

## EJERCICIO ESPACIOS VECTORIALES

Determine si el conjunto dado  $V$  es cerrado bajo las operaciones  $\oplus$  y  $\odot$ .

$V$  es el conjunto de todos los polinomios de la forma  $at^2 + bt + c$  donde  $a, b$  y  $c$  son números reales, y  $b = a + 1$ ;

$$(a_1t^2 + b_1t + c_1) \oplus (a_2t^2 + b_2t + c_2) = (a_1 + a_2)t^2 + (b_1 + b_2)t + (c_1 + c_2)$$

y

$$r \odot (at^2 + bt + c) = (ra)t^2 + (rb)t + rc.$$

Solución.

**Demostración.** El problema nos dice  $at^2 + bt + c$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ; y  $b = a + 1$

entonces si

$$\vec{u} = a_1t^2 + b_1t + c_1$$

$$\vec{v} = a_2t^2 + b_2t + c_2$$

tendremos

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = (a_1 + a_2)t^2 + (b_1 + b_2)t + (c_1 + c_2)$$

cambiando  $b$  por  $a + 1$ ,

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = (a_1 + a_2)t^2 + (a_1 + 1 + a_2 + 1)t + (c_1 + c_2)$$

reduciendo la expresión  $(a_1 + 1 + a_2 + 1)$ ,

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = (a_1 + a_2)t^2 + (a_1 + a_2 + 2)t + (c_1 + c_2)$$

tomando  $a_1 + a_2$  como  $a$ ,

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = (a_1 + a_2)t^2 + (a + 2)t + (c_1 + c_2)$$

y por tanto  $b \neq a + 2$ , con lo cual concluimos que  $V$  no está cerrado bajo las operaciones  $\oplus$  y  $\odot$ .  $\square$