



*para su comodidad...*

# *pague la electricidad con cheque!*

Si tiene cuenta bancaria será mucho más seguro para usted y para nuestro cobrador.

El cheque debe extenderse cruzado a la orden de Servicios Eléctricos del Gran Buenos Aires S. A. Si usted, habitualmente, se encuentra ausente cuando lo visita nuestro cobrador, le agradeceremos solicite el envío del duplicado de sus facturas, que podrá abonar por correo o bien personalmente en nuestras oficinas.



**SERVICIOS ELECTRICOS DEL GRAN BUENOS AIRES S.A.**

CASILLA DE CORREO 2697 - CORREO CENTRAL - CAPITAL FEDERAL



# ANALES

DE LA

# SOCIEDAD CIENTIFICA

# ARGENTINA

DIRECTOR: JOSE S. GANDOLFO

JULIO-DICIEMBRE 1963 — ENTREGAS I a VI — TOMO CLXXVI

## S U M A R I O

	Pág.
ING. CIVIL J. MAMRUTH. — Contracciones en canal trapecial en régimen supercrítico estudio experimental .....	3
E. DISTEFANO, N. FRAIDENRAICH. — Conductividad eléctrica de gases parcialmente ionizados .....	45
F. DANON. — Nota sobre la teoría del coeficiente de condensación .....	56
CARLOS RAITZIN. — Sobre los principios variacionales de la dinámica ....	62
ADOLFO LEANDRO MONTES. — Esencias de plantas aromáticas del Parque Nacional de Nahuel Huapi y sus aledaños .....	71
DELIA I. DE ROTHSCHILD. — Anatomía foliar de especies argentinas del género <i>Cordia l.</i> ( <i>Boraginaceae</i> ) .....	93
ING. MEC. Y ELEC. ALFREDO GONZÁLEZ. — Una prueba experimental definitiva de la relatividad especial .....	117
MIGUEL M. MUHLMANN. — Estudio de las arenas del Río Tieté, zona de Barra Bonita, São Paulo, Brasil .....	130
BIBLIOGRAFÍA .....	157

BUENOS AIRES  
AVDA. SANTA FE 1145

1963

# SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

## SOCIOS HONORARIOS

Ing. Enrique Butty  
 Dr. Bernardo A. Houssay  
 Dr. Alfredo Sordelli  
  
 Dr. Florentino Ameghino †  
 Dr. Valentín Balbín †  
 Ing. Santiago E. Barabino †  
 Dr. Carlos Berg †  
 Dr. Germán Burmeister †  
 Ing. Vicente Castro †  
 Ing. Enrique Chanourdie †

Dr. Carlos Darwin †  
 Dr. Alberto Einstein †  
 Dr. Enrique Ferri †  
 Dr. Angel Gallardo †  
 Dr. Benjamín A. Gould †  
 Dr. Cristóbal M. Hicken †  
 Dr. Eduardo L. Holmberg †  
 Ing. Luis A. Huergo †  
 Ing. Eduardo Huergo †  
 Dr. Mario Isola †

Dr. Juan J. J. Kyle †  
 Dr. César Lombroso †  
 Ing. Guillermo Marconi †  
 Dr. J. Mendizábal Tamborel †  
 Dr. Walter Nernst †  
 Dr. R. A. Phillippi †  
 Dr. Guillermo Rawson †  
 Dr. Carlos Spegazzini †  
 Dr. Pedro Visca †  
 Dr. Estanislao S. Zeballos †

## JUNTA DIRECTIVA (1963-1964)

<i>Presidente</i> .....	Dr. Pablo Negroni
<i>Vicepresidente 1º</i> .....	Cap. de Navío Emilio L. Díaz
<i>Vicepresidente 2º</i> .....	Ing. Juan José Carabelli
<i>Secretario</i> .....	Ing. Agr. Eduardo Pous Peña
<i>Prosecretario</i> .....	Dr. Máximo Valentinuzzi
<i>Tesorero</i> .....	Ing. Ricardo R. Hertig
<i>Bibliotecario</i> .....	Dr. Ernesto Longobardi

### *Vocales Titulares:*

Ing. Eduardo E. Baglietto  
 Ing. Guido C. Belzoni  
 Ing. Arturo J. Bignoli  
 Dr. Emilio L. González  
 Ing. Nicolás Konzewitsch  
 Dr. Fernando Modern  
 Ing. Roberto J. Ottonello  
 Ing. Edmundo Parodi  
 Dr. Andrés O. M. Stoppani

### *Vocales Suplentes:*

Dr. Luis M. Baliña  
 Dra. Noemí V. Cattoi  
 Cap. de Navío Luis M. Iriart  
 Dr. Martiniano Leguizamón Ponda  
 Dr. Aldo R. J. Paoli  
 Ing. Agr. Antonio J. Prego

## SECCIONES DEL INTERIOR *Comisión Directiva*

### **San Juan**

*Presidente*  
 Doctor Indalecio Carmona Ríos  
*Vicepresidente*  
 Ingeniero Fernando Volponi  
*Secretario*  
 Doctor Pablo A. Del Carril  
*Tesorero*  
 Conta. Púb. Duilio S. Graffigna  
*Vocales*  
 Ingeniero Ramón Ruiz Bates  
 Ingeniero Federico Rocha  
 Doctor Antonio Aguilar

### **Santa Fe**

*Presidente*  
 Ing. Quím. Emilio A. Vergara  
*Vicepresidente*  
 Ing. Quím. Nemesio de la Puente  
*Secretario*  
 Ing. Quím. Juan A. Retamar  
*Tesorero*  
 Ing. Quím. Enrique A. Virasoro  
*Vocales*  
 Doctor Gustavo A. Fester  
 Ing. Quím. Guillermo Berraz

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Art. 10 del Reglamento de los "ANALES" (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de Septiembre de 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Gerencia de la Sociedad, Avenida Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director.



**ANALES**  
**DE LA**  
**SOCIEDAD CIENTIFICA**  
**ARGENTINA**

---

**DIRECTOR: JOSE S. GANDOLFO**

---

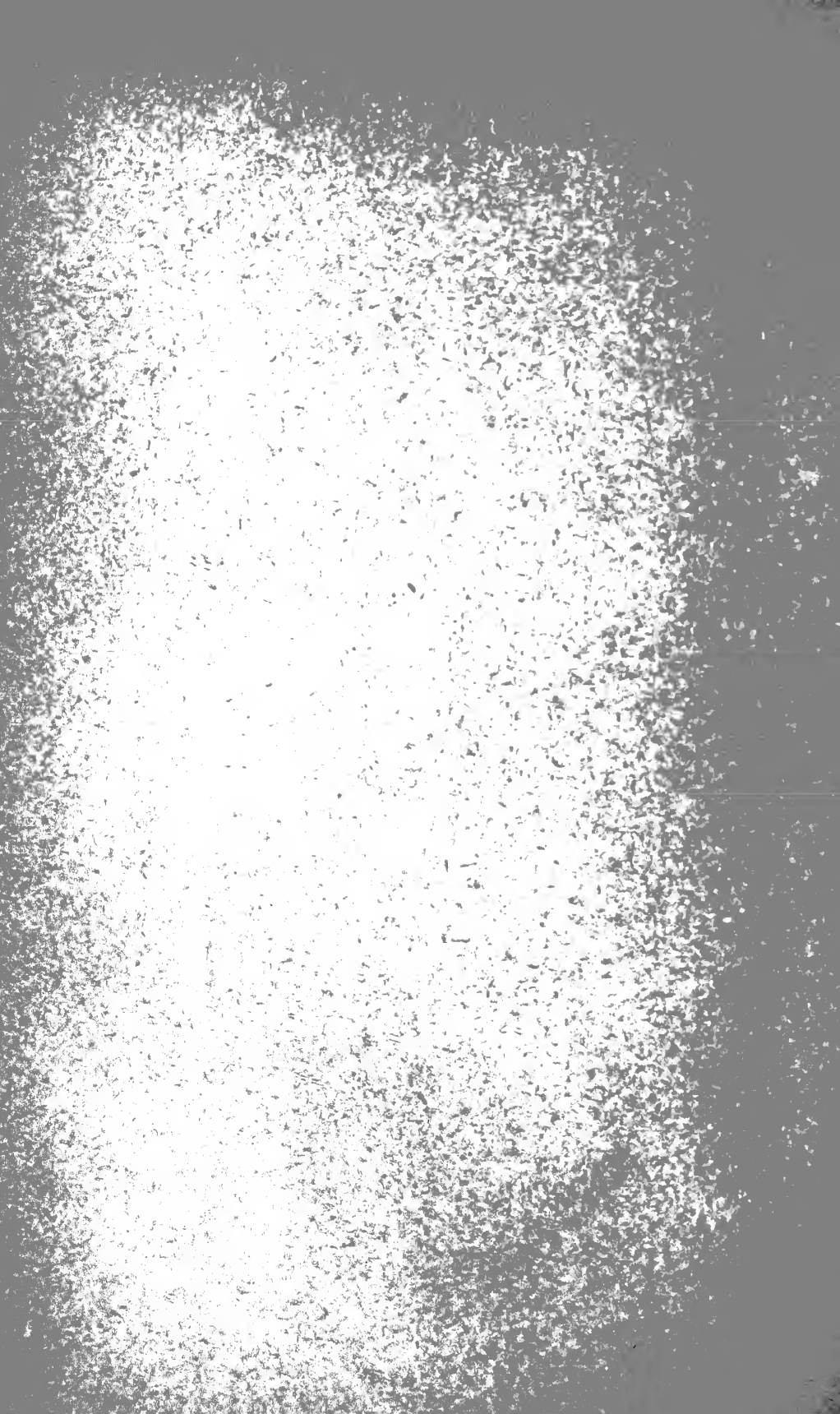
**TOMO CLXXVI**

---

**BUENOS AIRES**  
**AVDA. SANTA FE 1145**

---

**1963**



# CONTRACCIONES EN CANAL TRAPEZIAL EN REGIMEN SUPERCRITICO ESTUDIO EXPERIMENTAL

J. MAMRUTH. Ing. Civil.

Departamento de Hidráulica. Facultad de Ingeniería de Buenos Aires.

El trabajo experimental del que da cuenta el presente artículo fue realizado dentro de un programa de estudios como becario del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas, que comprendió un "stage" de dos años en el Laboratoire National d'Hydraulique de Chatou (Francia). Los primeros resultados de las experiencias fueron el objeto de una comunicación presentada al 9° Congreso de la Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas, que tuvo lugar en Dubrovnik (Yugoslavia) en septiembre de 1961.

**RESUMEN:** Luego de recordar brevemente los estudios teóricos y experimentales realizados con anterioridad en el campo de las singularidades en canal en régimen supercrítico, el autor pasa directamente al problema de las contracciones. Se describen las experiencias efectuadas en el L. N. H. dándose los resultados de las series sistemáticas de ensayos para una amplia gama de ángulos de contracción, talud del canal y número de Froude. El trabajo ha sido encarado desde el punto de vista de dar al proyectista de una estructura del tipo en cuestión los elementos que le permitan dimensionarla de modo tal que la misma dé lugar a las ondas más pequeñas posibles en la contracción propiamente dicha y las mínimas perturbaciones aguas abajo.

**RESUMÉ:** Cet article constitue le compte rendu des essais réalisés par l'auteur au cours de son stage au Laboratoire National d'Hydraulique, de Chatou, France, en qualité de boursier du Conseil National de la Recherche Argentin. Les premiers résultats de ces expériences ont été déjà l'objet d'une communication présentée au 9ème Congrès de l'AIHR, à Dubrovnik (Yougoslavie), en Septembre 1961.

Après avoir rappelé les études théoriques et expérimentales précédemment réalisées dans le domaine des singularités dans les canaux en régime supercritique, l'auteur aborde directement le problème des contractions. Il décrit les essais systématiques effectués au L. N. H., qui comportaient une gamme assez large d'angles de contraction, de pentes du talus et du nombre de Froude. Les résultats sont donnés dans l'optique de son utilisation par le projecteur, de façon à lui fournir les éléments lui permettant d'obtenir un tracé donnant les ondes les plus petites dans la contraction elle-même et les perturbations minima à l'aval.

## 1. *Problema general de los escurrimientos supercríticos.*

El problema de los escurrimientos en régimen supercrítico o torrencial se presenta en especial en el proyecto de canales de fuerte

pendiente. Estos aparecen en los aliviaderos de crecientes y descargadores de centrales hidroeléctricas, en las obras de control de erosión así como de irrigación. Un campo de aplicación muy importante de dichos canales se encuentra en los aliviaderos de las presas de tierra, que se proyectan en general del tipo lateral, sobre una de las laderas. Como razones de economía hacen siempre que se busque el trazado más corto posible, ello se traduce en pendientes considerables.

A la salida de compuertas también se presenta el régimen supercrítico, en especial para aberturas parciales de las mismas.

Los escurrimientos en cuestión, es decir aquéllos en que la velocidad es superior a la crítica, no pueden ser estudiados de la manera clásica empleada para el régimen tranquilo, salvo para tramos rectilíneos entre paredes paralelas y sin variación de la pendiente transversal del canal. En los escurrimientos que estudiamos, todo cambio de dirección de las paredes del canal origina ondas estacionarias inclinadas, que atraviesan el canal, llegando a la pared opuesta, donde se reflejan para continuar ese proceso sobre largas distancias aguas abajo. (1)

Se forman así ondas positivas o de sobreelevación cuando el cambio de dirección comporta una convergencia o contracción y en cambio ondas negativas o de descenso en el caso de divergencia o ensanche. En las curvas habrá ondas positivas de un lado y negativas del otro.

El efecto de las ondas positivas es el que nos interesa en particular, pues las sobreelevaciones que se derivan de ellas determinan la revancha a dar a los canales. Si no se busca disminuir los aumentos de nivel, esa revancha puede resultar antieconómica y si por haber desconocido el problema, o haberlo subestimado, el canal desborda al ponerlo en funcionamiento, las consecuencias pueden llegar a ser desastrosas para las obras si las mismas están fundadas en terreno de calidad mediocre o en las cercanías de una estructura de tierra.

El problema es de importancia también para los escurrimientos en galería, pues las ondas pueden ponerla en carga.

### 1.1 *Teoría general de las ondas producidas por singularidades en canales en régimen supercrítico. Verificación experimental.*

La teoría de las ondas que se producen en los canales de sección rectangular en régimen supercrítico, así como diversas verificaciones experimentales, han sido efectuadas desde 1936 por Knapp, Ippen,

(1) Es de hacer notar que aún en canales rectilíneos puede observarse la presencia de ondas, llamadas "roll-waves". Pero éstas no son ya estacionarias sino de traslación y su producción está ligada no sólo al régimen de escurrimiento sino también a la rugosidad del canal.



Dawson, Citrini, Poggi, Rouse, Harleman, Engelund, Munch Petersen y Wiener (ver las referencias bibliográficas que se dan al final del artículo). La publicación básica, que ha tratado el tema en su forma más exhaustiva es el Simposio de la American Society of Civil Engineers (Ref.2), completado por el artículo de Ippen y Harleman aparecido posteriormente en los Proceedings de la misma Sociedad (Ref. 3).

La teoría en cuestión está basada en el teorema de las cantidades de movimiento y en la ecuación de continuidad. En general el problema se ha considerado bidimensional, por simplificación, a pesar de que se vea que el mismo debería ser objeto de un tratamiento tridimensional. Como la aproximación que se ha obtenido en el caso de canales rectangulares se juzgó buena y suficientemente verificada por los trabajos experimentales, no se abordó el estudio tridimensional, que llevaría lógicamente a ecuaciones más complejas.

Ippen, al establecer su teoría (Ref. 2), considera canal de fondo horizontal. Las ecuaciones son asimismo válidas cuando el plano de carga total del escurrimiento es paralelo al fondo. Evidentemente, como el régimen supercrítico está asociado a pendientes muy elevadas, es legítimo pensar que la proyección del peso sobre el fondo,

An. Soc. Cienc. Argentina.

S. 2226

## ERRATA

En el trabajo del ingeniero J. Mamruth, *Contracciones en canal trapezoidal en régimen supercrítico. Estudio experimental*, aparecido en el tomo CLXXVI, entregas I a VI (julio-diciembre, 1963), se han deslizado las siguientes erratas:

La fórmula (1) de la página 5, debe ser:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{\sqrt{g h_1}}{V} \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{h_2}{h_1} \left( 1 + \frac{h_2}{h_1} \right)}$$

En la fórmula (2) de la página siguiente el signo radical termina encima de la letra  $\beta$  tanto en el numerador como en el denominador. (−3 en el numerador y −1 en el denominador quedan fuera de dicho signo radical).

En el cuadro I la primera fecha en la columna Año es 1943 y no 1945. En la columna correspondiente a WIENER de dimensiones del canal el ancho es 0.375.

En la figura 11, la letra a) va en la parte central a la derecha y la letra b) en la figura de más abajo.

En la página 31, al final de la 11ª línea a contar desde abajo, se debe leer « F elevado (3 a 4) » sin el signo  $\neq$  que se ha deslizado entre el 3 y el 4.

pendiente. Estos aparecen en los aliviaderos de crecientes y descargadores de centrales hidroeléctricas, en las obras de control de erosión así como de irrigación. Un campo de aplicación muy importante de dichos canales se encuentra en los aliviaderos de las presas de tierra, que se proyectan en general del tipo lateral, sobre una de las laderas. Como razones de economía hacen siempre que se busque el trazado más corto posible, ello se traduce en pendientes considerables.

A la salida de compuertas también se presenta el régimen supercrítico, en especial para aberturas parciales de las mismas.

Los escurrimientos en cuestión, es decir aquéllos en que la velocidad es superior a la crítica, no pueden ser estudiados de la manera clásica empleada para el régimen tranquilo, salvo para tramos rectilíneos entre paredes paralelas y sin variación de la pendiente transversal del canal. En los escurrimientos que estudiamos, todo cambio de dirección de las paredes del canal origina ondas estacionarias inclinadas, que atraviesan el canal, llegando a la pared opuesta, donde se reflejan para continuar ese proceso sobre largas distancias aguas abajo. (1)

cuando el cam-

Dawson, Citrini, Poggi, Rouse, Harleman, Engelund, Munch Petersen y Wiener (ver las referencias bibliográficas que se dan al final del artículo). La publicación básica, que ha tratado el tema en su forma más exhaustiva es el Simposio de la American Society of Civil Engineers (Ref.2), completado por el artículo de Ippen y Harleman aparecido posteriormente en los Proceedings de la misma Sociedad (Ref. 3).

La teoría en cuestión está basada en el teorema de las cantidades de movimiento y en la ecuación de continuidad. En general el problema se ha considerado bidimensional, por simplificación, a pesar de que se vea que el mismo debería ser objeto de un tratamiento tridimensional. Como la aproximación que se ha obtenido en el caso de canales rectangulares se juzgó buena y suficientemente verificada por los trabajos experimentales, no se abordó el estudio tridimensional, que llevaría lógicamente a ecuaciones más complejas.

Ippen, al establecer su teoría (Ref. 2), considera canal de fondo horizontal. Las ecuaciones son asimismo válidas cuando el plano de carga total del escurrimiento es paralelo al fondo. Evidentemente, como el régimen supercrítico está asociado a pendientes muy elevadas, es legítimo pensar que la proyección del peso sobre el fondo, que no se tiene en cuenta al plantear las ecuaciones, debe jugar un papel importante.

El fenómeno estudiado puede quedar definido por la altura y la ubicación de las ondas. Los estudios efectuados establecen pues la

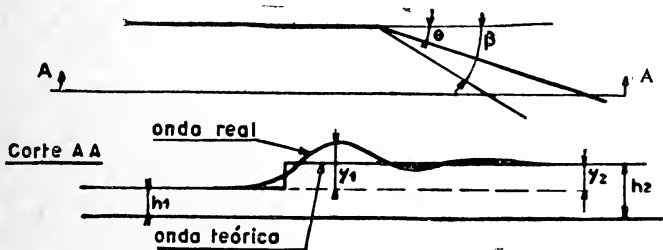


Fig. 1. Planta y corte de una onda.

relación entre el tirante aguas abajo de las ondas y el tirante normal del canal aguas arriba, así como el ángulo que la onda forma con el eje del canal.

Para el caso de canales rectangulares, Ippen llega a las expresiones siguientes: (ver fig. 1)

$$\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{g h_1}}{V} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{h_2}{h_1} \left( 1 + \frac{h_2}{h_1} \right)} \quad (2) \quad [1]$$

(2) El ingeniero Ballofett, en el artículo "Sobre la mecánica de las transiciones en canales trapeziales en régimen torrencial", que se menciona en Ref. 7, da una demostración clara y rigurosa de [1].

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\operatorname{tang} \beta \sqrt{1 + 8F^2 \operatorname{sen}^2 \beta - 3}}{2 \operatorname{tang}^2 \beta + \sqrt{1 + 8F^2 \operatorname{sen}^2 \beta - 1}} \quad [2]$$

en las que:

- $h_2$  es el tirante aguas abajo de la onda;  
 $h_1$  el tirante aguas arriba de la onda;  
 $\theta$  el ángulo determinado por la traza de la pared del canal sobre el fondo, con el eje de éste;  
 $\beta$  ángulo de la onda con el eje del canal;

$$F_1 = \frac{V}{\sqrt{g h_1}}, \text{ número de Froude del escurrimiento aguas arriba de la onda } (3);$$

$V$  Velocidad media aguas arriba.

Cuando  $\theta$  es pequeño, la relación  $h_2/h_1$  lo es también y las ecuaciones [1] y [2] se reducen a:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{\sqrt{g h_1}}{V} = \frac{1}{F_1} \quad [3]$$

Esta última expresión es similar a la que da el ángulo de las ondas de choque en los escurrimientos supersónicos, en función del número de Mach.

A partir de las ecuaciones que anteceden los diversos autores han abordado los problemas inherentes a las diferentes singularidades que pueden presentarse en un canal en régimen torrencial, en especial las contracciones, los ensanches y las curvas (Ref. 2).

## 2. Estudio de las contracciones.

### 2.1. Generalidades.

El proyecto de una contracción en canal en régimen torrencial difiere esencialmente del de una estructura similar en régimen tranquilo. En este último lo que se busca es reducir a un mínimo las pérdidas de carga, lo cual se obtiene dando a la contracción la forma más hidrodinámica posible, compatible con las condiciones económicas. En el caso de régimen torrencial el problema es completamente

(3) Para el estudio de las singularidades de los canales en régimen supercrítico se ha utilizado siempre esta forma del número de Froude, que es muy cómoda pues da directamente la relación entre la velocidad media del escurrimiento y la crítica, definiendo por así decir un grado de torrencialidad. Evidentemente  $F = 1$  para régimen crítico y mayor que 1 para los torrenciales ya que  $\sqrt{g h_1}$  es precisamente la expresión de la velocidad crítica en canales rectangulares.

distinto. Ya no se trata de la reducción de pérdidas de carga y de los efectos consiguientes al cambio de velocidad sino que se está frente a un problema de ondas de sobreelevación que se forman en correspondencia con el cambio de dirección de las paredes del canal (ver fig. 3). El fin buscado entonces es suprimir dichas ondas, lo que no se puede lograr totalmente, por lo menos para un trazado económico.

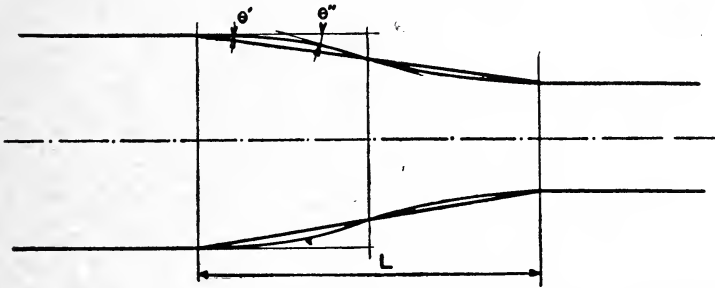


Fig. 2. Comparación de una contracción curva y una rectilínea de igual longitud, en sección rectangular.

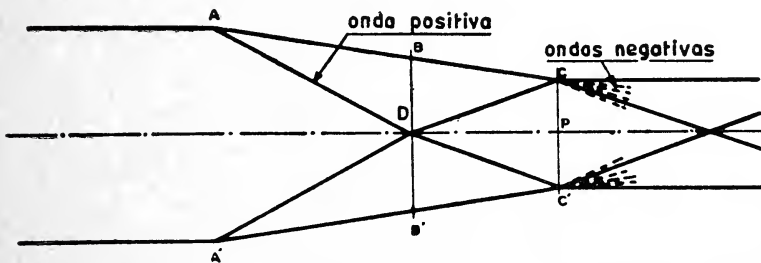


Fig. 3. Sección rectangular. Condición de atenuación máxima de las ondas aguas abajo de la contracción.

El problema que se presenta es doble: por una parte se debe reducir al máximo la importancia de las ondas que aparecen en la contracción propiamente dicha. Pero el fenómeno creado por estas ondas no se circunscribe solamente a la contracción en sí, sino, lo que es mucho más importante, se extiende a la zona de aguas abajo de la misma. En efecto, las ondas positivas van reflejándose en ambas paredes del canal y este proceso continúa en largas distancias. Por lo tanto el segundo objetivo es reducir a un mínimo la propagación de los efectos aguas abajo o, expresado en otros términos, atenuar al máximo las perturbaciones debidas a las ondas.

## 2.2. Estudios anteriormente efectuados.

La gran mayoría de los estudios realizados en el campo de las contracciones (así como de todas las singularidades) han sido dedicados a las secciones rectangulares. Las primeras contracciones anali-

zadas fueron las de trazado curvo, similares a las proyectadas para escurrimientos tranquilos (ver figs. 2 y 9a). Luego se procedió a efectuar las experiencias en contracciones rectilíneas, que demostraron ser más eficaces en la obtención de los dos fines enunciados en el parágrafo anterior. Ello no es difícil de comprender en lo que respecta a lograrlas ondas más pequeñas posibles en la contracción misma, si se analiza la figura 2. A igualdad de longitud de contracción, la de trazado curvo posee un ángulo  $\theta'' > \theta'$ . En consecuencia, como puede deducirse de las expresiones [1] y [2] el ángulo  $\beta$  formado por la onda y la relación  $h_2/h_1$  serán más elevados.

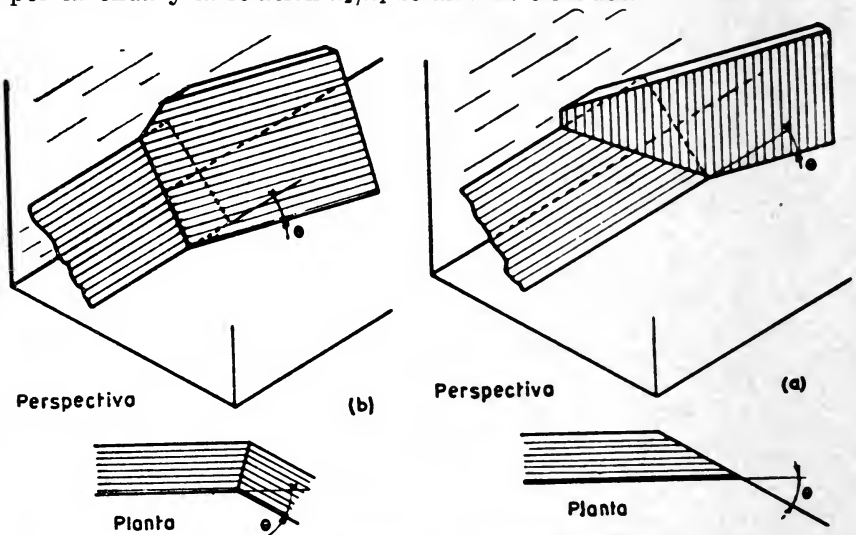


Fig. 4. Transiciones estudiadas por Wiener.

En lo que respecta a la obtención de la segunda de las condiciones enunciadas en 2.1, la regla para el proyecto de las contracciones rectilíneas consiste en obtener que la onda positiva que se origina en el cambio de dirección llegue a la pared opuesta justo en el extremo de la contracción (sección C-C de la fig. 3). Con ello la onda positiva reflejada se superpondrá con la negativa que se origina en la salida de la estructura, anulándose ambas mutuamente.

Esta última condición es mucho más difícil de obtener en el caso de contracciones de trazado curvo.

En el campo de las experiencias en sección trapezoidal, las únicas de conocimiento del autor son las de Wiener, para su trabajo de tesis en la Universidad de Columbia, en Estados Unidos. Wiener estudió los dos casos siguientes: primero, el de una pared vertical que intersecta la pared inclinada de aguas arriba (fig. 4, a) y segundo el de una pared con el mismo talud del canal trapezoidal (fig. 4, b).

En el primer caso las experiencias de Wiener mostraron valores finales de  $h_2/h_1$  y del ángulo  $\beta$  similares a los teóricos establecidos por Ippen.

Wiener efectuó además el trazado de la onda aplicando un método que consiste en transformar la porción triangular del canal, contra la pared (ver fig. 5) en un cierto número de pequeñas secciones rectangulares. Para cada una de ellas aplica las expresiones [1] y [2] obteniendo así un trazado curvo de la onda, que resulta desplazada hacia aguas abajo en una distancia  $s$  con respecto a la onda de frente recto prevista por la teoría de canales rectangulares.

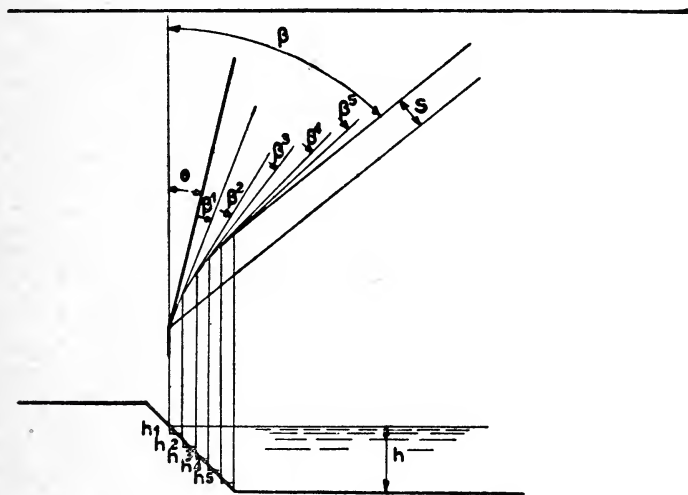


Fig. 5. Transición vertical en canal trapezoidal. Método gráfico para el trazado de la onda.

Para el segundo de los casos estudiados Wiener consideró teóricamente el fenómeno como movimiento gradualmente variado y aplicando simultáneamente la ecuación de continuidad, de Bernoulli y de las cantidades de movimiento, llegó a ecuaciones diferenciales demasiado complicadas, que podrían resolverse utilizando máquinas calculadoras electrónicas, lo que a nuestro conocimiento no se ha efectuado aún.

En el cuadro I se han resumido los datos más importantes de las experiencias sobre el problema de contracciones efectuadas hasta el presente, las primeras de Ippen, Dawson y Harleman, las últimas a cargo del autor.

C U A D R O I

ESTUDIOS EXPERIMENTALES EFECTUADOS SOBRE EL TEMA DE CONTRACCIONES EN CANAL EN REGIMEN SUPERCRITICO

Investigador	Instituto	Año	Dimensiones del canal (Ancho, alto, largo)	Alimentación del canal	Tipo de contracción	Sección	$\theta$ ensayados	Fondo del canal	Números de Froude	Tirantes
DAWSON RODRIGUEZ COLES-SHINTAKU	Universidad de Lehigh	1945 1943 1946	0,60 m. 0,30 m.	Tobera	Curva Rectilínea Curva y Rectilínea	Rectangular	— 6° 16° 8°	Inclinable	2-12 3-10 2-10 2-10	
STONE BARSCHDORF WOODBURY	Massachusetts Institute of Technology (EE. UU.)	1947			Rectilínea	Rectangular	3-30°		3-4	
ENGELUND MUNCH PETERSEN	Universidad Técnica de Dinamarca	1953			Convergente-Divergente Curva	Rectangular		Horizontal Inclinable	1 0,3-2,5	
IPPEN HARLEMAN	Massachusetts Institute of Technology (EE. UU.)	1954	1,20 m. 0,30 m. 12 m.	Tobera	Rectilínea	Rectangular	3°, 6°, 9°, 12°, 15°, 18°, 21°	Inclinable 0-8 %	1-7	5-7,5 cm.
WIENER	Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Universidad de Columbia (EE. UU.)	1957	0,375 m. 0,90 m. 1,20 m.	Tobera	Rectilínea	Transición trap-trap. talud 1:1,5 Transición trap-rect. 1:1,5; 1:2,5	10°, 15°, 10°, 15°, 16°	Horizontal	2,5-4,5 2,7-4,35	4,3-4,7 cm.
MAMRUTH	Laboratoire National d'Hydraulique, Chatou (Francia)	1960-61	0,78 m. 0,70 m. 22 m.	Directa	Rectilínea	Trap. Taludes 1:0,5; 1:1; 1:1,5 1:2,5 Rectangular	4°, 8°, 12°, 16°, 20°	Inclinable 0-9 %	1-4	4-8,5 cm.



### 2.3. Estudios efectuados en el Laboratoire National d'Hydraulique, de Chatou, Francia.

En 2.1 se vio que el problema de las contracciones comporta dos aspectos: el primero la formación de ondas en la contracción misma y el segundo la propagación de las perturbaciones hacia aguas abajo. Evidentemente el segundo depende del primero.

El análisis de las experiencias realizadas precedentemente mostró que las mismas se habían efectuado o bien en canal de fondo inclinado y en sección rectangular o bien en canal trapezoidal pero de fondo horizontal. Al primer caso pertenecen los ensayos, muy completos, de Ippen y Harleman (Ref. 3). El segundo corresponde a las experiencias muy interesantes, pero desgraciadamente poco numerosas, de Wiener.

Se decidió entonces en Chatou retomar todos esos estudios utilizando a la vez sección trapezoidal y fondo inclinado con fuerte pendiente (4). Es casi superfluo hacer notar que la sección trapezoidal es la que más frecuentemente se presenta en las obras hidráulicas, sean éstas de riego, hidroeléctricas, de drenaje, etc. y ello por simples razones de adecuación al terreno, con la consiguiente economía.

Se estudiaron solamente las contracciones de trazado rectilíneo que, como se vio más arriba, son las que mejor se adecuan a la solución del problema de ondas.

Los primeros ensayos realizados mostraron el interés de encarar el trabajo en dos etapas o series:

- a. La primera, para tratar de conocer las características de formación de la onda positiva que se origina en el cambio de dirección de la pared inclinada y para hallar las diferencias con respecto a las condiciones de la sección rectangular (pared vertical).

La instalación de ensayo utilizada en esta primera serie reproduce la mitad del escurrimiento de una contracción, aguas arriba del punto de cruce de las dos ondas (ver fig. 3 y fotografía 1). Se trabajó en esta forma para obtener los ángulos de contracción mayores posibles, para el ancho de canal de que se disponía. De lo contrario, para valores de  $\theta$  importantes, las sobreelevaciones del tirante llevan a régimen tranquilo y el resalto consiguiente, en el interior mismo de la contracción, impidiendo así estudiar el fenómeno.

Las experiencias de esta serie retoman pues, ampliándolas y completándolas, las efectuadas por Ippen y Harleman en sección rectangular y las del segundo tipo estudiadas por Wiener.

(4) Las pendientes que se realizaron fueron menores que las que dan origen a fenómenos de arrastre de aire y emulsiónamiento del escurrimiento.

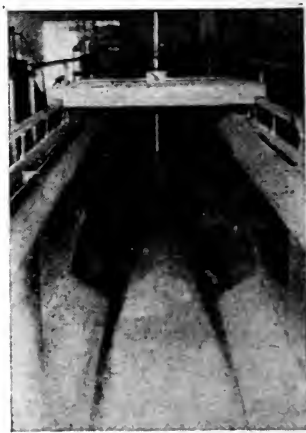
- b. La segunda, para estudiar el proceso de las sucesivas reflexiones de la onda y su atenuación aguas abajo.

Las experiencias se llevaron a cabo en este caso reproduciendo una contracción rectilínea completa, con su tramo de canal aguas arriba y otro de gran longitud aguas abajo (ver fotografía 2).

Todas las experiencias de Chatou se han realizado con un fin esencialmente práctico, el de tratar de extraer conclusiones y elementos



*Foto 1. Disposición utilizada en la primera serie de ensayos.*



*Foto 2. Disposición utilizada en la segunda serie de ensayos.*

que permitan proyectar una contracción del tipo estudiado de modo de satisfacer las dos condiciones mencionadas en 2.1. En otros términos, el objetivo era el de poder llegar a dibujar las ondas positivas desde su nacimiento hasta el punto en que tocan la pared opuesta del canal. Una vez definido este punto, queda definida la longitud más eficaz de la contracción, es decir la determinada por la condición citada en 2.2.

#### 2.4. Parámetros del problema.

Los parámetros que intervienen en el estudio definido en la primera serie de ensayos son:

- el ángulo de la contracción;
- el talud de las paredes del canal;
- el número de Froude del escurrimiento.

(se evita la introducción del tirante como parámetro dando los resultados proporcionalmente al mismo).

Para la serie de experiencias realizadas (ver fig. 6) se ha tomado:

$\theta$  igual a  $4^\circ$ ,  $8^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $16^\circ$  y  $20^\circ$

talud igual a 1:0,5

1:1

1:1,5

1:2,5

(se efectuó asimismo una serie en sección rectangular)

número de Froude entre 1 y 4

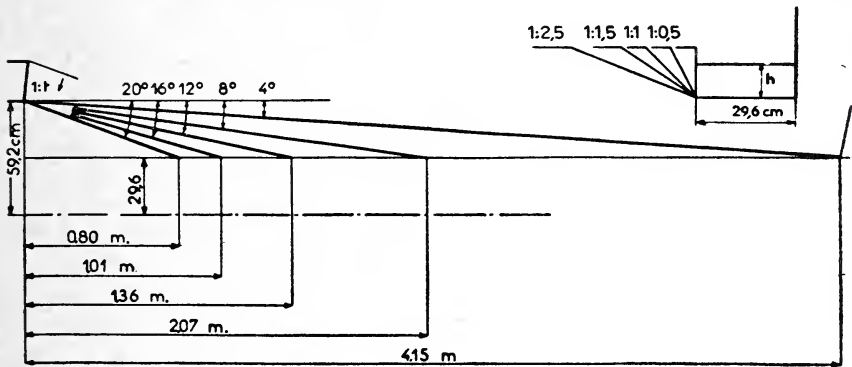


Fig. 6. Primera serie de ensayos. Distintas contracciones estudiadas.

En las experiencias de la segunda serie intervienen otros dos factores:

la relación de contracción:  $r$

la longitud de la contracción:  $L$

Para esta segunda etapa se realizaron ensayos con: (ver fig. 7).

$\theta$  igual a  $4^\circ$  y  $8^\circ$

número de Froude entre 2 y 4

$r$  igual a 0,5 (la misma relación de las experiencias de Ippen)

$L$  igual a 0,80 m y 1,65 m

talud 1:1,5 (que es uno de los que se presenta más comúnmente en la práctica)

### 3. Instalación de ensayo.

Todos los ensayos se efectuaron en el canal de pendiente variable que se detalla en la figura 8 (ver asimismo fotografía 3) el cual permitía obtener inclinaciones de hasta 9 %. Su ancho total era de 78 cm, su alto 70 cm y la longitud útil 22 m.

El canal era alimentado directamente, sin tanque de nivel constante, y estaba comunicado con la cañería de impulsión de las bombas mediante una transición de chapa galvanizada que transformaba la sección circular de la misma en una sección rectangular de ancho igual al del canal.

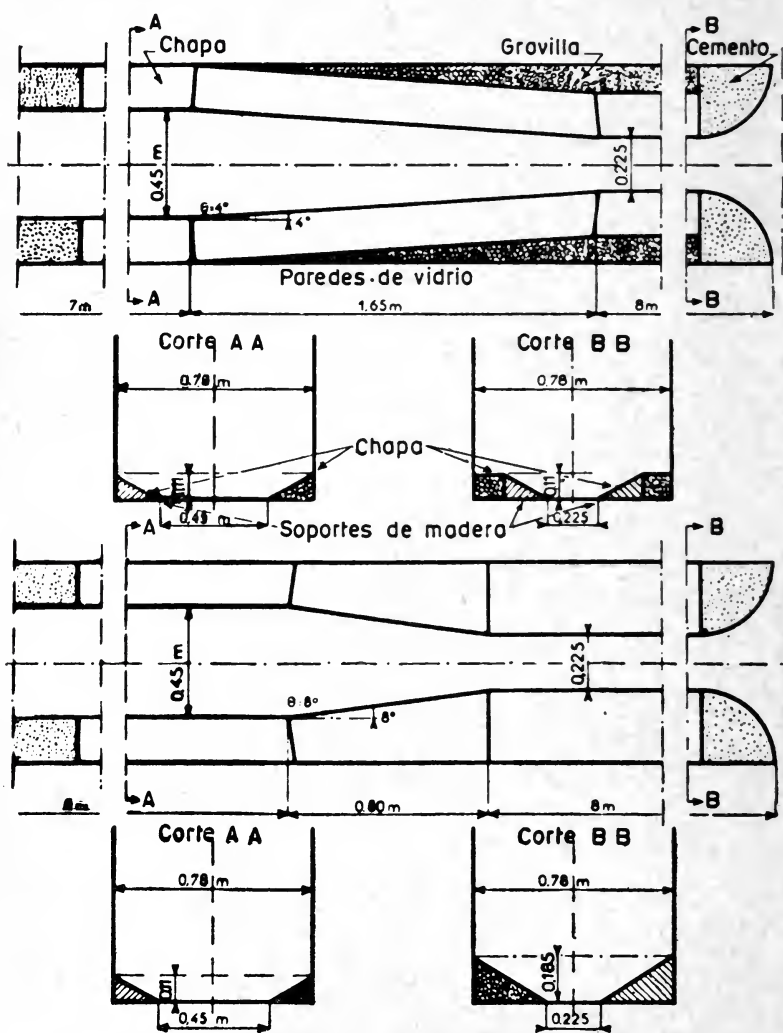


Fig. 7. Segunda serie de ensayos. Contracciones estudiadas.

La instalación que se describe hacía posible la utilización de caudales de hasta 250 l/seg, que se medían con dispositivos Venturi. Los niveles se medían mediante puntas instaladas sobre carros que se deslizaban sobre rieles en toda la longitud del canal. La punta por su

parte podía desplazarse perpendicularmente, de modo que en definitiva era posible cubrir toda la superficie del escurrimiento.

Generalmente se efectuaron lecturas en numerosos puntos de secciones distanciadas entre sí de 25 cm. En ocasiones se intercalaron secciones adicionales para obtener mejor precisión en el levantamiento de la superficie líquida. Eso se efectuó en especial en la zona cercana al nacimiento de la onda y también en el cruce de las mismas, donde las variaciones de nivel son más bruscas.

Las paredes de las contracciones, así como las de los tramos de canal estudiados se realizaron con chapa metálica, bastante espesa

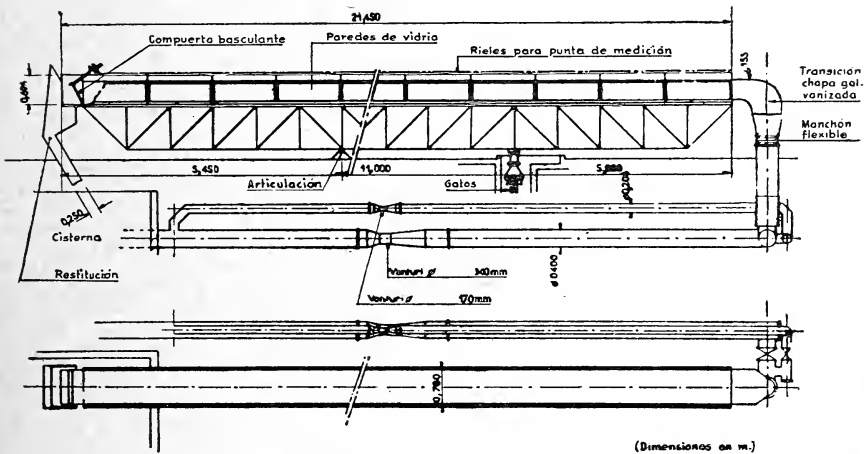


Fig. 8. Canal utilizado en los ensayos.

como para reducir los alabeos y en consecuencia las ondas secundarias molestas, apoyadas sobre soportes de madera (ver fotografías 1 y 2). El espacio entre soportes se llenó al principio con gravilla, lo cual no resultó necesario en definitiva.

El coeficiente de rugosidad  $K$  de Strickler, de la expresión:

$$V = K R^{2/3} i^{1/2}$$

era de 85 a 90 para el canal así constituido. El ajuste de los tirantes y caudales utilizados en los ensayos de las distintas series realizadas se efectuó apelando a ábacos preparados previamente sobre la base de cálculos teóricos y corregidos con las mediciones efectuadas directamente en el canal.

Las dificultades más importantes que se encontraron durante los ensayos fueron las derivadas de la alimentación del canal y la producción de ondas secundarias. En primer lugar, la transición de entrada

al canal (que se ve en la fotografía 3) daba lugar a una alimentación no uniforme del mismo que se traducía por velocidades y tirantes no uniformes en toda la sección. En segundo lugar, todas las pequeñas imperfecciones del canal: superficies ligeramente alabeadas, salientes



*Foto 3. Canal de pendiente variable utilizado en los ensayos. En primer plano, conducto de alimentación. A la derecha, manómetro de los Venturi.*

en las juntas, etc., producían ondas secundarias que se superponían a las principales, con lo que se corría el riesgo de distorsionar el fenómeno (haciendo disimétrico el escurrimiento, por ejemplo en el caso de los ensayos de la segunda serie, o deformando la cresta de la onda en las experiencias de la primera.)

En un primer momento se ensayó de evitar la formación de ondas molestas con el sistema clásico de rejillas, placas perforadas o filtros, sin ningún resultado positivo. Una compuerta vertical que se utilizó luego provocaba, al igual que las rejillas o filtros, una carga relativamente importante aguas arriba. Los filetes líquidos que saltan por debajo de la compuerta encontraban las paredes inclinadas del canal y producían ondas secundarias, aún cuando como se hizo después, se dispusiese un empalme muy gradual entre la sección rectangular de la alimentación y la trapecial del canal. Se eliminó finalmente este empalme, haciendo partir los taludes del canal directamente de la alimentación.

Esta última disposición, si bien mejoró algo las cosas no fue totalmente satisfactoria. Se la completó con una especie de tobera (ver fig. 18) de 60 cm de longitud, que se apoyaba sobre las paredes del canal y dejaba libre una sección que correspondía exactamente a la del escurrimiento. Esta disposición, si bien fue la mejor de todas las ensayadas, presenta el inconveniente de imponer un tirante fijo y de todos modos es menos eficaz si la alimentación del canal no es uniforme.

Si pasamos revista a estos detalles es para mostrar que las experiencias con secciones trapeziales plantean problemas más delicados que las realizadas en canales rectangulares. Evidentemente, para evitar gran parte de los inconvenientes mencionados, lo ideal es tener una alimentación con la forma exacta de la sección a estudiar, de manera que el escurrimiento salga de aquélla ya "formado", por así decir y evitando toda desviación de filetes líquidos, que se traduce por ondas secundarias. Este ideal es fácil de alcanzar con una sección rectangular pero resulta prácticamente irrealizable cuando, como en nuestro caso, son varias las formas de sección estudiadas.

En un principio se había encarado trabajar con los tirantes y caudales más grandes posibles, para obtener números de Froude elevados. El problema planteado por la cuestión de ondas secundarias ha llevado a limitar los tirantes a un máximo de 8,5 cm; pues las condiciones se agravan para valores mayores. Esto ha hecho también que no se pudiese utilizar la capacidad máxima del canal en cuanto a caudales.

El número de Froude característico de cada uno de los escurrimientos ensayados se calculó sobre la base del tirante aguas arriba de la contracción. Como la superficie líquida no era perfectamente plana se obtuvo dicho tirante como una media de las lecturas en dos o tres secciones. Con este valor se entraba en ábacos preparados previamente, que daban el número de Froude en función del tirante para cada una de las formas de sección estudiadas.

La manera práctica de proceder consistía en prever para cada serie de ensayos una gama de números de Froude que diese puntos bien repartidos en las curvas de resultados. Como el cálculo de estos números se efectuaba en la forma antedicha, como una media, no se podían fijar a priori valores exactos de los mismos.

Se debe hacer notar que la característica misma de escurrimiento torrencial, es decir muy veloz, determina una oscilación continua de los niveles, pequeña, pero siempre existente, que hace que los mismos no se mantengan rigurosamente constantes en el tiempo, como en los regímenes tranquilos. Teniendo en cuenta a la vez que la forma y disposición en planta de las ondas dependen de los tirantes es fácil comprender que todo el conjunto del fenómeno está sujeto a una cierta oscilación, que hace ilusoria una precisión exagerada.

Como criterio para las lecturas se adoptó entonces el de tomar los valores máximos. De este modo, las líneas de nivel dadas en las figuras 9, y por lo tanto las superficies líquidas que ellas representan, son en definitiva superficies envolventes de dichos valores máximos.

En este orden de cosas, es interesante comparar las fotografías 4a y 4b (que corresponden a un ensayo de la primera serie), la primera tomada en instantánea y la segunda en pose. Esta última da una imagen mucho más precisa del escurrimiento que la primera, donde se notan las pequeñas imperfecciones de la superficie líquida. En la



*Fotos 4a y 4b. Primera serie de ensayos. Talud 1 : 0.5. Dos tomas del mismo escurrimiento en instantánea y pose.*

segunda fotografía alcanzan a verse, aguas arriba de la onda principal, las trazas de ondas secundarias, de poca importancia relativa, como puede apreciarse, frente a la onda principal.

#### 4. Resultado de los ensayos.

El análisis de los resultados comenzaba calculando los tirantes con relación al fondo del canal, en función de las cotas leídas en la punta de medida. Con los mismos se dibujaban los cortes transversales y, a partir de éstos últimos, los planos de curvas de nivel (ver figs. 9). Sobre estos planos se trazaban igualmente las líneas de cresta de las ondas, que hacían posible definir su posición y el ángulo final.

El aspecto general del escurrimiento en las contracciones en canal trapecial es similar al observado por Ippen, Dawson y Harleman en sección rectangular (ver fig. 9a). Pero en nuestro caso las ondas presentan frentes menos empinados, lo que hace más difícil la determinación de las sobreelevaciones máximas y ángulos de aquéllas. La precisión de las determinaciones es pues menor.

Se constata asimismo que:

- a. Las ondas siguen un trazado no ya recto sino curvo;



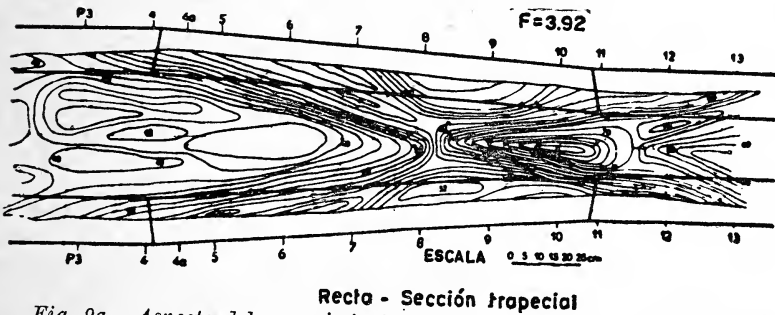
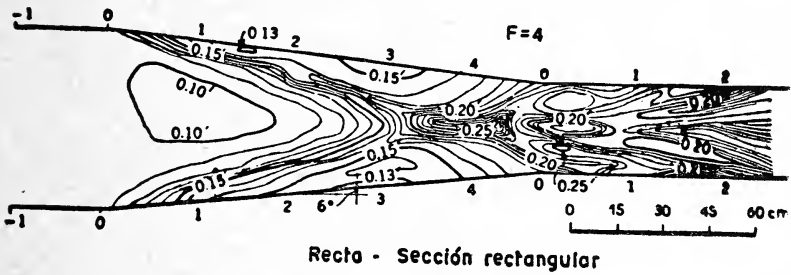
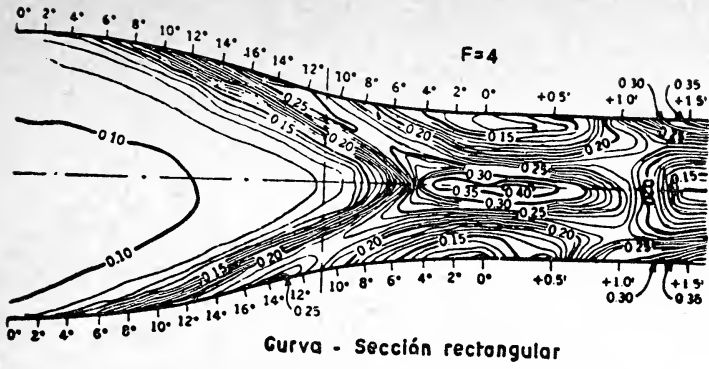


Fig. 9a. Aspecto del escurrimiento en distintas formas de contracción.

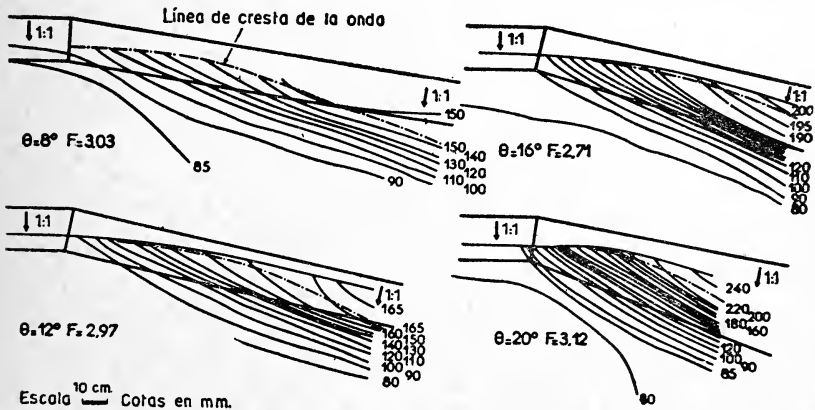


Fig. 9b. Primera serie de ensayos. Aspecto del escurrimiento.

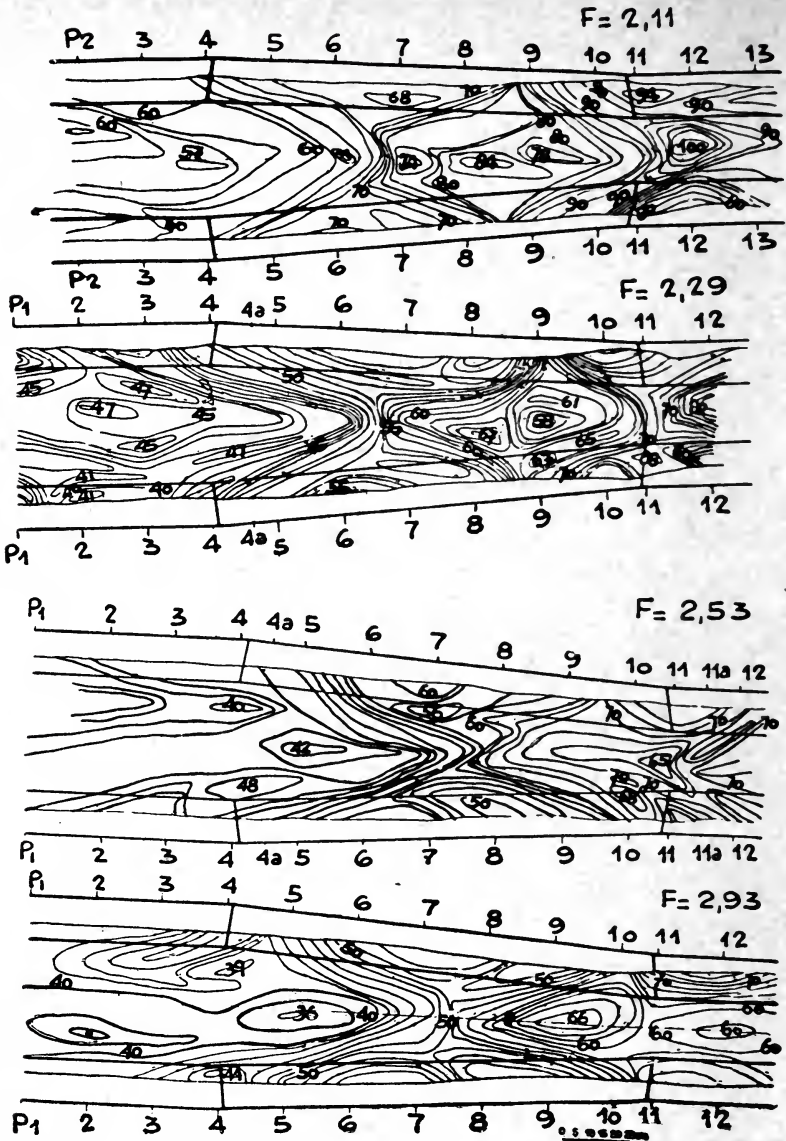


Fig. 9c-1. Segunda serie de ensayos. Aspectos del escurrimiento para distintos números de Froude.

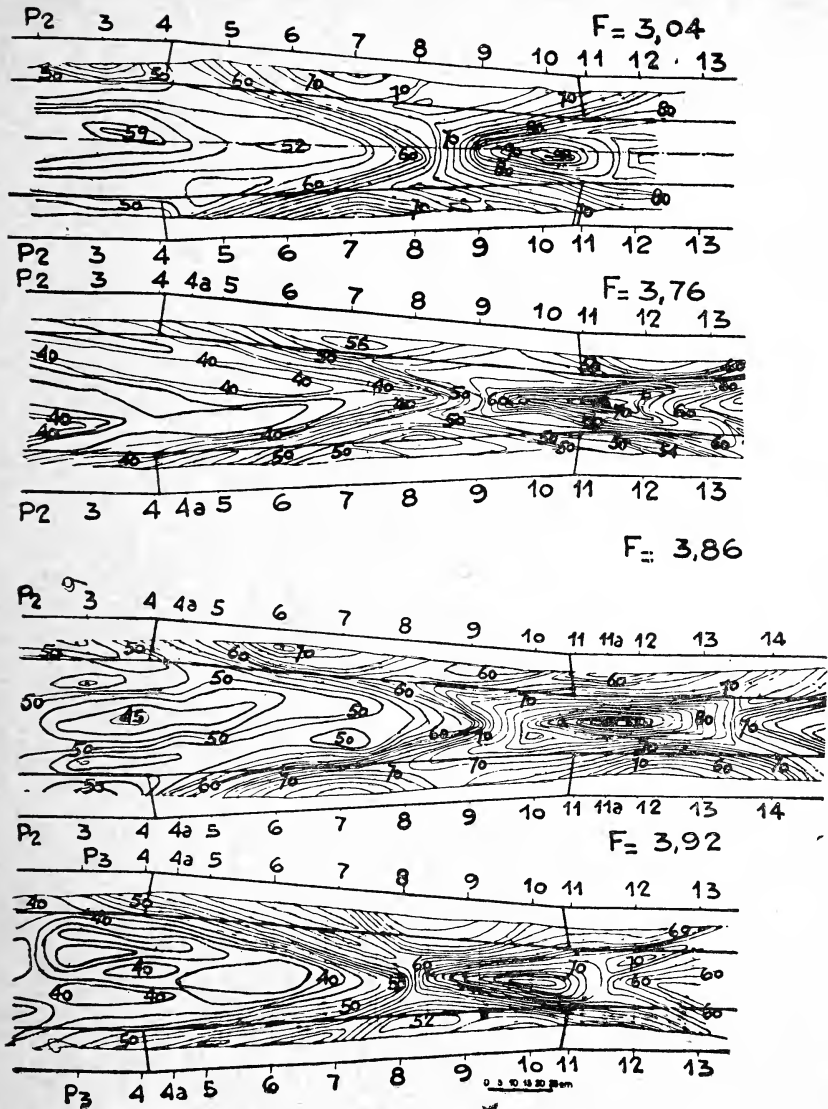


Fig. 9c-2. Segunda serie de ensayos. Aspecto del escurrimiento para distintos números de Froude.

- b. La línea de cresta de la onda está desplazada hacia aguas abajo, en una distancia  $s$  (ver fig. 10);
- c. Para taludes de canal suaves no se puede hablar más de "frente de onda", como en las secciones rectangulares. La superficie del agua se eleva progresivamente en correspondencia con el cambio de dirección y constituye una superficie alabeada, tanto más achatada cuanto menor sea el talud. No obstante ello, los planos de curvas de nivel muestran netamente la desviación de las mismas al entrar en la contracción.

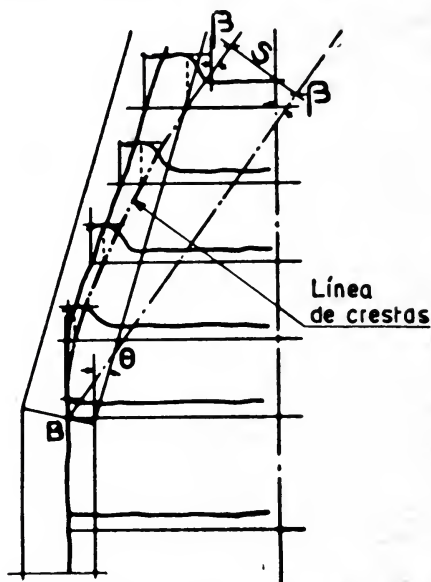


Fig. 10. Aspecto de la onda en canal trapecoidal.

La determinación del ángulo  $\beta$ , que salvo para los taludes más fuertes no es más el de un frente de onda, sino el de la dirección general de ésta, no puede efectuarse con el criterio de Ippen y Harleman, esquematizado en la figura 11a. Puede ser en cambio encarada de diversas formas:

1. Por la dirección general de las curvas de nivel.
2. Por la línea de crestas. (Línea que une los puntos A de la figura 11b).
3. Por la línea que vincula la base de la onda en cada sección.

Ninguno de estos procedimientos da más de  $1,5^\circ$  o  $2^\circ$  de precisión (que es por otra parte lo obtenido por Wiener en sus experiencias) <sup>(5)</sup>.

<sup>(5)</sup> Es interesante recalcar que la dificultad para precisar el ángulo  $\beta$  había sido señalada por Ippen, quien decía, ya para las secciones rectangulares: "El ángulo . . . no se obtiene tan rápidamente y depende en cierto modo del método de interpretación"

El trazado de onda efectuado por el método 2, que es el que hemos seguido, muestra que el ángulo de la misma aumenta hacia aguas abajo y tiende al valor dado por la dirección general de las líneas de nivel, cuando dicha onda se halla sobre la parte de fondo horizontal de la sección. Esto explica al mismo tiempo el trazado curvo y el desplazamiento hacia aguas abajo con respecto a la recta de ángulo  $\beta$  trazada desde el punto  $B$  (ver fig. 10). Este desplazamiento fue observado por Ippen y Harleman en sus experiencias de sección rectangular y por el autor en la serie efectuada con este tipo de canal.<sup>(6)</sup>

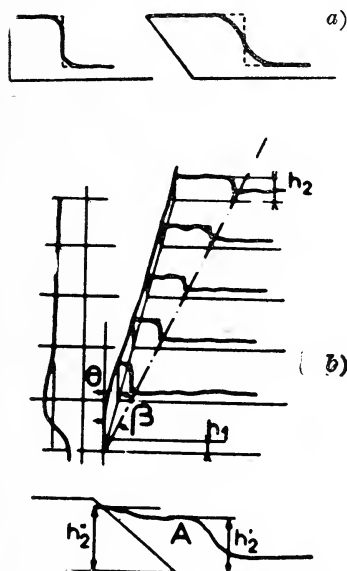


Fig. 11 a). Determinación del ángulo de la onda por el método Ippen-Harleman.  
b) Valor de las sobreelevaciones consideradas.

El desplazamiento de onda observado es mayor a medida que el talud de las paredes se hace menor, pero es más importante que el que se puede deducir de métodos como el dibujado en la figura 5.

El valor final del ángulo  $\beta$  es siempre inferior al calculado teóricamente. La tendencia hacia dicho valor  $\beta$  se verifica con tirantes más grandes que los dados por las ecuaciones [1] y [2].

El aspecto típico de una sección del escurrimiento es el dado en la figura 11b. Siempre teniendo en vista el interés del proyectista

<sup>(6)</sup> Evidentemente el criterio adoptado por Ippen y Harleman para determinar el ángulo  $\beta$  da valores del desplazamiento de la onda más pequeños que si se considera para trazar ésta la línea de crestas. (Ver fig. 11b arriba). Dichos autores toman en definitiva puntos intermedios entre cresta y pie de la onda, lo que para las ondas en sección rectangular no difieren mucho.

hemos tomado el valor  $h_2''$  para determinar las relaciones máximas de  $h_2/h_1$ . Por el contrario, para definir la posición de la onda y para obtener el desplazamiento de la misma hemos utilizado, como se dijo más arriba, los puntos correspondientes al tirante  $h_2'$ . Se ha notado que  $h_2''$  es mucho menos influenciado que  $h_2'$  por las pequeñas ondas secundarias que se originan por imperfecciones del canal.

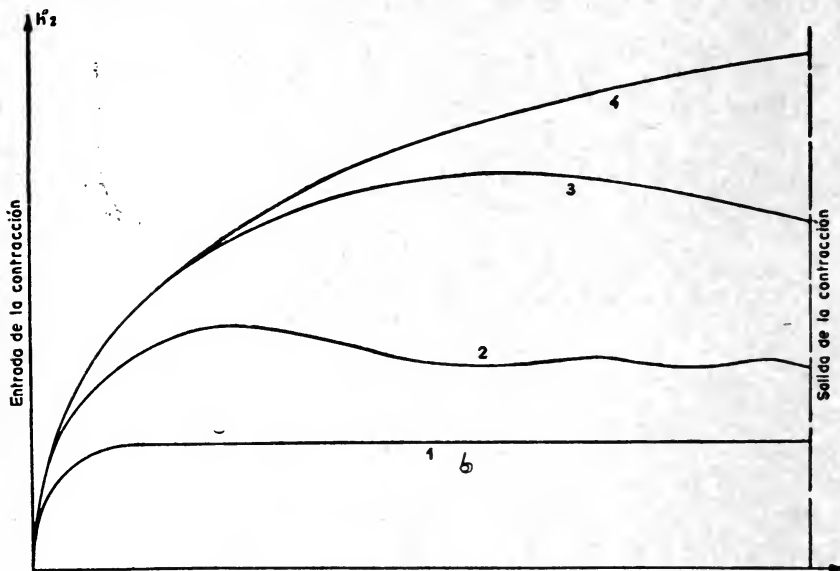


Fig. 12. Niveles contra la pared de la contracción.

Si se sigue la evolución de los niveles contra la pared de la contracción, se constata que las sobreelevaciones máximas se sitúan tanto más aguas abajo cuanto menor es el talud del canal. En otras palabras, la elevación de los tirantes se hace más gradual a medida que dicho talud es más suave (ver fig. 19).

Los tirantes son primero mayores que los teóricos, pero disminuyen luego para acercarse a los mismos a cierta distancia del origen de la contracción, tendiendo a valores constantes. La evolución que hemos observado es la siguiente: (ver fig. 12).

1. Para ángulos  $\theta$  muy pequeños el valor máximo de la sobreelevación es prácticamente igual al valor constante aguas abajo.
2. Para ángulos  $\theta$  pequeños se alcanza la sobreelevación máxima y luego el nivel desciende hacia un valor que permanece prácticamente constante.
3. Para ángulos  $\theta$  y números de Froude más elevados, luego de un ascenso de los niveles comienza el descenso, que se continuaba aún a la salida de la contracción.

4. Finalmente, con valores de  $\theta$  y  $F$  todavía mayores hemos observado que se llega a la salida de la contracción sin haber alcanzado el máximo (ver fotografía 5). (Este se ha obtenido por extrapolación).



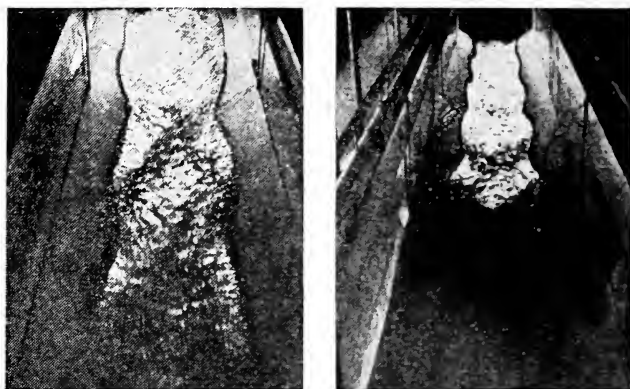
Foto 5. Primera serie de ensayos. Esgurrimiento para froude elevado ( $F = 3.76$ ). Talud  $1 : 0.5$   $\theta = 20^\circ$ . La onda se desarrolla sólo parcialmente dentro de la contracción.

Si bien el ancho del canal utilizado era bastante grande, no hemos podido seguir la evolución completa del "frente de onda" para valores elevados de Froude y de  $\theta$  simultáneamente y por lo tanto verificar si en todos los casos, como se había registrado para el caso 2, los valores  $h_2/h_1$  finales eran superiores a los dados por las expresiones teóricas. (?)

En todo caso, hemos podido determinar para todos los ensayos efectuados los valores máximos de las sobreelevaciones, que son los que nos interesan en definitiva. En efecto, en la práctica resultará muy raro encontrar contracciones tan largas en canales suficientemente anchos como para permitir que se desarrolle completamente dentro de la contracción todo el proceso de ascenso y posterior descenso de la onda. En cambio es más probable, sobre todo para números de Froude pequeños y por lo tanto  $\beta$  mayores, que la onda llegue al centro del canal antes de alcanzar el valor final de la sobreelevación. De ese modo el ángulo de reflexión de la onda y en consecuencia el punto en que la misma toque la pared quedarán definidos por un

(?) Sin duda alguna se hubiera podido seguir dicha evolución de haber podido trabajar con tirantes pequeños con relación a las dimensiones del canal, del orden de 3 a 4 cm por ejemplo. Si bien se intentó ello, la experiencia no fue exitosa pues para esos valores las ondas secundarias comenzaban a ser relativamente demasiado grandes.

valor de tirante que no es el dado por las ecuaciones [1] y [2]. Y como ya se dijo en 2.2 todo el problema de atenuación aguas abajo depende del punto en que la onda choca contra la pared, luego de dicha reflexión.



Fotos 6a y 6b. Segunda serie de ensayos. Talud 1 : 1.5  
 $\theta = 8^\circ$   $F = 2.38$ . Aspecto del escurrimiento visto desde  
 aguas abajo y desde aguas arriba, respectivamente.

En los gráficos de las figuras 13 (a y b) se han representado los valores de máximos sobre elevación relativa en función del número de Froude para diversos ángulos de contracción y taludes del canal.

A título comparativo se han superpuesto en dichos gráficos las curvas teóricas deducidas de las ecuaciones [1] y [2]. Se constata que las diferencias son pequeñas para valores poco elevados de  $\theta$  y de  $F$ , lo que confirma lo dicho más arriba en el sentido de que en dichos casos los máximos no están muy lejos de los valores finales. Pero cuando los ángulos y números de Froude aumentan, las diferencias son más importantes. Para  $F = 4$ , por ejemplo, la diferencia es de 20 % si  $\theta = 4^\circ$ , y de 80 % si  $\theta = 20^\circ$ .

En los gráficos de las figuras 14 (a y b) se han representado los valores finales de  $h_2/h_1$ , calculados a partir de los máximos medidos, empleando la ecuación: (ver fig. 1).

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{2}{3} \left( \frac{h_2''}{h_1} + \frac{1}{2} \right) \text{ para } h_2/h_1 < 2 \quad [4]$$

deducida de una expresión de Ippen y Harleman (Ref. 3).

La concordancia con los valores teóricos es bastante buena.

A fin de completar la gama de taludes ensayados se efectuó una serie completa para contracción con paredes verticales. Los valores



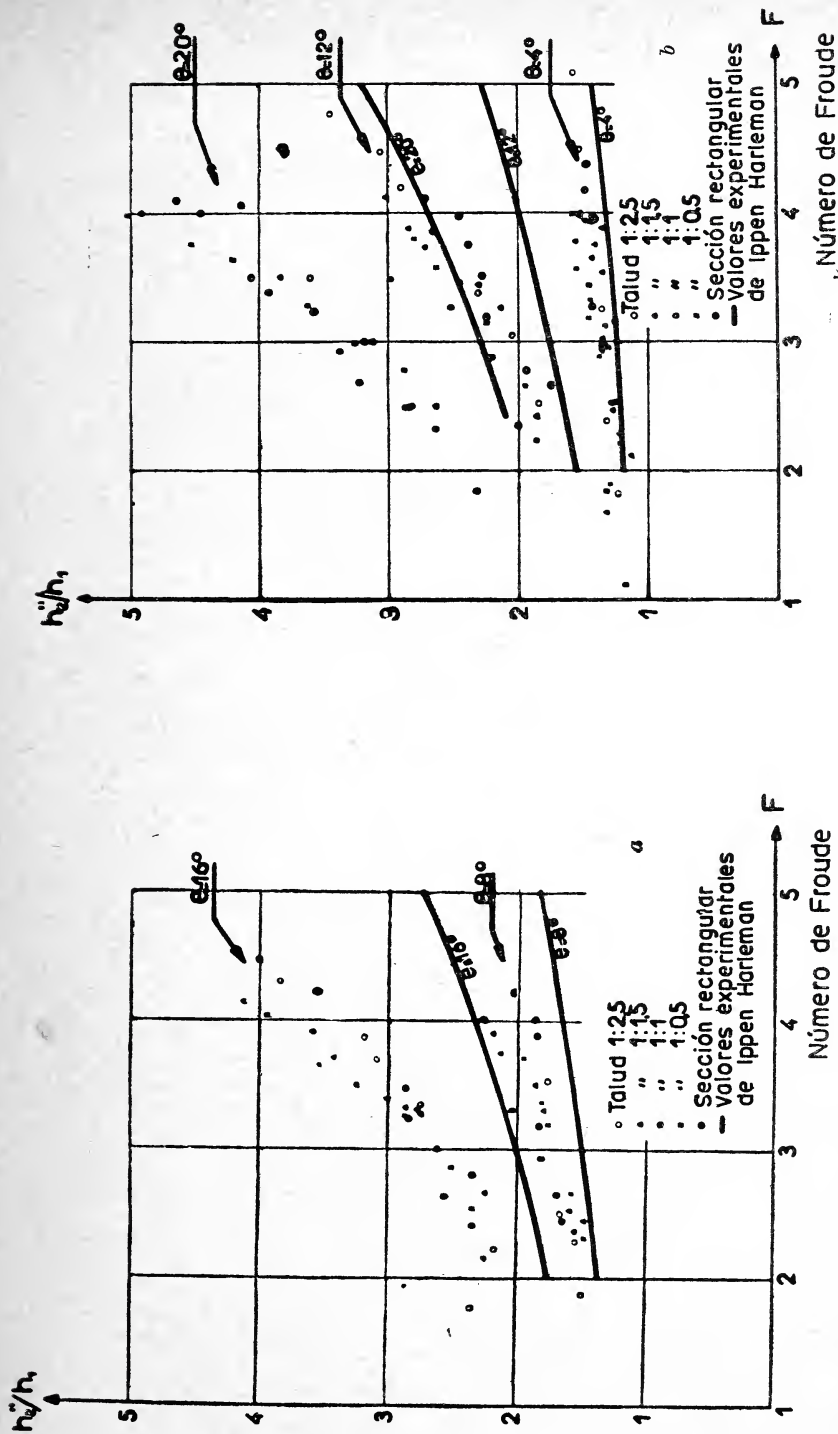


Fig. 13. Sobreelevaciones máximas de las ondas.

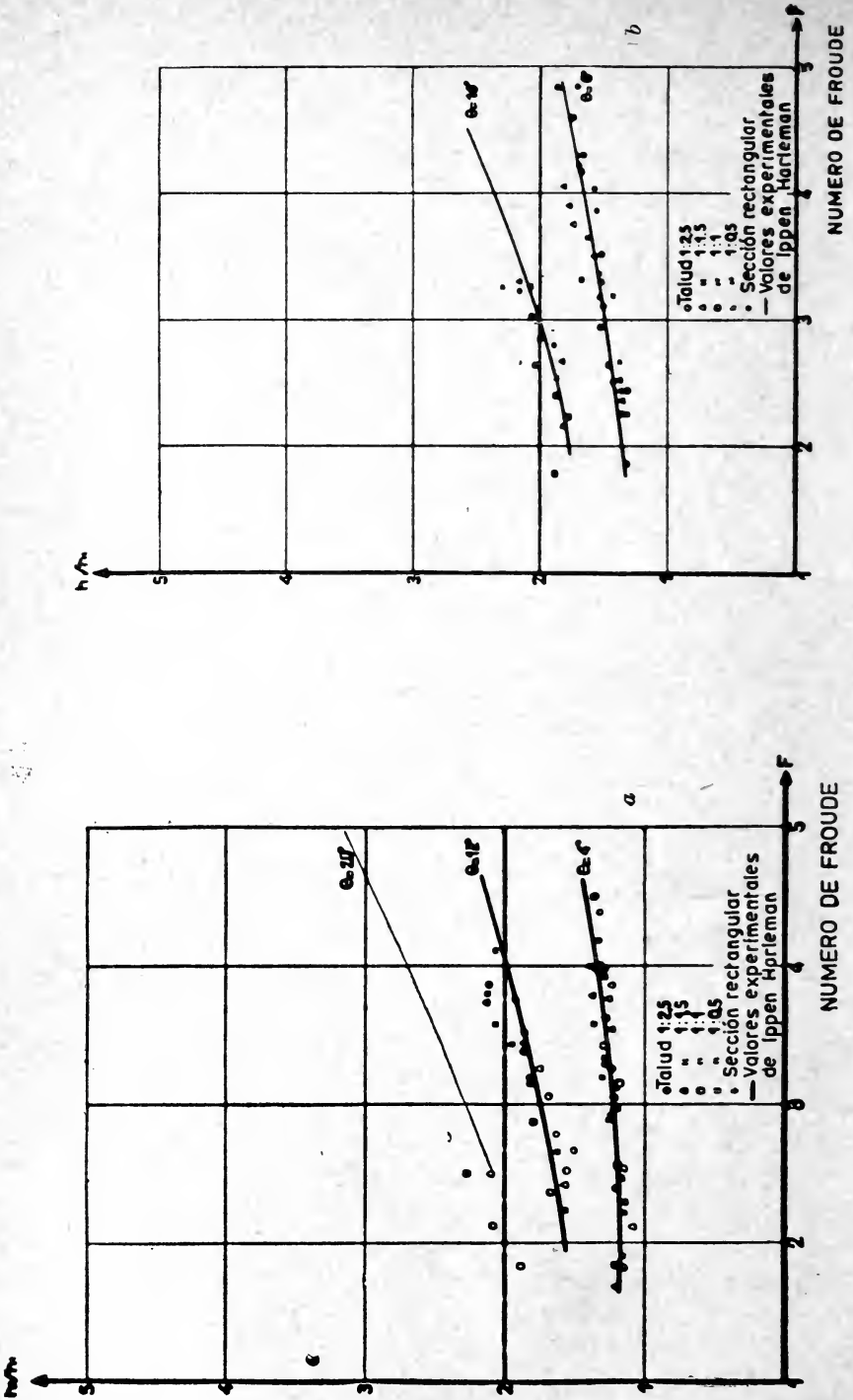


Fig. 14. Sobre elevaciones finales de las ondas.

obtenidos se han volcado también en los gráficos de las figuras 13 y 14.

Observando dichos gráficos se constata que tanto los valores máximos de sobreelevación como los finales calculados según [4] no parecen depender del talud sino solamente del número de Froude y del ángulo de contracción. En efecto, ellos se sitúan en bandas más o

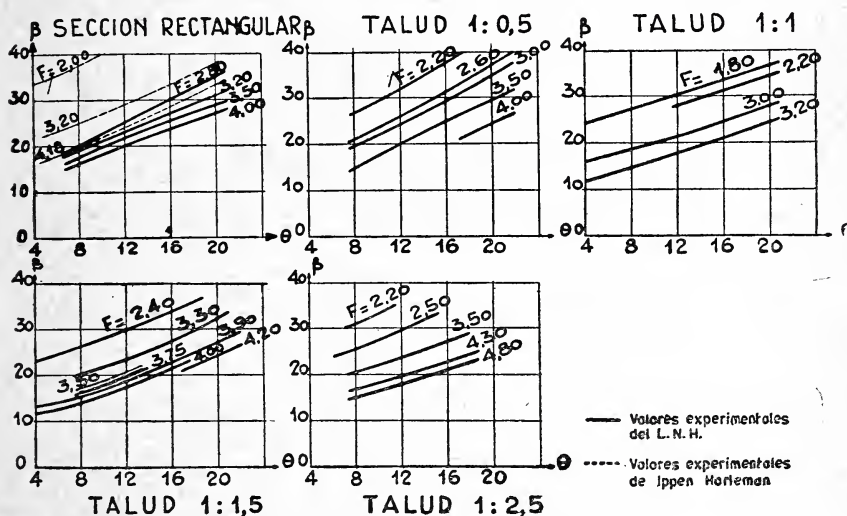


Fig. 15. Angulo de las ondas.

menos estrechas sin que se puedan trazar curvas bien diferenciadas para cada talud. Este hecho muestra que en esencia las sobreelevaciones en canal trapezoidal no son más importantes que en sección rectangular, a igualdad de  $F$  y  $\theta$ , lo que contradice la conclusión de Knapp (Ref. 2b) para el caso de curvas.

En lo que respecta al ángulo de las ondas, ya se ha señalado más arriba la dificultad de obtenerlos con mucha precisión. De todos modos puede decirse que los ángulos obtenidos con cualquiera de los procedimientos citados al comienzo de este párrafo son siempre inferiores a los determinados teóricamente y en el caso de secciones rectangulares menores también que los valores hallados experimentalmente por Ippen y Harleman (ver fig. 15). A este respecto hay que recordar que en sus experiencias estos autores habían ubicado la hoja-compuerta que oficiaba de pared de la contracción, separada en 10 cm de la pared del canal, para no tener en cuenta la influencia de la misma. Es probablemente esta disposición lo que hace que sus resultados se acerquen a los teóricos.

No obstante ello, uno puede preguntarse hasta qué punto la disposición que nosotros hemos adoptado en los ensayos, que se ciñe a

las obras reales, no es más lógica que la de Ippen-Harleman, que se acerca de las hipótesis de elaboración de la teoría y que por lo tanto la confirma mejor, pero que no tiene en cuenta la realidad de la estructura.

Probablemente pueda decirse que con nuestra disposición los efectos de capa límite son proporcionalmente más importantes en las

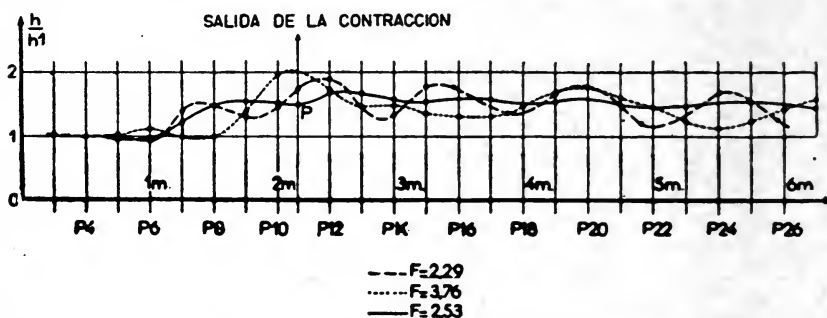


Fig. 16. Atenuación de las ondas aguas abajo de la contracción.  $\sigma = 1^\circ$ .

experiencias que en su equivalente de prototipo (habría que demostrarlo en todo caso), pero no se sabe en qué proporción.

De cualquier modo, no podrían explicarse las anomalías observadas con respecto a la teoría, atribuyéndolas a fenómenos en la capa límite. En efecto, cerca de las paredes, es decir en el dominio de aquella, las velocidades son netamente inferiores a la media del escurrimiento. El cálculo del ángulo  $\beta$  por el método de la figura 4a daría ángulos superiores a los teóricos. Pero lo que sucede es exactamente lo contrario: los ángulos son menores y por lo tanto mayor el desplazamiento de la onda hacia aguas abajo.

No es ilógico pensar en un fenómeno de inercia de los filetes líquidos, difícil de definir y tratar, pero que puede observarse fácilmente en el escurrimiento, sobre todo a la entrada de la contracción.

En lo que respecta a la atenuación de las ondas aguas abajo de la contracción, la figura 16 muestra el resultado de algunas de las medidas realizadas durante la segunda etapa de los estudios, mencionada en el parágrafo 2.3.

Hemos podido verificar un resultado similar al traducido por la regla mencionada al comienzo del parágrafo 2.2: La atenuación es máxima cuando el seno sucesivo al cruce de las dos ondas positivas se encuentra en la sección de salida de la contracción (punto P de la figura 16).

Hemos observado además que la atenuación es buena sin ser la mejor si dicho seno está aguas abajo de la salida y no aguas arriba.

### 5. Observación general.

La observación del fenómeno estudiado durante las series de ensayos efectuados en el Laboratoire National d'Hydraulique nos lleva a las reflexiones siguientes sobre su naturaleza. Para canales rectangulares, el frente de onda está bien marcado, tal cual lo prevé la teoría. A medida que el talud del canal disminuye dicho frente tiende



Foto 7a. Escurrimiento con frente de onda bien marcado (sección rectangular).



Foto 7b. Escurrimiento sin frente de onda visible (sección con talud 1 : 2,5).

a desaparecer (comparar las fotografías 7a y 7b). Se podría pensar entonces en no atacar el problema como uno de ondas sino como movimiento gradualmente variado. Es lo que hizo Wiener para las transiciones trapeciales que estudió (tipo de la figura 4b), pero que lo llevaron a un planteamiento matemático demasiado complicado.

Evidentemente no se puede definir con precisión el límite entre las dos formas en que se presenta el fenómeno. Si el talud es suave (1:2,5 ó 1:2) y el ángulo de contracción así como el número de Froude pequeño, se estará más en un movimiento gradualmente variado. En cambio si el talud es más fuerte (1:1 a 1:0,5),  $F'$  elevado ( $3 \pm$  a 4) y el ángulo de contracción importante ( $16$  a  $20^\circ$ ) nos hallaremos frente a un problema de ondas.

En definitiva, no se pueden estudiar todas las contracciones en sección trapecial con la teoría de movimiento gradualmente variado. Por su parte la teoría establecida por Ippen y verificada por éste y Harleman es válida para canales rectangulares, sobre todo en lo que respecta a los valores finales de las sobreelevaciones, lo cual limita su campo práctico de aplicación, como ya se comentó anteriormente.

La resolución en máquina electrónica de las ecuaciones de Wiener permitiría la comparación con los resultados de nuestro trabajo expe-

rimental y eventualmente precisar su alcance. En todo caso, desde ya, los mismos permiten realizar un proyecto de contracciones en canal en régimen supercrítico, con elementos más precisos en la mano.

#### 6. *Condiciones de semejanza.*

Es interesante plantear la cuestión de hasta qué punto se pueden aplicar los resultados de ensayos en pequeña escala a la naturaleza, es decir en qué medida hay semejanza entre el fenómeno tal cual se ha estudiado, en pequeños canales y en las grandes estructuras reales.

Como las fuerzas principales que intervienen en nuestro fenómeno son las de gravedad hemos pensado que el número de Froude del escurrimiento aguas arriba de la contracción es el que debe relacionar los resultados del modelo con el prototipo.

Hemos dejado de lado la consideración de la rugosidad por la razón práctica siguiente: los canales en régimen supertrítico implican velocidades tales que obligan a su revestimiento para impedir la erosión de taludes y fondo. Con los materiales de revestimiento, el coeficiente de rugosidad es grande y las pérdidas de carga resultan pequeñas y si bien para relación muy importante entre el modelo y el prototipo los números de Strickler no se corresponderían, la magnitud de las pérdidas de carga en juego hacen este factor despreciable frente a los otros que interesan el fenómeno.

Finalmente se debería considerar la cuestión de aceleraciones verticales que juegan mucho en el fenómeno (sobre todo para números de Froude importantes, que comportan grandes sobreelevaciones) y que no se tienen en cuenta en la teoría. Habría que ver si no existe un efecto de escala derivado de la diferencia de aceleraciones entre modelo y prototipo.

En esta cuestión hemos tenido ocasión de observar, en el curso de nuestros ensayos, que los resultados obtenidos en el canal de 45 cm de ancho de fondo utilizado en la segunda serie eran concordantes con los de la primera, en que se empleó una semi-sección de 59 cm de ancho. De todos modos sería interesante poder realizar algunas experiencias para estudiar un posible efecto de escala, de manera de estar seguros que nuestros resultados puedan aplicarse sin inconvenientes en el proyecto de obras.

Eventualmente sería de desear la realización de medidas directamente en obras ya ejecutadas.

### 7. Método de trazado de contracciones.

Los resultados de los ensayos, resumidos en los gráficos de las figuras 13, 14, 15, 16, 19 y en el cuadro II, pueden ayudar al ingeniero en el proyecto adecuado de una contracción en canal trapezoidal en régimen supercrítico.

En primer lugar, en lo que respecta a las sobreelevaciones máximas en la contracción propiamente dicha, los gráficos de la fig. 13 (*a* y *b*) le dan ya la posibilidad de efectuar una primera elección del ángulo de contracción a adoptar, según el número de Froude de su escurrimiento y teniendo en cuenta la sobreelevación que puede aceptar en su canal. (Si la estructura ya está proyectada los gráficos mencionados le permiten verificar si los valores de sobreelevación son admisibles con la revancha prevista).

Para números de Froude pequeños y ángulos de contracción poco importantes, las sobreelevaciones serán del orden de 1,20 a 1,40. Si por el contrario *F* es alto y  $\theta$  grande (cuanto mayor el ángulo  $\theta$  más corta sería la contracción) las sobreelevaciones aumentan rápidamente, pudiendo llegar a 5 veces el tirante aguas arriba para *F* = 4 y  $\theta = 20^\circ$ , por ejemplo.

En segundo lugar, en lo que se relaciona con las condiciones de atenuación máxima de ondas aguas abajo, que es en definitiva el aspecto más importante desde el punto de vista económico, una vez elegido  $\theta$  el proyectista deberá proceder por aproximaciones sucesivas, con la ayuda de los gráficos y cuadros en cuestión, para llegar a la solución óptima. Se deberá dibujar pues el trazado de la onda que parte de la entrada de la contracción, para llegar a determinar una longitud de contracción que cumpla la condición ya enunciada de atenuación máxima.

Si hacemos referencia a la figura 17 observaremos que el desplazamiento de la onda puede descomponerse en tres:

- a. El debido a la geometría de la contracción en sección trapezoidal:

$$d_1 = t.h_1. \text{tang. } \theta/2 \quad [5]$$

- b. El debido a que el ángulo  $\beta_1$  es más pequeño que el teórico  $\beta_0$ :

$$d_2 = \left( \frac{af}{2} + t.h_1 \right) (\text{cotang } \beta_1 - \text{cotang } \beta_0) \quad [6]$$

- c. El debido a la forma curva de la onda:

$$d_3 = \frac{s}{\text{sen } \beta_1} \quad [7]$$

cuyos valores están dados en el cuadro II, de acuerdo con lo obtenido del análisis de los planos con líneas de nivel de las distintas series de ensayos. (8)

## CUADRO II

*Desplazamiento de las ondas hacia aguas abajo*

$$\text{Valores de } s' = \frac{d_3}{h_1} = \frac{s}{\text{sen } \beta \cdot h_1}$$

(Ver fig. 17)

Número de Froude	Talud del canal			
	Rectangular	1:0,5	1:1	1:1,5
2	0 -1,40	2,20-3,60	2,50-4,40	—
2,5	0,75-2,10	3,10-4,30	3,90-6,00	3,40-5,40
3	1,30-2,40	3,60-4,85	5,40-7,50	5,00-7,30
3,5	1,80-3,30	4,10-5,40	6,40-9,00	7,10-10,20
4	2,30-3,90	4,50-5,90	—	10,10-
4,5	2,40-4,40	—	—	—

La distancia  $L_1$  entre la sección de entrada de la contracción y el punto  $N$  en que la onda positiva corta al eje del canal será pues:

$$L_1 = \frac{a}{2} \cotang. \beta_0 + d_1 + d_2 + d_3$$

o lo que es más simple de calcular:

$$L_1 = d_1 + \frac{a}{2} \cotang \beta_1 + d_3 \quad [8]$$

Apelando a las curvas de la figura 19, que dan las sobreelevaciones relativas en función de la distancia a la entrada de la contracción, del ángulo de la contracción y del número de Froude, para cada talud, se puede calcular el tirante en el eje del canal y el número de Froude en esta sección. Con éste y los gráficos de la figura 15 se

(8) La dificultad en la determinación del ángulo de las ondas no nos ha permitido dar más que los límites extremos del desplazamiento  $d_3$  de la onda. El proyectista podrá adoptar un valor medio.



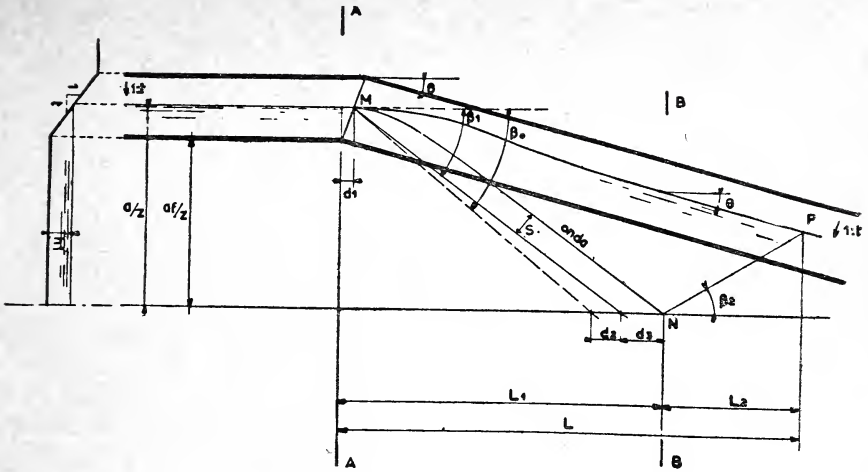


Fig. 17. Trazado de la onda.

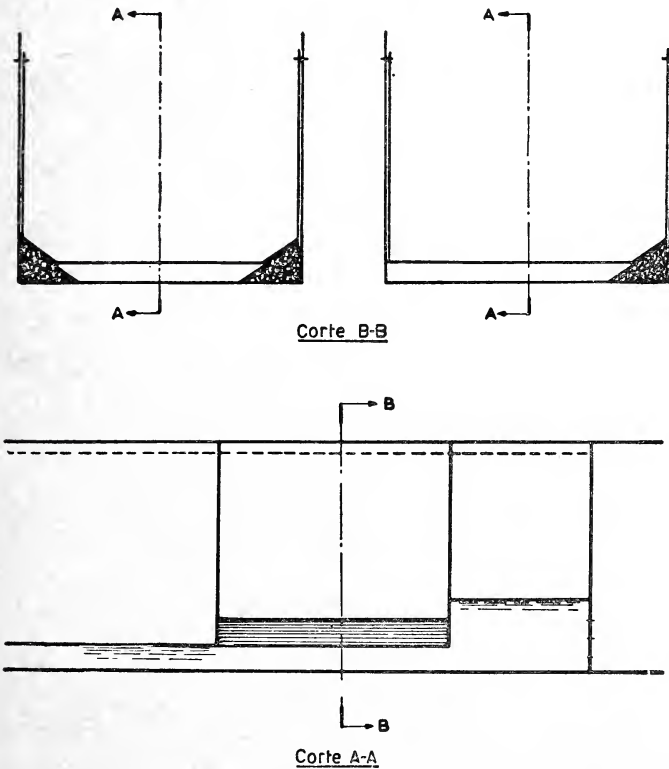


Fig. 18. Dispositivo de tranquilización empleado en los ensayos.

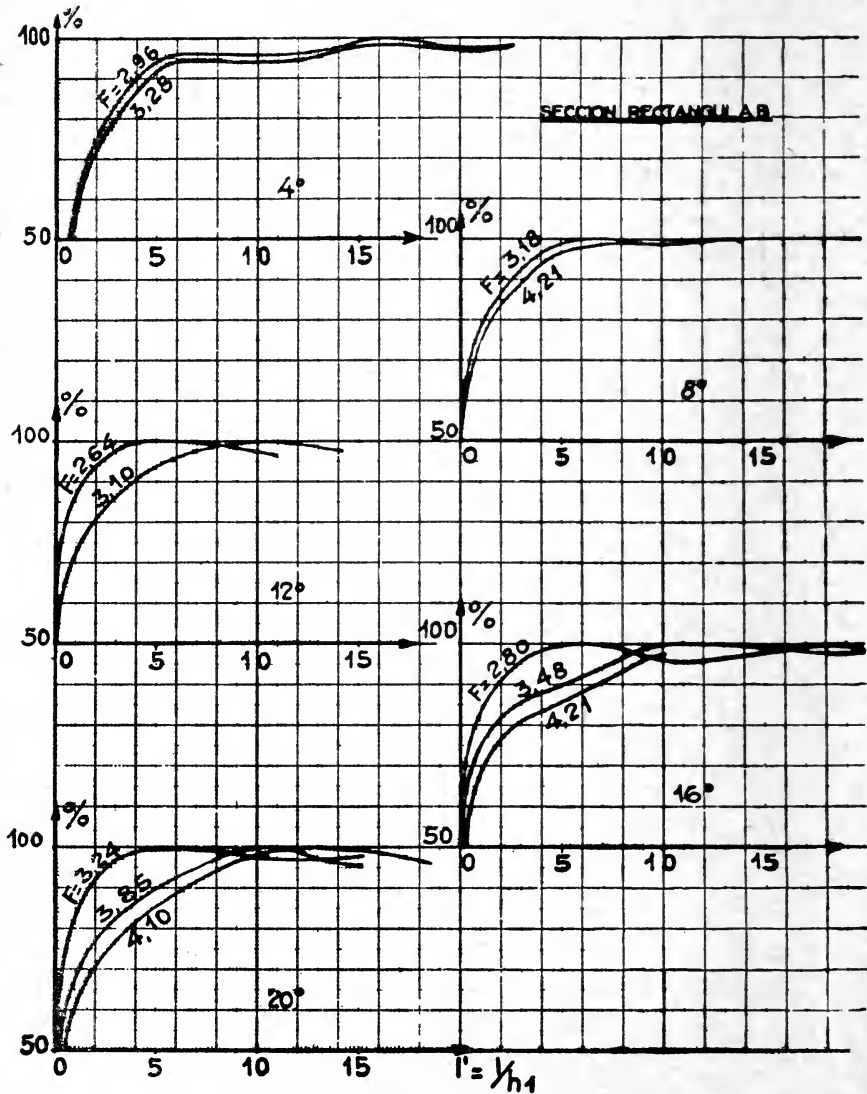


Fig. 19-a. Sobre-elevación de las ondas en función de la distancia a la entrada de la contracción.

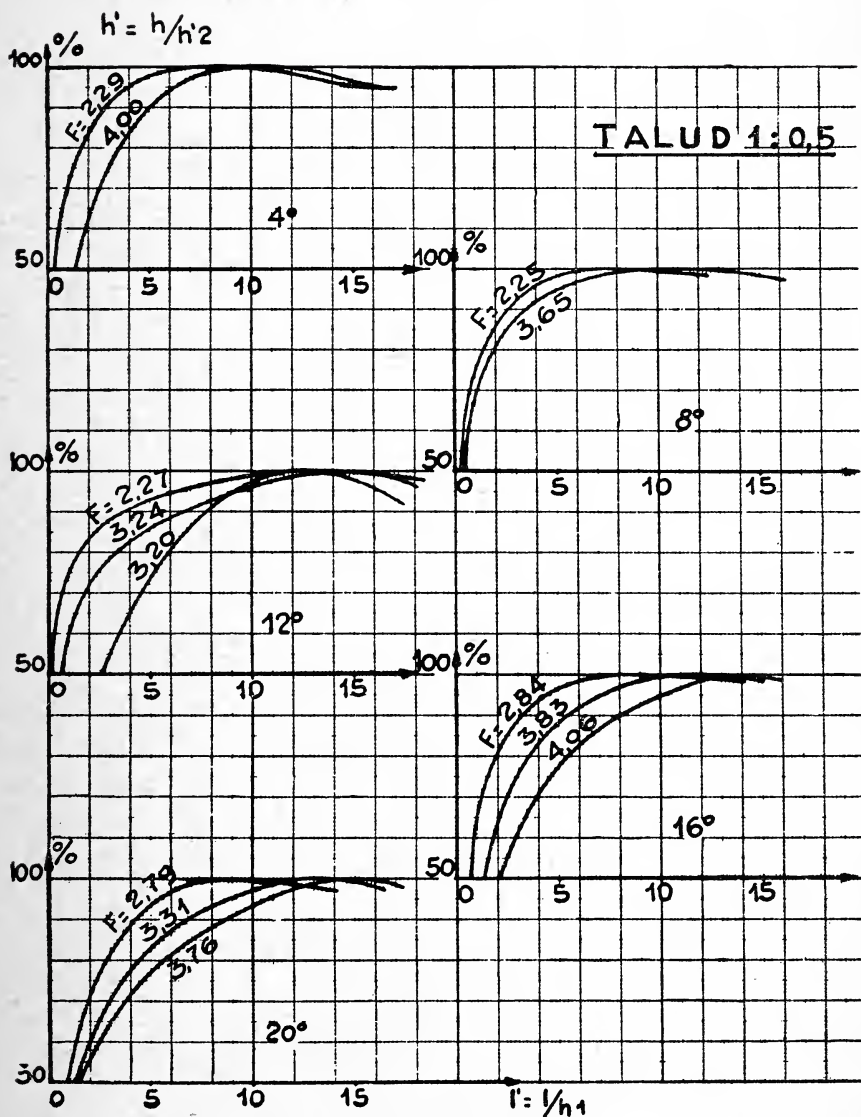


Fig. 19-b. Sobre elevación de las ondas en función de la distancia a la entrada de la contracción.

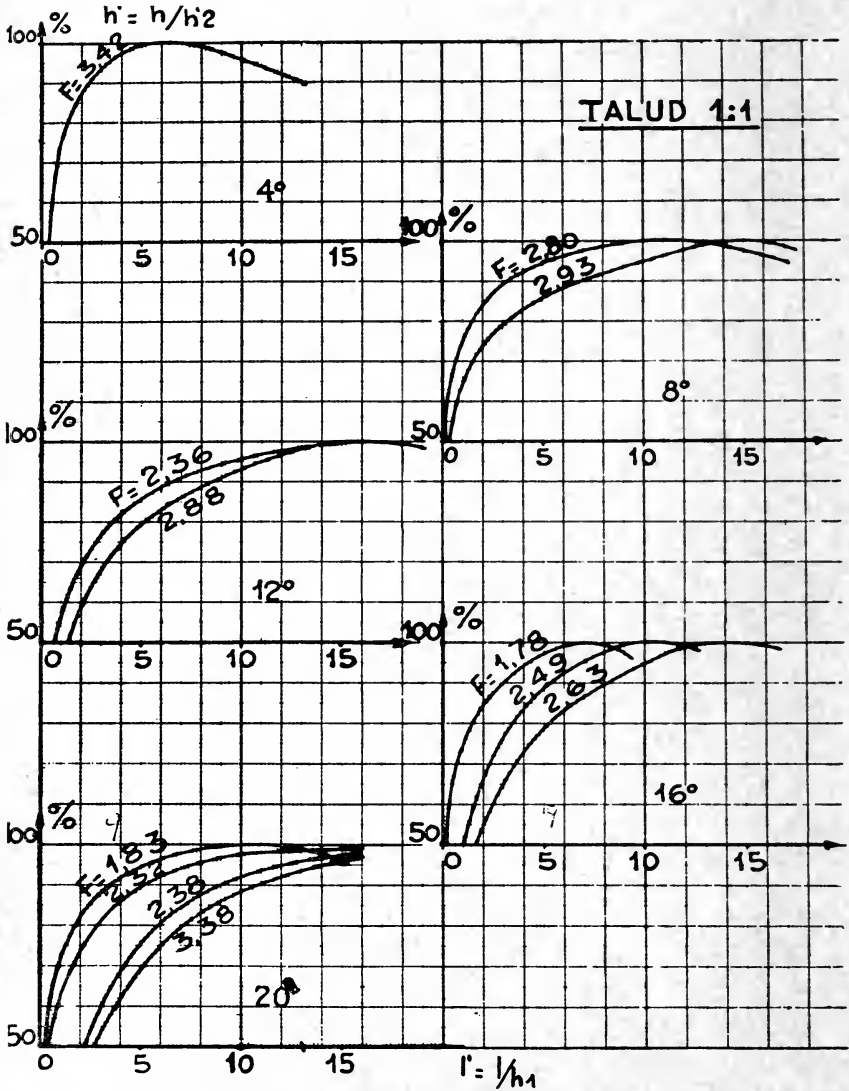


Fig. 19-c. Sobre elevación de las ondas en función de la distancia a la entrada de la contracción.

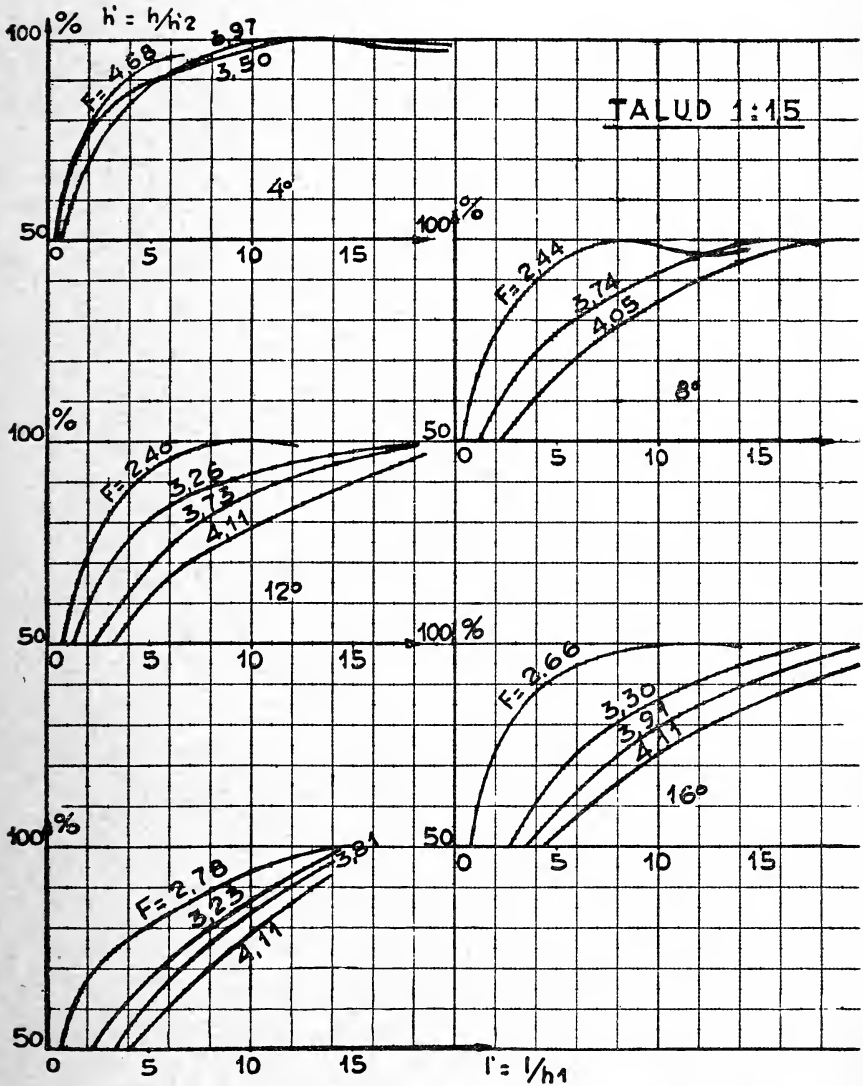


Fig. 19-d. Sobre elevación de las ondas en función de la distancia a la entrada de la contracción.

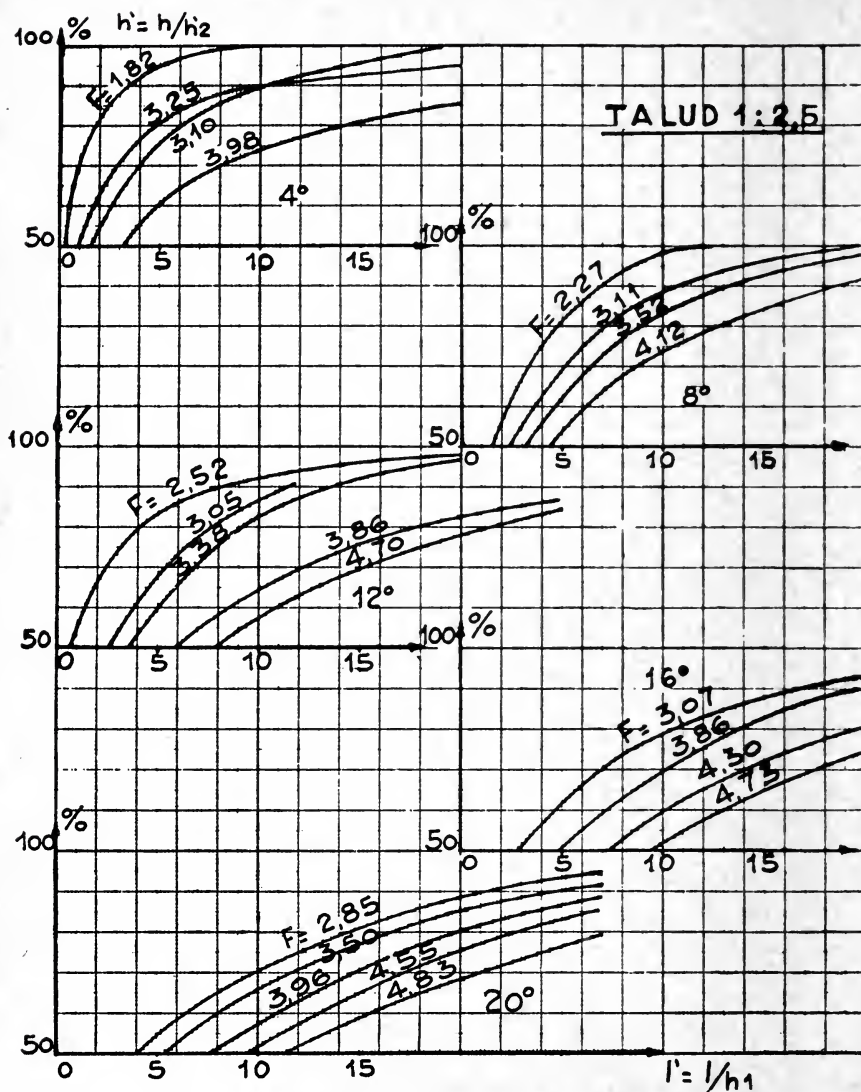


Fig. 19-e. Sobreelevación de las ondas en función de la distancia a la entrada de la contracción.

obtendrá  $\beta_2$ , el ángulo de la onda reflejada en el eje y finalmente  $L_2$ .<sup>(9)</sup>

$$L_2 = \frac{\left( \frac{af}{2} - L_1 \text{ tang. } \theta + t.h_2 \right) \cos \theta \cos \beta_2}{\text{sen } (\theta + \beta_2)} \quad [9]$$

$L_1 + L_2 = L$  será la longitud ideal de la contracción. Si este valor es incompatible con la relación de contracción se deberá recomenzar el tanteo. En general, cuanto menor sea el ángulo  $\theta$  inicialmente elegido, mayor será la longitud ideal de contracción, pero se llegará a

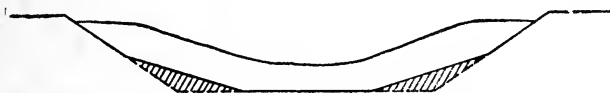


Fig. 20. Forma económica de la sección en la contracción propiamente dicha.

satisfacer la condición óptima para una sección más grande aguas abajo.

Si para la longitud definitiva de contracción, la misma comporta un ángulo  $\theta$  que origina sobreelevaciones no admisibles económicamente siempre quedará el recurso de reducir el costo de las obras modelando el fondo de la estructura de acuerdo con lo que muestra el croquis de la figura 20. Es una disposición sugerida por los resultados de los ensayos de Knapp para las curvas en canal en régimen supercrítico. Los niveles no varían sensiblemente y en cambio resultan mucho menores la excavación y el revestimiento a efectuar.

La constatación general en lo que concierne al trazado de contracciones con escurrimiento torrencial es que éstas resultan mucho más largas que para régimen tranquilo. No se debe perder de vista que es preferible respetar esa mayor longitud si no se quieren problemas de ondas que se continúan aguas abajo, a largas distancias. En definitiva es más económico realizar una contracción de mayor longitud, que conduzca a una buena atenuación de ondas, que verse obligado a sobre elevar el revestimiento del canal durante centenares de metros.

Es de hacer notar que en el caso de un canal que funcione con caudales variables, será imposible satisfacer las condiciones óptimas para cada uno de ellos. Pero no debe olvidarse que las sobre eleva-

<sup>(9)</sup> Para el cálculo del número de Froude en sección trapezoidal se puede utilizar la expresión  $F = \frac{Q}{\sqrt{\frac{gh^3(b + t.h)^3}{b + 2t.h}}}$

ciones máximas corresponden a los números de Froude más altos. Bastará entonces trazar la contracción para el caudal máximo y dar al canal aguas abajo una revancha normal.

París, octubre de 1961.

### Agradecimiento

Queremos aquí expresar nuestro profundo agradecimiento a los ingenieros y personal del Laboratoire National d'Hydraulique, que nos prestaron todo su apoyo para la mejor realización de nuestro estudio experimental. Deseamos señalar además que la primera parte de los ensayos fue realizada con la valiosa colaboración del Ing. Daniel H. Fruman, del Departamento de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de Buenos Aires, becario del Gobierno Francés en ese momento.

### BIBLIOGRAFIA

#### 1. — CITRINI D.

*Sul movimento di una corrente veloce in un canale in curva.*

L'Energia Elettrica. Septiembre 1940. 23 páginas. 17 figuras. 3 referencias bibliográficas.

Artículo muy interesante y claro, basado en los estudios precedentes de Knapp e Ippen, así como de Von Karman. Empleo del método de características para el trazado de ondas.

Este artículo abre el camino a los estudios experimentales realizados "a posteriori" en EE. UU.

#### 2. — SYMPOSIUM ASCE. TRANSACTIONS 1951.

*High Velocity Flow in Open Channels.*

135 páginas. 78 figuras. 37 referencias bibliográficas.

Este simposio comprende cuatro artículos:

a. IPPEN A. *Mechanics of Supercritical Flow.* Pág. 268-95. 11 figuras. 14 referencias.

b. KNAPP R. *Design of Channel Curves for Supercritical Flow.* Págs. 296-325. 23 figuras. 3 referencias.

c. IPPEN A. - DAWSON J. *Design of Channel Contractions.* Págs. 326-346. 15 figuras. 5 referencias.

d. ROUSE H. - BHOOTA B. V. - EN YUN-SHU. *Design of Channel Expansions.* Págs. 347-363. 14 figuras. 3 referencias.

Los artículos de este Simposim representan el mayor esfuerzo realizado hasta la fecha con el fin de mostrar íntegramente el problema de las singularidades en los canales en régimen supercrítico. Su lectura es indispensable para quienes comienzan a trabajar en el tema. Los artículos han sido enriquecidos por una valiosa discusión que cubre 36 páginas e incluye 15 figuras y 13 referencias bibliográficas. Además se tratan en ella aspectos no contemplados en el simposio, como el de uniones de canales.

En su "Cours d'Hydraulique", el profesor TISON efectúa un resumen de los tres primeros artículos del Simposio. Otro análisis del mismo figura en un artículo de CITRINI aparecido en la Energia Elettrica del mes de Septiembre de 1950. (En realidad se trata del comentario de la primera publicación del Simposio, sin discusión).



## 3. — IPPEN A. - HARLEMAN D. R. F.

*Verification of Theory for Oblique Standing Waves.*

Proceedings ASCE. Octubre 1954. 17 páginas. 11 figuras. 5 referencias bibliográficas.

Este artículo completa el primero del Simposio de la ASCE, al resumir las experiencias realizadas en canal rectangular para verificar la teoría de Ippen.

## 4. — ENGELUND F. - MUNCH PETERSEN.

*Écoulement permanent dans les canaux convergents et divergents.*

La Houille Blanche. Agosto-Septiembre 1953. Págs. 475-81. 9 figuras. 4 cuadros.

Los autores encuentran por un camino distinto al de Ippen, pero utilizando las mismas hipótesis de base, una fórmula más general del ángulo de la onda en el tramo de aguas abajo de la contracción. La comparación de los resultados experimentales de los autores con los de Ippen muestra que la ecuación de los mismos coincide mejor con la realidad que la deducida por este último.

## 5. — MEYER R.

*Commentaires au sujet de l'article de M. Engelund et Munch Petersen.*

La Houille Blanche. Marzo-Abril 1954. Págs. 179-187. 13 figuras.

El autor encuentra la misma expresión de los autores comentados pero por un camino más físico.

## 6. — POGGI B.

*Correnti veloci nei canali in curva.*

L'Energia Elettrica. Mayo 1956. Págs. 465-480. 14 figuras. 3 cuadros.

Verificación experimental de los límites de aplicación de las hipótesis de Ippen y Von Karman. Criterio de aplicación de las fórmulas respectivas.

## 7. — WIENER F.

*Transitions in Trapezoidal Channels with Supercritical Flow.*

Tesis para obtener el Master of Science presentada a la Universidad de Columbia. Junio 1957. 35 páginas. 10 figuras. 3 referencias bibliográficas.

Estudio teórico y experimental de las transiciones entre un canal trapezoidal y otro de paredes verticales o entre dos canales trapezoidales. Los elementos más interesantes de esta tesis han sido publicados por el Ing. BALLOFFET (uno de los directores de la misma) en *Ciencia y Técnica*. Enero-Febrero 1961.

## 8. — MAMRUTH J. - FRUMAN D. H.

*Mise au point des singularités dans les canaux en régime supercritique.*

Laboratoire National d'Hydraulique. Chatou. 89 páginas. 52 figuras. 15 referencias bibliográficas. Junio 1960.

Informe preparado como trabajo preliminar de la serie de experiencias realizadas en el L.N.H.

## 9. — MAMRUTH J.

*Contractions en canal trapezoidal en régime supercritique.*

Comunicación presentada al IX Congreso de la Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas (AIRH). Dubrovnik (Yugoslavia). Septiembre de 1961. 10 páginas. 9 figuras.

La comunicación da cuenta de las primeras series de ensayos realizados por el autor en el L.N.H.

*Nota.* — En el momento de redactarse el presente trabajo, varios investigadores habían retomado el estudio de diversos problemas de singularidades en canales con escurrimiento supercrítico.

En primer lugar, el Ing. Levi, del Laboratorio de Hidráulica de la Secretaría de Recursos Hidráulicos de Tecamachalco, México, encaraba el estudio de curvas en los canales en régimen torrencial, a fin de hallar leyes más exactas relacionadas

con la formación de ondas. Estas no eran tratadas como intumescencias sino como el resultado de un fenómeno que afecta toda la masa de agua.

El ingeniero Acatay, becario turco, llevaba a cabo en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Toulouse (Francia) otro estudio sobre las curvas en canal rectangular.

El ingeniero Noseda, en el Laboratorio del Politécnico de Milán (Italia) estudiaba los ensanches bruscos, también en canal rectangular.

# CONDUCTIVIDAD ELECTRICA DE GASES PARCIALMENTE IONIZADOS

E. DISTEFANO, N. FRAIDENRAICH

Departamento de Física, Facultad de Ingeniería  
Paseo Colón 850 - Bs. As.

ABSTRACT. — It is calculated the conductivity of a partially ionized gas solved Boltzmann's equations. Collision terms are solved expressing the velocity of a particle after the collision has happened as a function of the velocity before it, and for that the properties of the vector  $K = \vec{C}' - \vec{C}$ , are used. The resultant conductivity has the same form of the conductivity calculated by means of the Theory of mean free paths, but its terms are affected by correction factors.

## I — INTRODUCCION

El desarrollo de métodos magnetohidrodinámicos de obtención de energía (MHD), así como el estudio de las propiedades eléctricas de las llamas y sus aplicaciones plantea la necesidad de un mejor conocimiento de la conductividad eléctrica de los gases.

Se considera un gas parcialmente ionizado, eléctricamente neutro y bajo la acción de un campo eléctrico, gradientes de temperatura y densidad unidimensionales.

La densidad de corriente  $J$  en un flujo unidimensional de electrones es:

$$J_x = \sigma E_x = -n_e e \bar{c}_x$$

Siendo  $n_e = n^\circ$  de electrones por  $\text{cm}^3$  y  $\bar{c}_x$  la componente de la velocidad media de los electrones en la dirección del campo eléctrico.

$$\bar{c}_x = \frac{1}{n_e} \int c_x \cdot \phi d\vec{c} \quad \phi = \text{Func. Distribución de los electrones.}$$

Dicha función se obtiene resolviendo la ecuación de Boltzmann de los electrones

$$\frac{\partial \phi}{\partial c} \cdot \frac{\vec{F}_e}{m_e} + \vec{c} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} = J_{ee} + J_{ei} + \sum J_{en} = J \quad [1]$$

Suponemos una distribución maxwelliana para los iones y las partículas neutras. En cuanto a los electrones:

$$\phi = f(x, c) [1 + c_x h(c)] \quad [2]$$

siendo

$$f = n_e k_e \cdot \pi \cdot e^{3/2 - 3/2 - k_e c^2} \quad \text{y} \quad k_e = \frac{m_e}{2kT_e}$$

$h(c)$  = función del módulo de la velocidad.

Reemplazando  $\phi$  en la ecuación [1] y empleando las siguientes relaciones:

$$\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{n_e} \cdot \frac{\partial n_e}{\partial x} - \left( \frac{3}{2} - k_e c^2 \right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x}; \quad \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial c_x} = -2k_e c_x$$

queda:

$$\left\{ -2k_e c_x f [1 + c_x h(c)] + f h(c) \right\} \frac{F_e}{m_e} + \\ + f c_x \left[ \frac{1}{n_e} \cdot \frac{\partial n_e}{\partial x} - \left( \frac{3}{2} - k_e c^2 \right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \right] [1 + c_x h(c)] = J$$

Despreciando términos cuadráticos en  $c_x$  y siendo  $F_e = -eE_x$ , resulta:

$$\left[ \frac{eE_x}{kT_e} + \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} - \frac{1}{T_e} \cdot \frac{\partial T_e}{\partial x} \left( \frac{3}{2} - k_e c^2 \right) \right] c_x f - \frac{h \cdot E_x e}{m_e} f = J \quad [3]$$

## II — INTEGRALES DE COLISION

La expresión general del término de colisiones es (1):

$J_{ej} = \iint (\phi' \phi_j' - \phi \phi_j) k_{ej} dk dc_j$  [4]. Siendo  $j$  la partícula que choca al electrón.

En el cálculo de  $J_{en}$  y  $J_{ei}$  se admite que  $f_n$  y  $f_i$  son maxwelianas y en consecuencia  $f_n' = f_n$  y  $f_i' = f_i$ . Reemplazando la ecuación [2] en la [3] se obtiene para  $J_{en}$  y  $J_{ei}$  las siguientes:

$$J_{en} = \iint [c_x' h(c') - c_x h(c)] f f_n k_{en} dk dc_n \quad [5]$$

$$J_{ei} = \iint [c_x' h(c') - c_x h(c)] f f_i k_{ei} dk dc_i,$$

despreciando términos cuadráticos en  $c_x$ .

A fin de poder resolver los términos de colisión es necesario expresar  $h(c)$  como un desarrollo en serie de polinomios de Laguerre (2), de los que se toma convenientemente agrupados los dos primeros, es decir:  $h(c) = P_0 + P_1 c^2 = P_0 - p_1 k_e c^2$ . Siendo  $P_0$  y  $p_1$  los coeficientes a determinar. Luego, se estudia la dinámica de los choques binarios y se establece la relación que vincula  $c$  con  $c'$  y  $c_x$  con  $c_x'$ , pudiéndose entonces integrar los términos de colisión. Como las expresiones de

$J_{en}$  y  $J_{ei}$  son formalmente iguales el cálculo de  $J_{ei}$  es igual al de  $J_{en}$  reemplazando  $k_{en}$  por  $k_{ei}$  y  $c_n$  por  $c_i$ .

$$\vec{dk} = \text{sen } \psi d\psi d\epsilon_1$$

$$\vec{dc}_n = c_n^2 \text{sen } \beta d\beta dc_n d\epsilon_2$$

$$\psi = \frac{1}{2} (\pi - \alpha)$$

$\alpha$  = ángulo de Scattering

En la fig. 1 se verifica  $\vec{g} = \vec{c}_n - \vec{c}$  [6];  $\vec{k} = \vec{c}' - \vec{c}$  [7]; además  $k = 2g \cos \psi$ .

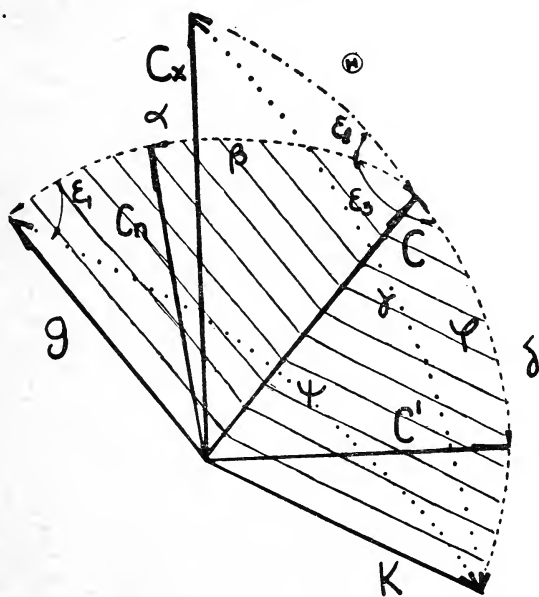


FIG. N° 1

En el triángulo esférico  $\vec{c}_x; \vec{c}; \vec{c}'$

$$\cos \gamma = \cos \odot \cos \varphi + \text{sen } \odot \text{sen } \varphi \cos (\epsilon_2 + \epsilon_3)$$

reemplazando en [4]

$$\iint f f_n \{ c' h(c') [\cos \odot \cos \varphi + \text{sen } \odot \text{sen } \varphi (\cos \epsilon_2 \cos \epsilon_3 \text{sen } \epsilon_2 \text{sen } \epsilon_3)] - c \cos \odot h(c) \} k_{en} dk dc_n \quad [8]$$

Como  $\varphi$  y  $\epsilon_3$  no dependen de  $\epsilon_2$  pues es el triángulo esférico  $\vec{g}; \vec{k}; \vec{c}$  se verifica:

$$\cos \epsilon_3 = \frac{\cos \psi - \cos \alpha \cos \delta}{\text{sen } \alpha \text{sen } \delta} \text{ y } \cos \delta = \cos \alpha \cos \psi + \text{sen } \alpha \text{sen } \psi \cos \epsilon_1$$

El sumando  $\text{sen} \odot \text{sen} \varphi (\cos \epsilon_2 \cos \epsilon_3 - \text{sen} \epsilon_2 \text{sen} \epsilon_3)$  se anula al integrar sobre  $\epsilon_2$ . En consecuencia la ecuación [8] resulta:

$$\iint \{c'h(c') \cos \varphi - ch(c)\} \cos \odot k_{en} \vec{dk} dc_n \quad [9]$$

Multiplicando escalarmente la ecuación [7] por  $c$  resulta:

$$\cos \varphi = \frac{k \cos \delta + c}{c'} = \frac{2g \cos \psi \cos \delta + c}{c'}$$

Además:

$$h(c) = P_0 + P_1 c^2$$

$$h(c') = P_0 + P_1 c'^2 = P_0 + P_1 (c^2 + k^2 + 2kc \cos \delta)$$

Reemplazando  $\cos \varphi$ ,  $\cos \delta$ ;  $h(c)$  y  $h(c')$  en [9], y eliminando los términos en  $\cos \epsilon_1$  por dar integrales nulas sobre  $\epsilon_1$ , resulta:

$$\begin{aligned} \iint \iint f f_n \cos \odot \{ & P_0 + P_1 [c^2 + 4g^2 \cos^2 \psi + 4cc_n \cos \beta \cos^2 \psi - 4c^2 \cos^2 \psi] \\ & [c + 2c_n \cos \beta \cos^2 \psi - 2c^2 \cos^2 \psi + \\ & + 4P_1 c c_n^2 \cos^2 \psi \text{sen}^2 \psi \text{sen}^2 \beta \cos^2 \epsilon_1 - P_0 c - P_1 c^3] k_{en} \vec{dk} dc_n \quad [10] \end{aligned}$$

Efectuando operaciones, teniendo en cuenta que  $g \cong -c$ , y anulando los términos en  $\cos \beta$  resulta:

$$\begin{aligned} \iint \iint f f_n \cos \odot \{ & -2P_0 c \cos^2 \psi + \\ & + P_1 [-2c^3 \cos^2 \psi + 8cc_n^2 \cos^2 \beta \cos^4 \psi + 4cc_n^2 \cos^2 \psi \text{sen}^2 \psi \text{sen}^2 \beta \cos^2 \epsilon_1] \\ & c R_n \cos \psi \text{sen} \psi d\psi d\epsilon_1 c_n^2 \text{sen} \beta d\beta dc_n d\epsilon_2 \quad [11] \end{aligned}$$

Reemplazando  $\vec{dk}$ ,  $\vec{dc}_n$  y  $k_{en} = g R_n^2 \cos \psi$ ;  $R_n =$  Radio molecular. Los integrales sobre las variables  $\psi$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\beta$  y  $c_n$  son elementales y el resultado final, teniendo en cuenta las  $n$  clases de partículas neutras y que  $\cos \odot = c_x / c$  es:

$$J_{en} = \sum_1^n \pi n_n c_x R_n^2 f \left[ P_0 c + P_1 c^3 - \frac{5}{3} \frac{P_1}{k_n} c \right] \quad [12]$$

Similarmente, el término de colisión Electrón-Ion es:

$$\begin{aligned} J_{ei} = & - \iint \iint f f_i \{ -2P_0 c \cos^2 \psi + \\ & + P_1 [-2c^3 \cos^2 \psi + 8cc_i^2 \cos^2 \beta \cos^4 \psi + 4cc_i^2 \cos^2 \psi \text{sen}^2 \psi \text{sen}^2 \beta \cos^2 \epsilon_1] \\ & x \cos \odot \frac{e^4}{c^3 m_e^2 \cos^3 \psi} \cdot \text{sen} \psi d\psi d\epsilon_1 c_i^2 \text{sen} \beta d\beta dc_i d\epsilon_2 \quad [13] \end{aligned}$$

siendo

$$k_{ei} = - \frac{e^4}{g^3 m_e^2 \cos^3 \psi}$$

La integral sobre  $\psi$ :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\text{sen} \psi}{\cos \psi} d\psi$$

es divergente, pero hay que limitar  $\kappa$  inferiormente a un valor  $\delta \ll 1$ ; por el efecto de apantallamiento de las cargas de signo opuesto que rodean al núcleo dispersor.

En consecuencia se limita el parámetro de impacto a la distancia de Debye (3) calculándose  $\delta$  en función de dicho parámetro. Luego:

$$\int_0^{\pi/2 - \delta/2} \frac{\text{sen } \psi}{\text{cos } \psi} d\psi = -\log \delta/2$$

por último, integrando sobre las demás variables:

$$J_{ei} = -\frac{2\pi e^4}{m_e^2} n_i \left[ \log \frac{2}{\delta} \left( 2P_0 + 2P_1 c^2 + \frac{2P_1}{k_i} \right) \frac{1}{c^3} - \frac{P_1}{k_i c^3} \right] c_x f \quad [14]$$

El término de interacción  $J_{ee}$  es:

$$J_{ee} = \iint (\phi' \phi'_e - \phi \phi_e) \vec{k}_{ee} d\vec{k} dc_e$$

Reemplazando en  $J_{ee}$  la ec. [2] se obtiene:

$$J_{ee} = \iint f f_e \{ c'_x h(c') - c_x h(c) + c'_x h(c_e) - c_x h(c_e) \} \vec{k}_{ee} d\vec{k} dc_e \quad [15]$$

De los dos primeros sumandos de la [15] se obtiene una integral igual a la [10] que se desarrolla teniendo en cuenta que en este caso

$$g^2 = c^2 + c_e^2 - 2cc_e \cos \beta \quad k = g \cos \psi \quad k_{ee} = 4e^4/m_e^2 g^3 \text{sen}^3 \psi$$

$$\iint f f_e \{ [c_e \cos \beta \cos^2 \psi - c \cos^2 \psi] P_0 + P_1 [3c^2 c_e \cos \beta \cos^2 \psi - 3c^3 \cos^2 \psi +$$

$$+ c_e^2 \cos^2 \psi + g^2 c_e \cos \beta \cos^4 \psi - g^2 c \cos^4 \psi + 2cc_e \cos^2 \beta \cos^4 \psi -$$

$$- 4c^2 c_e \cos \beta \cos^4 \psi + 2c^3 \cos^4 \psi + 2P_1 c c_e^2 \cos^2 \psi \text{sen}^2 \psi \text{sen}^2 \beta \cos^2 \epsilon_1] \}$$

$$\frac{\cos \odot \cdot 4e^4}{g^3 \cos^3 \psi \cdot m_e^2} \text{sen } \psi d\psi d\epsilon_1 \cdot c_e^2 \text{sen } \beta d\beta dc_e d\epsilon_2 \quad [16]$$

En cuanto a los dos últimos sumandos; según fig. 2:

$$k_1 = \vec{c}'_e - \vec{c}; \quad k = g \text{sen } \psi = g \cos \psi_1; \quad \psi_1 = \frac{\pi}{2} - \psi$$

$$\epsilon_1 = \epsilon + \pi, \quad dc_e = c_e^2 dc_e d\beta dc_e d\epsilon_2$$

Si se utiliza  $k_1$  en lugar de  $k$  en forma similar a la de la fig. 1 se obtiene:

$$\iint f f_e \{ P_0 c + P_1 c^3 - [P_0 c_e + P_1 c_e^3] \cos \beta + P_0 [c_e \cos \beta \cos^2 \psi_1 - c \cos^2 \psi_1]$$

$$+ P_1 [3c^2 c_e \cos \beta \cos^2 \psi_1 - 3c^3 \cos^2 \psi_1 + c^2 g^2 \cos^2 \psi_1 + g^2 c_e \cos \beta \cos^4 \psi_1 -$$

$$- g^2 c \cos^4 \psi_1 + 2cc_e^2 \cos^2 \beta \cos^4 \psi_1 - 4c^2 c_e \cos \beta \cos^4 \psi_1 + 2c^3 \cos^4 \psi_1 +$$

$$+ 2cc_e^2 \cos^2 \psi_1 \text{sen}^2 \beta \cos^2 \epsilon_1] \} \cos \odot$$

$$\frac{4e^4}{g^3 \cos^3 \psi m_e^2} \text{sen } \psi d\psi d\epsilon_1 \cdot c_e^2 \text{sen } \beta d\beta dc_e d\epsilon_2 \quad [17]$$

Reemplazando en [17]  $\cos\psi_1 = \text{sen } \psi$  y luego sumándole [16] resulta:

$$\iint ff_e [-c_e^3 \cos\beta + g^2 c_e \cos\beta + 2cc_e^2 \cos^2\beta - c^2 c_e \cos\beta + 4c_e^2 c \cos^2\beta \cos^2 \epsilon_1] \cos \odot \frac{4e^4}{g^3 \cos^3 \psi m^2} \text{sen } \psi d\psi d\epsilon_1 c_e^2 \text{sen} \beta d\beta dc_e d\epsilon_2 \quad [18]$$

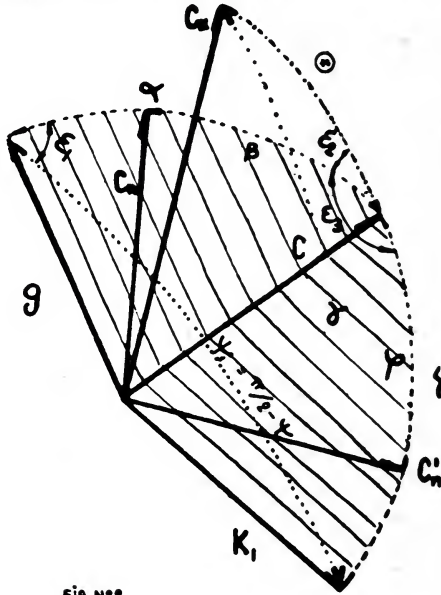


FIG. N° 2

En la ecuación anterior se desprecian los términos en  $\cos^2\psi$  y  $\cos^4\psi$  en relación a  $\cos^0\psi$  pues integrados dan respectivamente  $\delta_{ee}/2$ ; 1 y  $2/\delta_{ee}^2$ . Además, teniendo en cuenta que formalmente  $\delta_{ee} = 2\delta$ , e integrando sobre las variables de la ecuación [18] se obtiene:

$$\frac{32e^4\pi^2}{m_e^2\delta^2} \iint ff_e \left[ \frac{20}{3} cc_e + 30 \frac{c_e^3}{c} - \frac{2c_e^5}{(c_e^2 - c)c} + \frac{6cc_e^2}{(c_e^2 - c^2)} \right] \cos \odot dc_e$$

Integrando por partes la ecuación anterior:

$$J_{ee} = 32P_1 e^4 n_e \cdot k_e \frac{3/2\pi^{1/2}}{m_e^2\delta^2} \cdot f \left[ \frac{32}{6k_e} - \frac{14}{c^2 k_e^2} + 4c^2 F(c) \right] \quad [19]$$

siendo:

$$F(c) = \int_0^\infty \frac{e^{-ke c^2}}{(c_e^2 - c^2)} c_e dc_e \quad [20]$$

que se calcula en el apéndice A.



III — CALCULO DE LA FUNCION DISTRIBUCION

Si llamamos

$$\frac{eE_x}{eT_e} + \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} + \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} = A \quad \text{y a} \quad \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} = B$$

La ecuación [3] resulta, reemplazando  $J_{en}$ ,  $J_{ei}$  y  $J_{ee}$  por las expresiones [12], [14] y [19]

$$\begin{aligned} \frac{h(c)eE_x}{c_x m_e} + A - B(5/2 - k_e c^2) &= \sum_1^n \pi R_n^2 n_n \left[ P_0 c + P_1 c^2 - 5/3 \frac{P_1 c}{k_n} \right] - \\ - \frac{2\pi}{m_e^2} e^4 n_i \left[ \log \frac{2}{\delta} \left( 2P_1 + 2P_1 c^2 + \frac{2P_1}{k_i} \right) \frac{1}{c^3} - \frac{P_1}{k_i c^3} \right] + \\ + 32P_1 k_e^{3/2} \frac{n_e \pi e^{1/2}}{m_e^2 \delta^2} \left[ \frac{32}{6k_e} - \frac{14}{c^2 k_e^2} + 4c^2 F(c) \right] \end{aligned} \quad [21]$$

A fin de calcular los coeficientes  $P_0$  y  $P_1$  se procede a multiplicar la ecuación [21] por  $e^{-K_e c^2} c^2 \vec{dc}$  y  $e^{-K_e c^2} (5/2 - k_e c^2) c^2 \vec{dc}$  o sea por los dos primeros polinomios de Laguerre. Luego se integran las dos expresiones resultantes teniendo en cuenta que:

1)  $P_1 = -k_e p_1$

2) Como los integrales resultantes son del mismo grado en  $k$  con exponente negativo los términos en que figuran  $k_i$  o  $k_n$  son despreciables aún en equilibrio térmico.

3) Los integrales

$$\int \frac{h(c)eE_x}{c_x m_e} e^{-k_e c^2} c^2 \vec{dc}$$

y

$$\int \frac{h(c)eE_x}{c_x m_e} e^{-k_e c^2} c^2 (5/2 - k_e c^2) \vec{dc}$$

son nulas.

4) Teniendo nuevamente en cuenta que  $\log \delta/2 \ll 2/\delta^2$

En consecuencia, agrupando los términos en  $P_0$  y  $p_1$  resulta:

$$\begin{aligned} \frac{3A}{8k_e^{3/2}} = P_0 \left[ \sum_1^n \pi^{1/2} \frac{R_n^2 n_n}{k_e^2} - 2\pi^{1/2} \frac{e^4}{m_e^2} n_i \log 2/\delta \right] + \\ + p_1 \left[ -\sum_1^n \frac{3\pi^{1/2}}{k_e^2} R_n^2 n_n + \frac{4n_i e^4}{\delta^2 m_e^3} (12 - 32k_e^{7/2} G) \right] \end{aligned} \quad [22]$$

$$\frac{30B}{32k_e^{3/2}} = P_0 \left[ -\sum_1^n \frac{1}{2} \pi^{1/2} \frac{R_n^2 n_n}{k_e^2} - 3\pi^{1/2} \frac{e^4}{m_e^2} n_i \log 2/\delta \right] +$$

$$+ p_1 \left[ \sum_1^n \frac{4,5\pi^{1/2} R_n^2}{k_e^2} \cdot n_n + \frac{4n_i e^4}{\delta^2 m_e^2} [28 + 32k_e^{7/2} (H - 2,5G)] \right] \quad [23]$$

$G = \int_0^\infty c^6 F(c) e^{-k_e c^2} dc$  y  $H = k_e \int_0^\infty c^8 F(c) e^{-k_e c^2} dc$  [24]. (Calculadas en el Apéndice A).

De las ecuaciones [22] y [23] se pueden determinar  $P_0$  y  $p_1$ , y por lo tanto reemplazando en  $h = P_0 + P_1 c^2 = P_0 - p_1 k_e c^2$  en la ecuación [2] se determina  $\phi$ .

Se puede entonces calcular  $\sigma$  u otro coeficiente de transporte en las condiciones físicas establecidas.

#### IV — CONDUCTIVIDAD ELECTRICA

Entre 1000 — 4000 k<sup>0</sup>, que es el rango de Temperatura de interés, el análisis de las ecuaciones [22] y [23] indica que los primeros  $n$  sumandos del coeficiente de  $p_1$  son despreciables en relación al último. En efecto, reemplazando en [22] y [23]

$$\delta/2 = \cotg \psi = \frac{e^2}{m_e g^2 b_d} = 0,807 (n_e/T_e)^{1/2} \cdot (10^{-4}/T_e) \quad [25]$$

$$b_d = 6,9 \left( \frac{T}{n_e} \right)^{1/2} = \text{Distancia de Deybe}$$

En consecuencia los primeros sumandos son proporcionales a  $T_e^2$  y los segundos a  $T_e$ . Pero aún en gases a baja temperatura, con una sección eficaz de choque elevada y compresiones varias veces superior a la atmosférica los segundos términos son aproximadamente 10<sup>2</sup> veces mayores. Expresando  $G$  y  $H$  según el apéndice A

y considerando  $B = 0$  y  $A = \frac{eE_x}{kT_e}$  a fin de considerar  $J_x$  originado

por un campo eléctrico exterior al gas, de las ec. [22] y [23] resultan:

$$P_0 = \frac{3eE_x}{8kT_e k_e^{3/2} \left[ \sum_1^n 1,522\pi^{1/2} R_n^2 n_n + 1,045 \frac{e^4}{m_e^2} \pi^{1/2} n_i \log 2/\delta \right]} \quad [26]$$

$$p_1 = - \frac{P_0}{4} \cdot \frac{(-0,5 f \sum_1^n \pi^{1/2} m_e^2 R_n^2 n_n / k_e^2 - 3\pi^{1/2} e^4 n_i \log 2/\delta)}{23,891 n_i e^4 / \delta^2 m_e^2} \quad [27]$$

Ahora siendo:

$$\phi = f[1 + c_x(P_0 - k_e p_1 c^2)]$$

$$J_x = n_i e \int \phi c_x \vec{dc} = n_i e \int f \frac{c_x}{n_e} \vec{dc} + n_i e \int \frac{f c_x^2 (P_0 - k_e p_1 c^2) \vec{dc}}{n_e}$$

$$J_x = \frac{4}{3} \frac{n_e \cdot e}{k_e} \left[ \frac{3}{8} P_0 - \frac{15}{16} p_1 \right] \quad [28]$$

se puede expresar como:  $p_1 = P_0 L$ ; y  $L$  por consideraciones anteriores es  $\ll 1$ , luego:

$$J_x = \frac{1}{2} \frac{n_e e P_0}{k_e} = \frac{3}{16} \frac{n_e \cdot e \cdot E_x}{k_e^{5/2} k T_e \left[ \sum_1^n 1,522 \pi^{1/2} R_n^2 n_n / k_e^2 + 1,045 e^4 \frac{n_i}{m_e^2} \cdot \log 2/\delta \right]}$$

Teniendo en cuenta que  $J_x = \sigma E_x$ , reemplazando  $k_e$ ,  $\log 2/\delta$  y operando:

$$\sigma = \frac{0,2238 \cdot 10^{-9} n_e}{T_e^{1/2} \left[ \sum_1^n n_n Q_{en} + 1,5 \cdot 10^{-6} \frac{n_i}{T_e} \cdot \log \left[ \frac{1,24 \cdot 10^4 T_e^{3/2}}{n_e^{1/2}} \right] \right]} \quad [29]$$

en mho-cm

siendo  $Q_{en} = \pi R_n^2 =$  sección eficaz de choque entre partículas neutras y electrones.

### V — CONCLUSIONES

De acuerdo a Lin, Resler y Kantrowitz (4) se puede escribir la resistividad de un gas ionizado como:

$$\eta = \eta_0 + \eta_d \quad \eta_0 = 1/\sigma_0 \quad \eta_d = 1/\sigma_d$$

siendo  $\sigma_d$  la conductividad debida a encuentros distantes entre electrones e iones que ya ha sido calculada por Spitzer y Härm.

Expresando la ec. [28] en la forma de la ec. [29] se verifica que el valor obtenido para la resistividad debida a encuentros distantes es  $1,03 \eta_d$ , o sea prácticamente coincidente.

Para choques cercanos la resistividad es  $1,723 \eta_0$ .

Esta discrepancia es debido a que aun con densidades electrónicas pequeñas no se puede dejar de tener en cuenta el término  $J_{ee}$ . En

efecto, si calculamos  $\eta$ . sin considerar los choques entre partículas cargadas,  $J_{ee}$ ,  $J_{ei}$  y por lo tanto  $p_1$  son nulos, obteniéndose:

$$\eta_0 = \frac{16(kT_e m_e)^{1/2} n_n Q_{ei}}{3(2\pi)^{1/2} n_e e^2}$$

que es coincidente con la inversa de  $\sigma_0$  obtenidas por Chapman y Cowling (1)

Se ha calculado con un modelo de esferas rígidas para las moléculas del gas, no obstante se puede corregir la sección eficaz introduciendo una sección promedio (4) (6)

Calculando la conductividad por medio de la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \nu} \quad \nu = \text{frecuencia de colisiones}$$

El valor de  $\nu$  concuerda con las experiencias realizadas (7) (8) mejor que el valor calculado por Frost (6)

$$\begin{aligned} \nu \text{ (experimental)} &= 2,6 \cdot 10^{11} \text{ seg}^{-1} \pm 15 \% \\ \nu \text{ (calculado)} &= 2,25 \cdot 10^{11} \text{ seg}^{-1} \\ \nu \text{ (calculado por Frost)} &= 1,5 \cdot 10^{11} \text{ seg}^{-1} \end{aligned}$$

En el cálculo de APENDICE A

$$F(c) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-k_e c^2}}{(c_e^2 - c^2)} \cdot c_e dc_e \quad (20)$$

es necesario tener en cuenta que choques de dos partículas idénticas y con la misma velocidad no cambian la función distribución, es decir no contribuyen al término  $J_{ee}$ . Por lo tanto se calcula el valor principal de la ecuación [20], teniendo en cuenta que  $c$  prácticamente no toma valores infinitos.

Integrando por sustitución resulta:

$$F(c) = -\frac{e^{-k_e c^2}}{2} \left[ 0,5772 + \log(k_e c^2) - \sum_1^n \frac{(k_e c^2)^n}{n!} \right]$$

En consecuencia, las integrales:

$$\begin{aligned} G &= \int_0^{\infty} c^6 F(c) e^{-k_e c^2} dc \\ H &= k_c^2 \int_0^{\infty} c^8 F(c) e^{-k_e c^2} dc \end{aligned}$$

se calcula reemplazando  $F(c)$ . La integral sobre el segundo sumando de  $F(c)$  se calcula numéricamente. Finalmente:

$$G = -0,384 k_e^{-7/2}$$

$$H = -1,084 k_e^{-7/2}$$

#### BIBLIOGRAFIA

(1) S. Chapman y T. Cowling. "The Mathematical Theory of non uniform gases", Cambridge University Press, New York. 2nd. ed. 1958.

(2) Landshoff, Physics Rev. 76, 904 (1949), y 82, 442 (1951).

(3) L. Spitzer, "Physics of fully ionized gases, Intersciences Publishers, New York, 1956.

(4) S. Ch. Lin, E. L. Resler and A. Kantrowitz "Electrical Conductivity of Highly Ionized Argon produced by Shock Waves" J. Appl. Phys. 26, 95 (1955).

(5) Spitzer and Harm, Phys. Rev. 89, 977 (1953).

(6) L. S. Frost, "Conductivity of Seeded Atmospheric pressure Plasmas" J. Appl. Phys, 32, 2029, 1961.

(7) F. W. Hofmann, H. Kohn y J. Scheider, J. Opt. Soc. Am. 51, 508 (1961).

(8) M. Lapp and J. A. Rich. "Electrical conductivities of seeded flame plasmas with applied Electric Fields".

Symposium on Magnetoplasmadynamic Electrical power generation at King's College, University of Durham, Newcastle upon Tyne (1962).

## NOTA SOBRE LA TEORIA DEL COEFICIENTE DE CONDENSACION

F. DANON

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Se presenta una teoría simple para obtener el coeficiente de condensación de líquidos. El coeficiente de condensación se calcula, considerando que la fracción de moléculas que alcance la superficie con una energía cinética mayor que la energía de emisión, puede abandonarla. La energía de emisión se obtiene a partir de calor interno de vaporización. La concordancia con valores experimentales es satisfactoria.

### INTRODUCCION

El coeficiente de condensación, introducido al estudiar la velocidad de evaporación desde superficies tanto líquidas como sólidas, se define como el cociente entre la velocidad de evaporación observada y la máxima velocidad posible, o, lo que es equivalente, como la relación entre el número de moléculas que se adhieren a la superficie,  $n_s$ , y el número de moléculas que choquen contra ella desde la fase gaseosa.

$$\alpha = \frac{n_s}{n_h} \quad [1]$$

Restringiremos nuestro estudio a evaporación de superficies líquidas. De acuerdo a la teoría cinética de los gases (1), el número de moléculas que chocan contra una pared  $n_h$ , por unidad de superficie y por unidad de tiempo está dada por

$$n_h = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} v dn_v$$

donde  $v$  es la velocidad molecular y

$$dn_v = \frac{4n_g}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv$$

es la función de distribución que da el número de moléculas por uni-

dad de volumen con velocidad comprendida entre  $v$  y  $v + dv$ , teniendo los otros símbolos su significado habitual.

Reemplazando este valor por  $dn_v$  e integrando, tenemos:

$$n_h = n_g \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \quad [2]$$

En condiciones de equilibrio, el número de moléculas,  $n_e$ , que abandonan la superficie líquida es igual al número que llegue desde la fase gaseosa y que se adhiere a la superficie  $n_s$ ,

$$n_s = n_e \quad [3]$$

Se presenta un método, basado sobre ideas simples, para obtener este número,  $n_e$ , y por consiguiente  $\alpha$ . Consideremos las moléculas en fase líquida. Su Hamiltoniano está dado en general por  $H = V(x,y,z) + T(p_x, p_y, p_z) + I(q_y \dots q_r, p_y \dots p_r)$  donde la energía potencial  $V(x, y, z)$  es una función de la posición solamente, la energía cinética  $T(p_x, p_y, p_z)$  es una función del impulso solamente e  $I(q_y, \dots, q_r, p_y, \dots, p_r)$  es la energía interna que depende del resto de las coordenadas y momentos (grados de libertad internos).

Si suponemos ahora que no hay términos cruzados (de acoplamiento) en el hamiltoniano, puede demostrarse que las funciones de distribución correspondientes a cada término del hamiltoniano separable pueden considerarse independientemente (2) y podemos así escribir estas funciones de distribución para la fase líquida. Calculamos el número de moléculas  $n_i$  que chocan contra la superficie desde el interior por unidad de superficie por unidad de tiempo, haciendo la suposición adicional que la interfase se comporta como una superficie ideal (plano geométrico). Obtenemos entonces la fracción de moléculas que tienen energía cinética necesaria para vencer la energía de ligadura en el líquido y ser así capaces de escapar a la fase gaseosa. Esto nos da  $n_e$ .

Consideremos las moléculas con una componente dada de velocidad,  $v_z$ , tomando el eje  $z$  como normal a la superficie. El número que choca contra la superficie por unidad de superficie y unidad de tiempo está dada por

$$dn_{v_z} = \frac{n}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{1/2} v_z e^{-mv_z^2/2kT} dv_z$$

y la fracción con energía cinética mayor que el valor correspondiente a la energía de emisión  $j$ , es

$$n_e = \frac{n}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{1/2} \int_{v_{z,j}}^{\infty} v_z e^{-mv_z^2/2kT} dv_z \quad [4]$$

Haciendo

$$u^2 = \frac{mv_z^2}{2kT}$$

y correspondientemente

$$v_{z,j} = \left( \frac{2j}{m} \right)^{1/2} = \left( \frac{2kT}{m} \right)^{1/2} u_j$$

el resultado de la integración es

$$n_e = n_v \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} e^{-u_j^2} \quad [5]$$

### *Calor de Vaporización y Relaciones de Energía Interfacial*

W. D. Harkins y colaboradores han prestado considerable atención al estudio de las relaciones de energía interfacial<sup>(3)</sup>. La discusión aquí sigue sus ideas. El proceso de vaporización puede ser considerado como compuesto por dos diferentes etapas: i) formación de la superficie, ii) escape de las moléculas desde la superficie líquida hacia la fase vapor. La energía para i) se obtiene parcialmente en forma de calor —calor latente de formación de superficie— y parte en forma mecánica que da origen a la energía libre de superficie.

Al calcular estas dos cantidades por molécula, se requiere conocer el número de moléculas por unidad de área superficial. Este número es proporcional a la potencia  $2/3$  de la concentración en el seno del líquido. Ellos hicieron la suposición —que más tarde resultó justificada por sus propios cálculos— que la constante de proporcionalidad es la unidad.

Existen, sin embargo, evidencias provenientes del estudio de films insolubles —y señaladas por el mismo Harkins— y del tipo de empaquetamiento molecular que el factor es ligeramente inferior a uno.

Suponiendo empaquetamiento cúbico más denso, es decir, centrado en las caras, un simple cálculo muestra la relación entre volumen y la concentración en superficie. Estando la cara 1.0.0 expuesta a la superficie, se tiene

$$n = 4 \frac{v}{a^3}; n_v = \frac{4}{a^3} \text{ y } n_s = \frac{2}{a^2} \frac{2n_v^{2/3}}{4^{2/3}} = 0.79 n_v^{2/3}$$

donde  $n$  es el número de moléculas en el volumen  $v$ ,  $a$  es el lado de



la celda elemental y  $n_s$  el número de moléculas por unidad de área superficial. Si la cara expuesta es la 1.1.1

$$n_s = \frac{4}{\sqrt{3}a^2} = \frac{2^{2/3}}{3^{1/3}} n_v^{2/3} = 0.92 n_v^{2/3}$$

Esto da una idea del intervalo de variación del parámetro  $\beta$  para moléculas aproximadamente esféricas, estando alrededor del límite inferior para moléculas polares —la repulsión electrostática se opone a su empaquetamiento más denso— y se acerca al límite superior para las no-polares, aún cuando por supuesto no puede asignarse una significación muy precisa a estos números.

Si designamos con

$\Delta H_v$  = calor latente de vaporización por mol,

$N_A$  = número de Avogadro,

$\Gamma$  = Energía libre superficial por molécula,

$n_s$  = concentración de moléculas en la superficie,

$L_s$  = calor latente de formación de la superficie por centímetro cuadrado,

$E_s$  = energía superficial total por centímetro cuadrado;

entonces,

$$\frac{\Delta H_v}{N_A} = \lambda, \quad \frac{\Gamma}{n_s} = \gamma, \quad \frac{L_s}{n_s} = l \quad \gamma + l = e = \frac{E_s}{n_s}$$

$\lambda - kT = \lambda_i$  energía de vaporización por molécula,

$\lambda_i = e + j$ ,  $j$ : energía de emisión térmica desde la superficie líquida a la fase gaseosa.

Puede demostrarse <sup>(3,4)</sup> que el calor latente de formación de la superficie está dado por

$$e = -T \left( \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right)_{T=\tau}$$

de modo que podemos escribir

$$e = \gamma - T \left( \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right) \text{ y } j = \lambda_i - \gamma + T \left( \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right)$$

$j/\lambda_i$  da la fracción del total de la energía de vaporización que debe tener una molécula para poder escapar a la fase gaseosa. Esta relación es una función de la temperatura y es mucho mayor para moléculas polares ( $C_2H_5OH$ ,  $H_2O$ ) que para no polares ( $C_6H_6$ ,  $CCl_4$ ) pero los valores en ambos grupos se aproximan entre sí a medida que la temperatura crece, como consecuencia de la disminución de la orientación molecular en la superficie de los líquidos polares.

Este valor  $j$ , de la energía de emisión es un umbral de energía que determina el límite menor de integración en la ecuación [4]. Introduciendo los valores de  $n_h$  de la ecuación [2],  $n_e$  de la ecuación [5] y usando la ecuación [3] obtenemos como expresión para el coeficiente de condensación

$$\alpha = \frac{n_v}{n_g} e^{-j/kT}$$

siendo  $n_v$  y  $n_g$  las densidades, en moléculas por unidad de volumen, en el total de las fases líquida y gaseosa respectivamente.

Debe señalarse que  $n_v$ ,  $n_g$  y  $j$ , a través de  $\lambda$ , son todas ellas funciones de la temperatura, de modo que la dependencia de la temperatura de  $\alpha$  se introduce en forma natural.

Obsérvese que a medida en que  $T$  se aproxima a la temperatura crítica  $T_c$ , el calor de vaporización  $\lambda$ , la tensión superficial  $\gamma$ , y  $d\gamma/dT$  tenderán a cero, de modo que la energía de emisión (de la ecuación [6]) tiende a cero y  $e^{-j/kT}$  tiende a 1. Cuando  $T \rightarrow T_c$ , las densidades del líquido y de la fase gaseosa se aproximan entre sí,  $n_v \rightarrow n_g$ , de manera que  $\alpha \rightarrow 1$ .

Los resultados obtenidos aplicando la fórmula [7] se muestran en la tabla 1. Pueden considerarse satisfactorios si se tiene en cuenta la simplicidad de la teoría.

TABLA 1

*Comparación entre valores calculados y observados de coeficientes de condensación*

	T°K	$j/\lambda_i$	$\beta$	$\alpha$ calc.	$\alpha$ obs.	Referencias
Carbono tet. . .	273.1	0.62	0.92	1.01	1.0	a,b,c
Benceno . . . . .	273.1	0.625	0.95	0.92	0.85, 0.95 (6°C)	d
Cloroformo . . .	273.1	0.685	0.89	0.17	0.16 (2°C)	d
Alcohol etílico .	286.2	0.81	0.76	0.014	0.02, 0.024	d-e
	323.1	0.78	0.76	0.179		
Alcohol metílico	273.1	0.84	0.76	0.023	0.045	d
	313.1	0.82	0.76	0.040		
Agua . . . . .	273.1	0.81	0.83	0.051	0.04(-8 a +15°C)	f
	233.1	0.79	0.83	0.738		
Tolueno . . . . .	273.1	0.65	0.90	0.59	0.45-0.85 temp. amb.	d

a. T. Alty y F. H. Nicoll, *Can. J. Research*, 4, 547 (1931).

b. T. Alty, *Phil. Mag.* 15, 82 (1933).

c. W. Pruzer, *Z. Physik*, 115, 202 (1940).

d. M. Baranaev, *J. Phys. Chem.*, (USSR), 13, 1035 (1939).

e. H. Bucka, *Z. Physik. Chem.* 195, 260 (1950).

f. R. S. Bradley y A. D. Shellard, *Proc. Roy. Soc.*, (London), A203, 65 (1951).

Resulta interesante comparar los valores del cociente  $j/\lambda$  obtenidos por nosotros con los valores predichos por la ley de Stefan de  $j/\lambda = 1/2$ , que no considera la dependencia de la temperatura, simetría molecular y el momento dipolar.

## BIBLIOGRAFIA

(1) R. D. Present, "Kinetic Theory of Gases", McGraw Hill Book Co., New York, 1958.

(2) R. C. Tolman, "The Principles of Statistical Mechanics", Chap. IV, párrafo 33, Oxford University Press, London, 1938.

(3) W. D. Harkins, "The Physical Chemistry of Surface Films", Reinhold Pub. Corp. New York, 1952.

W. D. Harkins et al., J. Am. Chem. Soc., 39, 541 (1917), *ibid.* 44, (1922). Colloid Symposium Monograph V. New York, (Chem. Cat. Co.) 1927. Z. Physik Chem., 113, 647 (1928).

(4) N. K. Adam, "The Physics and Chemistry of Surfaces", Third Edition, pág. 12, Oxford Univ. Press (London), 1941.

## SOBRE LOS PRINCIPIOS VARIACIONALES DE LA DINAMICA

CARLOS RAITZIN

En otra oportunidad <sup>(1)</sup>, nos hemos ocupado de una forma de las ecuaciones de la Dinámica simétrica respecto a las ecuaciones canónicas de HAMILTON. En estas nuevas ecuaciones aparecen como variables las velocidades y fuerzas generalizadas, obteniéndose las mismas mediante una transformación de LEGENDRE del potencial cinético o función lagrangiana.

En la primera parte de este trabajo nos proponemos establecer un principio variacional que caracteriza a los sistemas dinámicos conservativos en nuestra formulación citada, mediante el uso del operador generalizado de HÖLDER.

A continuación expondremos una extensión del principio de MAUPERTUIS a los sistemas lagrangianos no conservativos empleando el operador anterior, dándose la expresión del primero en las formulaciones de LAGRANGE y HAMILTON como también en la mencionada.

Por último estudiaremos una modificación del principio de HAMILTON que permite obtener fácilmente como condiciones de extremo ya las ecuaciones canónicas, ya sus simétricas.

En un apéndice se demuestra la posibilidad de eliminar la restricción  $\delta t = 0$  en el principio de HAMILTON modificando y corrigiendo un desarrollo de FORSYTH relativo al teorema de JACOBI.

En el caso de ser conservativo un sistema dinámico, es decir, que admita integral de energía, la misma podrá ser expresada indistintamente:

$$H(p_i, q_i) = \text{cte} = h$$

$(i = 1, \dots, n)$

o bien:

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial r_i} r_i + \frac{\partial R}{\partial s_i} s_i \right) - R = \text{cte} = h$$

El significado de los distintos términos es el siguiente (véase [1]):

$q_i$ : coordenadas generalizadas;

$$s_i = \frac{dq_i}{dt} = \dot{q}_i \quad p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}; \quad r_i = \frac{\partial L}{\partial q_i} = \dot{p}_i,$$

donde  $L$  es la función lagrangiana.

$H(p_i, q_i)$ : función hamiltoniana,

y

$$R(s_i, r_i) = L - \sum_{i=1}^n q_i r_i \quad (i = 1, \dots, n).$$

El tiempo  $t$ , por ser conservativo el sistema dinámico no aparecerá explícitamente en  $L$ ,  $H$  y  $R$ .

Vamos a ocuparnos primeramente de una caracterización variacional de los sistemas conservativos demostrando el siguiente teorema:

“Si existe integral de energía se cumple:

$$\Delta \int_{t_1}^{t_2} R dt = 0$$

a lo largo de las trayectorias naturales respecto a aquellas variadas isoenergéticas con el mismo valor de la constante de energía  $h$ , conservándose para todas las trayectorias consideradas las configuraciones inicial (instante  $t_1$ ) y final (instante  $t_2$ ) del sistema, siendo el problema regular en el sentido de KNESER (\*).”

En la expresión anterior  $\Delta$  es el operador generalizado de HÖLDER:

$$\Delta = \delta \epsilon \left( \frac{\partial}{\partial \epsilon} + \frac{dt}{d\epsilon} \frac{d}{dt} \right),$$

considerando a  $\epsilon$  variable independiente. Este operador involucra el clásico euleriano

$$\delta = \delta \epsilon \frac{\partial}{\partial \epsilon},$$

bajo la hipótesis más general:

$$\delta t = \frac{dt}{d\epsilon} \delta \epsilon \neq 0.$$

En general para  $\Delta$  no se conserva la propiedad conmutativa respecto a la diferenciación del operador euleriano:

$$\delta d = d\delta,$$

(\*) Lo que implica no se anulen idénticamente los determinantes funcionales en el dominio considerado, a efectos de poder expresar las  $p_i$ ,  $q_i$  en función de las  $r_i$  y  $s_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

Por definición tendremos:

Será, por lo tanto:

$$\Delta t = \delta t$$

$$\begin{aligned} \Delta \int_{t_1}^{t_2} R dt &= \delta \int_{t_1}^{t_2} R dt + R \left| \Delta t \right|_{t_1}^{t_2} \\ \delta \int_{t_1}^{t_2} R dt &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial r_i} \delta r_i + \frac{\partial R}{\partial s_i} \delta s_i \right) dt = \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n (-q_i \delta r_i + p_i \delta s_i) dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \left| -q_i \delta p_i + p_i \delta q_i \right|_{t_1}^{t_2} - \\ &- \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n (-s_i \delta p_i + r_i \delta q_i) dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \left| -q_i \delta p_i + p_i \delta q_i \right|_{t_1}^{t_2} + \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial p_i} \delta p_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} \delta q_i \right) dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \left| -q_i \delta p_i + p_i \delta q_i \right|_{t_1}^{t_2} + \delta \int_{t_1}^{t_2} H dt \end{aligned}$$

Pero:

$$\delta p_i = \Delta p_i - \dot{p}_i \Delta t$$

$$\delta q_i = \Delta q_i - \dot{q}_i \Delta t \quad (i = 1, \dots, n)$$

y  $\Delta p_i = \Delta q_i = 0$  para los instante  $t_1$  y  $t_2$ .

Además, como  $H = h = \text{cte}$  a lo largo de las trayectorias variadas, tendremos:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} H dt = H \delta \int_{t_1}^{t_2} dt = H \left| \Delta t \right|_{t_1}^{t_2}$$

Reemplazando, resulta:

$$\Delta \int_{t_1}^{t_2} R dt = \left\{ \left[ \sum_{i=1}^n \dot{p}_i q_i + R \right] \left| \Delta t \right|_{t_1}^{t_2} + \left[ H - \sum_{i=1}^n p_i \dot{q}_i \right] \left| \Delta t \right|_{t_1}^{t_2} \right\}$$

pero:

$$\sum_{i=1}^n \dot{p}_i q_i + R = \sum_{i=1}^n \dot{q}_i p_i - H = L$$

y por lo tanto, se cumplirá:

$$\Delta \int_{t_1}^{t_2} R dt = 0,$$

bajo las condiciones supuestas.

## II

Resulta interesante dar al principio de MAUPERTUIS una expresión que permita extender la validez de la forma dada al mismo por LAGRANGE a los sistemas lagrangianos no conservativos.

Cabe señalar al respecto lo siguiente: en la obra de WHITTAKER "Analytical Dynamics", p. 248 (1937), se extiende este principio al caso no conservativo mediante una expresión integral estacionaria que en esencia coincide con el principio de HAMILTON, como resulta sencillo comprobar reemplazando el valor de  $h$ , integrando por partes y anulando las variaciones en las configuraciones extremas.

Creemos resulta más novedoso proceder como sigue:

Además de la acción clásica (que denominaremos "Acción cinética  $A_c$ ") a lo largo de una trayectoria entre dos instantes dados  $t_1$  y  $t_2$ , definiremos otra magnitud dinámica designándola "Acción potencial  $A_p$ ".

Tendremos para los sistemas dinámicos lagrangianos:

$$A_c = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n p_i \dot{s}_i dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i dt$$

$$A_p = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n r_i q_i dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial q_i} q_i dt.$$

Demostraremos que para estos sistemas se tiene:

$$\Delta(A_c + A_p) = 0$$

a lo largo de las trayectorias naturales, sean o no conservativos.

(Obviamente si  $H = \text{cte}$  y consideramos únicamente trayectorias variadas en que se conserve el valor del hamiltoniano, se cumplirá  $\Delta A_c = 0$ , y resultará  $\Delta A_p = 0$  por este teorema).

*Demostración:*

$$\begin{aligned} A_c + A_p &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n (p_i s_i + q_i r_i) dt = \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (p_i q_i) dt = \left| \sum_i p_i q_i \right|_{t_1}^{t_2} \\ \Delta(A_c + A_p) &= \left| \sum_{i=1}^n p_i \delta q_i + q_i \delta p_i \right|_{t_1}^{t_2} + \\ &+ \left\{ \sum_{i=1}^n (p_i \dot{q}_i + q_i \dot{p}_i) \right\} \Delta t \Big|_{t_1}^{t_2} \end{aligned}$$

pero:

$$\begin{aligned} \delta q_i &= \Delta q_i - \dot{q}_i \Delta t \\ \delta p_i &= \Delta p_i - \dot{p}_i \Delta t \end{aligned} \quad (i = 1, \dots, n)$$

$$\Delta(A_c + A_p) = \left| \sum_{i=1}^n (p_i \Delta q_i + q_i \Delta p_i) \right|_{t_1}^{t_2} = 0$$

pues suponemos se conservan las configuraciones inicial y final.

Resultan en consecuencia las expresiones variacionales del principio de MAUPERTUIS generalizado:

$$\begin{aligned} \Delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i + \frac{\partial L}{\partial q_i} q_i \right) dt &= 0 \\ \Delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left( \frac{\partial H}{\partial p_i} p_i - \frac{\partial H}{\partial q_i} q_i \right) dt &= 0 \\ \Delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left( \frac{\partial R}{\partial s_i} s_i - \frac{\partial R}{\partial r_i} r_i \right) dt &= 0 \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

donde  $R$  es la función anteriormente definida.

### III

Puede obtenerse una remarcable expresión del principio de HAMILTON, que conecta las ecuaciones canónicas con nuestra formulación, procediendo de la siguiente manera.

Demostraremos que:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (R - H) dt = 0 \quad \text{de}$$

a lo largo de las trayectorias naturales entre dos instantes dados tiempo.



Tendremos:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (R - H) dt = \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial r_i} \delta r_i + \frac{\partial R}{\partial s_i} \delta s_i - \frac{\partial H}{\partial q_i} \delta q_i - \frac{\partial H}{\partial p_i} \delta p_i \right)$$

Integrando por partes los términos en que figuran las derivadas parciales de  $H$  tendremos:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (R - H) dt = \left[ \sum_{i=1}^n p_i \delta q_i - q_i \delta p_i \right]_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial r_i} \delta r_i + \frac{\partial R}{\partial s_i} \delta s_i - p_i \delta s_i + q_i \delta r_i \right) dt$$

El término entre límites es nulo por serlo las  $\delta q_i$ ,  $\delta p_i$  en los instantes  $t_1$  y  $t_2$ .

Quedará finalmente:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (R - H) dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial s_i} + q_i \right) \delta r_i + \left( \frac{\partial R}{\partial s_i} - p_i \right) \delta s_i \right] dt$$

resultando condiciones necesarias de extremo nuestras expresiones integrales:

$$\frac{\partial R}{\partial r_i} + q_i = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial s_i} - p_i = 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

Si hubiéramos integrado por partes los términos en que aparecen las derivadas parciales de la función  $R$ , hubiéramos obtenido como condición de extremo las ecuaciones de HAMILTON.

### APENDICE

Nos proponemos demostrar que el principio de HAMILTON puede ser establecido para los sistemas lagrangianos sin necesidad de la restricción  $\delta t = 0$  a lo largo de las trayectorias variadas como se exige en la bibliografía. La demostración que sigue es válida aún si

$\frac{\partial L}{\partial t} \neq 0$ . A este efecto emplearemos convenientemente modificado y

corregido un desarrollo de FORSYTH ("Theory of Differential Equations" T. V, Cap. X, p. 147) relativo al teorema de JACOBI.

Para ello consideremos un tipo más general de variación, adoptando una nueva variable independiente que denominaremos  $z$ .

Por definición, tenemos la expresión de la función principal de HAMILTON:

$$S = \int_{t_0}^t L dt \quad L = L(\dot{q}_i, q_i, t)$$

bastando suponer en lo que sigue  $t(z)$  y  $\frac{dt}{dz}$  son continuas positivas, cumpliéndose.  $t_0 = t(z_0)$  y  $t_1 = t(z_1)$ .

Será:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{dq_i}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{\phi_i}{t'}$$

donde:

$$\phi_i = \frac{dq_i}{dz} \quad (i = 1, \dots, n)$$

En consecuencia:

$$\begin{aligned} \delta S &= \delta \int_{t_0}^t L dt = \delta \int_{z_0}^z t' L(t, t', \phi_i, q) dz = \\ &= \delta \int_{t_0}^t \lambda dz = \int_{t_0}^t \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial t} \delta t + \frac{\lambda}{\partial t'} \delta t + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \phi_i} \delta \phi_i + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial \lambda}{\partial q_i} \delta q_i \right) \right] dt \end{aligned}$$

Integrando por partes:

$$\begin{aligned} \delta S &= \left| \frac{\partial \lambda}{\partial t'} \delta t + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial \phi_i} \delta q_i \right|_{z_0}^z + \\ &+ \int_{z_0}^z \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial t} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial t'} \right) \right] \delta t dz + \\ &+ \int_{z_0}^z \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial q_i} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \phi_i} \right) \right] \delta q_i dz \end{aligned}$$

Ahora bien:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial t'} \right) = 0$$

es una identidad, punto erróneo en la exposición de FORSYTH.

En efecto, tenemos:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = t' \frac{\partial L}{\partial t}$$

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial t} \right) = t' \frac{d}{dt} \left( L - \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) (**)$$

quedando:

$$t' \frac{\partial L}{\partial t} = t' \frac{d}{dt} \left( L - \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) = -t' \frac{dH}{dt}$$

que se cumple idénticamente.

Como además:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial q_i} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \phi_i} \right) = t \left[ \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \right]$$

llegamos finalmente a:

$$\begin{aligned} \delta S = & \left[ \left[ L - \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right] \delta t + \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \right] \right] \Big|_{z_0}^z + \\ & + \int_{t_0}^t \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt \end{aligned}$$

Si fijamos el límite superior de integración, haciéndolo igual a  $t$ , se observa que, para anular  $\delta S$ , es suficiente exigir  $\delta q_i = 0$  y  $\delta t = 0$  solamente en los instantes  $t_0$  y  $t_1$ , más la anulación de las derivadas lagrangianas:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0,$$

lo que se cumple para las trayectorias naturales.

Obsérvese que no es necesario fijar  $\delta \dot{q}_i$  en instante alguno.

(\*\*)

$$1) f \left( \frac{\phi_i}{t'} \right) = f(a) \qquad 4) \frac{\partial f}{\partial t'} = - \frac{\partial f}{\partial \phi_i} \frac{\phi_i}{t'}$$

$$2) \frac{\partial f}{\partial \phi_i} = \frac{\partial f}{\partial a} \frac{1}{t'} \qquad \text{y tenemos que:}$$

$$3) \frac{\partial f}{\partial t'} = - \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\phi_i}{t'^2} \qquad \frac{\partial \lambda}{\partial \phi_i} = t' \left\{ \frac{1}{t'} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right\}$$

$$\frac{\phi_i}{t'} = \dot{q}_i$$

Como consecuencia la integral:

$$\int_{t_0}^{t_1} L dt$$

será estacionaria para cualquiera de las trayectorias naturales que adopte la configuración (0) en el instante  $t_0$  y la (1) en el instante  $t_1$ , respecto de las trayectorias variadas infinitamente próximas, que posean esas mismas configuraciones.

La expresión de  $\delta S$  representa la cumbre de la dinámica de HAMILTON. De ella arrancan por conexos senderos la teoría de HAMILTON-JACOBI y su principio extremal.

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) Raitzin: Anales Soc. Cient. Argentina. T. CLXXI (1961), p. 50.
- (2) Lanczos: "The Variational Principles of Mechanics". Toronto University Press (1957).
- (3) Handbuch der Physik: Artículos de Nordheim y Fues. T. V. Springer Verlag (1927).
- (4) Funk "Variationsrechnung und ihre Anwendung in Physik und Technik", Springer verlag, Berlín, (1962).
- (5) Levi-Civita, Amaldi: "Lezioni di Meccanica Razionale", Zanichelli (1923) y los citados en el texto.

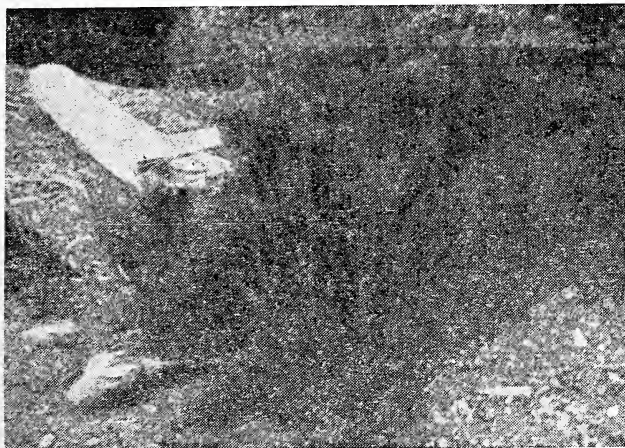
ESENCIAS DE PLANTAS AROMATICAS DEL PARQUE  
NACIONAL DE NAHUEL HUAPI Y SUS ALEDAÑOS

ADOLFO LEANDRO MONTES

II

*Aceite esencial de Baccharis rosmarinifolia Hook  
et Arn var. subandina (Phil) Heering*

Esta planta, clasificada por botánicos de la Dirección del Parque y del Instituto de Botánica Agrícola de I.N.T.A., como *Baccharis rosmarinifolia* Hook et Arn var. *subandina* (phil) Heering, fue encontrada creciendo silvestre en el Bolsón, al sur del Parque Nahuel Huapi



*Planta de Baccharis rosmarinifolia Hook et Arn var. subandina (Phil.)  
Fotografía tomada en su habitat natural, en las proximidades del lago Puelo hacia  
El Bolsón. Provincia de Río Negro cerca del límite con la de Chubut. Rep. Argentina.*

y en la zona seca inmediata al Parque hacia el este (zona Nahuel Huapi), por el Dr. Montes en su viaje en enero de 1960.

Es un arbusto de 0,5 a 1,5 m de altura, ramoso, densamente glanduloso; de hojas lineales, coriáceas, semiobtusas, enteras o con algún diente, de 10 a 30 mm de longitud, por 1 a 2 mm de ancho. Capítulos dispuestos en corimbos terminales compactos, o rara vez solitarios;

los masculinos acampanados, de 4 a 5 mm de altura; los femeninos de 6 mm de altura. Estilo de las flores masculinas con ramas muy cortas, más o menos adheridas entre sí.

Es especie originaria de Chile, donde habita desde la provincia de Atacama hasta Valdivia. La variedad subandina es de la región sur de Chile, existiendo además en la Patagonia andina y preandina (1).

La muestra estudiada estaba formada con ejemplares de la zona de El Bolsón recolectados en enero de 1960 por el Dr. Montes y en enero de 1961 por el Dr. Wiernik.

Se trabajó sobre g 976 de plantas secas (eliminado el tronco y las raíces) de los que se obtuvo, por arrastre con vapor de agua ml 1,7 de aceite esencial (2).

#### *Características del aceite esencial (3)*

Aspecto:	oleoso, límpido
Color:	ámbar
Olor:	aromático persistente
Peso específico a 17°C:	0,9100
Ind. de refracción a 16°C:	1,5035
Índice de ácido:	9,5
Índice de éster:	34,3
Alcoholes libres, en borneol:	42,1 % (método Montes (4))
Componentes carbonílicos, método Bryant & Smith, en CO:	2,04 %
Fenoles:	presentes en pequeña proporción

Absorción en el ultravioleta: (5) se obtuvieron los espectros entre 215 y 350 milimu, del aceite esencial, de su fracción cetónica y la 2-4-dinitrofenilhidrazona correspondiente y de la 2-4-dinitrofenilhidrazona del total de carbonílicos, que figuran en la tabla de valores siguientes, empleando un espectrofotómetro Carl Zeiss, modelo PMQ II, adquirido para la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales con un subsidio del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

Se emplearon soluciones en etanol purificado.

Cuadro de valores de la absorción en ultravioleta

Longitud de onda en milímu	Aceite esencial, sol. al 1:10000.	Fracción cetónica sol. 1:10000.	2-4-dinitrofenilhidrazonas (6)	
			de frac. cetónica	de componentes carbonílicos
215	—	2,07	0,735	1,36
20	2,47	2,11	0,76	1,57
25	2,25	2,20	0,79	1,71
30	1,90	2,22	0,785	1,74
35	1,50	2,07	0,73	1,60
40	1,33	1,87	0,665	1,44
45	1,33	2,03	0,62	1,32
250	1,39	2,28	0,585	1,23
55	1,33	2,34	0,565	1,18
60	1,29	2,00	0,545	1,14
65	1,16	1,32	0,515	1,06
70	1,04	1,00	0,475	0,96
75	0,90	0,99	0,43	0,86
80	0,74	1,03	0,375	0,765
85	0,61	1,04	0,325	0,675
90	0,53	1,025	0,295	0,625
95	0,475	0,96	0,275	0,59
300	0,414	0,88	0,26	0,56
05	0,348	0,77	—	0,515
10	0,295	0,64	0,24	0,47
20	0,195	0,45	0,245	0,405
30	0,13	0,30	0,295	0,45
40	0,096	—	0,38	0,575
350	0,046	0,074	0,48	0,77
60	—	—	0,59	1,02
70	—	—	0,67	1,27
5	—	—	0,695	1,37
8	—	—	0,702	1,41
80	—	—	0,705	1,43
85	—	—	0,710	1,49
90	—	—	0,70	1,48
400	—	—	0,655	1,44

*Cromatografía en placas.* — Sobre placas de vidrio recubiertas de ácido silícico se efectuó la cromatografía estimativa de componentes carbonílicos y fenólicos (7), empleando en el desarrollo un disolvente

constituido por mezcla de acetato de etilo y éter de petróleo (proporción en volumen 2:8).

Se obtuvieron los siguientes resultados (revelado para carbonílicos: solución de clorhidrato de 2-4-dinitrofenilhidrazina y para fenoles *p*-nitroanilina diazotada, en medio neutro):

<i>Componentes carbonílicos</i>			<i>Componentes fenólicos</i>		
<i>Mancha</i>	<i>Rf directo</i>	<i>Rf/Carvona</i>	<i>Mancha</i>	<i>Rf directo</i>	<i>Rf/Fenol</i>
1. anaranjada	0,55	0,97	1. pardo-violeta	0,80	1,27
2. anaranjada	0,46	0,81	2. anar.-pardo	0,66	1,02
3. anar.-rojiza (predominante)	0,36	0,63	3. anar.-rosa	0,41	0,62
			4. pardo-anar.	0,25	0,37
			5. pardo-anar.	0,035	0,04

*Cromatografía gas-líquido* <sup>(8)</sup> <sup>(9)</sup> <sup>(10)</sup> — Se ha aplicado usando un aparato Perkin Elmer, mod. 156-C, adquirido para la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales mediante un subsidio del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

*A. Cromatograma obtenido con columna "P" (polisuccinato de dietilenoglicol, de 1 m × 1/4", a 150°C y 4 psi de N<sub>2</sub> (21,6 ml/min))*

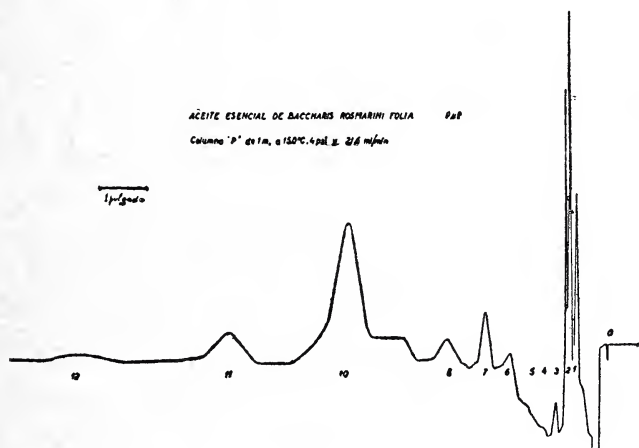
<i>Pico</i>	<i>Tamaño</i>	<i>Tiempo Retención</i>	<i>Componente</i>
1	mediano	1,0 minutos	alfa Pineno?
2	muy grande	1,3 "	Limoneno
3	pequeño	1,9 "	felandreno?
4	muy pequeño	2,5 "	
5	muy pequeño	3,2 "	ciclohexanona?
6	mediano	3,9 "	
7	mediano	4,9 "	Linalol
8	mediano	6,6 "	
9	mediano	8,8 "	
10	grande	10,8 "	Borneol
11	mediano	16,0 "	Geraniol
12	mediano	22,4 "	

Empleando como fase fija "saib" (diacetatohexaisobutirato de sacarosa) al 10 % sobre tierra de infusorios en columna de dos metros de longitud y 1/4" de diámetro a 200°C (con flujo de 13,2 ml/min de nitrógeno) se obtuvo un cromatograma con 14 picos (incluye dos componentes más pesados que el cromatograma en columna "P" a 150°C, transcripto).



*Identificación de componentes (11)*

1. Ácidos. — Al saponificar la muestra se observó la precipitación de la sal potásica del ácido orgánico liberado. Se separaron los cristales y se disolvieron en agua caliente. La solución se hizo ligeramente ácida, con ácido acético y luego agregó agua de cal saturada. En frío se obtuvo un precipitado floculoso soluble en caliente. Estas características corresponden al ácido cinámico (12). No se pudieron efectuar más determinaciones dada la escasez de muestra.



2. Componentes carbonílicos. — Empleando el reactivo Girard-T (13) (14) se aislaron los componentes carbonílicos, y del conjunto de las hidrazonas solubles, se separaron las cetonas por acción de ácido mineral.

De esta fracción cetónica se obtuvo una 2-4-dinitrofenilhidrazina de color rojo, en esferillas, con punto de fusión 160°C y absorción en el ultravioleta correspondiente a cetona terpénica cíclica saturada (6).

La precipitación directa sobre el aceite esencial dio una 2-4-dinitrofenilhidrazina de temperatura de fusión más alta: 227°C, que por cromatografía sobre placa dio dos manchas netas. Es probable la presencia de un aldehído.

Con solución saturada de bisulfito sódico (15) se extrajo un componente (alrededor de un 5 %) que se liberó luego con álcali. Es una sustancia semisólida de aroma suave y agradable (recuerda al piperonal), que dio una 2-4-dinitrofenilhidrazona de color rojo anaranjado oscuro, con punto de fusión de aproximadamente 250°C.

Tratando el aceite esencial no absorbido, a continuación, con solución saturada de sulfito de sodio se obtuvo una pequeña cantidad de carbonílico similar al anterior con 2-4-dinitrofenilhidrazona de iguales características. Se trata de igual sustancia, posiblemente un aldehído bencénico. Como el pico 12 de la cromatografía a 200°C con "saib" corresponde en tiempo de retención al piperonal y los datos citados también, se estima que este carbonílico separado es piperonal.

Del resto del aceite esencial todavía se obtuvo precipitado con solución de sulfato de 2-4-dinitrofenilhidrazina; en medio fuertemente alcohólico dio un precipitado con temp. de fusión 208°C (recristalizado); en medio más acuoso otro con temp. de fusión 165°C y en medio más acuoso otro amarillo de temp. de fusión 130°C. Es probable entonces la presencia de otros tres componentes carbonílicos (posiblemente fracción cetónica separada con reactivo Girard-T y posterior tratamiento ácido) de naturaleza cetónica, dos terpénicos y uno terpénico o alifático. La cromatografía en columna "P" a 150°C indica la posibilidad de la presencia de ciclohexanona (pico 5), que da 2-4-dinitrofenilhidrazona con pto de fusión 161°C.

3. Alcoholes. — Saponificando el aceite esencial y separando ácidos liberados y el etanol se trató el resto de aceite esencial con cloruro de 3-5-dinitrobenzofilo en medio bencénico, anhidro (16) obteniéndose un derivado con temperatura de fusión 129°C. Se trata en realidad de una mezcla de derivados, ya que por cromatografía gas-líquido (columna "P" a 150°C) transcripta, se comprobó la presencia de linalol, borneol y geraniol (picos 7, 10 y 11 respectivamente).

4. Fenoles. — Están presentes en muy pequeña proporción y fueron revelados por cromatografía sobre placa, ya mencionada antes. De acuerdo a nuestra experiencia la fracción fenólica contendría dos fenoles monohidroxilados, dos de composición mixta y un polifenol.

5. Hidrocarburos. — Los picos 1 y 2 del cromatograma con columna "P" a 150°C antes transcripto corresponden a alfa-pineno y a limoneno (también se obtiene coincidencia de tiempos de retención con esos hidrocarburos en columna "saib" a 150°C (con flujo de 16,2 ml/min). El tercer pico correspondería a felendreno por su tiempo de retención. Lo escaso de la muestra disponible no ha permitido realizar otras comprobaciones.

*Resumen de composición*

A pesar de lo exiguo de la muestra (2,8 ml en total) se ha podido, aplicando las técnicas y reacciones descriptas determinar o deducir, según los casos la presencia de:

Hidrocarburos:	alfa Pineno
	Limoneno
	Felandreno?
Acidos:	Cinámico
Alcoholes:	Linalol
	Borneol
	Geraniol
Carbonílicos:	Piperonal
	Ciclohexanona?
	Oras dos cetonas
Fenoles:	Cinco componentes fenólicos, en muy pequeña proporción.

*Conclusiones*

La *Baccharis rosmarinifolia* es una planta arbustiva nativa que proporciona por arrastre con vapor de agua poco más de 1,7 por mil de un aceite esencial de aroma intenso y agradable. El estudio realizado sobre este aceite, aplicando la cromatografía en placa y gaseosa, la espectrofotometría ultravioleta y reacciones químicas, ha permitido identificar la mayor parte de sus componentes, a pesar de disponer de muy escasa cantidad de muestra.

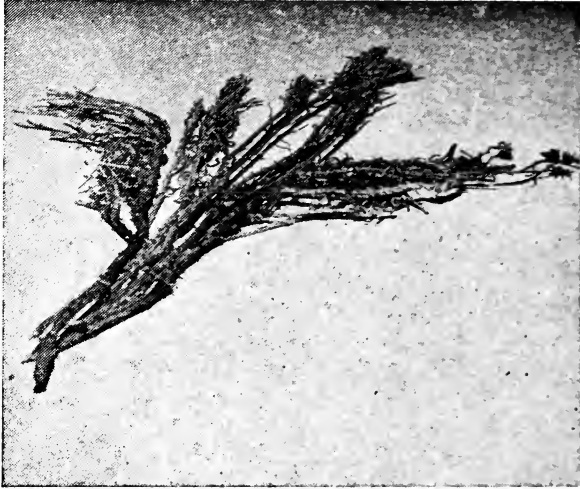
## ACEITE ESENCIAL DE SENECIO NEAEI DE CANDOLLE

ABRAHAM CYMERMAN y ADOLFO L. MONTES

Fue encontrado el *Senecio neaei* de Candolle, por el Dr. Montes, como flora predominante en la zona de Comallo, hasta no más de 10 Km hacia Nahuel Huapi, en la provincia de Río Negro. Su nombre vulgar es charcau.

Es una planta arbustiva de poca altura, descrita por el Dr. A. L. Cabrera, con los siguientes términos: "Sufrútice muy ramoso, de alrededor de medio metro de altura, con ramas ascendentes, laxamente tomentosas o glabrescentes, hojosas hasta la inflorescencia. Hojas lineales, semiobtusas, crasas, enteras o raramente con algún diente aislado, laxamente tomentosa o glabrescentes, de 10 a 35 mm

de longitud por 1-1,5 mm de ancho. Capítulos discoideos, dispuestos en número de 4 a 20 en cimas corimbiformes densas en el ápice de la rama; pedicelo bracteolados de 7 a 20 mm de longitud. Involucro



*Ejemplar de Senecio neaei de Candolle de la zona de Comallo-Río Negro.*

acampanado caliculado, de 5 mm de altura, por 5 a 6 mm de diámetro, bastante más corto que las flores. Bracteolas del cálculo pocas,



*Dr. Montes y Sra. en las proximidades de Comallo, hacia Nahuel Huapi, entre flora en la que predomina el Senecio neaei de Candolle.*

lineales. Brácteas involucrales 9-13, lanceoladas, agudas, lanuginosas o glabras en el dorso. Flores más o menos 20, amarillas, isomorfas, todas hermafroditas, con corola tubulosa de 6 mm de largo, penta-

dentada en el ápice; dientes triangulares de 0,6 mm de longitud. Ramas del estilo truncadas en el ápice y con una coronita de pelos papilares. Aquenios cilíndricos, cortados, glabros de 4 mm de longitud. Papus copioso, blanco, de 6-7 mm de largo" (17).

Es especie endémica del extremo sur de América, desde Bio Bio a Magallanes, en Chile y de Río Negro a Tierra del Fuego en la Rep. Argentina. Vegeta en lugares secos.

La muestra usada para extraer el aceite esencial fue tomada por el Dr. Montes en la zona arriba mencionada, en enero de 1960 y clasificada por el Dr. A. L. Cabrera del Instituto del Museo de La Plata, a quien se agradece su colaboración.

### *Parte Experimental*

El aceite esencial fue extraído de hojas y ramas menores de las plantas, secadas al aire y a la sombra, por arrastre con vapor de agua a 1-1,5 atmósferas.

El rendimiento en aceite esencial fue de 1,97 % en peso (g 42,0115 de aceite sobre kg 2,130 de material).

### *Características físicas y químicas del aceite esencial*

Aspecto: oleoso, límpido

Color: ámbar rojizo

Olor: intensamente aromático, sui generis, con nota almizclada.

Peso específico a 20°C: 1,0129

Ind. de refrac. a 22,5°C: 1,5140

Desv. polarimétrica a 22,5°C: -22,6°

Absorción en ultravioleta: máximos a 225 y 280 milimu

Absorción en infrarrojo: máximos a 1245-1265-1280-1615 y 1680  $\text{cm}^{-1}$

Índice de ácido: 80,7

Índice de éster: 33,0

Índice de carbonilo (Bryant & Smith): 1,85 por ciento en: = CO

Compon. carbonílicos en cetona princ. (PM 280  $\pm$  5 %): 18,5 %

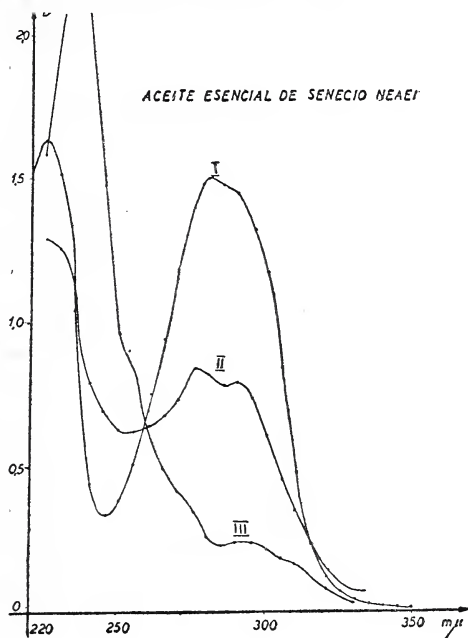
*Absorción en el ultravioleta*  
(soluciones en etanol purificado)

<i>Longitud de onda milimu</i>	<i>Aceite esencial 5:20000</i>	<i>Ac. Es. sin acs. fenoles y carbonílicos</i>	<i>Cetona princ. 2:10000</i>	<i>Semi-carbazona de la cetona 2:10000</i>	<i>2-4-di-nitro fenilhidrazona de la cetona</i>
215	—	—	—	—	0,95
20	1,495	—	—	0,57	0,88
25	1,638	1,29	1,58	0,69	0,82
30	1,523	1,26	—	0,83	0,76
35	1,032	1,04	2,36	0,99	0,71
40	0,44	0,79	2,36	1,14	0,67
45	0,337	0,70	1,48	1,24	0,645
250	0,385	0,63	0,96	1,23	0,61
55	0,509	0,62	0,83	1,05	0,59
60	0,70	0,65	0,76	0,83	0,575
65	0,94	0,68	0,49	0,55	0,56
70	1,19	0,735	0,416	0,525	0,525
75	1,40	0,84	0,346	0,55	0,48
80	1,51	0,82	0,26	0,54	0,46
85	1,482	0,78	0,23	0,495	0,46
90	1,456	0,795	0,24	0,425	0,468
95	1,325	0,735	0,243	0,345	0,47
300	1,174	0,61	0,21	0,265	0,44
05	0,847	0,455	0,19	0,20	0,395
10	0,484	0,358	0,16	0,146	0,335
20	0,124	0,142	0,084	0,064	0,227
30	0,041	0,072	0,032	0,013	0,214
40	0,020	—	—	—	0,318
350	0,012	—	—	—	0,485
60	—	—	—	—	0,68
70	—	—	—	—	0,88
75	—	—	—	—	0,96
80	—	—	—	—	1,00
90	—	—	—	—	1,09
400	—	—	—	—	1,07

*Nota.* Las determinaciones se hicieron en un espectrofotómetro Carl Zeis modelo PMQ II., adquirido para la facultad de Ciencias Exactas y Naturales con un subsidio del Consejo Nacional de Inv. Científicas y Técnicas de la República Argentina.

Absorción en el infrarrojo (18)

A. — El aceite esencial entero fue observado usando un espectrofotómetro infrarrojo modelo INFRACORD de Perkin Elmer (de



I Aceite esencial completo 0,5 %  
 II Ac. esencial libre de ácidos, fenoles y deriv. carbonílicos 0,25 %  
 III Cetona 0,2 %

Alba S. A.) y se obtuvo un espectro que registraba absorción neta (más de 0,7 de absorbancia) a:

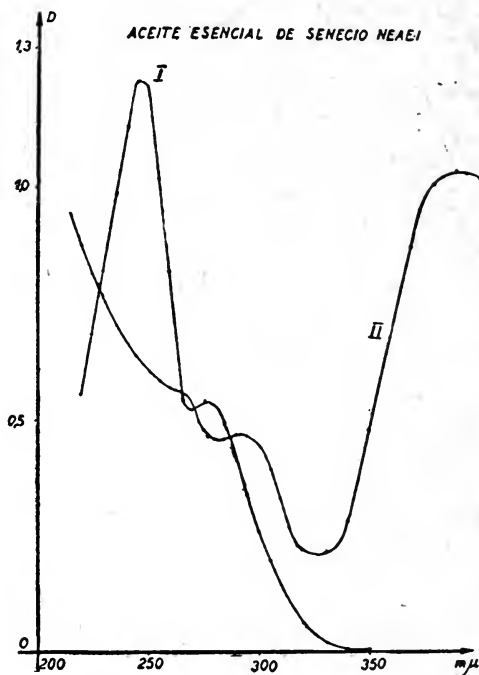
- 1680  $\text{cm}^{-1}$ : agrupación: = CO
- 1615  $\text{cm}^{-1}$ :
- 1280  $\text{cm}^{-1}$ :
- 1265  $\text{cm}^{-1}$ :
- 1245  $\text{cm}^{-1}$ :

y también neta, con absorbancia entre 0,5 y 0,7 a:

- 3000  $\text{cm}^{-1}$ : —CH<sub>3</sub> o —CH<sub>2</sub>—
- 1705  $\text{cm}^{-1}$ : ácidos
- 1600  $\text{cm}^{-1}$ : dobles ligaduras conjugadas y esqueleto aromático
- 1495
- 1450 : :CH<sub>2</sub>, o —CH<sub>2</sub>
- 1355 : agrupaciones: = C(CH<sub>3</sub>)<sub>2</sub> o —C(CH<sub>3</sub>)<sub>3</sub>

y otros picos con menor absorbancia.

Se deduce de este espectro la presencia de alto porcentaje de componentes carbonílicos y ácidos, con predominio de estructuras alquílicas y presencia de dobles ligaduras conjugadas y ciclohexano; es también probable la presencia de componentes aromáticos.



I Cetona-semicarbazona 0.2 %  
 II Cetona-2,4 dNFH 0.2 %

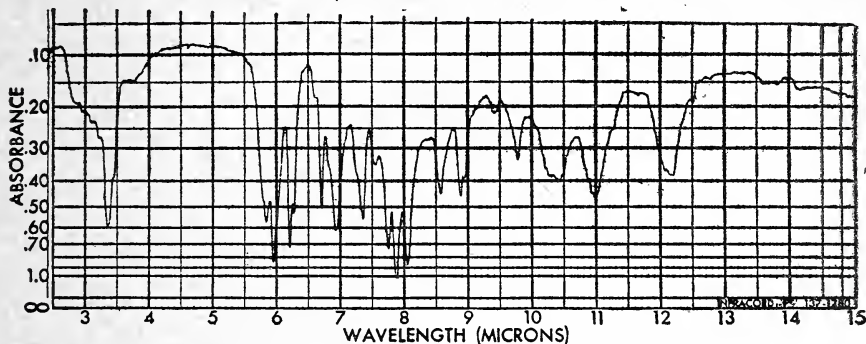
B. — Los ácidos separados del aceite esencial dieron espectros de absorción en el infrarrojo que indican existencia de grupo carbonilo y probablemente corresponden a ácidos dicarboxílicos.

C. — De la cetona pesada, predominante, se obtuvieron dos espectros de absorción en el infrarrojo, ambos sobre el producto obtenido del aceite esencial después de eliminar los ácidos libres, los fenoles, hidroxicetona y lactona, precipitándola como semicarbazona. Esta fue precipitada como semicarbazona, separada del aceite residual, lavada y luego descompuesta por calentamiento en presencia de ácido sulfúrico diluido. De esta manera fue recuperada la cetona y empleada para obtener los espectros infrarrojo, ultravioleta y derivados distintos, así como para efectuar determinaciones de su no saturación.

La determinación del primer espectro infrarrojo fue hecha por Cymerman usando el aparato antes mencionado, de Alba S. A.; la



segunda sobre nueva muestra, obtenida en igual forma, por el Dr. Vernengo usando un aparato del mismo modelo del Dpto. de Química Orgánica de la Facultad de C. E. y N. Ambos espectros coincidieron y se transcribe el segundo. El Dr. Vernengo, especializado en inter-

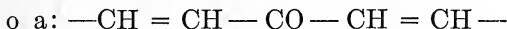


Absorción en el infrarrojo del Aceite esencial de *Senecio neaei* completo.

pretación de espectros de absorción en el infrarrojo ha colaborado en la del espectro de esta cetona.

El espectro de esta cetona muestra intensa absorbancia a:

1665  $\text{cm}^{-1}$ : ubicación que corresponde a cetona no saturada



(esto coincide con la absorción en el ultravioleta)

a 1260  $\text{cm}^{-1}$ : corresponde a estructura alquílica;

la absorción a 1600  $\text{cm}^{-1}$  corresponde también a grupo  $-\text{CO}-$  y doble ligadura conjugados;

la absorción a 2900  $\text{cm}^{-1}$  a la presencia de  $-\text{CH}_3\text{o}-\text{CH}_2-\text{o}-\overset{|}{\text{C}}\text{H}-$

la absorción a 1470  $\text{cm}^{-1}$  a ciclo saturado, o  $-\overset{|}{\text{C}}-\text{CH}_2-$ ;

la absorción a 1428  $\text{cm}^{-1}$  a agrupación  $-\text{CH} = \text{CH}_2$ ;

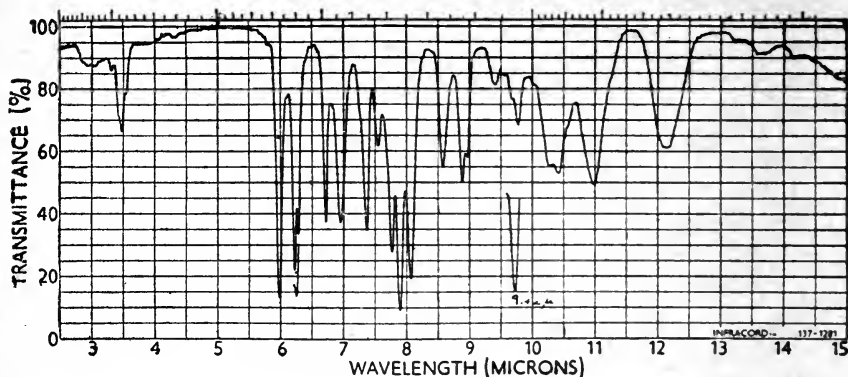
la absorción a 1351  $\text{cm}^{-1}$  a agrupación  $-\overset{|}{\text{C}}(\text{CH}_3)_2$  o  $-\text{C}(\text{CH}_3)_3$ ;

la absorción a 900 y a 820  $\text{cm}^{-1}$  a ciclohexano o a  $-\text{CH} = \text{CH}_2$ .

Las agrupaciones puestas de manifiesto en el espectro comentado conducen a considerar la cetona como un producto alquílico, que puede comprender uno o más ciclohexanos, con doble, o dobles ligaduras conjugadas con respecto al grupo carbonilo y probablemente una unida a metileno terminal, además de agrupaciones  $-\text{CH}_3$  y  $-\text{C}(\text{CH}_3)_2$  o  $-\text{C}(\text{CH}_3)_3$ .

Es posible considerarla, teniendo en cuenta su alto peso molecular y elevada temperatura de destilación (por destilación molecular y por

cromatografía gaseosa) y las agrupaciones señaladas, como una cetona diterpénica, cuyo grupo carbonilo es de tipo alquílico y conjugado con una doble ligadura.



Absorción en el infrarrojo de la cetona diterpénica del aceite esencial de *Senecio neaei*

*Cromatografía gas-líquido.*— Se obtuvieron cromatogramas del aceite esencial entero, de los ésteres metílicos de sus ácidos libres, del aceite esencial sin ácidos-fenoles y carbonílicos, del aceite libre de lo separable por saponificación (soluble en álcali), de la cetona principal aislada y de los componentes absorbibles con álcali 0,5 %. Se empleó un aparato Perkin Elmer, modelo 154-C USA, adquirido para la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales mediante un subsidio del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la Rep. Argentina.

Se emplearon como fases fijas: "saib" o diacetato-hexaisobutirato de sacarosa y polisuccinato de dietilenoglicol, a distintas temperaturas y flujos, usando nitrógeno puro y seco como gas vector.

*Cromatograma obtenido con "saib" en columna de 1 m × 1/4"*  
a 202°C y 4 psi (16 ml/min)

Pico	Tiempo de retención	Componente
1. grande	0,8 minutos	deriv. brom. f. 118°C
2. mediano	1,1 "	carbonílico; 2-4dNFH f. 134°
3. muy pequeño	1,9 "	
4. mediano-grande	2,6 "	alcohol
5. pequeño-mediano	3,4 "	carbonílico; 2-4dNFH f. 138°
6. pequeño-mediano	4,0 "	carbonílico; 2-4dNFH f. 275°
7. pequeño-mediano	4,9 "	
8. pequeño-mediano	6,4 "	

<i>Pico</i>	<i>Tiempo de retención</i>	<i>Componentes</i>
9. pequeño	10,3 minutos	
10. mediano	11,7 "	
11. muy grande	38,9 "	carbonílico (cetona princ.)
12. achatado	42,0 "	

En iguales condiciones se obtuvo para los componentes extraídos con HOK 0,5 %, liberados con ácido mineral y extraídos con éter:

1. pico pequeño-mediano Tpo R. 11,5 min (pico 10° del cromatograma anterior?)
2. pico grande Tpo R. 38 min (incluido en el 11° del cromatograma anterior)
3. pico achatado Tpo R. 42,4 min (pico 12° del cromatograma anterior?)

*Cromatograma de la cetona principal aislada, en columna de "saib" de 1 m × 1/4", a 200°C y 8 psi (21,2 ml/min)*

<i>Pico</i>	<i>Tiempo de retención</i>	<i>Componentes</i>
1° muy grande	17,0 minutos	Cetona alfa?
2° mediano	21,0 "	Cetona beta? (es aproximadamente 1/10 del 1°)

En iguales condiciones el santalol, alcohol sesquiterpénico, mezcla de isómeros alfa y beta, dio:

- 1° grande 11,0 minutos Santalol alfa
- 2° mediano 13,0 " Santalol beta

*Cromatograma obtenido con polisuccinato de dietilenoglicol, en columna de 1 m × 1/4", a 150°C y 4 psi (21,9 ml/min)*

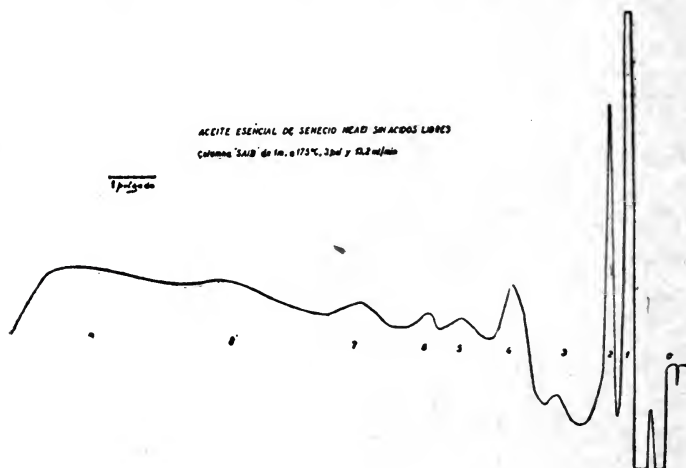
<i>Pico</i>	<i>Tiempo de retención</i>	<i>Componentes</i>
1° muy grande	2,1 minutos	Felandreno
2° mediano	3,1 "	Carbonílico
3° mediano-grande	4,7 "	
4° muy pequeño	7,0 "	
5° muy pequeño	8,8 "	

<i>Pico</i>	<i>Tiempo de retención</i>	<i>Componentes</i>
6° pequeño	11,4 minutos	
7° pequeño	20,3 "	
8° pequeño-achat.	25,3 "	
9° pequeño-achat.	42,0 "	
10° pequeño-achat.	48,3 "	

No se registraron los componentes más pesados.

### *Cromatografía sobre placas (19)*

Se aplicó la cromatografía sobre placas de vidrio recubiertas con ácido silícico empastado con engrudo de almidón para componentes



fenólicos y carbonílicos (los primeros son revelados con *p*-nitroanilina diazotada y los últimos con clorhidrato de 2-4-dinitro-fenilhidrazina).

Para los componentes fenólicos se obtuvieron cuatro manchas nítidas y algunas tenuous que no tomamos en cuenta. Las nítidas dieron los siguientes Rf:

la superior, de color amarillo,	Rf 0,50	Disolvente: mezcla de éter etílico
la segunda, rosada	0,18	lico 2: benceno 4 y éter de
la tercera, amarilla	0,13	petróleo 4.
la cuarta, marrón oscuro,		en la base

Para componentes carbonílicos se obtuvieron tres manchas nítidas:

la superior, anaranjado fuerte con	Rf 0,47	(la carvona dio 0,64)
la segunda, color rosado	0,46	Disolvente: acetato de etílico
la tercera, anaranjado tenue	0,12	lo 15: éter de petróleo 85

Podría haber correspondencia entre la tercera de los carbonílicos y la tercera de los fenólicos, ya que existe un componente fenol-carbonílico.

*Fraccionamiento químico.* — Para proceder a la identificación de componentes se efectuó un fraccionamiento químico del aceite esencial (<sup>20</sup>) obteniéndose:

- a) Acidos libres (extraídos mediante solución de carbonato de sodio al 5 % y liberados con ácido mineral): 11,2 por ciento
- b) Componentes fenólicos, fenol-carbonílicos e hidroxilactonas (extraídos con HOK 0,5 % y liberados con ácido mineral): 9,5 por ciento

A su vez fueron fraccionados por precipitación con semicarbazona, en:

- 1) Fenoles (no reaccionan con la semicarbazida): 3,6 por ciento
- 2) Fenolcarbonílicos (dan semicarbazona y descomponiendo ésta en medio sulfúrico fueron arrastrados con vapor de agua): 5,9 por ciento
- c) Lactonas (extraídas con HOK 5,0 % y liberadas como ácido hidroxílico por tratamiento con ácido mineral): 1,0 por ciento
- d) Cetona principal (precipitada del aceite, eliminados los componentes anteriores, como semicarbazona y obtenida por descomposición de ésta en medio sulfúrico y arrastre con vapor de agua): 24,1 por ciento
- e) Esteres, hidrocarburos, etc., (obtenidos por saponificación del aceite residual, después de extraer los componentes anteriores): 54,2 por ciento

#### *Identificación de componentes:*

a) Acidos libres. — Fueron extraídos de g 4,880 del aceite esencial disuelto en 10 ml de éter etílico, mediante agitación en empolla de decantación con 50 ml de solución de carbonato de sodio al 5 %. De la solución acuosa alcalina acidulada con ácido sulfúrico al 10 % se extrajeron con éter etílico los ácidos orgánicos liberados; se los secó mediante agitación de la solución etérea con sulfato de sodio anhidro y pesaron luego de eliminar el éter, obteniendo g 0,5455 de ácidos libres. Estos ácidos fueron esterificados con metanol en presencia de ácido sulfúrico concentrado, por 2 hs a reflujo y luego aislados los ésteres metílicos obtenidos. Los ésteres metílicos fueron sometidos a una cromatografía gas-líquida usando columna de "saib" de 2 m × 1/4"

a 197°C y 4 psi de presión obteniendo tres picos netos. Se aclara que estos ésteres metílicos fueron preparados con los ácidos libres volátiles por vapor de agua del conjunto de ácidos extraídos como se indicó antes.

Por otra parte se destilaron algunos ml del aceite esencial a presión reducida (5 micrones de Hg) obteniendo entre 20° y 90°C un destilado incoloro aromático. Examinando este destilado por cromatografía gas-líquido en columna de "saib" de 2 m × 1/4" a 149°C y 3 psi (flujo de 17 ml/min) se obtuvieron 12 picos.

Metilando el destilado con diazometano se obtuvieron ésteres metílicos y por cromatografía en columna de Ucon 550-X de 2 m a 163°C y 4 psi (flujo de 11 ml/min) se obtuvieron 10 picos. Repitiendo la cromatografía varias veces se reunieron por separado las fracciones y determinaron los espectros de absorción en infrarrojo. Las fracciones se recogieron en tetracloruro de carbono enfriado con nieve carbónica y acetona. La interpretación de estos espectros condujo a considerarlos correspondientes a ácidos dicarboxílicos con función cetónica. Tanto para los ácidos volátiles solubles como para los insolubles se constató la presencia de función carbonílica por dar reacción positiva con el sulfato de 2-4-dinitro-fenilhidrazina. Por ejemplo la fracción arrastrable, insoluble en agua, dio un derivado amarillo de punto de fusión 85°C.

Se hizo otra constatación extrayendo del aceite esencial los ácidos libres mediante solución de carbonato de sodio, como ya se explicó; luego fueron precipitados como 2-4-dinitro-fenilhidrazonas; ésta descompuesta con ácido sulfúrico al 20 % en caliente y aquéllos arrastrados por vapor de agua. El espectro en el infrarrojo obtenido con estos ácidos así liberados presentan también las características de ácido cetónico.

La identificación de estos ácidos es un problema interesante para encarar en un estudio ulterior sobre nueva muestra de aceite esencial.

b) Componentes fenólicos y fenolcarbonílicos. — Ya se ha explicado como fueron separados del aceite esencial y entre sí.

El componente fenol-carbonílico era semisólido de olor algo almizclado y dio los siguientes derivados:

2-4-dinitrofenilhidrazona, de color rojo violáceo, bien cristalizada,	
con temperatura de fusión neta a	178°C
semicarbazona cristalina con fusión neta a	208,5°C
3-5-dinitrobenzoato, cristales amarillos con fusión a	77°C

Se trata de un componente fenolcarbonílico, presente en mayor cantidad que los fenólicos (véase esquema de la separación química

y proporciones encontradas) de alta temperatura de ebullición (sería el componente 2° de la cromatografía del conjunto separado con álcali 0,5 %, que en la cromatografía general queda incluido en el gran pico de la cetona principal); podría tratarse de la o-hidroxi-aceptofenona, cuya semicarbazona funde a 209°-210 c (26).

Los componentes fenólicos se presentan como producto sólido marrón claro amarillento con temperatura de fusión entre 60° y 70°C. Recristalizados dieron al microscopio Koefer cristales gruesos con temperatura de fusión de 120° a 125°C y placas más claras, amarillentas con fusión neta de 155° a 160°C. De esta fracción se obtuvo un benzoato (21) con temperatura de fusión 132-133° y un 3-5-dinitrobenzoato (o mezcla) con temperatura de fusión 205°-225°C.

Está constituida en consecuencia por fenoles polivalentes o con función mixta, excluida la carbonílica, estudiada en la fracción anterior.

c) Lactonas. — Eliminados los ácidos libres y los componentes absorbibles con hidróxido de potasio al 0,5 % se trató el aceite esencial con hidróxido de potasio al 5,0 %. El líquido alcalino fue luego filtrado y acidificado con ácido sulfúrico al 20 %, extrayendo con éter el componente orgánico liberado. La solución etérea fue secada con  $\text{SO}_4\text{Na}_2$  anhidro y filtrada y evaporado el éter se obtuvo un producto sólido amarillento, que se ablanda de 65°C en más. Su espectro de absorción en el infrarrojo (determinado por el Dr. M. J. Vernengo del Dpto. de Orgánica de la Facultad) corresponde a un hidroxiaácido alifático con dobles ligaduras. La pequeña cantidad de muestra no permitió obtener con exactitud el dato de no saturación por el método de Rosemund modificado, pero sí uno aproximado de 128, que se estima solamente como comprobación de la no saturación.

La absorción en el ultravioleta con máximo a 230 milimicras también indica no saturación probable de dos dobles ligaduras conjugadas. Por otra parte dio un derivado bromado con temperatura de fusión de 99°C, lo que confirma la no saturación.

Se trata en consecuencia de una lactona macrocíclica, no saturada, de alto peso molecular, que por hidrólisis da un hidroxiaácido alquílico no saturado.

d) Componentes carbonílicos. — Fueron separados del aceite esencial libre de ácidos y componentes absorbibles mediante álcali, por acción del reactivo Girard T (22). De la solución acuosa de las hidrazonas resultantes se separó la fracción cetónica mediante ácido mineral y éter. El complejo remanente, correspondiente a aldehidos fue tratado con ioduro mercúrico, obteniéndose un precipitado de temperatura de fusión 124°C, que correspondería a un aldehido terpénico (23).

De la fracción cetónica se obtuvo una 2-4-dinitrofenilhidrazona de color rojo vivo, con punto de fusión 220,5°C de la que se determinó la absorción en el ultravioleta.

La 2-4-dinitrofenilhidrazona fue descompuesta por calentamiento en medio sulfúrico y por arrastre con vapor de agua se obtuvo un producto incoloro de olor suave. De este producto se preparó:

- un espectro de absorción en el ultravioleta;
- un espectro de absorción en el infrarrojo;
- una semicarbazona; pto de fusión 195°-197°C;
- una determinación de grupos metoxilos (<sup>24</sup>) con resultado nulo;
- el índice de refracción, que dio 1,5470 a 20°C;
- la no saturación por el método Rosemund Kuhnenn modificado (<sup>25</sup>), obteniendo un índice de iodo de 320 que indica la presencia de varias dobles ligaduras;
- el contenido en —CO— por el método de Bryant y Smith (para g 0,3354 se gastaron 2,4 ml de HON a 0,5N) obteniendo: 10,4 por ciento. Siendo un componente monocarbónico le corresponde un peso molecular de 280 (más o menos 5 %).

El espectro ultravioleta obtenido (véase gráfico y cuadro de valores) corresponde a una cetona con una doble ligadura conjugada con el grupo carbonilo, o a dos dobles ligaduras conjugadas. El de su 2-4-dinitrofenilhidrazonas y el de su semicarbazona no corresponden a los de los tipos de cetonas estudiadas por el Dr. Montes.

El espectro infrarrojo ya ha sido antes comentado.

La cromatografía gas-líquido transcripta demuestra que se trata de un producto de elevada temperatura de destilación y elevado peso molecular. El santalol (alcohol sesquiterpénico) en iguales condiciones acusa menor tiempo de retención. Esto sugeriría se trata de una cetona diterpénica, como también parece indicarlo su alto peso molecular y su índice de refracción.

La cetona principal del aceite esencial sería en consecuencia: una cetona diterpénica no saturada, presente con dos isómeros, que llamaríamos alfa y beta, el primero francamente predominante sobre el segundo.

La cromatografía gaseosa indica la presencia de otros componentes carbónicos presentes en pequeña proporción y ubicados por su reacción con sulfato de 2-4-dinitrofenilhidrazona al salir del cromatógrafo y formación de derivados; a saber:

el pico segundo de la cromatografía a 202°C en columna de "saib" con tiempo de retención próximo al de la fencona; dio una 2-4-dinitrofenilhidrazona de punto de fusión 134°C;



otro carbonílico aparece en el pico quinto de aquel cromatograma, con 2-4-dinitrofenilhidrazona de punto de fusión 138°C y

otro corresponde al pico sexto, que dio una 2-4-dinitrofenilhidrazona de alto punto de fusión (alrededor de 275°C) que corresponde a compuesto con <sup>3</sup>núcleo bencénico.

e) Alcoholes. — El aceite esencial, eliminados los ácidos libres, los componentes absorbibles con álcali y los carbonílicos, fue saponificado. De esta manera se liberaron los alcoholes esterificados y pudo separarse los ácidos como sales potásicas. El resto orgánico, que incluye los alcoholes libres y/o liberados fue secado y tratado con cloruro de 3-5-dinitrobenzoilo, obteniéndose un precipitado con temperatura de fusión 95-96°C (cristales pardo claro).

Del pico 4° de la cromatografía gas-líquido a 202°C en columna de "saib" se obtuvo por burbujeo en aquel reactivo en medio bencénico, un derivado que, recristalizado, dio punto de fusión 92°C.

Ese punto de fusión corresponde al derivado del alcohol hidrocínámico, que podría tener esa ubicación en el cromatograma. Pero no ha sido posible confirmarlo por carecer de alcohol hidrocínámico puro para efectuar la confirmación.

f) Hidrocarburos. — El pico grande, inicial del cromatograma gas-líquido con las distintas fases fijas empleadas, corresponde en tiempo de retención en ambas y en las condiciones indicadas, al del felandreno, pasado por el cromatógrafo en iguales condiciones. Haciendo burbujear el componente correspondiente a ese pico en solución etérea fría de bromo, se logró un derivado bromado de punto de fusión 118°C, lo que confirmaría se trata de beta-felandreno.

### *Resumen sobre la composición*

El aceite esencial estudiado presenta una composición compleja y de acuerdo al fraccionamiento químico realizado, a los derivados preparados y a las determinaciones físicas obtenidas y comentadas contiene:

1. ácidos libres cetónicos.
2. un componente fenol-carbonílico.
3. fenoles polihidroxilados o mixtos.
4. una lactona macrocíclica no saturada.
5. varios componentes carbonílicos menores (posiblemente dos terpénicos y uno bencénico) y una cetona importante presente en dos isómeros y que se deduce diterpénica y no saturada.

6. un alcohol, que se deduce hidrocínámico o similar.
7. beta Felandreno como hidrocarburo predominante.
8. un éster o varios ésteres.

### Conclusiones

El aceite esencial del *Senecio neaei* de Candolle, conocido como "charcau" en la zona de Comallo, en Río Negro, es un producto intensamente aromático, con nota almizclada, de composición compleja. Se han aplicado en su estudio las técnicas más modernas: espectrofotometría en el ultravioleta y en el infrarrojo, cromatografía sobre placas recubiertas con ácido silícico y cromatografía gas-líquido, pudiendo establecerse que contiene ácidos cetónicos libres, ésteres, hidrocarburos (beta felandreno), un componente fenolcarbonílico, fenoles polihidroxilados o mixtos, una lactona macrocíclica, una cetona que se deduce diterpénica no saturada y tres componentes carbonílicos menores.

### BIBLIOGRAFIA

- (1) Revista del Museo de La Plata, tomo II, Sec. Botánica, p. 261 (1938/9).
- (2) Montes, A. L.: "Analítica de los productos aromáticos" INTA, Bs. As., p. 256 (1961).
- (3) Montes, A. L.: obra citada (2) Cap. III, p. 133 y sgtes.
- (4) Montes, A. L.: Anales de la Asoc. Quím. Arg. 31, 109 (1943).
- (5) Montes, A. L.: obra citada en (2), Cap. II, p. 65 y sgtes.
- (6) Montes, A. L.: Anales de la Asoc. Quím. Arg. 50, 3 (1960).
- (7) Montes, A. L.: obra citada en (2), Cap. I, p. 39.
- (8) Montes, A. L.: obra citada en (2), Cap. I, p. 61.
- (9) Bayer, E.: "Gas Chromatography" Elsevier Publ. Co. London, 1961.
- (10) Dragoco Berichte-Alemania: N° 1-4-10 y 12 de 1960; N° 12 de 1961 y N° 7 y 8 de 1962.
- (11) Montes, A. L.: obra citada en (2) Cap. VII, p. 253 y sgtes.
- (12) Montes, A. L.: obra citada en (2) p. 161.
- (13) Girard y Sandulesci: Helv. Chim. Acta 19, 1095, (1936).
- (14) Montes, A. L.: obra citada en (2) p. 239.
- (15) Montes, A. L.: obra citada en (2) p. 173.
- (16) Clavet, E. y Montes, A. L.: Anales de la Asoc. Quím. Arg. 41, 99 (1953).
- (17) Cabrera, A. L.: LILLOA- Rev. de Botánica XV, 274 (1949).
- (18) Hershenson, H. M.: "Infrared Absorption Spectra". N. York, 1959.
- (19) Véase el (1).
- (20) Montes, A. L.: obra citada en (2); esquema general para el estudio de esencias fuera de texto entre p. 264 y 265.
- (21) Guenther, E.: "The Essential Oils", tomo II, 796 (1949).
- (22) Montes, A. L.: obra citada en (2), p. 238.
- (23) Montes, A. L. y Wiernik, M.: Anales de la Asoc. Quím. Arg. 48, 163, (1960).
- (24) Official Method of Analysis of the A.O.A.C. Washington 8th. d. 1955, p. 810.
- (25) Planck, R. W. - Pack, F. C. y Goldblatt, L. A.: Journal of the A.O.C.S. 30, 417, (1953).
- (26) Guenther, E.: obra citada en (21), vol. II, 477 (1949).

ANATOMIA FOLIAR DE ESPECIES  
ARGENTINAS DEL GENERO *Cordia* L.

(BORAGINACEAE) (1)

DELIA I. de ROTHSCHILD (2)

RESUMEN. — El presente trabajo incluye el examen anatómico de la hoja de 9 especies del género *Cordia* L. que habitan el Norte argentino: *Cordia trichotoma* (Vell.) ARRAB. ex STEUD., *C. ecalyculata* VELL., *C. salicifolia* CHAM., *C. axillaris* JOHNSTON, *C. chacoensis* CHODAT, *C. guaranitica* CHOD. et HASSLER, *C. paucidentata* FRES., *C. verbenacea* D.C., y *C. corymbosa* (L.) DON.

El carácter común a todas las especies examinadas es la posición foliar dorsiventral, con su concomitante estructura heterogénea.

Los rasgos más valiosos para el diagnóstico sistemático son los pelos o tricomas, los cistolitos, y el parénquima en empalizada. Dos especies (*Cordia ecalyculata* y *C. salicifolia*) son glabras; una (*C. trichotoma*) tiene pelos en manajo estrellado; las demás, pelos unicelulares aislados. Los cistolitos se observan en 5 especies. El parénquima en empalizada tiene una sola capa de células, salvo en *Cordia trichotoma*, en que es doble.

En base a dichos caracteres se presenta una clave para las 9 especies estudiadas del género *Cordia* L.

*Cordia salicifolia* resulta muy semejante a *Cordia ecalyculata*, de la que JOHNSTON la considera una variedad.

En cambio, *Cordia chacoensis* y *Cordia verbenacea*, que JOHNSTON supone podrían ser la misma especie, presentan diferencias anatómicas muy marcadas.

ABSTRACT. — Nine north argentine species of the genus *Cordia* L.: *Cordia trichotoma* (Vell.) ARRAB. ex STEUD., *Cordia ecalyculata* VELL., *C. salicifolia* CHAM., *C. axillaris* JOHNSTON, *C. chacoensis* CHODAT, *C. guaranitica* CHOD. et HASSLER, *C. paucidentata* FRES., *C. verbenacea* D.C., and *C. corymbosa* (L.) DON., are studied from the point of view of their leaf anatomy.

The dorsiventral position and the heterogeneous structure of the leaf are characters common to all examined species.

Trichomes, cystoliths, and palisade parenchyma are the most outstanding features valuable for diagnostic purposes.

Two species (*C. ecalyculata* and *C. salicifolia*) are glabrous. One (*C. trichotome*) has stellate hairs; the rest of them have isolated unicellular hairs. Cystoliths were observed in five species. Palisade parenchyma has only one layer of cells in all species excepting *C. trichotoma*, where two layers were observed.

A key based upon these reliable characters is presented for the identification of these argentine species of *Cordia* L.

*C. salicifolia* is very similar to *C. ecalyculata*, of which JOHNSTON thinks it is a variety.

*C. chacoensis* and *C. verbenacea*, considered as probably the same species by JOHNSTON, are found to be markedly different.

(1) Trabajo comunicado en las VI Jornadas Argentinas de Botánica y IV Reunión Argentina de Fisiología Vegetal, La Plata (Provincia de Buenos Aires), 7-14 de octubre de 1962.

(2) Doctora en ciencias naturales. Instituto Municipal de Botánica (Jardín Botánico "Carlos Thays"), Santa Fe 3951, Buenos Aires, Argentina.

ZUSAMMENFASSUNG. — In dieser Arbeit ist das Blatt von 9 nordargentinischen Pflanzenarten der Gattung *Cordia* L. anatomisch beschrieben: *Cordia trichotoma* (Vell.) ARRAB. ex STEUD., *C. ecalyculata* VELL., *C. salicifolia* CHAM., *C. axillaris* JOHNSTON, *C. chacoensis* CHODAT, *C. guaranitica* CHOD. et HASSLER, *C. paucidentata* FRES., *C. verbenacea* D.C., y *C. corymbosa* (L.) DON.

Alle die betrachteten Arten zeigen einen dorsiventralen Aufbau und eine entsprechend heterogene Struktur.

Die wichtigsten Elemente für die Diagnose sind die Trichome oder Haare, die Cystolithen, und das Palisadenparenchym. Zwei Arten (*Cordia ecalyculata* und *C. salicifolia*) sind haarlos; eine Art (*Cordia trichotoma*) hat sternförmige Haare, und die übrigen haben einfache einzellige Haare. Die Cystolithen kann man in 5 Arten beobachten. Das Palisadenparenchym hat nur eine Schicht, mit Ausnahme von *Cordia trichotoma*, wo es zweischichtig ist.

Auf Grund von diesen Verschiedenheiten stellt man hier einen Schlüssel für die 9 studierten *Cordia*-Arten auf.

*Cordia salicifolia* und *C. ecalyculata* sind sehr ähnlich. JOHNSTON betrachtet die erste als eine Varietät von der zweiten.

Dagegen zeigen *Cordia chacoensis* und *C. verbenacea*, welche für JOHNSTON die selbe Art sein könnten, sehr scharfe anatomische Verschiedenheiten.

## INTRODUCCION

Las Boragináceas argentinas no han sido aún estudiadas taxonómicamente. Por tal razón, y dado el enfoque anatómico de la presente publicación, no se incluyen aquí los datos taxonómicos respectivos.

Del género *Cordia* L., que abarca en total unas 300 especies, se estudian en este trabajo 9 representantes argentinas, que crecen principalmente en las provincias de Salta y Misiones, así como en el vecino Paraguay: *Cordia trichotoma* (Vell.) ARRAB. ex STEUD., *C. ecalyculata* VELL., *C. salicifolia* CHAM., *C. axillaris* JOHNSTON, *C. chacoensis* CHODAT, *C. guaranitica* CHOD. et HASSLER, *C. paucidentata* FRES., *C. verbenacea* D.C., y *C. corymbosa* (L.) DON. Un ejemplar procede de la provincia de Corrientes (*Cordia verbenacea*), otro de Tucumán (*C. chacoensis*), y otro llega hasta la provincia de Entre Ríos (*C. corymbosa*). La *Cordia trichotoma* o peterebí es arbórea y su madera tiene valor comercial. *C. ecalyculata* es un árbol pequeño. Las restantes especies son arbustivas (LATZINA, 1937).

\* \* \*

Las investigaciones morfológicas y anatómicas de MEZ (1890) sobre el grupo de las *Cordieae* han servido de base al presente trabajo.

“Se puso en evidencia —dice MEZ— que formas que, en trabajos anteriores sobre la familia, estaban genéricamente separadas, “pero que luego, en la monografía de De Candolle (que siguieron “los investigadores posteriores), debieron ser agregadas al gran gé-

“nero *Cordia* L. por falta de diferencias notables, estos grupos de “formas se pueden definir netamente por sus caracteres anatómicos. “De aquí resulta que la ubicación sistemática de gran número de “especies en base al método seguro sistemático-anatómico, conduce “a dividir los grupos grandes y poco homogéneos de De Candolle “en pequeños grupos naturales de formas”.

Para MEZ, en un estudio morfológico con vistas a la delimitación sistemática dentro de los géneros, deben considerarse todas las características peculiares a la planta a través de generaciones, y exceptuarse las que son producto de influencias circunstanciales. Halló este autor que el número de capas del tejido en empalizada, por ejemplo, que hasta entonces no se pudo usar sistemáticamente por depender directamente de la iluminación, es constante dentro de grandes grupos. En estos caracteres heredados deben incluirse también los pertenecientes al tallo.

Los cistolitos son para MEZ el carácter epidérmico más importante sistemáticamente para el grupo. Enumerando los diversos autores que se ocuparon de estas estructuras, MEZ señala que VESQUE observó por primera vez en las *Cordiaceae* las infiltraciones epidérmicas de carbonato de calcio alrededor de los pelos. Añade que RADLKOFER halló en la misma subfamilia cistolitos típicos semejantes a los de las *Urticáceas* y a los de *Ficus elastica*, y termina diciendo que la importancia sistemática de estos órganos fue enunciada sucesivamente por WEDDELL para las *Urticáceas*, por HOBEIN para las *Acantháceas* y finalmente por el propio MEZ para las *Cordiaceae*. (3)

Aunque son varios los tipos de cistolito descritos por MEZ, como veremos luego en la Discusión, se trata en general de una glándula de carbonato de calcio ubicada en el interior de una célula epidérmica hipertrofiada, denominada litocisto o célula pétreo. El cistolito independiente no va acompañado de ningún pelo. En el cistolito pilífero se origina un pelo a expensas de la cara externa del litocisto.

Los otros dos caracteres anatómicos de importancia sistemática para MEZ son los tricomas, de los que describe diversos tipos, y el parénquima en empalizada.

JOHNSTON (1930) no está de acuerdo con el sistema de grupos subgenéricos de MEZ basado en caracteres anatómicos. Lo considera “una serie de grupos demasiado impracticable para el trabajo sistemático ordinario” y “demasiado sujeto a una crítica seria tal como

(3) Los caracteres foliares epidérmicos han sido usados también por LAVIER-GEORGE (1936) como base para la clasificación dentro del género *Philippia*, Klotsch (*Ericaceae*).

la de su naturalidad". Agrega que los grupos de MEZ parecen ser completamente heterogéneos e imposibles de definir por los caracteres rápidos de aspecto, hojas, flores y frutos, que también tienen valor filogenético.

Mencionamos aquí esta discrepancia sin entrar en consideraciones sistemáticas definitivas que escaparían al alcance de este trabajo.

Sólo destacamos la importancia práctica de poder determinar las especies de *Cordia* en ejemplares de herbario incompletos, sin flores, ni frutos o en plantas no florecidas. El solo examen microscópico de la hoja conduce a una diagnosis segura.

Para la subdivisión del género en secciones, MEZ sigue a GÜRKE (1893), mientras JOHNSTON sostiene distinto criterio, según indicamos a continuación.

#### DIVISION DEL GENERO *CORDIA* L. SEGUN GÜRKE

(Engler Bot. Jahr. 1893)

seguida por MEZ.

##### SECCIONES:

- I. *Varronia*
- II. *Gerascanthus* [ *Cordia hypoleuca*.
- III. *Pilicordia*
- IV. *Physoclada*
- V. *Sebestenoides*
- VI. *Myxa*            }    *C. salicifolia*,        *C. verbenacea*,
- }    *C. corymbosa*,        *C. paucidentata*.

No están citadas:

- C. chacoensis*
- C. ecalyculata*
- C. guaranítica*
- C. axillaris*

#### DIVISION DEL GENERO *CORDIA* L. SEGUN JOHNSTON

(1930)

##### SECCIONES:

- Gerascanthus* [ *Cordia trichotoma*
- Rhabdocalyx*.
- Varronia* [        }    *C. paucidentata*,    *C. verbenacea*.
- }    *C. chacoensis*,        *C. axillaris*.
- }    *C. guaranítica*,        *C. corymbosa*.
- Eucordia*
- Calyptrocordia*
- Physoclada*
- Pilicordia* [        *C. ecalyculata*,    (*C. salicifolia*).

En ambos esquemas indicamos la ubicación sistemática de las especies estudiadas por nosotros.

*Cordia trichotoma* está incluida en la sección *Gerascanthus* por GÜRKE como *Cordia hypoleuca*, sección en la que también la incluye JOHNSTON (1930), con su nombre actual de *Cordia trichotoma*.

Las especies *Cordia verbenacea*, *Cordia corymbosa* y *Cordia paucidentata* pertenecen a *Myxa* según MEZ, y a *Varronia* según JOHNSTON. MEZ les agrega la *Cordia salicifolia*. En cambio JOHNSTON considera a esta última una forma con hojas más lanceoladas y menos consistentes, de *Cordia ecalyculata*. El ejemplar de *C. salicifolia* estudiado por nosotros está citado dentro del material estudiado por JOHNSTON en su trabajo.

También indica JOHNSTON la probabilidad de que *Cordia chacoensis* no sea específicamente distinta de *Cordia verbenacea*.

\* \* \*

El presente estudio corresponde al capítulo "Anatomía foliar" de un trabajo más amplio sobre anatomía de *Cordia* L. presentado a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (Universidad de Buenos Aires) para optar al grado de doctora en ciencias naturales, el 18 de diciembre de 1946. El trabajo se realizó en el Instituto de Botánica Juan O. Hall. En 1962 fue actualizado en el Instituto Municipal de Botánica (Jardín Botánico Carlos Thays).

El segundo capítulo del presente estudio se refiere a la anatomía del tallo de las mismas especies argentinas del género *Cordia* L., y será motivo de una publicación aparte.

La autora dedica el presente trabajo, en testimonio de gratitud y respeto, a la investigadora y maestra en anatomía vegetal doctora Clotilde C. Molle, quien lo dirigió en su oportunidad.

### MATERIAL Y METODOS

Todos los estudios se efectuaron sobre material seco de herbario, perteneciente a las siguientes colecciones: Departamento de Botánica del Museo Argentino de Ciencias Naturales "Bernardino Rivadavia" (BA); Instituto de Botánica y Farmacología de la Facultad de Ciencias Médicas (BAF), y Laboratorio "Carlos Spegazzini" del Ministerio de Agricultura de la Nación (BAB), (instituciones de la ciudad de Buenos Aires), así como también a la colección del Instituto Darwinion (San Isidro, provincia de Buenos Aires) (SI). Gran parte de los ejemplares ha sido determinada por el especialista I. JOHNSTON.

Las especies se presentan ordenadas según su secuencia en la clave de determinación.

Los pelos se observaron sobre todo en material hervido y sin colorear. La epidermis fue extraída por maceración de Schulz y coloreada

con azul de metileno, carmín, verde luz o Naranja G., en preparaciones microscópicas transitorias. Los cortes de hoja fueron hechos con micrótopo de mano Ranvier, coloreados con carmín alumbre y verde de iodo, y montados en bálsamo del Canadá. Para el corte se eligió de preferencia la zona media de la hoja, próxima al peciolo.

Las fotomicrografías se tomaron con linterna fotográfica Leitz, y se revelaron en el Instituto de Botánica "Juan O. Hall" (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales), donde se efectuó este trabajo (1944-1946), y donde se guarda negativo y copia de las mismas, así como de preparaciones microscópicas definitivas numeradas del 1232 al 1262 (Anatomía de hoja, tallo y leño de *Cordia* L.). Los dibujos, hechos con Linterna Leitz, agrupan los rasgos más salientes en 3 láminas comparativas: tricomas, cistolitos, y corte transversal de hoja.

CLAVE PARA LA DETERMINACION  
DE ESPECIES ARGENTINAS DE *CORDIA* L.  
EN BASE A LA ANATOMIA FOLIAR

- A. Parénquima en empalizada en dos hileras de células. Haces vasculares de las nervaduras secundarias rodeados por fibras de esclerénquima que llegan hasta ambas epidermis. Cistolitos independientes en el epifilo. Tricomas agrupados en manojos estrellados ..... 1 *C. trichotoma*
- AA. Parénquima en empalizada en una sola hilera de células
  - B. Hojas glabras. Cistolitos independientes en el epifilo. (\*)
    - C. Capa de fibras de esclerénquima por fuera del haz vascular libero-leñoso de la nervadura central: continua en el epifilo e interrumpida en el hipofilo en islotes adosados a cada haz libero-leñoso. Hadroma con muchos vasos ..... 2 *C. ecalyculata*
    - CC. Sin fibra por fuera del haz vascular central. Hadroma con pocos vasos ..... 3 *C. salicifolia*
  - BB. Hojas pubescentes. Tricomas unicelulares aislados en ambas superficies. Con o sin cistolitos .....
    - C. Sin cistolitos.
      - D. Leptoma y hadroma en dos zonas lineares de escasa curvatura. Pelos protectores de una sola clase ..... 4 *C. axillaris*
      - DD. Haz conductor de la nervadura central hadrocéntrico. Más de una clase de pelos protectores.
      - E. Hadroma y leptoma en islotes que forman una corona interrumpida. Pelos de dos clases: unos alargados y otros afilados pero cortos 5 *C. chacoensis*
      - EE. Hadroma en un islote central con leptoma circundante en forma de banda arqueada continua

(\*) La denominación de cistolitos independientes y cistolitos pilíferos corresponde a MEZ.



- F. Con esclereidas. En el epifilo pelos cortos, de punta roma o afilada. En el hipofilo, pelos de 3 clases: 1a. como los anteriores; 2a. largos; 3a. cónicos de superficie verrugosa ..... 6 *C. guaranitica*
- FF. Sin esclereidas. En el epifilo pelos gruesos y afilados a modo de agujón. En el hipofilo pelos largos y afilados, verrugosos o lisos. Pequeñas glándulas epidérmicas 7 *C. paucidentata*.
- CC. Con cistolitos pilíferos en el epifilo. Hadroma y leptoma en bandas paralelas de poca curvatura, continuas o poco interrumpidas
- D. Pelos cistolíticos lisos. Pelos del hipofilo sedosos y de inserción oblicua, inclinados hacia el borde del limbo ..... 8 *C. verbenacea*
- DD. Pelos cistolíticos verrugosos. Pelos del hipofilo verrugosos y tiesos, muchos con inserción normal a la superficie de la hoja. Estomas algo sobresalientes ..... 9 *C. corymbosa*

## ANATOMIA FOLIAR

### 1. *Cordia trichotoma* (Vell.) ARRAB. ex STEUD.

Nombres vulgares: peterebí, peterebí saiyú, loro amarillo.

*Epidermis*. — Las células epidérmicas están cutinizadas. Las que forman la base de los tricomas en el epifilo tienen una cutícula más gruesa. En el hipofilo se hallan en general 80 estomas por milímetro cuadrado.

*Tricomas*. — En todos los ejemplares examinados se observan pelos estrellados en ambas caras de la hoja. Son pelos lisos y se hallan sobre un pedestal formado por varias células. (Fotos 1 y 2). En el epifilo los pelos se ubican de preferencia sobre las nervaduras. Son profusos sobre la nervadura central. Están igualmente repartidos en el centro y el borde del limbo. En el hipofilo los pelos son 4 ó 5 veces más largos que los anteriores, y aproximadamente seis veces más densos. Su repartición es uniforme. (Foto 2).

Cada estrella consta de varios tricomas unicelulares cuyos puntos de inserción basal están muy próximos entre sí, lo que les da la apariencia de un solo tricoma estrellado. Son algo cutinizados y de extremo muy afilado. Al caer permiten reconocer el lugar de su inserción en la epidermis superior, por un rastro en forma de roseta. En el hipofilo se distingue claramente la disposición de los distintos pelos individuales, en muchos planos. (Fotos 1 y 3).

El largo de los pelos oscila entre un valor mínimo de 163 y un máximo de 326 micrones. La mayoría de los tricomas está comprendida entre longitudes de 195 a 277 micrones (hipofilo). (Fig. 2e).

*Cistolitos*. — Se observan muy pocos cistolitos independientes, a continuación de las células epidérmicas y muy hundidos en el tejido en empalizada, aunque sin tocar el parénquima esponjoso. (Fig. 3a; Foto 1).

*Mesofilo*. — En la nervadura central hay numerosos hacecillos líberoleñosos dispuestos como islotes en dos arcos paralelos a las superficies de la hoja. El hadroma <sup>(6)</sup> tiene posición central y desempeña un papel de sostén para el leptoma que lo rodea (fig. 1a, foto 2).

Las nervaduras sobresalen en el hipofilo. En el limbo hay haces vasculares generalmente de primero y segundo orden. Las pequeñas nervaduras están unidas a ambas caras de la hoja por columnas esclerenquimáticas (foto 1).

El parénquima en empalizada es de dos capas de células. Los litocistos o células que encierran cistolitos llegan casi hasta el final de la segunda hilera, es decir, la interna. El parénquima en empalizada se interrumpe sólo en la región de los haces vasculares. El parénquima esponjoso es laxo y homogéneo (fig. 3a; foto 1).

#### Material Examinado

ARGENTINA. — Misiones, Puerto Aguirre, I.1922, J. F. MOLFINO, *forma typica* (BAF); Misiones, Puerto Iguazú, 20-X-1922, T. ROJAS 4525 (BAB); Misiones, Santa Ana, RODRIGUEZ 68, *forma typica* (BA 30-2057); Alto Paraná, (*in regione fluminis*), FIEBRIG 6164 (SI); Paraná, Yaguaribirá, (SI 11743); Salta, Tabacal, LORENTZ y HIERONIMUS 527 (SI).

PARAGUAY. — Lago Ypacaray, ex Herb. HASSLER 11.525 (VIII.1912), *forma typica*, (BAF); Villa Rica, JORGENSEN 3469 (SI); Villa Rica, JORGENSEN 3737(SI); *C. hypoleuca* A.D.C. Cordillera de Altos, HASSLER (SI).

## 2. *Cordia ecalyculata* VELL.

Nombre vulgar: Colita, gomita.

*Epidermis*. — Ambas epidermis no tienen cutícula gruesa sino un espesamiento celulósico. El hipofilo presenta 92 estomas por milímetro cuadrado.

*Tricomas*. — No hay. —la hoja es glabra.

*Cistolitos*. — En el epifilo se observan cistolitos independientes poco abundantes. (Fig. 3b).

<sup>(6)</sup> Siguiendo a ESAU (1959) consideraremos xilema al conjunto de hadroma y fibras leñosas y floema al conjunto de leptoma y fibras esclerenquimáticas o liberianas.

*Mesofilo.* — Nervadura central. El hadroma, de posición céntrica, se halla enfrentando el leptoma que lo rodea, y formando islotes que se disponen en dos arcos paralelos a las superficies de la hoja. Por fuera del leptoma, hay haces fibrosos que forman una vaina, con tendencia a continua en el arco superior, y a discontinua en el inferior, donde se dispone siguiendo los islotes (Fig. 1b). Una gruesa capa de colénquima corre en ambas caras de la hoja a lo largo de la nervadura central.

Los haces conductores de las nervaduras secundarias no tienen tejido mecánico circundante.

El parénquima en empalizada consta de una sola hilera de células. (Fig. 3b). Forma una capa continua en el epifilo. El tejido esponjoso es muy laxo y abundante. En el límite entre ambos tejidos hay intercaladas células con cristales aciculares.

*Material examinado*

ARGENTINA. — Misiones, Santa Ana, RODRIGUEZ 683 (BA 3325).

### 3. *Cordia salicifolia* CHAM.

*Epidermis.* — La cutícula es fina en ambas caras. La cámara estomática es pequeña. Los estomas en la epidermis inferior alcanzan a 170 por milímetro cuadrado, siendo esta la especie de *Cordia* L. que los presenta en mayor número entre las estudiadas.

*Tricomas.* — No hay. La hoja es glabra.

*Cistolitos.* — Hay numerosos cistolitos independientes en el epifilo, grandes, de células bien desarrolladas. Las células epidérmicas subyacentes tienen las paredes más espesadas que las restantes, aunque siempre celulósicas. (Fig. 3c).

*Mesofilo.* — En la nervadura central el leptoma es escaso y se halla ubicado exteriormente, enfrentando al hadroma central, en islotes que forman un arco hacia el hipofilo. (Fig. 1c).

El parénquima en empalizada consta de una sola hilera continua de células. Hay gran cantidad de cristales aciculares en muchas células ubicadas en el límite de ambos parénquimas (empalizada y esponjoso). (Fig. 3c).

*Material examinado*

ARGENTINA. — Misiones, Puerto Aguirre, J. F. MOLFINO (I.1922), (BAF).

#### 4. *Cordia axillaris* JOHNSTON

*Epidermis*. — La epidermis inferior presenta estomas en número de 166 por milímetro cuadrado. Las células estomáticas son muy sobresalientes. Ambas epidermis tienen la cutícula espesada.

*Tricomas*. — Son simples, aislados y muy numerosos en ambas caras. En la inserción del tricoma las células epidérmicas se evaginan a modo de rodete. Los pelos del epifilo tienen base pluricelular y extremo alargado, mientras los del hipofilo tienen base unicelular y extremo afilado. (Foto 5). Son muy abundantes en ambas caras de la nervadura central. Su longitud varía habitualmente entre 733 y 980 micrones; pueden ser muy cortos, hasta de 46 micrones, o, con frecuencia, alcanzar dimensiones extremas de hasta 1.304 micrones. (Fig. 2b).

*Cistolitos*. — Sin cistolitos.

*Mesofilo*. — En la nervadura central los hacecillos líberoleñosos se disponen en islotes en una hilera apenas arqueada. El hadroma es central. El leptoma es escaso, de una o dos hileras de células, sin fibra exterior.

El parénquima asimilador está formado por una sola hilera de células de empalizada. En el límite con el parénquima esponjoso hay grandes cristales aciculares. (Fig. 1d).

#### *Material examinado*

ARGENTINA. — Salto Iguazú, RODRIGUEZ, 469 (1931) (BA 3333).

#### 5. *Cordia chacoensis* CHODAT

*Epidermis*. — Todas las células epidérmicas presentan cierta convexidad y no mucho espesamiento cuticular. Los estomas sobresalen algo de la epidermis. Esta especie es la que presenta menor número de estomas: 47 por milímetro cuadrado en el hipofilo.

*Tricomas*. — (Fig. 2g). Pelos en el limbo hay solamente en el epifilo. En la zona de la nervadura central hay tricomas en ambas caras. Las células que circundan la base de cada tricoma emergen en forma de bulbo. Los pelos son de dos clases. Unos semejantes a los del limbo, formados por una sola célula afilada. Los otros son pelos cortos, glandulares, formados por una célula que constituye el pie, dos células alargadas a modo de pedúnculo, y varias terminales que forman la cabezuela. Los pelos no glandulares oscilan entre una

longitud mínima de 390 y una máxima de 1.222 micrones. La mayoría se hallan comprendidos entre los 580 y los 980 micrones de largo.

*Cistolitos.* — No hay cistolitos.

*Mesofilo.* — En la nervadura central los hacecillos liberoleñosos constituyen islotes que se disponen circularmente. El hadroma es central. Por fuera de los haces, las fibras forman una vaina más o menos continua en el hipofilo e interrumpida en el epifilo. En el epifilo corre una banda de colénquima sobre la nervadura central.

Los haces conductores de las nervaduras secundarias no tienen tejido mecánico exterior, es decir, no tienen fibra.

El parénquima en empalizada es continuo. Se compone de una sola hilera de células muy alargadas. En el límite entre este tejido y el parénquima esponjoso hay muchas células con cristales aciculares. (Fig. 1e).

*Material examinado*

ARGENTINA. — Salta, Orán, Río Piedras, F. J. RODRIGUEZ (XI.1911) (BAF 145); Salta, Orán, Río Piedras, RODRIGUEZ, (1931) 145 (BA 3315); Tucumán, Burruyacu, VENTURI 7584 (BAF); Misiones, San Javier, II.1922, J. F. MOLFINO (BAF).

## 6. *Cordia guaranítica* CHOD. et HASSLER

*Epidermis.* — Las células epidérmicas del epifilo presentan en general una pequeña convexidad. Los estomas del hipofilo están en el mismo plano de la superficie, en cantidad de 139 por milímetro cuadrado (Ejemplar de Salta, Orán, Río Santa María, C. SPEGGAZZINI, (1906) Ex Herb. BAB 15771) (BAF).

*Tricomas.* — En el epifilo hay pelos cortos, con base evaginada pluricelular y con punta roma o afilada. En el hipofilo hay pelos de varias clases. Algunos tricomas son similares a los anteriores. Otros son muy alargados, de punta afilada y paredes cutinizadas. Hay pelos cónicos y entre ellos algunos verrugosos (foto 4). Finalmente hay pequeños pelos glandulares. Los tricomas no secretores miden comúnmente de 490 a 652 micrones de largo, pero los hay cortos, de 375 micrones, y largos hasta de 750. (Fig. 2f).

*Cistolitos.* — No hay cistolitos.

*Mesofilo.* — Nervadura central. Hadroma en banda continua y leptoma en islotes se adosan formando un arco convexo hacia el hipofilo. El leptoma es exterior al hadroma. No hay fibra (Fig. 1f). Una zona de colénquima se observa en la región del epifilo e hipofilo. El parénquima en empalizada se dispone en una sola capa.

En el límite entre este tejido y el esponjoso hay células con cristales aciculares. En el parénquima esponjoso hay células esclerosadas que no existen en ninguna otra de las especies aquí estudiadas (escleroidas).

*Material examinado*

ARGENTINA. — Salta, Orán, Río Santa María, C. SPEGAZZINI, 8 de febrero de 1906 (BAF); Salta, Orán, Río Santa María, C. SPEGAZZINI (1906), Ex. Herb. BAB 15771. (BAF).

### 7 *Cordia paucidentata* FRES.

*Epidermis.* — La epidermis posee células lenticulares plano-convexas, con la convexidad hacia afuera. Los estomas son algo prominentes.

*Tricomas.* — En el epifilo los tricomas son poco numerosos. Constán de una célula con punta afilada y una base donde las células epidérmicas se evaginan y forman un rodete. En el hipofilo los pelos son muy numerosos y presentan distintas formas. Unos son unicelulares, largos, de superficie lisa o verrugosa. Otros poseen base gruesa, son más cortos y verrugosos, algo cutinizados. Finalmente otros pelos son pequeños y constituyen glándulas. *Cordia paucidentata* es la especie, entre todas las estudiadas en este trabajo, que posee pelos de mayor tamaño. Su longitud oscila habitualmente entre los 980 y los 1.140 micrones, pudiendo alcanzar un mínimo de 733 micrones y un máximo de 1.550. El bulbo del pelo varía entre 80 y 160 micrones de largo. (Fig. 2a).

*Cistolitos.* — No hay cistolitos.

*Mesofilo.* — En la nervadura central el leptoma forma en el hipofilo un arco que rodea al hadroma en forma de media luna. Por fuera del leptoma hay un haz continuo de fibras. Se observa tejido colenquimático en el epifilo, y también, formando una gruesa capa, en el hipofilo.

El parénquima en empalizada posee una sola hilera de células. En el límite con el tejido esponjoso hay gran cantidad de cristales aciculares. (Fig. 1g).

*Material examinado*

ARGENTINA. — Misiones, Bonpland, J. F. MOLFINO (II.1922). (BAF).

### 8. *Cordia verbenacea* D. C.

*Epidermis.* — Las paredes de las células epidérmicas tienen cutícula poco espesa. En el hipofilo se hallan 137 estomas por milímetro cuadrado (Ejemplar Corrientes, Itatí, BA 30/1819).

*Tricomas*.— Los que se hallan en el epifilo tienen forma de pequeño aguijón. Son muy abundantes, y en la base de cada uno de ellos hay un cistolito. La célula que contiene el cistolito (litocisto) está evaginada, y su pared externa, algo cutinizada, constituye el pelo. Estos tricomas tienen superficie generalmente rugosa y su posición es oblicua con respecto a la superficie de la hoja: la punta se dirige hacia los bordes del limbo. (Fig. 3*d*; foto 6).

Los pelos del hipofilo son unicelulares, de pared espesada y muy largos. Suelen tener entre 326 y 407 micrones de longitud, aunque pueden alcanzar dimensiones extremas de 200 y 520 micrones. (Figura 2*c*; foto 6). También en el hipofilo hay una tercera forma de pelos, glandulosos, con una célula basal evaginada y otra exterior capitada.

*Cistolitos*.— Cistolitos pilíferos, descritos en TRICOMAS.

*Mesofilo*.— En la nervadura central el leptoma es escaso, y el haz hadromático pequeño. Ambos se adosan formando un breve arco convexo hacia el hipofilo. Por fuera del leptoma se hallan las fibras, que en el hipofilo forman un haz continuo en forma de arco. (Fig. 1*h*; foto 6).

El parénquima en empalizada consta de una sola hilera de células. En el límite con el tejido esponjoso pueden verse numerosas células que contienen cristales aciculares.

#### *Material examinado*

ARGENTINA.— Misiones, San José, J. F. MOLFINO (II.1922) (BAF); Misiones, Posadas, campo. J. F. MOLFINO (BAF); Corrientes, Itatí, FONSECA (BA 30-1819).

PARAGUAY.— Villa Encarnación, ROJAS 1467 (BAF).

### 9. *Cordia corymbosa* (L.) DON.

Nombre vulgar: Mbuy-rembiú -guazú.

*Epidermis*.— Los estomas son escasos y algo sobresalientes. Las células estomáticas son bastante engrosadas.

*Tricomas*.— En el epifilo son erectos, perpendiculares a la superficie de la hoja. En la base poseen cistolitos. El cistolito prolonga su pared libre y forma un pelo de superficie verrugosa, cuya base sobresale de la epidermis. (Fig. 3*e*).

En el hipofilo hay pelos de varias clases. 1) unicelulares, de extremo muy afilado, paredes recias y algo espesadas; 2) con evaginación basal de las células epidérmicas en forma de rodete; 3) muy

finos, largos y unicelulares; 4) glandulosos, escasos; en la nervadura central. Los pelos no secretores oscilan entre una longitud mínima de 230 micrones y una máxima de 717, su longitud habitual se halla entre los 325 y los 650 micrones. (Fig. 2d).

*Cistolitos*. — Cistolitos pilíferos, ya descritos en la parte referente a TRICOMAS.

*Mesofilo*. — En la nervadura central el hadroma ocupa una posición céntrica. El leptoma es escaso y posee muy poca fibra por fuera. En el epifilo corre una banda colenquimática.

El parénquima en empalizada se compone de una sola hilera de células. Los cristales aciculares entre el parénquima esponjoso y el de empalizada, son escasos. (Fig. 1i).

#### Material examinado

ARGENTINA. — Misiones, San José, J. F. MOLFINO, II.1922 *forma typica* (BAF); Misiones, Bonpland, MOLFINO (II.1922) *f. intonsa* Johnston (BAF); Misiones, Santa Ana, RODRIGUEZ 137, *forma hirsuta* Johnston (BA 30-2060); Entre Ríos, LORENTZ 1768, *f. typica* (BAF).

PARAGUAY. — HASSLER 12609 a, *f. detonsa* (BAF); HASSLER 12121, *f. intonsa* (BAF).

## DISCUSION

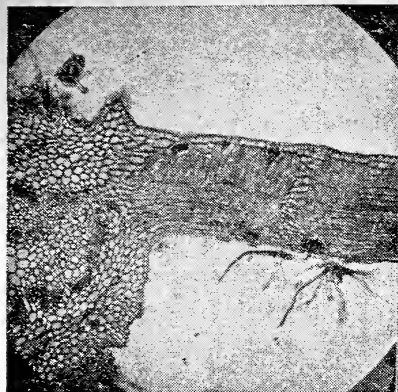
### 1) ESTRUCTURA FOLIAR (Fig. 1; fotos 1, 2, 6).

Para METCALFE y CHALK (1957), en las Boragináceas la estructura de la hoja puede variar de isobilateral a dorsiventral dentro de un mismo género (entre otros, *Cordia*).

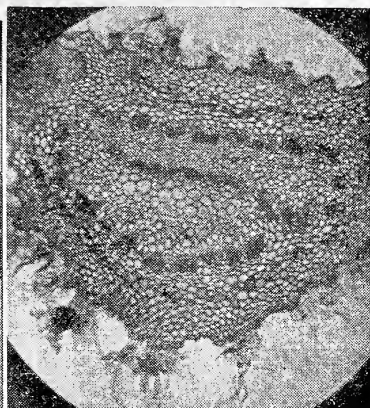
Para MEZ, la mayoría de las *Cordieae* tienen estructura dorsiventral. Nosotros la hemos comprobado en todos los ejemplares estudiados. En todos los casos la nervadura central sobresale del lado de la cara inferior, así como las nervaduras de segundo orden. El haz de la nervadura central es hadrocéntrico, con o sin fibra por fuera. En *Cordia trichotoma* se ve que las pequeñas nervaduras están unidas a ambas caras de la hoja por columnas esclerenquimáticas, disposición que da MEZ para *C. insignis* CHAM. (de la sección *Gerascanthus*), *C. scabrida* MART. (de la sección *Pilicordia*, para MEZ y para JOHNSTON) y otras. Este carácter fue señalado por SOLEREDER (1908).

El parénquima en empalizada lo hemos observado siempre en el epifilo. MEZ adjudica a la sección *Gerascanthus* más de una capa de células de empalizada, y una capa a todas las secciones restantes. La *Cordia trichotoma* estudiada por nosotros reveló tener un tejido

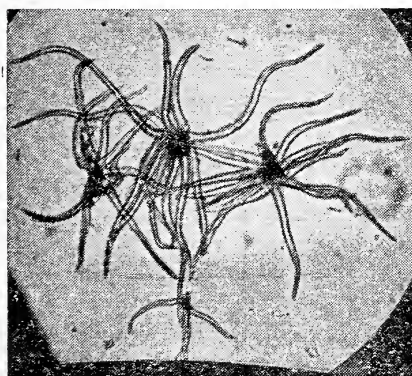




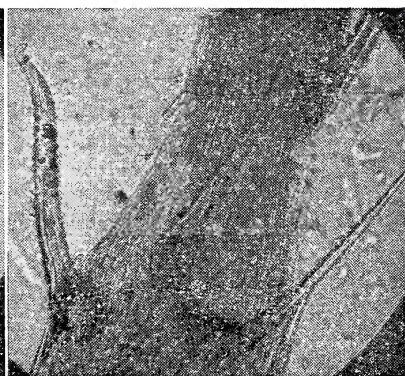
1



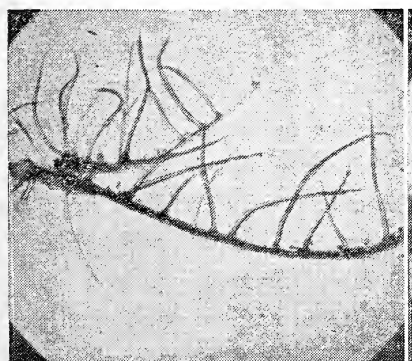
2



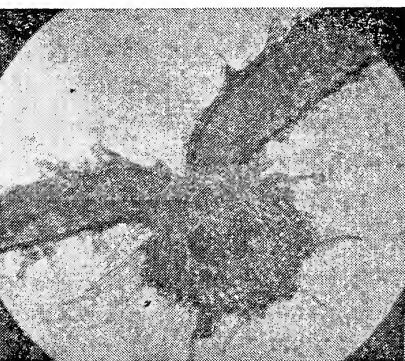
3



4

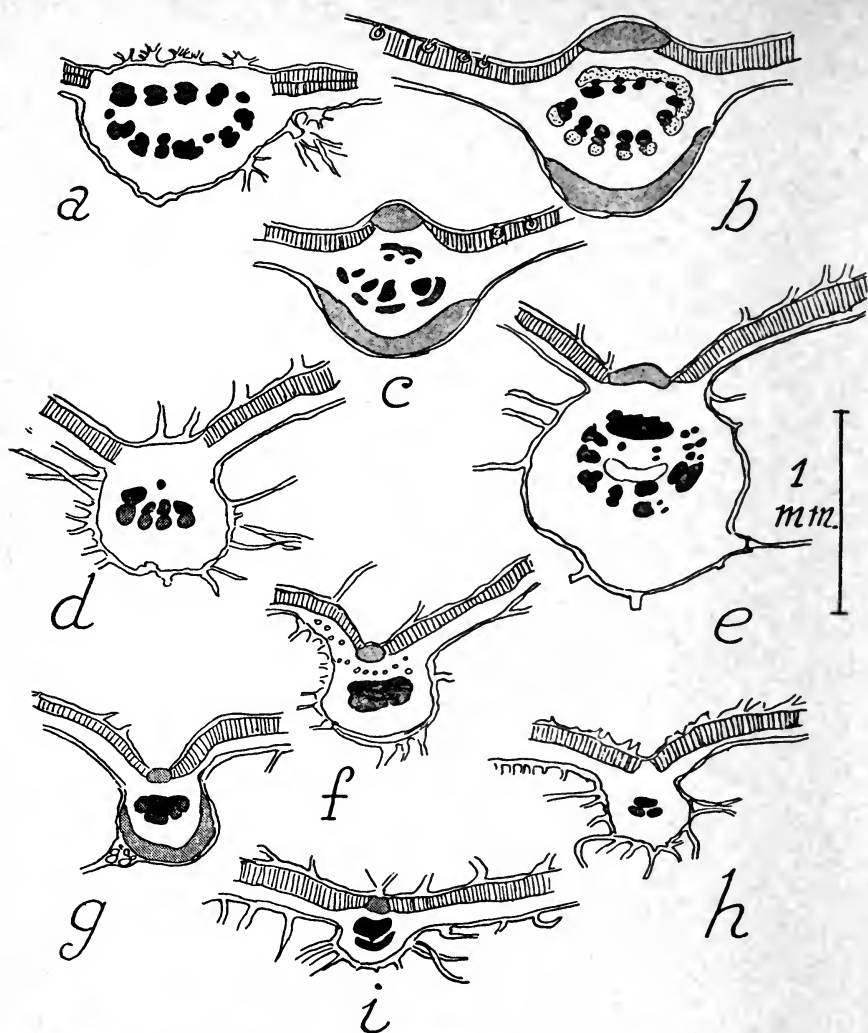


5



6

FOTOGRAFÍAS. — Foto 1. *Cordia trichotoma*, transección de hoja mostrando el doble tejido en empalizada, los estomas, y la estrella de pelos sobre su pedestal. x 25. — Foto 2. *C. trichotoma*, transección de hoja mostrando la nervadura central con la profusa cubierta pilifera en ambas caras y el haz hadrocéntrico. x 25. — Foto 3. *C. trichotoma*. Tricomas de hipofilo aislados. x 80. — Foto 4. *Cordia guaranitica*. Tricomas gruesos y verrucosos sobre la nervadura central aislada (hipofilo). x 25. — Foto 5. *Cordia axillaris*. Tricomas largos y afilados sobre nervadura aislada (hipofilo). x 16. — Foto 6. *Cordia verbenacea*. Transección de hoja mostrando el parénquima en empalizada de una sola capa, y la inserción de numerosos pelos. x 25.



■ leptoma                      ■ colénquima  
 ■ hadroma                     ■ fibra

Figura 1. — TRANSECCIÓN DE HOJA: a, *Cordia trichotoma*; b, *C. ecalyculata*; c, *C. salicifolia*; d, *C. azillaris*; e, *Cordia chacoensis*; f, *C. guaranitica*; g, *C. paucidentata*; h, *C. verbenacea*; i, *C. corymbosa*.

D. ROTHSCHILD, Anatomía foliar de *Cordia* L.

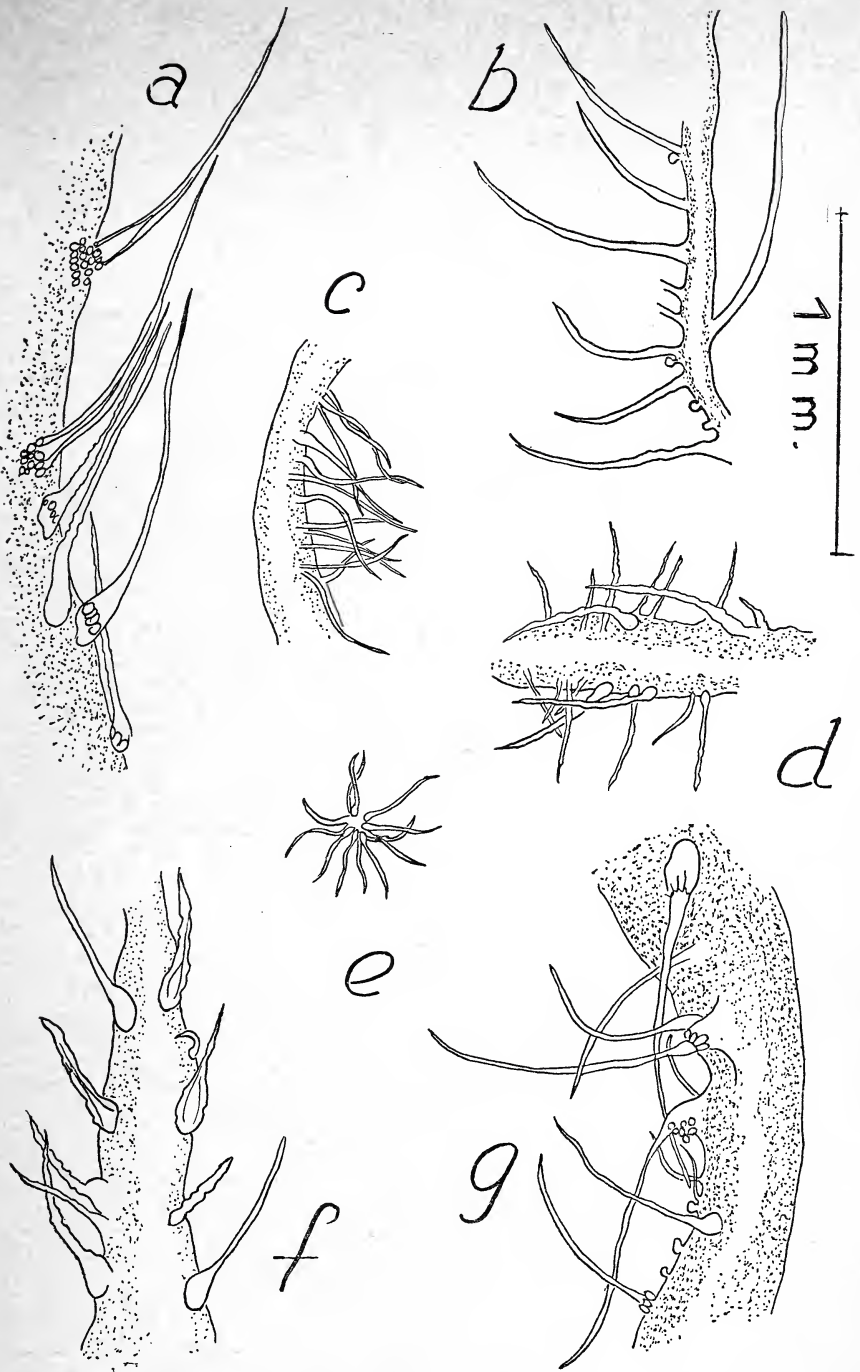


Figura 2. — TRICOMAS. Largo máximo en micrones: a, *Cordia paucidentata* (1550  $\mu$ ); b, *C. axillaris* (1304  $\mu$ ); c, *C. verbenacea* (520  $\mu$ ); d, *C. corymbosa* (717  $\mu$ ); e, *C. trichotoma* (326  $\mu$ ); f, *C. guaranitica* (652  $\mu$ ); g, *C. chacoensi* (1222  $\mu$ ).

D. ROTHSCHILD, Anatomía foliar de *Cordia* L.

en empalizada dispuesto en dos capas de células, en franco contraste con las demás especies examinadas que poseen una sola. Las células que lo forman son muy largas. (Fig. 3).

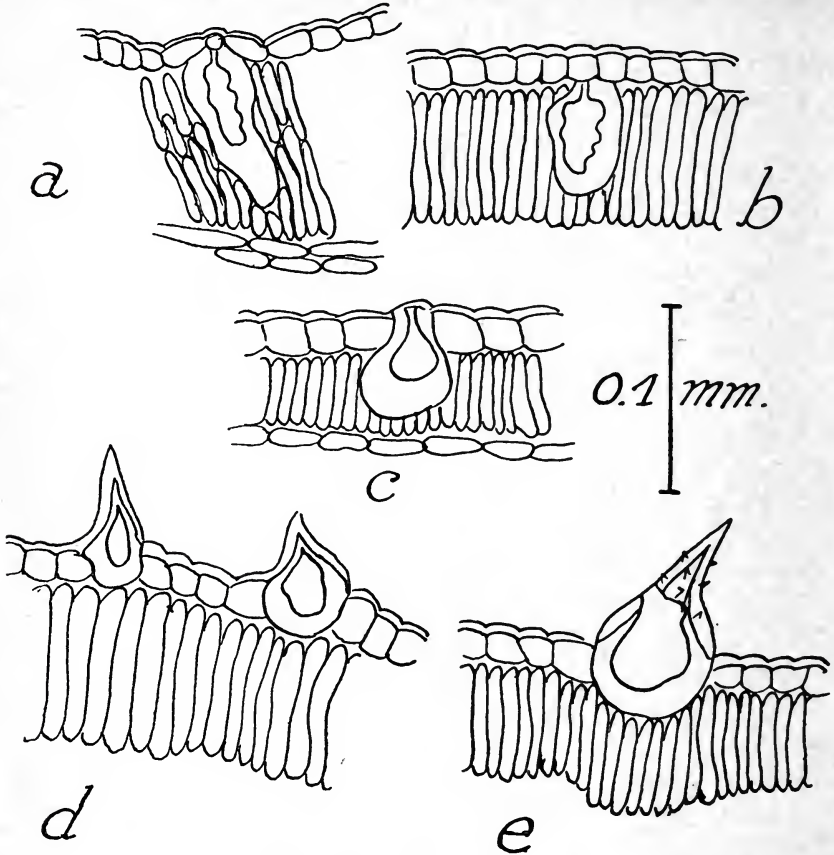


Figura 3. — CISTOLITOS.

CISTOLITOS INDEPENDIENTES: a, *Cordia trichotoma*; b, *C. ecalyculata*; c, *C. salicifolia*.

CISTOLITOS PILÍFEROS: d, *C. verbenacea*; e, *C. corymbosa*.

D. ROTHSCHILD, Anatomía foliar de *Cordia* L.

Células cristalíferas encontramos siempre en el parénquima esponjoso, nunca en el tejido en empalizada, en el cual las cita MEZ para *Gerascanthus*, *Sebestenoides*, *Varronia*, etc.

La epidermis puede ser fina, cutinizada, o tener un espesamiento celulósico. No hemos observado epidermis papilosa en el hipofilo como indican METCALFE y CHALK para algunas especies de *Cordia*. En torno a la inserción de los pelos puede haber células con paredes reforzadas, como observamos en *C. trichotoma*.

El número de estomas en el hipofilo es variable. Oscila entre 47 por milímetro cuadrado en *C. chacoensis*, y 170 por milímetro cuadrado en *C. salicifolia*, según nuestras observaciones. Estomas sobresalientes poseen *C. axillaris*, *C. chacoensis*, *C. paucidentata*, y *C. corymbosa*. MEZ los menciona para la *C. convolvulifera* Gris. de las Indias Occidentales.

En algunas especies se observa tejido colenquimático junto a las epidermis superior e inferior de la nervadura central. Por no ser rasgo indispensable para el reconocimiento de las especies, no nos hemos detenido en este carácter y convendrá ampliar nuestras observaciones.

## 2) TRICOMAS (Fig. 2; fotos 1 al 6).

SOLEREDER (1908) da a los pelos de las *Boraginaceae* gran importancia sistemática.

Según MEZ, pocas son las especies, las emparentadas con *Cordia glabrata* Mart., que no poseen tricomas. Este carácter lo observamos en *Cordia ecalyculata* y *C. salicifolia*, que son de hoja glabra.

Para la sección *Gerascanthus*, MEZ destaca la agrupación característica de los pelos en mechones estrellados, que aun al caer permiten reconocer su lugar de inserción por una figura en forma de roseta en el epifilo. Hemos observado esta disposición de los pelos en *C. trichotoma*, con exclusión de todas las otras especies examinadas, así como su rastro en la epidermis superior, y el característico elevamiento del conjunto por el pedestal basal pluricelular. Pero mientras MEZ observó en *C. asterophora* los tricomas del hipofilo en un solo plano, *Cordia trichotoma* los presenta irradiados en muchos planos en forma de plumero. Ambas especies son de la sección *Gerascanthus*.

MEZ considera que fuera de la sección *Gerascanthus* hay otros pelos de apariencia estrellada, igualmente con soporte pluricelular, los que considera quizá derivados de la reunión de varios tricomas y no de la división de una célula madre común. Estos pelos son los que nos parecen más semejantes a los que observamos en *C. trichotoma*, pues constan evidentemente de varios pelos unicelulares unidos por la base.

BARROSO (1957), JOHNSTON (1930) y RECORD (1943) dan este carácter distintivo para *C. trichotoma*, pero sin dar detalles estructurales. RECORD sólo menciona una "pubescencia estrellada" (*stellate pubescence*).

METCALFE y CHALK (1957) indican, entre otros varios tipos de pelos presentes en el género *Cordia*, los pelos estrellados.

En la Enciclopedia de PARODI y colaboradores (1959), se utiliza la hoja como clave distintiva para 2 especies: *Cordia superba* y *C. trichotoma*, atribuyendo a esta última especie hojas "blanco tomentosas en la cara inferior" y, al describirla con su sinónimo de *C. hypoleuca*, "hojas verde-oscuras y glabras en la cara superior, densamente estrellado-tomentosas en la inferior". TORTORELLI (1956) describe las hojas de *C. trichotoma* como "verde oscuras en la cara superior y grisáceas en el envés". CARNEVALE (1955) las describe como "verdes en el haz y más claras en el envés". Estos dos últimos autores no mencionan pelos foliares.

En todos los ejemplares de *C. trichotoma* examinados en el presente trabajo, hemos hallado pelos estrellados en ambas caras de la hoja. En el hipofilo los pelos son 4 ó 5 veces más largos (longitud máxima 326 micrones), y unas 6 veces más densos que en el epifilo.

Los pelos simples, aislados, no secretores, que observamos en las demás especies de *Cordia* L. son siempre unicelulares. Puede haberlos de varios tipos en la misma hoja. Su longitud es variable, pudiendo la máxima ser de 520 micrones en *C. verbenacea*, y de 1550 micrones en *C. paucidentata*, pero la misma hoja puede tenerlos de distintas medidas. En todo caso, los pelos aislados son siempre más largos que los pelos en manojos de *C. trichotoma*.

Entre los pelos no secretores incluye MEZ los pelos en cepillo y los pelos cónicos. Estos últimos salen de los cistolitos, y dicho autor los considera el único revestimiento de las secciones *Varronia*, *Strigosae* y *Pilicordia*. Fueron observados por nosotros en *C. verbenacea* y *C. corymbosa* (ambas de la sección *Myxa* L. según GÜRKE y de *Varronia* según JOHNSTON).

En ningún caso hemos observado pelos de dos brazos ni pelos cuyo arranque se hallara por debajo del plano de la epidermis. Antes bien, suelen emerger de una elevación. Cuando un pelo lleva cistolito, su base y su lumen se ensanchan a costa de su longitud, observación que coincide con la de MEZ.

Al igual que este autor encontramos pelos glandulares con cabezuela esférica colocada derecha sobre un pedúnculo dividido (*C. chacoensis* y *C. verbenacea*). Nunca hemos visto cabezuelas elipsoidales ni de colocación oblicua.

### 3) CISTOLITOS (Fig. 3; foto 1).

MEZ considera los cistolitos el carácter epidérmico más importante sistemáticamente para el grupo y los indica como carácter común a todos los grupos de *Cordia* L. menos *Pilicordia* A. D. C.

METCALFE y CHALK los juzgan valiosos para la identificación de especies de Boragináceas, sobre todo en el género *Cordia*.

Nosotros los hallamos en *Cordia trichotoma*, *C. ecalyculata*, *C. salicifolia*, *C. verbenacea* y *C. corymbosa*. Constatamos su ausencia en *C. axillaris*, *C. chacoensis*, *C. guaranitica* y *C. paucidentata*, la última de las cuales se hallaba incluida en la sección *Myxa* L. Solamente observamos cistolitos en el epifilo: en la epidermis y el parénquima en empalizada, y no en los otros tejidos foliares.

MEZ clasifica los cistolitos en cuatro tipos diferentes, (y además dos combinaciones de los mismos que pueden considerarse como tipos aparte por su valor sistemático), a saber:

“I. *Cistolito independiente*. — Célula epidérmica muy agrandada. “Sin pelos. A la pared exterior está unida sin, o en general con pedúnculo, una glándula de carbonato de calcio que suele llenar casi, “pero no por completo, el litocisto” (litocisto es la célula que encierra el cistolito.) MEZ da este tipo de cistolito para las especies de los grupos *Gerascanthus*, *Gerascanthopsis* y *Myxa*.

Nosotros lo hemos hallado en *C. trichotoma* (de la sección *Gerascanthus*), *C. salicifolia* (sección *Myxa* según GÜRKE) y *C. ecalyculata*, profundamente hundido en el tejido en empalizada, aunque sin llegar a tocarse con el parénquima esponjoso. Los litocistos que observamos no estaban casi llenos, sino llenos a medias por el carbonato de calcio.

“II. *Cistolito pilífero*. — La cara superior del litocisto se des- “arrolla para dar origen a un pelo que puede tener distintas formas, “sin pared separatoria y con un cistolito en la base. Los pelos con cistolitos suelen ser cónicos o pelos en cepillo, raramente papilosos”. Según MEZ, se hallan en la mayoría de las Boragináceas y también en las Urticáceas, Losáceas, Compuestas, Cucurbitáceas y otras familias.

Hemos hallado este cistolito pilífero en *C. corymbosa* y *C. verbenacea*. El cuerpo glandular no tiene pedúnculo. Ambos pelos son cónicos, pero mientras el de *C. corymbosa* es verrugoso, el de *C. verbenacea* es liso. Cada pelo corresponde a un solo cistolito y viceversa. El litocisto está rasando el tejido en empalizada (*C. verbenacea*) o apenas se insinúa en él (*C. corymbosa*).

“III. *Cistolito esférico*. — La calcificación se presenta en forma “de papilas que rodean el pelo. Las células epidérmicas en que reside “el cistolito no varían en forma ni tamaño con respecto a las otras “células epidérmicas. Los cuerpos de drusas cristalíferas son de superficie esférica, no verrugosa ni granulosa. Carecen de pedúnculo”.

No hemos observado en las especies examinadas de *Cordia* L. este tipo de cistolito, que según MEZ suele llenar casi por completo el lumen del correspondiente litocisto. Tampoco vimos en ningún caso cistolitos sobre las nervaduras ni coronas seriadas de cistolitos en las células limítrofes.

“IV. *Cistolitos esféricos extraordinariamente pequeños*. — (Hasta  $1/5$  del volumen celular) independientes de los tricomas”. Este cuadro tampoco se nos ha presentado en ningún caso.

Con respecto a la superficie de los pelos cistolíticos diremos que el carbonato de calcio depositado en su superficie, suele darles un aspecto verrugoso en algunas especies estudiadas por nosotros, pero nunca nudoso ni espinoso. Las puntas de los pelos no están calcificadas.

### CONCLUSIONES

Los tres aspectos más interesantes observados son los siguientes

**ESTRUCTURA FOLIAR.** — Todas las especies estudiadas tienen estructura dorsiventral. La nervadura central y las nervaduras de segundo orden sobresalen del lado del hipofilo. El haz de la nervadura central es hadrocéntrico y puede poseer o no fibra en torno.

En *C. trichotoma* hay columnas esclerenquimáticas que unen las pequeñas nervaduras a ambas caras de la hoja.

El parénquima en empalizada, siempre en el epifilo, consta de una sola capa de células largas, salvo en *C. trichotoma* en que es doble. El parénquima esponjoso suele ser laxo y contener células cristalíferas.

La epidermis puede ser fina, cutinizada, o tener un espesamiento celulósico. Las paredes celulares suelen reforzarse en torno a los tricomas.

Los estomas en el hipofilo se hallan en número variable según la especie (de 47/mm<sup>2</sup> en *C. chacoensis* a 170/mm<sup>2</sup> en *C. salicifolia*). En algunas especies los estomas son sobresalientes.

**TRICOMAS.** — El carácter más general es la presencia en ambas caras de la hoja de pelos aislados, simples, unicelulares, no secretores, que se observan en 6 de las especies estudiadas. En *C. trichotoma* varios tricomas se reúnen en manojos estrellados, más largos y densos en el hipofilo.

Sólo dos especies tienen hoja glabra: *C. ecalyculata* y *C. salicifolia*.

Los pelos suelen emerger directamente de la superficie, aunque a veces forman un bulbo con la parte basal de la misma célula, o bien emergen de un pedestal pluricelular.



Los pelos aislados son siempre bastante más largos que los pelos en manojó estrellado.

La longitud máxima de estos pelos aislados no glandulares oscila entre 520 micrones para *C. verbenacea* y 1550 micrones para *C. paucidentata*.

En *C. chacoensis* y *C. verbenacea* se hallan pelos glandulares con cabezuela esférica de inserción derecha.

Pueden coexistir hasta 4-5 tipos distintos de pelos en la misma hoja, variando a veces su forma en ambas caras.

Pelos cónicos, anchos y cortos, se observan emergentes de los cistolitos.

**CISTOLITOS.** — Los cistolitos se hallan sólo en el epifilo, en la epidermis y en el parénquima en empalizada.

Hemos observado 2 clases de cistolitos: 1) El cistolito independiente, que no lleva pelo y se halla en *C. trichotoma*, *C. ecalyculata* y *C. salicifolia*; 2) El cistolito pilífero, que posee un pelo cónico liso o verrugoso, parecido a un agujón, formado por el alargamiento de la pared externa del litocisto. Se presenta en *C. verbenacea* y *C. corymbosa*.

Los tricomas, los cistolitos y el parénquima en empalizada son los caracteres de mayor importancia sistemática. En base a los mismos se presenta una clave para determinar las especies argentinas aquí estudiadas del género *Cordia* L.

*C. ecalyculata* y *C. salicifolia* presentan notables semejanzas que confirman el criterio de JOHNSTON de considerarlas una sola especie.

En cambio *C. chacoensis* y *C. verbenacea*, que para dicho autor podrían ser la misma especie, ofrecen rasgos marcadamente distintos.

#### BIBLIOGRAFIA

BARROSO, G. M. 1957. Flora do Itatiaia. I. *Borraginaceae*. *Rodriguesia*, XX (32): 65-68.

BRADÉ, A. C. 1932. Os generos *Cordia* e *Tournefortia*. *Bol. Mus. Nac. Rio Janeiro*, VIII: 13-47.

CARNEVALE, J. A. 1955. Arboles forestales. Buenos Aires, Hachette, p. 196.

ESAU, K. 1959. Anatomía vegetal. Barcelona, Omega, pág. 283.

GÜRKE, M. 1893. *Borraginaceae*, en ENGLER-PRANTL, *Natürl. Pflanzenfam.* IV, Teil, IIIa y IIIb Abt. p. 81.

JOHNSTON, I. M. 1930. Studies in the *Borraginaceae*. VIII. Observations of the species of *Cordia* and *Tournefortia* known from Brazil, Paraguay, Uruguay and Argentine. *Contributions Gray Herb.* XCII: 1-89.

LATZINA, E. 1937. Index de la flora dendrológica argentina. *Lilloa*, I: 187.

LAVIER-GEORGE, L. 1936. Recherches sur les épidermes foliaires des *Philippia* de Madagascar: utilisation de leurs caractères comme bases d'une classification. *Bull. du Muséum Nat. d'Histoire Naturelle*, 2ème. Série, Paris, VIII: 173-199.

METCALFE, C. R. y CHALK, L. 1957. Anatomy of the Dicotyledons. II, 945-954.

MEZ, C. 1890. Morphologische und anatomische Studien über die Gruppe der Cordieen. Engler Bot. Jahrb. XII: 526-588, tab. IV-V.

PARODI, L. J. y colaboradores. 1959. Enciclopedia argentina de agricultura y jardinería. Buenos Aires, Acme, I: 725.

RECORD, S. y HESS, R. 1943. Timbers of the New World. New Haven.

SOLEREDER, H. 1908. Systematic Anatomy of the Dicotyledons. Oxford.

TORTORELLI, L. 1956. Maderas y bosques argentinos. Buenos Aires, Acme, pág. 599.

## UNA PRUEBA EXPERIMENTAL DEFINITIVA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Ing. Mec. y Elec. ALFREDO GONZALEZ

**SUMARIO.** — Se estudia la posibilidad de efectuar una prueba que dé diferencias de primer orden, a fin de comprobar experimentalmente en forma definitiva la relatividad especial.

En el párrafo 2 de este estudio se indica el estado anterior de la experimentación, hasta la actualidad, de los experimentos más representativos, tanto de segundo, como de primer orden.

Estos antecedentes, si bien no establecieron la definición categórica buscada, permiten definir el camino a seguir para buscar la experiencia concluyente.

Esta debe ser tal, que no sea compensable por la fórmula de transformación de Lorentz, es decir, por compensaciones de segundo orden; por lo que deben eliminarse las de este tipo y buscar una apropiada de primer orden, que no es compensable por aquellas.

En el párrafo 3, se indica el procedimiento que permite buscar diferencias del tipo no compensable, de acuerdo al valor de la velocidad de traslación de nuestro sistema, las que no serían explicables por la relatividad.

A continuación, en el párrafo 4, se establecen las fórmulas que permiten calcular las diferencias, de acuerdo a las velocidades; y en el 6 se indican varios valores prácticos de los elementos a emplear y porcentos de márgenes de errores por distintas causas.

Finalmente en el párrafo 7, se indican valores empleados en una de las pruebas realizadas, la última (años 1958-59), efectuada con microondas, con instrumental similar al que requeriría la experiencia propuesta.

**SUMMARY.** — A possibility is studied to make a proof to give differences of first order, with the view of proving experimentally, in a definite form, the especial relativity.

In the paragraph 2 of this study, the previous state of the experience is indicated up to the present day, of the most representative experiences, of the second as well as the first order.

Whereas these antecedents did not establish the required total definition, they at least, clear up the road to follow, in order to look for the concluding experience. This experience must not be compensated by the Lorentz's transformation formulas, that is, by second order compensations. Consequently it is necessary to eliminate the second order experiences, and instead, look for proper first order differences.

The paragraph 3 shows the procedure that permits to look for differences of the non-compensable type, according to the value of the translation speed of our system, which would not be explained by relativity.

Further the paragraph 4 establishes the forms that permit to calculate the differences, according to the speeds, and the paragraph 6 indicates several practical values of the elements to employ and percentage of errors for several causes.

Finally in the paragraph 7 it is indicated the values employed in one of the performed test; the latest (year 1958-59) carried into effect with micro-waves, with the similar instruments that the proposed experience would require.

## I — INTRODUCCION

Se propone una prueba, por la que, de acuerdo a las fórmulas clásicas de la física prerrelativista, se deberían poner de manifiesto diferencias de primer orden, debidas a la velocidad de traslación de la tierra en el espacio, (con respecto al éter).

Si estas diferencias resultasen nulas en la experimentación, se obtendría la comprobación definitiva favorable a la teoría especial de la relatividad.

## II — ANTECEDENTES. ESTADO ANTERIOR DE LA EXPERIMENTACION

Como es sabido, en todos los experimentos realizados hasta la fecha, en los cuales debían esperarse diferencias de segundo orden, éstas resultaron nulas, o de un pequeño valor en comparación a lo calculado (<sup>1</sup>), de manera que podían considerarse como tal, dado que estaban dentro del margen de los errores de observación.

Esa compensación podía ser explicada tanto desde la posición relativista como desde la de la física clásica, de acuerdo a las fórmulas de transformación dadas por H. A. Lorentz.

Dentro del marco de estas pruebas, se encuentra la recientemente realizada, septiembre de 1958, por los Drs. C. H. Townes, J. P. Cedarholm, G. F. Bland y B. L. Havens (<sup>2</sup>), de acuerdo a un estudio de C. Moller, usando emisores de microondas (MASER), de 23.870 Mc/seg. y de alta precisión, del orden de 1 en  $10^{12}$ , en la que se calculaban diferencias de primer orden con respecto a la velocidad terrestre, pero de segundo orden en valor absoluto, cuya compensación también resulta explicada por dichos investigadores, de acuerdo a las fórmulas de transformación de Lorentz; en este caso, no ya la empleada en los anteriores, correspondiente al espacio, sino la correspondiente al tiempo.

La única prueba incuestionable de segundo orden que no podía ser explicada desde ambos puntos de vista, ya que fue calculada teniendo en cuenta la contracción de Lorentz, fue realizada por J. Kennedy y E. M. Thorndyke (<sup>3</sup>) en 1932, y debía dar diferencias con la variación de la velocidad de la tierra, de acuerdo por un lado, a un período diario sideral y por otro, a un período anual, pues dependía, como lo resaltaban sus realizadores, de la diferencia de longitud de los caminos recorridos por los dos rayos de luz, provenientes de un mismo foco, la frecuencia de la misma y la velocidad entre

el aparato y el éter, independientemente de las orientaciones del aparato, longitud y disposición de los caminos.

La diferencia máxima de efecto diaria, dependía del producto de la velocidad debida a la rotación de la tierra, dependiente ésta de la latitud del lugar geográfico en que se realizaba el experimento, (inferior a 0,5 Km/seg.), multiplicada por la proyección de la velocidad del sol sobre el plano ecuatorial, normal al eje de la Tierra; y la diferencia máxima de efecto anual, dependiente del producto de la velocidad orbital de la Tierra, en su giro alrededor del sol, 30 Km/seg., multiplicada por la proyección de la de éste sobre el plano orbital de la Tierra.

Tales diferencias que por depender de dichas componentes de la velocidad, como de la pequeña diferencia de caminos de los rayos de luz, resultaban de un valor reducido, pero estimadas suficientes como para ser reveladas en la experiencia, dieron como resultado, para la proyección de la velocidad del sol sobre el plano ecuatorial, 15Km/seg. con una aproximación de 4Km/seg. en más o en menos:  $15 \pm 4$  Km/seg.; y para la proyección de la velocidad solar sobre el plano orbital:  $24 \pm 19$  Km/seg.

Los valores hallados fueron considerados pequeños, por los investigadores nombrados, pues se preveía un mayor valor de la proyección de la velocidad del sol sobre tales planos, en consideración a que la magnitud de esa velocidad es estimada en alrededor de 250 Km/seg. en su rotación alrededor del centro de nuestra galaxia y de dirección tal, que los mismos indicaron que la probabilidad de que esas fueran las verdaderas velocidades era "pequeña en vista de la velocidad nebular".

Quedaron así dos caminos a seguir, admitir como verdaderos estos resultados, considerando la velocidad resultante dada por los valores hallados como componentes de la misma, como la verdadera velocidad, (aún cuando con la imprecisión debida a los valores obtenidos), en vista de que se desconoce la componente de la velocidad galáctica de nuestro sistema, acompañando a nuestra galaxia en el espacio (éter); o desconocer los resultados suponiendo que estaban dentro de los límites de los errores de observación y considerar que su valor es nulo, como lo postula la relatividad especial.

Estos resultados, no definitivos en favor de una u otra de las dos teorías, así como otros obtenidos en experiencias donde se manifestaron diferencias de primer orden, de un valor igual a los que previamente habían sido calculados, como también la discusión de algunos conceptos y conclusiones que se consideran pueden emanar de las

teorías en pugna, han llevado la polémica hasta la actualidad, existiendo disensiones aun entre científicos de igual tendencia.

Como la faz conceptual conduce a estériles e interminables discusiones, donde ambos sectores mantienen sus puntos de vista, solamente una experimentación tendría carácter concluyente y ésta debe ser de tipo tal que no deje dudas desde el punto de vista de ambas teorías.

Experiencias tales como la de los relojes atómicos, ubicados en sateloides que giran en dirección contraria, sobre una misma órbita alrededor de la Tierra, a velocidades de igual módulo respecto a un sistema inercial, comparando sus tiempos entre sí, o con respecto a otro reloj ubicado en un sistema inercial; o en la cual los sateloides se desplazarán alejándose y reencontrándose, ubicados en sistemas inerciales en la mayor parte de su recorrido, para analizar así la influencia de la velocidad en los tiempos marcados por esos relojes, no serían aceptables para la teoría relativista.

El hecho de que las experiencias de segundo orden estén dentro del margen de compensación del orden de las fórmulas de Lorentz-Einstein y que las de primer orden no sean compensables por esas fórmulas y hayan dado las diferencias que el cálculo preestablecía, hace que si bien las realizadas hasta la fecha sean explicables por ambas hipótesis, se puedan esperar diferencias de ese primer orden, no explicables desde ambos puntos de vista a la vez.

Tal cosa ocurre, si el valor de primer orden calculado, dependiera de la velocidad de traslación, como se demuestra en el estudio propuesto. Se dispondría así de un medio de prueba entre ambas teorías.

Como es sabido, las diferencias de primer orden halladas hasta el presente, dependen de la variación de velocidades al pasar de uno a otro sistema inercial, tal los casos de aberración de la luz y los experimentos del tipo Sagnac, como el de Michélsion-Gale, pues en estos últimos, (4), las diferencias establecidas en el cálculo dependen de la velocidad de rotación, (variación de velocidad para tales sistemas inerciales), donde como en el de la aberración, la variación es relativa

En efecto, en el caso de la aberración, se pasa de un primer a un segundo sistema inercial y para el sistema inercial posterior se puede considerar que el observador está quieto y es la fuente de emisión la que ha variado la dirección y velocidad de su movimiento, como así también la dirección del rayo emitido años antes de ser recibido por el observador, pues en el nuevo sistema inercial transcurre el tiempo en forma diferente al anterior y en el universo de los sucesos se tiene un diferente corte del hiperespacio tiempo, que

nos da las nuevas disposiciones del espacio en el posterior sistema inercial.

De igual forma, en los experimentos de tipo Sagnac, dado que el efecto hallado depende de la velocidad de rotación, puede considerarse en reposo el punto de observación y los demás puntos del sistema ser los rotantes alrededor del mismo y obtenerse los mismos valores calculados, sin que el punto en que se encuentre el observador se haya movido; o estimar también que la rotación se efectúa, no ya alrededor del centro del sistema material rotante (platillo girante o la Tierra en los experimentos indicados, u otros posibles), ni alrededor del punto de observación, sino de otro punto cualquiera del espacio, que se considere como fijo.

Es así entonces, que solamente si el efecto se comprueba en la experiencia, proporcional a la magnitud del movimiento de traslación de un sistema inercial cualquiera, se obtendrá una prueba terminante en favor de una, —o si es nulo en favor de la otra—, de ambas teorías.

### III — *CONCEPTO BASICO DEL EXPERIMENTO*

El experimento a realizar se efectuaría en una plataforma giratoria, en cuyo centro se situaría un aparato receptor de microondas y alrededor del cual girarían a igual distancia, dos aparatos emisores de tales ondas.

De no existir influencias en la llegada de las ondas al receptor, —ya fuera por no influir la velocidad de traslación del sistema con que a la vez se mueve el centro de la plataforma—, de acuerdo a lo que postula la relatividad; o por ser nula la velocidad de traslación con respecto al éter, no habrá diferencia en la llegada de las ondas, causada por el movimiento.

De existir en cambio la influencia indicada, la onda enviada por cada uno de los emisores se vería adelantada o retrasada a causa de la traslación de la plataforma en el espacio, ya que al rotar cada emisor se, encontraría alternativamente adelante o detrás del receptor con respecto a la dirección de traslación, siendo atrasada o adelantada por esta causa su llegada al receptor.

Esto daría como resultado la llegada de dos ondas alternativamente atrasadas o adelantadas la una con respecto a la otra, moduladas de acuerdo al giro y cuya amplitud de modulación depende directamente de la velocidad de traslación. Como resultado de la mezcla de ambas ondas en el receptor, se puede obtener la conocida en la radiotécnica como onda de frecuencia intermedia, cuya frecuencia, diferencia de las frecuencias de ambos emisores, modulada de acuerdo

a la modulación de las componentes, se detectaría luego, poniendo en evidencia por la amplitud de su modulación, la velocidad de traslación de la plataforma. Esto, claro está, en el caso de que el resultado favoreciera la hipótesis clásica, pues de no registrarse diferencias, su comprobación determinaría la demostración de la hipótesis relativista.

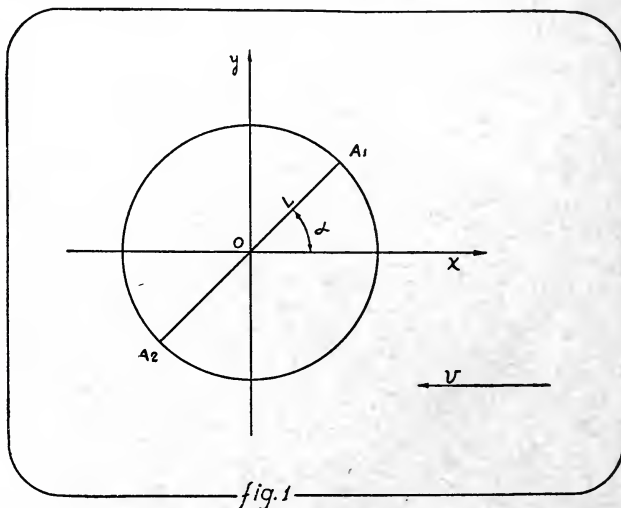
Con la precisión de los aparatos emisores, con los que actualmente cuenta la técnica, denominados Maser, los que de acuerdo con la publicación de la revista "Electronic Technology", de abril de 1960, podrían ser usados en sistemas móviles, aviones cohetes o sateloides, se podrían esperar resultados dentro de un error del 3 %.

En cuanto a otros factores de error, tales como oscilaciones o balanceos de la plataforma, o deformaciones de la misma, se puede demostrar que se estaría muy por debajo del porcentaje anterior.

Demás está resaltar el valor que para la ciencia tiene el conocimiento exacto de la base teórica. Ella debe influir en el conocimiento de la conexión de los campos gravitatorios y electromagnéticos, como así también en otros aspectos relacionados con la era espacial en cuyo comienzo nos hallamos, así como también en otros tal vez insospechados para nosotros.

#### IV — EXPLICACION DEL EXPERIMENTO PROPUESTO

Consideremos dos fuentes de emisión de ondas sinusoidales:  $\epsilon_1 = E_1 \cos W_1 t$  y  $\epsilon_2 = E_2 \cos W_2 t$ , situadas a igual distancia  $L$ , de un punto centro  $O$  (fig. 1), y girando alrededor del mismo, recorriendo





una circunferencia sobre dos puntos  $A_1$  y  $A_2$  diametralmente opuestos. Sea el ángulo  $\alpha = Wt$  en el que  $W = 2\pi f$  siendo  $f$  la frecuencia del movimiento mecánico que lo hace girar alrededor del punto  $O$ .

Asimismo  $W_1 = 2\pi f_1$  y  $W_2 = 2\pi f_2$  son las velocidades angulares o pulsaciones y  $f_1$  y  $f_2$  las frecuencias de las ondas emitidas.

Si en el centro  $O$  se coloca un aparato receptor y el movimiento  $v$  de desplazamiento del sistema es normal en ese instante a la dirección de  $A_1$  y  $A_2$  situadas sobre el eje  $Y$ , las ondas emitidas llegarán a  $O$  un tiempo  $L/c$  después de la emisión, es decir, se recibirán dos ondas:

$$\epsilon'_1 = kE_1 \cos W_1 \left( t - \frac{L}{c} \right)$$

$$\epsilon'_2 = kE_2 \cos W_2 \left( t - \frac{L}{c} \right)$$

en donde  $k$  es un coeficiente de proporcionalidad entre las ondas enviadas y las recibidas.

Si los transmisores estuvieran en la misma dirección de  $v$ , es decir sobre el eje  $x$ , resultarían ser:

$$\epsilon'_1 = kE_1 \cos W_1 \left( t - \frac{L}{c-v} \right)$$

$$\epsilon'_2 = kE_2 \cos W_2 \left( t - \frac{L}{c+v} \right)$$

En general, sobre una posición que forme el ángulo  $\alpha$  con respecto al eje  $x$ , resultaría:

$$\epsilon'_1 = kE_1 \cos W_1 \left( t - \frac{L}{c-v \cos \alpha} \right)$$

$$\epsilon'_2 = kE_2 \cos W_2 \left( t - \frac{L}{c+v \cos \alpha} \right)$$

Como dadas las magnitudes de  $v$  y  $c$ ,  $v/c$  es del orden de  $v/c = 10^{-4}$ , sin error apreciable podemos hacer:

$$\frac{L}{c \pm v \cos \alpha} = \frac{L}{c} \left( 1 \mp \frac{v}{c} \cos \alpha \right)$$

y llamando

$$\frac{Lv}{c^2} \cos \alpha = t_1 \text{ y } t' = t - \frac{L}{c}$$

resulta entonces:

$$\epsilon'_1 = kE_1 \cos W_1(t' - t_1)$$

$$\epsilon'_2 = kE_2 \cos W_2(t' + t_1)$$

Si a la onda recibida  $\epsilon' = \epsilon'_1 + \epsilon'_2$  se la inyecta como señal de entrada de una etapa de respuesta parabólica, resultaría una corriente de respuesta  $I = k\epsilon'^2$ .

Como las frecuencias portadoras  $f_1$  y  $f_2$  son de alta frecuencia, se pueden eliminar con un filtro de pasa baja para los valores de frecuencia intermedia, todos los términos que resultan afectados por el factor  $E_1^2$  y  $E_2^2$ , correspondientes a las frecuencias  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_1 + f_2$ , como también los valores constantes de corriente continua.

Los términos afectados por el factor  $2E_1E_2$  llevan implícitos valores de frecuencia intermedia, diferencia de  $f_1$  y  $f_2$ , pasando por el filtro una corriente que resulta dada por la fórmula:

$$i_a = k_a[\cos(\omega t' - \Omega t_1)]$$

donde:

$$\Omega = W_1 + W_2 \quad \text{y} \quad \omega = W_1 - W_2$$

Se puede duplicar la frecuencia en cada nueva etapa parabólica, resultando, llamando  $k'_a$ ,  $k''_a$ , etc., otras constantes:

$$i'_a = k'_a \cdot i_a^2 = k''_a[1 + \cos 2(\omega t' - \Omega t_1)]$$

y en  $n$  de esas etapas sucesivas resultará, si previamente se eliminan los términos constantes correspondientes a corriente continua, una corriente:

$$i_{an} = k_n \cdot \cos 2^n(\omega t' - \Omega t_1)$$

Amplificando convenientemente y efectuando una detección lineal de  $i_{an}$ , que poniendo en evidencia sus valores componentes es:

$$i_{an} = k_n(\cos 2^n \omega t' \cdot \cos 2^n \Omega t_1 + \text{sen } 2^n \omega t' \cdot \text{sen } 2^n \Omega t_1)$$

resultaría eliminada la frecuencia carrier de las mismas y quedarían las corrientes que las modulan:

$$i_d = k'_n(\cos 2^n \Omega t_1 + \text{sen } 2^n \Omega t_1) = \sqrt{2}k'_n \cdot \cos\left(2^n \Omega t_1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

o sea:

$$i_d = k_d \cos \left\{ \left[ 2^n(W_1 + W_2) \frac{L}{c} \frac{v}{c} \cos 2\pi f t \right] - \frac{\pi}{4} \right\}$$

Para que  $i_d$  tome valores apreciables conviene que la expresión se aproxime al valor  $I_d = k_d \cos(m \cdot \cos 2\pi f t)$ , donde  $m$  sea igual a  $\pi$ , puesto que variará con la frecuencia doble de la mecánica  $f$ , tomando todos los valores de  $\cos m$ : 1, 0, -1 y 0, al variar  $f$ , para lo que deberá ser:

$$m = 2^n(W_1 + W_2) \frac{L}{c} \frac{v}{c} = \pi$$

donde el número de etapas parabólicas  $n$  a emplear dependerá de los valores de frecuencia y la distancia entre los aparatos a usar, como también de la velocidad  $v$  que se deba medir, por lo cual, dado que su valor no es conocido previamente, convendrá medir la respuesta de varias de estas etapas, a fin de obtener las mejores respuestas.

El método de aumentar la frecuencia por duplicación en etapas parabólicas y la detección de tipo lineal empleada para facilidad y claridad de la exposición, podrán ser variados en la práctica, usándose los recursos que resulten más convenientes.

Es de hacer notar que la modulación resultante en la onda recibida no resulta dada en amplitud sino en frecuencia.

### V—OTRAS VARIANTES

Podrían emplearse un transmisor en el centro y dos receptores girando alrededor del mismo, detectando dos respuestas moduladas en sentido opuesto desde una sola fuente común, las que podrían luego de ampliadas, modular otros carriers y ser reemitidas, efectuando la recepción de ambas en un punto, dando dos respuestas simultáneas con modulación en sentido contrario, lo que contaría con la ventaja de la precisión dada por la fuente común, pero perdiéndose las que se derivan de una frecuencia intermedia de valor poco elevado, posiblemente imprescindible para la realización práctica de la experimentación.

Otra posibilidad es la de disponer un solo transmisor y un solo receptor en dos puntos diametralmente opuestos, (en general pueden ser dos puntos cualesquiera de una plataforma giratoria), resultando también de acuerdo al cálculo una onda modulada; y dada la precisión casi exacta de las ondas de los transmisores Maser, bastarían estos últimos elementos, de no requerirse en la práctica como se ha dicho en el párrafo anterior, ondas de menor frecuencia para la detección final de las pequeñas modulaciones impresas en el giro. Este inconveniente quedaría salvado colocando al lado del receptor otro transmisor que officiaría de fuente convertora local de frecuencia no modulada, que actuaría para obtener la frecuencia intermedia requerida; pero el método expuesto en el anterior párrafo es más riguroso pues está dado de acuerdo a condiciones que requiere una de las teorías.

## VI — POSIBILIDADES PRACTICAS

Empleando aparatos emisores Maser con precisión  $10^{-12}$ , las fluctuaciones de la onda fundamental del emisor serían despreciables con respecto a la modulación que el sistema propuesto imprimiría a la onda recibida en el receptor, por lo que no se requerirían eliminar armónicas, ni recortar modulaciones en amplitud que pudieran estar contenidas en la onda fundamental del transmisor, o mejorar la relación disturbio-síñal de las variaciones de esa frecuencia.

Veremos, considerando para mayor sencillez de la explicación un sistema reducido a un solo transmisor y un solo receptor, que dichas fluctuaciones sólo representarían un pequeño porcentaje de la modulación a conseguir, que no afectaría las medidas.

En efecto, supongamos que empleáramos una plataforma circular de 10 m. de diámetro, en uno de cuyos bordes colocaríamos el transmisor y en el diametralmente opuesto el receptor. Si la velocidad de traslación terrestre fuera en cierto momento de 30 Km/seg, medida sobre el plano en que gira la plataforma, la llegada de la onda emitida experimentarían un adelanto o un atraso de:

$$10 \text{ m.} \cdot \frac{30 \text{ Km/seg.}}{300.000 \text{ Km/seg.}} = 1 \text{ mm.,}$$

en su llegada al receptor, según que la misma fuera favorecida o retardada por el movimiento de traslación, con respecto al instante en que la línea entre el transmisor y receptor es perpendicular a la dirección de la traslación terrestre.

El valor de fluctuación de la onda, debido a la modulación impresa por el sistema, sería así de 2 mm en cada vuelta de la plataforma.

El error debido a la variación posible de la onda emitida por el maser, sería de  $10^{-12} \cdot 300.000 \text{ Km/seg.}$ , la que resulta así ser de 0,3 mm/seg., o sea de 0,06 mm. para un tiempo de  $1/5$  de segundo, tiempo que podría tardar una plataforma metálica de las dimensiones a emplear, en girar una vuelta a razón de cinco vueltas por segundo.

Este valor de 0,06 mm., introduciría en relación a los 2 mm. por vuelta, un 3 % como porcentaje de error para la velocidad de traslación  $v = 30 \text{ Km/s.}$

El error debido a balanceos de la plataforma es totalmente despreciable, debido a la gran velocidad con que la onda recorre el espacio entre transmisor y receptor, lo que se ve mas claramente, considerando exageradamente una oscilación de la plataforma de una magnitud de

un metro en una dirección y en la opuesta, en cada vuelta. Esto representaría 2 mts. en 1/5 de segundo, o sea una velocidad de 10 m/s., a sumar (o restar), en los casos extremos, a la de traslación terrestre, que siendo de 30 Km/seg., significaría el 0,03 % del valor de las mediciones.

Estas consideraciones nos hacen ver la posibilidad de realización del sistema rotatorio, debiendo, a fin de evitar vibraciones que puedan afectar la precisión de los aparatos, girar en suspensión en el espacio, lo que puede hacerse electromagnéticamente en el vacío, o en suspensión flotando en aire enrarecido, en el caso de requerirse una gran estabilidad; o directamente sobre agua alrededor de un eje vertical, accionado por un motor sincrónico o turbina a vapor o aire comprimido, en el caso de que las vibraciones no afecten tan notoriamente o puedan ser suficientemente absorbidas por sistemas amortiguadores.

No produciendo las oscilaciones por balanceos efectos apreciables, si se mantienen invariables las distancias en la rotación, queda por ver la influencia de las deformaciones que introduce esta rotación en el material de la plataforma. Suponiendo que se trabaja con la tensión de trabajo del hierro, 1.000 Kg/cm<sup>2</sup>, para el módulo de elasticidad del mismo: 2000.000 Km/cm<sup>2</sup>, resulta la deformación de

$$\frac{1.000 \text{ Kg.}}{2.000.000 \text{ Kg.}} \cdot 10 \text{ m.} = 5 \text{ mm.}$$

para el diámetro de la plataforma, valor en realidad menor, pues las tensiones varían desde el máximo en el centro de la plataforma hasta cero en el borde exterior.

Si la velocidad de rotación fuera variable, desde el reposo a una vuelta en 1/5 de segundo, la deformación sería entonces de ese orden de valores, comparable a la de 2 mm., impresa por la modulación del giro; y las diferencias halladas estarían comprendidas dentro de los límites de los errores. Pero en el estado de régimen, el porcentaje de variación de la velocidad de rotación puede hacerse menor de 1/1000, por lo que el error por esta causa quedaría por debajo del 0,1 %.

Usando ondas de 1 cm., la modulación de 2 mm. representaría una quinta parte de un ciclo, por lo que la frecuencia intermedia deberá ser de un valor bajo comparable, del orden de 10 a 100 ciclos por segundo.

El diámetro de la plataforma deberá estar, muy probablemente, por debajo del valor dado, entre 1 y 10 mt.



Las etapas parabólicas usadas en el receptor, serían usando ondas de 1 cm., de 2 etapas para velocidades  $v = 38$  km/seg.; debiendo ser mayor, 7 etapas, en otros horarios en que se deben apreciar velocidades menores (hasta 1 km/s.).

Es de hacer notar que se estima en unos 250 Km/s. la velocidad del sol alrededor del centro de la galaxia y que además deberá tenerse en cuenta la velocidad según el diámetro de la misma y la normal a su plano en el espacio.

Un detalle práctico de los que deberán ser tomados en cuenta en la experiencia, es el evitar la reflexión de la onda en las partes metálicas, blindando las antenas con tubos metálicos dirigidos en dirección transmisor-receptor. (Además la dirección principal de los maser deberá ser perpendicular a la plataforma para satisfacer que no haya diferencias desde una de las dos teorías).

## VII — COMPARACION CON LA EXPERIENCIA DEL Dr. TOWNES

Comparando esta experiencia con la realizada por el Dr. Townes y otros científicos, se evidencia que habría que sortear mayores dificultades, ya que en aquella se trataba de dos maser montados juntamente en una forma preestablecida. Estos maser estaban colocados sobre una plataforma móvil, pero mantenidos en reposo sobre una posición fija, para la cual se efectuaban mediciones que luego eran comparadas con las mediciones que se efectuaban con la plataforma rotada a otra posición fija, a  $180^\circ$  con la posición anterior.

Se preveía en el cálculo, una variación de la frecuencia intermedia o de batido de los maser, debido a un cambio de efecto Doppler, provocado por la variación de la dirección del movimiento terrestre o del sistema de los masers y el receptor con respecto a éter, referida a la dirección entre los masers y el receptor, (sentido opuesto). Esta diferencia de efecto era directamente proporcional a la magnitud del movimiento con respecto al éter. o sea de primer orden con respecto a este, pero proporcional también a la velocidad de un haz molecular interno de los maser, por lo que resultaba de segundo orden con respecto al producto de esas velocidades en relación con el cuadrado de la velocidad de la luz, (o de la onda); diferencia que resultaba compensada como lo indicaban estos científicos.

La frecuencia intermedia como diferencia de la de ambos maser, cuyo valor ya indicado, es mayor de 23 kilo-megaciclos, se ajustó a 20 ciclos, pudiendo apreciarse diferencias de efecto, hasta pequeños valores de  $1/50$  de ciclo.

Solucionándose las diferentes dificultades que el movimiento causa en el sistema que hemos propuesto, con respecto al que se ha llevado a cabo, vemos la gran similitud y por lo tanto la posibilidad que el gran adelanto de la técnica evidenciado en éste, abre para la realización del mismo.

La obtención en el cálculo, de magnitudes no compensables, justifica plenamente la realización, para dilucidar experimentalmente el dilema científico planteado.

Expreso mi homenaje al Dr. E. Loedel Palumbo por el estímulo recibido en la preparación de este trabajo.

#### B I B L I O G R A F I A

(<sup>1</sup>) No se consideran las experiencias de Ives y Stilwell y de Essen, Hansen y Bol, por haber sido cuestionadas por Bergman y Grünbaum respectivamente.

Tampoco consideramos la experiencia de Trouton y Noble, pues la explicación relativista sobre sus resultados daría como consecuencia que un observador debe registrar la acción de una fuerza electromagnética entre dos cargas eléctricas, si se desplaza con respecto a las cargas, —no registrándola en caso de mantenerse fijo con respecto a las mismas—; situación tan paradójica como la de la llamada "Paradoja de los Relojes".

(<sup>2</sup>) New Experimental test of Special Relativity - *Physical Review Letters* 1, pág. 342 (1958) y *Nature*, vol. 184 págs. 1350-1351, Oct. 31 (1959).

(<sup>3</sup>) *Physical Reviews* 42, pág. 400 (1932).

(<sup>4</sup>) Sagnac (*Comtes Rendus*, 157, 1913, pág. 708 y 1410).

## ESTUDIO DE LAS ARENAS DEL RIO TIETE, ZONA DE BARRA BONITA, SAO PAULO, BRASIL (1)

MIGUEL M. MUHLMANN

**SUMARIO.** — Arena heterogénea, mediana, con cierta tendencia a gruesa, con gravilla y grava, de color amarillento-rojizo-castaño, cuarzosa, con abundantes granos redondeados de cuarzo, turmalina, granate y zircón —redondamiento medio de 0,5 y extremo de 0,8 y 0,9 y una esfericidad de 0,76 a 0,89— afectados en gran parte por la erosión eólica, redesintegrados y retrabajados por una menor acción fluvial, con 0,5 % de minerales pesados. La presencia de la asociación de la andalusita, estaurolita, cianita, acompañada de la sillimanita, granate y cuarzo cataclástico, con extinción ondulada, indica en su mayoría un origen metamórfico de rocas que pueden provenir de la meso y catazona, con un aporte apreciable engendrado en la zona del stress. Otros granos de cuarzo hacen suponer una mínima contribución de rocas eruptivas y filonianas. Las características morfoscópicas, granulométricas y microscópicas de las arenas de Barra Bonita, Río Tieté, son semejantes en su mayor parte a los resultados arrojados en las investigaciones practicadas por distintos autores sobre las areniscas del Botucatu. Las pocas diferencias que pueden observarse son propias a su posterior erosión fluvial y a sus posibles contaminaciones en el curso de ese río.

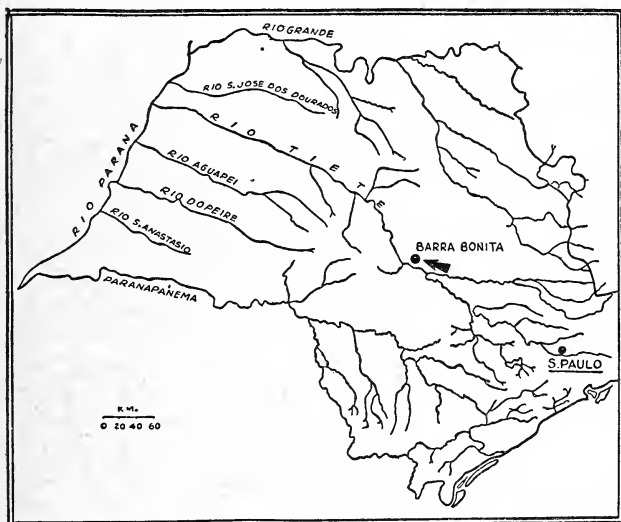
**SUMMARY.** — Heterogeneous sand, middling, with tendency to coarse with gravel and small gravel of a yellowish-redish-maroon- color, quartzosa, with, abundant grains of quartz, tourmaline, garnet and zircón —middle roundness of 0,5 and extreme of 0,8 and 0,9, and sphericity of 0,76 and 0,89— most of them affected by the eolic erosion redesintegrated and relaboured by a minor fluvial action, with 0,5 % of heavy minerals. The association of andalusite, staurolite, kyanite, accompanied by garnet and cataclastic quartz, with a fluctuating extinción, indicate in advantage a metamorphic origin of rocks that could proceed of the meso and carazona with a very important apportion engendered in the stress zone. Other quartz grains make the supposition of a least contribution of eruptive and phylonians rocks. The morfoscopics, granulometricals and microscopics characteristics of the Tieté river's sands, Barra Bonita's region, are similar in her majority with the results of investigations practise by differents authors about the Botucatu's sandstone. The little difference are peculiar to the posterior fluvial erosion and its possible contaminations in the river's currents.

En una contribución anterior el autor describió las características sedimentológicas del material que arrastra el río Tieté, en la región de Barra Bonita, 230 kilómetros aproximadamente al NO de

(1) El autor recibió una invitación de la Sociedade Brasileira de Geología con el fin de dictar conferencias sobre su especialidad y efectuar relevamientos de arenas en el estado de Sao Paulo. Acompañáronlo en sus observaciones el catedrático titular de mineralogía de la Facultad de Filosofía, Ciencias y Letras de la Universidad de Sao Paulo, profesor doctor Rui Ribeiro Franco, a la vez presidente de la Sociedade Brasileira de Geología y de la Sociedade Brasileira de Gemología y el catedrático adjunto de geología del mismo instituto, profesor Ruy Ozorio de Freitas, secretario general de la entidad nombrada en primer término, a quienes agradece todas las atenciones recibidas.



la ciudad de Sao Paulo. Con este nuevo trabajo amplía en detalles esas investigaciones, especialmente en lo que concierne a la psamofísica: estudios de esfericidad y redondamiento de los granos; granulométricos, con la determinación mineralógica y su posible psamogenia y geoquímica. Se tratan de tres muestras —números 2001, 2002 y 2003—, recogidas directamente del lecho del río Tieté mediante la draga instalada en una de las márgenes, a unos 100 metros aproxi-



*La flecha sobre el croquis del Estado de São Paulo, indica la zona del Río Tieté, de cuyo lecho se recogieron las muestras de arena que se describen en el trabajo. Está comprendida en la localidad de Barra Bonita, donde se construye una importante represa. La corriente fluvial arrastra sedimentos amarillentos-rojizos que corresponden a la serie de São Bento, modificados parcialmente en curso por la dinámica fluvial.*

madamente de la represa que se está construyendo, a una altura de 425 metros sobre el nivel del mar.

Se observa en la zona la estratigrafía de la serie inferior de Sao Bento, representada por areniscas rojas. Estos sedimentos son redestegrados por la acción mecánica de esa corriente fluvial, que resulta intensa en su vertiginoso desplazamiento hacia el NO, en demanda del río Paraná. El río Tieté tiene una extensión aproximada a los 700 kilómetros desde su nacimiento al E de la ciudad de Sao Paulo, en las proximidades de la sierra Do Mar hasta su desembocadura, de acuerdo con el relevamiento de la carta hipsométrica editada en 1943 por el Instituto Geográfico y Geológico de ese estado. Pero su longitud es mucho mayor si se tienen en cuenta los bucles y sinuosidades que forma, rectificando el cauce a lo largo de todo su trayecto. Alrededor de 600 kilómetros evolucionan hacia el NO de la ciudad,

donde el río se hace caudaloso y profundo, recibiendo las aguas de varios tributarios. En su nacimiento, en un trecho aproximado a los 100 kilómetros sigue una dirección E-O y al llegar a la ciudad dobla en codo y se dirige con rumbo SE-NO.

Dentro del estado de Sao Paulo, el río Tieté representa una de las corrientes fluviales de mayor importancia. Los ríos de mayor kilometraje y caudal que con sus sinuosidades lo surcan de SE a NO, aparte del nombrado son: el río Grande, que delimita con el estado de Minas Gerais, el que luego de formar un ángulo en el extremo NO se dirige de NE a SO para confundirse con el Paraná; el Paranapanema, que delimita Sao Paulo con el Estado de Paraná y luego el Sao José dos Dourados, el río de Moinho, Aguapey, Peire, Santo Anastacio y otras corrientes menores que arrastran el material erosionado en dirección al río Paraná, que se encuentra en la curva hipsométrica de los 300 metros.

#### *Psamctecnia* (2)

Las cantidades de muestras recogidas han variado entre 150 y 280 gramos. Lamentablemente el autor se vio imposibilitado de obtener un mayor volumen de material, debido a los inconvenientes originados en el traslado a gran distancia y a la revisión aduanera. Sobre el mismo terreno practicó un muestreo, por cuarteos sucesivos, para alcanzar la muestra media ideal. En la zona de Barra Bonita, el material que arrastra esa corriente fluvial, abarca un gran espectro granulométrico y con intensa variedad morfológica más que mineralógica, porque ésta se mantiene más o menos constante y en cambio, se observan diferencias en la forma, en el tamaño y en el aspecto de los granos.

Una vez secadas las muestras, sin haber sido lavadas, es decir, tal cual fueron recogidas, se las envasó en bolsitas adecuadas siguiendo el práctico y seguro sistema de la doble rotulación. Y en un solo empaque, asegurado en su interior y en su exterior con precintos para evitar los efectos de un movimiento exagerado, con la consiguiente rotura y pérdida del material, el autor las trasladó de Sao Paulo a Santos y de este puerto por vía marítima, a Buenos Aires.

En el laboratorio las muestras fueron lavadas, secadas y cuarteadas de nuevo. En la determinación de la esfericidad y redondeamiento empleó el método de Wadell.

(2) Psamotecnica: con ese nombre el autor denomina todo el proceso que corresponde a la tecnología de las arenas, tanto a su manipuleo en el laboratorio como en la industria, es decir, a todas las actividades que comprenden las distintas faces de la investigación integral.

Para los análisis granulométricos utilizó una ro tap, sistema Tyler screens, estableciendo el siguiente juego de mallas con su correspondiente correlación con la escala de Wentworth y  $\sqrt{2}$ .

Malla N°	mm	Wentworth mm	$\sqrt{2}$ mm	Clasificación
8	2.380	—	—	Grava muy fina
10	2.	2 - 1	2 - 1	Arena muy gruesa
16	1.190	—	—	—
20	0.840	1 - 1/2	1 - 0.5	Arena gruesa
30	0.590	—	—	—
40	0.420	—	—	—
50	0.297	1/2 - 1/4	0.5 - 0.250	Arena mediana
60	0.250	—	—	—
80	0.177	1/4 - 1/8	0.250 - 0.125	Arena fina
120	0.125	—	—	—
170	0.088	1/16	0.125 - 0.062	Arena muy fina
Res.	—	—	—	Silt-Arcilla

Para lograr un resultado más exacto se practicó el promedio del análisis de dos muestras de treinta gramos, agitadas durante 15 minutos. Se obtuvieron luego el porcentaje del promedio retenido, el porcentaje del promedio acumulado, el peso promedio total que pasa por cada criba y el porcentaje promedio total del peso que pasa por cada criba. Calculáronse los datos estadísticos correspondientes al DM,  $Q_3$ ,  $Q_1$ , QDa., Ska, Sk, So. y Log So, con los consiguientes gráficos, curvas de frecuencia y acumulativa y los psamogramas (3).

(3) Este término lo ha empleado el autor desde las primeras investigaciones, en 1938, en reemplazo del tan generalizado histograma. Estima que resulta más apropiado y específico, ya que se refiere exclusivamente a un gráfico vinculado con la granulometría de las arenas.

Para las determinaciones mineralógicas se han efectuado separaciones densimétricas en bromoformo, D, 2.90; con los correspondientes porcentajes de minerales pesados y livianos y preparaciones fijas y transitorias. Se empleó para su morfología un microscopio binocular Leitz y para el diagnóstico mineralógico un microscopio de polarización Leitz y el uso de esencias de índices de refracción de acuerdo con la escala de Clerici, medidos previamente a cada análisis con un total refractómetro.

### *Redondeamiento y esfericidad*

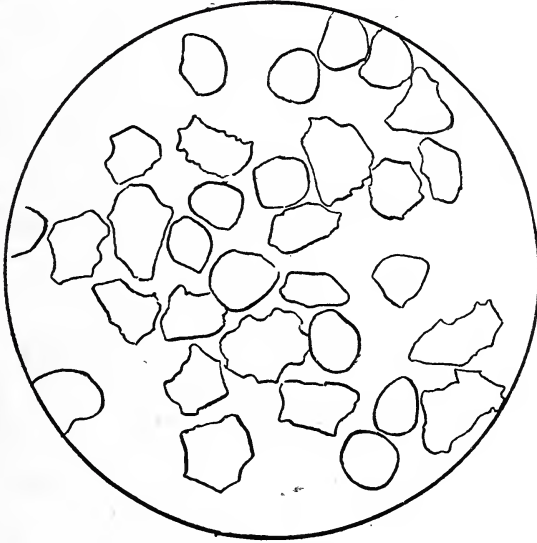
El redondeamiento de las tres muestras recogidas en Barra Bonita son muy semejantes. Son superiores a 0.4, están en el término medio de 0.5 y se aproximan a 0.6, pero los granos grandes y medianos de zircón, turmalina, cuarzo y de algunos granates presentan un redondeamiento oscilante entre 0.8 y 0.9. Estas conclusiones coinciden parcialmente con los resultados alcanzados por Vieira de Carvalho con el material extraído de la rodovia Pirajú-Fartura, en la granulometría de 74 micrones (redondeamiento de 0.440; 0.431; 0.512; 0.596; 0.524; 0.604; 0.615; 0.662; 0.666; 0.771 y 0.772). Hay que tener en cuenta que este redondeamiento menor que ofrece el material sedimentario de Barra Bonita se debe a la acción erosiva a lo largo del río Tieté, acción mecánica de su transporte. Ozorio de Freitas al referirse al redondeamiento de las areniscas del Botucatú, triásico de Sao Paulo, establece 0.70, comparable, dice, a los granos de la arenisca de St. Peter, ordoviciano, condado Le Salle, Illinois, Estados Unidos, con 0.77. El redondeamiento del material sedimentario de Barra Bonita ha descendido como lo evidencia un porcentaje mayor de granos irregulares.

Mayores coincidencias ofrece el estudio comparativo de la esfericidad con los sedimentos de la rodovía Pirajú-Fartura. Oscilan los de Barra Bonita entre 0.7624 y 0.8971 y los analizados por Vieira Carvalho acusan las siguientes características: 0.753; 0.765; 0.807; 0.844; 0.851; 0.861; 0.927; 0.929; 0.944; 0.952 y 0.957.

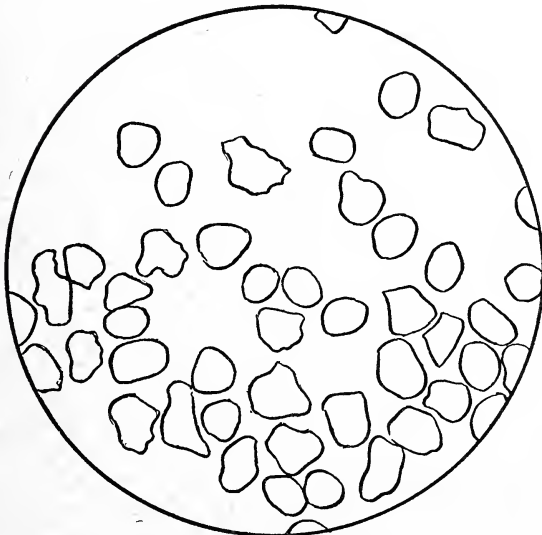
Se trata, en su mayor parte, de sedimentos eólicos depositados y retrabajados por la corriente fluvial (Muhlmann, pág. 26; Vieira Carvalho, pág. 70). Una explicación posible sería que el material erosionado por el viento se sedimentó en un medio acuoso, sin poderse saber hasta qué punto fue modificado en ese ambiente ya que posteriormente fueron desgranados por las aguas del río Tieté. Es factible que en esos sedimentos recogidos se confundan los provenientes de las zonas vecinas a Barra Bonita y los que vienen de aguas arriba.

*Muestra 2001*

Redondamiento			Esfericidad		
Criba N°	mm.	Rend.	Criba N°	mm.	Esfer.
40	0,420	0.574	40	0,420	0.7624
50	0,297	0.543	50	0,297	0.8151
Muestra original		0.439	Muestra original		0.7844



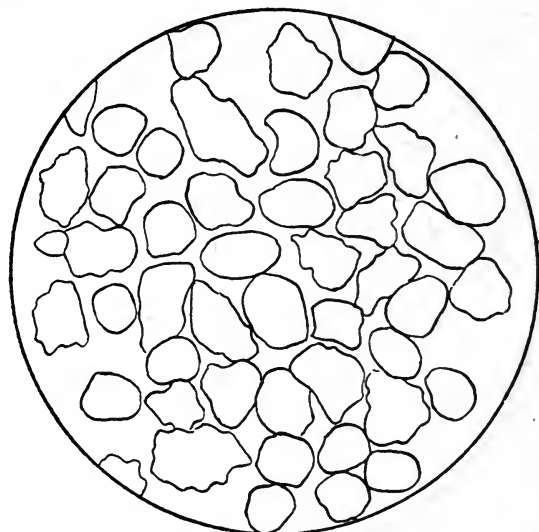
*Morfoscopia de la muestra N° 2001. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 40 de 0,420 mm.*



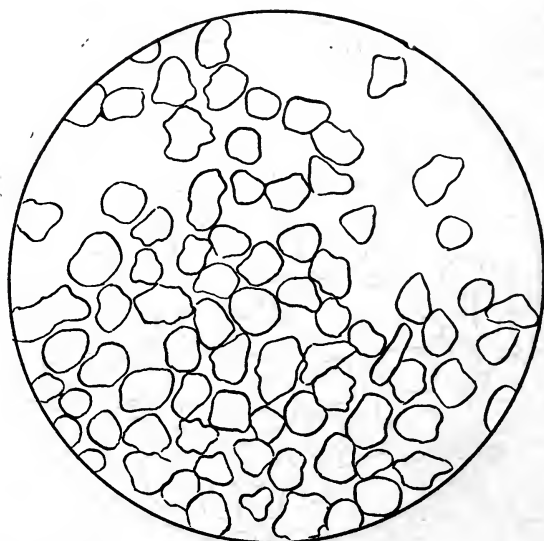
*Morfoscopia de la muestra N° 2001. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 50 de 0.297 mm.*

*Muestra 2002*

Redondamiento			Esfericidad		
Criba N°	mm.	Rend.	Criba N°	mm.	Esfer.
40	0,420	0.430	40	0,420	0.8006
50	0,297	0.540	50	0,297	0.8331
Muestra original		0.555	Muestra original		0.8971



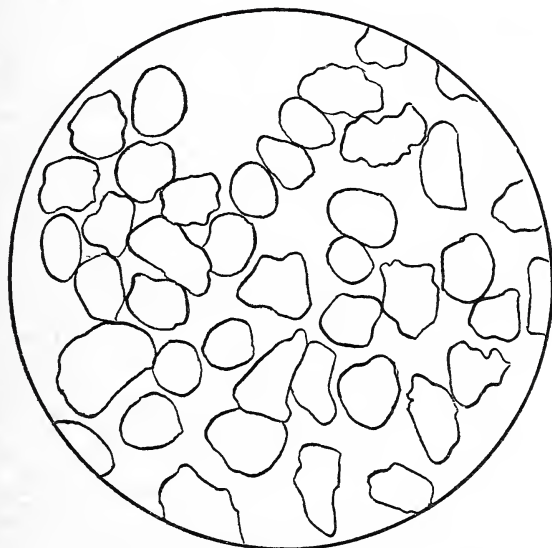
*Morfoscopia de la muestra N° 2002. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 40 de 0.420 mm.*



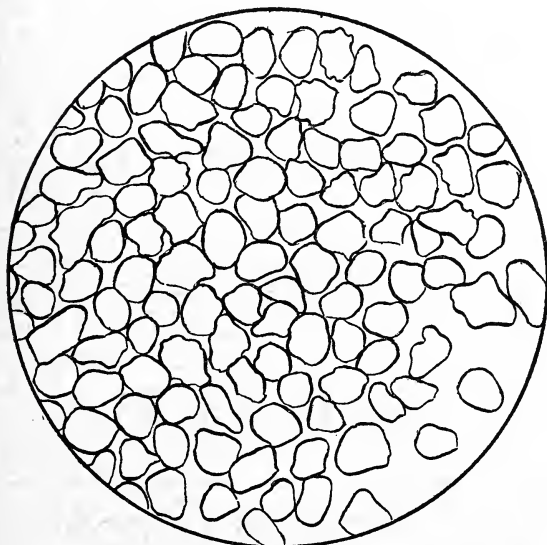
*Morfoscopia de la muestra N° 2002. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 50, de 0.297 mm.*

*Muestra 2003*

Redondamiento			Esfericidad		
Criba N°	mm.	Rend.	Criba N°	mm.	Esfer.
40	0.420	0.472	40	0.420	0.7966
50	0.297	0.565	50	0.297	0.8246
Muestra original		0.503	Muestra original		0.7972



*Morfoscopia de la muestra N° 2003. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 40, 0.420 mm.*



*Morfoscopia de la muestra N° 2003. Grados de redondamiento y esfericidad del material retenido en la malla N° 50, 0.297 mm.*

## Muestra 2001

Malla	mm.	Gram.	Ret.	Prom.	% ret.	acum.	P. t. p.	% P. t. p.	Went.	$\sqrt{2}$ Clas
8	2,380	0,274	0,726	0,500	1,66	1,66	29,500	98,34	2 - 1	2 - 1
10	2,000	0,214	0,263	0,238	0,79	2,45	29,262	97,55		
16	1,190	0,923	1,032	0,978	3,26	5,71	28,284	94,29		
20	0,840	2,029	1,909	1,969	6,56	12,27	26,315	87,73	1 - 1/2	1 - 0,5
30	0,590	3,561	3,473	3,517	11,72	23,99	22,798	76,11		
40	0,420	5,998	5,697	5,847	19,46	43,45	16,951	56,55		
50	0,297	9,401	9,617	9,504	31,60	75,05	7,447	24,95	1/2 - 1/4	0,5 - 0,25
60	0,250	3,398	3,302	3,350	11,16	86,21	4,097	13,79		
80	0,177	3,113	2,841	2,977	9,92	96,13	1,120	3,87	1/4 - 1/8	0,25 - 0,125
120	0,125	0,763	0,753	0,758	2,52	98,65	0,362	1,35		
170	0,088	0,103	0,097	0,100	0,33	98,98	0,262	1,02	1/8 - 1/16	0,125-0,062
Res	—	0,102	0,048	0,075	0,25	99,23	0,187	0,77		
		29,879	29,758							



## Muestra 2002

Malla	mm.	Gram.	Ret.	Prom.	% ret.	% acum.	P. t. p.	% P. t. p.	Went.	$\sqrt{2}$ Clas
8	0,238	0,220	0,136	0,178	0,59	0,59	29,822	99,40	2 - 1	2 - 1
10	2,000	0,066	0,212	0,119	0,39	0,98	29,703	99,00		
16	1,190	0,785	0,772	0,778	2,59	3,57	28,925	96,41		
20	0,840	1,940	2,074	2,007	6,69	10,26	26,918	89,72	1 - 1/2	1 - 0,5
30	0,590	4,114	4,318	4,216	14,05	24,31	22,702	75,67		
40	0,420	6,401	6,134	6,267	20,89	45,20	16,435	54,78		
50	0,297	9,850	9,344	9,597	31,99	77,19	6,838	22,79	1/2 - 1/4	0,5 - 0,25
60	0,250	3,334	3,485	3,404	11,34	88,53	3,434	11,44		
80	0,177	2,398	2,361	2,379	7,93	96,46	1,055	3,52	1/4 - 1/8	0,25 - 0,125
120	0,125	0,680	0,831	0,755	2,51	98,97	0,300	1,00		
170	0,088	0,106	0,154	0,130	0,43	99,40	0,170	0,56	1/8 - 1/16	0,125-0,062
Res	—	0,028	0,105	0,066	0,22	99,62	0,104	0,34		
		29,922	29,926							

## Muestra. 2003

Malla	mm.	lGram.	Ret.	Prom.	% ret.	% acum.	P. t. p.	% P. t. p.	Went.	$\sqrt{2}$ Clas
8	2,380	0,643	0,486	0,564	1,88	1,88	29,436	98,12	2 - 1	2 - 1
10	2,000	0,061	0,085	0,073	0,24	2,12	29,363	96,00		
16	1,190	0,935	0,718	0,826	2,75	4,87	28,537	95,13		
20	0,840	1,867	1,938	1,902	6,34	11,21	26,635	88,79	1 - 1/2	1 - 0,5
30	0,590	3,479	3,581	3,530	11,76	22,97	23,105	77,03		
40	0,420	6,248	6,212	6,230	20,76	43,73	16,875	56,27		
50	0,297	9,651	9,751	9,701	32,34	76,57	7,174	23,43	1/2 - 1/4	0,5 - 0,25
60	0,250	2,806	3,486	3,146	10,48	87,05	4,028	12,95		
80	0,177	3,340	2,567	2,953	9,84	96,89	1,075	3,11	1/4 - 1/8	0,25 - 0,125
120	0,125	0,714	0,635	0,674	2,24	99,13	0,401	0,87	1/8 - 1/16	0,125-0,062
Res.	—	0,212	0,190	0,201	0,67	99,80	0,200	0,20		
		29,956	29,649							

Muestra N°	Q <sub>3</sub>	DM	Q <sub>1</sub>	QDa	Ska	Sk	So	Log So
2001	0,580	0,395	0,297	0,141	+ 0,043	1,	1,406	0,14798
2002	0,590	0,400	0,298	0,146	+ 0,044	1,	1,406	0,14798
2003	0,550	0,400	0,296	0,132	+ 0,023	1,	1,363	0,13449

QDa: Demuestran apreciable desplazamiento entre los Q<sub>3</sub> y Q<sub>1</sub> con respecto al DM, los que ponen en evidencia las distintas clases de tamaños que integran esas muestras.

Sk: En todas las muestras el DM se desplaza hacia el Q<sub>1</sub>, con la asimetría de la curva granulométrica hacia la izquierda, es decir hacia los granos más gruesos.

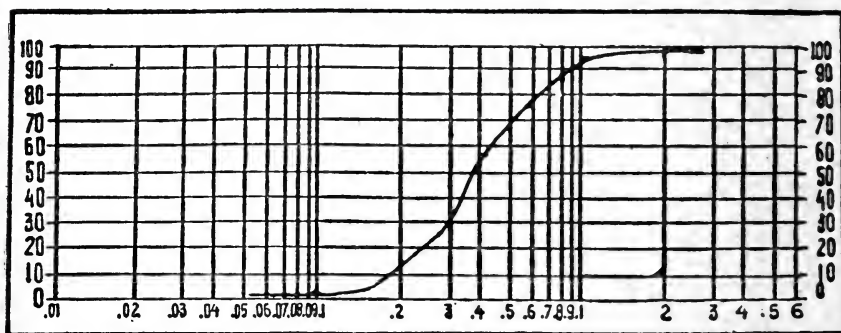
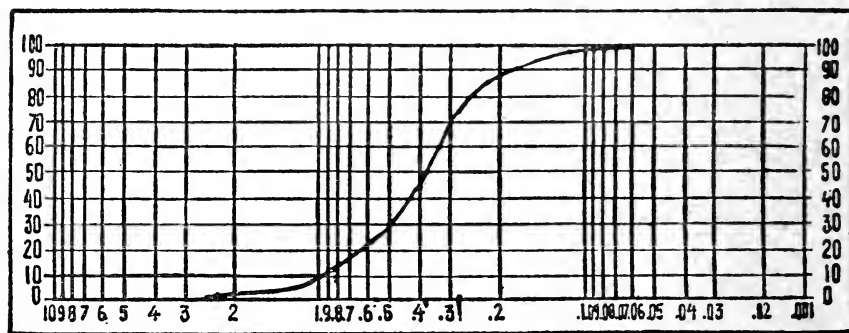
Sk: En todas las muestras la M se halla muy próxima al DM.

So: De acuerdo con Trask indicaría buena selección. Sin embargo la amplitud de la curva evidencia mayor cantidad de clases.

Log So: indican una selección muy parecida entre las tres muestras.

*Granulometría*

Las tres curvas acumulativas de los sedimentos estudiados se parecen a la lograda con la muestra denominada Fa. 2 de Pirajú (Vieira Carvalho, gráf. 4, pág. 58, con DM. de 0,4 mm. aproximadamente; Q3, de 0,6 mm. y Q1., de 0,32 mm.). La semejanza es mayor con la N° 2001 de Barra Bonita.

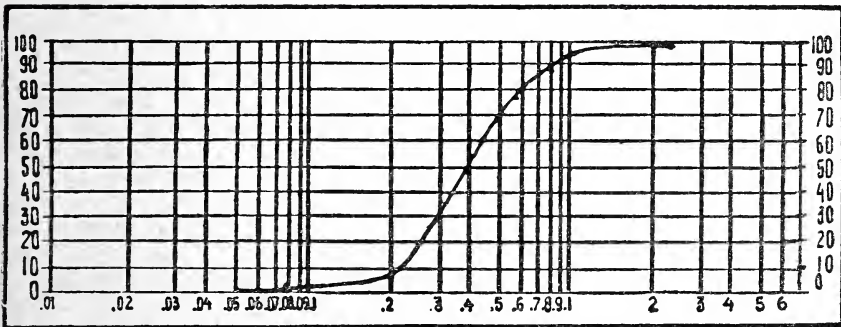
*Muestra N° 2001.**Arriba: Curva del porcentaje total que pasa.**Abajo: Curva acumulativa.*

Si se comparan los resultados obtenidos con los computados por Bigarella, pueden hallarse similitudes con la curva N° 1947 (arenitos subacuático da Serra Esperança, estado do Paraná, pág. 188).

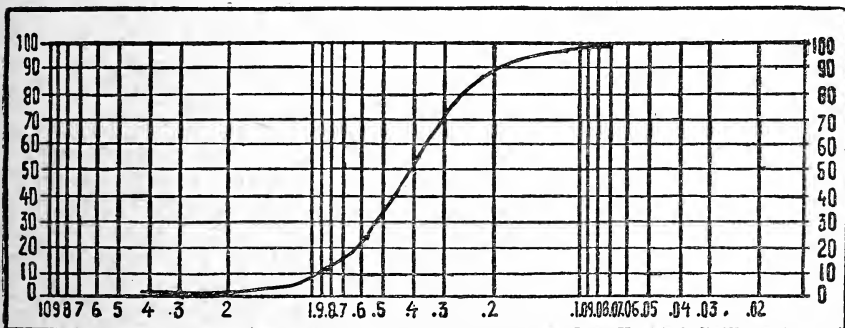
Bigarella	0,25 - 0,5 mm.	61,10 %	retenido
	0,125 - 0,25 "	18,46 %	"
Muhlmann	0,25 - 0,59 "	73,94 %	"
	0,125 - 0,25 "	12,44 %	"

La clase más frecuente en las tres muestras se halla retenida entre 0,420-0,297 mm. con 31,60 %, 31,99 % y 32,34 %, respectivamente; le sigue la clase retenida entre 0,420-0,590 mm., con 19,46 %, 20,89 % y 20,76 %. Adaptando la granulometría empleada a la escala de Wentworth, entonces la clase de mayor frecuencia se halla comprendida entre 1/2 y 1/4 mm., aproximadamente. Los resultados logrados en dos clases siguientes, hállese, una entre 1 y 1/2 mm., más

*Muestra N° 2002.*



*Arriba: Curva del porcentaje total que pasa.*



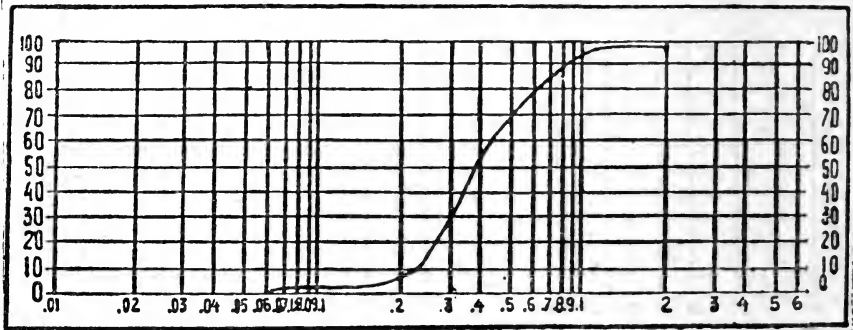
*Abajo: curva acumulativa.*

abundante, y otra entre 1/4 y 1/8, menos abundante. Y aplicando la escala  $\sqrt{2}$ , la clase de mayor frecuencia se halla comprendida entre 0,5 y 0,250 mm.; las dos clases siguientes: 1 y 0,5 mm. más abundante y 0,250 - 0,125 mm. menos abundante.

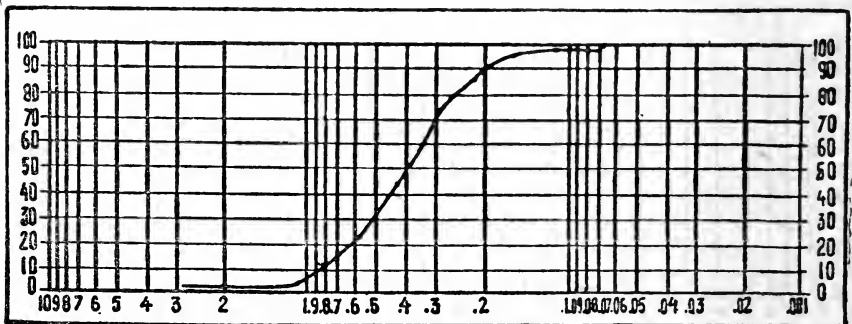
Se trata de una arena mediana con cierta tendencia a gruesa. Si bien Almeida expresa que el Botucatú es una arenisca de grano fino —de 48 muestras estudiadas en 1949 por Bigarella en varios estados, principalmente del Paraná, la textura media varía entre 0,06 a

0,25 mm- cerca del 70 al 90% corresponde a estos límites— en el material de San Pablo este porcentaje presenta un diámetro mayor entre 0,1 y 0,5 mm. Como se ve las arenas del río Tieté se ajustan más a este límite, que por otra parte se asemejan en ese aspecto a algunas muestras recogidas por Vieira de Carvalho. De acuerdo con Boswell las arenas eólicas más uniformes en ese país son las extraídas de Aberdeen, Montrose, Bamburgh, Hartlhepool y Blyth, las que con-

Muestra N° 2003



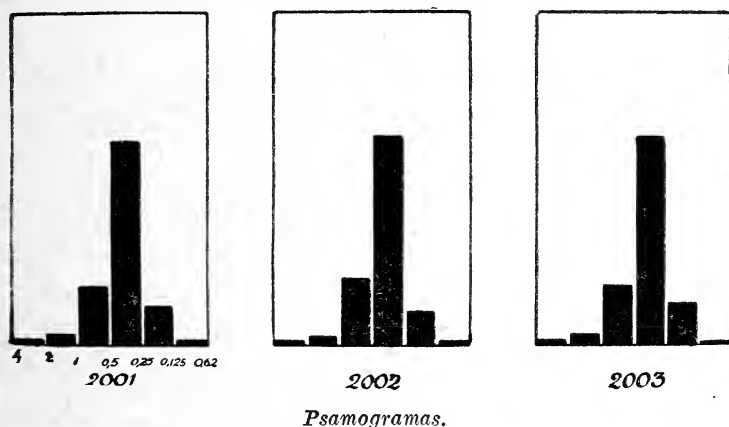
Arriba: Curva del porcentaje total que pasa.



Abajo: Curva acumulativa.

tienen más del 90 por ciento de granos entre 0,25 y 0,5 mm de diámetro, junto, con 0,5-3,5 por ciento entre 0,1 y 0,25 mm de diámetro. La proporción de los granos más finos en esas arenas es frecuentemente más del 2,5 por ciento, excepto en Aberdeen, donde la arena eólica contiene 3,5 por ciento de granos menores de 0,1 mm. de diámetro. Las arenas eólicas de Curraclloe (Rosslare), Lowestoft, Ballycastle (Co. Antrim), Sutton, Culbin y Coalisland (Lough Neagh) no son muy uniformes; las primeras cuatro contienen entre 80 y 90 por

ciento de granos entre 0,25 y 0,5 mm. de diámetro y las últimas dos contienen entre 70 y 80 por ciento. Como podrá apreciarse, las arenas del río Tieté con 73.94 por ciento entre 0,25 - 0,59 mm. se acercan mucho a la textura de este material sedimentario, pero no hay que olvidarse que han sido trabajadas por la erosión de las aguas y posiblemente contaminadas. Pero además Gonzaga de Campos describe arenas de granulometría mediana hasta gruesas como pertenecientes a la formación del Botucatu.



#### *Muestra 2001*

*Color.* — Amarillento-rojizo, con granos de un tono más subido y algunas partículas incoloras.

*Aspecto.* — Heterogéneo en tamaño y forma de los minerales; áspera al tacto, con diminutos rodados irregulares hasta redondeados muchos de ellos tiznados de limonita.

*Estructura* (observación al microscopio binocular). — Tomada la muestra en conjunto se observan como se entremezclan los numerosos granos de arena con algunos de gravilla y grava, con un porcentaje muy elevado de recubiertos de limonita en pátinas de distintos espesores. En algunos, los velos de limonita se incrustan en forma de cicatrices y en otros, los envuelven parcial o totalmente. Pero también sobresalen granos lípidos, translúcidos; otros opalescentes, de distintos tamaños, redondeados perfectos, picados erosionados; subredondeados y otros menos irregulares (cuarzo, algunos zirrones y granates). En algunos, de una morfoscopía subredondeada-subangular puede deducirse como el grano ha ido cambiando de forma, pues existe un predominio de un contorno suave y picado sobre el cual ha

ido progresando la angularidad o irregularidad provocada por el agente erosional. Trátase, no hay duda alguna, de granos trabajados por la acción eólica y re trabajados por la dinámica fluvial. Los granos de color se hallan escasamente representados, algunos desgastados, redondeados en parte (turmalinas), otros poco facetados, con las caras parciales del octaedro (magnetita) y finalmente otros, muy oscuros y escaleriformes (hornblenda).

#### Porcentaje de minerales

Pesados .....	0,5245 %
Livianos .....	99,4755 %

#### Estudio al microscopio de polarización

*Minerales pesados.* — Magnetita, Leucoxeno, Granate (Grosularia), Zircón, Rutilo, Rubellita, Dravita, Estauroлита, Sillimanita, Hornblenda común, Hornblenda basáltica, Arfevdsonita.

*Minerales livianos.* — Cuarzo, calcedonia, microclino, ortosa.

Detállanse solamente las características que pueden tener importancia para su génesis.

*Magnetita.* — Representa el mineral predominante entre los pesados, poco subredondeados, en su mayoría irregulares, algunos conservando las caras especulares del octaedro, índice elocuente de que provienen estos últimos de rocas madres cercanas.

*Granate (Grosoluria).* — Incipientemente anisótropo; blanco-rosa; desgastado; en muchos de ellos la fractura concoidal tan característica en este mineral, se ha borrado gradualmente, para dejar ver contornos menos accidentados, más suaves hasta alcanzar en variados granos la forma esférica.

*Zircón.* — Algunos pocos zircones conservan su forma original, pero otros, dentro de su hábito prismático bipiramidado, han limado sus aristas; en los casos más extremos se han transformado en granos redondos, esmerilados, con un desgaste de microscópicas picaduras propio de la erosión eólica. En algunos es posible observar nítidamente la estructura zonada descrita por Brammall, en las especies de Dartmoor, que se mantiene en el proceso progresivo de redondeamiento.

*Dravita y Rubellita.* — Abundantes, con intenso pleocroismos dentro de las variedades, especialmente castaño, amarillo oscuro, rosa y rojo oscuro, con un porcentaje mínimo conservando sus bordes del



prisma parcialmente desgastado hasta llegar a las que se van haciendo redondeadas como las turmalinas de las areniscas de St. Peter, Minnesota.

*Estaurolita*. — En granos redondeados e irregulares, amarillos, suavemente oscuros, con regular pleocroismo hasta con un principio de decoloración en X, con abundantes inclusiones negras, posiblemente de materia carbonosa.

*Sillimanita*. — Granos sumamente característicos; la mayoría conservando su hábito prismático, a veces con estriaciones verticales y la cara (001) ligeramente roma. En algunos preparados destácanse por su abundancia.

#### *Arfvedsonita*

*Hornblenda común y basáltica*. — Granos irregulares, bien clivados; verde botella oscuro y castaño intenso, con discreto pleocroismo y ángulo de extinción variable entre 7 y 27°.

#### *Minerales livianos*

*Cuarzo*. — Es el mineral predominante de este material sedimentario. Es interesante observar un porcentaje bastante apreciable de granos de cuarzo redondeados y subredondeados, frente a otros en proporción ligeramente inferior, cuyos bordes oscilan entre irregulares y cortantes. Los hay transparentes, opalescentes, esmerilados, con diminutos hoyuelos, estos últimos característicos de la erosión eólica y otros en que combinan este detalle con infractuosidades que permiten deducir una posterior dinámica fluvial. Ofrecen muchos granos de cuarzo un índice de refracción aparentemente superior a 1.552, debido a la película de limonita, a veces muy acentuada, que parcial o totalmente cubre su superficie, concentrándose en algunos granos en accidentadas cicatrices. Observáronse granos de cuarzo cataclástico, algunos pseudobiáxicos y con polarización rotatoria, otros con corrosiones y bordes engolfados con inclusiones gaseosas y también de dravita y schorlita o con agujas de sillimanita y con ilmenita parcialmente alterada en leucoxeno y hematita.

*Ortosa*. — Muy pocos granos, irregulares, parcialmente kaolinizados, algunos como fragmentos de la geminación de acuerdo a Carlsbad.

*Microclino*. — Muy pocos granos, irregulares, con las maclas de la albita y periclino no siempre bien reconocibles por un acentuado avance de la kaolinitización.

*Muestra 2002*

*Color.* — No difiere de la anterior.

*Aspecto.* — Con características muy semejantes a la muestra 2001.

*Estructura* (observación al microscopio binocular). — Ofrece características semejantes a la muestra 2002.

*Separación de minerales*

Pesados .....	0,4455 %
Livianos .....	99,5545 %

Si bien la observación del material pesado a través del microscopio de polarización reveló en las especies de minerales identificados, detalles semejantes a los descriptos en la muestra 2001, cabe destacar que, con respecto al granate, se puede establecer en su morfología, que facilita su petrogénesis, la siguiente clasificación:

- 1) Redondos, o de contornos suavemente redondeados, intensamente desgastados.
- 2) Irregulares.
- Granates 3) Con engolfaduras.
- 4) Con clivaje.
- 5) Con crecimiento.

En los granates (Grosularia) de forma redondeada se observan diminutas picaduras, índice elocuente de su viaje eólico, a veces desgastadas en forma no del todo uniforme, lo que permite inferir que han sufrido otro u otros procesos erosionales, es decir, han sido retrabajados. En los granates con crecimiento, se distingue la zona agregada por una leve diferencia en la intensidad del color.

En los minerales livianos, el cuarzo no ofrece mayores diferencias con relación a los observados en la muestra 2001. Pero en algunos llama la atención la cantidad de diferentes inclusiones: en un grano de 0,22 mm. encontráronse cinco inclusiones de turmalina, variedad schorlita, oscilando sus tamaños entre 0,03 y 0,01 mm. con pleocroismo muy marcado, desde el incoloro al negro. Teniendo en cuenta la clasificación practicada por los rusos, el cuarzo con estas características pertenece al segundo grupo de esa sistemática e indica un aporte proveniente de rocas eruptivas y filonianas. Halláronse también granos con inclusiones sumamente pequeñas de apatita; cuarzo con agujas finas y largas, individuales o entrecruzadas de sillimanita; también con burbujas redondeadas o ligeramente alargadas, ordena-

damente paralelas entre sí. Estas burbujas aparecen como sobrepuestas en relieve y brillantes a luz refleja, y en otros estas burbujas, líquidas o gaseosas, se hallan dispuestas diagonalmente. Para los rusos, estas inclusiones revelan la procedencia de rocas eruptivas y filonianas. Halláronse también granos con inclusiones combinadas de turmalinas y pequeñas burbujas de color castaño.

Con respecto a la relación cuarzo-feldespatos, el autor, en otro trabajo, pudo establecer la siguiente proporción:

<u>Cuarzo</u>	<u>96-98 %</u>	<u>Microlino</u>	<u>2-2,5 %</u>
Feldespatos	1-2,5 %	Ortosa	0,5-1 %

#### Muestra 2003

*Color.* — No ofrece variaciones con respecto a las muestras descritas.

*Aspecto.* — De aspecto semejante a las anteriores.

*Estructura* (observación al microscopio de polarización). — Con características afines a las estructuras ya relatadas.

#### Porcentaje de minerales

Pesados .....	0,4255 %
Livianos .....	99,5745 %

*Minerales pesados.* — Magnetita, Leucoxeno, Granate (Grosularia), Zircón, Rutilo, Rubellita, Dravita, Andalusita, Estauroлита, Sillimanita, Monacita, Hornblenda común, Hornblenda basáltica, Epidoto.

*Minerales livianos.* — Cuarzo, Microlino, Ortosa.

Se omite la descripción de las especies minerales por no ofrecer mayores diferencias a las ya conocidas.

#### Composición mineralógica

	Muestras		
2001	2002		2003
Magnetita	Magnetita		Magnetita
Leucoxeno	Leucoxeno		Leucoxeno
Granate	Granate		Granate
Rutilo	—		Rutilo
Zircón	Zircón		Zircón

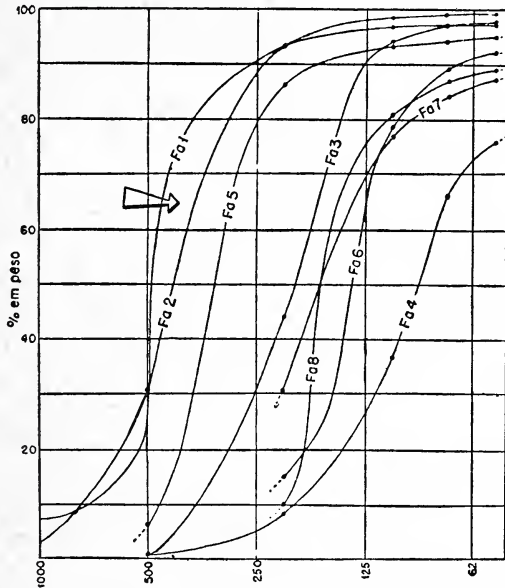
2001	2002	2003
Rubellita	Rubellita	Rubellita
Dravita	Dravita	Dravita
Estauroлита	Estauroлита	Estauroлита
Sillimanita	—	Sillimanita
—	—	Andalusita
—	Monacita	Monacita
Hornblenda común	Hornblenda común	Hornblenda común
Hornblenda basáltica	Hornblenda basáltica	Hornblenda basáltica
Arfevdsonita	—	—
—	Cianita	—
—	—	Epídoto

*Estudio mineralógico comparativo*

Desde el punto de vista mineralógico existen semejanzas entre el material sedimentario estudiado por el autor con las areniscas del Botucatú investigadas por Vieira de Carvalho, en Sao Paulo; con las areniscas de la formación Botucatú en Río Grande do Sul y Tacuarembó, en Uruguay, analizadas por Goñi y Delaney y las areniscas del Botucatú, en el estado de Paraná, investigadas por Almeida y Bigarella. No sólo se encuentran muchas de las especies descriptas, sino que además presentan una morfoscopía muy parecida.

*Turmalinas.* — Vieira de Carvalho ha encontrado abundantes turmalinas de las variedades dravita más que de rubellita e indocolita, subtriangulares, prismáticas y bien redondeadas en las extremidades. Goñi y Delaney describen turmalinas de intenso pleocroismo, como perfectamente redondeadas en las variedades dravita, schorlita, cromoturmalinas, indicolita y rubellita, de aspecto rayado pulido, provenientes, dicen, fundamentalmente de la erosión de turmalinitas o pegmatitas (granitos pegmatoides). Almeida y Bigarella hallaron turmalinas con 14 variedades de pleocroismo, también redondeadas, sufriendo un crecimiento posterior y suponen que existe una contribución directa de rocas precámbricas. Existen evidentes semejanza con la dravitas y rubellitas y posiblemente algunas schorlitas, con intenso y variado pleocroismo, prismáticas hasta perfectamente redondeadas descriptas por Muhlmann en las arenas del río Tieté. Se presentan dudas con respecto a la existencia de la indicolita halladas por los otros autores, pues a veces las schorlitas en su pasaje pleocroico toman una tonalidad azulada, sobre todo en los granos de cierto espesor que depende de la proporción de hierro que encierra sus moléculas.

*Zircón.* — Vieira de Carvalho individualizó granos ovalados o prismáticos, con las extremidades bien redondeadas, en porcentaje apreciable en todas las granulometrías, asociado frecuentemente al rutilo y al granate. Goñi y Delaney lo encontraron terminados o no en pirámides y hasta zonados, los que aparecen abundantemente distribuidos en las facies mineralógicas del Botucatú. Almeida y Bigarella ponen de relieve la presencia de zircones erosionados subredondeados,



La flecha indica la curva acumulativa de la Muestra Fa2 de Pirajú, obtenida por Vieira de Carvalho, semejante a las curvas acumulativas logradas por Muhlmann en los sedimentos recogidos en el Río Tieté, zona de Barra Bonita.

picados por la acción eólica. Poco puede agregar Muhlmann a las descripciones de los científicos nombrados acerca de los zircones del río Tieté, a no ser su forma predominantemente redondeada y algunos con la estructura zonada descriptas en las especies de Dartmoor.

*Rutilo.* — Vieira de Carvalho encontró granos prismáticos, con ángulos redondeados, rojizos. Goñi y Delaney los relatan generalmente fusiformes, castaño-rojizo o castaño claro, en pequeña proporción. Almeida y Bigarella los mencionan entre los más comunes. Muhlmann individualizó muy pocos ejemplares castaño-rojizos, prismáticos, de bordes redondeados.

*Estaurolita.* — Vieira de Carvalho la encontró en todas las granulometrías, anguloso, variable de castaño a incoloro. Goñi y Delaney le atribuyen, juntamente con la turmalina y el zircón, valor caracte-

rístico para distinguir las facies mineralógicas dentro del Botucatú: amarillo, sin forma cristalina. Almeida y Bigarella no mencionan la presencia de este mineral. Las estaurolitas halladas por Muhlmann en el Tieté difieren parcialmente a las descritas, porque también las hay redondeadas, de regular pleocroismo e inclusiones negras, en algunos gramos, posiblemente de materia carbonosa.

*Granate.*— Vieira de Carvalho encontró gran variedad de formas, desde angulosa a redondeada, predominando los incoloros sobre los rojizos y asociado al zircón. Goñi y Delaney lo señalan cristalino, fracturado, corroído y raramente redondeado, como variedades de grosularia, almandino y espessartita, como provenientes de rocas metamórficas, especialmente de esquistos y gneisses y también probablemente, de la mineralización de contacto. Almeida y Bigarella lo señalan como escaso y subredondeado. Muhlmann en el río Tieté los halló incipientemente anisótrpos, incoloro-rosados, del tipo Grosularia, con fractura concoidal, desgastados hasta tomar la forma redondeada y con la morfoscopia descripta anteriormente.

*Cianita.*— Vieira de Carvalho no indicó su presencia. Goñi y Delaney coinciden con Almeida y Bigarella al señalar su escasez, lo que está de acuerdo con Muhlmann que sólo lo diagnosticó en la muestra 2002.

*Epidoto.*— Fue hallada por todos los autores nombrados y Goñi y Delaney en forma de pistacita.

*Andalusita.*— Únicamente fue señalada su presencia por Muhlmann y sólo en la muestra 2003. Pero su indicación tiene importancia por su posibilidad de formar asociaciones con el granate, la cianita y la estaurolita en las rocas metamórficas.

*Monacita.*— Fue identificada por Vieira de Carvalho y por Muhlmann; en ambos casos escasamente representada.

Estas semejanzas todavía se acentúan con respecto a los minerales livianos. Vieira de Carvalho halló muestras con 93 por ciento de cuarzo y 4 por ciento de feldespatos. Los primeros bien redondeados los de mayor tamaño, hasta subredondeados y angulosos. los de menor tamaño, recubiertos de una película rojiza; los feldespatos, redondeados a subangulares, incoloros, raramente con velos rojizos, casi todos sin alteraciones, con ortoclasa parcialmente descompuesta. Almeida y Bigarella destacaron en los sedimentos del Botucatú, cuarzo en una proporción del 94 por ciento y feldespatos que no exceden

raramente del 5 por ciento (4). Los granos más grandes se presentan redondeados, picados por la erosión eólica y un pigmento ferruginoso cubre la superficie de los granos, siendo generalmente responsables del color del sedimento.

No se puede tomar en cuenta el cuarzo de las investigaciones de Goñi y Delaney, porque ha sido modificado por la silicificación al formar parte de las areniscas. Muhlmann encontró un 96-98 % de cuarzo y feldespatos en una proporción 1-2,5 % (microlino 2-2,5 %; ortosa 0,05-1 %) que se asemejan a los descritos por los otros autores en su aproximada proporción, morfoscopía y a las pátinas de limonita que los cubren en elevada proporción. Aunque Muhlmann ha agregado a ello, su posible origen, identificado en las inclusiones descritas.

(4) El porcentaje del cuarzo lo deduce el autor: el trabajo original consigna que es una arenisca cuarzoza con feldespatos que no exceden del 5 % y minerales pesados inferiores al 1 %.





## BIBLIOGRAFIA

- Almeida, F. M. Des Trias, de Sud. Amer. Cong. in. Geol. Mex. 1936.
- Bigarella, J. J. Cont. a petrog. dos aren. da serie de Sao Bento, Arb. Biol. Teen. V.4 art. 17. Curitiba 1949.
- Conselho Nacional de Geografia. Aspectos Geográficos da Terra Bandeirantes, Simposio, 1954.
- Dakeel. Tde prob of tde St. Peter sandstone. Bull. Univ. Mis. Vol VI. 1921.
- Folk, R. L. Stage of tex. mat. in. sed. rocks Jour. Sed. Pet. vol 21, N°. 3 1951.
- Gonzaga de Campos, L. F. Rec. da zon. comp. entre Bauru e Itapura E. F. Noroeste de Bras. Tip. Ideal S.P. 1905.
- Frois Abreu, Silvio. Excurs. ao div. Tieté Paranapanema. Geol. e geog. da reg. C.N.G. Bol. Geo. año IV, N° 212 R. de J. 1946.
- Gofi, J. C. y Delaney, P. V. Est. est. dos min. pes. da formacao Botucatu, Rio Grande do Sul (Brasil) e Uruguai. Bol. Univ. do Paraná Inst. de Geol. Curitiba Par. Geol. N° 6. 1961.
- Instituto Geográfico y Geológico do Estado de Sao Paulo. Carta hipsométrica del Est. Sao Paulo, 1943-1947.
- Leins, V. Cont. a geol. des derram, basal. no sul do Brasil. Fac. Fil. Cienc. Letr. Univ. Sao Paulo, Bol. 103, Geol. a. 5 VII, S.P. 1949.
- Maack, R. Alg. obser. a. res. da exist. e da exten. do. aren. sup. Sao Bento ou Caia no est. do Paraná Arq. vol. 1. Art. V. 1941.
- Milner, H. B. Sedimentary Petrography, London, 1929.
- Muhlmann, M. M. Estud. de las arenas, Rep. Argent. Tesis Ined. Museo La Plata, 1943.
- Muhlmann, M. M. Est. de las arenas de Mar del Plata. Museo Arg. de Cien. Nat. 1945.
- Muhlmann, M. M. Estudio de las arenas del Río Cuarto, Córdoba. Inst. Agr. Arg. 1947.
- Muhlmann, M. M. Estudio de las arenas de la Laguna de Gómez, Prov. de Bs. As. An. Soc. Cient. Arg. E.111, T.CELV, 1948.
- Muhlmann, M. M. Arenas para metalurgia, Anales Soc. Cient. Arg., E.111, T.CL. 1946.
- Muhlmann, M. M. Est. de las arenas de Junín, Prov. de Bs. As. Com. Nac. de Cult. 1946.
- Muhlmann, M. M. Est. de los médanos y sus arenas del campo San Rodolfo, Prov. de Entre Ríos, Per. Leg. 1955.
- Muhlmann, M. M. El suelo medanoso de Junín, prov. de Bs. As. en IDIA, res. 1960.
- Muhlmann, M. M. Import. cient. econ. y soc. de alg. aren. arg. Anal. Acad. Arg. de Geog. Bs. As. N° 3. 1959.
- Muhlmann, M. M. Explor. psamolog. en el estado de Sao Paulo, Anal. Soc. Cient. Arg. E.1 y 11, T.CLXXII, 1961.
- Muhlman M. M. Explor. psamol. no Estado de Sao Paulo, Brasil. Bol. Geogra. Cons. Nac. de Geogra. Río de Janeiro. Año XX N°. 170, 1962
- Ozorio de Freitas, R. Areias Rec. da Praia Grande S.P. Ana. Acad. Bras. de Cien. N° 2, V. 23, Rio de Janeiro, 1951.
- Ozorio de Freitas, R. Areias rec. do Guarujá S. P. Acad. Brasil de Cien. N° 12, V. 23. Rio de Janeiro, 1951.
- Ozorio de Freitas, R. Comp. e gran. da Sao Sebastiao, S.P. Sao Paulo, 1951.
- Ozorio de Freitas, R. Comp. e gran. da praia Bertiooga, S.P. Sao Paulo, 1951.
- Ozorio de Freitas, R. Sed. Est. e tec. da serie Bauru. (Est. Sao Paulo), Fac. Fil. Cien. e Let. Boll 194. Geol. N° 14, 1955.

- Rittenhouse, G. Grain roundness, A valua. geol. tool. Bull. Am. Ass. Pch. Geol. V. 30, N° 7. 1946.
- Ruellan F. Aspect. geom. do lit. bra. no estr. comp. ent. Santos e o rio Doce. Bol. da Assoc. dos geog. Bra. N° 4, S. Paulo, 1944.
- Pettijohn, F. S. Sedimentary Rocks, New York, 1940.
- Searle, A. B. Sands and Cruseed Rocks. London. 1923.
- Thiel. Arenas de Mt. Peter. Bull. Geol. Soc. Amer. v. 46. 1935.
- Vieira de Carvalho, A. M. Cont. do Est. Petr. do aren. Botucati no est. Sao Paulo. Bol. da Soc. Bras. de Geol. v. 3. N° 1, 1954.
- Wentworth. C. K. Met. for. comp. mech. comp. typ of sed. Bul. Geol. Soc. Am. v. 40. 1929.

## BIBLIOGRAFIA

### *APPLICATIONS DES SCIENCES NUCLEAIRES. DANGERS DES RADIATIONS ATOMIQUES. ELEMENTS DE PROTECTION.*

Raymond Devurer. 116 p. XXVII tablas, 10 fig. 1961.

Gauthier Villars & Cia. París

La fuerza atómica constituye para el hombre moderno una fuente de energía que poco a poco está dominando al mundo. Los principios de esta misteriosa fuerza fueron descubiertos en 1895 cuando el Dr. Röntgen encontró los rayos X que podían penetrar las materias sólidas.

Al año descubrió Becquerel la radiación natural. María Curie aisló la radio en 1898 y hubo después trabajos de Rutherford, Soddy, Geiger y muchos otros.

Pero que progresos hubo, hasta que se realizaron las cargas explosivos que destruyeron a las ciudades japonesas de Hiroshima y Nagasaki!

En medicina, se ha adelantado mucho, en el tiempo que ha pasado, desde que en 1897, se aplicó la radio para curar los tumores, y ya en 1940 comenzó el tratamiento con radio-isótopos para fines medicinales.

El libro del doctor Devoret nos presenta la historia del desarrollo de los estudios atómicos y la protección que hay contra los peligros inherentes a la aplicación de la fuerza atómica, empleando para esto cinco partes, cada una de varios capítulos.

Primero nos deja ver las propiedades físicas de las radiaciones nucleares; sigue una parte mostrando las lesiones provocadas por la radiación. La tercera parte trata de la influencia actual de las radiaciones sobre la población de Francia.

Después vemos la exposición profesional de las radiaciones y finaliza con la reglamentación de la prevención de las lesiones y la reparación de daños causados por la radiación.

Las tablas ayudarán lo mismo que las figuras, para comprender el curso de las explicaciones de la obra.

Guillermo Hoxmark.

### *DIVISION OF LABOR IN CELLS.*

G. H. BOURNE. Octubre 16, 1962. 248 p., 88 fig.

Academic Press. New York y London.

Una vez en el lejano pasado de la tierra, grupos de moléculas respondiendo a fuerzas eléctricas y de la superficie, fueron orientadas en un camino que producía una membrana. De esta membrana se formó un día un vesículo y después otros y de esta manera se formó la potencialidad para el desarrollo de estructuras vivientes.

El libro de Bourne se ocupa con las relaciones entre las estructuras y la composición química y bioquímica de células en general y de algunos tipos especializadas de células. La obra planeada como una síntesis breve de ciertos aspectos de la moderna biología de células, lo que puede proveer algún fondo para estudiantes graduados en biología y anatomía y también una base morfológica para estudiantes graduados en bioquímica.

La división de labor de las células se muestra por la forma en la cual varias partes de la célula ejecutan importantes, pero diferentes funciones, de acuerdo al trabajo para la cual cada una está estructuralmente y químicamente constituida. La división de labor en células es un estudio que provee problemas diversos experimentales y teóricas. Por medio de técnicas nuevas se ha iluminado considerablemente la complejidad de la estructura de la célula y su función, pero todavía hay mucho para aprender, ya que muchos descubrimientos sirven principalmente para abrir nuevas vistas para indicar otros problemas que deben tener una solución.

Hay ocho capítulos y un índice, ilustrado por 88 figuras de células humanas los que serían de muy grande utilidad para los técnicos en la materia.

Guillermo Hoxmark.

#### TIME CELLS AND AGING.

B. L. Strehler 270 p., 54 fig., XXIV tablas. 1962.  
Academic Press New York y London.

Los humanos son curiosos con respecto a la muerte que espera a todos, separándonos de las relaciones y familias para siempre. La obra de Strehler nos muestra una parte de la lucha, que los hombres de ciencia están conduciendo contra el progreso de la debilidad del cuerpo humano mostrando que las células son la base de la vida en general.

El nos presenta una síntesis del conocimiento de la biología de las células y el papel que tiene en el aspecto fisiológico del hombre y de otros animales.

En diez capítulos, el autor desarrolla los resultados de sus investigaciones. Comienza con la deformación y el origen de cambios producidos por la edad y emite algunas teorías sobre la mortalidad.

Tenemos después un capítulo sobre los efectos, aproximados, de la decadencia de la célula y sus teorías con respecto al mecanismo de la vejez celular; seguido por preceptos sobre la decadencia de la célula.

Termina la obra con algunas indicaciones actuales y de las futuras.

Hay muchas páginas de referencias y también un índice de autores y de las materias.

Las tablas (24) serán de mucha ayuda para comprender el curso de la investigación efectuada, lo mismo que las figuras.

Guillermo Hoxmark

Ajello, L.; Georg, L. K., Kaplan, and Kaufman, L.- *Laboratory Manual for Medical Mycology*. U.S. Department of Health, Education and Welfare. Public Health Service. Communicable Disease Center. Atlanta 22, Georgia.

Este manual es un elemento de primer orden en el laboratorio especializado, en donde el técnico encontrará todos los detalles de actualidad, desde la recolección del material de las lesiones y los exámenes microscópicos, hasta los cultivos, inoculaciones y reacciones serológicas, necesarios para llegar a un diagnóstico micológico correcto.

Este Manual contiene nueve secciones y un Apéndice. La primera sección está consagrada a la introducción a la Micología Médica, y las restantes a las micosis superficiales, cutáneas, subcutáneas y profundas. En la última sección se dan detalles sobre las técnicas para el estudio de los anticuerpos mediante la fluorescencia.

Los autores de este Manual tienen ya una larga experiencia y son mundialmente conocidos por sus trabajos de investigación en el campo de la Micología Médica.

P. Negroni.

Elizabeth L. Hazen and F. Curtis Reed. *Laboratory identification of pathogenic fungi simplified*. Charles C. Thomas. Publisher. Springfield. Illinois. U. S.A. Second Edition, 1960.

El lector encontrará en este libro, con numerosas y excelentes ilustraciones los datos útiles para el diagnóstico de las micosis superficiales y profundas. Capítulos destinados a *Microsporum*, *Trichophyton* y *Epidermophyton*, entre las primeras y los que tratan de la actinomicosis, nocardiasis, blastomicosis, moniliasis, coccidomicosis, cryptococosis, histoplasmosis, aspergilosis, esporotricosis, y cromocosis, entre las micosis profundas, constituyen un volumen muy bien presentado. Los autores dedican la última parte a los hongos contaminantes, medios de cultivo y, finalmente, a la bibliografía.

P. Negroni.

SABOURAUDIA. Journal of the International Society for Human and animal Mycology. Editor: E. & S. Livingstone. LTD. Teviot Place, Edinburgh, Scotland.

Con este título, destinado a recordar al gran maestro de la micología médica, acaba de publicarse el primer número de la revista de la Sociedad Internacional de Micología Humana y Animal. La idea de formar esta sociedad nació en Pa-

ris el Martes 6 de julio de 1954, estando reunidos micólogos de varios países con motivo del Congreso Internacional de Botánica. La Comisión Directiva, trabajó activamente durante varios años para elaborar su estatuto. Sus miembros están distribuidos en cuarenta y cinco países y esta Revista, cuyo Director es el Dr. J. C. Gentles, cristaliza tan laudable esfuerzo.

En el primer número de Sabouraudia aparecen trabajos sobre *Cándida*, *Cryptococcus neoformans* y otros hongos levaduriformes aislados del organismo humano y animal, así como estudios sobre *Trichophyton* y *Microsporium*.

Esta revista es, pues, un elemento bibliográfico de primer orden para el dermatólogo, el epidermiólogo y otros médicos especializados.

P. Negroni.

C. Ferrari-F. G. Tricomi- "Aerodinámica Transónica". Consiglio Nazionale delle Ricerche - Monografie Matematiche - Publicación N° 10 - XV + 632 pgs. Edizioni Cremonese - Roma 1962.

Esta muy completa obra de Ferrari y Tricomi contiene extensa exposición de los resultados más recientes en el campo de la aerodinámica supersónica haciendo se uso en la misma de alta técnica matemática. En este sentido los autores han tenido la precaución de dotar al libro de extenso tratamiento de los tópicos de ecuaciones en derivadas parciales y funciones especiales para su cabal comprensión. De la parte matemática podemos decir que la erudición y lúcido estilo de Tricomi la hacen útil aun como referencia independiente del resto del libro. Comenzando con los fundamentos sobre ecuaciones del movimiento y principios de la termodinámica en el siguiente capítulo son expuestas las características fundamentales del flujo supersónico. Tras amplio estudio de las ecuaciones básicas de la aerodinámica (y en particular la debida al mismo Tricomi) siguen múltiples aplicaciones a lo que los autores denominan problemas aerodinámicos directo e inverso según se trate de fijar la función de corriente partiendo de un contorno dado o recíprocamente. Esta es la parte medular del tratado y por cierto de muy rico contenido. En sucesivos apéndices se exponen las principales propiedades de las funciones hipergeométricas y se tabulan coeficientes que aparecen en la solución de Cherry de un caso del problema inverso.

La cuidada presentación editorial realza la obra de por sí magnífica de y consulta obligada para todo interesado en el tema.

Carlos Raitzin.

K. Magnus: "Schwingungen". 251 págs.  
B. G. Teubner, Stuttgart, 1961.

Constituye la presente una obra muy recomendable como introducción a tema. En el capítulo inicial analiza las diversas representaciones de los fenómenos oscilatorios y ensaya una clasificación de los mismos. Esta última es desarrollada a lo largo del libro mereciendo sucesivamente la atención del autor las vibraciones libres, los sistemas autónomos y no autónomos, las vibraciones forzadas y los osciladores acoplados. De particular valor didáctico resulta la rica colección de ejemplos mecánicos mereciendo asimismo mención la inclusión de todos aquellos datos que pudieran facilitar la labor del especialista al encarar numéricamente un problema concreto. Numerosos ejercicios bien seleccionados contribuyen a hacer de la presentación del Prof. Dr. Magnus un sólido fundamento para estudios más avanzados.

Carlos Raitzin.

Max Hartmann Introducción a la Biología General. Sus problemas filosóficos Fundamentales. Traducción del alemán al español por Hugo E. Simoni. Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana. México, 1960. VIII + 136 páginas.

Destacaremos algunos pasajes de este pequeño libro.

Dice Hartmann que una caracterización y una limitación de los sistemas de los seres vivos con la ayuda solamente de la química es, en el estado actual de la investigación biológica, de la ley de casualidad y de la inducción exacta que se ha logrado progresos sólidos; pero no hay que olvidar que los seres vivientes forman una construcción de orden más elevado que la que presentan los sistemas no vivientes, y exigen determinaciones categoriales propias.

Actualmente el límite alcanzado como separación entre lo viviente y lo no viviente está representado por los virus, los genes y los cromosomas, es decir, por sistemas de nivel biomolecular. Estamos lejos de la comprensión cabal de estos sistemas.

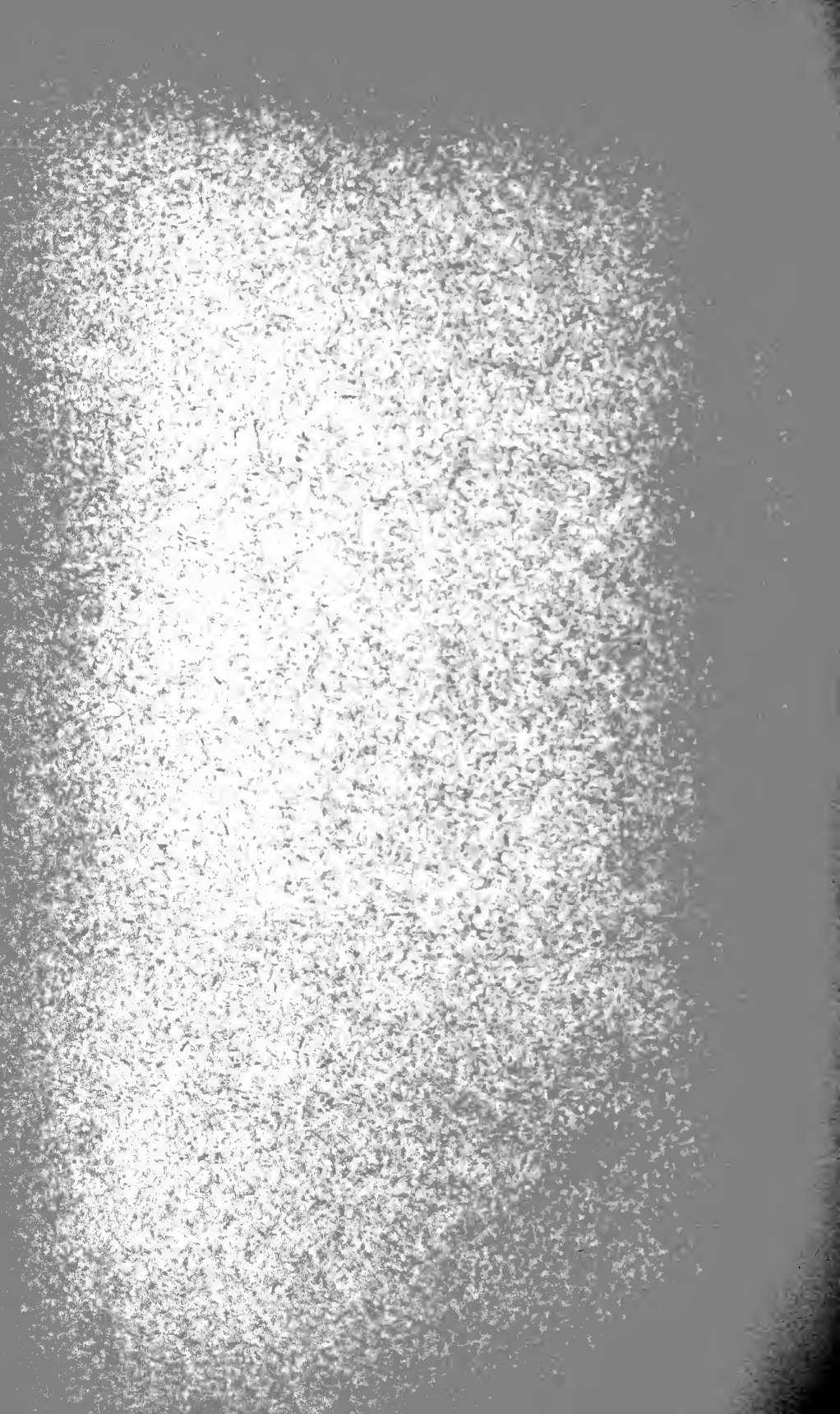
Hartmann revé críticamente el contenido de las doctrinas y teorías biológicas (mecanicismo, vitalismo), así como los métodos de trabajo (inducción generalizante, inducción exacta) y los resultados obtenidos y los problemas subsistentes.

M. Valentinuzzi.

INDICE GENERAL DEL TOMO CLXXVI

	Pág.
ING. CIVIL J. MAMRUTH. — Contracciones en canal trapecial en régimen supercrítico estudio experimental .....	3
E. DISTEFANO, N. FRAIDENRAICH. — Conductividad eléctrica de gases parcialmente ionizados .....	45
F. DANON. — Nota sobre la teoría del coeficiente de condensación .....	56
CARLOS RAITZIN. — Sobre los principios variacionales de la dinámica ....	62
ADOLFO LEANDRO MONTES. — Esencias de plantas aromáticas del Parque Nacional de Nahuel Huapi y sus aledaños .....	71
DELIA I. DE ROTHSCHILD. — Anatomía foliar de especies argentinas del género <i>Cordia l.</i> ( <i>Boraginaceae</i> ) .....	93
ING. MEC. Y ELEC. ALFREDO GONZÁLEZ. — Una prueba experimental definitiva de la relatividad especial .....	117
MIGUEL M. MUHLMANN. — Estudio de las arenas del Río Tieté, zona de Barra Bonita, São Paulo, Brasil .....	130
BIBLIOGRAFÍA .....	157







# **C R I S T A L E R I A S M A Y B O G L A S**

**S. A. C. e I.**



**.ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO**

Escritorio:

**Cóndor 1625**  
T. E. 61-0212

Fábrica:

**Tabaré 1630**  
T. E. 61-1480



Av. R. SAENZ PENA 530 • BUENOS AIRES

Seguros de vida en vigor

**\$ 15.716.933.478,-- m/l.**

Reservas Técnicas

**\$ 1.075.959.816,59 m/l.**

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923

**\$ 530.752.708,61 m/l.**





*Ford*

**PRODUCTO  
DE CALIDAD  
CENTRO  
DE CALIDAD!**

Este gigantesco tanque que contiene 1.000.000 de litros de agua, elevado en el Centro Industrial Ford de Gral. Pacheco, es un símbolo de poderío erigido hacia el mañana.

Sin embargo, esa visión que mira al futuro, se basa en las realidades de hoy, creadas con calidad y producidas con calidad.

Una de esas realidades es el Ford Falcon, el automóvil argentino que es vivaz exponente de una industria pujante.

Detrás de tan sensacional automóvil, hay un fabuloso centro industrial, donde se ha invertido más de 67.000.000 de dólares, para producir la más genuina calidad automotriz!

*Ford Motor Argentina*  
SOCIEDAD ANÓNIMA



Correo  
Argentino  
Central "B"

FRANQUEO PAGA

Concesión N° 118

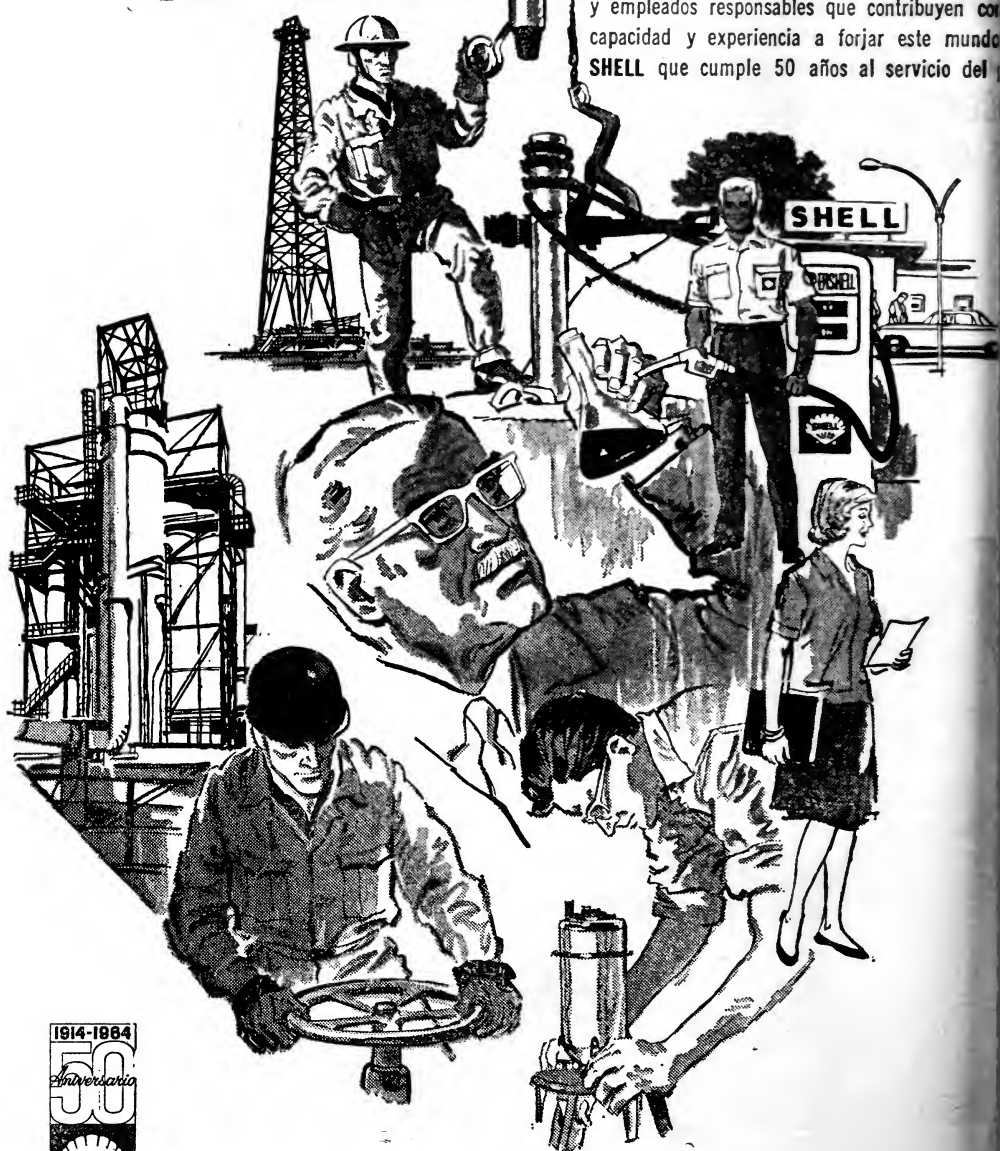
TARIFA REDUC

Concesión N° 624

# ESTAMOS A SU SERVICIO DESDE HACE 50 AÑOS

SHELL considera que, tan importante como la magnitud de sus capitales y la eficiencia de su organización, es para una empresa contar con un respaldo humano capaz de darle un "aliento" fuerte y pujante en la realización de sus propósitos.

SHELL cuenta con esos hombres que respaldan la calidad de sus productos: investigadores, científicos, técnicos, empresarios, obreros y empleados responsables que contribuyen con su capacidad y experiencia a forjar este mundo. SHELL que cumple 50 años al servicio del mundo.



COMPañIA ARGENTINA DE PETROLEO S. A.

# ANALES

DE LA

# SOCIEDAD CIENTIFICA

## ARGENTINA

DIRECTOR: JOSE S. GANDOLFO

ENERO-JUNIO 1964 — ENTREGAS I a VI — TOMO CLXXVII

### SUMARIO

	Pág.
REINALDO VANOSI. — Determinación de micro y semimicrocantidades de zirconio. Método general separativo y aplicación de la Quercetina.....	3
ADOLFO LEANDRO MONTES Y ABRAHAM CYMERMAN. — Esencias de plantas aromáticas del Parque Nacional de Nahuel Huapi y sus alrededores.....	21
ALFONSO S. CINCIONI. — Algas marinas en la alimentación del ganado. Consideraciones generales de interés. Composición química. Especies típicas industrializables del litoral marítimo argentino.....	45
ALFREDO CORTE Y CARLOS A. N. DAGLIO. — Micromicetes aislados en el Antártico.....	57
CAP. DE NAVÍO (RS) EMILIO L. DÍAZ. — Una correlación meteorológica en el sur	82
BIBLIOGRAFÍA.....	93

BUENOS AIRES

AVDA. SANTA FE 1145

1964



