UEBER DIE VERSCHIEDENEN

MAASSSYSTEME

ZUR MESSUNG

ELECTRISCHER UND MAGNETISCHER

GRÖSSEN.

VON

R. CLAUSIUS.

EX UMBRA IN SOLEM

LEIPZIG,
VERLAG VON JOH. AMBR. BARTH.
1882.

UEBER DIE VERSCHIEDENEN

MAASSSYSTEME

ZUR MESSUNG

ELECTRISCHER UND MAGNETISCHER

GRÖSSEN.

VON

R. CLAUSIUS.

LEIPZIG,
VERLAG VON JOH. AMBR. BARTH.
1882.

Zugleich abgedruckt in den Verhandlungen des naturhist. Vereins der preuss. Rheinlande und Westfalens. Bd. 39. 1882 und in Wied. Ann. Bd. 16. 1882.

CP

Zur Messung electrischer und magnetischer Grössen werden bekanntlich zwei wesentlich verschiedene Maasssysteme angewandt, welche gewöhnlich das electrostatische und das electromagnetische Maasssystem genannt werden. Beide führen die Bestimmung der electrischen und magnetischen Grössen auf die Messung von Masse, Länge und Zeit zurück, aber in der Art der Zurückführung unterscheiden sie sich erheblicher voneinander, als es sonst bei verschiedenen Maasssystemen der Fall zu sein pflegt. Während bei den gewöhnlichen mechanischen Grössen, wie Geschwindigkeiten, Kräften und mechanischer Arbeit, die verschiedenen in Anwendung kommenden Maasssysteme sich nur dadurch voneinander unterscheiden, dass die sogenannten Fundamentaleinheiten, nämlich die Einheiten von Masse, Länge und Zeit, verschiedene Werthe haben, sind in den beiden oben erwähnten, auf Electricität und Magnetismus bezüglichen Maasssystemen auch die Formeln, welche zur Bestimmung einer und derselben Grösse dienen, verschieden, indem sie die Fundamentaleinheiten in verschiedenen Potenzen enthalten.

Die Ableitung dieser Formeln ist besonders vollständig und systematisch in dem schönen Werke von Clerk Maxwell „A Treatise on Electricity and Magnetism", Oxford 1873, ausgeführt, und bei dem grossen Ansehen, welches Maxwell mit Recht geniesst, hat es nicht fehlen können, dass seine Formeln nicht nur in England als durchweg richtig angenommen sind, sondern auch in den Werken anderer Nationen

1*

unverändert Aufnahme gefunden haben. Ich will in letzterer Beziehung nur das werthvolle Werk von Mascart und Joubert, „Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme", Paris 1882, und die nützliche Schrift von Herwig, „Physikalische Begriffe und absolute Maasse", Leipzig 1880, anführen.

Indessen glaube ich nachweisen zu können, dass Maxwell in seiner Entwickelung ein Versehen gemacht hat, wodurch mehrere seiner Formeln unrichtig geworden sind. Die Berichtigung dieses Versehens scheint mir gerade jetzt besonders nothwendig zu sein, da durch die vom Pariser Electriker-Congresse über die electrischen Maasseinheiten gefassten Beschlüsse gegenwärtig die Aufmerksamkeit weiterer Kreise, als sonst, auf diesen Gegenstand gelenkt ist, und daher ein uncorrigirt bleibendes Versehen sich in schädlicher Weise verbreiten und festsetzen könnte. Auch bietet, wie es mir scheint, die Maxwell'sche Auseinandersetzung des Gegenstandes, welche nicht an einer Stelle seines Buches vereinigt ist, sondern in Theilen an verschiedenen Stellen Platz gefunden hat, dem Verständnisse einige Schwierigkeit dar. Ich glaube daher, dass eine zusammenhängende und möglichst einfache und übersichtliche Darstellung der Sache nicht unwillkommen sein wird.

§ 1. Fundamentaleinheiten und erste Hauptgleichung jedes Systems.

Als Fundamentaleinheiten werden, wie schon oben erwähnt, die Einheiten von Masse, Länge und Zeit angewandt. Nach Maxwell pflegt man diese Einheiten dadurch zu bezeichnen, dass man die Buchstaben, welche im Allgemeinen zur Darstellung jener drei Grössenarten dienen, in eckige Klammern schliesst. Die Einheit der Masse ist also $[M]$, die Einheit der Länge $[L]$ und die Einheit der Zeit $[T]$.

Hieraus ergeben sich sofort die Einheiten verschiedener anderer Grössen. Als Einheit der Geschwindigkeit gilt diejenige Geschwindigkeit, mit welcher in der Zeiteinheit eine Längeneinheit durchlaufen wird, und man hat daher zu ihrer Darstellung die Längeneinheit durch die Zeiteinheit zu dividiren und erhält die Formel $[LT^{-1}]$. Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse in der Einheit der Zeit die Einheit der Geschwindigkeit mittheilt, und die zu ihrer Darstellung dienende Formel wird daher erhalten, wenn man das Product aus der Masseneinheit und der Geschwindigkeitseinheit durch die Zeiteinheit dividirt, wodurch entsteht $[MLT^{-2}]$. Einheit der mechanischen Arbeit ist diejenige Arbeit, welche die Krafteinheit auf einem Wege leistet, der gleich der Längeneinheit ist, und man braucht also, um sie darzustellen, nur die Krafteinheit mit der Längeneinheit zu multipliciren, wodurch man erhält $[ML^2T^{-2}]$.

Was nun die Electricität anbetrifft, so müssen wir zu ihrer Messung, die von ihr ausgeübten Kräfte anwenden. Diese Kräfte sind aber von zwei wesentlich verschiedenen Arten, erstens die von der Bewegung unabhängigen Kräfte, welche die Electricitätsmengen immer auf einander ausüben, mögen sie in Ruhe oder in Bewegung sein, und zweitens die nur durch die Bewegung entstehenden Kräfte. Die ersteren werden die electrostatischen und die letzteren die electrodynamischen Kräfte genannt. Zu den electrodynamischen Kräften müssen wir auch die magnetischen Kräfte rechnen, wenn wir mit Ampère den Magnetismus aus kleinen im Innern des Magnets stattfindenden electrischen Strömen erklären. Von diesen beiden Kräften können wir nun die eine oder die andere zur Messung der Electricität anwenden, und daraus entstehen jene beiden Maasssysteme, von denen das erstere das electrostatische heisst, während das letztere, wie schon gesagt, gewöhnlich das electromagnetische genannt wird, aber rationeller das electrodynamische zu nennen ist. In solchen Fällen, wo es selbstverständlich ist, dass es sich um electrische Maasssysteme handelt, kann man auch zur Bequemlichkeit die Vorsilben „electro“ fortlassen und kurz vom statischen und dynamischen Maasssysteme sprechen.

Im electrostatischen Maasssysteme ist die wichtigste Einheit, welche allen anderen zur Grundlage dient, die Einheit der Electricitätsmenge. Diese wird durch folgende Definition bestimmt. Einheit der Electricität ist diejenige Electricitätsmenge, welche auf eine gleiche

Electricitätsmenge in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraft ausübt. Wir können daher die Einheit der Kraft einem Bruche gleich setzen, welcher das Quadrat der Electricitätseinheit zum Zähler und das Quadrat der Längeneinheit zum Nenner hat. Wir wollen dabei die Electricitätseinheit mit Maxwell dadurch bezeichnen, dass wir den Buchstaben e in eckige Klammern einschliessen, aber um auszudrücken, dass es sich um die statische Electricitätseinheit handelt, wollen wir das e noch mit dem Index s versehen, sodass das Zeichen die Form $[e_s]$ hat. Dann lautet die betreffende Gleichung:

$$\frac{[e_s^2]}{[L^2]} = [M L T^{-2}],$$

und hieraus ergibt sich:

(1) $$[e_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}].$$

Im electrodynamischen Maasssysteme würde es nach dem oben Gesagten am nächsten liegen, diejenige Kraft, welche zwei bewegte Electricitätsmengen, ausser der statischen Kraft, infolge ihrer Bewegung noch auf einander ausüben, als Norm zu nehmen. Ueber diese Kraft herrschen aber noch Meinungsverschiedenheiten, die es unzweckmässig machen, sie zum Ausgangspunkte der Bestimmungen zu wählen. Dagegen können die von geschlossenen electrischen Strömen auf einander ausgeübten Kräfte als unzweifelhaft bekannt angesehen werden. Da ferner die kleinen nach Ampère im Innern eines Magnets anzunehmenden electrischen Ströme ebenfalls geschlossen sind, so hat man es beim Magnetismus mit Kräften derselben Art zu thun, und man kann daher auch die von zwei Magnetismusmengen auf einander ausgeübte Kraft als Normalkraft wählen. Dieses letztere ist am bequemsten, weil die magnetischen Kräfte sich einfacher ausdrücken lassen, als die Kräfte zwischen grösseren geschlossenen Strömen. Man bestimmt demgemäss im electrodynamischen Maasssysteme die Einheit des Magnetismus, ganz entsprechend, wie im electrostatischen Maasssysteme die Einheit der Electricität, durch folgende Definition. Einheit des Magnetismus ist diejenige Magnetismusmenge, welche auf eine gleiche Magnetismusmenge in der **Einheit** der **Entfernung** die **Einheit** der **Kraft** **ausübt.**

Zur mathematischen Darstellung bezeichnen wir wieder mit Maxwell die Einheit des Magnetismus durch ein in eckige Klammern geschlossenes m, setzen aber, um anzudeuten, dass es sich um die dynamische Einheit handelt, ein d als Index hinzu, sodass das Zeichen die Form $[m_d]$ hat, und hiermit bilden wir die Gleichung:

$$\frac{[m_d^2]}{[L^2]} = [M L T^{-2}],$$

woraus sich ergibt:

$$(2) \qquad [m_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}].$$

§ 2. Beziehung zwischen Electricität und Magnetismus.

Durch die Gleichungen (1) und (2) ist für das statische System die Einheit der Electricität und für das dynamische System die Einheit des Magnetismus bestimmt. Es fragt sich nun weiter, wie für das statische System die Einheit des Magnetismus und für das dynamische System die Einheit der Electricität zu bestimmen ist. Dazu dient der bekannte Satz von Ampère über die Ersetzung eines geschlossenen galvanischen Stromes durch zwei magnetische Flächen, welcher auch von Maxwell ganz allgemein und ohne Rücksicht auf irgend ein besonderes Maasssystem angenommen ist.[1])

Es möge der Einfachheit wegen die Stromcurve als eben und der Flächeninhalt der von ihr eingeschlossenen ebenen Figur als Flächeneinheit vorausgesetzt werden. Neben der diese Figur enthaltenden Ebene denke man sich nun in unendlich kleinem Abstande eine parallele Ebene gelegt, und auf dieser eine der ersten Figur congruente und ihr senkrecht gegenüber liegende Figur abgegrenzt. Diese beiden ebenen Figuren seien nun mit gleichen Mengen von Nord- und Südmagnetismus gleichmässig bedeckt, und zwar diejenige, welche man, wenn man sich mit dem Strome um die Figuren herumschwimmend denkt, zur linken Hand hat, mit Nord-

1) Siehe Maxwell, Treatise on Electr. and Magnetism. 2. Part. III, Chap. III.

magnetismus, und die andere mit Südmagnetismus. Die Grösse der Magnetismusmengen wird durch die Stärke des Stromes und den gegenseitigen Abstand der Ebenen bestimmt. Der letztere sei mit $\varepsilon[L]$ bezeichnet, worin $[L]$, wie immer, die Längeneinheit und ε einen unendlich kleinen Zahlenwerth bedeutet. Wenn dann als Stromstärke eine Stromeinheit angenommen wird, so hat man jede der beiden Magnetismusmengen, abgesehen vom Vorzeichen, gleich einer Magnetismuseinheit dividirt durch ε zu setzen. Das so gebildete magnetische Flächenpaar kann den Strom in Bezug auf die von ihm ausgeübten Kräfte ersetzen.

Um dieses mathematisch auszudrücken, hat man die Stromstärke mit dem umflossenen Flächenraume zu multipliciren, und die auf einer der Flächen befindliche Magnetismusmenge mit dem Abstande der Flächen zu multipliciren, und dann die beiden Producte einander gleich zu setzen. Nun ist die Stromstärke eine Stromeinheit, bei welcher in der Zeiteinheit eine Electricitätseinheit durch den Querschnitt fliesst, und welche daher durch $[eT^{-1}]$ dargestellt wird, und der umflossene Flächenraum ist eine Flächeneinheit, also $[L^2]$. Demnach ist das erste Product $[eL^2T^{-1}]$. Ferner ist die in Betracht kommende Magnetismusmenge $[m]/\varepsilon$ und der Abstand der Flächen $\varepsilon[L]$, sodass das zweite Product lautet: $m/\varepsilon \,.\, \varepsilon[L]$ oder $[mL]$. Man hat also folgende Gleichung zu bilden:

$$[mL] = [eL^2T^{-1}],$$

woraus sich ergibt:

$$\text{(3)} \qquad \frac{[m]}{[e]} = [LT^{-1}].$$

Diese Gleichung, welche nur ein Ausdruck der von Ampère festgesetzten Beziehung zwischen Magnetismus und electrischen Strömen ist, muss für jedes Maasssystem gelten, und wir können daher aus ihr zwei specielle, auf das statische und das dynamische Maasssystem bezügliche Gleichungen bilden, nämlich:

$$(3_a) \qquad \frac{[m_s]}{[e_s]} = [LT^{-1}]; \qquad\qquad (3_b) \quad \frac{[m_d]}{[e_d]} = [LT^{-1}].$$

Wenn wir diese beiden Gleichungen mit den für $[e_s]$ und $[m_d]$ geltenden Gleichungen (1) und (2) in Verbindung bringen, so gelangen wir dadurch zu den Ausdrücken für $[m_s]$ und $[e_d]$. Aus (1) und (3_a) ergibt sich durch Multiplication, wobei sich $[e_s]$ aufhebt:

$$(4) \qquad [m_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}],$$

und aus (2) und (3_b) ergibt sich durch Division, wobei sich $[m_d]$ aufhebt:

$$(5) \qquad [e_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}].$$

§. 3. Abweichende Gleichungen von Maxwell.

Statt der im vorigen Paragraphen aus dem Ampère'schen Satze abgeleiteten und in Gleichung (3) ausgedrückten Beziehung zwischen Electricität und Magnetismus ist in den von Maxwell aufgestellten Gleichungen implicite eine andere Beziehung zwischen Electricität und Magnetismus ausgedrückt. Auf p. 240 des zweiten Bandes seines Buches finden sich nämlich unter (1) und (3) die Gleichungen:

$$[pC] = \frac{[L^2 M]}{[T^2]} \text{ und } \frac{[e]}{[C]} = [T].$$

Hierin bedeutet $[e]$, wie bei uns, die Electricitätseinheit, und $[C]$ stellt die Stromeinheit dar. Unter $[p]$ ist die Einheit einer Grösse verstanden, welche er das electrokinetische Moment eines Stromes nennt, auf deren Bedeutung wir hier aber nicht einzugehen brauchen, da er selbst weiterhin $[p] = [m]$ setzt, und wir daher in der ersten der obigen Gleichungen $[p]$ durch $[m]$ ersetzen können. Wenn wir dann die beiden Gleichungen miteinander multipliciren, so erhalten wir die Gleichung:

$$(6) \qquad [em] = [ML^2 T^{-1}].$$

Diese Gleichung soll nach Maxwell für jedes Maasssystem gültig sein, und sie spielt daher in seinen Entwickelungen dieselbe Rolle, wie in den unserigen die Gleichung (3).

Die Art, wie Maxwell zu seiner Gleichung gelangt ist, beruht darauf, dass er die Kraft, welche ein Strom auf einen Magnetpol ausübt, in ähnlicher Weise in Rechnung gebracht hat, wie wir bei der Ableitung der Gleichungen (1) und (2) die zwischen zwei Electricitätseinheiten und die zwischen zwei Magnetismuseinheiten stattfindende Kraft in Rechnung gebracht haben. Nun ist aber die Kraft, welche ein Strom auf einen Magnetpol ausübt, eine electrodynamische, und daraus folgt, dass eine Gleichung, deren Ableitung sich auf diese Kraft stützt, nur in dem auf die electrodynamischen Kräfte gegründeten dynamischen Maasssysteme als gültig betrachtet werden darf, aber nicht im statischen Maasssysteme, welches auf die electrostatischen Kräfte gegründet ist.

In der That zeigt sich auch, dass die Maxwell'sche Gleichung (6) im dynamischen Maasssysteme zu demselben Resultate führt, wie unsere Gleichung (3), dagegen im statischen Maasssysteme ein anderes Resultat gibt. Setzen wir nämlich zunächst:

$$[e_d m_d] = [ML^2 T^{-1}]$$

und dividiren diese Gleichung durch (2), so kommt:

$$[e_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}],$$

welche Gleichung mit der oben unter (5) gegebenen Gleichung übereinstimmt. Setzen wir aber:

$$[e_s m_s] = [ML^2 T^{-1}]$$

und dividiren diese Gleichung durch (1), so erhalten wir:

$$[m_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}], \tag{7}$$

welche Gleichung von unserer Gleichung (4), zu der wir durch Anwendung der Gleichung (3) gelangt sind, verschieden ist.

Durch Maxwell's unrichtige Formel für die statische Magnetismuseinheit sind bei ihm erklärlicher Weise auch die Formeln anderer, von der Magnetismuseinheit abhängiger Einheiten im statischen Maasssysteme unrichtig geworden.

§ 4. Weitere Bestimmung von Einheiten.

Nachdem die Einheiten der Electricität und des Magnetismus in beiden Maasssystemen festgestellt sind, lassen sich nun auch für die anderen bei electrischen und magnetischen Betrachtungen vorkommenden Grössen die Einheiten leicht ableiten. Von diesen mögen hier nur die wichtigsten angeführt werden.

Die Einheit der Intensität eines Stromes ergibt sich sehr einfach daraus, dass unter Stromintensität die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt fliessende Electricitätsmenge verstanden wird. Wir brauchen daher nur die Electricicätseinheit durch die Zeiteinheit zu dividiren und erhalten dadurch, wenn wir die Intensität mit i bezeichnen, folgende auf die beiden Maasssysteme bezügliche Gleichungen:

$$(8) \qquad [i_s] = \frac{[e_s]}{[T]} = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}].$$

$$(9) \qquad [i_d] = \frac{[e_d]}{[T]} = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Die Einheit der electromotorischen Kraft bestimmt sich am einfachsten aus der allgemeingültigen Bedingung, dass das Product aus den Einheiten der electromotorischen Kraft, der Stromintensität und der Zeit, oder, was dasselbe ist, das Product aus den Einheiten der electromotorischen Kraft und der Electricitätsmenge gleich der Einheit der mechanischen Arbeit sein muss. Hieraus erhält man nämlich, wenn E die electromotorische Kraft bedeutet, die Gleichung:

$$(10) \qquad [Ee] = [M L^2 T^{-2}],$$

und wenn man diese Gleichung in die Form:

$$[E] = \frac{[M L^2 T^{-2}]}{[e]}$$

bringt, und sie dann nach einander auf die beiden Maasssysteme anwendet, so gelangt man zu folgenden Gleichungen:

$$(11) \qquad [E_s] = \frac{[M L^2 T^{-2}]}{[e_s]} = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}],$$

$$(12) \qquad [E_d] = \frac{[M L^2 T^{-2}]}{[e_d]} = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}].$$

Die Einheit des Leitungswiderstandes wird definirt als Widerstand eines Leiters, in welchem die Einheit der electromotorischen Kraft einen Strom von der Einheit der

Intensität erzeugt. Wir haben also, um die betreffende Formel abzuleiten, nur die Einheit der electromotorischen Kraft durch die Einheit der Stromintensität zu dividiren, und erhalten somit, wenn wir den Leitungswiderstand mit R bezeichnen:

$$[R_s] = \frac{[E_s]}{[i_s]} = [L^{-1} T], \tag{13}$$

$$[R_d] = \frac{[E_d]}{[i_d]} = [L T^{-1}]. \tag{14}$$

Endlich möge noch die Capacität eines leitenden Körpers betrachtet werden, worunter die Electricitätsmenge zu verstehen ist, welche der Körper durch die Wirkung einer Einheit der electromotorischen Kraft aufnehmen kann. Da nach dieser Definition als Einheit der Capacität die Capacität eines solchen Körpers anzusehen ist, welchem die Einheit der electromotorischen Kraft eine Electricitätseinheit zuführen kann, so hat man, um die Formel für die Capacitätseinheit zu bilden, die Electricitätseinheit durch die Einheit der electromotorischen Kraft zu dividiren, und erhält daher, wenn man die Capacität mit C bezeichnet:

$$[C_s] = \frac{[e_s]}{[E_s]} = [L], \tag{15}$$

$$[C_d] = \frac{[e_d]}{[E_d]} = [L^{-1} T^2]. \tag{16}$$

Der Uebersichtlichkeit wegen mögen die im Vorigen nach einander bestimmten Einheiten hier tabellarisch zusammengestellt werden.

Stat. Maass.	Dynam. Maass.
$[e_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$	$[e_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}]$
$[m_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-2}]$	$[m_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$
$[i_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}]$	$[i_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$
$[E_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[E_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}]$
$[R_s] = [L^{-1} T]$	$[R_d] = [L T^{-1}]$
$[C_s] = [L]$	$[C_d] = [L^{-1} T^2]$

§ 5. Vergleichung der Einheiten beider Systeme.

Im Vorigen wurde bei der Festsetzung der statischen Einheiten das auf die electrostatische Kraft gegründete Maass, und bei der Festsetzung der dynamischen Einheiten das auf die electrodynamische Kraft gegründete Maass angewandt. Die so gebildeten Formeln können daher nur dazu dienen, die Beziehung, in welcher die Einheiten jedes Systemes unter sich stehen, auszudrücken, aber nicht dazu, eine Einheit des einen Systems mit der entsprechenden Einheit des anderen Systems ihrer Grösse nach zu vergleichen. Zu diesem letzteren Zwecke muss noch das Verhältniss zwischen der electrodynamischen und der electrostatischen Kraft in Betracht gezogen werden.

Im statischen Maasssysteme wird die Kraft zwischen zwei Electricitätsmengen einfach durch das Product der Electricitätsmengen dividirt durch das Quadrat der Entfernung ausgedrückt, die Kraft zwischen zwei Magnetismusmengen dagegen hat im statischen Maasssysteme zum Ausdruck das Product der Magnetismusmengen dividirt durch das Quadrat der Entfernung und noch multiplicirt mit einem constanten Factor k, welcher das Verhältniss zwischen der electrodynamischen und der electrostatischen Kraft bestimmt. Falls die betreffenden Electricitäts- und Magnetismusmengen als Einheiten vorausgesetzt werden, lauten die Ausdrücke der beiden Kräfte $\left[e_s^2 L^{-2}\right]$ und $k\left[m_s^2 L^{-2}\right]$.

Um nun zunächst die Natur des Factors k näher kennen zu lernen, wollen wir in dem letzten Ausdrucke, gemäss (3_a), für $[m_s]$ das Product $\left[L T^{-1}\right].[e_s]$ setzen, wodurch er übergeht in $k\left[L^2 T^{-2}\right].\left[e_s^2 L^{-2}\right]$. Da nun in diesem Ausdrucke der letzte Factor $\left[e_s^2 L^{-2}\right]$ eine Kraft (nämlich die Krafteinheit) darstellt, und der ganze Ausdruck auch eine Kraft darstellen soll, so muss das Product $k\left[L^2 T^{-2}\right]$ ein reiner Zahlenwerth sein, woraus folgt, dass k der reciproke Werth des Quadrats einer Geschwindigkeit sein muss. Wir können also, wenn wir für die letztere das Zeichen K wählen, schreiben $k = (1/K^2)$, wodurch wir, wenn wir zugleich für $\left[e_s^2 L^{-2}\right]$ die die Krafteinheit darstellende Formel $\left[M L T^{-2}\right]$ setzen, für die Kraft, welche zwei statische Magnetismuseinheiten in der Einheit der Entfernung auf einander ausüben, folgenden Ausdruck erhalten:

$$\frac{[L^2 T^{-2}]}{K^2}[MLT^{-2}].$$

Die mit K bezeichnete Geschwindigkeit, welche, soweit die bisherigen Messungen ein Urtheil erlauben, mit der Lichtgeschwindigkeit im Vacuum übereinstimmt, ist eine für die Electricität so wichtige Grösse, dass es mir nicht unpassend zu sein scheint, für sie einen besonderen Namen einzuführen, und ich schlage vor, sie, analog einem von Andrews in die Wärmetheorie eingeführten Namen, die kritische Geschwindigkeit zu nennen.

Kehren wir nun zur Betrachtung der magnetischen Kräfte zurück, so ist, dem Obigen nach, die Kraft zwischen zwei statischen Magnetismuseinheiten in der Einheit der Entfernung gleich dem Bruchtheile $[L^2 T^{-2}]/K^2$ einer Krafteinheit. Die Kraft zwischen zwei dynamischen Magnetismuseinheiten in der Einheit der Entfernung ist dagegen nach § 1 gleich einer Krafteinheit. Die letztere Kraft verhält sich somit zur ersteren wie 1 zu $[L^2 T^{-2}]/K^2$ oder wie K^2 zu $[L^2 T^{-2}]$. Da nun die Kräfte sich bei gleichen Entfernungen verhalten müssen, wie die Producte der aufeinander wirkenden Magnetismusmengen, also im vorliegenden Falle, wie das Quadrat der dynamischen Magnetismuseinheit zum Quadrat der statischen Magnetismuseinheit, so müssen diese beiden Quadrate sich auch wie K^2 zu $[L^2 T^{-2}]$ verhalten, und die beiden Magnetismuseinheiten selbst müssen sich daher wie K zu $[LT^{-1}]$ verhalten.

Bei der mathematischen Darstellung dieses Ergebnisses dürfen wir die Magnetismuseinheiten nicht einfach durch $[m_s]$ und $[m_d]$ bezeichnen, denn diese Zeichen stellen die betreffenden, als Einheiten geltenden Magnetismusmengen unter der Voraussetzung dar, dass die eine mit Hülfe der electrostatischen Kraft und die andere mit Hülfe der electrodynamischen Kraft gemessen sei. Für eine Vergleichung der Grössen beider Einheiten ist es aber nöthig, dass beide nach gleichem Maasse gemessen seien, dass also entweder die dynamische Einheit auf statisches Maass oder die statische

Einheit auf dynamisches Maass reducirt sei. Für diese auf anderes Maass reducirten Werthe der Einheiten wollen wir besondere Zeichen einführen. Um anzudeuten, dass eine Grösse, deren sonstiges Zeichen dynamisches Maass voraussetzen lässt, nach statischem Maasse gemessen sei, wollen wir v. s., die Anfangsbuchstaben von valor staticus vor jenes Zeichen setzen, und um anzudeuten, dass eine Grösse, deren sonstiges Zeichen statisches Maass voraussetzen lässt, nach dynamischem Maasse gemessen sei, wollen wir v. d., die Anfangsbuchstaben von valor dynamicus vor jenes Zeichen setzen. Hiernach bedeutet also v. s. $[m_d]$ den nach statischem Maasse gemessenen Werth der dynamischen Magnetismuseinheit, und v. d. $[m_s]$ den nach dynamischem Maasse gemessenen Werth der statischen Magnetismuseinheit.

Mit Hülfe dieser Zeichen können wir nun das obige Ergebniss folgendermaassen ausdrücken:

$$(17) \qquad \frac{\text{v. s. } [m_d]}{[m_s]} = \frac{[m_d]}{\text{v. d. } [m_s]} = \frac{K}{[LT^{-1}]}.$$

Hiernach sind für die beiden Maasssysteme, unter Zuziehung der früher für $[m_s]$ und $[m_d]$ gegebenen Formeln, folgende zwei Paare von Gleichungen zu bilden:

$$(18) \qquad [m_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}]; \qquad \text{v. s. } [m_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}] K,$$

$$(19) \quad \text{v. d. } [m_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}] K^{-1}; \qquad [m_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}].$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich auch für die Einheiten der anderen Grössen entsprechende Gleichungen ableiten.

Was die Grösse e anbetrifft, so kann man gemäss (3_a) und (3_b) setzen:

$$[e_s] = [m_s][L^{-1} T]; \qquad [e_d] = [m_d][L^{-1} T]$$

und daher auch:

$$\text{v. d. } [e_s] = \text{v. d. } [m_s][L^{-1} T]; \ \text{v. s. } [e_d] = \text{v. s. } [m_d][L^{-1} T].$$

Durch Anwendung dieser Werthe erhält man aus den vorigen Gleichungen:

$$(20) \qquad \frac{\text{v. s. } [e_d]}{[e_s]} = \frac{[e_d]}{\text{v. d. } [e_s]} = \frac{K}{[LT^{-1}]},$$

(21) $\qquad [e_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]; \quad \text{v. s. } [e_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}] K,$

(22) $\qquad \text{v. d. } [e_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}] K^{-1}; \quad [e_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}].$

Aus diesen Gleichungen folgt weiter für i, gemäss (8) und (9):

(23) $$\frac{\text{v. s. } [i_d]}{[i_s]} = \frac{[i_d]}{\text{v. d. } [i_s]} = \frac{K}{[L T^{-1}]},$$

(24) $\qquad [i_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}]; \quad \text{v. s. } [i_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}] K,$

(25) $\qquad \text{v. d. } [i_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}] K^{-1}; \quad [i_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$

Für E erhält man aus den Gleichungen für e in Verbindung mit den Gleichungen (11) und (12):

(26) $$\frac{\text{v. s. } [E_d]}{[E_s]} = \frac{[E_d]}{\text{v. d. } [E_s]} = \frac{[L T^{-1}]}{K},$$

(27) $\qquad [E_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]; \quad \text{v. s. } [E_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}] K^{-1},$

(28) $\qquad \text{v. d. } [E_s] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}] K; \quad [E_d] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}].$

Für R ergibt sich aus den Gleichungen für E und i in Verbindung mit den Gleichungen (13) und (14):

(29) $$\frac{\text{v. s. } [R_d]}{[R_s]} = \frac{[R_d]}{\text{v. d. } [R_s]} = \frac{[L^2 T^{-2}]}{K^2},$$

(30) $\qquad [R_s] = [L^{-1} T]; \quad \text{v. s. } [R_d] = [L T^{-1}] K^{-2},$

(31) $\qquad \text{v. d. } [R_s] = [L^{-1} T] K^2; \quad [R_d] = [L T^{-1}].$

Für C endlich ergibt sich aus den Gleichungen für e und E in Verbindung mit den Gleichungen (15) und (16):

(32) $$\frac{\text{v. s. } [C_d]}{[C_s]} = \frac{[C_d]}{\text{v. d. } [C_s]} = \frac{K^2}{[L^2 T^{-2}]},$$

(33) $\qquad [C_s] = [L]; \quad \text{v. s. } [C_d] = [L^{-1} T^2] K^2,$

(34) $\qquad \text{v. d. } [C_s] = [L] K^{-2}; \quad [C_d] = [L^{-1} T^2].$

§ 6. Angaben von Maxwell über die Verhältnisse zwischen den statischen und dynamischen Einheiten.

Ueber die im vorigen Paragraphen besprochenen Verhältnisse zwischen den statischen und dynamischen Einheiten spricht sich Maxwell in anderer Weise aus. Er gibt in seinem Werke über Electricität[1]) folgende Zusammenstellung, in der ich mir nur erlaubt habe, die zur Bezeichnung angewandten Buchstaben so zu ändern, dass sie mit unserer Bezeichnungsweise übereinstimmen.

Zahl der electrostatischen Einheiten in einer electromagnetischen Einheit.

für e und i	K
für m nnd E	$\frac{1}{K}$
für C	K^2
für R	$\frac{1}{K^2}$.

Unter diesen Angaben steht diejenige, welche sich auf den Magnetismus m bezieht, mit unserer Gleichung (17) in directem Widerspruche, indem bei Maxwell K im Nenner steht, während in Gleichung (17) K im Zähler steht. Der Fehler, den Maxwell bei dieser Angabe gemacht hat, ist eine Folge des schon oben erwähnten Versehens, welches er bei der Aufstellung des Ausdruckes für die electrostatische Einheit des Magnetismus gemacht hat.

Was die übrigen Angaben anbetrifft, so glaube ich über die Form derselben eine Bemerkung machen zu müssen. Ich kann es nicht als mathematisch correct anerkennen, zu sagen, die Zahl der electrostatischen Einheiten in einer electromagnetischen (oder electrodynamischen) Einheit sei gleich einer Geschwindigkeit oder irgend einer Potenz einer Geschwindigkeit. Maxwell selbst hat freilich an einer anderen Stelle seine Ausdrucksweise dadurch etwas modificirt, dass er zu dem Worte „gleich“ das Wort „numerisch“ hinzugefügt hat, aber andere Autoren, welche ihm bei der Behandlung der Einheiten gefolgt sind, haben auf diese Hinzufügung keine besondere Rücksicht genommen, sondern einfach die obige Form beibehalten, der sie dadurch eine weite Verbreitung gegeben haben.

Eine Ausdrucksweise dieser Art lässt darauf schliessen, dass Formeln von verschiedenen Dimensionen ihrer Grösse

1) l. c. 2. p. 243.

nach unter einander verglichen seien, was unzulässig ist. Wenn man eine statische Einheit mit der entsprechenden dynamischen Einheit ihrer Grösse nach vergleichen will, so muss man, wie wir es oben gethan haben, beide in einem und demselben Maasssysteme ausdrücken, also entweder die dynamische Einheit auf statisches Maass, oder die statische Einheit auf dynamisches Maass reduciren. Dadurch erhält man Formeln von gleichen Dimensionen, und wenn man diese unter einander vergleicht, so findet man nicht, dass die Zahl der statischen Einheiten in einer dynamischen Einheit gleich einer Geschwindigkeit oder einer Potenz einer Geschwindigkeit sei, sondern dass sie gleich dem Verhältnisse zweier Geschwindigkeiten oder gleich einer Potenz dieses Verhältnisses sei.

Ich glaube, dass bei Betrachtungen der hier vorliegenden Art, bei denen es sich grossentheils gerade um die Festsetzung der Dimensionen der verschiedenen Grössenarten handelt, ein besonderes Gewicht darauf zu legen ist, dass auch die Ausdrucksweise in Bezug auf die Dimensionen durchaus correct sei.

§ 7. Das praktische Maasssystem.

Im Bisherigen ist nur davon die Rede gewesen, wie die auf Electricität und Magnetismus bezüglichen Einheiten durch die Fundamentaleinheiten, nämlich die Einheiten der Masse, Länge und Zeit dargestellt werden können. Es muss nun noch die Grösse, welche man den Fundamentaleinheiten gegeben hat, besprochen werden.

Gauss und Weber, welche das electrodynamische Maasssystem eingeführt haben, haben als Einheiten der Masse, Länge und Zeit das Milligramm, das Millimeter und die Secunde gewählt. Die British Association dagegen, welche im Uebrigen das Maasssystem von Gauss und Weber adoptirt hat, hat auf den Vorschlag von William Thomson als Einheiten der Masse, Länge und Zeit das Gramm, das Centimeter und die Secunde gewählt.

Beide Systeme von Fundamentaleinheiten liefern aber electrische Einheiten, deren Grösse von den praktisch zu messenden Grössen sehr verschieden ist, sodass diese letzteren durch jene Einheiten nur mit Hülfe sehr grosser oder sehr kleiner Zahlenwerthe dargestellt werden können. Um diese Unbequemlichkeit zu vermeiden, hat die British Association und im Anschlusse an sie der Pariser Electrikercongress beschlossen, die aus dem Thomson'schen Systeme von Fundamentaleinheiten hervorgehenden electrischen Einheiten noch mit gewissen, zum Theil sehr hohen Potenzen von zehn zu multipliciren oder zu dividiren, und so Einheiten von praktisch zweckmässiger Grösse zu bilden.

Für diese letzteren sind dann Namen gewählt, welche von berühmten und um diesen Theil der Physik besonders verdienten Männern entnommen sind. Unter den von uns oben besprochenen Einheiten ist nur eine ohne Namen geblieben, und zwar gerade diejenige, welche die Grundlage des dynamischen Maasssystemes bildet, nämlich die Einheit des Magnetismus. Ich möchte mir daher den Vorschlag erlauben, für sie den Namen Weber einzuführen, denn Weber verdanken wir in Bezug auf electrische Messungen ganz besonders grosse Fortschritte, und gerade er ist, in Verbindung mit Gauss, der Begründer des electrodynamischen Maasssystemes. Es wurde daher auch früher allgemein eine der Einheiten, nämlich die Einheit der Stromstärke mit seinem Namen bezeichnet. Bei dem jetzt eingeführten praktischen Maasssysteme stellte sich aber heraus, dass die in dieses System passende Einheit der Stromstärke von der Weber'schen Einheit der Stromstärke im Verhältnisse von 1 zu 10 verschieden ist, und da man fürchtete, dass durch die Anwendung desselben Namens für die neue Einheit Verwirrung entstehen könnte, so gab man ihr einen anderen Namen, nämlich Ampère. Hiernach würde der Namen Weber, wenn er nicht für die Einheit einer anderen Grössenart eingeführt würde, in dem Systeme von Namen fehlen, was der Gerechtigkeit nicht entsprechen würde. Ich glaube daher darauf rechnen zu können, dass mein Vorschlag allgemeine Zustimmung finden wird.

Das durch den Electrikercongress festgesetzte praktische Maasssystem, mit Einschluss der eben besprochenen Magnetismuseinheit, lässt sich, wenn man das Gramm und das Centimeter, wie gewöhnlich, mit gr und cm und die Secunde mit s bezeichnet, folgendermaassen schreiben:

Weber . . .	$[m_d] = gr^{\frac{1}{2}}\, cm^{\frac{3}{2}}\, s^{-1} . 10^8$
Coulomb . . .	$[e_d] = gr^{\frac{1}{2}}\, cm^{\frac{1}{2}} . 10^{-1}$
Ampère . . .	$[i_d] = gr^{\frac{1}{2}}\, cm^{\frac{1}{2}}\, s^{-1} . 10^{-1}$
Volt	$[E_d] = gr^{\frac{1}{2}}\, cm^{\frac{3}{2}}\, s^{-2} . 10^8$
Ohm	$[R_d] = cm\, s^{-1} . 10^9$
Farad	$[C_d] = cm^{-1}\, s^2 . 10^{-9}$.

§ 8. Das praktische Maasssystem als einfaches System.

In der vorstehenden Form hat das praktische Maasssystem die Unbequemlichkeit, dass man sich bei jeder Einheit die Potenz von zehn merken muss, mit welcher die in § 4 gegebene allgemeine Formel noch zu multipliciren ist. Indessen kann man, wie schon das Comité der Brit. Ass. bemerkt hat, das praktische System durch geeignete Wahl der Fundamentaleinheiten auch zu einem einfachen Systeme machen, bei welchem alle Einheiten nur durch die in § 4 gegebenen Formeln dargestellt werden. Dazu muss man als Masseneinheit $1^{gr} . 10^{-11}$ und als Längeneinheit $1^{cm} . 10^9$ oder $1^{m} . 10^7$ nehmen, während die Zeiteinheit eine Secunde bleibt.

Bezeichnet man die Länge $1^{m} . 10^7$, um anzudeuten, dass sie gleich dem Quadranten des Meridians ist, mit q, und die Masse $1^{gr} . 10^{-11}$ mit p, so kann man die praktischen Einheiten folgendermaassen schreiben:

Weber . . .	$[m_d] = p^{\frac{1}{2}}\, q^{\frac{3}{2}}\, s^{-1}$
Coulomb . . .	$[e_d] = p^{\frac{1}{2}}\, q^{\frac{1}{2}}$
Ampère . . .	$[i_d] = p^{\frac{1}{2}}\, q^{\frac{1}{2}}\, s^{-1}$
Volt	$[E_d] = p^{\frac{1}{2}}\, q^{\frac{3}{2}}\, s^{-2}$
Ohm	$[R_d] = q\, s^{-1}$
Farad	$[C_d] = q^{-1}\, s^2$.

Diese Art der Darstellung hat offenbar den Vortheil der grösseren Einfachheit, und dabei ist noch zu bemerken, dass auch die Einheiten anderer electrischer und magnetischer Grössenarten, welche in der vorstehenden Tabelle nicht enthalten sind, bei der Anwendung dieser Fundamentaleinheiten ähnliche einfache Formen annehmen, während man bei der Anwendung von *gr*, *cm*, *s*, die Formel jeder neuen Einheit mit einer besonders zu bestimmenden Potenz von zehn als Factor versehen muss, wodurch natürlich die Uebersichtlichkeit und das leichte Verständniss der Formeln gestört wird.

Der Umstand, dass man, um für die electrischen Einheiten ohne weiteres solche Werthe zu erhalten, welche mit den sonst von uns zu messenden Grössen einigermaassen übereinstimmen und daher für uns bequem sind, eine so sehr kleine Masseneinheit und eine so sehr grosse Längeneinheit anwenden muss, ist als eine charakteristische Eigenthümlichkeit der Electricität zu betrachten und lässt sich daher nicht umgehen. Um nun bei Untersuchungen, in welchen solche sehr kleine und sehr grosse Einheiten vorkommen, die Darstellung zu erleichtern, ist es wünschenswerth, sie nicht nur durch mathematische Zeichen, sondern auch durch Worte kurz angeben zu können, und dazu möchte ich mir einen Vorschlag erlauben.

Im französischen Maass- und Gewichtssysteme sind bekanntlich für jede Grössenart, von der Haupteinheit ausgehend, die drei ersten durch Divisionen mit zehn entstehenden niederen Einheiten durch Vorsetzung der aus dem Lateinischen entnommenen Worte *deci*, *centi* und *milli*, und die vier ersten durch Multiplicationen mit zehn entstehenden höheren Einheiten durch Vorsetzung der aus dem Griechischen entnommenen Worte *deka*, *hekto*, *kilo* und *myria* benannt. Ich schlage nun vor, zur Benennung der durch weitere Divisionen mit zehn entstehenden niederen und der durch weitere Multiplicationen mit zehn entstehenden höheren Einheiten ebenfalls lateinische und griechische Zahlwörter anzuwenden, aber Ordinalzahlwörter, welche die negativen oder positiven Exponenten der Potenzen von zehn, mit welchen die Haupteinheit zu multipliciren ist, angeben, sodass z. B. beim Meter die fünfte niedere Einheit $1^m . 10^{-5}$ Quintometer und die fünfte höhere Einheit $1^m . 10^5$ Pemptometer heisst, und entsprechend beim Gramm und den anderen Haupteinheiten.[1])

1) Nur die durch Multiplication mit 10^6 entstehende höhere Einheit macht eine kleine Schwierigkeit. Da der sechste auf Griechisch ἕκτος

Hiernach haben wir die im obigen Maasssysteme vorkommende Masse $1^{gr}.10^{-11}$ ein Undecimogramm und die Länge $1^{m}.10^{7}$ ein Hebdomometer zu nennen. Das praktische Maasssystem ist somit vollständig charakterisirt durch den Namen: das electrodynamische Maassystem Undecimogramm Hebdomometer Secunde. Dieser Name prägt sich leicht dem Gedächtnisse ein und mit ihm ist der Zweck einer näheren Bestimmung des Systemes viel vollkommener erreicht, als wenn man sagt, es sei das electrodynamische Maasssystem Gramm Centimeter Secunde, in welchem aber jede Einheit noch mit einer besonders anzugebenden Potenz von zehn multiplicirt werden müsse.

§ 9. Das kritische Maasssystem.

In § 5 haben wir gesehen, dass bei den verschiedenen electrischen und magnetischen Grössenarten das Verhältniss der dynamischen Einheit zu dem nach dynamischem Maasse gemessenen Werthe der statischen Einheit, oder, was auf dasselbe hinauskommt, das Verhältniss des nach statischem Maasse gemessenen Werthes der dynamischen Einheit zur statischen Einheit immer durch eine Potenz des Verhältnisses der kritischen Geschwindigkeit zur Geschwindigkeitseinheit dargestellt wird. Daraus folgt, dass, wenn man die Fundamentaleinheiten so wählt, dass die Geschwindigkeitseinheit gleich der kritischen Geschwindigkeit wird, dann jene Verhältnisse sämmtlich gleich eins werden. Ein Maasssystem, in welchem dieses stattfindet, wird sich also, wie auch schon von anderen Autoren hervorgehoben ist, vor den übrigen durch Einfachheit auszeichnen, und ein solches möge hier zum Schlusse noch besprochen werden.

---

heisst, so müsste man dem Obigen gemäss die Grösse $1^{m}.10^{6}$ eigentlich Hektometer nennen. Nun sind aber die Vorsilben *hekto* im französischen Maasssysteme schon anderweitig, nämlich als Zusammenziehung von ἑκατὸν benutzt, sodass Hektometer 100^{m} bedeutet, und man muss sich daher zur Benennung von $1^{m}10^{6}$ anders zu helfen suchen. Dazu könnte man z. B., etwas abweichend vom griechischen Sprachgebrauche, Hexometer sagen, oder man kann auch die für diese Grössenordnung von der Brit. Ass. vorgeschlagenen Vorsilben *mega* anwenden, und den Namen Megameter bilden.

Was zunächst die in dem neuen Maasssysteme anzuwendende Einheit der Zeit anbetrifft, so kann diese beliebig gewählt werden; da aber alle bisher betrachteten Maasssysteme darin übereinstimmen, dass sie die Secunde als Zeiteinheit haben, so liegt kein Grund vor, hier eine andere Zeiteinheit zu wählen, und wir behalten daher die Secunde bei.

Durch diese Bestimmung der Zeiteinheit ist auch die Längeneinheit mitbestimmt, indem als solche diejenige Länge zu nehmen ist, welche ein mit der kritischen Geschwindigkeit begabter Punkt in der Secunde durchlaufen würde. Diese Länge beträgt angenähert 30 Meridianquadranten und ist also angenähert 30 mal so gross, wie die Längeneinheit des praktischen Maasssystemes. Wir wollen sie mit λ bezeichnen..

Es bleibt nun noch die Masseneinheit zu bestimmen. Diese hat auf die Geschwindigkeitseinheit keinen Einfluss, sodass man ihr, ohne die Geschwindigkeitseinheit zu ändern, jeden beliebigen Werth geben kann, und da scheint es mir am zweckmässigsten, diesen Werth so zu wählen, dass zwei der wichtigsten electrischen Einheiten, nämlich die Einheiten der Electricitätsmenge und der Stromstärke in dem neuen Maasssysteme dieselben Werthe annehmen, wie in dem praktischen Maasssysteme. Im letzteren haben wir nach dem vorigen Paragraphen zu setzen:

$$[e_d] = p^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \text{ und } [i_d] = p^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} s^{-1},$$

und in dem neuen Maasssysteme müssen, wenn seine Masseneinheit mit μ bezeichnet wird, folgende Gleichungen gelten:

$$[e_d] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}} \text{ und } [i_d] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}} s^{-1}.$$

Sollen nun die letzteren Werthe von $[e_d]$ und $[i_d]$ mit den ersteren übereinstimmen, so müssen die Producte $\mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}}$ und $p^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}}$ gleich sein, und daher auch:

(35) $$\mu \lambda = p q,$$

woraus folgt:

(36) $$\mu = p \frac{q}{\lambda}.$$

Hierdurch ist die Bestimmung von μ auf die Bestimmung von λ, und somit auf die Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit zurückgeführt, und aus dem, was vorher über den ungefähren Werth von λ gesagt ist, ergibt sich, dass μ angenähert $\frac{1}{30}$ Undecimogramm oder $\frac{1}{3}$ Duodecimogramm, d. h. ein Dreibillionstel eines Grammes ist.

Dieses Maasssystem, in welchem die Geschwindigkeitseinheit gleich der kritischen Geschwindigkeit ist, kann das kritische Maasssystem genannt werden, und es mögen hier noch die ihm entsprechenden Werthe der electrischen und magnetischen Einheiten zusammen gestellt werden.

$$[m_d] = \text{v. d.} [m_s] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{3}{2}} s^{-1} = \frac{\lambda}{q} \text{ Weber}$$

$$[e_d] = \text{v. d.} [e_s] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}} = 1 \text{ Coulomb}$$

$$[i_d] = \text{v. d.} [i_s] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}} s^{-1} = 1 \text{ Ampère}$$

$$[E_d] = \text{v. d.} [E_s] = \mu^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{3}{2}} s^{-2} = \frac{\lambda}{q} \text{ Volt}$$

$$[R_d] = \text{v. d.} [R_s] = \lambda s^{-1} = \frac{\lambda}{q} \text{ Ohm}$$

$$[C_d] = \text{v. d.} [C_s] = \lambda^{-1} s^2 = \frac{q}{\lambda} \text{ Farad.}$$

Wenn dieses kritische Maasssystem auch für praktische Messungen, und insbesondere für die Anfertigung von Etalons nicht geeignet ist, weil die kritische Geschwindigkeit noch nicht genau genug bekannt ist, so kann es doch bei theoretischen Untersuchungen, wegen der Uebereinstimmung zwischen den Werthen der statischen und dynamischen Einheiten, grosse Bequemlichkeiten darbieten.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.