \frac{855}{1024}\right)me^2 \\ + \left(\frac{9}{128} - \frac{9}{64} = -\frac{9}{128}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \left(-\frac{51}{32}+\frac{51}{32}=0\right)m + \left(-\frac{357}{128}-\frac{1615}{128}=-\frac{493}{32}\right)m^2 \right\}$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{135}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{9}{16}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(-\frac{3}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 4cv$	$e^4\left(-\frac{15}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\,m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{35}{16}\,m\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(-\frac{5}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 3c'mv - cv$	$e\varepsilon'^3\left(\frac{845}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{51}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{119}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{39}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{91}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{15}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{35}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left\{-\frac{15}{64}+\frac{5}{64}=-\frac{5}{32}\right\}m$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^3\left\{\frac{2535}{64}-\frac{845}{64}=\frac{845}{32}\right\}m$
$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left\{\frac{1}{64}-\frac{1}{64}=0\right\}m$
$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^3\gamma^2\left\{\frac{169}{64}-\frac{169}{64}=0\right\}m$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{333}{512}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{153}{128}m\right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m + \left(\frac{3}{8} - \frac{81}{8} = -\frac{39}{4}\right)m^2 + \left(\frac{51}{16} + \frac{45}{64} - \frac{3051}{64} = -\frac{1401}{32}\right)m^3 \\ + \frac{165}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{8}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left\{\frac{15}{16}m + \left(\frac{45}{16} - \frac{15}{32} = \frac{75}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{16} - \frac{45}{16} = -\frac{15}{8}\right)m + \left(\frac{813}{128} - \frac{1401}{128} = -\frac{147}{32}\right)m^2 \\ + \left(\frac{17241}{512} - \frac{495}{128} - \frac{25983}{512} = -\frac{5361}{256}\right)m^3 \\ + \left(\frac{255}{32} - \frac{75}{32} = \frac{45}{8}\right)m\gamma^2 + \left(\frac{75}{64} - \frac{15}{4} = -\frac{165}{64}\right)me^2 \\ + \left(-\frac{195}{16} + \frac{105}{16} = -\frac{45}{8}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{8}m + \left(-\frac{99}{4} - \frac{15}{16} - \frac{21}{8} = -\frac{453}{16}\right)m^2 \\ + \left(\frac{735}{128} + \frac{567}{32} - \frac{1351}{64} = \frac{301}{128}\right)m^3 - \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 + \frac{135}{64}m\gamma^2 \\ + \left(\frac{75}{32} + \frac{15}{32} = \frac{45}{16}\right)me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \varepsilon'b^2\left\{\begin{array}{l} \frac{5}{2} - \frac{45}{4}m + \left(\frac{3}{8} + \frac{2121}{32} = \frac{2133}{32}\right)m^2 + \frac{25}{4}e^2 - \frac{15}{8}\gamma^2 + \frac{5}{2}\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{66331}{384} - \frac{135}{32} - \frac{135}{128} = -\frac{17089}{96}\right)m^3 - \frac{375}{8}m\varepsilon'^2 \\ + 130.\,me^2 - \frac{325}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos Ev + 2cv \qquad e^2b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$$

$$\cos Ev - 2gv \qquad \gamma^2 b^2 \left(\frac{195}{64} m \right)$$

$$\cos Ev + 2gv \qquad \gamma^2 b^2 \left(-\frac{15}{64} m \right)$$

$$\cos Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 b^2 \left(-\frac{15}{64} m \right)$$

$$\cos Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{435}{64} m \right)$$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{15}{4} - \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \right) m^0 + \left(\frac{45}{8} - \frac{135}{8} = -\frac{45}{4} \right) m \\ & + \left(\frac{15}{4} - \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \right) \varepsilon'^2 + \left(\frac{13329}{128} - \frac{4497}{128} = 69 \right) m^2 \\ & + \left(\frac{55}{8} - \frac{35}{16} = \frac{75}{16} \right) e^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{25}{8} = -\frac{5}{2} \right) \gamma^2 \\ & + \left(-\frac{41873}{128} + \frac{97435}{768} + \frac{2691}{128} = -\frac{137657}{768} \right) m^3 \\ & + \left(\frac{2805}{32} - \frac{475}{16} = \frac{1855}{32} \right) me^2 + \left(\frac{25}{2} - \frac{435}{16} = -\frac{235}{16} \right) m\gamma^2 \\ & + \left(\frac{3225}{128} - \frac{9225}{128} = -\frac{375}{8} \right) m\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{165}{32} - \frac{105}{32} = \frac{15}{8} \right) m + \left(\frac{2679}{128} - \frac{6663}{128} + \frac{135}{32} = -\frac{861}{32} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{4} + \frac{45}{8} m \right)$$

$$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{15}{16} m \right)$$

$$\cos Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 b^2 \left\{ \frac{105}{128} + \frac{165}{128} = \frac{135}{64} \right\} m$$

$$\cos Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ -\frac{165}{128} + \frac{135}{128} = -\frac{15}{64} \right\} m$$

$$\cos Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ -\frac{1135}{128} + \frac{2005}{128} = \frac{435}{64} \right\} m$$

$$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left(-\frac{5}{2} - \frac{1085}{16} m \right)$$

$$\cos Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2\varepsilon' b^2 \left(\frac{5}{8} \right)$$

$\cos Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{55}{48} + \frac{335}{32} m\right)$

$\cos Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\quad \frac{5}{16}\right)$

$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left\{\left(\frac{35}{96} - \frac{25}{96} = \frac{5}{48}\right) + \left(-\frac{415}{256} + \frac{1655}{256} = \frac{155}{32}\right) m\right\}$

$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{\left(\frac{25}{32} + \frac{5}{8} = \frac{45}{32}\right) m^2 + \left(\frac{775}{128} + \frac{25}{16} + \frac{45}{64} = \frac{1065}{128}\right) m^3\right\}$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{-\frac{75}{32} - \frac{15}{128} = -\frac{315}{128}\right\} m^2$

$\cos 3Ev + cv \quad eb^2 \left\{-\frac{75}{64} - \frac{85}{64} = -\frac{5}{2}\right\} m^2$

$\cos 3Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{-\frac{15}{8} - \frac{195}{32} - \frac{15}{16} = -\frac{285}{32}\right\} m^2$

$\cos 3Ev - c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{\frac{25}{8} + \frac{125}{32} = \frac{225}{32}\right\} m^2$

$\cos 3Ev - 2cv \quad e^2 b^2 \left(-\frac{175}{32} m\right)$

$\cos 3Ev - 2gv \quad \gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{32} m\right)$

$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' b^2 \left(-\frac{225}{32} m\right)$

$\cos 3Ev - 3cv \quad e^3 b^2 \left\{-\frac{525}{64} + \frac{175}{64} = -\frac{175}{32}\right\} m$

$\cos 3Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 b^2 \left\{-\frac{125}{64} + \frac{75}{64} = -\frac{25}{32}\right\} m$

$$\cos 4Ev \quad \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{75}{64} - \frac{3}{4} - \frac{5}{2} = -\frac{283}{64}\right) m^4 - \left(\frac{1111}{80} + \frac{221}{64} + \frac{25}{8} = \frac{6549}{320}\right) m^5 \\ + \left(\frac{225}{64} + \frac{165}{64} + \frac{105}{8} = \frac{615}{32}\right) m^3 e^2 + \left(\frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{3}{4} = \frac{33}{32}\right) m^3 \gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{255}{32} - \frac{15}{8} - \frac{45}{32} = -\frac{45}{4}\right) m^3 \\ + \left(-\frac{6515}{128} - \frac{105}{32} - \frac{567}{128} = -\frac{3751}{64}\right) m^4 + \frac{675}{128} m^2 e^2 + \frac{135}{128} m^2 \gamma^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 4Ev + cv \quad e \left\{\frac{367}{64} + 3 + \frac{59}{32} = \frac{677}{64}\right\} m^4$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \frac{75}{64} + \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{283}{64} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ -\frac{525}{64} - \frac{35}{2} - \frac{21}{4} = -\frac{1981}{64} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \frac{45}{16} + \frac{765}{64} + \frac{135}{64} = \frac{135}{8} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{175}{16} - \frac{2975}{64} - \frac{525}{64} = -\frac{525}{8} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ -\frac{675}{128} m^2 + \left(\frac{225}{64} - \frac{11505}{256} + \frac{345}{64} = -\frac{9225}{256} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{9}{128} m^2 + \left(\frac{9}{64} - \frac{201}{256} + \frac{15}{64} = -\frac{105}{256} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 4cv \qquad e^4 \left\{ -\frac{225}{128} - \frac{3375}{512} + \frac{675}{128} = -\frac{1575}{512} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 4gv \qquad \gamma^4 \left\{ \frac{9}{128} - \frac{9}{128} + \frac{9}{512} = \frac{9}{512} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{45}{64} + \frac{9}{32} + \frac{45}{32} = \frac{63}{64} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 3cv \qquad e^3 \left\{ \frac{225}{64} - \frac{675}{64} = -\frac{225}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \frac{45}{64} - \frac{279}{256} = -\frac{99}{256} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{9}{256} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{9}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{21}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{675}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(-\frac{1575}{64} m^2 \right).$$

QUATRIÈME SECTION.

247\. . . . . Produits partiels de $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y.$ (*)

Multiplicateur . . . . . $2\cos cv \quad e\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2\right)$

Produit

$\cos cv$	$e\left(-\frac{171}{32}m^4-\frac{675}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 0v$	$\left(-\frac{405}{32}m^3e^2-\frac{8923}{128}m^4e^2+\frac{135}{128}m^2e^2\gamma^2-\frac{241}{32}m^2e^4+\frac{5}{16}e^4\gamma^2-\frac{7}{32}e^2\gamma^4\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{405}{32}m^3\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-3.m^2\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-3.m^2\right)$
$\cos cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$\cos cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$\cos 3cv$	$e^3\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$
$\cos cv$	$e\left(m^2e^2-\frac{5}{8}e^2\gamma^2\right)$
$\cos 2gv+cv$	$e\gamma^2\left(m^2+\frac{7}{8}e^2\right)$
$\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(m^2+\frac{7}{8}e^2\right)$
$\cos 2cv-c'mv$	$\varepsilon'e^2\left(\frac{9}{4}m+\frac{1161}{32}m^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{9}{4}me^2+\frac{1161}{32}m^2e^2+\frac{31503}{128}m^3e^2-\frac{9}{16}me^4\\-\frac{81}{16}me^2\gamma^2+\frac{81}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{9}{16}me^2\gamma^2\end{matrix}\right\}$

(*) Les termes du premier facteur $-\frac{X}{\lambda}+1$ sont censés pris dans la page 313 du I.er volume.

Produit	$\cos 2cv + c'mv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m - \frac{789}{32}m^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4}me^2 - \frac{789}{32}m^2e^2 - \frac{20355}{128}m^3e^2 + \frac{9}{16}me^4 \\ +\frac{81}{16}me^2\gamma^2 - \frac{81}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{16}me^2\gamma^2\end{array}\right\}$
	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{7}{4}e^2 + \frac{135}{32}me^2\right)$
	$\cos 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{7}{4} + \frac{135}{32}m + \frac{3}{256}m^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{27}{32}e^2 + \frac{7851}{2048}m^3 \\ +\frac{585}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{405}{128}m\gamma^2 - \frac{945}{64}me^2 + \frac{7}{16}\gamma^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2\end{array}\right\}$
	$\cos 2cv - 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}me^2 + \frac{4203}{128}m^2e^2\right)$
	$\cos 2cv + 2c'mv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m\right)$
	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}me^2 - \frac{2397}{128}m^2e^2\right)$
	$\cos 3cv - c'mv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}me^2\right)$
	$\cos 3cv + c'mv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}me^2\right)$
	$\cos 2gv + cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos 2gv - cv - c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos 2gv + cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos 2gv - cv + c'mv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m\right)$
	$\cos 2gv - 3cv$	$e^3\gamma^2\left(-1\right)$
	$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-e^2\right)$

Produit

$\cos 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(-\frac{53}{32}me^2\right)$
$\cos 3c'mv$	$\varepsilon'^3\left(\frac{53}{32}me^2\right)$
$\cos 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{19}{32}e^2+\frac{675}{128}me^2\right)$
$\cos 2gv-2cv+c'mv$	$\varepsilon'e^2\gamma^2\left(-\frac{81}{16}m\right)$
$\cos 2gv-2cv-c'mv$	$\varepsilon'e^2\gamma^2\left(\frac{81}{16}m\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left\{\begin{array}{l}\frac{11}{4}m^2+\frac{85}{12}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2-\frac{15}{8}me^2+\frac{539}{36}m^4\\-\frac{109}{32}m^2e^2-\frac{55}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{35}{32}m^2\gamma^2-\frac{11}{16}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left\{\begin{array}{l}\frac{11}{4}m^2+\frac{85}{12}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2-\frac{15}{8}me^2+\frac{539}{36}m^4\\-\frac{109}{32}m^2e^2-\frac{55}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{35}{32}m^2\gamma^2-\frac{11}{16}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev$	$\left\{\frac{15}{4}me^2+\frac{209}{16}m^2e^2+\frac{32281}{768}m^3e^2-3.\,me^2\gamma^2-\frac{75}{8}me^2\varepsilon'^2-\frac{15}{16}me^2\gamma^2\right\}$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{4}m+\frac{209}{16}m^2+\frac{32281}{768}m^3-3.\,m\gamma^2\\-\frac{75}{8}m\varepsilon'^2+\frac{1271711}{9216}m^4-\frac{35}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{117}{64}m^2e^2\\-\frac{201}{16}m^2\gamma^2-\frac{15}{16}m\gamma^2-\frac{209}{64}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev+2cv$	$e^2\left(-\frac{13}{4}m^2-\frac{91}{24}m^3+\frac{3}{16}m\gamma^2+\frac{15}{16}me^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{13}{4}m^2e^2-\frac{91}{24}m^3e^2+\frac{3}{16}me^2\gamma^2+\frac{15}{16}me^4\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{11}{8}m^2-\frac{85}{48}m^3+\frac{15}{8}me^2+\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{11}{8}m^2-\frac{85}{48}m^3+\frac{15}{8}me^2+\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{77}{8}m^2+\frac{595}{16}m^3-\frac{35}{8}me^2-\frac{7}{8}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{77}{8}m^2+\frac{595}{16}m^3-\frac{35}{8}me^2-\frac{7}{8}m\gamma^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{187}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv + cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{187}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\frac{15}{4}m + \frac{43}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left(\frac{15}{4}me^2 + \frac{43}{8}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{29}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{29}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 3cv & e^3\left(\frac{45}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + cv & e\left(\frac{45}{16}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2\left(\frac{11}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{11}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}me^2 + \frac{61}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{4}m + \frac{61}{32}m^2 + \frac{55159}{384}m^3 \\ +\frac{15}{32}m\varepsilon'^2 + 3.m\gamma^2 + \frac{15}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{35}{4}me^2 + \frac{1243}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{35}{4}m + \frac{1243}{32}m^2 + \frac{16991}{128}m^3 \\ -\frac{615}{32}m\varepsilon'^2 - 7.m\gamma^2 - \frac{35}{16}m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{13}{8}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'\left(\frac{13}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{91}{8}m^2e^2\right)
\end{array}\right.
$$

Produit

$\cos 2Ev - c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{91}{8}\,m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\,m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{35}{4}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\frac{35}{4}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}\,me^2 - \frac{15}{32}\,m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - 4cv$	$e^4\left(\frac{15}{16}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{39}{32}\,me^2 - \frac{539}{128}\,m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{39}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{15}{32}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{51}{32}\,m\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{51}{32}\,me^2 + \frac{1539}{256}\,m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(\frac{255}{16}\,m + \frac{11287}{128}\,m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{45}{16}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{16}\,m - \frac{6399}{128}\,m^2 - \frac{90041}{256}\,m^3 \\ +\frac{9}{4}\,m\gamma^2 - \frac{35}{8}\,m\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}\,m\gamma^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\,me^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{35}{16}\,me^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+3c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^3 & \left(-\frac{5}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev-3c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^3 & \left(\frac{845}{32}\,m\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{51}{32}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{119}{32}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{39}{32}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{91}{32}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev+2c'mv-2cv & e^2\varepsilon'^2 & \left(-\frac{45}{256}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{333}{512}\,me^2\right) \\
\cos 2Ev+2c'mv-2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(\frac{153}{128}\,me^2\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}m-\frac{39}{4}m^2-\frac{1401}{32}m^3+\frac{165}{32}m\gamma^2 \\ -\frac{45}{16}me^2-\frac{45}{8}m\varepsilon'^2+\frac{15}{32}m\gamma^2\end{array}\right\} \\
\cos Ev+cv & eb^2 & \left(-\frac{15}{8}m-\frac{39}{4}m^2\right) \\
\cos Ev+2cv & e^2b^2 & \left(\frac{15}{16}\,m\right) \\
\cos Ev & b^2 & \left(\frac{15}{16}\,me^2\right) \\
\cos Ev & b^2 & \left(-\frac{15}{8}\,me^2\right) \\
\cos Ev-2cv & e^2b^2 & \left(-\frac{15}{8}\,m\right) \\
\cos Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{8}m-\frac{453}{16}m^2\right) \\
\cos Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'b^2 & \left(\frac{15}{8}\,m\right) \\
\cos Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'b^2 & \left\{\begin{array}{l}\frac{5}{2}-\frac{45}{4}m+\frac{2133}{32}m^2+\frac{25}{4}e^2-\frac{15}{8}\gamma^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2-\frac{17089}{96}m^3 \\ -\frac{375}{8}m\varepsilon'^2+130.me^2-\frac{325}{16}m\gamma^2-\frac{5}{8}\gamma^2+\frac{45}{16}m\gamma^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.
$$

Produit

$\cos Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2} - \frac{45}{4}m\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{16}me^2\right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2\left(\frac{195}{64}m\right)$
$\cos Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$
$\cos Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2\left(\frac{435}{64}m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2}e^2\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(\frac{15}{8}me^2\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}me^2\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(\frac{5}{2}\right)$
$\cos Ev + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{4}\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{4}e^2\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2\left(-\frac{5}{2}e^2 - \frac{1085}{16}me^2\right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{55}{48} + \frac{335}{32}m\right)$
$\cos 3Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)$
$\cos 3Ev - 3cv$	$e^3 b^2\left(-\frac{175}{32}m\right)$
$\cos 3Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2 b^2\left(-\frac{25}{32}m\right)$
$\cos 4Ev + cv$	$e\left(-\frac{283}{64}m^4\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{283}{64}m^4\right)$
$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{45}{4}m^3e^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{45}{4}\,m^3\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - 3cv & e^3\left(-\frac{675}{128}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - cv & e\left(-\frac{675}{128}\,m^2e^2\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - 2gv - cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{128}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(-\frac{9}{128}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - 4cv & e^4\left(-\frac{225}{32}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{99}{256}\,m^2\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur ..... $2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{3}{4}+\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{1}{8}e^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2cv + c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 2cv - c'mv & e^2\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\,m^2\right)\\[4pt]
\cos 0v & \left(-\frac{3}{4}\,m^2e^4+\frac{15}{32}\,e^4\gamma^2\right)\\[4pt]
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\,m^2-\frac{21}{32}\,e^2+\frac{9}{32}\,m^3+\frac{405}{256}\,me^2\right)\\[4pt]
\cos 3cv - c'mv & e^3\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}\,m\right)\\[4pt]
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}\,me^2\right)\\[4pt]
\cos 3cv + c'mv & e^3\varepsilon'\left(\frac{27}{16}\,m\right)\\[4pt]
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}\,me^2\right)\\[4pt]
\cos 2gv - 3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{21}{16}\right)\\[4pt]
\cos 2gv + cv & e\gamma^2\left(\frac{21}{16}\,e^2\right)\\[4pt]
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{27}{32}\,me^4\right)
\end{array}
\right.
$$

Produit

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}me^4\right)$
$\cos 2gv-2cv-c'mv$	$\varepsilon'e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}\ m\right)$
$\cos 2gv-2cv+c'mv$	$\varepsilon'e^2\gamma^2\left(\ \frac{27}{32}\ m\right)$
$\cos 2Ev+2cv$	$e^2\left(-\frac{33}{16}m^2-\frac{85}{16}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left\{\begin{matrix}-\frac{33}{16}m^2-\frac{85}{16}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{45}{32}me^2-\frac{539}{48}m^4\\+\frac{327}{128}m^2e^2+\frac{165}{32}m^2\varepsilon'^2+\frac{105}{128}m^2\gamma^2+\frac{33}{32}m^2\gamma^2-\frac{11}{32}m^2e^2\end{matrix}\right\}$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{45}{16}me^2-\frac{627}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev-3cv$	$e^3\left(-\frac{45}{16}\ m-\frac{627}{64}\ m^2\right)$
$\cos 2Ev+3cv$	$e^3\left(\ \frac{39}{16}\ m^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\ \frac{39}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\ \frac{33}{32}m^2+\frac{85}{64}m^3-\frac{45}{32}me^2-\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\ \frac{33}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{231}{32}\ m^2-\frac{1785}{64}\ m^3+\frac{105}{32}\ me^2+\frac{21}{32}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{231}{32}\ m^2\right)$
$\cos 2Ev-2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{561}{32}\ m^2\right)$
$\cos 2Ev+2c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{128}m\gamma^2-\frac{135}{128}me^2\right)$
$\cos 2Ev-4cv$	$e^4\left(-\frac{45}{16}\ m\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{45}{16}me^4\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-3cv$	$e^3\varepsilon'\left(\ \frac{45}{16}\ m\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{45}{16}me^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - c'mv - 3cv & e^3\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}\,m\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}\,me^2\right) \\
\cos Ev + 2cv & e^2b^2\left(\frac{45}{32}\,m\right) \\
\cos Ev - 2cv & e^2b^2\left(\frac{45}{32}\,m\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2\left(-\frac{45}{64}\,me^2\right) \\
\cos Ev + c'mv - 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}\right) \\
\cos Ev + c'mv + 2cv & e^2\varepsilon'b^2\left(-\frac{15}{8}\right) \\
\cos Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'b^2\left(\frac{15}{16}e^2 - \frac{135}{32}\,me^2\right) \\
\cos 4Ev - 4cv & e^4\left(\frac{2025}{512}\,m^2\right) \\
\cos 4Ev - 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{27}{512}\,m^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2gv$ $\gamma^2\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\gamma^2-\frac{3}{8}e^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2gv + c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{4}\,m^2\right) \\
\cos 2gv - c'mv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{4}\,m^2\right) \\
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{1}{4}\,m^2 + \frac{5}{32}\gamma^2 - \frac{675}{256}\,m^3 - \frac{135}{256}\,m\gamma^2\right) \\
\cos 0v & \left(-\frac{1}{4}\,m^2\gamma^4 - \frac{7}{32}\,e^2\gamma^4\right) \\
\cos 2gv + cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}\,m\right) \\
\cos 2gv - cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{16}\,m\right) \\
\cos 2gv + cv + c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\,m\right) \\
\cos 2gv - cv - c'mv & e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{16}\,m\right)
\end{array}\right.$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 4gv - cv & e\gamma^4 & \left(\frac{7}{16}\right) \\
\cos cv & e & \left(\frac{7}{16}\gamma^4\right) \\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & \varepsilon' e^2\gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m\right) \\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & \varepsilon' e^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{32}m\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{9}{32}m\gamma^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{9}{32}m\gamma^4\right) \\
\cos 2Ev + 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{11}{16}m^2 - \frac{85}{48}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{15}{32}me^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left\{\begin{array}{l} -\frac{11}{16}m^2 - \frac{85}{48}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{15}{32}me^2 \\ -\frac{539}{144}m^4 + \frac{109}{128}m^2e^2 + \frac{55}{32}m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{35}{128}m^2\gamma^2 + \frac{11}{32}m^2\gamma^2 - \frac{33}{32}m^2e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{15}{16}m - \frac{209}{64}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv - cv & e\gamma^2 & \left(-\frac{15}{16}m - \frac{209}{64}m^2\right) \\
\cos 2Ev + 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(\frac{13}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2 & \left(\frac{13}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{11}{32}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(\frac{11}{32}m^2 + \frac{85}{192}m^3 - \frac{15}{32}me^2 - \frac{3}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{77}{32}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2 & \left(-\frac{77}{32}m^2 + \frac{595}{64}m^3 + \frac{35}{32}me^2 + \frac{7}{32}m\gamma^2\right) \\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{9}{128}m\gamma^2 - \frac{45}{128}me^2\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2 & \left(-\frac{187}{32}m^2\right)
\end{array}\right.
$$

Produit		
	$\cos 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\,m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\,m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\,m\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{16}\,m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{16}\,m\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{16}\,m\right)$
	$\cos Ev + 2gv$	$\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{32}\,m\right)$
	$\cos Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2\left(\frac{15}{32}\,m\right)$
	$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2\left(-\frac{15}{64}\,m\right)$
	$\cos Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
	$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(-\frac{5}{8}\right)$
	$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2\left(\frac{5}{16} - \frac{45}{32}\,m\right)$
	$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{675}{512}\,m^2\right)$
	$\cos 4Ev - 4gv$	$\gamma^4\left(\frac{9}{512}\,m^2\right)$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev + 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(\frac{33}{32}\,m^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(\frac{33}{32}\,m^2\right)$
	$\cos 2Ev + 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{45}{32}\,me^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}\,m\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{39}{32}\,m^2e^2\right)$

$$
2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)\cdots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(-\frac{1215}{256}m^3\right)\\
\cos 2gv - 2cv + c'mv & \varepsilon' e^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m\right)\\
\cos 2gv - 2cv - c'mv & \varepsilon' e^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)\\
\cos 0v & \left(-\frac{21}{32}e^2\gamma^4\right)\\
\cos 2Ev + 2gv - cv & e\gamma^2\left(\frac{33}{32}m^2\right)\\
\cos 2Ev - 2gv + cv & e\gamma^2\left(\frac{33}{32}m^2\right)\\
\cos 2Ev + 2gv - 2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{45}{32}m\right)\\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{45}{32}me^2 + \frac{627}{128}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{32}me^2\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - 2gv & \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{105}{32}me^2\right)\\
\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv & \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{135}{128}me^2\right)\\
\cos Ev - 2gv + cv & e\gamma^2b^2\left(-\frac{45}{64}m\right)\\
\cos Ev + c'mv + cv - 2gv & e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(\frac{15}{16} - \frac{135}{32}m\right)
\end{array}\right.
$$

$$
2\cos 3cv \quad e^3\left(\frac{1}{2}\right)\cdots\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 3cv & e^3\left(\frac{11}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev + 3cv & e^3\left(\frac{11}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev - 4cv & e^4\left(\frac{15}{8}m\right)\\
\cos 2Ev + 2cv & e^2\left(\frac{15}{8}me^2\right)\\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{13}{8}m^2e^2\right).
\end{array}\right.
$$

CINQUIÈME SECTION.

Formation du coefficient différentiel $\frac{d.\delta nt}{dv}$, et expression de la perturbation δnt du moyen mouvement.

248. Nous avons, conformément à ce qui a été rappelé dans les pages 740 et 741 ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y - Y - \Pi . \cos ov ,$$

où la quantité désignée par Π doit être déterminée en égalant à zéro la totalité des termes multipliés par $\cos ov$ qui se trouvent dans le second membre de cette équation. Ainsi en réunissant seulement ces derniers termes, il est clair que les résultats de la troisième et de la quatrième section donnent

$$\begin{aligned}
\Pi = \; & \frac{171}{64} m^4 + \frac{675}{128} m^2 e^2 + \frac{431}{32} m^5 - \frac{45}{64} m^3 \gamma^2 + \left(\frac{9225}{256} - \frac{405}{32} = \frac{5985}{256}\right) m^3 e^2 \\
& + \frac{8851}{192} m^6 + \frac{2997}{128} m^4 \varepsilon'^2 + \left(\frac{795501}{4096} - \frac{8923}{128} = \frac{509965}{4096}\right) m^4 e^2 \\
& - \frac{1017}{256} m^4 \gamma^2 - \left(\frac{23}{256} + \frac{1}{4} = \frac{87}{256}\right) m^2 \gamma^4 + \left(\frac{659}{64} - \frac{241}{32} - \frac{3}{4} = \frac{129}{64}\right) m^2 e^4 \\
& + \frac{135}{128} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{1461}{128} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{5}{32} + \frac{5}{16} + \frac{15}{32} = \frac{15}{16}\right) e^4 \gamma^2 \\
& + \left(\frac{119}{128} - \frac{7}{32} - \frac{7}{32} - \frac{21}{32} = -\frac{21}{128}\right) e^2 \gamma^4 + \frac{675}{512} m^2 b^4 + \frac{75}{32} b^4 \varepsilon'^2 .
\end{aligned}$$

Après avoir ainsi annullé ces termes, on aura pour $\frac{d.\delta nt}{dv}$ cette suite de termes périodiques, savoir ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} =$$

$$\cos cv \qquad e\left\{\begin{aligned}&\frac{405}{32}m^3+\left(\frac{8923}{128}-\frac{171}{32}=\frac{8239}{128}\right)m^4-\frac{135}{128}m^2\gamma^2\\&+\left(\frac{241}{32}-\frac{675}{64}+1=-\frac{129}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{7}{32}+\frac{7}{16}=\frac{21}{32}\right)\gamma^4\\&+\left(-\frac{5}{16}-\frac{5}{8}=-\frac{15}{16}\right)e^2\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{-m^2+\frac{5}{8}\gamma^2+\left(-\frac{675}{64}-\frac{405}{32}=-\frac{1485}{64}\right)m^3-\frac{135}{64}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 3cv \qquad e^3\left\{\left(\frac{13}{16}+1=\frac{29}{16}\right)m^2+\left(-\frac{5}{16}-\frac{5}{8}=-\frac{15}{16}\right)\gamma^2\right\}$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}&3.m^2+\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{4}=0\right)me^2-\frac{735}{16}m^4+\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{27}{8}m^2\gamma^2\\&+\left(\frac{1161}{32}-\frac{789}{32}-\frac{33}{4}=\frac{27}{8}\right)m^2e^2-\frac{1261}{4}m^5+\frac{117}{32}m^3\gamma^2\\&+\left(\frac{75}{16}+\frac{31503}{128}-\frac{20403}{128}=\frac{2925}{32}\right)m^3e^2+\left(\frac{9}{32}-\frac{9}{32}=0\right)m\gamma^4\\&+\left(\frac{81}{32}-\frac{81}{32}=0\right)me^2\varepsilon'^2+\left(\frac{81}{16}+\frac{9}{16}-\frac{81}{16}-\frac{9}{16}=0\right)me^2\gamma^2\\&+\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+\frac{27}{32}-\frac{27}{32}=0\right)me^4\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\begin{aligned}&\frac{9}{2}m^2+\left(\frac{27}{16}-\frac{27}{16}=0\right)me^2-\frac{5175}{64}m^4+\frac{7}{2}m^2\varepsilon'^2\\&+\left(-\frac{579}{64}-\frac{2397}{128}+\frac{4203}{128}=\frac{81}{16}\right)m^2e^2-\frac{81}{16}m^2\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\left\{\frac{53}{8}m^2+\left(\frac{53}{32}-\frac{53}{32}=0\right)me^2\right\}$$

$$\cos 4c'mv \qquad \varepsilon'^4\left(\frac{77}{8}m^2\right)$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{-m^2-\left(\frac{7}{8}+\frac{7}{4}=\frac{21}{8}\right)e^2+\frac{3}{8}m^3+\left(\frac{135}{64}+\frac{135}{32}=\frac{405}{64}\right)me^2\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{aligned}&-\frac{9}{4}m-\left(\frac{1161}{32}+3=\frac{1257}{32}\right)m^2-\frac{31503}{128}m^3\\&+\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{8}+\frac{27}{16}=\frac{9}{8}\right)me^2+\frac{81}{16}m\gamma^2-\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{9}{4} m + \left(\tfrac{789}{32} - 3 = \tfrac{693}{32} \right) m^2 + \tfrac{20403}{128} m^3 \\ & + \left(-\tfrac{9}{16} + \tfrac{9}{8} - \tfrac{27}{16} = -\tfrac{9}{8} \right) me^2 - \tfrac{81}{16} m\gamma^2 + \tfrac{81}{32} m\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{7}{4} - \tfrac{135}{32} m + \left(1 - \tfrac{3}{256} = \tfrac{253}{256} \right) m^2 - \tfrac{3}{8} \gamma^2 \\ & - \left(1 + \tfrac{27}{32} - \tfrac{7}{8} = \tfrac{31}{32} \right) e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \left(\tfrac{5}{16} + 1 = \tfrac{21}{16} \right) m^2 + \left(\tfrac{7}{16} + \tfrac{7}{8} + \tfrac{21}{16} = \tfrac{21}{8} \right) e^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(1 - \tfrac{7}{4} = -\tfrac{3}{4} \right) m^0 + \left(\tfrac{135}{32} - \tfrac{135}{32} = 0 \right) m \\ & + \left(\tfrac{3}{256} - \tfrac{3}{4} + \tfrac{157}{256} - \tfrac{1}{4} = -\tfrac{3}{8} \right) m^2 + \left(\tfrac{3}{8} + \tfrac{7}{16} - \tfrac{7}{32} + \tfrac{5}{32} = \tfrac{3}{4} \right) \gamma^2 \\ & + \left(\tfrac{27}{32} - \tfrac{19}{32} - \tfrac{11}{32} - \tfrac{21}{32} = -\tfrac{3}{4} \right) e^2 \\ & + \left(\tfrac{7851}{2048} + \tfrac{9}{32} - \tfrac{1215}{256} - \tfrac{675}{256} - \tfrac{9723}{2048} = -\tfrac{513}{64} \right) m^3 \\ & + \left(\tfrac{405}{128} - \tfrac{135}{128} - \tfrac{135}{256} - \tfrac{405}{256} = 0 \right) m\gamma^2 + \left(\tfrac{585}{64} - \tfrac{585}{64} = 0 \right) m\varepsilon'^2 \\ & + \left(\tfrac{2025}{256} - \tfrac{945}{64} + \tfrac{675}{128} + \tfrac{405}{256} = 0 \right) me^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left(\tfrac{19}{32} - 1 + \tfrac{21}{16} = \tfrac{29}{32} \right)$$

$$\cos 4gv - cv \quad e\gamma^4 \left(\tfrac{7}{32} + \tfrac{7}{16} = \tfrac{21}{32} \right)$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\tfrac{27}{16} m + \left(-\tfrac{4203}{128} - \tfrac{9}{2} = -\tfrac{4779}{128} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \tfrac{27}{16} m + \left(\tfrac{2397}{128} - \tfrac{9}{2} = \tfrac{1821}{128} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \left(\tfrac{9}{8} + \tfrac{9}{4} = \tfrac{27}{8} \right) m + \left(\tfrac{1065}{64} + \tfrac{1161}{32} + \tfrac{9}{4} = \tfrac{3531}{64} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2cv + c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \left(-\tfrac{9}{8} - \tfrac{9}{4} = -\tfrac{27}{8} \right) m + \left(-\tfrac{885}{64} - \tfrac{789}{32} + \tfrac{9}{4} = -\tfrac{2319}{64} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\tfrac{9}{8} m + \left(-\tfrac{87}{64} + \tfrac{3}{4} = -\tfrac{39}{64} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{8}m + \left(-\frac{165}{64} + \frac{3}{4} = -\frac{117}{64}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos cv + 3c'mv \quad e\varepsilon'^3 \left(\frac{53}{32}m \right)$$

$$\cos cv - 3c'mv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{32}m \right)$$

$$\cos 2cv + 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{32} - \frac{27}{16} = -\frac{81}{32} \right\} m$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \frac{27}{32} + \frac{27}{16} = \frac{81}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{27}{32}m \right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(-\frac{27}{32}m \right)$$

$$\cos 3cv + c'mv \quad e^3\varepsilon' \left\{ \frac{9}{16} + \frac{9}{8} + \frac{27}{16} = \frac{27}{8} \right\} m$$

$$\cos 3cv - c'mv \quad e^3\varepsilon' \left\{ -\frac{9}{16} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} = -\frac{27}{8} \right\} m$$

$$\cos 2gv - cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{81}{16} - \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{27}{8} \right\} m$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{81}{16} + \frac{9}{8} + \frac{9}{16} = -\frac{27}{8} \right\} m$$

$$\cos 2gv + cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{32} - \frac{9}{8} + \frac{9}{16} = -\frac{27}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv + cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{32} + \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{27}{32} \right\} m$$

$$\cos 2gv - 2cv + c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{99}{32} - \frac{81}{16} + \frac{27}{32} + \frac{9}{32} + \frac{27}{32} = 0 \right\} m$$

$$\cos 2gv - 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{99}{32} + \frac{81}{16} - \frac{27}{32} - \frac{9}{32} - \frac{27}{32} = 0 \right\} m$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} -\frac{11}{4}m^2 - \frac{85}{12}m^3 + \frac{3}{8}m\gamma^2 + \left(\frac{15}{8} + \frac{15}{4} = \frac{45}{8}\right)me^2 - \frac{539}{36}m^4 \\ + \left(\frac{109}{32} + \frac{209}{16} - \frac{13}{4} = \frac{423}{32}\right)m^2e^2 + \frac{55}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{35}{32}m^2\gamma^2 - \frac{3031}{108}m^5 \\ + \frac{425}{24}m^3\varepsilon'^2 + \frac{2893}{1536}m^3\gamma^2 + \left(\frac{13625}{1536} + \frac{32281}{768} - \frac{91}{24} = \frac{24121}{512}\right)m^3e^2 - \frac{9}{32}m\gamma^4 \\ + \left(\frac{15}{32} - \frac{45}{16} + \frac{15}{16} = -\frac{45}{32}\right)me^4 + \left(-\frac{9}{8} - 3 + \frac{3}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{39}{8}\right)me^2\gamma^2 \\ + \left(-\frac{75}{16} - \frac{75}{8} = -\frac{225}{16}\right)me^2\varepsilon'^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{aligned}
&-\frac{15}{4}m + \left(-\frac{209}{16}+\frac{11}{4}=-\frac{165}{16}\right)m^2\\
&+\left(-\frac{32281}{768}+\frac{85}{12}=-\frac{8947}{256}\right)m^3+\left(3-\frac{3}{8}=\frac{21}{8}\right)m\gamma^2\\
&+\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{8}=\frac{15}{8}\right)me^2+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2\\
&+\left(-\frac{1271711}{9216}+\frac{539}{36}=-\frac{377909}{3072}\right)m^4\\
&+\left(-\frac{117}{64}-\frac{109}{32}+\frac{43}{8}+\frac{39}{16}=\frac{165}{64}\right)m^2e^2\\
&+\left(\frac{35}{4}-\frac{55}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{201}{16}-\frac{35}{32}-\frac{11}{16}=\frac{345}{32}\right)m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{13}{4}+\frac{11}{4}=6\right)m^2+\left(\frac{91}{24}+\frac{85}{12}=\frac{87}{8}\right)m^3\\
&+\left(-\frac{3}{16}-\frac{3}{8}=-\frac{9}{16}\right)m\gamma^2+\left(-\frac{15}{16}-\frac{15}{8}-\frac{45}{16}=-\frac{45}{8}\right)me^2\\
&+\left(\frac{4183}{576}+\frac{539}{36}=\frac{1423}{64}\right)m^4+\left(-\frac{65}{8}-\frac{55}{8}=-15\right)m^2\varepsilon'^2\\
&+\left(-\frac{49}{64}-\frac{109}{32}+\frac{45}{16}-\frac{627}{64}=-\frac{357}{32}\right)m^2e^2\\
&+\left(-\frac{63}{64}-\frac{35}{32}-\frac{11}{16}=-\frac{177}{64}\right)m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}
&\frac{11}{8}m^2+\frac{85}{48}m^3+\left(-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{8}\right)me^2-\frac{3}{8}m\gamma^2\\
&-\frac{325}{288}m^4+\left(-\frac{61}{16}+\frac{61}{32}+\frac{13}{8}=-\frac{9}{32}\right)m^2e^2-\frac{11}{64}m^2\varepsilon'^2-\frac{31}{32}m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}
&-\frac{77}{8}m^2-\frac{595}{16}m^3+\left(\frac{35}{8}+\frac{35}{4}=\frac{105}{8}\right)me^2+\frac{7}{8}m\gamma^2-\frac{4525}{32}m^4\\
&+\left(\frac{237}{16}+\frac{1243}{32}-\frac{91}{8}=\frac{1353}{32}\right)m^2e^2+\frac{131}{32}m^2\gamma^2+\frac{1353}{64}m^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{-\frac{187}{8}m^2-\frac{1445}{12}m^3+\left(\frac{255}{32}+\frac{255}{16}=\frac{765}{32}\right)me^2+\frac{51}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{-\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{16}=\frac{135}{32}\right)me^2-\frac{9}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{4} - \frac{15}{4} = 0\right) m + \left(\frac{209}{16} - \frac{43}{8} - \frac{33}{16} = \frac{45}{8}\right) m^2 \\ + \left(-\frac{75}{32} + \frac{15}{16} + \frac{45}{32} = 0\right) me^2 + \left(-\frac{22609}{768} + \frac{32281}{768} - \frac{85}{16} = \frac{233}{32}\right) m^3 \\ + \left(\frac{117}{32} - 3 - \frac{15}{16} + \frac{9}{32} = 0\right) m\gamma^2 + \left(\frac{75}{8} - \frac{75}{8} = 0\right) m\,\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{489869}{9216} + \frac{1271711}{9216} - \frac{539}{48} = \frac{113059}{1536}\right) m^4 \\ + \left(\frac{1333}{128} - \frac{201}{16} - \frac{209}{64} + \frac{105}{128} + \frac{33}{32} = -\frac{57}{16}\right) m^2\gamma^2 \\ + \left(-\frac{189}{128} + \frac{117}{64} - \frac{15}{32} + \frac{327}{128} - \frac{11}{32} - \frac{13}{8} = \frac{15}{32}\right) m^2 e^2 \\ + \left(-\frac{335}{32} - \frac{35}{4} + \frac{165}{32} = -\frac{225}{16}\right) m^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{29}{16} - \frac{11}{16} = \frac{9}{8}\right) m^2 + \left(-\frac{13}{96} - \frac{85}{48} = -\frac{61}{32}\right) m^3 \\ + \left(\frac{15}{16} - \frac{39}{32} - \frac{51}{32} + \frac{15}{32} + \frac{45}{32} = 0\right) me^2 + \left(\frac{3}{32} - \frac{3}{32} = 0\right) m\gamma^2 \\ + \left(\frac{637}{4608} - \frac{539}{144} = -\frac{5537}{1536}\right) m^4 + \left(\frac{55}{32} - \frac{145}{32} = -\frac{45}{16}\right) m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(-\frac{2557}{256} - \frac{539}{128} + \frac{1539}{256} + \frac{109}{128} - \frac{33}{32} + \frac{627}{128} - \frac{39}{32} = -\frac{75}{16}\right) m^2 e^2 \\ + \left(-\frac{211}{128} + \frac{35}{128} + \frac{11}{32} = -\frac{33}{32}\right) m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{45}{16} - \frac{13}{4} - \frac{33}{16} = -\frac{65}{8}\right) m^2 + \left(-\frac{1}{4} - \frac{91}{24} - \frac{85}{16} = -\frac{449}{48}\right) m^3 \\ + \left(\frac{15}{32} + \frac{15}{16} + \frac{45}{32} + \frac{15}{8} = \frac{75}{16}\right) me^2 + \left(\frac{3}{32} + \frac{3}{16} + \frac{9}{32} = \frac{9}{16}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{11}{16} - \frac{11}{16} = -\frac{11}{8}\right) m^2 + \left(-\frac{13}{12} - \frac{85}{48} = -\frac{137}{48}\right) m^3 \\ + \left(\frac{3}{32} + \frac{3}{32} = \frac{3}{16}\right) m\gamma^2 + \left(\frac{15}{32} + \frac{15}{32} + \frac{15}{32} + \frac{45}{32} = \frac{45}{16}\right) me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} m + \left(-\frac{61}{32} - \frac{11}{8} = -\frac{105}{32}\right) m^2 \\ + \left(-\frac{55159}{384} - \frac{85}{48} = -\frac{18613}{128}\right) m^3 + \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{4} = -\frac{15}{8}\right) me^2 \\ + \left(\frac{3}{8} - 3 = -\frac{21}{8}\right) m\gamma^2 - \frac{15}{32} m\,\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(-\frac{13}{8} - \frac{11}{8} = -3\right) m^2 + \left(-\frac{739}{96} - \frac{85}{48} = -\frac{303}{32}\right) m^3 \\ &+ \left(\frac{15}{8} + \frac{15}{16} + \frac{45}{16} = \frac{45}{8}\right) m e^2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16} = \frac{9}{16}\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &-\frac{35}{4} m + \left(\frac{77}{8} - \frac{1243}{32} = -\frac{935}{32}\right) m^2 \\ &+ \left(-\frac{16991}{128} + \frac{595}{16} = -\frac{12231}{128}\right) m^3 + \frac{615}{32} m \varepsilon'^2 \\ &+ \left(\frac{35}{4} - \frac{35}{8} = \frac{35}{8}\right) m e^2 + \left(7 - \frac{7}{8} = \frac{49}{8}\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{91}{8} + \frac{77}{8} = 21\right) m^2 + \left(\frac{853}{32} + \frac{595}{16} = \frac{2043}{32}\right) m^3 \\ &+ \left(-\frac{35}{16} - \frac{35}{8} - \frac{105}{16} = -\frac{105}{8}\right) m e^2 + \left(-\frac{7}{16} - \frac{7}{8} = -\frac{21}{16}\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(-\frac{11}{192} m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3 \left(-\frac{9295}{192} m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{15}{4} - \frac{15}{4} = 0\right) m + \left(\frac{61}{32} + \frac{33}{32} - \frac{23}{4} = -\frac{45}{16}\right) m^2 \\ &+ \left(-\frac{50293}{384} + \frac{55159}{384} + \frac{85}{64} = 14\right) m^3 \\ &+ \left(\frac{15}{32} - \frac{15}{32} = 0\right) m\varepsilon'^2 + \left(\frac{75}{32} - \frac{15}{16} - \frac{45}{32} = 0\right) m e^2 \\ &+ \left(3 + \frac{15}{16} - \frac{9}{32} - \frac{117}{32} = 0\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{35}{4} - \frac{35}{4} = 0\right) m + \left(-\frac{191}{16} + \frac{1243}{32} - \frac{231}{32} = \frac{315}{16}\right) m^2 \\ &+ \left(-\frac{10913}{128} + \frac{16991}{128} - \frac{1785}{64} = \frac{627}{32}\right) m^3 \\ &+ \left(-\frac{175}{32} + \frac{35}{16} + \frac{105}{32} = 0\right) m e^2 + \left(\frac{615}{32} - \frac{615}{32} = 0\right) m\varepsilon'^2 \\ &+ \left(\frac{273}{32} - 7 - \frac{35}{16} + \frac{21}{32} = 0\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{45}{32} + \frac{13}{8} + \frac{33}{32} = \frac{65}{16} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{315}{32} - \frac{91}{8} - \frac{231}{32} = -\frac{455}{16} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{29}{32}+\frac{11}{32}=-\frac{9}{16}\right)m^2+\left(\frac{85}{192}-\frac{601}{192}=-\frac{43}{16}\right)m^3 \\ +\left(\frac{51}{32}-\frac{15}{16}+\frac{39}{32}-\frac{15}{32}-\frac{45}{32}=0\right)me^2 \\ +\left(\frac{3}{32}-\frac{3}{32}=0\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{203}{32}-\frac{77}{32}=\frac{63}{16}\right)m^2+\left(\frac{193}{64}-\frac{595}{64}=-\frac{201}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{35}{16}-\frac{119}{32}-\frac{91}{32}+\frac{35}{32}+\frac{105}{32}=0\right)me^2 \\ +\left(\frac{7}{32}-\frac{7}{32}=0\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{11}{32}+\frac{11}{32} = \frac{11}{16} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{77}{32}-\frac{77}{32}=-\frac{77}{16} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 3cv \quad e^3 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{15}{16}+\frac{15}{4}-\frac{45}{16}=0\right)m \\ +\left(\frac{15}{32}+\frac{43}{8}-\frac{627}{64}+\frac{11}{8}=-\frac{165}{64}\right)m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 3cv \quad e^3 \left\{ \frac{17}{8}+\frac{45}{16}+\frac{39}{16}+\frac{11}{8}=\frac{35}{4} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{39}{32}-\frac{15}{16}=\frac{9}{32}\right)m \\ +\left(\frac{539}{128}-\frac{29}{16}-\frac{209}{64}+\frac{33}{32}=\frac{21}{128}\right)m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{15}{32}-\frac{15}{16}=-\frac{45}{32}\right)m \\ +\left(-\frac{657}{128}+\frac{11}{16}-\frac{209}{64}+\frac{33}{32}=-\frac{855}{128}\right)m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \frac{51}{32}m+\left(-\frac{1539}{256}-\frac{29}{16}+\frac{13}{16}+\frac{33}{32}=-\frac{1531}{256}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \frac{39}{32}+\frac{11}{16}+\frac{13}{16}+\frac{33}{32}=\frac{15}{4} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{255}{16}m+\left(-\frac{11287}{128}+\frac{187}{8}=-\frac{8295}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{45}{16} m + \frac{6399}{128} m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{221}{8} + \frac{187}{8} = 51 \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{45}{16} - \frac{45}{16} = 0\right) m + \left(\frac{6399}{128} - \frac{6399}{128} = 0\right) m^2 \\ & + \left(\frac{84731}{256} - \frac{90041}{256} = -\frac{2655}{128}\right) m^3 + \left(\frac{35}{8} - \frac{35}{8} = 0\right) m\varepsilon'^2 \\ & + \left(-\frac{261}{512} - \frac{135}{128} - \frac{45}{256} = -\frac{891}{512}\right) me^2 \\ & + \left(-\frac{351}{128} + \frac{9}{4} + \frac{45}{64} - \frac{27}{128} = 0\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{255}{16} - \frac{255}{16} = 0\right) m + \left(\frac{11287}{128} - \frac{2923}{128} - \frac{561}{32} = \frac{765}{16}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} & -\frac{81}{128} m^3 + \left(\frac{9}{128} - \frac{9}{128} = 0\right) m\gamma^2 \\ & + \left(-\frac{855}{1024} - \frac{45}{128} + \frac{333}{512} + \frac{153}{128} - \frac{135}{128} = -\frac{405}{1024}\right) me^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2 \left\{ \frac{493}{32} - \frac{187}{32} = \frac{153}{16} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{135}{32} + \frac{15}{32} - \frac{15}{16} + \frac{45}{32} = -\frac{105}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{16} - \frac{51}{32} = -\frac{69}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2 \left\{ \frac{9}{16} - \frac{39}{32} - \frac{15}{16} + \frac{45}{32} = -\frac{3}{16} \right\} m$$

$$\cos 2Ev - 4gv \qquad \gamma^4 \left(\frac{3}{32} m \right)$$

$$\cos 2Ev - 4cv \qquad e^4 \left\{ \frac{15}{32} + \frac{15}{16} - \frac{45}{16} + \frac{15}{8} = \frac{15}{32} \right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon' \left\{ \frac{15}{16} - \frac{15}{4} + \frac{45}{16} = 0 \right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \qquad e^3\varepsilon' \left\{ -\frac{35}{16} + \frac{35}{4} - \frac{105}{16} = 0 \right\} m$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3 \left(\frac{5}{32} m \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{845}{32} m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{51}{32}\, m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{119}{32}\, m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{-\frac{39}{32} + \frac{15}{16} = -\frac{9}{32}\right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{\frac{91}{32} - \frac{35}{16} = \frac{21}{32}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{\frac{15}{32} + \frac{15}{16} = \frac{45}{32}\right\} m$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left\{-\frac{35}{32} - \frac{35}{16} = -\frac{105}{32}\right\} m$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left\{\frac{5}{32} - \frac{5}{32} = 0\right\} m$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^3 \left\{-\frac{845}{32} + \frac{845}{32} = 0\right\} m$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{15}{8} m + \frac{39}{4} m^2 + \frac{1401}{32} m^3 + \frac{45}{8} m\varepsilon'^2 - \frac{165}{32} m\gamma^2 \\ + \left(\frac{45}{16} + \frac{15}{16} - \frac{15}{8} = \frac{15}{8}\right) me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{\left(-\frac{15}{16} - \frac{15}{8} = -\frac{45}{16}\right) m + \left(-\frac{75}{32} - \frac{39}{4} = -\frac{387}{32}\right) m^2\right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{8} = 0\right) m + \left(\frac{147}{32} - \frac{39}{4} = -\frac{165}{32}\right) m^2 \\ + \left(\frac{5361}{256} - \frac{1401}{32} = -\frac{5847}{256}\right) m^3 + \left(\frac{45}{8} - \frac{45}{8} = 0\right) m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{165}{32} + \frac{15}{32} - \frac{45}{8} = 0\right) m\gamma^2 + \left(\frac{165}{64} - \frac{45}{16} + \frac{15}{16} - \frac{45}{64} = 0\right) me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \quad \varepsilon'b^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8} m + \frac{453}{16} m^2 - \frac{301}{128} m^3 + \frac{15}{2} m\varepsilon'^2 - \frac{135}{64} m\gamma^2 \\ + \left(-\frac{45}{16} + \frac{15}{8} - \frac{15}{16} = -\frac{15}{8}\right) me^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2 \left\{-\frac{5}{2} + \frac{45}{4} m - \frac{2133}{32} m^2 + \frac{15}{8}\gamma^2 - \frac{5}{2}\varepsilon'^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{4} - \frac{25}{4} = -5\right) e^2\right\}$$

$$\cos Ev - 2cv \quad e^2b^2 \left\{-\frac{15}{16} - \frac{15}{8} + \frac{45}{32} = -\frac{45}{32}\right\} m$$

$$\cos Ev + 2cv \quad e^2b^2 \left\{\frac{15}{32} + \frac{15}{16} + \frac{45}{32} = \frac{45}{16}\right\} m$$

$\cos Ev - 2gv \qquad \gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{195}{64} + \frac{15}{32} = -\frac{165}{64} \right\} m$

$\cos Ev + 2gv \qquad \gamma^2 b^2 \left\{ \frac{15}{64} + \frac{15}{32} = \frac{45}{64} \right\} m$

$\cos Ev + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{15}{64} m \right)$

$\cos Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 b^2 \left(-\frac{435}{64} m \right)$

$$\cos Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0\right) m^0 + \left(\frac{45}{4} - \frac{45}{4} = 0\right) m \\ & + \left(\frac{2133}{32} - 69 = -\frac{75}{32}\right) m^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0\right) \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{25}{4} - \frac{75}{16} - \frac{5}{2} + \frac{15}{16} = 0\right) e^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{15}{8} - \frac{5}{8} = 0\right) \gamma^2 \\ & + \left(\frac{137657}{768} - \frac{17089}{96} = \frac{945}{256}\right) m^3 \\ & + \left(-\frac{1855}{32} + 130 - \frac{1085}{16} - \frac{135}{32} = 0\right) me^2 \\ & + \left(\frac{375}{8} - \frac{375}{8} = 0\right) m\varepsilon'^2 + \left(\frac{235}{16} - \frac{325}{16} + \frac{45}{16} = -\frac{45}{16}\right) m\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$\cos Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{5}{4} + \frac{5}{2} = \frac{15}{4}\right) m^0 + \left(-\frac{45}{8} - \frac{45}{4} = -\frac{135}{8}\right) m \right\}$

$\cos Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \left(\frac{15}{8} - \frac{15}{8} = 0\right) m + \left(\frac{861}{32} - \frac{453}{16} = -\frac{45}{32}\right) m^2 \right\}$

$\cos Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon' b^2 \left\{ \frac{15}{16} + \frac{15}{8} = \frac{45}{16} \right\} m$

$\cos Ev + 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ \frac{15}{64} - \frac{15}{64} = 0 \right\} m$

$\cos Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 b^2 \left\{ -\frac{435}{64} + \frac{435}{64} = 0 \right\} m$

$\cos Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 b^2 \left\{ -\frac{135}{64} - \frac{15}{64} - \frac{45}{64} + \frac{195}{64} = 0 \right\} m$

$\cos Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2 \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{5}{2} + \frac{5}{2} - \frac{15}{8} = \frac{25}{8} \right\}$

$\cos Ev + c'mv + 2cv \qquad e^2 \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{5}{8} - \frac{5}{4} - \frac{15}{8} = -\frac{15}{4} \right\}$

$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left\{ \frac{55}{48} - \frac{5}{8} = \frac{25}{48} \right\}$
$\cos Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left\{ -\frac{5}{16} - \frac{5}{8} = -\frac{15}{16} \right\}$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{5}{16} + \frac{15}{16} - \frac{5}{48} - \frac{55}{48} = 0 \right) m^0 \\ + \left(\frac{335}{32} - \frac{155}{32} - \frac{45}{32} - \frac{135}{32} = 0 \right) m \end{array} \right\}$
$\cos 3Ev$	b^2	$\left\{ -\frac{45}{32} m^2 - \frac{1065}{128} m^3 \right\}$
$\cos 3Ev - cv$	eb^2	$\left\{ \frac{315}{128} + \frac{45}{32} = \frac{495}{128} \right\} m^2$
$\cos 3Ev + cv$	eb^2	$\left\{ \frac{5}{2} + \frac{45}{32} = \frac{125}{32} \right\} m^2$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{285}{32} m^2 \right)$
$\cos 3Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{225}{32} m^2 \right)$
$\cos 3Ev - 2cv$	$e^2 b^2$	$\left(\frac{175}{32} m \right)$
$\cos 3Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{25}{32} m \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{225}{32} m \right)$
$\cos 3Ev - 3cv$	$e^3 b^2$	$\left\{ \frac{175}{32} - \frac{175}{32} = 0 \right\} m$
$\cos 3Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2 b^2$	$\left\{ \frac{25}{32} - \frac{25}{32} = 0 \right\} m$
$\cos 4Ev$		$\left\{ \frac{283}{64} m^4 + \frac{6549}{320} m^5 + \left(-\frac{615}{32} - \frac{45}{4} = -\frac{975}{32} \right) m^3 e^2 - \frac{33}{32} m^3 \gamma^2 \right\}$
$\cos 4Ev - cv$	e	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{4} m^3 + \left(\frac{3751}{64} - \frac{283}{64} = \frac{867}{16} \right) m^4 \\ + \left(-\frac{675}{128} - \frac{675}{128} = -\frac{675}{64} \right) m^2 e^2 - \frac{135}{128} m^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$
$\cos 4Ev + cv$	e	$\left\{ -\frac{677}{64} - \frac{283}{64} = -15 \right\} m^4$

$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{283}{64}m^4\right)$
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1981}{64}m^4\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{8}m^3\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{525}{8}m^3\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left\{\frac{675}{128}m^2 + \left(\frac{9225}{256} - \frac{45}{4} = \frac{6345}{256}\right)m^3\right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\frac{9}{128}m^2 + \frac{105}{256}m^3\right\}$
$\cos 4Ev - 3cv$	$e^3\left\{\frac{225}{32} - \frac{675}{128} = \frac{225}{128}\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{99}{256} - \frac{9}{128} = \frac{81}{256}\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left\{\frac{9}{256} - \frac{9}{128} = -\frac{27}{256}\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 4cv$	$e^4\left\{\frac{1575}{512} - \frac{225}{32} + \frac{2025}{512} = 0\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 4gv$	$\gamma^4\left\{-\frac{9}{512} + \frac{9}{512} = 0\right\}m^2$
$\cos 4Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2\left\{-\frac{63}{64} - \frac{99}{256} + \frac{27}{512} + \frac{675}{512} = 0\right\}m^2$
$\cos 4Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m^2\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{64}m^2\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{675}{64}m^2\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{1575}{64}m^2\right)$.

249. Pour tirer de là l'expression de δnt il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration	Argument	Facteur pour l'intégration
cv	1	$2cv + c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}m\right)$
$2cv$	$\frac{1}{2}$	$2gv - c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}m\right)$
$3cv$	$\frac{1}{3}$	$2gv + c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}m\right)$
$c'mv$	$\frac{1}{m}$	$cv + 3c'mv$ . . .	1
$2c'mv$	$\frac{1}{2m}$	$cv - 3c'mv$ . . .	1
$3c'mv$	$\frac{1}{3m}$	$2cv + 2c'mv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4c'mv$	$\frac{1}{4m}$	$2cv - 2c'mv$ . .	$\frac{1}{2}$
$2gv$	$\frac{1}{2}$	$2gv + 2c'mv$ . .	$\frac{1}{2}$
$cv - c'mv$ . . .	$1 + m + \frac{7}{4}m^2$	$2gv - 2c'mv$ . .	$\frac{1}{2}$
$cv + c'mv$ . . .	$1 - m + \frac{7}{4}m^2$	$3cv + c'mv$ . . .	$\frac{1}{3}$
$2gv - cv$	$\frac{1}{2g - c}$	$3cv - c'mv$ . . .	$\frac{1}{3}$
$2gv + cv$	$\frac{1}{3}$	$2gv - cv + c'mv$.	1
$2gv - 2cv$ . . .	$\frac{1}{2g - 2c}$	$2gv - cv - c'mv$.	1
$2gv - 3cv$ . . .	-1	$2gv + cv + c'mv$.	$\frac{1}{3}$
$4gv - cv$	$\frac{1}{3}$	$2gv + cv - c'mv$.	$\frac{1}{3}$
$cv - 2c'mv$ . . .	$1 + 2m$	$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1 + m + m^2 + m^3\right)$
$cv + 2c'mv$ . . .	$1 - 2m$	$2Ev - cv$ . . .	$1 + 2m + \frac{13}{4}m^2 - \frac{65}{32}m^3$
$2cv - c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}m\right)$	$2Ev + cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{2}{3}m + \frac{25}{36}m^2\right)$

$2Ev+c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2\right)$	$2Ev-c'mv-2gv$.	$-\frac{1}{3m}\left(1-\frac{1}{2}m\right)$
$2Ev-c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2\right)$	$2Ev+c'mv+2gv$.	$\frac{1}{4}$
$2Ev-2c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+2m\right)$	$2Ev-c'mv+2gv$.	$\frac{1}{4}$
$2Ev+2c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}$	$2Ev-3cv$	-1
$2Ev-2cv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2\right)$	$2Ev+3cv$	$\frac{1}{5}$
$2Ev-2gv$	$-\frac{1}{2m}\left(1-\frac{3}{4}m+\frac{27}{32}m^2\right)$	$2Ev-2gv-cv$ . .	$-1+2m$
$2Ev+2cv$	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$	$2Ev+2gv-cv$ . .	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{3}m\right)$
$2Ev+2gv$	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$	$2Ev-2gv+cv$ . .	$1+2m$
$2Ev+c'mv-cv$ . .	$1+m+\frac{1}{4}m^2$	$2Ev+2gv+cv$ . .	$\frac{1}{5}$
$2Ev+c'mv+cv$ . .	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{3}m\right)$	$2Ev-2c'mv-cv$.	$1+4m$
$2Ev-c'mv-cv$ . .	$1+3m+\frac{33}{4}m^2$	$2Ev+2c'mv-cv$.	1
$2Ev-c'mv+cv$ . .	$\frac{1}{3}\left(1+m\right)$	$2Ev-2c'mv+cv$.	$\frac{1}{3}$
$2Ev+3c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}$	$2Ev+2c'mv-2cv$ . .	$\frac{2}{3m^2}$
$2Ev-3c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}$	$2Ev-2c'mv-2cv$ . .	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev+c'mv-2cv$ . .	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{2}m\right)$	$2Ev+2c'mv-2gv$ . .	$-\frac{2}{3m^2}$
$2Ev-c'mv-2cv$ . .	$-\frac{1}{3m}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$	$2Ev-2c'mv-2gv$ . .	$-\frac{1}{4m}$
$2Ev+c'mv+2cv$ . .	$\frac{1}{4}$	$2Ev+2gv-2cv$ . .	$\frac{1}{2}$
$2Ev-c'mv+2cv$ . .	$\frac{1}{4}$	$2Ev-2gv+2cv$ . .	$\frac{1}{2}$
$2Ev+c'mv-2gv$ . .	$-\frac{1}{m}\left(1-\frac{3}{2}m\right)$	$2Ev-2gv-2cv$ . .	$-\frac{1}{2}$

$2Ev-4gv$	$-\frac{1}{2}$	$Ev+2c'mv$	1
$2Ev-4cv$	$-\frac{1}{2}$	$Ev-2c'mv$	1
$2Ev+3c'mv-cv$	1	$Ev+c'mv-cv$	$\frac{4}{3m^2}\left(1-\frac{75}{8}m\right)$
$2Ev-3c'mv-cv$	1	$Ev+c'mv+cv$	$\frac{1}{2}$
$2Ev+c'mv-2gv+cv$	1	$Ev-c'mv-cv$	$-\frac{1}{2m}$
$2Ev-c'mv-2gv+cv$	1	$Ev-c'mv+cv$	$\frac{1}{2}$
$2Ev+c'mv-2gv-cv$	-1	$Ev+c'mv-2cv$	-1
$2Ev-c'mv-2gv-cv$	-1	$Ev+c'mv+2cv$	$\frac{1}{3}$
$2Ev+c'mv+2gv-cv$	$\frac{1}{3}$	$Ev+c'mv-2gv$	-1
$2Ev-c'mv+2gv-cv$	$\frac{1}{3}$	$Ev+c'mv+2gv$	$\frac{1}{3}$
Ev	$1+m+m^2$	$3Ev$	$\frac{1}{3}(1+m)$
$Ev+cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m\right)$	$3Ev-cv$	$\frac{1}{2}$
$Ev-cv$	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{4}m\right)$	$3Ev+cv$	$\frac{1}{4}$
$Ev-c'mv$	$1+2m+4m^2$	$3Ev+c'mv$	$\frac{1}{3}$
$Ev+c'mv$	1	$3Ev-c'mv$	$\frac{1}{3}$
$Ev-2cv$	-1	$3Ev-2cv$	1
$Ev+2cv$	$\frac{1}{3}$	$3Ev-2gv$	1
$Ev-2gv$	-1	$3Ev+c'mv-cv$	$\frac{1}{2}$
$Ev+2gv$	$\frac{1}{3}$	$4Ev$	$\frac{1}{4}(1+m)$

$4Ev - cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m\right)$	$4Ev - 3cv$	1
$4Ev + cv$	$\frac{1}{5}$	$4Ev - 2gv - cv$ . .	1
$4Ev + c'mv$	$\frac{1}{4}$	$4Ev - 2gv + cv$ . .	$\frac{1}{3}$
$4Ev - c'mv$	$\frac{1}{4}$	$4Ev + c'mv - 2gv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev + c'mv - cv$ . .	$\frac{1}{3}$	$4Ev - c'mv - 2gv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev - c'mv - cv$ . .	$\frac{1}{3}$	$4Ev + c'mv - 2cv$ . .	$\frac{1}{2}$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{2}(1+2m)$	$4Ev - c'mv - 2cv$ . .	$\frac{1}{2}$;
$4Ev - 2gv$	$\frac{1}{2}(1+2m)$		

ce qui donnera

$$\delta nt =$$

$$
\begin{array}{ll}
\sin cv & e\left(\frac{405}{32}m^3+\frac{8239}{128}m^4-\frac{135}{128}m^2\gamma^2-\frac{129}{64}m^2e^2+\frac{21}{32}\gamma^4-\frac{15}{16}e^2\gamma^2\right)\\[2ex]
\sin 2cv & e^2\left(-\frac{1}{2}m^2+\frac{5}{16}\gamma^2-\frac{1485}{128}m^3-\frac{135}{128}m\gamma^2\right)\\[2ex]
\sin 3cv & e^3\left(\frac{29}{48}m^2-\frac{5}{16}\gamma^2\right)\\[2ex]
\sin c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}3.m-\frac{735}{16}m^3+\frac{27}{8}m\varepsilon'^2-\frac{27}{8}m\gamma^2\\ +\frac{27}{8}me^2-\frac{1261}{4}m^4+\frac{117}{32}m^2\gamma^2+\frac{2925}{32}m^2e^2\end{array}\right\}\\[2ex]
\sin 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m-\frac{5175}{128}m^3+\frac{7}{4}m\varepsilon'^2+\frac{81}{32}me^2-\frac{81}{32}m\gamma^2\right)\\[2ex]
\sin 3c'mv & \varepsilon'^3\left(\frac{53}{24}m\right)\\[2ex]
\sin 4c'mv & \varepsilon'^4\left(\frac{77}{32}m\right)
\end{array}
$$

$\sin 2gv$	γ^2	$\left(-\frac{1}{2}m^2-\frac{21}{16}e^2+\frac{3}{16}m^3+\frac{405}{128}me^2\right)$
$\sin cv-c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4}m+\left(-\frac{1257}{32}-\frac{9}{4}=-\frac{1329}{32}\right)m^2\\+\left(-\frac{31503}{128}-\frac{1257}{32}-\frac{63}{16}=-\frac{37035}{128}\right)m^3\\+\frac{9}{8}me^2+\frac{81}{16}m\gamma^2-\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\sin cv+c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{4}m+\left(\frac{693}{32}-\frac{9}{4}=\frac{621}{32}\right)m^2\\+\left(\frac{20403}{128}-\frac{693}{32}+\frac{63}{16}=\frac{18135}{128}\right)m^3\\-\frac{9}{8}me^2-\frac{81}{16}m\gamma^2+\frac{81}{32}m\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\sin 2gv-cv$	$e\gamma^2$	$\left\{\dfrac{\frac{7}{4}-\frac{135}{32}m+\frac{253}{256}m^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{31}{32}e^2}{2g-c}\right\}$
$\sin 2gv+cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{7}{16}m^2+\frac{7}{8}e^2\right)$
$\sin 2gv-2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left\{-\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{513}{64}m^3}{2g-2c}\right\}$
$\sin 2gv-3cv$	$e^3\gamma^2$	$\left(-\frac{29}{32}\right)$
$\sin 4gv-cv$	$e\gamma^4$	$\left(\frac{7}{32}\right)$
$\sin cv-2c'mv$	$e\varepsilon'^2$	$\left\{-\frac{27}{16}m+\left(-\frac{4779}{128}-\frac{27}{8}=-\frac{5211}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2$	$\left\{\frac{27}{16}m+\left(\frac{1821}{128}-\frac{27}{8}=\frac{1389}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin 2cv-c'mv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{\frac{27}{16}m+\left(\frac{3531}{128}+\frac{27}{32}=\frac{3639}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin 2cv+c'mv$	$e^2\varepsilon'$	$\left\{-\frac{27}{16}m+\left(-\frac{2319}{128}+\frac{27}{32}=-\frac{2211}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin 2gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{-\frac{9}{16}m+\left(-\frac{39}{128}-\frac{9}{32}=-\frac{75}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin 2gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left\{\frac{9}{16}m+\left(-\frac{117}{128}-\frac{9}{32}=-\frac{153}{128}\right)m^2\right\}$
$\sin cv+3c'mv$	$e\varepsilon'^3$	$\left(\frac{53}{32}m\right)$

$$\sin cv - 3c'mv \quad e\varepsilon'^3\left(-\frac{53}{32}m\right)$$

$$\sin 2cv + 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{64}m\right)$$

$$\sin 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{64}m\right)$$

$$\sin 2gv + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{64}m\right)$$

$$\sin 2gv - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right)$$

$$\sin 3cv + c'mv \quad e^3\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$$

$$\sin 3cv - c'mv \quad e^3\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$$

$$\sin 2gv - cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{27}{8}m\right)$$

$$\sin 2gv - cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{27}{8}m\right)$$

$$\sin 2gv + cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin 2gv + cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l}
-\frac{11}{8}m^2 - \left(\frac{85}{24} + \frac{11}{8} = \frac{59}{12}\right)m^3 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{45}{16}me^2 \\
-\left(\frac{539}{72} + \frac{85}{24} + \frac{11}{8} = \frac{893}{72}\right)m^4 + \left(\frac{423}{64} + \frac{45}{16} = \frac{603}{64}\right)m^2e^2 \\
+\frac{55}{16}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{35}{64} + \frac{3}{16} = \frac{47}{64}\right)m^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{3031}{216} + \frac{539}{72} + \frac{85}{24} + \frac{11}{8} = \frac{2855}{108}\right)m^5 \\
+\left(\frac{425}{48} + \frac{55}{16} = \frac{295}{24}\right)m^3\varepsilon'^2 - \frac{45}{64}me^4 - \frac{9}{64}m\gamma^4 \\
+\left(\frac{2893}{3072} + \frac{35}{64} + \frac{3}{16} = \frac{5149}{3072}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{24121}{1024} + \frac{423}{64} + \frac{45}{16} = \frac{33769}{1024}\right)m^3e^2 \\
-\frac{39}{16}me^2\gamma^2 - \frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2 - \frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2E\nu - c\nu \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{4}m-\left(\frac{165}{16}+\frac{15}{2}=\frac{285}{16}\right)m^2 \\ -\left(\frac{8947}{256}+\frac{165}{8}+\frac{195}{16}=\frac{17347}{256}\right)m^3+\frac{21}{8}m\gamma^2+\frac{15}{8}me^2+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{377909}{3072}+\frac{8947}{128}+\frac{2145}{64}-\frac{975}{128}=\frac{672197}{3072}\right)m^4 \\ +\left(\frac{165}{64}+\frac{15}{4}=\frac{405}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{15}{8}+\frac{75}{4}=\frac{165}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{345}{32}+\frac{21}{4}=\frac{513}{32}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2E\nu + c\nu \quad e\left\{\begin{array}{l} 2.m^2+\left(\frac{29}{8}+\frac{4}{3}=\frac{119}{24}\right)m^3-\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{15}{8}me^2-5.m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{1423}{192}+\frac{29}{12}+\frac{25}{18}=\frac{6461}{576}\right)m^4-\left(\frac{119}{32}+\frac{5}{4}=\frac{159}{32}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{59}{64}+\frac{1}{8}=\frac{67}{64}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2E\nu + c'm\nu \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{11}{16}m^2+\left(\frac{85}{96}+\frac{11}{32}=\frac{59}{48}\right)m^3-\frac{45}{16}me^2-\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{11}{128}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{85}{192}-\frac{325}{576}+\frac{11}{64}=\frac{29}{576}\right)m^4-\left(\frac{9}{64}+\frac{45}{32}=\frac{99}{64}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{31}{64}+\frac{3}{32}=\frac{37}{64}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2E\nu - c'm\nu \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{77}{16}m^2-\left(\frac{595}{32}+\frac{231}{32}=\frac{413}{16}\right)m^3+\frac{105}{16}me^2+\frac{7}{16}m\gamma^2 \\ -\left(\frac{4525}{64}+\frac{1785}{64}+\frac{693}{64}=\frac{7003}{64}\right)m^4+\frac{1353}{128}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{1353}{64}+\frac{315}{32}=\frac{1983}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{131}{64}+\frac{21}{32}=\frac{173}{64}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2E\nu - 2c'm\nu \quad \varepsilon'^2\left\{-\frac{187}{16}m^2-\left(\frac{1445}{24}+\frac{187}{8}=\frac{1003}{12}\right)m^3+\frac{765}{64}me^2+\frac{51}{64}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2E\nu + 2c'm\nu \quad \varepsilon'^2\left\{-\frac{135}{64}me^2-\frac{9}{64}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2E\nu - 2c\nu \quad e^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}m-\left(\frac{233}{64}+\frac{135}{64}=\frac{23}{4}\right)m^2+\frac{57}{32}m\gamma^2-\frac{15}{64}me^2+\frac{225}{32}m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{113059}{3072}+\frac{699}{256}+\frac{10935}{512}=\frac{187057}{3072}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{16}m + \left(\frac{61}{64} + \frac{27}{64} = \frac{11}{8}\right) m^2 + \frac{33}{64} m\gamma^2 + \frac{75}{32} me^2 + \frac{45}{32} m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{5537}{3072} - \frac{183}{256} - \frac{243}{512} = \frac{1883}{3072}\right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{65}{32} m^2 - \left(\frac{449}{192} + \frac{65}{64} = \frac{161}{48}\right) m^3 + \frac{75}{64} me^2 + \frac{9}{64} m\gamma^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{11}{32} m^2 - \left(\frac{137}{192} + \frac{11}{64} = \frac{85}{96}\right) m^3 + \frac{3}{64} m\gamma^2 + \frac{45}{64} me^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} m + \left(-\frac{105}{32} + \frac{15}{4} = \frac{15}{32}\right) m^2 \\ + \left(-\frac{18613}{128} - \frac{105}{32} + \frac{15}{16} = -\frac{18913}{128}\right) m^3 \\ -\frac{15}{8} me^2 - \frac{21}{8} m\gamma^2 - \frac{15}{32} m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ -m^2 + \left(-\frac{101}{32} - \frac{1}{3} = -\frac{335}{96}\right) m^3 + \frac{15}{8} me^2 + \frac{3}{16} m\gamma^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35}{4} m - \left(\frac{935}{32} + \frac{105}{4} = \frac{1775}{32}\right) m^2 + \frac{615}{32} m\varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{12231}{128} + \frac{2805}{32} + \frac{1155}{16} = \frac{32691}{128}\right) m^3 + \frac{35}{8} me^2 + \frac{49}{8} m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ 7.m^2 + \left(\frac{681}{32} + 7 = \frac{905}{32}\right) m^3 - \frac{35}{8} me^2 - \frac{7}{16} m\gamma^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + 3c'mv \quad \varepsilon'^3 \left(-\frac{11}{384} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - 3c'mv \quad \varepsilon'^3 \left(-\frac{9295}{384} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \frac{45}{16} m + \left(-14 + \frac{135}{32} = -\frac{313}{32}\right) m^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ -\frac{105}{16} m + \left(-\frac{209}{32} - \frac{105}{32} = -\frac{157}{16}\right) m^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{65}{64} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left(-\frac{455}{64} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{16} m + \left(\frac{43}{16} - \frac{27}{32} = \frac{59}{32}\right) m^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{21}{16} m + \left(\frac{67}{32} + \frac{21}{32} = \frac{11}{4}\right) m^2 \right\}$$

$\sin 2Ev + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(\frac{11}{64} m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2$	$\left(-\frac{77}{64} m^2\right)$
$\sin 2Ev - 3cv$	e^3	$\left(\frac{165}{64} m^2\right)$
$\sin 2Ev + 3cv$	e^3	$\left(\frac{7}{4} m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{-\frac{9}{32} m + \left(-\frac{21}{128} + \frac{9}{16} = \frac{51}{128}\right) m^2\right\}$
$\sin 2Ev + 2gv - cv$	$e\gamma^2$	$\left\{-\frac{15}{32} m + \left(-\frac{285}{128} - \frac{5}{16} = -\frac{325}{128}\right) m^2\right\}$
$\sin 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left\{\frac{51}{32} m + \left(-\frac{1531}{256} + \frac{51}{16} = -\frac{715}{256}\right) m^2\right\}$
$\sin 2Ev + 2gv + cv$	$e\gamma^2$	$\left(\frac{3}{4} m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left\{-\frac{255}{16} m + \left(-\frac{8295}{128} - \frac{255}{4} = -\frac{16455}{128}\right) m^2\right\}$
$\sin 2Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(\frac{45}{16} m + \frac{6399}{128} m^2\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv + cv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(17.m^2\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{885}{64} m - \frac{297}{256} e^2.m^{-1}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'^2$	$\left(-\frac{765}{64} m\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(\frac{27}{64} m + \frac{135}{512} e^2.m^{-1}\right)$
$\sin 2Ev - 2c'mv - 2gv$	$\varepsilon'^2\gamma^2$	$\left(-\frac{153}{64} m\right)$
$\sin 2Ev + 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(-\frac{105}{64} m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv + 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(-\frac{69}{64} m\right)$
$\sin 2Ev - 2gv - 2cv$	$e^2\gamma^2$	$\left(\frac{3}{32} m\right)$
$\sin 2Ev - 4gv$	γ^4	$\left(-\frac{3}{64} m\right)$
$\sin 2Ev - 4cv$	e^4	$\left(-\frac{15}{64} m\right)$

$$\sin 2Ev + 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(\frac{5}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 3c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^3\left(-\frac{845}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{51}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{119}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv + 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv + 2gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{32}m\right)$$

$$\sin Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m + \left(\frac{39}{4} + \frac{15}{8} = \frac{93}{8}\right)m^2 + \left(\frac{1401}{32} + \frac{39}{4} + \frac{15}{8} = \frac{1773}{32}\right)m^3 \\ + \frac{45}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{165}{32}m\gamma^2 + \frac{15}{8}me^2\end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + cv \qquad eb^2\left\{-\frac{45}{32}m + \left(-\frac{387}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{27}{4}\right)m^2\right\}$$

$$\sin Ev - cv \qquad eb^2\left\{\frac{165}{32}m + \left(\frac{5847}{256} + \frac{495}{128} = \frac{6837}{256}\right)m^2\right\}$$

$$\sin Ev - c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}m + \left(\frac{453}{16} - \frac{15}{4} = \frac{393}{16}\right)m^2 \\ + \left(-\frac{301}{128} + \frac{453}{8} - \frac{15}{2} = \frac{5987}{128}\right)m^3 + \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 - \frac{135}{64}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2\end{array}\right\}$$

$$\sin Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left\{-\frac{5}{2} + \frac{45}{4}m - \frac{2133}{32}m^2 + \frac{15}{8}\gamma^2 - 5.e^2 - \frac{5}{2}\varepsilon'^2\right\}$$

$$\sin Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left(\frac{45}{32}m\right)$$

$$\sin Ev + 2cv \qquad e^2b^2\left(\frac{15}{16}m\right)$$

$$\sin Ev - 2gv \qquad \gamma^2b^2\left(\frac{165}{64}m\right)$$

$$\sin Ev + 2gv \qquad \gamma^2b^2\left(\frac{15}{64}m\right)$$

$\sin E v + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2$	$\left(\frac{15}{64}\, m\right)$
$\sin E v - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2$	$\left(-\frac{435}{64}\, m\right)$
$\sin E v + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left\{-\frac{25}{8} + \left(\frac{315}{64} + \frac{1875}{64} = \frac{1095}{32}\right) m - \frac{15}{4}\gamma^2 . m^{-1}\right\}$
$\sin E v + c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{15}{8} - \frac{135}{16}\, m\right)$
$\sin E v - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{45}{64}\, m\right)$
$\sin E v - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{45}{32}\, m\right)$
$\sin E v + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{25}{8}\right)$
$\sin E v + c'mv + 2cv$	$e^2\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{5}{4}\right)$
$\sin E v + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(-\frac{25}{48}\right)$
$\sin E v + c'mv + 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2 b^2$	$\left(-\frac{5}{16}\right)$
$\sin 3E v$	b^2	$\left\{-\frac{15}{32} m^2 - \left(\frac{355}{128} + \frac{15}{32} = \frac{415}{128}\right) m^3\right\}$
$\sin 3E v - cv$	$e b^2$	$\left(\frac{495}{256}\, m^2\right)$
$\sin 3E v + cv$	$e b^2$	$\left(\frac{125}{128}\, m^2\right)$
$\sin 3E v + c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{95}{32}\, m^2\right)$
$\sin 3E v - c'mv$	$\varepsilon' b^2$	$\left(-\frac{75}{32}\, m^2\right)$
$\sin 3E v - 2cv$	$e^2 b^2$	$\left(\frac{175}{32}\, m\right)$
$\sin 3E v - 2gv$	$\gamma^2 b^2$	$\left(\frac{25}{32}\, m\right)$
$\sin 3E v + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2$	$\left(\frac{225}{64}\, m\right)$

$\sin 4Ev \qquad \left\{ \frac{283}{256} m^4 + \left(\frac{6549}{1280} + \frac{283}{256} = \frac{1991}{320} \right) m^5 - \frac{975}{128} m^3 e^2 - \frac{33}{128} m^3 \gamma^2 \right\}$

$\sin 4Ev - cv \qquad e \left\{ \frac{15}{4} m^3 + \left(\frac{289}{16} + 5 = \frac{369}{16} \right) m^4 - \frac{225}{64} m^2 e^2 - \frac{45}{128} m^2 \gamma^2 \right\}$

$\sin 4Ev + cv \qquad e\left(- 3 . m^4 \right)$

$\sin 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left(- \frac{283}{256} m^4 \right)$

$\sin 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{1981}{256} m^4 \right)$

$\sin 4Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left(- \frac{45}{8} m^3 \right)$

$\sin 4Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left(\frac{175}{8} m^3 \right)$

$\sin 4Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{675}{256} m^2 + \left(\frac{6345}{512} + \frac{675}{128} = \frac{9045}{512} \right) m^3 \right\}$

$\sin 4Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \frac{9}{256} m^2 + \left(\frac{105}{512} + \frac{9}{128} = \frac{141}{512} \right) m^3 \right\}$

$\sin 4Ev - 3cv \qquad e^3 \left(\frac{225}{128} m^2 \right)$

$\sin 4Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{81}{256} m^2 \right)$

$\sin 4Ev - 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left(- \frac{9}{256} m^2 \right)$

$\sin 4Ev + c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(- \frac{9}{128} m^2 \right)$

$\sin 4Ev - c'mv - 2gv \qquad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{21}{128} m^2 \right)$

$\sin 4Ev + c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(- \frac{675}{128} m^2 \right)$

$\sin 4Ev - c'mv - 2cv \qquad e^2\varepsilon' \left(\frac{1575}{128} m^2 \right).$

250. Maintenant, si l'on désigne par $nt + \varepsilon$ la longitude moyenne de la Lune, on aura sa valeur en fonction de la longitude vraie, développée jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement, en substituant l'expression de δnt, qui vient d'être trouvée, dans

le second membre de l'équation suivante, formée d'après celle qui a été donnée dans la page 318 du I.$^{\text{er}}$ volume.

$$nt+\varepsilon=v+\delta nt+\int\zeta\,dv$$

$$\begin{array}{lll}
+\sin cv & e\left\{\begin{array}{l}-2-\frac{3}{2}m^2+\frac{1}{2}\gamma^2-\frac{225}{16}m^3-\frac{4143}{64}m^4-\frac{13}{32}\gamma^4\\ +\frac{3}{4}m^2e^2-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{8}+3=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2\end{array}\right\}\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}\right) \\
\sin 2cv & e^2\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{16}m^2-\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{1}{8}e^2+\frac{675}{128}m^3\right) \\
\sin 2gv & \gamma^2\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{16}m^2-\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{8}e^2+\frac{9}{128}m^3\right) \\
\sin 3cv & e^3\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}m^2-\frac{1}{8}e^2+\frac{1}{4}\gamma^2\right) \\
\sin 2gv-cv & e\gamma^2\left\{\dfrac{\left(-\frac{7}{4}+1\right)+\frac{9}{16}\gamma^2-\frac{3}{4}e^2}{2g-c}\right\} \\
\sin 2gv+cv & e\gamma^2\left(-\frac{1}{4}+\frac{3}{16}\gamma^2-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}m^2\right) \\
\sin 2gv+2cv & e^2\gamma^2\left(\frac{3}{16}\right) \\
\sin 2gv-2cv & e^2\gamma^2\left\{\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{3}{4}e^2}{2g-2c}\right\} \\
\sin 4cv & e^4\left(\frac{5}{32}\right) \\
\sin 4gv & \gamma^4\left(\frac{1}{32}\right) \\
\sin 2gv-3cv & e^3\gamma^2\left(\frac{5}{8}\right) \\
\sin 2gv+3cv & e^3\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right) \\
\sin 5cv & e^5\left(-\frac{3}{40}\right) \\
\sin 4gv+cv & e\gamma^4\left(-\frac{3}{64}\right) \\
\sin 4gv-cv & e\gamma^4\left(-\frac{5}{64}\right).
\end{array}$$

Nous avons laissé en évidence les deux diviseurs $2g-c$, $2g-2c$ afin de rendre plus manifeste la modification apportée par la perturbation dans les coefficiens des deux argumens, $2gv-cv$, $2gv-2cv$.

Les valeurs de g et c trouvées dans les pages 183 et 245 fournissent aisément les multiplicateurs qu'on a employés pour faire disparoître les diviseurs qu'on voit dans la page 318 du I.er volume. Mais pour plus de clarté j'ajouterai qu'on a ;

$$\frac{1}{c}=1+\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3+\frac{4143}{128}m^4-\frac{3}{8}m^2e^2-\frac{3}{2}m^2\gamma^2+\frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2\ ;$$

$$\frac{1}{2g}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{3}{4}m^2+\frac{9}{32}m^3\right).$$

Un simple coup d'oeil suffit pour former les autres facteurs. Mais l'intégrale $\int\zeta dv$, qui tient lieu de l'équation séculaire, mérite par son importance le développement spécial que je vais exposer dans le paragraphe suivant, après avoir fait une remarque importante sur le coefficient de l'argument $Ev-c'mv$. Voici en quoi elle consiste.

251. Laplace a entrepris de déterminer dans la page 344 du tome 4.ième de la M.e C.e le coefficient de l'argument $Ev-c'mv$ par un procédé indirect. Mais il est maintenant facile de démontrer que ce procédé est tout-à-fait inexact.

En effet ; soit

$$nt+\varepsilon=$$

$$Ae\sin cv+A'e\sin 2Ev-cv+A''\varepsilon'b^2\sin Ev+c'mv+K\varepsilon'b^2\sin Ev-c'mv+\text{etc.}$$

Si la proportion $A'':K::A:A'$, supposée par Laplace, était vraie, on aurait $K=\frac{A'A''}{A}$. Or nous venons de trouver, que

$$A'=-\frac{15}{4}m-\frac{285}{16}m^2-\frac{17347}{256}m^3+\frac{75}{8}m\varepsilon'^2+\frac{15}{8}me^2+\frac{21}{8}m\gamma^2\ ,$$

$$A''=-\frac{5}{2}+\frac{45}{4}m-\frac{2133}{32}m^2-5.e^2-\frac{5}{2}\varepsilon'^2+\frac{15}{8}\gamma^2\ ,$$

$$A=-2-\frac{3}{2}m^2+\frac{1}{2}\gamma^2.$$

Donc, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au troisième, on pourra faire $K = -\frac{A'A''}{2}\left(1 - \frac{3}{4}m^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right)$, et

$$A'A'' = \frac{75}{8}m + \left(\frac{1425}{32} - \frac{675}{16} = \frac{75}{32}\right)m^2 + \left(\frac{86735}{512} - \frac{12825}{64} + \frac{31995}{128} = \frac{112115}{512}\right)m^3$$
$$+ \left(\frac{75}{8} - \frac{375}{16} = -\frac{225}{16}\right)m\varepsilon'^2 + \left(\frac{75}{4} - \frac{75}{16} = \frac{225}{16}\right)me^2 - \left(\frac{105}{16} + \frac{225}{32} = \frac{435}{32}\right)m\gamma^2,$$

ce qui donne

$$K = -\frac{75}{16}m - \frac{75}{64}m^2 - \left(\frac{112115}{1024} - \frac{225}{64} = \frac{108515}{1024}\right)m^3 + \frac{225}{32}m\varepsilon'^2$$
$$- \left(\frac{225}{32} + \frac{75}{64} = \frac{525}{64}\right)me^2 + \left(\frac{435}{64} - \frac{75}{64} = \frac{45}{8}\right)m\gamma^2,$$

au lieu du coefficient $-\frac{15}{8}m + \frac{393}{16}m^2 +$ etc. qu'on voit dans notre formule. Ainsi il est démontré par là, que la considération indirecte employée par LAPLACE ne donne pas même le *premier* terme de ce coefficient avec précision. Et à l'égard du *second* terme du même coefficient, l'aberration de la vérité est encore plus grande : car il doit être d'un *signe contraire*, et presque égal au premier, lorsqu'on y substitue pour m sa valeur numérique. C'est cette opposition dans les signes, qui jointe à la grandeur des coefficiens numériques absolus rend cette inégalité positive et au-dessous de deux dixièmes de seconde.

§ 16.

Expression de l'équation séculaire de la Lune, et réduction de son moyen mouvement à la forme $t\sqrt{\frac{\sigma}{a^3}}$

252. Rappelons nous, que le moyen mouvement de la Lune et son équation séculaire sont liés par l'équation

$$\int dv \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 (1+\Pi)\sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} = \frac{v}{n} + \frac{1}{n} \int \zeta \, dv$$

(Voyez p. 263 du I.er volume); et que dans les pages 244 et 822 de ce volume on a donné, jusqu'aux quantités du *sixième* ordre inclusivement, le développement des fonctions des élémens des deux orbites représentées par $\frac{a}{a_1}$ et Π. Ainsi, nous pouvons maintenant former, avec le même degré d'approximation, le développement de la fonction $\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi)$. Pour cela, remarquons, qu'en posant $\frac{a}{a_1} = 1 + \left(\frac{a}{a_1} - 1\right)$, on a

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = 1 + 2\left(\frac{a}{a_1} - 1\right) + \left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2.$$

Mais, comme on néglige les quantités d'un ordre supérieur au sixième, il suffira de prendre

$$2\left(\frac{a}{a_1} - 1\right)\Pi = m^2\Pi = \frac{171}{64}m^6 + \frac{675}{128}m^4e^2;$$

$$\left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}m^4 - 3.m^6 + \frac{3}{4}m^4E'^2 + \frac{27}{256}m^4\gamma^2 + \frac{3}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2);$$

et par conséquent

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi) = 1 + \Pi + 2\left(\frac{a}{a_1} - 1\right) + \frac{1}{4}m^4 - \left(3 - \frac{171}{64} = \frac{21}{64}\right)m^6 + \frac{3}{4}m^4E'^2$$
$$+ \frac{675}{128}m^4e^2 + \frac{27}{256}m^4\gamma^2 + \frac{3}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2).$$

La valeur de Π et celle de $\frac{a}{a_1}$ (Voyez p. 244, et 822) donnent;

$$\Pi + 2\left(\frac{a}{a_1} - 1\right) =$$

$$m^2\left(1 - \frac{213}{64}m^2 - \frac{165}{32}m^3 + \frac{401}{192}m^4\right)$$
$$+ e^2 m^2\left(\frac{675}{128} + \frac{7425}{256}m + \frac{480909}{4096}m^2\right)$$
$$+ \gamma^2 m^2\left(\frac{27}{128} + \frac{135}{256}m - \frac{5955}{4096}m^2\right)$$
$$+ E'^2 m^2\left(\frac{3}{2} + 0.m - \frac{2475}{128}m^2\right)$$
$$+ m^2\left(\frac{15}{8}E'^4 - \frac{795}{64}e^4 - \frac{285}{256}\gamma^4 + \frac{1251}{512}b^4 + \frac{243}{128}e^2\gamma^2 + \frac{1461}{128}e^2E'^2 + \frac{525}{128}\gamma^2E'^2\right)$$
$$+ (\varepsilon'^2 - E'^2)\left\{\frac{3}{2}m^2 - \frac{2091}{128}m^4 + \frac{1461}{128}m^2e^2 + \frac{525}{128}m^2\gamma^2 + \frac{75}{32}b^4\right\}$$
$$+ \frac{15}{8}m^2\left(\varepsilon'^4 - E'^4\right) + \frac{195}{128}e^4\gamma^2 - \frac{21}{128}e^2\gamma^4 + \frac{75}{32}E'^2b^4\;;$$

partant nous avons,

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1 + \Pi) =$$

$$1 + m^2\left(1 - \frac{197}{64}m^2 - \frac{165}{32}m^3 + \frac{169}{96}m^4\right)$$
$$+ e^2 m^2\left(\frac{675}{128} + \frac{7425}{256}m + \frac{502509}{4096}m^2\right)$$
$$+ \gamma^2 m^2\left(\frac{27}{128} + \frac{135}{256}m - \frac{5523}{4096}m^2\right)$$
$$+ E'^2 m^2\left(\frac{3}{2} + 0.m - \frac{2379}{128}m^2\right)$$
$$+ m^2\left(\frac{15}{8}E'^4 - \frac{795}{64}e^4 - \frac{285}{256}\gamma^4 + \frac{1251}{512}b^4 + \frac{243}{128}e^2\gamma^2 + \frac{1461}{128}e^2E'^2 + \frac{525}{128}\gamma^2E'^2\right)$$
$$+ (\varepsilon'^2 - E'^2)\left\{\frac{3}{2}m^2 - \frac{1995}{128}m^4 + \frac{1461}{128}m^2e^2 + \frac{525}{128}m^2\gamma^2 + \frac{75}{32}b^4\right\}$$
$$+ \frac{15}{8}m^2\left(\varepsilon'^4 - E'^4\right) + \frac{195}{128}e^4\gamma^2 - \frac{21}{128}e^2\gamma^4 + \frac{75}{32}E'^2b^4.$$

En séparant dans cette expression la partie constante et la partie variable [c'est-à-dire celle multipliée par $(\varepsilon'^2 - E'^2)$ ou par $(\varepsilon'^4 - E'^4)$], il est évident, que l'équation

$$\int dv \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 (1+\Pi) \sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} = \frac{v}{n} + \frac{1}{n}\int \zeta dv,$$

se réduit à dire qu'on doit faire,

$$\frac{1}{n} =$$

$$\sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} \left\{ \begin{aligned} & 1 + m^2 - \frac{197}{64} m^4 - \frac{165}{32} m^5 + \frac{169}{96} m^6 \\ & + e^2 \left(\frac{675}{128} m^2 + \frac{7425}{256} m^3 + \frac{502509}{4096} m^4 \right) \\ & + \gamma^2 \left(\frac{27}{128} m^2 + \frac{135}{256} m^3 - \frac{5523}{4096} m^4 \right) \\ & + E'^2 \left(\frac{3}{2} m^2 + 0.\, m^3 - \frac{2379}{128} m^4 \right) \\ & + m^2 \left(\frac{15}{8} E'^4 - \frac{795}{64} e^4 - \frac{285}{256} \gamma^4 + \frac{1251}{512} b^4 + \frac{243}{128} e^2\gamma^2 + \frac{1461}{128} e^2 E'^2 + \frac{525}{128} \gamma^2 E'^2 \right) \\ & + \frac{195}{128} e^4 \gamma^2 - \frac{21}{128} e^2 \gamma^4 + \frac{75}{32} E'^2 b^4 \end{aligned} \right\};$$

et,

$$\frac{1}{n} \cdot \int \zeta dv =$$

$$\sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} \cdot \left\{ \frac{3}{2} m^2 - \frac{1995}{128} m^4 + \frac{1461}{128} m^2 e^2 + \frac{525}{128} m^2 \gamma^2 + \frac{75}{32} b^4 \right\} \int dv (\varepsilon'^2 - E'^2)$$
$$+ \sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} \cdot \frac{15}{8} m^2 \int dv (\varepsilon'^4 - E'^4).$$

En multipliant par n le premier membre de la dernière équation, et par $(1 - m^2)\sqrt{\frac{\sigma}{a_1^3}}$ le second membre, il viendra,

$$\int \zeta dv =$$

$$\left\{ \frac{3}{2} m^2 - \frac{2187}{128} m^4 + \frac{1461}{128} m^2 e^2 + \frac{525}{128} m^2 \gamma^2 + \frac{75}{32} b^4 \right\} \int dv (\varepsilon'^2 - E'^2)$$
$$+ \frac{15}{8} m^2 \int dv (\varepsilon'^4 - E'^4).$$

Telle est la fonction de v, qui doit être substituée à la place de $\int \zeta dv$ dans le second membre de l'équation

$$nt + \varepsilon = v + \int \zeta dv + \textit{les termes périodiques},$$

pour comprendre dans l'expression de la longitude moyenne, en fonction de la longitude vraie, la perturbation séculaire due à la variation séculaire de l'excentricité de l'orbite de la Terre. On trouvera dans le volume suivant le coefficient de l'intégrale $\int dv\,(\varepsilon'^2 - E'^2)$ développé jusqu'aux quantités du *sixième* ordre inclusivement.

253. Considérons maintenant l'expression de la quantité constante n, qui détermine le moyen mouvement nt de la Lune. En écrivant d'abord la valeur précédente de $\frac{1}{n}$ sous cette forme concise, savoir

$$\frac{1}{n} = \sqrt{\frac{a_1^3}{\sigma}} \left\{ A_0 + A_1 m^2 e^2 + A_2 m^2 \gamma^2 + A_3 m^2 E'^2 + B \right\},$$

on voit aussitôt, qu'en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au sixième, on a;

$$n = \sqrt{\frac{\sigma}{a_1^3}} \left\{ \frac{1}{A_0} - \frac{A_1}{A_0^2} m^2 e^2 - \frac{A_2}{A_0^2} m^2 \gamma^2 - \frac{A_3}{A_0^2} m^2 E'^2 - \frac{B}{A_0^2} \right\};$$

et qu'il suffit de prendre

$$\frac{1}{A_0} = 1 - m^2 + \left(1 + \frac{197}{64} = \frac{261}{64}\right) m^4 + \frac{165}{32} m^5 - \left(1 + \frac{169}{96} + \frac{197}{32} = \frac{107}{12}\right) m^6;$$

$$\frac{A_1}{A_0^2} = \frac{675}{128} + \frac{7425}{256} m + \frac{459309}{4096} m^2;$$

$$\frac{A_2}{A_0^2} = \frac{27}{128} + \frac{135}{256} m - \frac{7251}{4096} m^2;$$

$$\frac{A_3}{A_0^2} = \frac{3}{2} + 0.m - \frac{2763}{128} m^2;$$

$$\frac{B}{A_0^2} = B = m^2 \left(\frac{15}{8} E'^4 - \frac{795}{64} e^4 - \frac{285}{256} \gamma^4 + \frac{1251}{512} b'^4 + \frac{243}{128} e^2 \gamma^2 + \frac{1461}{128} e^2 E'^2 + \frac{525}{128} \gamma^2 E'^2 \right)$$
$$+ \frac{195}{128} e^4 \gamma^2 - \frac{21}{128} e^2 \gamma^4 + \frac{75}{32} E'^2 b^4.$$

Donc, si l'on veut réduire cette expression de n à la forme $\sqrt{\frac{\sigma}{a^3}}$, comme on le pratique dans la théorie des planètes, il faudra déterminer la quantité a, d'après l'équation

$$\frac{1}{\sqrt{a^3}}=\frac{1}{\sqrt{\mathrm{a}_1^3}}\left\{\frac{1}{A_0}-\frac{A_1}{A_0^2}m^2e^2-\frac{A_2}{A_0^2}m^2\gamma^2-\frac{A_3}{A_0^2}m^2E'^2-\frac{B}{A_0^2}\right\};$$

laquelle revient à dire que

$$\frac{a}{\mathrm{a}}=\frac{\mathrm{a}_1}{\mathrm{a}}\times\frac{1}{K^{\frac{2}{3}}};$$

K désignant le coefficient de $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{a}_1^3}}$ qu'on voit dans l'équation précédente.

254. Il est facile de développer cette expression du rapport $\frac{a}{\mathrm{a}}$, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au sixième. Pour cela il suffit de prendre

$$\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)^{-1}=1-\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}-1\right)+\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}-1\right)^2-\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}-1\right)^3;$$

ce qui donne

$$\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}\right)^{-1}=1-\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}-1\right)+\frac{1}{4}m^4-\frac{25}{8}m^6+\frac{3}{4}m^4E'^2+\frac{27}{256}m^4\gamma^2+\frac{3}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2);$$

d'où on tire, en substituant pour $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1}$ sa valeur donnée dans la page 244,

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{a}_1}{\mathrm{a}}=1&-\frac{1}{2}m^2+\frac{13}{4}m^4+\frac{149}{16}m^5+\frac{3625}{192}m^6\\
&+e^2\left(-\frac{45}{16}m^2+\frac{227}{64}m^4\right)+E'^2\left(-\frac{3}{4}m^2+\frac{177}{8}m^4\right)\\
&+\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2-\frac{315}{512}m^3-\frac{9453}{8192}m^4\right)-\frac{75}{256}e^4\gamma^2\\
&+m^2\left(-\frac{3}{4}+\frac{165}{8}m^2-\frac{525}{256}\gamma^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)-\frac{15}{16}m^2(\varepsilon'^4-E'^4)\\
&+m^2\left(\frac{231}{32}e^4-\frac{15}{16}E'^4+\frac{99}{256}\gamma^4-\frac{9}{16}b^4-\frac{27}{64}e^2\gamma^2-\frac{525}{256}\gamma^2E'^2\right).\end{aligned}$$

En formant la valeur de $K^{-\frac{2}{3}}$ on trouvera

$$
\begin{aligned}
K^{-\frac{2}{3}} = 1 &+ \frac{2}{3}m^2 - \frac{623}{288}m^4 - \frac{55}{16}m^5 + \frac{4943}{2592}m^6 \\
&+ e^2 m^2 \left(\frac{225}{64} + \frac{2475}{128} m + \frac{165103}{2048} m^2 \right) \\
&+ \gamma^2 m^2 \left(\frac{9}{64} + \frac{45}{128} m - \frac{1937}{2048} m^2 \right) \\
&+ E'^2 m^2 \left(1 - \frac{2443}{192} m^2 \right) + \frac{65}{64} e^4 \gamma^2 - \frac{7}{64} e^2 \gamma^4 + \frac{25}{16} E'^2 b^4 \\
&+ m^2 \left(\frac{5}{4} E'^4 - \frac{265}{32} e^4 - \frac{95}{128} \gamma^4 + \frac{417}{256} b^4 + \frac{81}{64} e^2 \gamma^2 + \frac{487}{64} e^2 E'^2 + \frac{175}{64} E'^2 \gamma^2 \right).
\end{aligned}
$$

Donc en faisant le produit $\frac{a_1}{a} \times K^{-\frac{2}{3}}$, et posant $\frac{a}{a} = 1 + p$, la fonction des élémens désignée par p sera déterminée par cette équation;

$$
\begin{aligned}
p = &\frac{1}{6}m^2 + \frac{217}{288}m^4 + \frac{47}{8}m^5 + \frac{15575}{648}m^6 \\
&+ e^2 m^2 \left(\frac{45}{64} + \frac{2475}{128} m + \frac{164927}{2048} m^2 \right) \\
&+ \gamma^2 m^2 \left(\frac{9}{256} - \frac{135}{512} m - \frac{18353}{8192} m^2 \right) \\
&+ E'^2 m^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1613}{192} m^2 \right) + \frac{185}{256} e^4 \gamma^2 - \frac{7}{64} e^2 \gamma^4 + \frac{25}{16} E'^2 b^4 \\
&+ m^2 \left(\frac{5}{16} E'^4 - \frac{17}{16} e^4 - \frac{91}{256} \gamma^4 + \frac{273}{256} b^4 + \frac{27}{32} e^2 \gamma^2 + \frac{487}{64} e^2 E'^2 + \frac{175}{256} E'^2 \gamma^2 \right) \\
&+ m^2 \left(-\frac{3}{4} + \frac{165}{8} m^2 - \frac{525}{256} \gamma^2 \right) (\varepsilon'^2 - E'^2) - \frac{15}{16} m^2 (\varepsilon'^4 - E'^4).
\end{aligned}
$$

Cela posé, rappelons nous, que dans la page 260 du premier volume, l'expression complète de u a été partagée en deux parties telles qu'on avait, $au = u_1 + \delta u$. Donc en multipliant les deux membres de cette équation par $\frac{a}{a}$ il viendra

$$au = (1 + p)(u_1 + \delta u),$$

où le facteur $1 + p$ doit être remplacé par sa valeur $1 + \frac{1}{6}m^2 + \text{etc.}$, fournie par l'équation précédente.

Cependant il faudra avoir soin d'exécuter cette multiplication, à l'égard des termes multipliés par $b^2 = \frac{\mathrm{a}}{\alpha'}$ (Voyez p. 266 du I.er volume), par le simple changement de b^2 en $\frac{a}{\alpha'}$.

Pour introduire le même rapport $\frac{a}{\alpha'}$ dans l'expression de la longitude moyenne $nt+\varepsilon$, qui occupe les pages 838-846, il suffira de diviser par la valeur de $\frac{a}{\mathrm{a}}$, trouvée plus haut, tous les coefficiens qui ont pour facteur b^2: après cela on pourra remplacer b^2 par $\frac{a}{\alpha'}$, puisque $b^2 = \frac{a}{\alpha'} \times \frac{\mathrm{a}}{a}$. On voit par là, que dans la théorie de la Lune, on ne peut éliminer les deux paramétres auxiliaires a et a_1, et introduire dans les formules la véritable distance moyenne a, qu'après avoir achevé toutes les intégrations. Lorsqu'on veut anticiper l'introduction de cet élément on tombe dans une obscurité presqu'inévitable, qui naît de la proximité des trois quantités a_1, a, a, et de la différence qu'il y a dans l'expression analytique des deux rapports $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}_1} = 1 + \frac{1}{2} m^2 + \text{etc.}$; $\frac{a}{\mathrm{a}} = 1 + \frac{1}{6} m^2 + \text{etc.}$ (Sur quoi Voyez les pages 244 et 855).

La valeur de u_1 a été donnée dans la page 307 du premier volume, et celle de δu on la formera à l'aide des différentes valeurs partielles de δu qui occupent les pages 76, 77, 83, 127, 143, 308-310; 416-421; 425, 427, 482, 483, 596, 597, 646, 733, 734 de ce volume. Mais nous ferons ailleurs la réunion de ces termes, ainsi que de ceux qui composent l'expression de la tangente de la latitude exprimée par

$$s = \gamma \sin g v + \delta s\,;$$

dont les différens termes développés jusqu'ici se trouvent dans les pages 204-207; 221, 268, 269, 324, 422, 507, 672, 254.

255. Ainsi, l'engagement que nous avions contracté dans la page 9 de ce volume est rempli: les trois coordonnées polaires de la Lune dues à la force attractive de la Terre considérée comme parfaitement

sphérique, et à la force perturbatrice du Soleil, se trouvent explicitement développées, jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement, par trois équations de cette forme;

$$s=\gamma \,.\, sin(gv-\theta)+\Sigma A \, sin(pv+q),$$

$$au=(1+e^2+\tfrac{1}{4}\gamma^2+\tfrac{1}{6}m^2+\text{etc.})\, cos\, ov+\Sigma B\, cos(p'v+q'),$$

$$\varepsilon+t\sqrt{\frac{M+M'}{a^3}}=v+\int\zeta dv+\Sigma C\, sin(p''v+q''):$$

où, un quelconque des coefficiens A, B, C, qui affectent les termes périodiques, doit être considéré (généralement parlant) comme une fonction des cinq paramétres m, e, γ, ε', $\frac{a}{a'}$. On ne doit pas perdre de vue, que les quatre premiers de ces paramètres ont été traités comme des quantités du premier ordre, et que le rapport $\frac{a}{a'}$ des distances moyennes de la Lune et du Soleil au centre de la Terre a été traité comme une quantité du second ordre.

Dans la formation définitive des argumens on écrira $1-m$ à la place de E; après cela il faudra changer

$$\begin{array}{lll} mv & \text{en} & mv+m\int\zeta dv+\varepsilon_{,}-m\varepsilon\,; \\ c'mv & \ldots\ldots & c'\{mv+m\int\zeta dv+\varepsilon_{,}-m\varepsilon_{,}\}-\chi'\,; \\ gv & \ldots\ldots & gv-\int\theta\, dv-\theta_1\,; \\ cv & \ldots\ldots & cv-\int\varpi\, dv-\varpi_1\,; \end{array}$$

et prendre les valeurs de g, c et des trois intégrales $\int\theta dv$, $\int\varpi dv$, $\int\zeta dv$ telles qu'on les trouve dans les pages 183, 245, 852 de ce volume. Les constantes arbitraires θ_1, ϖ_1 représentent la longitude du noeud et celle du périgée, telles qu'elles ont lieu dans le Ciel au moment que l'on choisit pour fixer l'origine du temps. Les deux constantes $\varepsilon_{\prime}$, $\varkappa'$ représentent, pour le même instant, l'époque et la longitude du périgée de l'orbite du Soleil. Ces changemens et ces définitions sont une conséquence nécessaire de ce qui a été préscrit dans les pages 322, 268 et 64 du premier volume.

256. Les trois coordonnées orthogonales de la Lune sont liées avec les trois coordonnées polaires par les équations

$$x = \frac{\cos v}{u}, \qquad y = \frac{\sin v}{u}, \qquad z = \frac{s}{u}:$$

de sorte que, en nommant r la ligne qui joint les deux centres de gravité de la Terre et de la Lune, on a

$$r = \frac{\sqrt{1+ss}}{u} = \frac{a\sqrt{1+ss}}{(1+p)(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e\cos(cv-\varpi)+\text{etc.})}$$

Mais $\sqrt{1+ss} = 1+\frac{1}{4}\gamma^2+\text{etc.}$ Donc en développant cette valeur de r on aura

$$r = a\left(1+\frac{1}{4}\gamma^2+\text{etc.}\right)\left(1-e^2-\frac{1}{4}\gamma^2-e\cos(cv-\varpi)+\frac{e^2}{2}+\text{etc.}\right)$$
$$\times\left(1-\frac{1}{6}m^2+\text{etc.}\right)$$

ou bien,

$$r = a\left(1-\frac{e^2}{2}-\frac{1}{6}m^2-e\cos(cv-\varpi)+\text{etc.}\right).$$

Ces deux premiers termes sont identiques avec les deux premiers termes qu'on obtient en développant la fonction

$$\frac{a(1-\frac{1}{6}m^2)(1-e^2)}{1+e\cos(cv-\varpi)},$$

qui représente, comme on sait, le rayon vecteur d'une ellipse dont le grand axe, exprimé par $2a\left(1-\frac{1}{6}m^2\right)$, se meut uniformément autour du foyer comme centre. La projection $\sqrt{x^2+y^2}$ du même rayon vecteur r sera donnée par l'équation

$$\sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{u}=a\left(1-\frac{e^2}{2}-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{6}m^2-e\cos(cv-\varpi)+\text{etc.}\right).$$

Les deux premiers termes de cette fonction coïncident avec les deux premiers termes qu'on aurait en développant la fonction

$$\frac{a(1-\frac{1}{6}m^2)}{1+\gamma^2}\left\{\frac{1+\gamma^2-e^2-e^2\gamma^2\cos^2.(\theta-\varpi)}{\sqrt{1+ss}+e\cos(cv-\varpi)}\right\},$$

et négligeant les quantités d'un ordre supérieur au second. Mais cette dernière fonction représente la projection du rayon vecteur de l'ellipse

$$r=\frac{a(1-\frac{1}{6}m^2)(1-e^2)}{1+e\cos(cv-\varpi)}$$

sur un plan dont γ est la tangente de l'inclinaison de son plan sur le plan des x, y, et θ la longitude du noeud (Voyez tome I.er p. 46 et 50). Donc il est vrai de dire que le mouvement du périgée Lunaire est le même soit à l'égard de l'orbite réelle, soit à l'égard de sa projection sur le plan fixe de l'écliptique, puisque les deux fonctions

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\frac{\sqrt{1+ss}}{u}, \qquad \sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{u}$$

renferment chacune le même terme $-ae\cos(cv-\varpi)$. Il est d'ailleurs évident que les deux fonctions $\frac{\sqrt{1+ss}}{u}$, $\frac{1}{u}$, en poussant leur développement aussi loin qu'on voudra, ne peuvent différer que par le coefficient qui multiplie $\cos(cv-\varpi)$; mais que l'argument $cv-\varpi$ demeure toujours le même pour l'une comme pour l'autre. Ce raisonnement nous paraît plus direct que celui qu'on lit (en forme de note) dans les pages 183, 184 du premier volume des *Recherches de* D'ALEMBERT *sur différens points du Système du Monde.*

257. Nous avons intégré les trois équations différentielles du mouvement de la Lune en prenant, comme D'Alembert et Clairaut, sa longitude *vraie* pour la variable indépendante. Cette méthode, nous paraît être la plus avantageuse pour parvenir à une solution littérale du problême, rigoureusement conforme au principe des approximations successives. Euler a adopté le tems pour la variable indépendante. Tobie Mayer a voulu garder dans ce choix un espèce de milieu. Il n'a pris, ni la longitude moyenne, ni la longitude vraie; sa variable indépendante résulte d'une manière particulière de partager en deux une des équations fondamentales. Je ne pense pas que ce changement opéré par Mayer ait des avantages bien réels, lorsqu'on embrasse l'ensemble des inégalités Lunaires, et qu'on a pour but de les déterminer par la seule théorie. Mais, pour offrir à ceux qui voudraient décider cette question par un calcul comparatif un point de départ qui ne soit pas fort éloigné de nos équations fondamentales, voici en peu de mots, comment on peut déduire les équations de Mayer de celles qui sont désignées par (VIII)' dans la page 28 du premier volume.

Il est d'abord clair que la troisième de ces équations donne

$$\frac{dv}{ku^2.ndt}=1+\frac{1}{kn}.\int\frac{d\Omega}{dv}.dt\,,$$

en nommant kn la constante arbitraire ajoutée à l'intégrale.

Maintenant si l'on fait $ku^2.ndt=dp$, l'équation précédente donnera

$$\frac{dv}{dp}=1+\frac{1}{(kn)^2}.\int\frac{d\Omega}{dv}.\frac{dp}{u^2}.$$

Actuellement, si l'on veut prendre p pour la variable indépendante, il faudra changer

$$\frac{d^2u}{dt^2}\quad\text{en}\quad\frac{1}{dt}d.\frac{du}{dt}=\frac{d^2u}{dt^2}-\frac{du.d^2t}{dt^3}\,,$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}\quad\text{en}\quad\frac{1}{dt}d.\frac{ds}{dt}=\frac{d^2s}{dt^2}-\frac{ds.d^2t}{dt^3}.$$

Mais nous avons

$$ndt = \frac{dp}{ku^2}\,; \qquad nd^2t = -\frac{2}{ku^3}du\,.\,dp\,.$$

Donc, cela revient à changer

$$\frac{d^2u}{dt^2} \quad \text{en} \quad \frac{d^2u}{dp^2}(nk)^2u^4 + 2(nk)^2u^3\left(\frac{du}{dp}\right)^2$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} \quad \text{en} \quad \frac{d^2s}{dp^2}(nk)^2u^4 + 2(nk)^2u^3\frac{du}{dp}\cdot\frac{ds}{dp}\,.$$

En substituant ces valeurs dans la première et la seconde des équations (VIII)′ on aura

$$\frac{d^2s}{dp^2}\,.\,u^4(nk)^2 + su^4\left(nk + \int\frac{d\Omega}{dv}dt\right)^2 = u^4\left\{\frac{s}{u}\,\frac{d\Omega}{du} + \frac{1+ss}{u^2}\,\frac{d\Omega}{ds}\right\},$$

$$\frac{d^2u}{dp^2}\,.\,u^4(nk)^2 + u^5\left(nk + \int\frac{d\Omega}{dv}dt\right)^2 = \frac{\sigma u^4}{(1+s^2)^{\frac{3}{2}}} + u^4\left(\frac{d\Omega}{du} + \frac{s}{u}\,\frac{d\Omega}{ds}\right).$$

Donc en faisant pour plus de simplicité

$$P = \int\frac{d\Omega}{dv}dt = \frac{1}{nk}\cdot\int\frac{d\Omega}{dv}\cdot\frac{dp}{u^2}$$

on aura ces cinq équations équivalentes aux trois équations (VIII)′; savoir

$$(M)\ldots\left\{\begin{array}{l}
k\,u^2\,.\,ndt = dp\,,\\[4pt]
\dfrac{dP}{dp} = \dfrac{1}{nk}\cdot\dfrac{1}{u^2}\cdot\dfrac{d\Omega}{dv}\,,\\[8pt]
\dfrac{dv}{dp} = 1 + \dfrac{P}{nk}\,,\\[8pt]
(nk)^2\left(\dfrac{d^2u}{dp^2} + u\right) + 2uP.nk + uP^2 - \sigma(1+ss)^{-\frac{3}{2}} - \dfrac{d\Omega}{du} - \dfrac{s}{u}\cdot\dfrac{d\Omega}{ds} = 0\,,\\[8pt]
(nk)^2\left(\dfrac{d^2s}{dp^2} + s\right) + 2sP.nk + sP^2 - \dfrac{s}{u}\,.\,\dfrac{d\Omega}{dv} - \dfrac{(1+ss)}{u^2}\,\dfrac{d\Omega}{ds} = 0\,.
\end{array}\right.$$

Mayer fait dans ces équations $ndt = dq$, et

$$\frac{1}{u^2}\cdot\frac{d\Omega}{dv} = -\frac{M'u'^3}{u^4}\left\{\frac{3}{2}\sin(2v-2v') + \frac{3}{8}\,\frac{u'}{u}\sin(v-v') + \frac{15}{8}\,\frac{u'}{u}\sin(3v-3v')\right\};$$

$$\frac{d\Omega}{du}+\frac{s}{u}\frac{d\Omega}{ds}=-\frac{M'u'^3}{u^3}\left\{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cos(2v-2v')+\frac{9}{8}\frac{u'}{u}\cos(v-v')+\frac{15}{8}\frac{u'}{u}\cos(3v-3v')\right\};$$

$$\frac{s}{u}\frac{d\Omega}{du}+\frac{1+ss}{u^2}\frac{d\Omega}{ds}=-\frac{M'u'^3}{u^4}s\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\cos(2v-2v')+\frac{33}{8}\frac{u'}{u}\cos(v-v')\\ +\frac{15}{8}\frac{u'}{u}\cos(3v-3v')\end{array}\right\}.$$

Ensuite il entreprend de les développer en supposant

$$\mathrm{a}u=1-A\cos\alpha p-B\cos\beta p-C\cos\gamma p+\text{etc.}$$

$$P=-\int dp(a.\sin\alpha p+b.\sin\beta p+c.\sin\gamma p+\text{etc.})$$

et en déterminant convenablement les coefficiens A, B, C etc., a, b, c; etc.

Par ce moyen, on a entre v, nt et p les deux équations

$$nt+\varepsilon=\int\frac{\mathrm{a}^2dp}{k(\mathrm{a}u)^2},$$

$$v=p+\frac{1}{nk}\left\{\frac{a}{\alpha}.\cos\alpha p+\frac{b}{\beta}.\cos\beta p+\frac{c}{\gamma}.\cos\gamma p+\text{etc.}\right\}$$

qui servent pour exprimer toutes les variables en fonction de p, et à faire connoître v en fonction de $nt+\varepsilon$. La constante k est déterminée de manière que le coefficient constant, qui multiplie dp dans le développement de la fonction $\frac{\mathrm{a}^2dp}{k(\mathrm{a}u)^2}$ soit égal à l'unité. On trouvera dans l'ouvrage même de Mayer les autres développemens qui sont nécessaires pour une plus complète intelligence de sa méthode.

258. On remarquera sans doute, qu'une partie considérable de ce volume est consacrée à la portion de δnt, qui comprend les cinq termes de la forme $Ae^2\gamma^2.\sin 2gv-2cv$, $A'e^2\varepsilon'^2.\sin 2Ev+2c'mv-2cv$, $A''\gamma^2\varepsilon'^2.\sin 2Ev+2c'mv-2gv$, $A'''e\varepsilon'b^2.\sin Ev+c'mv-cv$, $A^{IV}e\varepsilon'\gamma^2b^2.\sin Ev+c'mv+cv-2gv$, lesquels ont exigé de tenir compte, avant les intégrations, des quantités du *neuvième* ordre. Il est vrai, que la petitesse de ces inégalités rend inutile, pour la pratique, un tel travail. Mais la dignité de la théorie réclamait

une explication claire de cette même petitesse. Il fallait savoir, si les coefficiens A, A', A'', A''', A^{IV} pouvaient acquérir des coefficiens numériques absolus, capables d'abaisser l'ordre des facteurs évidens $e^2\gamma^2$, $e^2\varepsilon'^2$, $\gamma^2\varepsilon'^2$, $e\varepsilon'b^2$, $e\varepsilon'\gamma^2b^2$, auxquels ils sont respectivement associés par la forme même de l'argument. Heureusement, le résultat du calcul a démontré le contraire. S'il est permis de généraliser cette importante remarque, on pourra l'appliquer à d'autres cas semblables qui exigeraient un développement beaucoup plus compliqué; et en conclure, par exemple, que les deux inégalités de la forme

$$B e\gamma^2\varepsilon'^3 b^2 \sin.3Ev+3c'mv-2gv-cv\,,$$
$$B'\varepsilon' e^6\gamma^6 \sin.c'mv-6gv+6cv$$

doivent être insensibles. En effet; les facteurs B, B', censés développés, ne seraient pas ordonnés suivant les puissances négatives de m, e^2, γ^2, ε'^2: et d'un autre côté, on ne peut pas supposer les coefficiens numériques absolus assez grands, pour balancer la petitesse des facteurs $e\gamma^2\varepsilon'^3b^2$, $\varepsilon' e^6\gamma^6$, sans contredire les règles d'induction qu'on peut tirer de l'examen des résultats auxquels nous sommes parvenus. Ce raisonnement devient plus clair en observant qu'on a

$$3E+3c'm-2g-c=0{,}0004\,;\quad m-6g+6c=-0{,}00004114\,;$$
$$\frac{e\gamma^2\varepsilon'^3b^2}{(3E+3c'm-2g-c)^2}=0{,}000033063\,;$$
$$\frac{\varepsilon'\gamma^6e^6}{(c'm-6g+6c)^2}=0{,}00000014475.$$

Les coefficiens des deux inégalités $2Ev+2c'mv-2cv$, $2Ev+2c'mv-2gv$, dont la recherche a été pour moi un sujet de difficulté grave, n'ont pas été considérés, ni par Laplace, ni par M.r Damoiseau, qui a continué sa théorie de la Lune. On ne peut pas croire, que M. D. les ait négligés à cause de leur petitesse, puisque son expression de δnt comprend d'autres inégalités du même ordre; par exemple celle-ci, $C^{(75)}e^2e'^2\sin 2Ev-2c'mv-2cv$: on y voit même l'inégalité $C^{(157)}e^4\sin 4Ev-4cv$, qui est du sixième ordre, tandis qu'il négligeait celles-là du cinquième ordre.

M.[r] Damoiseau a considéré l'inégalité $C^{(89)} ee' . \frac{a}{a'} \sin Ev + c'mv - cv$. Mais on peut démontrer en peu de mots, que l'équation qu'il donne (dans les pages 491-494 du volume qui contient son Mémoire) pour déterminer le coefficient $C^{(89)}$ ne saurait être exacte, analytiquement parlant.

En effet, cette équation ne contient aucun terme multiplié par $C^{(92)}$: ainsi, il est clair qu'il n'a pas eû égard au terme

$$-3\int dv \int dv . ee' \frac{a}{a'} \left(\frac{45}{32} m^4 - \frac{4869}{256} m^5\right) \sin Ev + c'mv - cv . dv,$$

appartenant à la fonction

$$-\frac{3m'}{h^2} \int \frac{dv}{u^2} \int \frac{u'^3}{u^4} \delta v' . \cos(2v - 2v') . dv$$

qu'on voit dans la page 333 de son Mémoire. Nous avons fait voir dans la page 560 de ce volume que ce terme naît de la combinaison de l'argument $2Ev$ avec l'argument $Ev - c'mv + cv$ qui entre dans l'expression de δnt.

La même fonction donne aussi le terme

$$-3\int dv \int ee' . \frac{a}{a'} \left(-\frac{225}{64} m^4 + \frac{765}{128} m^5\right) \sin Ev + c'mv - cv . dv$$

par la combinaison des deux argumens $2Ev$, $3Ev + c'mv - cv$. Mais M.[r] Damoiseau l'a oublié, puisque son expression de δnt ne renferme pas l'argument $3Ev + c'mv - cv$, auquel il fallait avoir égard comme terme auxiliaire. En outre M.[r] D. a oublié le terme

$$-3\int dv \int ee' \frac{a}{a'} \left(-\frac{75}{8} m^5\right) \sin Ev + c'mv - cv . dv,$$

donné par le carré de δnt, ainsi que nous l'avons fait voir dans la page 561 de ce volume.

Enfin, je ferai remarquer, que M.[r] Damoiseau n'a pas tenu compte du terme

$$\frac{3}{2} A^{(61)} . A^{(84)} . ee'^3 . \frac{a}{a'} \int dv . \sin Ev + c'mv - cv$$

donné par la fonction $\frac{3}{h} \int \frac{\delta u^2}{u^4} . dv$, qu'on voit dans la page 333 citée plus haut.

Or on conçoit, avec une légère réflexion, que ces quatre termes négligés doivent introduire dans l'expression du coefficient $C^{(89)}$ de M.r D. une quantité, dont l'ordre est inférieur à celui de plusieurs autres termes qu'il a conservés : je me borne à citer le terme

$$-\frac{15}{2}\cdot\frac{r_2^{(0)}x_6^{(31)}A^{(30)}A^{(103)}}{(1-c)^2}$$

comme une preuve de cette assertion.

En terminant ce volume, je prie le Lecteur de vouloir bien considérer, qu'il m'eut été facile de présenter les résultats qu'il renferme dans un nombre de pages beaucoup plus petit, si j'avais voulu supprimer plusieurs développemens intermédiaires ; et sur-tout *les produits partiels*, qui mettent en évidence les différentes combinaisons entre les argumens. Mais, après bien de réflexions, j'ai réjeté ce parti, comme contraire aux véritables progrès de la Théorie de la Lune, et comme peu conforme aux règles d'une stricte loyauté, qui, à mon avis, doivent être observées dans la composition d'un ouvrage de cette nature.

Il est rare qu'on soit disposé à vérifier des résultats aussi éloignés de leur origine, lorsqu'il faut reconstruire, presqu'en entier, l'édifice. Et ceux qui se livrent à un semblable travail doutent parfois d'avoir réellement épuisé toutes les combinaisons qui concourent à la formation d'un terme déterminé. D'après ces considérations j'ai pensé qu'il valait mieux multiplier les points de repos, en publiant la totalité des développemens intermédiaires. Par-là je crois avoir facilité singulièrement les moyens de vérification ; et cet avantage que j'offre, joint à la difficulté du sujet, fera, je l'espère, excuser les erreurs qui me seraient échappées.

FIN DU TOME SECOND.

V. Botto Rev. Arciv.

Si permette la stampa

Torino il 28 di dicembre 1832

M. S. PROVANA per la G. C.