LES

GRANDS ÉCRIVAINS

DE LA FRANCE

A LA MÊME LIBRAIRIE

ŒUVRES

DE

III

ŒUVRES

DE

PUBLIÉES

SUIVANT L'ORDRE CHRONOLOGIQUE

AVEC DOCUMENTS COMPLÉMENTAIRES, INTRODUCTIONS ET NOTES,

PAR

III

PASCAL DEPUIS L'ENTRÉE DE JACQUELINE A PORT-ROYAL (1652) JUSQU'AU MÉMORIAL (1654).

DEUXIÈME ÉDITION

PARIS

BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

—

1923

ŒUVRES
DE BLAISE PASCAL

III

DEPUIS L'ENTRÉE DE JACQUELINE
A PORT-ROYAL

(4 Janvier 1652)

JUSQU'AU MÉMORIAL
DU 23 NOVEMBRE 1654

XLIII

ACTE NOTARIÉ SIGNÉ DE GILBERTE ET JACQUELINE PASCAL

1er mars 1652.

Publié par M. Barroux, *Bulletin du Comité des Travaux historiques et scientifiques, section d'Histoire et de Philologie,* année 1888.

Contrat par lequel les sœurs de Pascal prennent la part de leur charge dans la donation faite à Louise Deffaud.

1 Mars 1652.

Et le premier jour de mars mil six cens cinquante deux sont comparus par devant les notaires soubzignez Monsieur Me Florin Perier, conseillier du roy en la Cour des Aydes de Clermont Ferrant, damoiselle Gilberte Pascal sa femme, de luy autorizée pour l'effet qui s'ensuict, en leurs noms, à cause d'elle, demeurant audict Clermont, estans de présent à Paris logez rue Beaubourg, parroisse Sainct Nicolas des Champs, et damoiselle Jacqueline Pascal, fille majeure et jouissante de ses droictz, demeurante ordinairement en ladicte rue et parroisse, de présent au monastère du Port Royal scis et estably au faulxbourg de Sainct Jacques de ceste ville de Paris, avecq ledict sieur Blaise Pascal, cy dessus nommé[1], enfans et hesritiers chacun pour ung tiers dudict deffunct Messire Estienne Pascal, vivant conseillier du Roy en ses Conseils, lesquelz esdictes qualitez, après que la dicte damoiselle Louise Deffaud, cy dessus nommée, à ce présente, a recongneu et confessé ne luy estre deub chose quelconque par ledict deffunct soict par promesse obligation, ou autre escript, et pour quelque cause et occasion que ce soict, sinon ses gaiges et sallaires pendant lesdictes vingt années qu'elle a demeuré en la maison dudict deffunct sieur Pascal, ont recogneu et confessé que ça est de leur consentement et par leur ordre et en considération des bons et agréables services que ladicte damoiselle Louise Deffaud a rendus pendant lesdictes vingt

1. Minute chez Me Leroy. Le contrat fait suite, sur la minute, au contrat du 23 octobre 1651 qui concerne la même donation (*Note de M. Barroux, op. cit.*, p. 21).

années audict deffunct et auxdits sieur et damoiselles Blaise, Gilberte et Jacqueline Pascal, que ledict sieur Blaise Pascal a faict en faveur de ladicte damoiselle Deffaud la donnation cy dessus desdicts quatre cens livres de pention viagère, sa vye durant, desquelz quatre cens livres ilz promettent de payer chacun leur tiers à ladicte damoiselle Deffaud aux conditions et dans les termes portez par ladicte donnation, et en indempniser d'autant ledict sieur Blaise Pascal, suivant que le contient le partaige faict entre eulx des biens à eulx délaissez par ledict deffunct sieur Estienne Pascal...

Faict et passé par les dicts héritiers, Florin Perier, demoiselles Gilberte Pascal et Louise Deffaud en l'estude de Guyon, l'un des notaires subzsignez, et pour ladicte damoiselle Jacqueline Pascal audict monastère du Port Royal les an et jour susdicts, et ont signé.

APPENDICE

Au séjour de M. Perier à Paris pour le partage de la succession d'Étienne Pascal se rattache un document auquel il était utile de faire une place ici. C'est la réponse à une consultation que Perier avait instituée sur la question délicate du prêt à intérêt et où figure le nom de Nicole. — Mathurin Quéras, né en 1614, mort en 1695, était grand-vicaire de l'Archevêque de Sens, Louis de Gondrin (Voir le *Nécrologe* de 1761, t. I, p. 289).

Lettre de M. Queras à M. Perier, conseiller du Roy en sa cour des aydes à Clermont en Auvergne.

De Paris, ce 16e avril 1652.

Monsieur,

C'est avec quelque sorte de confusion et bien certainement avec desplaisir que j'ay differé jusques icy à vous envoyer les sentimens des docteurs sur les difficultez et les cas concernant l'usure dont vous me laissates en partant de cette ville le memoire entre les mains. »

M. de Quéras rappelle les décisions des *Conciles*, le texte de l'Evangile : *mutuum date, nihil inde sperantes* (Luc VI, 35). Et il termine ainsi :

« Il n'est jamais permis de prendre aucun interest d'un simple prest, quelque pretexte specieux et quelque deguisement que l'avarice des hommes et l'esprit d'interest y apportent ; ce qui fait en mesme temps la decision de la pluspart des cas qui se proposent journellement dans cette matiere. Decision à la verité un peu fascheuse, comme toutes les autres de l'Evangile, à ceux qui suivent l'esprit du siecle, cherchant des casuistes qui flattent leurs cupiditez, mais non pas à ceux qui comme vous cherchent Dieu avec sincerité de cœur, et qui ne desirent autre chose que de se conduire par les lumieres toutes divines des saintes Escritures et de la tradition qui en effet ne sont pas moins les regles de nos mœurs et de nos actions que de notre foy et de notre creance.

Vostre tres humble et tres affectionné serviteur

QUERAS[1]. »

---

1. Note du P. Guerrier, *Bibl. Nat.*, Ms. f. fr. 13913, p. 310 : « J'ai transcrit cette lettre sur l'original qui est dans la bibliothèque des PP. de l'Oratoire de Clermont. »

XLIV

LETTRE DE JACQUELINE PASCAL A SON FRERE

7 mars 1652.

Collation du deuxième recueil Guerrier, p. VII, *apud* Faugère, *Lettres, Opuscules et Mémoires,* 1845, p. 334.

LETTRE DE LA SŒUR JACQUELINE DE SAINTE EUPHEMIE PASCAL A M. PASCAL SON FRERE,

A Port Royal du Saint-Sacrement, ce 7 mars 1652[1].

Mon tres cher frere,

Je ne puis mieux vous tesmoigner le desir que j'ay que vous receviez avec paix et dans un esprit tranquille, et fidelle à correspondre aux graces de Dieu, la nouvelle que j'ay à vous dire, que par le choix que j'ay fait de M. Hobier[2] pour vous la porter. L'estime que vous faites de son merite, de sa vertu et de l'honneur de son amitié, m'oste tout sujet de craindre que ce qu'il y aura de fascheux pour vous, qui pourra estre adouci par la consideration de la satisfaction et de l'avantage qui m'en revient, ne le soit par l'entremise d'une personne qui en est si capable. Il a receu avec tant de charité cette commission que nous luy en devons estre eternellement obligez, vous parce qu'il vous aidera à estouffer les sentiments de la nature qui pourroient s'opposer au sacrifice dont Dieu vous offre une si heureuse occasion dans cette rencontre en ma personne; et moy parce qu'il sera l'instrument dont Dieu se servira pour exaucer enfin les prieres et les larmes continuelles que je luy offre depuis plus de quatre ans. Car encore

---

1. Nous suivons le texte de Faugère. Le manuscrit de la Bibliothèque Nationale donne: 7/9 mars , le 2e ms. Guerrier 7/9 mai.

2. Victor Cousin donne, avec le 12988, *Robier*, qui fait songer à un pseudonyme, ou plutôt encore à une mauvaise lecture, de M. de Rebours. Tallemant des Reaux (2e éd. Monmerqué, 1861, t. XI, p. 68) fait, il est vrai, mention d'un docteur de Sorbonne qui s'appelait M. Hobier et qui aurait eu, sans la mériter tout à fait, « la réputation d'un saint. »

que je sois libre et qu'il ait plu à Dieu qui chastie en favorisant et dont les chastiments sont des faveurs, de lever en la maniere que vous sçavez[1] et que je n'ose nommer pour ne mesler rien de triste parmi ma joye, le seul obstacle legitime qui pouvoit s'opposer à l'engagement où je desire d'entrer, je ne laisse pas d'avoir besoin de votre consentement et de votre aveu, que je demande de toute l'affection de mon cœur, non pas pour pouvoir accomplir la chose, puis qu'ils n'y sont point necessaires, mais pour pouvoir l'accomplir avec joye, avec repos d'esprit, avec tranquillité, puis qu'ils sont necessaires absolument, et que sans cela je feray la plus grande, la plus glorieuse et la plus heureuse action de ma vie avec une joye extreme meslée d'une extreme douleur, et dans une agitation d'esprit si indigne d'une telle grace que je ne croy pas que vous soyiez si insensible pour vous pouvoir resoudre à me causer un si grand mal.

C'est pour quoy je m'adresse à vous, comme au maistre en quelque façon de ce qui me doit arriver, pour vous dire : Ne m'ostez pas ce que vous n'estes pas capable de me donner. Car encore que Dieu se soit servy de vous pour me procurer le progrez des premiers mouvements de sa grace, vous savez assez que c'est de luy seul que procede tout l'amour et toute la joye que nous avons pour le bien, et qu'ainsy vous estes bien capable de troubler la mienne, mais non pas de me la redonner si une fois je viens à la perdre par vostre faute. Vous devez connoistre et sentir en quelque façon ma tendresse par la vostre, et juger que si je suis assez forte pour ne laisser pas de passer outre malgré vous, je ne la suis pas assez peut estre pour estre à l'espreuve de la douleur que j'en recevray. Ne me reduisez

1. « La mort de M. Pascal, leur pere ». *Note du P. Guerrier.*

pas à l'extremité ou de differer ce que j'ay désiré si longtemps avec tant d'ardeur, et de me mettre ainsy au hasard de perdre ma vocation ou de faire bassement, et avec une langueur qui tiendroit de l'ingratitude, une action qui doit estre toute de ferveur, de joye et de charité, pour respondre à celle que Dieu a eue de toute eternité pour nous, en nous choisissant pour ses epouses avant que de nous avoir creées ; et de me rendre par ce moyen tout à fait indigne des graces que je dois attendre dans tout le reste de ma vie, par la lacheté que j'auroi eue dans ces commencements ; et ne m'obligez pas à vous regarder comme l'obstacle de mon bonheur, si vous estes capable de differer l'execution de mon dessein, ou comme l'auteur de mon mal si vous estes cause que je l'accomplisse avec tiedeur.

Si j'avois moins d'experience de ce que peut la tendresse naturelle sur ceux de notre famille, j'apporterois moins de precaution à vous faire consentir à une chose toute sainte et toute juste, parce que les graces naturelles et surnaturelles que Dieu vous a données devroient vous porter mesme à m'encourager dans mon dessein, si j'estois assez malheureuse pour m'y affoiblir. Je n'ose encore attendre cela de vous, quoy que j'eusse droit de l'esperer dans les connoissances que vous avez ; mais j'attends que vous ferez un effort sur vous mesme pour ne pas vous mettre en estat de me faire perdre les graces que j'ay receues, et de m'en respondre devant Dieu à qui je proteste que ce sera à vous seul que je m'en prendray et que je les redemanderay : Dieu nous garde l'un et l'autre de tomber dans ce malheur !

Je sçay bien que la nature fait arme de tout en ces rencontres, et que pour eviter ce qu'elle craint toutes choses luy semblent justes, et que pour fomenter ce qu'elle vous suggerera tout le monde ne manquera pas en cette occasion d'exercer cette sorte de charité et de ferveur qui luy est ordinaire et qui ne s'oppose qu'au bien. Il n'y a pas assez longtemps que j'en suis sortie pour avoir oublié que l'estime et l'applaudissement qu'il a pour la vertu est un des meilleurs moyens dont nostre ennemy se sert pour l'affoiblir insensiblement dans une ame, sous pretexte de la communiquer aux autres ; et que ce qu'il voit bien qu'il ne pourra emporter par violence, il tasche, de l'emporter par les caresses que le monde nous fait. Il n'a pas manqué d'inspirer aux tyrans cette sorte de supplice pour ebranler la foy et la constance des martyrs ; et il ne manque pas de la suggerer aux meilleurs amis, dans la paix de l'Eglise, pour vaincre la perseverance des fidelles. Resistez courageusement à cette tentation si elle vous arrive, et lorsque le monde vous tesmoignera quelque regret de ne me plus voir, asseurez vous que c'est une illusion qui disparoistroit incontinent, s'il n'estoit question de s'opposer à un bien ; puis qu'il est impossible qu'il ait une veritable amitié pour une personne qui n'est point à luy, qui n'y veut jamais estre, et qui n'a point presentement de plus grand desir que de destruire à son egard, en l'abandonnant pour jamais, par un vœu solennel et par l'engagement dans une vie tout opposée à ses maximes, et qui donneroit de bon cœur tout ce qu'elle a de plus cher pour imprimer un sentiment pareil dans toutes les ames qu'elle connoist. Que s'il est vray qu'il a conservé quelque impression de l'amitié qu'il me tesmoignoit lorsque j'estois sienne, à Dieu ne plaise que cela me puisse destourner de le quitter, et vous d'y consentir !

Ce doit estre ma gloire et votre joye, et de tous mes vrays amis, d'avoir ce tesmoignage de la force de la grace de mon Dieu, que ce n'est point luy qui me quitte, mais moy qui l'abandonne ; et qu'encore que l'effort qu'il fait pour me retenir semble une punition toute visible de la complaisance que j'ay eue autres fois pour luy, il plaise à Dieu me donner la force d'y resister, et que tous ses efforts ne servent qu'à faire esclater la victoire qu'il a daigné remporter dans mon cœur sur tous les charmes et les promesses du monde, qui sont si vaines et si bornées qu'il ne faut qu'un peu de raison, esclairée de la foy et soutenue par la grace, pour faire quitter avec joye par avance ce qu'il faudra quitter par necessité dans quelques moments. Ne vous opposez point à cette lumiere divine ; n'empeschez pas ceux qui font bien, et faites bien vous mesme ; ou si vous n'avez pas la force de me suivre, au moins ne me retenez pas. Ne vous rendez pas ingrat envers Dieu de la grace qu'il fait à une personne que vous aimez ; plus elle doit vous estre chere, plus les faveurs qu'elle reçoit vous doivent estre sensibles.

S'il nous est recommandé de ne point negliger les chastiments du Seigneur, combien moins ses graces, et la plus grande et la plus rare de ses graces ! Je parle de l'exterieure par laquelle il me permet d'estre admise au nombre de ces anges visibles qui ne sont au monde que pour l'adorer, et qui n'ont d'autre occupation exterieure ni d'autre desir dans le cœur que de le servir dans toute l'estendue que peuvent des creatures mortelles ; car pour l'interieure, qui me rendroit un ange en cette maniere, si elle trouvoit en moy une matiere disposée, je reconnois que j'en ay tres peu, quoy que ce peu surpasse infiniment mon merite. C'est ce qui doit augmenter nostre reconnoissance et nostre admiration de cette faveur infinie et incomprehensible de nostre Dieu envers une creature qui s'en est rendue si indigne. Je suis tellement touchée de cette pensée à l'heure que j'escris, que si j'osois, je crois que ferois une confession de toute ma vie pour vous faire mieux comprendre quelle est la misericorde de Dieu envers moy ; mais elle ne sera point necessaire si vous voulez un peu rappeler vostre memoire pour vous ressouvenir des temps où j'aimois le monde, et où la connoissance et l'amour que j'avois pour mon Dieu me rendoient d'autant plus coupable, que je partageois mon cœur entre ces deux maistres avec une inegalité qui me couvre de confusion, sur tout quand il me ressouvient que les exhortations frequentes que vous me fesiez sur ce sujet ne pouvoient me faire concevoir que je ne pusse allier deux choses aussy contraires que sont l'esprit du monde et celui de la pieté. Voilà un solide fondement pour rendre nostre reconnoissance eternelle envers Dieu de ce qu'il daigne non seulement me retirer de ce dangereux aveuglement, mais aussy m'establir dans un lieu et dans une condition où je n'ay plus sujet de craindre d'y retomber.

Je finis tout court, parce que j'aurois tant de choses à dire sur le sujet des obligations que je vous ay (lesquelles je vous prie de ne pas destruire et de m'ayder à les conserver, comme je feray malgré vous mesme et tout ce qui s'y pourroit opposer, afin de les augmenter en les conservant, et de ne pas destruire ce que vous avez esdifié) ; sur les avantages inconcevables de la profession que j'embrasse et de la maison où je suis ; sur ce que vous et moy devons à Dieu, non seulement en general comme ses creatures, mais aussy en particulier ; et sur plusieurs autres choses que, si je m'y estendois, je ferois plustost un livre qu'une lettre.

Je suis dans l'impatience de sçavoir en quelle maniere vous aurez receu cette nouvelle, quoy qu'il me semble que ce seroit vous faire tort de douter que vous ne l'eussiez bien receue, si on ne pardonnoit à la nature toutes les agitations qu'elle aura pu vous causer ; mais il ne faut pas qu'elle soit maistresse. Surmontez la par mon exemple, ou plustost par celuy des apostres qui reçoivent avec une sainte joye la separation de Nostre Seigneur ; sur quoy il y auroit encore beaucoup de choses à dire. Fais par vertu ce qu'il faut que tu fasses par necessité. Donne à Dieu ce qu'il te demande en le prenant : car il veut que nous luy donnions ce qu'il nous oste comme[1] nous faisons veritablement ce qu'il fait en nous. Je suis ravie que vous ayez cette occasion de meriter, et j'espere que cette offrande necessaire vous disposera et meritera la volontaire que je souhaitte de tout mon cœur, et qui va estre presque tout mon souhait à cette heure que j'ay obtenu ce que je desirois pour mon regard.

Contentez vous que c'est pour vostre consideration que je ne suis pas ceans il y a plus de six mois, et que j'aurois desja l'habit sans vous ; car nos meres ont receu le noviciat de quatre années que j'ay fait dans le monde, pour toute espreuve, et la volonté que j'ay de bien faire en me laissant conduire avec simplicité, pour toute perfection ; si bien que la seule peur que j'ay eue de fascher ceux que j'ayme a differé jusques icy mon bonheur. Il n'est pas raisonnable que je prefere plus longtemps les autres à moy, et il est juste qu'ils se fassent un peu de violence pour me payer de celle que je me suis faite depuis quatre ans. J'attends ce tesmoignage d'amitié de toy principalement, et te prie pour mes fiançailles qui se feront, Dieu aydant, le jour de la Sainte Trinité. Je prie Dieu qu'il nous envoye son Saint Esprit pour nous y disposer. N'est-ce pas une chose estrange que vous vous feriez un grand scrupule, et que tout le monde vous voudroit mal, si pour quelque interest que ce fust vous vouliez m'empescher d'espouser un prince, encore que je dusse le suivre en un lieu fort esloigné de vous ? Faites vous mesme

1. Leçon du manuscrit 12988 : *si nous faisions*.

l'application, et mettez toutes les differences; car cette lettre est desjà trop longue pour l'amplifier encore.

J'escris à ma fidelle, je vous supplie de la consoler, si elle en a besoin et de l'encourager. Je luy mande que si elle s'y sent disposée, et qu'elle croye que je la pourray encore davantage fortifier, je seray ravie de la voir, mais que si elle vient pour me combattre, je l'avertis qu'elle perdra son temps. Je vous en dis de mesme, et à tous ceux qui voudroient l'entreprendre, pour vous espargner à tous une peine inutile. Je n'ay que trop patienté. Dieu veuille que le dechet que cela m'a causé se repare par la penitence que je desire d'en faire. Je prie Dieu de tout mon cœur qu'il n'impute point à ceux qui se sont opposez à moy depuis quatre ans le pesché qu'ils ont commis en cela, et qu'il leur pardonne à cause que veritablement ils ne sçavoient ce qu'ils faisoient.

Ce n'est que par forme que je t'ay prié de te trouver à la ceremonie; car je ne croy pas que tu ayes la pensée d'y manquer. Vous estes asseuré que je vous renonce si vous le faites.

[1] Faites de bonne grace ce qu'il faut que vous fassiez, c'est-à-dire en esprit de charité, et ne me donnez point de desplaisir, car il me semble que je ne vous en ay point donné de sujet.

Adieu, je suis de tout mon cœur,

Mon tres cher frere,

Votre tres humble et tres obeïssante sœur et servante

S. J. D. Sainte-Euphemie.

1. Cette phrase paraît avoir été ajoutée après coup, en manière de post-scriptum. Faugère la place, sans doute d'après le recueil Guerrier, à la suite de *Je suis de tout mon cœur*; Cousin, d'après le ms. 12988, à la suite de la signature.

XLV

FRAGMENT D'UNE LETTRE DE JACQUELINE PASCAL A MADAME PERIER

10 mai 1652.

Deuxième recueil du Père Guerrier, *apud* Faugère, *Lettres, Opuscules et Mémoires,* 1845, p. 344.

[*Vide supra,* t. II, *Appendice* et *infra,* t. XI, p. 352).

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE MADEMOISELLE JACQUELINE PASCAL A MADAME PERIER SA SŒUR[1]

A Port-Royal du Saint-Sacrement, ce 10 may 1652.

... Il n'y a qu'affliction partout, excepté moy qui suis dans la joye ; car le jour est arresté pour ma vesture qui sera, Dieu aydant, comme je l'espere, le jour de la Sainte Trinité[1]. J'auray pour compagnes dans cette action, ou plutost pour modelles, mademoiselle de Luzancy[2], qui est mon ancienne de deux mois, et une autre bonne sœur que vous ne cognoissez pas, qui recevront aussy le saint habit. Il me semble que c'est un songe de m'en voir si proche aprez tant d'oppositions. J'auray tousjours peur que ce ne soit une illusion, jusqu'à ce que toute la ceremonie soit faite. Je ne perdray point le temps à vous raconter ma joye, car vous n'en doutez. Il suffit que la perseverance dans ma resolution tesmoigne que je n'ay point esté trompée dans mon attente et que je puis dire comme David : *Sicut audivimus sic vidimus in civitate Dei nostri.*

Je fis porter cette nouvelle à mon frere, le jour de l'Ascension, par M. Hobier[3]. Il vint le lendemain fort

---

1. Jacqueline Pascal prit l'habit le 26 mai 1652.
2. Mademoiselle de Luzancy était une des filles d'Arnauld d'Andilly ; elle avait été élevée à Port-Royal, dont elle était sortie en 1647 ; mais elle y était rentrée, « touchée de Dieu » en octobre 1651. Sa vêture eut lieu le 13 décembre 1652 : sa profession le 21 novembre 1654 ; elle prit en religion le nom de sœur Marie-Angélique de Sainte-Thérèse.
3. Même divergence entre les manuscrits que plus haut, p. 9.

outré avec un grand mal de teste que cela luy causoit, et neantmoins fort adoucy, car au lieu de deux ans qu'il me demandoit la derniere fois, il ne vouloit plus me faire attendre que jusqu'à la Toussaint; mais me voyant ferme à ne pas attendre et assez complaisante neantmoins pour condescendre à luy donner quelque peu de temps pour se pouvoir resoudre, il s'adoucit entierement et eut pitié de la peine que cela me faisoit de differer encore une chose que je souhaitte depuis si longtemps. Il ne se rendit pourtant pas à l'heure; mais M. d'Andilly[1] à ma priere eut la bonté de l'envoyer querir samedy, et l'entreprit avec tant de chaleur et tant d'adresse qu'il le fit consentir à tout ce que nous voulions. De sorte que nous en demeurames là, qu'il me pria de faire mon possible pour gagner sur moy de differer un temps considerable, et que si je ne le voulois pas, il aimoit autant que je ce fust le jour de la Trinité que quinze jours aprez. De sorte que ce sera pour ce jour là, s'il ne survient des empeschements qui ne me regardent point...

---

1. Robert Arnauld d'Andilly, l'aîné des enfants de l'avocat Antoine Arnauld, était né en 1585; il était depuis 1646 retiré à Port-Royal des Champs.

XLVI

LETTRE DE PASCAL A LA REINE CHRISTINE DE SUEDE

Vers juin 1652.

Bibliothèque Nationale, ms. f. fr. 20 945, p. 269.

INTRODUCTION

L'époque même où Jacqueline marque la ferveur de son entrée définitive en religion, est celle où son frère semble avoir recherché avec le plus de passion l'éclat de la gloire mondaine. Deux témoignages de cette ambition nous sont restés, exactement contemporains des lettres de Jacqueline qui sont publiés dans les pages précédentes.

L'un se trouve dans la *Muse historique* de Loret ; on y lit, à la date du 14 avril 1652, le récit d'une réunion qui venait de se tenir chez la duchesse d'Aiguillon :

> Je me rencontray l'autre-jour
> Dedans le petit Luxembourg,
> Auquel beau lieu, que Dieu bénie,
> Se trouva grande Compagnie
> Tant Duchesses que Cordons-bleus[1],
> Pour voir les êfets merveilleux
> D'un Ouvrage d'Aritmetique
> Autrement de Matématique,
> Où, par un secret sans egal,
> Son rare auteur nommé Pascal
> Fit voir une speculative
> Si claire et si persuazive,
> Touchant le calcul et le jet,
> Qu'on admira son grand projet.

---

1. Le cordon bleu était l'insigne de l'ordre du Saint-Esprit. Quoique l'expression fût parfois employée par manière de plaisanterie, pour désigner les beaux esprits de l'Académie française par exemple, il est manifeste, ici, que Loret fait seulement allusion à la noblesse des auditeurs de Pascal.

Il fit encor sur des fontaines
Des demonstrations si pleines
D'esprit et de subtilité
Que l'on vid bien, en verité,
Qu'un très-beau génie il possede,
Et qu'on le traita d'Archiméde.

L'autre témoignage est une lettre de Pascal au personnage de l'Europe qui était alors le plus en vue, à la reine Christine de Suède. Cette lettre, par suite d'une faute d'impression que Bossut avait pourtant corrigée dans ses *errata* (Ed. 1779, t. I, p. 425), est donnée en général comme étant de 1650. Il est aisé de voir qu'elle est du milieu de 1652, puisqu'elle répond à une lettre écrite de Stockolm le 14 mai 1652 par ce même Bourdelot qui avait déjà, en 1644, invité Pascal à montrer sa machine arithmétique au prince de Condé[1] (*Vide infra*, t. I, p. 283).

---

1. L'abbé Bourdelot figure parmi les correspondants du chevalier de Méré. (*Lettre XLIII*, Ed. 1712, t. II, p. 159).

LETTRE ESCRITE DE SUEDE A Mr PASCAL PAR M. BOURDELOT

Vous escrivés merveilleusement bien pour un philosophe et pour un homme qui voit que le courrier va partir. Il faut avoir un esprit comme le vostre et que rien n'estonne. Sa Majesté a lû vostre lettre ; vous vouliez bien que je la luy montrasse, puisqu'elle parloit tant d'elle. La Reyne se trouve bien louëe de ce que vous m'avez escrit qui la regarde, et moy je me trouve trop louë. Je ne suis pas d'une si haute exaltation que vous dites ; l'amitié que vous avez pour moy doit avoir aliené vos sentiments, les miens seront pour vous eternellement les mesmes. Je les ay fait savoir à la Reyne, et toute la terre en sera instruite. Vous estes l'esprit le plus net et le plus penetrant que j'aye jamais vû. Avec l'assiduïté que vous avez au travail, vous passerés esgallement les anciens et les modernes, et laisserez à ceux qui vous suivront une merveilleuse facilité d'apprendre. Vous estes l'ennemi déclaré de la vaine gloire, du galimatias et des enigmes, et quand vous parlés vous inspirés des connoissances avec tant de douceur que l'esprit a plaisir de les suivre, et deteste en un moment les opinions qu'il avoit contraires aux vostres. Je haïs les sentiments violents qui s'impriment dans l'imagination à force de chicanneries et de sophismes. Ce sont des seductions dont l'ame fait une abjuration avec grande joye, des qu'elle s'aperceoit qu'elle a esté trompée ; vous estes un de ces genies que la Reine cherche ; elle ayme la clarté dans les raisonnements, et des preuves solides mieux appuyées que sur des vraisemblances. Elle sera bien ayse d'avoir vostre machine et vostre discours. N'y meslés aulcuns faux dogmes ; à l'estime qu'elle a pour vous, elle seroit pour le croire. Mais j'ay peur d'une chose qui ne peut arriver. Vous estes l'infaillible avec la mesme certitude que je suis et avec laquelle je vous proteste d'estre, Monsieur, vostre tres humble et tres obeïssant serviteur à jamais.

BOURDELOT.

A Stockolm, le 14 mai 1652.

---

1. « Copié sur l'original. Voyez ci après la lettre de Mr Pascal escrite à la Reine en luy envoyant sa machine ».

LETTRE A LA SERENISSIME REYNE DE SUEDE

Madame,

Si j'avois autant de santé que de zele, j'irois moy-mesme presenter à Vostre Majesté un ouvrage de plusieurs années, que j'ose luy offrir de sy loin; et je ne souffrirois pas que d'autres mains que les miennes eussent l'honneur de le porter aux pieds de la plus grande princesse du monde. Cet ouvrage, Madame, est une machine pour faire les regles d'arithmetique sans plume et sans jetons. Vostre Majesté n'ignore pas la peine et le temps que coutent les productions nouvelles, surtout lorsque les inventeurs les veulent porter eux mesmes à la derniere perfection; c'est pour quoy il seroit inutile de dire combien il y a que je travaille à celle-cy; et je ne peux mieux l'exprimer qu'en disant que je m'y suis attaché avec autant d'ardeur que si j'eusse preveu qu'elle devoit paroistre un jour devant une personne si auguste. Mais, Madame, si cet honneur n'a pas esté le veritable motif de mon travail, il en sera du moins la recompense, et je m'estimeray trop heureux si, ensuitte de tant de veilles, il peut donner à Vostre Majesté une satisfaction de quelques moments. Je n'importuneray pas non plus Vostre Majesté du particulier de ce qui compose cette machine : si elle en a quelque curiosité, elle pourra se contenter dans un discours que j'ay adressé à M. de Bourdelot ; j'y ai touché en peu de mots toute l'histoire de cet ouvrage, l'objet de son invention, l'occasion de sa recherche, l'utilité de ses ressorts, les difficultez de son execution, les degrez de son progrez, le succez de son accomplissement et les regles de son usage. Je diray donc seulement ici le sujet qui me porte à l'offrir à Vostre Majesté, ce que je considere comme le couronnement et le dernier bonheur de son aventure. Je sais, Madame, que je pourray estre suspect d'avoir recherché de la gloire en la presentant à Vostre Majesté, puisqu'elle ne sauroit passer que pour extraordinaire, quand on verra qu'elle s'adresse à elle, et qu'au lieu qu'elle ne devroit luy estre offerte que par la consideration de son excellence, on jugera qu'elle est excellente, par cette seule raison qu'elle luy est offerte. Ce n'est pas neantmoins cette esperance qui m'a inspiré ce dessein. Il est trop grand, Madame, pour avoir d'autre objet que Vostre Majesté mesme. Ce qui m'y a veritablement porté, est l'union qui se trouve en sa personne sacrée, de deux choses qui me comblent également d'admiration et de respect, qui sont l'autorité souveraine et la science solide ; car j'ai une veneration toute particuliere pour ceux qui sont elevez au supreme degré, ou de puissance, ou de cognoissance. Les derniers peuvent, si je ne me trompe, aussi bien que les premiers, passer pour des souverains. Les mesmes degrez se rencontrent entre les genies qu'entre les conditions ; et le pouvoir des roys sur les sujets n'est, ce me semble, qu'une image du pouvoir des esprits sur les esprits qui leur sont inferieurs, sur lesquels ils exercent le droit de persuader [1], qui est parmi eux ce que le droit de commander est dans le gouvernement politique. Ce second empire me paroist mesme d'un ordre d'autant plus elevé, que les esprits sont d'un ordre plus elevé que les corps, et d'autant plus equitable, qu'il ne peut estre desparti et conservé que par le merite, au lieu que l'autre peut l'estre par la naissance ou par la fortune [2]. Il faut donc avoüer que chacun de ces empires est grand en soy; mais, Madame, que Vostre Majesté me permette de le dire: elle n'y est point blessée, l'un sans l'autre me paroist defectueux. Quelque puissant que soit un monarque, il manque quelque chose à sa gloire, s'il n'a pas la preeminence de l'esprit; et quelque esclairé que soit un sujet, sa condition est toujours rabaissée par la dependance. Les hommes, qui desirent naturellement ce qui est le plus parfait, avoient jusques icy continuellement

---

1. Il s'agit, dans le langage très précis de Pascal, de la persuasion qui naît de la démonstration par l'entendement (*Réflexions sur l'Art de persuader*, vers 1658), et à laquelle s'oppose dans un fragment des *Pensées* (p. 130, Sect. I, fr. 15) l' « eloquence qui persuade par douceur, non par empire, en tiran, non en Roy ».

2. Ce passage n'est pas seulement remarquable en soi; il atteste encore d'une façon saisissante comment s'est développé l'esprit de Pascal. L'idée indiquée dans cette lettre qui porte la marque de la rhétorique hyperbolique du temps, se retrouvera également dans le fragment célèbre des *Pensées*, qui traite de l'humilité de la naissance de Jésus et de la simplicité du style des Évangiles (page 63, *Sect. XII*, fr. 783). Seulement la supériorité intellectuelle, dont l'autorité politique n'est que l'image, sera elle-même la figure de la sainteté. Les deux ordres de grandeur que Pascal célèbre ici s'effacent devant la

aspiré à rencontrer ce souverain par excellence[1]. Tous les roys et tous les savants en estoient autant d'ebauches, qui ne remplissoient qu'à demy leur attente, et à peine nos ancetres ont pu veoir en toute la durée du monde un roy mediocrement savant; ce chef d'œuvre estoit reservé pour vostre siecle. Et afin que cette grande merveille parut accompagnée de tous les sujets possibles d'estonnement, le degré où les hommes n'avoient pu atteindre est remply par une jeune Reyne, dans laquelle se rencontrent ensemble l'avantage de l'experience avec la tendresse de l'age[2], le loisir de l'estude avec l'occupation d'une royale naissance, et l'eminence de la science avec la foiblesse du sexe. C'est Vostre Majesté, Madame, qui fournit à l'univers cet unique exemple qui luy manquait. C'est elle en qui la puissance est dispensée par les lumieres de la science, et la science relevée par l'esclat de l'autorité. C'est cette union si mer-

---

charité. Archimède, auquel Pascal a été si souvent comparé, ne vaut pas Jésus. Et le souvenir de la reine de Suède n'est plus évoqué dans les *Pensées* que pour instruire le chrétien de la vanité des grandeurs du monde : « Qui auroit eu l'amitié du Roy d'Angleterre, du Roy de Pologne et de la Reine de Suede auroit il cru manquer de retraitte et d'asile au monde ? » (p. 73, *Sect. II,* fr. 177).

1. Ceci fait allusion, entre autres choses, à la conception fondamentale de la République platonicienne : il faut que les philosophes soient rois, ou que les rois soient philosophes. On sait comment Platon essaya de former « ce souverain par excellence » et quel fut l'échec de ses tentatives à Syracuse. Un siècle après Pascal, Voltaire et Diderot se laisseront éblouir par la philosophie de Frédéric et de Catherine, et l'expérience tournera encore à leur confusion.

2. Christine n'avait encore que vingt-six ans ; mais, reine de Suède en 1632, elle s'occupait dejà depuis longtemps des affaires du royaume.

veilleuse qui fait que comme Vostre Majesté ne veoit rien qui soit au dessus de sa puissance, elle ne veoit rien aussy qui soit au dessus de son esprit, et qu'elle sera l'admiration de tous les siecles qui la suivront, comme elle a esté l'ouvrage de tous les siecles qui l'ont precedée. Regnez donc, incomparable princesse, d'une maniere toute nouvelle ; que vostre genie vous assujettisse tout ce qui n'est pas soumis à vos armes : regnez par le droit de la naissance, durant une longue suite d'années, sur tant de triomphantes provinces ; mais regnez toujours par la force de vostre merite sur toute l'estendue de la terre. Pour moy, n'étant pas né sous le premier de vos empires, je veux que tout le monde sache que je fais gloire de vivre sous le second ; et c'est pour le tesmoigner, que j'ose lever les yeux jusqu'à ma Reyne, en luy donnant cette premiere preuve de ma dependance.

Voilà, Madame, ce qui me porte à faire à Vostre Majesté ce present, quoy que indigne d'elle. Ma foiblesse n'a pas estonné mon ambition. Je me suis figuré qu'encore que le seul nom de Vostre Majesté semble esloigner d'elle tout ce qui luy est disproportionné, elle ne rejette pas neantmoins tout ce qui luy est inferieur ; autrement sa grandeur seroit sans hommages et sa gloire sans eloges. Elle se contente de recevoir un grand effort d'esprit, sans exiger qu'il soit l'effort d'un esprit grand comme le sien. C'est par cette condescendance qu'elle daigne entrer en communication avec les autres hommes ; et toutes ces considerations jointes me font luy protester avec toute la soumission dont l'un des plus grands admirateurs de ses heroïques qualités est capable, que je ne souhaitte rien avec tant d'ardeur que de pouvoir estre avoué,

Madame,

de Vostre Majesté,

pour son tres humble, tres obeissant et tres fidelle serviteur,

BLAISE PASCAL.

XLVII

EXTRAITS DES ACTES NOTARIÉS

SIGNÉS PAR

BLAISE ET JACQUELINE PASCAL

8 juillet 1652

Publiés par M. Barroux, *Bulletin du Comité des Travaux historiques et scientifiques, section d'Histoire et de Philologie*, année 1888.

LEGS (APRÈS DÉCÈS) DE 4 000 LIVRES TOURNOIS FAIT PAR PASCAL EN FAVEUR DE L'ABBAYE DE PORT-ROYAL[1].

8 juillet 1652.

Par devant... fut présent Blaise Pascal... lequel a recongneu et confessé avoir donné par ces présentes par donnation irrévocable faicte entre vifs, en la meilleure forme que donnation peult avoir lieu, et promet garentir de tous troubles et empeschemens générallement quelconques, au monastère du Port Royal du Sainct Sacrement de l'ordre de Cyteaulx, fondé à Paris, faulxbourg Sainct Jacques, ce acceptant par sœur Marie Angélicque de Saincte Magdelaine, mère abbesse dudict monastère, à ce présente, la somme de quatre mil livres tournois, à prendre sur tous et chacuns ses biens tant meubles que immeubles (après son décedz) en cas qu'il décedde sans enfans, et ce pour estre particippant aux prières et oraisons dudict monastère et de l'affection que lesdictes religieuses ont pour sœur Jacqueline Pascal, sa sœur, de présent audict monastère...

Faict et passé au parloir dudict monastère l'an mil six cens cinquante deux, le huictiesme jour de juillet après midy, et ont signé [la minute des présentes demeurée par devers et en la possession de Guyon, l'un desdicts notaires soubzignés. Signé Lebert et Guyon].

---

1. Minute chez Me Leroy; Arch. N. Y 189, f. 181.

EXTRAIT DE LA CONSTITUTION PAR JACQUELINE PASCAL DE LA SOMME QU'ELLE A RECONNUE A SON FRÈRE PAR LES ACTES D'OCTOBRE 1651 [1].

8 juillet 1652.

... ledict sieur Pascal, en la présence et du consentement de ladicte sœur Jacqueline Pascal [2] sa sœur, [a] pris et choisy du second lot du partaige des effectz liquides des successions des dicts deffunctz ses père et mère faict entre elle, ledict sieur Pascal et ladicte damoiselle Gilleberte Pascal soubz leurs seings, le xxx^e^ décembre xvi^c^ cinquante ung, recongneu par devant Vassetz et Prieur, notaires audict Chastelet le douze febvrier dernier, ce qui s'ensuit...

Faict et passé au parloir dudict monastère l'an mil six cens cinquante deux, le huictiesme jour de juillet après midy, et ont signé.

---

1. Minute chez M^e^ Leroy.

2. Qualifiée plus haut : « de présent novice en monastère du Port Royal du faulxbourg Sainct Jacques à Paris.

3. Les seize mille livres sont instituées par la cession des obligations qui revenaient de la succession d'Etienne Pascal, en vertu des contrats passés à Clermont, le 7 septembre 1635 avec le president Blaise Pascal, et avec les heritiers de feu M^e^ Fayet, par contrat du 23 fevrier 1646.

XLVIII

ACTE SIGNE

PAR

BLAISE PASCAL

POUR LA CONSTITUTION DE LA DOT DE JACQUELINE PASCAL

4 juin 1653.

Publiés par M. Barroux, *Bulletin du Comité des Travaux historiques et scientifiques, section d'Histoire et de Philologie,* année 1888.

EXTRAIT DE LA CONSTITUTION DE LA DOT DE JACQUELINE PASCAL POUR SA PROFESSION A PORT-ROYAL[1].

4 juin 1653.

Par devant les notaires gardenotes du roy au Chastelet de Paris soubzignés fut présent Blaise Pascal, escuyer, demeurant à Paris, rue Beaubourg, parroisse Sainct Nicolas des Champs lequel en faveur de la profession que doibt faire dans peu de jours damoiselle Jacqueline Pascal, sa sœur, en l'abbaie du Port Royal, sciz à Paris, au faulxbourg Sainct Jacques, où elle est de présent religieuse novice, nommée sœur Jacqueline de Saincte Euphémie, et pour luy donner lieu d'estre moins à charge à ladicte abbaie, a volontairement donné, ceddé, quitté, transporté et délaissé par ces présentes du tout dès maintenant à tousjours par donnation entre vifs, pure, simple, irrévocable et en la meilleure forme et manière que faire se peult et que donnation peult avoir lieu, et promet garentir de tous troubles et empeschemens générallements quelsconques, fors des faicts du prince

à ladicte abbaie du Port-Royal, ce acceptant par Révérende Mère sœur Marie Angelique de Saincte Magdelaine, abbesse de ladicte abbaie, et par sœur Catherine Agnès de Sainct Paul, prieure, sœur Marie des Anges, sœur Marie de Saincte Magdelaine et sœur Geneviefve de l'Incarnation, toutes religieuses professes, faisans et représentans la plus grande et saine partye des religieuses de ladicte abbaie, assemblées à la grande grille et parloir d'icelle au son de la cloche en la manière accoustumée pour ce, présentes pour elles et leurs successeures religieuses en ladicte abbaie,

c'est assavoire quinze cens livres tournoiz de rente[2]...; en

1. Arch. N. Y 190 f. 71, v° -72.

2. A prendre sur les 1794 livres de rente sur l'hôtel de ville

outre ledict sieur donateur pour les mesmes causes que dessus a promis, promet et s'oblige par lesdictes présentes de donner, bailler, fournir et delivrer dans six mois d'huy prochains, ou plus tost, sy bon lui semble, auxdictes dames abbesse et religieuses de ladicte abbaie aussy ce acceptantes la somme de cinq mil livres tournoiz en deniers comptans, à la charge de par lesdictes religieuses et leur successeures bailler et payer audict sieur Pascal donateur, sa vie durant, et à sa vefve, au cas qu'il se marie, aussy sa vie durant, deux cens cinquante livres tournoiz de rente viagère... à condition que ladicte rente demeurera esteinte et admortie du jour du décedz dudict sieur donateur et de celuy de sadicte vefve, s'il se marie, et qu'icelle somme demeurera appartenante à ladicte abbaie, ainsy que le consent ledict sieur donateur...; et moyennant ces présentes la donation de quatre mil livres faicte par ledit sieur donateur, à la dicte abbaie, en cas qu'il mourust sans enfans, par contrat passé par devant... notaires au Chastelet de Paris, le jour de xvi^e demeure nulle et sans aucun effect comme non faicte ny advenue[1].

Cette donnation faicte tant en faveur de ladicte profession qu'en recognoissance de ce que lesdictes religieuses abbesse et couvent se chargent de nourrir, loger et entretenir ladicte damoiselle Pascal le reste de ses jours en ladicte abbaie ainsy que les autres religieuses professes d'icelle, et au surplus pour l'affection que ledict sieur Pascal porte à ladicte damoiselle sa sœur et que tel et son plaisir et volonté d'ainsy le faire...

Faict et passé à ladicte grille et parloir de ladicte abbaye du Port Royal, l'an xvi^c liii, le quatriesme jour de juin après midy, et ont signé... *Bonot et Baudry*.

---

qu'Etienne Pascal avait achetées le 2 janvier 1635, appartenant à la part de Blaise Pascal dans la succession de son père.

1. Voir l'acte du 8 juillet 1652, p. 37.

XLIX

FRAGMENT D'UNE LETTRE DE BLAISE PASCAL A M. PERIER

6 juin 1653.

Deuxième recueil du Père Guerrier, *apud* Faugère, *Pensées, fragments et lettres,* 1845, t. I, p. 34.

INTRODUCTION

De la lettre écrite par Pascal à son beau-frère et à sa sœur le lendemain de la profession de Jacqueline, quelques lignes seulement ont été conservées. Voici, à titre de complément, ou de contraste, un passage intéressant de la lettre que la mère Agnès envoyait le même jour à la sœur Marie Dorothée de l'Incarnation le Conte. Elle y parle des « trois sœurs d'hier, qui sont des ames d'oraison, mais d'une oraison, elles ne sentent pas elles mesmes parce qu'elle est continuelle. Nous devons des actions de graces à Dieu de nous les avoir données, car certes ce sont des personnes rares pour la solidité de la vertu. M. Singlin sentoit bien cela dans son sermon, car il le prescha miraculeusement bien, et on voyoit qu'il avoit son compte en elles » (*Lettres*, t. I, p. 266). L'annotatrice de la correspondance de la mère Agnès[1] donne les noms des deux compagnes de la sœur Jacqueline de Sainte-Euphémie Pascal : la sœur Marguerite de Sainte-Gertrude du Pré[2] et la sœur Marie de Sainte-Aldegonde des Pommares[3]. Elle ajoute que ce fut M. de Sainte-Beuve qui les reçut à la profession.

---

1. Prosper Faugère a présenté au public l'édition dans une *Préface* datée de juillet 1857 ; mais le travail de l'édition et l'annotation sont dues, d'après une communication que M. Gazier nous a faite, à Mlle Rachel Gillet.

2. Voir *Vies intéressantes et édifiantes des Religieuses de Port-Royal*, 1751, t. II, p. 360 sqq., et le *Nécrologe de 1723*, p. 264.

3. *Nécrologe de 1723*, p. 5.

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE BLAISE PASCAL A M. PERIER

De Paris, ce vendredy 6 juin 1653.

[1] Je viens de recepvoir vostre lettre où estoit celle de ma seur, que je n'ay pas eu loysir de lire, et de plus je croy que cela seroit inutile[2].

Ma seur fit hier profession, jeudy 5 juin 1653[3]. Il m'a esté impossible de retarder : MM^rs de Port-Royal craignoient qu'un petit retardement en apportast un grand et vouloient la haster par cette raison qu'ils esperent la mettre bientost dans les charges[4];

---

1. Ce premier paragraphe est conservé dans la minute autographe, et joint au manuscrit des *Pensées* (*Bibliothèque Nationale*, f. fr. 9202 f° 495).

2. [*estant*]. — *Vide infra*, p. 89.

3. Sur le verso du fragment autographe, au f° 496, figure le début du règlement de compte que Pascal envoyait à Florin et à Gilberte Perier.

Ce n'est icy qu'un abbregé par tables pour vostre intelligence.

Declaration de l'estat de son bien au 31 decembre 1651.	*Il luy est deub par les creanciers*	*Il luy est deub par moy, seavoir parce que je l'ay receu.*
Effets non liquides.	5 729. 3. 4	0. *Car cela m'estoit...*

4. Cette raison que Pascal accepte avec une certaine mauvaise humeur ne fut pourtant pas un prétexte. Voir les *Vies intéressantes et édifiantes des Religieuses de Port-Royal*, 1751, t. II, p. 356. Après avoir rappelé que Jacqueline Pascal eut, avant sa profession, à supporter une assez rude épreuve de la part de ses parents, on ajoute : « La

et partant il faut haster, parce qu'il faut qu'elles ayent pour cela plusieurs années de profession. Voyla de quoy ils m'ont payé. Enfin, je ne l'ay pu...

---

sœur Euphémie (ce fut le nom qu'elle prit), depuis sa consécration ne fit plus d'autre usage des perfections dont Dieu l'avoit ornée, que pour lui plaire. Aussi parut-elle dès le commencement un modèle parfait des vertus Religieuses. Sur-tout il n'y a jamais eu, au jugement de ses Supérieurs, rien de plus édifiant que sa douceur, son humilité, sa soumission, son obéïssance, sa modestie et son amour pour la pauvreté ; tous ses talens étant tellement couverts de l'éclat de ses vertus, qu'on avoit peine à les appercevoir. Sa vie fut toujours si sainte, que ce fut un continuel sujet d'édification pour la Communauté. Comme on la jugea capable de remplir les emplois les plus difficiles, on l'employa de bonne heure, sur-tout à former les Postulantes et les enfans à la piété, et ensuite les Novices. Elle auroit été certainement élevée aux plus grandes charges, si elle ne fût pas morte jeune. Mais, quoi qu'il en soit, pendant le peu d'années qu'elle a passées dans le Cloître, on doit dire qu'elle a rempli une longue course. » (*Vide infra*, t. X, p. 124.)

L

RELATION

DE

JACQUELINE PASCAL

10 juin 1653.

Manuscrit intitulé : *Diverses lettres de piété de quelques religieuses de Port-Royal et autres personnes,* communiqué par M. Gazier.

RELATION DE MA SOEUR JACQUELINE DE Ste EUPHÉMIE ADRESSÉE PAR ELLE A LA MÈRE PRIEURE DE PORT-ROYAL DES CHAMPS[1].

Gloire à Jesus, au tres saint sacrement.

A Port-Royal, ce 10 juin 1653.

Ma tres chere Mere,

[2]Je ne doute point que vostre charité ne vous ait fait prendre part à l'affliction tres sensible que Dieu[3] a per-

1. Marie-Dorothée de l'Incarnation Le Conte, née en 1610, morte en 1674. Élevée à Port-Royal, elle y prit l'habit en 1625 : « Après qu'elle eut rempli plusieurs des charges inférieures, elle fut établie en 1653 Prieure de Port Royal des Champs qu'elle gouverna pendant six ans ». Elle fut prieure de la maison de Paris en 1661; pour avoir refusé de signer le Formulaire, elle fut, en 1664 envoyée « en captivité » chez les Filles de la Visitation de la rue Montorgueil (*Vies intéressantes et édifiantes des Religieuses de Port-Royal,* 1751, t. II, p. 27 sqq.).

2. La *Relation* a paru dans les *Mémoires pour servir à l'Histoire de Port-Royal et à la vie de la Reverende Mere Marie Angelique de Sainte Magdeleine* ARNAULD *Reformatrice de ce Monastere,* t. III, Utrecht, 1742, p. 54-105. Le texte imprimé reproduit, avec de nombreux remaniements de détail, des copies manuscrites qui sont sur certains points tout à fait différentes du manuscrit que nous suivons (*Bibliothèque Nationale,* ms. f. fr. 17 797, f° 250 sqq. et *Recueils* de M. Gazier). Nous empruntons à l'un de ces derniers recueils un certain nombre de variantes qui nous ont semblé intéressantes.

3. *Deuxième Recueil Gazier* : « M'a envoyée dans le temps de ma profession, peut estre pour servir de contrepoids à l'extreme joye que j'en avois : c'est ce qui m'oblige, par une juste reconnoissance, de vous faire participer à la consolation que j'y ay receue. C'est à ce dessein que je me donne l'honneur de vous escrire. Mais parce qu'il est necessaire, pour vous en donner l'intelligence du tout, que vous soyez informée de mon aventure, j'ai cru que je devois vous en faire un petit abregé

mis qui me soit arrivée, peust etre pour servir de contre-poids à l'extreme joye que j'avois de ma profession. C'est pour quoy je me crois obligée de vous faire participer à la consolation que j'ay receuë. Mais, afin de vous la faire mieux entendre, il me semble necessaire de vous faire un petit recit fort abregé de cette hystoire, ce qui servira en mesme temps pour vous en donner l'intelligence et pour satisfaire à l'obligation que j'ay de publier au moins entre nous, puisque je ne puis le faire sçavoir à tout le monde, ce que j'ay reconnu par experience de la grande charité de nos Meres et de la pureté de leur conduite, qui a tellement paru dans mes affaires qu'il est visible qu'elles ne regardent jamais que Dieu dans toutes sortes d'evenemens.

Ma conscience me presse de rendre ce tesmoignage à la verité, qui est d'autant plus digne de foy qu'il est plus volontaire, et que mesme je n'ose le rendre public, parce

---

qui servira en mesme temps pour vous en donner l'esclaircissement et pour satisfaire à l'obligation que j'ay de publier, au moins entre nous, puis qu'il m'est impossible de le porter plus loin, ce que j'ay reconnu par une notable experience du desinteressement de cette Maison, de la grande charité de nos Meres et de la pureté de leurs intentions et de leur conduite, qui a tellement paru dans mes affaires qu'il ne faut point d'autre preuve pour reconnoistre qu'elles ne regardent jamais que Dieu en toutes les choses où elles sont obligées d'agir.

« Ma conscience me presse, ma tres chere mere, de rendre à la verité que je connois ce tesmoignage qui est d'autant plus digne de foy qu'il est tout volontaire, et que mesme je n'ose le rendre public, parce que la modestie de notre mere ne pourroit jamais le souffrir et m'empesche d'oser tenter ce que la gratitude et la justice demandent de moy, de peur que l'obeïssance ne m'interdit ensuite le peu qui m'est encore permis, puisqu'on ne me l'a pas defendu, qui est de vous en laisser un petit memorial, qui conservera, à la faveur du silence et du secret que nous garderons entre nous, la memoire de ce qui s'est passé, que nous serions autrement contraintes de laisser perir, et sera le monument de ma reconnoissance, et le fidele tesmoin du souvenir qui me reste de la grace que j'ay receue, puisque je ne puis rien de plus ».

que, comme vous sçavez, la modestie de notre Mere ne le pourroit jamais souffrir ; et quoy que ce soit peu pour sa gloire que d'en parler à une personne qui a une connoissance si parfaite des graces que Dieu luy a departies, neantmoins j'espere que Dieu l'aura aggreable parce qu'il veoit dans mon cœur que, si je pouvois quelque chose de plus pour tesmoigner ma reconnoissance, je l'embrasserois de toute mon affection, et que voyant que je ne puis la faire paroistre autrement, j'essaye au moins de conserver la memoire de la grace que j'ay receuë.

Vous sçaurez donc, ma chere Mere, qu'aussy tost que j'eus mes voix pour ma profession, je l'escrivis à mes parens, pour mettre la derniere main à mes affaires et pour leur donner avis de la disposition que je desirois faire du peu de bien que Dieu m'avoit donné [1], avec beaucoup de franchise, croyant avoir tout sujet de m'asseurer qu'ils entreroient dans mes sentimens comme moy mesme et que

---

1. *Ibid.* : « avec beaucoup de liberté et de franchise, leur declarant que je desirois le luy rendre, puisque je m'en despouillois, car je croyois avoir tout sujet de m'asseurer qu'ils approuveroient tous mes desseins ; et que, connoissant le fond de mes intentions et la disposition de mon cœur à leur egard, j'avois la vanité de presumer qu'il ne m'auroit jamais esté possible de les fascher, quoy que je fisse. Et vous sçavez que j'avois quelque raison de vivre dans cette confiance, veu l'union et l'amitié que nous avions toujours eue ensemble.

« Cependant ils s'offencerent au vif de mes desseins et crurent que je leur faisois une sensible injure de les vouloir desheriter en faveur de personnes etrangeres, que je leur preferois, disoient ils, sans qu'ils m'eussent jamais desobligée. Enfin, ma chere mere, ils prirent les choses dans un esprit tout seculier, comme auroient peu faire des personnes tout du monde, qui n'auroient pas mesme connu le nom de la charité, et regarderent celles que j'avois dessein de faire à quelques personnes dont ils n'ignorent pas les besoins, pour des marques d'amitié envers eux à leur prejudice, sans vouloir reconnoistre le motif qui m'y poussoit, et Dieu le permit ainsi sans doute pour nous humilier l'un par l'autre... »

taschant en cela de satisfaire à ce que la charité demandoit de moy, je ne pourrois en aucune sorte les fascher. Cependant ils s'irriterent si fort de mes desseins, croyant que je leur faisois une sensible injure de leur preferer des personnes estrangeres à qui je voulois faire du bien en les desheritant, comme s'ils m'avoient desobligée, qu'enfin, ma chere Mere, ils prirent quelques charitez que j'avois dessein de faire pour une marque d'amitié envers ces personnes, à leur prejudice, tout en la maniere qu'auroient fait des personnes vrayement du monde, et qui n'auroient sçeu ce que c'est que d'estre à Dieu. Et il le permit pour nous humilier l'un par l'autre et nous faire reconnoistre de plus en plus combien peu on doit faire de fondement sur l'amitié des[1] hommes. Car je ne puis attribuer cet aveuglement, si[2] j'ose le nommer ainsy, à une autre cause qu'à un secret jugement de Dieu sur nous : estant certain que les uns et les autres ont trop de lumiere dans les choses de Dieu pour s'attendre à les trouver encore si humains dans une affaire de pieté et qui[3], outre cela, estoit de tres petite consequence. C'est la raison pour quoy j'hesitois moins, ou pour mieux dire point du tout, à leur proposer ce desheritement, comme ils le nomment, me tenant certaine qu'ils seroient ravis de participer par leur consentement à ces petites charitez que j'avois dans l'esprit, veu qu'eux mesmes en font souvent de considerables.

[4] Ce pretendu manque d'amitié de ma part leur donna

---

1. « creatures ».

2. « le respect que je leur dois me permet de le nommer ainsy ».

3. « D'ailleurs estoit de si petite consequence et les interessoit si peu que je n'avois pas cru devoir hesiter un moment à leur proposer ce pretendu desheritement, en ne desirant le faire que pour Dieu, parce que je me tenois asseurée, non seulement qu'ils l'approuveroient, mais qu'ils seroient bien aises de participer... »

4. « Mais, ma chere mere, vous n'avez que faire de tout cela ; il

beau jeu de raisonner sur l'inconstance de l'esprit humain; mais ils n'en demeurerent pas là, car ils me donnerent ensuite un sujet veritable de la reconnoistre, sans neantmoins me donner envie de l'imiter.

Ils m'escrivirent donc chacun à part, mais de mesme stile; et, sans me dire que je les eusse choquez, ils me traitterent neantmoins comme l'estant beaucoup, et me firent une deduction de mes affaires, par laquelle ils m'apprenoient que par nos partages, nos lots estoient solidairement obligez à respondre l'un pour l'autre de toutes les parties qui viendroient à manquer, pendant un fort long temps[7]. Ils me firent voir encore quantitez d'engagemens qu'avoit mon bien, tous veritables en soy : mais il paroist clairement qu'ils avoient, avant leur mauvaise humeur, quelque voye pour m'en tirer, puisqu'ils m'avoient laissé prendre l'habit sans m'en avertir. Et pour conclusion me manderent franchement qu'il ne me restoit rien dont je peusse disposer en faveur de qui que ce soit, à moins de les mettre en procez entre eux, et eux contre tous ceux qui auroient profité de cette disposition; ce qu'ils assuroient estre inevitable, à cause de quelques formalitez de justice qu'il falloit garder. Et pour cette raison ils me donnerent avis qu'ils alloient donner ordre à ce que je ne peusse disposer de rien du tout, comme n'en ayant point le pou-

---

faut seulement vous dire, pour la suite de l'hystoire, que ce pretendu manque d'amitié de ma part leur donna beau jeu de raisonner sur l'inconstance de l'esprit humain et l'instabilité de mon affection. Mais à la bonne heure, s'ils en fussent demeurez là : ils auroient exercé leur esprit sans troubler le mien; mais ils ne le firent pas; car ils m'escrivirent chacun à part, de mesme style, et, sans me dire qu'ils fussent choquez, ils me traiterent neantmoins comme l'estant beaucoup, et pour toute response à mes propositions, ils me faisoient une deduction, *etc.* » (La fin du paragraphe est assez sensiblement abrégée).

voir, me reduisant pour toutes choses à une somme tres peu considerable qu'ils m'avoient fait toucher avant ma vesture, et que j'avois employée par avance en quelques charitez, sans me mettre en peine de les en avertir, non par mespris de leur consentement, mais par ce que je le tenois pour tout donné, et vous sçavez[1] [*que j'avois*] raison de croire qu'ils approuveroient tout ce que je ferois.

Jugez, je vous supplie, ma chere Mere, [2][*de*] l'estat où me mirent ces lettres d'un stile si different de nostre maniere ordinaire d'agir, et qui d'ailleurs me mettoient absolument en estat ou de differer ma profession de quatre ans pour retirer mon bien de l'engagement où il estoit pour la garentie des autres lots, sans mesme estre asseurée qu'il peust estre entierement libre d'ailleurs, ou de recevoir la confusion d'estre receuë gratuitement et d'avoir le desplaisir de faire cette injustice à la Maison. Aussy la douleur que je ressentis fut si violente, que je ne puis assez m'estonner de n'y avoir point succombé.

Aussy tost que la M. Agnes sceut que j'estois affligée, elle m'envoya querir ; et ayant appris que ce qui me touchoit le plus sensiblement estoit la necessité, ou de differer ce que je souhaittois depuis tant d'années avec[3] une extreme ardeur, ou de le faire avec des conditions qui m'estoient si penibles, elle me dit plusieurs choses pour me consoler sur ce que ce qui n'est que temporel ne doit jamais troubler parce qu'il n'est jamais irremediable — que tout ce qui n'est pas eternel ne doit point toucher — qu'il faut reserver les larmes pour pleurer ses peschez qui sont les veritables malheurs — et qu'il falloit regarder aux

---

1. Le manuscrit porte, par erreur évidemment, *qu'ils avoient*.
2. Ms. *si*.
3. « tant de passion. »

moyens de me tirer de peine, au lieu de perdre le temps à s'en affliger ; adjoutant avec sa bonté ordinaire que si la chose se gouvernoit par son avis, elle seroit bien tost et bien aisement terminée, que je laisserois là toutes mes affaires telles qu'elles estoient pour ne penser plus qu'à faire profession sans m'inquieter de rien.

Elle adjousta plusieurs autres [1] choses ; et [2] meslant la raillerie avec le serieux, afin de ne rien oublier qui peust adoucir la douleur où j'estois, elle disoit qu'il seroit honteux à la Maison et incroyable à ceux qui la connoissent, s'il estoit dit qu'une novice receuë à la profession fust capable d'estre affligée de quoy que ce soit ; mais beaucoup plus si on sçavoit que c'est de se veoir reduite à estre receuë pour rien. Et [3] sur cela, rentrant dans le serieux, elle s'efforça de me faire comprendre comme quoy c'estoit la chose la plus avantageuse qui me peust arriver, et que nostre Mere n'eut rien tant desiré que d'avoir esté libre de faire ce qu'elle auroit voulu en se faisant professe, afin de pouvoir donner tout son bien aux pauvres, et puis d'estre receuë par charité dans une maison inconnuë. Et, pour oster à ma douleur tout pretexte de justice, elle tascha de me faire veoir que c'estoit aussy non seulement le plus honnorable, mais mesme le plus utile pour la Maison, et que si la charité qu'on doit au prochain nous deffend qu'on desire qu'il nous fasse des injustices, celle qu'on doit à soy mesme se resjouït quand il nous en fait, et qu'il n'y a point d'avantage temporel qui puisse estre comparé à celuy là, parce qu'il n'y a rien de plus profitable à la religion que la vraye

1. « belles ».
2. « me parlant ensuite avec plus de gayeté pour ne rien oublier. »
3. « ensuite elle s'efforça. »

pauvreté, qu'il n'est pas tousjours permis de se la procurer, mais qu'il est toujours bon de la desirer, de l'aymer et de se resjouïr de tout ce qui peut y contribuer, qu'on doit trembler quand on reçoit des biens, en les regardant comme un piege à la vertu et à l'esprit de pauvreté, et se resjouïr lorsqu'on en est privé, parce qu'on n'en est plus responsable. Enfin elle se servit de tant de moyens, qu'elle me reduisit à me resjouïr de tout ce qui m'affligeoit le plus, et à n'oser plus avoir de douleur que par la compassion que j'avois de ceux qui m'en donnoient sujet [1]. Mais neantmoins ce ne fut qu'un endormissement, car j'estois trop foible et trop touchée pour estre susceptible de tant de vertu, et j'avouë à ma confusion qu'un moment apres je rentray avec la mesme foiblesse dans mes premiers sentimens.

Ensuitte elle me fit veoir M. S... à qui je fis recit de ce qui se passoit, tandis qu'elle prist la peine de l'aller faire à nostre Mere; et, revenant sur ses pas, elle dit à M. S... que le sentiment de nostre Mere estoit que je devois laisser le tout à mes parens en la maniere qu'il estoit, sans m'en mesler, non plus que s'il ne m'appartenoit point, et ne penser qu'à faire profession, sans me mettre en peine de rien. M. S... ne se rendit pas d'abord à cette pensée, craignant qu'il n'y eut peut estre trop de generosité, et pas assez d'humilité dans cette action. Sur quoy il nous dit avec beaucoup de force qu'apres qu'on a surmonté la cupidité insatiable d'amasser du bien, qui regne presque partout, il faut beaucoup apprehender de

1. « Et si je fusse demeurée dans cette insensibilité, j'aurois esté telle qu'elle me demandoit. Mais j'estois trop foible et trop touchée pour estre capable de tant de vertu ; et j'avoue à ma honte qu'un moment apres je rentray dans ma premiere foiblesse et dans mes premiers sentimens. »

tomber dans l'autre extremité, qui est de tirer vanité des actions qu'on peut faire ensuitte, de mespriser ceux qui sont encore attachez aux richesses, et de faire ostentation de cette vertu et quand on a mis son honneur à estre au dessus de l'amour des richesses, comme les autres à en posseder beaucoup, si on n'y prend bien garde, on fait des actions tout opposées par le mesme principe ; et la mesme cupidité qui fait que les uns disputent leur droit [*avec trop de chaleur*] fait que les autres le cedent trop librement — qu'il faut en cela se rendre [1] [*neutre*] en ne regardant que ce que la justice demande de part et d'autre, et que si les personnes à qui nous avons affaire s'esgarent et s'emportent à quelque injustice contre nous, la charité nous oblige de les ayder à se reconnoistre et à rentrer dans leur devoir à notre egard, comme nous leur serions redevables d'un semblable secours, s'il s'agissoit de l'interest d'un autre, pourveu qu'on ne se trompe pas soy mesme en cela et qu'on n'y agisse pas par une cupidité secrette qui se pourroit couvrir du pretexte de charité, mais par un desir desinteressé de veoir la justice gardée en tout.

Toutefois apres y avoir un peu pensé il se rendit, et jugea comme nostre mere que cette opposition que mes parens formoient si hors de propos, estoit une marque qu'ils [2] n'avoient point pour lors d'autres dispositions, et

---

1. Le manuscrit donne *maître,* qui me semble une faute de copie. Je suis la version du second manuscrit.

2. « Avoient quelque attache au bien, qu'ils avoient peut estre regardé comme une chose qui leur estoit toute acquise ; et que cela estant ce ne seroit que les choquer sans leur profiter, si on les obligeoit à souffrir que les choses allassent autrement qu'ils ne vouloient, et qu'on ne feroit que les aigrir au lieu de les rappeler. Et voyant que j'y resistois de tout mon pouvoir, ne pouvant souffrir qu'on laissast aller les choses de cette maniere, il me dit qu'il les connoissoit tous,

qu'on les choqueroit sans leur profiter si on les obligeoit à souffrir que les choses allassent autrement qu'ils ne vouloient, que ce ne seroit que le moyen de les aigrir et non pas de les rappeler : et enfin il conclut, quelque resistance que j'y apportasse, que la charité nous obligeoit à suivre ce conseil, et qu'il failloit que la chose en allast ainsy, sans me permettre de repliquer.

Je ne puis dire avec verité, ma chere mere, laquelle eut plus d'effet sur moy dans ce moment : ou la confusion si peu attendüe qu'il ne m'estoit plus permis d'eviter, ou la joye de ce que ma profession ne seroit point differée; mais je sçay bien qu'elles me partagerent tellement, que je ne pouvois me resoudre à l'un ny à l'autre, je veux dire, à consentir ny à resister à la loi qu'on m'imposoit. Il faillut neantmoins me determiner à ce qui m'estoit ordonné ; et tout ce que je peus faire pour me consoler dans cette confusion qui estoit tout à fait insupportable à mon orgueil, et que neantmoins je n'eusse jamais peu me resoudre de refuser quand il auroit esté à mon choix, puis qu'il estoit si favorable au desir que j'avois d'estre

---

qu'il estoit bien assuré qu'ils estoient raisonnables, et qu'il falloit infailliblement qu'il y eust quelque malentendu qui les rendoist deraisonnables en cette rencontre, et qu'ainsy il falloit esperer, lorsque nous pourrions nous veoir et nous esclaircir de tout, qu'ils feroient justice à eux mesmes et à moy ; de leur propre mouvement; ce qui estant, je n'avois que faire de m'en mettre en peine ; mais que si apres nous estre veus ils ne le faisoient pas, ce me seroit une preuve du tort que je leur ferois en leur faisant faire par force des à present, et que je ne ferois que les irriter et les aigrir. Et pour conclusion, il me dit absolument qu'il falloit se rendre à ce conseil qui, de tous ceux qu'on pouvoit prendre, estoit le plus conforme à la charité et à l'exemple que nous leur devions.

« Je ne puis dire avec verité, ma chere Mere, si cette resolution qui fut prise avec tant de fermeté qu'elle ne me laissa plus lieu de resister, me donna plus de confusion de la charité.... »

bientost professe, ce fut de luy proposer une pensee qui ne m'estoit point partie de l'esprit, depuis que je m'estois veue reduite à la necessité, ou de differer ma profession ou d'estre à charge à la maison ; car ne pouvant me resoudre à l'un ny à l'autre en aucune maniere, je n'avois point trouvé de plus courte voye pour les eviter toutes deux, que de supplier instamment qu'on me receut en qualité de sœur converse, afin de pouvoir tesmoigner aux sœurs, par l'humble service que je leur eusse rendu toute ma vie, ma reconnoissance de la charité qu'elles me faisoient en me recevant gratuitement, qui estoit une double grace dont je me reconnoissois si indigne que je ne pouvois souffrir qu'on ne vist pas assez la gratitude que j'en conservois, et de ne pas au moins suppleer par le travail à ce qui me manquoit d'ailleurs.

M. S... n'improuva pas d'abord cette proposition, jugeant qu'il n'y avoit rien de plus utile pour moy ; toutefois il ne s'y rendit pas, et, apres l'avoir examiné, il conclut qu'on n'y devoit pas[1] condescendre, à cause qu'il ne trouvoit pas que j'eusse des forces suffisantes pour cette condition ; ce qui, obligeant par necessité à me soulager plus que mes compagnes, eust esté capable de les affoiblir, en leur donnant lieu de penser qu'on le feroit peut estre pour d'autres considerations, et que cela porteroit l'image d'une acception des personnes qui offense la charité et l'esprit de religion qui ne permet aucune distinction entre les sœurs. Et cela le fit terminer à refuser absolument l'instante priere que je luy en faisois, bien qu'il approuvast que j'en eusse eu le desir, si bien que je me vis reduite à laisser les choses dans les termes que nostre Mere avoit proposé.

1. Man. *y*.

J'écrivis à l'heure mesme cette resolution à mes parents, selon l'ordre que M. S... m'en donna et dans le style qu'il me prescrivit luy mesme, de crainte que je ne tesmoignasse trop de chaleur. Il approuva neantmoins que je leur fisse connaistre un peu fortement[2] le tort qu'ils avoient et le desplaisir extreme que j'en avois receu, parce que la charité demandoit qu'on leur aydast à se faire justice à eux mesmes en les guerissant de l'opinion qu'ils avoient prise d'estre offencez, sans vouloir le paroistre, qui leur faisoit croire qu'ils gaignoient une assez grande victoire sur eux mesmes de ne pas tesmoigner plus de colere qu'ils n'en montroient et qu'ils n'estoient plus obligez à rien qu'à me pardonner dans leur cœur. Mais il m'advertit, en mesme temps, d'y mesler beaucoup de marques de douceur et d'affection, et mesme de tendresse, sans faire paraistre aucune aigreur, puisque Dieu me faisoit la grace de n'en point avoir, afin que si l'une leur pouvoit faire connoistre ce petit egarement, l'autre servit à les en rappeller ; et il m'ordonna surtout de leur apprendre avec tant de discretion la charité qu'on avoit de me faire professe, sans y apporter aucun retardement, non pas mesme pour veoir l'ordre que je pourrois mettre à mes affaires, qu'il ne parust en cela aucune animosité, et qu'il ne semblast point que ce fust un effet de depit et de courage, ou une bravade qu'on voulust leur faire, ou une invention pour les picquer d'honneur ; mais que j'exprimasse naïvement et nuëment les sentimens de la maison et les miens, qui

1. « leur injustice et le deplaisir qu'ils m'avoient donné, par ce qu'il leur estoit utile de les aider à se faire justice à eux mesmes en les guerissant de l'opinion qu'il estoit clair qu'ils avoient d'estre offensez, qui leur faisoit croire que c'estoit me faire assez de grace de ne me pas tesmoigner leur colere par des effets plus signalez, et qu'ils n'estoient plus...»

n'estoient rien moins que toutes ces choses, et que je leur fisse seulement voir qu'on n'estimoit pas assez un petit avantage temporel pour le juger digne de faire differer une chose aussy importante pour une ame qu'est la consecration totale et solennelle qu'elle veut faire à Dieu d'elle mesme.

Cette lettre, qui ne pouvoit pas estre courte, m'ayant occupée presque jusques au soir, je ne peus voir nostre Mere ce jour là. Mais le lendemain elle fit assembler tout le noviciat pour la veoir, comme vous sçavez qu'elle fait tousjours lorsqu'elle arrive de P. R.[1]. Je m'y trouvay comme les autres, et la saluänt à mon tour, je ne peus m'empescher de luy dire que j'estois la seule qui fust triste parmi toutes nos sœurs, qui avoient grande joye de la veoir.

« Quoy, me dit-elle, ma fille, est-il possible que vous soyez encore triste ?[2] Ne sçaviez-vous pas, il y a longtemps, qu'il ne faut jamais s'asseurer à l'amitié des creatures, et que le monde n'ayme que ce qui est sien ? N'estes vous pas bien heureuse que Dieu vous fasse connoistre cela clairement en la personne de ceux dont vous le deviez moins attendre, pour vous oster tout le sujet d'en douter avant que vous les quittiez tout à fait, afin que vous fassiez cette action avec plus de courage et pour vous en faire une espece de necessité qui vous rende inebranlable dans la resolution que vous en avez prise ; puisque vous pouvez dire que vous n'avez plus personne en quelque sorte. — Je luy respondis en pleurant, qu'il ne sembloit pas que

1. De Port-Royal des Champs. C'est vers le 20 mai que la mère Angélique vint à Port-Royal de Paris ; elle y resta jusqu'au samedi 7 juin. Voir les *Lettres de la mère Agnès*, 1858, t. I, p. 260 nº 1 et 262 nº 2.

2. *Texte imprimé*: « N'estiez-vous pas preparée à ce que vous veoyez ? »

j'en eusse besoin puis que j'en estois, ce me semble, bien detachée. — « Dieu vous veut faire veoir par cette espreuve, dit-elle, que vous vous trompez dans cette pensée ; car si cela estoit, vous regarderiez tout cela avec indifference sans vous en affliger comme vous faites. C'est une grande grace que Dieu vous fait, profitez en bien. » Elle me dit encore plusieurs autres choses sur la vanité de toute l'affection des hommes, en me tenant toujours embrassée avec une grande tendresse jusqu'à ce qu'il fallust la quitter pour laisser approcher les autres.

Le lendemain matin, nostre Mere ayant remarqué pendant Prime une tristesse extraordinaire sur mon visage, elle sortit du chœur avant que la messe commençast, et m'ayant fait appeler, elle fit tous ses efforts pour donner quelque soulagement à ma douleur. Et parce qu'elle jugea que ce temps estoit trop court pour satisfaire à sa charité [aussy tost apres la messe, elle me fit signe de la suivre ; et me faisant mettre aupres d'elle] elle me tint encore prest d'une heure la teste appuyée sur elle, en m'embrassant avec la tendresse d'une vraye Mere, et n'oubliant rien de tout ce qui pouvoit[1] enchanter mon desplaisir.

Pleut à Dieu que j'eusse assez de liberté d'esprit et de memoire pour n'avoir rien laissé perdre de cette precieuse liqueur qu'elle s'efforça de faire entrer dans mon cœur pour adoucir l'amertume qu'il ressentoit ! J'estimerois avoir beaucoup gaigné par mon affliction, et j'ose dire que je vous ferois un[2] present bien precieux. Mais je n'ay pas eu assez de bonheur ny de capacité. Tout ce que j'ay pu faire, au lieu de tout conserver, comme il eust esté à

---

1. *Deuxième Recueil Gazier* : « charmer ».
2. « rare ».

souhaitter, ç'a esté de ne pas tout perdre, et c'est particulierement pour conserver le peu qui m'en est resté, que je vous envoye ce petit escrit, comme une relique qui ne laisse pas d'estre bien precieuse, quoy qu'elle ne soit qu'une petite parcelle d'un grand tout.

Elle me dit d'abord avec une severité toute pleine de douceur : « Je ne puis assez m'estonner, ma fille, de vous veoir dans la foiblesse où vous estes, pour une chose de rien. Vous me surpristes tellement hier, quand vous me dites que vous estiez triste, que je ne sçaurois assez vous le dire. Car je croyois asseurement que vous aviez oublié tout cela, et que les choses estant demeurées dans les termes où elles sont, vous n'y pensiez plus, puisque vous n'avez plus rien à faire. Je vous asseure que je ne sçavois ce que vous vouliez dire ; il me fallut un peu de temps pour le deviner et pour me remettre toute cette affaire dans l'esprit.

L'abattement où j'estois ne fut pas assez grand pour m'empescher d'admirer en moy-mesme[1] le grand degagement qui paroissoit dans ce prompt oubly. Car vous vous souvenez bien, ma Mere, que toute cette affaire n'avoit esté sceüe et vuidée que le jour precedent; cependant elle n'y pensoit desja plus, pour faire veoir combien elle tenoit tout cela dans une veritable indifference, et avec quelle sincerité elle avoit voulu que je me demisse de toutes choses, regardant cette affaire comme terminée par ce moyen, et comme une chose à quoy il n'estoit plus besoin de songer. Mais moy, qui estois bien esloignée d'une si grande vertu, je ne luy peus repondre que par les larmes. De quoy s'appercevant, elle me dit : « Pourquoy pleurez-vous de cela ? Ou bien pourquoy ne vous affli-

---

1. « un si prompt oubly ».

gez vous pas autant de tous les peschez du monde ? Si vous ne regardez que Dieu et l'interrest de [*la conscience de*] vos proches, pourquoy, lorsque vous en avez veu tomber dans de plus grands peschez et de plus grande infidelité au regard de Dieu, n'avez vous pas autant pleuré comme à cette heure que vous veoyez qu'ils ont manqué à l'amitié qu'ils vous devoient. Je luy respondis, comme je le croyois veritable, que je n'estois touchée que de l'injustice qu'on faisoit à la Maison, et que pour ce qui ne regardoit que moy je ne sentois aucun mouvement d'aigreur ny de douleur, et qu'il me sembloit estre insensible de ce costé là. « Vous vous trompez, ma fille, me dit-elle, il n'y a rien d'outrageant ny d'affligeant comme l'amitié blessée [1] et principalement à une personne qui est tendre comme vous ; car vous en avez eu une veritable pour eux, et vous voyez que la leur n'a pas esté pareille. Ce n'est pas que je ne sçache bien qu'ils vous ayment ; mais voyez vous, ils sont encore du monde, et quoy que l'on doive reconnoistre qu'ils ont receu de grandes graces, et qu'ils ont beaucoup de lumiere dans les choses de Dieu, neantmoins on agit au monde, comme au monde, c'est à dire que le propre interrest marche toujours le premier ; et c'est de cela que vous estes choquée sans y penser, car il est vray que vous n'avez pas fait de mesme ; mais c'est aussy que vous n'estiez desja plus du monde, encore que vous n'en fussiez pas sortie. Et pour preuve que c'est vous mesme que vous regardez là dedans, et non pas seulement l'injustice que la Maison souffre, comme vous pensez — quoy que je sçache bien que c'est ce qui vous touche le plus, mais d'une maniere qui vous regarde — c'est que vous n'estes

1. Les mots suivants jusqu'à *comme vous* manquent dans le second Recueil Gazier.

pas emeuë de la mesme façon de toutes celles qu'on luy fait.

Sur cela elle eut la bonté de me raconter plusieurs histoires de mesme nature fort en detail, et sans neantmoins faire connoistre les personnes, autant comme j'en puis juger pour me donner cette espece de consolation qui se rencontre dans la societé de plusieurs affligez, que pour me faire reconnoistre qu'on n'est jamais si vivement touché des injustices où l'on n'a point de part que de celles où l'on est interressé. Et puis elle adjousta : « C'est pour cela que j'ay une grande joye que cela soit arrivé, mais je dis : une joye sensible et veritable, et je ne voudrois, pour le double du bien que vous avez, que vous n'eussiez eu cette espreuve avant vostre profession. Elle vous estoit tout à fait necessaire ; car vous n'avez point esté esprouvée pendant vostre noviciat, et il est necessaire de l'estre. Voyez vous, ma sœur, vous avez renoncé au monde avec beaucoup de facilité, Dieu vous ayant fait la grace de connoistre la vanité et le peu de solidité de tous les divertissemens et de tous les amusemens du monde qui charment les autres et les ravissent. Vous estiez fort detachée de tout cela ; mais il restoit encore deux choses dont il failloit vous depouiller, et vous n'y pensiez pas : l'une est qu'encore que selon le monde vous n'eussiez pas de grands biens, neantmoins pour la religion vous en aviez abondamment, parce qu'il ne faut presque rien au prix du monde ; et l'autre, c'est que la principale richesse de vostre famille, c'estoit cette amitié, cette tendresse, ce desinteressement, cette union si estroitte qui rendoit toutes choses communes entre vous. Dieu vous a voulu depouiller de tous les deux, pour vous rendre vrayement pauvre de toutes façons, et plus encore de l'amitié que du bien ; car vous estiez preste à le quitter, et pour le regard de ce que vous desiriez faire pour la Maison, vous devez estre satisfaite de ce qui est desja fait ; car quelque intention que vous ayez euë en le donnant, et quelque distribution qui en ait esté faite, enfin c'est vous qui l'avez donné ; et c'est pour quoy, bien que vous ayez esperé de faire plus que cela, neantmoins vostre denuement n'est pas si grand de ce costé. Mais vous ne pensiez point à vous defaire de cette affection et de cette estime que vous aviez pour vos proches, parce que vous n'y voyiez rien que d'innocent : et en effet, tout cela estoit fort permis et legitime. Cependant [1] vous veoyez que Dieu demande en vous plus de detachement, et c'est pour cela qu'il a voulu vous faire connoistre quels sentimens ils ont pour vous ; c'est ce qui fait que je ne puis m'empescher d'avoir une grande joye que tout cela soit arrivé ; car ils n'eussent pas laissé d'estre tousjours dans les mesmes dispositions, mais vous n'en eussiez rien sçeu, et vous vous seriez toujours flattée de la croyance qu'ils estoient pour vous dans les dispositions que vous aviez pour eux, comme il y avoit tout sujet de le penser. Mais croyez moy, cela est bien rare ; car les personnes qui se donnent à Dieu font toutes choses dans la veuë de Dieu, avec franchise et sincerité, sans meslange d'interrest [2] : mais ceux

1. Mss. : *vous vous.*

2. Voici, d'après le second Recueil Gazier, une page qui n'est pas dans notre copie : « Mais ceux qui sont encore dans le monde ne peuvent s'empescher d'avoir toûjours quelques veuës humaines dans les choses mesme les plus saintes ; et au lieu que les uns traitent les choses seculieres par l'esprit de Dieu, les autres traitent les choses de Dieu par l'esprit du siecle : et il ne faut pas s'en estonner, il n'est presque pas possible de faire autrement tant qu'on vit dans le monde, si ce n'est par une grace de Dieu toute particuliere ; parce que tous ceux avec qui on converse en font autant, et que personne ne conseille ny ne juge des choses que selon l'esprit du monde et par la

qui sont encore du monde ne peuvent s'empescher d'avoir tousjours quelque veuës humaines. C'est pour quoy, si j'eusse esté icy et que vous m'eussiez parlé de tout cela avant que de leur faire cette proposition, je vous aurois predit tout ce que vous voyez, car j'en ay veu de toutes manieres.

« Voyez-vous, ma sœur, quand une personne est hors du monde, on considere tous les plaisirs qu'on luy fait comme une chose perdue. Il n'y avoit que deux motifs qui les peussent porter à agreer votre dessein : ou la charité, en entrant dans vos sentimens, ou l'amitié, en voulant vous obliger. Or, vous sçaviez bien que celuy qui est le plus interressé en cette affaire est encore trop du monde[1], pour preferer l'aumosne que vous vouliez faire à sa commodité particuliere ; et de croire qu'il auroit assez d'amitié pour le faire à vostre consideration, c'estoit esperer une chose inouyë et impossible. Cela ne se pouvoit faire sans miracle, je dis un miracle de nature et d'affection ; car il n'y avoit pas lieu d'attendre un miracle de grace en une

---

raison humaine ; de sorte qu'on ne sçait pas mesme regarder les choses en la veuë de Dieu : cela passeroit pour une simplicité. Jugez vous mesme s'il n'est pas vray que tout le monde diroit qu'une personne seroit bien beste si elle ne faisoit pas tout son possible pour conserver le droit qu'elle a de pretendre à une succession, et qu'elle en laissat disposer en faveur de quelque autre ? Et je vous dis qu'il est tres rare d'en trouver qui ne soyent point dans ce sentiment là, quelque pieté qu'ils ayent ; car on est tellement prevenu de son propre interest, qu'on ne considere que cela ; et s'il y a quelque charité à faire, on aime toujours mieux qu'elle se fasse par ses mains que par celles des autres, encore que cela ne soit pas fort ordinaire ; car, croyez moy, les gens du monde ne sont gueres portez à faire la charité, parce qu'ils ne sçavent ce que c'est que necessité ; ils ne l'esprouvent jamais, car ils ne se laissent manquer de rien. C'est pour quoy, si j'eusse esté icy... »

1. L'imprimé ajoute : « et mesme dans la vanité et dans les amusemens du monde ».

personne comme luy ; et vous sçavez bien qu'on ne doit jamais[1] se fonder sur les miracles. »

Je ne peus m'empescher de luy dire que, quand j'aurois fait cette reflexion, j'aurois creu avoir droit d'en esperer un de cette sorte, puisqu'il y en avoit des exemples dans nostre famille plus extraordinaires que celuy là, et de feu mon Pere mesme envers un de mes oncles qui lui estoit desja assez obligé d'ailleurs.

« Je croy bien cela, dit-elle ; mais M. votre oncle estoit un homme engagé dans le monde. N'avez vous jamais veu dans la vie des Peres[2] une petite histoire qui a bien du rapport à ce que vous dites ? Un homme de bien et qui vivoit dans le monde avec l'authorité d'un religieux, s'estant enfin retiré dans la solitude, à quelque temps de là un de ses freres le vint voir et le vit disner à l'heure de None. Il ne peut s'empescher de luy dire, qu'il s'estonnoit de le voir si relasché que de manger à cette heure là contre sa coutume ordinaire de ne prendre son repas [*qu'*] à l'heure de Vespres, lorsqu'il estoit dans le monde. A quoy le solitaire respondit : « Ne vous en estonnez pas, mon frere. Quand j'estois dans le monde, mes oreilles me repaissoient : les louanges qu'on donnoit à mon austerité satisfaisoient si bien mon esprit, que le corps en estoit fortifié et animé à les redoubler s'il eut esté besoin ; mais icy où personne ne me dit mot, et où l'amour propre n'a rien qui le contente, je suis obligé malgré moy de donner cette satisfaction à la nature, parce qu'elle en est

1. « s'attendre aux ».

2. Allusion probable à la traduction d'Arnauld d'Andilly. Dans le second volume qui parut précisément en 1653, Arnauld d'Andilly rapporte l'anecdote à la page 618, sous ce titre : « Belle response d'un solitaire touchant le jeusne ». *Abrégé du Pré Spirituel de Jean surnommé Mose, prestre et solitaire*, ch. 153-XLIII.

absolument depourveuë d'ailleurs. » Voyez-vous, ma fille, il en est tout demesme de ce que vous parlez. Un honneste homme dans le monde se sent porté à obliger volontiers, et mesme au prejudice de son interrest propre, une personne qui demeure dans le monde comme luy, parce que c'est un tesmoin tousjours present et [*un*] trompette qui publie son action par sa seule veuë, et que la gratitude de cet homme et les louanges qu'il luy procure le recompensent autant de fois de son bienfait qu'il y a de[1] [*complaisants*] qui l'en congratulent.

« Mais le plaisir qui se fait à une personne hors du monde n'a rien de tout cela : c'est une action mise au rang des œuvres de charité, qui sont plus utiles à celuy qui donne qu'à celuy qui reçoit ; ainsy personne ne s'avise de vous en louër. Celle qui le pourroit mieux faire, parce qu'elle en a receu la commodité, n'y est pas pour le publier : ceux qui le peuvent sçavoir et l'approuver l'oublient aisement, n'y ayant point d'interrest, et personne n'est payé pour les en faire ressouvenir ; et de là vient qu'on tient pour perdu tout ce qui se fait aux religieuses, parce qu'on n'y rencontre ny honneur, ny avantage temporel qui tienne lieu de recompense. Et tenez cela pour une maxime indubitable, sur quoy il ne faut jamais manquer de faire fondement, j'en ay tant d'experiences que je n'en sçaurois plus douter. Mais la raison mesme fait veoir qu'il est necessaire que la chose soit ainsy ; car le monde a toujours esté fait comme cela et le sera toujours, et s'il estoit autrement fait, il ne seroit plus monde[2]. »

---

1. Le ms. porte *complaisances* par erreur.

2. « C'est pour quoy faites estat que vous n'avez plus aucun amy dans le monde, du moment que vous en estes sortie. Il n'y en a plus aucun de qui vous deviez attendre de grands tesmoignages d'amitié, si ce n'est de ceux qui le feroient par esprit de charité. Mais en ce cas

Sur cela elle rapporta plusieurs hystoires presque pareilles à la mienne qu'elle avoit veuës arriver ceans mesme, ou ailleurs ; et entre autres que les parens d'une fille de condition, qu'elle avoit fait professe, ne luy ayant point tenu la parole qu'ils luy avoient donnée touchant le dot de leur parente, qui devoit estre fort considerable, en un temps ou le Monastere en avoit un tres notable besoin[1], feu M. de S. Cy... luy conseilla de supporter cette injustice avec une telle paix, qu'elle n'en devoit pas mesme parler à ces personnes ny leur tesmoigner en aucune sorte d'estre blessée; l'asseurant avec[2] une grande confiance que si elle en usoit ainsy, Dieu sçauroit bien recompenser cette perte par d'autres voyes. Puis elle adjousta[3] : « Je l'ay fait par la grace de Dieu ; car je ne pensois pas qu'il me fust permis de rien faire contre sa lumiere, et j'ay connu depuis, par des experiences continuelles, la verité de cette promesse, comme vous le veoyez vous mesme. C'est pour quoy, ma fille, au nom de Dieu, ne vous emportez point contre vos parens, ne leur tesmoignez aucun ressentiment, et que cela n'alienne en rien du tout vostre union. Car enfin, de quoy s'agit-il ? d'un peu de bien, voila tout ;

---

ce ne sera pas vous qu'ils regarderont, et ils en feroient autant pour la plus estrangere. »

1. « Et aprez avoir fait profession de tout temps d'une affection toute particuliere envers leur parente. « Je vous asseure, me dit elle, que cette injustice me surprit et me toucha beaucoup; car j'avois tenu cela pour seur, de la maniere qu'ils avoient tousjours agi avec nous. Cependant feu M. de Saint-Cyran me conseilla de supporter cette dureté avec tant de douceur et de paix qu'il ne vouloit pas mesme que je leur en parlasse ni leur tesmoignasse en aucune sorte d'en... »

2. « beaucoup de confiance en la Providence ».

3. « Dieu me fit la grace de le croire et de suivre son conseil; car je n'ay jamais creu qu'il me fust permis... »

n'est ce pas moins que rien? Il est vray que le bien est necessaire à la vie : mais dans la verité, il arrive rarement qu'on en manque assez pour tomber dans une veritable necessité ; et c'est cupidité que d'en demander pour le superflu. Quand Dieu en envoye par des voyes legitimes, on le peut recevoir, parce qu'on ne sçauroit entierement s'en passer; mais quand il permet qu'on nous en oste mesme du nostre, en verité il s'en faut resjouyr. Feu M. de S. Cyran disoit que les richesses sont dans le monde comme les humeurs peccantes du corps, qui se jettent tousjours avec plus d'abondance sur la partie la plus foible et la plus susceptible de mal. C'est pour quoy c'est un mauvais prejugé pour une personne quand on voit que le bien luy vient en abondance de tous costez. De sorte que vous n'avez rien tant à craindre pour cette Maison que de veoir qu'elle s'enrichisse beaucoup, et souvenez vous en bien, s'il vous plaist. Vous estes jeune, et vous pouvez veoir en d'autres des choses semblables à ce qui se passe maintenant en vostre personne et en vos affaires. Cela me donne grande joye de tout ce qui s'est fait; car au moins, si jamais on se servoit de vostre conseil en une rencontre pareille, vous apprendriez à faire aux autres ce qu'on vous a fait.

« Escrivez donc encore à vos parens, et surtout à celle que vous sçavez qui a le plus de tendresse pour vous, et luy tesmoignez toute l'amitié possible dans une grande ouverture de cœur, afin qu'ils reconnoissent tous que c'est avec une entiere sincerité, et seulement de peur de les blesser, que vous vous estes desmise de la disposition de votre bien, et que vous ne pensez plus du tout à tout cela ; et quand celuy qui doit arriver bien tost sera venu, parlez luy aussy de la mesme sorte sans luy faire le moindre mauvais visage de tout ce qui s'est passé, pour tesmoigner que vous l'avez oublié. Et, en effet, vous devriez desja l'avoir fait : et pour moy j'attendois cela de vous, et je ne puis assez m'estonner de vous trouver si foible en une chose si peu importante. »

Je luy dis qu'une des choses qui me tenoient le plus au cœur là dedans estoit le scrupule où j'estois d'avoir mal employé mon bien, lorsqu'il estoit en ma disposition, ayant fait quelques donations qui auroient peu estre distribuées avec plus de charité. Et quoy que je pensasse alors avoir suffisamment pour cela et le reste que je me proposois, je craignois beaucoup d'estre coulpable de precipitation.

« Je ne croys pas, me dit-elle, que quand les choses seroient encore en vostre disposition, vous puissiez, en conscience, vous dispenser de faire ce que vous avez fait dans les circonstances de la chose. Vous sçavez bien que vous avez regardé Dieu en cela, et le bien de cette personne, et que ce n'a pas esté par ambition pour le faire grand et luy donner de l'esclat dans le monde : cela ne luy en donne pas le moyen, puisqu'avec cela mesme il ne luy en reste pas encore assez pour vivre comme les autres de sa condition. Sur quoy donc fondez vous la crainte que vous avez de l'avoir mal employé ? Que pouviez-vous faire de moins ? Mais je vous diray plus : car quand il seroit vray que ce que vous luy avez donné ne serviroit à present qu'à l'entretenir dans la vanité, je crois que vous n'auriez pas deu, selon Dieu, laisser de faire ce que vous avez fait[1], puisque vous l'eussiez choqué et luy eussiez fait grand tort, je dis pour sa conscience, d'en user autrement.

1. Deuxième Recueil Gazier : *puis qu'à moins de cela.*

« [1]Feu de M. de S. C. avoit un frere qui estoit extremement du monde, et qui mesme est mort dans cette humeur là, ce qui l'a beaucoup fasché; et neantmoins, quoy qu'il le connust bien tel qu'il estoit, il ne laissa pas de luy donner une terre considerable qu'il avoit, dont il voulut se defaire pour ne posseder que le moins qu'il pourroit des biens de la terre. Vous ne doutez pas qu'il l'eut bien mieux employée, s'il eut voulu, et qu'il n'eut peu en faire beaucoup de charitez ; *mais il le fit par un autre motif de charité, afin de ne le pas esloigner de luy, ny luy faire croire qu'il eut assez mauvaise opinion de son estat pour penser que le bien qu'on luy donneroit seroit mal employé ou perdu:* parce que c'eust esté luy oster une partie de la confiance qu'il avoit en luy, et par mesme moyen perdre l'esperance de le pouvoir servir en la maniere qu'il desiroit ; car, comme il sçavoit bien mettre le prix aux choses, il ne faisoit point de difficulté de prodiguer et mesme perdre un peu de bien temporel pour luy pouvoir procurer les biens veritables. C'est pour vous dire, ma fille que vous n'avez pas malfait d'en faire autant, puisque vous l'avez fait pour la mesme raison.

« Mais, afin de vous oster tout sujet de scrupule, il faut que vous sçachiez que, quand mesme il seroit vray que vous auriez fait une faute en cela, ce qui n'est pas, comme je vous ay dit, et que ce seroit une perte et une dissipation de vostre bien, vous le devriez regarder comme une des moindres de toutes celles qu'on peut faire. Je dis, en verité une des moindres : veoyez-vous, ma sœur, toutes les choses exterieures et perissables ne sont rien; la perte que l'on fait de la moindre grace est mille fois plus considerable

1. « Feu M. de Saint-Cyran qui estoit à Dieu, comme vous sçavez... »

devant Dieu que celle de tous les biens de la terre, quelque usage qu'on en peust faire. Dieu ne considere point tout cela. Il n'a que faire de nos biens, il les estime comme rien en comparaison des vertus qu'il met en nous. C'est là les biens veritables, et il faut souvent s'examiner sur l'usage qu'on en fait pour son profit particulier et pour celuy des autres. Cependant on ne songe point à cela ; on n'est que peu ou point touché quand on vient à decheoir de son humilité accoustumée, de sa douceur ou de quelque autre vertu ; et on entre en scrupule d'avoir mal employé un peu d'argent, qui est le moindre de tous les biens que Dieu nous commet et qui ne peut tout au plus servir qu'à soulager quelque misere temporelle ou à quelque autre œuvre qui passera avec le temps, au lieu que les graces et les vertus sont des tresors qui doivent servir eternellement à sa propre ame et à celle des autres, si on a soin d'en faire usage et de ne pas les laisser perdre. Et puis, enfin, c'est une chose faite ; vous n'avez plus à y penser[1]. Songez seulement à bien rendre grace à Dieu de vous avoir donné la connoissance de cette Maison, et l'estime que vous en avez conceuë, qui vous l'a faite preferer à toutes les autres ; car sans cela vous auriez sans doute esté dans une de celles qui sont en vogue à present et dans une si grande reputation de sainteté, et avec raison ; car il est vray que ce sont des filles aussy saintes qu'on le sçauroit desirer, dans les austeritez prodigieuses et dans une si exacte observance de toute leur regle qu'elles n'y voudroient pas avoir manqué d'un

---

1. « Je dis que c'est une tentation pour vous qui vous detourne de ce que vous avez à faire ; ne songez donc plus à tout cela, pensez seulement à rendre graces à Dieu de ce qu'apres vous avoir fait la misericorde de vous donner la pensée de sortir du monde, il vous a donné la connoissance... »

iota. Mais pour le regard du bien il n'y a point de quartier, et vous estes bien asseurée que, vos affaires estant comme elles sont, on vous feroit faire querelle avec tous vos proches, et rompre avec tout le monde plustost que de rabbattre un point de ce qu'elles auroient eu lieu d'esperer de vous[1].

« C'est une chose qui nous doit faire grande pitié et nous couvrir de confusion ; car ce sont des personnes si saintes et si fidelles à tout le bien qu'elles connoissent, qu'il est visible qu'elles ne font cela que manque d'une instruction qui leur fasse connoistre que c'est un mal et un tres grand mal ; et on a tout sujet de croire, et je dis mesme qu'il est indubitable que si elles avoient là dedans des lumieres dont Dieu nous a favorisées, elles y seroient bien plus fidelles que nous, sans comparaison. C'est pour quoy nous devons davantage admirer la misericorde que Dieu nous fait, qui est si rare et que nous meritons si peu ; et cela seul vous doit donner tant de joye qu'elle vous doit faire oublier tout le reste ; car si vous estiez là dedans, vous croiriez ne pouvoir mieux faire que de suivre l'ordre de vos superieurs, comme vous faites icy. Cependant où en seriez vous ? N'estes-vous donc pas bien heureuse[2] [*d'estre*] tombée entre les mains des personnes qui vous conduisent par les pures regles de la charité, comme s'ils n'y avoient aucun interrest ? »

Je luy dis que je la suppliois de considerer que c'estoit cela mesme qui me donnoit plus de sujet de peine, parce que l'injustice qu'on faisoit à la Maison estoit d'autant plus blamable qu'Elle estoit plus desinteressée.

---

1. « On a la consolation de voir aujourd'hui le desinteressement de Port-Royal par rapport *aux dots des Religieuses,* imité par plusieurs Communautés, et en particulier dans quelques couvents de Carmélites. » (*Note au texte imprimé,* loc. cit., p. 84).

2. Ms. : *de n'estre pas.*

« Voila un sentiment qui fait bien veoir, me dit elle en souriant, que vous vous regardez encore comme appartenant plus à vostre famille qu'à celle cy, puisque vous estes jalouse de leur honneur et de leur avantage au prejudice du nostre. » Et puis rentrant dans le serieux : « Veoyez-vous, dit-elle, ma fille, il est certain que la charité que vous devez à vos proches vous doit faire desirer qu'ils se rendent à la raison, mais en toutes choses, et non pas simplement en ce qui nous regarde ; autrement, ce seroit un effet de cupidité et non pas de charité ; et au contraire, s'il estoit necessaire qu'ils fissent injustice à quelqu'un, desirez plustost que ce soit à nous qu'à d'autres, parce que premierement, quoy que par la grace de Dieu nous ne soyons pas riches, aussy ne sommes nous pas assez en necessité pour[1] que cela nous fasse souffrir. Vous veoyez qu'il ne nous manque rien ; c'est de cela que nous devons avoir de confusion, nous qui faisons profession de pauvreté. Mais, outre[2] cela, c'est que dans la verité notre avantage, à nous, est qu'on nous mesprise, qu'on nous rebutte, qu'on nous calomnie, qu'on nous fasse des injustices. Ce n'est pas que nous souhaittions que tout cela nous arrive, ny que nous deussions le procurer[3] parce que ce seroit manquer de charité envers ceux qui le feroient, puis qu'il y auroit du pesché de leur part ; mais quant à nous, c'est un bonheur tres grand ; de sorte que, lorsque Dieu permet qu'il nous arrive, nous devons

---

1. « Ne nous pouvoir passer de cela vous veoyez qu'il ne nous manque rien, nous ne souffrons aucun besoin veritable (dont nous devons avoir une vraye confusion devant Dieu. »

3. « tout cela c'est de cela, c'est que nostre avantage à nous, c'est d'estre maltraitées en toute chose, qu'on nous mesprise...

4. « quand il seroit en nostre pouvoir. »

beaucoup nous en resjouyr d'une veritable joye : c'est nostre plus grand avantage, et nous le devons croire ainsy et agir suivant cela ; autrement en quoy consisteroit nostre desinterressement si nous n'estions dans ce sentiment là? Ce ne seroit donc que des discours et des mines pour nous faire estimer du monde. »

Elle me dit ces paroles avec beaucoup de force, comme doutant en quelque sorte que je fusse capable de les pratiquer à la rigueur, et voulant me les imprimer dans le cœur ; puis[1] se radoucissant, elle me dit en souriant : « Je ne doute point du tout que vous ne soyez dans les mesmes sentimens, et je suis asseurée que si on vous demandoit conseil dans une affaire pareille qui regarderoit une personne indifferente, vous seriez bien faschée qu'on en usast autrement qu'on ne fait[2]. Mais cela vous doit faire veoir qu'il vous reste encore bien de l'amour propre et, quoy que vous pensiez, ce n'est proprement ny la Maison ny la justice que vous considerez le plus en cela, mais vous mesme et la peine que vous avez de ce que les choses ne vont pas comme vous les demandez. S'il estoit venu des voleurs cette nuit, qui eussent emporté nostre argent, en pleureriez vous et vous en affligeriez vous comme vous faites à present? Il est sans doute que non ; car encore qu'on soit fasché de ces choses là et qu'on l'empescheroit si on pouvoit, on n'en a pourtant point une veritable affliction : il faudroit estre bien attaché au bien. Cependant ce seroit une injustice et un tort qui auroit esté fait à la Maison. Vous veoyez donc bien

1. « comme si elle eût veu ma pensée, elle y respondit aussy tost. »

2. « Et je suis certaine que vous n'en auriez ni deplaisir ni peine contre ces gens là, et que vous ne voudriez pas leur en faire la moindre mine ny le moindre reproche ; j'en mettrois la main au feu. »

qu'il ne faut point se flatter, et que c'est pour soy mesme et pour son propre interrest qu'on se fasche.

« Oubliez donc tout ce qui s'est passé, et usez envers vos parens, comme je vous ay dit, je vous en prie ; parlez leur et leur escrivez comme si rien ne s'estoit passé, sinon que vous confirmerez la demission que vous avez faite ; mais souvenez vous qu'en tout cela vous devez escrire et parler sincerement, en evitant d'un costé de le faire par orgueil et par courage, en disant : nous aurons plus de generosite que vous ; car il ne faut pas que ce soit par ce principe que nous le faisons, cela ne vaudroit rien du tout, il faut que ce soit la charité qui nous y oblige ; et de l'autre, il faut bien se garder de le faire pour les piquer d'amitié, et les obliger par là à faire ce que vous voulez ; car ce seroit reprendre d'un costé ce que vous laissez de l'autre. Mais il faut que ce soit le seul desir de les mettre tous en paix, et surtout vostre parente, que vous sçavez qui est fort tendre, et qui seroit si touchée si elle pensoit que vous fussiez faschée contre elle, que cela seroit capable de redoubler dangereusement l'indisposition où elle est à present[1] ».

Je vous raconte[2] toutes ces petites choses, ma chere Mere, peut estre avec plus de liberté que de raison ; mais c'est qu'il me semble que tout le monde doit estre aussy touché que moy de voir ce soin et cette charité de nostre chere Mere, et comme, lorsque cette divine vertu est

1. Voir plus bas, p. 97.

2. « Tout ce petit particulier, ma chere Mere, peut estre avec plus de liberté que de raison, et mesme contre la civilité qui ne veut pas qu'on importune les autres de ce qui ne touche que nous, et moins encore des personnes à qui l'on doit beaucoup de respect ; mais je n'ay point creu que cette maxime eust lieu icy, parce qu'il me semble que chacun doit estre aussy touchéque moy... »

aussy fortement enracinée dans une ame qu'elle est dans la sienne, c'est elle qui y regle tout : elle y opere tout, elle y produit jusques aux moindres de ses mouvemens et de ses pensées, et n'obmet rien de tout ce qui peut donner des preuves de l'heureux empire qu'elle y exerce, et cela dans les actions les plus naturelles et le moins deliberées, parce qu'elle luy tient lieu d'une seconde nature, apres s'estre rendue maistresse de la premiere. Vous sçavez que cela paroist clairement dans toute la conduite de nos Meres ; mais je puis dire avec verité que je ne l'ay jamais mieux remarqué qu'en cette rencontre. Je ne sais si cela vient de ce que je ne les ay veuës en affaires que cette seule fois, ou de ce qu'on est tousjours plus affecté de ce qui nous regarde.

Il me semble, ma Mere, que j'ay le bien d'estre assez connuë de vous pour vous figurer combien, au milieu de toute ma douleur, je sentois de joye de me veoir confirmée avec tant de certitude, puisque c'estoit par ma propre experience, dans les sentimens que j'avois du desinteressement de cette Maison et de la pureté de sa conduite. Et neantmoins je ne pouvois du tout me resoudre à laisser les choses comme elles estoient. Je la suppliay donc de considerer qu'en differant ma profession de quatre ans, je pouvois estre maistresse de tout comme auparavant, en ajoustant mesme au principal de mon bien l'espargne d'un revenu plus grand qu'il ne pouvoit estre naturellement, à cause d'une pension que mes parens me devoient faire, en consideration de mes donations, et dont la rigueur qu'ils me tenoient me dispensoit, ce semble, bien legitimement de les quitter à l'advenir comme j'avois fait jusques alors ; et que la chose estant ainsy, quelque violent et juste que fust le desir que j'avois d'estre professe. qui alloit au dela de toute l'expression que j'en puis faire, je croyois neantmoins estre obligée en conscience, et tout interest osté, de faire ce delayement pour me mettre en estat de pouvoir faire justice à la Maison. « Non, me dit elle, ma fille ; au contraire, vous estes obligée en conscience de ne le pas faire[1], puis qu'encores qu'il fust en votre pouvoir d'executer vos desseins, il ne l'est pas de leur faire agreer. Lorsque vous pensiez que toutes choses fussent en vostre pouvoir, vous avez voulu avoir leur aveu, et vous avez deu le faire, autrement vous leur eussiez donné sujet d'estre choquez. Jugez donc combien ils le seroient, si vous le faisiez malgré eux et par une espece de violence. S'il se doit faire quelque chose, il faut que ce soit eux qui le fassent de leur propre mouvement, sans qu'il y ayt rien du vostre. » — Mais, luy respondis je, ma Mere, du moins permettez moy de les en menacer pour veoir l'effet que cela fera. — « Non, dit-elle, ma fille, gardez-vous en bien ; vous destruiriez tout ce que vous voulez faire par votre demission. Vous devez laisser toutes choses comme elles sont, et vous estes obligée de preferer le repos de leur esprit et la paix à tout autre interrest, pour ne pas faire ceans ce que vous feriez dans les lieux dont

1. « Car ne veoyez-vous pas bien qu'encore que vous eussiez tout pouvoir d'executer vos desseins, il n'est pas pourtant en vostre pouvoir de faire qu'il les agréent ? Je n'ay jamais douté de cela ; je sçay fort bien qu'à la rigueur personne ne vous peut empescher de faire tout ce que vous voulez de vostre bien. Mais je n'ay point eu d'egard à ce que vous pouvez, je ne regarde qu'à ce que vous devez faire : voilà toute la question, et je ne fais point de doute que vous ne soyez obligée, je dis indispensablement, à procurer la paix de leur esprit autant que vous le pourrez, et à ne rien faire qui les choque. Lorsque vous pensiez que toutes choses fussent en vostre pleine disposition sans y prevoir aucune difficulté, vous avez neantmoins voulu avoir leur adveu pour faire ce que vous desiriez, et vous avez deu le faire ; autrement vous leur eussiez donné sujet de s'offenser, et en effet c'est pour cela que vous l'avez fait. Jugez donc... »

nous parlions tantost ; et celuy la vous doit estre si pretieux, que si vous aviez deux millions de bien, je vous conseillerois de les donner sans hesiter, pour procurer que la charité ne fut point refroidie. N'en parlez donc plus, et n'y pensez plus. Quand vous les verrez, ne leur en dites rien du tout : s'ils vous en parlent, vous leur direz qu'ils sçavent bien que vous vous estes demise de toutes choses entre leurs mains, et que vous n'y songez plus. »

Sur cela, elle me congedia sans vouloir plus de replique, et cette conference se termina de la sorte. A peu de jours de là, celuy de mes parens qui avoit le plus d'interest en cette affaire arriva en cette ville, je traittay avec luy, autant qu'il me fut possible selon l'intention de nostre Mere ; mais je n'eus jamais assez de forces sur moy pour cacher la tristesse où j'estois. Cela m'est si extraordinaire qu'il ne fut pas long temps sans s'en appercevoir, et il n'eut pas besoin d'interprete pour en apprendre la cause ; et, quoy que je luy fisse le meilleur visage que je pouvois, il jugea aisement que son procedé m'avoit mis en cet estat. Il voulut d'abord se plaindre le premier, et ce fut alors que j'appris qu'ils se tenoient si offencez du mien ; mais il ne continua gueres, voyant que je ne faisois aucune plainte de mon costé, quoy que d'ailleurs je detruisisse par une seule parole toutes leurs raisons, et que je luy declarasse avec assez de gayeté c'est à dire, autant que mon estat me le pouvoit permettre, que, puis que la Maison vouloit bien me faire la charité de me recevoir gratuitement et que ma profession ne seroit plus differée, je ne serois plus en peine que de la bien faire et d'attirer la grace dont j'avois besoin pour vivre en vraye professe.

Si tout ce colloque estoit aussy digne d'estre recueilly que le precedent, j'eusse pris peine à le retenir, et je ne plaindrois nullement le temps que j'employerois à l'escrire; mais par ce qu'il n'est pas tout à fait ny si beau ny si utile, comme je m'asseure que vous le croyez sans qu'il soit besoin que je l'affirme davantage, il vaut mieux le passer sous silence que de perdre du temps à vous ennuyer, et dire en un mot qu'il fut touché de confusion, et que de son propre mouvement il se resolut de mettre ordre à cette affaire, s'offrant de prendre sur luy toutes les charges et les risques du bien, et de faire en son nom, pour la Maison, ce qu'il jugeoit bien qu'on ne pouvoit obmettre sans injustice [1]; voulant mesme que cela se fist avant ma profession, parce qu'il ne trouvoit point de raison à le differer plus long temps.

Lorsqu'il fut party, j'allay rendre compte à nos Meres de cette conference, afin de sçavoir ce que je devois exiger de luy. Mais elles me deffendirent absolument de luy taxer aucune chose; m'ordonnant expressement de me satisfaire de ce qu'il voudroit donner, sans luy rien prescrire ny luy rien repartir, et ne suivre que son intention. Toutefois, ayant appris la qualité de son bien, elles approuverent que je luy fisse quelque proposition pour son propre accommodement; et l'affaire fut ainsy terminée, car il ne falut point de temps pour le faire resoudre à faire plus qu'il n'eut voulu, puisque j'avois ordre de prendre sa volonté pour loy, mais si expressement, et par une authorité si absoluë, et accompagnée de tant de raisons à quoy je n'avois point de replique, quoy que je ne peusse

1. « J'acheve, ma chere mere, de vous raconter cette histoire, quoy que ce n'ait pas esté mon dessein de vous la faire sçavoir, elle n'en vaut pas la peine, mais seulement de conserver la memoire des obligations que j'ay à nos Meres et les instructions si profitables que j'ay receues en cette rencontre, et c'est pour quoy je me veoy obligée d'achever, parce que l'un et l'autre a continué jusqu'à la fin. »

m'y rendre, que je n'osay jamais agir dans tout cela, et si je l'ay fait quelquefois, ç'a esté dans le premier mouvement et dans la chaleur, et j'avouë avec confusion que ç'a esté en suivant les mouvemens de mon propre esprit et de cette malheureuse nature que tous les soins de nos Meres n'avoient encore peu entierement mortifier.

Toute cette affaire ne peut neantmoins estre entierement terminée qu'apres trois ou quatre entreveuës, dont je ne manquois point d'aller rendre compte à nos Meres; ce qui me donnoit occasion de les voir souvent, et d'admirer le soin continuel qu'elles avoient que tout cela se traittast selon Dieu[1]. Car à chaque fois que je veoyois la Mere

1. « Et selon les regles de la parfaite charité. Je ne puis assez vous dire, ma chere mere, combien cela paroissoit en toute occasion. Je prie Dieu de ne pas permettre que je l'oublie jamais, car je puis dire, avec verité que j'ay plus esté instruite de leur procedé que de beaucoup des meilleurs sermons que j'aye oüys sur ces matieres.

« Mais ce qui estoit admirable, c'était de veoir la diversité de la conduite que le mesme Esprit saint qui les animoit tous leur inspiroit; car nostre Mere, prenant avec raison l'interest de la Maison, faisoit paroistre que son intention principale estoit d'empescher qu'il ne se meslast en toute cette affaire la moindre ombre d'interest, d'avarice ou de lascheté, et enfin elle ne tendoit qu'à faire qu'on souffrit plus tost toute sorte d'injustice que de faire la moindre chose tant soit peu contraire au veritable esprit de religion. M. Singlin, comme pere commun et de la Maison et de mes proches, dont quelques uns sont entierement sous sa conduite, et les autres l'honorent infiniment et ont pour luy une affection extreme, estoit de telle sorte animé du zele de nostre Mere au regard de la Maison, qu'il estoit aussy touché de compassion pour eux, et ne s'affligeoit pas moins de l'injustice de leur procedé qu'il ne se rejouissoit de l'avantage qu'il estimoit en revenir au monastere. La Mere Agnès sembloit se descharger sur eux deux de ces deux interests et ne s'occupoit principalement qu'à faire profiter sa novice de tout ce qui se passoit ; car à chaque fois que je la voïois elle examinoit soigneusement ce que je luy rapportois pour me faire remarquer tout ce qu'il y avoit eu d'humain dans mon procedé ou qui sentoit l'esprit du monde. Et par une charité infatiguable elle ne cessoit de faire tous ses efforts pour prevenir par ses avis les

Agnes, elle examinoit soigneusement tout ce que je luy rapportay que j'avois dit ou fait pour me faire remarquer dans mon procedé tout ce qui m'estoit encore resté d'humain ou de l'esprit du monde, et ne pensoit point à toute l'affaire dont elle se deschargeoit sur nostre Mere, mais seulement à empescher que je ne tombasse dans quelque faute, à me redresser quand j'y estois tombée, ou à faire, s'il estoit possible, que je ne perdisse aucune des occasions qui s'offroient, ou de patience ou de tolerance ou d'humiliation. Et nostre Mere qui estoit plus chargée du soin et de la conduite des affaires de la Maison, que de celles de ma personne, ne s'informoit pas sy souvent de cela, quoy qu'elle y pensast aussy dans l'occasion. Mais sa principale peine, toutes les fois que ma veuë luy faisoit ressouvenir de ce qui se passoit, estoit que je m'empressasse trop pour faire aller les choses comme elle sçavoit que j'eusse desiré ; de sorte qu'elle ne manquoit jamais toutes les fois qu'elle me parloit, de me recommander d'estre ferme à ne rien exiger. Et voyant une fois, par le rapport que je luy en faisois, que je luy avois parlé avec un peu de chaleur du peu[1] qu'il se proposoit de faire, elle m'en reprit severement et me dit, de cette maniere ferme qui donne tant de poids aux paroles de feu qui sortent souvent de sa bouche, que ce ne pouvoit estre que l'orgueil ou l'avarice qui me faisoit parler de la sorte, ou peut estre tous les deux

---

fautes où je pouvois tomber, ou pour m'en relever quand ses precautions se trouvoient inutiles, et pour faire que je ne perdisse aucune des occasions qui s'offroient de pratiquer ou la patience, ou la tolerance, ou l'humilité, ou quelque autre de ces vertus qui ne plaisent guere aux imparfaites.

« Ce n'est pas que notre Mere ne s'y appliquast aussy ; mais estant en quelque sorte plus chargée de la conduitte generale de la Maison que de celle de ma personne en particulier, elle ne s'informoit pas... »

1. « Que cette personne. »

ensemble, pour accroistre le bien de la Maison et avoir l'avantage d'y avoir beaucoup porté; et me representa si fortement les sentimens que l'esprit de pauvreté devoit m'inspirer en cette[1] rencontre que je fus contrainte par obeïssance et par scrupule de laisser toutes choses à la discretion de mon parent. A la fin, tout estant conclu, la surveille de ma profession dont le jour estoit pris il y avoit longtemps, sans avoir egard en quel estat estoit l'affaire, et ne restant plus qu'à signer de part et d'autre, je vins supplier notre Mere de se rendre au parloir pour cela, mais elle ne le peut, estant fort indisposée; ce qui est remarquable, par ce qu'elle en fust tres aise, « afin, me dit-elle, que tout cela se differe apres vostre profession, et qu'il ne fasse rien que par une entiere liberté et par un pur esprit de charité; car, veoyez-vous, ma fille, il faut estre ferme dans les principes. Nous sçavons que tout ce qui n'est point fait par l'esprit de Dieu et par la charité est fait par cupidité, et que tout ce qui est fait par cupidité est pesché; c'est pour quoy je vous ay tant exhortée à ne picquer point cette personne ny d'honneur ny d'amitié, car j'aimerois beaucoup mieux qu'il ne donnast rien du tout, que de donner beaucoup par un[2] de ces principes. S'il le fait par luy mesme, nous ne pouvons pas y remedier. Tout ce que nous pouvons, c'est de l'exhorter à ne le pas faire (car nous n'avons pas sa conscience à gouverner pour veoir par quel motif il agit; c'est à luy

---

1. « Occasion qu'il eût fallu estre tout à fait endurcie pour ne pas concevoir de scrupule d'y agir autrement. »

A la fin, toutes choses estant conclues, la surveille de ma profession... » — Le jour de la surveille était le 3 juin. M. Barroux signale, à cette date, la mention sur le répertoire du notaire Bonot du testament de Jacqueline (*op. cit.*, p. 9). Le testament paraît perdu.

2. « principe tout humain. »

à l'examiner); mais de contribuer, par nos discours, ou par nos mines, ou en quelque maniere que ce soit, à luy en faire prendre un mauvais, ce seroit non seulement participer à son pesché, mais en estre cause. C'est pour quoy, ma fille, au nom de Dieu, gardez-vous bien [*de*][1] l'exciter à faire ce que vous ne voudriez pas faire vous-mesme. Car si c'estoit à vous à gouverner, vous ne voudriez pas faire une aumosne à la Maison par consideration humaine; pourquoy[2] taschez vous à la luy faire faire de cette sorte? S'il n'est pas disposé à la faire par un bon motif, il vaut beaucoup mieux qu'il n'en fasse point du tout; peut estre qu'en un autre temps Dieu le touchera : mais quand cela ne seroit pas, il ne faut pas nous en mettre en peine, c'est l'avantage de la Maison. Allez donc encore luy dire qu'il sonde son cœur pour veoir ce qui le porte à faire cette aumosne, qu'il ne fasse rien avec precipitation, et qu'il sera tousjours temps apres vostre profession, puis que je ne suis pas aujourd'huy en estat de pouvoir faire ce qu'il faut pour l'accepter; aussy bien vous sçavez qu'on ne parle jamais ceans du[3] dot d'une fille qu'apres sa profession. »

Je m'acquittay fidellement de cette commission, et je luy fis recit de tout ce petit discours[4] comme il est icy. Ce qui ne le surprit pas tant, à cause qu'il estoit informé depuis long temps de la maniere dont on traite ces affai-

---

1. Ms. *à*.
2. « donc tascheriez vous. »
3. *Dot* est encore fréquemment du masculin au XVIIe siècle. Littré rappelle que cet usage, conforme à l'étymologie, est suivi par Molière dans l'*École des Femmes*, IV, 2 et dans l'*Avare*, II, 6, approuvé par Vaugelas et Perrot d'Ablancourt.
4. « Mot à mot comme à vous, dont il ne fut pas peu surpris, quoy qu'il fust... »

res là icy. Mais il avoit avec luy des hommes d'affaires qui en furent si estonnez qu'ils ne pouvoient se lasser d'admirer ce procedé; et tous d'un accord disoient qu'ils n'avoient jamais veu agir de la sorte, et que ce n'estoit pas là une conduitte ordinaire[1].

Il ne voulut pas neantmoins differer davantage; pour montrer de son costé qu'il faisoit de bon cœur le peu qui estoit en son pouvoir, et me persuader, ce qu'il me protestoit souvent, qu'il estoit bien fasché de n'estre pas en estat de faire plus, il revint le lendemain, où il trouva nostre Mere en santé[2]. Elle luy dit avec une merveilleuse force, selon qu'il me le raporta ensuitte, qu'elle ne sçavoit si j'avois agi avec luy en la maniere que l'on m'avoit sans cesse recommandé. « C'est pour quoy, luy dit elle, Monsieur, de peur qu'elle y ait manqué, je suis obligée de vous dire que je vous conjure, au nom de Dieu, de ne rien faire par consideration humaine, et que, si vous ne vous sentez point disposé à faire cette aumosne, vous ne la fassiez point[3] [*du*] tout. Veoyez vous, Monsieur, nous avons appris de feu M. de S[t]-Cyran de ne rien recevoir pour la Maison de Dieu qui ne vienne de Dieu: tout ce qui est fait par un autre motif que la charité n'est point un fruit de l'esprit de Dieu, et par consequent nous ne devons point le recevoir. » Il luy respondit avec protestation tout ce que la civilité sçait dire en ces rencontres, et l'affaire fut terminée.

Je rencontray nostre Mere lorsqu'elle sortit d'avec luy. Elle me dit que je n'avois plus à me tourmenter de rien

1. « Et beaucoup plus que cela; mais cela ne fait rien à nostre discours. »

2. Le 4 juin. Voir l'extrait de la constitution de dot, p. 41.

3. Ms. *en*

à present, et que tout estoit achevé. Et ensuitte elle m'asseura qu'elle estoit fort en peine de m'avoir vuë si inquietée pour faire que cette personne agit avec liberalité, et trop faschée quand j'avois creu qu'il ne le faisoit pas. « Je crains tout à fait, ma fille[1], que vous n'ayez offencé Dieu là dedans. Je vous prie, pensez y serieusement ; et outre cela, considerez que vous n'avez aucun sujet de peine contre[2] luy, car il est certain qu'il donne largement à proportion de son bien, surtout si on le compare presque à tous les autres. Je voudrois que vous sçussiez comme la plus part usent du desinterressement qu'on leur tesmoigne : cela n'est pas croyable. Mais nous ne devons pas neantmoins pour cela laisser de faire notre devoir. On dit que les seculiers sont si avares et si injustes, qu'il ne faut pas s'estonner si les[3] religieuses le sont aussy, et qu'ils leur en donnent l'exemple ; mais veoyez vous, ma fille, nous ne voulons pas les imiter dans leurs autres vices, pourquoy les imiterons nous dans celuy là ? Ils ayment les divertissemens, les jeux et les beaux habits ; ils se vengent quand on les offence, et font plusieurs autres choses semblables, et pour cette raison là faut il que nous le fassions aussy ? Personne ne sera assez fou pour le dire ; pour quoy donc veut on que nous les imitions dans leur avarice ? N'est-ce pas un pesché aussy grand que tous ceux là ? Mais c'est que, quand on est avare, on est bien aise de s'excuser en disant que chacun en fait autant ; il ne faut pas se tromper ainsy, il faut connoistre le mal tel qu'il est et où il est. »

Voila, ma chere Mere, les dernieres paroles qui me

---

1. « Me dit elle avec une admirable charité. »
2. « vostre parent. »
3. « religieux ».

furent dites sur ce sujet, et la conclusion de toute cette affaire, que la gratitude ne m'a pas permis de tenir plus long temps secrette, quoy que le peu de loisir que me laisse l'obeïssance où je suis semblast m'en oster tout moyen. Mais le grand desir ne trouve point d'obstacles ; c'est ce qui m'a fait surmonter celuy la aussy bien que tous les autres qui pouvoient s'offrir, entre lesquels vous ne doutez pas que la confusion de m'en acquitter si mal n'ayt esté un des plus grands. Mais il a fallu que toutes[1] choses ayent cedé à mon devoir ; et puis je n'ay pas pretendu à bien faire, mais seulement à faire ce que je pouvois. Si ma memoire m'avoist esté assez fidelle pour me rapporter les propres termes de nostre Mere, je n'aurois pas besoin de vous faire d'excuse ; mais parce que je crains qu'elle ne l'ait pas fait en beaucoup de lieux, bien que je sois certaine qu'elle ne m'a point trompée pour le sens, je me sens obligée de vous supplier à n'avoir point d'egard à ce que[1] j'ay peu gaster, et le separer du reste : l'habitude que vous avez d'entendre nostre Mere vous fera aisement connoistre son style. Je vous supplie aussi de me pardonner, ma chere Mere, si cette lettre est si mal en ordre, si plaine de ratures, de pastez, d'additions et de tant d'autres desordres. Je l'aurois volontiers coppiée, pour satisfaire au respect que je vous dois ; mais j'ay si peu de loisir que je ne sçay quand j'aurois pu m'en promettre la fin. Et puis je ne sçay pas si j'y eusse fait moins de fautes, en la rescrivant ; car outre que les espaces où je le puis faire sont si courtes, que la plus longue ne me laissa pas assez de temps pour en escrire deux douzaines de lignes, et les ordinaires cinq ou six, c'est que je suis si souvent interrompuë par des demandes

1. « j'auray. »

ou des responses qui ne sont de nulle importance, mais si frequentes, qu'il n'en faut pas davantage à un si petit cerveau que le mien pour le troubler et luy faire broüiller tout ce qu'il fait, comme vous veoyez qu'il m'est arrivé.

Et de plus, j'ay si peur que nostre Mere m'en trouve saisie que j'ay une merveilleuse haste de m'en defaire. Toutes ces raisons font que j'espere de votre bonté une pleine abolition[1]; mais je desire quelque chose de plus, et vous conjure de tout mon cœur, ma chere Mere, de conjurer Nostre Seigneur qu'il me pardonne toutes les fautes que j'ay commises en cette affaire et le peu d'usage que j'ay fait de tant de salutaires avis. Ce n'a pas esté mon premier dessein en vous escrivant; mais puisque Dieu m'en offre l'occasion, j'ay creu ne la devoir pas negliger. J'espere cet effet de vostre charité, que j'ay tant de fois esprouvée, et que, sans avoir egard à ce que je suis, vous ne me refuserez pas le secours dont j'ay besoin pour devenir ce que je ne suis pas, afin que ce ne soit plus en vain que j'aye receu l'avantage incomparable d'estre associée à une si sainte famille, soumise à une conduitte si sage et si remplie de l'esprit de Dieu, et fille de telles Meres. Et enfin je vous conjure d'offrir à Sa divine majesté tous ceux qui sont renfermez dans ma vocation à cette Maison, afin qu'il me fasse la grace desormais d'eviter cette sorte d'ingratitude, qui se rencontre dans le peu d'usage qu'on fait des grandes faveurs.

---

1. L'*abolition* signifiait dans l'ancien droit « le pardon que le roi accordait d'autorité absolue pour un crime » (*Littré*). L'emploi du mot dans un sens large a été signalé par Littré dans Bourdaloue : « C'est par là que Magdeleine, cette fameuse pécheresse et cette pénitente aussi célèbre, obtint l'entière abolition de tous les dérèglements de sa vie et qu'elle parvint à un degré si éminent de sainteté. » *Pensées*, t. II, p. 165.

Vous veoyez, par ce petit recit, combien[1], [*outre*] les generales, j'en ay receu de particulieres dont il me faudra rendre compte ; je l'apprehende beaucoup, et c'est pour quoy j'implore de tout mon cœur le secours de vos prieres, et de celles des autres qui peuvent quelque jour le veoir, pour obtenir cette misericorde dont j'ay si grand besoin, de vivre et de mourir en vraye religieuse du Saint Sacrement et de la maison de P.-R. (ces deux tiltres comprenant tout ce que je pourrois dire) ; de peur qu'apres avoir receu tant de graces pour mon salut, elles ne servent à ma condamnation, et que les mesmes consolations dont sa bonté a daigné essuyer mes larmes ne soyent les accusatrices de mon infidelité. J'ay quelque droit d'attendre cela de vous, puisque parmy celles là se trouve necessairement l'obligation heureuse d'estre toute ma vie et de tout mon cœur, [ma tres chere mere, vostre tres humble et tres obeissante servante et fille,

Sœur Jacqueline de Sainte Euphemie R. I.]

Je pensois, ma chere Mere, qu'il ne me restoit plus d'excuses à vous faire ; mais je me souviens que j'ay oublié de vous descandalizer du papier doré que j'ay employé icy[2]. Je l'ay trouvé dans une cassette qu'on

---

1. Ms. : *entre*. Nous suivons la leçon du second Recueil Gazier.

2. Le manuscrit sur *papier doré* ne nous est pas parvenu. Les copies que nous avons consultées fournissent deux textes à certains égards très différents ; l'un n'est que dans un Recueil, mis par M. Gazier à notre disposition ; l'autre, qui se retrouve dans deux Recueils de la bibliothèque de M. Gazier, avec cette mention : *Relations de ma sœur Euphemie qu'il faut tenir secrette à cause des personnes qu'elle touche*, et aussi dans les manuscrits de la *Bibliothèque Nationale*, (f. fr. 17797) est le prototype du texte imprimé de 1742. Cette dernière particularité semble indiquer que le second texte est un texte disposé en vue d'une publication éventuelle et par conséquent postérieur. Il n'est

m'avoit laissée ; et comme il ne me restoit plus que cela du monde, au moins dans l'exterieur, j'ay creu en devoir faire un sacrifice à Dieu ; et il m'a semblé que l'or ne pouvoit estre mieux employé que pour reconnoistre la charité, puisqu'il en est l'image, et c'est ainsy que je ne puis rendre que l'ombre à la verité de celle qu'on a euë pour moy, qui meriteroit à mon sens mieux des caracteres de sang que du papier doré, pour en conserver la memoire.

---

pas défendu de penser que Jacqueline elle-même serait l'auteur de la nouvelle rédaction, entreprise à la prière de la mère prieure, peut-être au moment où les religieuses de Port-Royal, et Jacqueline Pascal entre autres, écrivirent leurs souvenirs sur la mère Angélique (*Mémoires* cités, t. III, p. 105-110). Par les variantes que nous avons empruntées à ce second texte, on voit que Jacqueline aurait profité de ce qu'elle mettait au net son « brouillon » de 1653 pour atténuer la rigueur de ses jugements vis-à-vis des siens, conformément au scrupule qui se manifeste dans la mention relevée au titre de ce second texte.

LI

LETTRE DE JACQUELINE PASCAL A M. PERIER

31 juillet 1653.

Deuxième recueil du Père Guerrier, p. CLXXXII, *apud* Faugère, *Lettres, Opuscules et Mémoires*, 1845, p. 345.

LETTRE DE LA SŒUR JACQUELINE DE SAINTE-EUPHEMIE PASCAL A M. PERIER

Gloire à Jesus au Trés-Saint-Sacrement.

Ce 31 juillet 1653[1].

Je vous escris à tous deux, si Dieu veut que cette lettre vous trouve encores tous deux en estat de la veoir; car le billet du vingt quatre ne me laisse presque plus aucun lieu d'esperer. Je vous prie de juger de l'estat où je suis; je n'entreprends pas de vous l'exprimer, et aussy il seroit bien inutile. Mais j'ay cru que j'estois obligée de rendre à ma sœur et à vous toute l'assistance qui est à mon pouvoir en cette extremité. Je le fais devant Dieu le plus souvent que je puis, et nos meres ont eu la bonté de faire ressouvenir plusieurs fois la communauté de prier pour elle. Enfin elle peut bien s'asseurer qu'on ne l'oublie point; on a trop de charité pour tout le monde, et pour elle en particulier. Mais je croy que la plus efficace de toutes les prieres, et celle qui meritera que Dieu daigne escouter toutes celles de nos amis[2], c'est de luy tesmoigner la fidelité que nous luy devons en cette rencontre si importante. Je vous parle dans le plus sensible de ma douleur, et ce me semble comme n'ayant plus d'esperance, quoy que je sente bien souvent que la derniere nouvelle fera tout un autre effet en moy, si Dieu veut nous affliger

1. « Madame Perier étoit alors fort malade et grosse de Blaise Perier » (*Note du P. Guerrier.*) Elle accoucha, vers le milieu d'août « en dehors de Port-Royal-des-Champs » suivant l'expression du *Recueil d'Utrecht*, 1740, p. 243.

2. [*ames*]

tout à fait. Cela m'oblige de vous dire qu'il n'y a point d'occasion où nous puissions mieux recognoistre si nous avons une veritable foy ; car enfin Dieu veut, ce me semble, que nous esperions qu'il luy fera misericorde en ce moment si redoutable, aprez luy avoir fait la grace de luy donner un sincere desir de le servir et d'estre toute à luy pendant sa santé. Cette seule pensée doit adoucir toute l'amertume de cette affliction ; car il ne faut pas esperer ni mesme desirer qu'elle estoufle tous les sentiments de la nature. Mais je croy qu'elle les doit modeler jusques là mesme de ne demander pas sa vie à Dieu. Je l'ay fait neantmoins en faveur de vous et de ses enfants. Mais quand je me suis ressouvenue que Dieu nous a osté feu ma mere beaucoup plus jeunes qu'ils ne sont, et dans des circonstances plus fascheuses que celles qui suivroient cette perte, et que neantmoins il ne nous a point abandonnez, mais qu'il a daigné tesmoigner en nostre personne qu'il est le pere des orphelins et le consolateur des affligez, j'ay cru qu'il ne falloit point s'opposer à ses ordres, mais que nous devions nous jeter entre ses bras avec tout ce qui nous tient le plus au cœur.

Vos enfants sont à luy plus qu'à nous ; ne craignons pas qu'il les abandonne tant que nous les remettrons entre ses mains ; et pour vous, je croy certainement que si Dieu vous prive d'une si grande consolation, c'est pour vous attirer tout à luy ; car, encore que votre union soit toute legitime et toute sainte, neantmoins il y a quelque chose de plus parfait ; et possible Dieu, cognoissant par sa sagesse divine que vous n'eussiez pas esté disposé à escouter l'inspiration qu'il vous auroit pu donner d'aspirer à un estat si pur et de vous resoudre à prevenir par un divorce saint et tout volontaire cette dure separation qui est inevitable tost ou tard, il veut vous tesmoigner que tous les pretendus obstacles que l'amour propre suggere en ces occasions sont levez en un moment quand il lui plaist, et que, lorsqu'il le veut, il fait faire [1] par necessité ce qu'on n'a pu faire volontairement. C'est une pensée que m'a donnée le bonheur de ma condition, qui me semblera imparfaite tant que ceux que j'aime comme mon frere et vous deux ne le cognoistront pas assez et n'y participeront point. Il est tel que je ne puis m'empescher de vous dire que je ne puis faire aucun autre souhait pour qui que ce soit, si ce n'est qu'il plaise à Dieu les mettre dans un plus parfait repos et une plus pleine asseurance, en les attirant à luy, qui est la seule fin où l'on tend dans tout ce qu'on fait. S'il luy plaist de faire cette misericorde à ma chere sœur plutost qu'à nous, pourquoi nous opposerions nous à son bonheur ? Je n'en veoy point d'autre dans le monde qu'une entiere retraitte et un abandon [2] de toutes choses pour servir Dieu seul ; mais celuy là mesme n'est rien en comparaison de le posseder avec une entiere plenitude et une asseurance certaine de ne le perdre jamais. Estouffons donc autant qu'il nous sera possible tous les sentiments de la nature, qui s'opposent trop fortement à ceux que la foy et la charité nous doivent donner sur ce sujet ; et puisque tous nos efforts et tous nos souhaits seront inutiles contre le decret de Dieu, faisons de bon cœur ce qu'il est necessaire que nous fassions s'il l'a resolu. Dieu sait que j'ayme plus ma sœur, sans comparaison, que je ne faisois lorsque nous estions toutes deux du monde, quoiqu'il me semblat en ce temps que l'on ne

---

1. Cousin, malgré l'avertissement donné par Faugère, a maintenu la version : *il faut faire*, qui fait ici contresens.

2. *General* dans le manuscrit 12988, omis, peut-être par erreur dans le texte de Faugère (*Vide infra*, t. XI, p. 352).

pouvoit rien adjouter à l'affection que j'avois pour elle; mais au lieu qu'en ce temps elle se tournit tout au soin et au desir que j'avois de sa vie, qui m'a esté toûjours, comme à present, beaucoup plus chere que la mienne propre, je ne pense à cette heure sur toutes choses qu'à son salut. C'est pour quoy, quelque violente que soit ma douleur et la crainte et l'emotion où je suis à toute heure qu'on me vienne porter cette nouvelle, qui fait que des qu'on me regarde pour me parler il me prend un tremblement tel que je ne me puis soutenir; neantmoins, quand je rentre en moy mesme, et que je considere la misere et les perils de cette vie, surtout pour une personne engagée dans le monde, je ne puis m'empescher de m'accuser de m'aymer plus qu'elle, en desirant ce qui m'est utile et non pas à elle; et tout ce que je demande à Dieu de tout mon cœur, et à quoy tendent surtout toutes mes prieres, c'est qu'il luy plaise donner la vie de la grace à l'enfant, et qu'il fasse faire à la mere un bon usage de sa maladie[1]; qu'il la detache de toutes choses; qu'il luy fasse oublier tout ce qu'elle laisse pour ne penser plus qu'au bonheur qui l'attend, qui doit emporter toutes ses pensées, et la ravir de telle sorte qu'elle en soit entierement occupée. Si son mal est trop violent, faisons le pour elle, je vous en prie : protestons à Dieu du cœur et de la bouche que, comme nous ne desirons que luy pour nous mesmes, nous ne demandons autre chose pour ceux qui nous sont plus chers que nous mesmes. C'est encores un des sujets continuels de la priere que je fais à Dieu dans ma douleur, qu'il luy plaise nous faire la grace à vous et à moy de lui estre entierement fidelles en cette

1. C'est le titre même de la prière que Blaise Pascal composa, probablement, dans les dernières années de sa vie. *Vide supra*, t, I, p. 83.

occasion ; elle est unique, mon cher frere, ne la laissons pas passer sans en tirer tout le fruit que Dieu demande. Je crois qu'il attend de nous plus qu'une resignation ordinaire, et que nous ne pouvons pas, sans estre ingrats des faveurs qu'il a faites à la malade depuis plusieurs années, nous contenter de souffrir qu'il reprenne ce qu'il nous avoit presté, si nous ne luy offrons nous mesmes, et si nous ne voulons bien qu'il la recompense des services continuels qu'elle s'est efforcée de luy rendre. Je vous supplie de luy demander cette grace pour moy comme je le fais pour vous ; et comme je sçay que Dieu est proche des affligez et qu'il escoute favorablement leurs prieres, j'y joins mon pauvre frere, et je vous supplie d'en faire autant, afin que Dieu daigne de se servir de cette affliction pour le faire rentrer dans luy mesme et luy ouvrir les yeux sur la vanité de toutes les choses du monde. Ce doit estre une consolation bien sensible pour ma chere sœur et pour[1] nous que Dieu luy ait, par sa grace, donné cette lumiere longtemps avant que de luy en donner l'experience, et à nous en sa personne. Je le supplie de ne pas permettre qu'elle et nous nous affoiblissions assez dans notre affliction pour oublier une faveur si particuliere ; et si nous l'avons profondement gravée dans la memoire, de ne pas permettre que nous en soyons ingrats en refusant de donner lieu à l'esperance qu'elle nous permet de concevoir, et par consequent à la consolation que nous en devons tirer.

Ne vous estonnez pas, je vous prie, de me veoir parler comme n'ayant plus d'esperance de sa santé. Je vous l'ay dit dez l'abord ; et quoy que je ne sois pas dans la derniere affliction comme si j'estois certaine de mon mal, je

1. Cousin donne *vous*, leçon du manuscrit 12988.

n'ose pourtant recevoir aucune esperance de ce costé là, de peur de tomber d'un coup plus rude. Je prie Dieu qu'il nous fortifie tous dans cette occasion, et qu'il imprime dans nos cœurs les sentiments d'une foy vive qui nous fasse regarder l'absence de ceux que nous aymons comme un voyage pour aller à Dieu, où ils ne nous precedent que de quelques moments, et où nous devons nous efforcer de les suivre en les imitant. Gardons-nous bien de nous plaindre de ce que Dieu nous oste ce qui nous est cher; au lieu de luy rendre grace de nous l'avoir presté si long temps. Je prie ma sœur, en quelque estat qu'elle soit, de se ressouvenir de cette belle parole de M. de Saint-Cyran, que « *les malades doivent regarder leur lit comme un autel où ils offrent continuellement à Dieu le sacrifice de leur vie pour la luy rendre quand il luy plaira;* » et cette autre que « *les douleurs et les divers accidents de la maladie sont cette clameur qu'on fait à minuit pour avertir les vierges de la venue de l'espoux.* » Qu'elle espere d'entrer avec luy dans ces bienheureuses noces, puisqu'elle n'a point laissé eteindre sa lampe en quittant la voye de Dieu, depuis le moment qu'elle y est entrée, et qu'elle n'a point acheté d'huile à ceux qui en vendent en voulant estre flattée de ses conducteurs, mais qu'elle a conservé dans son cœur celle que Dieu y a repandue par le Saint Esprit; et qu'elle se ressouvienne de prier Dieu pour moy des à present pour ne cesser plus dans l'eternité, afin qu'il me fasse misericorde, et qu'il me rappelle bientost de mon exil, si c'est pour sa gloire; qu'elle prie pour mon frere, pour la sainte Eglise et pour tout l'Estat; car Dieu escoute les prieres des malades, quand ils sont tout à luy comme je sais qu'elle y est [1].

---

1. « *Copié sur l'original* » (*Note du P. Guerrier*).

LII

DISCOURS SUR LES PASSIONS DE L'AMOUR ATTRIBUÉ A BLAISE PASCAL

Date présumée : fin 1653.

Bibliothèque Nationale, ms. fr. *Nouv. Acq.* 4015, et f. fr. 19 303, pièce 3, f° 90-117.

INTRODUCTION

I

Sous ce titre : *Fait inédit de la Vie de Pascal,* François Collet publiait en 1848 une étude fort curieuse sur une anecdote contée par le chevalier de Méré quinze ans seulement après la mort de Pascal : « Je fis un voyage avec le D. D. R., qui parle d'un sens juste et profond, et que je trouve de fort bon commerce. M. M., que vous connoissez et qui plaist à toute la Cour, estoit de la partie ; et parce que c'estoit plùtost une promenade qu'un voyage, nous ne songions qu'à nous rejouïr, et nous discourions de tout. Le D. D. R. a l'esprit mathematique et, pour ne se pas ennuyer sur le chemin, il avoit fait provision d'un homme d'entre deux âges, qui n'estoit alors que fort peu connu, mais qui depuis a bien fait parler de luy. C'estoit un grand Mathematicien, qui ne savoit que cela. Ces sciences ne donnent pas les agremens du monde ; et cet homme qui n'avoit ny goust, ny sentiment, ne laissoit pas de se mesler en tout ce que nous disions, mais il nous surprenoit presque toùjours et nous faisoit souvent rire. Il admiroit l'esprit, et l'eloquence de M. du Vair, et nous rapportoit les bons mots du Lieutenant Criminel d'O ; nous ne pensions à rien moins qu'à le desabuser : cependant nous luy parlions de bonne foy. Deux ou trois jours s'estant écoulez de la sorte, il eut quelque défiance de ses sentimens, et ne faisant plus qu'écouter, ou qu'interroger, pour s'éclaircir sur les sujets qui se presentoient, il avoit des tablettes qu'il tiroit de tems en tems, où il mettoit quelque observation. Cela fut bien remarquable, qu'avant que nous fussions arrivez à P... il ne disoit presque rien qui ne fust bon, et que nous n'eussions voulu dire, et sans mentir, c'estoit estre revenu de bien loin.

Aussi, pour dire le vray, la joye qu'il nous témoignoit d'avoir pris tout un autre esprit estoit si visible, que je ne croy pas qu'on en puisse sentir une plus grande ; il nous la faisoit connoitre d'une maniere envelopée, et mysterieuse.

« *Quel subit changement du sort qui me conduit!*
J'estois en ces climats où la neige et la glace
Font à la terre une horrible surface,
Pendant cinq ou six mois d'une profonde nuit;
Apres, quand le Soleil y revient à son tour,
Il se montre si bas, et si pasle et si sombre,
Que c'est plûtost son fantosme ou son ombre,
Que l'aimable Soleil qui rameïne le jour.
Dans un triste silence et comme en un tombeau,
Je cherchois à me plaire, où l'extrême froidure
Ensevelit au sein de la Nature
Par un nuage espais ce qu'elle a de plus beau.

« Cependant, continuoit cet homme, je ne laissois pas d'aimer des choses qui ne me pouvoient donner que de tristes plaisirs, et je les aimois, parce que j'estois persuadé que les autres ne pouvoient connoistre que ce que j'avois connû. Mais enfin je suis sorti de ces lieux sauvages, me voila sous un Ciel pur et serein. Et je vous avouë que d'abord, n'estant pas fait au grand jour, j'ay été fort ébloüi d'une lumiere si vive, et je vous en voulois un peu de mal ; mais, à cette heure que j'y suis accoutumé, elle me plaist, elle m'enchante, et, quoique je regrette le tems que j'ay perdu, je suis beaucoup plus aise de celui que je gagne. Je passois ma vie en exil, et vous m'avez ramené dans ma patrie. Aussi vous ne sauriez croire combien je vous suis obligé. Depuis ce voyage, il ne songea plus aux Mathematiques qui l'avoient toûjours occupé, et ce fut là comme son abjuration. » (*De l'Esprit, Discours de Monsieur le chevalier de Méré à Madame* ***. Paris, 1677, p. 98 sqq.)

François Collet rétablit sans peine les noms désignés par des initiales. Le D. D. R. est le duc de Roannez : au moment des troubles de la Guyenne, vers la fin de 1651, il avait acheté le gouvernement du Poitou, devenu vacant par la démission du prince de Marsillac, l'auteur des *Maximes*[1]. M. M. est sans doute ce Miton, qui tient une si grande place dans la correspondance de Méré. Méré était du Poitou, comme le duc de Roannez ; la ville de P... est la ville de Poitiers.

Or le duc de Roannez, qui, par sa mère, se rattachait au monde du Parlement, avait lié connaissance avec Pascal[2] :

---

1. Voir Thibaudeau, *Histoire du Poitou*, 2e éd. Niort, 1840, t. III, p. 312. Lors du voyage de la Cour à Poitiers, en octobre 1651 « le duc de Rouanes etoit allé au devant de Leurs Majestés avec beaucoup de noblesse ». En 1652, il guerroie contre le marquis de la Roche-Posay, et reprend les châteaux de Dissais, de Chavigny, d'Angles. Il paraît avoir séjourné dans le Poitou au moins jusqu'en octobre 1653 (Molinier, *Préface* de l'édition des *Pensées*, 1877, p, xv).

2. Voici à cet égard ce qu'écrit Marguerite Perier dans un mémoire publié par Faugère (*Pensées, Fragments, etc. de Blaise Pascal*, 1844, t. I, *App.* I, p. 381) et par Victor Cousin (*Études sur Pascal*, 5e édit., p. 389) : « M. de Rouanès étoit fils de M. le marquis de Boyssy, madame sa mere étoit fille de M. Hennequin, president au Parlement, et il etoit petit-fils de M. le duc de Rouanès ; madame sa grand'mere étoit sœur de M. le comte d'Harcourt. Il perdit monsieur son pere à l'âge de huit ou neuf ans, et fut mis entre les mains de monsieur son grand-pere, qui ne connoissoit gueres sa religion, et qui étoit un homme très emporté, et peu capable de donner une éducation chrétienne à un enfant. Il lui donna un gouverneur qui n'en étoit gueres plus capable que luy ; il alla mesme jusque là que d'ordonner à son gouverneur de luy donner l'air de cour et de luy apprendre à jurer, croyant qu'il falloit qu'un jeune seigneur prist ces manieres-là. Il perdit monsieur son grand-pere à treize ans ; et alors il fut son maistre. Madame sa mere, qui étoit une bonne femme, toute simple, ne pouvoit et ne sçavoit pas mesme en prendre soin. Cependant il ne laissa pas de commencer assez jeune à avoir des sentiments de religion. Il avoit un tres bon esprit, mais point d'etude. Il fit connoissance (je ne sais pas bien à quel âge) avec M. Pascal, qui étoit son voisin ; il gousta fort son esprit, et le mena mesme une fois ou deux en Poitou avec luy, ne pouvant se passer de le voir. » Ms. f. fr. 12988, p. 6. Cf. les *Mémoires* de Saint-Simon, à l'année 1696, avec l'admirable commentaire de M. de Boislisle, t. III, 1881, p. 311-315, et *Appendice* XXIX, t. III, p. 533.

l'hôtel de Roannez « qui se voit encore à l'angle de la rue du Cloître Saint-Merry et de la rue Taillepain [1] », était en effet contigu à la rue Brisemiche, où fut jusqu'en 1650 la maison d'Étienne Pascal. Marguerite Perier ajoute même que le duc de Roannez emmena Pascal avec lui dans son gouvernement du Poitou [2]. D'autre part, nous savons par une lettre de Pascal à Fermat, qu'en 1654 Pascal était engagé dans de grandes discussions mathématiques avec le chevalier de Méré [3]. A plus d'une reprise, enfin dans les *Fragments* des Pensées, Pascal nomme et interpelle Miton. Il est difficile donc de contester que ces diverses circonstances convergent vers l'hypothèse formulée par Collet : le grand mathé-

---

1. Gazier, *Pascal et Mlle de Roannez,* in *Mélanges de littérature et d'histoire,* 1904, p. 33.
2. *Vide supra,* t. I, p. 131.
3. *Vide infra,* p. 381. Plus tard, en réponse peut-être à des remarques analogues à celles que nous avons conservées sous le nom de *Réflexions sur la Géométrie et l'Art de Persuader,* ou d'Argument du Pari, Méré envoyait à Pascal une lettre qui a été publiée dans ses *Œuvres,* et dont les premières lignes coïncident exactement avec la conclusion de l'anecdote rapportée dans le *Discours de l'Esprit* : « Vous souvenez-vous de m'avoir dit, une fois, que vous n'estiez plus si persuadé de l'excellence des Mathematiques ? Vous m'ecrivez à cette heure que je vous en ay tout à fait désabusé et que je vous ay découvert des choses que vous n'eussiez jamais veuës si vous ne m'eussiez connu. Je ne sçais pourtant, Monsieur, si vous m'estes si obligé que vous pensez. — Dans le *Portefeuille de M. D. F.* (M. de la Faille), Carpentras, 1694, M. Strowski a rencontré l'anecdote suivante, qui fait peut-être allusion aux controverses philosophico-scientifiques de Pascal et de Méré : « M. Pascal parloit un jour de mathematiques avec quelqu'un qui n'en savoit pas beaucoup; ils se disputoient. Vous verrez, dit M. Miton, qu'il y a deux mathematiques. » Cité par M. Strowski, dans son excellent chapitre de l'*Histoire de Pascal : La mondanité,* p. 245. — Nous ajoutons, puisque nous parlons de Miton, que c'est par erreur que Victor Cousin (*Études sur Pascal,* 6e édition, p. 481 et 519) et nous même après lui (*Pensées*, 1904, t. II, p. 166, n. 1), nous avions lu le nom de Miton, dans la *Copie* de la lettre à Pascal du 27 décembre 1656 (ms. 12988, f. fr., p. 383). La lettre est du mathématicien Mylon.

maticien dont le duc de Roannez avait fait provision, et qui depuis a bien fait parler de lui, c'est Blaise Pascal.

A vrai dire, puisque le voyage en Poitou, dans les conditions où le chevalier de Méré le rapporte, n'a pu avoir lieu ni plus tôt que l'hiver 1651 ni plus tard que l'été de 1654, que vraisemblablement il appartient à la période qui sépare la vêture de Jacqueline, le 26 mai 1652, et sa profession, le 5 juin 1653 [1], Pascal n'avait pas dépassé trente ans ; bien que la maladie ait pu le vieillir prématurément, il n'est pas tout à fait exact de dire qu'il fût entre deux âges. Surtout on peut contester la fidélité du portrait moral que Méré trace avec sa désinvolture à la cavalière, avec son exagération habituelle[2]. Les pages que Pascal a eu l'occasion d'écrire au cours de sa carrière scientifique, et jusqu'à cette lettre de juin 1652 qu'il vient d'adresser à la reine de Suède, n'attestent-elles pas une ouverture d'esprit, un usage des ressources de la langue, qui dépassent singulièrement l'horizon du mathématicien professionnel ? Mais il faut bien s'entendre : ce que Méré présente comme une transformation à vue d'œil, accomplie sous son influence, ne correspond à rien d'autre qu'à une erreur de jugement de sa part ; il s'en est assez vite aperçu, mais il ne veut pas l'avouer au lecteur, ni peut-être se l'avouer explicitement à lui-même. Il n'avait pas discerné d'abord la profondeur de l'esprit de Pascal, parce que l'esprit de Pascal ne lui avait pas paru habillé à la mode de la Cour, imprégné de ce « bon air »

---

1. Voir l'étude de Charles Adam : Un séjour de Pascal en Auvergne, *Revue de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur* (pp. 462-471). Pascal aurait accompagné le duc de Roannez de Paris à Poitiers (à ce voyage se rapporteraient, suivant une tradition recueillie par Condorcet et Bossut, les vers de Fontenay-le-Comte que nous publions ci-dessous, p. 140-141). Il aurait ensuite passé plusieurs mois à Clermont : il vint à Clermont chez M. Perier son beau-frère à la fin de 1652, et y demeura jusqu'au mois de mai 1653, dit une note manuscrite du Recueil 4550 de la *Bibliothèque Mazarine,* qui serait tirée de l'*Information* sur le miracle de la Sainte-Épine.

2. Strowski, *Histoire de Pascal,* 1907, p. 231.

qui fait l'honnête homme. Le chancelier du Vair, que Pascal faisait profession d'admirer, auquel il dut cette profonde connaissance du Stoïcisme dont témoigne l'entretien avec M. de Saci, n'était-il pas le guide de la génération précédente, celui qu'au temps des *barbons* Étienne Pascal avait appris à apprécier dans la maison de M. Arnauld l'avocat? Les plaisanteries de M. d'O étaient les bons mots de la vieille Cour, que Blaise Pascal avait pu entendre autrefois chez M. le Pailleur ou chez Madame de Morangis. Réduisons donc l' « abjuration » de Pascal à ses justes proportions. Ce ne fut pas la révélation d'un monde nouveau pour lequel il aurait renoncé au monde ancien ; ce fut la découverte et l'intelligence de la génération nouvelle qui commençait à remplacer la génération de Voiture et des premiers *précieux,* qui substituait aux règles artificielles du langage, au Code du sentiment, un retour au naturel et à la simplicité [1] : « Je suis, disait Méré, l'homme du monde qui a eu le moins d'affectation. »

Assurément donc plus d'une réserve doit donc être faite sur le récit de Méré ; Leibniz, qui *riait presque* des airs que M. le Chevalier de Méré s'est donné dans sa Lettre à M. Pascal [2], aurait ri tout à fait, je pense, en lisant dans un manuscrit relatant les propos du chevalier de Méré ce jugement ingénu sur l'auteur des *Lettres Provinciales* : « M. Pascal fit bien de se mettre à escrire trois mois après m'avoir vu ; mais il falloit continuer à me voir » [3] — ou cette appréciation som-

---

1. Voir Faguet, *Revue des cours et conférences,* 9 avril 1896, p. 135.

2. *Die Philosophische Schriften,* Ed. Gerhardt, t. IV, 1880, p. 570.

3. Est-ce une allusion aux *Provinciales,* et au conseil que Méré lui aurait donné après la quatrième lettre de laisser absolument la matière de la Grâce pour attaquer la morale des Jésuites (Daniel, *Entretiens de Cléandre et d'Eudoxe,* 1696, p. 18, et Sainte-Beuve, *Port-Royal,* 5e éd., t. III, p. 99). — On trouve encore dans le manuscrit un écho de la conversation que Pascal aurait eue suivant le *Recueil d'Utrecht*

maire sur les écrivains de Port-Royal : « Messieurs de P.-R. n'ont excellé en rien ; ce sont mes arriere-escoliers. » Il n'en reste pas moins que l'évolution intellectuelle de Pascal ne saurait être comprise si l'on ne se réfère avec insistance à l'intervention de Méré et de Miton. Pascal leur a dû d'approfondir, à une heure décisive, son expérience de la pensée libre et de la vie libre. Le monde ne sera pas, pour l'auteur des *Pensées*, ce que veut la peinture conventionnelle des prédicateurs : un lieu de corruption et de perdition, le théâtre des abominations ; c'est une réunion d'esprits distingués, chez qui les sentiments naturels étaient relevés par la délicatesse de l'éducation, qui reflétaient dans leur conversation les nuances les plus subtiles de l'âme, qui trouvaient leur plus grand plaisir à gagner et à retenir les cœurs, « se mettant, comme disait Méré et comme dit Pascal aussi, à la place de ceux à qui on veut plaire. » Et cela Pascal ne l'oubliera certes ni en écrivant ses *Réflexions sur l'Art de persuader*, ni en rédigeant spécialement à l'adresse des libertins des fragments d'apologie de la Religion, comme l'argument du Pari ; la lettre qu'il

---

(1740, p. 300) avec l'homme sans religion, et où il aurait prédit le miracle de la Sainte-Epine (Voir notre édition des *Opuscules et Pensées*, 4e édit. 1907, p. 255) : « Ce qu'il trouve à redire dans le miracle de P.-R., c'est la manière dont ils en ont été frappés » (p. 69). En revanche, d'après le manuscrit, Méré n'aurait revendiqué dans les *Pensées* qu'un seul fragment de lui : « De cette pensée que M. Pascal a prise à M. le Chevalier : *un Roy, un procureur, etc.* Je croyois que M. Pascal estoit le moins larron de tous les hommes : je me trompois, il y a encore des tesmoins » (p. 56). Le piquant, et ce qui avait peut-être attiré l'attention de Méré, est que dans sa *Préface* Étienne Perier cite et commente ce texte pour donner une idée du caractère obscur et inachevé des fragments des *Pensées* (Voir dans la note de notre édition des Pensées, 1904, t. III, p. 237, le texte du passage correspondant de Méré : *De l'éloquence et de l'entretien, 3e discours*). Dans la *Revue de Fribourg*, juillet 1907, *Pascal et les Pascalins d'après des jugements contemporains*, M. Eugène Griselle a signalé, d'après un curieux manuscrit de la *Bibliothèque Nationale*, cette note de l'archidiacre Bridieu : « M. Pascal a fait ses fragmens contre huit esprits forts du Poitou, qui ne croyoient point en Dieu. »

adresse à Fermat le 10 août 1660 montre même que dans la pratique des relations sociales il ne renie pas l'idéal de l'honnêteté, tel que Méré le professait.

II

Mais nous voudrions une précision de plus : nous voudrions voir Pascal vivre au milieu de ce monde qui le retint de la mort de son père jusqu'à l'heure de la conversion définitive, au mois de novembre 1654. Les expressions dont la mère Angélique ou dont Gilberte Pascal elle-même se servent sont assez énergiques pour autoriser toutes les hypothèses ; elles ne fournissent pourtant aucune indication positive [1]. Nous devrions nous contenter d'ajouter que le jeu tenait une grande place dans le cercle où Pascal vivait à ce moment, et que Méré provoqua ainsi Pascal à des recherches mathématiques, du genre de celles qu'il se flattait de lui avoir fait abjurer — si nous ne devions à Victor Cousin la découverte d'un document infiniment curieux.

« En parcourant, écrit Victor Cousin, le volumineux catalogue des manuscrits français de l'abbaye de Saint-Germain-des-Prés, je rencontrai au tome XI^e^ l'indication d'un manuscrit in-4°, coté n° 74, contenant, selon le catalogue, des écrits de Nicole, de Pascal et de Saint-Evremond. Soigneux de ne négliger aucun indice, je voulus examiner ce manuscrit.

1. Dans le manuscrit sur Méré, nous ne trouvons que de vagues renseignements, et qui se rapportent peut-être à une période postérieure de la vie de Pascal : « M. de Roannez gouvernoit M. Pascal, et M. du Bois gouvernoit M. de Roannez » (p. 69). Il s'agissait de Gobaud du Bois, ancien gouverneur du duc de Guise, qui prit une part active à la publication des *Pensées* de Pascal, et qui fut de l'Académie française. Son nom figure également, avec celui de Pascal, à la page précédente du manuscrit : « M. Pascal, M. Miton, M. du Bois, M. de Roannez et beaucoup d'autres n'auroient jamais rien sceu sans moy. »

Il porte au dos : *Nicole. De la Grâce. Autre pièce manuscrite*[1]. Sur la première page est la table des écrits que cet in-4° renferme : *Système de M. Nicole sur la Grâce. — Si la dispute sur la Grâce universelle n'est qu'une dispute de nom. — Discours sur les passions de l'amour, de M. Pascal. — Lettre de M. de Saint-Evremond sur la dévotion feinte. — Introduction à la Chaire.* A la vue de ce titre : *Discours sur les passions de l'amour, de M. Pascal,* vous comprenez que je cherchai bien vite au milieu du volume ; j'y trouvai le même titre avec cette légère variante : *Discours sur les passions de l'Amour. On l'attribue à M. Pascal*[2]. »

Le manuscrit décrit par Victor Cousin porte aujourd'hui, dans l'inventaire du fonds français de la *Bibliothèque Nationale,* le n° 19303. Il fait partie du fonds Gesvres, c'est un recueil factice de copies qui sont faites de plusieurs écritures, avec un *ex libris* au nom de B.-H. de Fourcy[3]. Quoiqu'il y ait d'autres manuscrits de la même origine qui soient relatifs au jansénisme, la bibliothèque de M. de Fourcy réunissait au XVII^e^ siècle des copies de tout caractère et de toute provenance. La présence dans le recueil 19303 d'une copie de Nicole (elle est d'ailleurs d'une autre main que la copie du *Discours sur les Passions de l'Amour*) ne peut donc être retenue qu'à titre de coïncidence. D'autre part, le copiste à qui nous devons le *Discours*, a transcrit en même temps une Lettre

1. Plus exactement : NIC. DE LA GR. AUTRE. PIEC. MS.

2. *Revue des Deux Mondes,* 15 septembre 1843, et *Études sur Pascal,* 6e édit., 1876, p. 477.

3. « Balthasar Henri de Fourcy appartenait, dit M. Giraud, à une grande famille parlementaire. Né le 24 juillet 1669, il fut nommé abbé commendataire de Saint-Vandrille-en-Caux, diocèse de Rouen, en 1690, et reçu docteur en théologie de la Faculté de Paris, le 2 août 1696. Il était chevalier de Malte depuis 1673. » Plusieurs manuscrits, qui avaient été en sa possession, ont fait partie de la bibliothèque que Louis Potier, cardinal de Gesvres, légua en 1736 à Saint-Germain des-Prés, et qui de là passa dans les dépôts de la *Bibliothèque Nationale.* (*Revue des Deux Mondes,* 15 octobre 1907, p. 800.)

de Saint-Evremond sur la *Dévotion feinte*, qui est plus près, comme le fait remarquer M. Giraud dans une récente étude de la *Revue des Deux Mondes*, du libertinage que de l'ascétisme[1].

L'incertitude qu'entraîne la forme réservée de l'attribution anonyme n'est nullement dissipée par les conditions dans lesquelles se présente à nous le recueil du fonds de St Germain-des-Prés. Elle est encore accrue par l'examen d'un second manuscrit du *Discours sur les Passions de l'Amour* que M. Gazier a découvert à la Bibliothèque Nationale, et que M. Giraud a étudié[2]. Ce second manuscrit, qui est une copie indépendante de 19303, et qui permet une très notable amélioration du texte, ne donne aucun nom d'auteur. On peut supposer, il est vrai, que le nom figurait, avec le titre, sur une couverture, qui n'aurait pas été conservée; toujours est-il que la première page du manuscrit ne contient que le titre : *Discours sur les passions de l'Amour*.

Bref, les indices extérieurs ne nous permettent de rien dire, sinon qu'on attribue ce Discours à Pascal. Nous ne savons pas qui est cet *on*, et quel degré de confiance il convient de lui accorder. L'attribution à Pascal demeure donc matière de doute; remarquons seulement qu'elle n'est pas matière de

1. A ce propos M. Giraud fait encore observer que la lettre de Saint-Evremond ayant été imprimée en [illegible] dans le tome [illegible] des Œuvres mêlées publiées à Londres chez Jacob Tonson, la copie manuscrite a dû être prise antérieurement à cette date, et la copie du Discours pourrait être également faite avant [illegible] (Loc. cit., p. [illegible], n. 1).

2. C'est une petite brochure de [illegible] p., qui avait d'abord été classée parmi les imprimés; elle a été versée au département des manuscrits vers [illegible]; elle porte dans les *Nouvelles acquisitions françaises* le numéro [illegible]. C'est à ce moment sans doute que le Discours a été relié avec le [illegible] *des Jésuites*. En somme, la présence à côté du Discours d'un écrit qui rappelle de près les préoccupations religieuses de Pascal peut n'être qu'une coïncidence; cette coïncidence même [illegible] de nature à ajouter quelque poids, aussi faible que l'on voudra, à l'hypothèse d'une origine janséniste du manuscrit.

discussion ; nous n'avons aucune indication positive qui vienne à l'appui d'un nom autre que celui de Pascal.

Dans ces conditions, les présomptions que peut fournir la critique interne prennent une importance décisive. Or ces présomptions, d'un accord qui est quasi unanime entre les critiques, sont favorables à l'attribution que nous a transmise le copiste anonyme. Non que l'on n'ait hasardé d'hypothèse divergente. Comme M. Henri Chantavoine l'a fait remarquer avec beaucoup de finesse, on peut penser à Méré : une collaboration de Pascal à un recueil de maximes auquel on aurait travaillé vers 1653 dans le cercle du chevalier serait la chose la plus vraisemblable du monde. On pourrait penser également à une imitation par quelqu'un des écrivains de second ordre auxquels Bridieu appliquait l'épithète de *Pascalins*[1] ; les analogies nombreuses du *Discours* avec les *Pensées* s'expliqueraient ainsi de la façon la plus élégante. Mais ces hypothèses gravitent encore autour du nom de Pascal ; elles ne prendraient de consistance que si, pour des raisons de convenance esthétique ou psychologique, on pouvait retirer le *Discours* à Pascal. Mais c'est ici que la contestation est faible, comme dit Émile Faguet. M. Giraud, qui estime avoir « des présomptions très fortes » contre l'hypothèse de l'attribution à Pascal, conclut pourtant sa discussion par ces mots : « Ni littérairement, ni même moralement, le *Discours* n'est assurément indigne de l'auteur des *Pensées*, voilà tout ce que l'on peut dire. » Or, répondrons-nous, il suffit qu'on puisse dire cela pour que, — réserve faite d'une découverte future qui fournirait une preuve définitive dans un sens ou dans l'autre — un écrit, attribué par les manuscrits au seul Pascal, soit considéré comme une œuvre de Pascal.

---

1. Voir l'article déjà cité de M. Griselle. Nous trouvons dans le même manuscrit, sous la signature de Dirois, un type singulier de groupement *pascalin* : « MM. Arnauld, Paschal, Méré, du Bois, de la Chaise, Perier » (p. 523).

Sur ce premier débat, qui touche à l'authenticité du *Discours,* s'est greffé un second débat qui intéresse la vie intérieure et la psychologie de Pascal.

Si cette œuvre est de Pascal, s'ensuit-il qu'il y ait eu dans la vie de Pascal une crise de passion, coïncidant par exemple avec la période mondaine, et se dénouant brusquement par le retour de Pascal à la vie ascétique ?

En dehors du *Discours,* il n'y a pas de document qui puisse ajouter beaucoup de poids à cette conjecture. Il est difficile, en effet, de donner une bien grande portée à une page assez piquante des *Mémoires sur les Grands Jours d'Auvergne* (éd. Gonod, p. 79). Fléchier, de passage à Clermont, en 1665, parle d'une demoiselle qui était *la Sapho du pays* : « M. Pascal, qui s'est depuis acquis tant de réputation, et un autre savant étoient continuellement auprès de cette belle savante. »

Beaucoup plus important est le texte où Marguerite Périer montre son oncle conférant avec Jacqueline du double projet de « prendre une charge et de se marier », prenant déjà « ses mesures pour l'un et pour l'autre ». Il n'est pas sûr en effet qu'il ne s'agisse pour Pascal que de s'établir en suivant « le train commun du monde ». Est-il invraisemblable qu'il ait rêvé de satisfaire en même temps aux deux passions de l'ambition et de l'amour que le *Discours* unit à plus d'une reprise ?

On répondrait certes avec toute la précision désirable, si l'on avait ici le droit de prononcer le nom de la sœur du duc de Roannez, Charlotte Gouffier de Roannez. Née le 15 avril 1633, elle avait deux ou trois ans de moins que son frère, dix ans de moins que Pascal. Elle habitait l'hôtel du cloître Saint-Merry où Pascal fréquentait, où il avait même sa chambre [1].

1. Saint-Simon dit même qu'elle avait été élevée à Port-Royal, et qu'elle en sortit fort jeune (voir le fragment inédit publié par A. de Boislisle, t. III, 1881, p. 533. Le récit de Saint-Simon est démenti par ce témoignage du chanoine Hermant, qu'elle ne connaissait personne à Port-Royal (Gazier, *op. cit.,* p. 35-36).

Ne serait-elle point la personne à laquelle le *Discours* fait allusion, dans un passage tel que celui-ci : « Quand on aime sans égalité de condition...? » Inévitablement la conjecture devait séduire quelque historien de Pascal [1]. Mais, en l'absence de toute confirmation positive, elle demeure purement gratuite ; M. Gazier en a fait justice dans l'étude que nous avons eu déjà l'occasion de citer : *Pascal et M^lle de Roannez. Les prétendues amours de Pascal* [2]. Nous ajouterons, pour notre part, que le procédé était un peu puéril, de disposer ainsi du nom de M^lle de Roannez, simplement parce que le sort, qui préside à la conservation des documents historiques, ne nous en fournit point d'autre. Et même, à en juger par les extraits qui nous sont parvenus des lettres que Pascal écrivait, en 1656 [3], il semble que la puérilité s'accompagne de quelque inconvenance morale.

Si donc Pascal a traversé une crise de passion, c'est le texte du *Discours* qui nous en fournira la preuve, en transmettant l'écho, en révélant le « signe » de l'amour. De là l'intérêt que les commentateurs et les historiens de Pascal ont attaché à l'examen du *Discours sur les Passions de l'Amour* ; de là les controverses auxquelles le *Discours* a donné lieu. Il y a une dizaine d'années, j'avais résumé en ces termes ce qui me paraissait devoir être retenu des diverses thèses en présence : « D'ailleurs ce *Discours* est loin de prouver que Pascal ait été véritablement amoureux ; quelques expressions témoignent de sentiments trop finement décrits pour ne pas avoir été éprouvés, mais il ne s'y agit que des commencements de l'amour, d'un attachement idéal. Tout le reste est une dissertation

1. Voir l'*Introduction* de Faugère à l'édition des *Pensées* de 1844, t. I, p. LXV, suiv., et le *Discours sur les Passions de l'Amour de Pascal précédé d'une étude sur Pascal et Mlle de Roannez,* par M. de Lescure, 1681.

2. *Mélanges de Littérature et d'Histoire,* 1904, p. 29.

3. Voir la remarquable édition des lettres à Mlle de Roannez, donnée par M. Ch. Adam dans la *Revue bourguignonne de l'Enseignement supérieur,* t. I, n° 3, 1891.

subtile et abstraite, qui fait infiniment plus de part à l'art de plaire dans la conversation qu'à la passion véritable ; cette analyse tout intellectuelle n'a pu être écrite qu'avec un sang-froid parfait, et peut-être est-elle née d'une gageure tenue contre Méré ou quelque autre de ses amis, qui aurait mis le mathématicien qu'était Pascal au défi de traiter galamment de l'amour ? » Depuis la question a été reprise avec beaucoup de profondeur dans le *Pascal* de M. Émile Boutroux (1900, p. 60 sqq.) et dans un article de M. Émile Faguet : *Pascal amoureux,* Revue latine, 25 octobre 1904, reproduit dans le volume intitulé : *Amours d'hommes de lettres,* Paris, 1907. M. Faguet a bien établi que la solution du problème devait se trouver dans un dosage des différentes parties du *Discours,* dans une sorte d'analyse qualitative, plutôt que dans une interprétation homogène et intégrale. Pour notre compte, nous serions disposé — en dépit des réserves que fait M. Victor Giraud dans son récent article de la *Revue des Deux Mondes* (15 octobre 1907) — à considérer comme acquis les points essentiels de l'argumentation de M. Faguet ; nous renverserions les termes de notre appréciation antérieure, et nous subordonnerions la dissertation de salon à l'expérience intime de l'amour. En tout cas, l'étude de M. Faguet doit servir de guide au lecteur pour la pratique de cette méthode où le jugement est fait d'impressions et de réflexions toutes personnelles.

Quant aux thèses plus générales que renferme le *Discours,* elles ont été étudiées par Sully-Prud'homme, *Examen du Discours sur les Passions de l'Amour, Revue des Deux Mondes,* 15 juillet 1890 (reproduit dans la *Vraie religion selon Pascal,* 1905, p. 415) et par M. Frédéric Rauh dans un excellent travail sur la *Philosophie de Pascal* (*Annales de la Faculté de Bordeaux,* 1891).

DISCOURS SUR LES PASSIONS DE L'AMOUR

L'homme est né pour penser [1] ; aussi n'est-il pas un moment sans le faire ; mais les pensée pures [2], qui le rendroient heureux s'il pouvoit tousjours les soutenir, le fatiguent et l'abbatent. C'est une vie unie à laquelle il ne peut s'accommoder ; il luy faut du remuement et de l'action, c'est à dire qu'il est necessaire qu'il soit quelquesfois agité des passions, dont il sent dans son cœur des sources si vifves et si profondes.

Les passions qui sont le [3] plus convenables à l'homme, et qui en renferment beaucoup d'autres,

---

1. Voir la page 4 du manuscrit des *Pensées* : « L'homme est visiblement fait pour penser... » (Sect. II, fr. 146.)

2. La terminologie du *Discours* est toute cartésienne. Cf. la première définition donnée par Descartes à la fin de ses *Réponses aux Secondes Objections* : « Par le nom de pensée, je comprens tout ce qui est tellement en nous, que nous en sommes immediatement connoissans. Ainsi toutes les operations de la volonté, de l'entendement, de l'imagination et des sens, sont des pensées. Mais j'ay adiousté immediatement, pour exclure les choses qui suivent et dépendent de nos pensées : par exemple le mouvement volontaire a bien, à la verité, la volonté pour son principe, mais luy-mesme neantmoins n'est pas une pensée. » (*Les Méditations métaphysiques,* trad. Clerselier, 1647, A T, t. IX, p. 124.)

3. Nous donnons les variantes que fournit la comparaison des deux copies ; nous désignerons par C le manuscrit étudié par Victor Cousin, par G le manuscrit signalé par MM. Gazier et Giraud. Nous avons contrôlé et complété notre collation à l'aide de celle que M. Giraud avait faite avant nous, et dont il nous a fort aimablement communiqué les résultats.

C : *les.*

sont l'amour et l'ambition : elles n'ont gueres de liaison ensemble. Cependant on les allie assez souvent ; mais elles s'affoiblissent l'une l'autre reciproquement, pour ne pas dire qu'elles se ruynent.

Quelque estendue d'esprit que l'on ayt, l'on n'est capable que d'une grande passion [1], c'est pour quoy, quand l'amour et l'ambition se rencontrent ensemble, elles ne sont grandes que de la moitié de ce qu'elles seroient s'il n'y avoit que l'une ou l'autre. L'aage ne determine point ni le commencement, ni la fin de ces deux passions ; elles naissent des les premieres années, et elles subsistent bien souvent jusques au tombeau. Neantmoins, comme elles demandent beaucoup de feu, les jeunes gens y sont plus propres, et il semble qu'elles se ralentissent avec les années ; cela est pourtant fort rare.

La vie de l'homme est miserablement courte. On la compte depuis la premiere entrée [2] au monde ; pour moy je ne voudrois la compter que depuis la naissance de la raison, et depuis [3] que l'on commence à estre ebranlé par la raison, ce qui n'arrive pas ordinairement avant vingt ans. Devant ce [4] terme l'on est enfant ; et un enfant n'est pas un homme.

Qu'une vie est heureuse quand elle commence

---

1. La Bruyère dira : « Les passions tyrannisent l'homme, et l'ambition suspend en lui les autres passions. » (*Des Biens de fortune*, 50).

2. C : *dans le*.

3. C : *qu'on*.

4. C : *temps*.

par l'amour et qu'elle finit par l'ambition [1] ! Si j'avois à en choisir une, je prendrois celle là. Tant que l'on a du feu, l'on est aymable; mais ce feu s'esteint, il se perd : alors, que la place est belle et grande pour l'ambition [2] ! La vie tumultueuse est agreable aux grands esprits, mais ceux qui sont mediocres n'y ont aucun plaisir ; ils sont machines par tout. C'est pourquoy, l'amour et l'ambition commençant et finissant la vie, on est dans l'estat le plus heureux dont la nature humaine est cappable.

A mesure que l'on a plus d'esprit, les passions sont plus grandes, par ce que les passions n'estant que des sentimens et des pensées, qui appartiennent purement à l'esprit, quoy qu'elles soient occasionnées [3] par le corps, il est visible qu'elles ne sont plus que l'esprit mesme, et qu'ainsy elles remplissent toutte sa capacité. Je ne parle que des passions de

---

1. M. Michaut, dans son édition du *Discours*, Paris, 1900, p. 3, signale ce texte de La Bruyère (*Du cœur*), 76 : « Les hommes commencent par l'amour, finissent par l'ambition... »

2. La Rochefoucauld dit (*Max.* 490) : « On passe souvent de l'amour à l'ambition, mais on ne revient guère de l'ambition à l'amour. » Cf. Michaut, *éd. cit.*, p. 4, n. 1.

3. Il est remarquable que ce soit ce terme d'*occasion*, destiné à faire fortune avec Malebranche, que Pascal ait employé pour traduire les rapports du corps et de l'âme dans la passion, tels qu'il les trouvait définis dans les *Passions de l'Ame*, 1649 : « Apres avoir consideré en quoy les passions de l'ame different de toutes ses autres pensées, il me semble qu'on peut generallement les definir des perceptions, ou des sentiments, ou des emotions de l'ame, qu'on rapporte particulierement à elle, et qui sont causées, et entretenuës, et fortifiées par quelque mouvement des esprits. » (*Première partie*, §§ XXVII.) M. Michaut, dans ses notes, a insisté également sur le rapport constant du Discours au *Traité* de Descartes.

feu[1], car pour les autres, elles se meslent souvent ensemble, et causent une confusion trez incommode ; mais ce n'est jamais dans ceux qui ont de l'esprit.

Dans une grande ame tout est grand.

L'on demande s'il faut aymer. Cela ne se doit pas demander : on le doit sentir. L'on ne delibere point la dessus, l'on y est porté, et l'on a le plaisir de se tromper quand on consulte[2].

La netteté d'esprit cause aussy la netteté de la passion : c'est pour quoy un esprit grand et net ayme avec ardeur, et il voit distinctement ce qu'il ayme.

Il y a de deux sortes d'esprits, l'un geometrique, et l'autre que l'on peut appeler de finesse[3].

Le premier a des veuës lentes, dures et inflexi-

---

1. C'est-à-dire, comme il est expliqué plus haut, pour l'amour est l'ambition ; les autres passions, comme le goût du jeu et de la bonne chère, ne suffisent pas à remplir l'âme ; par là elles donnent lieu à des combinaisons et à des oscillations.

2. C'est-à-dire : on se donne le plaisir de paraître céder à la suggestion d'autrui, alors qu'en réalité on suit son mouvement naturel.

3. Les pages 405 et 406 du manuscrit des *Pensées* contiennent un long développement sous ce titre : *Différence entre l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse* (Cf. *Pensées*, Sect. I, f. 1 ; t. I, p. 9-14). Il est remarquable que le *Discours des Agréments* de Méré présente une distinction analogue. « Pour ce qui est des justesses, j'en trouve de deux sortes, qui font toujours de bons effets. L'une consiste à voir les choses comme elles sont et sans les confondre : pour peu que l'on y manque en parlant, et même en agissant, cela se connaît ; elle dépend de l'esprit et de l'intelligence. L'autre justesse paraît à juger de la bienséance, et à connaître en de certaines mesures jusqu'où l'on doit aller, et quand il se faut arrêter. Celle-ci, qui vient principalement du goût, et du sentiment, me semble plus douteuse, et plus difficile. » (Méré, *Discours des agréments, Œuvres*, 1698, t. I, p. 194.)

bles ; mais le dernier a une souplesse de pensée qui l'applique en mesme temps aux diverses parties aymables de ce qu'il ayme. Des yeux il va jusques au cœur, et par le mouvement du dehors il connoist ce qui se passe au dedans.

Quand on a l'un et l'autre esprit tout ensemble, que l'amour donne de plaisir ! Car[1] l'on possede à la fois la force et la flexibilité de l'esprit, qui est trez necessaire pour l'éloquence de deux personnes.

Nous naissons avec un caractere d'amour dans nos cœurs, qui se developpe à mesure que l'esprit se perfectionne, et qui nous porte à aymer ce qui nous paroist beau sans que l'on nous aye jamais dit ce que c'est. Qui doute aprez cela si nous sommes au monde pour autre chose que pour aymer? En effet, [2]l'on a beau se cacher[3] à soy mesme, l'on ayme tousjours. Dans les choses mesmes où il semble que l'on aye separé l'amour, il s'y trouve secrettement et en cachette ; et il n'est pas possible que l'homme puisse vivre un moment sans cela.

L'homme n'ayme pas demeurer avec soy : cependant il ayme : il faut donc qu'il cherche ailleurs de quoy aymer. Il ne le peut trouver que dans la beauté ; mais comme il est luy mesme la plus belle creature que Dieu ayt jamais formée, il faut qu'il trouve dans soy mesme le modelle de cette beauté

---

1. C : *on*.
2. C : *on*.
3. *à soy-mesme* omis dans C.

qu'il cherche au dehors. Chacun peut en remarquer en soy mesme les premiers rayons ; et selon que l'on s'apperçoit que ce qui est au dehors y convient ou s'en eloigne, on se forme les idées de beau ou de laid sur touttes choses[1]. Cependant, quoy que l'homme cherche de quoy remplir le grand vuide qu'il a fait en sortant de soy mesme, neantmoins il ne peut pas se satisfaire pour touttes sortes d'objects. Il a le cœur trop vaste ; il faut au moins que ce soit quelque chose qui luy ressemble, et qui en approche le plus prest. C'est pour quoy la beauté qui peut contenter l'homme consiste non seulement dans la convenance, mais aussi dans la ressemblance : elle la restraint[2] et elle l'enferme dans la difference du sexe.

La nature a si bien imprimé cette verité dans nos ames, que nous trouvons cela tout disposé ; il ne faut point d'art ny d'estude ; il semble mesme que nous ayons une place à remplir dans nos cœurs et qui se remplit effectivement. Mais on le sent mieux qu'on ne peut le dire. Il n'y a que ceux qui savent brouiller et mespriser leurs idées qui ne le voyent pas.

Quoy que cette idée generale de la beauté soit gravée dans le fonds de nos ames avec des caracteres ineffaçables, elle ne laisse pas que de recevoir de

---

1. Voir la page 129 du manuscrit des *Pensées* : « Il y a un certain modelle d'agrement et de beauté qui consiste en un certain rapport entre notre nature, foyble ou forte, telle qu'elle est, et la chose qui nous plaist. » (Sect. I, fr. 32 — rapprochement fait par M. Faguet, *Pascal amoureux*, apud *Revue latine*, 25 octobre 1904, p. 579.)

2. C'est-à-dire : la beauté restreint la ressemblance.

tres grandes differences dans l'application particuliere ; mais c'est seulement pour la maniere d'envisager ce qui plaist. Car l'on ne souhaitte pas nuëment une beauté : mais l'on y desire mille circonstances qui dependent de la disposition où l'on se trouve ; et c'est en ce sens que l'on peut dire que chacun a l'original de sa beauté, dont il cherche la copie dans le grand monde[1]. Neantmoins les femmes determinent souvent cet original : comme elles ont un empire absolu sur l'esprit des hommes, elles y depeignent ou les parties des beautez qu'elles ont, ou celles qu'elles estiment, et elles adjoutent par ce moyen ce qui leur plaist à cette beauté radicale. C'est pour quoy il y a un siecle pour les blondes, un autre pour les brunes ; et le partage qu'il y a entre les femmes sur l'estime des unes ou des autres fait aussy le partage entre les hommes dans un mesme temps sur les unes et les autres.

La mode mesme et les païs reglent souvent ce que l'on appelle beauté[2]. C'est une chose estrange que la coutume se mesle si fort de nos passions[3]. Cela

---

1. Dans cette proposition se trouve comme en germe la théorie romantique du XIX^e siècle. Dieu a créé les âmes par couples, l'amour terrestre n'est que la suite et la manifestation d'une harmonie préétablie dans le ciel ; c'est pourquoi chacun « cherche dans le grand monde » cette beauté dont il porte en soi « l'original ».

2. Voir la page 73 du manuscrit des *Pensées* : « Comme la mode fait l'agrement, aussy fait elle la justice. » (Sect. V, fr. 309). — Vauvenargues écrit (Max. 39, *Œuvres*, p. 377) : « La coutume fait tout, usqu'en amour. »

3. Au moment même où il paraît le plus enthousiaste de l'amour, l'esprit large et profond de Pascal ne peut s'empêcher de faire plus d'une remarque pénétrante sur les circonstances de l'amour, dussent-

n'empesche pas que chacun n'aye son idée de beauté sur laquelle il juge des autres, et à laquelle il les rapporte ; c'est sur ce principe qu'un amant trouve sa maistresse plus belle, et qu'il la propose comme exemple.

La beauté est partagée en mille differentes manieres. Le sujet le plus propre pour la soustenir, c'est une femme : quand elle a de l'esprit, elle l'anime et la releve merveilleusement.

Si une femme veut plaire, et qu'elle possede les advantages de la beauté, ou du moins une partie, elle y reüssira ; et mesme si les hommes y prenoient tant soit peu garde, quoy qu'elle n'y taschast point, elle s'en feroit aymer. Il y a une place d'attente dans leur cœur, elle s'y logeroit.

L'homme est né pour le plaisir : il le sent, il n'en faut point d'autre preuve. Il suit donc sa raison en se donnant au plaisir. Mais bien souvent il sent la passion dans son cœur sans sçavoir par où elle a commencé.

Un plaisir vray ou faux peut remplir egalement l'esprit ; car qu'importe que ce plaisir soit faux, pourveu que l'on soit persuadé qu'il est vray [1] ?

---

elles contrarier cet enthousiasme. Le rôle de la mode et de la coutume ne lui échappe pas : cela lui paraît étrange, à lui si épris de raison, de vérité absolue, et cette « étrangeté » fait déjà pressentir la conception pessimiste de l'amour qu'il exprimera dans les fragments des *Pensées*, A. 487 : « Qui voudra connoistre à plein la vanité de l'homme n'a qu'à considerer les causes et les effects de l'amour. » (Sect. II, fr. 162.)

1. Passage écrit encore sous l'influence de Descartes qui tend à considérer les passions dans leur rapport avec la vérité de leur objet,

A force de parler d'amour [1], l'on devient amoureux ; il n'y a rien si aysé, c'est la passion la plus naturelle à l'homme [2].

L'amour n'a point d'aage ; il est tousjours naissant. Les Poettes nous l'ont dit ; c'est pour cela qu'ils nous le representent comme un enfant. Mais sans [3] leur rien demander, nous le sentons.

L'amour donne de l'esprit, et il se soustient par l'esprit. Il faut de l'addresse pour aymer. L'on epuise tous les jours les manieres de plaire ; cependant il faut plaire, et l'on plaist.

Nous avons une source d'amour propre qui nous represente à nous [4] mesme comme pouvant remplir plusieurs places au dehors ; c'est ce qui est cause que nous sommes [5] bien ayses d'être aymez. Comme on le souhaitte avec ardeur, on le remarque bien viste, et [6] on le reconnoist dans les yeux de la personne qui ayme ; car les yeux sont les interprettes du cœur, mais il n'y a que celuy qui y a interest qui entend leur langage.

L'homme seul est quelque chose d'imparfait ; il

---

c'est-à-dire avec la légitimité, avec la convenance de leur cause. Il est à remarquer que Descartes lui-même écrit : « Et mesme souvent une fausse joye vaut mieux qu'une tristesse dont la cause est vraye. » *Les Passions de l'Ame*, Partie II, Art. CXLII.)

1. C : *on*.

2. La Rochefoucauld interprète autrement le même fait : « Il y a des gens qui n'auroient jamais esté amoureux, s'ils n'avoient jamais entendu parler de l'amour. » (*Max*. 136.)

3. C : *luy*.

4. C : *mesmes*.

5. *bien* omis dans G.

6. G : *l'on se*.

faut qu'il trouve un second pour estre heureux. Il le cherche[1] le plus souvent dans l'egalité de la condition, à cause que la liberté et que l'occasion de se manifester s'y rencontrent plus aysement. Neantmoins l'on[2] va quelquesfois[3] bien au-dessus, et l'on sent le feu s'agrandir, quoy[4] que l'on n'ose pas le dire à celle qui l'a causé.

Quand l'on ayme une dame sans egalité de condition, l'ambition peut accompagner le commencement de l'amour ; mais en peu de temps il devient le maistre. C'est un tyran qui ne souffre point de compagnon ; il veut estre seul ; il faut que touttes les passions ployent et lui obeïssent.

[5]Une haute amitié remplit bien mieux qu'une commune et egale : le cœur de l'homme est grand, les petittes choses flottent dans sa capacité ; il n'y a que les grandes qui s'y arrestent et qui y demeurent.

L'on escrit souvent des choses que l'on ne prouve qu'en obligeant tout le monde à faire reflection sur soy mesme, et à trouver la verité dont on parle. C'est en cela que consiste la force des preuves de ce que je dis.

Quand un homme est delicat en quelque endroit

---

1. C : *bien.*
2. G : *ira.*
3. G : *au dessus.*
4. C : *qu'on.*
5. La séparation de l'alinéa n'est pas marquée nettement dans le G (Giraud, *Revue latine*, 25 janvier 1908). La phrase dans C avait un tout autre aspect, par suite de l'omission du mot *grand* : « *Une haute amitié remplit bien mieux qu'une commune et egale le cœur de l'homme ; et les petites...* »

de son esprit, il l'est en amour. Car comme il doit estre ebranlé par quelque objet qui est hors de luy, s'il y a quelque chose qui repugne à ses idées, il s'en apperçoit, et il le[1] fuit. La regle de cette delicatesse depend d'une raison pure, noble et sublime. Ainsy l'on se peut croire delicat, sans qu'on le soit effectivement, et les autres ont droit de[2] nous condamner au lieu que pour la beauté chacun a sa regle souveraine et independante de celle des autres. Neantmoins entre estre delicat et ne l'estre point du tout, il faut demeurer d'accord que, quand on souhaitte d'estre delicat, l'on n'est pas loin de l'estre absolument. Les femmes ayment à [3]apercevoir une delicatesse dans les hommes ; et c'est, ce me semble, l'endroit le plus tendre pour les gagner : l'on est aize de voir que mil autres sont mesprisables, et qu'il n'y a que nous d'estimables[4].

Les qualitez d'esprit ne s'acquierent point par l'habitude[5], on les perfectionne seulement ; de là, il

1. G : *suit.*
2. G : omet *nous.*
3. Première leçon de C : *voir.*
4. La délicatesse, telle que l'entend ici Pascal, s'oppose à la grossièreté ; c'est la prédominance dans l'amour de l'esprit sur le corps c'est le raffinement intellectuel qui procède du goût de l'analyse, plutôt que la force de la passion, ce qui correspond en un mot à la *spiritualité* dans la dévotion et qui a été transporté par l'hôtel de Rambouillet de la vie religieuse dans la vie mondaine. C'est ce que confirme cette maxime de la Rochefoucauld : « La trop grande subtilité est une fausse délicatesse, et la véritable délicatesse est une solide subtilité. » (128.)
5. G : *on les perfectionne. Seulement de là il est visible que la delicatesse...*

est aysé de voir que la delicatesse est un don de nature, et non pas une acquisition de l'art.

A mesure que l'on a plus d'esprit, l'on trouve plus de beautez originales[1] ; mais il ne faut pas estre amoureux, car quand l'on ayme l'on n'en trouve qu'une.

Ne semble il pas qu'autant de fois qu'une femme sort d'elle mesme pour se caracteriser dans le cœur des autres, elle fait une place vuide pour les autres dans le sien ? Cependant j'en connois qui disent que cela n'est pas vray[2]. Ozeroit[3] on appeler cela[4] injustice ? Il est naturel de rendre autant[5] que l'on a pris.

L'attachement à une mesme pensée fatigue et ruyne l'esprit de l'homme. C'est pour quoy pour la solidité et la[6] durée du plaisir de l'amour, il faut quelquesfois ne pas sçavoir que l'on ayme ; et ce n'est pas commettre une infidelité, car l'on n'en ayme pas d'autre ; c'est reprendre des forces pour mieux

---

1. Cf. le manuscrit des *Pensées*, f° 213, Sect. I, fr. 7 : « A mesure qu'on a plus d'esprit, on trouve qu'il y a plus d'hommes originaux. Les gens du commun ne trouvent pas de difference entre les hommes... »

2. Ne trouve-t-on pas dans cette phrase une indication suffisamment précise sur la manière dont ce discours a été composé ? Pascal y réuni quelques définitions ou maximes qu'il a proposées dans certains salons il nous transmet l'écho des réponses et des réflexions qu'elles ont provoquées.

3. *On* omis dans G.

4. *Cela*, c'est le fait de ne pas laisser une place pour les autres dans son cœur quand on en a pris une dans celui des autres. C'est cela qui est contre la nature et qui est injuste

5. C : *qu'on*.

6. Mot laissé en blanc dans C.

aymer. Cela se fait sans que l'on y pense ; l'esprit s'y porte de soy mesme ; la nature le veut ; elle le commande. Il faut pourtant avouër que c'est une miserable suitte de la nature humaine, et que l'on seroit plus heureux si l'on n'estoit point obligé de changer de pensée ; mais il n'y a point de remede [1].

Le plaisir d'aymer sans l'oser dire a ses [2] epines ; mais aussy il a ses douceurs. Dans quel transport n'est-on point de former touttes ses actions dans la veuë de plaire à une personne que l'on estime infiniment ? L'on s'estudie tous les jours pour trouver les moyens de se descouvrir, et l'on y employe autant de temps que si l'on devoit entretenir celle que l'on ayme. Les yeux s'allument et s'esteignent dans un mesme moment ; et quoy que l'on ne voye pas manifestement que celle qui cause tout ce desordre y prenne garde, l'on a neantmoins la satisfaction de sentir [3] tous ces remuements pour une personne qui le merite si bien. L'on voudroit avoir [4] cent langues

---

1. Cette impossibilité de penser constamment à une même chose, la mobilité nécessaire de l'âme humaine, ce sont des traits que Pascal n'oubliera pas plus tard lorsqu'il décrira la misère essentielle de l'homme. La Rochefoucauld a, dans une réflexion subtile, essayé de montrer comment inconstance et constance se trouvent unies dans le cœur de l'homme : « La constance en amour est une inconstance perpétuelle, qui fait que notre cœur s'attache successivement à toutes les qualités de la personne que nous aimons, donnant tantôt la préférence à l'une, tantôt à l'autre : de sorte que cette constance n'est qu'une inconstance arrêtée et renfermée dans un même sujet. »

2. C : *peines*.

3. G : omet *tous*.

4. G : omet *cent*.

pour [1] se faire connoistre ; car comme l'on ne peut pas se servir de la parolle, l'on est obligé de se reduire à l'eloquence d'action.

Jusques là on a tousjours de la joye, et l'on est dans une assez grande occupation. Ainsy l'on est heureux ; car le secret d'entretenir tousjours une passion, c'est de ne pas laisser naistre aucun vuide dans l'esprit, en obligeant de s'appliquer sans cesse à ce qui le touche si agreablement. Mais quand il est dans l'estat que je viens de descrire, il n'y peut pas durer long temps, à cause qu'estant seul acteur dans une passion où il en faut necessairement deux, il est difficile qu'il n'espuise bientost tous les mouvemens dont il est agité.

Quoy que ce soit une mesme passion, il faut de la nouveauté ; l'esprit s'y plaist, et qui sçayt [2] la procurer sçayt se faire aymer.

Aprez avoir fait ce chemin, cette plenitude quelquesfois diminuë, et ne recevant point de secours du costé de la source, l'on decline miserablement, et les passions ennemies se saisissent d'un cœur qu'elles dechirent en mille morceaux. Neantmoins un rayon d'esperance, si bas que l'on soit, releve aussy haut [3] que l'on estoit auparavant. C'est quelques fois un jeu auquel les dames se plaisent ; mais quelques fois en faisant semblant d'avoir compassion, elles l'ont tout de bon. Que l'on est heureux quand cela arrive !

---

1. C : *le*.
2. C : *se*.
3. C : *qu'on*.

Un amour ferme et solide commence tousjours par l'eloquence d'action ; les yeux y ont la meilleure part. Neantmoins il faut deviner, mais bien deviner.

Quand deux personnes sont de mesme sentiment, ils ne devinent point, ou du moins il y en a une qui[1] devine ce que veut dire l'autre sans que cet autre l'entende ou qu'il ose l'entendre.

Quand nous aymons, nous paroissons à nous mesmes tout autres que nous n'estions auparavant. Ainsi nous nous imaginons que tout le monde s'en aperceoit ; cependant il n'y a rien de si faux. Mais parce que la raison a sa veuë bornée par la passion, l'on ne peut s'asseurer, et l'on est tousjours dans la defiance.

Quand l'on ayme, on se persuade que l'on decouvriroit la passion d'un autre : ainsy l'on a peur.

Tant plus le chemin est long dans l'amour, tant plus un esprit delicat sent de plaisir[2].

Il y a de certains esprits à qui il faut donner long temps des esperances, et ce sont les delicats. Il y en a d'autres qui ne peuvent pas resister longtemps aux difficultez, et ce sont les plus grossiers. Les premiers ayment plus long temps et avec plus d'agrement ; les autres ayment plus vite, avec plus de liberté, et finissent bien tost.

---

1. G : *entend*.

2. Cette réflexion pourrait être l'épigraphe des interminables romans du temps, comme ceux de Mlle de Scudéry, et elle en explique le succès.

Le premier effect de l'amour c'est d'inspirer un grand respect ; l'on a de la veneration pour ce que l'on ayme. Il est bien juste : on ne reconnoist rien au monde de grand comme cela.

Les autheurs ne nous peuvent pas bien dire les mouvemens de l'amour de leurs[1] heros : il faudroit qu'ils fussent heros eux mesmes.

L'egarement à aymer en[2] divers endroits est aussy monstrueux que l'injustice dans l'esprit.

En amour un silence vaut mieux qu'un langage. Il est bon d'estre interdit ; il y a une eloquence de silence qui penetre plus que la langue ne[3] sçauroit faire. Qu'un amant persuade bien sa maistresse quand il est interdit, et que d'ailleurs il a de l'esprit ! Quelque vivacité que l'on aye, il est[4] des rencontres où il est bon qu'elle s'eteigne. Tout cela se passe sans regle et sans reflection : et quand l'esprit le fait, il n'y pensoit pas auparavant. C'est par necessité que cela arrive.

L'on adore souvent ce qui ne croit pas estre adoré, et[5] on ne laisse pas de luy garder une fidelité inviolable, quoy qu'il n'en sache rien. Mais il faut que l'amour soit bien fin et bien pur.

Nous connoissons l'esprit des hommes, et par consequent leurs passions, par la comparaison que nous faisons de nous mesmes avec les autres.

---

1. G omet ces mots : *heros ; il faudroit qu'ils fussent...*
2. G : *plusieurs.*
3. G : *pourroit.*
4. C : *bon dans certaines rencontres.* .
5. C : *l'on.*

Je suis de l'advis de celuy qui disoit que dans l'amour on oublioit sa fortune, ses parents et ses amis : les grandes amitiez[1] vont jusques là. Ce qui fait que l'on va si loin dans l'amour, c'est[2] qu'on ne songe pas que l'on[3] aura besoin d'autre chose que de ce que l'on ayme : l'esprit est plain ; il n'y a plus de place pour le soin ny pour l'inquietude. La passion ne peut pas[4] estre belle sans cet excez ; de là vient qu'on ne se soucie[5] pas de ce que dit le monde que l'on sçayt desja ne devoir pas condamner nostre conduitte, puisqu'elle vient de la raison. Il y a une plenitude de passion, il ne peut pas y avoir un commencement de reflection.

Ce n'est point un effect de la coutume, c'est une obligation de la nature, que les hommes fassent les avances pour gagner l'amitié[6] d'une dame.

Cet oubly que cause l'amour, et cet attachement à ce que l'on ayme, fait naistre des qualitez que l'on n'avoit point auparavant. L'on devient magnifique, sans jamais l'avoir esté[7]. Un avaricieux mesme, qui

1. M. Huguet (*Petit Glossaire des Écrivains français du dix-septième siècle,* 1907, p. 13) rappelle la remarque du *Dictionnaire de l'Académie* : « *Amitié* quelquefois se dit pour *amour* », et cite ce passage à l'appui. On lira avec intérêt la petite dissertation que M. Faguet a écrite sur ce passage dans la *Revue latine* du 25 décembre 1907, p. 732-736. Voir aussi la réponse de M. Giraud (*ibid.*, 25 janvier 1908, p. 61-64).
2. C : *qu'on.*
3. C : *aura.*
4. C donne simplement ces mots : *estre sans excez.*
5. C : *plus.*
6. C : *des dames.*
7. C : *sans l'avoir jamais esté.*

ayme, devient liberal ; et il ne se souvient pas d'avoir jamais eu une habitude opposée. L'on en voit la raison en considerant qu'il y a des passions qui resserrent l'ame et qui la rendent immobile, et qu'il y en a qui l'agrandissent et la font repandre au dehors.

L'on a osté mal à propos le nom de raison à l'amour, et on les a opposez sans un bon fondement, car l'amour et la raison n'est[1] qu'une mesme chose. C'est une precipitation de pensées qui se porte d'un costé sans bien examiner tout, mais c'est tousjours une raison, et l'on ne doit et on ne peut [2] souhaitter que ce soit autrement, car nous serions des machines tres desagreables[2]. N'excluons donc point la raison de l'amour, puisqu'elle en est inseparable.

Les Poettes n'ont donc pas eu raison de nous depeindre l'amour comme un aveugle ; il faut luy oster son bandeau, et luy rendre desormais la jouïssance de ses yeux.

Les ames propres à l'amour demandent une vie d'action qui eclatte en evenements nouveaux. Comme le dedans est mouvement, il faut aussy que le dehors le soit, et cette maniere de vivre est un merveilleux acheminement à la passion. C'est de là que ceux de la cour sont mieux receus dans l'amour que ceux de la ville, par ce que les uns sont tout de feu, et que les autres menent une vie dont l'uniformité n'a rien

1. G : *que la mesme chose.*
2. C : *pas souhaitter.*

qui frappe : la vie de tempeste surprend, frappe et penetre[1].

Il semble que l'on aye toute une autre ame quand [2]l'on ayme que quand on n'ayme pas ; on s'eleve par cette passion, et on devient tout[3] grandeur ; il faut donc que le reste aye proportion ; autrement cela ne convient pas, et partant cela est desagreable.

L'agreable et le beau n'est que la mesme chose, tout le monde en a l'idée[4]. C'est d'une beauté morale que j'entends parler, qui consiste dans les paroles et dans les actions[5] de dehors. L'on a bien une regle pour devenir agreable ; cependant la disposition du corps y est necessaire ; mais elle ne se peut acquerir.

Les hommes ont pris plaisir à se former une idée[6] [*de l'agreable*] si eslevée, que personne n'y peut atteindre. Jugeons en mieux, et disons que ce n'est

---

1. « L'amour est comme le feu ; plus il s'agite, plus il brûle » proverbe de Publius Syrus que La Rochefoucauld reprend sous cette forme : « L'amour, aussi bien que le feu, ne peut subsister sans un mouvement continuel. » — Il est inutile de souligner l'allusion à cette période singulière de la Fronde qui ne fut qu'un long tissu d'intrigues inséparablement « galantes » et politiques.

2. C : *on*.

3. C : *toutte*.

4. Pascal se réfère peut-être à la définition de Descartes (*Les Passions de l'Ame,* Partie II, article LXXXV), où sont distinguées « deux especes d'amour, à sçavoir celle qu'on a pour les choses bonnes et celle qu'on a pour les belles, à laquelle on peut donner le nom d'agrement... ». Comme le remarque également M. Michaut, on trouvera dans La Rochefoucauld et dans La Bruyère une distinction de l'agrément et de la beauté (Voir Max. 240, et *Des Femmes,* 11).

5. C : *du*.

6. C : *desagreable*. — G : *d'agreable*.

pas le naturel, avec une facilité et une vivacité d'esprit qui surprenne. Dans l'amour ces deux qualitez sont necessaires : il ne faut rien de[1] forcé, et cependant il ne faut point de lenteur. L'habitude donne le reste.

Le respect et l'amour doivent estre si bien proportionnez qu'ils se soustiennent sans que ce respect etouffe l'amour.

Les grandes ames ne sont pas celles qui ayment le plus souvent, c'est d'un amour violent que je parle : il faut une inondation de passion pour les ebranler et pour les remplir. Mais quand elles commencent à aymer, elles ayment beaucoup mieux.

L'on dit qu'il y a des nations plus amoureuses les unes que les autres ; ce n'est pas bien parler, ou du moins cela n'est pas vray en [2] tout sens. L'amour ne consistant que dans un attachement de[3] pensée, il est certain qu'il doit estre le mesme par toute la terre. Il est vray que, se[4] terminant autre part que dans la pensée, le climat peut ajouter quelque chose, mais ce n'est que dans le corps.

Il est de l'amour comme du bon sens : comme l'on croit avoir autant d'esprit qu'un autre[5], on croit aussy aymer de mesme. Neantmoins quand[6] on a

---

1. C: *force* et cependant il ne faut *rien.*
2. C : *tous sens.*
3. G : *pensées.*
4. C : *determinant.*
5. Allusion au début du Discours de la Méthode : « Le bon sens est la chose du monde la mieux partagée. »
6. C: *on.*

plus de veuë, l'on ayme jusques aux moindres choses, ce qui n'est pas possible aux autres; il faut estre bien fin pour remarquer cette difference.

L'on ne peut presque faire semblant d'aymer que l'on ne soit bien prest d'estre amant, ou du moins que l'on n'ayme en quelque endroit ; car il faut avoir l'esprit et les pensées de l'amour pour ce semblant, et le moyen [1] d'en bien parler sans cela? La verité des passions ne se desguise pas si aysement que les veritez serieuses. Il faut du feu, de l'activité et un [2] jeu d'esprit naturel et prompt pour la premiere : les autres se cachent avec la lenteur et la soupplesse, ce qu'il est plus aysé de faire.

Quand on est loing de ce que l'on ayme, l'on prend la resolution de faire et de dire beaucoup de choses ; mais quand on est prest, [3] l'on est irresolu ; d'où vient cela? c'est que quand [4] l'on est loing la raison n'est pas si ebranlée, mais elle l'est estrangement [5] à la presence de l'object ; or, pour la resolution il faut de la fermeté, qui est ruynee par l'ebranlement.

Dans l'amour on n'oze hazarder parce que l'on craint de tout perdre ; il faut pourtant avancer, mais qui peut dire jusques où? L'on tremble tousjours jusques à ce que l'on aye trouvé ce point [6]. La pru-

---

1. C : *de bien parler.*
2. C : *jeu.*
3. C : *on.*
4. C : *on.*
5. C : *en.*
6. Voir les fragments que nous avons groupés dans notre édition des *Pensées* à la Section VII, 381-383.

dence ne fait rien pour s'y maintenir quand on l'a trouvé.

Il n'y a rien de si embarrassant que d'estre amant et de voir quelque chose en sa faveur sans l'oser croire : l'on est egalement combattu de l'esperance et de la crainte. Mais enfin, la derniere devient victorieuse de l'autre.

Quand on ayme fortement, c'est toujours une nouveauté[1] de voir la personne aymée ; aprez un moment d'absence, on la trouve de manque dans son cœur. Quelle joye de la retrouver ! l'on sent aussy tost une cessation d'inquietudes. Il faut pourtant que cet amour soit desjà bien avancé ; car quand il est naissant et que l'on n'a fait aucun progrez ; l'on sent bien une cessation d'inquietudes, mais il en survient d'autres.

Quoy que les maux succedent ainsy les uns aux autres. on ne laisse pas de souhaitter la presence de sa maistresse par l'esperance de moins souffrir ; cependant quand on la voit, on croit souffrir plus qu'auparavant. Les maux passez ne frappent plus, les presents touchent, et [3]c'est sur ce qui touche que l'on juge. Un amant dans cet estat n'est-il pas digne de compassion ?

---

1. G : de voir la personne aimée aprez un moment d'absence, on la trouve.

2. C : *se succedent.*

3. C : omet *c'est.*

APPENDICE

Tiré de l'Édition des Œuvres de Pascal par l'abbé Bossut, 1779, t. III, pp. 525-526 [1].

Avertissement sur les vers suivants.

On voit par plusieurs Pensées de Pascal, qu'il avoit peu de gout pour la Poésie. Cependant il y a au Château de Fontenay-le-Comte deux Tableaux derriere lesquels sont les Vers suivants, qu'on assure par tradition estre escrits de sa main même. C'est ce que j'ai appris immédiatement d'un homme très digne de foi, qui les a vus. Je n'ai pas été à portée de vérifier par moi-même si la tradition dont il s'agit est fondée : je le suis encore moins de prononcer si Pascal est réellement l'Auteur de ces Vers ; mais je crois devoir les insérer ici, pour compléter, autant qu'il est possible, la présente édition.

Vers écrits derrière le premier tableau.

Les plaisirs innocents ont choisi pour asyle
Ce palais, où l'art semble épuiser son pouvoir :
Si l'œil de tous côtés est charmé de le voir,
Le cœur à l'habiter goûte un bonheur tranquille.

---

1. Ces vers avaient été publiés par Condorcet, dans une *Addition* à son édition des *Pensées* (Londres, 1776, p. 505), précédés de ces mots : « Me du *** donnoit un azile dans son château de Fontenai-le-Comte, au Port-Royal fugitif et persécuté par les Jésuites, on a trouvé, dans ce château, deux tableaux derrière lesquels étaient les vers suivants de la main même de Pascal... » Nous reproduisons de préférence l'*avertissement* de Bossut, bien qu'il ait été publié postérieurement parce que nous croyons qu'en fait Condorcet a travaillé sur les matériaux fournis par l'abbé Bossut.

On y voit dans mille canaux
Folâtrer de jeunes Naïades :
Les Dieux de la terre et des eaux
Y choisissent leurs promenades ;
Mais les Maîtres de ces beaux lieux
Nous y font oublier, et la terre, et les cieux.

Vers écrits derrière le second tableau.

De ces beaux lieux, jeune et charmante Hôtesse,
Votre crayon m'a tracé le dessein :
J'aurois voulu suivre de votre main
La grâce et la délicatesse.
Mais pourquoi n'ai-je pu, peignant ces Dieux dans l'air .
Pour rendre plus brillante une aimable Déesse,
Lui donner vos traits et votre air ?

1. « Allusion à quelques figures peintes dans le ciel du Tableau. » *Note de l'édition Bossut.*

LIII

TRAITEZ

DE

L'EQUILIBRE DES LIQUEURS

ET DE

LA PESANTEUR DE LA MASSE DE L'AIR

CONTENANT L'EXPLICATION DES CAUSES DE DIVERS EFFETS DE LA NATURE QUI N'AVOIENT POINT ESTÉ BIEN CONNUS JUSQUES ICI ET PARTICULIEREMENT DE CEUX QUE L'ON AVOIT ATTRIBUEZ A L'HORREUR DU VUIDE

par Monsieur PASCAL

A Paris chez Guillaume Desprez. rue S. Jacques, à l'image S. Prosper

M. DC. LXIII.

Avec privilege du Roy.

Date probable de l'achèvement : 1654.

INTRODUCTION

Les deux traités : *de l'Equilibre des Liqueurs* et *la pesanteur de la Masse de l'air* ont paru pour la première fois en 1663, au lendemain de la mort de Pascal. C'est d'après cette édition posthume, réimprimée en 1664 et en 1698, que nous en donnons le texte. Nous les rapportons, suivant notre plan de publication, à la date où ils nous paraissent avoir été composés : en 1654. Au cours de l'année 1654, en effet, Pascal, s'adressant aux « membres de l'Académie parisienne », leur annonce la prochaine impression de son ouvrage sur le vide [1]. D'autre part, si les deux *Traités* publiés en 1663 sont destinés à remplacer un premier *Traité sur le vide*, qui aurait été rédigé au moins en grande partie [2], aucun indice ne permet de supposer que Pascal, après l'année 1654, soit jamais revenu aux questions de physique qui l'avaient préoccupé jusque-là. En l'état des choses, 1654 est donc la date extrême que nous ne pouvons dépasser.

Mais les traités que Pascal se proposait de livrer aux presses en 1654 n'étaient-ils pas déjà vieux de deux ou trois ans ? La *Préface* de l'édition posthume semble formelle sur ce point : « Encore, est-il dit à la page 3, que ces deux traitez fussent tout prests à imprimer il y a plus de douze ans, comme le sçavent plusieurs personnes qui les ont veus dés ce temps là [3]. » Les *Traités* seraient donc de 1651. Mais il semble qu'il y ait confusion à cet égard. Si l'on se reporte en effet à la fin de la lettre à M. de Ribeyre, qui est du 12 juillet 1651, on voit que Pascal achève un traité sur le vide ; « je l'ay, dit-il, desjà

1. *Vide infra*, p. 308.
2. *Vide supra*, t. II, p. 513 sqq.
3. *Vide infra*, p. 268.

communiqué à plusieurs de nos amis[1] ». Or, ce traité contenait une longue partie historique, que nous ne retrouvons plus dans ceux que nous avons. Les observations météorologiques que Pascal a poursuivies pendant les années 1650 et 1651 devaient s'y retrouver aussi, puisqu'elles nous ont été conservées avec l'indication de la place qu'elles devaient prendre dans les cadres d'une division par livres, chapitres et sections[2]. Le Traité de 1651 devait donc être celui qui, d'après la *Préface* de 1663, « a esté perdu ou plûtost, ajoute la *Préface,* comme il [*Pascal*] aimoit fort la brieveté, il l'a reduit luy mesme en ces deux petits Traitez que l'on donne maintenant[3]. »

Cette réduction correspond, si nous ne nous trompons, à un renversement complet dans l'ordre des idées exposées. Les expériences sur l'ascension de l'eau dans le corps de pompe et dans le tube de Toricelli, au lieu d'être des points de départ pour la recherche des hypothèses, deviennent des conséquences de principes généraux, et les principes généraux sont appliqués à l'équilibre des liquides avant d'être étendus aux effets de la pression atmosphérique. La méthode de Pascal, qui promettait d'abord d'être historique et analytique, apparaît finalement comme logique et synthétique.

Sans doute la liaison de la pneumatique et de l'hydraulique, qui domine l'œuvre de Pascal, n'a rien d'inattendu. Elle s'imposait à lui dès le moment où il lisait et méditait les lettres de Toricelli à Ricci ; [4] nous en avons trouvé la notion la plus nette dans les conférences publiques de Roberval[5] ; le récit de l'Expérience du Puy-de-Dôme, qui mettait en évidence l'action de la pression atmosphérique, est intitulé

1. *Vide supra,* t. II, p. 495.
2. *Vide supra,* t. II, p. 146.
3. *Vide infra,* p. 277.
4. Voir la lettre du 15 novembre 1647, t. II, p. 154.
5. Voir en particulier le texte de Pierius, t. II, p. 290.

Récit de la grande Expérience de l'Equilibre des Liqueurs. Toutefois, il semble bien que Pascal ne soit arrivé que par degrés à tirer parti de cette généralisation pour bouleverser l'ordre de sa démonstration, et pour étendre le cadre de ses recherches aux phénomènes de l'hydrostatique. L'allusion que contient la *Muse historique* de Loret pourrait sans doute être précisée dans ce sens. Dans les premiers mois de 1652, Pascal se serait occupé d'expériences sur les liquides[1]. D'autre part il n'est pas défendu de penser que le changement dans la manière de l'écrivain correspondrait aux influences nouvelles qui se sont exercées sur lui après la mort de son père. L'honnête homme de la génération précédente, au milieu de laquelle a vécu Pascal, se caractérise par son attachement au droit, mais aussi par la susceptibilité avec laquelle il va au-devant de toute allusion blessante ou offensante, par l'ardeur avec laquelle il entreprend et soutient la lutte pour la défense de ce qui lui est dû[2]. L'honnête homme de la génération nouvelle se distingue au contraire par l'application qu'il met à se détacher de ce que nous appellerions aujourd'hui le *moi* social, à se placer au-dessus de toute vanité de métier, à prévenir et à effacer tout ce qui, aux yeux du monde et à ses propres yeux, laisserait paraître la trace du « pli professionnel » Au Pascal de la lettre à M. de Ribeyre, qui s'efforce d'établir « exactement et separement ce qui est de l'invention de Galilée, ce qui est de celle du grand Toricelli, et ce qui est de la [*sienne*] » s'oppose le Pascal de la « période mondaine », pour qui la concision du style, l'impersonnalité de l'œuvre sont des signes d'élégance morale. Il a peut-être appris du chevalier de Méré à écrire un *Traité* de physique sur le modèle des *Commentaires* de César.

C'est donc ce nouveau *Traité* que Pascal était à la veille d'imprimer en 1654, comme il était à la veille d'imprimer

1. *Vide supra*, p. 24.
2. *Vide supra*, t. II, p. 62.

l'ancien en 1651. Si la *Préface* de 1663 n'a pas tout à fait dissipé l'équivoque sur ce point, ce n'est peut-être pas sans dessein. Dans la *Vie de Pascal* que Mme Perier écrit sitôt après la mort de son frère, comme dans la *Préface* des *Traités,* qui paraît avoir été rédigée un peu plus tard par M. Perier, la date de la « conversion définitive » est donnée avec un certain vague, et de façon à permettre de réduire autant que possible la période du désaccord aigu entre Blaise et Jacqueline : « Il avoit trente ans quand il resolut de quitter ces nouveaux engagements qu'il avoit dans le monde. » La rédaction imprimée insiste encore : « Il avoit pour lors environ trente ans, écrit Mme Perier, et il estoit toujours infirme ; et c'est depuis ce temps-là qu'il a embrassé la manière de vivre où il a esté jusques à la mort[1]. » M. Perier va même plus loin : « Il avoit neanmoins tellement connu depuis plus de dix ans avant sa mort la vanité et le neant de toutes ces sortes de connoissances, et il en avoit conçeu un tel dégoust qu'il avoit peine à souffrir que des personnes d'esprit s'y occupassent et en parlassent serieusement[2]. » Pascal aurait donc renoncé aux recherches scientifiques en 1652 au plus tard. C'est cette transposition de date qui conduit Perier à faire remonter à « plus de douze ans » l'achèvement des Traités qu'il publia en 1663.

Dans la mesure donc où nous sommes ici fondés à rectifier le témoignage de la *Préface* de l'édition posthume, c'est de 1651 à 1654 que se serait développé le mouvement de pensée d'où sont sortis les deux *Traités de l'Equilibre des liqueurs* et *de la Pesanteur de la masse de l'Air.*

Ce mouvement de pensée continue celui que nous avons eu l'occasion de décrire, à travers les documents qui nous restent, entre l'expérience de Rouen, exécutée par Petit en octobre 1646, et l'expérience faite par Perier en septembre 1648. L'air

1. *Vide supra,* t. I, p. 65 et n. 1.
2. *Vide infra,* p. 267.

est pesant; il n'y a pas d'autre cause à faire intervenir pour l'explication des phénomènes que la pesanteur de la masse de l'air. L'équilibre entre une masse gazeuse et une colonne liquide n'est qu'un cas particulier de l'équilibre que l'on observe entre deux colonnes liquides dans des vases qui communiquent : ou, si l'on préfère, l'équilibre des fluides gazeux, que l' « insensibilité » des gaz rend si difficile à imaginer, est exactement analogue à l'équilibre des fluides liquides dont il est bien plus facile de saisir et de mesurer les conditions[1]. De là l'idée originale de Pascal : faire du *Traité de la pesanteur de la masse de l'air,* où seront rapportées les premières expériences sur le vide et résolues les controverses théoriques qu'elles ont soulevées, le corollaire du *Traité de l'équilibre des liqueurs,* où sont décrits et expliqués les phénomènes fondamentaux de l'hydrostatique.

Les ressources que Pascal trouvait devant lui pour l'étude de l'hydrostatique, nous les connaissons de la façon la plus précise par l'encyclopédie physico-mathématique dont Mersenne s'était fait l'éditeur. Tout d'abord, dans l'*Universæ geometriæ mixtæque mathematicæ synopsis* (1644), Mersenne avait reproduit à nouveau les propositions du traité d'Archimède περὶ τῶν ὀχουμενῶν, *hoc de insidentibus in humido.* D'autre part, dans les *Cogitata physico-mathematica,* qui paraissent la même année, il fait la plus grande place à l'étude des phénomènes hydrauliques, mettant à contribution Galilée, dont il fait en passant l'éloge funèbre [2], et Stevin dont il reproduit les définitions et les théorèmes : « Jam vero, dit-il en terminant la courte introduction à l'*Ars navigandi hydrostaticæ liber primus,* quæ vel Stevinus vel observationes nostræ docuerint, consideremus [3]. » A Stevin il empruntait les lois de la pression exercée par le liquide sur le fond des vases, avec le paradoxe hydrostatique qui en est la conséquence. Il y ajoutait,

1. Voir la page de Cournot, citée dans notre *Introduction,* t. I, p. XXII.
2. Voir p. 193.
3. Voir p. 225.

inspiré par les considérations qu'il avait trouvées dans les ouvrages de Galilée[1], la loi de la transmission de la pression à travers l'étendue d'une masse liquide, le principe de la presse hydraulique qui en est la conséquence[2]. « N'est-il pas certain », écrit M. Duhem, qui a jeté sur les origines de la pensée de Pascal une lumière définitive, et que nous suivons de très près dans toute cette étude préliminaire, « que ce principe de la presse hydraulique, connu sous le nom de *principe de Pascal,* pourrait plus justement se nommer *principe de Mersenne*[3] ? »

Mais cette lecture ne pouvait suffire à Pascal ; l'œuvre du Père Mersenne ne paraissait pas suffisamment coordonnée pour le dispenser de s'informer de plus près. Dans le recueil même où il publie les principes de Stevin, n'arrive-t-il pas que Mersenne se demande pourquoi un homme plongé dans l'eau ne sent pas le poids du milieu liquide, et qu'il repousse expressément la solution de Stevin, pour revenir à la conception traditionnelle des éléments qui ne pèsent pas dans eux-mêmes[4] ?

A travers Mersenne, l'hydrostatique de Pascal se rattache donc à l'œuvre de Stevin, comme l'avait remarqué Thurot en 1869[5]. L'œuvre de Stevin continue directement celle d'Archimède, qui n'était connue d'ailleurs que depuis les travaux de Tartaglia (1543), de Curtius Trojanus et de Commandin (1565). Stevin explique les solutions d'Archimède relatives aux corps plongés dans l'eau par la pression que dans un liquide les couches supérieures exercent sur les couches inférieures. Il indique avec exactitude la règle pour calculer cette pression, en tenant compte, non du poids absolu

---

1. *Vide infra*, p. 163, n. 1.
2. *Vide infra*, p. 158, n. 1.
3. *Revue générale des Sciences pures et appliquées,* 15 juillet 1905. *Le Principe de Pascal, Essai historique*, p. 602[a].
4. *Phænomena hydraulica,* prop. XLIX, p. 204. *Vide infra,* p. 191, n. 1.
5. Cf. Thurot, *Recherches sur le principe d'Archimède,* Revue Archéologique, juillet 1869, p. 16.

du liquide, mais de la base et de la hauteur d'un cylindre idéal. Il en développe amplement les conséquences avec le double souci de la déduction rationnelle (livre IV) et de la vérification expérimentale (livre V). Ajoutons que les œuvres de Stevin, publiées tout d'abord en flamand (1586), puis en latin par Snell (1609), avaient trouvé un traducteur et commentateur français, Albert Girard, et que les *Œuvres mathématiques,* parues en 1634 à Leyde, devaient naturellement, par la richesse du contenu et par la rigueur de la méthode, attirer l'attention de Pascal.

Nous savons, d'autre part, quelles relations étroites le P. Mersenne, et par lui le groupe des savants parisiens, entretenaient avec les représentants, alors si actifs et si brillants, de la science italienne. Dans le traité de l'*Harmonie universelle,* dont une partie est dédiée à Etienne Pascal[1], Mersenne renvoie, comme le fait remarquer M. Duhem[2], aux *Mécaniques* de Jean Benoist. Or le traité *de Mechanicis* forme une section (p. 141-167) du Recueil que Benedetti publiait en 1585 à Turin, sous ce titre : *Io. Baptistæ Benedicti Patritii Veneti philosophi Diversarum speculationum Mathematicarum et Physicarum Liber.* A la page 287 de ce même recueil, une lettre à Jean-Paul Capra, intitulée : *de Machina, quæ impellit et sublevat,* a pour objet d'expliquer pourquoi « dans une fontaine le corps de pompe où pénètre le piston qui chasse l'eau ne doit pas avoir un diamètre plus grand que celui du tuyau par où l'eau doit monter. » Benedetti montre comment l'équilibre s'établit dans les deux vases communicants, non pas entre poids égaux absolument, mais entre poids proportionnels à l'étendue de la surface sur laquelle leur action s'exerce. En signalant l'originalité de cette lettre, M. Vailati demandait si elle était venue à la connaissance de Pascal et de Stevin[3] ; il sem-

---

1. *Vide supra,* t. I, p. 173.
2. Art. cité, p. 605a.
3. *Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi,* note à l'Académie royale des Sciences de Turin. 8° Torino, 1898, p. 11, note.

ble bien que par l'intermédiaire de Mersenne on puisse, pour Pascal, répondre affirmativement.

Ce n'est pas tout : il restait à fonder sur une théorie de mécanique la loi de cet équilibre. Or ceci avait été fait, dit encore M. Duhem[1], dans un ouvrage auquel les *Cogitata physico-mathematica* renvoyaient Pascal : *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'Acqua, o che in quella si muovono,* publié en 1612 à Florence, par Galilée, et dédié au grand duc Cosme II. Galilée reprend l'exemple des vases communicants d'inégal diamètre ; il explique l'équilibre qui s'établit entre les deux colonnes de poids inégal par une compensation entre le *moment* de la vitesse du mouvement dans un mobile et le *moment* de la gravité de l'autre. L'ascension très rapide de la petite quantité d'eau dans le tuyau du plus petit calibre résiste à la très lente descente de la grande quantité d'eau. « Il arrive donc en cette opération la même chose exactement que dans la balance romaine, où un poids de 2 livres en contrepèse un autre de 200 toutes les fois que dans le même temps le premier doit se mouvoir à travers un espace cent fois plus grand que le second ; ce qui arrive quand un bras de la balance est cent fois plus long que l'autre[2]. »

Ces considérations de Galilée reportaient la question sur le terrain de la mécanique générale qui était familier à Pascal depuis sa première enfance. Les problèmes de « mathématique mixte » étaient de ceux qui étaient le plus souvent agités dans les conférences scientifiques auxquelles il assistait aux côtés de son père ; peut-être est-ce en sa présence qu'avait été concertée, entre Etienne Pascal et Roberval, la lettre à Fermat du 16 août 1636, sur la question de la pesanteur[3]. Il n'ignora rien des travaux et des controverses auxquels les principes de la mécanique donnèrent lieu. En 1636, Mersenne avait publié, en tête de l'*Harmonie universelle,* un court *Traité*

1. Art. cité, p. 606.
2. 2e édit., 8°, Florence 1612, p. 17.
3. *Vide supra,* t. I, p. 178.

de mécanique de Roberval, qui n'était encore qu'une introduction de principe aux *mécaniques* promises par le même auteur[1]. De son côté, dans deux rédactions successives — l'une envoyée à Constantin Huygens le 5 octobre 1637[2], dont les copies circulèrent en Hollande et que Mersenne fut autorisé à utiliser pour les *Cogitata physico-mathematica* de 1644[3] — l'autre écrite directement pour Mersenne le 13 juillet 1638[4], et complétée par des réponses aux objections de Mersenne[5], Descartes avait repris la théorie des machines simples en la ramenant à un principe unique. Enfin Pascal, nous le savons par ailleurs[6], avait été un des premiers lecteurs du Recueil des *Œuvres géométriques* de Torricelli, paru en 1644 à Florence, où l'équilibre entre deux corps était fondé sur la considération de leur centre de gravité commun.

Avec le principe de Torricelli l'œuvre de réduction analytique était, pour Pascal, achevée : « La dernière chose qu'on trouve en faisant un ouvrage, suivant un mot qu'on rapporte de lui, est de savoir celle qu'il faut mettre la première[7]. » Cette première chose, ce serait donc ce principe suivant lequel, *quand deux poids sont appliqués à un même mécanisme, la condition nécessaire et suffisante pour que celui-ci demeure en repos, c'est que parmi les déplacements que le mécanisme permet, il n'y en ait aucun qui fasse subir un abaissement au centre commun*

---

1. Cf. Duhem, *Origines de la Statique*, t. I, 1905, p. 313 sqq.
2. Explication des engins par l'ayde desquels on peut avec une petite force lever un fardeau fort pesant. *Œuvres*, éd. Adam et Tannery, t. I, p. 431.
3. Voir *Lettre du 2 février 1643*, t. III, p. 613-614.
4. Examen de la question, sçavoir si un corps pese plus ou moins estant proche du centre de la terre qu'en estant esloigné. *Ibid.*, t. II, p. 224 sqq.
5. *Lettres du 12 septembre et du 15 novembre 1638*, t. II, p. 352 sqq. et p. 432 ; cf. Duhem, *Origines de la Statique*, t. I, p. 339 sqq.
6. *Vide supra*, t. II, p. 488.
7. *Pensées*, sect. I, fr. 19.

de tels poids[1]. Torricelli avait déjà appliqué son propre principe à « l'équilibre d'un poids sur un plan incliné » et il en avait tiré aussi la « loi d'équilibre du levier[2]. » Pascal étendait la méthode à la théorie de toutes les machines simples, il avait rédigé ainsi, à l'imitation de Roberval et de Descartes, et pour parfaire son œuvre, un petit *Traité de mécanique.* Ce traité n'a pas été retrouvé, ou il a été négligé, par les éditeurs de 1663 ; nous ne le connaissons que par les indications que Pascal lui-même donne dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs,* nous ne pouvons donc pas décider si cette introduction à l'usage des seuls géomètres était destinée à précéder ses deux Traités de physique. Mais la pensée de Pascal est claire ; il n'y a qu'une manière de considérer les corps ; un corps est un poids si l'on peut ainsi parler. Les gaz sont pesants et sont des fluides pesants, comme les liqueurs ; mais à leur tour les liquides n'ont pas une autre façon de peser que les solides ; ils pèsent dans eux-mêmes comme ils pèsent dans un milieu différent d'eux ; les lois de la pesanteur sont les mêmes dans quelque milieu que les corps soient plongés. La statique des solides, l'hydrostatique, la statique des gaz sont parties intégrantes d'une seule et même science, qui est capable de revêtir la forme d'une déduction rationnelle et d'envelopper le détail des expériences qui avaient paru d'abord les plus déconcertantes. L'unité et la simplicité de cette conception feraient facilement oublier quelle longue série d'obstacles il fallait avoir surmontée pour y atteindre, si l'on ne se rappelait le désordre et l'obscurité des faits et des raisonnements assemblés par Mersenne, le prédécesseur immédiat de Pascal.

Torricelli n'avait traité que « du mouvement des graves » ; Descartes ne s'était jamais arrêté à l'étude de l'hydrostatique,

---

1. Cf. Vailati, *Bulletino di bibliografia e storia della scienze mathematiche*, janv.-mars 1906. Duhem, art. cité, 608^{b} renvoie, en outre, au *De dimensione parabolæ hyperbolici problemata duo*, p. 14.

2. *Vide infra*, p. 165, n. 1.

faute peut-être, comme l'a rappelé Thurot, d'avoir suffisamment médité l'œuvre de Stevin[1]. Pascal, au contraire, se propose d'appliquer l'évidence et la rigueur de la mécanique moderne à l'équilibre des liqueurs. L'exemple avait été donné par Stevin ; mais Stevin s'était borné à la considération de la pression exercée par un cylindre de liquide, il n'avait pas dépassé le paradoxe hydrostatique. Pascal, en outre, est en possession des courtes indications données par Benedetti en 1585, par Galilée en 1612 ; il les féconde, non seulement par les principes auxquels il les rattache, mais aussi par les conséquences expérimentales qu'il en tire.

Contrairement à ce qui s'est produit pour les expériences sur le vide, nous n'avons aucun renseignement sur l'histoire des expériences relatives à l'équilibre des liqueurs. Pascal a renoncé, nous l'avons vu, à faire intervenir ce qui rappellerait dans une étude scientifique, soit la personnalité de l'auteur, soit la personnalité de ses prédécesseurs, et il est à présumer qu'il aurait, en publiant son ouvrage, expliqué cette abstention systématique. Mais la préface de 1663 est muette, peut-être encore une fois, parce que Gilberte Perier et son mari tenaient à ne pas réveiller le souvenir de la période qui s'était écoulée entre la rédaction du «grand Traité» en 1651 et la conversion de Pascal à la vie ascétique[2].

---

1. *Revue archéologique*, juillet 1869, p. 15.
2. Voir l'indétermination du passage qui précède vers la fin de la *Préface* le paragraphe : « Ce fut incontinent après ce temps là que des estudes plus serieuses, auxquelles Monsieur Pascal se donna tout entier, le dégousterent tellement des Mathematiques et de la Physique qu'il les abandonna absolument », *infra*, p. 278.

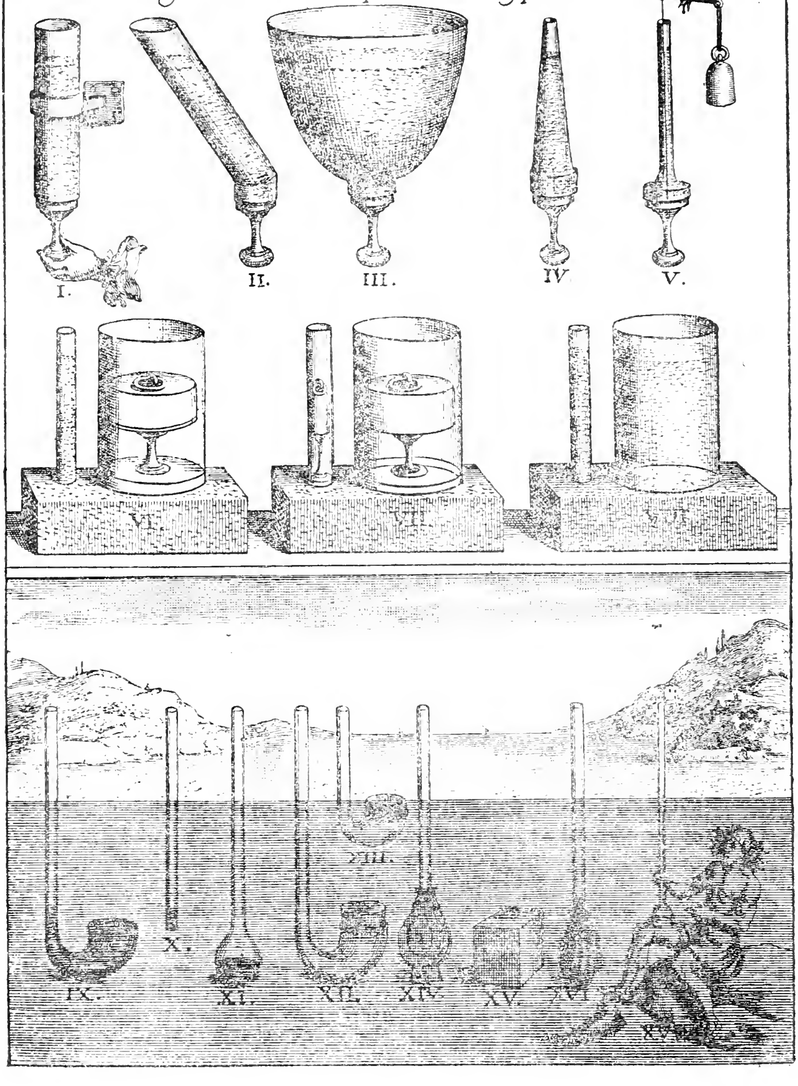
TRAITÉ DE L'ÉQUILIBRE DES LIQUEURS

Chapitre I. — *Que les liqueurs pesent suivant leur hauteur.*

Si l'on attache contre un mur plusieurs Vaisseaux, l'un tel que celuy de la premiere figure ; l'autre panché, comme en la seconde ; l'autre, fort large, comme en la troisiéme ; l'autre estroit, comme en la quatriéme ; l'autre qui ne soit qu'un petit tuyau qui aboutisse à un Vaisseau large par en bas, mais qui n'ait presque point de hauteur, comme en la cinquiéme Figure ; et qu'on les remplisse tous d'eau jusques à une mesme hauteur, et qu'on fasse à tous des ouvertures pareilles par en bas, lesquelles on bouche pour retenir l'eau ; l'experience fait voir qu'il faut une pareille force pour empescher tous ces tampons de sortir, quoy que l'eau soit en une quantité toute differente en tous ces differents Vaisseaux, parce qu'elle est à une pareille hauteur en tous : et la mesure de cette force est le poids de l'eau contenuë dans le premier Vaisseau, qui est uniforme en tout son corps ; car si cette eau pese cent livres, il faudra une force de cent livres pour soûtenir chacun des tampons, et mesme celuy du Vaisseau

1. Voir les figures sur le *fac-simile* des gravures de l'édition *princeps*.

Figures du Traité de l'Equilibre des Liqueurs.



cinquiéme, quand l'eau qui y est ne peseroit pas une once[1].

Pour l'éprouver exactement, il faut boucher l'ouverture du cinquiéme Vaisseau avec une piece de bois ronde, enveloppée d'étoupe comme le piston d'une Pompe, qui entre et coule dans cette ouverture avec tant de justesse, qu'il n'y tienne pas, et qu'il em-

1. Cf. dans les *Cogitata Metaphysica* du P. Mersenne (Paris, 1644) l'*Ars navigandi, hydrostaticæ liber primus,* prop. VIII : « Aquæ fundo horizontali parallelo tantum insidet pondus, quantum est aqueæ columnæ, cujus basis fundo, altitudo perpendiculari ab aquæ superficie summa ad imam demissæ æqualis sit... » et prop. IX : « Prædicta propositio videtur mirabilis, cum ex ea sequatur libram aquæ super fundum cujuscumque vasis, tantum, quantum mille libras, imo quantum Oceanum integrum, gravitate. Si enim Oceanus vase includatur, et aquæ libra vas impleat aliud, æquale fundum habens fundo vasis præcedentis, tubum vero circa basim affixum tam angustum, ut totum vas unicam aquæ libram capiat, cujus altitudo æqualis sit altitudini vasis Oceanum concludentis, aquæ libra, sui tubi fundum æque premet, ac suum Oceanus » (p. 227-228). Propositions empruntées à Stevin : *quatriesme livre de la Statique des Elemens hydrostatiques* : Theoreme VIII Proposition X : « Sur le fond de l'eau parallele a l'horizon repose un poids, egal à la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colonne, dont la base est le fond susdit ; et la hauteur, la perpendicle sur l'horizon, entre le fond et la fleur de l'eau » (Trad. Albert Girard, Leyde, 1634, p. 487). Au corollaire V sont figurés les vases de formes diverses, ayant même surface de fond (p. 488). Le cinquième livre de la Statique, commençant la Practique de l'Hydrostatique, a pour but de « declarer en effect » — car « plusieurs estymeroient cela estre contre nature — que le fond de l'eau illec EF n'est non plus chargé de beaucoup d'eau que de peu » (p. 498). « Notez, ajoute enfin Stevin, que l'eau d'un costé n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le grand Ocean de l'autre costé, [*contre les portes des escluses*] ; moyennant que les eaux soyent de mesme hauteur, ce qui, estant assez clair, sera obmis » (p. 500).

2. Comme l'a indiqué Thurot, *Recherches historiques sur le principe d'Archimède, Revue Archéologique,* juillet 1869, p. 19, Robert Boyle a fait observer qu'une pareille exactitude « though easily supposed by a Mathematician, will scarce be found obtainable from a

pesche neanmoins l'eau d'en sortir, et attacher un fil au milieu de ce Piston, que l'on passe dans ce petit tuyau, pour l'attacher à un bras de balance et pendre à l'autre bras un poids de cent livres : on verra un parfait Equilibre de ce poids de cent livres avec l'eau du petit tuyau qui pese une once ; et si peu qu'on diminuë de ces cent livres, le poids de l'eau fera baisser le Piston; et par consequent baisser le bras de la balance où il est attaché, et hausser celui où pend le poids d'un peu moins de cent livres.

Si cette eau vient à se glacer, et que la glace ne prenne pas au Vaisseau, comme en effet elle ne s'y attache pas d'ordinaire, il ne faudra à l'autre bras de

---

Tradesman. » D'où il conclut que les Expériences proposées par *Monsieur Paschall* sont plus ingénieuses que pratiques. *Hydrostatical paradoxes* (communication faite à la Royal Society en Mai 1664, publiée à Oxford, en 1666), p. 3. A ce sujet, il y a lieu de remarquer que l'inventeur de la machine arithmétique n'était nullement le théoricien que suppose ici Boyle. D'autre part, les expériences du *Traité de l'Equilibre des Liqueurs* paraissent avoir été refaites et contrôlées par Mariotte. Voir la *Préface* de la Hire au *Traité posthume du Mouvement des Eaux et des autres corps fluides*. Edit. des *Œuvres* de Mariotte, Leyde, 1717, p. 322 : « Ceux qui jusqu'à présent ont écrit des Hydrauliques, nous ont donné chacun en particulier des remarques très-curieuses sur la pesanteur, sur la vitesse et sur plusieurs autres proprietez des eaux. Le *Traité de l'Equilibre des Liqueurs* de M. Pascal est un des plus considérables, tant pour les belles découvertes qu'il a faites, que pour les proprietez singuliéres qu'il démontre d'une maniére si claire et si convaincante, que nous ne pouvons pas douter que ce grand Génie n'eût entièrement épuisé cette matière s'il avoit examiné toutes les parties qui la composent. Il y avoit plusieurs années que M. Mariotte s'appliquoit avec un soin extraordinaire à faire les expériences qui sont dans le Traité de M. Pascal, pour voir s'il n'auroit point négligé des circonstances particuliéres qui lui pussent donner lieu de remarquer quelque chose de nouveau. »

la balance qu'une once pour tenir le poids de la glace en Equilibre : mais si on approche du feu contre le Vaisseau, qui fasse fondre la glace, il faudra un poids de cent livres pour contrebalancer la pesanteur de cette glace fonduë en eau, quoy que nous ne la supposions que d'une once[1].

La mesme chose arriveroit quand ces ouvertures que l'on bouche seroient à costé, ou mesme en haut : et il en seroit mesme plus aisé de l'éprouver en cette sorte[2].

Figure VI. — Il faut avoir un Vaisseau clos de tous costez, et y faire deux ouvertures en haut, une fort-étroitte, l'autre plus large, et souder sur l'une et sur l'autre des tuyaux de la grosseur chacun de son ouverture ; et on verra que si on met un Piston au tuyau large, et qu'on verse de l'eau dans le tuyau menu, il faudra mettre sur le Piston un grand poids, pour empescher que le poids de l'eau du petit tuyau ne le pousse en haut ; de la mesme sorte que dans les premiers exemples, il falloit une force de cent livres

---

1. « Quod si aqua congeletur, non amplius habebit rationem celeritatis et motuum de quibus antea » (*Cogitata Metaphysica, loc. cit.*, prop. XIII, p. 229).

2. Mersenne, supposant un bâton pressant sur une couverture pour pénétrer dans l'Océan, ajoute : « Ille baculus æque premeret latera vasis, ac prædictus cylindrus [*c'est-à-dire qu'un cylindre de bois ayant même hauteur que le bâton et même base que le couvercle du vase où la mer est contenue*], quia in quovis foramine, tam in lateribus quam in fundo, et operculo, tanta vis esset necessaria, ad fluxum aquæ impediendum, quantum esset cylindri pondus. » *Artis navigandi* prop. XII, *loc. cit.*, p. 228.

pour empescher que le poids de l'eau ne les poussât en bas, parce que l'ouverture estoit en bas ; et si elle estoit à côté, il faudroit une pareille force pour empescher que le poids de l'eau ne repoussât le Piston vers ce costé.

Et quand le tuyau plein d'eau seroit cent fois plus large ou cent fois plus estroit, pourveu que l'eau y fût toûjours à la mesme hauteur, il faudroit toûjours un mesme poids pour contrepeser l'eau ; et si peu qu'on diminue le poids, l'eau baissera, et fera monter le poids diminué.

Regle de la force necessaire pour arrester l'eau[1]

Mais si on versoit de l'eau dans le tuyau à une hauteur double, il faudroit un poids double sur le Piston pour contrepeser l'eau ; et de mesme si on faisoit l'ouverture où est le Piston, double de ce qu'elle est, il faudroit doubler la force necessaire pour soûtenir le Piston double : d'où l'on voit que la force necessaire pour empescher l'eau de couler par une ouverture, est proportionnée à la hauteur de l'eau, et non pas à sa largeur ; et que la mesure de cette force est toûjours le poids de toute l'eau qui seroit contenuë dans une colonne de la hauteur de l'eau, et de la grosseur de l'ouverture[2].

Ce que j'ay dit de l'eau se doit entendre de toute autre sorte de Liqueurs.

---

2. Titre en marge dans l'édition de 1663.
1. Cf. Mersenne, *loc. cit.* prop. XI et prop. XII.

CHAPITRE II. — *Pourquoy les liqueurs pesent suivant leur hauteur.*

On voit, par tous ces exemples, qu'un petit filet d'eau tient un grand poids en Equilibre : il reste à montrer quelle est la cause de cette multiplication de force ; nous l'allons faire par l'experience qui suit.

Figure VII. — *Nouvelle sorte de Machine pour multiplier les forces.*

Si un Vaisseau plein d'eau, clos de toutes parts, a deux ouvertures, l'une centuple de l'autre : en mettant à chacune un Piston qui luy soit juste[1], un homme poussant le petit Piston égalera la force de cent hommes, qui pousseront celuy qui est cent fois plus large, et en surmontera quatre vingt dix neuf.

Et quelque proportion qu'ayent ces ouvertures, si les forces qu'on mettra sur les Pistons sont comme

---

1. M. Duhem (*ibid.*, p. 605) a retrouvé le prototype de cet exemple dans l'ouvrage de Giovanni-Battista Benedetti (*Diversarum speculationum liber*, Turin, 1585), à cette différence près que « Benedetti a substitué » seulement « un piston à une colonne d'eau de même poids, d'abord dans le tuyau étroit, puis dans le large corps de pompe ; s'il eût fait cette substitution en même temps dans les deux tuyaux, il eût été le véritable inventeur de la presse hydraulique. L'incidente de Pascal : *qui lui soit juste*, est peut-être même un souvenir direct de Benedetti : *dummodo illud corpus ita sit adæquatum concavitati fistulæ F quod non permittat transitum aliquem aquæ vel aeris inter convexum ipsius corporis, et devexum ipsius fistulæ* (p. 288).

les ouvertures, elle seront en Equilibre. D'où il paroist qu'un Vaisseau plein d'eau est un nouveau principe de Mechanique, et une machine nouvelle pour multiplier les forces à tel degré qu'on voudra, puis qu'un homme par ce moyen pourra enlever tel fardeau qu'on luy proposera.

Et l'on doit admirer qu'il se rencontre en cette Machine nouvelle cet ordre constant qui se trouve en toutes les anciennes ; sçavoir : le levier, le tour, la vis sans fin, etc., qui est, que le chemin est augmenté en mesme proportion que la force[1]. Car il est visible que, comme une de ces ouvertures est centuple de l'autre, si l'homme qui pousse le petit Piston, l'enfonçoit d'un poulce, il ne repousseroit l'autre que de la centiéme partie seulement[2] ; car comme cette impulsion se fait à cause de la continuité de l'eau[3] ;

---

1. Comme M. Duhem l'a fait remarquer, ce principe est implicitement appliqué par Galilée (*Les Méchaniques*, traduction de Mersenne, 1634, p. 57); il est explicitement dégagé par Descartes dans ses communications de 1637 à Constantin Huygens (*Œuvres*, t. I, p. 443) et de 1638 à Mersenne (*ibid.* II, p. 223). L'expression de *chemin* est employée par Galilée ; Descartes écrit *hauteur, vide infra*, p. 164. La notion de *force*, que Mersenne entendait encore au sens métaphysique de la scolastique, est parfaitement élucidée par Descartes dans sa lettre à Mersenne du 15 novembre 1638. *Œuvres*, t. II, p. 432, *apud* Duhem les *Origines de la Statique*, t. I, p. 339 sqq.

1. L'application du principe des vitesses virtuelles à l'équilibre d'un liquide contenu dans deux vases communicants, tel que Benedetti en avait défini la loi en 1585, avait été faite en 1612 par Galilée : *Discorso intorno alle cose, che stanno in su l'acqua o che in quella muovono* (*Revue générale des Sciences*, 30 juillet 1905, p. 605).

2. « C'est par l'étude des liquides, écrit M. Mach, que s'est formée pour la première fois l'idée d'un *continuum physique mécanique* ». *La mécanique*, trad. Bertrand, 1904, p. 101.

qui communique de l'un des Pistons à l'autre, et qui fait que l'un ne peut se mouvoir sans pousser l'autre, il est visible que quand le petit Piston s'est meu d'un poulce, l'eau qu'il a poussée, poussant l'autre Piston, comme elle trouve son ouverture cent fois plus large, elle n'y occupe que la centiéme partie de la hauteur : de sorte que le chemin est au chemin, comme la force à la force. Ce que l'on peut prendre mesme pour la vraye cause de cet effet : estant clair que c'est la mesme chose de faire faire un poulce de chemin à cent livres d'eau, que de faire faire cent poulces de chemin à une livre d'eau ; et qu'ainsi, lors qu'une livre d'eau est tellement ajustée avec cent livres d'eau, que les cent livres ne puissent se remuer un poulce qu'elles ne fassent remuer la livre de cent poulces, il faut qu'elles demeurent en Equilibre, une livre ayant autant de force pour faire faire un poulce de chemin à cent livres, que cent livres pour faire faire cent poulces de chemin à une livre.

On peut encore ajoûter, pour plus grand éclaircissement, que l'eau est également pressée sous ces deux Pistons ; car si l'un a cent fois plus de poids que l'autre, aussi en revanche il touche cent fois plus de parties ; et ainsi chacune l'est également[1] ;

---

1. « La preuve de cecy ne depend que d'un seul principe, qui est le fondement general de toute la Statique, a sçavoir *qu'il ne faut ny plus ny moins de force, pour lever un cors pesant à certaine hauteur, que pour en lever un autre moins pesant à une hauteur d'autant plus grande qu'il est moins pesant, ou pour en lever un plus pesant à une hauteur d'autant moindre*. Comme par exemple que la force qui peut lever un

donc toutes doivent estre en repos, parce qu'il n'y a pas plus de raison pourquoy l'une cede que l'autre : de sorte que si un Vaisseau plein d'eau n'a qu'une seule ouverture, large d'un poulce, par exemple, où l'on mette un Piston chargé d'un poids d'une livre, ce poids fait effort contre toutes les parties du Vaisseau generalement, à cause de la continuité et de la fluidité de l'eau : mais pour determiner combien chaque partie souffre, en voicy la regle: Chaque partie large d'un poulce, comme l'ouverture, souffre autant que si elle estoit poussée par le poids d'une livre (sans compter le poids de l'eau dont je ne parle pas icy, car je ne parle que du poids du Piston), parce que le poids d'une livre presse le Piston qui

---

poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, on peut aussi lever un poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 livres à la hauteur d'un pied, ou un de 50 a la hauteur de 4 pieds. » *Examen de la question, sçavoir si un corps pese plus ou moins, estant proche du centre de la terre qu'en estant esloigné.* Descartes à Mersenne, du 13 juillet 1638. Éd. Adam et Tannery, t. II, p. 228. Cf. Lettre du 12 sept. 1638 : « *La mesme quantité de cette force qui sert à lever ce poids à la hauteur d'un pied ne suffit pas* eadem numero *pour le lever à la hauteur de deux pieds, et il n'est pas plus clair que deux et deux font quatre, qu'il est clair qu'il y en faut employer le double* » (ibid. p. 353). Voir Duhem, *Les Origines de la Statique*, t. I, p. 339, et *Revue générale des sciences*, p. 905, p. 607.

1. M. Duhem a rapproché de ce passage le texte du *Diversarum speculationum liber* : « Sit exempli gratia, tota fistula, seu hirundo, per quam ascendit aqua F, mortarium vero sit AU quod tam altum sit ut F sed F angustior ipso AU. Nunc cum repleta fuerint hæc duo vasa, manifestum erit quod aqua ipsius F. sufficiens erit ad resistendum toti aquæ ipsius AU et aqua AU resistet aquæ F quamvis aqua AU majoris quantitatis sit et ponderis ipsa F. Hoc autem evenit ex eo quod aqua AU non impellit aquam F toto suo pondere, propterea quod pondus dividitur proportionaliter supra basim vasis » (p. 287-288).

est à l'ouverture, et chaque portion du Vaisseau plus ou moins grande, souffre precisément plus ou moins à proportion de sa grandeur, soit que cette portion soit vis à vis de l'ouverture ou à costé, loin ou prez ; car la continuité et la fluidité de l'eau rend toutes ces choses là égales et indifferentes : De sorte qu'il faut que la matiere dont le Vaisseau est fait, ait assez de resistance en toutes ses parties pour soûtenir tous ces efforts : si sa resistance est moindre en quelqu'une, elle creve ; Si elle est plus grande, il en fournit ce qui est necessaire, et le reste demeure inutile en cette occasion : tellement que si on fait une ouverture nouvelle à ce Vaisseau, il faudra, pour arrester l'eau qui en jalliroit, une force égale à la resistance que cette partie devoit avoir, c'est à dire une force qui soit à celle d'une livre, comme cette derniere ouverture est à la premiere.

Voicy encore une preuve qui ne pourra estre entenduë que par les seuls Geometres [1], et peut estre passée par les autres.

Je prends pour principe, que jamais un corps ne se meut par son poids, sans que son centre de gravité descende. D'où je prouve que les deux pistons

1. Les geomètres sont ceux qui ont lu les *Opera Geometrica Evangelistæ Torricelli* publiées à Florence, en 1644 ; dans le second des traités du Recueil, *De Motu gravium naturaliter descendentium* au livre premier, se trouvent les termes mêmes du principe dont Pascal part ici : « *Præmittimus Duo gravia simul conjuncta ex se moveri non posse, nisi centrum commune gravitatis ipsorum descendat* » (p. 99). M. Duhem a écrit l'histoire du Principe de Torricelli dans le chapitre XV des *Origines de la Statique* (t. II, 1906, p. 1 suiv.).

figurez en la Figure VII. sont en Equilibre, en cette sorte ; car leur centre de gravité commun est au point qui divise la ligne, qui joint leurs centres de gravité particuliers, en la proportion [1] de leurs poids ; qu'ils se meuvent maintenant, s'il est possible : donc leurs chemins seront entre eux comme leurs poids reciproquement, comme nous avons fait voir : or, si on prend leur centre de gravité commun en cette seconde situation, on le trouvera precisément au mesme endroit que la premiere fois ; car il se trouvera toûjours au point qui divise la ligne, qui joint leurs centres de gravité particuliers, en la proportion de leurs poids ; donc, à cause du parallelisme des lignes de leurs chemins, il se trouvera en l'intersection des deux lignes qui joignent les centres de gravité dans les deux situations ; donc le centre de gravité commun sera au mesme point qu'auparavant : donc les deux Pistons, considerez comme un seul corps, se sont meus, sans que le centre de gravité commun soit descendu ; ce qui est contre le principe : donc ils ne peuvent se mouvoir : donc ils seront en repos, c'est à dire en Equilibre ; ce qu'il falloit démontrer.

J'ay démontré par cette Methode, dans un petit Traitté de Mechanique, la raison de toutes les multiplications de forces qui se trouvent en tous les autres instrumens de Mechanique qu'on a jusques à present inventez. Car je fais voir en tous, que les poids

1. Bossut ajoute *réciproque*.

inégaux qui se trouvent en Equilibre par l'avantage des Machines, sont tellement disposez par la construction des Machines, que leur centre de gravité commun ne sçauroit jamais descendre, quelque situation qu'ils prissent : D'où il s'ensuit qu'ils doivent demeurer en repos, c'est à dire en Equilibre.

Prenons donc pour tres veritable, qu'un Vaisseau plein d'eau, ayant des ouvertures, et des forces à ces ouvertures qui leur soient proportionnées, elles sont en Equilibre ; et c'est le fondement et la raison de l'Equilibre des Liqueurs, dont nous allons donner plusieurs exemples.

Cette Machine nouvelle de Mechanique fait entendre pourquoy les Liqueurs pesent suivant leur hauteur.

Cette Machine de Mechanique pour multiplier les forces, estant bien entenduë, fait voir la raison pour laquelle les Liqueurs pesent suivant leur hauteur, et non pas suivant leur largeur, dans tous les effets que nous en avons rapportez.

Car il est visible qu'en la Figure VI. l'eau d'un petit tuyau contrepese un Piston chargé de cent livres, parce que le Vaisseau du fond est luy mesme un Vaisseau plein d'eau, ayant deux ouvertures, à l'une desquelles est le Piston large, et à l'autre l'eau du tuyau, qui est proprement un Piston pesant de luy mesme, qui doit contrepeser l'autre, si leurs poids sont entr'eux comme leurs ouvertures.

Aussi en la Figure V. l'eau du tuyau menu est en Equilibre avec un poids de cent livres, parce que le Vaisseau du fond, qui est large, et peu haut, est un Vaisseau clos de toutes parts, plein d'eau, ayant deux ouvertures, l'une en bas, large, où est le Piston ; l'autre en haut, menuë, où est le petit tuyau, dont l'eau est proprement un Piston pesant de luy mesme, et contrepesant l'autre, à cause de la proportion des poids aux ouvertures ; car il n'importe pas si ces ouvertures sont vis à vis ou non, comme il a esté dit.

Où l'on voit que l'eau de ces tuyaux ne fait autre chose que ce que feroient des Pistons de cuivre également pesans : puisqu'un Piston de cuivre pesant une once, seroit aussi bien en Equilibre avec le poids de cent livres, comme le petit filet d'eau pesant une once : de sorte que la cause de l'Equilibre d'un petit poids avec un plus grand, qui paroist en tous ces exemples, n'est pas en ce que ces corps qui pesent si peu, et qui en contrepesent de bien plus pesans, sont d'une matiere liquide ; car cela n'est pas commun à tous les exemples, puisque ceux où de petits Pistons de cuivre en contrepesent de si pesans, montrent la mesme chose ; mais en ce que la matiere qui s'étend dans le fond des Vaisseaux depuis une ouverture jusqu'à l'autre, est liquide ; car cela est commun à tous, et c'est la veritable cause de cette multiplication.

Aussi dans l'exemple de la figure V. si l'eau qui est dans le petit tuyau se glaçoit, et que celle qui est dans le Vaisseau large du fond demeurast liquide, il faudroit cent livres pour soûtenir le poids de cette glace ; mais si l'eau qui est dans le fond se glace, soit que l'autre se gele ou demeure liquide, il ne faut qu'une once pour la contrepeser.

D'où il paroist bien clairement que c'est la liquidité du corps qui communique d'une des ouvertures à l'autre, qui cause cette multiplication de forces, par ce que le fondement en est, comme nous avons déja dit, qu'un Vaisseau plein d'eau est une Machine de Mechanique pour multiplier les forces.

Passons aux autres effets, dont cette machine nous découvre la raison.

Chapitre III. — *Exemples et raisons de l'Equilibre des Liqueurs.*

Figure VIII. — Si un Vaisseau plein d'eau a deux ouvertures, à chacune desquelles soit soudé un tuyau ; si on verse de l'eau dans l'un et dans l'autre à pareille hauteur, les deux seront en Equilibre.

Car leurs hauteurs estant pareilles, elles seront en la proportion de leurs grosseurs, c'est à dire de leurs ouvertures : donc [*les*][1] deux eaux de ces tuyaux sont proprement deux Pistons pesans à proportion des ouvertures : donc ils seront en Equilibre, par les demonstrations precedentes.

De là vient que si on verse de l'eau dans l'un de ces tuyaux seulement, elle fera remonter l'eau dans l'autre, jusques à ce qu'elle soit arrivée à la mesme hauteur, et lors elles demeureront en Equilibre :

1. *Ces* imprimé en 1663 ; faute d'impression, selon toute vraisemblance. Bossut avait déjà fait la correction.

car alors ce seront deux Pistons pesans en la proportion de leurs ouvertures.

Pourquoy l'eau monte aussi haut que sa source.

C'est la raison pour laquelle l'eau monte aussi haut que sa source.

[1] Que si l'on met des Liqueurs differentes dans les tuyaux, comme de l'eau dans un et du vif argent dans l'autre, ces deux Liqueurs seront en Equilibre, quand leurs hauteurs seront proportionnées [2] à leurs pesanteurs ; c'est à dire quand la hauteur de l'eau sera quatorze fois plus grande que la hauteur du vif argent, parce que le vif argent pese de luy mesme quatorze fois plus que l'eau ; car ce sera deux Pistons, l'un d'eau, l'autre de vif argent, dont les poids seront proportionnéz aux ouvertures.

Et mesme quand le tuyau plein d'eau seroit cent fois plus menu que celuy où seroit le vif argent, ce petit filet d'eau tiendroit en Equilibre toute cette large masse de vif argent, pourveu qu'il eût quatorze fois plus de hauteur.

Tout ce que nous avons dit jusques à cette heure des tuyaux se doit entendre de quelque Vaisseau que ce soit, regulier ou non ; car le mesme Equilibre s'y ren-

1. *Note marginale, qui est sans doute, comme les titres des paragraphes, une addition de l'édition de 1663 :* « Ces sortes d'experiences ne se peuvent faire qu'en remplissant le Vaisseau jusques à l'embouchure des tuyaux, de la Liqueur la plus pesante. »

2. Nouvelle correction de Bossut : « *réciproquement proportionnelles* ».

contre : de sorte que si, au lieu de ces deux tuyaux que nous avons figurez à ces deux ouvertures, on y mettoit deux Vaisseaux qui aboutissent aussi à ces deux ouvertures, mais qui fussent larges en quelques endroits, estroits en d'autres, et enfin tous irreguliers dans toute leur estenduë, en y versant des liqueurs à la hauteur que nous avons dit, ces liqueurs seroient aussi bien en Equilibre dans ces tuyaux irreguliers, que dans les uniformes, parce que les Liqueurs ne pesent que suivant leur hauteur, et non pas suivant leur largeur[1].

Et la demonstration en seroit facile, en inscrivant en l'un et en l'autre plusieurs petits tuyaux reguliers ; car on feroit voir, par ce que nous avons démontré, que deux de ces tuyaux inscripts, qui se correspondent dans les deux Vaisseaux, sont en Equilibre : donc tous ceux d'un Vaisseau seroient en Equilibre avec tous ceux de l'autre. Ceux qui sont accoutumez aux inscriptions et aux circonscriptions de la Geometrie, n'auront nulle peine à entendre cela ; et il seroit bien difficile de le démontrer aux autres, au moins Geometriquement.

Figure IX. — Si l'on met dans une riviere un tuyau recourbé par le bout d'en bas, plein de vif argent, en sorte toutefois que le bout d'en haut soit hors de l'eau, le vif argent tombera en partie, jusques à ce qu'il soit baissé à une certaine hauteur, et puis il ne baissera plus, mais demeurera suspendu en cet estat ;

---

1. Voir l'énoncé du principe de Stevin, p. 158, n. 1..

en sorte que sa hauteur soit la quatorziéme partie de la hauteur de l'eau au dessus du bout recourbé ; de sorte que si depuis le haut de l'eau jusques au bout recourbé, il y a quatorze pieds, le vif argent tombera jusques à ce qu'il soit arrivé à un pied seulement plus haut que le bout recourbé, à laquelle hauteur il demeurera suspendu ; car le poids du vif-argent qui pese au dedans, sera en Equilibre avec le poids de l'eau qui pese au dehors du tuyau, à cause que ces Liqueurs ont leurs hauteurs [1] proportionnées à leurs poids, et que leurs largeurs sont indifferentes dans l'Equilibre ; et il est aussi indifferent par la mesme raison, que le bout recourbé soit large ou non, et qu'ainsi peu ou beaucoup d'eau y pese.

Aussi, si on enfonce le tuyau plus avant, le vif argent remonte, car le poids de l'eau est plus grand ; et si on le hausse au contraire, le vif argent baisse, car son poids surpasse l'autre ; et si on panche le tuyau, le vif argent remonte jusques à ce qu'il soit revenu à la hauteur necessaire, qui avoit esté diminuée en le panchant ; car un tuyau panché n'a pas tant de hauteur que debout.

Figure X. — La même chose arrive en un tuyau simple, c'est à dire qui n'est point recourbé ; car ce tuyau ouvert par en haut et par en bas, estant plein de vif argent, et enfoncé dans une riviere, pourveu que le bout d'en haut sorte hors de l'eau, si le bout d'en bas est à quatorze pieds avant dans l'eau, le vif

1. Bossut imprime : *réciproquement proportionnelles*.

argent tombera, jusques à ce qu'il n'en reste plus que la hauteur d'un pied ; et là il demeurera suspendu par le poids de l'eau [1] : ce qui est aisé à entendre ; car l'eau touchant le vif argent par dessous, et non pas par dessus, fait effort pour le pousser en haut, comme pour chasser un Piston, et avec d'autant plus de force qu'elle a plus de hauteur ; tellement que le poids de ce vif argent ayant autant de force pour tomber, que le poids de l'eau en a pour le pousser en haut, tout demeure en contrepoids.

Aussi, si le vif argent n'y estoit pas [2], il est visible que l'eau entreroit dans ce tuyau, et y monteroit à quatorze pieds de hauteur, qui est celle de son niveau ; donc ce pied de vif argent pesant autant que ces quatorze pieds d'eau, dont il tient la place, il est naturel qu'il tienne l'eau dans le mesme Equilibre où ces quatorze pieds d'eau la tiendroient.

Mais si on mettoit le tuyau si avant dans l'eau, que le bout d'en haut y entrât, alors l'eau entreroit dans le tuyau, et le vif argent tomberoit ; car l'eau pesant aussi bien au dedans qu'au dehors du tuyau, le vif argent seroit sans un contrepoids necessaire pour estre soûtenu.

---

1. Boyle (*Hydr. parad.* p. 63) conteste que Pascal ait fait l'expérience ; il invoque, outre le sien, l'insuccès de plusieurs expérimentateurs très exercés : « avec des tubes du diamètre de ceux dont on se servait pour l'expérience de Torricelli, la vitesse acquise par le mercure dans sa chute entraînerait tout en dehors du tuyau » (Thurot, *Recherches sur le principe d'Archimède, Revue archéologique,* juillet 1869).

2. Correction euphonique de Bossut : « *Aussi, le vif argent n'y étant pas.* »

Chapitre IV. — *De l'equilibre d'une Liqueur avec un corps solide.*

Nous allons maintenant donner des exemples de l'Equilibre de l'eau avec des corps massifs, comme avec un Cilindre de cuivre massif; car on le fera nager dans l'eau en cette sorte.

Figure XI. — Il faut avoir un tuyau fort long, comme de vingt pieds, qui s'élargisse par le bout d'en bas, comme ce qu'on appelle un entonnoir : si ce bout d'en bas est rond, et qu'on y mette un Cilindre de cuivre fait au tour avec tant de justesse, qu'il puisse entrer et sortir dans l'ouverture de cet entonnoir, et y couler sans que l'eau puisse du tout couler entre deux, et qu'il serve ainsi de Piston, ce qui est aisé à faire, on verra qu'en mettant le Cilindre et cet entonnoir ensemble dans une riviere, en sorte toutefois que le bout du tuyau soit hors de l'eau, si l'on tient le tuyau avec la main, et qu'on abandonne le Cilindre de cuivre à ce qui devra arriver, ce Cilindre massif ne tombera point, mais demeurera suspendu, parce que l'eau le touche par dessous et et non par dessus (car elle ne peut entrer dans le tuyau) ; et ainsi l'eau le pousse en haut de la mesme sorte qu'elle poussoit le vif argent dans l'exemple precedent, et avec autant de force que le poids de cuivre en a pour tomber en bas ; et ainsi ces efforts contraires se contrebalancent. Il est vray qu'il faut pour cet effet qu'il soit assez avant dans l'eau, pour faire qu'elle ait la hauteur necessaire pour contrepeser le cuivre ; de sorte que si ce Cilindre a un pied de haut, il faut que depuis le haut de l'eau jusques au bas du Cilindre, il y ait neuf pieds, à cause que le cuivre pese de luy mesme neuf fois autant que l'eau ; aussi si l'eau n'a pas assez de hauteur, comme si on retire le tuyau plus vers le haut de l'eau, son poids l'emporte, et il tombe ; mais si on l'enfonce encore plus avant qu'il ne faut, comme à vingt pieds, tant s'en faut qu'il puisse tomber par son poids, qu'au contraire il faudroit employer une grande force pour le separer et l'arracher d'avec l'entonnoir, car le poids de l'eau le pousse en haut avec la force de vingt pieds de haut. Mais si on perce le tuyau et que l'eau y entre, et pese aussi bien sur le Cilindre comme par dessous, lors le Cilindre tombera par son poids, comme le vif argent dans l'autre exemple, parce qu'il n'a plus le contrepois qu'il faut pour le soûtenir.

Figure XII. — Si ce tuyau, tel que nous le venons de figurer, est recourbé et qu'on y mette un Cilindre de bois, et le tout dans l'eau, en sorte neanmoins que le bout d'en haut sorte de l'eau, le bois ne remontera pas, quoy que l'eau l'environne ; mais, au contraire, il s'enfoncera dans le tuyau, à cause qu'elle le touche par dessus, et non pas par dessous ; car elle ne peut entrer dans le tuyau, et ainsi elle le pousse en bas par tout son poids, et point du tout en haut ; car elle ne le touche pas par dessous.

Figure XIII. — Que se Cilindre estoit à fleur d'eau, c'est à dire qu'il fût enfoncé seulement en sorte que l'eau ne fût pas au dessus de luy, mais aussi qu'il n'eût rien hors de l'eau ; lors il ne seroit poussé ny en haut, ny en bas, par le poids de l'eau ; car elle ne le touche ny par dessus, ny par dessous, puis qu'elle ne peut entrer dans le tuyau ; et elle le touche seulement par tous ses costez : ainsi il ne remonteroit pas, car rien ne l'éleve, et il tomberoit au contraire, mais par son propre poids seulement.

Que si le bout d'en bas du tuyau estoit tourné de costé, comme une crosse, et qu'on y mît un Cilindre, et le tout dans l'eau, en sorte toûjours que le bout d'en haut sorte hors de l'eau, le poids de l'eau le poussera de costé au dedans du tuyau, parce qu'elle ne le touche pas du costé qui luy est opposé, et elle agira de cette sorte avec d'autant plus de force, qu'elle aura plus de hauteur.

Chapitre V. — *Des corps qui sont tout enfoncez dans l'eau.*

Figure XV. — Nous voyons par là que l'eau pousse en haut les corps qu'elle touche par dessus ; qu'elle pousse en bas ceux qu'elle touche par dessous ; et qu'elle pousse de costé ceux qu'elle touche par le costé opposé : d'où il est aisé de conclure que, quand un corps est tout dans l'eau, comme l'eau le touche par dessus, par dessous et par tous les costez, elle fait effort pour le pousser en haut, en bas et vers tous les costez : mais comme sa hauteur est la mesure de la force qu'elle a dans toutes ces impressions, on verra bien aisément lequel de tous ces efforts doit prevaloir.

Car il paroist d'abord que comme elle a une pareille hauteur sur toutes les faces des costez, elle les poussera également; et partant ce corps ne recevra aucune impression vers aucun costé, non plus qu'une gircüette entre deux vents égaux[1]. Mais comme l'eau a plus de hauteur sur la face d'en bas que sur celle d'en haut, il est visible qu'elle le poussera plus en haut qu'en bas, et comme la difference de ces hauteurs de l'eau est la hauteur du corps mesme, il est aisé d'entendre que l'eau le pousse plus en haut qu'en bas, avec une force égale au poids d'un volume d'eau pareil à ce corps.

Un corps dans l'eau est contrepesé par un volume d'eau pareil, de là vient que quelques corps y tombent.

De sorte qu'un corps qui est dans l'eau y est porté de la mesme sorte, que s'il estoit dans un bassin de balance, dont l'autre fût chargé d'un volume égal au sien.

De là vient que quelques corps y tombent.

D'où il paroist que s'il est de cuivre ou d'une autre matiere qui pese plus que l'eau en pareil

1. Il est intéressant de retrouver cette comparaison dans le manuscrit des *Pensées* (f° 427) : « Nous ne nous soutenons pas dans la vertu par notre propre force, mais par le contrepoids de deux vices opposez, comme nous demeurons debout entre deux vents contraires : Ostez un de ces vices, nous tombons dans l'autre » (Sect. VI, p. 359).

volume, il tombe; car son poids l'emporte sur celuy qui le contrebalance.

D'autres y montent.

S'il est de bois, ou d'une autre matiere plus legere que l'eau en pareil volume, il monte avec toute la force dont le poids de l'eau le surpasse.

D'autres ny ne montent ny ne descendent.

Et s'il pese également, il ne descend ny ne monte, comme la cire qui se tient à peu prés dans l'eau au lieu où on l'a [*mis*[1]].

De là vient que le seau d'un puis n'est pas difficile à hausser tant qu'il est dans l'eau, et qu'on ne sent son poids que quand il commence à en sortir, de mesme qu'un seau plein de cire ne seroit non plus difficile à hausser estant dans l'eau; ce n'est pas que l'eau aussi bien que la cire ne pesent autant dans l'eau que dehors; mais c'est qu'estant dans l'eau, ils ont un contrepoids qu'ils n'ont plus quand ils en sont tirés; de mesme qu'un bassin de balance chargé de cent livres n'est pas difficile à hausser, si l'autre l'est également.

Du cuivre pese plus en l'air que dans l'eau.

De là vient que quand du cuivre est dans l'eau, on le sent moins pesant precisément du poids d'un volume d'eau égal au sien; de sorte que s'il pese neuf livres en l'air, il ne pese plus que huit livres dans l'eau; parce que l'eau, en pareil volume qui le contrebalance, pese une livre; et dans l'eau de la

1. 1663 : *on l'a met.*

mer il pese moins, parce que l'eau de la mer pese plus, à peu pres d'une quarante-cinquiesme partie.

Deux corps estant en Equilibre en l'air, ne le sont point dans l'eau.

Par la mesme raison, deux corps, l'un de cuivre, l'autre de plomb, étant également pesants, et par consequent de différent volume, puisqu'il faut plus de cuivre pour faire la mesme pesanteur, on les trouvera en Equilibre, en les mettant chacun dans un bassin de balance : mais si on met cette balance dans l'eau, il ne sont plus en Equilibre; car chacun estant contrepesé par un volume d'eau égal au sien, le volume de cuivre estant plus grand que celuy de plomb, il a un plus grand contrepoids; et partant le poids du plomb est le maistre.

Ny mesmes dans l'air humide.

Ainsi deux poids de differente matiere estant ajustez dans un parfait Equilibre, de la derniere justesse où les hommes peuvent arriver, s'ils sont en Equilibre quand l'air est fort sec, ils ne le sont plus quand l'air est humide.

L'eau pousse tous les corps qui y sont en haut par son poids, et non pas en bas.

C'est par le mesme principe que, quand un homme est dans l'eau, tant s'en faut que le poids de l'eau le pousse en bas, qu'au contraire elle le pousse en haut; mais il pese plus qu'elle; et c'est pourquoy il ne laisse pas de tomber, mais avec bien moins de violence qu'en l'air, parce qu'il est contrepesé par un volume d'eau pareil au sien, qui pese presque autant que luy; et s'il pesoit autant, il nageroit. Aussi en donnant un coup à terre, ou faisant le moindre effort contre l'eau, il s'éleve et nage : et dans les bains d'eau bourbeuse, un homme ne sçauroit enfoncer, et si on l'enfonce, il remonte de luy mesme.

Par la mesme cause, quand on se baigne dans une cuve, on n'a point de peine à hausser le bras, tant qu'il est dans l'eau; mais quand on le sort de l'eau, on sent qu'il pese beaucoup, à cause qu'il n'a plus le contrepoids d'un volume d'eau pareil au sien, qu'il avoit estant dans l'eau.

Comment les corps nagent.

Enfin, les corps qui nagent sur l'eau, pesent precisément autant que l'eau dont ils occupent la place; car l'eau les touchant par dessous, et non par dessus, les pousse seulement en haut.

Et c'est pourquoy une platine de plomb estant mise en figure convexe, elle nage, parqu'elle occupe une grande place dans l'eau par cette figure; au lieu que si elle estoit massive, elle n'occuperoit jamais dans l'eau que la place d'un volume d'eau égal au volume de sa matiere, qui ne suffiroit pas pour la contrepeser.

Chapitre VI. — *Des corps compressibles qui sont dans l'eau.*

On voit, par tout ce que j'ay montré, de quelle sorte l'eau agit contre tous les corps qui y sont, en les pressant par tous les costez : d'où il est aisé à juger que, si un corps compressible y est enfoncé, elle doit le comprimer en dedans vers le centre; et c'est aussi ce qu'elle fait, comme on va voir dans les exemples suivans.

Figure XIV. — Si un soufflet qui a le tuyau fort long, comme de vingt pieds, est dans l'eau, en sorte que le bout du fer sorte hors de l'eau, il sera difficile à ouvrir, si on a bouché les petits trous qui sont à l'une des aîles; au lieu qu'on l'ouvriroit sans peine, s'il estoit en l'air, à cause que l'eau le comprime de tous costez par son poids : mais si on y employe toute la force qui y est necessaire, et qu'on l'ouvre; si peu qu'on relâche de cette force, il se referme avec violence (au lieu qu'il se tiendroit tout ouvert, s'il estoit dans l'air), à cause du poids de la masse de l'eau qui le presse. Aussi plus il est avant dans l'eau, plus il est difficile à ouvrir, parce qu'il y a une plus grande hauteur d'eau à supporter.

Figure XVI. — C'est ainsi que si on met un tuyau dans l'ouverture d'un balon et qu'on lie le balon autour du bout du tuyau long de vingt pieds, en versant du vif argent dans le tuyau jusques à ce que le balon en soit plein, le tout estant mis dans une cuve pleine d'eau, en sorte que le bout du tuyau sorte hors de l'eau, on verra le vif argent monter du balon dans le tuyau, jusques à une certaine hauteur, à cause que le poids de l'eau pressant le balon de tous costez, le vif argent qu'il contient estant pressé également en tous ses points, hormis en ceux qui sont à l'entrée du tuyau (car l'eau n'y a point d'acces, le tuyau qui sort de l'eau l'empeschant), il est poussé des lieux où il est pressé vers celuy où il ne l'est pas ; et ainsi il monte dans le tuyau jusques à une hauteur à laquelle il pese autant que l'eau qui est au dehors du tuyau.

En quoy il arrive la mesme chose que si on pressoit le balon entre les mains ; car on feroit sans difficulté remonter sa liqueur dans le tuyau, et il est visible que l'eau qui l'environne le presse de la mesme sorte.

Figure XVII. — C'est par la mesme raison que, si un homme met le bout d'un tuyau de verre, long de vingt pieds, sur sa cuisse, et qu'il se mette en cet estat dans cuve pleine d'eau[1], en sorte que le bout d'en haut du tuyau soit hors de l'eau, sa chair s'enflera à la partie qui est à l'ouverture du tuyau, et il s'y formera une grosse tumeur avec douleur, comme si sa chair y estoit succée et attirée par une vantouze, parce que le poids de l'eau comprimant son corps de tous costez, hormis en la partie qui est la bouche du tuyau qu'elle ne peut toucher, à cause que le tuyau où elle ne peut entrer empesche qu'elle n'y arrive ; la chair est poussée des lieux où il y a de la compression, au lieu où il n'y en a point ; et

1. Boyle prend texte de ce passage pour critiquer les Experiences de Pascal : « One of them requires, that a Man should sit there with the End of a Tube leaning upon his Thigh. But he neither teaches us how a Man shall be enabled to continue under Water... » *Hydr. parad.*, p. 5.

plus il y a de hauteur d'eau, plus cet enfleure est grosse ; et quand on oste l'eau, l'enfleure cesse ; et de mesme si on fait entrer l'eau dans le tuyau ; car le poids de l'eau affectant aussi bien cette partie que les autres, il n'y a pas plus d'enfleure en celle là qu'aux autres.

Cet effet est tout conforme au precedent ; car le vif argent en l'un, et la chair de cet homme en l'autre, estant pressés en toutes leurs parties excepté en celles qui sont à la bouche des tuyaux, ils sont poussez dans le tuyau autant que la force du poids de l'eau le peut faire.

Si l'on met au fond d'une cuve pleine d'eau un balon où l'air ne soit pas fort pressé, on verra qu'il sera comprimé sensiblement ; et à mesure qu'on ostera l'eau, il s'élargira peu à peu, parce que le poids de la masse de l'eau qui est audessus de luy le comprime de tous costez vers le centre, jusqu'à ce que le ressort de cet air comprimé soit aussi fort que le poids de l'eau qui le presse.

Si l'on met au fond de la mesme cuve pleine d'eau un balon plein d'air pressé extremement, on n'y remarquera aucune compression : ce n'est pas que l'eau ne le presse ; car le contraire paroist dans l'autre balon, et dans celuy où estoit le vif argent, dans le soufflet et dans tous les autres exemples, mais c'est qu'elle n'a pas la force de le comprimer sensiblement, parce qu'il l'estoit déja beaucoup : de la mesme sorte que, quand un ressort est bien roide, comme celui d'une arbalestre, il ne peut estre plié sensiblement par une force mediocre, qui en comprimeroit un plus faible bien visiblement.

Et qu'on ne s'étonne pas de ce que le poids de l'eau ne comprime pas ce balon visiblement, et que neanmoins on le comprime d'une façon fort considerable, en appuyant seulement le doigt dessus, quoy qu'on le presse alors avec moins de force que l'eau. La raison de cette difference est que, quand le balon est dans l'eau, elle le presse de tous costez, au lieu que quand on le presse avec le doigt, il n'est pressé qu'en une partie seulement: or, quand on le presse avec le doigt en une partie seulement, on l'enfonce beaucoup et sans peine, d'autant que les parties voisines ne sont pas pressées, et qu'ainsi elles reçoivent facilement ce qui est osté de celle qui l'est ; de sorte que, comme la matiere qu'on chasse du seul endroit pressé, se distribuë à tout le reste, chacune en a peu à recevoir; et ainsi il y a un enfoncement en cette partie, qui devient fort visible par la comparaison de toutes les parties qui l'environnent, et qui en sont exemptes.

Mais si on venoit à presser aussi bien toutes les autres parties comme celle là, chacune rendant ce qu'elle avoit receu de la premiere, elle reviendroit à son premier estat, parce qu'elles seroient pressées elles mesmes aussi bien qu'elle ; et comme il n'y auroit plus qu'une compression generale de toutes les parties vers le centre, on ne verroit plus de compression en aucun endroit particulier ; et l'on ne pourroit juger de cette compression generale, que par la comparaison de l'espace qu'il occupe à celuy qu'il occupoit ; et comme ils seroient tres peu differents, il seroit impossible de le remarquer. D'où l'on voit combien il y a de difference entre presser une partie seulement, ou presser generalement toutes les parties.

Il en est de mesme d'un corps dont on presse toutes les parties, hors une seulement ; car il s'y fait une enfleure par le regorgement des autres, comme il a paru en l'exemple d'un homme dans l'eau, avec un tuyau sur sa cuisse. Aussi, si l'on presse le mesme balon entre les mains, quoy qu'on tâche de toucher chacune de ses parties, il y en aura toûjours quelqu'une qui s'échappera entre les doigts, où il se formera une grosse tumeur ; mais s'il estoit possible de le presser partout également, on ne le comprimeroit jamais sensiblement, quelque effort qu'on y employast, pourveu que l'air du balon fût déja bien pressé de luy mesme ; et c'est ce qui arrive quand il est dans l'eau ; car elle le touche de tous costez.

Chapitre VII. — *Des animaux qui sont dans l'eau.*

[1] *Pourquoy le poids de l'eau ne les comprime pas visi-*

---

1. *Vide supra*, t. II, p. 290. Cf. les *Phænomena hydraulica* de Mersenne : « Prop. XLIX : *Rationem ob quam corpus hominis ad quantamvis immersum aquæ profunditatem nullum aquæ pondus sentiat explicare.* Plurimi hac de re varias rationes attulere, verbi gratia, corpus hominis nullam ab aqua in quam demergitur, pressionem, nullumque dolorem sentire, quod ex omni parte urgeatur æqualiter, nec ulla pars corporis extra suum locum naturalem extendi possit, ita Stevinus 5 Staticæ prop. 3 » (*Cogitata metaphysica,* 1644, p. 204). Nous empruntons à

blement[1]. — Tout cela nous découvre pourquoy l'eau ne comprime point les animaux qui y sont, quoy qu'elle presse generalement tous les corps qu'elle environne, comme nous l'avons fait voir par tant d'exemples : Car ce n'est pas qu'elle ne les presse, mais c'est que, comme nous l'avons déjà dit, comme elle les touche de tous costez, elle ne peut causer ny d'enfleure, ny d'enfoncement en aucune partie en particulier, mais seulement une condensation generale de toutes les parties vers le centre, qui ne sçauroit estre visible, si elle n'est grande, et qui ne peut estre qu'extrémement legere, à cause que la chair est bien compacte.

Car si elle ne le touchoit qu'en une partie seulement, ou si elle le touchoit en toutes, excepté en une, pourveu que ce fut en une hauteur considerable, l'effet en seroit remarquable, comme nous l'avons fait voir ; mais le pressant en toutes, rien ne paroist.

[1] *Pourquoy on ne sent point le poids de l'eau.* — Il est aisé de passer de là à la raison pour laquelle les animaux qui sont dans l'eau n'en sentent pas le poids.

---

la traduction de Girard le texte, et un extrait de la démonstration, de la proposition : « *Declarer la raison pourquoy un homme nageant au fond de l'eau ne meurt pour la grande quantité d'eau, qui est au dessus de luy*... Soit ABCD une eau ayant au fond DC un trou, fermé d'une broche E sur lequel fond gist un homme F, ayant son dos sur E ; ce qu'estant ainsi, l'eau le pressant de tout costé, celle qui est dessus luy ne presse aucune partie hors de son lieu. »

1. Note marginale de l'édition de 1663..

Car la douleur que nous sentons, quand quelque chose nous presse, est grande, si la compression est grande ; parce que la partie pressée est épuisée de sang, et que les chairs, les nerfs, et les autres parties qui la composent, sont poussées hors de leur place naturelle, et cette violence ne peut arriver sans douleur. Mais si la compression est petite, comme quand on effleure si doucement la peau avec le doigt, qu'on ne prive pas la partie qu'on touche de sang, qu'on n'en détourne ny la chair, ny les nerfs, et qu'on n'y apporte aucun changement ; il n'y doit aussi avoir aucune douleur sensible ; et si on nous touche en cette sorte en toutes les parties du corps, nous ne devons sentir aucune douleur d'une compression si legere.

Et c'est ce qui arrive aux animaux qui sont dans l'eau ; car le poids les comprime à la verité, mais si peu que cela n'est aucunement perceptible, par la raison que nous avons fait voir : si bien qu'aucune partie n'estant pressée, ny épuisée de sang, aucun nerf, ny veine, ny chair, n'estant détournez (car tout estant également pressé, il n'y a pas plus de raison pourquoy ils fussent poussez vers une partie que vers l'autre), et tout enfin demeurant sans changement, tout doit demeurer sans douleur et sans sentiment.

Et qu'on ne s'étonne pas de ce que ces animaux ne sentent point le poids de l'eau ; et que neanmoins ils sentiroient bien si on appuyoit seulement le doigt dessus, quoy qu'on les pressât alors avec moins de force que l'eau ; car la raison de cette difference est que, quand ils sont dans l'eau, ils sont pressez de tous les costez generalement ; au lieu que quand on les presse avec le doigt, ils ne le sont qu'en une seule partie. Or, nous avons montré que cette difference est la cause pour laquelle on les comprime bien visiblement par le bout du doigt qui les touche ; et qu'ils ne le sont pas visiblement par le poids de l'eau, quand mesme il seroit augmenté du centuple : et comme le sentiment est toujours proportionné à la compression, cette mesme difference est la cause pour laquelle ils sentent bien le doigt qui les presse, et non pas le poids de l'eau.

Et ainsi la vraye cause qui fait que les animaux dans l'eau n'en sentent pas le poids, est qu'ils sont pressez également de toutes parts.

Aussi si l'on met un ver dans de la paste, quoiqu'on la pressât entre les mains, on ne pourroit jamais l'écraser. ny seulement le blesser, ny le comprimer ; parce qu'on le presseroit en toutes ses parties : l'experience qui suit le va prouver. Il faut avoir un tuyau de verre, bouché par en bas, à demy plein d'eau, où on jette trois choses ; sçavoir : un petit balon à demy plein d'air, un autre tout plein d'air, et une mouche (car elle vit dans l'eau tiede aussi bien que dans l'air); et mettre un Piston dans ce tuyau qui aille jusqu'à l'eau. Il arrivera que, si on presse ce Piston avec telle force qu'on voudra, comme en mettant des poids dessus en grande quantité, cette eau pressée pressera tout ce qu'elle enferme : aussi le balon mol sera bien visiblement comprimé ; mais le balon dur ne sera non plus comprimé que s'il n'y avoit rien qui le pressât, ny la mouche non plus, et elle ne sentira aucune douleur sous ce grand poids ; car on la verra se promener avec liberté et vivacité le long du verre, et même s'envoler dés qu'elle sera hors de cette prison [1].

Il ne faut pas avoir beaucoup de lumiere pour tirer de cette experience tout ce que nous avions déja demontré.

On voit que ce poids presse tous ces corps autant qu'il peut.

On voit qu'il comprime le balon mol ; par consequent il presse aussi celuy qui est à costé ; car la mesme raison est pour l'un que pour l'autre. Mais on voit qu'il n'y paroist aucune compression.

D'où vient donc cette difference ? et d'où pourroit elle arriver ? sinon de la seule chose en quoy ils different : qui est que l'un est plein d'un air pressé, qu'on y a poussé par force, au lieu que l'autre est seulement à demy plein, et qu'ainsi l'air mol qui est dans l'un est capable d'une grande compression, dont l'autre est incapable, parce qu'il est bien compact, et que l'eau qui le presse, l'environnant

---

1. Boyle s'attaque aussi à cette expérience proposée par Pascal : elle est telle « *that at first sight I said that it would not succeed (and was not upon tryal mistaken in my conjecture)... the Animal was* (une grosse mouche), *presently drowned, and so made moveless, by the luke warm water* » (*Hydr. parad.* p. 243 ; cf. Thurot, *loc. cit.*).

de tous costez, n'y peut faire d'impression sensible, parce qu'il fait arcade de tous costez.

On voit aussi que cet animal n'est point comprimé ; et pourquoy ? sinon par la mesme raison pour laquelle le balon plein d'air ne l'est pas. Et enfin on voit qu'il ne sent aucune douleur, par la mesme cause.

Que si on mettoit au fond de ce tuyau de la paste au lieu d'eau, et le balon et cette mouche dans cette paste, en mettant le Piston dessus et le pressant, la mesme chose arriveroit.

Donc puisque cette condition d'estre pressé de tous costez, fait que la compression ne peut estre sensible ny douloureuse, ne faut il pas demeurer d'accord que cette seule raison rend le poids de l'eau insensible aux animaux qui y sont ?

Qu'on ne dise donc plus que c'est parce que l'eau ne pese pas sur elle-même, car elle pese partout également[1] ; ou qu'elle pese d'une autre maniere que les corps solides[2], car tous les poids sont de mesme nature ; et voici un poids solide qu'une mouche supporte sans le sentir.

---

1. Allusion à la théorie soutenue par le P. Mersenne contre Stevin : « Præterea, cum nullum corpus aquæ tam gravitate quam mole par in aqua ponderet, atque adeo nulla vis ad illud sustinendum requiratur, certum est etiam aquam in aqua gravitatis æqualis nihil ponderare » (*loc. cit.* p. 205).

2. Peut-être est-ce une allusion à la réponse faite par Descartes à Mersenne, dans sa lettre du 16 octobre 1639 : « Je ne me souviens pas de la raison de Stevin, pourquoy on ne sent point la pesanteur de l'eau quand on est dessous ; mais la vraye est qu'il ne peut y avoir qu'autant d'eau qui pese sur le cors qui est dedans ou dessous, qu'il y en auroit qui pourroit descendre, en cas que ce corps sortist de sa place. »

Et si on veut encore quelque chose de plus touchant, qu'on oste le Piston, et qu'on verse de l'eau dans le tuyau, jusqu'à ce que l'eau qu'on aura mise au lieu du Piston, pese autant que le Piston mesme : il est sans doute que la mouche ne sentira non plus le poids de cette eau que celuy du Piston. D'où vient donc cette insensibilité sous un si grand poids dans ces deux exemples ? Est-ce que le poids est d'eau ? Non ; car quand le poids est solide, elle arrive de mesme. Disons donc que c'est seulement parce que cet animal est environné d'eau, car cela seul est commun aux deux exemples : aussi c'en est la veritable raison.

Aussi s'il arrivoit que toute l'eau qui est au-dessus de cet animal vint à se glacer, pourveu qu'il en restât tant soit peu[1] au dessus de luy de liquide, et qu'ainsi il en fût tout environné, il ne sentiroit non plus le poids de cette glace, qu'il faisoit auparavant le poids de l'eau.

Et si toute l'eau de la riviere se glaçoit, à la reserve de celle qui seroit à un pied prés du fonds, les poissons qui y nageroient ne sentiroient non plus le poids de celle glace, que celui de l'eau où elle se resoudroit ensuite.

Et ainsi les animaux dans l'eau n'en sentent pas le poids ; non pas parce que ce n'est que de l'eau qui pese dessus, mais parce que c'est de l'eau qui les environne.

---

1. Bossut *au-dessus*.

TRAITÉ DE LA PESANTEUR DE LA MASSE DE L'AIR [1]

Chapitre I. — *Que la masse de l'Air a de la pesanteur, et qu'elle presse par son poids tous les corps qu'elle enferme.*

On ne conteste plus aujourd'huy que l'Air est pesant ; on sçait qu'un balon pese plus enflé que desenflé : cela suffit pour le conclure ; car s'il estoit leger, plus on en mettroit dans le balon, plus le tout auroit de legereté ; car le tout en auroit davantage qu'une partie seulement : or, puisqu'au contraire plus on y en met, plus le tout est pesant, il s'ensuit que chaque partie est elle mesme pesante, et partant que l'Air est pesant.

Ceux qui en desireront de plus longues preuves n'ont qu'à les chercher dans les Auteurs qui en ont traitté exprés [2].

---

1. Nous reproduisons en *fac-similé*, p. 195, la gravure de l'édition originale de 1663 ; il est à remarquer qu'il n'y a pas dans le texte de renvoi aux figures. Nous ne savons pas si c'est Pascal, ou son éditeur, qui a imaginé de disposer l'espèce de tableau à double entrée qui illustre la correspondance des deux Traités.

2. Pascal renvoie au début des *Essays de Iean Rey, docteur en medecine sur la recerce de la cause pour laquelle l'Estain et le Plomb augmentent de poids quand on les calcine*, Bazas, 1630 — à la première journée des *Dialogues* de Galilée, dans les *Discorsi* de 1638 — aux différents recueils de Mersenne : en 1644 les *Phenomènes pneumatiques*, prop. XXIX-XXXIV, p. 140-156, en 1647 le chapitre VI des *Reflectiones*

Si on objecte que l'Air est leger quand il est pur, mais que celuy qui nous environne n'est pas l'air pur, parce qu'il est meslé de vapeurs et de corps grossiers, et que ce n'est qu'à cause de ces corps estrangers qu'il est pesant, je réponds, en un mot, que je ne connois point cet Air pur, et qu'il seroit peut estre difficile de le trouver; mais je ne parle, dans tout ce discours, que de l'Air tel qu'il est dans l'estat où nous le respirons, sans penser s'il est composé ou non; et c'est ce corps là, ou simple, ou composé, que j'appelle l'Air, et duquel je dis qu'il est pesant; ce qui ne peut estre contredit; et c'est tout ce qui m'est necessaire dans la suite.

Ce principe posé, je ne m'arresteray qu'à en tirer quelques consequences.

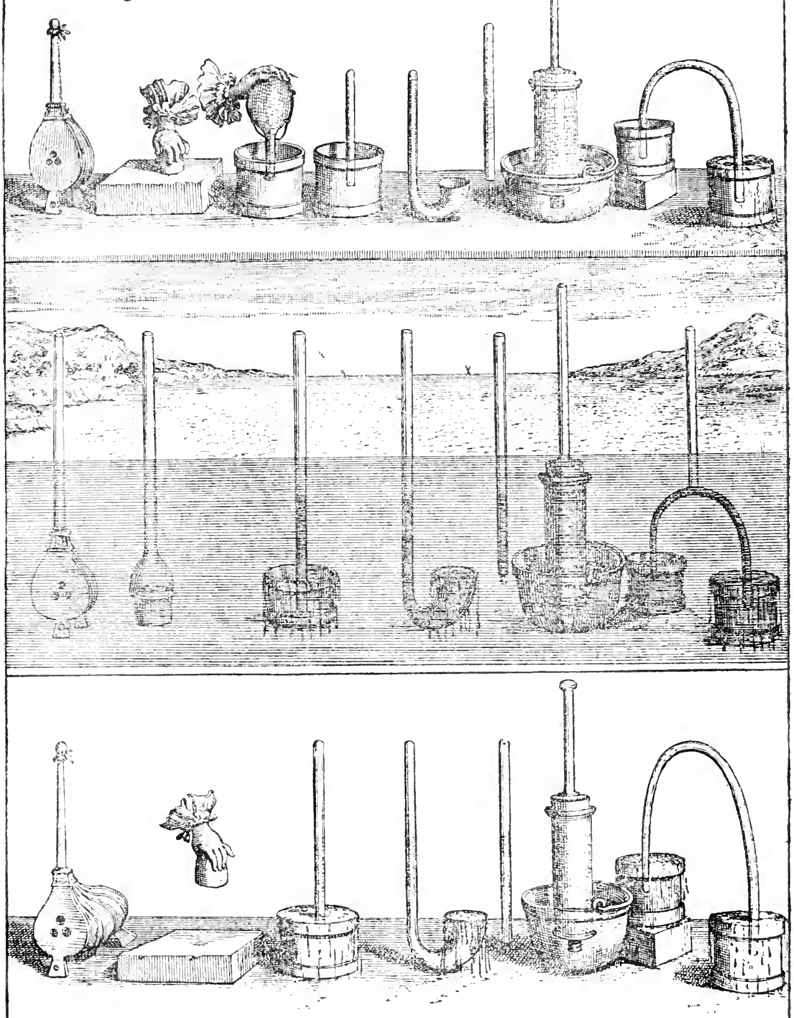
1. Puisque chaque partie de l'Air est pesante, il s'ensuit que la masse entiere de l'Air, c'est à dire la sphere entiere de l'Air, est pesante; et comme la Sphere de l'Air n'est pas infinie en son estenduë, qu'elle a des bornes, aussi la pesanteur de la masse de tout l'Air n'est pas infinie.

2. Comme la masse de l'eau de la mer presse par son poids la partie de la terre qui luy sert de fond, et que si elle environnoit toute la terre, au lieu qu'elle n'en couvre qu'une partie, elle presseroit par son poids toute la surface de la terre : ainsi la masse de

---

physico-mathematicæ : *De aëre ponderando,* p. 101 sqq. Voir l'histoire de la découverte dans l'article de M. Duhem : le *P. Mersenne et la Pesanteur de l'Air,* I, *Revue générale des Sciences,* 15 sept. 1906, p. 778 sqq.

Figures du Traité de la pesanteur de l'air



l'Air couvrant toute la surface de la terre, ce poids la presse en toutes les parties.

3. Comme le fonds d'un seau où il y a de l'eau est plus pressé par le poids de l'eau, quand il est tout plein que quand il ne l'est qu'à demy et qu'il l'est d'autant plus qu'il y a plus de hauteur d'eau : aussi les lieux élevez, comme les sommets des montagnes, ne sont pas si pressez par le poids de la masse de l'Air, que les lieux profonds, comme les vallons ; parce qu'il y a plus d'air au dessus des vallons, qu'au dessus des sommets des montagnes ; car tout l'Air qui est le long de la montagne pese sur le vallon, et non pas sur le sommet ; parce qu'il est au dessus de l'un et au dessous de l'autre.

4. Comme les corps qui sont dans l'eau sont pressez de toutes parts par le poids de l'eau qui est au-dessus, comme nous l'avons montré au *Traitté de l'Equilibre des liqueurs* ; ainsi les corps qui sont dans l'air sont pressés de tous costez par le poids de la masse de l'Air qui est au dessus.

5. Comme les animaux qui sont dans l'eau n'en sentent pas le poids ; ainsi nous ne sentons pas le poids de l'Air, par la mesme raison : et comme on ne pourroit pas conclure que l'eau n'a point de poids, de ce qu'on ne le sent pas quand on y est enfoncé ; ainsi on ne peut pas conclure que l'Air n'a pas de pesanteur, de ce que nous ne [*la*][1] sentons pas. Nous

1. L'édition originale donne *le*, il semble que ce soit par erreur, et qu'il faille avec Bossut, imprimer *la*.

avons fait voir la raison de cet effet dans l'*Equilibre des liqueurs*.

6. Comme il arriveroit en un grand amas de laine, si on en avoit assemblé de la hauteur de vingt ou trente toises, que cette masse se comprimeroit elle mesme par son propre poids, et que celle qui seroit au fond seroit bien plus comprimée que celle qui seroit au milieu, ou prés du haut, parce qu'elle seroit pressée d'une plus grande quantité de laine[1], ainsi la masse de l'Air, qui est un corps compressible et pesant aussi bien que la laine, se comprime elle mesme par son propre poids ; et l'Air qui est au bas, c'est à dire dans les lieux profonds, est bien plus comprimé que celuy qui est plus haut, comme aux sommets des montagnes, parce qu'il est chargé d'une plus grande quantité d'Air.

7. Comme il arriveroit en cette masse de laine, que si on prenoit une poignée de celle qui est dans le fond, dans l'estat pressé où on la trouve, et qu'on la portât, en la tenant toûjours pressée de la mesme sorte, au milieu de cette masse, elle s'élargiroit d'elle mesme, estant plus proche du haut, parce, qu'elle auroit une moindre quantité de laine à supporter en ce lieu là. Ainsi si l'on portoit de l'Air, tel qu'il est icy bas, et comprimé comme il y est, sur le sommet d'une montagne, par quelque artifice que ce soit, il devroit s'élargir luy mesme, et devenir au

---

1. Nous avons retrouvé cette comparaison avec la laine à la fois dans la correspondance de Descartes, dès 1631 (*vide supra*, t. II, p. 46, n. 4), et dans celle de Torricelli, 1644 (*vide supra*, t. II, p. 157. n. 1).

mesme estat que celuy qui l'environnoit sur cette montagne, parce qu'il seroit chargé de moins d'Air en cet endroit là qu'il n'estoit au bas ; et, par consequent, si on prenoit un balon à demy plein d'air seulement, et non pas tout enflé, comme ils le sont d'ordinaire, et qu'on le portât sur une montagne, il devroit arriver qu'il seroit plus enflé au haut de la montagne, et qu'il devroit s'élargir à proportion de ce qu'il seroit moins chargé ; et la difference en devroit estre visible, si la quantité d'Air qui est le long de la montagne, et de laquelle il est déchargé, a un poids assez considerable pour causer un effet et une difference sensible.

Il y a une liaison si necessaire de ces consequences avec leur principe, que l'un ne peut estre vray, sans que les autres le soient également : et comme il est asseuré que l'Air qui s'étend depuis la terre jusques au haut de sa Sphere a de la pesanteur, tout ce que nous en avons conclu est également veritable.

Mais quelque certitude qu'on trouve en ces conclusions, il me semble qu'il n'y a personne qui, mesme en les recevant, ne souhaitast de voir cette derniere consequence confirmée par l'experience, parce qu'elle enferme, et toutes les autres, et son principe mesme ; car il est certain que si on voyoit un balon tel que nous l'avons figuré, s'enfler à mesure qu'on l'éleve, il n'y auroit aucun lieu de douter que cette enflure ne vint de ce que l'Air du balon estoit plus pressé en bas qu'en haut, puis qu'il n'y a aucune autre chose qui pûst causer qu'il s'enflast, veu mesme qu'il fait plus froid sur les montagnes que dans les vallons ; et cette compression de l'Air du balon ne pourroit avoir d'autre cause que le poids de la masse de l'Air : car on l'a pris tel qu'il estoit au bas, et sans le comprimer, puisque mesme le balon estoit flasque et à demy plein seulement ; et partant cela prouveroit absolument que l'Air est pesant ; que la masse de l'Air est pesante ; qu'elle presse par son poids tous les corps qu'elle enferme ; qu'elle presse plus les lieux bas que les lieux hauts ; qu'elle se comprime elle mesme par son poids ; que l'air est plus comprimé en bas qu'en haut. Et comme dans la Phisique les experiences ont bien plus de force pour persuader que les raisonnements, je ne doute pas qu'on ne desirast de voir les uns confirmez par les autres.

Mais si l'on en faisoit l'experience, j'aurois cet avantage, qu'au cas qu'il n'arrivast aucune difference à l'enfleure du balon sur les plus hautes montagnes, cela ne détruiroit pas ce que j'ay conclu ; parce que je pourrois dire qu'elles n'ont pas encore assez de hauteur pour causer une difference sensible[1] : au lieu que s'il arrivoit un changement extrémement considerable, comme de la huit ou neufième partie, certainement elle seroit toute convaincante pour moy ; et il ne pourroit plus rester aucun doute de la verité de tout ce que j'ay estably.

---

1. C'était la préoccupation du P. Mersenne, pendant l'hiver 1647-1648, de trouver une attitude assez grande pour avoir une influence sensible sur lahauteur de la colonne mercurielle (*supra*, t. II, p. 150 sqq.).

Mais c'est trop differer ; il faut dire en un mot que l'épreuve en a esté faite, et qu'elle a reussi en cette sorte.

Experience faite en deux lieux, élevez l'un au-dessus de l'autre d'environ 500. toises.

Si[1] l'on prend un balon à demy plein d'Air, flasque et mol, et qu'on le porte au bout d'un fil sur une montagne haute de 500. toises, il arrivera qu'à mesure qu'on montera, il s'enflera de luy mesme, et quand il sera en haut, il sera tout plein et gonflé comme si on y avoit souflé de l'Air de nouveau ; et en redescendant, il s'applatira peu à peu par les mesmes degrez ; de sorte qu'estant arrivé au bas, il sera revenu à son premier estat.

Cette experience prouve tout ce que j'ay dit de la

1. C'est Pascal lui-même qui avait effectué l'expérience, lors de son séjour à Clermont (1649-1650, *vide supra*, t. I, p. 156 sqq). Voici le texte de Gassendi dans sa Lettre à Bernier, de Digne, 7 août 1652 : « Posset totum hoc ratiocinium eo confirmari experimento, quod mirificus Paschalius peregit ; cum montem illum Dommam conscendens, detulit secum follem lusorium, quem cum ad radicem montis leviter inflasset, et flaccidus cum foret, hinc inde in formam disci pressisset, deprehendit ipsum sic sensim inter conscendendum distendi, ut ad summum cum pervenisset, foret in orbem compositus ; deprehendit vero et eumdem inter exscendendum, sic sensim laxari, detumescereque, ut in imo tandem flaccidus perinde, ac ante fuerat, evaserit » (*Œuvres*, Éd. Lyon, 1658, t. VI, p. 318 et t. I, p. 215). M. Strowski remarque que Gassendi et Boyle trouvent cette expérience, qui est d'ailleurs la suite des fameuses expériences de Roberval, plus décisive encore que l'expérience exécutée par Perier (*Histoire de Pascal*, 1907, p. 182).

masse de l'Air, avec une force toute convaincante : aussi estoit il necessaire de le bien establir, parce que c'est le fondement de tout ce discours.

Il ne reste qu'à faire remarquer que la masse de l'Air est plus pesante en un temps qu'en un autre ; sçavoir, quand il est plus chargé de vapeurs, ou plus comprimé par le froid.

Remarquons donc, 1. Que la masse de l'Air est pesante ; 2. Qu'elle a un poids limité ; 3. Qu'elle est plus pesante en un temps qu'en un autre ; 4. Qu'elle est plus pesante en de certains lieux qu'en d'autres, comme dans les vallons ; 5. Qu'elle presse par son poids tous les corps qu'elle enferme, et d'autant plus qu'elle a plus de pesanteur.

Chapitre II. — *Que la pesanteur de la masse de l'Air produit tous les effets qu'on a jusques icy attribuez à l'horreur du vuide.*

Ce chapitre est divisé en deux Sections : dans la premiere, est un recit des principaux effets qu'on a attribuez à l'horreur du vuide ; et dans la seconde, on montre qu'ils viennent de la pesanteur de l'Air.

Section première. — *Recit des effets qu'on attribuë à l'horreur du vuide.*

Il y a plusieurs effets qu'on pretend que la nature produit par une horreur qu'elle a pour le vuide ; en voici les principaux.

I. Un soufflet, dont toutes les ouvertures sont bien bouchées, est difficile à ouvrir ; et si on essaye de le faire, on y sent de la resistance, comme si ses aîles estoient collées. Et le Piston d'une Seringue bouchée resiste quand on essaye de le tirer, comme s'il tenoit au fond.

On pretend que cette resistance vient de l'horreur que la nature a pour le vuide, qui arriveroit dans ce soufflet, s'il pouvoit estre élargy ; ce qui se confirme parce qu'elle cesse des qu'il est débouché, et que l'Air s'y peut insinuer pour le remplir, quand on l'ouvrira.

II. Deux corps polis, estant appliquez l'un contre l'autre, sont difficiles à separer et semblent adherer.

Ainsi un chapeau estant mis sur une table, est difficile à lever tout à coup.

Ainsi un morceau de cuir mis sur un pavé, et levé promptement, l'arrache et l'enleve.

On pretend que cette adherence vient de l'horreur que la nature a du vuide, qui arriveroit pendant le temps qu'il faudroit à l'Air pour arriver des extremitez jusques au milieu.

III. Quand une Seringue trempe dans l'eau, en tirant le Piston, l'eau suit et monte comme si elle lui adheroit.

Ainsi l'eau monte dans une Pompe aspirante, qui n'est proprement qu'une longue Seringue, et suit son piston, quand on l'éleve, comme si elle luy adheroit.

On pretend que cette élevation de l'eau vient de *l'horreur que la nature a du vuide, qui arriveroit à la place que le Piston quitte, si l'eau n'y montoit pas, parce que l'Air n'y peut entrer ; ce qui se confirme, parce que si l'on fait des fentes par où l'Air puisse entrer, l'eau ne s'élève plus.*

De mesme, si on met le bout d'un soufflet dans l'eau, en l'ouvrant promptement, l'eau y monte pour le remplir, parce que l'Air n'y peut succeder, et principalement si on bouche les trous qui sont à une des aîles.

Ainsi, quand on met la bouche dans l'eau, et qu'on succe, on attire l'eau par la mesme raison ; car le poulmon est comme un soufflet, dont la bouche est comme l'ouverture.

Ainsi, en respirant, on attire l'Air, comme un soufflet en s'ouvrant attire l'Air pour remplir sa capacité.

Ainsi, quand on met des étoupes allumées dans un plat plain d'eau, et un verre par dessus, à mesure que le feu des étoupes s'éteint, l'eau monte dans le verre, parce que l'Air qui est dans le verre, et qui estoit rarefié par le feu, venant à se condanser par le froid, attire l'eau et la fait monter avec soy, en se reserrant pour remplir la place qu'il quitte ; comme le Piston d'une Seringue attire l'eau avec soy quand on le tire.

Ainsi, les ventouzes[1] attirent la chair, et forment

1. Voir dans la *Physique* de Rohault, au ch. XII (*Des mouvemens que l'on a coûtume d'attribuer à la crainte du vuide*), le § 61 : *quel est l'usage des ventouses.*

une empoulle ; parce que l'Air de la ventouze, qui estoit rarefié par le feu de la bougie, venant à se condanser par le froid quand le feu est éteint, il attire la chair avec soy pour remplir la place qu'il quitte, comme il attiroit l'eau dans l'exemple precedent.

IV. Si l'on met une bouteille pleine d'eau, et renversée le goulet en bas, dans un vaisseau plein d'eau, l'eau de la bouteille demeure suspenduë sans tomber.

On pretend que cette suspension vient de l'horreur que la nature a pour le vuide, qui arriveroit à la place que l'eau quitteroit en tombant, parce que l'Air n'y pourroit succeder : et on le confirme, parce que si on fait une fente par où l'air puisse s'insinuer, toute l'eau tombe incontinent.

On peut faire la mesme epreuve avec un tuyau long, par exemple, de dix pieds, bouché par le bout d'en haut, et ouvert par le bout d'en bas ; Car s'il est plein d'eau, et que le bout d'en bas trempe dans un vaisseau plein d'eau, elle demeurera toute suspenduë dans le tuyau, au lieu qu'elle tomberoit incontinent si on avoit débouché le haut du tuyau.

On peut faire la mesme chose avec un tuyau pareil, bouché par en haut, et recourbé par le bout d'en bas, sans le mettre dans un vaisseau plein d'eau, comme on avoit mis l'autre : car s'il est plein d'eau, elle y demeurera aussi suspenduë ; au lieu que si on débouchoit le haut, elle jailliroit incontinent avec violence par le bout recourbé en forme de jet d'eau.

Enfin, on peut faire la mesme chose avec un simple tuyau, sans qu'il soit recourbé, pourveu qu'il soit fort étroit par en bas : car s'il est bouché par en haut, l'eau y demeurera suspenduë ; au lieu qu'elle en tomberoit avec violence, si on débouchoit le bout d'en haut.

C'est ainsi qu'un tonneau plein de vin n'en lâche pas une goute, quoy que le robinet soit ouvert, si on ne débouche le haut pour donner vent.

V. Si l'on remplit d'eau un tuyau fait en forme de croissant renversé, ce qu'on appelle d'ordinaire un siphon, dont chaque jambe trempe dans un vaisseau plein d'eau, il arrivera que si peu qu'un des vaisseaux soit plus haut que l'autre, toute l'eau du vaisseau le plus élevé montera dans la jambe qui y trempe jusques au haut du siphon, et se rendra par l'autre dans le vaisseau le plus bas où elle trempe ; de sorte que si on substitue toûjours de l'eau dans le vaisseau le plus élevé, ce flux sera continuel.

On pretend que cette élevation d'eau vient de l'horreur que la nature a du vuide, qui arriveroit dans le siphon, si l'eau de ces deux branches tomboit de[1] [chacun] *dans son vaisseau, comme elle y tombe en effet quand on fait une ouverture au haut du siphon par où l'Air s'y peut insinuer.*

Il y a plusieurs autres effets pareils que j'obmets à cause qu'ils sont tous semblables à ceux dont j'ay parlé, et qu'en tous il ne paroist autre chose, si-

1. Ed. de 1663 : *chacun.*

non que tous les corps contigus resistent à l'effort qu'on fait pour les separer quand l'Air ne peut succeder entre eux : soit que cet effort vienne de leur propre poids, comme dans les exemples où l'eau monte, et demeure suspenduë malgré son poids ; soit qu'il vienne des forces qu'on employe pour les des-unir, comme dans les premiers exemples.

Voilà quels sont les effets qu'on attribuë vulgairement à l'horreur du vuide : nous allons faire voir qu'ils viennent de la pesanteur de l'Air.

Section seconde. — *Que la pesanteur de la masse de l'Air produit tous les effets qu'on a attribués à l'horreur du vuide.*

Si l'on a bien compris, dans le *Traitté de l'Equilibre des liqueurs,* de quelle maniere elles font impression par leur poids contre tous les corps qui y sont, on n'aura point de peine à comprendre comment le poids de la masse de l'Air, agissant sur tous les corps, y produit tous les effets qu'on avoit attribuez à l'horreur du vuide ; car ils sont tout à fait semblables, comme nous l'allons montrer sur chacun

I

Que la pesanteur de la masse de l'Air cause la difficulté d'ouvrir un soufflet bouché.

Pour faire entendre comment la pesanteur de la masse de l'Air cause la difficulté qu'on sent à ouvrir un soufflet, lorsque l'air n'y peut entrer, je feray voir une pareille resistance causée par le poids de l'eau. Il ne fait pour cela que se remettre en memoire ce que j'ay dit dans l'*Equilibre des liqueurs* (**Figure XIV**), qu'un soufflet dont le tuyau est long de vingt pieds ou plus, estant mis dans une cuve pleine d'eau, en sorte que le bout du tuyau sorte hors de l'eau, il est difficile à ouvrir, et d'autant plus qu'il y a plus de hauteur d'eau ; ce qui vient manifestement de la pesanteur de l'eau qui est au dessus ; car quand il n'y a point d'eau, il est tres aisé à ouvrir ; et à mesure qu'on y en verse, cette resistance augmente, et est toûjours égale au poids de l'eau qu'il porte, parce que, comme cette eau n'y peut entrer à cause que le tuyau est hors de l'eau, on ne sçauroit l'ouvrir sans soûlever et soûtenir toute la masse de l'eau ; car celle qu'on écarte en l'ouvrant, ne pouvant pas entrer dans le soufflet, est forcée de se placer ailleurs, et ainsi de faire hausser l'eau, ce qui ne se peut faire sans peine ; au lieu que s'il estoit crevé, et que l'eau y peust entrer, on l'ouvriroit et on le fermeroit sans resistance, à cause que l'eau y entreroit par ces ouvertures à mesure qu'on l'ouvriroit, et qu'ainsi en l'ouvrant on ne feroit point soulever l'eau.

Je ne crois pas que personne soit tenté de dire que cette resistance vienne de l'horreur du vuide, et il est absolument certain qu'elle vient du seul poids de l'eau.

Or ce que nous disons de l'eau se doit entendre de toute autre liqueur ; car si on le met dans une cuve pleine de vin, on sentira une pareille resistance à l'ouvrir, et de mesme dans du lait, dans de l'huile, dans du vif argent, et enfin dans quelque liqueur que ce soit. C'est donc une regle generale, et un effet necessaire du poids des liqueurs : que si un soufflet est mis dans quelque liqueur que ce soit, en sorte qu'elle n'ait aucun accés dans le corps du soufflet, le poids de la liqueur qui est au dessus fait qu'on ne peut l'ouvrir sans sentir de la resistance, parce qu'on ne sçauroit l'ouvrir sans la supporter ; et par consequent, en appliquant cette regle generale à l'Air en particulier, il sera veritable que, quand un soufflet est bouché, en sorte que l'Air n'y a point d'accés, le poids de la masse de l'air qui est au dessus fait qu'on ne peut l'ouvrir sans sentir de la resistance, parce qu'on ne sçauroit l'ouvrir sans faire hausser toute la masse de l'Air : mais dés qu'on y fait une ouverture, on l'ouvre et on le ferme sans resistance, parce que l'Air y peut entrer et sortir, et qu'ainsi en l'ouvrant on ne hausse plus la masse de l'Air ; ce qui est tout conforme à l'exemple du soufflet dans l'eau.

D'où l'on voit que la difficulté d'ouvrir un soufflet bouché, n'est qu'un cas particulier de la regle generale de la difficulté d'ouvrir un soufflet dans quelque liqueur que ce soit, où elle n'a point d'accés.

Ce que nous avons dit de cet effet, nous allons le dire de chacun des autres, mais plus succinctement.

II

Que la pesanteur de la masse de l'Air est la cause de la difficulté qu'on sent à separer deux corps polis, appliquez l'un contre l'autre.

Pour faire entendre comment la pesanteur de la masse de l'Air cause la resistance que l'on sent, quand on veut arracher deux corps polis qui sont appliquez l'un contre l'autre, je donneray un exemple d'une resistance toute pareille causée par le poids de l'eau, qui ne laissera aucun lieu de douter que l'Air ne cause cet effet.

Il faut encore ici se remettre en memoire ce qui a esté rapporté dans l'*Equilibre des Liqueurs* (**Figure XI**).

Que si l'on met un Cilindre de cuivre fait au tour, à l'ouverture d'un entonnoir fait aussi au tour, en sorte qu'ils soient si parfaitement ajustez, que ce Cilindre entre et coule facilement dans cet entonnoir, sans que neanmoins l'eau puisse couler entre deux ; et qu'on mette cette machine dans une cuve pleine d'eau, en sorte toutefois que la queüe de l'entonnoir sorte hors de l'eau, en la faisant longue de vingt pieds, s'il est necessaire ; si ce Cilindre est à quinze pieds avant dans l'eau, et que tenant l'entonnoir avec la main, on lasche le Cilindre, et qu'on l'abandonne à ce qui en doit arriver, on verra que non seulement il ne tombera pas, quoiqu'il n'y ait rien qui semble le soûtenir ; mais encore qu'il sera difficile à arracher d'avec l'entonnoir, quoiqu'il n'y adhere en aucune sorte; au lieu qu'il tomberoit par son poids avec violence, s'il n'estoit qu'à quatre pieds avant dans l'eau, et encore plus s'il estoit tout à fait hors de l'eau. J'en ay aussi fait voir la raison, qui est que l'eau le touchant par dessous, et non pas par dessus (car elle ne touche pas la face d'en haut, parce que l'entonnoir empesche qu'elle n'y puisse arriver), elle le pousse par le costé qu'elle touche vers celuy qu'elle ne touche pas, et ainsi elle le pousse en haut et le presse contre l'entonnoir.

La mesme chose doit s'entendre de toute autre liqueur ; et par consequent si deux corps sont polis et appliquez l'un contre l'autre, en tenant celuy d'en haut avec la main, et en abandonnant celuy qui est appliqué, il doit arriver que celuy d'en bas demeure suspendu, parce que l'Air le touche par dessous, et non pas par dessus ; car il n'a point d'accés entre deux : et partant il ne peut point arriver à la face par où ils se touchent ; d'où il s'ensuit par un effet necessaire du poids de toutes les liqueurs en general, que le poids de l'Air doit pousser ce corps en haut, et le presser contre l'autre; en sorte que si on essaye de les separer, on y sente une extréme resistance : ce qui est tout conforme à l'effet du poids de l'eau.

D'où l'on voit que la difficulté de separer deux corps polis, n'est qu'un cas particulier de la regle generale de l'impulsion de toutes les liqueurs en general contre un corps qu'elles touchent par une de ses faces, et non pas par celle qui luy est opposée.

III

Que la pesanteur de la masse de l'Air est la cause de l'élevation de l'eau dans les Seringues et dans les Pompes.

Pour faire entendre comment la pesanteur de la masse de l'Air fait monter l'eau dans les Pompes, à mesure qu'on tire le Piston, je feray voir un effet entierement pareil du poids de l'eau, qui en fera parfaitement comprendre la raison en cette sorte.

Si l'on met à une Seringue un Piston bien long, par exemple, de dix pieds, et creux tout du long, ayant une souspape au bout d'en bas disposée d'une telle sorte qu'elle puisse donner passage du haut en bas, et non de bas en haut ; et qu'ainsi cette Seringue soit incapable d'attirer l'eau, ny aucune liqueur par-dessus le niveau de la liqueur, parce que l'Air peut y entrer en toute liberté par le creux du piston : en mettant l'ouverture de cette Seringue dans un vaisseau plein de vif argent, et le tout dans une cuve pleine d'eau, en sorte toutefois que le haut du Piston sorte hors de l'eau, il arrivera que si on tire le Piston, le vif argent montera et le suivra, comme s'il luy adheroit ; au lieu qu'il ne monteroit en aucune sorte, s'il n'y avoit point d'eau dans cette cuve, parce que l'Air a un accés tout libre par le manche du Piston creux, pour entrer dans le corps de la Seringue.

Ce n'est donc pas de peur du vuide ; car quand le vif argent ne monteroit pas à la place que le Piston quitte, il n'y auroit point de vuide, puisque l'Air y peut entrer en toute liberté ; mais c'est seulement parce que le poids de la masse de l'eau pesant sur le vif argent du vaisseau, et le pressant en toutes ses parties, hormis en celles qui sont à l'ouverture de la Seringue (car l'eau n'y peut arriver, à cause qu'elle en est empeschée par le corps de la Seringue et par le Piston) : ce vif argent pressé en toutes ses parties, hormis en une, est poussé par le poids de l'eau vers celle là, aussi tost que le Piston en se levant luy laisse une place libre pour y entrer, et contrepese dans la Seringue le poids de l'eau qui pese au dehors.

Mais si l'on fait des fentes à la Seringue par où l'eau puisse y entrer, le vif argent ne montera plus, parce que l'eau y entre, et touche aussi bien les parties du vif argent qui sont à la bouche de la Seringue, que les autres ; et ainsi tout estant également pressé, rien ne monte. Tout cela a esté clairement démontré dans l'*Equilibre des liqueurs*.

On voit en cet exemple comment le poids de l'eau fait monter le vif argent ; et on pourroit faire un effet pareil avec le poids du sable, en ostant toute l'eau de cette cuve ; si au lieu de cette eau on y verse du sable, il arrivera que le poids du sable fera monter le vif argent dans la Seringue, parce qu'il le presse de mesme que l'eau faisoit, en toutes ses parties, hormis celle qui est à la bouche de la Seringue ; et ainsi il le pousse et le force d'y monter.

Et si on met les mains sur le sable, et qu'on le presse, on fera monter le vif argent davantage au dedans de la Seringue, et toûjours jusques à une hauteur à laquelle il puisse contrepeser l'effort du dehors.

L'explication de ces effets fait entendre bien facilement pourquoy le poids de l'air fait monter l'eau dans les Seringues ordinaires, à mesure qu'on hausse le Piston ; car l'Air touchant l'eau du vaisseau en toutes ses parties, excepté en celles qui sont à l'ouverture de la Seringue où il n'a point d'accés, parce que la Seringue et le Piston l'en empeschent, il est visible que ce poids de l'Air la pressant en toutes ses parties, hormis en celle là seulement, il l'y doit pousser et l'y faire monter, à mesure que le Piston en s'élevant luy laisse la place libre pour y entrer, et contrepeser au dedans de la Seringue le poids de l'Air qui pese au dehors, par la mesme raison et avec la mesme necessité que le vif argent montoit, pressé par le poids de l'eau et par le poids du sable, dans l'exemple que nous venons de donner.

Il est donc visible que l'élevation de l'eau dans les Seringues, n'est qu'un cas particulier de cette regle generale, qu'une liqueur estant pressée en toutes ses parties, excepté en quelqu'une seulement, par le poids de quelqu'autre liqueur ; ce poids la pousse vers l'endroit où elle n'est point pressée.

IV

Que la pesanteur de la masse de l'Air cause la suspension de l'eau dans les tuyaux bouchez par en haut.

Pour faire entendre comment la pesanteur de l'Air tient l'eau suspenduë dans les tuyaux bouchez par en haut, nous ferons voir un exemple entierement pareil d'une suspension semblable causée par le poids de l'eau, qui en découvrira parfaitement la raison.

Et, premierement, on peut dire d'abord que cet effet est entierement compris dans le precedent ; car comme nous avons montré que le poids de l'Air fait monter l'eau dans les Seringues, et qu'il l'y tient suspenduë, ainsi le mesme poids de l'Air tient l'eau suspendue dans un tuyau. Afin que cet effet ne manque pas plus que les autres d'un autre tout pareil à qui on le compare: nous dirons qu'il ne faut pour cela que se remettre ce que nous avons dit dans l'*Equilibre des liqueurs* (**Fig. IX**), qu'un tuyau long de dix pieds ou plus, et recourbé par en bas, plein de mercure, estant mis dans une cuve pleine d'eau, en sorte que le bout d'en haut sorte de l'eau, le mercure demeure suspendu en partie au dedans du tuyau ; sçavoir, à la hauteur où il peut contrepeser l'eau qui pese au dehors ; et que mesme une pareille suspension arrive dans un tuyau qui n'est point recourbé, et qui est simplement ouvert en haut et en bas, en sorte que le bout d'en haut soit hors de l'eau.

Or, il est visible que cette suspension ne vient pas de l'horreur du vuide, mais seulement de ce que l'eau pesant hors le tuyau, et non pas dedans, et touchant le mercure d'un costé, et non pas de l'autre, elle le tient suspendu par son poids à une certaine hauteur : aussi si l'on perce le tuyau, en sorte que l'eau y puisse entrer, incontinent tout le mercure tombe, parce que l'eau le touche par tout, et agissant aussi bien dedans que dehors le tuyau, il n'a plus de contrepoids. Tout cela a esté dit dans l'*Equilibre des liqueurs*.

Ce qui estant un effet necessaire de l'Equilibre des Liqueurs, il n'est pas estrange que, quand un tuyau est plein d'eau, bouché par en haut, et recourbé par en bas, l'eau y demeure suspenduë ; car l'Air pesant sur la partie de l'eau qui est à la recourbeure, et non pas sur celle qui est dans le tuyau, puisque le bouchon l'en empesche, c'est une necessité absoluë qu'il tienne l'eau du tuyau suspenduë au dedans, pour contrepeser son poids qui est au dehors, de la mesme sorte que le poids de l'eau tenoit le mercure en Equilibre dans l'exemple que nous venons de donner.

Et de mesme quand le tuyau n'est pas recourbé ; car l'Air touchant l'eau par dessous, et non pas par dessus, puisque le bouchon l'empesche d'y toucher, c'est une necessité inévitable que le poids de l'Air soûtienne l'eau ; de la mesme sorte que l'eau soûtient le mercure dans l'exemple que nous venons de donner, et que l'eau pousse en haut et soûtient un Cilindre de cuivre qu'elle touche par dessous, et non pas par dessus ; mais si on débouche le haut, l'eau tombe ; car l'Air touche l'eau dessous et dessus, et pese dedans et dehors le tuyau.

D'où l'on voit que[1] ce que le poids de l'air soutient

1. Bossut : *cet effet*.

suspenduës les liqueurs qu'il touche d'un costé et non pas de l'autre, est un cas de la regle generale, que les liqueurs contenuës dans quelque tuyau que ce soit, immergé dans une autre liqueur, qui les presse par un costé et non pas par l'autre, y sont tenuës suspenduës par l'Equilibre des Liqueurs.

V

Que la pesanteur de la masse de l'Air fait monter l'eau dans les Siphons.

Pour faire entendre comme la pesanteur de l'Air fait monter l'eau dans les Siphons, nous allons faire voir que la pesanteur de l'eau fait monter le vif-argent dans un Siphon tout ouvert par en haut, et où l'Air a un libre accés ; d'où l'on verra comment le poids de l'Air produit cet effet. C'est ce que nous ferons en cette sorte.

Si un Siphon a une de ses jambes environ haute d'un pied, l'autre d'un pied et un poulce, et qu'on fasse une ouverture au haut du Siphon, où l'on insere un tuyau long de vingt pieds, et bien soudé à cette ouverture ; et qu'ayant remply le Siphon de vif argent, on mette chacune de ses jambes dans un vaisseau aussi plein de vif argent, et le tout dans une cuve pleine d'eau, à quinze ou seize pieds avant dans l'eau, et qu'ainsi le bout du tuyau sorte hors de l'eau, il arrivera que si un des vaisseaux est tant soit peu plus haut que l'autre, par exemple d'un poulce, tout le vif argent du vaisseau le plus élevé montera dans le Siphon jusques en haut, et se rendra par l'autre jambe dans le vaisseau le plus bas, par un flux continuel; et si on substituë toûjours du vif argent dans le vaisseau le plus haut, le flux sera perpetuel; mais si on fait une ouverture au Siphon par où l'eau puisse entrer, incontinent le vif argent tombera de chaque jambe dans chaque vaisseau, et l'eau luy succedera.

Cette élevation de vif argent ne vient pas de l'horreur du vuide, car l'Air a un accés tout libre dans le Siphon : aussi, si on ostoit l'eau de la cuve, le vif argent de chaque jambe tomberoit chacun dans son vaisseau, et l'Air luy succederoit par le tuyau qui est tout ouvert.

Il est donc visible que le poids de l'eau cause cette élevation, parce qu'elle pese sur le vif argent qui est dans les vaisseaux, et non pas sur celuy qui est dans le Siphon; et par cette raison elle le force par son poids de monter et de couler comme il fait; mais dés qu'on a percé le Siphon, et qu'elle y peut entrer, elle n'y fait plus monter le vif argent, parce qu'elle pese aussi bien au dedans qu'au dehors du Siphon.

Or par la mesme raison et avec la mesme necessité que l'eau fait ainsi monter le mercure dans un Siphon quand elle pese sur les vaisseaux, et qu'elle n'a point d'accés au dedans du Siphon; aussi le poids de l'Air fait monter l'eau dans les Siphons ordinaires, parce qu'il pese sur l'eau des vaisseaux où leurs jambes trempent, et qu'il n'a nul accés dans le corps du Siphon, parce qu'il est tout clos; et dés qu'on y fait une ouverture, l'eau n'y monte plus : mais elle tombe, au contraire, dans chaque vaisseau, et l'Air luy succede, parce qu'alors l'Air pese aussi bien au dedans qu'au dehors du Siphon.

Il est visible que ce dernier effet n'est qu'un cas de la regle generale ; et que si on entend bien pourquoy le poids de l'eau fait monter le vif argent dans l'exemple que nous avons donné, on verra en mesme temps pourquoy le poids de l'Air fait monter l'eau dans les Siphons ordinaires ; c'est pourquoy il faut bien éclaircir la raison pour laquelle le poids de l'eau produit cet effet, et faire entendre pourquoy c'est le vaisseau élevé qui se vuide dans le plus bas, plûtost que le plus bas dans l'autre.

Pour cela il faut remarquer que l'eau pesant sur le vif argent qui est dans chaque vaisseau, et point du tout sur celuy des jambes qui y trempent, il arrive que le vif argent des vaisseaux est pressé par le poids de l'eau à monter dans chaque jambe du Siphon jusques au haut du Siphon, et encore plus, s'il se pouvoit, à cause que l'eau a seize pieds de haut, et que le Siphon n'a qu'un pied, et qu'un pied de vif argent n'égale le poids que de 14. pieds d'eau : d'où il se voit que le poids de l'eau pousse le vif argent dans chaque jambe jusques au haut, et qu'il a encore de la force de reste ; d'où il arrive que le vif argent de chaque jambe estant poussé en haut par le poids de l'eau, ils se combattent au haut du Siphon, et se poussent l'un l'autre : de sorte qu'il faut que celuy qui a le plus de force prevale.

Or, cela sera aisé à supputer ; car il est clair que puisque l'eau a plus de hauteur sur le vaisseau le plus bas d'un poulce, elle pousse en haut le vif argent de la longue jambe plus fortement que celuy de l'autre, de la force que lui donne un poulce de hauteur ; d'où il semble d'abord qu'il doit resulter que le vif argent doit estre poussé de la jambe la plus longue dans la plus courte ; mais il faut considerer que le poids du vif argent de chaque jambe resiste à l'effort que l'eau fait pour le pousser en haut, mais ils ne resistent pas également ; car comme le vif argent de la longue jambe a plus de hauteur d'un poulce, il resiste plus fortement de la force que luy donne la hauteur d'un poulce : donc le mercure de la plus longue jambe est plus poussé en haut par le poids de l'eau, de la force de l'eau de la hauteur d'un poulce ; mais il est plus poussé en bas par son propre poids, de la force du vif argent de la hauteur d'un poulce : Or un poulce de vif argent pese plus qu'un poulce d'eau : Donc le vif argent de la plus courte jambe est poussé en haut avec plus de force ; et partant il doit monter, et continuer à monter tant qu'il y a aura du vif argent dans le vaisseau où elle trempe.

D'où il paroist que la raison qui fait que c'est le vaisseau le plus haut qui se vuide dans le plus bas, est que le vif argent est une liqueur plus pesante que l'eau. Il en arriveroit au contraire, si le Siphon estoit plein d'huile, qui est une liqueur plus legere que l'eau, et que les vaisseaux aussi où il trempe en fussent pleins, et le tout dans la mesme cuve pleine d'eau ; car alors il arriveroit que l'huile du vaisseau le plus bas monteroit, et couleroit par le haut du Siphon dans le vaisseau le plus élevé, par les mesmes raisons que nous venons de dire ; car l'eau poussant toûjours l'huile du vaisseau le plus bas, avec plus de force, à cause qu'elle a un poulce de plus de hauteur, et l'huile de la longue jambe resistant, et pesant davantage d'un poulce qu'elle a de plus de hauteur, il arriveroit qu'un poulce d'huile pesant moins qu'un poulce d'eau, l'huile de la longue jambe seroit poussée en haut avec plus de force que l'autre ; et partant[1] [*elle*] couleroit, et se rendroit du vaisseau le plus bas dans le plus élevé.

Et enfin, si le Siphon estoit plein d'une liqueur qui pesast autant que l'eau de la cuve, lors, ny l'eau du vaisseau le plus élevé ne se rendroit pas dans l'autre, ny celle du plus bas dans celle du plus élevé ; mais tout demeureroit en repos, parce qu'en supputant tous les efforts, on verra qu'ils sont tous égaux.

Voilà ce qu'il estoit necessaire de bien faire entendre, pour sçavoir à fond la raison pour laquelle [2][*les*] liqueurs s'élevent dans les Siphons ; aprés quoy il est trop aisé de voir pourquoy le poids de l'air fait monter l'eau dans les Siphons ordinaires, et pourquoy du vaisseau le plus élevé dans le plus bas, sans

---

1. 1663 : *il*.
2. L'édition originale porte *ces*. Bossut a corrigé *les*, et, semble-t-il, avec raison.

s'y arrester davantage, puisque ce n'est qu'un cas de la regle generale que nous venons de donner.

VI

Que la pesanteur de la masse de l'Air cause l'enfleure de la chair, quand on applique des ventouzes.

Pour faire entendre comment le poids de l'Air fait enfler la chair à l'endroit où l'on met des ventouzes, nous rapporterons un effet entierement pareil, causé par le poids de l'eau, qui n'en laissera aucun doute.

C'est celuy que nous avons rapporté dans l'*Equilibre des liqueurs*, **Figure XVII**, où nous avons fait voir qu'un homme mettant contre sa cuisse le bout d'un tuyau de verre long de vingt pieds, et se mettant en cet estat au fond d'une cuve pleine d'eau, en sorte que le bout d'en haut du tuyau sorte hors de l'eau; il arrive que [1] sa chair s'enfle en la partie qui est à l'ouverture du tuyau, comme si quelque chose la suçoit en cet endroit là.

Or il est évident que cette enfleure ne vient pas de l'horreur du vuide, car ce tuyau est tout ouvert, et elle n'arriveroit pas, s'il n'y avoit que peu d'eau dans la cuve : et il est tres constant qu'elle vient de la seule pesanteur de l'eau ; parce que cette eau pressant sa chair en toutes les parties du corps, excepté en celle là seulement qui est à l'entrée du tuyau (car elle n'y a

1. Bossut corrige *sa* en *la*.

point d'accés), elle y renvoye le sang et les chairs qui font cette enflure.

Et ce que nous disons du poids de l'eau se doit entendre du poids de quelque autre liqueur que ce soit; car[1] s'il se met dans une cuve pleine d'huile, la mesme chose arrivera, tant que cette liqueur le touchera en toutes ses parties, excepté une seulement : mais si on oste le tuyau, l'enflure cesse; parce que l'eau venant à affecter cette partie aussi bien que les autres, il n'y aura pas plus d'impression qu'aux autres.

Ce qui estant bien compris, on verra que c'est un effet necessaire, que quand on met une bougie sur la chair et une ventouze par dessus, aussi tost que le feu s'éteint, la chair s'enfle; car l'Air de la ventouze, qui estoit tres rarefié par le feu, venant à se condenser par le froid qui luy succede des que le feu est éteint, il arrive que le poids de l'Air touche le corps en toutes les parties, excepté en celles qui sont à la ventouze; car il n'y a point d'accés; et par consequent la chair doit s'enfler en cet endroit, et le poids de l'Air doit renvoyer le sang et les chairs voisines qu'il presse, dans celle qu'il ne presse pas, par la mesme raison et avec la mesme necessité que le poids de l'eau le faisoit en l'exemple que nous avons donné, quand elle touchoit le corps en toutes ses parties, excepté en une seulement : d'où il paroist que l'effet de la ventouze n'est qu'un cas par-

1. Bossut corrige *si l'homme se met.*

ticulier de la regle generale de l'action de toutes les liqueurs contre un corps qu'elles touchent en toutes ses parties, excepté une.

VII

Que la pesanteur de la masse de l'Air est cause de l'attraction qui se fait en suçant.

Il ne faut plus maintenant qu'un mot pour expliquer pourquoy, quand on met la bouche sur l'eau et qu'on suçe, l'eau y monte : car nous sçavons que le poids de l'Air presse l'eau en toutes les parties, excepté en celles qui sont à la bouche ; car il les touche toutes, excepté celle là ; et de là vient que quand les muscles de la respiration, élevant la poitrine, font la capacité du dedans du corps plus grande, l'Air du dedans ayant plus de place à remplir qu'il n'avoit auparavant, a moins de force pour empescher l'eau d'entrer dans la bouche, que l'Air de dehors, qui pese sur cette eau de tous costez hors cet endroit, n'en a pour l'y faire entrer.

Voila la cause de cette attraction, qui ne differe en rien de l'attraction des Seringues.

VIII

Que la pesanteur de la masse de l'Air est la cause de l'attraction du lait que les enfans tettent de leurs nourrices.

C'est ainsi que quand un enfant a la bouche à l'entour du bout de la mamelle sa nourrice, quand il succe, il attire le lait ; parce que la mamelle est pressée de tous costez par le poids de l'Air qui l'environne, excepté en la partie qui est dans la bouche de l'enfant ; et c'est pourquoy, aussi tost que les muscles de la respiration font une place plus grande dans le corps de l'enfant, comme on vient de dire, et que rien ne touche le bout de la mamelle que l'Air du dehors, l'Air du dehors qui a plus de force et qui la comprime, pousse le lait par cette ouverture, où il y a moins de resistance : ce qui est aussi necessaire et aussi naturel que quand le lait sort, lorsqu'on presse le tetton entre les deux mains.

IX

Que la pesanteur de la masse de l'Air est cause de l'attraction de l'Air qui se fait en respirant.

Et par la mesme raison, lorsqu'on respire, l'Air entre dans le poulmon parce que quand le poulmon s'ouvre, et que le nez et tous les conduits sont libres et ouverts, l'Air qui est à ces conduits, poussé par le poids de toute sa masse, y entre et y tombe par l'ation naturelle et necessaire de son poids ; ce qui est si intelligible, si facile, et si naïf[1], qu'il est étrange qu'on ait esté chercher l'horreur du vuide, des qualitez occultes, et des causes si éloignées et si chimeriques, pour en rendre la raison, puisqu'il est aussi naturel que l'air entre et tombe ainsi dans le poulmon à mesure qu'il s'ouvre, que du vin tombe dans une bouteille quand on l'y verse.

---

1. *Naïf*, exactement synonyme de naturel, comme chez Montaigne.

Voilà de quelle sorte le poids de l'Air produit tous les effets qu'on avoit jusques icy attribuez à l'horreur du vuide. J'en viens d'expliquer les principaux ; s'il en reste quelqu'un, il est si aisé de l'entendre ensuite de ceux cy, que je croirois faire une chose fort inutile et fort ennuyeuse, d'en rechercher d'autres pour les traitter en détail : et on peut mesme dire qu'on les avoit deja tous veus, comme en leur source, dans le Traitté precedent, puisque tous ces effets ne sont que des cas particuliers de la regle generale de l'Equilibre des Liqueurs.

Chapitre III. — *Que comme la pesanteur de la masse de l'air est limitée, aussi les effets qu'elle produit sont limitez*[1].

Puisque la pesanteur de l'Air produit tous les effets qu'on avoit jusques icy attribuez à l'horreur du vuide, il doit arriver que, comme cette pesanteur n'est pas infinie, et qu'elle a des bornes, aussi ses effets doivent estre limitez ; et c'est ce que l'experience confirme, comme il paroistra par celles qui suivent.

Aussi tost qu'on tire le Piston d'une Pompe aspirante ou d'une Seringue, l'eau suit, et si on continuë à l'élever, l'eau suivra toûjours, mais non pas jusques à quelque hauteur qu'on l'éleve ; car il y a un certain degré qu'elle ne passe point, qui est à

1. Comparer les *Expériences nouvelles* de 1647, t. II, p. 71, nº 3.

peu près à la hauteur de 31 pieds ; de sorte que tant qu'on n'éleve le Piston que jusques à cette hauteur, l'eau s'y éleve et demeure toûjours contiguë au Piston ; mais aussi tost qu'on le porte plus haut, il arrive que le Piston ne tire plus l'eau, et qu'elle dedemeure immobile et suspenduë à cette hauteur, sans se hausser davantage ; et à quelque hauteur qu'on éleve le Piston au delà, elle le laisse monter sans le suivre.

Parce que le poids de la masse de l'Air pese à peu pres autant que l'eau à la hauteur de 31. pieds ; de sorte que comme il fait monter cette eau dans la Seringue, parce qu'il pese au dehors et non pas au dedans pour la contrepeser, il la fait monter jusqu'à la hauteur à laquelle elle pese autant que luy, et lors l'eau dans la Seringue et l'Air dehors pesans également, tout demeure en Equilibre, de la mesme sorte que de l'eau et du vif argent se tiennent en Equilibre, quand leurs hauteurs sont entr'elles[1] comme leurs poids, comme nous l'avons tant fait voir dans l'*Equilibre des Liqueurs :* et comme l'eau ne montoit que par cette seule raison, que le poids de l'Air l'y forçoit ; quand elle est arrivée à cette hauteur, où le poids de l'Air ne peut plus la faire hausser, nulle autre cause ne la mouvant, elle demeure à ce point.

Et quelque grosseur qu'ait la Pompe, l'eau s'y éleve toûjours à la mesme hauteur, parce que les liqueurs ne pesent pas suivant leur grosseur, mais

1. Bossut imprime : *reciproquement.*

suivant leur hauteur, comme nous l'avons montré dans l'*Equilibre des liqueurs*.

Que si on éleve du vif argent dans une Seringue, il montera jusques à la hauteur de deux pieds trois poulces et cinq lignes, qui est precisément celle à laquelle il pese autant que l'eau à 31. pieds, parce qu'elle pesera lors autant que la masse de l'Air.

Et si on éleve de l'huile dans une Pompe, elle s'élevera environ pres de 34. pieds, et puis plus ; parce qu'elle pese autant à cette hauteur, que l'eau à 31. pieds, et par consequent autant que l'Air ; et ainsi des autres liqueurs.

Un tuyau bouché par en haut et ouvert par en bas, estant plein d'eau, s'il a une hauteur telle qu'on voudra au dessous de 31. pieds, toute l'eau y demeurera suspenduë ; parce que le poids de la masse de l'Air est capable de l'y soûtenir.

Mais s'il a plus de 31. pieds de hauteur, il arrivera que l'eau tombera en partie, sçavoir : jusques à ce qu'elle soit baissée en sorte qu'elle n'ait plus que 31. pieds de haut ; et lors elle demeurera suspenduë à cette hauteur, sans baisser davantage, de la mesme sorte que dans l'*Equilibre des liqueurs* on a veu que le vif argent d'un tuyau mis dans une cuve pleine d'eau tomboit en partie, jusques à ce que le vif argent restast à la hauteur à laquelle il pese autant que l'eau.

Mais si on mettoit dans ce tuyau du vif argent au lieu d'eau, il arriveroit que le vif argent tomberoit jusques à ce qu'il fût resté à la hauteur de deux pieds trois pouces cinq lignes, qui correspond precisément à 31. pieds d'eau.

Et si on panche un peu ces tuyaux où l'eau et le vif argent sont restez suspendus, il arrivera que ces liqueurs remonteront jusques à ce qu'elles soient revenuës à la mesme hauteur qu'elles avoient, et qui estoit diminuée par cette inclination ; parce que le poids de l'air prévaut tant qu'elles sont au dessous de cette hauteur, et est en Equilibre quand elles y sont arrivées ; ce qui est tout semblable à ce qui est rapporté au *Traitté de l'Equilibre des liqueurs,* d'un tuyau de vif argent mis dans une cuve pleine d'eau ; et en redressant ce tuyau, les liqueurs ressortent, pour revenir toûjours à leur mesme hauteur.

C'est ainsi que dans un Siphon, toute l'eau du vaisseau le plus élevé monte et se rend dans le plus bas, tant que la branche du Siphon qui y trempe est d'une hauteur telle qu'on voudra au dessous de 31. pieds ; parce que, comme nous avons dit ailleurs, le poids de l'Air peut bien hausser et tenir suspenduë l'eau à cette hauteur ; mais dés que la branche qui trempe dans le vaisseau élevé excéde cette hauteur, il arrive que le Siphon ne fait plus son effet ; c'est à dire que l'eau du vaisseau élevé ne monte plus au haut du Siphon pour se rendre dans l'autre, parce que le poids de l'Air ne peut pas l'élever à plus de 31. pieds : de sorte que l'eau se divise en haut du Siphon, et tombe de chaque jambe dans chaque vaisseau, jusques à ce qu'elle soit restée à la hauteur de 31. pieds au dessus de chaque vaisseau, et demeure en repos suspenduë à cette hauteur par le poids de l'Air qui la contre-pèse.

Si on panche un peu le Siphon, l'eau remontera dans l'une et l'autre jambe, jusques à ce qu'elle y soit à la mesme hauteur qui avoit esté diminuée en l'inclinant; et si on le panche en sorte que le haut du Siphon n'ait plus que la hauteur de 31. pieds au dessus du vaisseau le plus élevé, il arrivera que l'eau de la jambe qui y trempe sera au haut du Siphon, de sorte qu'elle tombera dans l'autre jambe; et ainsi l'eau du vaisseau élevé luy succedant toûjours, elle coulera toûjours par un petit filet seulement; et si on incline davantage, l'eau coulera à plein tuyau.

Il faut entendre la mesme chose de toutes les autres liqueurs, en observant toûjours la proportion de leur poids.

C'est ainsi que si on essaye d'ouvrir un soufflet, tant qu'on n'y employra qu'un certain degré de force, on ne le pourra pas; mais si on passe ce point, on l'ouvrira. Or, la force necessaire est telle. Si ses aîles ont un pied de diametre, il faudra, pour l'ouvrir, une force capable d'élever un vaisseau plein d'eau, d'un pied de diametre, comme ses aîles, et long de 31. pieds, qui est la hauteur où l'eau s'éleve dans une Pompe. Si ses aîles n'ont que six poulces de diamètre, il faudra, pour l'ouvrir, une force égale au poids de l'eau d'un vaisseau de six poulces de diametre et haut de 31. pieds, et ainsi du reste : de sorte qu'en pendant à une de ces aîles un poids égal à celuy de cette eau, on l'ouvre, et un moindre poids ne sçauroit le faire, parce que le poids de l'Air qui le presse est precisément égal à celuy de 31. pieds d'eau.

Un mesme poids tirera le Piston d'une Seringue bouchée, et un mesme poids separe deux corps polis appliquez l'un contre l'autre; de sorte que s'ils ont un poulce de diametre, en y appliquant une force égale au poids de l'eau, d'un poulce de grosseur et de 31. pieds de hauteur, on les separera.

Chapitre iv. — *Que comme la pesanteur de la masse de l'Air augmente*[1] *quand il est plus chargé de vapeurs, et diminuë quand il l'est moins, aussi les effets qu'elle produit augmentent et diminuënt à proportion*[2].

Puisque la pesanteur de l'Air cause tous les effets, dont nous traittons, il doit arriver que comme cette pesanteur n'est pas toûjours la mesme sur une mesme contrée, et qu'elle varie à toute heure, suivant les vapeurs qui arrivent, ses effets n'y doivent pas estre toûjours uniformes, mais, au contraire, variables à toute heure : aussi l'experience le confirme, et fait voir que la mesure de 31. pieds d'eau que nous avons donnée pour servir d'exemple n'est pas une mesure précise qui soit toûjours exacte; car

1. Bossut imprime : *varie*.
2. Voir les *Observations* de Perier, et les *Fragments* de Pascal, t. II, p. 441 sqq, et 513 sqq.

l'eau ne s'éleve pas dans les Pompes, et ne demeure pas toûjours suspenduë à cette hauteur precisément; au contraire, elle s'éleve quelquefois à 31. pieds et demy, puis elle revient à 31. pieds, puis elle baisse encore de trois poulces au dessous, puis elle remonte tout à coup d'un pied, suivant les varietez qui arrivent à l'Air; et tout cela avec la mesme bizarrerie avec laquelle l'Air se broüille et s'éclaircit.

Et l'experience fait voir qu'une mesme Pompe éleve l'eau plus haut en un temps qu'en un autre d'un pied huit poulces. En sorte que l'on peut faire une Pompe et aussi un Siphon par la mesme raison, d'une telle hauteur, qu'en un temps ils feront leur effet, et en un autre ils ne le feront point, selon que l'Air sera plus ou moins chargé de vapeurs, ou que par quelqu'autre raison il pesera plus ou moins; ce qui seroit une experience assez curieuse, et qui seroit assez facile, en se servant du vif argent au lieu d'eau ; car par ce moyen l'on n'auroit pas besoin de si longs tuyaux pour la faire.

De là on doit entendre que l'eau demeure suspenduë dans les tuyaux à une moindre hauteur en un temps qu'en un autre, et qu'un soufflet est plus aisé à ouvrir en un temps qu'en un autre en la mesme proportion precisément : et ainsi des autres effets ; car ce qui se dit de l'un convient exactement avec tous les autres, chacun suivant sa nature.

Chapitre v. — *Que comme le poids de la masse de l'Air est plus grand sur les lieux profonds que sur les lieux élevez, aussi les effets qu'elle y produit sont plus grands à proportion.*

Puisque le poids de la masse de l'Air produit tous ces effets dont nous traittons, il doit arriver que comme elle n'est pas égale sur tous les lieux du monde, puisqu'elle est plus grande sur ceux qui sont les plus enfoncez, ces effets y doivent aussi estre differents : aussi l'experience le confirme, et fait voir que cette mesure de 31. pieds, que nous avions prise pour servir d'exemple, n'est pas celle où l'eau s'éleve dans les Pompes, dans tous les lieux du monde ; car elle s'y éleve differemment en tous ceux qui ne sont pas à mesme niveau, et d'autant plus qu'ils sont plus enfoncez, et d'autant moins qu'ils sont plus élevez : de sorte que par les experiences qui en ont esté faites en des lieux élevez l'un au dessus de l'autre de cinq ou six cent toises, on a trouvé difference de quatre pieds trois poulces ; de sorte que la mesme Pompe qui éleve l'eau en un endroit à la hauteur de 30. pieds quatre poulces ne l'éleve en l'autre, plus haut d'environ 500. toises, qu'à la hauteur de vingt-six pieds un poulce, en même temperamment d'Air ; en quoi il y a difference de la sixiéme partie.

La mesme chose se doit entendre de tous les autres effets, chacun suivant sa maniere, c'est à dire, par exemple, que deux corps polis sont plus difficilles à desunir en un vallon que sur une montagne, etc.

Or, comme 500. toises d'élevation causent quatre pieds trois poulces de difference à la hauteur de l'eau, les moindres hauteurs font de moindres differences à proportion; sçavoir, 100. toises, environ dix poulces; 20. toises, environ deux poulces, etc.

L'instrument le plus propre pour observer toutes ces variations est un tuyau de verre bouché par en haut, recourbé par en bas, de trois ou quatre pieds de haut, auquel on cole une bande de papier, divisée par poulce et lignes; car, si on le remplit de vif argent, on verra qu'il tombera en partie, et qu'il demeurera suspendu en partie; et on pourra remarquer exactement le degré auquel il sera suspendu; et il sera facile d'observer les variations qui y arriveront de la part des charges de l'Air, par les changements du temps, et celles qui y arriveront en le portant en un lieu plus élevé; car en le laissant en un mesme lieu, on verra que, à mesure que le temps changera, il haussera et baissera; et on remarquera qu'il sera plus haut en un temps qu'en un autre, d'un poulce six lignes, qui répondent precisément à un pied huit poulces d'eau, que nous avons donné dans l'autre Chapitre, pour la difference qui arrive de la part du temps.

Et, en le portant du pied d'une montagne jusques sur son sommet, on verra que, quand on sera monté de dix toises, il sera baissé de prés d'une ligne; quand on sera monté de vingt toises, il sera baissé de deux lignes; quand on sera monté de 100. toises, il sera baissé de neuf lignes; quand on sera monté de 500. toises, il sera baissé de trois poulces dix lignes. Et, redescendant, il remontera par les mesmes degrez.

Tout cela a esté éprouvé sur la montagne du Puy de Domme en Auvergne, comme on verra par la *Relation de cette Experience* qui est apres ce *Traitté*[1]; et ces mesures en vif argent répondent precisément à celles que nous venons de donner en l'eau.

La mesme chose se doit entendre de la difficulté d'ouvrir un soufflet, et du reste.

Où l'on voit que la mesme chose arrive precisément dans les effets que la pesanteur de l'Air produit, que dans ceux que la pesanteur de l'eau produit; car nous avons veu qu'un soufflet immergé dans l'eau, et qui est difficile à ouvrir, à cause du poids de l'eau, l'est d'autant moins qu'on l'élève plus pres de la fleur[2] de l'eau; et que le vif argent dans un tuyau immergé dans l'eau, se tient suspendu à une hauteur plus ou moins grande, suivant qu'il est plus ou moins avant dans l'eau; et tous ces effets, soit de la pesanteur de l'air, soit de celle de l'eau, sont des suittes si necessaires de l'Equilibre des liqueurs, qu'il n'y a rien de plus clair au monde.

---

1. Remaniement de la phrase de Pascal, fait évidemment pour l'édition de 1663. *Vide supra*, t. II, p. 349 sqq.

2. *La superficie*. Ce sens est resté dans quelques formules : *à fleur d'eau, à fleur de tête*.

Chapitre vi. — *Que, comme les effets de la pesanteur de la masse de l'Air augmentent ou diminuënt à mesure qu'elle augmente ou diminuë, ils cesseroient entierement si l'on estoit au dessus de l'Air, ou en un lieu où il n'y en eust point.*

Apres avoir veu jusques icy que ces effets qu'on attribuoit à l'horreur du vuide, et qui viennent en effet de la pesanteur de l'Air, suivent toûjours sa proportion, et qu'à mesure qu'elle augmente, ils augmentent; qu'à mesure qu'elle diminuë, ils diminuënt; et que par cette raison l'on voit que dans le tuyau plein de vif argent il demeure suspendu à une hauteur d'autant moindre, qu'on le porte à un lieu plus élevé, parce qu'il reste moins d'air au dessus de luy; de mesme que celuy d'un tuyau immergé dans l'eau baisse à mesure qu'on l'éleve vers la fleur de l'eau, parce qu'il reste moins d'eau pour le contrepeser : on peut conclure avec assurance que, si on l'élevoit jusques au haut de l'extremité de l'Air, et qu'on le portast entierement hors de sa Sphere, le vif argent du tuyau tomberoit entierement, puis qu'il n'y auroit plus aucun air pour le contrepeser, comme celuy du tuyau immergé dans l'eau tombe entierement, quand on le tire entierement hors de l'eau.

La mesme chose arriveroit, si on pouvoit oster tout l'air de la chambre où l'on feroit cette épreuve; car n'y ayant plus d'air qui pesast sur le bout du tuyau qui est recourbé, on doit croire que le vif argent tomberoit, n'ayant plus son contrepoids.

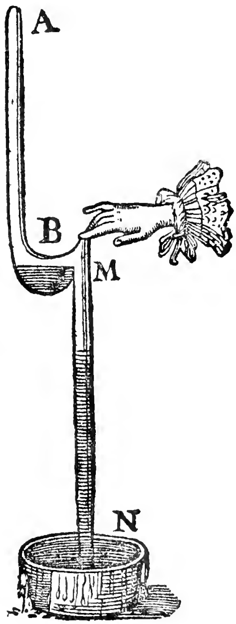
Mais parce que l'une et l'autre de ces épreuves est impossible, puisque nous ne pouvons pas aller au dessus de l'Air, et que nous ne pourrions pas vivre dans une chambre dont tout l'Air auroit esté osté, il suffit d'oster l'Air, non de toute la chambre, mais seulement d'alentour du bout recourbé, pour empescher qu'il n'y puisse arriver, pour voir si tout le vif argent tombera, quand il n'aura plus d'Air qui le contrepese, et on pourra facilement le faire en cette façon.

Il faut avoir un tuyau recourbé par en bas, bouché par le bout A, et ouvert par le bout B, et un autre tuyau tout droit, ouvert par les deux bouts, M et N, mais inseré et soudé par le bout M, dans le bout recourbé de l'autre, comme il paroist en cette figure[1].

---

1. Nous donnons ci-contre le *fac-simile* de la page 105 de l'édition originale où se trouve cette figure. On trouvera page 280 le texte de l'*Avertissement* qui signale la faute de la figure, où le mercure ne remplit pas la poche B. — Nous avons déjà eu l'occasion de faire remarquer dans notre *Introduction* à la *Seconde Narration* de Roberval que le dispositif de l'expérience décrite ici par Pascal avait été utilisé par Roberval dans ses conférences publiques de 1648. Nous avons cité (t. III, p. 291) le texte de la *Gravitas comparata* qui offre une frappante analogie avec ce passage du *Traité de la pesanteur de la masse de l'Air*. Voir Strowski, *Histoire de Pascal*, p. 401. Perier rappelle dans son introduction, *vide infra*, p. 277, que cette expérience ne diffère que par le dispositif de l'expérience que Pascal lui avait montrée quelques jours avant la lettre du 15 novembre 1647 (voir t. II, p. 158). Pour compléter l'histoire de l'Expérience du vide dans le vide, avant l'époque où fut composé le traité de Pascal, il convient de citer ici un texte de 1651, tiré des *Experimenta nova anatomica* ou

dire les deux tuyaux qui n'en font proprement qu'un, puis qu'ils ont cõmunication l'un dans l'autre; le remplir de vif argent, & puis remettre le bout A en haut, & le bout N dans une écuelle pleine de vif argent; il arrivera que le vif argẽt du tuyau d'en haut tombera entierement, & sera tout receu dãs sa recourbure; si ce n'est qu'il y en aura une partie qui s'écoulera dans le tuyau d'en bas par le trou M, mais le vif argent du tuyau d'en bas tombera en partie seulement, & demeurera suspendu aussi en partie, à une hauteur d'envi-



Fac-similé de la page 105 de l'édition *princeps*.

Il faut boucher B, qui est l'ouverture du bout recourbé du premier tuyau, avec le doit ou autre-

---

Dissertatio de Circulatione Sanguinis et chyli motu. Le physiologiste Jean Pecquet y décrit une expérience inventée par l'ami intime de Pascal, Adrien Auzoult.

« Experim. III : *Exterioris Aeris cum interiori Hydrargyri cylindro æquipondium ostenditur.*

« Lubet etiam, ne pertinax in te Antiquorum opinio adversum argumenta remurmuret, quibus exterioris aëris cum Hydrargyro interiori stabilitur æquipondium, te vacui in vacuo, tentatum feliciter acutissimi Auzotii sagacitate, Experimentum condocefacere.

« Habe superiori similem et simili protensam collo lagenam AB, nisi quod stet juxta basim B, canaliculi G, auctarium, per cujus ostiolum, quoties opus fuerit, ingressus aëri pateat in lagenam. Per inversæ sublimisque basis B, apertum ostium inducito quadratum parallelepipedâ compage vasculum C, sicut ejus capacitas versus supremum basis B, hiatum patula, fundo suo subjectæ perpendicularis colli AC, fistulæ horizontaliter immineat. Sane vasculum C, externis quatuor angulis interius innixum vitro, dabit in arcubus demeaculum, id est inter latera vasculi, lagenamque intercapedo pervia remanebit. Injice vasculo C, verticalem seu erectum electæ longitudinis etiam ex vitro simul utrinque pervio tubum CF, cumque exactissime suillâ (quâ basim et pariter ostiolum G obturabis) vesicâ, in aëris exclusionem in B circumstringe ; tum jubebis, quo ministro utere, supposito digiti collare lagenæ ostiolum A, obturatum tandiu contineat, donec infuso Hydrargyro totam machinam per apertum ascititii tubi verticem F, impleveris ; quo demum vertice suilla quoque membrana coercito, si digitum subjectum, immersumque, ut antea, restagnanti exterius in D, Hydrargyro retraxerit, Hydrargyri AE, miraberis in inferiori tubo cum exteriori aëre perpetuum æquilibrium ; totus per inclusi C, vasculi latera vacuabitur, qui stat superior tubus, reduntante Hydrargyro, idispum lagenali AE, tubo per septem et viginti pollices retinente. Ac si tum acu subtilissima vesiculam ostiolo G, perforaveris, et aëris nonnihil concesseris intus irrepere, is certe cum dilatato intra lagenam commixtus ejusdem intendit Elaterem, sic ut fortiori jam conamine quaquaversum agat et subjectum in collo AE, Hydrargyrum opprimens, non parum deprimat, et ipsum, quod in interiori C, vasculo restagnat comprimens, in superiorem tubum CF, notabili cylindro cogat ascendere ; imo etiam pro Aeris irrepentis ment, comme avec une vessie de pourceau, et renverser ce tuyau entier ; c'est à dire les deux tuyaux qui n'en font proprement qu'un, puisqu'ils ont communication l'un dans l'autre; le remplir de vif-argent, et puis remettre le bout A en haut, et le bout N dans une écuelle pleine de vif argent : il arrivera que le vif argent du tuyau d'en haut tombera entierement, et sera tout receu dans sa recourbure, si ce n'est qu'il y en aura une partie qui s'écoulera dans

---

augmento, sensim ad septem et viginti pollicum versum F, altitudinem, inferioris tubi Hydrargyro penitus detruso, videas excrescere.

« Deorsum in EA, deprimit aër Hydrargyrum, propter mutatum ex infuso per G adventitii aëris auctario, extranei videlicet aëris, cum incluso Hydrargyro æquipondium : sursum pellit in CF, quia reparatus virtutis compressoriæ nisus, etiam intus quærit æquilibrium.

« Ex his quid concludendum ? Aër extraneus æquiponderat interioris Hydrargyri cylindro AE, Ergo Aër etiam in suà, ut aiunt, sphærà ponderosus.

« Aëris partes intra tubum vesiculamque cyprinam, spontaneà dilatatione distenduntur, Ergo insitus aëreæ substantiæ ad rarescendum Elater *Spongiæ Lanæve* naturam imitatur.

« Et sic quo densior aer, ut in montana vacuique in vacuo patuit Experientia, eo quaquaversum agens majori robustiorique terra quæam superficiem impetit Elatere. » L'expérience que Pecquet attribue à Auzoult suit donc la même marche que les expériences de 1647 et de 1648. L'originalité d'Auzoult consiste uniquement dans la disposition de l'appareil. Nous en empruntons la description à l'excellent résumé que M. Mathieu a donné de la page de Pecquet (*Revue de Paris*, 15 avril 1906, p. 780 ; cf. 1 mars 1907, p. 202) : « Auzout prit un long tube terminé par un ballon largement ouvert et muni d'un goulot latéral; l'orifice du tube étant dirigé vers le sol et bouché, le goulot latéral étant fermé par une membrane imperméable, il introduisit dans le ballon une cuvette à fond rectangulaire, disposée de façon à ne pas obstruer le tube, puis il ferma l'orifice du ballon au moyen d'une membrane qui soutenait un petit tube ouvert par les deux bouts, de façon que son extrémité inférieure plongeât dans la cuvette sans en toucher le fond. »

le tuyau d'en bas par le trou M; mais le vif argent du tuyau d'en bas tombera en partie seulement, et demeurera suspendu aussi en partie, à une hauteur de 26. à 27. poulces, suivant le lieu et le temps où l'on en fait l'épreuve. Or la raison de cette difference est que l'Air pese sur le vif argent qui est dans l'écuelle au bout du tuyau d'en bas; et ainsi il tient son vif argent du dedans suspendu, et en Equilibre; mais il ne pese pas sur le vif argent qui est au bout recourbé du tuyau d'en haut; car le doigt ou la vessie qui le bouche, empeschent qu'il n'y ait d'accés : de sorte que, comme il n'y a aucun Air qui pese en cet endroit, le vif argent du tuyau tombe librement, parce que rien ne le soûtient et ne s'oppose à sa chûte.

Mais comme rien ne se perd dans la nature, si le vif argent qui est dans la recourbure ne sent pas le poids de l'Air, parce que le doigt qui bouche son ouverture l'en garde, il arrive, en recompense, que le doigt souffre beaucoup de douleur ; car il porte tout le poids de l'Air qui le presse par dessus, et rien ne le soûtient par dessous : aussi il se sent pressé contre le verre, et comme attiré et sucé au dedans du tuyau, et une empoulle s'y forme, comme s'il y avoit une ventouze, parce que le poids de l'Air pressant le doigt, la main et le corps entier de cet homme de toutes parts, excepté en la seule partie qui est dans cette ouverture où il n'a point d'accés, cette partie s'enfle, et souffre par la raison que nous avons tantost dite.

Et si on oste le doigt de cette ouverture, il arrivera que le vif argent qui est dans la recourbure montera tout d'un coup dans le tuyau jusques à la hauteur de 26. ou 27. poulces, par ce que l'Air, tombant tout d'un coup sur le vif argent, le fera incontinent monter à la hauteur capable de le contrepeser, et mesme, à cause de la violence de sa chûte, il le fait monter un peu au delà de ce terme ; mais il tombera ensuite un peu plus bas, et puis il remontera encore ; et aprés quelques allées et venuës, comme d'un poids suspendu au bout d'un fil, il demeurera ferme à une certaine hauteur, à laquelle il contrepese l'Air precisément.

D'où l'on voit que quand l'Air ne pese point sur le vif argent qui est au bout recourbé, celuy du tuyau tombe entierement, et que par consequent, si on avoit porté ce tuyau en un lieu où il n'y eût point d'Air, ou, si on le pouvoit, jusques au dessus de la Sphere de l'Air, il tomberoit entierement.

Conclusion des trois derniers Chapitres.

D'où il se conclut qu'à mesure que la charge de l'Air est grande, petite ou nulle, aussi la hauteur où l'eau s'éleve dans la Pompe est grande, petite ou nulle, et qu'elle luy est toûjours precisément proportionnée comme l'effet à sa cause.

Il faut entendre la mesme chose de la difficulté d'ouvrir un soufflet bouché, etc.

Chapitre VII. — *Combien l'eau s'éleve dans les Pompes en chaque lieu du monde.*

De toutes les connoissances que nous avons, il s'ensuit qu'il y a autant de differentes mesures de la hauteur où l'eau s'éleve dans les Pompes, qu'il y a de differents lieux et de differents temps où on l'éprouve ; et qu'ainsi si on demande à quelle hauteur les Pompes aspirantes élevent l'eau en general, on ne sçauroit répondre precisément à cette question, ny mesme à celle cy : à quelle hauteur les Pompes élevent l'eau à Paris, si l'on ne détermine aussi le temperamment de l'Air, puisqu'elles l'élevent plus haut, quand il est plus chargé : mais on peut bien dire à quelle hauteur les Pompes élevent l'eau à Paris quand l'air est le plus chargé ; car tout est specifié. Mais sans nous arrester aux differentes hauteurs où l'eau s'éleve en chaque lieu, suivant que l'Air est plus ou moins chargé, nous prendrons la hauteur où elle se trouve, quand il l'est mediocrement, pour la hauteur naturelle de ce lieu là ; parce qu'elle tient le milieu entre les deux extremitez, et qu'en connoissant cette mesure, on aura la connoissance des deux autres, parce qu'il ne faudra qu'ajoûter ou diminuer dix poulces. Ainsi nous donnerons la hauteur où l'eau s'éleve en tous les lieux du monde[1], quelques

---

1. Bossut corrige l'orthographe de 1663 : *quelques hauts et quelques profonds.*

hauts et quelques profonds qu'ils soient, quand l'Air y est mediocrement chargé.

Mais auparavant, il faut entendre qu'en toutes les Pompes qui sont à mesme niveau, l'eau s'éleve precisément à la mesme hauteur (j'entends toujours en un mesme temperamment d'Air) ; car l'Air y ayant une mesme hauteur, et partant un mesme poids, le poids y produit de semblables effets.

Et c'est pourquoy nous donnerons d'abord la hauteur où l'eau s'éleve aux lieux qui sont[1] à niveau de la mer, parce que toute la mer est precisément du mesme niveau, c'est à dire également distante du centre de la terre en tous ses points : car les liquides ne peuvent reposer autrement, puisque les points qui seroient plus hauts couleroient en bas ; et ainsi la hauteur où nous trouverons que l'eau s'éleve dans les Pompes en quelque lieu que ce soit, qui soit au bord de la mer, sera commune à tous les lieux du monde qui sont au bord de la mer : et il sera aisé d'inférer de là à quelle hauteur l'eau s'élevera dans les lieux plus ou moins élevez de 10. ou 20. 100. 200. ou 500. toises, puisque nous avons donné la difference qu'elles apportent.

Au niveau de la mer, les Pompes aspirantes élevent l'eau à la hauteur de 31. pieds deux poulces à peu pres ; il faut entendre quand l'Air y est chargé mediocrement.

---

1. Bossut imprime *au*.

Voilà la mesure commune à tous les points de la mer du monde : d'où il s'ensuit qu'un Siphon éleve l'eau en ces lieux là, tant que sa jambe la plus courte a une hauteur au dessous de celle là ; et qu'un soufflet bouché s'ouvre avec le poids de l'eau de cette hauteur là, et de la largeur de ses aîles ; ce qui est toûjours conforme. Il est aisé de passer de là à la connoissance de la hauteur où l'eau s'éleve dans les Pompes aux lieux plus élevez de dix toises : car, puisque nous avons dit que dix toises d'élevation causent un poulce de diminution à la hauteur où l'eau s'éleve ; il s'ensuit qu'en ces lieux là l'eau s'éleve seulement à 31. pieds un poulce.

Et par[1] mesme moyen, on trouve qu'aux lieux plus élevez que le niveau de la mer, de vingt toises, l'eau s'éleve à 31. pieds seulement.

Dans ceux qui sont élevez au dessus de la mer de 100. toises, l'eau monte seulement à 30. pieds quatre poulces.

Dans ceux qui sont élevez de 200. toises, l'eau monte à 29. pieds six poulces.

Dans ceux qui sont élevez d'environ 500. toises, l'eau monte à peu prés à 27. pieds.

Ainsi on pourroit éprouver le reste. Et pour les lieux plus enfoncez que le niveau de la mer, on trouvera de mesme les hauteurs où l'eau s'éleve, en

1. Bossut imprime : *le*.

ajoutant, au lieu de soustraire, les differences que ces differentes hauteurs donnent.[1]

CONSEQUENCES.

I. De toutes ces choses, il est aisé de voir qu'une Pompe n'éleve jamais l'eau à Paris à 32. pieds, et qu'elle ne l'éleve jamais moins de 29. pieds et demy.

II. On voit aussi qu'un Siphon, dont la courte jambe a 32. pieds, ne fait jamais son effet à Paris.

III. Qu'un Siphon, dont la jambe la plus courte a 29. pieds et au dessous, fait toûjours son effet à Paris.

IV. Qu'un Siphon dont la courte jambe a 31. pieds precisément à Paris, fait son effet quelquefois, et quelquefois ne le fait pas, selon que l'air est chargé.

V. Qu'un Siphon qui a 29. pieds pour sa courte jambe, fait toûjours son effet à Paris, et jamais à un lieu plus élevé, comme à Clermont en Auvergne.

VI. Qu'un Siphon qui a dix pieds de haut, fait son effet en tous les lieux du monde ; car il n'y a point de montagne assez haute pour l'en empescher ; et qu'un Siphon qui a 50. pieds de haut ne fait son effet

1. Bossut imprime : *une*.

en aucun lieu du monde ; car il n'y a point de caverne assez creuse pour faire que l'Air pese assez pour soulever l'eau à cette hauteur.

VII. Que l'eau s'éleve dans les pompes à Dieppe, quand l'Air est mediocrement chargé, à 31. pieds deux poulces, comme nous avons dit, et quand l'air est le plus chargé à 32. pieds ; qu'elle s'éleve dans les Pompes sur les montagnes hautes de 500. toises au dessus de la mer, quand l'Air est mediocrement chargé, à 26. pieds onze poulces ; et quand il est le moins chargé, à 26. pieds un poulce : de sorte qu'il y a difference entre cette hauteur et celle qui se trouve à Dieppe, quand l'Air y est le plus chargé, de cinq pieds onze poulces, qui est presque le quart de la hauteur qui se trouve sur les montagnes.

VIII. Comme nous voyons qu'en tous les lieux qui sont à mesme niveau, l'eau s'éleve à pareille hauteur, et qu'elle s'éleve moins en ceux qui sont plus élevez ; aussi, par le contraire, si nous voyons que l'eau s'éleve à pareille hauteur en deux lieux differents, on peut conclure qu'ils sont à mesme niveau ; et si elle ne s'y éleve pas à mesme hauteur, on peut juger, par cette difference, combien l'un est plus élevé que l'autre : ce qui est un moyen de niveler les lieux, [1]quelques esloignez qu'ils soient, assez exactement et bien facilement ; puis qu'au

---

1. Bossut corrige *quelque*.

lieu de se servir d'une Pompe aspirante qui seroit difficile à faire de cette hauteur, il ne faut que prendre un tuyau de trois ou quatre pieds plein de vif argent, et bouché par en haut, dont nous avons souvent parlé, et voir à quelle hauteur il demeure suspendu ; car sa hauteur correspond parfaitement à la hauteur où l'eau s'éleve dans les Pompes.

IX. On voit aussi de là que les degrez de chaleur ne sont pas marquez exactement dans les meilleurs thermometres ; puisqu'on attribuoit toutes les differentes hauteurs où l'eau demeure suspenduë à la rarefaction ou condensation de l'air interieur du tuyau, et que nous apprenons de ces experiences, que les changemens qui arrivent à l'Air exterieur, c'est à dire à la masse de l'Air, y contribuënt beaucoup.

Je laisse un grand nombre d'autres consequences qui s'ensuivent de ces nouvelles connoissances, comme, par exemple, la voye qu'elles ouvrent pour connoistre l'étenduë precise de la Sphere de l'Air, et des vapeurs qu'on appelle l'Athmosphere ; puis qu'en observant exactement de cent en cent toises, combien les premieres, combien les secondes et combien toutes les autres donnent de differences, on arriveroit à conclure exactement la hauteur entiere de l'Air. Mais je laisse tout cela pour m'attacher à ce qui est propre au sujet.

Chapitre VIII. — *Combien chaque lieu du monde est chargé par le poids de la masse de l'Air.*

Nous apprenons de ces experiences que, puisque le poids de l'Air et le poids de l'eau qui est dans les Pompes se tiennent mutuellement en Equilibre, ils pesent precisément autant l'un que l'autre, et qu'ainsi en connoissant la hauteur où l'eau s'éleve en tous les lieux du monde, nous connoissons en mesme temps combien chacun de ces lieux est pressé par le poids de l'Air qui est au dessus d'eux ; et partant :

Que les lieux qui sont au bord de la mer sont pressez par le poids de l'Air qui est au dessus d'eux, jusques au haut de sa sphere, autant precisément que si au lieu de cet Air on substituoit une colonne d'eau de la hauteur de 31. pieds deux poulces.

Ceux qui sont plus élevez de dix toises, autant que s'ils portoient de l'eau de la hauteur de 31. pieds un poulce,

Ceux qui sont élevez au-dessus de la mer de 500. toises, autant que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 26. pieds onze poulces, et ainsi du reste.

Chapitre IX. — *Combien pese la masse entiere de tout l'Air qui est au monde.*

Nous apprenons, par ces experiences, que l'Air qui est sur le niveau de la mer, pese autant que l'eau, à la hauteur de 31. pieds deux poulces; mais parce que l'Air pese moins sur les lieux plus élevez que le niveau de la mer, et qu'ainsi il ne pese pas sur tous les points de la terre également, et mesme qu'il pese differemment par tout : On ne peut pas prendre un pied fixe qui marque combien tous les lieux du monde sont chargez par l'Air, le fort portant le foible ; mais on peut en prendre un par conjecture bien approchant du juste ; comme, par exemple, on peut faire estat que tous les lieux de la terre en general, considerez comme s'ils estoient également chargez d'Air, le fort portant le foible, en sont autant pressez que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31. pieds ; et il est certain qu'il n'y a pas un demy pied d'eau d'erreur en cette supposition.

Or, nous avons veu que l'Air qui est au dessus des montagnes hautes de 500. toises sur le niveau de la mer, pese autant que l'eau à la hauteur de 26. pieds 11 poulces.

Et, par consequent, tout l'Air qui s'étend depuis le niveau de la mer jusqu'au haut des montagnes hautes de 500. toises, pese autant que l'eau à la hauteur de 4. pieds un poulce, qui estant à peu prés la septiéme partie de la hauteur entiere, il est visible que l'Air compris depuis la mer jusques à ces montagnes, est à peu prés la septiéme partie de la masse entiere de l'Air.

Nous apprenons de ces mesmes experiences, que les vapeurs qui sont épaisses dans l'Air, lorsqu'il en est le plus chargé, pesent autant que l'eau à la hauteur d'un pied huit poulces ; puisque pour les contrepeser, elles font hausser l'eau dans les Pompes à cette hauteur, par dessus celle où l'eau contrepesoit déja la pesanteur de l'Air : de sorte que, si toutes les vapeurs qui sont sur une contrée estoient reduites en eau, comme il arrive quand elles se changent en pluye, elles ne pourroient produire que cette hauteur d'un pied huit poulces d'eau sur cette contrée. Et s'il arrive par fois des orages où l'eau de la pluye qui tombe vienne à une plus grande hauteur, c'est parce que le vent y porte les vapeurs des contrées voisines.

Nous voyons aussi de là que, si toute la Sphere de l'air estoit pressée et comprimée contre la terre par une force qui, la poussant par le haut, la réduisist en bas à la moindre place qu'elle puisse occuper, et qu'elle la reduisist[1] comme en l'eau, elle auroit alors la hauteur de 31. pieds seulement,

Et, par consequent, qu'il faut considerer toute la masse de l'Air, en l'estat libre où elle est, de la mesme sorte que si elle eust esté autrefois comme une masse d'eau de 31. pieds de haut à l'entour de toute la terre, qui eust esté rarefiée et dilatée extrémement, et convertie en cet estat où nous l'appelons Air, auquel elle occupe, à la verité, plus de place,

1. Bossut imprime avec raison peut-être : *comme en eau.*

mais auquel elle conserve precisément le mesme poids que l'eau à 31. pieds de haut.

Et comme il n'y auroit rien de plus aisé que de supputer combien l'eau qui environneroit toute la terre à 31. pieds de haut peseroit de livres, et qu'un enfant qui sçait l'Addition et la Soustraction le pourroit faire, on trouveroit, par le mesme moyen, combien tout l'Air de la nature pese de livres, puisque c'est la mesme chose ; et si on en fait l'épreuve, on trouvera qu'il pese à peu prés huit millions de millions de millions de livres.

J'ay voulu avoir ce plaisir, et j'en ai fait le compte en cette sorte.

J'ay supposé que le Diametre d'un cercle est à sa circonference, comme 7. à 22.

J'ay supposé que le Diametre d'une Sphere estant multiplié par la circonference de son grand cercle, le produit est le contenu de la superficie Spherique.

Nous sçavons qu'on a divisé le tour de la terre en 360. degrez. Cette division a esté volontaire ; car on l'eust divisée en plus ou moins si on eust voulu, aussi bien que les cercles celestes.

On a trouvé que chacun de ces degrez contient 50 000, toises.

Les lieuës autour de Paris sont de 2 500. toises ; et, par consequent, il y a 20. lieuës au degré : d'autres en comptent 25. mais aussi ils ne mettent que 2 000. toises à la lieuë ; ce qui revient à la mesme chose.

Chaque toise a 6. pieds.

Un pied cube d'eau pese 72. livres.

Cela posé, il est bien aisé de faire la supputation qu'on cherche.

Car puisque la terre a pour son grand cercle, ou pour sa circonference. . . . . 360. degrez.

Elle a par consequent, de tour . 7200. lieuës.

Et par la proportion de la circonference au Diametre, son Diametre aura. . . . 2291. lieuës.

Donc, en multipliant le Diametre de la terre par la circonference de son grand cercle, on trouvera qu'elle a en toute sa superficie Spherique... 16 495 200. lieuës quarrées.

C'est-à-dire... 103 095 000 000 000. toises quarrées.

C'est-à-dire... 3 711 420 000 000 000. pieds quarrez.

Et parce qu'un pied cube d'eau pese 72. livres.

Il s'ensuit qu'un prisme d'eau d'un pied carré de base et de 31. pieds de haut, pese 2 232. livres.

Donc si la terre estoit couverte d'eau jusques à la hauteur de 31. pieds, il y auroit autant de prismes d'eau de 31. pieds de haut, qu'elle a de pieds quarrez en toute sa surface. (Je sçay bien que ce ne seroient pas des prismes, mais des secteurs de Sphere ; et je neglige exprés cette precision.)

Et partant elle porteroit autant de 2 232. livres d'eau, qu'elle a de pieds quarrez en toute sa surface.

Donc cette masse d'eau entiere peseroit : 8 283 889 440 000 000 000. livres.

Donc toute la masse entiere de la Sphere de l'Air qui est au monde, pese ce mesme poids de 8 283 889 440 000 000 000. livres.

C'est à dire, Huit millions de millions de millions, deux cent quatre-vingt-trois mille huit cent quatre-vingt-neuf millions de millions, quatre cent quarente mille millions de livres.

CONCLUSION DES DEUX PRECEDENS TRAITEZ

J'ay rapporté dans le Traité precedent tous les effets generalement qu'on a pensé jusques icy que la nature produit pour éviter le vuide; où j'ay fait voir qu'il est absolument faux qu'ils arrivent par cette raison imaginaire. Et j'ay démontré, au contraire, que la pesanteur de la masse de l'Air en est la veritable et unique cause, par des raisons et des experiences absolument convainquantes : De sorte qu'il est maintenant assuré qu'il n'arrive aucun effet dans toute la nature qu'elle produise pour éviter le vuide.

Il ne sera pas difficile de passer de là à montrer qu'elle n'en a point d'horreur; car cette façon de parler n'est pas propre, puisque la nature creée, qui est celle dont il s'agit, n'étant pas animée, n'est pas capable de passion[1]; aussi elle est metaphorique, et on n'entend par là autre chose sinon que la nature

1. Voir plus haut, t. II p. 530, le fragment conservé à la page 393 du manuscrit autographe. Cf. à la page 360, vers la fin du fragment sur les *Deux Infinis, Sect. II*, fr. 72 : « De là vient que presque tous les philosophes confondent les idées des choses, et parlent des choses corporelles spirituellement et des spirituelles corporellement. Car ils disent hardiment que les corps tendent en bas, qu'ils aspirent à leur centre, qu'ils fuyent leur destruction, qu'ils craignent le vide, qu'elle a des inclinations, des sympaties, des antipaties, qui sont toutes choses qui n'appartiennent qu'aux esprits. »

fait les mesmes efforts pour éviter le vuide, que si elle en avoit de l'horreur; De sorte qu'au sens de ceux qui parlent de cette sorte, c'est une mesme chose de dire que la nature abhorre le vuide, et dire que la nature fait de grands efforts pour empescher le vuide. Donc, puisque j'ay monstré qu'elle ne fait aucune chose pour fuir le vuide, il s'ensuit qu'elle ne l'abhorre pas; car, pour suivre la mesme figure, comme on dit d'un homme qu'une chose luy est indifferente, quand on ne remarque jamais en aucune de ses actions aucun mouvement de desir ou d'aversion pour cette chose, on doit aussi dire de la nature qu'elle a une extréme indifference pour le vuide, puisqu'on ne voit jamais qu'elle fasse aucune chose, ny pour le chercher, ny pour l'éviter. (J'entends toûjours par le mot de vuide un espace vuide de tous les corps qui tombent sous les sens.)[1].

Il est bien vray (et c'est ce qui a trompé les Anciens) que l'eau monte dans une Pompe quand il n'y a point de jour par où l'Air puisse entrer, et qu'ainsi il y auroit du vuide, si l'eau ne suivoit pas le Piston, et mesme qu'elle n'y monte plus aussitost qu'il y a des fentes par où l'Air peut entrer pour la remplir; d'où il semble qu'elle n'y monte que pour empescher le vide, puisqu'elle n'y monte que quand il y auroit du vide.

Il est certain de mesme qu'un soufflet est difficile à ouvrir, quand ses ouvertures sont si bien bou-

1. Voir l'*Avertissement* de l'édition de 1663, p. 279.

chées que l'Air ne peut y entrer, et qu'ainsi s'il s'ouvroit, il y auroit du vuide ; au lieu que cette resistance cesse quand l'Air y peut entrer pour le remplir : de sorte qu'elle ne se trouve que quand il y auroit du vuide ; d'où il semble qu'elle n'arrive que par la crainte du vuide.

Enfin, il est constant que tous les corps generalement font de grands efforts pour se suivre et se tenir unis toutes les fois qu'il y auroit du vuide entre-eux en se separant, et jamais autrement ; et c'est d'où l'on a conclu que cette union vient de la crainte du vuide.

Mais pour faire voir la foiblesse de cette consequence, je me serviray de cet exemple : Quand un soufflet est dans l'eau, en la maniere que nous l'avons souvent representé, en sorte que le bout du tuyau, que je suppose long de vingt pieds, sorte hors de l'eau et aille jusqu'à l'Air, et que les ouvertures qui sont à l'une des aîles soient bien bouchées, afin que l'eau n'y puisse pas entrer ; on sçait qu'il est difficile à ouvrir, et d'autant plus qu'il y a plus d'eau au dessus, et que, si on débouche ces ouvertures qui sont à une des aîles, et qu'ainsi l'eau y entre en liberté, cette resistance cesse.

Si on vouloit raisonner sur cet effet comme sur les autres, on diroit ainsi : Quand les ouvertures sont bouchées, et qu'ainsi, s'il s'ouvroit, il y entreroit de l'air par le tuyau, il est difficile de le faire ; et quand l'eau y peut entrer pour le remplir au lieu de l'Air, cette resistance cesse. Donc, puisqu'il resiste quand il y entreroit de l'Air, et non pas autrement cette resistance vient de l'horreur qu'il a de l'Air.

Il n'y a personne qui ne rist de cette consequence, parce qu'il peut se faire qu'il y ait une autre cause de sa resistance. Et en effet, il est visible qu'on ne pourroit l'ouvrir sans faire hausser l'eau, puisque celle qu'on écarteroit en l'ouvrant, ne pourroit pas entrer dans le corps du soufflet; et ainsi il faudroit qu'elle trouvast sa place ailleurs, et qu'elle fît hausser toute la masse, et c'est ce qui cause la resistance: Ce qui n'arrive pas quand le soufflet a des ouvertures par où l'eau peut entrer; car alors, soit qu'on l'ouvre ou qu'on le ferme, l'eau n'en hausse ny ne baisse, parce que celle qu'on écarte entre dans le soufflet à mesure; aussi on l'ouvre sans resistance.

Tout cela est clair, et par consequent il faut considerer qu'on ne peut l'ouvrir sans qu'il arrive deux choses: l'une, qu'à la verité il y entre de l'Air; l'autre, qu'on fasse hausser la masse de l'eau; et c'est la derniere de ces choses qui est cause de la resistance, et la premiere y est fort indifferente, quoy qu'elle arrive en mesme temps.

Disons-en de mesme de la peine qu'on sent à ouvrir dans l'Air un soufflet bouché de tous les costez; si on l'ouvroit par force, il arriveroit deux choses: l'une, qu'à la verité il y auroit du vuide; l'autre, qu'il faudroit hausser et soûtenir toute la

1. Bossut: *disons de même*

masse de l'Air, et c'est la derniere de ces choses qui cause la resistance qu'on y sent, et la premiere y est fort indifferente ; aussi cette resistance augmente et diminuë à proportion de la charge de l'Air, comme je l'ay fait voir.

Il faut entendre la mesme chose de la resistance qu'on sent à separer tous les corps entre lesquels il y auroit du vuide ; car l'Air ne peut pas s'y insinuer, autrement il n'y auroit pas de vuide. Et ainsi on ne pourroit les separer, sans faire hausser et soûtenir toute la masse de l'Air, et c'est ce qui cause cette resistance.

Voilà la veritable cause de l'union des corps entre lesquels il y auroit du vuide, qu'on a demeuré si long-temps à connoître, parce qu'on a demeuré si long-temps dans de fausses opinions, dont on n'est sorti que par degrez ; de sorte qu'il y a eu trois divers temps où l'on a eû de differents sentiments.

Il y avoit trois erreurs dans le monde, qui empeschoient absolument la connoissance de cette cause de l'union des corps.

La premiere est, qu'on a crû presque de tout temps que l'Air est leger[1], parce que les anciens Au-

---

1. « Aristote, dit M. Duhem, pensait que l'air était pesant ; à l'appui de cette opinion, il citait (Aristote : *De Cœlo*, livre IV, ch. IV) [311 *b*. 9] une observation étrange, sans dire, d'ailleurs, s'il l'avait faite lui-même ou s'il la tenait de quelque autre philosophe : Une outre pèse davantage lorsqu'elle est gonflée d'air que lorsqu'elle est vide.

teurs l'ont dit ; et que ceux qui font profession de les croire les suivoient aveuglement, et seroient demeurez eternellement dans cette pensée, si des personnes plus habiles ne les en avoient retirez par la force des experiences : De sorte qu'il n'estoit pas possible de penser que la pesanteur de l'Air fut la cause de cette union, quand on pensoit que l'Air n'a point de pesanteur.

La seconde est, qu'on s'est imaginé que les Elemens ne pesent point dans eux-mesmes[1] sans autre raison sinon qu'on ne sent point le poids de l'eau quand on est dedans, et qu'un seau plein d'eau qui y est enfoncé n'est point difficile à lever tant qu'il y est, et qu'on ne commence à sentir son poids que quand il en sort : comme si ces effets ne pouvoient pas venir d'une autre cause, ou plûtost comme si celle-là n'estoit pas hors d'apparence, n'y ayant point de raison de croire que l'eau qu'on puise dans un seau

---

« En ses commentaires au *De Cœlo* du Stagirite, Simplicius nous apprend qu'il avait reproduit cette expérience et que, contrairement au dire d'Aristote, il avait trouvé même poids à l'outre gonflée et à l'outre dégonflée ; il suppose que le résultat contraire rapporté par le Philosophe s'explique par une cause d'erreur : le souffle qui a gonflé l'outre y a introduit de l'humidité, qui en a accru le poids.

« Les observations contradictoires d'Aristote et de Simplicius ont provoqué, dans les écoles du Moyen Age, bien des discussions ; elles se rattachaient, en effet, à ce problème essentiel, l'un de ceux qui furent le plus vivement débattus parmi les mécaniciens d'Alexandrie aussi bien que parmi les physiciens de la Scolastique : Un élément pèse-t-il ou non lorsqu'il se trouve en son lieu naturel ? » (*Revue générale des Sciences*, 15 *sept.* 1906, p. 769).

1. Jean Rey, qui avait pourtant démontré (*Essai* II) qu'*il n'y a rien de leger en la nature*, donne à son *Essai* VIII ce titre : *Nul element pese dans soy-mesme, et pourquoy*.

pese quand elle en est tirée, et ne pese plus quand elle y est renversée ; qu'elle perde son poids en se confondant avec l'autre, et qu'elle le retrouve quand elle en quitte le niveau. Estranges moyens que les hommes cherchent pour couvrir leur ignorance : parce qu'ils n'ont pû comprendre pourquoy on ne sent point le poids de l'eau, et qu'ils n'ont pas voulu l'avoüer, ils ont dit qu'elle n'y pese pas, pour satisfaire leur vanité, par la ruïne de la verité ; et on l'a receu de la sorte : et c'est pourquoy il estoit impossible de croire que la pesanteur de l'Air fut la cause de ces effets, tant qu'on a esté dans cette imagination ; puis que quand mesme on auroit sçeu qu'il est pesant, on auroit toûjours dit qu'il ne pese pas dans luy mesme ; et ainsi on n'auroit pas crû qu'il y produisit aucun effet par son poids.

C'est pourquoy j'ay montré, dans l'*Equilibre des Liqueurs,* que l'eau pese dans elle mesme autant qu'au dehors, et j'y ay expliqué pourquoy nonobstant ce poids, un seau n'y est pas difficile à hausser, et pourquoi on n'en sent pas le poids : et dans le *Traité de la pesanteur de la masse de l'Air,* j'ay montré la mesme chose de l'Air, afin d'éclaircir tous les doutes.

La troisiéme erreur est d'une autre nature ; elle n'est plus sur le sujet de l'Air, mais sur celuy des effets mesmes qu'ils attribuoient à l'horreur du vuide, dont ils avoient des pensées bien fausses.

Car ils s'estoient imaginez qu'une Pompe éleve l'eau non seulement à dix ou vingt pieds, ce qui est bien veritable, mais encore à cinquante, cent, mille, et autant qu'on voudroit, sans aucunes bornes.

Ils ont creu de mesme, qu'il n'est pas seulement difficile de separer deux corps polis appliquez l'un contre l'autre, mais que cela est absolument impossible; qu'un Ange, ny aucune force creée, ne le sçauroit faire, avec cent exaggerations que je ne daigne pas rapporter ; et ainsi des autres.

C'est une erreur de fait si ancienne, qu'on n'en voit point l'origine ; et Heron mesme, l'un des plus anciens et des plus excellens Auteurs qui ont écrit de l'élevation des eaux, dit expressément, comme une chose qui ne doit pas estre mise en doute, que l'on peut faire passer l'eau d'une riviere par dessus une montagne pour la faire rendre dans le vallon opposé, pourveu qu'il soit un peu plus profond, par le moyen d'un Siphon placé sur le sommet, et dont les jambes s'étendent le long des côteaux, l'une dans la riviere, l'autre de l'autre costé ; et il assure que l'eau s'élèvera de la riviere jusques sur la montagne, pour redescendre dans l'autre vallon, quelque hauteur qu'elle ait.

Tous ceux qui ont écrit de ces matieres ont dit la mesme chose ; et mesme tous nos Fonteniers asseurent encore aujourd'huy qu'ils feront des Pompes aspirantes qui attireront l'eau à soixante pieds, si l'on veut[1].

---

1. L'affirmation de Pascal est inexacte. Salomon de Caus avait, dès 1615, signalé la limite que « la nature de la machine » opposait à l'ascension de l'eau; il ajoutait, d'ailleurs, qu'avec une machine à

Ce n'est pas que ny Heron[1], ny ces Auteurs, ny ces Artisans, et encore moins les Philosophes, ayent poussé ces épreuves bien loing; car s'ils avoient essayé d'attirer l'eau seulement à 40. pieds, ils l'auroient trouvé impossible; mais c'est seulement qu'ils ont veu des Pompes aspirantes et des Siphons de six pieds, de dix, de douze, qui ne manquoient point de faire leur effet, et ils n'ont jamais veu que l'eau manquast d'y monter dans toutes les épreuves qu'il leur est arrivé de faire. De sorte qu'ils ne se sont pas imaginez qu'il y eût un certain degré après lequel il en arrivast autrement. Ils ont pensé que c'estoit une necessité naturelle, dont l'ordre ne pouvoit estre changé; et comme ils croyoient que l'eau montoit par une horreur invincible du vuide, ils se sont assurez qu'elle continuëroit à s'élever, comme elle avoit commencé sans cesser jamais; et ainsi tirans une consequence de ce qu'ils voyoient à ce qu'ils ne voyoient pas, ils ont donné l'un et l'autre pour également veritable.

Et on l'a crû avec[2] tant de certitude, que les Philosophes en ont fait un des plus grands principes de leur science, et le fondement de leurs *Traittez du vuide*: On le dicte tous les jours dans les Classes et dans tous les lieux du monde, et depuis tous les

---

deux corps de pompe, il pensait élever l'eau à soixante pieds (Duhem, *Revue générale des Sciences*, 15 *sept.* 1906, p. 778).

1. Allusion au *Spiritalium liber* dont Commandin avait publié la traduction latine en 1575. *Vide supra*, t. II, p. 318.

2. 1663 : par erreur, imprime *autant*.

temps dont on a des écrits, tous les hommes ensemble ont esté fermes dans cette pensée, sans que jamais personne y ait contredit jusqu'à ce temps.

Peut estre que cet exemple ouvrira les yeux à ceux qui n'osent penser qu'une opinion soit douteuse, quand elle a esté de tout temps universellement receüe de tous les hommes[1] ; puisque de simples Artisans ont esté capables de convaincre d'erreur tous les grand hommes qu'on appelle Philosophes : Car Galilée declare dans ses *Dialogues,* qu'il a appris des Fonteniers d'Italie, que les Pompes n'élevent l'eau que jusqu'à une certaine hauteur : Ensuite de quoy il l'éprouva luy mesme ; et d'autres ensuite en firent l'épreuve en Italie, et depuis en France avec du vif argent, avec plus de commodité, mais qui ne monstroit que la mesme chose en plusieurs manieres differentes[2].

Avant qu'on en fût instruit, il n'y avoit pas lieu de demonstrer que la pesanteur de l'Air fût ce qui élevoit l'eau dans les Pompes ; puisque cette pesanteur estant limitée, elle ne pouvoit pas produire un effet infini.

Mais toutes ces experiences ne suffirent pas pour monstrer que l'Air produit ces effets ; parce qu'encore qu'elles nous eussent[3] tiré d'une erreur, elles nous laissoient dans une autre. Car on apprist bien par toutes ces experiences, que l'eau ne s'éleve que

1. *Vide supra,* le *Fragment de Préface,* t. II, p. 137.
2. *Vide supra,* t. II, p. 482-483.
3. Bossut imprime *tirés* au pluriel.

jusqu'à une certaine hauteur ; mais on n'apprit pas qu'elle s'élevast plus haut dans les lieux plus profonds. On pensoit, au contraire, qu'elle s'élevoit toûjours à la mesme hauteur, qu'elle estoit invariable en tous les lieux du monde ; et comme on ne pensoit point à la pesanteur de l'Air, on s'imagina que la nature de la Pompe est telle, qu'elle éleve l'eau à une certaine hauteur limitée, et puis plus. Aussi Galilée la considera comme la hauteur naturelle de la Pompe, et il l'appela *la Altessa limitatissima*[1].

Aussi comment se fut-on imaginé que cette hauteur eust esté variable, suivant la varieté des lieux ? Certainement cela n'estoit pas vraysemblable ; et cependant cette derniere erreur mettoit encore hors d'estat de prouver que la pesanteur de l'Air est la cause de ces effets ; car comme elle est plus grande sur le pied des montagnes que sur le sommet, il est manifeste que les effets y seront plus grands à proportion.

C'est pourquoy je conclus qu'on ne pouvoit arriver à cette preuve, qu'en en faisant l'experience en deux lieux élevez, l'un au dessus de l'autre, de 400. ou 500. toises. Et je choisis pour cela la montagne du Puy de Domme en Auvergne, par la raison que j'ai declarée dans un petit Escrit que je fis imprimer dés l'année 1648. aussi tost qu'elle eust reüssi.

1. La phrase dont est tirée cette expression se trouvait déjà citée dans une note de l'*Avis au Lecteur* qui précède la lettre de Petit à Chanut avec renvoi aux *Dialogues* I, p. 12, 17, etc. (*Vide supra* t. I, p. 321, sqq.)

Cette experience ayant découvert que l'eau s'éleve dans les Pompes à des hauteurs toutes differentes, suivant la varieté des lieux et des temps, et qu'elle est toûjours proportionnée à la pesanteur de l'Air, elle acheva de donner la connoissance parfaite de ces effets ; elle termina tous les doutes ; elle monstra quelle en est la veritable cause ; elle fit voir que l'horreur du vuide ne l'est pas ; et enfin elle fournit toutes les lumieres qu'on peut desirer sur ce sujet.

Qu'on rende raison maintenant, s'il est possible, autrement que par la pesanteur de l'Air, pourquoy les Pompes aspirantes élevent l'eau plus bas d'un quart sur le Puy de Domme en Auvergne, qu'à Dieppe.

Pourquoy un mesme Siphon éleve l'eau et l'attire à Dieppe, et non pas à Paris.

Pourquoy deux corps polis, appliquez l'un contre l'autre, sont plus faciles à separer sur un Clocher que dans la Ruë.

Pourquoy un soufflet bouché de tous costez est plus facile à ouvrir sur le haut d'une maison que dans la court.

Pourquoy, quand l'Air est plus chargé de vapeurs, le Piston d'une Seringue bouchée est plus difficile à tirer.

Enfin, pourquoy tous ces effets sont toûjours proportionnez au poids de l'Air, comme l'effet à la cause.

Est-ce que la nature abhorre plus le vuide sur les montagnes que dans les vallons, quand il fait humide que quand il fait beau ? Ne le hait-elle pas également sur un Clocher, dans un grenier et dans les Courts.

Que tous les Disciples d'Aristote[1] assemblent tout ce qu'il y a de fort dans les écrits de leur Maistre, et de ses Commentateurs, pour rendre raison de ces choses par l'horreur du vuide, s'ils le peuvent ; sinon qu'ils reconnoissent que les experiences sont les veritables Maistres qu'il faut suivre dans la Physique : que celle qui a esté faite sur les montagnes, a renversé cette creance universelle du monde, que la nature abhorre le vuide, et ouvert cette connoissance qui ne sçauroit plus jamais perir, que la nature n'a aucune horreur pour le vuide, qu'elle ne fait aucune chose pour l'éviter, et que la pesanteur de la masse de l'Air est la veritable cause de tous les effets qu'on avoit jusques icy attribuez à cette cause imaginaire.

---

1. On trouvera la réponse des disciples d'Aristote dans l'écrit suivant : « *La Verité du Vuide contre le Vuide de la verité où l'on découvre la veritable cause des effets, qui jusques icy ont esté attribuez à l'horreur du vuide contre l'erreur qui les attribuë à la pesanteur de la Masse de l'Air*, par le F. P. Charles Bourgoing, Religieux Augustin, du Convent du Fauxbourg de Sainct Germain. *A Paris, chez Iean Henault, Libraire-Iuré, rue Sainct Iacques, à l'Ange Gardien, MDCLXIV. Avec privilege du roy, et permission des Superieurs.* » La position du P. Bourgoing nous a paru être celle que Pierius avait adoptée dans la *Responsio* : il invoque uniquement la raréfaction, afin d'éviter le recours à la pesanteur de l'air. De ce point de vue, le P. Bourgoing reprend l'explication, non seulement de l'expérience du vide dans le vide, mais aussi de l'expérience du Puy-de-Dôme.

APPENDICE

PRÉFACE [1]

Contenant les raisons qui ont porté à publier ces deux Traitez apres la mort de Monsieur Pascal, et l'histoire des diverses experiences qui y sont expliquées.

Encore que plusieurs personnes intelligentes qui ont leu ces deux Traitez en ayent fait un jugement tres avantageux et que l'on y voye un grand nombre des plus merveilleux effets de la nature expliquez, non par des Conjectures incertaines, mais par des raisons claires, sensibles et demonstratives ; on peut dire neanmoins avec verité, que le nom de Monsieur Pascal fait beaucoup plus d'honneur à ces ouvrages, que ces ouvrages n'en font au nom de Monsieur Pascal.

Ce n'est pas que ces Traitez ne soient achevez en leur genre, ny qu'il soit gueres possible d'y mieux reüssir ; mais c'est que ce genre mesme est tellement au dessous de luy, que ceux qui n'en jugeront que par ces ecrits ne se pourront former qu'une idée tres foible et tres imparfaite de la grandeur de son genie & de la qualité de son esprit.

Car encore qu'il fut autant capable qu'on le peut estre de penetrer dans les secrets de la nature et qu'il y eût des ouvertures admirables, il avoit neanmoins tellement connu depuis plus de dix ans avant sa mort la vanité et le neant de toutes ces sortes de connoissances, et il en avoit conçeu un tel dégoust qu'il avoit peine à souffrir que des personnes d'esprit s'y occupassent et en parlassent serieusement.

Il a toûjours crû depuis ce temps là qu'il n'y avoit que la

---

1. Rédigée très probablement par Florin Perier, d'après la *Vie* que Gilberte Perier devait avoir écrite immédiatement après la mort de son frère (*Vide supra*, t. I, p. 43).

seule religion qui fut un digne objet de l'esprit de l'homme ; que c'estoit une des preuves de la bassesse où il a esté reduit par le peché, de ce qu'il pouvoit s'attacher avec ardeur à la recherche de ces choses qui ne peuvent de rien contribuer à le rendre heureux ; Et il avoit accoûtumé de dire sur ce sujet *Que toutes ces sciences ne le consoleroient point dans le temps de l'affliction ; mais que la science des veritez chrestiennes le consoleroit en tout temps, et de l'affliction, et de l'ignorance de ces sciences* [1].

Il croyoit donc que s'il y avoit quelque avantage et quelque engagement par la coûtume de s'instruire de ces choses et d'apprendre ce que l'on en peut dire de plus raisonnable et de plus solide, il estoit absolument necessaire d'apprendre à ne les priser que leur juste prix ; et que s'il estoit meilleur de les sçavoir en les estimant peu, que de les ignorer, il valoit beaucoup mieux les ignorer que de les sçavoir en les estimant trop, et en s'y appliquant comme à des choses fort grandes et fort relevées.

C'est pourquoy, encore que ces deux traitez fussent tout prests à imprimer il y a plus de douze ans, comme le sçavent plusieurs personnes qui les ont veus dés ce temps là, il n'a jamais neanmoins voulu souffrir qu'on les publiât, tant par l'éloignement qu'il a toûjours eu de se produire, qu'à cause du peu d'estat qu'il faisoit de ces sciences.

Mais il n'est pas étrange que ses amis qui se voyent privez par la mort de l'esperance de plusieurs ouvrages tres conside-

---

1. Voir la *Vie* écrite par M^me^ Perier, *supra*, t. I, p. 59.

2. Voir la lettre écrite par Chapelain à Chr. Huygens (15 oct. 1659) sur Pascal : « Il a une quantité d'autres Traittés prests à donner de Problèmes curieux, mais qu'il tient supprimés avec assés de cruauté. Peu à peu l'on gaignera sur luy qu'il les souffre paroistre. On en avoit formellement esperé celuy qu'il avoit fait du *vuide* duquel il publia il y a sept ou huit ans une esbauche. Mais la devotion et ses infirmités l'ont retenu jusqu'icy de l'abandonner un jour. » (*Œuvres* de Huygens, 1889, t. II, p. 496 ; cf. *Lettres de Jean Chapelain*, Paris, 1883 t. II, p. 61).

rables ausquels il avoit dessein de s'employer tout entier pour le service de l'Eglise, regardent d'une autre maniere le peu d'écrits qu'il leur a laissez et qu'ainsi ils se soient plus facilement portez à les donner au public.

Car dans le regret de la perte qu'ils ont faite, tout ce qui leur reste de luy leur est precieux ; parce qu'il leur renouvelle le souvenir d'une personne qui leur a esté si chere par tant de raisons, et qu'ils y entre-voyent toûjours quelques traits de cette éloquence inimitable avec laquelle il parloit et écrivoit sur les sujets qui en sont capables. Il est vray que la connoissance particuliere qu'ils ont eu de l'esprit de Monsieur Pascal leur y fait découvrir plusieurs choses qui ne seront pas apperceuës par ceux qui ne l'ont pas connu comme eux : on croit neanmoins que toutes les personnes habiles y remarqueront une adresse à mettre les choses dans leur jour qui n'est pas commune, et qu'ils reconnoistront facilement que cette clarté extraordinaire qui paroist dans ces écrits vient de ce qu'il concevoit les choses avec une netteté qui luy estoit propre.

Que s'ils portent cette veüe plus loin, et qu'ils se representent ce que pouvoit produire une lumiere et une penetration d'esprit admirable, jointes à une abondance prodigieuse de pensées rares et solides, et d'expressions vives et suprenantes lors qu'il avoit pour objet, non des speculations peu utiles, comme celles de ces deux Traitez, mais les plus grandes et les plus hautes veritez de nostre religion, ils se pourront former quelque idée de ce qu'eût pû faire M. Pascal, s'il eût vécu plus long temps, dans les ouvrages qu'il s'estoit proposé de faire[1], et dont il n'a laissé que de legers commencemens qui ne laisseront pas d'estre admirez si on les donne jamais au public.

---

1. Ce pluriel est remarquable. Les fragments qui ont formé depuis les *Pensées* étaient-ils destinés à plusieurs ouvrages, par exemple à une Défense de la Religion contre les Libertins et à une Doctrine de l'Église contre les Jésuites ?

C'est l'usage que l'on doit faire de ceux que l'on donne maintenant; on ne les doit pas considerer en eux mesmes, ny borner l'idée que l'on doit avoir de celuy qui en est auteur à ce que l'on voit de luy dans ses écrits; mais en les regardant comme des jeux et des divertissemens de sa jeunesse, et comme des choses qu'il a méprisées luy mesme autant que personne, on doit s'en servir seulement pour concevoir ce qu'on avoit sujet d'attendre de luy dans les matieres serieuses et importantes auxquelles il avoit resolu de travailler pendant le reste de sa vie.

C'est aussi dans ce mesme dessein que je crois devoir dire quelque chose de l'ouverture qu'il avoit pour les Mathematiques, et de la maniere dont il les apprit, parce que c'est une chose aussi rare et aussi étrange qu'on en ait peut estre jamais oüy dire de personne et qu'elle peut beaucoup contribuer à faire connoistre la qualité de son esprit.

Monsieur Pascal n'eut jamais d'autre maistre que Monsieur son pere, qui crut ne pouvoir mieux employer le loisir qu'il s'étoit procuré en quittant sa charge de President en la Cour des Aydes de Clermont, qu'en instruisant luy mesme son fils dont la vivacité luy faisoit concevoir des esperances tres avantageuses. Ce fut la principale raison qui l'obligea de quitter la Province pour s'establir à Paris, dont le sejour luy paraissoit plus favorable pour son dessein. On remarquoit sur tout dans cet enfant une intelligence admirable pour penetrer le fond des choses, et pour discerner les raisons solides de celles qui ne consistent qu'en mots; de sorte que lors qu'on luy en alleguoit de cette derniere sorte son esprit estoit incapable de se satisfaire, et demeuroit dans une continuelle agitation jusqu'à ce qu'il en eût découvert les veritables raisons. Une fois entr'autres, lorsqu'il n'avoit encore qu'onze ans, quelqu'un ayant à table sans y penser frappé un plat de fayence avec un cousteau, il prit garde que cela rendoit un grand son, mais qu'aussi tost qu'on mettoit la main dessus ce son s'arrestoit; Il voulut en mesme temps en sçavoir la cause, et cette experience l'ayant porté à en faire beaucoup d'autres sur les sons, il y remarqua tant de choses qu'il en fit un petit traité qui fut jugé tres ingenieux et tres solide[1].

Cette étrange inclination qu'il avoit pour les choses de raisonnement causa une juste défiance à Monsieur son pere qui estoit un des habiles hommes de France dans les Mathematiques, que s'il luy donnoit quelque entrée dans la Geometrie, il ne s'y portât plus qu'il ne voudroit et que cela ne l'empeschast d'apprendre les langues. Il se resolut donc de luy en oster autant qu'il pourroit toutes sortes de connaissances : il serra tous les livres qui en traittoient, et il s'abstenoit mesme d'en parler en sa presence avec ses amis ; mais ces precautions ne firent qu'exciter la curiosité de son fils, de sorte qu'il conjuroit souvent son pere de luy apprendre les Mathematiques, et ne le pouvant obtenir, il le pria au moins de luy dire ce que c'estoit cette science. Monsieur le President Pascal luy répondit en que c'estoit une science qui enseignoit le moyen de faire des figures justes, et de trouver les proportions qu'elles ont entre elles ; et en mesme temps luy deffendit d'en parler et d'y penser davantage ; mais c'estoit commander une chose impossible à un esprit tel que celuy de son fils. Aussi sur cette simple ouverture il se mit incontinent à réver à ses heures de recreation et estant seul dans une salle ou il avoit accoûtumé de se divertir, il prenoit du charbon et faisoit des figures sur les carreaux cherchant les moyens, par exemple, de faire un cercle parfaitement rond, un triangle dont les costez et les angles fussent égaux, et autres choses semblables. Il trouvoit tout cela facilement, ensuite il cherchoit les proportions des figures entr'elles. Mais comme le soin que Monsieur son pere avoit eu de luy cacher toutes ces choses avoit esté si grand qu'il n'en sçavoit pas mesme les noms, il fut contraint de se faire luy mesme des definitions. Il appeloit un cercle, un rond ; une ligne, une barre ; et ainsi des autres. Après ces definitions, il se fit des axiomes ; et

1. Voir la *Vie, supra* t. I, p. 52.

enfin il fit des demonstrations parfaites; et comme l'on va de l'un à l'autre dans cette science, il poussa ses recherches si avant, qu'il en vint jusqu'a la 32. proposition du premier livre d'Euclide.

Comme il en estoit là dessus, Monsieur son pere entra par hazard dans le lieu ou il estoit, et le trouva si fort appliqué qu'il fut long temps sans s'appercevoir de sa venüe. On ne peut dire lequel fut le plus surpris, ou du fils de voir son pere, à cause de la deffense expresse qu'il luy avoit faite, ou du pere de voir son fils au milieu de toutes ces figures. Mais la surprise du pere fut bien plus grande lors que luy ayant demandé ce qu'il faisoit, il luy dit qu'il cherchoit telle chose qui estoit justement la 32. proposition du premier livre d'Euclide. Il luy demanda ensuite ce qui l'avoit fait penser a cela, et il respondit que c'estoit qu'il avoit trouvé telle autre chose; et ainsi en retrogradant, et s'expliquant toûjours par les noms de barre et de rond, il en vint jusqu'aux definitions et aux axiomes qu'il s'estoit formez.

Monsieur Pascal le pere fut tellement épouvanté de la grandeur et de la force du genie de son fils qu'il le quitta sans luy pouvoir dire un mot, et il alla sur l'heure chez Monsieur le Pailleur son amy intime, qui estoit aussi tres habile dans les Mathematiques. Lors qu'il y fut arrivé, il y demeura immobile, comme un homme transporté. Monsieur le Pailleur voyant cela, et s'appercevant mesme qu'il versoit quelques larmes, en fut tout effrayé, et le pria de ne luy pas celer plus long temps la cause de son déplaisir. Je ne pleure pas, luy dit Monsieur Pascal, d'affliction, mais de joye: Vous sçavez les soins que j'ay pris pour oster a mon fils la connoissance de la Geometrie, de peur de le détourner de ses autres estudes; cependant voyez ce qu'il a fait. Sur cela il luy conta tout ce que je viens de dire, et luy dit tout ce que son fils avoit trouvé de luy mesme. Monsieur le Pailleur n'en fut pas moins surpris que le pere mesme, et luy dit qu'il ne trouvoit pas juste de captiver plus long temps cet esprit et de luy cacher ces sciences; qu'il falloit luy laisser voir les livres qui en traittoient sans le contraindre davantage. Monsieur Pascal se laissa vaincre à ces raisons, et donna les élemens d'Euclide à son fils qui n'avoit encore que douze ans. Jamais enfant ne leut un Roman avec plus d'avidité et plus de facilité qu'il leût ce livre, lors qu'on le luy eût mis entre les mains, Il le vit et l'entendit tout seul, sans avoir jamais eu besoin d'aucune explication, et il y entra d'abord si avant qu'il se trouvoit délors regulierement aux conferences qui se faisoient toutes les semaines, ou tous les plus habiles gens de Paris s'assembloient pour y porter leurs ouvrages, ou pour examiner ceux des autres. Le jeune Monsieur Pascal y tint délors sa place aussi bien qu'aucun autre, soit pour l'examen, soit pour la production. Il y portoit aussi souvent que personne des choses nouvelles, et il est arrivé quelquefois qu'il a découvert des fautes dans des propositions qu'on examinoit dont les autres ne s'estoient point apperceus. Cependant il n'employoit à l'estude de la Geometrie que ses heures de recreation, aprenant alors les langues que son pere luy monstroit. Mais comme il trouvoit dans ces sciences la verité qu'il aymoit en tout avec une extréme passion, il y avançoit tellement pour peu qu'il s'y occupât qu'à l'âge de seize ans il fit un Traité des Coniques qui passa au jugement des plus habiles pour un des plus grands efforts d'esprit qu'on se puisse imaginer. Aussi Monsieur Descartes qui estoit en Hollande depuis long temps, l'ayant leu, et ayant oüy dire qu'il avoit esté fait par un enfant agé de seize ans, ayma mieux croire que Monsieur Pascal le pere en estoit le veritable auteur, et qu'il vouloit se dépoüiller de la gloire qui luy appartenoit legitimement pour la faire passer à son fils, que de se persuader, qu'un enfant de cet âge fut capable d'un ouvrage de cette force, faisant voir par cet éloignement qu'il témoigna de croire une chose qui estoit tres veritable, qu'elle estoit en effet incroyable et prodigieuse[1].

1. La lettre au P. Mersenne où Descartes exprime son jugement sur l'Essai de Pascal avait paru en 1659 (tome II de l'édition des *Let-*

A l'âge de dix-neuf ans il inventa cette machine d'Arithmetique qui a esté estimée une des plus extraordinaires choses qu'on ait jamais veuë. Et ensuite a l'âge de vingt-trois ans ayant veu l'experience de Toricelli, il en inventa et en fit un tres grand nombre d'autres nouvelles. Et comme ce sont celles dont il a composé les deux *Traitez de L'Equilibre des liqueurs, et de la Pesanteur de L'air,* et qui en sont le sujet, il est necessaire d'en faire icy l'histoire plus exactement, et de reprendre la chose de plus haut.

HISTOIRE DES EXPERIENCES DU VUIDE

Galilée est celuy qui a remarqué le premier que les Pompes aspirantes ne pouvoient élever l'eau plus haut que 32. ou 33. pieds, et que le reste du tuyau s'il estoit plus haut demeuroit apparemment vuide[1]. Il en avoit seulement tiré cette consequence que la nature n'a horreur du vuide que jusqu'à un certain point, et que l'effort qu'elle fait pour l'éviter est finy, et peut estre surmonté, sans se détromper encore de la fausseté du principe mesme. Ensuite en l'an 1643. Toricelli Mathematicien du duc de Florence et successeur de Galilée trouva qu'un tuyau de verre de quatre pieds ouvert seulement par un bout et fermé par l'autre, estant remply de vif argent, l'ouverture en estant bouchée avec le doigt ou autrement, et le tuyau disposé perpendiculairement a l'horison, l'ouverture bouchée estant vers le bas, et plongée deux ou trois doigt dans d'autre vif argent contenu en un vaisseau moitié plein de vif argent, et l'autre moitié d'eau ;

---

tres par Clerselier, page 217) ; elle ne dit rien de ce que la préface rapporte ici (*Vide supra,* t. I, p. 246).

1. *Vide supra,* t. II, p. 67 et t. III, p. 263. Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie,* 1841, t. IV, p. 270, fait observer que l'anecdote du dialogue entre Galilée et le fontainier de Florence a sans doute son origine dans ce passage de Perier, et qu'elle est controuvée. Cf. Th. Henri Martin, *Galilée,* 1868, p. 320.

si on le débouche (l'ouverture demeurant enfoncée dans le vif argent du vaisseau) le vif argent du tuyau descend en partie, laissant au haut du tuyau un espace vuide en apparence, le bas du mesme tuyau demeurant plein du mesme vif argent jusqu'à une certaine hauteur : et si on hausse un peu le tuyau, jusqu'à ce que son ouverture qui trempoit auparavant dans le vif argent du vaisseau, sortant de ce vif argent, arrive à la region de l'eau, le vif argent du tuyau monte jusqu'en haut avec l'eau, et ces deux liqueurs se broüillent dans le tuyau, mais enfin tout le vif argent tombe, et le tuyau se trouve tout plein d'eau.

C'est là la premiere experience qui a esté faite sur cette matiere, qui est devenuë depuis si celebre par les suites qu'elle a euë, et que l'on a toujours appellée l'experience du Vuide.

[1] Ce fut le R. P. Mersenne, Minime de Paris, qui en eût le premier la connoissance en France ; on la luy manda d'Italie en l'année 1644. et ayant esté par son moyen divulguée et renduë fameuse dans toute la France avec l'admiration de tous les sçavans, Monsieur Pascal l'apprit de Monsieur Petit, Intendant des Fortifications et tres habile dans ces sortes de sciences, qui l'avoit apprise du P. Mersenne mesme ; et l'ayant faite ensemble a Roüen en l'année 1646. de la mesme sorte qu'elle avoit esté faite en Italie, ils trouverent de point en point ce qui avoit esté mandé de ce païs là.

Depuis Monsieur Pascal ayant reïteré plusieurs fois cette mesme experience, et s'en estant entierement asseuré, il en tira plusieurs consequences pour la preuve desquelles il fit plusieurs nouvelles experiences en presence des personnes les plus considerables de la ville de Rouën où il estoit alors, Monsieur son pere y faisant la fonction d'Intendant de Justice et des Finances. Et entr'autres il en fit une avec un

1. Résumé des *Experiences nouvelles* de 1647. Voir t. II, p. 62.

tuyau de verre de quarante six pieds de haut, ouvert par un bout, et scellé hermetiquement par l'autre, qu'il remplit d'eau ou plûtost de vin rouge pour estre plus visible et l'ayant fait élever en cet estat en bouchant l'ouverture, et poser perpendiculairement à l'horison, l'ouverture en bas estant dans un vaisseau plein d'eau et enfoncée dedans environ d'un pied ; en la débouchant le vin du tuyau descendoit jusqu'à la hauteur d'environ trente-deux pieds depuis la surface de l'eau du vaisseau, à laquelle il demeuroit suspendu, laissant au haut du tuyau un espace de treize pieds vuide en apparence : et en inclinant le tuyau, comme alors la hauteur du vin du tuyau devenoit moindre par cette inclination, le vin remontoit jusqu'à ce qu'il vinst jusqu'à la hauteur de 32. pieds : et enfin en l'inclinant jusqu'à la hauteur de trente-deux pieds, il le remplissoit entierement en resuçant ainsi autant d'eau qu'il avoit rejetté de vin ; en sorte qu'on le voyoit plein de vin depuis le haut jusqu'à treize pieds prés du bas, et remply d'eau dans les treize pieds inferieurs parce que l'eau est plus pesante que le vin.

Il y fit encore un grand nombre de toutes sortes d'experiences avec des Siphons, Seringues, Soufflets et toutes sortes de tuyaux, de toutes longueurs, grosseurs et figures, char gez de differentes liqueurs comme vif argent, eau, vin, huile, air, etc.

Il les fit imprimer en l'année 1647 : et en fit un petit livret qu'il envoya par toute la France, et ensuite dans les pays étrangers, comme en Suede, en Holande, en Pologne, en Allemagne, en Italie et de tous les costez, ce qui rendit ces experiences celebres parmy tous les sçavants de l'Europe.

Cette mesme année 1647. Monsieur Pascal fut averty d'une pensée qu'avoit euë Toricelli que l'air estoit pesant, et que la pesanteur pouvoit estre la cause de tous les effets qu'on avoit jusqu'à lors attribuez à l'horreur du vuide. Il trouva cette pensée tout à fait belle ; mais comme ce n'estoit qu'une simple conjecture, et dont on n'avoit aucune preuve, pour en connoistre ou la verité ou la fausseté, il fit plusieurs experiences ; l'une des plus considerables fut celle du vuide dans le vuide, qu'il fit avec deux tuyaux l'un dans l'autre vers la fin de l'année 1647. comme on le peut juger par ce qui en est dit dans le recit de l'Experience du Puy de Domme (pag. 170[1]), qui fut imprimé en 1648. Il n'en est pas neanmoins parlé dans les deux Traitez que l'on publie maintenant, parce que l'effet en est tout pareil à celuy de l'Experience qui est rapportée dans le Traité de la Pesanteur de l'Air chap. 6, pag. 105[2],qui ne differe de l'autre qu'en ce que l'une se fait avec un simple tuyau, et l'autre avec deux tuyaux l'un dans l'autre.

Mais cette experience ne le satisfaisant pas encore entierement, il medita dés la fin de cette mesme année 1647. l'experience celebre qui fut faite en 1648. au haut et au bas d'une montagne d'Auvergne appellée le Puy de Domme dont il fit imprimer la Relation qu'il envoya aussi de toute parts.

Le succés de cette Experience qu'il reïtera depuis plusieurs fois, au haut et au bas de plusieurs tours comme celles de Nostre-Dame de Paris, de S. Jacques de la Boucherie, etc., au grenier et à la cave d'une maison, y remarquant toûjours la mesme proportion, le confirma tout à fait dans la pensée de Toricelli de la Pesanteur de l'Air, et luy donna lieu ensuite d'en tirer plusieurs consequences tres belles et tres utiles, et de faire encore plusieurs autres experiences qu'il mit dans un grand Traité qu'il composa en ce temps là, où il expliquoit à fond toute cette matiere, et où il resolvoit toutes les objections que l'on faisoit contre luy. Mais ce Traité a esté perdu ; ou plûtost comme il aimoit fort la brieveté, il l'a reduit luy mesme en ces deux petits Traitez, que l'on donne maintenant, dont l'un est intitulé,

---

1. *Vide supra*, t. II, p. 236.
2. Voir le *fac-simile* de l'édition *princeps, supra*, t. II. p. 237.

De l'Equilibre des Liqueurs, et l'autre, *De la pesanteur de la masse de l'Air.*

Il est seulement resté de cet autre plus long écrit quelques Fragments qui se verront à la fin de ce livre[1] ; et on y a joint aussi la Relation de l'Experience du Puy de Domme dont nous venons de parler.

Ce fut incontinent apres ce temps là que des estudes plus serieuses ausquelles Monsieur Pascal se donna tout entier le dégousterent tellement des Mathematiques et de la Physique qu'il les abandonna absolument. Car quoy qu'il ait fait depuis un Traité de la Roulette sous le nom d'Ettonville, cela n'est pas contraire à ce que je dis, parce qu'il trouva tout ce qu'il contient comme par hazard, et sans s'y appliquer et qu'il ne l'écrivit que pour le faire servir à un dessein entierement éloigné des Mathematiques et de toutes les sciences curieuses comme on le pourra dire quelque jour[2].

Mais quoy que depuis l'année 1647. jusqu'à sa mort, il se soit passé prés de quinze ans, on peut dire neanmoins qu'il n'a vécu que fort peu de temps depuis, ses maladies et ses incommoditez continuelles luy ayant à peine laissé deux ou trois ans d'intervale, non d'une santé parfaite, car il n'en a jamais eu, mais d'une langueur plus supportable, et dans laquelle il n'estoit pas entierement incapable de travailler.

C'est dans ce petit espace de temps qu'il a écrit tout ce qu'on a de luy, tant ce qui a paru sous d'autres noms[3] que ce que l'on a trouvé dans ses papiers, qui ne consiste presque qu'en un amas de pensées détachées pour un grand ouvrage qu'il meditoit, lesquelles il produisoit dans les petits intervales de loisir que luy laissoient ses autres occupations, ou dans les entretiens qu'il en avoit avec ses amis. Mais quoy

---

1. *Vide supra,* t. II, p. 513-530.

2. Allusion à la *Vie* écrite par Madame Perier. *Vide supra,* t. I, p. 81.

3. Allusion aux traités parus sur la *Roulette* pour lesquels Pascal avait pris le nom d'Amos Dettonville.

que ces pensées ne soient rien en comparaison de ce qu'il eût fait s'il eust travaillé tout de bon à ces ouvrages, on s'asseure neanmoins que si le public les voit jamais, il ne se tiendra pas peu obligé a ceux qui ont pris le soin du les recüeillir, et de les conserver[1], et qu'il demeurera persuadé que ces Fragments, tout informes qu'ils sont, ne se peuvent trop estimer, et qu'ils donnent des ouvertures aux plus grandes choses et ausquelles peut estre on n'auroit jamais pensé.

AVERTISSEMENT

Apres avoir averty que la premiere des Tables des Figures qui sont à la fin de ce Livre est pour le Traité de l'Equilibre des Liqueurs, et que la seconde est pour celuy de la Pesanteur de la Masse de l'Air, il est necessaire de faire deux remarques importantes : l'une pour le premier Traité, et l'autre pour le second.

I. Remarque. Ce qui est dit dans le Traité de l'Equilibre des Liqueurs, pag. 4, que quand le tuyau que l'on remplit d'eau seroit cent fois plus large, ou cent fois plus estroit, pourveu que l'eau y fust toûjours à la mesme hauteur, il faudrait toûjours un mesme poids pour contrepeser l'eau, ne doit estre entendu qu'avec cette exception, pourveu que ces tuyaux demeurent toûjours un peu gros, comme de deux ou trois lignes de diametre. Car si de deux tuyaux ayant communication l'un dans l'autre, l'un estoit fort menu comme de la grosseur d'une épingle, ou mesme un peu plus, l'eau se tiendroit plus haute dans le plus menu que dans le plus gros. Et quand mesme ces tuyaux fort menus sont separez l'un de l'autre, en les mettant dans l'eau, on voit que l'eau y monte et y demeure suspenduë aux uns plus haut, et aux autres plus bas, selon qu'ils sont plus ou moins menus, quoy qu'ils

1. Allusion à la Copie qui fut faite des *Pensées* immédiatement après la mort de Pascal (Préface de l'édition de 1670, in *Pensées*, Ed. Hachette, 1904, t. I, p. cxc).

soient ouverts par en haut aussi bien que par en bas. Mais Monsieur Pascal n'avait garde d'excepter ce cas, parce que lors qu'il a fait ces deux Traitez on n'avoit pas encore trouvé ces nouvelles Experiences des petits tuyaux dont l'invention est deuë à Monsieur[1] [*Rohault*], qui a une adresse merveilleuse pour trouver des Experiences et pour les expliquer.

II. Remarque. Par tout où on verra le mot de *Vuide*, il ne faut pas s'imaginer que Monsieur Pascal ait eu le dessein de prouver qu'il peut y avoir un espace absolument vuide, mais seulement qu'il entend toûjours par ce mot de *Vuide* un espace vuide de toutes les matieres qui tombent sous les sens, comme il le marque en plusieurs endroits.

Il faut aussi remarquer qu'il y a une faute dans la Figure qui est en la page 105, qui est que l'endroit B n'est pas assez recourbé, de sorte que le vif argent qui y est demeuré ne le remplit pas entierement, mais laisse un espace vuide; d'où il arriveroit qu'ostant le doigt, l'air qui y entreroit ne feroit point soûlever le vif argent qui seroit demeuré en cét endroit là, parce qu'il auroit un passage pour aller remplir le tuyau sans avoir besoin de pousser le vif argent[2].

---

1. L'édition de 1663 donne *Rho*; l'erreur est corrigée dans la seconde édition de 1664. Rohault, né vers 1620, mort à la fin de 1672, fit l'étude systématique des phénomènes de capillarité, dans se conférences hebdomadaires qui furent si célèbres au XVIIe siècle. M. Adam cite une lettre de Chapelain à Huygens, du 18 août 1659, qui permet de dater approximativement la découverte de Rohault (*Pascal et Descartes*, *Revue philosophique*, Janvier 1888, p. 89).

2. Voir page 236. — A la suite de l'*Avertissement* est un *Extrait du privilège du Roy*, à la date du 8 avril 1663 : « Il est permis à M. Perier, Conseiller de Sa Majesté en la Cour des Aydes de Clermont Ferrand de faire imprimer, vendre et débiter dans tous les lieux de l'obéïssance de sadite Majesté, les Ouvrages de feu M. Pascal son beaufrere, sous le titre de *Traitez*, etc. » Le privilège est donné pour sept ans; le libraire choisi « par ledit sieur Perier, est *Guillaume Desprez*. » Enfin ces mots: « *Achevé d'imprimer pour la premiere fois le 17e jour de novembre 1663.* Les Exemplaires ont esté fournis. »

APPENDICE II

NOUVELLES EXPERIENCES FAITES EN ANGLETERRE

EXPLIQUÉE PAR LES PRINCIPES ESTABLIS DANS LES DEUX TRAITEZ PRECEDENS DE L'EQUILIBRE DES LIQUEURS, ET DE LA PESANTEUR DE LA MASSE DE L'AIR.

Outre les experiences qui ont esté rapportées dans les Traitez precedens, il s'en peut faire une infinité d'autres pareilles, dont on rendra toûjours raison par le principe de la Pesanteur de la masse de l'Air.

Plusieurs personnes ont pris plaisir depuis 15. ou 20. ans, d'en inventer de nouvelles. Et entre les autres, un Gentilhomme Anglois, nommé Monsieur Boyle, en a fait de fort curieuses, que l'on peut voir dans un livre qu'il en a composé en Anglois, et qui a esté depuis traduit en Latin sous ce titre : *Nova experimenta Physico-Mechanica de Aëre* [2].

L'on a jugé à propos d'en mettre icy en abregé les principales, pour faire voir le rapport qu'elles ont avec celles qui sont contenuës dans les Traitez precedens, et pour confirmer

---

1. Ed. 1663, p. 210-232, l'auteur de ces pages n'est pas nommé; mais c'est, à n'en pas douter, Florin Perier.

2. Voici le titre complet : *Nova Experimenta Physico-Mechanica de Vi Aeris Elastica, et ejusdem Effectibus, Facta maximam partem in Nova Machina Pneumatica et ad (Nepotem suum) Nobilissimum D^num Carolum Vicecomitem de Dungarvan, Illustrissimi Comitis de Corke summi Regni Hyberniæ Thesaurarii filium primo-genitum literis pridem transmissa Ab Honoratissimo Dno Roberto Boyle Armig. — Ex Anglico in Latinum noviter conversa — Oxoniæ Excudebat H. Hall Academiæ Typographus, Impensis Tho : Robinson, 1661.* — Perier avait trouvé dans le livre de Boyle plusieurs mentions du nom de Pascal : p. 22, l'éloge de l'expérience du Puy-de-Dôme, p. 93 une allusion à l'expérience illustre qui substitua l'eau au mercure.

encore davantage le principe qu'on y a estably de la pesanteur de la masse de l'Air.

Une des choses les plus remarquables qui soit dans ce livre des Experiences de Monsieur Boyle, est la machine dont il s'est servy pour les faire ; Car comme il est impossible d'oster tout l'air d'une chambre, et qu'on ne s'estoit avisé que de vuider le bout d'un tuyau bouché par en haut par le moyen du vif argent ; cet espace vuide estant si petit, l'on n'y pouvoit faire aucune experience considerable.

Au lieu que se servant d'une machine dont la premiere invention est deüe à ceux de Magdebourg[1], mais qu'il a depuis beaucoup perfectionnée, il a trouvé moyen de vuider un fort grand vase de verre qui a une grande ouverture par en haut, par le moyen de laquelle on y peut mettre tout ce que l'on veut, et voir au travers du verre ce qui arrive quand on l'a vuidé.

Cette machine est composée de deux principales parties ; sçavoir, d'un grand vase de verre, qu'il appelle Recipient à cause de la ressemblance qu'il a avec les vases dont se servent les Chimistes, et qu'ils appellent de ce nom ; et d'un autre vase qu'il appelle Pompe, à cause qu'il sert à attirer et à suçer l'Air contenu dans le Recipient.

Le premier vase, nommé Recipient est d'une figure ronde comme une boulle, pour estre plus fort, et pouvoir mieux resister à la pression de l'Air quand on le vuide. Il est d'une telle grandeur, qu'il peut contenir 60. livres d'eau à 16. onces la livre ; c'est à dire environ 30. pintes mesure de Paris. Et c'est, dit-il, le plus grand que les ouvriers ayent pû faire.

Il a par en haut une ouverture fort large, et un couvert propre pour la boucher, qui est encore persé par le milieu, et que l'on bouche avec une clef de robinet que l'on leve plus ou moins ou tout à fait, pour faire rentrer autant d'Air que l'on veut dans le Recipient que l'on a vuidé.

Outre cette ouverture d'en-haut, le Recipient en a encore

---

1. Otto de Guericke et Schott (*ibid.*, p. 3).

une par en bas, qui va un peu en pointe, et dans laquelle entre une des ouvertures d'un robinet.

L'autre partie de la machine, appelée Pompe, est faite d'airin en forme d'un Cilindre creux, long environ de 13. ou 14. poulces, et dont la cavité en a prés de trois de diametre.

Elle a deux ouvertures par en haut, l'une dans laquelle entre l'autre ouverture du robinet, qui entre aussi par son autre costé dans l'ouverture d'en bas du Recipient, comme nous avons dit ; en sorte qu'il y a par ce moyen communication du Recipient dans la Pompe, quand le robinet est ouvert : l'autre à costé par laquelle on peut faire sortir l'Air qui est dans cette Pompe ou Cilindre creux, et à laquelle il y a une soupape qui laisse sortir l'Air de dedans, et empesche de rentrer celuy de dehors.

Cette Pompe est toute ouverte par en bas, et l'on bouche cette ouverture avec un gros Piston, qui est juste, en sorte que l'Air ne puisse passer entre deux.

Ce Piston a pour manche une lame de fer estroite, mais assez épaisse, un peu plus longue que le Cilindre, ayant un costé tout dentelé et plein de crans, dans lesquels entrent les crans d'une roüe attachée à des pieces de bois qui servent de soutien à ce Cilindre et à toute la machine : Et ainsi en faisant tourner cette roüe, l'on fait monter ou descendre le Piston comme l'on veut, et l'on chasse de cette sorte l'Air qui est contenu dans le Cilindre, qui sort par le trou qui est au haut, et que l'on rebouche aussitost avec un morceau de cuivre fait exprés, qui est juste à l'ouverture.

Cette description suffit pour pouvoir entendre les Experiences que nous devons rapporter cy apres : ceux qui en desireront voir une plus ample et plus particularisée, la pourront trouver dans le livre de Monsieur Boyle, où l'on voit aussi la figure de cette machine gravée dans une planche.

Pour vuider maintenant le Recipient par le moyen de cette machine, il faut, premierement, que le Piston soit au bas du Cilindre, que le robinet qui fait la communication du Recipient dans la Pompe soit fermé, et que le trou du haut du Cilindre soit débouché.

Les choses estant ainsi disposées, il faut faire monter le Piston par le moyen de la roüe, jusques au haut du Cilindre, et en faire ainsi sortir tout l'Air qui y est par le trou d'en-haut qui est ouvert, et que l'on bouche aussitost avec le bouchon de cuivre; puis il faut faire redescendre le Piston jusques au bas de la Pompe, en sorte qu'elle est par ce moyen toute vuide d'Air : apres cela, il faut ouvrir le robinet qui fait la communication du Recipient dans la Pompe; et ainsi l'Air du Recipient sortant par ce robinet, remplit la Pompe, qu'il faut encore vuider de la mesme maniere qu'auparavant en fermant le robinet, et puis à remplir et la revuider toûjours, jusqu'à ce qu'on n'entende plus l'Air sortir par le trou d'en haut de la Pompe, et qu'en y approchant une bougie allumée, elle ne s'éteigne plus; par où l'on connoist que l'on ne tire plus rien du Recipient, et qu'ainsi il est autant vuidé qu'on le peut vuider par cette machine.

Mais il est facile de comprendre qu'il est impossible de le vuider entierement par ce moyen là, comme Monsieur Boyle l'avoüe luy mesme; parce que lors qu'apres avoir vuidé la Pompe, on ouvre le robinet, tout l'air du Recipient n'entre pas dans la Pompe; mais il se partage dans ces deux vases suivant la proportion de leurs capacitez; et ainsi le Recipient estant beaucoup plus grand que la Pompe, il demeure une plus grande partie d'air dans le Recipient que dans la Pompe; en sorte que l'on ne sçauroit empescher qu'il n'y en reste toûjours une quantité un peu considerable, à moins que la capacité de la Pompe ne fust incomparablement plus grande que celle du Recipient; ce qui n'a point esté fait.

Et ainsi il ne faut pas s'estonner si quelques effets ne s'y font pas comme ils devroient se faire, s'il estoit entierement vuide; comme, par exemple, que le vif argent n'y tombe pas entierement dans l'experience ordinaire, et que mesme quand on la fait avec de l'eau, elle y demeure suspendüe en une hauteur assez considerable.

Mais il y a cela à remarquer, que si ces effets ne s'y font pas entierement, du moins ils s'y font dans la plus grande partie, et suivant la proportion de l'Air que l'on a tiré du Recipient; car, par exemple, comme le rapporte Monsieur Boyle dans l'experience qu'il en a faite, le vif argent n'y demeure pas suspendu à la hauteur de 27. poulces comme il feroit dans l'Air, mais seulement à celle d'un doigt, c'est-à-dire à 9. ou 10. lignes; et l'eau n'y demeure pas suspenduë à la hauteur de 32. pieds, mais seulement à celle d'un pied, suivant la mesme proportion que le vif argent; ce qui est une grande diminution, et qui montre aussi bien que ces effets viennent de la pesanteur de l'Air, dont il ne reste qu'une petite partie dans le Recipient, que si cette eau et ce vif argent tomboient entierement dans un lieu qui fut entierement vuide.

Car il est certain que rien ne fait mieux voir que c'est la pesanteur de la masse de l'Air qui produit tous ces effets que l'on remarque dans les Liqueurs qui demeurent suspenduës les unes plus haut, et les autres plus bas, dans l'experience ordinaire du Vuide, que de voir que, comme ces effets cessent entierement lorsque l'on oste entierement la pression et le ressort de l'Air, ce que l'on fait par l'experience du vuide dans le vuide, ils diminuënt aussi tres sensiblement, et sont presque reduits à rien, lorsque l'Air qui presse le vase où la liqueur se répand, est extrémement diminué, comme en cette machine de Monsieur Boyle.

Et c'est pourquoy, encore que l'on puisse faire quelques experiences dans ce Recipient, qui paroissent toutes semblables à celles qui se feroient en plein Air; comme, par exemple, que deux corps polis y demeurent attachez l'un contre l'autre sans se des-unir, quand on en a attiré l'Air avec la Pompe, il ne s'ensuit pas pour cela que cet effet puisse se faire aussi bien dans le Vuide que dans l'Air, et qu'ainsi il n'est point causé par la pesanteur de l'Air, ce qui seroit contraire à ce qui a esté dit dans le *Traitté de la pesanteur de la masse de l'Air*; mais il s'ensuit seulement que cet effet vient de l'Air qui est resté dans ce Recipient, lequel se dilatant et se rarefiant, à cause qu'il n'est plus comprimé par l'Air exterieur, presse, par son ressort, ces deux corps l'un contre l'autre, et a encore assez de force pour les empescher de se des-unir : mais comme ils ne sont pas si pressez que dans l'Air, si l'on pouvoit mettre les mains dans ce Recipient, l'on ne sentiroit pas sans doute une si grande resistance à les separer ; ou bien si l'on en vouloit faire l'experience d'une maniere plus facile, il n'y auroit qu'à pendre au corps de dessous un poids un peu considerable, qui fit le mesme effet qu'une main qui le tireroit, et l'on verroit qu'en vuidant le Recipient, ces deux corps se separeroient beaucoup plus facilement que dans l'Air. Ainsi cette experience est toute semblable à celles que nous avons rapportées de l'eau et du vif argent que l'on fait dans cette machine ; car comme si, au lieu d'un tuyau de trois ou quatre pieds dont on se sert pour faire l'experience avec de l'eau, dans lequel l'eau se vuide jusques à la hauteur d'un pied, on se servoit d'un tuyau qui ne fut long que d'un demy pied, il arriveroit qu'en vuidant l'Air du Recipient l'eau ne tomberoit point, mais demeureroit toûjours suspenduë jusques au haut du tuyau, parce que l'Air qui y reste suffiroit encore pour la soutenir dans cette hauteur. Et, comme l'on ne pourroit pas conclurre de là que l'eau demeuroit de mesme suspenduë dans des tuyaux plus hauts, comme de 3. ou 4. pieds, ou de quelque hauteur qu'ils fussent, et qu'ainsi cet effet de la suspension de l'eau ne vient point de la pression de l'Air : l'on ne peut pas conclure aussi, de ce que deux corps pesans peut estre chacun 4. ou 5. onces, ou mesme un peu plus, demeurent attachez l'un contre l'autre dans ce Recipient, que deux corps beaucoup plus pesans y demeureront de mesme unis l'un à l'autre, et qu'ainsi cet effet de l'adhesion de deux corps polis, appliquez l'un contre l'autre, n'est point causé par la pesanteur de l'Air.

Ainsi l'on voit dans toutes les experiences qui se peuvent faire dans cette machine, que celles où il arrive des effets pareils à ceux que nous venons de rapporter, ne font rien contre ce principe de la pesanteur de l'Air, puisque l'on peut dire, avec raison, qu'ils sont causez par l'Air qui reste dans le Recipient; et que les autres au contraire servent autant à le prouver et à l'establir, que si le Recipient estoit tout à fait vuidé.

Nous allons donc en rapporter quelques-unes, tirées, comme nous avons dit, du livre de Monsieur Boyle, en faisant voir qu'elles dependent manifestement du principe de la pesanteur de l'Air.

I. Il remarque premierement, qu'ayant vuidé le Recipient en la maniere qui a esté dite, l'on a beaucoup de peine à lever la clef de robinet qui est au haut du Recipient, comme nous avons marqué, et que l'on la sent pesante, comme si un grand poids pendoit au bout d'en bas.

Ce qui est bien naturel et bien aisé à expliquer par le principe de la pesanteur de l'Air; car dans cette experience, l'Air ne touchant point cette clef par dessous, mais seulement par dessus, il faut, pour la lever, lever la colomne d'Air qui pese dessus, laquelle estant pesante, il ne faut pas s'estonner si on trouve la clef pesante, et si on a de la peine à la lever.

II. Il remarque aussi qu'apres avoir fait monter le Piston jusqu'au haut du Cilindre, et qu'on en a ainsi chassé tout l'Air, l'on a beaucoup de peine à le faire redescendre, et qu'il semble qu'il soit collé et attaché au haut du Cilindre; en sorte qu'il faut employer une grande force pour l'en separer.

Cet effet n'est pas plus mal-aisé à expliquer que le precedent. Car puisque l'Air qui environne le Piston le presse par dessous, et non par dessus, il faut, pour le baisser, repousser et soulever la colomne d'Air qui fait effort contre le bas; ce qui ne se peut faire qu'avec peine, et en y employant une force considerable.

III. Il rapporte apres cela plusieurs experiences qu'il a faites dans le Recipient; et premierement celle d'une vessie d'Agneau assez ample, seche, fort molle et seulement à demy pleine d'Air, dont ayant bien bouché l'orifice, en sorte qu'il n'y pouvoit point du tout entrer d'Air, il la mit en cet estat dans le Recipient, et en ayant ensuite bien bouché l'ouverture, il le fit vuider par le moyen de la Pompe; et à mesure qu'il se vuidoit, l'on voyoit la vessie s'enfler, en sorte qu'avant mesme que le Recipient fut autant des-empli d'Air que l'on pouvoit le des-emplir, elle paroissoit entierement tenduë, et aussi bandée que si l'on y eut soufflé de l'Air. Pour estre encore plus assuré que l'enfleure de cette vessie venoit de ce qu'on ostoit l'Air qui l'environnoit et qui la pressoit, il fit lever un peu la clef de robinet qui estoit au haut du Recipient, pour y faire rentrer de l'Air petit à petit; et à mesure qu'il y entroit, l'on voyoit la vessie se ramollir peu à peu, et enfin, quand on y laissoit entrer tout à fait l'Air, elle devenoit aussi flasque qu'auparavant.

Il rapporte sur ce sujet une experience toute pareille que l'on faisoit avec une vessie de Carpe, dont il attribuë l'invention à Monsieur de Roberval[1].

Il a refait plusieurs fois cette mesme experience avec la vessit d'Agneau, et il remarque que, lorsqu'il y laissoit trop d'Air, elle se crevoit, et en crevant faisoit un bruit semblable à celui d'un petart.

Pour rendre raison de cet effet par nostre principe, il n'y a qu'à dire en un mot qu'il est tout pareil à celuy qui a esté rapporté dans le *Traitté de la Pesanteur de l'Air,* page 53. d'un balon qui s'enfle ou se des-enflle, à mesure qu'on le monte au haut d'une montagne, ou qu'on l'en fait descendre, puisqu'on voit de mesme cette vessie d'Agneau s'enfler à mesure qu'on diminuë l'Air qui la comprimoit et qui la faisoit paroistre molle et flasque.

IV. Il remarque encore, par plusieurs experiences qu'il a faites, qu'en vuidant un vase de verre qui ne soit pas rond, mais seulement d'une figure ovalique, il se casse toûjours, quoy qu'on le fasse fort épais; au lieu que quand il est tout à fait rond comme une boulle, quoy qu'il soit beaucoup plus

---

1. Sur l'expérience de la vessie, *vide supra,* t. II, p. 295 sqq.

mince, il ne se casse point, parce que cette figure fait que ses parties s'entre-soutiennent et se fortifient les unes les autres.

Cet effet ne vient pas de l'horreur que la nature a pour le Vuide, puisque si cela estoit, le vase rond devroit aussi bien se casser que l'autre: mais il vient de la pesanteur de l'Air, lequel pressant beaucoup ces deux vases par dehors, et tres-peu par dedans, quisqu'ils sont presque vuides d'Air, casse celuy qui est en forme ovalique, parce qu'il a moins de resistance; mais ne casse point celuy qui est rond, parce que cette figure le rend plus fort et plus capable de resister à l'effort que l'Air fait pour le casser.

V. C'est aussi par ce mesme principe de la pesanteur de l'Air, qu'il faut expliquer une autre experience qu'il rapporte d'un Siphon plein d'eau, long d'un pied et demy, qu'il mit dans son Recipient, et qui cessa de couler dés lors qu'on eut vuidé ce Recipient par le moyen de la Pompe; car il est clair que l'Air qui reste dans le Recipient ne pouvant élever l'eau par sa pression que jusqu'à un pied, comme on a remarqué cy dessus, un Siphon long d'un pied et demy devoit cesser de couler.

VI. Il a encore éprouvé que des poids d'inégale grosseur, pesans également dans l'Air, perdoient leur Equilibre dans le vuide. Et il en a fait l'experience en cette maniere.

Il prit une vessie seche, à demy pleine d'Air, dont il boucha bien l'ouverture, et l'attacha en cette sorte, à l'un des bras d'une balance si juste et si delicate, que la trente-deuxiéme partie d'un grain estoit capable de la faire incliner d'un costé ou d'autre; et à l'autre bras de la balance il mit un poids de plomb de la mesme pesanteur que la vessie; en sorte que ces deux poids estoient ainsi en Equilibre dans l'Air; et mesme il remarque que le poids de plomb pesoit un peu plus que la vessie.

Ayant mis le tout dans le Recipient, et ayant tiré l'Air avec la Pompe, l'on voyoit au contraire le costé où estoit penduë la vessie, l'emporter par dessus l'autre, et baisser de plus en plus à mesure que l'on tiroit plus d'Air du Recipient et en laissant rentrer l'Air petit à petit, l'on voyoit aussi la vessie remonter peu à peu, et enfin redevenir à son Equilibre quand on y laissoit entrer tout à fait l'Air.

Cet effet est tout pareil à ce qui a esté dit dans le *Traitté de l'Equilibre des Liqueurs,* pag. 27. et 28.[1] qu'il se peut faire que des poids soient en Equilibre dans l'Air, qui ne le seroient pas dans l'eau, ny mesme dans un Air plus humide; et la raison qui en est donnée en cet endroit doit aussi servir à expliquer l'experience que nous venons de rapporter.

Car il est clair que lorsque la vessie est dans l'Air en Equiibre avec le plomb, elle est contrepesée en cet estat non seulement par le plomb, mais par un volume d'Air égal à soy, beaucoup plus grand que n'est celuy qui contrepese le plomb: or, estant mise dans ce Recipient presque vuide, encore que sa pesanteur naturelle n'augmente pas, neanmoins elle est moins contrepesée et moins soûtenuë, parce que le volume d'Air qui la contrepesoit a perdu beaucoup de sa force par la diminution d'Air, et bien plus à proportion que celuy qui contrepesoit le plomb, parce qu'il est bien plus grand; et par consequent la vessie qui estoit en Equilibre dans l'Air, doit s'abaisser dans ce vuide, et cesser d'estre en Equilibre.

Outre ces Experiences, Monsieur Boyle en a fait quelques autres, lesquelles ne dependent point, à la verité, du principe de la pesanteur de l'Air, et qui arriveroient tout de mesme quand il ne peseroit pas, mais qui n'y sont point aussi contraires.

Il a éprouvé, par exemple, qu'un pendule ne va pas si vite dans l'Air que dans le Vuide; et pour le connoître, il en a pris deux parfaitement égaux dans l'Air, dont il en a mis l'un dans le Recipient, et laissé l'autre dans l'Air; et ayant ensuite fait vuider le Recipient, le pendule qui y estoit enfermé alloit plus vite que celui qui estoit en plein Air, en sorte que l'on comptoit 22. battemens de l'un contre 20. seulement de l'autre.

---

1. *Vide supra,* p. 179 sqq.

Il a encore remarqué que les sons diminuoient beaucoup de leur force dans ce Recipient lorsqu'on le vuidoit; ce qu'il a éprouvé par le moyen d'une Montre sonante qu'il a mise dans ce Recipient, et que l'on n'entendoit presque point sonner apres l'avoir vuidé, quoy qu'on l'entendit fort bien auparavant.

Ce qui n'est point contraire, comme il semble, à ce qui a esté dit dans l'experience que nous avons rapportée de la vessie, laquelle en se crevant faisoit autant de bruit qu'un petart[1]; car tout ce qu'on peut justement conclurre est qu'il faudroit que le bruit eut esté beaucoup plus grand.

Il a voulu éprouver, outre cela, si le feu se pourroit conserver dans ce Recipient vuidé, et combien de temps il y dureroit; & pour cela il y mit premierement une chandelle de suif allumée, qu'il dit s'estre esteinte en moins d'une minute, apres avoir vuidé le Recipient; et ayant fait la mesme experience avec un petit cierge de cire blanche, il n'y demeura pas non plus allumé plus d'une minute.

Il mit ensuite des charbons ardens, et l'ayant fait aussi tost vuider, il remarqua que, depuis que l'on avoit commencé à le vuider jusqu'à ce que les charbons fussent entierement éteints, il s'estoit seulement passé trois minutes. Et y ayant mis de la mesme maniere un fer rouge au lieu de charbons, cette rougeur dura visible pendant l'espace de 4. minutes.

Il a fait encore la mesme épreuve avec un bout de la meche dont se servent les Soldats pour leurs Mousquets, qu'il suspendit toute allumée dans son Recipient, et qui s'éteignoit tout de mesme à mesure qu'on le vuidoit.

Il a voulu encore apres cela éprouver ce que deviendroient les animaux que l'on mettroit dans ce Recipient; si ceux qui ont des aîles y voleroient; si les autres y marcheroient; et enfin si les uns et les autres y pourroient vivre long-temps.

---

1. *Vide supra*, p. 288.

Il y mit premierement de ceux qui ont des aîles, comme de grosses mouches, des Abeilles et des Papillons; mais apres qu'on eut vuidé le Recipient, ils tomberent du haut en bas sans se pouvoir du tout servir de leurs aîles.

Il y mit encore une Aloüette, qui non seulement y perdit l'usage de ses aîles, mais devint tout d'un coup languissante; et ayant ensuite souffert plusieurs convulsions tres violentes, on la vit enfin expirer, et tout cela se passa pendant l'espace de 9. ou 10. minutes.

On y mit ensuite un Moineau, qui y mourut de mesme, apres 5. ou 6. minutes ; et apres, une Souris qui y vécut un peu plus longtemps, et qui n'y souffrit pas tant de convulsions que les animaux à aîles [1].

Voulant aussi éprouver si les poissons y pourroient vivre, et n'en pouvant avoir d'autres vivans, il y mit une Anguille, laquelle, apres que l'on eut vuidé le Recipient, y demeura couchée et immobile durant long-temps, comme si elle eut esté morte. Neanmoins, quand on ouvrit apres cela le Recipient et qu'on l'en retira, on trouva qu'elle ne l'estoit pas, et qu'elle estoit aussi vive qu'avant qu'on l'y mit.

Voilà ce que l'on a jugé à propos d'extraire du livre de Monsieur Boyle, et les experiences que l'on a trouvées les plus considerables, et qui ont le plus de rapport au sujet des Traitez precedens, dont les unes ont cela de particulier, qu'elles prouvent clairement que l'Air a de la pesanteur, & toutes ont cela de commun, qu'elles ne prouvent rien qui soit contraire à ce Principe.

---

1. *Vide supra*, t. II, p. 12. n. 1, et p. 310.

LIV

ADRESSE A L'ACADÉMIE PARISIENNE

1654

D'après l'édition de Bossut, t. IV, p. 408, et une copie conservée à la *Bibliothèque royale de Hanovre.*

INTRODUCTION

Cette notice en forme d'*Adrèsse* — ou suivant l'expression de Leibniz peut-être plus commode que parfaitement justifiée, cette *Dédicace* — a été publiée par Bossut d'après un original que nous n'avons pas retrouvé. Une copie de la même pièce, rapportée de Paris par Leibniz, est conservée à la bibiothèque de Hanovre ; elle diffère, par le titre, du texte de Bossut et porte pour en-tête :

Pascalii fragmentum

Celeberrimis matheseos professoribus.

On pourrait supposer, d'après ce dernier titre, que la Dédicace de Pascal servait à plusieurs fins, s'adressant à la fois à l'Académie parisienne et au monde savant en général. Néanmoins il est probable que l'original vu par Leibniz était, comme le texte de Bossut, dédié à l'Académie ; car Leibniz écrivait de Paris à Oldenburg le 12 juin 1675 (*Briefw. v. G. W. Leibniz mit Mathematikern*, éd. Gerhardt, I, p. 126) : « Repertum est inter scripta ejus quoddam dedicationis genus, quo opere sua Geometrica et Numerica Academiæ nescio cui Parisinæ (id est conventui geometrarum privato, illo temporecelebri), inscribit. »

Nous reproduisons l'Adresse d'après la copie de Leibniz. Notons que dans cette copie plusieurs mots, à la fin d'une phrase, sont sautés et remplacés par des blancs. La même fin de phrase manque tout entière dans l'édition de Bossut. Peut-être le texte original était-il illisible en cet endroit, d'où il faudrait conclure que ce texte était manuscrit.

L'Adresse est datée de 1654, sans indication de mois. Il est probable qu'elle fut écrite dans la première moitié de l'année, car Pascal n'y fait pas mention du Triangle arithmétique, dont l'étude fut, à partir du mois de juin, l'une de ses principales préoccupations et qui devint la base de ses travaux sur le calcul des probabilités.

*
* *

Quelle est l'*Academia Parisiensis* à laquelle Pascal adresse sa Dédicace? Le nom d'*Académie parisienne* était parfois donné à l'assemblée des écoles publiques (*vide supra,* t. II, p. 298); mais, dans le cas présent, il paraît s'appliquer à une Académie privée, peut-être à celle qui est mentionnée par plusieurs contemporains sous le nom d'Académie de M. de Montmor. On sait que les amis de Mersenne avaient constitué une sorte d'Académie libre qui tenait des séances hebdomadaires. Après la mort de Mersenne, on continua à se réunir chez Le Pailleur (*vide supra,* t. I, p. 169). Mais Le Pailleur, à son tour, mourut en 1651. On peut présumer que les amis de Mersenne ne cessèrent pas de se rencontrer les années suivantes : toutefois c'est bien une académie nouvelle que fonda M. de Montmor en 1653 ou 1654. En 1653 Gassendi vint habiter Paris et il demeura jusqu'à sa mort (1655) chez M. de Montmor, maître des requêtes ; la présence de Gassendi chez lui fut sans doute une des raisons qui déterminèrent Montmor à créer une académie ; mais, si l'on en croit Huet, il aurait eu aussi un autre motif. Montmor, dit Huet (*Mémoires,* Trad. Nisard, p. 106) « réunissait chez lui, un jour par semaine, un grand nombre de savants qui se communiquaient les uns les autres leurs doctes et utiles remarques sur la philosophie naturelle. L'honneur de cette assemblée était P. Gassendi. Quoiqu'il demeurât avec Montmor qui paraissait être un de ses partisans et qui louait la doctrine d'Epicure, Montmor ne laissait pas d'être en secret favorable à Descartes dont Gassendi était l'adversaire déclaré, et on croyait qu'il n'avait fondé chez lui cette réunion de philosophes que pour familiariser leur esprit avec la doctrine de Descartes et les amener peu à peu à la partager. » Il semble effectivement, d'après un passage de Clerselier, que « l'assemblée de M. de Montmor » était disposée à soutenir Descartes contre les attaques de Roberval (*Préface* au tome III des *Lettres* de Descartes (1667). Voir l'édition Adam-Tannery, t. V, p. 648). Dans le *Journal des Voyages* de M. de Monconys (Lyon, 1665, t. I, p. 4) nous voyons que parmi les habitués de l'académie Montmor se trouvaient Gassendi, Bourdelot, Thévenot, Justel, Petit, Roberval, Pascal, de la Chambre, Sorbiere, Miramont, Lantin, Henri, Rool, Auzoult[1]. Chapelain fut l'un des principaux patrons de cette Académie. Ce fut lui qui y introduisit Huet. Ce fut lui également qui, en 1656, présenta à l'Académie divers ouvrages de Huygens et mit le savant hollandais en rapport avec Montmor (Voir les lettres échangées par Chapelain et Huygens en 1656 et 1657. *Œuv. de Huygens,* t. I et II). L'académie fondée par Montmor tint ultérieurement ses séances chez Thévenot et fut l'origine de l'Académie des Sciences. Il était tout naturel que Pascal fréquentât cette académie, puisque elle continuait celles de Mersenne et de Le Pailleur, dont Etienne Pascal avait été l'un des premiers membres et où il avait souvent mené son fils (*vide supra,* t. I, p. 56). Cf. également *infra,* t. VIII, p. 194.

*
* *

Durant les années qui précédèrent 1654, Pascal était vraisemblablement resté assez éloigné des mathématiques. Il y revient avec ardeur, et il se trace un vaste plan de recherches : il se propose de terminer les travaux géométriques qu'il avait laissés inachevés, et d'en entreprendre de nouveaux.

Ce programme ne fut point exécuté. Comme il arrive à tous les esprits inventifs, Pascal fit autre chose que ce qu'il avait annoncé; la plupart des traités qu'il promettait à

---

1. L'Académie de l'Abbé Bourdelot, dont il a été question plus haut (t. I, p. 283), réunissait à peu près les mêmes personnes.

l'Académie ne virent jamais le jour. C'est à peine si nous en pouvons retrouver quelques traces.

Deux des traités cités dans cette *Adresse* sont donnés comme déjà terminés.

Le second, qui enseignait à calculer les diviseurs d'un nombre d'après la somme des chiffres de ce nombre, nous a été conservé. Il faisait partie des opuscules que l'on trouva tout imprimés en 1665 parmi les papiers laissés par Pascal. C'est le *De numeris multiplicibus ex sola characterum numericorum additione agnoscendis*, publié ci-dessous pp. 311 et sqq.

Le premier traité (*De numericarum potestatum ambitibus*) ne nous est pas parvenu. D'ailleurs le titre qu'il porte n'en indique pas clairement le contenu. Il est probable que l'expression *ambitus* (*seu peripheria*) désigne le contour du nombre que l'on suppose figuré géométriquement : le mot est fréquemment employé par les arithméticiens, et par exemple par Stifel, [voir l'*Arithmetica Integra*, Nüremberg 1543, page 25 et suivantes]; Pascal lui-même s'en sert quelques lignes plus bas, à propos du problème du carré magique, pour désigner l'ensemble des nombres situés sur le pourtour du carré (dans cette acception, le mot français employé par Fermat et Frénicle est : *enceinte*). Quant à l'expression « enceinte des puissances numériques », on s'en expliquera[1] la portée si l'on se réfère aux figurations pythagoriciennes fort répandues au XVII^e siècle. Pour les Pythagoriciens un nombre carré est constitué par une suite d'enceintes (*gnomons*) s'emboîtant les unes dans les autres, et contenant respectivement le même nombre d'unités que les nombres impairs de même rang. Ce mode de génération[2] est indiqué en particulier dans le cours de mathématiques d'Herigone[3], que Pascal connaissait certainement (Voir le

---

1. Nous devons cette explication à M. G. Milhaud.

2. Il est exposé en détail par Théon de Smyrne, dont l'œuvre fut publiée (en latin) par Bouillaud, l'un des membres de l'Académie Mersenne : *Theonis Smyrnæ Platonici eorum quæ in Mathematicis ad Platonis lectionem utilia sunt expositio...*, Paris, 1644.

3. Pierre Herigone, *Cours mathématique*, 1634, t. II, p. 38-39.

Traité du Triangle arithmétique, infra, p. 503). Si nous l'étendons aux puissances supérieures, nous pourrons appeler « contour d'une puissance k^{eme} » la différence $(n+1)^k - n^k$ ou, plus généralement, la différence $(n+l)^k - n^k$.

Dès lors, on peut supposer que l'écrit intitulé *De numericarum potestatum ambitibus* n'était qu'une première rédaction du *Traité* imprimé en 1665 à la suite du *Triangle Arithmétique* sous le titre : *Potestatum numericarum summa* (*Vide infra,* LVI). Dans ce dernier traité, Pascal cherche le développement de la différence $(A+3)^4 - A^4$ et, en général, de $(A+B)^n - A^n$. On peut admettre alors que l'attention de Pascal, fixée primitivement sur le calcul même de la différence, se serait ensuite portée plus particulièrement sur l'application de ce calcul à la sommation des puissances numériques. Que telle fut la marche de l'esprit de Pascal, nous le savons d'ailleurs par la lettre qu'il écrivit à Fermat le 29 juillet 1654, lettre où est énoncée la proposition suivante : « Duorum quorumlibet cuborum proximorum differentia, unitate dempta, sextupla est omnium numerorum in minori radice contentorum. » Peut-être cette proposition, soumise par Pascal au jugement de ses amis, est-elle une de celles qu'il présenta à l'*Académie Parisienne*.

Des recherches de Pascal sur les nombres magiquement magiques ou les carrés magiques rien n'a subsisté, — à moins qu'on ne veuille voir un fruit de ces recherches dans un appendice des *Nouveaux Elemens de Geométrie* publiés par Arnauld chez Guillaume Desprez en 1667. Cet appendice (p. 387-400 de la 2e édition, 1683) a pour titre : *Solution d'un des plus celebres et des plus difficiles problemes d'Arithmetique, appelé communement les Quarrez magiques.*

« De toute progression arithmétique qui commence à l'unité toutes les sommes des nombres depuis l'unité sont polygones..., et les gnomons, en tous polygones, de mesme qu'aux quarrez, sont les plus grands nombres de ceux de la progression qui auront esté adjoustez ensemble. »

Le problème des carrés magiques avait été proposé par Bachet en 1624 dans les *Problèmes plaisans et delectables qui se font par les nombres* (Problème XXI, p. 60), Il s'agissait de disposer en carré les n^2 premiers nombres entiers « en sorte que tous les rangs tant de haut, de bas que des côtez et par les diametres fassent une mesme somme. » — En 1640, Frenicle attira l'attention des géomètres sur ce problème. Fermat le résolut promptement et le généralisa, comme Pascal déclare le faire à son tour : « Je vous envoie, dit Fermat à Mersenne (*Œuv. de Fermat*, Ed. Tannery-Henry, II, p. 189), le quarré 41 aux conditions requises, duquel si vous ôtez deux enceintes, le restant sera aussi quarré aux conditions requises, et, si vous ôtez encore deux enceintes de ce restant, ce qui restera sera encore quarré aux mêmes conditions. Or ne doutez point que je ne possede la methode generale pour faire toute sorte de quarrez en cette sorte et aux conditions qu'ôtant tel nombre d'enceintes qu'on voudra, le restant soit encore quarré, etc. » La question posée par Pascal n'était, on le voit, pas nouvelle en 1654 : il est vrai que la démonstration de Fermat ne fut sans doute pas publiée[1].

Les nombres magiques sont mentionnés à la fin d'une lettre de Fermat à Pascal (25 septembre 1654. *Vide infra*, p. 426). D'autre part, une lette de Sluze à Brunetti[2] (*Œuv. de Fermat*, II, p. 379) nous apprend que Pascal se préoccupait encore des carrés magiques en 1657.

En annonçant un *Promotus Apollonius Gallus*, Pascal entend continuer Viète, lequel avait publié en 1660 un traité intitulé : *Apollonius Gallus*. Dans cet ouvrage, Viète s'était proposé de restituer le Περὶ ἐπαφῶν d'Apollonius et avait résolu,

---

1. Les recherches de Frenicle sur les carrés magiques ne furent publiées que beaucoup plus tard : *Des quarrez ou Tables magiques* (*Divers ouvrages de Mathématiques et de Physique* par *Messieurs de l'Académie Royale des Sciences*, 1693).

2. Dans les *Œuvres* de Fermat, cette lettre est donnée à tort comme une lettre de Fermat à Carcavy.

en particulier, le problème du cercle tangent à trois cercles donnés. Il s'était attaché à donner une construction plane du problème, en n'employant que des droites et des cercles, tandis que dans la solution proposée par le Belge Van Roomen figuraient des hyperboles. On peut conjecturer que le problème étudié par Pascal était celui dont il donne l'énoncé à Fermat dans sa lettre du 29 juillet 1654 : « De trois cercles, trois points, trois lignes, trois quelconques étant donnez, trouver un cercle qui, touchant les cercles et les points, laisse sur la ligne un arc capable d'angle donné[1]. » Comme Viète, Pascal s'est avant tout préoccupé de résoudre ce problème par le cercle. « Ma solution est plane, dit-il, et doit passer pour telle. ».

Le problème relatif aux *contacts de sphères* est également énoncé, dans la lettre adressée par Pascal à Fermat le 29 juillet 1654. C'est le problème précédent, étendu à l'espace à trois dimensions : « De quatre plans, quatre points et quatre sphères, quatre quelconques, étant donnés, trouver une sphere qui, touchant les spheres données, passe par les points donnés, et laisse sur les plans des portions de spheres capables d'angles donnés. » — Fermat avait lui-même composé un traité sur les contacts de sphères (*De contactibus Sphæricis, Œuv. de Fermat,* t. I, p. 52-69). L'énoncé de la question lui venait peut-être de Descartes qui écrivait à Mersenne le 13 juillet 1638 (*Œuv. de Descartes*, II, 246) : « Le dernier exemple (contenu dans l'Introduction à la *Géométrie*) est, ayant quatre globes donnés, en trouver un cinquième qui les touche, duquel je ne crois pas que vos analystes de Paris puissent venir à bout, et vous leur pourrez proposer, si bon vous semble. »

Les *Tactiones conicæ* sont signalées dans la lettre de Leibniz

---

1. Ce même problème fut proposé au chanoine Sluze, de la part de Pascal, en 1657 (Voir *Œuv. de Huygens,* t. II, p. 72).

à Etienne Perier parmi les traités dont on retrouva des fragments après la mort de Pascal (*Vide supra*, t. II, pp. 222 et 225.)

Le traité *De locis solidis* est probablement celui dont Leibniz nous a conservé un extrait sous le titre : *De loco solido* (*Vide supra*, t. II, pp. 226 et 231). Il traitait donc, sans doute, du problème de Pappus *ad 3 et 4 lineas*. Notons d'ailleurs que, dans la correspondance de Fermat et Roberval, ce sont toujours les lieux de Pappus qui sont désignés par le terme général « lieux solides ».

Il est fait allusion aux *lieux plans* de Pascal dans la lettre déjà citée du chanoine Sluze à Brunetti, où sont énoncées les questions proposées par Pascal à Sluze en 1657. « Pour le lieu du problème, dit Sluze, duquel il dit que dependent tous les lieux plans proposés par lui, je n'ai pas voulu manquer de le chercher, et aussitôt j'ai trouvé que c'estoit un cercle en la maniere ci-dessous : Soit donnée la ligne droite AB coupée *utcumque* en C et qu'il faille trouver le lieu sur lequel étant pris le point D et estant tirées les lignes DA, DB et les parallèles CE, CF, les rectangles ADE, BDF, pris ensemble soient egaux au quarré de la ligne donnée Z... » (*Œuv. de Fermat,* II, p. 318. Voir la note 2 de la page 300).

Il ne nous est rien resté des recherches entreprises par Pascal sur la *perspective* et sur la *gnomonique* (science du cadran solaire); mais nous pouvons présumer qu'en ces matières, comme en géométrie, il s'inspirait des travaux de Desargues[1]. On sait que ce géomètre se préoccupait principalement d'appliquer la science, et qu'il avait entrepris ses études sur les coniques à seule fin de les faire servir aux progrès de la perspective, de la coupe des pierres et de la gnomo-

1. Mersenne a également écrit sur ces matières (*Universæ Geometriæ mixtæque mathematicæ Synopsis*. Préface et p. 382).

nique. Dans son Traité de Perspective[1], Desargues définit la position d'un point quelconque par rapport à deux axes rectangulaires : tout point est donné par l'intersection de deux droites respectivement parallèles aux axes (Cf. Poudra, *Œuv. de Desargues,* I, p. 90).

On le voit, de tous les travaux que Pascal déclare, dans son *Adresse,* avoir en préparation, aucun ne fut poussé jusqu'au bout. Seules ont abouti les recherches qu'il a entreprises sur le vide et sur les jeux de hasard. Encore ces dernières recherches ne portent-elles pas le titre « *Aleæ geometria* », annoncé par l'*Adresse.* Elles se sont transformées et ont donné naissance au *Traité du Triangle Arithmétique.*

*
* *

Comme complément à l'*Adresse,* nous publions un extrait d'une lettre de Huygens à Schooten datée du 27 décembre 1654. Cette lettre nous apprend qu'en 1654 Schooten avait reçu de Paris une liste des traités arithmétiques et géométriques entrepris par Pascal à cette époque. Cette liste était beaucoup plus longue que celle de l'*Adresse* ; elle contenait les titres de neuf traités arithmétiques au moins, tandis que l'*Adresse* n'en annonce que trois.

Huygens ne nous donne pas les noms des traités arithmétiques de Pascal. Peut-être pouvons-nous présumer que le sixième traité, où Pascal enseignait à calculer les sommes des puissances semblables des nombres entiers pour des valeurs de l'exposant supérieures à 3, est celui qui nous est parvenu sous le titre : *Potestatum numericarum summa.*

---

1. *Methode universelle de mettre en perspective les objets donnés reellement ou en devis, avec leurs proportions, mesures, eloignemens, sans employer aucun point qui soit hors du champ de l'ouvrage*, par G. D. L., Paris, 1636 (*Œuv. de Desargues,* I, pp. 55-84).

Le troisième traité géométrique, qui, au dire de Huygens, concerne spécialement Schooten, est sans doute celui que Pascal consacra aux lieux plans. Schooten publia, en effet, en 1657, ses *Exercitationes mathematicæ*, dont le troisième livre était consacré aux lieux plans d'Apollonius.

On remarquera que Huygens ne fait pas allusion au triangle arithmétique et à la règle des partis ; d'ailleurs, nous savons qu'en 1656 il déclare n'avoir aucune connaissance des recherches de Pascal sur les jeux de hasard. Si donc la liste envoyée à Schooten mentionnait ces recherches, elle devait être, en tout cas, pauvre d'indications à leur endroit. C'est là une raison de croire que cette liste était, comme l'*Adresse*, de la première moitié de 1654.

CELEBERRIMÆ MATHESEOS ACADEMIÆ PARISIENSI

Hæc vobis, doctissimi ac celeberrimi viri, aut dono, aut reddo : vestra enim esse fateor quæ non, nisi inter vos educatus, mea fecissem : propria autem agnosco quæ adeo præcellentibus Geometris indigna video. Vobis enim nonnisi magna & egregiè demonstrata placent. Paucis verò genium audax inventionis, paucioribus (uti reor) genium elegans demonstrationis, paucissimis utrumque. Silerem itaque, nihil vobis congruum habens, nisi ea benignitas quæ me a junioribus annis in erudito Lyceo sustinuit, & hæc oblata, qualiacumque sint, exciperet.

Horum opusculorum primum, magna ex parte agit de ambitibus seu peripheriis numerorum quadratorum, cuborum, quadrato quadratorum et in quocumque gradu constitutorum : et ideò *de numericarum potestatum ambitibus* inscribitur.

Secundum circa *numeros aliorum multiplices* versatur, et ut ex solâ additione characterum numericorum agnoscantur methodum tradit.

Deinceps autem, si juvat Deus, prodibunt & alii tractatus, quos omnimo paratos habemus, et quorum sequuntur tituli :

De numeris magico magicis : seu methodus ordinandi numeros omnes in quadrato numero contentos, ita ut non solum quadratus totus sit magicus, sed, & quod difficilius sane est, ut ablatis singulis ambitibus reliquum semper magicum remaneat, idque omnibus modis possibilibus, nullo omisso.

Promotus Apollonius Gallus, id est tactiones circulares, non solum quales veteribus notæ, & à Vieta restitutæ, sed et adeò ulterius promotæ ut vix eundem patiantur titulum.

Tactiones sphæricæ, pari amplitudine dilatæ, eadem quippe methodo tractatæ. Utrarumque autem methodus, singula earum problemata per plana resolvens, ex singulari Conicarum sectionum proprietate oritur, quæ aliis multis difficillimis problematibus succurrit ; et vix unicam adimplet paginam.

Tactiones etiam conicæ : ubi ex quinque punctis et quinque rectis datis quinque quibuslibet, conisection...

Loci solidi, cum omnibus casibus et omni ex parte absolutissimi.

Loci plani, non solum illi quos a veteribus tempus abripuit, nec solum illi quos his restitutis perillustris hujus ævi geometra subjunxit [1], sed & alii huc usque non noti, utrosque complectentes, & multò latius exuberantes, methodo, ut conjicere est, omnino novâ, quippe nova præstante, viâ tamen longè breviori.

---

1. Le géomètre que Pascal dit continuer sur ce point est évidemment Fermat, qui avait restitué et développé les *Lieux plans d'Apollonius.* Les recherches de Fermat sur les lieux plans avaient été communiquées à l'Académie Mersenne et avaient spécialement attiré l'attention d'Etienne Pascal (Voir les *Œuv. de Fermat,* II, p. 103, et *supra,* t. I, p. 172).

Conicorum opus completum, & conica Apollonii & alia innumera unicâ ferè propositione amplectens; quod quidem nondum sexdecimum ætatis annum assecutus excogitavi, & deinde in ordinem congessi.

Perspectivæ methodus, quâ nec inter inventas, nec inter inventu possibiles ulla compendiosior esse videtur [1], quippe quæ puncta ichnographica per duarum solummodò rectarum intersectionem præstet, quo sane nihil brevius esse potest.

Novissima autem ac penitus intentatæ materiæ tractatio, scilicet de compositione aleæ in ludis ipsi subjectis, quod gallico nostro idiomate dicitur *faire les partis des jeux,* ubi anceps fortuna æquitate rationis ita reprimitur ut utrique lusorum quod jure competit exactè semper assignetur. Quod quidem eò fortius ratiocinando quærendum, quò minus tentando investigari possit. Ambiguæ enim sortis eventus fortuitæ contingentiæ potius quam naturali necessitati meritò tribuuntur. Ideò res hactenus erravit incerta; nunc autem quæ experimento rebellis fuit rationis dominium effugere non potuit. Eam quippè tantâ securitate in artem per Geometriam reduximus, ut certitudinis ejus particeps facta, jam audacter prodeat; & sic matheseos demonstrationes

1. Il y avait une grande rivalité entre les théoriciens de la perspective, chacun prétendant que sa méthode était la plus simple et la plus courte. C'est ainsi que Desargues en 1657 proposa un prix de mille francs à celui qui trouverait une méthode de perspective plus universelle, plus démonstrative et plus prompte que la sienne. (*Œuv. de Desargues,* I, pp. 503-4).

cum aleæ incertitudine jungendo, et quæ contraria videntur conciliando, ab utraque nominationem suam accipiens, stupendum hunc titulum jure sibi arrogat : *aleæ Geometria.*

Non de Gnomoniâ loquor, nec de innumeris miscellaneis quæ satis in promptu habeo ; verùm nec parata, nec parari digna.

De vacuo quoque subticeo, quippe brevi typis mandandum, et non tantum vobis ut ista sed et cunctis prodituram : non tamen sine nutu vestro, quem si mereatur nihil metuendum : quod equidem aliquando alias expertus sum, maximo in instrumento illo Arithmetico quod timidus inveneram, et, vobis hortantibus exponens, agnovi approbationis vestræ pondus.

Illi sunt Geometriæ nostræ maturi fructus : felices et immane lucrum facturi, si hos impertiendo quosdam ex vestris reportemus.

Datum Parisiis, 1654.

B. Pascal.

APPENDICE

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE HUYGENS A FR. SCHOOTEN[1].

[La Haye, 27 décembre 1654.]

Clarissimo Viro Domino Francisco Schotenio
Christianus Hugenius S. P.

Recte hoc et peramice abs te factum, Schoteni clarissime, quod ad legendas quæ tibi scribantur epistolas me quoque veterem discipulum tuum admittis. Igitur plurimum tibi eo nomine debeo. Jam primum didici Dominum Paschalium geometriæ studio addictum esse, quo etiam excellere videtur. Sexta ejus arithmeticarum tractationum egregia fuerit, si ultra cubum aliarum quarum libet potestatum summas colligere compendio monstret. Nona captum meum superat si bene titulo suo respondet. Prima inter geometricas etiam temeraria videri possit. Tertia ad te pertinet, sed facile puto editione prævenies; quod si contra eveniat, ego tamen ita existimo, neminem suspicaturum aliunde te edoctum demonstrationes tuas planorum locorum composuisse, ne quidem si Apollonii ipsius deperdita scripta referantur. Porro opera Paschalii, ubi acceperis examinaverisque, etiam me inspicere sinito : item quod ex Italia novum repertum prodibit, talium enim mirum in modum sum cupidus...

---

1. *Œuv. complètes de Huygens*, t. I, p. 316..

LV

DE NUMERIS MULTIPLICIBUS

1654

Publié à la suite du *Traité du triangle Arithmétique* (1665).

INTRODUCTION

Ce traité est un de ceux qui furent trouvés tout imprimés parmi les papiers laissés par Pascal et qui furent publiés en 1665 sous le titre : *Traité du Triangle Arithmetique avec quelques autres petits traitez sur la mesme matiere*. (*Vide infra*, p. 433)[1].

Il n'est pas douteux que le traité *De numeris multiplicibus* ne soit celui dont Pascal fit hommage à l'*Académie Parisienne* en 1654 et qu'il lui présenta en ces termes (*Vide supra*, p. 305) : « Secundum [*opusculum*] circa numeros aliorum multiplices versatur, et ut ex sola additione characterum numericorum agnoscantur methodum tradit ». Ainsi, quoique placé, dans l'édition de 1665, à la suite des écrits relatifs au triangle arithmétique, le traité *De numeris multiplicibus* en est indépendant et fut rédigé antérieurement.

La méthode proposée par Pascal pour reconnaître si un nombre est divisible par un autre ne diffère pas au fond de la division ; mais elle est d'une application laborieuse. Ce qui en revanche est fort remarquable, c'est que nous trouvons dans l'écrit de Pascal la conception très nette qu'il existe différents systèmes de numération également légitimes, et que le nôtre est « de pure convention ». Pascal montre que sa méthode s'applique à un système de numération quelconque, par exemple au système duodécimal. Cette conception n'était nullement courante en 1654. C'est en 1670 qu'elle fut pour la première fois exposée systématiquement, par Caramuel y Lobkowitz.

1. Nous publions, en regard du texte du Pascal, la traduction française, que nous avons faite en nous servant du travail de M. Ch. Drion, publié au tome troisième de l'édition Lahure.

DE NUMERIS MULTIPLICIBUS EX SOLA CHARACTERUM NUMERICORUM ADDITIONE AGNOSCENDIS

Monitum.

Nihil tritius est apud arithmeticos quàm numeros numeri 9 multiplices constare characteribus quorum aggregatum est quoque ipsius 9 multiplex. Si enim ipsius v. g. dupli, 18, characteres numericos, 1 + 8, jungas, aggregatum erit 9. Ita ut ex solâ additione characterum numericorum numeri cujuslibet liceat agnoscere utrum sit ipsius 9 multiplex ; v. g. si numeri 1719 characteres numericos jungas 1 + 7 + 1 + 9, aggregatum 18 est ipsius 9 multiplex : unde certo colligitur & ipsum 1719 ejusdem 9 esse multiplicem. Vulgata sanè illa observatio est ; verùm ejus demonstratio à nemine quod sciam data est, nec ipsa notio ulteriùs provecta. In hoc autem Tractatulo non solùm istius, sed et variarum aliarum observationum generalissimam demonstrationem dedi, ac methodum universalem agnoscendi, ex solâ additione characterum numericorum propositi cujusvis numeri, utrum ille sit alterius propositi numeri multiplex. Et non solum in progressione denariâ, quâ numeratio nostra procedit, (denaria enim ex instituto hominum, non

DES CARACTÈRES DE DIVISIBILITÉ DES NOMBRES DÉDUITS DE LA SOMME DE LEURS CHIFFRES

Remarque préliminaire.

Rien de plus connu en arithmétique que la proposition d'après laquelle un multiple quelconque de 9 se compose de chiffres dont la somme est elle-même un multiple de 9. Si, par exemple, on additionne les chiffres dont se compose 18, double de 9, on trouve $1+8=9$. De même, en additionnant les chiffres d'un nombre quelconque, on reconnaîtra si ce nombre est divisible par 9. Ainsi 1719 est un multiple de 9, parce que la somme $1+7+1+9$ ou 18 de tous ses chiffres est elle-même divisible par 9. Bien que cette règle soit communément employée, je ne crois pas que personne jusqu'à présent en ait donné une démonstration ni ait cherché à en généraliser le principe. Dans ce petit traité, je justifierai le caractère de divisibilité par 9 et plusieurs autres analogues ; j'exposerai aussi une méthode générale qui permet de reconnaître, à la simple inspection de la somme de ses chiffres, si un nombre donné est divisible par un autre nombre quelconque ; cette méthode s'applique non seulement à notre système décimal de numération (système qui repose non sur une nécessité naturelle, comme le pense le ex necessitate naturæ ut vulgus arbitratur, & sanè satis inepte, posita est) ; sed in quâcumque progressione instituatur numeratio, non fallet hîc tradita methodus, ut in paucis mox videbitur paginis.

Propositio unica.

Agnoscere, ex solâ additione characterum dati cujuslibet numeri, an ipse sit alterius dati numeri multiplex.

Ut hæc solutio fiat generalis, litteris utemur vice numerorum. Sit ergo divisor numerus quilibet expressus per litteram A ; dividendus autem numerus expressus per litteras TVNM, quarum ultima M exprimit numerum quemlibet in unitatum columnâ collocatum ; N, verò, numerum quemlibet in denariorum columnâ ; V, numerum quemlibet in columnâ centenariorum ; T, autem, numerum quemlibet in columnâ millenariorum, et sic deinceps in infinitum : ita ut, si litteras in numeros convertere velis, assumere possis loco ipsius M quemlibet ex novem primis characteribus, verbi gratiâ, 4, loco N quemlibet numerum ut 3, loco V quemlibet numerum ut 5 ; et loco T quemlibet numerum ut 6 ; et collocando singulos illos characteres numericos in propriâ columnâ, prout collocatæ sunt litteræ quæ illos exprimunt, proveniet hic numerus, 6534 ; divisor autem A erit numerus quilibet ut 7. Missis autem peculiaribus his exemplis, generali istâ enuntiatione omnia amplectimur.

vulgaire, mais sur une convention, d'ailleurs assez malheureuse) mais encore à tout système de numération ayant pour base tel nombre qu'on voudra.

Proposition unique.

Reconnaître, à la seule inspection de la somme de ses chiffres, si un nombre donné est divisible par un autre nombre donné.

Pour plus de généralité nous remplacerons les nombres par des lettres. Soit donc un diviseur quelconque que nous représenterons par la lettre A, et soit un dividende TVNM dans lequel les lettres M, N, T, V représentent respectivement les chiffres des unités simples, des dizaines, des centaines, des unités de mille, et ainsi de suite : de telle sorte que, pour passer des quantités littérales aux quantités numériques, il suffirait de remplacer chacune des lettres par l'un des 9 premiers nombres, par exemple M par 4, N par 3, V par 5, T par 6, ce qui donnerait pour dividende 6534, le diviseur A étant un nombre quelconque tel que 7. Mais nous laisserons de côté les exemples particuliers afin de comprendre tous les cas possibles dans une même solution générale. Étant donc donné le dividende TVNM et un diviseur quelconque A, il s'agit de reconnaître, à la seule inspection de la somme de ses chiffres, si ce dividende est exactement divisible par A.

Écrivons sur une même ligne, et dans l'ordre décroissant, les nombres de la suite naturelle, puis au-

Dato quocumque dividendo TVNM, et quocumque divisore A, agnoscere ex solâ additione characterum numericorum T, V, N, M, utrum ipse numerus TVNM exactè dividatur per ipsum numerum A.

Ponantur seorsim numeri serie naturali continui 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, etc. à dextrâ ad sinistram sic :

& cæt.	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
& cæt.	K	I	H	G	F	E	D	C	B	1.

Jam ipsi primo numero, 1, subscribatur unitas.

Ex ipsâ unitate *decies* sumptâ, seu ex 10 auferatur A quoties fieri poterit, et supersit B qui sub 2 subscribatur.

Ex B *decies* sumpto, seu ex 10 B, auferatur A quoties poterit, et supersit C qui ipsi 3 subscribatur.

Ex 10 C, auferatur A quoties poterit, et supersit D qui ipsi 4 subscribatur.

Ex 10 D, auferatur A, etc. in continuum.

M
N in B
V in C
T in D

Nunc sumatur ultimus character dividendi M, qui quidem et primus est à dextrâ ad sinistram, scribaturque seorsim semel ; *primo enim numero* 1, *subjacet unitas.*

Jam sumatur secundus character N, et toties repetatur quot sunt unitates in B, *qui secundo numero subjacet*, hoc est multiplicetur N per B, et sub M ponatur productus.

Jam sumatur tertius character V, et toties repetatur quot sunt unitates in C, *sub tertio numero sub-*

dessous, une autre suite de nombres, de manière à former le tableau ;

. . . . .	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
. . . . .	K	I	H	G	F	E	D	C	B	I

Dans ce tableau, les nombres de la seconde ligne sont formés comme il suit :

Au-dessous de l'unité on place l'unité.

De celle-ci prise *dix fois*, c'est-à-dire du nombre 10, on retranche le diviseur A autant de fois que possible, et l'on écrit le reste B sous le nombre 2.

De B pris *dix fois* on retranche de même le diviseur A autant de fois que possible, et l'on écrit le reste C sous le nombre 3.

De 10 C on retranche encore le diviseur A autant de fois que possible, et l'on écrit le nouveau reste D sous le nombre 4.

Et ainsi de suite.

Prenons maintenant le dernier chiffre du dividende, M, qui est le premier à partir de la droite, et multiplions-le par l'unité (qui dans notre tableau se trouve placée sous le chiffre 1).

Prenons ensuite le second chiffre, N, et multiplions-le par le nombre B, qui dans notre tableau se trouve placé sous le chiffre 2 : puis écrivons le produit au-dessous de M.

$$\begin{array}{c} M \\ N \times B \\ V \times C \\ T \times D \end{array}$$

Prenons encore le troisième chiffre V, multiplions-le par C (nombre placé sous le chiffre 3), et écrivons le produit sous les produits précédents.

Opérons de même pour T, et ainsi de suite.

jecto, seu multiplicetur V per C, et productus sub primis ponatur.

Sic denique multiplicetur quartus T per D, et sub aliis scribatur. Et sic in infinitum.

Dico prout summa horum numerorum, M, + N in B, + V in C, + T in D, est ipsius A multiplex aut non, et quoque ipsum numerum TVNM esse ejusdem multiplicem, vel non.

Etenim si propositus dividendus *unicum* haberet characterem M, sanè prout ipse esset multiplex ipsius A, numerus quoque M esset ejusdem A multiplex, cum sit ipse numerus totus.

Si verò constet *duobus* characteribus NM ;

Dico quoque, prout M, + N in B est multiplex A, et ipsum numerum NM ejusdem multiplicem esse.

Etenim character N in columnâ denarii æquatur 10 N,

Verum ex constructione, est 10 — B multiplex A.

Quare ducendo 10 — B in N est 10 N — B in N multiplex A,

Si ergo contingit et esse M + B in N multiplicem A,

Ergo ambo ultimi multiplices juncti 10 N — M erunt mult. A.

Id est N in columnà denarii et M in columnâ unitatis, seu numerius NM est multiplex A. Q. E. D.

Si numerus dividendus constet *tribus* characteribus, VNM :

Dico quoque ipsum esse aut non esse multiplicem A, prout M, + N in B, + V in C, erit ipsius A multiplex, vel non.

Je dis que, pour le nombre proposé TVNM soit divisible par A, il faut et il suffit que la somme $M+N\times B+V\times C+T\times D$, etc., soit elle-même divisible par A.

Il est évident que si le nombre proposé n'a qu'un seul chiffre, M, M est divisible par A, car le nombre tout entier se réduit à M.

Soit maintenant un nombre de deux chiffres, représenté par NM ; je dis que pour qu'il soit divisible par A il faut et il suffit que la somme $M+N\times B$ le soit.

En effet, le chiffre N, placé dans la colonne des dizaines, équivaut à $10\,N$; or :

D'après le calcul $10-B$ est un multiple de A ;

Multipliant par N, $10\,N-B\times N$ sera aussi un multiple de A ;

Si donc il arrive que $M+B\times N$ soit un multiple de A ;

La somme de ces deux dernières quantités, savoir : $10\,N+M$ sera elle-même un multiple de A.

Donc $10\,N+M$, c'est-à-dire le nombre proposé NM est un multiple de A.

C. Q. F. D.

Soit encore un nombre de trois chiffres VNM ; pour qu'il soit divisible par A, je dis qu'il faut et suffit que la somme $M+N\times B+V\times C$ soit elle-même divisible par A.

En effet, le chiffre V, placé dans la colonne des centaines, équivaut à $100\,V$; or :

D'après le calcul. . . . $10-B$ est un multiple de A ;

Etenim character V, in columnâ centenarii, æquatur 100 V.

At ex constructione, est 10 — B, multiplex A ;

Quare multiplicando 10 — B per 10. 100 — 10 B, mult. A ;

Et ducendo ipsos in V, 100 V — 10 B in V, mult. A ;

Sed est etiam ex constructione, 10 B — C. mult. A ;

Quare ducendo in V, 10 B in V — C in V, mult. A ;

Sed ex ostensis, 100 V — 10 B in V, mult. A ;

Ergo juncti duo ultimi, 100 V — C in V, mult. A ;

Jam verò ostendemus ut in secundo casu, 10 N — B in N, mult. A ;

Ergo juncti duo ultimi, 100 V + 10 N — C in V — B in N, mult. A ;

Ergo si contingat hos numeros, C in V + B in B + M, esse mult. A ;

Ambo ultimi juncti, nempe, 100 V + 10 N + M. et mult. A ;

Seu V, in columnâ centenarii, N denarii et M unitatis, hoc est numerus VNM, est multiplex A. Q. E. D.

Non secus demonstrabitur de numeris ex *pluribus* characteribus compositis. Quare prout, etc. Q. E. D.

Exemplis gaudeamus.

Quæro, qui sint numeri multiplices numeri 7.

Multipliant par 10. ., $100 - 10B$ sera aussi un multiple de A ;

Multipliant encore par V, $100V - 10B \times V$ sera multiple de A ;

Mais d'après le calcul. . $10B - C$ est un multiple de A ;

Multipliant par V, $10B \times V - C \times V$ sera multiple de A ;

Et comme on vient d'établir que $100V - 10B \times V$ est un multiple de A,
la somme de ces deux dernières quantités, savoir : $100V - C \times V$ sera elle-même un multiple de A ;

Mais nous montrerons comme dans le second cas que $10N - B \times N$ est un multiple de A ;

Donc la somme des deux dernières quantités, savoir : $100V + 10N - C \times V - B \times N$ sera un multiple de A ;

Si donc il arrive que $C \times V + N \times B + M$ soit un multiple de A ;
la somme des deux dernières quantités écrites, savoir : $100V + 10N + M$ sera encore un multiple de A ;

Mais $100V + 10N + M$, c'est le nombre proposé VNM ; donc ce nombre est un multiple de A.

C. Q. F. D.

La démonstration serait la même si le nombre donné se composait de plus de trois chiffres.

Exemples :

Soit à chercher quels sont les multiples du

Scriptis continuis 1, 2, 3, 4, 5, etc. subscribo 1 sub 1 :

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
6	2	3	1	5	4	6	2	3	1

Ex unitate decies sumptâ, seu :

Ex 10 aufero 7 quoties potest, superest 3 quem pono sub 2,

Ex 3 decies sumpto, seu :

Ex 30 aufero 7 quoties potest, superest 2 quem pono sub 3,

Ex 20 aufero 7 quoties potest, superest 6 et pono sub 4 ;

Ex 60 aufero 7 quoties potest, superest 4 et pono sub 5 ;

Ex 40 aufero 7 quoties potest, superest 5 et pono sub 6 ;

Ex 50 aufero 7 quoties potest, superest 1 et pono sub 7 ;

Ex 10 aufero 7 quoties potest, et redit 3 et pono sub 8 ;

Ex 30 aufero 7 quoties potest, et redit 2 et pono sub 9 :

Et sic redit series numerorum 1, 3, 2, 6, 4, 5, in infinitum.

Jam proponatur numerus quilibet, 287542178, de quo quæritur utrum exactè dividatur per 7 ; hoc sic agnoscetur.

Sumatur *semel* ejus character qui primus est à nombre 7. J'écris la suite des dix premiers nombres, et je forme le tableau

.	.	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
.	.	6	2	3	1	5	4	6	2	3	1

en procédant comme il suit :

J'écris l'unité sous l'unité.

De l'unité, prise 10 fois, je retranche 7 autant de fois que possible, et je place le reste 3 sous le chiffre 2.

Je multiplie le reste 3 par 10 et du produit 30 je retranche 7 autant de fois que possible ; je place le nouveau reste 2 sous le chiffre 3.

De 20 je retranche 7 autant de fois que possible et j'écris le reste 6 sous 4.

De 60 je retranche 7 autant de fois que possible ; il reste 4 que j'écris sous 5.

De 40 je retranche 7 autant de fois que possible ; il reste 5 ; je l'écris sous 6.

De 50 je retranche 7 autant de fois que possible, et je place le reste 1 sous 7.

De 10 je retranche 7 autant de fois que possible, ce qui me fait retomber sur le premier reste obtenu, savoir 3 ; je l'écris sous 8.

De 30 je retranche 7 autant de fois que possible ; je retrouve le second reste obtenu, savoir 2, que j'écris sous 9.

Les restes déjà obtenus, savoir : 1, 3, 2, 6, 4, 5, se retrouvent donc dans le même ordre, et ainsi indéfiniment.

dextrâ ad sinistram, nempe 8, *primo enim numero seriei continuæ subjacet unitas*. Quare ponatur ille 8, primus character *semel*. . . . . 8.

Secundus, qui est 7, *ter* sumatur, seu per 3 multiplicetur, *secundo enim numero seriei subjacet* 3, sitque productus. . . . . 21.

Tertius *bis* sumatur, *subjacet enim* 2 *ipsi* 3, quare tertius character qui est 1, per 2 multiplicatus, sit. 2.

Quartus eâdem ratione per 6 multiplicatus . 12.

Quintus per 4 multiplicatus. . . . . 16.

Sextus per 5 multiplicatus. . . . . 25.

Septimus *semel*, *septimo enim subjacet* 1. . . 7.

Octavus ter sumptus. . . . . 24.

Nonus bis sumptus. . . . . 4.

Et sic deinceps si superessent. Jungantur hi numeri. . . . . 119.

Si ipse aggregatus 119 est multiplex ipsius 7, numerus quoque propositus, 287542178, ejusdem 7 multiplex erit.

Potest autem dignosci eâdem methodo, utrum ipse 119 sit multiplex 7, scilicet sumendo semel primum characterem. . . . . 9.

secundum characterem ter. . . . . 3.

et præcedentem bis . . . . 2.

14.

Si enim summa 14 est multiplex 7, erit et 119 ejusdem multiplex.

Soit alors à reconnaître si un nombre quelconque 287 542 178 est un multiple de 7 :

Je prends le premier chiffre du nombre à partir de la droite, et je le multiplie par l'unité (qui dans notre tableau est placée sous le nombre 1). J'écris donc :

le produit de 8 par l'unité, c'est-à-dire.	8
J'écris ensuite le produit de 7 par le chiffre 3 placé sous 2 dans notre tableau, soit. . .	21
puis le produit de 1 par 2.	2
le produit de 2 par 6.	12
le produit de 4 par 4.	16
le produit de 5 par 5.	25
le produit de 7 par 1.	7
le produit de 8 par 3.	24
le produit de 2 par 2.	4
et je fais la somme.	119

Si 119 est divisible par 7, le nombre proposé 287 542 178 le sera aussi.

La même méthode peut encore servir à reconnaître si 119 est un multiple de 7.

On multipliera 9 par l'unité, ce qui donne.	9
Puis 1 par 3.	3
Et enfin 1 par 2.	2
Et l'on fera la somme.	14

Si cette somme est divisible par 7, 119 le sera également.

Enfin, et par curiosité plutôt que par nécessité,

Sed et si, curiositate potius quam necessitate moti, velimus agnoscere utrum 14 sit multiplex 7, sumatur character ultimus semel........ 4.
et præcedens ter.................... 3.

7.

Si summa est multiplex ipsius 7, erit et 14 multiplex 7, quare et 14, et 119, et 287542178.

Vis agnoscere quinam numeri dividantur per 6.

Scriptis, ut sæpius dictum est, numeris naturalibus 1, 2, 3, 4, 5, etc., et 1 sub 1 posito,

etc.	4	3	2	1
etc.	4	4	4	1,

Ex 10 aufer 6, reliquum 4 sub 2 ponito,
Ex 40 aufer 6, reliquum 4 sub 3 ponito,
Ex 40 aufer 6, reliquum 4 sub 4 ponito.
Et sic semper redibit 4, quod agnosci potuit ubi semel rediit.

Ergo, si proponatur numerus quilibet, de quo quærebatur utrum sit dividendus per 6, nempe 248742, sume ultimam ejus figuram semel... 2,
præcedentem quater................ 16,
præcedentem quater, etc............... 28,
et, uno verbo, primam semel, reliquarum verò 32,
summam quater.................... 16,
.... 8,

102.

on pourra traiter encore le nombre 14 comme on a traité 119, c'est-à-dire :

Multiplier 4 par l'unité, ce qui donne. .	4
Puis 1 par 3.	3
Et faire la somme.	7

Celle-ci étant évidemment divisible par 7, le nombre 14 le sera aussi ; partant 119 le sera, et par suite, enfin, le nombre proposé 287 542 178 sera lui-même un multiple de 7.

Soit à chercher quels sont les nombres divisibles par 6.

Les nombres naturels étant encore écrits les uns à côté des autres, je forme le tableau

. . .	4	3	2	1
. . .	4	4	4	1

en procédant comme il suit :

Je pose l'unité sous l'unité ; je retranche 6 de 10, et je place le reste 4 sous 2 : je retranche ensuite 6 de 40 autant de fois que possible, et je place le reste 4 sous 3 ; et ainsi de suite : le reste 4 se reproduira indéfiniment.

Soit alors à chercher si un nombre donné quelconque, 248742, est divisible par 6.

J'écris le dernier chiffre du nombre. . .	2
puis le chiffre précédent multiplié par 4.. .	16
puis le chiffre précédent multiplié par 4.. .	28
puis.	32
. . . .	16
. . . .	8
	102

Si summa 102 dividatur per 6, dividetur et ipse numerus propositus 248742 per eumdem 6.

Vis agnoscere utrum numerus dividatur per 3.

Scriptis, ut prius, numeris naturalibus, et 1 sub 1 posito,

$$\begin{array}{ccccc} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1, \end{array}$$

Ex 10 aufer 3 quoties potest, reliquum 1 sub 2 ponito,
Ex 10 aufer 3 quantum potest, reliquum 1 sub 3 ponito,
et sic in infinitum.

Ergo si proponatur numerus quilibet, 2451, ut scias utrum dividatur per 3.

sume semel ultimam figuram.	1.
præcedentem semel.	5.
et semel singulas. . . . . . , ...	4.
	2.
	12.

Si summa dividatur per 3, dividetur et numerus propositus per 3.

Vis agnoscere utrum numerus dividatur per 9.

Scriptis numeris 1, 2, 3, etc., et 1 sub 1 posito.

Ex 10 aufer 9, et quoniam superest 1, patet *unitatem* contingere singulis numeris. Ergo, si numeri propositi singuli characteres simul sumpti dividantur per 9, dividetur et ipse.

Si la somme 102 est divisible par 6, le nombre 248742 sera lui-même divisible par 6.

Un nombre quelconque étant donné, reconnaître s'il est divisible par 3.

On construira comme dans les exemples précédents le tableau :

5	4	3	2	1
1	1	1	1	1

Pour cela, on pose l'unité sous l'unité ; on retranche 3 de 10 autant de fois que possible et on place le reste 1 sous 2 ; puis on retranche 3 de 10 autant de fois que possible et on place le reste 1 sous 3 ; et ainsi de suite indéfiniment.

Soit alors à reconnaître si un nombre donné quelconque 2451, est divisible par 3. J'écris

le dernier chiffre.	1
le précédent.	5
puis.	4
. . . .	2
	12

Si la somme 12 est divisible par 3, il en sera de même du nombre proposé.

Un nombre étant donné, reconnaître s'il est divisible par 9.

Ici encore, si on forme le tableau obtenu en plaçant l'unité sous l'unité, retranchant 9 de 10, etc., on voit que le reste 1 se répète indéfiniment. Donc, pour qu'un nombre quelconque soit divisible par 9, il suffit que la somme de ses chiffres le soit.

Vis agnoscere utrum numerus dividatur per 4.

Scriptis numeris naturalibus, ut mos est, et posito 1 sub 1,

$$\begin{matrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1, \end{matrix}$$

Ex 10 aufer 4 quantum potest, reliquum 2 pone sub 2,
Ex 20 aufer 4 quantum potest, reliquum 0 pone sub 3,
Ex 00 aufer 4, superest semper[1] 0.
Quare si proponatur numerus dividendus, 2486,
pono ultimum characterem semel. . . . . 6.
præcedentem bis, *subjacet enim 2 sub 2*. . . . . 16.

22.

Præcedens per 0 multiplicatus facit zero et sic de reliquis ; quare ad ipsos non attendito ; et si summa priorum, nempe 22, per 4 dividatur, dividetur et ipse, secus autem, non.

Sic numeri quorum ultimus character semel, præcedens bis, præcedens quater (*reliquis neglectis, zero enim sortiuntur*), simul juncti numerum efficiunt multiplicem 8, sunt ipsi et ejusdem 8 multiplices, secus autem, non.

In exemplum autem dabimus et illud.

Agnoscere qui numeri dividantur per 16.

1. Serait-ce cette règle qui aurait soulevé une discussion à laquelle fait allusion un passage du manuscrit des *Pensées*? « J'en sçay, dit Pascal, qui ne peuvent comprendre qui de zero oste 4 reste zero. » (f° 355, Sect. II, f. 72).

Un nombre étant donné, reconnaître s'il est divisible par 4.

Comme dans les exemples précédents, on forme le tableau :

4	3	2	1
0	0	2	1

Pour cela, on pose l'unité sous l'unité ; on retranche 4 de 10 autant de fois que possible et on place le reste 2 sous 2 ; de 20 on retranche 4 autant de fois que possible, et on place le reste 0 sous 3 ; de 0 on retranche 4 : il reste toujours 0.

Soit alors donné le nombre 2 486. J'écris

le dernier chiffre.	6
le précédent multiplié par 2.	16
	22

Le chiffre précédent multiplié par 0 donne 0 ; et ainsi de suite. La condition nécessaire et suffisante pour que le nombre donné soit divisible par 4 est donc que la somme 22 le soit.

On trouvera de même que, pour qu'un nombre soit divisible par 8, il faut et il suffit que la somme formée du chiffre des unités, du double de celui des dizaines et du quadruple de celui des centaines (les autres chiffres étant négligés comme donnant 0), soit un multiple de 8.

Prenons un dernier exemple :

Soit à chercher quels sont les nombres divisibles par 16.

Scriptis, ut dictum est, numeris naturalibus 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc., et 1 sub 1 posito

7	6	5	4	3	2	1
0	0	0	8	4	10	1

Ex 10 aufer 16 quantum potest, superest ipse 10; *ex minore enim numero major numerus subtrahi non potest; quare ipsemet numerus* 10 *ponatur sub* 2.

Ex ipso 10 decies sumpto, ut mos est, seu ex 100, aufero 16 quantum potest; superest 4 quem pono sub 3.

Ex 40 aufero 16 quantum potest, reliquum 8 pono sub 4.

Ex 80 aufero 16 quantum potest, superest 0.

Ideò omnis numerus cujus ultimus character semel sumptus, penultimus decies, præcedens quater, et præcedens octies, efficiunt numerum multiplicem 16, erit et ipse ipsius 16 multiplex.

Sic reperies[1] omnes numeros, quorum penultimus character decies, reliqui autem omnes, scilicet ultimus, ante penultimus, præante penultimus, et reliqui semel sumpti, efficiunt numerum divisibilem per 45, vel 18, vel 15, vel 30, vel 90, et uno verbo omnes divisores numeri 90 duobus constantes characteribus, dividi quoque et ipsos per hos divisores.

Non difficilis inde ad alia progressus; sed intentatam huc usque materiam aperuisse, et satis obscuram lucidissimâ demonstratione illustravisse,

---

1. Cette dernière règle est incorrectement énoncée.

Les nombres naturels 1, 2, 3, 4, ... étant écrits, je forme le tableau

7	6	5	4	3	2	1
0	0	0	8	4	10	1

en procédant comme il suit :

J'écris l'unité sous l'unité. De 10 je retranche 16 autant de fois que possible : il reste 10 (en effet d'un nombre donné on ne peut pas retrancher un nombre plus grand) ; j'écrirai donc sous 2 le nombre 10 lui-même. De 10 pris 10 fois suivant la règle habituelle, c'est-à-dire de 100, je retranche 16 autant de fois que possible : il reste 4 que je pose sous 3. De 40 je retranche 16 autant de fois que possible : je pose le reste 8 sous 4. De 80 je retranche 16 autant de fois que possible : il reste 0.

Donc, pour qu'un nombre soit divisible par 16, il faut et il suffit qu'en ajoutant ensemble le chiffre des unités, 10 fois celui des dizaines, 4 fois celui des centaines et 8 fois celui des unités de mille, la somme obtenue soit elle-même divisible par 16.

On reconnaîtra de même que tous les nombres pour lesquels le décuple de l'avant-dernier chiffre, ajouté à tous les autres chiffres (chiffre des unités, chiffre des centaines, etc.), pris une fois chacun, donne une somme divisible par 45, 18, 15, 30, ou 90 (c'est-à-dire par l'un des diviseurs à deux chiffres de 90) seront eux-mêmes des multiples de ce diviseur.

Il serait facile d'étendre encore ces exemples : mais je me contenterai d'avoir ouvert la route et sufficit. Ars etenim illa, quâ ex additione characterum numeri noscitur per quos sit divisibilis, ex imâ numerorum naturâ, et ex eorum denariâ progressione vim suam sortitur : si enim aliâ progressione procederent, verbi gratiâ duodenariâ (quod sanè gratum foret) et sic ultra primas novem figuras, aliæ duæ institutæ essent, quarum altera denarium, altera undenarium exhiberet : tunc non amplius contingeret numeros quorum omnes characteres simul sumpti efficiunt numerum multiplicem 9, esse et ipsos ejusdem 9 multiplices.

Sed methodus nostra, necnon et demonstratio, et huic progressioni et omnibus possibilibus convenit.

Si enim in hac duodenariâ progressione proponitur agnoscere an numerus dividatur per 9,

Instituemus, ut antea, numeros naturali serie continuos, 1, 2, 3, 4, 5, etc., et 1 sub 1 posito

$$\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}$$

Ex unitate jam duodecies sumptâ seu ex 10 (qui jam potest *duodecim,* non autem *decem*) auferendo 9 quantum potest, superest 3, quem pono sub 2.

Ex 30 (qui jam potest *triginta sex,* scilicet *ter duodecim*) aufer 9 quantum potest, et superest nihil, continetur enim 9 quater exactè in *triginta sex ;* pono igitur 0 sub 3.

Et ideò, zero sub reliquis characteribus continget.

Unde colligo, omnes numeros, quorum ultimus éclairé par une démonstration précise ce sujet nouveau et assez obscur. Les caractères de divisibilité des nombres déduits de la somme de leurs chiffres reposent à la fois sur la nature intime des nombres et sur leur représentation dans le système de numération décimale. Dans tout autre système, par exemple dans le système duodécimal (système fort commode sans doute) qui, outre les neuf premiers chiffres, emploie deux figures nouvelles pour désigner, l'une le nombre 10, l'autre le nombre 11, dans ce mode de numération, il ne serait plus vrai que tout nombre dont la somme des chiffres est un multiple de 9 est lui-même divisible par 9.

Mais la méthode que j'ai fait connaître et la démonstration que j'en ai donnée, conviennent encore à ce système ainsi qu'à tout autre.

Veut-on, dans le système duodécimal, reconnaître si un nombre est divisible par 9, on écrit, comme on l'a fait plus haut, la suite des nombres naturels, puis on forme le tableau

$$\begin{array}{ccccc} \ldots & 4 & 3 & 2 & 1 \\ & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}$$

en procédant comme il suit: sous l'unité on place l'unité; de l'unité prise 12 fois, c'est-à-dire de 10 (qui maintenant veut dire: *douze,* et non plus *dix*) on retranche 9 et l'on écrit le reste 3 sous le nombre 2 ; du produit 30 (lisez *trente-six* ou *trois fois douze*) on retranche encore 9 autant de fois que possible, ce qui donne pour reste zéro, car trente-six contient character semel sumptus, penultimus verò ter (*de cæteris non curo quales sint, zero enim sortiuntur*) efficiunt numerum divisibilem per 9, dividi quoque per 9, in duodenariâ progressione.

Sic in hac progressione duodenariâ omnes numeri quorum singuli characteres simul sumpti efficiunt numerum divisibilem per 11, sunt et divisibiles per eumdem.

In nostrâ vero progressione denariâ, contingit omnes numeros divisibiles per 11, ita se habere, ut ultimus semel sumptus, penultimus decies, præcedens semel, præcedens decies, præcedens semel, præcedens decies, et sic in infinitum, conflare numerum multiplicem 11.

Hæc et alia facili studio, ex istâ methodo, quisque colliget; tetigimus quidem quoniam intentata placent, relinquimus vero ne nimia perscrutatio tædium pariat.

quatre fois exactement le nombre 9. Les restes suivants seront nuls. Il viendra donc o sous tous les chiffres restants.

D'où l'on conclut que tous les nombres, écrits dans le système duodécimal, pour lesquels la somme du premier chiffre de droite et du triple du second (il n'est pas besoin de s'occuper des autres puisqu'ils donnent o) sera divisible par 9, seront eux-mêmes des multiples de 9.

On reconnaîtra aussi que, dans le même système de numération, tous les nombres dont la somme des chiffres est divisible par 11, sont eux-mêmes des multiples de 11.

Dans notre système décimal au contraire, pour qu'un nombre fût divisible par 11, il faudrait que la somme formée par le dernier chiffre, puis le décuple de l'avant-dernier, puis le chiffre précédent, puis le décuple du précédent, etc., donnât un multiple de 11.

Il serait facile de justifier ces deux règles et d'en obtenir d'autres. Mais si j'ai touché ce sujet c'est parce que je cédais volontiers à l'attrait de la nouveauté ; maintenant je m'arrête de peur de fatiguer le lecteur en entrant dans trop de détails.

LVI

POTESTATUM NUMERICARUM SUMMA

Date probable : 1654

Publié à la suite du *Traité du Triangle Arithmétique* (1665)

INTRODUCTION

Cet important traité, où Pascal enseigne à calculer la somme des puissances semblables des termes d'une progression arithmétique, fut publié, comme le *De numeris multiplicibus,* à la suite du *Traité du Triangle arithmétique.* Cependant il est probable qu'il fut rédigé avant ce dernier traité. En effet, nous avons vu qu'il était déjà question de la sommation des puissances numériques dans la liste des travaux de Pascal qui fut communiquée à Schooten et qui est, sans doute, de la première moitié de 1654 (voir *supra,* p. 303). D'autre part, nous avons été conduits à supposer que le traité présenté à l'*Académie parisienne* sous le titre *De numericarum potestatum ambitibus* était une première rédaction des recherches de Pascal sur la sommation des puissances.

D'ailleurs, les résultats exposés dans le *Potestatum numericarum Summa* n'ont pas encore la forme définitive que Pascal devait leur donner ultérieurement. Nous les retrouvons, en effet, énoncés d'une manière plus complète, dans le *Traité des Ordres Numériques* (Proposition XI), et la question est si étroitement liée au triangle arithmétique que celui-ci eût été certainement nommé si Pascal en eût déjà approfondi la théorie lorsqu'il écrivit le *Potestatum numericarum Summa.* De plus, la démonstration donnée dans ce traité est un peu lourde et dépourvue de généralité : on n'y trouve pas encore le raisonnement par récurrence qui, selon Moritz

Cantor, est le trait le plus remarquable du *Traité du Triangle arithmétique.*

Un troisième motif nous porte à croire que le *Potestatum numericarum Summa* est antérieur au *Traité des Ordres numériques* et aux lettres échangées par Fermat et Pascal à la fin de 1654. La proposition énoncée par Pascal dans son traité n'était en réalité pas nouvelle. Dès 1636 cette proposition était connue, de Fermat en particulier, et appliquée à l'évaluation des aires paraboliques. Or, lorsque Pascal écrivit le *Potestatum numericarum Summa,* il ignorait complètement les recherches de Fermat. Au contraire il en avait connaissance lorsqu'il rédigea le *Traité des Ordres Numériques.* C'est que dans l'intervalle Pascal était entré en correspondance avec Fermat, qui l'avait mis au courant de ses découvertes (*Vide infra* p. 417).

La question de la sommation des puissances numériques semble avoir été posée par Sainte-Croix dans les termes suivants (*Œuv. de Fermat,* II, p. 66) : « Datis quotlibet numeris in proportione quavis arithmetica, cujus differentia progressionis et numerus terminorum datur, invenire summam cuborum abs omnibus. » Mersenne proposa cet énoncé à Fermat, qui généralisa le problème et déclara en septembre 1636 (Lettre à Mersenne. *Œuv. de Fermat,* II, p. 69) : « Problema totius fortasse Arithmetices pulcherrimum construximus, quo non solum in quavis progressione summam quadratorum et cuborum venamur, sed omnium omnino potestatum in infinitum, methodo generalissima, quadratoquadratorum, quadratocuborum, cubocuborum, etc. » Fermat offrait d'envoyer le détail de sa démonstration à Mersenne ou à Sainte-Croix ; mais il ne semble pas qu'il l'ait fait. Roberval s'occupa également du problème de Sainte-Croix ; il en obtint une solution qu'il exposa à Sainte-Croix ; mais cette solution n'était pas générale, et Fermat ne s'en montra pas satisfait (*Œuv. de Fermat,* II, p. 92).

Si l'on considère l'importance capitale du problème posé par Sainte-Croix, on s'étonnera que quelques années aient suffi à la faire oublier. L'ignorance de Pascal sur ce point nous induirait à penser que, bien qu'admis dès l'enfance parmi les membres de l'académie Mersenne, il ne suivit pas leurs travaux avec beaucoup de régularité.

POTESTATUM NVMERICARUM SVMMA

Monitum.

Datis, ab unitate, quotcumque numeris continuis, v. g. 1, 2, 3, 4, invenire summam quadratorum eorum, nempe 1 + 4 + 9 + 16, id est 30, tradiderunt veteres[1], *imo etiam et summam cuborum eorumdem; ad reliquas vero potestates non protraxerunt suas methodos, his solummodo gradibus proprias. Hic autem exhibetur, non solum summa quadratorum, et cuborum, sed et quadrato-quadratorum, et reliquarum in infinitum potestatum. Et non solum à radicibus ab unitate continuis, sed à quolibet numero initium sumentibus, verbi gratiâ, numerorum 8, 9, 10, etc. Et non solum numerorum qui progressione naturali procedunt, sed et eorum omnium qui progressione, verbi gratiâ cujus differentia est 2, aut 3, aut 4, aut alius quilibet numerus, formantur, ut istorum 1, 3, 5, 7, etc., vel horum 2, 4, 6, 8, qui per incrementum binarii augentur, aut horum 1, 4, 7, etc. qui per incrementum ternarii, et sic de cæteris; sed,* et quod am-

---

1. Dans l'appendice qu'il composa pour le traité des nombres polygonaux de Diophante (*Claudii Gaspari Bacheti Appendicis ad librum de Numeris polygonis* lib. II, Prop. 25 : page 38 de l'édition de Fermat, Toulouse, 1670), Bachet avait calculé la somme des cubes d'une suite de nombres entiers consécutifs. Ce calcul se trouve reproduit dans le *Cours Mathématique* de Pierre Hérigone (Tome II, p. 41, Prop. XII), qui était, nous le savons, connu de Pascal. On peut donc penser que l'expression « veteres tradiderunt » désigne Bachet et ses commentateurs, et non les savants de l'antiquité, auxquels personne, au XVII^e^ siècle, ne semble avoir attribué le calcul de Bachet (Voir dans la *Bibliotheca Mathematica* de 1902, p. 239, la question posée à ce sujet par M. Eneström ; cf. la réponse de Paul Tannery, *ibid.*, p. 257).

SOMMATION DES PUISSANCES NUMÉRIQUES

Remarque.

Étant donnés, à partir de l'unité, plusieurs nombres consécutifs, par exemple 1, 2, 3, 4, on sait trouver, par les méthodes que les anciens nous ont fait connaître, la somme de leurs carrés, et même la somme de leurs cubes; mais ces méthodes, applicables au second et au troisième degré seulement, ne s'étendent pas aux degrés supérieurs. Dans ce traité, j'enseignerai à calculer non seulement la somme des carrés et des cubes, mais aussi la somme des quatrièmes puissances et celles des puissances supérieures jusqu'à l'infini : et cela, non seulement pour une suite de nombres consécutifs partant de l'unité, mais pour une suite commençant par un nombre quelconque, telle que la suite 8, 9, 10, ... Et je ne me bornerai pas à la suite naturelle des nombres : ma méthode s'appliquera encore à une progression ayant pour raison 2, 3, 4, ou un autre nombre quelconque, — c'est-à-dire à une suite de nombres différant de deux unités, comme 1, 3, 5, 7, ..., 2, 4, 6, 8, ..., ou différant de trois unités comme 1, 4, 7, 10, 13, ... Et cela, qui plus est, quel que soit le premier terme de la suite : que ce premier terme soit 1, comme dans la suite de raison trois, *1, 4, 7, 10,...: ou qu'il soit un autre terme de la progression, comme dans la suite 7, 10, 13, 16, 19; ou même* plius est, *à quolibet numero exordium sumat illa progressio,* sive *incipiat ab unitate, ut isti 1, 4, 7, 10, 13, etc., qui sunt ejus progressionis quæ per incrementum ternarii procedit et ab unitate sumit exordium;* sive *ab aliquo hujus progressionis numero incipiat ut isti 7, 10, 13, 16, 19;* sive, quod ultimum est, *à numero qui non sit ejus progressionis, ut isti 5, 8, 11, 14, quorum progressio per ternarii differentiam procedit, et à numero 5,* ipsi progressioni extraneo, *exordium sumit. Et,* quod sanè fœliciter inventum est, *tam multos differentes casus,* unicâ ac generalissimâ *resolvit* methodus ; *adeo* simplex, *ut absque litterarum auxilio, quibus difficiliores egent enuntiationes, paucis lineis contineatur: ut ad finem problematis sequentis patebit.*

Definitio.

Si binomium, cujus alterum nomen sit A, alterum vero numerus quilibet ut 3, nempe $A+3$, ad quamlibet constituatur potestatem ut ad quartum gradum, cujus hæc sit expositio.

$$A^4+12, A^3+54, A^2+108, A+81\ ;$$

ipsi numeri 12, 54, 108, per quos ipse A multiplicatur in singulis gradibus, quique partim ex numeris figuratis, partim ex numero 3 qui binomii est se-

---

2. Pascal faisait peu de cas de la notation algébrique. On lit dans la lettre, déjà citée, de Sluze à Brunetti (*Œuv. de Fermat,* II, p. 315 Voir *supra*, p. 300, note 2) : « Il est bien vrai qu'il me déplaît que d'abord je ne suis pas du sentiment de M. Pascal touchant l'*Analyse specieuse,* de laquelle je fais plus de cas que lui. »

qu'il soit étranger à la progression, comme dans la suite de raison* trois, *5, 8, 11, 14, ... commençant par 5. Chose remarquable, une méthode unique et générale suffira pour traiter tous ces cas différents. Cette méthode est si simple qu'elle sera exposée en quelques lignes, et sans cet appareil de notations algébriques auquel doivent recourir les démonstrations difficiles. On en jugera après avoir lu le problème qui va suivre.

Définition.

Soit un binôme $A + 3$, dont le premier terme soit la lettre A, et le second un nombre : élevons ce binôme à une puissance quelconque, à la quatrième par exemple, ce qui donne

$$A^4 + 12 \,.\, A^3 + 54 \,.\, A^2 + 108 \,.\, A + 81\,;$$

les nombres 12, 54, 108 qui multiplient les diverses puissances de A et sont formés par la combinaison des nombres figurés avec le second terme, 3, du binôme, seront appelés *coefficients* de A.

Ainsi, *dans l'exemple cité,* 12 *sera le coefficient du cube de* A ; 54, *celui du carré, et* 108, *celui de la première puissance.*

cundum nomen, formantur, vocabuntur *Coefficientes* ipsius A.

Erit ergo *in hoc exemplo* 12 *coefficiens* A cubi, et 54 *coefficiens* A quadrati, et 108 *coefficiens* A *radicis*.

Numerus vero 81 *numerus absolutus* dicetur.

Lemma.

Sit radix quælibet $1\!\!4$; altera verò sit binomium $1\!\!4 + 3$ cujus primum nomen sit $1\!\!4$, alterum verò alius quibet numerus 3, ita ut harum radicum $1\!\!4$, et $1\!\!4 + 3$, differentia sit 3. Constituantur ipsæ in quolibet gradu ut in quarto : ergò quartus gradus radicis $1\!\!4$ est $1\!\!4^4$; quartus vero gradus binomii $1\!\!4 + 3$ est

$$1\!\!4^4 + 12,\ 1\!\!4^3 + 54,\ 1\!\!4^2 + 108,\ 1\!\!4 + 81.$$

Cujus quidem binomii primum nomen, $1\!\!4$, *eosdem coefficientes sortitur in singulis gradibus quos* A *sortitus est in similibus gradibus in expositione ejusdem gradus binomii* A + 3, *quod rationi consentaneum est*; harum verò potestatum, nempe hujus $1\!\!4^4$ et hujus $1\!\!4^4 + 12,\ 1\!\!4^3 + 54,\ 1\!\!4^2 + 108,\ 1\!\!4 + 81$, differentia est $12,\ 1\!\!4^3 + 54,\ 1\!\!4^2 + 108,\ 1\!\!4 + 81$; quæ quidem constat : Primo, ex radice $1\!\!4$ constitutâ in singulis gradibus proposito gradui *quarto* inferioribus, nempe in *tertio*, in *secundo* et in *primo*, et in unoquoque multiplicatâ per *coefficientes* quos A sortitur in similibus gradibus in expositione ejusdem gradus binomii A + 3 ; Deinde ex ipso numero

Quant au nombre 81, on l'appellera *nombre* absolu.

Lemme.

Soit un nombre quelconque 14, et un binôme $14 + 3$, dont le premier terme soit 14 et le second un nombre quelconque 3, de telle sorte que la différence des nombres 14 et $14 + 3$ soit égale à 3. Élevons ces nombres à une même puissance, la quatrième par exemple : la quatrième puissance de 14 est 14^4, celle du binôme, $14 + 3$, est

$$14^4 + 12 \,.\, 14^3 + 54 \,.\, 14^2 + 108 \,.\, 14 + 81.$$

Dans cette expression, les puissances du premier terme, 14, du binôme sont évidemment affectées des mêmes coefficients que les puissances de A dans le développement de $(A + 3)^4$. Cela posé, la différence des deux quatrièmes puissances, 14^4 et

$$14^4 + 12 \,.\, 14^3 + 54 \,.\, 14^2 + 108 \,.\, 14 + 81,$$

est $12 \,.\, 14^3 + 54 \,.\, 14^2 + 108 \,.\, 14 + 81$; cette différence comprend : d'une part, les puissances de 14 dont le degré est inférieur au degré proposé 4, ces puissances étant affectées des coefficients qu'ont les mêmes puissances de A dans le développement de $(A + 3)^4$; d'autre part, le nombre 3 (*différence des nombres proposés*) élevé à la *quatrième* puissance [car le *nombre absolu* 81 est la *quatrième* puissance du nombre 3]. De là nous déduisons la *Règle suivante* :

La différence des puissances semblables de deux

3, *qui est differentia radicum,* constituto in proposito *quarto* gradu ; *numerus enim absolutus* 81 *est quartus gradus radicis* 3. Hinc igitur elicietur *Canon iste*:

Duarum similium potestatum differentia ***æquatur*** **differentiæ radicum constitutæ in eodem gradu in quo sunt potestates propositæ ;** ***Plus*** **minori radice constitutâ in singulis gradibus proposito gradui inferioribus ac in unoquoque multiplicatâ per coefficientes quos A sortiretur in similibus gradibus, si binomium cujus primum nomen esset A, alterum verò esset differentia radicum, constitueretur in eâdem potestate propositâ.**

Sic ergo differentia inter 14^4 et 11^4, erit

$$12, 11^3 + 54, 11^2 + 108, 11 + 81.$$

Differentia enim radicum est 3.

Et sic de cæteris.

Ad summam potestatum cujuslibet progressionis inveniendam unica ac generalis methodus.

Datis quotcumque numeris, in qualibet progressione, à quovis numero inchoante, invenire quarumvis potestatum eorum summam.

Quilibet numerus, 5, *sit initium progressionis quæ per incrementum cujusvis numeri, verbi gratiâ ternarii, procedat, et in eâ progressione dati sint quotlibet numeri, verbi gratiâ isti* 5, 8, 11, 14, *qui omnes in quâcumque potestate constituantur, ut in tertio gradu seu cubo. Oportet invenire summam horum cuborum, nempe* $5^3 + 8^3 + 11^3 + 14^3$.

nombres comprend : la différence de ces nombres élevée à la puissance proposée ; plus la somme de toutes les puissances de degré inférieur du plus petit des deux nombres, ces puissances étant respectivement multipliées par les coefficients qu'ont les mêmes puissances de A dans le développement d'un binôme élevé à la puissance proposée et ayant pour premier terme A et pour second terme la différence des nombres donnés.

Ainsi, la différence de 14^4 et 11^4 sera

$$12 \,.\, 11^3 + 54 \,.\, 11^2 + 108 \,.\, 11 + 81,$$

puisque la différence des puissances premières est 3. Et ainsi de suite.

Méthode unique et générale pour trouver la somme des puissances semblables des termes d'une progression quelconque.

Étant donnée, à partir d'un terme quelconque, une suite quelconque de termes d'une progression arbitraire, trouver la somme des puissances semblables de ces termes élevés à un degré quelconque.

Soit pris un nombre quelconque 5 comme premier terme d'une progression dont la raison, choisie arbitrairement, sera par exemple trois ; *soient considérés, dans cette progression, autant de termes que l'on voudra, par exemple les termes 5, 8, 11, 14, et soient ces termes élevés à une puissance arbitraire, mettons au cube. Il s'agit de trouver la somme des cubes* $5^3 + 8^3 + 11^3 + 14^3$.

Cubi illi sunt $125 + 512 + 1331 + 2744$, quorum summa est 4712 quæ quæritur et sic invenitur.

Exponatur binomium **A** $+ 3$ *cujus primum nomen sit* **A**, *alterum vero sit numerus* 3 *qui est differentia progressionis.*

Constituatur binomium hoc **A** $+ 3$ *in gradu quarto qui proximè superior est proposito tertio, sitque hæc ejus expositio*

$$A^4 + 12, A^3 + 54, A^2 + 108, A + 81.$$

Jam assumatur numerus 17, qui in progressione propositâ proximè sequitur ultimum progressionis terminum datum 14. Et constituto ipso 17 in eodem gradu quarto, nempe 83521, auferantur ab eo hæc :

Primo, summa numerorum propositorum

$$5 + 8 + 11 + 14,$$

nempe 38 *multiplicata per numerum* 108, *qui est coefficiens ipsius* **A** *radicis ;*

Secundo, summa quadratorum eorumdem numerorum 5, 8, 11, 14 multiplicata per numerum 54, qui est coefficiens **A** *quadrati.*

Et sic deinceps procedendum esset si superessent gradus alii inferiores ipsi gradui tertio qui propositus est.

Deinde auferatur primus terminus propositus 5 in quarto gradu constitutus.

Denique auferatur numerus 3 qui est differentia progressionis in eodem gradu quarto constitutus, ac toties sumptus, quot sunt numeri propositi, nempe quatér in hoc exemplo.

Residuum erit multiplex summæ quæsitæ, eamque toties continebit quoties numerus 12 qui est coefficiens ipsius **A** *cubi, seu* **A** *in gradu tertio proposito, continet unitatem.*

Si ergo ad *praxim* methodus reducatur, numerus

Ces cubes sont 125, 512, 1331, 2744; et leur somme est 4712. Voici comment on trouvera cette somme.

Considérons le binôme A + 3 qui a pour premier terme A et pour second terme la différence de la progression.

Élevons ce binôme à la quatrième puissance, puissance immédiatement supérieure au degré proposé trois ; nous obtenons l'expression

$$A^4 + 12 . A^3 + 54 . A^2 + 108 . A + 81.$$

Cela posé, considérons le nombre 17, qui, dans la progression proposée, suit immédiatement le dernier terme considéré 14. Prenons la quatrième *puissance de 17, savoir 83521, et retranchons-en :*

Premièrement : *la somme 38 des termes considérés 5 + 8 + 11 + 14, multipliée par le nombre 108 qui est le coefficient de A ;*

Deuxièmement : *la somme des carrés des mêmes termes 5, 8, 11, 14, multipliée par le nombre 54, qui est le coefficient de A^2.*

Et ainsi de suite, au cas où il y aurait encore des puissances de A de degré inférieur au degré proposé trois.

Ces soustractions faites, on retranche encore la quatrième *puissance du premier terme proposé, 5.*

Enfin l'on retranche le nombre 3 (raison de la progression) élevé lui-même à la quatrième *puissance et pris autant de fois que l'on considère de termes dans la progression, ici* quatre *fois.*

Le reste de la soustraction sera un multiple de la somme cherchée; ce sera le produit de cette somme par le nombre 12, qui est le coefficient de A^3, c'est-à-dire le coefficient du terme A élevé à la puissance proposée trois

17 constituendus est in 4 gradu, nempe 83521, et ab eo hæc auferenda sunt :

Primo, summa numerorum propositorum $5+8+11+14$, nempe 38, multiplicata per 108, unde oritur productus 4104,

Deinde, summa quadratorum numerorum propositorum, id est, $5^2+8^2+11^2+14^2$, nempe $25+64+121+196$, quorum summa est 406, quæ multiplicata per 54 efficit 21924,

Deinceps auferendus est numerus 5 in *quarto* gradu, nempe 625.

Denique auferendus est numerus 3 in *quarto* gradu, nempe 81, *quater* sumptus, nempe 324. Numeri ergo auferendi illi sunt, 4104, 21924, 625, 324; quorum summa est 26977, quâ ablatâ à numero 83521, superest 56544.

Hoc ergò *residuum* continebit summam quæsitam, nempe 4712, multiplicatam per 12; et profectò 4712 per 12 multiplicata efficit 56544.

Paradigma facile est construere; hoc autem sic demonstrabitur.

Etenim numerus 17 in *quarto* gradu constitutus, qui quidem sic exprimitur : 17^4, æquatur

$$17^4-14^4+14^4-11^4+11^4-8^4+8^4-5^4+5^4.$$

Solus enim 17^4 *signum affirmationis solum sortitur, reliqui autem affirmantur ac negantur.*

Sed differentia radicum 17, 14, est 3, eademque est differentia radicum 14, 11, eademque radicum 11, 8, ac etiam radicum 8, 5. Igitur ex præmisso lemmate :

Ainsi, dans la pratique, on devra former la quatrième puissance de 17, soit 83521, puis en retrancher successivement :

Premièrement, la somme des termes proposés $5+8+11+14$, soit 38, multipliée par 108, — c'est-à-dire le produit 4104 ;

Puis la somme des carrés des mêmes termes, $7^2+8^2+11^2+14^2$, ou $25+64+121+196$, ou encore 406, qui, multipliée par 54, donne 21924 ;

Puis le nombre 5 à la *quatrième* puissance, soit 625 ;

Enfin le nombre 3 à la *quatrième* puissance, soit 81, multiplié par *quatre,* ce qui donne 324. En résumé on doit retrancher les nombres 4104, 21924, 625, 3224, dont la somme est 26977. Otant cette somme de 83521, il reste 56544.

Le reste ainsi obtenu est égal à la somme cherchée, 4712, multipliée par 12 ; et, de fait, 4712 multiplié par 12 égale 56544.

La règle est, on le voit, d'une application facile. Voici maintenant comment on la démontre.

Le nombre 17 élevé à la *quatrième* puissance, que l'on écrit 17^4, est égal à

$$17^4-14^4+14^4-11^4+11^4-8^4+8^4-5^4+5^4.$$

Dans cette expression, le *seul terme* 17^4 *figure avec le seul signe* $+$; *les autres termes sont tour à tour ajoutés et retranchés.*

Mais la différence des termes 17 et 14 est 3 ; de même la différence des termes 14 et 11, et des termes 11 et 8, et des termes 8 et 5. Dès lors, d'après notre lemme préliminaire :

$17^4 - 14^4$ æquatur $12, 14^3 + 54, 14^2 + 108, 14 + 81$.

Sic $14^4 - 11^4$ æquatur $12, 11^3 + 54, 11^2 + 108, 11 + 81$.

Sic $11^4 - 8^4$ æquatur $12, 8^3 + 54, 8^2 + 108, 8 + 81$.

Sic $8^4 - 5^4$ æquatur $12, 5^3 + 54, 5^2 + 108$ $5 + 81$.

Non interpretor 5^4.

Igitur 17^4 æquatur his omnibus:

$$\begin{array}{l} 12,\ 14^3 + 54,\ 11^2 + 108,\ + 14 + 81 \\ + 12,\ 11^3 + 54,\ 11^2 + 108,\ + 11 + 81 \\ + 12,\ 8^3 + 54,\ 8^2 + 108,\ + 8 + 81 \\ + 12,\ 5^3 + 54,\ 5^2 + 108,\ + 5 + 81 \\ + 5^4. \end{array}$$

Hoc est, *mutato ordine*, 17^4 æquatur his

$$\begin{array}{ll} 5 + 8 + 11 + 14 & \text{multiplicatis per } 108, \\ + 5^2 + 8^2 + 11^2 + 14^2 & \text{multiplicatis per } 54, \\ + 5^8 + 8^3 + 11^3 + 14^3 & \text{multiplicatis per } 12, \\ + 81 + 81 + 81 + 81, & \\ + 5^4; & \end{array}$$

Ablatis undique his

$$\begin{array}{ll} 5 + 8 + 11 + 1 & \text{multiplicatis per } 108, \\ + 5^2 + 8^2 + 11^2 + 14^2 & \text{multiplicatis per } 54, \\ + 81 + 81 + 81 + 81, & \\ + 5^4; & \end{array}$$

$17^4 - 14^4$ égale $12 . 14^3 + 54 . 14^2 + 108 . 14 + 81$.

De même

$14^4 - 11^4$ égale $12 . 11^3 + 54 . 11^2 + 108 . 11 + 81$.

De même

$11^4 - 8^4$ égale $12 . 8^3 + 54 . 8^2 + 108 . 8 + 81$.

De même

$8^4 - 5^4$ égale $12 . 5^3 + 54 . 5^2 + 108 . 5 + 81$.

Le terme 5^4 n'a pas besoin d'être transformé.

On trouve alors comme valeur de 17^4 :

$$\begin{array}{l} 12 . 14^3 + 54 . 14^2 + 108 . 14 + 81 \\ + 12 . 11^3 + 54 . 11^2 + 108 . 11 + 81 \\ + 12 . 8^3 + 54 . 8^2 + 108 . 8 + 81 \\ + 12 . 5^3 + 54 . 5^2 + 108 . 5 + 81 \\ + 5^4, \end{array}$$

ou, *en intervertissant l'ordre des termes* :

$$\begin{array}{l} 5 + 8 + 11 + 14 \text{ multipliés par } 108, \\ + 5^2 + 8^2 + 11^2 + 14^2 \text{ multipliés par } 54, \\ + 5^3 + 8^3 + 11^3 + 14^3 \text{ multipliés par } 12, \\ + 81 + 81 + 81 + 81 \\ + 5^4. \end{array}$$

Si donc on retranche de part et d'autre, la somme :

$$\begin{array}{l} 5 + 8 + 11 + 14 \text{ multipliés par } 108, \\ + 5^2 + 8^2 + 11^2 + 14^2 \text{ multipliés par } 54 \\ + 81 + 81 + 81 + 81 \\ + 5^4 ; \end{array}$$

Remanet 17^4 minus his, nempe

$-5 \;-8 \;-11 \;-14$ multiplicatis per 108.
$-5^2 -8^2 -11^2 -14^2$ multiplicatis per 54,
$-81 -81 -81 -81$;
-5^4;

æqualis $5^3+8^3+11^3+14^3$ multiplicatis per 12.

Q. E. D.

Sic ergo potest institui enuntiatio et generalis constructio.

Summa potestatum.

Datis quotcumque numeris, in quâlibet progressione, a quovis numero initium sumente, invenire summam quarumvis potestatum eorum.

Exponatur binomium, cujus primum nomen sit **A**, *alterum vero sit numerus qui differentia progressionis est, et constituatur hoc binomium in* **gradu qui proximè superior** *est gradui proposito, et in expositione potestatis ejus notentur* **coefficientes** *quos* **A** *sortitur in singulis gradibus.*

Constituatur et in eodem **gradu superiori numerus qui** *in eâdem progressione propositâ* **proximè sequitur ultimum** *progressionis terminum propositum. Et ab eo* **auferantur** *hæc :*

Primo, primus terminus *progressionis datus, seu minimus numerus datorum in eodem* **superiori gradu** *constitutus;*

Secundo, *numerus qui* **differentia est progressionis** *in eodem* **superiori gradu** *constitutus, ac* **toties** *sumptus* **quot** *sunt termini dati;*

Il reste 17^4 diminué des quantités précédentes savoir :

$$
\begin{array}{l}
-\ 5 - 8 - 11 - 14 \text{ multipliés par } 108, \\
-\ 5^2 - 8^2 - 11^2 - 14^2 \text{ multipliés par } 54 \\
-81 - 81 - 81 - 81 \\
-\ 5^4,
\end{array}
$$

qui se trouve égal à la somme $5^3 + 8^3 + 11^3 + 14$ multipliée par 12 . C . Q . F . D .

On peut donc présenter comme il suit l'énoncé et la solution générale du problème proposé.

Somme des puissances.

Étant donnée, à partir d'un terme quelconque une suite quelconque de termes d'une progression arbitraire, trouver la somme des puissances semblables de ces termes supposés élevés à un degré arbitraire.

Formons un binôme ayant pour premier terme A et pour second terme la différence de la progression donnée ; élevons ce binôme au degré immédiatement supérieur au degré proposé, et considérons dans le développement obtenu les coefficients des diverses puissances de A.

Élevons maintenant au même degré le terme qui, dans la progression donnée, suit immédiatement le dernier terme considéré. Puis retranchons du nombre obtenu les quantités suivantes :

Premièrement : *Le premier terme donné dans la progression, — c'est-à-dire le plus petit des termes donnés, — élevé lui-même à la même puissance (immédiatement supérieure au degré proposé).*

Deuxièmement : *La différence de la progression, élevée à la même puissance, et prise autant de fois que l'on considère de termes dans la progression.*

Tertio, *auferantur* singuli numeri *dati, in* singulis gradibus *proposito gradui* inferioribus *constituti, ac in unoquoque gradu multiplicati per* jam notatos coefficientes *quos* **A** *sortitur in iisdem gradibus in expositione hujus* superioris *gradus binomii primo assumpti.*

Reliquuum *est multiplex summæ quæsitæ, eamque* toties *continet* quoties coefficiens *quem* **A** *in gradu* proposito *sortitur continet unitatem.*

Monitum.

Praxes jam particulares sibi quisque pro genio suppeditabit. Verbi gratiâ, si quæris summam quotlibet numerorum progressionis naturalis a quolibet inchoantis, hic, ex methodo generali, elicietur *Canon* :

In progressione naturali a quovis numero inchoante, differentia inter quadratum minimi termini et quadratum numeri qui proximè major est ultimo termino, minuta numero qui exponit multitudinem, dupla est aggregati ex omnibus.

Sint quotlibet numeri naturali progressione continui, quorum primus sit ad libitum, v. g., *quatuor* isti 5, 6, 7, 8. Dico $9^2 - 5^2 - 4$ æquari duplo $5 + 6 + 7 + 8$.

Similes canones et reliquarum potestatum summis inveniendis et reliquis progressionibus facilè aptabuntur, quos quisque sibi comparet.

Troisièmement : *Les sommes des termes donnés, élevés aux divers degrés moindres que le degré proposé, ces sommes étant respectivement multipliées par les coefficients des mêmes puissances de A dans le développement du binôme formé plus haut.*

Le reste *de la soustraction ainsi effectuée est un multiple de la somme cherchée : il la contient autant de fois qu'il y a d'unités dans le coefficient de la puissance de A dont le degré est égal au degré proposé.*

AVIS

Le lecteur déduira lui-même les règles pratiques qui sont applicables dans chaque cas particulier. Supposons, par exemple, que l'on veuille trouver la somme d'un certain nombre de termes de la suite naturelle à partir d'un nombre arbitraire : voici la règle que l'on déduira de notre méthode générale :

Dans une progression naturelle partant d'un nombre quelconque, le carré du nombre immédiatement supérieur au dernier terme, diminué du carré du premier terme et du nombre des termes donnés, est égal au double de la somme desdits termes.

Soit donnée une suite quelconque de nombres consécutifs dont le premier est arbitraire, par exemple les *quatre* nombres 5, 6, 7, 8 : je dis que

$9^2 - 5^2 - 4$ est égal au double de $5 + 6 + 7 + 8$.

On obtiendra facilement des règles analogues donnant les sommes des puissances de degrés plus élevés et s'appliquant à toutes les progressions.

Conclusio.

Quantum hæc notitia ad spatorium curvilineorum dimensiones conferat, satis norunt qui in indivisibilium doctrinâ tantisper versati sunt. Omnes enim omnium generum Parabolæ illicò quadrantur, et alia innumera facillimè mensurantur[1].

Si ergo illa, quæ hac methodo in numeris reperimus, ad quantitatem continuam applicare libet, hi possunt institui canones.

Canones ad naturalem progressionem quæ ab unitate sumit exordium.

Summa linearum est ad quadratum maximæ, ut. . .	1 ad 2.
Summa quadratorum est ad cubum maximæ, ut. . .	1 ad 3.
Summa cuborum est ad [quartum] gradum maximæ, ut.	1 ad 4.

1. Cf. la lettre de Fermat à Mersenne en date du 22 septembre 1636 (*Œuv. de Fermat*, II, p. 73) : « J'ai quarré infinies figures comprises de lignes courbes ; comme, par exemple, si vous imaginez une figure comme la parabole, en telle sorte que les cubes des appliquées soient en proportion des lignes qu'elles coupent du diametre. Cette figure approchera de la parabole et ne differe qu'en ce qu'au lieu qu'en la parabole on prend la proportion des quarrés, je prends en celle-ci celle des cubes ; et c'est pour cela que M. de Beaugrand, à qui j'en fis la proposition, l'appelle parabole solide. » — Le 11 octobre de la même année 1636, Roberval écrivait à Fermat (*Œuv. de Fermat*, II, 81) : « J'ai aussi trouvé la démonstration... de votre parabole solide, et, en consequence, celles d'une infinité d'autres pareilles, quarréquarrées, quarrésolides, etc. »

Conclusion.

Ceux qui sont tant soit peu au courant de la doctrine des *indivisibles* ne manqueront pas de voir quel parti on peut tirer des résultats qui précèdent pour la détermination des aires curvilignes. Ces résultats permettront de quarrer immédiatement tous les genres de paraboles et une infinité d'autres courbes.

Si donc nous étendons aux quantités continues les résultats trouvés pour les nombres, par la méthode ci-dessus exposée, nous pourrons énoncer les règles suivantes :

Règles relatives à la progression naturelle qui commence par l'unité.

La somme d'un certain nombre de lignes est au carré de la plus grande, comme 1 est à 2.

La somme des carrés des mêmes lignes est au cube de la plus grande, comme 1 est à 3.

La somme de leurs cubes est à la quatrième puissance de la plus grande, comme 1 est à 4.

Règle générale relative à la progression naturelle qui commence par l'unité.

La somme des mêmes puissances d'un certain nombre de lignes est à la puissance de degré immédiatement supérieur de la plus grande d'entre elles, comme l'unité est à l'exposant de cette même puissance.

Canon generalis ad progressionem naturalem quæ ab unitate sumit exordium.

Summa omnium in quolibet gradu est ad maximam in proximè superiori gradu, ut unitas ad exponentem superioris gradus[4].

Non de Reliquis disseram, quia hîc locus non est: hæc obiter notavi; reliqua facili negotio penetrantur, eo posito principio, *in continuâ quantitate, quotlibet quantitates cujusvis generis quantitati superioris generis additas nihil ei superaddere.* Sic puncta lineis, lineæ superficiebus, superficies solidis nihil adjiciunt: seu, *ut numericis, in numerico tractatu, verbis utar,* radices quadratis, quadrata cubis, cubi quadrato-quadratis, etc., nihil apponunt. Quare, inferiores gradus, nullius valoris existentes, non considerandi sunt. Hæc, quæ indivisibilium studiosis familiaria sunt, subjungere placuit, ut nunquam satis mirata connexio, quâ ea etiam quæ remotissima videntur in unum addicat unitatis amatrix natura, ex hoc exemplo prodeat, in quo, *quantitatis continuæ dimensionem,* cum *numericarum potestatum summâ* conjunctam contemplari licet.

---

4. Cette règle n'est autre que la règle d'intégration

$$\int_0^n n^p = \frac{n^{p+1}}{p+1}.$$

On admirera la netteté avec laquelle Pascal dégage le principe du calcul intégral.

Je ne m'arrêterai pas aux autres cas, parce que ce n'est pas ici le lieu de les étudier. Il me suffira d'avoir énoncé en passant les règles qui précèdent. On découvrira les autres sans difficulté en s'appuyant sur ce principe qu'*on n'augmente pas une grandeur continue lorsqu'on lui ajoute, en tel nombre que l'on voudra, des grandeurs d'un ordre d'infinitude inférieur.* Ainsi les points n'ajoutent rien aux lignes, les lignes aux surfaces, les surfaces aux solides ; ou — pour parler en nombres comme il convient dans un traité arithmétique, — les racines ne comptent pas par rapport aux carrés, les carrés par rapport aux cubes et les cubes par rapport aux quarro-carrés. En sorte qu'on doit négliger, comme nulles, les quantités d'ordre inférieur.

J'ai tenu à ajouter ces quelques remarques, familières à ceux qui pratiquent les indivisibles, afin de faire ressortir la liaison, toujours admirable, que la nature, éprise d'unité, établit entre les choses les plus éloignées en apparence. Elle apparaît dans cet exemple, où nous voyons le calcul des *dimensions des grandeu s continues* se rattacher à la *sommation des puissances numériques*.

LVII

FERMAT A PASCAL

1654.

Copie de la *Bibliothèqne Nationale*, F. fr. 12988, pp. 379-380

La correspondance qu'il engage avec Fermat[1] dans la seconde moitié de 1654 ouvre pour Pascal une période de très grande activité mathématique. Depuis ses premiers travaux sur les sections coniques, Pascal avait étudié des sujets mathématiques très divers, probablement sans grande suite ; il va dorénavant concentrer toute son attention sur les questions de probabilité qu'il discute avec Fermat et dont il devait probablement l'énoncé au chevalier de Méré (*Vide infra*, p. 377).

Au cours de sa correspondance avec Fermat, Pascal généralise de plus en plus son point de vue. Il conçoit la théorie du triangle arithmétique qu'il applique, non seulement au problème des partis, mais à l'étude des combinaisons, à la sommation des nombres des divers ordres, au calcul des coefficients du binôme. Il s'engage de plus en plus dans ces nouvelles recherches, abandonnant les questions qui l'avaient auparavant occupé.

La première lettre de Fermat, qui répond à une lettre perdue de Pascal, se rapporte au problème suivant : Supposons que, tentant huit fois la chance avec un dé, un joueur entreprenne d'amener le 1, puis qu'au milieu de la partie on lui retire un des coups auquel il a droit : supposons, par exemple, que le joueur ait joué trois coups sans réussir, et qu'on lui retire son quatrième coup : comment devra-t-on l'indemniser ?

Le désaccord entre Fermat et Pascal provient de leurs manières différentes de comprendre l'énoncé. Si l'indemnité est calculée après trois coups joués, Fermat est dans le vrai en

1. Sur les rapports antérieurs de Fermat avec les Pascal, *voir supra*, t. I, p. 172.

l'évaluant aux $\frac{1}{6}$ et non aux $\frac{125}{1296}$ de l'enjeu, ainsi que Pascal le proposait. $\frac{125}{1296}$ représente la différence entre la probabilité que le joueur gagne en 4 coups $\left(\text{soit } \frac{771}{1296}\right)$et la probabilité qu'il gagne en 3 coups$\left(\text{soit } \frac{91}{216}\right)$. Cette différence est ce que Pascal appelle : *valeur du quatrième coup* (l'enjeu étant pris pour unité), expression qui reviendra fréquemment dans les lettres suivantes. Mais lorsqu'on définit ainsi la valeur du quatrième coup, on suppose essentiellement que les trois premiers coups n'ont pas encore été joués.

LETTRE DE FERMAT A PASCAL [1]

Monsieur,

Si j'entreprends de faire un point avec un seul dé en huit coups, si nous convenons, apres que l'argent est dans le jeu, que je ne joüeray pas le premier coup, il faut, par mon principe, que je tire du jeu $\frac{1}{6}$ du total pour estre desintéressé, à raison dudit premier coup.

Que si encore nous convenons apres cela que je ne joüeray pas le second coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le 6^e du restant, qui est $\frac{5}{36}$ du total.

Et si apres cela nous convenons que je ne joüeray pas le troisiesme coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le 6^e du restant, qui est $\frac{25}{216}$ du total.

Et si apres cela nous convenons encore que je ne joüeray pas le quatriesme coup, je dois tirer le 6^e du restant, qui est $\frac{125}{1296}$ du total, et je conviens avec vous que c'est la valeur du quatriesme coup, supposé qu'on ait déjà traité des precedens. Mais vous me proposez dans l'exemple dernier de votre lettre (je mets vos propres termes) : si j'entreprends de trouver le six en huit coups et que j'en aye joüé trois sans le rencontrer, si mon joüeur me pro-

1. Bossut place cette lettre entre les lettres LX et LXI, mai remarque qu'elle n'est pas datée dans la copie qu'il en a vue. L'ordre éritable a été rétabli par MM. P. Tannery et Ch. Henry dans leu édition de *Œuvres* de Fermat.

pose de ne point joüer mon quatriesme coup et qu'il veuille me desinteresser à cause que je pourrois le rencontrer, il m'appartiendra $\frac{125}{1296}$ de la somme entiere de nos mises.

Ce qui pourtant n'est pas vrai, suivant mon principe. Car, en ce cas, les trois premiers coups n'ayant rien acquis à celui qui tient le dé, la somme totale restant dans le jeu, celui qui tient le dé et qui convient de ne pas joüer son quatriesme coup, doit prendre pour son indemnité un 6^e^ du total.

Et s'il avoit joüé quatre coups sans trouver le point cherché et qu'on convînt qu'il ne joueroit pas le cinquiesme, il auroit de mesme pour son indemnité un 6^e^ du total. Car la somme entiere restant dans le jeu, il ne suit pas seulement du principe, mais il est de mesme du sens naturel que chaque coup doit donner un egal avantage.

Je vous prie donc que je sache si nous sommes conformes au principe, ainsi que je crois, ou si nous differons seulement en l'application.

Je suis, etc.

FERMAT.

LVIII

PASCAL A FERMAT

29 juillet 1654

Varia Opera Mathematica Petri de Fermat (Toulouse, 1679), pp. 179-183.

Pascal répond à une lettre de Fermat qui ne nous est pas parvenue et qui lui avait été transmise par Carcavi. Pierre de Carcavi se plaisait à servir de trait d'union entre les savants de son temps ; il avait déjà joué le rôle d'intermédiaire entre Etienne Pascal et Fermat [1] ; ce fut lui, aussi, qui mit Huygens en rapport avec Fermat et Pascal en 1656 (voir la lettre de Carcavi à Huygens du 20 mai 1656. *Œuv. de Huygens*, I, p. 418). Carcavi était d'ailleurs grand ami de Pascal : on lit dans la *Vie de Monsieur Descartes* par Baillet (T. II, p. 378), à la date de 1649 : « M. Pascal n'avoit point encore alors d'ami plus intime que luy [Carcavi], sans en excepter même M. de Roberval ni Messieurs de Port-Royal qu'il ne connut parfaitement que depuis. Il luy en avoit donné des marques depuis peu par le beau présent de la merveilleuse machine d'Arithmétique qu'il avait inventée. »

C'est au chevalier de Méré que Pascal déclare devoir les énoncés des questions qu'il discute avec Fermat. Quel rôle joua au juste le chevalier, et quelles étaient ses aptitudes mathématiques ? Lui-même avait coutume de les estimer très haut, à en juger par les lignes suivantes qui sont adressées à Pascal [2] (*Les Œuvres de Monsieur le Chevalier de Méré,* Amsterdam, 1692, t. II, p. 63) : « Vous sçavez, dit Méré, que j'ay decouvert dans les Mathematiques des choses si rares que les plus sçavants des anciens n'en ont jamais rien dit, & desquelles les meilleurs Mathematiciens de l'Europe ont été surpris. Vous avez escrit sur mes inventions aussi bien que Monsieur Huy-

---

1. *Vide supra,* t. I. p. 171, note 2.

2. La lettre de Méré à Pascal est postérieure à 1656, puisqu'elle fait allusion aux recherches de Huygens.

gens, Monsieur de Fermat & tant d'autres qui les ont admirées. » Voici, d'autre part, deux jugements de Leibniz sur le rôle de Méré : « Factum est ut Merœus [le chevalier de Méré], vir ingeniosus sed semidoctus et, ut ita dicam, semiscius, cum sola vi ingenii prævidisset quæ postea tanti viri [Pascal, Fermat et Huygens] mathematicæ certitudinis habitu induerunt, successu laudibusque tumens, Doctoris personam sibi sumeret in Pascalium nescio qua jam tantum remissione animi inter Mathematica devotionemque præposteram fluctuantem. » (*Leibnitii Annotatio de quibusdam Ludis. Opera omnia*, Ed. Dutens, V, p. 203). Et ailleurs : « J'ai appris de Mr. Des Billettes ami de Mr. Pascal, excellent dans les Méchaniques, ce que c'est que cette découverte dont ce chevalier se vante. C'est qu'étant grand joueur, il donna les premières ouvertures sur l'estime des partis, ce qui fit naître les belles pensées *De Alea* de MM. Fermat, Pascal et Huygens. » (*Opera omnia*, Ed. Dutens, II, p. 92).

*
* *

Le *problème des partis,* que Pascal se propose de résoudre, s'énonce comme il suit dans le cas de deux joueurs : Soient deux joueurs jouant un certain enjeu en n parties. On suppose qu'à un moment donné le premier joueur ait gagné p parties et le second q $(q < p < n)$. On demande quelle est, pour chaque joueur, la probabilité qu'il gagne ; d'où résulte la répartition de l'enjeu que les joueurs devraient adopter s'ils voulaient se séparer sans achever le jeu.

Fermat a traité ce problème par la « méthode des combinaisons » (Voir les lettres LXI et LXII). Pascal dit qu'il a d'abord songé à cette méthode et qu'il a ensuite imaginé une méthode plus simple. Le mode de démonstration dont il s'est avisé est, en effet, fort élégant, mais n'est pas d'une portée très générale. D'ailleurs, Pascal a lui-même recours à la méthode des combinaisons pour trouver la « valeur de la première partie » ; mais il ne voit pas encore clairement le parti qu'on peut tirer de cette méthode, et il écrit à Fermat, dans la lettre du 29 juillet 1654, que la méthode des combinaisons « n'est pas générale, et n'est généralement bonne qu'en cas seulement qu'on soit astreint à jouer un certain nombre de parties exactement ». C'est seulement dans la lettre du 27 octobre 1654 que Pascal entre entièrement dans la pensée de Fermat.

La *valeur d'une partie* (valeur pour le gagnant sur l'argent du perdant) est le produit par l'enjeu de la différence entre les probabilités que le joueur gagne, calculées, d'une part avant, d'autre part après la partie. Par exemple, si les joueurs jouent en trois parties, l'enjeu étant un, les probabilités pour que l'un des joueurs gagne lorsqu'il a zéro partie à zéro, une partie à zéro, deux parties à zéro, trois parties à zéro, sont respectivement $\frac{1}{2}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{7}{8}$, 1. La valeur de la première partie sera pour ce joueur $\frac{11}{16} - \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$; la valeur de la seconde partie sera $\frac{7}{8} - \frac{11}{16} = \frac{3}{16}$; la valeur de la troisième partie sera $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$. Dans le tableau donné par Pascal à la fin de sa lettre, l'enjeu est égal à 512.

On trouvera de précieux éclaircissements sur ces questions dans un ouvrage de Todhunter : *A history of the mathematical theory of probability, from the time of Pascal to that of La Place*, Macmillan and Co, 1865.

La question relative aux dés se rattache à celle qui fait l'objet de la lettre précédente. Pascal remarque que la probabilité pour que l'on amène un point donné en quatre coups est égale à $\frac{671}{1296}$; autrement dit, sur 1 296 cas possibles, il y a 671 cas favorables contre 625 défavorables. Au contraire, si l'on jouait en trois coups, il y aurait 185 cas défavorables contre 91 favorables.

Nous voyons, à la fin de la lettre, que Pascal s'occupe de questions mathématiques très diverses. Ces questions sont celles-là même auxquelles il est fait allusion dans l'*Adresse* à l'Académie Parisienne.

La proposition relative à la différence de deux cubes n'est qu'un cas particulier du lemme énoncé dans le *Potestatum numericarum Summa*. (*Vide supra* p. 350).

Les deux problèmes de géométrie se rapportent aux travaux de Pascal sur les contacts de cercles (*Promotus Apollonius Gallus*) et sur les contacts de sphères.

LETTRE DE M. PASCAL A M. DE FERMAT

Le 29 juillet 1654.

Monsieur,

L'impatience me prend aussi bien qu'à vous et, quoy que je sois encore au lit, je ne puis m'empescher de vous dire que je receus hier au soir, de la part de M. de Carcavi, votre lettre sur les partys, que j'admire si fort que je ne puis vous le dire. Je n'ay pas le loisir de m'etendre, mais, en un mot, vous avez trouvé les deux partys des dez et des parties dans la parfaite justesse : j'en suis tout satisfait, car je ne doute plus maintenant que je ne sois dans la verité, apres la rencontre admirable où je me trouve avec vous.

J'admire bien davantage la methode des partys que celle des dez: j'avois vu plusieurs personnes trouver celle des dez, comme M. le Chevalier de Meré, qui est celuy qui m'a proposé ces questions, et aussi M. de Roberval : mais M. de Meré n'avoit jamais pu trouver la juste valeur des parties ny de biais pour y arriver, de sorte que je me trouvois seul qui eusse connu cette proportion.

Votre methode est tres-seure et est celle qui m'est la premiere venue à la pensée dans cette recherche ; mais parce que la peine des combinaisons est excessive, j'en ay trouvé un abregé et proprement une autre methode bien plus courte et plus nette, que je voudrois pouvoir vous dire icy en peu de mots: car je voudrois desormais vous ouvrir mon cœur, s'il se pouvoit, tant j'ay de joie de voir notre rencontre. Je voy bien que la verité est la mesme à Tolose et à Paris[1].

Voicy à peu prés comme je fais pour sçavoir la valeur de chacune des parties, quand deux joüeurs joüent, par exemple, en trois parties, et chacun a mis 32 pistoles au jeu :

Posons que le premier en ait deux et l'autre une; ils joüent maintenant une partie, dont le sort est tel que, si le premier la gagne, il gagne tout l'argent qui est au jeu, savoir, 64 pistoles; si l'autre la gagne, ils sont deux parties à deux parties, et par consequent, s'ils veulent se separer, il faut qu'ils retirent chacun leur mise, sçavoir, chacun 32 pistoles.

Considerez donc, Monsieur, que si le premier gagne, il luy appartient 64; s'il perd il luy appartient 32. Donc s'ils veulent ne point hazarder cette partie et se separer sans la joüer, le premier doit dire : « Je suis seur d'avoir 32 pistoles, car la perte mesme me les donne; mais pour les 32 autres, peut-estre je les aurai, peut-estre vous les aurez; le hazard est egal; partageons donc ces 32 pistoles par la moitié

1. Dans le chapitre VII de son *Histoire de Pascal*, p. 286, M. Strowski montre Pascal « lecteur alors assidu de Montaigne », et rapproche ce texte de l'*Apologie de Raymond de Sebonde*. Voir *les Pensées* à la page 69 de l'autographe, et notre édition, *Sect. V*, fr. 294, avec le commentaire.

et me donnez, outre cela, mes 32 qui me sont seures. » Il aura donc 48 pistoles et l'autre 16.

Posons maintenant que le premier ait deux parties et l'autre point, et ils commencent à joüer une partie. Le sort de cette partie est tel que, si le premier la gagne, il tire tout l'argent, 64 pistoles; si l'autre la gagne, les voilà revenus au cas precedent, auquel le premier aura *deux* parties et l'autre *une*.

Or, nous avons deja monstré qu'en ce cas il appartient à celuy qui a les *deux* parties, 48 pistoles : donc, s'ils veulent ne point joüer cette partie, il doit dire ainsi : « Si je la gagne, je gagneray tout, qui est 64 ; si je la perds, il m'appartiendra legitimement 48 : donc donnez-moi les 48 qui me sont certaines au cas mesme que je perde, et partageons les 16 autres par la moitié, puisqu'il y a autant de hazard que vous les gagniez comme moi. » Ainsi il aura 48 et 8, qui sont 56 pistoles.

Posons enfin que le premier n'ait qu'*une* partie et l'autre *point*. Vous voyez, Monsieur, que, s'ils commencent une partie nouvelle, le sort en est tel que, si le premier la gagne, il aura *deux* parties à *point*, et partant, par le cas precedent, il luy appartient 56 ; s'il la perd, ils sont partie à partie : donc il luy appartient 32 pistoles. Donc il doit dire : « Si vous voulez ne la pas joüer, donnez-moi 32 pistoles qui me sont seures, et partageons le reste de 56 par la moitié. De 56 ostez 32, reste 24 ; partagez donc 24 par la moitié prenez-en 12, et moi 12, qui, avec 32, font 44. »

Or, par ce moyen, vous voyez, par les simples soustractions, que, pour la premiere partie, il appartient sur l'argent de l'autre 12 pistoles; pour la seconde, autres 12; et pour la derniere, 8.

Or, pour ne plus faire de mystere, puisque vous voyez aussi bien tout à decouvert et que je n'en faisois que pour voir si je ne me trompois pas, la valeur (j'entends la valeur sur l'argent de l'autre seulement) de la derniere partie de deux est double de la derniere partie de trois et quadruple de la derniere partie de quatre et octuple de la derniere partie de cinq, etc.

Mais la proportion des premieres parties n'est pas si aisée à trouver : elle est donc ainsy, car je ne veux rien deguiser, et voicy le probleme dont je faisois tant de cas, comme en effet il me plaît fort :

Estant donné tel nombre de parties qu'on voudra, trouver la valeur de la premiere[1].

Soit le nombre des parties donné, par exemple, 8. Prenez les huit premiers nombres pairs et les huit premiers nombres impairs, sçavoir : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, et 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

---

1. Voici comment s'énonce, en langage moderne, le résultat obtenu par Pascal. Soit l'enjeu total égal à $2A$ et le nombre des parties $n+1$. Supposons que le premier joueur ait gagné une partie et le second zéro. Si les joueurs décident de se séparer, il reviendra au premier joueur

$$A + A\frac{1.3.5\ldots.(2n-1)}{2.4.6\ldots 2n}.$$

La première proposition auxiliaire dont se sert Pascal, proposition « purement arithmétique » est une conséquence directe de la loi de formation des coefficients du binôme. (Cf. Todhunter. *Op. cité*).

Multipliez les nombres pairs en cette sorte : le premier par le second, le produit par le troisiesme, le produit par le quatriesme, le produit par le cinquiesme, etc. ; multipliez les nombres impairs de la mesme sorte : le premier par le second, le produit par le troisiesme, etc.

Le dernier produit des pairs est le denominateur et le dernier produit des impairs est le numerateur de la fraction qui exprime la valeur de la premiere partie de *huit* : c'est-à-dire que, si on joüe chacun le nombre des pistoles exprimé par le produit des pairs, il en appartiendra sur l'argent de l'autre le nombre exprimé par le produit des impairs.

Ce qui se demonstre, mais avec beaucoup de peine, par les combinaisons telles que vous les avez imaginées, et je n'ay pu le demonstrer par cette autre voie que je viens de vous dire, mais seulement par celle des combinaisons. Et voicy les propositions qui y menent, qui sont proprement des propositions arithmetiques touchant les combinaisons, dont j'ai d'assez belles proprietez.

Si d'un nombre quelconque de lettres, par exemple, de 8 : A, B, C, D, E, F, G, H, vous en prenez toutes les combinaisons possibles de 4 lettres et en suitte toutes les combinaisons possibles de 5 lettres, et puis de 6, de 7, et de 8, etc., et qu'ainsi vous preniez toutes les combinaisons possibles depuis la multitude qui est la moitié de la toute jusqu'au tout, je dis que, si vous joignez ensemble la moitié de la combinaison de 4 avec chacune des combinaisons superieures, la somme sera le nombre tantiéme de la progression quaternaire à commencer par le binaire, qui est la moitié de la multitude.

Par exemple, et je vous le diray en Latin, car le Français n'y vaut rien :

Si quotliblet litterarum, verbi gratia octo :

A, B, C, D, E, F, G, H,

sumantur omnes combinationes quaternarii, quinquenarii, senarii, etc., usque ad octonarium, dico, si jungas dimidium combinationis quaternarii, nempe 35 (dimidium 70) cum omnibus combinationibus quinquenarii, nempe 56, plus omnibus combinationibus senarii, nempe 28, plus omnibus combinationibus septenarii, nempe 8, plus omnibus combinationibus octonarii, nempe 1, factum esse quartum numerum progressionis quaternarii cujus origo est 2 : dico quartum numerum, quia 4 octonarii dimidium est.

Sunt enim numeri progressionis quaternarii cujus origo est 2, isti :

2, 8, 32, 128, 512, etc.,

Quorum 2 primus est, 8 secundus, 32 tertius, et 128 quartus, cui 128 æquantur :

+ 35 dimidium combinationis 4 litterarum
+ 56 combinationis 5 litterarum
+ 28 combinationis 6 litterarum
+ 8 combinationis 7 litterarum
+ 1 combinationis 8 litterarum.

Voilà la premiere proposition, qui est purement arithmetique; l'autre regarde la doctrine des partis et est telle :

Il faut dire auparavant : si on a une partie de 5, par exemple, et qu'ainsi il en manque 4, le jeu sera infailliblement decidé en 8, qui est double de 4.

La valeur de la premiere partie de 5 sur l'argent de l'autre est la fraction qui a pour numerateur la moitié de la combinaison de 4 sur 8 (je prends 4 parce qu'il est egal au nombre des parties qui manque, et 8 parce qu'il est double de 4) et pour denominateur ce mesme numerateur plus toutes les combinaisons superieures.

Ainsi, si j'ay une partie de 5, il m'appartient, sur l'argent de mon joueur, $\frac{35}{128}$: c'est-à-dire que, s'il a mis 128 pistoles, j'en prends 35 et lui laisse le reste, 93.

Or, cette fraction $\frac{35}{128}$ est la mesme que celle-là : $\frac{105}{384}$, laquelle est faite par la multiplication des pairs pour le denominateur et la multiplication des impairs pour le numerateur.

Vous verrez bien sans doute tout cela, si vous vous en donnez tant soit peu la peine : c'est pourquoy je trouve inutile de vous en entretenir davantage. Je vous envoye neantmoins une de mes vieilles Tables; je n'ay pas le loisir de la copier. Je la referay. Vous y verrez comme tousjours que la valeur de la premiere partie est egale à celle de la seconde, ce qui se trouve aisement par les combinaisons.

Vous verrez de mesme que les nombres de la premiere ligne augmentent tousjours ; ceux de la seconde de mesme ; ceux de la troisiesme de mesme.

Mais ensuite ceux de la quatriesme diminuent; ceux de la cinquiesme, etc. Ce qui est etrange.

Je n'ay pas le temps de vous envoyer la demonstration d'une difficulté qui étonnoit fort M...[1] car il a tres bon esprit, mais il n'est pas geometre (c'est, comme vous sçavez, un grand defaut) et mesme il ne comprend pas qu'une ligne mathematique soit divisible à l'infini et croit fort bien entendre qu'elle est composée de points en nombre fini, et jamais je n'ay pu l'en tirer. Si vous pouviez le faire, on le rendroit parfait.

Il me disoit donc qu'il avoit trouvé fausseté dans les nombres par cette raison :

Si on entreprend de faire un six avec un dé, il y a advantage de l'entreprendre en 4, comme de 671 à 625.

Si on entreprend de faire Sonnez avec deux dez, il y a desadvantage de l'entreprendre en 24.

Et neantmoins 24 est à 36 (qui est le nombre des

---

1. Le nom est en blanc dans le texte des *Varia Opera*. Mais il s'agit probablement du chevalier de Méré qui avait fourni à Pascal l'énoncé du problème des dés. Dans la lettre adressée à Pascal qui nous a été conservée (voir *supra*, p. 377 et note 2), le Chevalier engage une longue discussion contre la divisibilité à l'infini, et il dit à Pascal : « Vous demeurerez toûjours dans les erreurs où les fausses demonstrations de la Geometrie vous ont jetté, et je ne vous croiray point tout-à-fait gueri des mathematiques tant que vous soutiendrez que ces petits corps dont nous disputames l'autre jour se peuvent diviser jusques à l'infini.» *Œuvres*, t. II, 1712, p. 60).

faces des deux dez) comme 4 à 6 (qui est le nombre des faces d'un dé).

Voilà quel etoit son grand scandale qui luy faisoit dire hautement que les propositions n'estoient pas constantes et que l'Arithmetique se dementoit : Mais vous en verrez bien aisement la raison par les principes où vous estes.

Je mettray par ordre tout ce que j'en ay fait, quand j'auray achevé des Traitez geometriques où je travaille il y a déja quelque temps.

J'en ay fait aussi d'arithmetiques, sur le sujet desquels je vous supplie de me mander votre avis sur cette demonstration.

Je pose le lemme que tout le monde sait : que la somme de tant de nombres qu'on voudra de la progression continue depuis l'unité comme

$$1, 2, 3, 4,$$

étant prise deux fois, est egale au dernier, 4, mené dans le prochainement plus grand, 5 : c'est-à-dire que la somme des nombres contenus dans A, estant prise deux fois, est egale au produit de A in $(A+1)$.

Maintenant je viens à ma proposition :

Duorum quorumlibet cuborum proximorum differentia, unitate demptâ, sextupla est omnium numerorum in minoris radice contentorum,

Sint duæ radices R, S unitate differentes : dico

$$R^3 - S^3 - 1.$$

æquari summæ numerorum in S contentorum sexies sumptæ.

Etenim S vocetur A : ergo R est

$$A + 1.$$

Igitur cubus radicis R, seu $A + 1$, est

$$A^3 + 3A^2 + 3A + 1^3.$$

Cubus vero S, seu A, est

$$A^3;$$

et horum differentia est

$$3A^2 - 3A + 1^3$$

id est

$$R^3 - S^3 \cdot$$

igitur si auferatur unitas,

$$3A^2 - 3A \text{ æq. } R^3 - S^3 - 1.$$

Sed duplum summæ numerorum in A seu S contentorum æquatur, ex lemmate,

$$A \text{ in } A + 1, \text{ hoc est } A^2 - A:$$

igitur sextuplum summæ numerorum in A contentorum æquatur

$$3\,A^2 + 3A.$$

Sed

$$3\,A^2 - 3\,A \text{ æq. } R^3 - S^3 - 1: \text{igitur}$$

$R^3 - S^3 - 1$ æq. sextuplo summæ numerorum in A seu S contentorum.

Quod erat demonstrandum.

On ne m'a pas fait de difficulté là-dessus, mais on m'a dit qu'on ne m'en faisoit pas par cette raison que tout le monde est accoûtumé aujourd'hui à cette methode; et moi je pretends que, sans me faire grace, on doit admettre cette demonstration comme d'un genre excellent : j'en attends neantmoins votre avis avec toute soumission.

Tout ce que j'ay demonstré en Arithmetique est de cette nature; voicy encore deux difficultez :

J'ay demonstré une proposition plane en me servant du cube d'une ligne, comparé au cube d'une autre : je pretends que cela est purement geometrique, et dans la severité la plus grande.

De mesme j'ay resolu le probleme :

De quatre plans, quatre points et quatre sphæres, quatre quelconques étant donnez, trouver une Sphære qui, touchant les Sphæres données, passe par les points donnez, et laisse sur les plans des portions de sphæres capables d'angles donnez, *et celuy-cy* :

De trois cercles, trois points, trois lignes, [*trois*] quelconques estant donnez, trouver un cercle qui, touchant les cercles et les points, laisse sur les lignes un arc capable d'angle donné.

J'ay resolu ces problemes pleinement, n'employant dans la construction que des cercles et des lignes droites; mais, dans la demonstration, je me sers de lieux solides, de paraboles ou hyperboles : je pretends neantmoins qu'attendu que la construction est plane, ma solution est plane et doit passer pour telle.

C'est bien mal reconnoître l'honneur que vous me faites de souffrir mes entretiens, que de vous importuner si longtemps : je ne pense jamais vous dire que deux mots, et si je ne vous dis pas ce que j'ay le plus sur le cœur, qui est que plus je vous connois, plus je vous admire et vous honore et que, si vous voyiez à quel point cela est, vous donneriez une place dans vôtre amitié à celuy qui est, etc.

PASCAL.

TABLE

DONT IL EST FAIT MENTION DANS LA LETTRE PRECEDENTE.

Si on joue chacun 256, en

Il m'appartient sur les 256 pistoles de mon joueur, pour la		6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
	1re Partie.	63	70	80	96	128	256
	2e Partie.	63	70	80	96	128	
	3e Partie.	56	60	64	64		
	4e Partie.	42	40	32			
	5e Partie.	24	16				
	6e Partie.	8					

Si on joue 256, chacun, en

Il m'appartient sur les 256 pistoles de mon joueur, pour		6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
	La Ire Partie.	63	70	80	96	128	256
	Les 2 Ires Parties.	126	140	160	192	256	
	Les 3 Ires Parties.	182	200	224	256		
	Les 4 Ires Parties.	224	240	256			
	Les 5 Ires Parties.	248	256				
	Les 6 Ires Parties.	256					

LIX

FERMAT A CARCAVI

9 août 1654.

Copie de la *Bibliothèque Nationale*, F. fr. 12988, pp. 380-381.

LETTRE DE FERMAT A CARCAVI[1]

Monsieur,

J'ay été ravi d'avoir eu des sentimens conformes à ceux de M. Pascal, car j'estime infiniment son genie et je le crois tres capable de venir à bout de tout ce qu'il entreprendra. L'amitié qu'il m'offre m'est si chere et si considerable, que je crois ne devoir point faire difficulté d'en faire quelque usage en l'impression de mes Traitez.

Si cela ne vous choquoit point, vous pourriez tous deux procurer cette impression, de laquelle je consens que vous soyez les maîtres; vous pourriez eclaircir ou augmenter ce qui semble trop concis et me decharger d'un soin que mes occupations m'empeschent de prendre. Je desire mesme que cet Ouvrage paroisse sans mon nom, vous remettant, à cela pres, le choix de toutes les designations qui pourront marquer le nom de l'auteur que vous qualifierez votre amy.

Voicy le biais que j'ay imaginé pour la seconde Partie qui contiendra mes inventions pour les nombres. C'est un travail qui n'est encore qu'une idée, et que je n'aurois pas le loisir de coucher au long sur le papier; mais j'envoyeray succinctement à M. Pascal tous mes principes et mes premieres demonstrations, de quoy je vous reponds à

1. On sait que Fermat avait beaucoup de peine à mettre à jour ses recherches mathématiques. Une grande partie de ses travaux, sur la théorie des nombres en particulier, n'ont jamais été rédigés. C'est pourquoi il lui vient à l'idée de se servir de Pascal, en prenant Carcavi comme négociateur. Les espérances de Fermat devaient d'ailleurs être promptement déçues. (Voir les lettres suivantes).

l'avance qu'il tirera des choses non seulement nouvelles et jusqu'ici inconnues, mais encore surprenantes.

Si vous joignez votre travail avec le sien, tout pourra succeder et s'achever dans peu de temps, et cependant on pourra mettre au jour la premiere Partie que vous avez en votre pouvoir.

Si M. Pascal goûte mon ouverture, qui est principalement fondée sur la grande estime que je fais de son genie, de son savoir et de son esprit, je commenceray d'abord à vous faire part de mes inventions numeriques.

Adieu, je suis, votre...

FERMAT.

A Tolose, ce 9 aoust 1654.

LX

PASCAL A FERMAT

24 août 1654

Varia Opera Patr. de Fermat, pp. 184-188.

LETTRE DE PASCAL A FERMAT[1]

Du 24 Août 1654.

Monsieur,

Je ne pus vous ouvrir ma pensée entiere touchant les partys de plusieurs joüeurs par l'ordinaire passé, et mesme j'ay quelque repugnance à le faire, de peur qu'en cecy cette admirable convenance, qui estoit entre nous et qui m'estoit si chere, ne commence à se dementir, car je crains que nous ne soyons de differens avis sur ce sujet. Je vous veus ouvrir toutes mes raisons, et vous me ferez la grace de me redresser, si j'erre, ou de m'affermir, si j'ay bien rencontré. Je vous le demande tout de bon et sincerement, car je ne me tiendray pour certain que quand vous serez de mon côté.

Quand il n'y a que deux joüeurs, vôtre methode, qui procede par les combinaisons, est tres seure ; mais quand il y en a trois, je croy avoir demonstration qu'elle est mal juste, si ce n'est que vous y procediez de quelque autre maniere que je n'entends pas. Mais la methode que je vous ay ouverte et dont je me sers partout est commune à toutes les conditions

---

1. Cette lettre répond à une lettre perdue de Fermat. Le désaccord apparent entre Fermat et Pascal vient de ce que le second n'a pas exactement interprété la pensée du premier. Voir la réponse de Fermat (lettre LXI).

imaginables de toutes sortes de partys, au lieu que celle des combinaisons (dont je ne me sers qu'aux rencontres particulieres où elle est plus courte que la generale) n'est bonne qu'en ces seules occasions et non pas aux autres.

Je suis seur que je me donneray à entendre, mais il me faudra un peu de discours, et à vous un peu de patience.

Voicy comment vous procedez quand il y a deux joüeurs :

Si deux joüeurs, joüans en plusieurs parties, se trouvent en cet estat qu'il manque deux parties au premier et trois au second, pour trouver le parti, il faut (dites-vous), voir en combien de parties le jeu sera decidé absolument.

Il est aisé de supputer que ce sera en quatre parties, d'où vous conclüez qu'il faut voir combien quatre parties se combinent entre deux joüeurs et voir combien il y a de combinaisons pour faire gagner le premier et combien pour le second et partager l'argent suivant cette proportion. J'eusse eu peine à entendre ce discours-là, si je ne l'eusse su de moi-mesme auparavant; aussi vous l'aviez escrit dans cette pensée. Donc, pour voir combien quatre parties se combinent entre deux joüeurs, il faut imaginer qu'ils joüent avec un dé à deux faces (puisqu'ils ne sont que deux joüeurs), comme à croix et pile, et qu'ils jettent quatre de ces dez (parce qu'ils joüent en quatre parties); et maintenant il faut voir combien ces dez peuvent avoir d'assiettes differentes. Cela est aisé à supputer : ils peuvent en avoir seize, qui est le second degré de quatre, c'est-à-dire le quarré. Car figurons-nous qu'une des faces est marquée a, favorable au premier joueur, et l'autre b, favorable au second ; donc ces quatre dez peuvent s'asseoir sur une de ces seize assiettes : aaaa.... bbbb.

Et parce qu'il manque deux parties au premier joueur, toutes les faces qui ont deux a le font gagner : donc il en a 11 pour lui ; et parce qu'il y manque trois parties au second, toutes les faces où il y a trois b le peuvent faire gagner : donc il y en a 5. Donc il faut qu'ils partagent la somme comme 11 à 5.

a a a a	1
a a a b	1
a a b a	1
a a b b	1
a b a a	1
a b a b	1
a b b a	1
a b b b	2
b a a a	1
b a a b	1
b a b a	1
b a b b	2
b b a a	1
b b a b	2
b b b a	2
b b b b	2

Voilà votre methode quand il y a deux joüeurs ; sur quoy vous dites que, s'il y en a davantage, il ne sera pas difficile de faire les partys par la mesme methode.

Sur cela, Monsieur, j'ay à vous dire que ce party pour deux joüeurs, fondé sur les combinaisons, est tres juste et tres bon ; mais que, s'il y a plus de deux joüeurs, il ne sera pas toujours juste et je vous diray la raison de cette difference.

Je communiquay vôtre methode à nos Messieurs, sur quoy M. de Roberval me fit cette objection[1] :

---

1. Leibniz fait peut-être allusion à ces objections lorsqu'il écri (*Opera Omnia*, ed. Dutens, vol. II, part. 1, p. 92) : «... les bellet pensées *de Alea* de Messieurs Fermat, Pascal et Huygens, où M. Ro-s

Que c'est à tort que l'on prend l'art de faire le party sur la supposition qu'on joüe en quatre parties, vu que, quand il manque deux parties à l'un et trois à l'autre, il n'est pas de necessité que l'on joüe quatre parties, pouvant arriver qu'on n'en joüera que deux ou trois, ou, à la verité peut-estre quatre :

Et ainsi qu'il ne voyoit pas pourquoi on pretendoit de faire le party juste sur une condition feinte qu'on joüera quatre parties, vu que la condition naturelle du jeu, est qu'on ne joüera plus des que l'un des joüeurs aura gagné, et qu'au moins, si cela n'estoit faux, cela n'estoit pas demonstré, de sorte qu'il avoit quelque soupçon que nous avions fait un paralogisme.

Je luy repondis que je ne me fondois pas tant sur cette methode des combinaisons. laquelle veritablement n'est pas en son lieu en cette occasion, comme sur mon autre methode universelle, à qui rien n'echappe et qui porte sa demonstration avec soy, qui trouve le mesme party precisement que celle des combinaisons ; et de plus je lui demonstray la verité du party entre deux joüeurs par les combinaisons en cette sorte :

N'est-il pas vray que, si deux joüeurs, se trouvant en cet estat de l'hypothese qu'il manque deux parties à l'un et 3 à l'autre, conviennent maintenant de

berval ne pouvoit ou ne vouloit rien comprendre. » (Cité par Todhunter. *A history of the mathematical theory of probability*, p. 14.) Le passage de Pascal ne saurait toutefois justifier suffisamment l'allégation de Leibniz.

gré à gré qu'on joüe quatre parties completes, c'est-à-dire qu'on jette les quatre dez à deux faces tous à la fois, n'est-il pas vray, dis-je, que s'ils ont deliberé de joüer les quatre parties, le party doit estre tel que nous avons dit, suivant la multitude des assiettes favorables à chacun ?

Il en demeura d'accord et cela en effet est demonstratif ; mais il nioit que la mesme chose subsistat, en ne s'astreignant pas à joüer les quatre parties. Je luy dis donc ainsi :

N'est-il pas clair que les mesmes joüeurs, n'etant pas astreints à joüer [*les*] quatre parties, mais voulant quitter le jeu des que l'un auroit atteint son nombre, peuvent, sans dommage ni advantage, s'astreindre à joüer les quatre parties entieres et que cette convention ne change en aucune maniere leur condition ? Car, si le premier gagne les deux premieres parties de quatre et qu'ainsi il ait gagné, refusera-t-il de joüer encore deux parties, veu que, s'il les gagne, il n'a pas mieux gagné, et s'il les perd, il n'a pas moins gagné, car ces deux que l'autre a gagné ne luy suffisent pas, puisqu'il lui en faut trois, et ainsi il n'y a pas assez de quatre parties pour faire qu'ils puissent tous deux atteindre le nombre qui leur manque.

Certainement il est aisé de considerer qu'il est absolument egal et indifferent à l'un et à l'autre de joüer en la condition naturelle à leur jeu, qui est de finir des qu'un aura son compte, ou de joüer les quatre parties entieres : donc, puisque ces deux conditions sont egales et indifferentes, le party doit estre tout pareil en l'une et en l'autre. Or, il est juste quand ils sont obligez de joüer quatre parties, comme je l'ay montré: donc il est juste aussi en l'autre cas.

Voilà comment je le demonstray et, si vous y prenez garde, cette demonstration est fondée sur l'egalité des deux conditions, vraye et feinte, à l'egard de deux joüeurs, et qu'en l'une et en l'autre un mesme gagnera toujours et, si l'un gagne ou perd en l'une, il gagnera ou perdra en l'autre et jamais deux n'auront leur compte.

Suivons la mesme pointe pour trois joüeurs et posons qu'il manque une partie au premier, qu'il en manque deux au second et deux au troisiesme. Pour faire le party, suivant la mesme methode des combinaisons, il faut chercher d'abord en combien de parties le jeu sera decidé, comme nous avons fait quand il y avoit deux joüeurs : ce sera en trois, car ils ne sauroient joüer trois parties sans que la decision soit arrivée necessairement.

Il faut voir maintenant combien 3 parties se combinent entre trois joüeurs et combien il y en a de favorables à l'un, combien à l'autre et combien au dernier et, suivant cette proportion, distribuer l'argent de mesme qu'on a fait en l'hypothese de deux joüeurs.

Pour voir combien il y a de combinaisons en tout, cela est aisé : c'est la troisiesme puissance de 3, c'est-à-dire son cube 27. Car si on jette trois dez à la fois (puisqu'il faut jouer trois parties) qui ayent chacun trois faces (puisqu'il y a trois joüeurs) l'une marquée a favorable au premier, l'autre b pour le second, l'autre c pour la troisiesme, il est manifeste que ces trois dez jetez ensemble peuvent s'asseoir sur 27 assiettes differentes, sçavoir :

a a a	1		
a a b	1		
a a c	1		
a b a	1		
a b b	1	2	
a b c	1		
a c a	1		
a c b	1		
a c c	1		3
b a a	1		
b a b	1	2	
b a c	1		
b b a	1	2	
b b b		2	
b b c		2	
b c a	1		
b c b		2	
b c c			3
c a a	1		
c a b	1		
c a c	1		3
c b a	1		
c b b		2	
c b c			3
c c a	1		3
c c b			3
c c c			3

Or, il ne manque qu'une partie au premier : donc toutes les assiettes où il y a un a sont pour luy : donc il y en a 19.

Il manque deux parties au second : donc toutes les assiettes où il y a deux b sont pour luy : donc il y en a 7.

Il manque deux parties au troisiesme : donc toutes les assiettes où il y a deux c sont pour lui : donc il y en a 7.

Si de là on concluoit qu'il faudroit donner à chacun suivant la proportion de 19, 7, 7, on se tromperoit trop grossierement et je n'ay garde de croire que vous le fassiez ainsi ; car il y a quelques faces favorables au premier et au second tout ensemble, comme abb, car le premier y trouve un a qu'il luy faut, et le second deux b qui luy manquent ; ainsi acc est pour le premier et le troisiesme.

Donc il ne faut pas compter ces faces qui sont communes à deux comme valant la somme entiere à chacun, mais seulement la moitié. Car, s'il arrivoit l'assiette acc, le premier et le troisiesme auroient mesme droit à la somme, ayant chacun leur compte; donc ils partageroient l'argent par la moitié; mais s'il arrive l'assiette aab, le premier gagne seul. Il aut donc faire la supputation ainsi :

Il y a 13 assiettes qui donnent l'entier au premier et 6 qui luy donnent la moitié et 8 qui ne luy valent rien : donc, si la somme entiere est une pistole, il y a 13 faces qui luy valent chacune une pistole, il y a 6 faces qui luy valent chacune $\frac{1}{2}$ pistole, et 8 qui ne valent rien.

Donc, en cas de party, il faut multiplier

	13 par une pistole, qui font. .	13
	6 par une demi, qui font. .	3
	8 par zero, qui font. . . .	0
Somme 27		Somme 16

et diviser la somme des valeurs, 16, par la somme des assiettes, 27, qui fait la fraction $\frac{16}{27}$, qui est ce qui appartient au premier en cas de party, savoir 16 pistoles de 27.

Le party du second et du troisieme joüeur se trouvera de mesme :

Il y a 4 assiettes qui luy valent 1 pistole :

multipliez. 4

Il y a 3 assiettes qui luy valent $\frac{1}{2}$ pistole :

multipliez. . . . . $1\frac{1}{2}$

Et 20 assiettes qui ne luy valent rien. . 0

Somme 27 Somme $5\frac{1}{2}$

Donc il appartient au second joüeur 5 pistoles et $\frac{1}{2}$ sur 27, et autant au troisiesme, et ces trois sommes, $5\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ et 16, estant jointes, font les 27.

Voilà, ce me semble, de quelle maniere il faudroit faire les partys par les combinaisons suivant votre methode, si ce n'est que vous ayez quelque autre chose sur ce sujet que ne puis sçavoir. Mais si je ne me trompe, ce party est mal juste.

La raison en est qu'on suppose une chose fausse, qui est qu'on joüe en trois parties infailliblement, au lieu que la condition naturelle de ce jeu-là est qu'on ne joüe que jusques à ce qu'un des joüeurs ait atteint le nombre de parties qui luy manque, auquel cas le jeu cesse.

Ce n'est pas qu'il ne puisse arriver qu'on joüe 3 parties; mais il peut arriver aussi qu'on n'en joüera qu'une ou deux, et rien de necessité.

Mais d'où vient, dira-t-on, qu'il n'est pas permis de faire en cette rencontre la mesme supposition feinte que quand il y avoit deux joüeurs ? En voicy la raison :

Dans la condition veritable de ces trois joüeurs, il n'y en a qu'un qui peut gagner, car la condition est que, dès qu'un a gagné, le jeu cesse. Mais, en la condition feinte, deux peuvent atteindre le nombre de leurs parties : sçavoir, si le premier en gagne une qui luy manque, et un des autres deux qui luy manquent ; car ils n'auront joüé que trois parties, au lieu que, quand il n'y avoit que deux joüeurs, la condition feinte et la veritable convenoient pour les avantages des joueurs en tout ; et c'est ce qui met l'extreme difference entre la condition feinte et la veritable.

Que si les joüeurs, se trouvans en l'état de l'hypothese, c'est-à-dire s'il manque une partie au premier et deux au second et deux au troisiesme, veulent maintenant de gré à gré et conviennent de cette condition qu'on joüera trois parties completes, et que ceux qui auront atteint le nombre qui leur manque prendront la somme entiere, s'ils se trouvent seuls qui l'ayent atteint, ou, s'il se trouve que deux l'ayent atteint, qu'ils la partageront egalement, en ce cas, le party se doit faire comme je viens de le donner, que le premier ait 16, le second $5\frac{1}{2}$, le troisiesme $5\frac{1}{2}$ de 27 pistoles, et cela porte sa demonstration de soymesme en supposant cette condition ainsi.

Mais s'ils joüent simplement à condition, non pas qu'on joüe necessairement trois parties, mais seulement jusques à ce que l'un d'entre eux ait atteint ses parties, et qu'alors le jeu cesse sans donner moyen à un autre d'y arriver, alors il appartient au premier 17 pistoles, au second 5, au troisieme 5, de 27.

Et cela se trouve par ma methode generale qui determine aussi qu'en la condition precedente il en faut 16 au premier, $5\frac{1}{2}$ au second, et $5\frac{1}{2}$ au troisieme, sans se servir des combinaisons, car elle va partout et sans obstacle.

Voilà, Monsieur, mes pensées sur ce sujet, sur lequel je n'ay d'autre avantage sur vous que celuy d'y avoir beaucoup plus medité ; mais c'est peu de chose à votre egard, puisque vos premieres vues sont plus penetrantes que la longueur de mes efforts.

Je ne laisse pas de vous ouvrir mes raisons pour en attendre le jugement de vous. Je croy vous avoir fait connoistre par là que la methode des combinaisons est bonne entre deux joüeurs par accident, comme elle l'est aussi quelquefois entre trois joüeurs, comme quand il manque une partie à l'un, une à l'autre et deux à l'autre, parce qu'en ce cas le nombre des parties dans lesquelles le jeu sera achevé ne suffit pas pour en faire gagner deux ; mais elle n'est pas generale et n'est bonne generalement qu'au cas seulement qu'on soit astreint à joüer un certain nombre de parties exactement.

De sorte que, comme vous n'aviez pas ma methode quand vous m'avez proposé le party de plusieurs joüeurs, mais seulement celle des combinaisons, je crains que nous ne soyons de sentimens differens sur ce sujet.

Je vous supplie de me mander de quelle sorte vous procedez en la recherche de ce party. Je recevray votre reponse avec respect et avec joie, quand mesme votre sentiment me seroit contraire. Je suis, etc.

Pascal.

LXI

FERMAT A PASCAL

29 août 1654.

Copie de la *Bibliothèque Nationale*, F. fr. 20945, ff. 305-306.

Cette lettre ne répond pas à la précédente, mais à l'envoi fait par Pascal de « ses derniers traités du triangle arithmétique et de son application. »

En quoi consistait au juste l'envoi de Pascal, et quelle est cette douzième (ou onzième)[1] conséquence qui courait la poste de Paris à Toulouse tandis que la proposition de Fermat allait de Toulouse à Paris? Il n'est pas certain que ce soit, sous sa forme définitive la onzième conséquence du *Traité du Triangle Arithmétique*[2] édité en 1665. La proposition établie par Fermat (*Vide infra*, p. 510) équivaut plutôt à une combinaison des conséquences onzième et douzième de ce traité, ou plutôt à la onzième proposition du *Traité des Ordres Numériques,* proposition que Pascal, dans sa rédaction finale, commenta en ces termes : « Cette mesme proposition, que je viens de rouler en plusieurs sortes, est tombée dans la pensée de nostre celebre conseiller de Toulouze, M. de Fermat; et, ce qui est admirable, sans qu'il m'en eût donné la moindre lumiere, ni moy à luy, il ecrivoit dans sa province ce que j'inventois à Paris, heure pour heure, comme nos lettres ecrites et reçeües en même temps le temoignent.» En réalité (*Vide supra*, p.344), les découvertes de Fermat et de Pascal ne furent pas simultanées. Fermat avait dix-huit ans de priorité.

---

1. Voir p. 417, note 1.
2. On notera une légère différence entre les titres. Dans l'édition de 1665 les deux premiers traités ont pour titres : *Traité du Trianleg Arithmétique et Divers usages du Triangle Arithmétique dont le générateur est l'unité.*

LETTRE DE FERMAT A PASCAL

De Toloze, le 29 Août 1654.

Monsieur,

Nos coups fourrez continuent toujours et je suis aussi bien que vous dans l'admiration de quoy nos pensées s'ajustent si exactement qu'il semble qu'elles ayent pris une mesme route et fait un mesme chemin. Vos derniers Traitez du Triangle arithmetique et de son application en sont une preuve authentique : et si mon calcul ne me trompe, votre douze[1] consequence couroit la poste de Paris à Toloze, pendant que ma proposition des nombres figurez, qui en effet est la mesme, alloit de Toloze à Paris.

Je n'ay garde de faillir tandis que je rencontreray de cette sorte, et je suis persuadé que le vray moyen pour s'empescher de faillir est celuy de concourir avec vous. Mais si j'en disois davantage, la chose tiendroit du compliment, et nous avons banni cet ennemi des conversations douces et aisées.

Ce seroit maintenant à mon tour à vous debiter quelqu'une de mes inventions numeriques ; mais la fin du Parlement augmente mes occupations, et j'ose esperer de

---

1. Bossut imprime « onzième » au lieu de « douzième », et cette version est reproduite par Paul Tannery et Ch. Henry dans leur édition des Œuvres de Fermat. Il semble toutefois (quoique le mot soit peu lisible) que la copie conservée à la Bibliothèque Nationale porte : « douzième. » *Vide infra*, t. XI, p. 353.

votre bonté que vous m'accorderez un repit juste et quasi necessaire.

Cependant je repondray à votre question des trois joüeurs qui joüent en deux parties. Lorsque le premier en a une, et que les autres n'en ont pas une, votre premiere solution est la vraye, et la division de l'argent se doit faire en 17, 5 et 5; de quoy la raison est manifeste et se prend toujours du mesme principe, les combinaisons faisant voir d'abord que le premier a pour lui 17 hazards egaux lorsque chacun des deux autres n'en a que 5.

Au reste, il n'est rien à l'avenir que je ne vous communique avec toute franchise. Songez cependant, si vous le trouvez à propos, à cette proposition.

Les puissances quarrées de 2, augmentées de l'unité, sont toujours des nombres premiers.

Le quarré de 2, augmenté de l'unité, fait 5 qui est nombre premier.

Le quarré du quarré fait 16 qui, augmenté de l'unité, fait 17, nombre premier.

Le quarré de 16 fait 256 qui, augmenté de l'unité, fait 257, nombre premier.

Le quarré de 256 fait 65 536 qui, augmenté de l'unité, fait 65 537, nombre premier. Et ainsi à l'infiny.

C'est une proprieté de la verité de laquelle je vous responds. La demonstration en est tres malaisée et je vous avoue que je n'ay pu encore la trouver pleinement; je ne vous la proposerois pas pour la chercher, si j'en estois venu à bout[1].

1. Ce n'est pas, on le voit, par défi, suivant la coutume du temps, que Fermat propose ces problèmes à Pascal; c'est parce qu'il cherche à se faire de Pascal un collaborateur. (Voir la lettre précédente.) — L'énoncé proposé par Fermat n'est d'ailleurs pas exact.

Cette proposition sert à l'invention des nombres qui sont à leurs parties aliquotes en raison donnée, sur quoy j'ay fait des decouvertes considerables. Nous en parlerons une autre fois.

Je suis, etc.,

FERMAT.

LXII

FERMAT A PASCAL

25 septembre 1654.

Copie de la *Bibliothèque Nationale*, f. fr. 12988, pp. 376-379.

LETTRE DE FERMAT A PASCAL,

Monsieur,

N'apprehendez pas que notre convenance se demente: vous l'avez confirmée vous-mesme en pensant la detruire, et il me semble qu'en repondant à M. de Roberval pour vous, vous avez aussy repondu pour moi.

Je prends l'exemple des trois joüeurs, au premier desquels il manque une partie, et à chacun des deux autres deux, qui est le cas que vous m'opposez. Je n'y trouve que 17 combinaisons pour le premier et 5 pour chacun des deux autres: car, quand vous dites que la combinaison *acc* est bonne pour le premier et pour le troisiesme, il semble que vous ne vous souveniez plus que tout ce qui se fait apres que l'un des joüeurs a gagné ne sert plus de rien. Or, cette combinaison ayant fait gagner le premier des la premiere partie, qu'importe que le troisiesme en gagne deux ensuite, puisque, quand il en gagneroit trente, tout cela seroit superflu?

Ce qui vient de ce que, comme vous avez tres bien remarqué, cette fiction d'etendre le jeu à un certain nombre de parties ne sert qu'à faciliter la regle, et (suivant mon sentiment) à rendre tous les hazards egaux, ou bien, plus intelligiblement, à reduire toutes les fractions à une mesme denomination.

Et afin que vous n'en doutiez plus, si au lieu de trois parties, vous etendez, au cas proposé, la feinte jusqu'à quatre, il y aura non-seulement 27 combinaisons, mais 81, et il faudra voir combien de combinaisons feront gagner au premier une partie plus tôt que deux à chacun des autres, et combien feront gagner à chacun des deux autres deux parties plus tôt qu'une au premier. Vous trouverez que les combinaisons pour le gain du premier, seront 51 et celles de chacun des autres deux 12, ce qui revient à la mesme raison.

Que si vous prenez cinq parties ou tel autre nombre qu'il vous plaira, vous trouvez toujours 3 nombres en proportion de 17, 5, 5.

Et ainsi j'ai droit de dire que la combinaison *acc* n'est que pour le premier et non pour le troisiesme, et que *cca* n'est que pour le troisiesme et non pour le premier, et que partant ma regle des combinaisons est la mesme en trois joüeurs qu'en 2, et generalement en tout nombre.

Vous aviez dejà pu voir par ma precedente que je n'hesitois point à la solution veritable de la question des trois joüeurs dont je vous avois envoyé les trois nombres decisifs, 17, 5, 5. Mais parce que M. de Roberval sera peut estre bien aise de voir une solution sans rien feindre, et qu'elle peut quelquefois produire des abregés en beaucoup de cas, la voicy en l'exemple proposé :

Le premier peut gagner, ou en une seule partie, ou en deux, ou en trois.

S'il gagne en une seule partie, il faut qu'avec un dé qui a trois faces, il rencontre la favorable du premier coup. Un seul dé produit 3 hazards : ce joüeur a donc pour luy $\frac{1}{3}$ des hazards lorsqu'on ne joüe qu'une partie.

Si on en joüe deux, il peut gagner de deux façons, ou lorsque le second joueur gagne la premiere et luy la seconde, ou lorsque le troisiesme gagne la premiere et luy la seconde. Or, deux dez produisent 9 hazards : ce joüeur a donc pour lui $\frac{2}{9}$ des hazards, lorsqu'on joüe deux parties.

Si on en joüe trois, il ne peut gagner que de deux façons, ou lorsque le second gagne la premiere, le troisiesme la seconde et lui la troisiesme ou lorsque le troisiesme gagne la premiere, le second la seconde, et lui la troisiesme ; car, si le second ou le troisiesme joüeur gagnoit les deux premieres, il gagneroit le jeu, et non pas le premier joüeur. Or, trois dez ont 27 hazards : donc le premier joüeur a $\frac{2}{27}$ des hazards lorsqu'on joüe trois parties.

La somme des hazards qui font gagner ce premier joüeur est par consequent $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$ et $\frac{2}{27}$; ce qui fait en tout $\frac{17}{27}$.

Et la regle est bonne et generale en tous les cas, de sorte que, sans recourir à la feinte, les combinaisons veritables en chaque nombre des parties portent leur solution et font voir ce que j'ay dit au commencement, que l'extension à un certain nombre de parties n'est autre chose que la reduction de diverses fractions à une mesme denomination. Voilà en peu de mots tout le mystere, qui nous remettra sans doute en bonne intelligence, puisque nous ne cherchons l'un et l'autre que la raison et la verité.

J'espère vous envoyer à la Saint-Martin un abregé de tout ce que j'ay inventé de considerable aux nombres. Vous me permettrez d'estre concis et de me faire entendre seulement à un homme qui comprend tout à demy mot.

Ce que vous y trouverez de plus important regarde la proposition que tout nombre est composé d'un, de deux ou de trois triangles ; d'un, de deux, de trois ou de quatre quarrés ; d'un, de deux, de trois, de quatre ou de cinq pentagones ; d'un, de deux, de trois, de quatre, de cinq ou de six hexagones, et à l'infiny.

Pour y parvenir, il faut demonstrer que tout nombre premier, qui surpasse de l'unité un multiple de 4, est composé de deux quarrés, comme 5, 13, 17, 29, 37, etc.

Estant donné un nombre premier de cette nature, comme 53, trouver, par regle generale, les deux quarrés qui le composent.

Tout nombre premier qui surpasse de l'unité un multiple de 3, est composé d'un quarré et du triple d'un autre quarré, comme 7, 13, 19, 31, 37, etc.

Tout nombre premier, qui surpasse de 1 ou de 3 un multiple de 8, est composé d'un quarré et du double d'un autre quarré, comme 11, 17, 19, 41, 43, etc.

Il n'y a aucun triangle en nombre duquel l'aire soit egale à un nombre quarré.

Cela sera suivi de l'invention de beaucoup de propositions que Bachet avoüe avoir ignorées, et qui manquent dans le Diophante.

Je suis persuadé que, des que vous aurez connu ma façon de demonstrer en cette nature de propositions, elle vous paroîtra belle et vous donnera lieu de faire beaucoup de nouvelles decouvertes ; car il faut comme vous savez, *multi pertranseant ut augeatur scientia*[1].

S'il me reste du temps, nous parlerons ensuite des nombres magiques, et je rappellerai mes vieilles especes sur ce sujet.

Je suis de tout mon cœur, Monsieur, votre, etc.

FERMAT.

---

1. Voir la lettre précédente p. 418, note 1.

Je souhaite la santé de M. de Carcavi comme la mienne, et je suis tout à luy.

Ce 25 septembre.

Je vous ecris de la campagne, et c'est ce qui retardera par aventure mes reponses pendant ces vacations.

LXIII

PASCAL A FERMAT

27 octobre 1654.

Varia Opera Petri de Fermat, p. 188.

LETTRE DE PASCAL A FERMAT

Du 27 octobre 1654.

Monsieur,

Votre derniere lettre m'a parfaitement satisfait. J'admire votre methode pour les partys, d'autant mieux que je l'entens fort bien ; elle est entierement vostre, et n'a rien de commun avec la mienne, et arrive au mesme but facilement. Voilà notre intelligence retablie.

Mais, Monsieur, si j'ay concouru avec vous en cela, cherchez ailleurs qui vous suive dans vos inventions numeriques, dont vous m'avez fait la grace de m'envoyer les enonciations. Pour moy, je vous confesse que cela me passe de bien loin ; je ne suis capable que de les admirer, et vous supplie tres humblement d'occuper votre premier loisir à les achever. Tous nos Messieurs les virent samedy dernier et les estimerent de tout leur cœur : on ne peut pas aisement supporter l'attente de choses si belles et si souhai tables. Pensez-y donc, s'il vous plaist, et assurez-vous que je suis, etc.

Pascal.

LXIV

TRAITÉ
DU TRIANGLE ARITHMÉTIQUE

AVEC

QUELQUES AUTRES PETITS TRAITEZ SUR LA MESME MATIERE

PAR MONSIEUR PASCAL

A Paris, chez Guillaume Desprez, rue Saint-Jacques,
à Saint-Prosper, MDCLXV.

Date présumée : derniers mois de 1654.

[Texte latin, *infra*, à l'*Appendice*.]

INTRODUCTION

Les traités relatifs au Triangle Arithmétique furent trouvés tout imprimés (avec le *De numeris multiplicibus* [1] et le *Potestatum Numericarum Summa* [2]) parmi les papiers que Pascal laissa en mourant. Ils furent publiés en 1665 par le libraire Desprez, qui venait d'éditer les *Traités de l'Équilibre des liqueurs et de la Pesanteur de la Massė dė l'Air*, et qui était peut-être dépositaire des papiers mathématiques de Pascal (comparer les lettres de Leibniz à Oldenburg citées plus haut, t. II, p. 218). La publication du *Traité du Triangle Arithmétique* semble avoir été faite à l'insu de M. Perier. On lit en effet dans le *Privilege* [3] *accordé par le Roi à Florin Perier pour l'impression des Fragments et Pensées de Pascal* (1666) : « Notre amé et feal conseillier en notre Cour des aydes de Clermont Ferrand, le sieur Perier, nous a faict remontrer qu'il auroit cy devant obtenu nos lettres de permission pour faire imprimer des Traittez de l'équilibre des liqueurs et de la pezanteur de l'air qui auroient esté trouvez entre les papiers du deffunt Me Blaise Pascal, son beau frere, et que depuis l'edition desdicts traittez on auroit imprimé à son inseu plusieurs *Fragments de mathematiques* et autres du mesme autheur et entr'autres une *Priere du bon usage qu'on doibt faire des maladies*... »

Les traités édités en 1665 sont précédés d'un *Avertissement* qui rappelle la préface écrite par Perier pour les Traités de physique (*vide supra*, p. 267, sqq.). Il est à remarquer que ces traités de 1665, quoique réunis en un même volume, ne se

1. *Vide supra*, LV.
2. *Vide supra*, LVI.
3. Barroux, *Actes notariés relatifs à Pascal el à sa famille*, Paris, Leroux, 1889.

font pas suite exactement les uns aux autres. Les premiers sont en français, les derniers en latin. Le début du chapitre sur les combinaisons se trouve répété deux fois.

*
* *

Le *Traité du Triangle Arithmétique*, le *Traité des Ordres Numériques* et les traités suivants contiennent l'exposé des recherches arithmétiques qui occupèrent Pascal pendant le second semestre de 1654. Nous ignorons, toutefois, à quel moment ces traités furent rédigés et imprimés. Nous savons, par la lettre LXI qu'en Août 1654 Pascal envoya à Fermat « ses derniers traités du Triangle Arithmétique et de son application ». Mais nous ne sommes pas certains (voir p. 415) que Fermat ait vu ces traités sous leur forme définitive, et, en tout cas, la lettre du 29 Août 1654 ne fait pas allusion au Traité des Ordres Numériques et au Traité des Combinaisons.

Il importe d'ailleurs de remarquer qu'en 1656 les travaux de Pascal sur les combinaisons et le calcul des probabilités étaient restés inconnus de la plupart des savants. Ainsi Huygens, préparant un ouvrage sur le même sujet[1], écrivait à Schooten le 20 Avril 1656 (*Œuv. complètes de Huygens,* I, p. 405) : « Difficultas materiæ vel ex eo intelligi queat, quod Paschalius, acerrimi ingenii juvenis, nihil sibi æque obscurum occurrisse aut majori labore constitisse asseveret ; nam et ipse omnia hæc aut pleraque certè investigavit, uti et Fermatius ; sed quibus principiis usi fuerint nemini puto adhuc compertum. » (Cf. la lettre du 6 Mai 1656. *Œuv. de Huygens*, I, p. 413). Vers la même époque, Huygens avait envoyé à Carcavi, qui sollicitait l'honneur d'être son correspondant, l'énoncé d'un problème touchant les partis (*Œuv. de Fermat,* II, p 320). Carcavi répondit le 22 juin 1656 (*Œuv. de Huygens*, I, p. 432) : « M. de Fermat m'a envoyé,

1. Le *De ratiociniis in ludo aleæ* qui parut en 1657, inséré dans les *Exercitationes mathematicæ* de Schooten.

il y a déjà quelques jours, la solution de ce que vous aviez proposé touchant le parti des jeux, et vous verrez par l'extrait que je vous fais de sa lettre qu'il a la demonstration generale de toutes ces sortes de questions. Quant à MM. Pascal et Desargues... le premier avait déjà trouvé la solution de votre proposition et me doit donner au premier jour celle de toutes les autres qui sont dans l'extrait de cette lettre de M. de Fermat. » Cependant Pascal ne remit rien à Carcavi, malgré l'insistance de celui-ci : il lui fournit seulement, après plusieurs mois, quelques indications orales que Carcavi transmit à Huygens assez inexactement (Lettre de Carcavi à Huygens du 28 septembre 1656. *Œuv. de Huygens,* II, p. 494).

La difficulté qu'éprouva Carcavi à se renseigner sur les recherches de Pascal laisse subsister un léger doute quant à la date de l'impression du *Triangle Arithmétique.* Il est vrai qu'en entrant à Port-Royal, Pascal avait rompu avec les mathématiques. Mais, d'autre part, durant l'hiver de 1657, il correspondait encore avec le chanoine Sluze à propos de ses recherches sur les lieux plans. Et Mylon écrivait à Huygens, le 2 Mars 1657 (*Œuv. de Huygens,* II, p. 8) : « Quoy qu'il soit tres difficile d'aborder M. Paschal et qu'il soit tout à fait retiré pour se donner entierement à la devotion, il n'a pas perdu de vue les mathematiques. Lorsque M. de Carcavi le peut rencontrer et qu'il lui propose quelque question, il ne lui en refuse pas la solution, et principalement dans le sujet des jeux de Hazards qu'il a le premier mis sur le tapis... » Notons aussi que dans sa lettre du 28 septembre 1656, Carcavi signale une question proposée par Pascal à Fermat (question que Pascal juge « sans comparaison plus difficile que toutes les autres »), dont il n'est fait aucune mention dans la correspondance de 1654. On ne saurait donc affirmer que les recherches de Pascal sur le calcul des probabilités aient été irrévocablement closes en Novembre 1654.

La lettre de Carcavi appelle une autre remarque. On y lit : « Il (Pascal) ne voit pas comment cette regle (règle dont il se sert pour résoudre les problèmes de Huygens) peut s'appliquer à l'exemple suivant : « Si on joue en six parties, par exemple du piquet, une certaine somme et qu'un des joueurs ait deux, trois ou quatre parties et que l'on veuille quitter le jeu, quel party il faut faire quand on a une partie à point, ou deux ou trois, etc., à point, ou bien quand on a deux parties et l'autre une, etc. Et le dit S^r Pascal n'a trouvé la regle que lorsqu'un des joueurs a une partie à point ou quand il en a deux à point (lorsqu'on joue en plusieurs parties), mais il n'a pas la règle générale. » — Or, dans l'Usage du triangle arithmétique pour les partis, Pascal enseigne à déterminer le parti entre deux joueurs « en quelque nombre de parties qu'ils jouent, et en quelque gain de parties qu'ils soient et l'un et l'autre. » Faut-il conclure de là que Carcavi n'a pas connu les dernières recherches de Pascal sur les partis ? Il est plus vraisemblable qu'il l'a imparfaitement compris, et qu'il a confondu les Problèmes III et IV (voir infra pp. 494-97) avec le Problème I (infra p. 488).

*
* *

Dans quelle mesure le traité du Triangle Arithmétique et les traités qui l'accompagnent apportent-ils quelque chose de nouveau ?

Depuis l'antiquité, les arithméticiens étaient accoutumés à distinguer divers ordres de nombres entiers. Ils considéraient les nombres plans, solides, sursolides, les nombres polygonaux, les nombres triangulaires, pyramidaux (pyramides a triangulis), etc.

Pascal introduit à son tour une série d'ordres numériques qu'il désigne par des numéros. Les nombres du premier ordre sont tous égaux à l'unité ; les nombres du second ordre sont les nombres naturels ; les nombres du troisième ordre sont les nombres triangulaires ; les nombres de quatrième ordre sont les nombres pyramidaux ; les nombres des ordres suivants forment des catégories nouvelles que les anciens n'avaient pas baptisées. Tous ces nombres sont disposés suivant un tableau qui affecte la forme d'un triangle (triangle arithmétique).

Si les ordres numériques de Pascal étaient inconnus de Diophante et Boèce, ils n'étaient cependant pas entièrement inédits ; car on les trouve dans l'Arithmétique de Stifel, publiée en 1543. Il est fort douteux que Pascal ait connu Stifel. Néanmoins, il n'est pas sans intérêt de rapprocher du triangle arithmétique le tableau qui figure à la page 46 du livre de Stifel (*Arithmetica Integra, Authore Michaele Stifelio,* Nürenberg, 1543). Voici ce tableau, avec la définition qui l'accompagne :

1							
2							
3	3						
4	6						
5	10	10					
6	15	20					
7	21	35	35				
8	28	56	70				
9	36	84	126	126			
10	45	120	210	252			
11	55	165	330	462	462		
12	60	220	495	792	924		
13	78	286	715	1 287	1 716	1 716	
4	91	364	1 001	2 002	3 003	3 432	
15	105	455	1 365	3 003	5 005	6 435	6 435
16	120	560	1 820	4 368	8 008	11 440	12 870
17	136	680	2 380	6 188	12 376	19 448	24 310

Primo, à latere sinistro descendit naturalis numerorum progressio, quam extendere poteris quantum volueris. Et illa radix est sequentium laterum omnium. Nam secundum latus, quod continet numeros trigonales, sic oritur ex primo latere. Duobus cellulis, de primo latere, obmissis, repetitur numerus cellulæ tertiæ in primo latere, atque ab eodem numero incipit latus secundum, videlicet circa tertiam cellulam primi lateris. Deinde ex additione amborum illorum (id est, ex tertio primi lateris et primo termino secundi lateris) fit numerus secundus secundi lateris. Sic ex secundo numero secundi lateris et suo collaterali, fit tertius numerus secundi lateris... Quemadmodum autem nascitur secundum latus ex latere primo, ita nascitur latus tertium ex latere secundo... etc. »

Le tableau de Stifel, on le voit, n'est autre que le triangle arithmétique de Pascal, à cela près que les rangées verticales du premier sont devenues chez le second des lignes horizontales. Toutefois, le savant Allemand n'avait pas su tirer de son invention le même parti que Pascal; il n'en donnait d'autre application qu'une méthode pratique servant à l'extraction des racines des divers ordres à un degré d'approximation donné.

Les nombres de Stifel se retrouvent dans le *General Trattato* de Tartaglia (1556) et dans l'Arithmétique de Stevin (l'*Arithmétique de Simon Stevin de Bruges,* revüe par Albert Girard, Leide, 1625). C'est encore à l'extraction des racines que ces auteurs les font servir.

Postérieurement, Herigone, dans son Cours mathématique (*Cursus mathematicus* ou *Cours Mathematique* par Pierre Herigone, Paris, 1634) construisit un tableau de nombres qui n'est pas sans analogie avec le triangle arithmétique et qui sert à calculer les coefficients des puissances entières des binômes. Les recherches d'Herigone n'étaient pas inconnues de Pascal, car elles sont citées à la fin de l'*Usage du Triangle Arithmétique pour trouver les puissances des binômes et Apotômes*. Voici la règle qui les résume (*Cours Mathematique,* t. II, p. 16) :

« Trouver promptement quelconque puissance on voudra d'un binome ou résidu :

« Soient conjoints par un ordre contraire les degrés periodiques (inferieurs) à la puissance des deux parties du binome

---

1. Les lignes horizontales du tableau de Herigone ne sont autres que les lignes diagonales (bases, d'après la terminologie de Pascal) du triangle arithmétique.

ou residu. Puis soient mis devant les parties extramoyennes des nombres en mesme ordre qu'ils se trouvent en la table suivante. Et soient preposez les signes d'affection en mesme ordre qu'ils sont designez aux parties du binome proposé.

A

		2			a^2
	3		3		a^3
4		6		4	a^4

Construction de la table.

« AB et AC sont nombres qui s'entresuivent par l'excez de l'unité : Les nombres entre-moyens sont composez de l'addition des deux prochains superieurs. »

Notons enfin une rencontre curieuse qui est sans doute un effet du hasard. Le triangle arithmétique de Pascal se trouve dans l'œuvre d'un Jésuite Espagnol publiée à Lyon en 1659 : le *Pharus Scientiarum* du R. P. Sébastien Izquierdo, Disputatio XXIX, *de Combinatione*. Izquierdo se sert du triangle arithmétique pour établir les formules fondamentales du calcul combinatoire ; mais il ne nomme pas les auteurs dont il s'est inspiré. Nous ne saurions d'ailleurs assigner une date exacte à la dissertation d'Izquierdo : l'édition lyonnaise de son livre reproduit une approbation du Cardinal de Tolède qui est datée de 1658, et une *licentia provincialis* qui remonte à 1657.

*
* *

Les applications du triangle arithmétique développées par

---

1. Frenicle avait composé un traité « De Triangulo Arithmetico » qui ne nous est pas parvenu et dont nous ignorons le contenu. Il est question de ce traité dans la correspondance de Leibniz avec Oldenburg (*Briefw. mit Mathematik*. Ed. Gerhardt. p. 168).

Pascal sont : l'application à l'étude des ordres numériques, l'application au calcul des puissances des binômes, l'application aux combinaisons et aux jeux de hasard.

La formule qui donne le nombre des combinaisons de *m* objet *p* à *p* était trouvée de longue date. Elle est clairement exposée en vers latins dans l'*Arithmetica Memorativa* de William Buckley, qui vivait à Cambridge vers 1550. Nous la trouvons également chez les arithméticiens italiens de la Renaissance, Paciuolo, Tartaglia, Cardan, chez le Français Borrel (*Buteonis Logistica,* Lyon, 1569), et, sous une forme plus scolastique, chez Clavius (*Comment.* in I Cap. *Sphæræ Joannis de Sacrobosco, Opera Mathem.,* t. 3) et chez les Lullistes Espagnols. Herigone, dans son *Cours Mathématique,* consacre un chapitre au calcul combinatoire (*Arithmetique Pratique,* chap. XV. *Des diverses conjonctions et transpositions,* t. II, p. 119). Peut-être Pascal a-t-il lu ce chapitre ; il connaissait aussi, sans doute, les recherches de Mersenne, et, en tout cas, celles de Gagnières, qu'il cite à la fin de son traité des *Combinaisons.*

Mersenne expose la théorie des combinaisons en trois endroits principaux : La *Verité des Sciences,* 1625, liv. III, chap. 10; *Harmonicorum Libri XII* (lib. 7, pp. 118 et sqq, de l'édit. de 1648); *Harmonie Universelle,* liv. II, Des Chants (pp. 107 et sqq, de l'édit. de 1656). Dans ces trois passages, Mersenne ne donne d'autre référence[2] que le traité d'un auteur inconnu qu'il désigne par des initiales et dont il parle en termes assez mystérieux (*Harmonicorum Libri XII,* p. 112) : « Quod quidem prœstabo tractatu sequente quem audio prodiisse absque alio quam ab his litteris I. M. D. M. I. designato nomine ; quem cum manuscriptum ex impresso Triche-

---

1. Ce petit écrit est reproduit à la suite de la *Dialectica de Seton,* Londres, 1639.

2. Mersenne cite aussi un calcul (probablement empirique) qui serait dû à Xénocrate. Ce calcul est signalé par Plutarque. (Cf. Cantor, *Vorles. üb. Gesch. d. Mathematik,* t. I, chap. II.)

tus, vir in optimis litteris et libris versatissimus, transmiserit, hic insero ne pereat iterum... »

Quant a Aimé de Gagnières, c'est probablement par Mersenne qu'il fut initié au calcul combinatoire, ainsi qu'en font foi quelques fragments de ses lettres conservées à la Bibliothèque Nationale parmi les papiers de Mersenne (*Nouvelles acquisitions françaises*, 5162, 6204, 6205). Nous donnerons en appendice quelques extraits de cette correspondance.

Frenicle, lui aussi, s'occupa des combinaisons vers la même époque, et en fit une étude approfondie; mais ses recherches ne parurent que beaucoup plus tard (*Abrégé des Combinaisons* par Frénicle, apud *Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences*, 1693).

Ainsi, dans le domaine de l'analyse combinatoire, Pascal eut des précurseurs. Par contre, on ne saurait contester l'originalité de ses recherches sur le calcul des probabilités. Quel ques tentatives, sans doute, avaient déjà été faites par les Italiens pour évaluer mathématiquement les chances de deux joueurs qui se séparent sans avoir achevé leur partie: Paciuolo, *Summa de Arithmetica*, 1494, fol. 197; Tartaglia, *General trattato*, 1556, Parte I, fol. 265; Cardan (*Opera Mathematica*, Lyon, 1663, t. I, p. 262, t. IV, p. 110 et sqq). Mais les règles proposées étaient le plus souvent inexactes et elles se trouvaient perdues au milieu d'une foule de questions banales ou fantaisistes. Les premiers travaux un peu étendus qui aient été consacrés au calcul des probabilités, ceux de Huygens, de Caramuel y Lobkovitz, de Frenicle, sont peut-être indépendants des recherches de Pascal, mais ils ont tous été publiés postérieurement [le *De ratiociniis in ludo aleæ* de Huygens, en 1657, la *Mathesis biceps vetus et nova* de Caramuel, en 1670; l'*Abrégé des Combinaisons* de Frenicle en 1693.]

La Bibliothèque Nationale possède deux fragments manuscrits qui se rapportent au calcul des probabilités et que Libri, sans raisons d'ailleurs, a attribués à Pascal. L'un de ces fragments est évidemment de Frenicle ou copié sur Frenicle ; il est reproduit presque textuellement dans l'*Abrégé des Combinaisons*. Le second fragment rappelle davantage les travaux de Pascal, mais il s'en distingue par la terminologie (l'écriture n'est pas non plus celle de Pascal). Nous reproduisons, en appendice, quelques extraits de ce second fragment.

*
* *

Au traité des ordres numériques se rattachent les deux petits traités qui portent pour titre : *De numerorum continuorum productis* et *Producta continua resolvere.*

Pascal appelle produit des nombres continus d'espèce k un produit de la forme

$$a(a+1)(a+2)\ldots(a+k-1)$$

où a et k sont des entiers positifs. L'étude d'un tel produit se relie directement à l'étude des ordres numériques si l'on considère que la $a^{\text{ème}}$ nombre d'ordre $k+1$ est égal à

$$\frac{a(a+1)\ldots(a+k-1)}{1.2\ldots k}$$

d'après la définition donnée par Pascal.

TRAITÉ DU TRIANGLE ARITHMÉTIQUE[1]

Definitions.

J'appelle Triangle arithmetique, *une figure dont la construction est telle.*

Je mene d'un point quelconque, G, deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre, GV, Gζ, dans chacune desquelles je prens tant que je veux de parties egales & continües, à commencer par G, que je nomme 1, 2, 3, 4, etc.; et ces nombres sont les exposans *des divisions des lignes.*

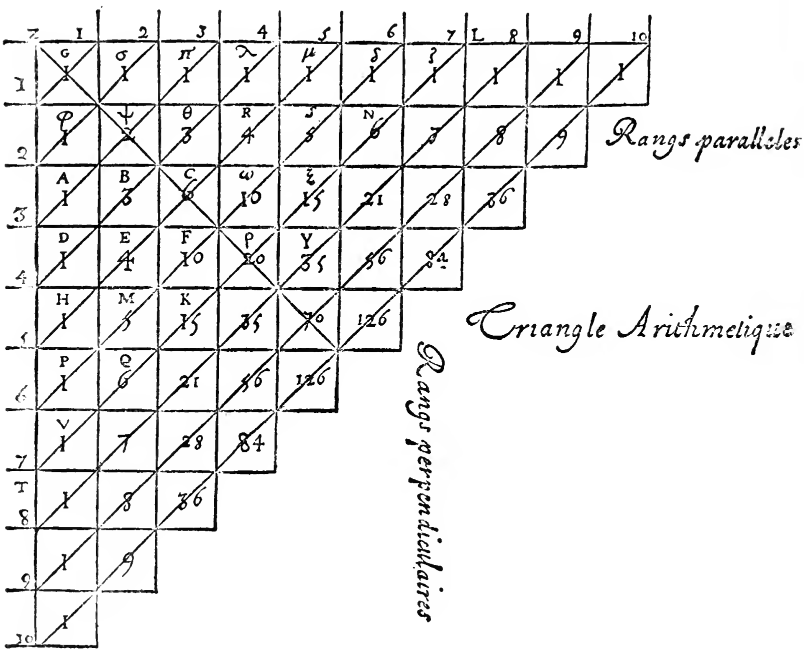
En suitte je joins les points de la premiere division

---

1. Nous reproduisons ci-dessous l'*Avertissement* de l'édition posthume : « Ces traitez n'ont point encore paru, quoy qu'il y ait desjà longtemps qu'ils soient composez. On les a trouvez tous imprimez parmi les papiers de Monsieur Pascal, ce qui fait voir qu'il avoit eu dessein de les publier. Mais ayant, peu de temps apres, entierement quitté ces sortes d'estudes, il negligea de faire paroistre ces ouvrages, que l'on a jugé à propos de donner au public apres sa mort, pour ne le pas priver de l'avantage qu'il en pourra retirer. C'est l'unique but que l'on a eu dans cette publication ; car quoy que ces traitez aient esté admirez par toutes les personnes qui les ont lues, on ne les juge pas neantmoins capables de pouvoir beaucoup adjouster à la reputation que Monsieur Pascal s'est acquise parmi toutes les personnes savantes par les ouvrages plus considerables qu'on a veus de lui. Et l'on supplie le lecteur de les regarder aussi comme une chose qu'il a negligée lui-mesme, et à laquelle il ne s'est appliqué que legerement, et plutost pour delasser son esprit que pour l'employer, la jugeant indigne de cette application forte et serieuse qu'il avait accoutumé d'apporter dans les choses plus importantes, et qui meritent seules, comme il le disoit souvent, d'occuper l'esprit des personnes raisonnables et chretiennes. »

qui sont dans chacune des deux lignes par une autre ligne qui forme un triangle dont elle est la base.

Je joins ainsi les deux points de la seconde division par une autre ligne, qui forme un second triangle dont elle est la base.



Et joignant ainsi tous les points de division qui ont vn mesme exposant, j'en forme autant de triangles et de bases.

Je mene, par chacun des points de division, des lignes paralleles aux costez, qui par leurs intersec-

tions forment de petits quarrez, que j'appelle cellules

Et les cellules qui sont entre deux paralleles qui vont de gauche à droit s'appellent cellules d'un mesme rang parallele, *comme les cellules G, σ, π, etc., ou φ, ψ, θ etc.*

Et celles qui sont entre deux lignes qui vont de haut en bas s'appellent cellules d'un mesme rang perpendiculaire, *comme les cellules G, φ, A, D, etc., et celles-cy, σ, ψ, B, &c.*

Et celles qu'une mesme base traverse diagonalement sont dites cellules d'une mesme base, *comme celles qui suivent, D, B, θ, λ, et celles-cy, A, ψ, π.*

Les cellules d'une mesme base egalement distantes de ses extremitez sont dites reciproques, *comme celles-cy, E, R et B, θ, parce que l'exposant du rang parallele de l'une est le mesme que l'exposant du rang perpendiculaire de l'autre, comme il paroist en cet exemple, où E est dans le second rang perpendiculaire et dans le quatriesme parallele, et sa reciproque R est dans le second rang parallele, et dans le quatriesme perpendiculaire reciproquement; et il est bien facile de demonstrer que celles qui ont leurs exposans reciproquement pareils sont dans une mesme base et egalement distantes de ses extremitez.*

Il est aussi bien facile de demonstrer que l'exposant du rang perpendiculaire de quelque cellule que ce soit, joint à l'exposant de son rang parallele, surpasse de l'unité l'exposant de sa base.

Par exemple, la cellule F est dans le troisiesme rang perpendiculaire, et dans le quatriesme parallele, et *dans la sixiesme base, et ces deux exposans des rangs 3 + 4 surpassent de l'unité l'exposant de la base 6, ce qui vient de ce que les deux costez du triangle sont divisez en un pareil nombre de parties ; mais cela est plustost compris que demonstré.*

Cette remarque est de mesme nature, que chaque base contient une cellule plus que la precedente, et chacune autant que son exposant d'vnitez ; ainsi la seconde φσ a deux cellules, la troisiesme Aψπ en a trois, etc.

Or les nombres qui se mettent dans chaque cellule se trouvent par cette methode :

Le nombre de la premiere cellule qui est à l'angle droit est arbitraire ; mais celuy-là estant placé, tous les autres sont forcez ; et pour cette raison il s'appelle le generateur *du triangle. Et chacun des autres est specifié par cette seule regle :*

Le nombre de chaque cellule est egal à celuy de la cellule qui la precede dans son rang perpendiculaire, plus à celuy de la cellule qui la precede dans son rang parallele. Ainsi la cellule F, c'est-à-dire le nombre de la cellule F, egale la cellule C, plus la cellule E, et ainsi des autres.

D'où se tirent plusieurs consequences. En voicy les principales, où je considere les triangles dont le generateur est l'unité ; mais ce qui s'en dira conviendra à tous les autres.

Consequence premiere.

En tout triangle Arithmetique, toutes les cellules

du premier rang parallele et du premier rang perpendiculaire sont pareilles à la generatrice.

Car par la construction du Triangle, chaque cellule est egale à celle qui la precede dans son rang perpendiculaire, plus à celle qui la precede dans son rang parallele. Or les cellules du premier rang parallele n'ont aucunes cellules qui les precedent dans leurs rangs perpendiculaires, ny celles du premier rang perpendiculaire dans leurs rangs paralleles : donc elles sont toutes egales entr'elles, et partant au premier nombre generateur.

Ainsi φ egale $G +$ zero, c'est-à-dire, φ egale G.
Ainsi A egale $\varphi +$ zero, c'est-à-dire, φ.
Ainsi σ egale $G +$ zero, et π egale $\sigma +$ zero.
Et ainsi des autres.

Consequence seconde.

En tout Triangle Arithmetique, chaque cellule est egale à la somme de toutes celles du rang parallele precedent, comprises depuis son rang perpendiculaire jusques au premier inclusivement.

Soit une cellule quelconque ω : je dis qu'elle est egale à $R + \theta + \psi + \varphi$, qui sont celles du rang parallele superieur depuis le rang perpendiculaire de ω jusques au premier rang perpendiculaire.

Cela est evident par la seule interpretation des cellules par celles d'où elles sont formées.

$$\text{Car} \qquad \omega \text{ egale } R + \underbrace{C}_{\theta + \underbrace{B}_{\psi + \underbrace{A}_{\varphi}}},$$

car A et φ sont egaux entre eux par la precedente.

Donc ω egale $R + \theta + \varphi$.

Consequence troisiesme.

En tout Triangle Arithmetique, chaque cellule egale la somme de toutes celles du rang perpendiculaire precedent, comprises depuis son rang parallele jusques au premier inclusivement.

Soit une cellule quelconque C : je dis qu'elle est egale à $B + \psi + \sigma$, qui sont celles du rang perpendiculaire precedent, depuis le rang parallele de la cellule C jusques au premier rang parallele.

Cela paroist de mesme par la seule interpretation des cellules.

$$\text{Car} \qquad C \text{ egale } B + \underbrace{\theta}_{\psi + \underbrace{\pi}_{\sigma}}.$$

Car π egale σ par la premiere.

Donc C egale $B + \psi + \sigma$.

Consequence quatriesme.

En tout Triangle Arithmetique, chaque cellule diminuée de l'unité est egale à la somme de toutes

celles qui sont comprises entre son rang parallele et son rang perpendiculaire exclusivement.

Soit une cellule quelconque ξ : je dis que $\xi - G$ egale $R + \theta + \psi + \varphi + \lambda + \pi + \sigma + G$, qui sont tous les nombres compris entre le rang $\xi\omega BBA$ et le rang $\xi S\mu$ exclusivement.

Cela paroist de mesme par l'interpretation.

Car ξ egale $\lambda + R + \underbrace{\omega}_{\pi + \theta + \underbrace{C}_{\sigma + \psi + \underbrace{B}_{G + \varphi + \underbrace{A}_{G.}}}}$

Donc ξ egale

$$\lambda + R + \pi + \theta + \sigma + \psi + G + \varphi + G.$$

Advertissement.

J'ay dit dans l'enonciation : *chaque cellule diminuée de l'unité*, parce que l'unité est le generateur ; mais si c'estoit un autre nombre, il faudroit dire : *chaque cellule diminuée du nombre generateur.*

Consequence cinquiesme.

En tout Triangle Arithmetique, chaque cellule est egale à sa reciproque.

Car dans la seconde base $\varphi\sigma$, il est evident que les deux cellules reciproques φ, σ, sont egales entre elles et à G.

Dans la troisiesme A, ψ, π, il est visible de mesme que les reciproques π, A, sont egales entre elles et à G.

Dans la quatriesme, il est visible que les extremes D, λ, sont encore egales entr'elles et à G.

Et celles d'entre-deux, B, θ, sont visiblement egales, puisque B egale $A + \psi$, et θ egale $\gamma + \pi$; or $\pi + \psi$ sont egales à $A + \psi$ par ce qui est monstré ; donc, etc.

Ainsi l'on monstrera dans toutes les autres bases que les reciproques sont egales, parce que les extremes sont tousjours pareilles à G, et que les autres s'interpreteront tousjours par d'autres egales dans la base precedente qui sont reciproques entr'elles.

Consequence sixiesme.

En tout Triangle Arithmetique, un rang parallele et un perpendiculaire qui ont un mesme exposant sont composez de cellules toutes pareilles les unes aux autres.

Car ils sont composez de cellules reciproques.

Ainsi le second rang perpendiculaire $\sigma\psi$BEMQ est entierement pareil au second rang parallele $\varphi\psi\theta$RSN.

Consequence septiesme.

En tout Triangle Arithmetique, la somme des cellules de chaque base est double de celles de la base precedente.

Soit une base quelconque $DB\theta\lambda$. Je dis que la somme de ses cellules est double de la somme des cellules de la precedente $A\psi\pi$.

Car les extremes..	D,	λ,
egalent les extremes.	A,	π,
et chacune des autres..	B,	θ,
en egalent deux de l'autre base.. . .	$A + \psi$,	$\psi + \pi$,

Donc $D + \lambda + B + \theta$ egalent $2A + 2\psi + 2\pi$.

La mesme chose se demonstre de mesme de toutes les autres.

Consequence huictiesme.

En tout Triangle Arithmetique, la somme des cellules de chaque base est un nombre de la progression double qui commence par l'unité dont l'exposant est le mesme que celui de la base.

Car la premiere base est l'unité.

La seconde est double de la premiere, donc elle est 2.

La troisiesme est double de la seconde, donc elle est 4.

Et ainsi à l'infiny.

Advertissement.

Si le generateur n'estoit pas l'unité, mais un autre nombre, comme 3, la mesme chose seroit vraye; mais il ne faudroit pas prendre les nombres de la progression double à commencer par l'unité, sçavoir 1, 2, 4, 8, 16, etc., mais ceux d'une autre progression double à commencer par le generateur 3, sçavoir, 3, 6, 12, 24, 48, etc.

Consequence neufviesme.

En tout Triangle Arithmetique, chaque base diminuée de l'unité est egale à la somme de toutes les precedentes.

Car c'est une proprieté de la progression double.

Advertissement.

Si le generateur estoit autre que l'unité, il faudroit dire : *chaque base diminuée du generateur.*

Consequence dixiesme.

En tout Triangle Arithmetique, la somme de tant de cellules continues[1] qu'on voudra de sa base, à commencer par une extremité, est egale à autant de cellules de la base precedente, plus encore à autant hormis une.

Soit prise la somme de tant de cellules qu'on voudra de la base $D\lambda$, par exemple, les trois premieres, $D + B + \theta$.

Je dis qu'elle est egale à la somme des trois premieres de la base precedente $A + \psi + \pi$, plus aux deux premieres de la mesme base $A + \psi$.

---

1. Peut-être faudrait-il lire « contigues » au lieu de « continues » dans cet énoncé et dans les suivants.

Car

$$\text{egale}\quad \underbrace{A.}_{}^{D.}\qquad \overbrace{A+\psi.}^{B.}\qquad \overbrace{\psi+\pi.}^{\theta.}$$

Donc $D + B + \theta$ egale $2A + 2\psi + \pi$.

Definition.

J'appelle **cellules de la Dividente** *celles que la ligne qui divise l'angle droit par la moitié traverse diagonalement, comme les cellules* G, ψ, C, ρ, etc.

Consequence onziesme.

Chaque cellule de la Dividente est double de celle qui la precede dans son rang parallele ou perpendiculaire.

Soit une cellule de la dividente C. Je dis qu'elle est double de θ, et aussi de B.

Car C egale $\theta + B$, et θ egale B, par la cinquiesme consequence.

Advertissement.

Toutes ces consequences sont sur le sujet des egalitez qui se rencontrent dans le Triangle Arithmetique. On en va voir maintenant les proportions, dont la proposition suivante est le fondement.

Consequence douziesme.

En tout Triangle Arithmetique, deux cellules con-

tigues estant dans une mesme base, la superieure est à l'inferieure comme la multitude des cellules depuis la superieure jusques au haut de la base à la multitude de celles depuis l'inferieure jusques en bas inclusivement.

Soient deux cellules contigues quelconques d'une mesme base, E, C : je dis que :

E est à	C comme	2 à	3
inferieure,	*superieure,*	*parce qu'il y a deux cellules depuis* E *jusques en bas ; sçavoir,* E, H ;	*parce qu'il y a trois cellules depuis* C *jusques en haut ; sçavoir,* C, R, μ.

Quoy que cette proposition ait une infinité de cas, j'en donneray une demonstration bien courte, en supposant 2 lemmes[1].

Le 1., qui est evident de soy-mesme, que cette proportion se rencontre dans la seconde base ; car il est bien visible que ϙ est à σ comme 1 à 1.

Le 2., que si cette proportion se trouve dans une base quelconque, elle se trouvera necessairement dans la base suivante[1].

D'où il se voit qu'elle est necessairement dans toutes les bases : car elle est dans la seconde base par le premier lemme ; donc par le second elle est dans la troisiesme base, donc dans la quatriesme, et à l'infiny.

---

1. Pascal emploie ici le raisonnement par récurrence. C'est là une application systématique de ce mode de raisonnement que les anciens ne connaissaient pas, et qui est devenu le fondement de la méthode mathématique moderne. *Vide infra,* t. VIII, p. 363, n. 2.

Il faut donc seulement demonstrer le second lemme, en cette sorte. Si cette proportion se rencontre en une base quelconque, comme en la quatriesme $D\lambda$, c'est-à-dire si D est à B comme 1 à 3, et B à θ comme 2 à 2, et θ à λ comme 3 à 1, etc; je dis que la mesme proportion se trouvera dans la base suivante, $H\mu$, et que, par exemple, E est à C comme 2 à 3.

Car D est à B comme 1 à 3, par l'hypothese

$$\begin{array}{lllll} \text{Donc} & \underbrace{D+B} & \text{est à } B \text{ comme} & \underbrace{1+3} & \text{à } 3.\\ & \quad E & \text{à } B \text{ comme} & \quad 4 & \text{à } 3.\end{array}$$

De mesme B est à θ comme 2 à 2, par l'hypothese.

$$\begin{array}{lllll} \text{Donc} & \underbrace{B+\theta} & \text{à } B\text{, comme} & \underbrace{2+2} & \text{à } 2.\\ & \quad C & \text{à } B\text{, comme} & \quad 4 & \text{à } 2.\\ \text{Mais} & \quad B & \text{à } E\text{, comme} & \quad 3 & \text{à } 4.\end{array}$$

Donc, par la proportion troublée, C est à E comme 3 à 2.

Ce qu'il falloit demonstrer.

On le monstrera de mesme dans tout le reste, puisque cette preuve n'est fondée que sur ce que cette proportion se trouve dans la base precedente, et que chaque cellule est egale à sa precedente, plus à sa superieure, ce qui est vray par tout.

Consequence treiziesme.

En tout Triangle Arithmetique, deux cellules con-

tinues estant dans un mesme rang perpendiculaire, l'inferieure est à la superieure comme l'exposant de la base de cette superieure à l'exposant de son rang parallele.

Soient deux cellules quelconques dans un mesme rang perpendiculaire, F, C. Je dis que

F	est à C	comme 5	à 3
l'inferieure,	la superieure,	exposant de la base de C,	*exposant du rang parallele de* C.

Car E est à C comme 2 à 3.

Donc
$$\begin{aligned}&\underbrace{E+C}\text{ est à }C\text{ comme }\underbrace{2+3}\text{ à }3.\\ &\quad F\quad\text{ est à }C\text{ comme }\quad 6\quad\text{ à }3.\end{aligned}$$

Consequence quatorziesme.

En tout Triangle Arithmetique, deux cellules continues estant dans un mesme rang parallele, la plus grande est à sa precedente comme l'exposant de la base de cette precedente à l'exposant de son rang perpendiculaire.

Soient deux cellules dans un mesme rang parallele F, E : je dis que

F	est à E	comme 5	à 2
la plus grande,	precedente,	exposant de la base de E,	*exposant du rang perpendiculaire de* E.

Car E est à C comme 2 à 3.

Donc
$$\begin{aligned}&\underbrace{E+C}\text{ est à }E\text{ comme }\underbrace{2+3}\text{ à }2.\\ &\quad F\quad\text{ est à }E\text{ comme }\quad 5\quad\text{ à }2.\end{aligned}$$

Consequence quinziesme.

En tout Triangle Arithmetique, la somme des cellules d'un quelconque rang parallele est à la derniere de ce rang comme l'exposant du triangle est à l'exposant du rang.

Soit un triangle quelconque, par exemple le quatriesme GDλ : je dis que quelque rang qu'on y prenne, comme le second parallele, la somme de ses cellules, sçavoir $\varphi + \psi + \theta$, est à θ comme 4 à 2. Car $\varphi + \psi + \theta$ egale C, et C est à θ comme 4 à 2, par la treizieme Consequence.

Consequence seiziesme.

En tout Triangle Arithmetique, un quelconque rang parallele est au rang inferieur comme l'exposant du rang inferieur à la multitude de ses cellules.

Soit un triangle quelconque, par exemple le cinquiesme, μGH : je dis que, quelque rang qu'on y prenne, par exemple le troisiesme, la somme de ses cellules est à la somme de celles du quatriesme, c'est-à-dire A + B + C est à D + E comme 4, exposant du rang quatriesme, à 2, qui est l'exposant de la multitude de ses cellules, car il en contient 2.

Car A + B + C egale F, et D + E egale M.

Or F est à M comme 4 à 2, par la douziesme Consequence.

Advertissement.

On pourroit l'enoncer aussi de cette sorte : *Chaque rang parallele est au rang inferieur, comme l'exposant du rang inferieur à l'exposant du triangle moins l'exposant du rang superieur.*

Car l'exposant d'un triangle, moins l'exposant d'un de ses rangs, est tousjours egal à la multitude des cellules du rang inferieur.

Consequence dix-septiesme.

En tout Triangle Arithmetique, quelque cellule que ce soit jointe à toutes celles de son rang perpendiculaire, est à la mesme cellule jointe à toutes celles de son rang parallele, comme les multitudes des cellules prises dans chaque rang.

Soit une cellule quelconque B : je dis que $B + \psi + \sigma$ est à $B + A$, comme 3 à 2.

Je dis 3, parce qu'il y a trois cellules adjoustées dans l'antecedent, et 2, parce qu'il y en a deux dans le consequent.

Car $B + \psi + \sigma$ egale C, par la troisiesme consequence; et $B + A$ egale E, par la seconde consequence.

Or C est à E comme 3 à 2, par la douziesme con sequence.

Consequence dix-huictiesme.

En tout Triangle Arithmetique, deux rangs paralleles egalement distans des extremitez, sont entr'eux comme la multitude de leurs cellules.

Soit un triangle quelconque GVζ, et deux de ses rangs egalement distans des extremitez, comme le sixiesme $P + Q$, et le second $\varphi + \psi + \theta + R + S + N$: je dis que la somme des cellules de l'un est à la somme des cellules de l'autre, comme la multitude des cellules de l'un est à la multitude des cellules de l'autre.

Car, par la sixiesme Consequence, le second rang parallele φψθRSN est le mesme que le second rang perpendiculaire σψBEMQ, duquel nous venons de demonstrer cette proportion.

Advertissement.

On peut l'enoncer ainsi :

En tout Triangle Arithmetique, deux rangs paralleles, dont les exposans joints ensemble excedent de l'unité l'exposant du triangle, sont entr'eux comme leurs exposans reciproquement.

Car ce n'est qu'une mesme chose que ce qui vient d'estre enoncé.

Consequence derniere.

En tout Triangle Arithmetique, deux cellules

continues estant dans la dividente, l'inferieure est à la superieure prise quatre fois, comme l'exposant de la base de cette superieure à un nombre plus grand de l'unité.

Soient deux cellules de la dividente ρ, C : je dis que ρ est à 4C comme 5, exposant de la base de C, à 6.

Car ρ est double de ω, et C de θ ; donc 4θ egalent 2C.

Donc $4\,\theta$ sont à C comme 2 à 1.

Or ρ est à 4 C comme ω à $4\,\theta$,
ou en raison composée de. . . ω à C + C à $4\,\theta$
par les conseq. preced.. . . . .

$$\underbrace{\underbrace{\omega \text{ à } C}_{5 \text{ à } 3} + \underbrace{C \text{ à } 4\theta}_{\substack{1 \text{ à } 2 \\ \text{ou } 3 \text{ à } 6}}}_{5 \text{ à } 6}$$

Donc ρ est à 4C comme 5 à 6. Ce qu'il falloit demonstrer.

Advertissement.

On peut tirer de là beaucoup d'autres proportions que je supprime, parce que chacun les peut facilement conclure, et que ceux qui voudront s'y attacher en trouveront peut-estre de plus belles que celles que je pourrois donner. Je finis donc par le probleme suivant, qui fait l'accomplissement de ce traité.

Probleme.

Estant donnez les exposans des rangs perpendi-

culaire et parallele d'une cellule, trouver le nombre de la cellule, sans se servir du Triangle Arithmetique.

Soit, par exemple, proposé de trouver le nombre de la cellule ξ du cinquiesme rang perpendiculaire et du troisiesme rang parallele.

Ayant pris tous les nombres qui precedent l'exposant du perpendiculaire 5, sçavoir 1, 2, 3, 4, soient pris autant de nombres naturels, à commencer par l'exposant du parallele 3, sçavoir 3, 4, 5, 6.

Soient multipliez les premiers l'un par l'autre, et soit le produit 24. Soient multipliez les autres l'un par l'autre, et soit le produit 360, qui, divisé par l'autre produit 24, donne pour quotient 15. Ce quotient est le nombre cherché [1].

Car ξ est à la premiere de sa base V en raison composée de toutes les raisons des cellules d'entre-deux, c'est-à-dire, ξ est à V,

$$\begin{array}{ll} \text{en raison composée de . . } & \underbrace{\xi \text{ à } \rho}_{} + \underbrace{\rho \text{ à } K}_{} + \underbrace{K \text{ à } Q}_{} + \underbrace{Q \text{ à } V}_{} \\ \text{ou par la douziesme conseq.} & \underbrace{3 \text{ à } 4 \quad\; 4 \text{ à } 3 \quad\; 5 \text{ à } 2 \quad\; 6 \text{ à } 1} \end{array}$$

Donc ξ est à V comme 3 en 4 en 5 en 6 à 4 en 3 en 2 en 1.

Mais V est l'unité ; donc ξ est le quotient de la di-

2. Cet énoncé signifie en langage moderne que la cellule du n^e rang parallèle et du r^e rang perpendiculaire a pour nombre

$$\frac{n(n+1)\ \dots\ (n+r-2)}{(r-1)!}$$

vision du produit de 3 en 4 en 5 en 6 par le produit de 4 en 3 en 2 en 1.

Advertissement.

Si le generateur n'estoit pas l'unité, il eust fallu multiplier le quotient par le generateur.

DIVERS USAGES DU TRIANGLE ARITHMETIQUE

DONT LE GENERATEUR EST L'UNITÉ

Apres avoir donné les proportions qui se rencontrent entre les cellules et les rangs des Triangles Arithmetiques, je passe à divers usages de ceux dont le generateur est l'unité ; c'est ce qu'on verra dans les traittez suivans. Mais j'en laisse bien plus que je n'en donne ; c'est une chose estrange combien il est fertile en proprietez. Chacun peut s'y exercer ; j'avertis seulement icy que, dans toute la suite, je n'entends parler que des Triangles Arithmetiques dont le generateur est l'unité.

USAGE DU TRIANGLE ARITHMETIQUE POUR LES ORDRES NUMERIQUES

On a consideré dans l'Arithmetique les nombres des differentes progressions ; on a aussi consideré ceux des differentes puissances et des differens degrez ; mais on n'a pas, ce me semble, assez examiné ceux dont je parle, quoyqu'ils soient d'un tres-grand usage ; et mesme ils n'ont pas de nom ; ainsi j'ay esté obligé de leur en donner ; Et parce que ceux de progression, de degré et de puissance sont déja employez, je me sers de celuy d'*ordres*.

J'appelle donc *Nombres du premier ordre* les simples unitez

1, 1, 1, 1, 1, etc.

J'appelle *Nombres du second ordre* les naturels qui se forment par l'addition des unitez,

1, 2, 3, 4, 5, etc.

J'appelle *Nombres du troisiesme ordre* ceux qui se forment par l'addition des naturels, qu'on appelle Triangulaires,

1, 3, 6, 10, etc.

C'est-à-dire, que le second des triangulaires, sçavoir, 3, egale la somme des deux premiers naturels, qui sont 1, 2 : ainsi le troisiesme triangulaire 6 egale la somme des trois premiers naturels, 1, 2, 3, etc.

J'appelle *Nombres du quatriesme ordre* ceux qui se forment par l'addition des triangulaires, qu'on appelle Pyramidaux,

1, 4, 10, 20, etc.

J'appelle *Nombres du cinquiesme ordre* ceux qui se forment par l'addition des precedens auxquels on n'a pas donné de nom expres, et qu'on pourroit appeler triangulo-triangulaires :

1, 5, 15, 35, etc.

J'appelle *Nombres du sixiesme ordre* ceux qui se forment par l'addition des precedens

1, 6, 21, 56, 126, 252, etc.

Et ainsi à l'infiny, 1, 7, 28, 84, etc.

1, 8, 36, 120, etc.

Or, si on fait une table de tous les ordres des nombres, où l'on marque à costé les exposans des ordres, et au-dessus les racines, en cette sorte

Racines.

		1	2	3	4	5	etc.
Unitez.. . . .	Ordre 1	1	1	1	1	1	etc.
Naturels.. . .	Ordre 2	1	2	3	4	5	etc.
Triangul. . .	Ordre 3	1	3	6	10	15	etc.
Pyramid.. . .	Ordre 4	1	4	10	20	35	etc.
	etc.						

on trouvera cette Table pareille au Triangle Arithmetique.

Et le premier ordre des nombres sera le mesme que le premier rang parallele du triangle ;

Le second ordre des nombres sera le mesme que le second rang parallele : et ainsi à l'infiny.

Car dans le Triangle Arithmetique, le premier rang est tout d'unitez, et le premier ordre des nombres est de mesme tout d'unitez.

Ainsi dans le Triangle Arithmetique, chaque cellule, comme la cellule F, egale $C + B + A$, c'est-à-dire qu'elle egale sa superieure, plus toutes celles qui precedent cette superieure dans son rang parallele, comme il a été prouvé dans la 2. Conseq. du Traité de ce Triangle. Et la mesme chose se trouve dans chacun des ordres des nombres. Car, par exemple, le troisiesme des pyramidaux 10 egale les trois premiers des triangulaires $1 + 3 + 6$, puis qu'il est formé par leur addition.

D'où il se void manifestement que les rangs paralleles du triangle ne sont autre chose que les ordres des nombres, et que les exposans des rangs paralleles sont les mesmes que les exposans des ordres, et que les exposans des rangs perpendiculaires sont les mesmes que les racines. Et ainsi le nombre, par exemple, 21, qui dans le Triangle Arithmetique se trouve dans le troisieme rang parallele, et dans le sixiesme rang perpendiculaire, estant consideré entre les ordres numeriques, il sera du troisiesme ordre, et le sixiesme de son ordre, ou de la sixiesme racine.

Ce qui fait connoistre que tout ce qui a esté dit des rangs et des cellules du Triangle Arithmetique convient exactement aux ordres des nombres, et que les mesmes egalitez et les mesmes proportions qui ont esté remarquées aux uns se trouveront aussi aux autres ; il ne faudra seulement que changer les enonciations, en substituant les termes qui conviennent aux ordres numeriques, comme ceux de racine et d'ordre, à ceux qui convenoient au Triangle Arithmetique, comme de rang parallele et perpendiculaire. J'en donneray un petit traité à part, où quelques exemples qui y sont rapportez, feront aysement appercevoir tous les autres.

USAGE DU TRIANGLE ARITHMETIQUE POUR LES COMBINAISONS

Le mot de *Combinaison* a esté pris en plusieurs sens differens, de sorte que, pour oster l'equivoque, je suis obligé de dire comment je l'entends.

Lors que de plusieurs choses on donne le choix d'un certain nombre, toutes les manieres d'en prendre autant qu'il est permis entre toutes qui sont presentées s'appellent icy les *differentes combinaisons*.

Par exemple, si de quatre choses exprimées par ces quatre lettres, A, B, C, D, on permet d'en prendre, par exemple, deux quelconques, toutes les manieres d'en prendre deux differentes dans les quatre qui sont proposées, s'appellent *Combinaisons*.

Ainsi on trouvera, par experience, qu'il y a six manieres differentes d'en choisir deux dans quatre ; car on peut prendre A et B, ou A et C, ou A et D, ou B et C, ou B et D, ou C et D.

Je ne compte pas A et A pour une des manieres d'en prendre deux ; car ce ne sont pas des choses differentes, ce n'en est qu'une repetée.

Ainsi je ne compte pas A et B et puis B et A pour deux manieres differentes ; car on ne prend en l'une et en l'autre maniere que les deux mesmes choses, mais d'un ordre different seulement ; et je ne prends point garde à l'ordre : de sorte que je pouvois m'expliquer en un mot à ceux qui ont accoustumé de considerer les combinaisons, en disant simplement que je parle seulement des combinaisons qui se font sans changer l'ordre.

On trouvera de mesme, par experience, qu'il y a quatre manieres de prendre trois choses dans quatre ; car on peut prendre ABC, ou ABD, ou ACD, ou BCD.

Enfin on trouvera qu'on n'en peut prendre quatre dans quatre qu'en une maniere, sçavoir, ABCD,

Je parleray donc en ces termes :

1 dans 4 se combine 4 fois.
2 dans 4 se combine 6 fois.
3 dans 4 se combine 4 fois.
4 dans 4 se combine 1 fois.

Ou ainsi :

La multitude des combinaisons de 1 dans 4 est 4.
La multitude des combinaisons de 2 dans 4 est 6.
La multitude des combinaisons de 3 dans 4 est 4.
La multitude des combinaisons de 4 dans 4 est 1.

Mais la somme de toutes les combinaisons en general qu'on peut faire dans 4 est 15, parce que la multitude des combinaisons de 1 dans 4, de 2 dans

4, de 3 dans 4, de 4 dans 4, estans jointes ensemble, font 15.

En suitte de cette explication, je donneray ces conseouences en formes de Lemmes.

Lemme 1.

Un nombre ne se combine point dans un plus petit ; par exemple, 4 ne se combine point dans 2.

Lemme 2.

Un dans un se combine une fois.
2 dans 2 se combine 1 fois.
3 dans 3 se combine 1 fois.

Et generalement un nombre quelconque se combine une fois seulement dans son egal.

Lemme 3.

1 dans 1 se combine 1 fois.
1 dans 2 se combine 2 fois.
1 dans 3 se combine 3 fois.

Et generalement l'unité se combine dans quelque nombre que ce soit autant de fois qu'il contient d'unitez.

Lemme 4.

S'il y a quatre nombres quelconques, le premier tel qu'on voudra, le second plus grand de l'unité, le troisiesme tel qu'on voudra, pourveu qu'il ne soit pas moindre que le second, le quatriesme plus grand de l'unité que le troisiesme : la multitude des com-

binaisons du premier dans le troisiesme, jointe à la multitude des combinaisons du second dans le troisiesme, egale la multitude des combinaisons du second dans le quatriesme.

Soient quatre nombres tels que j'ay dit :

Le premier tel qu'on voudra, par exemple, 1.

Le second plus grand de l'unité, sçavoir, 2.

Le troisiesme tel qu'on voudra, pourveu qu'il ne soit pas moindre que le second, par exemple, 3.

Le quatriesme plus grand de l'unité, sçavoir, 4.

Je dis que la multitude des combinaisons de 1 dans 3, plus la multitude des combinaisons de 2 dans 3, egale la multitude des combinaisons de 2 dans 4.

Soient trois lettres quelconques, B, C, D.

Soient les mesmes trois lettres, et une de plus, A, B, C, D.

Prenons, suivant la proposition, toutes les combinaisons d'une lettre dans les trois, B, C, D. Il y en aura 3, sçavoir, B, C, D.

Prenons dans les mesmes trois lettres toutes les combinaisons de deux ; il y en aura 3, sçavoir, BC, BD, CD.

Prenons enfin dans les quatre lettres A, B, C, D. toutes les combinaisons de 2 ; il y en aura 6, sçavoir AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Il faut demonstrer que la multitude des combinaisons de 1 dans 3 et celles de 2 dans 3, egalent celles de 2 dans 4.

Cela est aisé, car les combinaisons de 2 dans 4 sont formées par les combinaisons de 1 dans 3, et par celles de 2 dans 3.

Pour le faire voir, il faut remarquer qu'entre les combinaisons de 2 dans 4, sçavoir, AB, AC, AD, BC, BD, CD, il y en a où la lettre A est employée, et d'autres où elle ne l'est pas.

Celles où elle n'est pas employée sont BC, BD, CD, qui par consequent sont formées de deux de ces trois lettres B, C, D ; donc ce sont des combinaisons de 2 dans ces trois, B, C, D. Donc les combinaisons de 2 dans ces trois lettres, B, C, D, font portion des combinaisons de 2 dans ces quatre lettres, A, B, C, D, puisqu'elles forment celles où A n'est pas employée.

Maintenant si des combinaisons de 2 dans 4 où A est employée, sçavoir AB, AC, AD, on oste l'A, il restera une lettre seulement de ces trois, B, C, D, sçavoir B, C, D, qui sont precisement les combinaisons d'une lettre dans les trois, B, C, D. Donc si aux combinaisons d'une lettre dans les trois, B, C, D, on adjouste à chacune la lettre A, et qu'ainsi on ait AB, AC, AD, on formera les combinaisons de 2 dans 4, où A est employée ; donc les combinaisons de 1 dans 3 font portion des combinaisons de 2 dans 4.

D'où il se void que les combinaisons de 2 dans 4 sont formées par les combinaisons de 2 dans 3, et de 1 dans 3 ; et partant que la multitude des combinaisons de 2 dans 4 egale celle de 2 dans 3, et de 1 dans 3.

On monstrera la mesme chose dans tous les autres exemples, comme :

La multitude des combinaisons de 29 dans 40,

Et la multitude des combinaisons de 30 dans 40,

Egale la multitude des combinaisons de 30 dans 41.

Ainsi la multitude des combinaisons de 15 dans 55,

Et la multitude des combinaisons de 16 dans 55,

Egale la multitude des combinaisons de 16 dans 56.

Et ainsi à l'infiny. Ce qu'il falloit demonstrer.

Proposition 1.

En tout triangle Arithmetique, la somme des cellules d'un rang parallele quelconque egale la multitude des combinaisons de l'exposant du rang dans l'exposant du Triangle.

Soit un triangle quelconque, par exemple le quatriesme GDλ. Je dis que la somme des cellules d'un rang parallele quelconque, par exemple du second, $\varphi + \psi + \theta$, egale la somme des combinaisons de ce nombre 2, qui est l'exposant de ce second rang, dans ce nombre 4, qui est l'exposant de ce triangle :

Ainsi la somme des cellules du 5. rang du 8 triangle egale la somme des combinaisons de 5 dans 8, etc.

La demonstration en sera courte, quoy qu'il y ait une infinité de cas, par le moyen de ces deux Lemmes.

Le 1., qui est evident de luy-mesme, que dans le premier triangle cette egalité se trouve, puisque la somme des cellules de son unique rang, sçavoir G, ou l'unité, egale la somme des combinaisons de 1, exposant du rang, dans 1, exposant du Triangle.

Le 2., que, s'il se trouve un Triangle Arithmetique dans lequel cette proportion se rencontre, c'est à dire dans lequel, quelque rang que l'on prenne, il arrive que la somme des cellules soit egale à la multitude des combinaisons de l'exposant du rang dans l'exposant du Triangle : je dis que le triangle suivant aura la mesme proprieté.

D'où il s'ensuit que tous les Triangles Arithmetiques ont cette egalité ; car elle se trouve dans le premier Triangle par le premier Lemme, et mesme elle est encore evidente dans le second ; donc par le second Lemme, le suivant l'aura de mesme, et partant le suivant encore ; et ainsi à l'infiny.

Il faut donc seulement demonstrer le second Lemme.

Soit un triangle quelconque, par exemple le troisiesme, dans lequel on suppose que cette egalité se trouve, c'est à dire que la somme des cellules du premier rang $G + \sigma + \pi$ egale la multitude des combinaisons de 1 dans 3, et que la somme des cellules du 2. rang $\varphi + \psi$ egale les combinaisons de 2 dans 3 ; et que la somme des cellules du 3. rang A egale les combinaisons de 3 dans 3 : je dis que le quatriesme triangle aura la mesme egalité, et que, par exemple, la somme des cellules du second rang

$\varphi + \psi + \theta$ egale la multitude des combinaisons de 2 dans 4.

Car $\varphi + \psi + \theta$ egale	$\underbrace{\varphi + \psi}$	+	$\underbrace{\theta}$
		+	$\underbrace{G + \sigma + \pi}$
Par l'hypothese	ou la multitude des combinaisons de 2 dans 3.	+	ou la multitude des combinaisons de 1 dans 3.
Par le 4. lemme	Ou la multitude des combinaisons de 2 dans 4.		

On le monstrera de mesme de tous les autres. Ce qu'il falloit demontrer.

Proposition 2.

Le nombre de quelque cellule que ce soit egale la multitude des combinaisons d'un nombre moindre de l'unité que l'exposant de son rang parallele, dans un nombre moindre de l'unité que l'exposant de sa base.

Soit une cellule quelconque, F, dans le quatriesme rang parallele et dans la sixiesme base : je dis qu'elle egale la multitude des combinaisons de 3 dans 5, moindres de l'unité que 4 et 6, car elle egale les cellules A + B + C. Donc par la precedente, etc.

Problesme 1. — Proposition 3.

Estans proposez deux nombres, trouver combien de fois l'un se combine dans l'autre par le Triangle Arithmetique.

Soyent les nombres proposez 4, 6 ; il faut trouver combien 4 se combine dans 6.

Premier moyen.

Soit prise la somme des cellules du 4. rang du 6. triangle : elle satisfera à la question.

Second moyen.

Soit prise la 5. cellule de la 7. base, parce que ces nombres 5, 7 excedent de l'unité les donnés 4, 6 : son nombre est celuy qu'on demande.

Conclusion.

Par le rapport qu'il y a des cellules et des rangs du Triangle Arithmetique aux combinaisons, il est aisé de voir que tout ce qui a esté prouvé des uns convient aux autres suivant leur maniere. C'est ce que je monstreray en peu de discours dans un petit traité que j'ay fait des Combinaisons.

USAGE DU TRIANGLE ARITHMETIQUE

Pour determiner les partys qu'on doit faire entre deux joüeurs qui joüent en plusieurs parties.

Pour entendre les regles des partys, la premiere chose qu'il faut considerer est que l'argent que les joüeurs ont mis au jeu ne leur appartient plus, car ils en ont quitté la proprieté ; mais ils ont receu en revanche le droit d'attendre ce que le hazard leur en peut donner, suivant les conditions dont ils sont convenus d'abord.

Mais, comme c'est une loy volontaire, ils peuvent la rompre de gré à gré ; et ainsi, en quelque terme que le jeu se trouve, ils peuvent le quitter; et, au contraire de ce qu'ils ont fait en y entrant, renoncer à l'attente du hazard, et rentrer chacun en la proprieté de quelque chose. Et en ce cas, le reglement de ce qui doit leur appartenir doit estre tellement proportionné à ce qu'ils avoient droit d'esperer de la fortune, que chacun d'eux trouve entierement egal de prendre ce qu'on luy assigne ou de continuer l'aventure du jeu : et cette juste distribution s'appelle le Party.

Le premier principe qui fait connoistre de quelle sorte on doit faire les partys, est celuy-cy.

Si un des joüeurs se trouve en telle condition que, quoy qu'il arrive, une certaine somme luy doit appartenir en cas de perte et de gain, sans que le hazard la luy puisse oster, il n'en doit faire aucun party, mais la prendre entiere comme asseurée parce que le party devant être proportionné au hazard, puisqu'il n'y a nul hazard de perdre, il doit tout retirer sans party.

Le second est celuy-cy : Si deux joüeurs se trouvent en telle condition que, si l'un gagne, il luy appartiendra une certaine somme, et s'il pert, elle appartiendra à l'autre ; si le jeu est de pur hazard et qu'il y ait autant de hazards pour l'un que pour l'autre et par consequent non plus de raison de gagner pour l'un que pour l'autre, s'ils veulent se separer sans joüer, et prendre ce qui leur appartient legitimement, le party est qu'ils separent la somme qui est au hazard par la moitié, et que chacun prenne la sienne.

Corollaire premier.

Si deux joüeurs joüent à un jeu de pur hazard, à condition que, si le premier gagne, il luy reviendra une certaine somme, et s'il pert, il luy en reviendra une moindre ; s'ils veulent se separer sans joüer, et prendre chacun ce qui leur appartient, le party est que le premier prenne ce qui lui revient en cas de perte, et de plus la moitié de l'exces dont ce qui luy reviendroit en cas de gain surpasse ce qui luy revient en cas de perte.

Par exemple, si deux joüeurs joüent à condition que, si le premier gagne, il emportera 8 pistolles, et s'il pert, il en emportera 2 : je dis que le party est qu'il prenne ces 2, plus la moitié dont 8 surpasse 2, c'est à dire, plus 3, car 8 surpasse 2 de 6, dont la moitié est 3.

Car, par l'hypothese, s'il gagne, il emporte 8, *c'est à dire,* 6 + 2, *et s'il pert, il emporte* 2 ; *donc ces* 2 *luy appartiennent en cas de perte et de gain : et par consequent, par le premier principe, il n'en doit faire aucun party, mais les prendre entieres. Mais pour les* 6 *autres, elles dependent du hazard ; de sorte que s'il luy est favorable, il les gagnera, sinon elles reviendront à l'autre ; et par l'hypothese, il n'y a pas plus de raison qu'elles reviennent à l'un qu'à l'autre : donc le parti est qu'ils les separent par la moitié, et que chacun prenne la sienne, qui est ce que j'avois proposé.*

Donc, pour dire la mesme chose en d'autres termes, il luy appartient le cas de la perte, plus la moitié de la difference des cas de perte et de gain.

Et, partant, sy en cas de perte il lui appartient A, *et en cas de gain* A + B, *le party est qu'il prenne* $A + \frac{1}{2}B$.

Corollaire second.

Si deux joüeurs sont en la mesme condition que nous venons de dire, je dis que le party se peut faire de cette façon qui revient au mesme : que l'on assemble les deux sommes de gain et de perte et que le premier prenne la moitié de cette somme ; c'est a dire qu'on joigne 2 avec 8 et ce sera 10, dont la moitié 5 appartiendra au premier.

Car la moitié de la somme de deux nombres est toujours la mesme que le moindre, plus la moitié de leur difference.

Et cela se demonstre ainsi :

Soit A *ce qui revient en cas de perte, et* $A + B$ *ce qui revient en cas de gain. Je dis que le party se fait en assemblant ces deux nombres, qui font* $A + A + B$, *et en donnant la moitié au premier, qui est* $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$. *Car cette somme egale* $A + \frac{1}{2}B$, *qui a esté prouvée faire le party juste.*

Ces fondemens estans posez, nous passerons aisement à determiner le party entre deux joüeurs qui joüent en tant de parties qu'on voudra, en quelque estat qu'ils se trouvent, c'est à dire quel party il faut faire quand ils joüent en deux parties, et que le premier en a une à point, ou qu'ils joüent en trois, et que le premier en a une à point, ou quand il en a deux à point, ou quand il en a deux à une ; et generalement en quelque nombre de parties qu'ils joüent, et en quelque gain de parties qu'ils soient, et l'un et l'autre.

Sur quoy la premiere chose qu'il faut remarquer est que deux joüeurs qui joüent en deux parties, dont le premier en a une à point, sont en mesme condition que deux autres qui joüent en trois parties, dont le premier en a deux, et l'autre une : car il y a cela de commun que, pour achever, il ne manque qu'une partie au premier, et deux à l'autre : et c'est en cela que consiste la difference des avantages, et qui doit regler les partys ; de sorte qu'il ne faut proprement avoir egard qu'au nombre des parties qui restent à gagner à l'un et à l'autre, et non pas au nombre de celles qu'ils ont gagnées, puisque, comme nous avons déja dit, deux joüeurs se trouvent en mesme estat quand, joüant en deux parties, l'un en a une à point, que deux qui joüans en douze parties, l'un en a onze à dix.

Il faut donc proposer la question en cette sorte ;

Estans proposez deux joüeurs, à chacun desquels il manque un certain nombre de parties pour achever, faire le party.

J'en donneray icy la methode, que je poursuivray seulement en deux ou trois exemples qui seront si aisez à continüer, qu'il ne sera pas necessaire d'en donner davantage.

Pour faire la chose generale sans rien obmettre, je la prendray par le premier Exemple qu'il est peut-estre mal à propos de toucher, parce qu'il est trop clair ; je le fais pourtant pour commencer par le commencement : c'est celuy-cy :

Premier cas.

Si à un des joüeurs il ne manque aucune partie, et à l'autre quelques-unes, la somme entiere appartient au premier ; car il l'a gagnée, puisqu'il ne luy manque aucune des parties dans lesquelles il la devoit gagner.

Second cas.

Si à un des joüeurs il manque une partie, et à l'autre une, le party est qu'ils separent l'argent par la moitié, et que chacun prenne la sienne : cela est evident par le second principe. Il en est de mesme s'il manque deux parties à l'un et deux à l'autre ; et de mesme quelque nombre de parties qui manque à l'un s'il en manque autant à l'autre.

Troisiesme cas.

Si à un des joüeurs il manque une partie, et à l'autre deux, voicy l'art de trouver le party.

Considerons ce qui appartiendroit au premier joüeur (à qui il ne manque qu'une partie) en cas de gain de la partie qu'ils vont joüer, et puis ce qui luy appartiendroit en cas de perte.

Il est visible que si celuy à qui il ne manque qu'une partie, gagne cette partie qui va se joüer, il ne luy en manquera plus : donc tout luy appartiendra par le premier cas. Mais, au contraire, si celuy à qui il manque deux parties gagne celle qu'ils vont joüer, il ne lui en manquera plus qu'une ; donc ils seront en telle condition, qu'il en manquera une à l'un, et une à l'autre. Donc ils doivent partager l'argent par la moitié par le deuxiesme cas.

Donc si le premier gagne cette partie qui va se joüer, il luy appartient tout, et, s'il la pert, il luy appartient la moitié ; donc, en cas qu'ils veuillent se separer sans joüer cette partie, il luy appartient $\frac{3}{4}$ par le second Corollaire.

Et si on veut proposer un exemple de la somme qu'ils joüent, la chose sera bien plus claire.

Posons que ce soit 8 pistolles ; donc le premier en cas de gain, doit avoir le tout, qui est 8 pistolles, et en cas de perte, il doit avoir la moitié qui est 4 ; donc il luy appartient en cas de party la moitié de $8 + 4$, c'est à dire, 6 pistolles de 8 ; car $8 + 4$ font 12, dont la moitié est 6.

Quatriesme cas.

Si à un des joüeurs il manque une partie et à l'autre trois, le party se trouvera de mesme en examinant ce qui appartient au premier en cas de gain et de perte.

Si le premier gagne, il aura toutes ses parties, et partant tout l'argent, qui est, par exemple, 8.

Si le premier pert, il ne faudra plus que 2 parties à l'autre à qui il en falloit 3. Donc ils seront en estat qu'il faudra une partie au premier et deux à l'autre ; et partant, par le cas precedent, il appartiendra 6 pistolles au premier.

Donc en cas de gain, il luy en faut 8, et en cas de perte 6 ; donc, en cas de party, il luy appartient la moitié de ces deux sommes, sçavoir, 7 ; car $6 + 8$ font 14, dont la moitié est 7.

Cinquiesme cas.

Si à un des joüeurs il manque une partie et à l'autre quatre, la chose est de mesme.

Le premier, en cas de gain, gagne tout qui est par exemple, 8 ; et en cas de perte, il manque une partie au premier et trois à l'autre ; donc il luy appartient

7 pistolles de 8; donc en cas de party, il lui appartient la moitié de 8, plus la moitié de 7, c'est-à-dire, $7\frac{1}{2}$.

Sixiesme cas.

Ainsi, s'il manque une partie à l'un et cinq à l'autre; et à l'infiny.

Septiesme cas.

De mesme, s'il manque deux parties au premier, et trois à l'autre; car il faut tousjours examiner les cas de gain et de perte.

Si le premier gagne, il luy manquera une partie, et à l'autre trois; donc par le quatriesme cas il luy appartient 7 de 8.

Si le premier pert, il luy manquera deux parties, et à l'autre deux; donc par le deuxiesme cas, il appartient à chacun la moitié, qui est 4; donc, en cas de gain, le premier en aura 7 et en cas de perte, il en aura 4; donc en cas de party, il aura la moitié de ces deux ensemble, sçavoir, $5\frac{1}{2}$.

Par cette methode on fera les partys sur toutes sortes de conditions, en prenant tousjours ce qui appartient en cas de gain et ce qui appartient en cas de perte, et assignant pour le cas de party la moitié de ces deux sommes.

Voilà une des manieres de faire les partys.

Il y en a deux autres, l'une par le Triangle Arithmetique, et l'autre par les combinaisons.

Methode pour faire les partys entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties par le moyen du Triangle Arithmetique.

Avant que de donner cette methode, il faut faire ce lemme.

Lemme.

Si deux joüeurs joüent à un jeu de pur hazard, à condition que, si le premier gagne, il luy appartiendra une portion qelconque sur la somme qu'ils joüent, exprimée par une fraction, et que, s'il pert, il luy appartiendra une moindre portion sur la mesme somme, exprimée par une autre fraction : s'ils veulent se separer sans jouer, la condition du party se trouvera en cette sorte. Soient reduites les deux fractions à mesme denomination, si elles n'y sont pas ; soit prise une fraction dont le numerateur soit la somme des deux numerateurs, et le denominateur double des precedens : cette fraction exprime la portion qui appartient au premier sur la somme qui est au jeu.

Par exemple, qu'en cas de gain il appartienne les $\frac{3}{5}$ de la somme qui est au jeu, et qu'en cas de perte, il luy en appartienne $\frac{1}{5}$. Je dis que ce qui luy appartient en cas de party se trouvera en prenant la somme des numerateurs, qui est 4, et le double du denominateur, qui est 10, dont on fait la fraction $\frac{4}{10}$.

Car, par ce qui a esté demonstré au 2. corollaire, il falloit assembler les cas de gain et de perte, et en prendre la moitié ; or la somme des deux fractions $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ *est* $\frac{4}{5}$, *qui se fait par l'addition des numerateurs, et sa moitié se trouve en doublant le denominateur, et ainsi l'on a* $\frac{4}{10}$. *Ce qu'il falloit demonstrer.*

Or ces regles sont generales et sans exception, quoy qui revienne en cas de perte ou de gain ; car si, par exemple, en cas de gain, il appartient $\frac{1}{2}$, *et en cas de perte rien, en reduisant les deux fractions à mesme denominateur, on aura* $\frac{1}{2}$ *pour le cas de gain, et* $\frac{0}{2}$ *pour le cas de perte ; donc, en cas de party, il faut cette fraction* $\frac{1}{4}$, *dont le numerateur egale la somme des autres, et le denominateur est double du precedent.*

Ainsi, si en cas de gain il appartient tout, et en cas de perte $\frac{1}{3}$, *en reduisant les fractions à mesme denomination, on aura* $\frac{3}{3}$ *pour le cas de gain, et* $\frac{1}{3}$ *pour celuy de la perte ; donc en cas de party, il appartient* $\frac{4}{6}$.

Ainsi, si en cas de gain il appartient tout et en cas de perte rien, le party sera visiblement $\frac{1}{2}$ *; car le cas* *de gain est* $\frac{1}{1}$, *et le cas de perte* $\frac{0}{1}$; *donc le party est* $\frac{1}{2}$.

Et ainsi de tous les cas possibles.

Problesme I. Proposition I.

Estans proposez deux joüeurs, à chacun desquels il manque un certain nombre de parties pour achever, trouver par le Triangle Arithmetique le party qu'il faut faire (s'ils veulent se séparer sans joüer), eu egard aux parties qui manquent à chacun.

Soit prise dans le triangle la base dans laquelle il y a autant de cellules qu'il manque de parties aux deux ensemble : en suite soient prises dans cette base autant de cellules continues à commencer par la premiere, qu'il manque de parties au premier joüeur, et qu'on prenne la somme de leurs nombres. Donc il reste autant de cellules qu'il manque de parties à l'autre. Qu'on prenne encore la somme de leurs nombres. Ces sommes sont l'une à l'autre comme les avantages des joüeurs reciproquement : de sorte que si la somme qu'ils joüent est egale à la somme des nombres de toutes les cellules de la base, il en appartiendra à chacun ce qui est contenu en autant de cellules qu'il manque de parties à l'autre ; et s'ils joüent une autre somme, il leur en appartiendra à proportion.

Par exemple, qu'il y ait deux joüeurs, au premier desquels il manque deux parties, et à l'autre 4 : il faut trouver le party.

Soient adjoustez ces deux nombres 2 et 4, et soit leur somme 6 ; soit prise la sixiesme base du Triangle Arithmetique Pδ, dans laquelle il y a par consequent six cellules P, M, F, ω, S, δ. Soient prises autant de cellules, à commencer par la premiere P, qu'il manque de parties au premier joüeur, c'est à dire les deux premieres P, M ; donc il en reste autant que de parties à l'autre, c'est à dire 4, F, ω, S, δ.

Je dis que l'avantage du premier est à l'avantage du second, comme $F+\omega+S+\delta$ à $P+M$, c'est à dire que, si la somme qui se joüe est egale à $P+M+F+\omega+S+\delta$, il en appartient à celuy à qui il manque deux parties la somme des quatre cellules $\delta+S+\omega+F$, et à celuy à qui il manque 4 parties, la somme des deux cellules $P+M$. Et s'ils joüent une autre somme, il leur en appartient à proportion.

Et, pour le dire generalement, quelque somme qu'ils joüent, il en appartient au premier une portion exprimée par cette fraction $\frac{F+\omega+S+\delta}{P+M+F+\omega+S+\delta}$, dont le numerateur est la somme des 4 cellules de l'autre et le denominateur la somme de toutes les cellules ; et à l'autre une portion exprimée par cette fraction, $\frac{P+M}{P+M+F+\omega+S+\delta}$, dont le numerateur est la somme des deux cellules de l'autre, et le denominateur la mesme somme de toutes les cellules.

Et, s'il manque une partie à l'un, et 5 à l'autre, il appartient au premier la somme des 5 premieres cellules $P + M + F + \omega + S$, et à l'autre la somme de la cellule δ.

Et s'il manque 6 parties à l'un, et deux à l'autre, le party s'en trouvera dans la huictiesme base, dans laquelle les six premieres cellules contiennent ce qui appartient à celuy à qui il manque deux parties, et les deux autres ce qui appartient à celuy à qui il en manque six; et ainsi à l'infiny [1].

Quoy que cette proposition ait une infinité de cas, je la demonstrerai neantmoins en peu de mots par le moyen de deux lemmes.

Le 1., que la seconde base contient les partis des joüeurs auxquels il manque deux parties en tout.

Le 2., que si une base quelconque contient les partys de ceux auxquels il manque autant de parties qu'elle a de cellules, la base suivante sera de mesme, c'est à dire qu'elle contiendra aussi les partys des joüeurs auxquels il manque autant de parties qu'elle a de cellules.

D'où je conclus, en un mot, que toutes les bases du Triangle Arithmetique ont cette proprieté: car la

---

1. Voici quel serait, en langage moderne, l'énoncé général de cette proposition. Supposons qu'il manque m parties au premier joueur et n au second. Posons $m + n - 1 = r$. La chance du premier joueur est proportionnelle à

$$1 + r + \frac{r(r-1)}{1 \cdot 2} + \cdots + \frac{r(r-1)\cdots(r-n+2)}{(n-1)!}$$

La chance du second joueur est proportionnelle à

$$1 + r + \cdots\cdots + \frac{r(r-1)\cdots(r-m+2)}{(m-1)!}.$$

seconde l'a par le premier lemme ; donc, par le second lemme, la troisiesme l'a aussi, et par consequent la quatriesme ; et ainsi à l'infiny. Ce qu'il falloit demonstrer.

Il faut donc seulement desmontrer ces 2 *lemmes.*

Le 1. *est evident de luy-mesme; car s'il manque une partie à l'un et une à l'autre, il est evident que leurs conditions sont comme* φ *à* σ, *c'est à dire comme* 1 *à* 1, *et qu'il appartient à chacun cette fraction,*

$$\frac{\sigma}{\varphi+\sigma} \text{ qui est } \frac{1}{2}.$$

La 2. *se demonstrera de cette sorte.*

Si une base quelconque, comme la quatriesme Dλ, *contient les partys de ceux à qui il manque quatre parties, c'est à dire que, s'il manque une partie au premier, et trois au second, la portion qui appartient au premier sur la somme qui se joüe, soit celle qui est exprimée par cette fraction* $\frac{D+B+\theta}{D+B+\theta+\lambda}$, *qui a pour denominateur la sommme des cellules de cette base, et pour numerateur ses trois premieres; et que, s'il manque deux parties à l'un, et deux à l'autre, la fraction qui appartient au premier soit* $\frac{D+B}{D+B+\theta+\lambda}$; *et que, s'il manque trois parties au premier, et une à l'autre, la fraction du premier soit* $\frac{D}{D+B+\theta+\lambda}$, *etc.*

Je dis que la cinquiesme base contient aussi les partys de ceux auxquels il manque cinq parties; et que *s'il manque, par exemple, deux parties au premier, et trois à l'autre, la portion qui appartient au premier sur la somme qui se joüe, est exprimée par cette fraction,* $\frac{H+E+C}{H+E+C+R+\mu}$.

Car pour sçavoir ce qui appartient à deux joüeurs à chacun desquels il manque quelques parties, il faut prendre la fraction qui appartiendroit au premier en cas de gain, et celle qui lui appartiendroit en cas de perte, les mettre à mesme denomination, si elles n'y sont pas, et en former une fraction, dont le numerateur soit la somme des deux autres, et le denominateur double de l'autre, par le lemme precedent.

Examinons donc les fractions qui appartiendroient à nostre premier joüeur en cas de gain et de perte.

Si le premier, à qui il manque deux parties, gagne celle qu'ils vont joüer, il ne luy manquera plus qu'une partie, et à l'autre tousjours trois; donc il leur manque quatre parties en tout: donc, par l'hypothese, leur party se trouve en la base quatriesme, et il appartiendra au premier cette fraction $\frac{D+B+\theta}{D+B+\theta+\lambda}$.

Si au contraire le premier perd, il luy manquera tousjours deux parties, et deux seulement à l'autre; donc, par l'hypothese la fraction du premier sera $\frac{D+B}{D+B+\theta+\lambda}$. *Donc en cas de party il appartiendra au premier cette fraction*

$$\frac{D+B+\theta+D+B}{2D+2B+2\theta+2\lambda}, \text{ c'est à dire, } \frac{H+E+C}{H+E+C+R+\mu}.$$

Ce qu'il falloit demonstrer.

Ainsi cela se demonstre entre toutes les autres bases sans aucune difference, parce que le fondement de cette preuve est qu'une base est tousjours double de sa precedente par la 7. Consequence, et que, par la dixiesme Consequence, tant de cellules qu'on voudra d'une mesme base sont egales à autant de la base precedente (qui est tousjours le denominateur de la fraction en cas de gain) plus encore aux mesme cellules, excepté une (qui est le numerateur de la fraction en cas de perte) ; ce qui estant vray generalement partout, la demonstration sera tousjours sans obstacle et universelle.

Problesme 2. Prop. 2.

Estans proposez deux joüeurs qui joüent chacun une mesme somme en un certain nombre de parties proposé, trouver dans le Triangle Arithmetique la valeur de la derniere partie sur l'argent du perdant[1].

Par exemple, que deux joüeurs joüent chacun trois pistolles en quatre parties : on demande la valeur de la derniere partie sur les 3 pistolles du perdant.

Soit prise la fraction qui a l'unité pour numerateur et pour denominateur la somme des cellules de la base quatriesme, puisqu'on joüe en quatre parties : je dis que cette fraction est la valeur de la derniere partie sur la mise du perdant.

---

1. Cf. la lettre LVIII. Voir page 379, le sens qu'il faut donner à l'expression : valeur d'une partie. Pascal suppose dans ce problème qu'il ne manque plus qu'une partie au premier joueur, le second n'en ayant aucune.

Car si deux joüeurs joüans en quatre parties, l'un en a trois à point, et qu'ainsi il en manque une au premier, et quatre à l'autre, il a esté demonstré que ce qui appartient au premier pour le gain qu'il a fait de ses trois premieres parties, est exprimé par cette fraction $\frac{H+E+C+R}{H+E+C+R+\mu}$, *qui a pour denominateur la somme des cellules de la cinquiesme base, et pour numerateur ses quatre premieres cellules ; donc, il ne reste sur la somme totale des deux mises que cette fraction* $\frac{\mu}{H+E+C+R+\mu}$, *laquelle seroit acquise à celuy qui a deja les trois premieres parties en cas qu'il gagnast la derniere ; donc la valeur de cette derniere sur la somme des deux mises est*

$$\frac{\mu}{H+E+C+R+\mu}, \text{ c'est à dire, } \frac{\text{c'est à dire, l'unité.}}{2D+2B+2\theta+2\lambda}.$$

Or, puisque la somme totale des mises est $2D+2B+2\theta+2\lambda$, *la somme de chaque mise est* $D+B+\theta+\lambda$; *donc la valeur de la derniere partie sur la seule mise du perdant est cette fraction* $\frac{1}{D+B+\theta+\lambda}$, *double de la precedente, et laquelle a pour numerateur l'unité, et pour denominateur la somme des cellules de la quatriesme base.*

Ce qu'il falloit demonstrer.

Problesme 3. Prop. 3.

Estans proposez deux joüeurs qui joüent chacun une mesme somme en un certain nombre de parties

donné, trouver dans le Triangle Arithmetique la valeur de la premiere partie sur la mise du perdant[1].

Par exemple, que deux joüeurs joüent chacun 3 pistolles en quatre parties, on demande la valeur de la premiere sur la mise du perdant.

Soit adjousté au nombre 4 le nombre 3, moindre de l'unité, et soit la somme 7; soit prise la fraction qui ait pour denominateur toutes les cellules de la septiesme base, et pour numerateur la cellule de cette base qui se rencontre dans la dividente, sçavoir, cette fraction,

$$\frac{\rho}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta},$$

je dis qu'elle satisfait au Problesme.

Car si deux joüeurs joüans en quatre parties, le premier en a une à point, il en restera trois à gagner au premier, et quatre à l'autre; donc il appartient au premier sur la somme des deux mises cette fraction $\frac{V+Q+K+\rho}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta}$, *qui a pour denominateur toutes les cellules de la septiesme base, et pour numerateur ses quatre premieres cellules.*

Donc il luy appartient $V+Q+K+\rho$ *sur la somme totale des deux mises, exprimée par* $V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta$; *mais cette derniere somme estant l'assemblage de deux mises, il en avoit*

---

1. On suppose qu'il manque $n-1$ parties au premier joueur et n au second (n étant le nombre de parties requis pour gagner).

mis au jeu la moitié, sçavoir $V+Q+K+\frac{1}{2}\rho$ (*car* $V+Q+K$ *sont egaux à* $\zeta+N+\xi$).

Donc il a $\frac{1}{2}\rho$, *c'est à dire* ω, *plus qu'il n'avoit en entrant au jeu ; donc il a gagné sur la somme totale des deux mises une portion exprimée par cette fraction* $\frac{\omega}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta}$; *donc il a gagné sur la mise du perdant une portion qui sera double de celle-là, sçavoir celle qui est exprimée par cette fraction* $\frac{\rho}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta}$.

Donc le gain de la premiere partie luy a acquis cette fraction ; donc sa valeur est telle.

Corollaire.

Donc la valeur de la premiere partie de deux sur la mise du perdant est exprimée par cette fraction $\frac{1}{2}$.

Car en prenant cette valeur suivant la regle qui vient d'en estre donnée, il faut prendre la fraction qui a pour denominateur les cellules de la troisiesme base (parce que le nombre des parties en quoy on joüe est 2, *et le nombre moindre de l'unité est* 1, *qui avec* 2 *fait* 3), *et pour numerateur la cellule de cette base qui est dans la dividente ; donc on aura cette fraction* $\frac{\psi}{A+\psi+\pi}$.

Or le nombre de la cellule ψ *est* 2, *et les nombres des* *cellules* $A + \psi + \pi$, *sont* $1 + 2 + 1$. *Donc on a cette fraction* $\frac{2}{1+2+1}$, *c'est à dire* $\frac{2}{4}$, *c'est à dire* $\frac{1}{2}$.

Donc le gain de la premiere partie lui a acquis cette fraction; donc sa valeur est telle. Ce qu'il falloit demonstrer.

Problesme 4. Prop. 4.

Estans proposez deux joüeurs qui joüent chacun une mesme somme en un certain nombre de parties donné, trouver par le Triangle Arithmetique la valeur de la seconde partie sur la mise du perdant[1].

Soit le nombre donné des parties dans lesquelles on joüe, 4; il faut trouver la valeur de la deuxiesme partie sur la mise du perdant.

Soit prise la valeur de la premiere partie par le Problesme precedent. Je dis qu'elle est la valeur de la seconde.

Car deux joüeurs joüant en quatre parties, si l'un en a deux à point, la fraction qui luy appartient est celle-cy, $\frac{P + M + F + \omega}{P + M + F + \omega + S + \delta}$, *qui a pour denominateur la somme des cellules de la sixiesme base, et pour numerateur la somme des quatre premieres; mais il en avoit mis au jeu cette fraction*

$$\frac{P + F + M}{P + M + F + \omega + S + \delta},$$

1. On suppose qu'il manque $(n - 2)$ parties au premier joueur et n au second.

sçavoir, la moitié du tout. Donc il luy reste de gain cette fraction, $\frac{\omega}{P+M+F+\omega+S+\delta}$, *qui est la mesme chose que celle-cy,*

$$\frac{\rho}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta};$$

donc il a gagné sur la moitié de la somme entiere, c'est à dire sur la mise du perdant, cette fraction

$$\frac{2\rho}{V+Q+K+\rho+\xi+N+\zeta},$$

double de la precedente.

Donc le gain des deux premieres parties luy a acquis cette fraction sur l'argent du perdant, qui est le double de ce que la premiere partie lui avoit acquis par la precedente ; donc la seconde partie luy en a autant acquis que la premiere.

Conclusion.

On peut aisement conclure, par le rapport qu'il y a du Triangle Arithmetique aux partys qui doivent se faire entre deux joüeurs, que les proportions des cellules qui ont esté données dans le Traité du Triangle, ont des consequences qui s'estendent à la valeur des partys, qui sont bien aisées à tirer, et dont j'ay fait un petit discours en traittant des partys, qui donne l'intelligence et le moyen de les estendre plus avant.

USAGE DU TRIANGLE ARITHMETIQUE POUR TROUVER LES PUISSANCES DES BINOMES ET DES APOTOMES

S'il est proposé [1] de trouver la puissance quelconque, comme le quatriesme degré d'un binome, dont le premier nom soit A, l'autre l'unité, c'est-à-dire qu'il faille trouver le quarré-quarré de $A + 1$, il faut prendre dans le Triangle Arithmetique la base cinquiesme, sçavoir, celle dont l'exposant 5 est plus grand de l'unité que 4, exposant de l'ordre proposé. Les cellules de cette cinquiesme base sont 1, 4, 6, 4, 1, dont il faut prendre le premier nombre 1 pour coefficient de A au degré proposé, c'est-à-dire de A^4 ; en suitte il faut prendre le second nombre de la base, qui est 4, pour coefficient de A au degré prochainement inferieur, c'est à dire de A^3, et prendre

1. M. Eneström se demande dans la *Bibliotheca Mathematica* de 1904 (p. 72-73) comment Jean Bernouilli peut dire, en parlant de la formule du binôme de Newton (*Opera omnia*, 1742, t. IV, p. 173) : « Nous avons trouvé ce merveilleux Théorème, aussi bien que M. Newton, d'une manière plus simple que la sienne. Feu Mr. Pascal a été le premier qui l'a inventée. » En effet, le même Bernouilli écrit (*Opera omnia*, t. I, p. 460) : « Il ne semble pas que M. Pascal lui-même ait compris tout l'usage de sa Table (le triangle arithmétique), une des plus belles propriétés, dont on ne fait pas mention ici, étant que les bandes perpendiculaires expriment les coefficients des puissances d'un binôme. » Et, d'autre part, fait remarquer M. Eneström, Pascal n'a donné la formule de Newton que dans le cas où l'exposant du binôme est entier. Faut-il donc supposer, que Bernouilli aurait vu un écrit de Pascal qui serait aujourd'hui perdu ? — Nous ne croyons pas que cette hypothèse soit bien nécessaire : si Pascal n'a pas énoncé la règle du binôme dans toute sa généralité, il a du moins donné les formules qui y conduisent.

le nombre suivant de la base, sçavoir 6, pour coefficient de A au degré inferieur, sçavoir A^2, et le nombre suivant de la base, sçavoir 4, pour coefficient de A au degré inferieur, sçavoir A racine, et prendre le dernier nombre de la base 1 pour nombre absolu : et ainsi on aura $1A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1$ qui sera la puissance quarré-quarrée du binome $A + 1$. De sorte que si A (qui represente tout nombre) est l'unité, et qu'ainsi le binome $A + 1$ soit le binaire, cette puissance $1A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1$ sera maintenant $1.1^4 + 4.1^3 + 6.1^2 + 4.1 + 1$,

C'est à dire une fois le quarré-quarré de l'unité A, c'est à dire.	1
Quatre fois le cube de 1, c'est à dire. . . .	4
Six fois le quarré de 1, c'est à dire.	6
Quatre fois l'unité, c'est-à-dire.	4
Plus l'unité.	1
Qui adjoustez font.	16

Et en effet le quarré-quarré de 2 est 16.

Si A est un autre nombre, comme 4, et partant que le binome $A + 1$ soit 5, alors son quarré-quarré sera tousjours, suivant cette methode, $1A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1$, qui signifie maintenant

$$1.4^4 + 4.4^3 + 6.4^2 + 4.4 + 1,$$

C'est à dire une fois le quarré quarré de 4, sçavoir.	256
Quatre fois le cube de 4, scavoir. . .	256
Six fois le quarré de 4.	96
Quatre fois la racine 4.	16
Plus l'unité..	1
dont la somme.	625

fait le quarré-quarré de 5 : et en effet le quarré-quarré de 5 est 625.

Et ainsi des autres exemples.

Si on veut trouver le mesme degré du binome $A + 2$, il faut prendre de mesme

$$1A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1,$$

et en suitte ecrire ces quatre nombres, 2, 4, 8, 16, qui sont les quatre premiers degrez de 2, sous les nombres 4, 6, 4, 1 ; c'est à dire sous chacun des nombres de la base, en laissant le premier en cette sorte

$$\begin{array}{ccccc} 1A^4 + & 4A^3 + & 6A^2 + & 4A^1 + & 1 \\ & 2 & 4 & 8 & 16 \end{array}$$

et multiplier les nombres qui se repondent l'un par l'autre

$$\begin{array}{ccccc} 1A^4 + & 4A^3 + & 6A^2 + & 4A^1 + & 1 \\ & 2 & 4 & 8 & 16. \\ \hline \end{array}$$

en cette sorte $1A^4 + 8A^3 + 24A^2 + 32A^1 + 16$

Et ainsi on aura le quarré-quarré du binome $A + 2$; de sorte que si A est l'unité, ce quarré-quarré sera tel :

Une fois le quarré-quarré de l'unité A..	1
Huit fois le cube de l'unité.	8
25, 1^2.	24
32, 1..	32
Plus.	16
Dont la somme..	81

sera le quarré-quarré de 3. Et en effect 81 est le carré carré de 3.

Et si A est 2, alors $A + 2$ sera 4, et son quarré-quarré sera

Une fois le quarré-quarré de A ou de 2, sçavoir..	16
8, 2^3.	64
24, 2^2.	96
32, 2..	64
Plus le quarré-quarré de 2.	16
dont la somme.	256

sera le quarré-quarré de 4.

De la mesme maniere on trouvera le quarré-quarré de $A + 3$, en mettant de la mesme sorte

$$A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1$$

et au-dessous

les nombres $\quad 3 \quad 9 \quad 27 \quad 81$

$$1A^4 + 12A^3 + 54A^2 + 108A + 81$$

qui sont les 4 premiers degrez de 3; et multipliant les nombres correspondans, on trouvera le quarré-quarré de $A + 3$.

Et ainsi à l'infiny. Si au lieu du quarré-quarré on veut le quarré-cube, ou le cinquiesme degré, il faut prendre la base sixiesme et en user comme j'ay dit de la cinquiesme et ainsi de tous les autres degrez.

On trouvera de mesme les puissances des apotomes $A - 1$, $A - 2$, etc. La methode en est toute semblable, et ne differe qu'aux signes, car les signes de + et de — se suivent tousjours alternativement, et le signe de + est tousjours le premier.

Ainsi le quarré-quarré de $A - 1$ se trouvera de cette sorte. Le quarré-quarré de $A + 1$ est par la regle precedente $1A^4 + 4A^3 + 6A^2 + 4A + 1$. Donc en changeant les signes comme j'ay dit, on aura $1A^4 - 4A^3 + 6A^2 - 4A + 1$. Ainsi le cube de $A - 2$ se trouvera de mesme. Car le cube de $A + 2$, par la regle precedente, est $A^3 + 6A^2 + 12A + 8$. Donc le cube de $A - 2$ se trouvera en changeant les signes $A^3 - 6A^2 + 12A - 8$. Et ainsi à l'infiny.

Je ne donne point la demonstration de tout cela, parce que d'autres en ont deja traitté, comme Herigogne[1], outre que la chose est evidente d'elle-mesme.

1. *Vide supra*, p. 440.

TRAITE DES ORDRES NUMERIQUES

Je presuppose qu'on a vu le Traitté du Triangle Arithmetique, et son usage pour les Ordres Numeriques ; autrement j'y renvoye ceux qui veulent voir ce discours, qui en est proprement une suitte.

J'y ay donné la definition des ordres numeriques, et je ne la repeteray pas.

J'y ay montré aussi que le Triangle Arithmetique n'est autre chose que la table des ordres numeriques ; en suitte de quoy il est evident que toutes les proprietez qui ont esté données dans le Triangle Arithmetique entre les cellules ou entre les rangs, conviennent aux ordres numeriques : de sorte que si peu qu'on ayt l'art d'appliquer les proprietez des uns aux autres, il n'y a point de proposition dans le Traitté du Triangle qui n'ayt pas ses consequences touchant les divers ordres. Et cela est tout ensemble et si facile et si abondant que je suis fort esloigné de vouloir tout donner expressement ; j'aymerois mieux laisser tout à faire, puisque la chose est si aysée ; mais pour me tenir entre ces deux extremitez, j'en donneray seulement quelques exemples, qui ouvriront le moyen de trouver tous les autres.

Par exemple : de ce qui a esté dit dans une des Consequences du Traitté du Triangle, que *chaque cellule egale celle qui la precede dans son rang pa-*

rallele, plus celle qui la precede dans son rang perpendiculaire, j'en forme cette proposition touchant les ordres numeriques.

Proposition 1.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, egale celuy qui le precede dans son ordre, plus son corradical de l'ordre precedent. Et par consequent, le quatriesme, par exemple, des pyramidaux egale le troisiesme pyramidal, plus le quatriesme triangulo-triangulaire. Ainsi le cinquiesme triangulo-triangulaire egale le quatriesme triangulo-triangulaire, plus le cinquiesme pyramidal, etc.

Autre exemple. De ce qui a esté monstré dans le Triangle : que *chaque cellule, comme* F, *egale* $E + B + \psi + \sigma$, *c'est à dire celle qui la precede dans son rang parallele, plus toutes celles qui precedent cette precedente dans son rang perpendiculaire,* je forme cette proposition.

Proposition 2.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, egale tous ceux tant de son ordre que de tous les precedens, dont la racine est moindre de l'unité que de la sienne, et partant le quatriesme des pyramidaux, par exemple, egale le troisiesme des pyramidaux, plus le troisiesme des triangulaires, plus le troisiesme des naturels, plus le troisiesme des unités, c'est à dire l'unité.

D'où on peut maintenant tirer d'autres consequences, comme celle-cy que je donne pour ouvrir le chemin à d'autres pareilles.

Proposition 3.

Chaque nombre, de quelque cellule que ce soit, est composé d'autant de nombres qu'il y a d'ordres depuis le sien jusqu'au premier inclusivement, chacun desquels nombres est de chacun de ces ordres. Ainsi un triangulo-triangulaire est composé d'un autre triangulo-triangulaire, d'un pyramidal, d'un triangulaire, d'un naturel et de l'unité.

Et si on en veut faire un problesme, il pourra s'enoncer ainsi.

Proposition 4. Problesme.

Estant donné un nombre d'un ordre quelconque, trouver un nombre dans chacun des ordres depuis le premier jusqu'au sien inclusivement, dont la somme egale le nombre donné.

La solution en est facile : il faut prendre dans tous ces ordres les nombres dont la racine est moindre de l'unité que celle du nombre donné.

Autre exemple. De ce que *les cellules correspondantes sont egales entr'elles,* il se conclud :

Proposition 5.

Que deux nombres de differens ordres sont egaux

entr'eux, si la racine de l'un est le mesme nombre que l'exposant de l'ordre de l'autre. Et partant, le troisiesme pyramidal est égal au quatriesme triangulaire. Le cinquiesme du huictiesme ordre est le mesme que le huictiesme du cinquiesme ordre.

On n'auroit jamais achevé. Par exemple :

Proposition 6.

Tous les quatriesmes nombres de tous les ordres sont les mesmes que tous les nombres du quatriesme ordre, etc.

Parce que *les rangs paralleles et perpendiculaires qui ont un mesme exposant sont composez de cellules toutes pareilles*.

Par cette methode, on trouvera un rapport admirable en tout le reste, comme celuy-cy :

Proposition 7.

Un nombre. de quelque ordre que ce soit, est au prochainement plus grand dans le mesme ordre, comme la racine du moindre est à cette mesme racine jointe à l'exposant de l'ordre, moins l'unité.

Ce qui s'ensuit de la quatorziesme consequence du triangle, où il est monstré que *chaque cellule est à celle qui la precede dans son rang parallele comme l'exposant de la base de cette precedente à l'exposant de son rang perpendiculaire*.

Et afin de ne rien cacher de la maniere dont se tirent ces correspondances, j'en monstreray le rapport à decouvert : il est un peu plus difficile ici que tantost, parce qu'on ne void point de rapport de la base des triangles avec les ordres des nombres ; mais voicy le moyen de le trouver. Au lieu de *l'exposant de la base* dont j'ay parlé dans cette quatorziesme consequence, il faut substituer *l'exposant du rang parallele, plus l'exposant du rang perpendiculaire moins l'unité*. Ce qui produit le mesme nombre, et avec cet avantage qu'on connoist le rapport qu'il y a de ces exposans avec les ordres numeriques : car on sçait qu'en ce nouveau langage, il faut dire : *l'exposant de l'ordre plus la racine, moins l'unité*. Je dis tout cecy, afin de faire toucher la methode pour faire et et pour faciliter ces reductions.

Ainsi on trouvera que :

Proposition 8.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, est à son corradical de l'ordre suivant, comme l'exposant de l'ordre du moindre est à ce mesme exposant joint à leur racine commune moins l'unité.

C'est la 13ᵉ consequence du Triangle. Ainsi on trouvera encore que :

Proposition 9.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, est à celuy de l'ordre precedent, dont la racine est plus grande de l'unité que la sienne, comme la racine du premier à l'exposant de l'ordre du second.

Ce n'est que la mesme chose que la douziesme consequence du Triangle Arithmetique

J'en laisse beaucoup d'autres, chacune desquelles, aussi bien que de celles que je viens de donner, peut encore estre augmentée de beaucoup par de differentes enonciations : car au lieu d'exprimer ces proportions comme j'ay fait, en disant *qu'un nombre est à un autre comme un troisiesme à un quatriesme,* ne peut-on pas dire que *le rectangle des extremes est egal à celuy des moyens?* et ainsi multiplier les propositions? et non sans utilité ; car estans regardées d'un autre costé, elles donnent d'autres ouvertures.

Par exemple, si on veut tourner autrement cette derniere proposition, on peut l'enoncer ainsi :

Proposition 10.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, estant multiplié par la racine precedente, egale l'exposant de son ordre multiplié par le nombre de l'ordre suivant procedant de cette racine.

Et parce que, quand quatre nombres sont proportionnaux, le rectangle des extremes ou des moyens, estant divisé par un des deux autres, donne pour quotient le dernier, on peut dire ainsi :

Proposition 11.

Un nombre, de quelque ordre que ce soit, estant multiplié par la racine precedente et divisé par l'exposant de son ordre, donne pour quotient le

nombre de l'ordre suivant qui procede de cette racine.

Les manieres de tourner une mesme chose sont infinies : en voicy un illustre exemple, et bien glorieux pour moi. Cette mesme proposition que je viens de rouler en plusieurs sortes, est tombée dans la pensée de nostre celebre conseiller de Toulouze, Monsieur de Fermat ; et, ce qui est admirable, sans qu'il m'en eust donné la moindre lumiere, ny moy à luy, il écrivoit dans sa Province ce que j'inventois à Paris, heure pour heure, comme nos lettres escrites et receües en mesme temps le témoignent. Heureux d'avoir concouru en cette occasion, comme j'ay fait encore en d'autres d'une maniere tout à fait estrange, avec un homme si grand et si admirable, et qui, dans toutes les recherches de la plus sublime geometrie, est dans le plus haut degré d'excellence, comme ses ouvrages, que nos longues prieres ont enfin obtenus de luy, le feront bientost voir à tous les geometres de l'Europe, qui les attendent ! La maniere dont il a pris cette mesme proposition est telle :

En la progression naturelle qui commence par l'unité, un nombre quelconque estant mené dans le prochainement plus grand, produit le double de son triangle.

Le mesme nombre, estant mené dans le triangle du prochainement plus grand, produit le triple de sa pyramide.

Le mesme nombre mené dans la pyramide du prochainement plus grand, produit le quadruple de son triangulo-triangulaire ; et ainsi à l'infiny, par une methode generale et uniforme.

Voilà comment on peut varier les enonciations. Ce que je monstre en cette proposition s'entendant de toutes les autres, je ne m'arresteray plus à cette maniere accommodante de traitter les choses, laissant à chacun d'exercer son genie en ces recherches où doit consister toute l'estude des geometres : car si on ne sçait pas tourner les propositions à tous sens, et qu'on ne se serve que du premier biais qu'on a envisagé, on n'ira jamais bien loing : ce sont ces diverses routes qui ouvrent les consequences nouvelles, et qui, par des enonciations assorties au Sujet, lient des propositions qui sembloient n'avoir aucun rapport dans les termes où elles estoient conceües d'abord. Je continuerai donc ce sujet en la maniere dont on a accoustumé de traitter la Geometrie, et ce que j'en diray sera comme un nouveau Traitté des ordres numeriques ; et mesme je le donneray en Latin, parce qu'il se rencontre que je l'ay escrit ainsi en l'inventant.

DE NUMERICIS ORDINIBUS TRACTATUS

Trianguli Arithmetici tractatum, ipsiusque circa numericos ordines usum, supponit tractatus iste, ut & plerique è sequentibus : huc ergo mittitur lector horum cupidus ; ibi noscet quid sint ordines numerici, nempe unitates, numeri naturales, trianguli, pyramides, triangulo-trianguli, &c. Quæ cum perlegerit, facilè hæc assequetur.

Hic propriè ostenditur connexio inter numerum cujusvis ordinis cum suâ radice & exponente sui ordinis, quæ talis est ut, ex his tribus datis duobus quibuslibet, tertius inveniatur. Verbi gratiâ, datâ radice & exponente ordinis, numerus ipse datur ; sic, dato numero & sui ordinis exponente, radix elicitur ; necnon ex dato numero & radice, exponens ordinis invenitur : hæc constituunt Tria priora problemata : quartum de summâ ordinum agit.

DE NUMERICORUM ORDINUM COMPOSITIONE

Problema 1.

Datis numeri cujuslibet radice & exponente ordinis, componere numerum.

TRAITÉ DES ORDRES NUMÉRIQUES

Dans ce traité et dans la plupart des suivants on suppose connus le Traité du triangle arithmétique et l'Usage du triangle arithmétique pour les ordres numériques : j'y renvoie le lecteur curieux de ce sujet : il trouvera là la définition des ordres numériques, savoir des unités, nombres naturels, triangulaires, pyramidaux, triangulo-triangulaires, etc., — définitions qu'il s'assimilera sans peine à première lecture.

Ici, on se propose en particulier de déterminer la relation qui existe entre un nombre d'ordre quelconque, sa racine et l'exposant de son ordre. Grâce à cette relation on peut, lorsque deux de ces trois éléments sont donnés, trouver le troisième. Par exemple on peut déterminer un nombre, connaissant sa racine et l'exposant de son ordre ; ou, connaissant un nombre et l'exposant de son ordre, trouver la racine ; ou déterminer l'exposant de l'ordre d'un nombre connaissant ce nombre et sa racine. Nous allons d'abord résoudre ces trois problèmes . nous traiterons, en quatrième lieu, de la sommation des nombres des divers ordres numériques.

COMPOSITION DES ORDRES NUMÉRIQUES

Problème 1.

Trouver un nombre, connaissant sa racine et l'exposant de son ordre.

Productus numerorum qui præcedunt radicem dividat productum totidem numerorum quorum primus sit exponens ordinis: Quotiens erit quæsitus numerus.

Propositum sit invenire numerum ordinis verbi gratiâ tertii, radicis verò quintæ.

Productus numerorum 1, 2, 3, 4, qui præcedunt radicem 5, nempe 24, dividat productum totidem numerorum continuorum 3, 4, 5, 6, quorum primus sit exponens ordinis 3, nempe 360: Quotiens 15 est numerus quæsitus.

Nec difficilis demonstratio : eâdem enim prorsus constructione, inventa est, ad finem tractatus Triang. Arith., cellula quintæ seriei perpendicularis, tertiæ vero seriei parallelæ ; cujus cellulæ numerus idem est ac numerus quintus ordinis tertii, qui quæritur.

Potest autem & sic resolvi idem problema.

Productus numerorum qui præcedunt exponentem ordinis dividat productum totidem numerorum continuorum quorum primus sit radix: Quotiens est quæsitus.

Sic, in proposito exemplo, productus numerorum 1, 2, qui præcedunt exponentem ordinis 3, nempe 2, dividat productum totidem numerorum 5, 6, quorum primus sit radix 5, nempe 30. Quotiens, 15, est numerus quæsitus.

Nec differt hæc constructio à præcedente, nisi in hoc solo, quod in alterâ idem fit de radice, quod fit in alterâ de exponente ordinis : perindè ac si idem esset invenire, quintum numerum ordinis tertii, ac tertium numerum ordinis quinti ; quod quidem verum esse jam ostendimus.

Considérons le produit des nombres naturels qui précèdent la racine donnée, et, d'autre part, le produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs dont le premier soit l'exposant proposé : le quotient du deuxième produit par le premier sera le nombre demandé.

Soit, par exemple, proposé de trouver le nombre du troisième ordre dont la racine est 5.

Par le produit 24 des nombres 1, 2, 3, 4 inférieurs à 5, on divisera le produit 360 des quatre facteurs consécutifs 3, 4, 5, 6, dont le premier, 3, est l'exposant de l'ordre: le quotient 15 sera le nombre cherché.

La démonstration de cette règle est aisée. Le calcul ne diffère pas en effet de celui qui a été fait à la fin du *Traité du triangle arithmétique* pour trouver la cellule commune au cinquième rang perpendiculaire et au troisième rang parallèle : le nombre de cette cellule est précisément le nombre du troisième ordre qui a pour racine 5.

Le même problème peut encore être résolu comme il suit :

Considérons le produit des nombres qui précèdent l'exposant de l'ordre et, d'autre part, le produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs dont le premier soit la racine proposée: le quotient du deuxième produit par le premier sera le nombre demandé.

Dans le cas de l'exemple cité plus haut, on divisera par le produit 2 des nombres 1, 2 qui précèdent l'exposant de l'ordre 3, le produit 30 des deux facteurs 5, 6. dont le premier est la racine donnée 5 : le quotient 15 sera le nombre cherché.

Cette seconde règle ne diffère de la première que

Hinc autem obiter colligere possumus arcanum numericum : cùm enim ambo illi quotientes 15 sint iidem, constat divisores esse inter se ut dividendos. Animadvertemus itaque :

Si sint duo quilibet numeri, productus omnium numerorum primum ex ambobus propositis præcedentium, est ad productum totidem numerorum quorum primus est secundus ex his ambobus, ut productus ex omnibus qui præcedunt secundum ex illis ambobus ad productum totidem numerorum continuorum quorum primus est primus ex iis ambobus propositis.

Hæc qui prosequeretur, & demonstraret, & novi fortassis tractatus materiam reperiret : nunc autem quia extra rem nostram sunt, sic pergimus.

DE NUMERICORUM ORDINUM RESOLUTIONE

Problema 2.

Dato numero, ac exponente sui ordinis, invenire radicem.

Potest autem et sic enuntiari.

Dato quolibet numero, invenire radicem maximi numeri ordinis numerici cujuslibet propositi, qui in dato numero contineatur.

Sit datus numerus quilibet, v. g., 58, ordo verò numericus quicumque propositus, v. g., sextus. *Oportet igitur invenire radicem* sexti *ordinis numeri, 58.*

Exhibeatur ex unâ parte exponens ordinis,	*Et continuò*	*Exponatur ex alterâ parte numerus datus,*
6.		*58.*

par la substitution de la racine à l'exposant de l'ordre : en sorte que déterminer le cinquième nombre du troisième ordre revient à déterminer le troisième nombre du cinquième ordre : effectivement, nous avons déjà constaté que ces deux nombres sont égaux.

Nous pouvons tirer de là, en passant, un théorème d'arithmétique. Puisque les deux quotients 15 sont égaux, les deux dividendes doivent être dans le même rapport que les deux diviseurs. D'où l'énoncé :

Deux nombres quelconques étant donnés, le produit de tous les nombres naturels qui précèdent le premier est au produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs commençant par le second, comme le produit de tous les nombres naturels qui précèdent le second est au produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs commençant par le premier.

En poursuivant et démontrant les conséquences de ce principe on trouverait peut-être la matière d'un nouveau traité : mais nous ne nous y arrêterons pas plus longtemps, afin de ne pas nous écarter de notre sujet.

RÉSOLUTION DES ORDRES NUMÉRIQUES

Problème 2.

Étant donné un nombre et l'exposant de son ordre, trouver sa racine.

Le problème peut encore être énoncé comme il suit :

Multiplicetur ipse 6 per numerum 7, proximè majorem sitque productus, 42.	Et continuò	*Multiplicetur ipse numerus per 2, sitque productus, 116.*
Multiplicetur iste productus per proximè sequentem multiplicatorem 8, sitque productus, 336.	Et continuò	*Multiplicetur ipse productus per proximè sequentem multiplicatorem 3, sitque productus, 348.*
Multiplicetur iste productus per proximè sequentem multiplicatorem 9, sitque productus, 3024.	Et continuò	*Multiplicetur iste productus per proximè sequentem multiplicatorem 4, sitque productus, 1392.*

Et sic in infinitum, donec ultimus productus exponentis 6, nempe 3024, major evadat quam ultimus productus numeri dati, nempe, 1392; et tunc absoluta est operatio: ultimus enim multiplicator dati numeri, nempè 4, est radix quæ quærebatur.

Igitur dico numerum sexti ordinis cujus radix est 4, nempe 56, maximum esse ejus ordinis qui in numero dato contineatur ; seu dico numerum sexti ordinis cujus radix est 4, nempe 56, non esse majorem dato numero 58 ; numerum verò ejusdem ordinis proximè majorem, seu cujus radix est 5, nempe 126, esse majorem numero dato, 58.

Etenim productus ille ultimus numeri dati, nempe 1392, factus est ex numero dato, 58, multiplicato per productum numerorum, 1, 2, 3, 4, nempe 24 ; productus verò præcedens hunc ultimum, nempe 348, factus est ex numero dato, 58, multiplicato per productum numerorum 1, 2, 3, nempe 6.

Ergò productus numerorum 6, 7, 8, non est major producto numerorum 1, 2, 3, multiplicato

Étant donné un nombre quelconque, trouver la racine du plus grand nombre (appartenant à un ordre numérique donné quelconque) que contient le nombre proposé.

Soit proposé un nombre quelconque, par exemple 58, et soit donné, également, un ordre numérique arbitraire, par exemple le sixième. Il s'agit de trouver la racine du sixième ordre du nombre 58.

Considérons d'une part l'exposant de l'ordre, 6.	puis	*Prenons d'autre part le nombre donné, 58.*
Multiplions-le par le nombre immédiatement supérieur, 7, le produit est 42.	puis	*Multiplions-le par 2, le produit est 116.*
Multiplions ce produit par le multiplicateur suivant, 8 : nous obtenons, 336.		*Multiplions ce produit par le multiplicateur suivant, 3 : le produit est 348.*
Multiplions ce produit par le multiplicateur suivant, 9 : nous obtenons, 3024.		*Multiplions ce produit par le multiplicateur suivant, le produit est 1392.*

On continue ainsi jusqu'à ce que l'on obtienne un multiple, 3024, de l'exposant 6, supérieur au multiple correspondant, 1392, du nombre donné. L'opération est alors achevée, et le dernier multiplicateur, 4, du nombre donné, 4, est la racine cherchée.

Ainsi, je dis que le nombre du sixième ordre qui a pour racine 4, savoir 56, est le plus grand nombre de cet ordre que contienne le nombre proposé ; je dis, en d'autres termes, que le nombre du sixième ordre dont la racine est 4, savoir 56, n'est pas supérieur au nombre donné, 58, tandis que le nom-per 58. Productus verò numerorum 6, 7, 8, 9 est major producto numerorum 1, 2, 3, 4, multiplicato per 58, *ex constructione.*

Jàm numerus ordinis *sexti* cujus radix est 4, nempe 56, multiplicatus per numeros 1, 2, 3, æquatur producto numerorum 6, 7, 8, ex demonstratis in tractatu de ordinibus numericis. Sed productus numerorum 6, 7, 8, non est major *ex ostensis* producto numerorum 1, 2, 3, multiplicato per datum 58. Igitur productus numerorum 1, 2, 3, multiplicatus per 56, non est major quam idem productus numerorum 1, 2, 3, multiplicatus per datum 58. Igitur 56 non est major quam 58.

Jam sit 126, numerus ordinis *sexti* cujus radix est 5. Igitur ipse 126, multiplicatus per productum numerorum 1, 2, 3, 4, æquatur producto numerorum 6, 7, 8, 9, ex tractatu de ord. numer. Sed productus ille numerorum 6, 7, 8, 9, est major quam numerus datus 58 multiplicatus per productum numerorum 1, 2, 3, 4, *ex ostensis.* Igitur, numerus 126, multiplicatus per productum numerorum 1, 2, 3, 4, est major quam numerus datus 58 multiplicatus per eumdem productum numerorum 1, 2, 3, 4. Igitur numerus 126 est major quam numerus datus 58.

Ergo numerus 56 *sexti* ordinis cujus radix est 4, non est major quam numerus datus ; numerus verò 126, ejusdem ordinis cujus radix 5 est proximè major, major est quam datus numerus.

bre suivant du même ordre (savoir celui, 126, dont la racine est 5) surpasse 58.

En effet : le dernier multiple du nombre donné, 1392, est égal au nombre donné, 58, multiplié par le produit 24 des facteurs 1, 2, 3, 4 ; de même, le multiple précédent, 348, est égal au nombre 58, multiplié par le produit 6 des facteurs 1, 2, 3.

Nous concluons donc de nos calculs que le produit des nombres 6, 7, 8 ne surpasse pas le produit $1 \times 2 \times 3$, multiplié par 58, tandis que le produit des nombres 6, 7, 8, 9 est supérieur au produit $1 \times 2 \times 3 \times 4$, multiplié par 58.

Or, il a été démontré dans le *Traité des Ordres numériques* que le nombre du sixième ordre dont la racine est 4, savoir 56, multiplié par $1 \times 2 \times 3$, donne un produit égal au produit des facteurs 6, 7. 8. Nous venons de voir, d'autre part, que le produit des nombres 6, 7, 8 ne surpasse pas le produit $1 \times 2 \times 3$, multiplié par le nombre donné, 58. Donc le produit $1 \times 2 \times 3$, multiplié par 56, est inférieur au nombre 58, multiplié par le produit $1 \times 2 \times 3$: en d'autres termes, 56 est inférieur à 58.

Considérons maintenant le nombre 126, nombre du *sixième* ordre dont la racine est 5. Le produit de ce nombre par $1 \times 2 \times 3 \times 4$ est égal, d'après le traité des ordres numériques, au produit des nombres 6, 7, 8, 9. Mais ce dernier produit surpasse le produit de 58 par les facteurs successifs 1, 2, 3, 4. Donc le nombre 126, multiplié par $1 \times 2 \times 3 \times 4$ est supérieur au nombre donné, 58, multiplié, lui

Ergo ipse numerus 56, maximus est ejus ordinis qui in dato contineatur & ejus radix 4 inventa est.

Q. E. F. E. D.

DE NUMERICORUM ORDINUM RESOLUTIONE

Problema 3.

Dato quolibet numero, & ejus radice, invenire ordinis exponentem.

Non differt hoc problema à præcedente; radix enim et exponens ordinis reciprocè convertuntur, ita ut dato numero, v. g., 58, et ejus radice 4, reperietur exponens sui ordinis 6, eâdem methodo ac si dato numero ipso, 58, et exponente ordinis 4, radix 6 esset invenienda ; *quartus* enim numerus *sexti* ordinis idem est ac *sextus quarti,* ut jam demonstratum est.

DE NUMERICORUM ORDINUM SUMMA

Problema 4.

Propositi cujuslibet ordinis numerici tot quot

aussi, par $1 \times 2 \times 3 \times 4$. Donc, enfin, 126 est plus grand que 58.

En résumé, le nombre 56, nombre du sixième ordre dont la racine est 4, est inférieur au nombre donné ; au contraire, le nombre 126 (nombre du même ordre dont la racine 5 est immédiatement supérieure) lui est supérieur.

On en conclut que 56 est le plus grand nombre du sixième ordre que contienne le nombre donné ; et l'on en déduit la valeur, 4, de la racine cherchée.

RÉSOLUTION DES ORDRES NUMÉRIQUES

Problème 3.

Étant donné un nombre quelconque et sa racine, trouver l'exposant de son ordre.

Ce problème ne diffère pas du précédent. Il y a en effet réciprocité entre la racine et l'exposant de l'ordre : la même méthode permet, étant donné un nombre, par exemple 58, et sa racine 4, de trouver l'exposant de son ordre 6, — ou, au contraire, étant donné le nombre 58 et l'exposant 4, de trouver la racine 6. C'est là une conséquence de ce fait que le *quatrième* nombre du *sixième* ordre coïncide avec le sixième nombre du *quatrième* ordre, ainsi qu'il a été démontré.

SOMMATION DES NOMBRES NUMÉRIQUES

Problème 4.

Étant donné un ordre numérique quelconque,

imperabitur priorum numerorum summam invenire.

Propositum sit invenire summam quinque, ***v. g.,*** ***priorum numerorum ordinis, verbi gratiâ*** sexti.

Inveniatur ex præcedente numerus quintus ***(quia*** quinque ***priorum numerorum summa requiritur) ordinis*** septimi, ***nempe ejus qui propositum*** sextum ***proximè sequitur : ipse satisfaciet problemati.***

Numericorum enim ordinum generatio talis est ut numerus cujusvis ordinis æquetur summæ eorum omnium ordinis præcedentis quorum radices non sunt suâ majores ; ita ut quintus septimi ordinis æquetur, ex naturâ et generatione ordinum, quinque prioribus numeris sexti ordinis, quod difficultate caret.

Conclusio.

Methodus quâ ordinum resolutionem expedio est generalissima ; verum ipsam diù quæsivi ; quæ prima sese obtulit ea est.

Si dati numeri quærebatur radix tertii ordinis, ita procedebam. *Sumatur duplum numeri propositi, istius dupli radix quadrata inveniatur : hæc quæsita est, aut saltem ea quæ unitate minor erit.*

Si dati numeri quæritur radix quarti ordinis *Multiplicetur numerus datus per* 6, *nempe per productum numerorum* 1, 2, 3 ; *producti inveniatur radix cubica ; ipsa, aut ea quæ unitate minor est, satisfaciet.*

Si dati numeri quæritur radix quinti ordinis *Multiplicetur datus numerus per* 24, *nempe per productum numerorum* 1, 2, 3, 4, *productique inveniatur*

trouver la somme des premiers nombres de cet ordre jusqu'à l'un quelconque d'entre eux.

Soit proposé, par exemple, de trouver la somme des cinq premiers nombres du sixième ordre.

Cherchons, d'après ce qui précède, le cinquième *nombre (puisque c'est la somme des* cinq *premiers nombres qui est requise) du* septième *ordre (c'est-à-dire de l'ordre qui suit le* sixième : *ce nombre est la somme demandée.*

En effet, les nombres des divers ordres sont formés de telle façon que l'un quelconque d'entre eux est égal à la somme de tous les nombres de l'ordre précédent dont la racine ne surpasse point sa propre racine ; ainsi, le cinquième nombre du septième ordre est égal (d'après la nature et la génération des ordres numériques) à la somme des cinq premiers nombres du sixième ordre : on le voit sans difficulté.

Conclusion.

La méthode que j'ai donnée pour la résolution des ordres numériques est tout à fait générale. Cependant je ne l'ai trouvée qu'après bien des recherches. Voici celle qui m'était d'abord venue à l'esprit :

Pour trouver la racine d'un nombre donné appartenant au troisième ordre numérique, je procédais ainsi : *je prenais le double du nombre donné et j'en extrayais la racine carrée : cette racine carrée est la racine cherchée ou la surpasse d'une unité.*

Soit à trouver, d'autre part, la racine d'un nombre donné du quatrième ordre : pour l'obtenir, *on* *radix 4. gradus : ipsa, unitate minuta, satisfaciet problemati.*

Et ità reliquorum ordinum radices quærebam, constructione non generali, sed cuique propriâ ordini ; nec tamen ideò mihi omninò displicebat ; illa enim quâ resolvuntur potestates non generalior est ; aliter enim extrahitur radix quadrata, aliter cubica, etc., quamvis ab eodem principio viæ illæ differentes procedant. Ut ergo nondum generalis potestatum resolutio data erat, sic et vix generalem ordinum resolutionem assequi sperabam : conatus tamen expectationem superantes eam quam tradidi præbuerunt generalissimam, et quidem amicis meis, universalium solutionum amatoribus doctissimis, gratisssimam ; à quibus excitatus et generalem potestatum purarum resolutionem tentare, ad instar generalis ordinum resolutionis, obtemperans quæsivi, et satis feliciter mihi contigit reperisse, ut infrà videbitur.

multiplie le nombre donné par 6, c'est-à-dire par $1 \times 2 \times 3$ *: puis on extrait la racine cubique du produit : cette racine est égale à la racine cherchée ou la surpasse d'une unité.*

Soit encore à trouver la racine d'un nombre donné du cinquième ordre : *on multiplie le nombre donné par 24, c'est-à-dire par* $1 \times 2 \times 3 \times 4$ *; puis on extrait la racine quatrième du produit : cette racine surpasse d'une unité la racine cherchée.*

Et de même pour les ordres suivants : je cherchais ainsi les racines non pas suivant une règle générale mais suivant une règle appropriée à chaque ordre particulier. Cependant ce défaut ne me paraissait pas rédhibitoire. La méthode qui sert à la résolution des puissances n'est-elle pas tout aussi dépourvue de généralité? Pour extraire une racine carrée, une racine cubique, etc., on suit des règles qui sont différentes, quoique déduites du même principe. Puis donc qu'on ne connaît pas encore de règle générale pour la résolution des puissances, je n'osais guère espérer en trouver une pour la résolution des ordres : mais le résultat de mes efforts a dépassé mon attente, et j'ai trouvé la méthode que j'ai exposée plus haut, méthode tout à fait générale, et qui fut fort goûtée de mes savants amis, amateurs de solutions universelles. Ce sont eux qui m'ont conseillé de tenter une résolution générale des puissances numériques à l'instar de la résolution générale des ordres. J'ai suivi leur avis, et je n'ai pas trop mal réussi, ainsi qu'on pourra s'en rendre compte plus bas.

DE NUMERORUM CONTINUORUM PRODUCTIS

Seu de numeris qui producuntur ex multiplicatione numerorum serie naturali procedentium.

Numeri qui producuntur ex multiplicatione numerorum continuorum à nemine, quod sciam, examinati sunt. Ideo nomen eis impono, nempe *producti continuorum*.

Sunt autem qui ex duorum multiplicatione formantur, ut iste, 20, qui ex 4 in 5 oritur, et possent dici *secundæ speciei*.

Sunt qui ex trium multiplicatione formantur, ut iste 120, qui ex 4 in 5 in 6 oritur, et dici possent *tertiæ speciei*.

Sic *quartæ speciei* dici possent qui ex quatuor numerorum continuorum multiplicatione formantur, et sic in infinitum : ita ut, ex multitudine *multiplicatorum,* species nominationem exponentis sortiretur; et sic nullus esset productus primæ speciei, nullus est enim productus ex uno tantum numero.

Primum hujus tractatuli theorema illud est quod obiter in præcedente tractatu annotavimus, quod quærendo, reliqua invenimus, imò et generalem potestatum resolutionem : adeò strictâ connexione sibi mutuo cohærent veritates.

DES PRODUITS
DE NOMBRES CONSÉCUTIFS

Ou des nombres obtenus en faisant le produit de plusieurs termes consécutifs de la série naturelle.

Les nombres que l'on obtient en faisant le produit de plusieurs nombres consécutifs n'ont été, que je sache, étudiés par personne. C'est pourquoi je leur donne un nom : je les appelle *produits de nombres consécutifs.*

Il en est qui résultent de la multiplication de deux facteurs : ainsi 20, produit de 4 par 5. On peut les appeler produits de *seconde espèce.*

Il en est qui résultent de la multiplication de *trois facteurs* : ainsi 120, produit de 4 par 5 par 6. On peut les appeler produits de *troisième espèce.*

De même on peut appeler produits de *quatrième espèce* les produits résultant de la multiplication de quatre facteurs ; et ainsi de suite. L'espèce d'un produit sera donnée par le nombre des facteurs qui le composent ; et, comme il n'existe pas de produits formés d'un seul facteur, il n'y a pas de produits de première espèce.

Le premier théorème que nous exposerons dans ce petit traité est celui dont nous avons en passant donné l'énoncé dans le traité précédent. C'est en en cherchant la démonstration que nous avons trouvé

Prop. 1.

Si sint duo numeri quilibet, productus omnium numerorum primum præcedentium est ad productum totidem numerorum continuorum à secundo incipientium, ut productus omnium numerorum secundum præcedentium ad productum totidem numerorum continuorum à primo incipientium.

Sint duo numeri quilibet, 5, 8. Dico productum numerorum 1, 2, 3, 4, qui præcedunt 5, nempe 24, esse ad productum totidem continuorum numerorum 8, 9, 10, 11, nempe 7920, ut productum numerorum 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, qui præcedunt 8, nempe 5040, ad productum totidem continuorum numerorum 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, nempe 1 663 200.

Etenim productus numerorum 5, 6, 7, ductus in productum istorum 1, 2, 3, 4, efficit productum horum 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Et idem productus numerorum 5, 6, 7, ductus in productum numerorum 8, 9, 10, 11, efficit productum horum 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11; ergo, ut productus numerorum 1, 2, 3, 4, ad productum numerorum 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ita productus numerorum 8, 9, 10, 11, ad productum numerorum 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Q. E. D.

tous les autres, et même la résolution générale des puissances : tant les vérités sont étroitement enchaînées les unes aux autres !

Prop. 1.

Deux nombres quelconques étant donnés, le produit de tous les nombres naturels qui précèdent le premier est au produit d'un égal nombre de facteurs consécutifs commençant par le second, comme le produit de tous les nombres naturels qui précèdent le second est au produit d'un égal nombre de facteurs consécutifs commençant par le premier.

Soient les deux nombres 5 et 8 : je dis que le produit 24 des quatre facteurs naturels 1, 2, 3, 4 qui précèdent 5 est au produit 7920 des quatre facteurs consécutifs 8, 9, 10, 11, comme le produit 5040 des sept facteurs naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, qui précèdent 8, est au produit 1 663 200 des sept facteurs consécutifs 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

En effet, si l'on multiplie le produit $5 \times 6 \times 7$ par le premier produit considéré $1 \times 2 \times 3 \times 4$, on obtient le produit des nombres consécutifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. De même, le produit $5 \times 6 \times 7$, multiplié par le produit $8 \times 9 \times 10 \times 11$ donne le produit des nombres consécutifs 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Il en résulte que le produit des nombres 1, 2, 3, 4 est au produit des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 comme le produit des nombres 8, 9, 10, 11 est au produit des nombres 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. C. Q. F. D.

Prop. 2.

Omnis productus à quotlibet numeris continuis est multiplex producti à totidem numeris continuis quorum primus est unitas, et quotiens est numerus figuratus.

Sit productus quilibet, à tribus v. g. numeris continuis 5, 6, 7, nempe 210, et productus totidem numerorum ab unitate incipientium 1, 2, 3, nempe 6 : dico ipsum 210 esse multiplicem ipsius 6, et quotientem esse numerum figuratum.

Etenim ipse 6, ductus in quintum numerum ordinis quarti, nempe 35, æquatur ipsi producto ex 5, 6, 7, ex demonstratis in tractatu de ordinibus numericis.

Prop. 3.

Omnis productus à quotlibet numeris continuis est multiplex numeri cujusdam figurati, nempe ejus cujus radix est minimus ex his numeris, exponens verò ordinis est unitate major quam multitudo horum numerorum.

Hoc patet ex præcedente. Et unica utrique convenit demonstratio.

Monitum.

Ambo divisores in his duabus propositionibus ostensis tales sunt, ut alter alterius sit quotiens. Ita ut quilibet productus à quotlibet numeris continuis,

Prop. 2.

Tout produit de facteurs consécutifs (en nombre quelconque) est divisible par le produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs commençant par l'unité. Le quotient de la division est un nombre figuré.

Considérons par exemple le produit des trois nombres consécutifs 5, 6, 7, soit 210, et le produit d'un nombre égal de facteurs 1, 2, 3 commençant par l'unité, soit 6. Je dis que 210 est un multiple de 6, et que le quotient est un nombre figuré.

En effet, d'après ce qui a été démontré dans le Traité des Ordres numériques, le produit de 6 par le cinquième nombre du quatrième ordre, savoir 35, est égal au produit $5 \times 6 \times 7$.

Prop. 3.

Tout produit de facteurs consécutifs (en nombre quelconque) est divisible par le nombre figuré dont la racine est égale au plus petit de ces facteurs et dont l'exposant est supérieur d'une unité au nombre des facteurs.

Cette proposition résulte de la précédente. La même démonstration les établit l'une et l'autre.

Remarque.

Les diviseurs des deux divisions dont il est question dans les propositions précédentes sont réciproquement égaux aux quotients de ces divisions. Ainsi divisus per productum totidem numerorum ab unitate incipientium, ut secunda propositio docet fieri posse, quotiens sit numerus figuratus in tertiâ propositione enuntiatus.

Prop. 4.

Omnis productus à quotlibet numeris continuis ab unitate incipientibus est multiplex producti à quotlibet numeris continuis etiam ab unitate incipientibus, quorum multitudo minor est.

Sint quotlibet numeri continui ab unitate 1, 2, 3, 4, 5, quorum productus 120, quotlibet autem ex ipsis ab unitate incipientes 1, 2, 3, quorum productus 6 : dico 120 esse multiplicem 6.

Etenim productus numerorum 1, 2, 3, 4, 5, fit ex producto numerorum 1, 2, 3, multiplicato per productum numerorum 4, 5.

Prop. 5.

Omnis productus à quotlibet numeris continuis est multiplex producti à quotlibet numeris continuis ab unitate incipientibus, quorum multitudo minor est.

Etenim productus continuorum quorumlibet est multiplex totidem continuorum ab unitate incipientium *ex secundâ* ; sed *ex quartâ* productus continuorum ab unitate est multiplex producti continuorum ab unitate quorum multitudo minor est. Ergo, etc.

tout produit de facteurs consécutifs (en nombre quelconque), divisé par le produit d'un nombre égal de facteurs consécutifs commençant par l'unité (conformément à la deuxième proposition) admet pour quotient le nombre figuré dont parle l'énoncé de la troisième proposition.

Prop. 4.

Tout produit de facteurs consécutifs (en nombre quelconque) commençant par l'unité est divisible par tout produit d'un nombre moindre de facteurs consécutifs commençant par l'unité.

Soient une suite quelconque de nombres consécutifs partant de l'unité : 1, 2, 3, 4, 5, dont le produit est 120 ; et, dans cette suite, soit une autre suite de nombres partant de l'unité : 1, 2, 3, dont le produit est 6 ; je dis que 120 est un multiple de 6.

En effet le produit des nombres 1, 2, 3. 4, 5 est égal au produit des nombres 1, 2, 3 multiplié par le produit des nombres 4, 5.

Prop. 5.

Tout produit de facteurs consécutifs (en nombre quelconque) est divisible par le produit d'un nombre moindre de facteurs consécutifs commençant par l'unité.

En effet, d'après la *seconde proposition*, le produit d'un nombre quelconque de facteurs consécutifs est divisible par le produit d'un nombre égal de facteurs

Prop. 6.

Productus quotlibet continuorum est ad productum totidem proximè majorum, ut minimus multiplicatorum ad maximum.

Sint quotlibet numeri 4, 5, 6, 7, quorum productus 840 ; et totidem proximè majores 5, 6, 7, 8, quorum productus 1680. Dico 840 esse ad 1680 ut 4 ad 8.

Etenim productus numerorum 4, 5, 6, 7, est factus ex producto continuorum 5, 6, 7, multiplicato per 4 ; productus verò continuorum 5, 6, 7, 8, factus est ex eodem producto continuorum 5, 6, 7, multiplicato per 8. Ergo, etc.

Prop. 7.

Minimus productus continuorum cujuslibet speciei ille est cujus multiplicatores ab unitate incipiunt.

V. g.. minimus productus ex quatuor continuis factus ille est qui producitur ex quatuor his continuis 1, 2, 3, 4, qui quidem multipticatores, 1, 2, 3, 4, ab unitate incipiunt. Hoc ex se et ex præcedentibus patet.

consécutifs partant de l'unité ; d'après la *quatrième,* d'autre part, ce produit de facteurs consécutifs partant de l'unité est divisible par le produit d'un nombre moindre de facteurs partant de l'unité. Donc, etc.

Prop. 6.

Le produit d'un nombre quelconque de facteurs consécutifs est au produit d'un égal nombre de facteurs immédiatement supérieurs comme le plus petit de tous les facteurs est au plus grand.

Soit une suite quelconque de nombres 4, 5, 6, 7, dont le produit est 840. Considérons les nombres immédiatement supérieurs 5, 6, 7, 8 dont le produit est 1680. Je dis que 840 est à 1680 comme 4 est à 8.

En effet le produit des nombres 4, 5, 6, 7 est formé du produit des nombres consécutifs 5, 6, 7, multiplié par 4 ; d'autre part le produit des nombres consécutifs 5, 6, 7, 8 est formé du même produit des nombres 5, 6, 7, multiplié par 8. Donc, etc.

Prop. 7.

Le plus faible produit de nombres consécutifs d'une espèce quelconque est le produit dont les facteurs commencent par l'unité.

Ainsi le plus faible produit formé de quatre nombres consécutifs est le produit des quatre nombres consécutifs 1, 2, 3, 4, lesquels commencent par l'unité. C'est là une conséquence, d'ailleurs évidente par elle-même, des propositions précédentes.

PRODUCTA CONTINUORUM RESOLVERE

Seu

Resolutio numerorum qui ex numeris progressione naturali procedentibus producuntur.

Problema.

Dato quocumque numero, invenire tot quot imperabitur numeros continuos ex quorum multiplicatione factus numerus sit maximus ejus speciei qui in dato numero contineatur.

Oportet autem datum numerum non esse minorem producto totidem numerorum ab unitate continuorum.

Datus sit numerus, verbi gratiâ 4335, oporteatque reperire, verbi gratiâ, quatuor *numeros continuos ex quorum multiplicatione factus numerus sit maximus, qui in dato 4335 contineatur, eorum omnium qui producuntur ex multiplicatione* quatuor *numerorum continuorum.*

Sumantur ab unitate tot numeri continui quot sunt numeri inveniendi, nempe quatuor *in hoc exemplo, 1, 2, 3, 4, quorum per productum, 24, dividatur numerus datus, sitque quotiens 180. Ipsius quotientis inveniatur radix ordinis numerici non quidem* quarti, *sed sequentis, nempe* quinti, *sitque ea 6. Ipse 6 est primus numerus, secundus 7, tertius 8, quartus 9.*

Dico itaque productum *quatuor* numerorum 6, 7, 8, 9, esse maximum numerum qui in dato contineatur, id est : Dico productum *quatuor* numerorum 6, 7, 8, 9, nempe 3024, non esse majorem

RÉSOLUTION DES PRODUITS DE NOMBRES CONSÉCUTIFS

ou

Résolution des nombres obtenus en multipliant des termes consécutifs de la série naturelle

Problème.

Étant proposé un nombre quelconque, trouver un produit formé de facteurs consécutifs en nombre donné, et qui soit le plus grand produit de son espèce contenu dans le nombre proposé.

Pour que le problème soit possible il faut que le nombre proposé ne soit pas inférieur au produit formé de facteurs consécutifs, en nombre égal à l'espèce donnée, à partir de l'unité.

Soit, par exemple, 4335 le nombre donné, et soit à trouver un produit, formé par exemple de quatre *facteurs consécutifs qui soit le plus grand produit de quatre facteurs consécutifs contenus dans 4335.*

Prenons à partir de l'unité autant de nombres consécutifs qu'il doit y avoir de facteurs, savoir quatre, *1, 2, 3, 4, pour l'exemple considéré; puis divisons le nombre proposé par le produit 24 de ces nombres; le quotient est 180. De ce quotient déterminons la racine, non pas du* quatrième *ordre numérique, mais de l'ordre suivant* (cinquième) *: cette racine est 6. Le premier facteur cherché sera alors 6, le second 7, le troisième 8, le quatrième 9.*

Je dis qu'en effet le produit des *quatre* nombres 6, 7, 8, 9 est le plus grand produit de quatrième espèce que contienne le nombre proposé : en d'au-quam numerum datum 4335; productum verò *quatuor* proximè majorum numerorum 7, 8, 9, 10, nempe 5040, esse majorem numero dato 4335.

Etenim, ex demonstratis in tractatu de ordinibus numericis, constat productum numerorum 1, 2, 3, 4, seu 24, ductum in numerum quinti ordinis cujus radix est 6, nempe 126, efficere numerum æqualem producto numerorum 6, 7, 8, 9, nempe 3024; similiter et eundem productum numerorum 1, 2, 3, 4, nempe 24, ductum in numerum ejusdem ordinis quinti cujus radix est 7, efficere numerum æqualem producto numerorum 7, 8, 9, 10, nempe 5040.

Jam verò numerus quinti ordinis cujus radix est 6, nempe 126, cum sit maximus ejus ordinis qui in 180 contineatur, ex constr. patet ipsum 126 non esse majorem quam 180, numerum verò quinti ordinis cujus radix est 7, nempe 210, esse majorem quam ipsum 180.

Cum verò numerus 4335, divisus per 24, dederit 180, quotientem patet 180 ductum in 24, seu 4320, non esse majorem quam 4335, sed aut æqualem esse, aut differre numero minore quam 24.

Itaque, cum sit 210 major quam 180, ex constr. patet 210 in 24, seu 5040, majorem esse quam 180 in 24 seu 4320, et excessum esse ad minimùm 24; numerus verò datus 4335, aut non excedit ipsum 4320, aut excedit numero minore quam 24. Ergo, numerus 5040, major est quam datus 4335; id est productus numerorum 7, 8, 9, 10, major est dato numero.

Jam numerus 126 non est major quam 180, ex tres termes, je dis que le produit 3024 des *quatre* nombres 6, 7, 8, 9 est inférieur au nombre proposé 4335, tandis que le produit des quatre nombres immédiatement supérieurs 7, 8, 9, 10, savoir 5040, est supérieur à 4335.

Il résulte en effet de ce qui a été établi dans le *Traité des Ordres numériques* que le produit 24 des facteurs 1, 2, 3, 4, multiplié par le nombre du cinquième ordre dont la racine est 6, savoir le nombre 126, donne un nombre égal au produit des facteurs 6, 7, 8, 9, c'est-à-dire égal à 3024 ; pareillement, le produit 24 des facteurs 1, 2, 3, 4, multiplié par le nombre du même ordre dont la racine est 7, donne un produit égal au produit des facteurs 7, 8, 9, 10, c'est-à-dire à 5040.

Mais, par hypothèse, le nombre du cinquième ordre dont la racine est 6, savoir 126, est le plus grand de son ordre qui soit contenu dans 180 : il est donc inférieur à 180 ; au contraire le nombre du cinquième ordre dont la racine est 7, savoir 210, est supérieur à 180.

D'autre part, puisque 4335 divisé par 24 donne 180, il est clair que le quotient 180 multiplié par 24, c'est-à-dire 4320, n'est pas supérieur à 4335, mais ou bien est égal à ce nombre, ou en diffère de moins de 24.

Et ainsi, comme d'après ce qui précède, 210 est plus grand que 180, on voit que 210×24, soit 5040, est plus grand que 180×24 ou 4320, et que la différence de ces deux produits est au moins constr. Igitur 126 in 24 non est major quam 180 in 24; sed 180 in 24 non est major dato numero ex ostensis. Ergo 126 in 24, seu productus numerorum 6, 7, 8, 9, non est major numero dato; productus autem numerorum 7, 8, 9, 10, ipso major est. Ergo, etc. Q. E. F. E.

Sic ergo exprimi potest et enuntiatio, et generalis constructio.

Invenire tot quot imperabitur numeros progressione naturali continuos, ex quorum multiplicatione ortus numerus sit maximus ejus speciei qui in dato numero contineatur.

Dividatur numerus datus per productum totidem numerorum ab unitate serie naturali procedentium quot sunt numeri inveniendi; inventoque quotiente, assumatur ipsius radix ordinis numerici cujus exponens est unitate major quam multitudo numerorum inveniendorum. Ipsa radix est primus numerus, reliqui per incrementum unitatis in promptu habentur.

Monitum.

Hæc omnia ex naturâ rei demonstrari poterant, absque trianguli arithmetici aut ordinum numericorum auxilio; non tamen fugienda illa connexio mihi visa est, præsertim cum ea sit quæ lumen primum dedit. Et, quod amplius est, alia demonstratio laboriosior esset, et prolixior.

égale à 24. Mais, d'autre part, le nombre donné, 4335, ou bien ne surpasse pas 4320, ou bien le surpasse de moins de 24. Donc le nombre 5040 est supérieur à 4335; en d'autres termes, le produit des facteurs 7, 8, 9, 10 est plus grand que le nombre proposé.

Pareillement, le nombre 126 est par hypothèse inférieur à 180; donc 126×24 est inférieur à 180×24; mais, d'après ce qui précède, le nombre proposé n'est pas inférieur à 180×24. Donc 126×24, c'est-à-dire le produit des facteurs 6, 7, 8, 9 ne surpasse pas le nombre proposé; au contraire le produit des facteurs 7, 8, 9, 10 surpasse ce nombre. Donc, etc. C. Q. F. D.

On peut donc énoncer en ces termes le problème et sa solution générale :

Trouver une suite de facteurs consécutifs en nombre donné, dont le produit soit le plus grand de son espèce que contienne un nombre proposé.

Divisons le nombre proposé par le produit d'autant de nombres de la série naturelle, partant de l'unité, que doit contenir le produit inconnu ; puis déterminons celle des racines du quotient qui appartient à l'ordre numérique dont l'exposant surpasse d'une unité le nombre des facteurs cherchés: cette racine est le premier facteur du produit ; les facteurs suivants s'obtiennent en ajoutant chaque fois une nouvelle unité.

Remarque.

On aurait pu démontrer ces divers résultats directement, sans faire usage du triangle arithmétique

NUMERICARUM POTESTATUM GENERALIS RESOLUTIO.

Generalem Numericarum Potestatum Resolutionem inquirenti, hæc mihi venit in mentem observatio : nihil aliud esse quærere *radicem v. g. quadratam dati numeri* quam quærere *duos numeros æquales quorum productus æquetur numero dato*. Sic et quærere *radicem cubicam* nihil aliud esse quam quærere *tres numeros æquales quorum productus sit datus*, et sic de cæteris.

Itaque potestatis cujuslibet resolutio est indagatio totidem numerorum æqualium quot exponens potestatis continet unitates, quorum productus æquetur dato numero. Potestates enim ipsæ nihil aliud sunt quam æqualium numerorum producti.

Sicut enim in præcedenti tractatu egimus de numeris qui producuntur ex multiplicatione numerorum naturali progressione procedentium, sic, et in hoc de potestatibus tractatu, agitur de numeris qui producuntur ex multiplicatione numerorum æqualium.

Visum est itaque quam proximos esse ambos hos tractatus, et nihil esse vicinius producto ex æqualibus quam productum ex continuis solius unitatis incremento differentibus.

Quapropter potestatum resolutionem generalem, seu *productorum ex æqualibus* resolutionem, non mediocriter provectam esse censui, cum eam *pro-*

et des ordres numériques. Mais j'ai préféré me référer à ces théories, parce que ce sont elles qui m'ont éclairé au début de mes recherches. La démonstration directe eût d'ailleurs été plus pénible et plus longue.

RÉSOLUTION GÉNÉRALE DES PUISSANCES NUMÉRIQUES

En réfléchissant sur le problème général de la résolution des puissances numériques, je fis cette remarque : *chercher une racine, par exemple, la racine carrée d'un nombre donné, c'est en réalité chercher deux nombres égaux dont le produit soit égal au nombre donné. De même, chercher une racine cubique, c'est en réalité chercher trois nombres égaux dont le produit ait une valeur donnée.* Et ainsi de suite.

En d'autres termes, la résolution d'une puissance quelconque revient à trouver une pluralité de nombres égaux — autant que l'exposant de la puissance contient d'unités — dont le produit soit égal à un nombre donné : en effet les puissances ne sont pas autre chose que des produits de facteurs égaux.

Tandis que dans le précédent traité nous nous occupions de produits formés par la multiplication d'une suite de nombres naturels consécutifs, il s'agira, — dans ce traité concernant les puissances, — des nombres produits par la multiplication de facteurs égaux.

Il m'a paru qu'entre deux traités ainsi conçus il y avait un rapport étroit, et que rien ne ressemble davantage à un produit de facteurs égaux qu'un *ductorum ex continuis* generalis resolutio præcesserit.

Dato enim numero, cujus radix cujusvis gradus quæritur, verbi gratiâ *quarti*, quæruntur *quatuor* numeri æquales quorum productus æquetur dato; si ergo inveniantur ex præcedente tractatu *quatuor* continui quorum productus æquetur dato, quis non videt inventam esse radicem quæsitam, cum ea sit unus ex his *quatuor* continuis? Minimus enim ex his *quatuor, quater* sumptus et toties multiplicatus, manifestè minor est producto continuorum; maximus verò ex his *quatuor, quater* sumptus ac toties multiplicatus, manifestè major est producto continuorum; radix ergo quæsita unus ex illis est.

Verùm latet adhuc ipsâ in multitudine; reliquum est igitur ut eligatur, et discernatur quis ex continuis satisfaciat quæstioni.

Huic perquisitioni nondum forte satis incubui; crudam tamen meditationem proferam, alias, si digna videatur, diligentius elaborandam.

produit de facteurs consécutifs déduits les uns des autres par l'addition d'unités successives.

C'est pourquoi j'ai pensé que j'avais fait avancer d'un grand pas la résolution générale des puissances numériques (*ou produits de facteurs égaux*), en donnant auparavant la résolution générale des *produits de facteurs consécutifs*.

En effet, lorsque l'on veut trouver une racine d'un nombre donné, par exemple la racine *quatrième,* on cherche *quatre* facteurs égaux dont le produit soit égal au nombre donné ; si donc on est parvenu, d'après le traité précédent, à trouver *quatre* facteurs consécutifs dont le produit soit égal à ce nombre donné, qui ne voit que l'on a trouvé la racine cherchée, laquelle est évidemment l'un des quatre facteurs consécutifs obtenus ? Et en effet, le plus petit de ces *quatre* facteurs, multiplié *quatre* fois par lui-même, est évidemment inférieur au produit des quatre facteurs ; au contraire le plus grand facteur, multiplié *quatre* fois par lui-même, est sûrement supérieur au produit des quatre facteurs : donc la racine cherchée est bien l'un de ces facteurs.

Mais nous ne savons pas encore lequel des facteurs consécutifs est égal à la racine inconnue : il nous reste à choisir et à distinguer celui qui satisfait à la question.

Peut-être n'ai-je pas encore assez médité cette dernière partie de la solution ; je la donnerai néanmoins telle que je l'ai trouvée, quitte à la reprendre une autre fois avec plus de soin, si elle en semble digne.

Postulatum.

Hoc autem prænotum esse postulo : quæ sit radix *quadrata* numeri 2, nempe 1 ; *etenim* 1 *est radix maximi quadrati in* 2 *contenti*. Sic et quæ sit radix *cubica* numeri 6, *scilicet qui ex multiplicatione trium numerorum* 1, 2, 3, *oritur*, nempe 1. Sic et quæ sit radix *quarti* gradus numeri 24, *scilicet qui ex multiplicatione quatuor numerorum* 1, 2, 3, 4, *oritur*, nempe 2, et sic de cæteris gradibus. In unoquoque enim peto nosci radicem, istius gradus, numeri qui producitur ex multiplicatione tot numerorum continuorum ab unitate quot exponens gradus propositi continet unitates. Sic ergo in investigatione radicis, v. g.' *decimi* gradus, postulo notam esse radicem istius *decimi* gradus, numeri 3628800, qui producitur ex multiplicatione *decem* priorum numerorum 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, nempe 5. Et hoc uno verbo dici potest. In unoquoque gradu, postulo notam esse radicem istius gradus minimi producti totidem continuorum quot exponens gradus continet unitates ; minimus enim productus continuorum quotlibet ille est cujus multiplicatores ab unitate sumunt exordium.

Nec sane molesta hæc petitio est ; in unoquoque enim gradu *unius* tantum numeri radicem suppono, in vulgari autem methodo, multo gravius, in unoquoque gradu, *novem* priorum characterum potestates exiguntur.

Postulat.

Je supposerai connues : la racine *carrée* du nombre 2, savoir 1 [1 est en effet la racine du plus grand carré contenu dans 2] ; la racine *cubique,* 1, du nombre 6 *obtenu en faisant le produit des trois facteurs* 1, 2, 3 ; la racine *quatrième,* 2, du nombre 24 obtenu en faisant le produit des quatre *facteurs* 1, 2, 3, 4 ; et ainsi de suite : d'une manière générale j'admettrai (pour chaque degré) qu'on sache quelle est la racine du produit d'autant de facteurs consécutifs à partir de 1 qu'il y a d'unités dans le degré considéré. Ainsi, par exemple, s'il s'agit de chercher une racine *dixième,* je suppose que l'on connaît la racine *dixième,* 5, du nombre 3628800 obtenu en faisant le produit des dix premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. On peut énoncer ce postulat d'un mot en disant que, pour chaque degré, je demande que l'on connaisse la racine du produit minimum formé d'autant de facteurs consécutifs qu'il y a d'unités dans le degré considéré : on sait en effet que le produit minimum d'un nombre donné quelconque de facteurs consécutifs est le produit qui commence par l'unité.

Le postulat que je viens d'énoncer n'est certes pas exagéré : je ne suppose connu, pour chaque degré, que la racine d'un nombre unique, au lieu que la méthode ordinaire, bien plus exigeante, oblige à connaître, pour chaque degré, les puissances des neuf premiers nombres.

Notum sit ergo :

Producti numerorum 1, 2,	nempe 2	rad. quadr. esse 1
Producti numeror. 1, 2, 3,	nempe 6	rad. cub. esse 1
Producti num. 1, 2, 3, 4,	nempe 24	rad. 4 grad. esse 2
Prod. num. 1, 2, 3, 4, 5,	nempe 120	rad. 5 grad. esse 2
Pr. num. 1, 2, 3, 4, 5, 6,	nempe 720	rad. 6 grad. esse 2
Pr. n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,	nempe 5040	rad. 7 grad. esse 3
etc.		

Problema.

Dato quolibet numero, invenire radicem propositæ potestatis maximæ quæ in dato contineatur.

Sit datus numerus, v. g. 4335, et invenienda sit radix gradus, v. g. *quarti*, maximi numeri *quarti* gradus seu *quadrato-quadrati* qui in dato numero contineatur.

Inveniantur, ex præcedente tractatu, *quatuor* numeri continui, quia *quartus* gradus proponitur, quorum productus sit maximus ejus speciei qui in 4335 contineatur, sintque ipsi 6, 7, 8, 9.

Radix quæsita est unus ex his numeris. Ut vero discernatur, sic procedendum est.

Sumatur ex postulato radix *quarti* gradus numeri qui producitur ex multiplicatione *quatuor* priorum numerorum 1, 2, 3, 4, nempe radix *quadrato-quadrata* numeri 24 quæ est 2 ; ipse 2 cum minimo continuorum inventorum 6 unitate minuto, nempe 5, efficiet 7.

Hic 7 est minimus qui radix quæsita esse possit ; omnes enim inferiores sunt necessario minores radice quæsitâ.

Jam triangulus *numeri* 4, qui exponens est propo-

Ainsi, on se rappellera que :

La racine carrée du produit 2 des facteurs 1, 2 est. . . . . . 1.
La racine cubique du produit 6 des facteurs 1, 2, 3. . . . . 1.
La racine quatrième du produit 24 des facteurs 1, 2, 3, 4. . 2.
La racine cinquième du produit 120 des facteurs 1, 2, 3, 4, 5. 2.
La racine sixième du produit 720 des facteurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 2.
La racine septième du produit 5040 des facteurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 3, etc.

Problème.

Étant proposé un nombre quelconque, trouver la racine de la plus grande puissance d'un degré donné que contient ce nombre.

Soit par exemple proposé le nombre 4335 et soit à trouver la racine *quatrième* du plus grand nombre du *quatrième* degré, autrement dit du plus grand nombre *quaro-carré,* que contient ce nombre 4335.

On cherchera, d'après le traité précédent, les *quatre* facteurs consécutifs (*quatre* parce que le degré proposé est égal à 4) dont le produit est le plus grand de son espèce contenu dans 4335 : ces facteurs sont 6, 7, 8, 9.

La racine cherchée se trouve être l'un de ces quatre nombres : pour savoir lequel, on procédera comme il suit :

Considérons (en vertu du postulat) la racine *quatrième* du produit des *quatre* premiers nombres 1, 2, 3, 4, c'est-à-dire la racine *quatrième* du nombre 24, qui est 2 ; ajoutant ce nombre 2 au plus petit, 6, des facteurs consécutifs trouvés plus haut, diminué lui-même d'une unité (ajoutant, par conséquent, 2 à 5) nous obtenons 7.

siti gradus *quarti*, nempe 10, dividatur per ipsum exponentem 4, sitque quotiens 2 (*superfluum divisionis non curo*) : ipse quotiens 2, cum minimo continuorum 6 junctus, efficit 8.

Ipse 8 est maximus qui radix esse possit ; omnes enim superiores sunt necessario majores radice quæsitâ.

Deniq. constituantur *in quarto* gradu ipsi extremi numeri 7, 8, nempe 2401, 4096, necnon et omnes qui inter ipsos interjecti sunt, *quod ad generalem methodum dictum sit, hic enim nulli inter* 7 *et* 8 *interjacent, sed in remotissimis potestatibus quidam, quamvis perpauci, contingent.*

Harum potestatum, illa quæ æqualis erit dato numero, *si ita eveniat,* aut saltem quæ proximè minor erit dato numero, nempe 4096, satisfaciet problemati. Radix enim 8 unde orta est, ea est quæ quæritur.

Sic ergo institui potest et enuntiatio et generalis constructio.

Invenire numerum qui, in gradu proposito constitutus, maximus sit ejus gradus qui in dato numero contineatur.

Inveniantur, ex tract. præced., *tot numeri continui, quot sunt unitates in exponente gradus propositi, quorum productus sit maximus ejus speciei qui in dato numero contineatur. Et, assumpto producto totidem continuorum ab unitate, inveniatur ejus radix gradus propositi;* ex postulato *ipsa radix jungatur cum minimo continuorum inventorum unitate minuto:* hic erit minimus extremus.

Jam triangulus exponentis ordinis per ipsum

Ce nombre 7 est le plus petit nombre qui puisse satisfaire aux conditions du problème ; car tous les nombres inférieurs sont sûrement plus petits que la racine cherchée.

Prenons maintenant le triangle du nombre 4 (exposant du degré 4), qui est 10, et divisons ce nombre par l'exposant 4 ; le quotient est 2 (je ne m'occupe pas du reste) : ce quotient 2, ajouté au plus petit, 6, des facteurs consécutifs trouvés plus haut, donne 8.

Le nombre 8 est le plus grand nombre qui puisse être la racine cherchée, car tous les nombres supérieurs à 8 sont nécessairement plus grands que cette racine.

Élevons enfin à la quatrième puissance les valeurs minima et maxima trouvées, 7 et 8 (ce qui donne 2 401 et 4 096) ainsi que les nombres compris entre ces valeurs [ceci soit dit en vue du cas général : dans l'exemple ici traité, il n'y a pas de nombres compris entre les limites 7, 8 ; mais il pourra s'en rencontrer — fort peu il est vrai — dans l'extraction des racines de degrés élevés].

Parmi les puissances ainsi trouvées, celle (s'il en est une) qui est égale au nombre proposé, ou du moins celle qui est immédiatement inférieure, ici 4 096, satisfait à l'énoncé du problème. La racine 8 qui a conduit à cette puissance est alors la racine cherchée.

Nous pouvons dès lors tormuler en ces termes l'énoncé et la solution générale du problème :

exponentem divisus quemlibet præbeat quotientem, qui cum minimo continuorum inventorum jungatur: hic erit maximus extremus.

Ambo hi extremi ac numeri inter eos interpositi in gradu proposito constituantur.

Harum potestatum, ea quæ dato numero erit aut æqualis aut proximè minor, satisfacit problemati. Radix enim unde orta est, radix quæsita est.

Horum demonstrationem, paratam quidem, sed prolixam etsi facilem, ac magis tædiosam quam utilem supprimimus, ad illa quæ plus afferunt fructus quam laboris vergentes.

Trouver le nombre qui, élevé à une puissance de degré donné, soit le plus grand nombre de ce degré contenu dans un nombre proposé.

On cherchera, d'après le traité précédent, le produit de facteurs consécutifs en nombre égal au degré proposé qui est le plus grand produit de son espèce contenu dans le nombre donné. Puis, prenant à partir de l'unité un même nombre de facteurs consécutifs, on déterminera (d'après le postulat) la racine de leur produit; on ajoutera cette racine au plus petit des facteurs consécutifs trouvés, diminué d'une unité: on obtiendra ainsi une **limite inférieure de la racine cherchée.**

D'autre part, on prendra le nombre triangulaire qui a pour exposant d'ordre le degré proposé; on le divisera par ledit degré et l'on ajoutera le quotient au plus petit des nombres consécutifs trouvés: le nombre obtenu sera une **limite supérieure de la racine cherchée.**

Élevons maintenant au degré proposé les deux limites et les nombres qu'elles comprennent.

Celle des puissances obtenues qui sera ou égale ou immédiatement inférieure au nombre proposé satisfera à la question: la racine qui lui donne naissance est la racine cherchée.

Je supprime la démonstration de cette règle, que j'ai toute prête, mais qui est longue, quoique aisée, et plus ennuyeuse qu'utile : laissons-la donc, et tournons-nous vers un sujet qui promet de rapporter plus de fruits qu'il n'exigera d'efforts.

COMBINATIONES[1]

Definitiones.

Combinationis nomen diversè a diversis usurpatur ; dicam itaque quo sensu intelligam.

Si exponatur multitudo quævis rerum quarumlibet, ex quibus liceat aliquam multitudinem assumere, v. g., si ex *quatuor* rebus per litteras A, B, C, D expressis, liceat *duas* quasvis ad libitum assumere, singuli modi quibus possunt eligi *duæ* differentes ex his *quatuor* oblatis vocantur hîc *combinationes*.

Experimento igitur patebit, *duas* posse assumi, inter *quatuor, sex* modis ; potest enim assumi A et B, vel A et C, vel A et D, vel B et C, vel B et D, vel C et D.

Non constituo A et A inter modos eligendi duas, non enim essent differentes ; nec constituo A et B et deinde B et A tanquam differentes modos, ordine enim solummodo differunt ; *ad ordinem autem non attendo :* ita ut uno verbo dixisse potuerim[2] combinationes hîc considerari quæ non mutato ordine procedunt.

Similiter experimento patebit, *tria,* inter *quatuor,*

---

1. Le commencement de ce traité est la traduction textuelle de l'*Usage du triangle arithmétique pour les Combinaisons* reproduit plus haut, p. 469 sqq. Nous nous dispensons donc de le retraduire.

2. Le texte imprimé porte : *poteram.*

quatuor modis assumi posse, nempe ABC, ABD, ACD, BCD.

Sic et *quatuor* in *quatuor unico* modo assumi posse, nempe ABCD.

His igitur verbis utar :

1 in 4 combinatur 4 modis seu combinationibus.
2 in 4 combinatur 6 modis seu combinationibus.
3 in 4 combinatur 4 modis seu combinationibus.
3 in 4 combinatur 1 modo seu combinatione.

Summa autem omnium combinationum quæ fieri possunt in 4 est 15 ; summa enim combinationum 1 in 4, et 2 in 4 et 3 in 4, et 4 in 4, est 15[1].

Lemma 1.

Numerus quilibet non combinatur in minore.

V. g., 4 non combinatur in 2.

Lemma 2.

1 in 1 combinatur 1 combinatione.
2 in 2 combinatur 1 combinatione.
3 in 3 combinatur 1 combinatione.

Et sic generaliter omnis numerus semel tantum in æquali combinatur.

---

1. Frenicle, dans son *Abrégé des Combinaisons* (voir supra p. 443) distingue les combinaisons d'ordre (permutations), les combinaisons de changement et les combinaisons générales (à la fois d'ordre et de changement). Pascal, comme on a coutume de le faire aujourd'hui, réserve le nom de combinaisons aux combinaisons de changement.

Lemma 3.

1 in 1 combinatur 1 combinatione.
1 in 2 combinatur 2 combinationibus.
1 in 3 combinatur 3 combinationibus.

Et generaliter unitas in quovis numero toties combinatur quoties ipse continet unitatem.

Lemma 4.

Si sint quatuor numeri, primus ad libitum, secundus unitate major quam primus, tertius ad libitum, modo non sit minor secundo, quartus unitate major quam tertius : multitudo combinationum primi in tertio, plus multitudine combinationum secundi in tertio, æquatur multitudini combinationum secundi in quarto.

Sint quatuor numeri ut dictum est:

Primus ad libitum, verbi gratiâ. 1
Secundus unitate major, nempe. 2
Tertius ad libitum, modo non sit minor quam secundus. 3
Quartus unitate major quam tertius, nempe. . 4

Dico multitudinem, combinationum 1 in 3, plus multitudine combinationum 2 in 3, æquari multitudini combinationum 2 in 4. *Quod ut paradigmate fiat evidentius :*

Assumantur *tres* characteres, nempe B, C, D; jam vero assumantur iidem *tres* characteres et *unus* præterea, A, B, C, D; deinde assumantur combinationes *unius* litteræ in *tribus,* B, C, D, nempe B, C D ; assumantur quoque omnes combinationes *duarum* litterarum in *tribus* B, C, D, nempe BC, BD, CD ; denique assumantur omnes combinationes *duarum* litterarum in *quatuor* A, B, C, D, nempe AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Dico itaque, tot esse combinationes *duarum* litterarum in *quatuor* A, B, C, D, quot sunt *duarum* in *tribus* B, C, D, et insuper quot *unius* in *tribus* B C, D.

Hoc manifestum est ex generatione combinationum ; combinationes enim *duarum* in *quatuor* formantur, partim ex combinationibus *duarum* in *tribus,* partim ex combinationibus *unius* in *tribus;* quod ita evidens fiet :

Ex combinationibus *duarum* in *quatuor,* nempe AB, AC, AD, BC, BD, CD, quædam sunt in quibus ipsa littera A usurpatur, ut istæ AB, AC, AD quædam quæ ipsâ A carent, ut istæ BC, BD, CD.

Porro, combinationes illæ BC, BD, CD, *duarum* in *quatuor* A, B, C, D, quæ ipso A carent, constant ex residuis *tribus* B, C, D ; sunt ergo combinationes *duarum* in *tribus* B, C, D ; igitur combinationes *duarum* in *tribus* B, C, D, sunt quoque combinationes *duarum* in *quatuor* A, B, C, D, nempe illæ quæ carent ipso A.

Illæ verò combinationes AB, AC, AD, *duarum* in *quatuor* A, B, C, D, in quibus A usurpatur, si ipso A spolientur, relinquent residuas litteras B, C, D, quæ sunt ex *tribus* litteris B, C, D, suntque combinationes *unius* litteræ in *tribus* B, C, D ; igitur combinationes *unius* litteræ in *tribus* B, C, D, nempe B, C, D, ascito A, efficiunt AB, AC, AD, quæ constituunt combinationes *duarum* litterarum in *quatuor* A, B, C, D, in quibus A usurpatur.

Igitur combinationes *duarum* litterarum in *quatuor* A, B, C, D, formantur partim ex combinationibus *unius* in *tribus* B, C, D, partim ex combinationibus *duarum* in *tribus* B, C, D. Quare multitudo primarum æquatur multitudini reliquarum. Q. E. D.

Eodem prorsus modo in reliquis ostendetur exemplis, verbi gratiâ :

Tot esse combin. numeri. . . .	29 in 40
quot sunt comb. numeri. . . .	29 in 39
et insuper quot sunt comb. numeri.	28 in 39

Quatuor enim numeri 28, 29, 39, 40, conditionem requisitam habent.

Sic tot sunt comb. numeri . . .	16 in 56
quot sunt comb. numeri. . . .	16 in 55
ac insuper quot sunt comb. numeri.	15 in 55

etc.

Lemma 5.

In omni triangulo Arith. summa cellularum seriei cujuslibet æquatur multitudini combinationum exponentis seriei in exponente trianguli.

Sit triangulus quilibet, v. g. *quartus* GDλ : dico summam cellularum seriei cujusvis, v. g. *secundæ* $\varphi + \psi + \theta$, æquari multitudini combinationum numeri 2, *exponentis secundæ seriei,* in numero 4, *exponente quarti trianguli.*

Sic Dico summam cellularum seriei, v. g. *quintæ*, trianguli, v. g. *octavi*, æquari multitudini combinationum numeri 5 in numero 8, etc.

Quamvis infiniti sint hujus propositionis casus, sunt enim infiniti trianguli, breviter tamen demonstrabo, positis duobus assumptis.

Primo, quod ex se patet, *in primo triangulo eam proportionem contingere* : summa enim cellularum unicæ suæ seriei, nempe numerus primæ cellulæ G, id est unitas, æquatur multitudini combinationum exponentis seriei in exponente trianguli ; hi enim exponentes sunt unitates ; unitas verò in unitate unico modo ex *lemm. 2 hujus* combinatur.

Secundo : *si ea proportio in aliquo triangulo contingat, id est si summa cellularum uniuscujuscumque seriei trianguli cujusdam æquetur multitudini combinationum exponentis seriei in exponente trianguli, dico et eamdem proportionem in triangulo proximè sequenti contingere.*

His assumptis, facilè ostendetur in singulis triangulis eam proportionem contingere ; contingit enim in primo, *ex primo assumpto ;* immò et manifesta quoque ipsa est in secundo triangulo ; ergo *ex secundo assumpto* et in sequenti triangulo contingit, quare et in sequenti et in infinitum.

Totum ergo negotium in secundi assumpti demonstratione consistit, quod ita expedietur.

Sit triangulus quilibet, v. g. *tertius,* in quo supponitur hæc proportio, id est : summam cellularum seriei *primæ* $G + \sigma + \pi$ æquari multitudini combinationum numeri I, *exponentis seriei,* in numero 3, *exponente trianguli,* summam verò cellularum *secundæ seriei* $\varphi+\psi$ æquari multitudini combinationum numeri 2, *exponentis seriei,* in numero 3, *exponente trianguli,* summam verò cellularum *tertiæ seriei,* nempe cellulam A, æquari combinationibus numeri 3, *exponentis seriei,* in 3, *exponente trianguli :* Dico et eamdem proportionem contingere et in sequenti triangulo *quarto,* id est : summam cellularum, v. g. *secundæ seriei,* $\varphi+\psi+\theta$, æquari multitudini combinationum numeri 2, *exponentis seriei,* in numero 4, *exponente trianguli.*

Etenim $\varphi+\psi$ æquatur multitudini combinationum numeri 2 in 3 *ex hypoth.* ; cellula vero θ æquatur, *ex generatione trianguli arith.*, cellulis $G+\sigma+\pi$; hæ vero cellulæ æquantur *ex hypoth.* multitudini combinationum numeri I in 3. Ergo cellulæ $\varphi+\psi+\theta$ æquantur multitudini combinationum numeri 2 in 3, plus multitudini combinationum numeri I in 3 ; hæ autem multitudines æquantur, *ex quarto lemmate hujus,* multitudini combinationum numeri 2 in 4. Ergo summa cellularum $\varphi+\psi+\theta$ æquatur multitudini combinationum numeri 2 in 4 Q. E. D.

Idem Lemma 5, Problematicè enuntiatum.

Datis duobus numeris inæqualibus, invenire in triangul. arith. quot modis minor in majore combinetur.

Propositi sint duo numeri, v. g., 4 et 6 : oportet reperire in triangulo arith. quot modis 4 combinetur in 6.

Prima methodus.

Summa cellularum *quartæ* seriei *sexti* trianguli satisfacit, *ex præced., nempe cellulæ* D + E + F.

Hoc est numeri 1 + 4 + 10, seu 15. Ergo 4 in 6 combinatur 15 modis.

Secunda methodus.

Cellula *quinta* basis *septimæ* K satisfacit ; *illi numeri* 5, 7, *sunt proximè majores his* 4, 6.

Etenim illa cellula, nempe K, seu 15, æquatur summæ cellularum *quartæ* seriei *sexti* trianguli D + E + F, ex generatione.

Monitum.

In basi *septimâ* sunt septem cellulæ, nempe V, Q, K, ρ, ξ, N, ζ, ex quibus *quinta* assumenda est ; potest autem ipsa duplici modo assumi ; sunt enim duæ basis extremitates V ζ : si ergo ab extremo V inchoaveris, erit V prima, Q secunda, K tertia, ρ quarta, ξ quinta quæsita. Si vero à ζ incipias, erit ζ prima, N secunda, ξ tertia, ρ quarta, K quinta quæsita : sunt igitur duæ quæ possunt dici *quintæ ;* sed quoniam ipsæ sunt æquè ab extremis remotæ, ideoque reciprocæ, sunt ipsæ eædem ; quare indifferenter assumi alterutra potest, et ab alterutrâ basis extremitate inchoari.

Monitum.

Jam satis patet quam bene conveniant combinationes et triangulus arithmeticus, et, ideò, proportiones inter series aut inter cellulas trianguli observatas ad combinationum rationes protendi, ut in sequentibus videre est.

Prop. 1.

Duo quilibet numeri æquè combinantur in eo quod amborum aggregatum est.

Sint duo numeri quilibet 2, 4, quorum aggregatum 6 : dico numerum 2 toties combinari in 6, quoties ipse 4 in eodem 6 combinatur, *nempe singulos modis 15*[1].

Hoc nihil aliud est quam consect.[1] *4 triang. arith. et potest hoc uno verbo demonstrari* : cellulæ enim reciprocæ sunt eædem. *Si vero ampliori demonstratione egere videatur, hæc satisfaciet.*

Multitudo combinationum numeri 2 in 6 æquatur, ex 5 *lemm.*, seriei *secundæ* trianguli *sexti,* nempe cellulis $\varphi + \psi + \theta + R + S$, seu cellulæ ξ ; sic multitudo quoque combinationum numeri 4 in 6 æquatur, ex eodem, seriei *quartæ* trianguli *sexti,* nempe cellulis $D + E + F$, seu cellulæ K ; ipsa verò K, est reci-

1. C'est à la *cinquième* conséquence du *Triangle Arithmétique* que Pascal devrait renvoyer ; de même, plus bas, il faut lire 18 au lieu de 17, 11 au lieu de 10, etc. Pascal commet sans doute une inadvertance. Il serait possible aussi qu'il eût remanié le traité du *Triangle* après avoir écrit ses traités latins, lesquels sont sans doute antérieurs (*vide supra*, p. 436).

DES COMBINAISONS

. . . .

Prop. 1.

Deux nombres quelconques se combinent le même nombre de fois dans un troisième nombre égal à leur somme.

Soient les deux nombres 2 et 4, dont la somme est 6 ; je dis que le nombre des combinaisons de 2 dans 6 est égal au nombre des combinaisons de 4 dans 6.

Cette proposition n'est autre que la conséquence[1] 5 du Traité du triangle arithmétique, et on peut la démontrer d'un mot en disant que chaque cellule est égale à sa réciproque. Voici d'ailleurs, pour qui la juge nécessaire, une démonstration plus développée.

Le nombre des combinaisons de 2 dans 6 est égal, d'après le lemme 5, à la somme des cellules de la *seconde* série du *sixième* triangle, savoir $\varphi + \psi + \theta + R + S$, ou à la cellule ξ ; pour la même raison le nombre des combinaisons de 4 dans 6 est égal à la somme des cellules de la *quatrième* série du *sixième* triangle, savoir $D + E + F$, ou à la cellule K. Mais les cellules K et ζ sont réciproques, et par suite égales ; donc enfin le nombre des combi-

1. Nous corrigeons, dans la traduction, les chiffres erronés donnés par le texte latin (*Voir la note ci-contre*).

proca ipsius ξ, ideoque ipsi æqualis ; quare et multitudo combinationum numeri 2 in 6 æquatur multitudini combinationum numeri 4 in 6. Q. E. D.

Coroll.

Ergo omnis numerus toties combinatur in proximè majori quot sunt unitates in ipso majori.

Verbi gratiâ, numerus 6 in 7 combinatur *septies*, et 4 in 5 *quinquies*, etc. Ambo enim numeri 1, 6, æquè combinantur in aggregato eorum 7, ex *prop. hac* 1 ; sed 1 in 7 combinatur septies, ex *lemm.* 3. Igitur 6 in 7 combinatur quoque septies.

Prop. 2.

Si duo numeri combinentur in numero quod amborum aggregatum est unitate minuto, multitudines combinationum erunt, inter se, ut ipsi numeri reciprocè.

Hoc nihil aliud est quam consect.[1] 17 *trianguli arithmetici.*

Sint duo quilibet numeri 3, 5, quorum summa 8, unitate minuta, est 7 : dico multitudinem combinationum numeri 3 in 7 esse ad multitudinem combinationum numeri 5 in 7 ut 5 ad 3.

Multitudo enim combinationum numeri 3 in 7 æquatur, ex 5 *lemm.*, *tertiæ* seriei *septimi* trianguli arith., nempe $A+B+C+\omega+\xi$, seu 35 ; multitudo autem combinationum numeri 5 in 7 æquatur,

1. Lire : *consect.* 18.

naisons de 2 dans 6 est égal au nombre des combinaisons de 4 dans 6.

Coroll.

Tout nombre se combine dans le nombre immédiatement supérieur, autant de fois qu'il y a d'unités dans ce dernier.

Par exemple 6 se combine *sept* fois dans 7, et 4 se combine *cinq* fois dans 5. Car, d'après la première proposition, les deux nombres 6 et 1 se combinent le même nombre de fois dans 7 ; mais 1 se combine sept fois dans 7, d'après le lemme 3, donc 6 et 7 se combinent aussi sept fois.

Prop. 2.

Si l'on combine deux nombres donnés dans un nombre égal à leur somme diminuée d'une unité, les multitudes de combinaisons obtenues sont dans un rapport égal à l'inverse du rapport des nombres eux-mêmes.

Cette proposition n'est autre que la conséquence 18 du Traité du triangle arithmétique.

Soient les nombres 3 et 5, dont la somme, diminuée d'une unité est égale à 7. Je dis que la multitude des combinaisons de 3 dans 7 est à la multitude des combinaisons de 5 dans 7, comme 5 est à 3.

En effet, la multitude des combinaisons de 3 dans 7 est égale, d'après le lemme 5, à la somme des cellules de la *troisième* série du *septième* triangle arithmétique, savoir $A + B + C + \omega + \xi$, ou 35. De *ex eodem, quintæ* seriei ejusdem *septimi* trianguli, nempe $H+M+K$, seu 21 ; in triangulo autem *septimo,* series *quinta* et *tertia* sunt inter se ut 3 ad 5, *ex consect.* 17 *triang. arith.* ; aggregatum enim exponentium serierum 5, 3, nempe 8, æquatur exponenti trianguli 7 unitate aucto.

Prop. 3.

Si numerus combinetur primo in numero qui sui *duplus* est, deinde in ipsomet numero *duplo* unitate minuto, prima combinationum multitudo secundæ dupla erit.

Hoc nihil aliud est quam consect[1] 10 *triang. arith.*

Sit numerus quilibet 3, cujus duplus 6, qui unitate minutus, est 5 : dico multitudinem combinationum numeri 3 in 6 duplam esse multitudinis combinationum numeri 3 in 5.

Possem uno verbo dicere ; omnis enim cellula dividentis dupla est præcedentis corradicalis : *sic autem demonstro.*

Multitudo enim combinationum numeri 3 in 6 æquatur, *ex* 5 *lemm.,* cellulæ 4 basis 7, nempe ρ, *seu* 20 ; quæ quidem ρ medium basis occupat locum, *quod inde procedit quod* 3 *sit dimidium* 6, *unde fit ut* 4, *proximè major quam* 3, *medium occupet locum in numero* 7 *proximè majori quam* 6. Igitur ipsa cellula *quarta* ρ est in dividente ; quare dupla est cel-

1. Lire : *consect.* 11.

même la multitude des combinaisons de 5 dans 7 est égale à la somme des cellules de la *cinquième* série du *septième* triangle, savoir H + M + K, ou 21. Mais dans ce *septième* triangle, les sommes des nombres de la *cinquième* et de la *troisième* série sont entre elles comme 3 est à 5, d'après la conséquence 18 du *Traité du triangle arithmétique*; car la somme des exposants 3 et 5, savoir 8, est égale à l'exposant 7 du triangle augmenté d'une unité. Donc, etc.

Prop. 3.

Si l'on combine un nombre donné, d'abord dans son double, ensuite dans ce double diminué d'une unité, la première multitude de combinaisons obtenue sera double de la seconde.

Cette proposition n'est autre que la conséquence 11 du triangle arithmétique.

Soit le nombre 3, dont le double est 6, lequel double diminué d'une unité donne 5. Je dis que la multitude des combinaisons de 3 dans 6 est égale à deux fois la multitude des combinaisons de 3 dans 5.

Je pourrais dire d'un mot que *chaque cellule de la dividente est double de la précédente cellule coradicale*. Mais voici comment je le démontre.

D'après le lemme 5, la multitude des combinaisons de 3 dans 6 est égale à la quatrième cellule de la septième base, savoir ρ ou 20 ; or ρ se trouve au milieu de la base, car 3 est la moitié de 6, d'où résulte que 4, nombre immédiatement supérieur à 3, se trouve au milieu du nombre 7 immédiatement sululæ F, seu ω, *ex* 10 *consect. triang. arith.* quæ quidem ω est quoque *quarta* cellula basis *sextæ,* ideòque *ex lemm.* 5, ipsa ω seu F æquatur multitudini combinationum numeri 3 in 5 ; ergò multitudo combinationum 3 in 6 dupla est multitudinis combinationum 3 in 5. Q. E. D.

Prop. 4.

Si sint duo numeri proximi, et alius quilibet in utroque combinetur, multitudo combinationum quæ fiunt in majore erit ad alteram multitudinem ut major numerus ad ipsummet majorem dempto eo qui combinatus est.

Sint duo numeri unitate differentes 5, 6, et alius quilibet 2 combinetur in 5, et deinde in 6 : dico multitudinem combinationum ipsius 2 in 6 esse ad multitudinem combinationum ipsius 2 in 5 ut 6 ad $6 - 2$.

Hoc ex 13 *consect.*[1] *trianguli arithmetici est manifestum et sic ostendetur.*

Multitudo enim combinationum ipsius 2 in 6 æquatur summæ cellularum seriei 2 trianguli 6, nempe $\varphi + \psi + \theta + R + S$, ex *lemm.* 5, hoc est cellulæ ξ, seu 15. Sed, ex eodem, multitudo combinationum ejusdem 2 in 5 æquatur summæ cellularum seriei 2 trianguli 5, nempe $\varphi + \psi + \theta + R$, seu cellulæ ω, seu 10 : est autem cellula ξ ad ω ut

1. Lire : *consect.* 14.

périeur à 6. Ainsi la *quatrième* cellule ρ fait partie de la dividente, et, d'après la conséquence 11 du triangle arithmétique, elle est double de la cellule F ou ω, laquelle ω est la *quatrième* cellule de la *sixième* base ; dès lors, d'après le lemme 5, ω ou F est égal à la multitude des combinaisons de 3 dans 5 ; donc la multitude des combinaisons de 3 dans 6 est double de la multitude des combinaisons de 3 dans 5.

Prop. 4.

Étant donnés deux nombres consécutifs dans lesquels on combine un troisième nombre quelconque, la multitude des combinaisons obtenues dans le plus grand des nombres donnés sera à la multitude des combinaisons obtenues dans le plus petit comme le plus grand nombre est à son excès sur le nombre qui est combiné.

Soient deux nombres consécutifs 5, 6 ; nous combinons un autre nombre quelconque 2, d'abord dans 5, puis dans 6 : je dis que la multitude des combinaisons de 2 dans 6 est à la multitude des combinaisons de 2 dans 5 comme 6 est à **6-2.**

C'est là un fait qui résulte immédiatement de la conséquence 14 du triangle arithmétique, et que l'on établira comme il suit :

La multitude des combinaisons de 2 dans 6 est égale d'après le lemme 5, à la somme des cellules de la seconde série du triangle 6, soit à $\varphi + \psi + \theta + R + S$, par suite à la cellule ξ ou 15. Mais, d'après le même lemme, la multitude des combinaisons de 2

6 ad 4, hoc est ut 6 ad 6 — 2, ex 13, consect. triang. arith.

Prop. 5.

Si duo numeri proximi in alio quolibet combinentur, erit multitudo combinationum minoris ad alteram ut major numerus combinatus ad numerum in quo ambo combinati sunt, dempto minore numero combinato.

Sint duo quilibet numeri proximi 3, 4, et alius quilibet 6 : dico multitudinem combinationum *minoris* 3 in 6 esse ad multitudinem combinationum *majoris* 4 in 6 ut 4 ad 6 — 3.

Hoc cum 11 *consect.*[1] *tr. arith. convenit et sic ostendetur.*

Multitudo enim combinationum numeri 3 in 6 æquatur, ex lemm. 5, summæ cellularum seriei 3 trianguli 6, nempe $A+B+C+\omega$ seu cellulæ ρ, seu 20. Multitudo vero combinationum numeri 4 in 6 æquatur, ex eodem, summæ cellularum seriei 4 trianguli 6, nempe $D+E+F$, seu cellulæ K, seu 15; est autem ρ ad K ut 4 ad 3, seu ut 4 ad 6 — 3, ex consect. 11 tr. arith.

1. Lire : *consect.* 12.

dans 5 est égale à la somme des cellules de la seconde série du triangle 5, soit à $\varphi + \psi + \theta + R$, par suite à la cellule ω ou 10. Or, d'après la conséquence 14 du triangle arithmétique, la cellule ξ est à ω comme 6 est à 4, c'est-à-dire comme 6 est à **6-2.**

Prop. 5.

Si l'on combine deux nombres consécutifs dans un troisième nombre quelconque, la multitude des combinaisons du plus petit nombre sera à la multitude des combinaisons du plus grand comme le plus grand est à l'excès sur le plus petit du nombre dans lequel on combine.

Soit deux nombres consécutifs quelconques 3, 4, et un autre nombre quelconque 6 : je dis que la multitude des combinaisons du *plus petit* nombre 3 dans 6 est à la multitude des combinaisons du *plus grand* nombre 4 dans 6 comme 4 est à 6-3.

C'est là un fait qui découle de la conséquence 12 du triangle arithmétique et que l'on établira comme il suit :

La multitude des combinaisons de 3 dans 6 est égale, d'après le lemme 5, à la somme des cellules de la 3^e^ série du triangle 6, soit à $A + B + C + \omega$, par suite à la cellule ρ ou 20. Mais, d'autre part, la multitude des combinaisons de 4 dans 6 est égale, d'après le même lemme, à la somme des cellules de la quatrième série du triangle 6, soit à $D + E + F$, par suite à la cellule A ou 15. Or, d'après la consé-

Prop. 6.

Si sint duo numeri quilibet quorum minor in majore combinetur, sint autem et alii duo his proximè majores quorum minor in majore quoque combinetur : erunt multitudines combinationum inter se ut hi ambo ultimi numeri.

Sint duo quilibet numeri 2, 4, alii vero his proximè majores 3, 5: dico multitudinem combinationum numeri 2 in 4 esse ad multitudinem combinationum numeri 3 in 5 ut 3 ad 5.

Consect.[1] 12 *triang. arith. hanc continet et sic demonstratur.*

Multitudo enim combinationum ipsius 2 in 4 æquatur, ex lemm. 5, summæ cellularum seriei 2 trianguli 4, nempe $\varphi + \psi + \theta$, seu cellulæ C, seu 6. Multitudo verò combinationum numeri 3 in 5 æquatur, ex eodem, summæ cellularum seriei 3 trianguli 5, nempe $A + B + C$, seu cellulæ F, seu 10 : est autem C ad F ut 3 ad 5, ex 12 consect. triang. arith.

Lemma 6.

Summa omnium cellularum basis triang. cujuslibet arithmetici unitate minuta æquatur summæ omnium combinationum quæ fieri possunt in

1. Lire : *consect.* 13.

quence 12 du triangle arithmétique, ρ est à K comme 4 est à 3, c'est-à-dire comme 4 est à 6-3.

Prop. 6.

Deux nombres quelconques étant donnés, combinons le plus petit dans le plus grand ; prenant ensuite les nombres qui suivent respectivement les deux nombres donnés, combinons encore le plus petit dans le plus grand : les multitudes de combinaisons obtenues seront entre elles comme les deux derniers nombres considérés.

Considérons deux nombres quelconques 2, 4, et les deux nombres immédiatement supérieurs 3, 5 : je dis que la multitude des combinaisons de 2 dans 4 est à la multitude des combinaisons de 3 dans 5 comme 3 est à 5.

C'est là un corollaire de la conséquence 13 du triangle arithmétique qui se démontre comme il suit :

La multitude des combinaisons de 2 dans 4 égale, d'après le lemme 5, à la somme des cellules de la seconde série du triangle 4, soit $\varphi + \psi + \theta$, par suite de la cellule C ou 6. Mais, d'autre part, la multitude des combinaisons de 3 dans 5 est égale, d'après le même lemme, à la somme des cellules de la troisième série du triangle 5, soit à $A + B + C$, par suite à la cellule F ou 10. Or, d'après la conséquence 14 du triangle arithmétique, C est à F comme 3 est à 5.

Lemme 6.

La somme de toutes les cellules de la base d'un

numero qui proximè minor est quam exponens basis.

Sit triangulus quilibet arithmeticus, v. g., *quintus* GHμ; dico summam cellularum suæ basis H + E + C + R + μ, minus unitate *seu minus una ex extremis* H *vel* μ, æquari summæ omnium combinationum quæ fieri possunt in numero 4, qui proximè minor est quam exponens basis 5. Id est : dico summam cellularum R + C + E + H (*supprimo enim extremam* μ) id est 4 + 6 + 4 + 1, seu 15, æquari multitudini combinationum numeri 1 in 4, nempe 4 ; plus multitudine combinationum numeri 2 in 4, nempe 6 ; plus multitudine combinationum numeri 3 in 4, nempe 4 ; plus multitudine combinationum numeri 4 in 4, nempe 1. *Quæ quidem sunt omnes combinationes quæ fieri possunt in* 4 ; *superiores enim numeri,* 5, 6, 7, *etc., non combinantur in numero* 4 : *major enim numerus in minore non combinatur.*

Multitudo enim combinationum numeri 1 in 4 æquatur, ex 5 lemm., cellulæ 2 basis 5, nempe R, seu 4. Multitudo verò combinationum numeri 2 in 4 æquatur cellulæ 3 basis 5, nempe C, seu 6. Multitudo quoque combinationum numeri 3 in 4 æquatur cellulæ 4 basis 5, nempe E, seu 4. Multitudo denique combinationum numeri 4 in 4 æquatur cellulæ 5 basis 5, nempe H, seu 1. Igitur summa cellularum basis *quintæ,* demptâ extremâ seu unitate, æquatur summæ omnium combinationum quæ possunt fieri in 4.

triangle arithmétique quelconque, diminuée d'une unité, est égale à la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans le nombre immédiatement inférieur à l'exposant de la base.

Soit donné un triangle arithmétique quelconque, par exemple le *cinquième* G H μ : je dis que la somme des cellules de la base, $H + E + C + R + \mu$, diminuée d'une unité ou (ce qui revient au même) diminuée de l'une des cellules extrêmes H ou μ, est égale à la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans le nombre 4, nombre immédiatement inférieur à l'exposant de la base 5. En d'autres termes, je dis que la somme des cellules $R + C + E + H$ (*la cellule extrême* μ *étant supprimée*), c'est-à-dire la somme $4 + 6 + 4 + 1$ ou 15, égale : la multitude des combinaisons de 1 dans 4, soit 4 ; plus la multitude des combinaisons de 2 dans 4, soit 6 ; plus la multitude des combinaisons de 3 dans 4, soit 4 ; plus la multitude des combinaisons de 4 dans 4, soit 1 [*ce sont bien là toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 4, car les nombres supérieurs, 5, 6, 7, etc., ne se combinent pas dans 4, puisqu'on ne saurait combiner un nombre dans un nombre plus petit*].

En effet la multitude des combinaisons de 1 dans 4 est égale, d'après le lemme 5, à la deuxième cellule de la cinquième base, c'est-à-dire à R ou à 4. Mais, d'autre part, la multitude des combinaisons de 2 dans 4 est égale à la troisième cellule de la cinquième base, c'est-à-dire à C ou à 6. Pareillement la multitude des combinaisons de 3 dans 4 est égale à

Prop. 7.

Summa omnium combinationum quæ fieri possunt in numero quolibet, unitate aucta, est numerus progressionis duplæ quæ ab unitate sumit exordium, quippe ille cujus exponens est numerus proximè major quam datus.

Sit numerus quilibet, v. g., 4 : dico summam omnium combinationum quæ fieri possunt in 4, nempe 15, unitate auctam, nempe 16, esse numerum *quintum* (nempe proximè majorem quam *quartum*) progressionis duplæ quæ ab unitate sumit exordium.

Hoc nihil aliud est quam 7. consect.[1] *triang. arith. et sic uno verbo demonstrari posset* : omnis enim basis est numerus progressionis duplæ ; *sic tamen demonstro.*

Summa enim combinationum omnium quæ fieri possunt in 4, unitate aucta, æquatur, ex lemm. 6., summæ cellularum basis *quintæ* ; ipsa verò basis est *quintus* numerus progressionis duplæ quæ ab unitate sumit exordium, ex 7. consect. trianguli arithmetici.

---

1. Lire : *consect.* 8.

la quatrième cellule de la cinquième base, c'est-à-dire à E ou à 4. Enfin la multitude des combinaisons de 4 dans 4 est égale à la cinquième cellule de la cinquième base, c'est-à-dire à II ou à 1. Donc la somme des cellules de la cinquième base, lorsqu'on y supprime une cellule extrême ou l'unité, égale la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 4.

Prop. 7.

La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans un nombre, augmentée d'une unité, se trouve égale à celui des termes de la progression double commençant par 1 dont l'exposant est immédiatement supérieur au nombre proposé.

Soit donné un nombre quelconque, par exemple 4 : je dis que la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 4, savoir 15, étant augmentée d'une unité, ce qui donne 16, est le *cinquième* terme (terme qui suit immédiatement le *quatrième*) de la progression double qui commence par l'unité.

Cette proposition n'est autre que la conséquence 8 du triangle arithmétique, et on pourrait la démontrer d'un mot en disant que toute base est un nombre de la progression double ; *mais je l'établirai comme il suit :*

La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 4, augmentée d'une unité, égale, d'après le lemme 6, la somme des cellules de la *cinquième* base ; or cette base est, d'après la conséquence 8 du triangle arithmétique, le *cinquième* nombre de la progression double qui commence par l'unité.

Prop. 8.

Summa omnium combinationum quæ fieri possunt in numero quolibet, unitate aucta, dupla est summæ omnium combinationum quæ fieri possunt in numero proximè minore, unitate auctæ.

Hoc convenit cum 6 *consect.*[1] *triang. arith., nempe* omnis basis dupla est præcedentis; *sic autem ostendemus.*

Sint duo numeri proximi 4, 5: dico summam combinationum quæ fieri possunt in 5, nempe 31, unitate auctam, nempe 32, esse duplam summæ combinationum quæ fieri possunt in 4, nempe 15, unitate auctæ, nempe 16.

Summa enim combinationum quæ fieri possunt in 5, unitate aucta, æquatur, ex præcedente, *sexto* numero progressionis duplæ. Summa verò combinationum quæ fieri possunt in 4, unitate aucta, æquatur, ex eâdem, *quinto* numero progressionis duplæ. *Sextus* autem numerus progressionis duplæ duplus est proximè præcedentis, nempe *quinti*.

Prop. 9.

Summa omnium combinationum quæ fieri possunt in quovis numero, unitate minuta, dupla est summæ combinationum quæ fieri possunt in numero proximè minori.

---

1. Lire : *consect.* 7.

Prop. 8.

La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans un nombre, augmentée d'une unité, donne le double de la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans le nombre immédiatement inférieur, augmentée elle-même d'une unité.

Cette proposition résulte de la conséquence 7 du triangle arithmétique, puisque toute base est double de la précédente ; *mais nous l'établirons comme il suit :*

Soient donnés deux nombres consécutifs 4, 5 : je dis que la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 5, savoir 31, étant augmentée d'une unité, ce qui donne 32, est le double de la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 4, savoir 15, augmentée elle-même d'une unité, — c'est-à-dire le double de 16.

En effet la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 5, augmentée d'une unité, égale, d'après ce qui précède, le sixième terme de la progression double. Mais la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 4, augmentée d'une unité, égale pareillement le cinquième terme de la progression double. Or le sixième terme de la progression double est double du précédent (cinquième) terme.

Prop. 9.

La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans un nombre quelconque, diminuée d'une

Hæc cum precedente omnino convenit.

Sint duo numeri proximi 4, 5 : dico summam omnium combinationum quæ fieri possunt in 5, nempe 31, unitate minutam, nempe 30, esse duplam omnium combinationum quæ fieri possunt in 4, nempe 15.

Etenim, *ex preced.* summa combinationum quæ fiunt in 5, unitate aucta, dupla est summæ combinationum quæ fiunt in 4, unitate auctæ : si ergo ex *minori* summâ auferatur unitas, et ex *duplâ summâ* auferantur duæ unitates, reliquum summæ *duplæ,* nempe *summa combinationum quæ fiunt in* 5 *unitate minuta,* remanebit *dupla* residui alterius summæ, nempe *summæ combinationum quæ fiunt in* 4.

Prop. 10.

Summa omnium combinationum quæ fieri possunt in quolibet numero, minuta ipsomet numero, æquatur summæ omnium combinationum quæ fieri possunt in singulis numeris proposito minoribus.

Hæc cum 8 *consect.*[1] *triang. arith. concurrit, quæ sic habet :* basis quælibet unitate minuta æquatur summæ omnium præcedentium. *Sic autem ostendo.*

Sit numerus quilibet 5 : dico summam omnium combinationum quæ possunt fieri in 5, nempe 31, ipso 5 minutam, nempe 26, æquari summæ om-

1. Lire : *consect.* 9.

unité, donne le double de la somme des combinaisons que l'on peut faire dans le nombre immédiatement inférieur.

Cette proposition n'est qu'une répétition de la précédente.

Soient donnés deux nombres consécutifs 4, 5 : je dis que la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 5, savoir 31, étant diminuée d'une unité, ce qui donne 30, est le double de la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 4, savoir 15.

En effet, d'après la proposition précédente, la somme des combinaisons que l'on fait dans 5, augmentée d'une unité, est le double de la somme des combinaisons que l'on fait dans 4, augmentée elle-même d'une unité. Si donc de la *plus petite* somme on retranche une unité, et de la somme *double* deux unités, le reste donné par la somme *double* (c'est-à-dire *la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 5, diminuée d'une unité*) se trouvera double du reste donné par la première somme (c'est-à-dire de *la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 4*).

Prop. 10.

La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans un nombre, diminuée de ce même nombre, égale la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans l'ensemble des nombres inférieurs au nombre proposé.

Cette proposition résulte de la conséquence 9 du nium combinationum quæ possunt fieri in 4, nempe 15 ; plus summâ omnium quæ possunt fieri in 3, nempe 7 ; plus summâ omnium quæ possunt fieri in 2, nempe 3 ; plus eâ quæ potest fieri in 1, nempe 1 ; quorum aggregatus est 26.

Etenim, Proprium numerorum hujus progressionis duplæ illud est, ut quilibet ex ipsis, v. g., sextus 32, exponente suo minutus, nempe 6, id est 26, æquetur summæ inferiorum numerorum hujus progressionis, nempe $16+8+4+2+1$, unitate minutorum, nempe $15+7+3+1+0$, nempe 26. Unde facilis est demonstratio hujus propositionis

Problema 1.

Dato quovis numero, invenire summam omnium combinationum quæ in ipso fieri possunt. ***Absque triang. arith.***

Numerus progressionis duplæ quæ ab unitate sumit exordium, cujus exponens proximè major est quam numerus datus, satisfaciet problemati, modò unitate minuatur.

Sit numerus datus, v. g., 5 ; quæritur summa omnium combinationum quæ in 5 fieri possunt.

Numerus *sextus* progressionis duplæ quæ ab unitate incipit, nempe 32, unitate minutus, nempe 31, satisfacit, ex lemm. 6. ; ergo possunt fieri 31 combinationes in numero 5.

triangle arithmétique, d'après laquelle une base quelconque, diminuée d'une unité, égale la somme de toutes les bases précédentes. *Mais voici comment nous raisonnerons.*

Soit donné un nombre 5 : je dis que la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 5, savoir 31, étant diminuée de 5, ce qui donne 26, se trouve égaler : la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 4, soit 15 : plus la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 3, soit 7 ; plus la somme des combinaisons que l'on peut faire dans 2, soit 3 ; plus la combinaison que l'on peut faire dans 1, soit 1 ; somme égale à 26.

En effet, c'est une propriété des termes de la progression double que l'un quelconque de ses termes, par exemple le sixième 32, étant diminué de son exposant 6, ce qui donne 26, se trouve égaler la somme des termes qui le précèdent dans la progression, savoir $16 + 8 + 4 + 2 + 1$, respectivement diminués d'une unité, ce qui donne 26. De là on tirera facilement la démonstration de la proposition énoncée.

Problème 1.

Étant donné un nombre quelconque, trouver la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans ce nombre (sans se servir du triangle arithmétique).

Dans la progression double commençant par l'unité, prenons le terme dont l'exposant est immédiatement supérieur au nombre donné. Ce terme,

Problema 2.

Datis duobus numeris inæqualibus, invenire quot modis minor in majore combinetur. ***Absque triang. arithm.***

Hoc est propriè ultimum Problema Tractatus triang. arith., quod sic resolvo.

Productus numerorum qui præcedunt differentiam datorum unitate auctam dividat productum totidem numerorum continuorum, quorum primus sit minor datorum unitate auctus : quotiens est quæsitus.

Sint dati numeri 2, 6 : oportet invenire quot modis 2 combinetur in 6.

Assumatur eorum differentia 4, quæ unitate aucta est 5. Jam assumantur omnes numeri qui præcedunt ipsum 5, nempe 1, 2, 3, 4, quorum productus sit 24. Assumantur totidem numeri continui quorum primus sit 3, *nempe proximè major quam* 2 *qui minor est ex ambobus datis,* nempe 3, 4, 5, 6, quorum productus 360 dividatur per præcedentem productum 24 : quotiens 15 est numerus quæsitus. *Ita ut numerus* 2 *combinetur in* 6 *modis* 15 *differentibus.*

Nec difficilis demonstratio. Si enim quæratur in triangulo arithmetico quot modis 2 combinetur in 6, assumenda est cellula 3 basis 7, ex lemm. 5, nempe cellula ξ, et ipsius numerus exponet multitudinem combinationum numeri 2 in 6. Ut autem inveniatur numerus cellulæ ξ cujus radix est 5 et exponens seriei 3, oportet, *ex probl. triang. arith., ut productus numerorum qui precedunt* 5, *dividat productum totidem*

diminué d'une unité, satisfera aux conditions du problème.

Soit donné un nombre tel que 5 : on demande quelle est la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans 5.

Le *sixième* terme, 32, de la progression double commençant par l'unité, étant diminué d'une unité, ce qui donne 31, satisfait à la question, d'après le lemme 6 ; on peut donc faire 31 combinaisons dans le nombre 5.

Problème 2.

Étant donnés deux nombres inégaux, trouver de combien de manières le plus petit se combine dans le plus grand (sans se servir du triangle arithmétique).

La question n'est autre que le dernier problème du traité du triangle arithmétique, problème que je résous comme il suit :

Considérons le produit des nombres qui précèdent la différence des nombres proposés, augmentée d'une unité ; puis divisons par ce produit le produit d'un même nombre de termes consécutifs commençant par le plus petit des nombres donnés, augmenté lui-même d'une unité : le quotient sera le nombre cherché.

Soient donnés deux nombres 2, 6 : on veut trouver de combien de manières 2 se combine dans 6.

Considérons la différence 4 des deux nombres et augmentons-la d'une unité, ce qui donne 5. Puis prenons tous les nombres qui précèdent 5, savoir 1, 2, 3, 4, et formons leur produit 24. Prenons en-

numerorum continuorum quorum primus sit 3, *et quotiens erit numerus cellulæ* ξ ; sed idem divisor ac idem dividendus in constructione hujus propositus est, quare et eumdem quotientem sortita est divisio ; ergo in hâc constructione repertus est numerus cellulæ ξ, quare et exponens multitudinis combinationum numeri 2 in 6, quæ quærebatur. — Q. E. F. E. D.

Monitum.

Hoc problemate tractatum hunc absolvere constitueram, non tamen omninò sine molestiâ, cum multa alia parata habeam ; sed ubi tanta ubertas, vi moderanda est fames : his ergo pauca hæc subjiciam.

Eruditissimus ac mihi charissimus D. D. de Ganieres[1], circa combinationes, assiduo ac perutili labore, more suo, incumbens, ac indigens facili constructione ad inveniendum quoties numerus datus in alio dato combinetur, hanc ipse sibi praxim instituit.

Datis numeris, v. g. 2, 6, *invenire quot modis* 2 *combinetur in* 6.

Assumatur, inquit, *progressio* duorum *terminorum,* quia minor numerus est 2, *inchoando a majore* 6, *ac retrogrediendo, seu detrahendo unitatem ex unoquoque termino, hoc modo* 6, 5 ; *deinde assumatur altera progressio inchoando ab ipso minore* 2 *ac similiter retrogrediendo hoc modo* 2, 1. *Multiplicentur invicem numeri primæ progressionis* 6, 5, *sitque produc-*

1. *Vide infra* Appendice II, p. 597.

suite, à partir de 3 (*3 étant immédiatement supérieur au plus petit des nombres donnés, 2*), un même nombre de termes consécutifs, savoir 3, 4, 5, 6 et formons leur produit 360. Nous diviserons ce produit par le produit précédent, 24 : le quotient 15 sera le nombre cherché. *En sorte que le nombre 2 se combine dans 6 de 15 manières différentes.*

La démonstration est aisée. En effet, pour trouver dans le triangle arithmétique le nombre des combinaisons de 2 dans 6, il faut prendre, d'après le lemme 5, la troisième cellule de la septième base, soit ξ : le nombre de cette cellule donne la multitude des combinaisons de 2 dans 6. D'ailleurs, pour trouver le nombre de la cellule ξ qui a 5 pour racine et 3 pour exposant de série, il faut, *d'après le problème relatif au triangle arithmétique, diviser le produit des nombres qui précèdent 5 par le produit d'un même nombre de termes consécutifs partant de 3 : le quotient est le nombre de la cellule ξ.* Mais le diviseur et le dividende de cette division sont précisément ceux qu'indique la méthode donnée ci-dessus ; le quotient sera donc le même que tout à l'heure, et notre méthode fournit bien le nombre de la cellule ξ, c'est-à-dire le nombre des combinaisons de 2 dans 6. C. Q. F. D.

Remarque.

C'est par ce problème que j'avais décidé d'achever mon traité, non sans regret, je dois le dire, car j'ai en tus 30. *Multiplicentur et numeri secundæ progressionis* 2, 1, *sitque productus* 2. *Dividatur major productus per minorem : quotiens est quæsitus.*

Excellentem hanc solutionem ipse mihi ostendit, ac etiam demonstrandam proposuit ; ipsam ego sanè miratus sum, sed difficultate territus vix opus suscepi, et ipsi auctori relinquendum existimavi ; attamen trianguli arithmetici auxilio, sic proclivis facta est via.

In 5 lemm. hujus, ostendi numerum cellulæ ξ, exponere multitudinem combinationum numeri 2 in 6 ; quare ipsius reciproca cellula K eumdem numerum continebit. *Verum cellula ipsa K est quotiens divisionis in quâ productus numerorum* 1, 2, *qui præcedunt* 3 *radicem cellulæ K, dividit productum totidem numerorum continuorum quorum primus est* 5 *exponens seriei cellulæ K, nempe numerorum* 5, 6. Sed ille divisor ac dividendus sunt iidem ac illi qui in constructione amici sunt propositi ; igitur eumdem quotientem sortitur divisio, quare ipse exponit multitudinem combinationum numeri 2 in 6, quæ quærebatur[1]. Q. E. D.

---

1. La formule de Gagnières est identique à celle que Pascal vient de donner lui-même dans son Problème II. D'après la règle de Pascal, le nombre des combinaisons de r objets p à p est $\frac{(p+1)(p+r)\cdots r}{1\cdot r\cdots(r-p)}$. D'après les règles de Gagnières, ce même nombre est égal à $\frac{r(r-1)\cdots(r-p+1)}{1\cdot r\cdots p}$. Or, si l'on supprime dans le premier rapport les facteurs communs au numérateur et au dénominateur, on obtient le second rapport.

ma possession bien des résultats encore ; mais, devant une telle abondance, je suis bien forcé de me limiter ; je me contenterai donc d'ajouter à ce qui précède les quelques indications suivantes :

Un savant érudit, et qui m'est très cher, M. de Gagnières, s'étant occupé des combinaisons avec la patience et le succès dont il est coutumier, voulut connaître une méthode simple donnant la multitude des combinaisons d'un nombre dans un autre ; il fut ainsi conduit à la règle suivante :

Étant donnés deux nombres, par exemple 2, 6, trouver de combien de manières 2 se combine dans 6.

Prenons, dit-il, *à partir du plus grand nombre, 6, une progression de* deux *termes* (deux, parce que le plus petit nombre donné est 2), *cette progression étant décroissante (ce qui veut dire que chaque terme s'obtient en retranchant une unité du terme précédent): nous obtenons ainsi 6, 5. Prenons ensuite, à partir du plus petit nombre 2, une seconde progression également décroissante qui nous donne 2, 1. Multiplions l'un par l'autre les termes 6, 5 de la première progression : leur produit est 30. Multiplions de même les termes 2, 1 de la seconde progression : leur produit est 2. Divisons enfin le plus grand produit obtenu par le plus petit : le quotient sera le nombre cherché.*

M. de Gagnières me communiqua lui-même cette excellente solution et me proposa même d'en chercher la démonstration ; j'admirai le problème, mais effrayé par la difficulté, je pensai qu'il convenait d'en laisser la démonstration à son auteur ; cepen-

Hac demonstratione assecutâ, jam reliqua quæ invitus supprimebam libenter omitto, adeò dulce est amicorum memorari.

dant, grâce au triangle arithmétique, une voie aisée me fut ouverte pour y parvenir.

J'ai montré, dans le lemme 5 du présent traité, que le nombre de la cellule ξ donne la multitude des combinaisons de 2 dans 6. La cellule K, réciproque de ξ, fournira donc aussi le même nombre. *Or la cellule K est le quotient de la division par le produit des nombres 1, 2 (qui précèdent la racine 3 de la cellule K) du produit d'un même nombre de termes consécutifs, 5, 6, partant du terme 5, exposant de la série de la cellule K.* Le diviseur et le dividende de cette division étant précisément ceux qu'indique la construction de mon ami, leur quotient sera le même et donnera bien la multitude des combinaisons de 2 dans 6. C. Q. F. D.

Ce point étant acquis, je renonce volontiers à publier les résultats qu'il me coûtait d'abord de supprimer : tant il m'est doux de pouvoir rappeler ici le travail d'un ami.

APPENDICE I

Extraits d'un fragment inédit relatif au calcul des probabilités[1].

(Conservé à la Bibliothèque Nationale.
Nouvelles acquisitions françaises, nº 5176, ff. 32-35.)

REGLE AUXQUELLES SE PEUVENT RAPPORTER LES PARTYS

Si mon hasard (attente) est egal de gagner (par ex.) 10 ou 12, cela me vaut 11, c'est-à-dire toujours la moitié des deux hasards ou esperances.

Et ainsy quand on me propose vous aurez 10 ou vous aurez 12, il m'appartient 11, ce qui fait une autre regle, qui est que mon esperance dans le party vaut une telle somme ou nombre, qu'en ayant un semblable et le joüant contre un egal, à condition que le gagneur donne au perdant la plus petite somme, je me trouve toujours dans la mesme esperance d'avoir le mesme party qu'on m'a proposé.

Par ex. on me donne à choisir au hasard entre deux sommes cachées, l'une de 9, l'autre de 13. Cela me vaut au tant que 11, parce que, jouant 11 contre 11 à condition que le gagneur donne 9 au perdant, je reviens à la mesme esperance que j'avais auparavant qui est d'avoir toujours 9 ou 13 ; car, sy je gagne, j'auray 22, dont donnant 9 au perdant, j'auray 13 ; sy je perds, j'ay les 9 qu'il me revient.

Mais plus court et moins embrouillé. Il n'y a qu'à dire que des deux partys proposez j'ay deja surement le moindre. Et il n'y a qu'a partager par moitié l'excedent du plus grand nombre sur le plus moindre et l'adjouter ou moindre pour faire ce qu'il me revient. Ainsy, quand j'ay hasard egal à tirer 9 ou 13, j'ay deja surement 9 quoy qui arrive. Et, comme le

---

1. Voir plus haut page 443.

hasard est egal d'avoir aussy tost 13 que 9, sy on veut quitter sans que je tire et partager ce qui est du à chacun, il est certain que pouvant avoir aussy tost 13 que 9, il faut partager entre nous les 4 dont 13 excede 9, qui seront 2 pour pour moy, et avec 9 font 11, ce qui est le mesme que l'autre Regle. De mesme si le hasard n'est pas egal et que j'en aye par exemple 2 pour avoir 13 et 1 pour n'avoir que 9, il faut partager l'excedent en 3 parties et m'en donner deux, etc.

Le fragment continue par quelques exemples (« Exemples suivant ces regles ») *et quelques regles* : « *En deux (parties) combien vaut la première?* » *Valeur des parties pour deux joueurs qui jouent en trois jeux ou en quatre jeux, pour trois joueurs qui jouent en deux jeux. Règle générale.*

Pour les partis des dez.

Un dé estant cubique a 6 faces, et ainsy il peut amener 6 coups differens.

Deux dez en amenent 6 fois 6 qui sont 36, comme on peut voir par cette petite table où on voit la combinaison en marquant la difference des coups du dé A et du dé B.

3 dez font 6 fois 36 coups, qui sont 216.

4 dez font 6 fois 216 coups, qui sont 1 296. Et ainsy du reste dont il n'est pas besoin de faire les tables.

1	1
2	2
3	
4	
5	
6	

2 dez ne peuvent faire 2 points que par un coup qui est 1 et 1. Ils font 3 pour 2 coups, sçavoir A, 1 et B, 2, ou A, 2 et B, 1. Mais cela se connait aisement pour peu qu'on y pense (*Suit un tableau*).

... On propose de faire un 6 avec un dé. En combien de coups le peut-on prendre?

Si on le prend en un coup, il faut seulement jouer 1 contre 5. Et, si on devait quitter sans jouer, celuy qui me propose le party aurait $\frac{5}{6}$ et moy $\frac{1}{6}$. Car, suivant les Regles cy-devant, j'ay 5 esperances pour 0 et seulement 1 pour 6. Donc, partageant ces esperances par 6, il me revient $\frac{1}{6}$. Et qu'il me les faille partager par 6, il est evident que c'est comme sy nous estions 6 joueurs contre 5 desquels j'entreprisse d'amener 6 du premier coup. Or qu'ils soient 5 gageant chacun 1, ou qu'il n'y en ait qu'un gageant 5, c'est la mesme chose.

Sy je le propose en 2, etc.

Le fragment se termine par quelques exemples.

APPENDICE II

Extraits de lettres écrites à Mersenne par Aimé de Gagnières.

(Bibliothèque Nationale.
Nouvelles acquisitions françaises, n° 6204, pp. 560 sqq. et 6205, pp. 364 sqq.)

« Je viens à cette heure à vous parler des Combinations sur quoy j'ay plusieurs difficultez que je vous definiray l'une après l'autre, vous demandant cette permission de pouvoir dire librement mes petites pensées sur ce subject où je me suis un peu attaché pour essayer de trouver la verité.

Ire difficulté. — Premierement, pour trouver combien de combinaisons se peuvent faire d'un certain nombre de choses proposées prises dans un plus grand nombre, lorsqu'il y en a quelques-unes semblables, par exemple de sçavoir combien de combinaisons ou de mots se peuvent faire de neuf lettres dont il y en aura quatre semblables sans la variété de l'ordre, vous dites dans votre second livre des chants en français prop. 17 p. 146 et 147 qu'il faut premierement voir combien il y a de mots dans le chant sans avoir egard aux notes semblables qui ne sont comptées que pour une ; en sorte qu'en cest exemple les quatre A ne sont comptez que pour une lettre, et partant il faut chercher combien six lettres différentes peuvent faire de combinaisons suyvant la table du 4e corollaire de l'onziesme prop. du livre des Chants (p. 134) que j'ay mis à la marge pour plus grande facilité: il est donc ainsy que six lettres differentes se pourront combiner en

1. Aimé de Gagnières, père de Roger de Gagnières, était écuyer et secrétaire du duc de Bellegarde (consulter sur sa biographie l'introduction de H. Bouchot dans l'*Inventaire des dessins exécutés pour Roger de Gagnières*, 1891). Il est cité par Hilarion de la Coste comme l'un des amis du Père Mersenne.

74 613 manieres differentes, lequel nombre vous dites qu'il faut multiplier par quatre qui est le nombre des lettres semblables et par consequent 74 613 multipliez par quatre produisent 298 452, ce que je n'estime pas que vous trouviez veritable.

Car pour moy j'estime qu'il faut multiplier ledit nombre 74 613 par six, qui est le nombre des differentes, et, par consequent, qu'il y aura 44 7 678 combinaisons differentes de neuf lettres dont quatre sont semblables, ex. de aaaabcdef, s'entend sans y comprendre la varieté de l'ordre...

*
* *

Obligez moy de m'enseigner la methode de combiner, s'il y en a quelqu'une, lors qu'il y des lettres semblables comme vous l'enseignez fort clairement lors qu'elles sont toutes differentes en votre sixiesme livre des Chants en latin prop. V p. 118.

Au mesme livre p. 119 ligne 44 vous dites que l'on peut corriger le Calcul qu'a fait un certain Xenocrates de toutes les syllabes possibles. Je vous supplie de me mander quel livre a fait le dit Xenocrates où il a fait cette supputation, et si on le peut recouvrer.

Je suis honteux de vous donner tant d'importunitez...

LXV

I. TRIANGULUS ARITHMETICUS

II. NUMERI FIGURATI SEU ORDINES NUMERICI

III. DE NUMERICORUM ORDINUM COMPOSITIONE

Date présumée : derniers mois de 1654.

APPENDICE III

ADDITION AUX TRAITÉS MATHÉMATIQUES DE 1654
TRIANGULUS ARITHMETICUS ET *NUMERI FIGURATI*

Introduction.

Nous avons publié à leur date (derniers mois de 1654) les écrits de Pascal sur le triangle arithmétique, qui ne furent édités qu'en 1665, mais qui — comme nous le dit l'*Avertissement* de l'édition posthume — avaient été « trouvez tout imprimez parmi les papiers de Monsieur Pascal » (*vide supra* T. III, p. 445 n. 1).

Cependant, l'édition de 1665 n'était pas complète : la bibliothèque de Clermont-Ferrand possède en effet une rédaction latine (imprimée) d'une partie des traités de 1654, qui ne figure point dans cette édition. Nous avons retrouvé cette rédaction latine dans le recueil d'opuscules mathématiques de Pascal qui fut donné à l'Oratoire de Clermont par Marguerite Perier (*Bibliothèque de Clermont-Ferrand*, B. 5568 [R], *vide infra* T. VIII, p. 329-330) et nous la reproduisons ci-dessous.

Le traité latin « *Triangulus arithmeticus* » remplit 9 pages in-4, numérotées I à IX. Le traité « *Numeri figurati* », d'autre part, formait, avec le « *De numerorum continuorum productis* », la « *Numericarum Potestatum generalis resolutio* », les « *Combinationes* », la « *Potestatum numericarum summa* » et le « *De numeris multiplicibus* » un recueil de 48 pages numérotées de 1 à 48.

De ce recueil, les volumes édités en 1665 contiennent les pages 9-48. Les pages 1-8, par contre, sont remplacées par huit pages nouvelles contenant :

1° Un « *Traité des ordres numériques* » en français (publié *supra* T. III, p. 504-511).

2° Un nouveau début de traité, en latin, précédé du titre général « *De numericis ordinibus tractatus* » (*supra* T. III, p. 512 sqq.).

Du « *Triangulus Arithmeticus* », l'édition de 1665 ne donne que la version française (suivie des *Divers usages du triangle arithmétique*), version qui est évidemment de Pascal lui-même, mais qui diffère légèrement du texte latin, et est peut-être postérieure (*vide supra* T. III, p. 436).

Il convient de remarquer que le *Consectarium 3.* du texte latin s'est décomposé, dans la version française, en deux *Conséquences*, la *seconde* et la *troisiesme*. Toutes les *Conséquences* suivantes portent par suite des numéros supérieurs d'une unité aux numéros des *Consectaria* correspondants. Ainsi se trouve expliqué le défaut de concordance que nous avons signalé plus haut (T. III, p. 564, note 1) entre le texte français du *Triangle arithmétique* et les renvois que Pascal fait à ce traité dans les « *Combinationes* » (Cf. également T. III, p. 415, et 417, note 1).

TRIANGULUS ARITHMETICUS

DEFINITIONES

Triangulus Arithmeticus sic construitur. Ex puncto quolibet Z aguntur ZL, ZT perpendiculares ; In utrâque assumuntur quotlibet portiones æquales, 1, 2, 3, 4, etc. à puncto Z exordium sumentes. Punctum primæ divisionis rectæ ZL cum puncto primæ divisionis alterius jungit recta, 1, 1, quæ *primum Triangulum* 1Z1 constituit, estque ipsa *prima Basis*. Secundum cum secundo conjungit *secunda Basis* 2, 2, quæ *secundum constituit triangulum* 2Z2, et sic de reliquis divisionum punctis, 3, 4, 5, etc.

Jam ab ipsis divisionum punctis, 1, 2, 3, 4, etc. utriusque rectæ aguntur rectæ parallelæ lateribus, quæ per intersectiones suas formant quadrata, quæ *Cellulæ* vocantur.

Series verò cellularum G, σ, π, λ, μ, δ, ζ, à sinistrâ ad dextram procedentium, *prima series* dicitur, quia ipsius *exponens* est 1. Sic series cellularum, φ, ψ, θ, R,S,N *secunda series* dicitur, quia ipsius *exponens* est, 2. Et sic de cæteris.

Numeri ergo, 1, 2, 3, etc. qui rectæ ZT divisiones exponunt, sunt *Exponentes serierum*.

Numeri verò, 1, 2, 3, etc. qui rectæ ZL divisiones exponunt dicti sunt *Radices*.

Cellulæ igitur v. g. C, ω, sont *ejusdem seriei* nempe tertiæ.

Cellulæ vero, ω, ρ. sunt *Corradicales,* procedunt enim ab eadem radice 4.

Cellulæ autem quas eadem basis diagonaliter permeat, v. g. M, F, dicuntur *cellulæ ejusdem basis :* Quæ verò sunt ejusdem basis et æqualiter ab ejus extremis remotæ dicuntur *Reciprocæ,* ut cellulæ Q,N ; sunt enim in eadem basi, nempe septimâ, et æquè ab extremis ejus remotæ. Dicuntur autem *reciprocæ,* quia exponens seriei unius est idem numerus ac radix alterius. Ipsa enim Q est *sextæ* seriei, *secundæ* vero radicis ; altera autem N, est *secundæ* seriei, *sextæ* vero radicis ; unde reciprocatio patet.

Facillimum est autem ostendere cellulas quarum radices et exponentes serierum reciprocè convertuntur esse in eâdem basi et æqualiter ab ejus extremis remotas.

Sic et facilè demonstratur, cujuslibet cellulæ, exponentem seriei plus radice unitate minutâ, æquari exponenti basis ; v. g. cellula F, est in serie 4, à radice 3, et in basi 6, et contingit exponentem seriei 4, plus radice 3 unitate minutâ id est, 2, æquari exponenti basis 6.

Sic et in promptu est quamlibet basim tot continere cellulas quot sunt unitates in exponente ; v. g. *basis quarta,* D B θ λ, *quatuor* constat *cellulis, basis quinta,* H E C R μ, *quinque,* etc. Quæ omnia potiùs monstrantur quam demonstrantur ac primo intuitu noscuntur.

Generatio Numerorum Cellularum Triangul

Sic autem in quâque cellulâ numeri inseruntur,

In primâ serie : quævis cellula continet unitatem. Sic G est unitas, σ est 1, π est 1, etc.

In secundâ serie : Prima cellula φ est unitas. Secunda cellula ψ æquatur summæ *duarum priorum cellularum* seriei præcedentis, 2 *Tertia,* θ, æquatur summæ *trium* priorum cellularum seriei præcedentis, nempe 3. etc. Igitur *secunda series numeros naturales* sortitur.

In tertiâ serie : *Prima* cellula, A, est *unitas. Secunda* B, æquatur summæ *duarum* priorum cellularum seriei præcedentis $1+2$, nempe 3. *Tertia* G æquatur summæ *trium* priorum cellularum serie hujus præcedentis $1+2+3$, nempe 6, etc. Igitur *tertia series triangulorum est.*

In quartâ serie : *Prima* cellula, D, est *unitas. Secunda,* E, æquatur summæ *duarum* priorum cellularum seriei præcedentis, $1+3$ nempe 4. *Tertia,* F, summæ *trium* priorum præcedentis seriei $1+3+6$, nempe 10, etc. Sunt ergo *Pyramides.* Et sic de reliquis seriebus.

Itaque prima cujusvis seriei cellula est unitas, quælibet vero cellula æquatur summæ cellularum seriei præcedentis, à corradicali ad primam inclusivè interceptarum. Unde hæc colligo Consectaria.

Consectarium primum.

Omnis cellula, æquatur, proximè minori ejusdem seriei, plus proximè minori corradicali.

Sit quævis cellula, F. Dico F æquari ipsi E *quæ eam præcedit in suâ serie,* plus C *quæ ab eadem radice in serie præcedenti procedit.*

Etenim, *ex generatione,* F æquatur C + B + A; sed B + A, æquatur E, *ex generatione;* ergo, F æquatur C + E. Quod Erat Demonstrandum. *Proposita cellula* G *est in base* 6, *et ambæ cellulæ* C, E *quibus ipsa* G *æquatur sunt simul in base* 5 *præcedente.*

Consect. 2.

Omnis cellula, æquatur, summæ earum quæ à præcedente radice procedunt in singulis seribus à suâ ad primam inclusivè.

Sit quævis Cellula C, cujus radix 3, radix vero proximè minor seu præcedens est 2. Dico C æquari $B + \psi + \sigma$ quæ à radice 2 procedunt in singulis seriebus, à serie ipsius C, ad primam inclusivè.

Etenim C æquatur $B + \theta$, *ex præced.* θ vero æquatur $\psi + \pi$ *ex præced.* sed π æquatur σ *ex generat.*; sunt enim unitates. Ergo, C æquatur $B + \psi + \sigma$. Q. E. D.

Consect. 3.

Omnis cellula unitate minuta, æquatur summæ

cellularum inter suam seriem et suas corradicales inclusivè interceptarum.

Sit quævis cellula, ξ; Dico $\xi - 1$ æquari

$$R + \theta + \psi + \varphi + \lambda + \pi + \sigma + G,$$

nempe cellulis interceptis inter seriem $\xi\ \omega$ C B A, et cellulas corradicales ξ S μ, exclusivè.

Etenim ξ æquatur *ex præced.* $\lambda + R + \omega$. Sed ω æquatur $\pi + \theta + C$, et C æquatur $\sigma + \psi + B$, et B æquatur $G + \varphi + A$, et A æquatur unitati. Igitur, ξ æquatur, $\lambda + R + \pi + \theta + \sigma + \psi + G + \varphi +$ unitate. Ergo etc.

Consect. 4.

Cellulæ reciprocæ, sunt æquales inter se.

Etenim in secundâ basi, manifestè æquantur, φ, σ; sunt enim unitates. Sic et in tertiâ æquantur, A, π; unitates enim sunt. In quartâ basi æquantur quoque D, λ; sunt enim unitates. Æquantur autem et B, θ. B enim æquatur $A + \psi$, θ vero æquatur $\psi + \pi$, *ex 1. consect.* sed A æquatur π, ergo, B æquatur θ. Sic ostendetur in proximè remotioribus basibus reciprocas æquari inter se, interpretando unamquamque per ambas cellulas basis præcedentis quibus æquatur *ex 1 consect.*

Consect. 5.

Quotlibet priores cellulæ corradicales à quacunque radice procedentes, similes sunt totidem prioribus

cellulis seriei cujus exponens est idem numerus ac radix corradicalium, singulæ singulis.

V. g. *sex* priores cellulæ à *secundà* radice procedentes, σ, ψ, B, E, M, Q similes sunt *sex* prioribus cellulis *secundæ* seriei φ, ψ, θ, R, S, N, singulæ singulis ; sunt enim reciprocæ.

Corollarium.

Unde patet, Triangulum Arithmeticum alio sensu inspectum, ita ut rectæ quæ à sinistra ad dextram procedunt, à summo ad imum descendant ; quæ vero à summo ad imum nunc procedunt, à sinistrâ ad dextram tendant ; et cellulæ quæ jam sunt corradicales, fiant cellulæ ejusdem seriei ; quæ vero nunc sunt ejusdem seriei, fiant corradicales ; numeri vero qui jam sunt exponentes serierum, fiant radices ; qui vero sunt radices, fiant exponentes serierum : manebit semper eadem figura sibi ipsi in utroque situ simillima, et paribus numeris in cellulis repleta.

Cons. 6.

Summa cellularum basis cujuslibet, dupla est summæ cellularum basis præcedentis.

Sit quævis basis D B θ λ, Dico harum cellularum summam, duplam esse summæ cellularum basis præcedentis A φ π.

Etenim D æquatur A, λ. æquatur π, B æquatur $A + \psi$, et θ æquatur $\psi + \pi$. Ergo, $D + \lambda + B + \theta$ æquatur $2A + 2\psi + 2\pi$.

Cons. 7.

Summa cellularum basis cujuslibet, numerus est rogressionis duplæ quæ ab unitate sumit exordium, quippe ille cujus exponens idem est ac exponens basis.

Etenim prima basis ex generatione est 1
Secunda *ex præced.* dupla est primæ, est ergo, 2
Tertia *ex præced.* dupla est secundæ, est ergo, etc. 4

Cons. 8.

Summa cellularum basis cujuslibet unitate minuta, æquatur summæ cellularum basium onnium præcedentium.

Hoc enim est proprium progressionis duplæ quæ ab unitate incipit, ut quilibet ejus numerus unitate minutus, æquatur summæ omnium præcedentium.

Potest autem et sic enuntiari.

Summa cellularum basis cujuslibet unitate minuta, æquatur summæ cellularum omnium triangulorum præcedentium.

Hoc enim id ipsum est.

Cons. 9.

Summa quotlibet priorum cellularum basis cujus-

libet æquatur totidem prioribus cellulis basis præcedentis, plus iisdem demptâ ultimâ.

Sit basis quælibet v. g. quarta D B $\theta\lambda$. Dico summam quotlibet ejus priorum cellularum v. g. *trium* priorum *à quolibet extremo sumatur exordium,* $D+B+\theta$, æquari summæ *trium* priorum cellularum basis præcedentis, nempe tertiæ, id est cellulis $A+\psi+\pi$, plus *duabus* prioribus cellulis ejusdem basis, nempe, $+A+\psi$.

Etenim L æquatur A, B æquatur $A+\psi$, θ æquatur $\psi+\pi$. Ergo $D+B+\theta$ æquatur

$$A+\psi+\pi+A+\psi.$$

Monitum.

Non interest à quo extremo sumantur tres priores illæ cellulæ; etenim tres priores incipiendo ab extremo D nempe $D+B+\theta$, sunt eædem ac tres priores incipiendo ab altero extremo λ, nempe $\lambda+\theta+B$, sunt enim tres istæ, illis tribus, reciprocæ. Idem de singulis basibus intelligendum.

Definitio.

Cellulas Dividentis voco eas quas recta, quæ angulum rectum LZT bifariam dividit, diagonaliter permeat v. g. cellulas G, ψ, C, ρ, etc. Ipsæ autem eæ sunt quarum radix idem est numerus ac exponens seriei.

Cons. 10.

Quævis cellula dividentis, dupla est præcedentis in eadem serie; necnon et præcedentis corradicalis.

Sit cellula quævis dividentis C. Dico C æquari, 2θ, et etiam Dico C æquari 2B.

Etenim C æquatur $\theta + B$ ex 1. consect., θ verò æquatur reciprocæ B ex 4. consect.

Consect. 11.

Duarum quarumlibet cellularum contiguarum ejusdem basis inferior est ad superiorem ut radix inferioris ad exponentem seriei superioris.

Sint duæ quælibet cellulæ contiguæ ejusdem basis, E, C. Dico *inferiorem* E, esse ad *superiorem* C, ut 2 *radix inferioris* E ad 3 *exponentem seriei cellulæ superioris* C.

Sunt hujus propositionis infiniti casus, sunt enim infinitæ bases; breviter tamen demonstrabo supponendo duo lemmata.

Primum (quod ex se manifestum est) *proportionem istam in secundâ base contingere,* φ enim est ad σ ut 1 ad 1.

Secundum, illud est. *Si hæc proportio contingit in base quâcumque, necessariò et in sequenti base continget.*

Ex his lemmatis facilè concluditur singulas bases hanc sortiri proportionem; contingit enim in secundâ base *ex lemmate* 1. Ergo *ex* 2. *lemm.* continget etiam in tertiâ base, quare *ex eodem* et in quartâ et sic in infinitum.

Totum ergo negotium in secundi lemmatis demonstratione consistit, quæ sic fiet.

Si hæc proportio in base quâlibet contingat ut in quartâ $D\lambda$; id est si contiguæ cellulæ D, B sunt inter se ut 1 ad 3, sitque B ad θ ut 2 ad 2, sitque θ ad λ ut 3 ad 1:

Dico eamdem proportionem et in quintâ base $H\mu$ reperiri, et cellulam v. g. E esse ad C ut 2 ad 3.

Etenim D est ad B ut 1 ad 3 *ex hypoth.* Ergo $D+B$ *seu* E est ad B ut $1+3$ *seu* 4 ad 3. Jam B est ad θ ut 2 ad 2 *ex hyp.* Igitur, $B+\theta$ *seu* C est ad B ut $2+2$ *seu* 4 ad 2, sed *ex ostensis* B est ad E ut 3 ad 4; ergo ex perturbata proportione C est ad E ut 3 ad 2. In reliquis demonstrabitur similiter. Q. E. D.

Consect. 12.

Omnis cellula est ad proximè majorem corradicalem ut exponens seriei, ad exponentem basis.

Sit quævis cellula C. Dico C esse ad F *proximè corradicalem,* ut 3 *exponens seriei ipsius propositæ cellulæ* C ad 5 *exponentem suæ basis.*

Etenim E est ad C ut 2 ad 3, *ex* 11 *Consect.* Ergo $E+C$ *seu* F est ad C ut $2+3$ *seu* 5 ad 3.

Consect. 13.

Omnis cellula, est ad proximè majorem ejusdem seriei ut radix ad exponentem basis.

Sit quævis cellula, E. Dico E, esse ad F *proximè majorem ejusdem seriei,* ut 2 *radix cellulæ propositæ* E, ad 5 *exponentem suæ basis.*

Etenim E est ad C ut 2 ad 3 *ex* 11 *consect.* Igitur E + C *seu* F est ad E ut 2 + 3 *seu* 5 ad 2.

Consect. 14.

In omni triangulo arithmetico, summa cellularum seriei cujuslibet est ad maximam hujus seriei ut exponens trianguli ad exponentem seriei.

Sit triangulus quilibet v. g. *quartus* GDλ. Dico cujuslibet ejus seriei v. g. secundæ summam cellularum $\varphi + \psi + \theta$, esse ad maximam θ, ut 4 *exponentem trianguli*, ad 2 *exponentem seriei.*

Etenim $\varphi + \psi + \theta$ æquatur C, et C est ad θ ut 4 ad 2 *ex* 12. *consect.*

Consect. 15.

In omni triangulo arithmetico, summa cellularum seriei cujuslibet est ad summam cellularum seriei proximè sequentis ut exponens seriei hujus sequentis ad radicem maximæ cellulæ ipsius seriei.

Sit quilibet triangulus v. g. quintus HGμ. Dico summam cellularum seriei cujuslibet v. g. *tertiæ* A + B + C, esse ad summam cellularum seriei sequentis nempe *quartæ,* D + E, ut 4 *exponens seriei quartæ* ad 2 *radicem maximæ ejus cellulæ,* E.

Etenim A + B + C æquatur F, et D + E æquatur M, est autem F ad M ut 4 ad 2 *ex* 11 *consect.*

Consect. 16.

Omnis cellula cum omnibus suis corradicalibus juncta est ad eam cellulam cum omnibus cellulis in sua serie præcedentibus junctam ut exponens seriei, ad radicem.

Sit quævis cellula B. Dico $B+\psi+\sigma$ esse ad $B+A$, ut 3, *exponens seriei cellulæ* B, ad 2, *radicem cellulæ* B,

Etenim $B+\psi+\sigma$ æquatur C, *ex consect.* 2. et $B+A$ æquatur E, *ex generat.*; est autem C ad E ut 3 ad 2 *ex.* 11. *consect.*

Consect. 17.

In omni triangulo arithmetico duæ series æquè ab extremis remotæ sunt inter se in ratione reciproca exponentium.

Sit triangulus quilibet v. g. *septimus* $GV\xi$. Dico summam cellularum seriei cujuslibet v. g. *secundæ* $\varphi+\psi+\theta+R+S+N$ esse ad summam cellularum seriei sextæ $P+Q$ ut 6 *exponens sextæ seriei* ad 2 *exponentem secundæ seriei.*

Secundam autem et sextam seriem comparo, quia series sexta tantum distat à septima serie P, quæ extrema est in septimo triangulo, quantum secunda series distat à primâ.

Etenim, ex 5. consect. sex priores cellulæ *secundæ* seriei, φ, ψ, θ, R, S, N, similes sunt sex prioribus cellulis à radice *secundâ* procedentibus, nempe σ, ψ, B, E, M, Q. Est autem, ex præcedente, $Q+P$ ad $Q+M+E+B+\psi+\sigma$ ut 2 ad 6. Ergo etc.

Potest autem et sic enuntiari.

In omni triangulo arithmetico, duæ series quarum exponentes simul juncti æquantur exponenti trianguli unitate aucto sunt inter se ut exponentes serierum reciprocè.

Idem enim prorsus est.

Consect. ultimum.

Duarum quarumlibet contiguarum cellularum dividentis inferior est ad superiorem quater sumptam ut exponens basis in quâ est superio ad numerum proximè majorem.

Sint contiguæ dividentis cellulæ, ρ, C. Dico ρ esse ad 4C, ut 5, *exponentem basis ipsius* C, ad 6, proximè majorem numerum.

Etenim est ρ dupla ipsius ω, et C ipsius θ, *ex* 10. *consect.*; quare 4θ *æquatur* 2C; est ergo C ad 4θ ut 1 ad 2.

Jam est ρ ad 4C ut ω ad 4θ, seu in ratione compositâ (*nempe interponendo* C) ex ratione ω ad C, et ex ratione C ad 4θ; est autem ω ad C ut 5 ad 3 *ex* 13. *consect.* C vero est ad 4θ ut 1 ad 2 *ex ostensis,* seu ut 3 ad 6; est ergo ρ ad 4C in ratione compositâ et ratione 5 ad 3 et ratione 3 ad 6, hoc est, *ablato ipso intermedio* 3, ρ est ad 4C, ut 5 ad 6. Q. E. D.

Problema.

Datis cellulæ cujuslibet, radice et exponente seriei, invenire numerum quem ipsa sortitur.

Productus numerorum qui præcedunt radicem dividat productum totidem numerorum continuorum quorum primus ille sit qui exponens est seriei: quotiens est quæsitus.

Propositum sit invenire numerum cellulæ v. g. ξ, *cujus radix* 5, *et exponens seriei* 3, *data sint.*

Sumantur numeri qui præcedunt radicem 5, *nempe,* 1, 3, 3, 4, *et multiplicando efficiant* 24. *Sumantur jam totidem numeri continui quorum primus sit exponens seriei* 3, *nempe* 3, 4, 5, 6, *qui multiplicando efficiant* 360; *Dividatur* 360 *per* 24 : *quotiens* 15, *est quæsitus.*

Etenim si inter cellulam, ξ, et cellulam V, *primam suæ basis,* interponantur omnes cellulæ interjectæ, ρ, K, Q, ratio ξ ad V erit composita ex ratione ξ ad ρ, et ex ratione ρ ad K, et ex ratione K ad Q, et ex ratione Q ad V. Est autem *ex consect.* 11. ξ ad ρ ut 3 ad 4; et ρ ad K ut 4 ad 3; et K ad Q ut 5 ad 2; et Q ad V ut 6 ad 1. Igitur est ξ ad V in ratione composita ex ratione 3 ad 4, et ex ratione 4 ad 3, et ex ratione 5 ad 2, et ex ratione 6 ad 1; seu est ξ ad V ut 3 in 4 in 5 in 6 ad 4 in 3 in 2 in 1. Sed V est unitas; igitur ξ est quotiens divisionis ipsius 3 in 4 in 5 in 6 per 4 in 3 in 2 in 1.

Quod erat Faciendum et Demonstrandum.

Monitum.

Cellulas per litteras designavi, non autem per numeros in ipsis cellulis insertos, ad evitandam confusionem quæ ex similitudine numerorum in variis cellulis insertorum orta fuisset.

Multas alias propositiones dare potuissem, sed necessarias solummodo exposui. Hoc ergo problemate tanquam hujus tractatus complemento finem ipsi impono, ad quospiam trianguli arithmetici usus properans

NUMERI FIGURATI SEU ORDINES NUMERICI

DEFINITIONES

Primum ordinem numericum voco seriem unitatum.

1, 1, 1, 1, 1, etc.

Secundum ordinem numericum voco seriem eorum qui vulgo naturales dicuntur, 1, 2, 3, 4, etc. qui quidem ex unitatum additione formantur.

Tertium ordinem numericum voco seriem eorum qui vulgo trianguli dicuntur, 1, 3, 6, 10, etc, qui quidem ex naturalium additione formantur, *secundus* enim triangulorum, 3, æquatur *duobus prioribus* naturalibus $1+2$. *Tertius* vero triangulorum, 6, factus est ex additione *trium* priorum naturalium, $1+2+3$.

Quartum ordinem numericum voco seriem eorum qui pyramides dicuntur, 1, 4, 10, 20, etc. qui ex præcedentium additione formantur.

Quintum ordinem numericum voco seriem eorum qui ex additione præcedentium formantur, et triangulo trianguli dici possent,

1, 5, 15, 35, etc.

Sextum ordinem numericum voco seriem eorum qui ex additione præcedentium formantur,

1, 6, 21, 56, etc.

Et sic in infinitum.

Numeri autem *figurati,* illi sunt qui ex uno ex ordinibus numeri[ci]s sunt; sic trianguli, pyramides, triangulo trianguli, etc. sunt numeri *figurati.*

Si ergo fiat tabula numericorum ordinum, apponanturque superius radices, et à sinistrâ exponentes ordinum, hoc modo :

Radices,

		1	2	3	4
Unitates seu Ordo	1	1	1	1	1
Naturales seu Ordo	2	1	2	3	4
Trianguli seu Ordo	3	1	3	6	10
Pyramides seu Ordo	4	1	4	10	20
	etc.				

Manifestum est eam ipsissimam esse ac triangulum arithmeticum ; *series* enim trianguli eodem modo generantur *ac ordines* numerici. Exponentes ergo serierum sunt iidem ac exponentes ordinum ; radices verò cellularum, eædem ac radices Numerorum figuratorum.

Sic ergo numerus v. g. 21, qui in *triangulo arith.* est in *serie tertiâ,* à radice vero *sextâ,* jam inter numeros *figuratos* consideratus, erit *tertii ordinis,* à radicè vero *sextâ.*

Quidquid ergo de cellulis trianguli arith. dictum est, et figuratis numeris conveniet, modo vice hujus vocis, *series,* hæc reponatur, *Ordo,* et vice illius, *cellula,* hæc substituatur *numerus figuratus* seu *numerus ordinis numerici.*

Sic itaque, qui meminerit *in primo consect. triang. arith.* ostensum esse *omnem cellulam æquari proximè minori ejusdem seriei, plus proximè minori corradicali,* jam facilè deducet hanc propositionem.

Prop. 1.

Omnis numerus figuratus æquatur proximè minori ejusdem ordinis, plus proximè minori corradicali.

Sic ergo *quarta pyramis* v. g. æquatur *tertiæ pyramidi* plus *quarto triangulo,* etc.

Similiter deducentur et aliæ propositiones, ut sequentes.

Prop. 2.

Omnis numerus figuratus æquatur summæ eorum qui à præcedente radice procedunt in singulis ordinibus à suo ad primum inclusivè.

Omnis enim *cellula æquatur ex consect.* 2. summæ earum quæ à præcedente radice procedunt à sua ad primam inclusivè.

Sic ergo, *quinta* v. g. *pyramis* æquatur *quartæ pyramidi* plus *quarto triangulo* plus *quarto naturali* plus *unitate* seu unitate.

Potest autem illud sic et problematicè enuntiari.

Prop. 3. Problema.

Dato numero figurato cujusvis ordinis, reperire numerum in unoquoque ordine à suo ad primum inclusivè, ita ut omnium summa æquetur dato.

Facilis est solutio. Illi omnes qui in singulis his ordinibus procedunt à radice proximè minori quam sua satisfaciunt.

Prop. 4.

Duo numeri figurati sunt iidem inter se si radix unius idem sit ac exponens ordinis alterius.

Cellulæ enim reciprocæ sunt eædem inter se ex 4 consect.

Ergo *tertia pyramis* v. g. æquatur *quarto* triangulo ; sic *sextus octavi* ordinis æquatur *octavo sexti,* etc.

Prop. 5.

Quotlibet priores numeri corradicales à quacunque radice procedentes sunt iidem ac totidem priores numeri ordinis numerici cujus exponens idem est ac radix corradicalium, singuli singulis.

Illa nihil aliud est quam consect. 5 triang. arith.

Prop. 6.

Omnis numerus figuratus est ad proximè majo-

rem ejusdem ordinis ut radix minoris ad eandem radicem cum exponente ordinis unitate minuto conjunctam.

Hoc nihil aliud est quam *consect.* 13.; ostensum enim est *omnem cellulam esse ad proximè majorem ejusdem seriei ut radicem ad exponentem basis.* Exponens verò basis idem est ac exponens seriei plus radice unitate minuta *ex triang. arith. ad initium.*

Prop. 7.

Omnis numerus figuratus est ad proximè majorem corradicalem ut exponens ordinis minoris ad eumdem exponentem cum radice communi unitate minutâ junctum.

Idem est ac 12. *Consect.*

Prop. 8

Omnis numerus figuratus est ad figuratum ordinis præcedentis à radice proximè majore procedentis ut radix primi, ad exponentem ordinis secundi.

V. g. *secundus quarti* ordinis est ad *tertium tertii* ordinis ut 2 ad 3.

Convenit illud cum consect. 11. triang. arith. in quo ostensum est *secundam cellulam quartæ seriei* E *esse ad tertiam tertiæ seriei* C *ut* 2 *radicem primæ* E, *ad* 3 *exponentem seriei secundæ* C.

Monitum.

Possunt infinita alia dari circa has propositiones, et quælibet propositio in varias mutari; v. g. cum dictum est, *numerum quemlibet esse ad alterum ut tertium ad quartum*, nùm potest induci *factum ex primo in quartum æquari facto ex secundo in tertium?* Vel factum *ex duobus divisum per alterutrum è reliquis æquari residuo?* Sic multiplicantur propositiones et non sine fructu; variæ enim enuntiationes, etsi ejusdem propositi, varios præbent usus. Hoc autem studium Geometrarum esse debet; illâ enim arte aptatæ enuntiationes ad diversa et magna ducunt Theoremata, connectendo quæ omnino aliena videbantur ut primo concepta fuerant. Cui versatile hoc deest ingenium ingratus erit geometriæ cultus; quia vero non datur sed juvatur, hoc exemplo viam aperire sufficiet.

Ipsa hæc ultima propositio 8. sic exhibetur.

Numerus omnis figuratus, ductus in proximè minorem radicem, æquatur exponenti ordinis ducto in figuratum ordinis sequentis ab illa minori radice procedentem.

Vel sic:

Omnis numerus figuratus, ductus in radicem proxime minorem, *toties* continet figuratum ordinis sequentis ab ista minori radice procedentem, *quoties* exponens ordinis numeri propositi continet unitatem.

Ad horum instar ludatur circa reliqua. Figuratorum compositionem, resolutionem et summam exponere urget utilitas ac novitas rei.

In sequentibus enim propriè ostenditur connexio inter numerum cujusvis ordinis cum suâ radice et exponente sui ordinis, quæ talis est, ut, ex his tribus datis duobus quibuslibet, tertius inveniatur. Verbi gratia, datâ radice et exponente ordinis, numerus ipse datur; sic, dato numero et sui ordinis exponente, radix elicitur; nec non ex dato numero et radice exponens ordinis invenitur : hæc constituunt Tria priora problemata; quartum de summâ ordinum agit.

DE NUMERICORUM ORDINUM COMPOSITIONE[1]

Problema 1.

Datis, numeri cujuslibet, radice et exponente ordinis, componere numerum.

Productus numerorum qui præcedunt radicem dividat productum totidem numerorum continuorum, quorum primus sit exponens ordinis : quotiens erit quæsitus numerus.

Propositum sit invenire numerum ordinis verbi gratia tertii, radicis vero quintæ.

Productus numerorum, 1, 2, 3, 4, *qui præcedunt radicem,* S[2], *nempe* 24, *dividat productum totidem numerorum continuorum,* 3, 4, 5, 6, *quorum primus sit exponens ordinis,* 3, *nempe* 360 : *quotiens* 15, *est numerus quæsitus.*

Nec difficilis demonstratio ; eâdem enim prorsus constructione inventa est, ad finem tractatus Triang. Arith., Cellula quinta tertiæ seriei ; cujus cellulæ numerus idem est ac numerus quintus ordinis tertii, qui quæritur.

---

1. Le recueil de 1665 contient une version différente (sans doute postérieure) de ce même traité (cf. *supra* p. 365). Nous avons publié cette version au T. III, p. 512-515.

2. La racine est la cinquième ; voir la figure au T. III, p. 446.

Corollarium.

Inde colligitur hoc.

Omnis numerus figuratus, ductus in productum numerorum qui præcedunt radicem, æquatur producto totidem numerorum quorum primus est exponens ordinis.

Illo enim ultimo producto per primum diviso, quotiens est numerus figuratus ex constructione.

Potest autem et sic resolvi illud problema.

Productus numerorum qui præcedunt exponentem ordinis dividat productum totidem numerorum continuorum quorum primus sit radix: quotiens est quæsitus.

Sic in proposito exemplo, productus numerorum, 1, 2, qui præcedunt exponentem ordinis, 3, nempe 2, dividat productum totidem numerorum, 5, 6, quorum primus sit radix, 5, nempe: 30, quotiens, 15, est numerus quæsitus.

Nec differt hæc constructio à præcedente, nisi in hoc solo, quod in altera idem fit de radice quod fit in altera de exponente ordinis. Perinde ac si idem esset invenire *quintum* numerum ordinis *tertii,* ac *tertium* numerum ordinis *quinti.* Quod quidem verum esse jam ostendimus :

Corollarium.

Unde et illud colligitur.

Omnis Numerus figuratus, ductus in productum

numerorum qui præcedunt exponentem ordinis, æquatur producto totidem numerorum continuorum quorum primus sit radix.

Ultimo enim hoc producto per primum diviso, quotiens est ipse numerus figuratus, ex hac constructione.

Hinc autem obiter colligere possumus arcanum numericum; cum enim ambo illi quotientes, 15, sint iidem, constat, divisores esse inter se ut dividendos. Animadvertemus itaque hanc prop.

Si sint duo quilibet numeri ; Productus omnium numerorum primum *ex ambobus proposito præcedentium, est ad productum totidem numerorum quorum primus est* secundus *ex his ambobus, ut productus ex omnibus qui præcedunt* secundum *ex illis ambobus ad productum totidem numerorum continuorum quorum primus est* primus *ex iis ambobus propositis.*

Hæc qui prosequeretur, et demonstraret, et novi fortassis tractatus materiam reperiret ; nunc autem quia extra rem nostram sunt sic pergimus[1].

---

1. Le traité se continue par le chapitre intitulé « *De Numericorum Ordinum resolutione* » que nous avons publié au T. III, p. 516 sqq. (*Vide supra* p. 365)

TABLE DES MATIÈRES

CHARTRES — IMPRIMERIE DURAND, RUE FULBERT.