

EJERCICIO RECTAS

Demostrar que 2 rectas $L(P,A)$ y $L(Q,B)$ de V_n se cortan si y solo si $P-Q$ pertenece a la envolvente lineal de A y B

Piden: demostrar que $L(P,A)$ y $L(Q,B)$ de V_n se cortan

Dan: si y solo si $P-Q$ es envolvente lineal de A y B

Proof.

\implies

hipotesis: $L(P,A)$ y $L(Q,B)$ se cortan

tesis: $P-Q$ es envolvente lineal de A y B

$$L(P,A) \quad \vec{x} = P + At$$

$$L(Q,B) \quad \vec{y} = Q + Bs$$

sea R el punto donde se cortan las rectas (por hipotesis) por lo tanto, $R = P + At$ y $R = Q + Bs$ para algun s y $t \in \mathbb{R}$

$$P + At = Q + Bs$$

$$P - Q = At + Bs$$

es decir $P-Q$ pertenece al envolvente lineal de A y B

\impliedby

hipotesis: $P-Q$ es envolvente lineal de A y B

tesis: $L(P,A)$ y $L(Q,B)$ se cortan

$\exists s, t \in \mathbb{R}$ (por hipotesis) tales que

$$P + At = Q + Bs$$

$$P - Q = At + Bs$$

si la igualdad se cumple porque algun $\exists R \in V_n$ tal que

$$R = P + At$$

$$R = Q + Bs$$

luego $L(P,A)$ y $L(Q,B)$ se cortan

□