EJERCICIO SISTEMAS HOMOGENEOS

Determinar todos los valores de λ tales que el sistema homogeneo $(\lambda I_n - A)x = 0$, tiene una solucion no trivial

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Desarrollamos el sistema homogeneo $(\lambda I_n - A)x = 0$, remplazando a A por la matriz ya dada:

$$(\lambda I_n - A)x = 0$$

Entendemos que I_n es igual a la matriz identidad $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left[\lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La variable λ multiplica a la matriz identidad

$$\left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Operamos :

$$\begin{pmatrix} \lambda - 2 & -3 \\ -2 & \lambda + 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sacamos la determinante:

$$det \begin{pmatrix} \lambda - 2 & -3 \\ -2 & \lambda + 3 \end{pmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 2)(\lambda + 3) - (-2)(-3) = 0$$

$$(\lambda - 2)(\lambda + 3) - 6 = 0$$

$$\lambda^2 + 3\lambda - 2\lambda - 6 - 6 = 0$$

$\lambda^2 + \lambda - 12 = 0$ Factorizamos

$$(\lambda - 3)(\lambda + 4) = 0$$

Despejamos λ

$\lambda - 3 = 0$; $\lambda + 4 = 0$

$\lambda = 3$; $\lambda = -4$