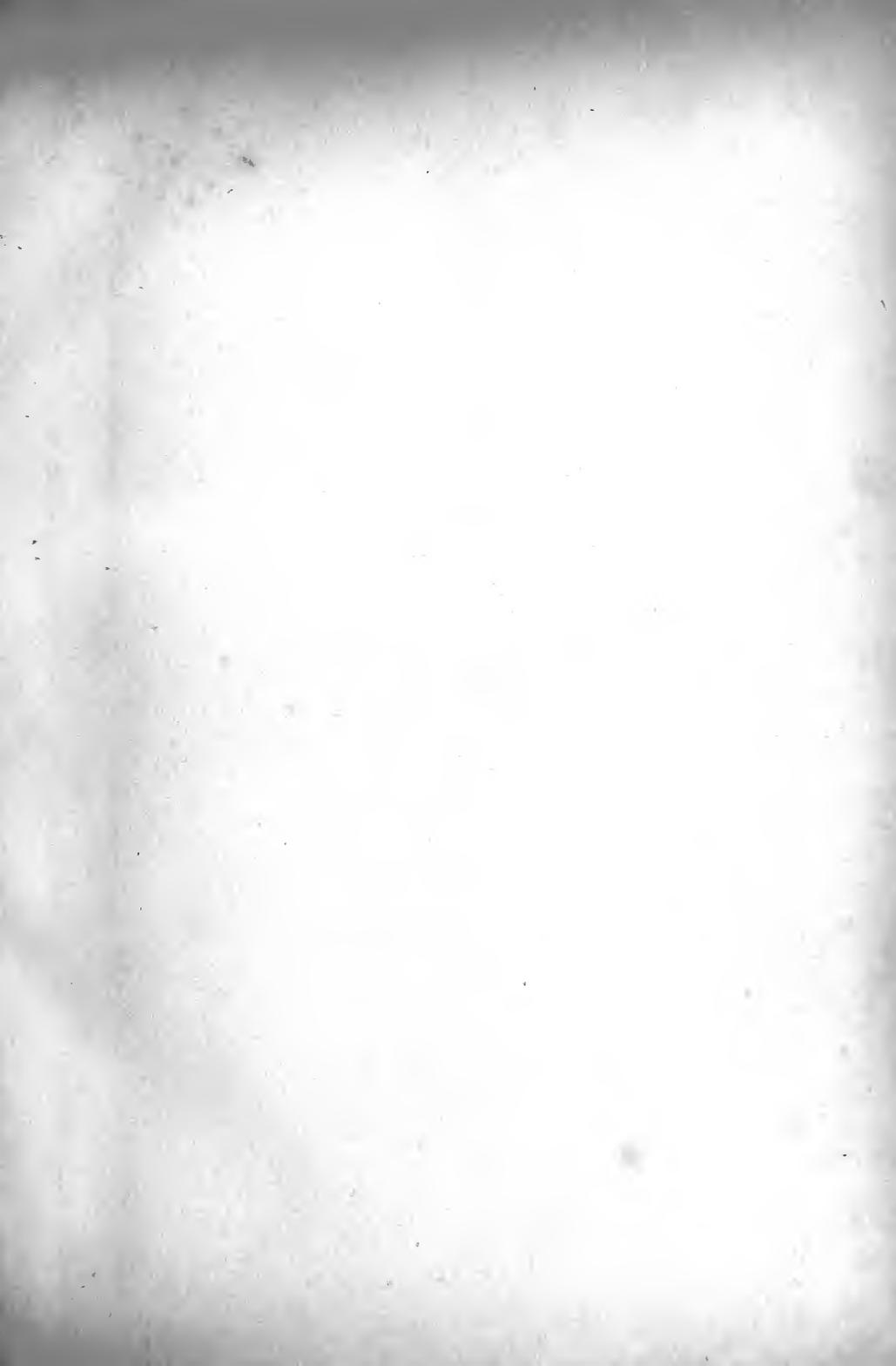


Wandsworth





A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA

DE' NUOVI LINCEI

S. 1107. A. 8

A T T I
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

P U B B L I C A T I

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 dicembre 1850

E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XII. — ANNO XII.

(1858-59)

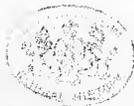


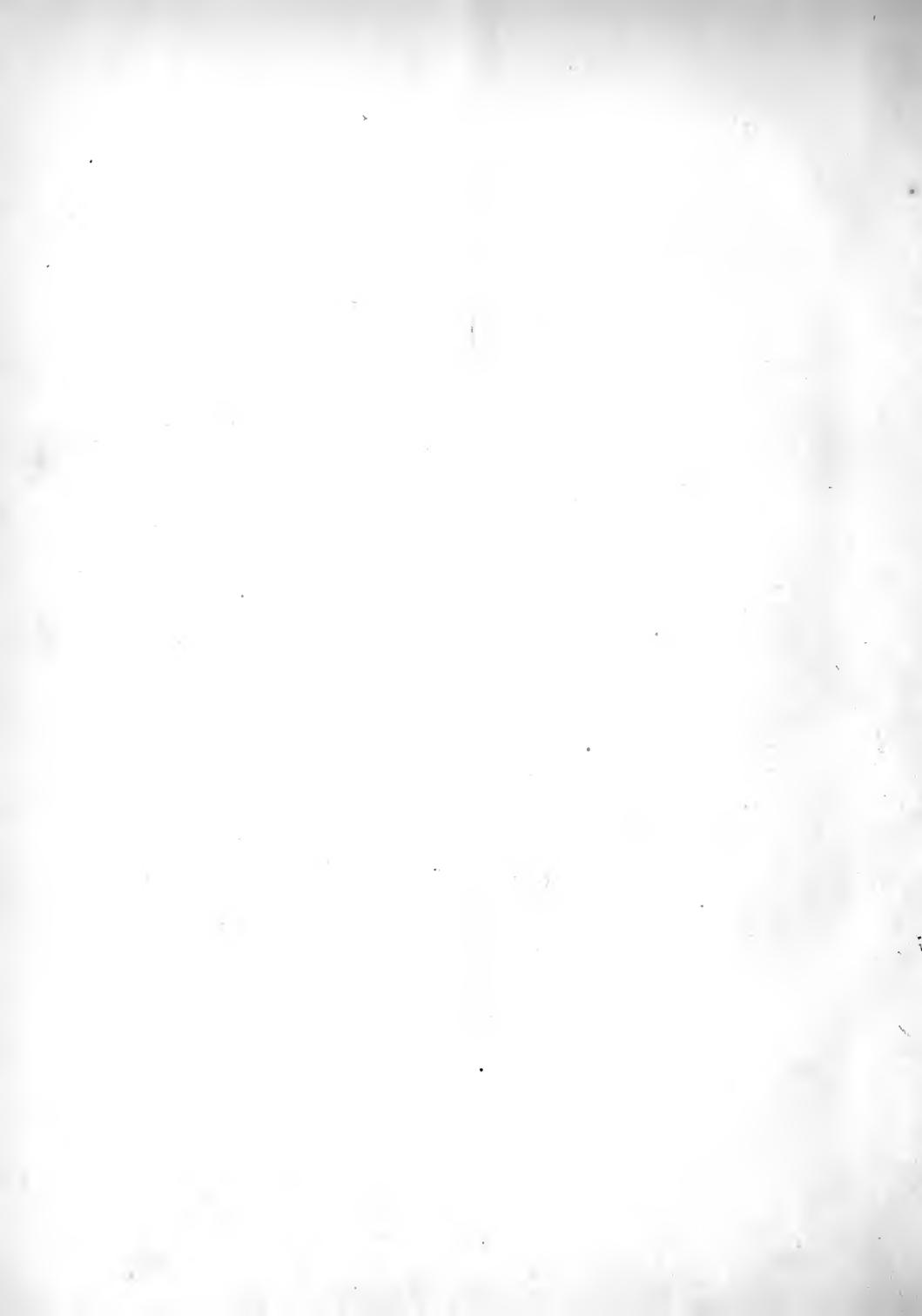
R O M A

1859

TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI

Piazza Poli n. 91.





ELENCO DEI SOCI DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

DAL 3 LUGLIO 1847, EPOCA DEL SUO RISORGIMENTO, FINO A TUTTO IL DICEMBRE DEL 1858.

SOCI ORDINARI

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 3 luglio 1847 ALBORGHETTI conte GIUSEPPE. (*Defunto il 21 novembre 1851*).
- 9 gennaio 1853 *ASTOLFI abate OTTAVIANO , professore di matematica nel collegio di Propaganda Fide.
- 3 luglio 1847 *BERTINI P. MICHELE, chierico regolare della Madre di Dio.
- » » *BONCOMPAGNI D. BALDASSARRE dei principi di PIOMBINO.
- » » CAETANI commendatore D. MICHELANGELO, principe di TEANO , colonnello direttore e comandante del corpo dei vigili pompieri. (*Rinunciò nel 6 dicembre 1848, e passò fra gli accademici onorari nel 12 gennaio 1849*).
- » » *CALANDRELLI D. IGNAZIO, professore di ottica e di astronomia nell'università di Roma.
- 13 giugno 1848 //CAPPELLO dott. cav. AGOSTINO, consigliere emerito del supremo magistrato romano di sanità. (*Defunto il 31 dicembre 1858*)
- 3 luglio 1847 *CARPI dott. cav. PIETRO, professore di mineralogia , e storia naturale nell'università di Roma.
- » » *CAVALIERI SAN BERTOLO NICOLA, professore emerito di architettura statica e idraulica nell'università di Roma.

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 22 febbraio 1852 **CICCOLINI** cav. **LUDOVICO**, commendatore dell'ordine gerosolimitano, già professore di astronomia nell'università di Bologna. (*Defunto il 24 aprile 1854*).
- 3 luglio 1847 ***CHELINI** rev. p. **DOMENICO** delle Scuole Pie, professore di meccanica e idraulica nell'università di Bologna.
- » » ***CIUFFA** monsignor **LEANDRO**, professore onorario di botanica nell'università di Roma.
- » » **CONCIOLI** dott. **ONOFRIO**, membro del collegio filosofico nell'università di Roma. (*Defunto il 12 febbraio 1851*).
- » » ***COPPI** abate cav. **ANTONIO**.
- » » **DE MATTHAEIS** dott. **GIUSEPPE**, già professore di clinica medica nell'università di Roma. (*Defunto il 17 settembre 1857*).
- » » **DE VICO** rev. p. **FRANCESCO**, della compagnia di Gesù, direttore dell'osservatorio astronomico del collegio romano. (*Defunto il 15 novembre 1848*).
- » » **DONARELLI** dott. **CARLO** professore di fisiologia, e botanica pratica nell'università di Roma. (*Defunto il 23 dicembre 1851*).
- » » ***FERRARINI** rev. p. **ANTONIO**, della compagnia di Gesù, presidente del collegio filosofico nell'università di Roma. (*defunto il 12 aprile 1859*)
- 2 marzo 1856 ***FIORINI** contessa **ELISABETTA**.
- 3 luglio 1847 **FOLCHI** dott. **GIACOMO**, professore di materia medica, e igiene nell'università di Roma. (*Defunto il 12 agosto 1849*).
- oo
- 30 giugno 1850 ***MAGGIORANI** dott. **CARLO**, professore di medicina politico legale nell'università di Roma.

oo 6 febbraio 1859 *Lalini Vincenzo ~~chiaro~~ collaboratore di chimica e già professore di farmacia nella università romana, membro del collegio farmaceutico, e socio di varie accademie scientifiche.

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 3 luglio 1847 *MASSIMO duca D. MARIO.
» » *MAZZANI canonico D. TOMMASO, professore di meccanica, e idraulica nell'università di Roma.
» » METAXA' dott. TELEMACO, professore di zoologia nell'università di Roma. (Defunto il 22 gennaio 1851).
» » ~~OD~~DESCALCHI principe D. PIETRO, de' duchi del SIRMIO. (Defunto il 15 aprile 1856).
4 febbraio 1849 ORIOLI FRANCESCO, professore di archeologia nell'università di Roma. (Defunto il 4 novembre 1856).
3 luglio 1847 PARCHETTI rev. p. LUIGI, de' chierici regolari Somaschi, membro emerito del collegio filosofico nell'università di Roma. (Defunto il 10 luglio 1849).
» » PERETTI PIETRO, già professore di farmacia pratica nell'università di Roma. (Rinunciò nel 25 aprile 1848).
» » *PIANCIANI rev. p. GIAMBATTISTA, della compagnia di Gesù, già professore di fisico-chimica nel collegio romano.
» » *PIERI GIULIANO, professore d'introduzione al calcolo sublime nell'università di Roma.
» » POGGIOLI dott. MICHELANGELO, professore emerito di botanica teorica nell'università di Roma. (Defunto il 4 maggio 1850).
11 maggio 1848 *PONZI dott. GIUSEPPE, professore di anatomia e fisiologia comparativa nell'università di Roma.
22 aprile 1849 *PROJA D. SALVATORE, nominato a professore futuro di elementi di matematica nell'università di Roma.

6 febbraio 1859

○ *Vardi Montignone Francesco geografo fisico

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 3 luglio 1847 RATTI dott. FRANCESCO, professore di chimica e farmacia nell'università di Roma. (*già vice-segretario, poi passato, nel 16 gennaio 1856, fra i soci onorari*).
- 22 febbraio 1852 *SANGUINETTI dott. PIETRO, professore di botanica nell'università di Roma.
- 30 giugno 1850 *SECCHI rev. p. ANGELO, della compagnia di Gesù, direttore dell'osservatorio astronomico nel collegio romano.
- 3 luglio 1847 *SERENI CARLO, professore di geometria descrittiva, e idrometria nell'università di Roma.
- » » *SPADA DE' MEDICI conte LAVINIO.
- » » *TORTOLINI D. BARNABA, professore di calcolo sublime nell'università di Roma.
- 3 dicembre 1854 *VIALE dott. cav. BENEDETTO, professore di clinica medica nell'università di Roma.
- 3 luglio 1847 *VOLPICELLI dott. PAOLO, professore di fisica sperimentale nell'università di Roma.

PRESIDENTE

- 20 aprile 1856 Sig. Duca D. MARIO MASSIMO.

4 gennaio 1857 MEMBRI DEL COMITATO ACCADEMICO

Sigg. NICOLA CAVALIERI S. BERTOLO.
Dott. cav. BENEDETTO VIALE.
Rev. p. ANGELO SECCHI.
Dott. GIUSEPPE PONZI.

EPOCA DELLA ELEIZIONE

SECRETARIO

3 luglio 1847 Sig. prof. PAOLO dott. VOLPICELLI. (*Confermato nella carica di segretario pel secondo decennio, nel 7 giugno 1857*).

VICE-SECRETARIO

7 giugno 1857 Sig. prof. GIUSEPPE PONZI.

BIBLIOTEGARIO, ED ARCHIVISTA,

3 luglio 1847 Sig. principe D. BALDASSARRE BONCOMPAGNI. (*Nella carica di tesoriere successe, nel 19 dicembre 1852, al defunto Alborghetti conte Giuseppe, e rinunciò alla medesima nel 5 dicembre 1858*).

DIRETTORE DELLA SPECOLA ASTRONOMICA

» » Sig. Prof. D. IGNAZIO CALANDRELLI.

SOCI CORRISPONDENTI ITALIANI

- 5 ottobre 1848 *ALESSANDRINI cav. ANTONIO, professore di anatomia comparata nell'università di Bologna.
- 14 settembre 1848 *AMICI cav. GIO. BATTISTA, I. R. astronomo in Firenze.
- 3 dicembre 1854 *BELLAVITIS GIUSTO, professore di matematiche superiori nell'università di Padova.
- 11 maggio 1851 BELLANI canonico D. ANGELO, membro effettivo dell' I. R. istituto Lombardo di scienze

*

EPOCA DELLA ELEZIONE

- ze, lettere ed arti di Milano. (*Defunto il 28 agosto 1852*).
- 5 ottobre 1848 *BELLI dott. GIUSEPPE, professore di fisica nell' I. R. università di Pavia.
- » » *BERTOLONI cav. ANTONIO, professore di botanica nell'università di Bologna.
- 11 maggio 1851 *BETTI ENRICO, professore di matematica nel liceo di Firenze.
- 5 ottobre 1848 *BIANCHI cav. GIUSEPPE, direttore dell' I. R. osservatorio astronomico di Modena.
- 4 febbraio 1849 *BRIGHENTI MAURIZIO, già professore di geometria descrittiva nella scuola degl' ingegneri di Roma, ispettore emerito di acque, e strade, ec. in Bologna.
- 5 ottobre 1848 *CARLINI cav. FRANCESCO, direttore dell' I. R. osservatorio astronomico di Milano.
- 2 maggio 1858 *DE-GASPERIS professore ANNIBALE, astronomo a Napoli.
- 19 dicembre 1852 *FLAUTI cav. VINCENZO, professore di matematiche, segretario perpetuo della R. accademia delle scienze di Napoli.
- 4 febbraio 1849 *GIULIO cav. CARLO IGNAZIO, professore di meccanica nella R. università di Torino. (*Defunto*)
- 5 ottobre 1848 *MAGISTRINI cav. GIAMBATTISTA, professore di matematica sublime nell'università di Bologna. (*Defunto il 1 novembre 1849*).
- 11 maggio 1851 *MAINARDI GASPARE, professore di calcolo sublime nell' I. R. università di Pavia.
- 5 ottobre 1848 *MARIANINI cav. STEFANO, professore di fisica sperimentale nella università di Modena.
- 4 febbraio 1849 *MATTEUCCI cav. CARLO, professore di fisica nell' I. R. università di Pisa.
- 11 maggio 1851 *MEDICI cav. MICHELE, professore di fisiologia nell'università di Bologna. (*Defunto il 4 maggio 1859*)

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 14 settembre 1848 MELLONI cav. MACEDONIO, direttore dello stabilimento fisico meteorologico di Napoli. (*Defunto nell' 11 agosto 1854*).
- 4 febbraio 1849 *MENABREA LUIGI FEDERICO, membro della R. accademia delle scienze di Torino.
- 11 maggio 1851 *MINICH SERAFINO, professore di matematiche superiori nell'università di Padova.
- 5 ottobre 1848 *MOSSOTTI cav. OTTAVIANO FABRIZIO, professore di fisica matematica, e meccanica celeste nell' I. R. università di Pisa.
- 4 febbraio 1849 *PARLATORE FILIPPO, professore di botanica, e di fisiologia vegetale nel museo di fisica e storia naturale in Firenze.
- » » PIOLA dott. GABRIO, professore di matematiche a Milano. (*Defunto il 10 novembre 1850*).
- » » *PIRIA RAFFAELE, professore di chimica in Torino.
- 14 settembre 1848 *PLANA barone commendatore GIOVANNI, direttore del R. osservatorio astronomico di Torino.
- 4 febbraio 1849 *PURGOTTI dott. SEBASTIANO, professore di chimica nell'università di Perugia.
- » » *SANTINI cav. GIOVANNI, direttore dell' I. R. osservatorio astronomico di Padova.
- » » *SCACCHI ARCANGELO, professore di mineralogia nella R. università di Napoli.
- » » *SISMONDA cav. ANGELO, professore di geologia, e di mineralogia nella R. università di Torino.
- » » *TADDEI cav. GIOACCHINO, professore di chimica igienica e medica in Firenze.
- » » *TARDY PLACIDO, professore di matematiche.
- » » *TENORE cav. MICHELE, professore di botanica nella R. università di Napoli.

EPOCA DELLA ELEZIONE

4 febbraio 1849 *ZANTEDESCHI abate cav. FRANCESCO, già professore di fisica nell' I. R. università di Padova.

SOCI CORRISPONDENTI STRANIERI

- 17 novembre 1850 *AIRY G. B., direttore del R. osservatorio astronomico di Greenwich.
- 10 luglio 1853 *AGASSIZ L., professore di storia naturale a Boston.
- 17 novembre 1850 ARAGO F., segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia. (Defunto il 2 ottobre 1853).
- » » *BIOT cav. G. B., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- 10 luglio 1853 *BOND, astronomo a Cambridge. (Defunto nel 19. genn. 1853)
- 17 novembre 1850 CAUCHY A., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia. (Defunto nel 23 maggio 1857).
- » » *CHASLES MICHELE, membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- » » *DE LA RIVE A., professore di fisica in Ginevra.
- 2 maggio 1858 *DESPRETZ CESARE, fisico e membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- » » *DIRICHLET, professore di matematiche nell'università di Berlino. (Defunto nel 5 maggio 1859)
- 10 luglio 1853 *DE HUMBOLDT barone ALESSANDRO, in Berlino. (Defunto nel 6 maggio 1859)

Z_h

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 10 luglio 1853 *DU BOIS REYMOD E., fisiologo a Berlino.
- 17 novembre 1850 *DUPERREY L. I., membro dell'accademia delle scienze dell'I. istituto di Francia.
- 10 luglio 1853 *ÉLIE DE BEAUMONT GIAMBATTISTA, segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell'I. istituto di Francia.
- 17 novembre 1850 *FARADAY MICHELE, membro della R. società di Londra.
- » » *FLOURENS G. P., segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell'I. istituto di Francia.
- » » *FORBES G., professore di fisica in Edimburgo.
- » » FUSS P. H., segretario perpetuo dell'I. R. accademia delle scienze di s. Pietroburgo. (*Defunto il 22 gennaio 1855*).
- » » *FOUCAULT LEONE, fisico nell'osservatorio astronomico di Parigi.
- » » *FORCHHAMMER GIORGIO, segretario della società delle scienze in Copenaghen.
- » » *FRIES ELIAS, segretario della R. accademia delle scienze di Upsala.
- » » *GROVE G. R., professore di fisica in Londra.
- » » GAUSS G. F., professore di matematiche in Gottinga. (*Defunto il 23 febbraio 1855*).
- » » *HANSEN P. A., direttore dell'osservatorio astronomico di Gotha.
- » » *HENRY, segretario dell'istituto Smitsoniano in Washington.
- » » *JOHNSON, geologo a Washington.
- » » IACOBI C. G. I., professore di matematiche nell'università di Berlino. (*Defunto nel 1850*).
- 10 luglio 1853 *IACOBI, professore di chimica in Pietroburgo.

— 2 }
— 1 } 

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 10 *luglio* 1853 *KUMMER, professore di matematica nell'università di Breslavia.
- » » *KUPFFER, direttore dell' I. R. osservatorio di s. Pietroburgo.
- 17 *novembre* 1850 *LAMÉ G., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- 10 *luglio* 1853 *LIEBIG barone GIUSTO, professore di chimica in Monaco.
- » » *LITROW, direttore dell' I. e R. osservatorio astronomico di Vienna.
- » » *LIAIS E., già nell' I. osservatorio di Parigi astronomo aggiunto.
- » » *LORENTE, professore segretario della R. accademia delle scienze di Madrid.
- 4 *febbraio* 1849 *MALAGUTI M. J., professore di chimica in Rennes.
- 10 *luglio* 1853 *MALMSTEN dott. C. G., professore di matematica nell'università di Upsala.
- » » *MURCHISON cav. R., presidente della società geologica a Londra.
- » » *MITSCHERLICH R., professore di chimica in Berlino.
- » » *NEUMANN, dott. professore di matematiche, e fisica nell'università di Könisberg.
- » » *OSTROGRADSKY, membro dell' I. R. accademia delle scienze di s. Pietroburgo.
- » » *OHM dott. M., professore di matematiche nell'università di Berlino.
- » » *POINSOT L., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- » » *POUILLET C., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 17 *novembre* 1850 *QUETELET cav. A., segretario perpetuo della R. accademia delle scienze, lettere, e belle arti del Belgio in Brusselles.
- 10 *luglio* 1853 *REMOM ZARCO DEL VALLE dott. ANTONIO, presidente della R. accademia delle scienze in Madrid.
- 10 *luglio* 1853 *REGNAULT V., membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
- » » *ROBERTS G., professore di matematica nel collegio della Trinità in Dublino.
- 2 *maggio* 1858 *SABINE, fisico e membro della R. Società di Londra.
- » » *STEINER I., professore di matematica in Berlino.
- » » *THOMSON G., professore di filosofia naturale nell'università di Glasgow.
- » » *WEHLBERG, segretario della R. accademia delle scienze di Stockolm.
- 17 *novembre* 1850 *WHEATSTONE, membro della R. società di Londra.
- 3 *dicembre* 1854 *VOEPCKE F., matematico di Berlino.

SOCI ONORARI

- 12 *gennaio* 1849 *CAETANI commendatore D. MICHELANGELO, principe di TEANO.
- 16 *gennaio* 1856 *RATTI dott. FRANCESCO, professore di chimica, e di farmacia nell'università romana.
-

SOCI AGGIUNTI

EPOCA DELLA ELEZIONE

- 3 luglio 1847 ASTOLFI abate OTTAVIANO , professore di matematica nel collegio di Propaganda Fide. (Passato fra i soci ordinari).
- 25 maggio 1848 *BETOCCHI ALESSANDRO, ingegnere.
» » CAVALIERI SAN BERTOLO GIOVANNI, ingegnere. (Defunto il 23 dicembre 1857).
- » » *CUGNONI IGNAZIO, ingegnere.
- 1 aprile 1855 *DELLA PORTA conte AUGUSTO. (Succeduto al sig. Ottaviano Astolfi).
- 3 luglio 1847 *DES JARDINS dott. FELICE MARIA.
- 1 aprile 1855 *FABRI dott. RUGGERO. (Succeduto al signor prof. D. Salvatore Proja).
- 25 maggio 1848 *PALOMBA dott. CLEMENTE.
- 3 luglio 1847 PROJÀ D. SALVATORE, nominato a professore futuro di elementi di matematica nell'università di Roma. (Passato fra i soci ordinari).
- 25 maggio 1848 *VESPASIANI abate D. SALVATORE, già supplente alla cattedra di fisico-chimica nel seminario romano.

MACCHINISTA

- 14 settembre 1848 LUSWERGH ANGELO, macchinista del gabinetto di fisica nella università romana. (Defunto il 21 febbraio 1858).

A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE I.^a DEL 5 DICEMBRE 1858

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Per l'assenza del sig. presidente duca Massimo, questa sessione fu presieduta dal sig. prof. N. Cavalieri S. Bertolo.

ASTRONOMIA — *Osservazioni della Cometa Donati, fatte all'Osservatorio del Collegio Romano. Memoria del R. P. A. SECCHI.*

Questa Cometa scoperta dal sig. Donati a Firenze il due Giugno a. c. fu da me osservata nei giorni 10 e 13 dello stesso mese, dopo di che l'abbandonai per attendere ad una serie di osservazioni fisiche sul pianeta Marte, ed alle misure delle stelle doppie onde completare il catalogo che ho presentato all'Accademia delle scienze di Parigi nella seduta del 30 Agosto. Poco dopo la metà del detto mese dovetti lasciare l'Osservatorio per un viaggio in Francia ed Inghilterra per l'acquisto di fari destinati ai nostri porti, dal quale non fui di ritorno che alla fine dell'Ottobre e così mi trovai assente dall'Osservatorio appunto nell'epoca della più solenne apparizione di questa tanto famosa e bella Cometa. Tuttavia benchè lontano fui supplito vantaggiosamente dal mio assistente e sostituto p. Rosa, e dal p. Cappelletti che si dedicarono con ogni premura a far sì che i preziosi strumenti di cui è fornito il Collegio Romano non restassero senza vantaggio per la scienza, e al mio ritorno ho trovato una serie d'importanti disegni, di misure, e di osservazioni astronomiche e fisiche, le quali spero non saranno per esser inutili alla scienza malgrado le molte che si sono fatte da tanti altri astronomi.

Le osservazioni che presento sono di due specie, le une strettamente astronomiche, tra le quali spero che quelle fatte al principio della apparizione potranno servire a rettificare l'orbita della Cometa, in quell'epoca, quando pel

crepuscolo e la debolezza sua era invisibile agli osservatorii del Nord, e in cui per la lentezza enorme del suo movimento dovea necessariamente accadere che un piccol errore di osservazione influisse grandemente su i risultati. Si vedrà così se a questa cagione si devono le svariate orbite ed i brevi periodi che si credette doverle attribuire da principio, ovvero se vi è altra cagione d'ordine fisico più importante (1).

Ecco le osservazioni astronomiche le quali però non sono state tanto numerose appunto per poter attendere più di proposito alla sua descrizione fisica.

1858	T. M. di Roma	d_α	d_δ	α app. Com.	δ app. Com.
10 Giug.	9 ^a . 30 ^m . 58 ^s . 20	$h-4^m.42^s.17$	$h-1'.29''.54$	9 ^h . 25 ^m . 8 ^s . 26	$+24^o.40'.40''.49$
13 »	10. 10. 36. 97	$i+2. 8. 87$	$i-2. 25. 09$	9. 25. 30. 11	24. 59. 41. 98
1 Sett.	6. 59. 32. 93	$a+0. 20. 34$	$a-1. 40. 29$	10. 40. 7. 02	34. 18. 36. 71
5 »	6. 59. 19. 96	$b+3. 26. 82$	$b+0. 36. 42$	10. 48. 50. 16	34. 59. 18. 49
20 »	7. 18. 45. 74	$c-1. 28. 00$	$c+3. 35. 62$	11. 47. 32. 12	36. 17. 43. 04
4 Ott.	6. 30. 15. 00	$e+03. 12. 50$	$e+0. 18. 30$	13. 55. 12. 03	22. 23. 39. 60
8 »	7. 7. 36. 30	$f+0. 51. 43$	$f-1. 16. 37$	14. 45. 28. 04	10. 34. 16. 53

h = Durham observations 1849-52, num. 98.

i = Greenwich Catal. of. 1876, Stars from 1848-53, num. 672.

a = Lalande 20766.

b = XII years Cat. num. 919., e Washin. observ. 1846 num. 276.

c = Lalande 22485-6.

e = B. A. C 4664.

f = Lalande 27066.

(1) La sua debolezza non permetteva allora nei minori strumenti che l'uso del micrometro circolare, o dei reticoli; ora una serie di osservazioni fatte espressamente per ciò dal p. Rosa dimostra che prendendo l'appulso di una stella e della Cometa al filo del micrometro e ad una barra rettilinea tesa nel campo dell'Equatoriale, si può trovare fino a 3^e di tempo di diversità nella differenza di A. R. dei due oggetti. Da ciò ognuno vede che usando il micrometro circolare, se tale errore non influisce sulla differenza di ascensione retta, influisce certo su quella di declinazione, perchè con questo la stella si vede prima e si perde di vista dopo, onde equivale ad usare un micrometro di raggio ben diverso da quello che si ha. Quindi è che io ho proscritto l'uso di questo micrometro, e tutte le nostre osservazioni sono fatte al filare con campo oscuro, se per la debolezza dell'oggetto esso non può illuminarsi.

Le apparenze per cui è passata questa Cometa sono state tali che essa può dirsi aver compendiato in se la storia di molte altre, e lo studio fatto sopra di essa giova assai alla intelligenza di ciò che dicono gli antichi osservatori, le relazioni de' quali erano credute esagerate.

Quando fu scoperta dal Sig. Donati ed osservata da noi la prima volta la sera del 9, essa era « una nebulosità larga circa 3' indecisa e irregolarmente terminata agli orli senza nucleo propriamente detto, ma solo con una » maggior condensazione di luce presso il centro » (1). Tale a un dipresso si conservò il suo aspetto fino al 4 settembre; allora il suo nucleo era divenuto più deciso, e tutta la Cometa era come si disegna nella fig. 1.^a Il nucleo però non sosteneva forti ingrandimenti e solo coll'applicarvi 300 già diveniva sfumantissimo, il che è stato sempre vero durante tutta l'apparizione della Cometa. Ciò si accorda con quello che pure ha veduto il Signor Donati a Firenze, il quale nota di più, che questo supposto nucleo andava sempre diminuendo di diametro e perdendo la sua forma apparentemente ellittica; nel mentre che veniva mostrandosi più definito, acquistava luce sempre più viva, e la nebulosità che lo circondava dilatavasi successivamente.

Agli 11 settembre la cometa era già visibile ad occhio nudo e la coda era quale si vede nella fig. 2.^a senza che però appaia in essa nessuna irregolarità dalla parte del Sole, e solo il nucleo trovavasi notabilmente eccentrico, l'angolo di posizione della coda 4.^o 42' circa.

Il 16 Settembre si videro cominciare le sue fasi più singolari: « Due » getti divergenti di luce partivano dal nucleo, e questi giunti alla piccola stanza di circa un diametro del nucleo medesimo, si ripiegavano indietro » bruscamente per andare a formare la coda ». L'apparenza era perfettamente quella di due ciocche di capelli rigidi rovesciati indietro con piegatura quasi angolare: fig. 3.^a Queste apparenze non sono nuove; è noto che anche la cometa di Halley ne presentò delle simili e può vedersi la fig. ne' disegni di Schwabe riportati anche nell'Astronomia popolare di Arago tom. 2. p. 384.

Ai 22 di Settembre la scriminatura si trovò svanita perchè oltre i due piccoli raggi di luce detti poi anzi se ne erano formati moltissimi altri che componevano una specie di ventaglio, dell'apertura di 160° circa. Questo ventaglio era circondato da un arco più oscuro, al quale succedeva un alone o semi-

(1) Le parole segnate da virgolette sono cavate dal giornale delle osservazioni.

cerchio di nebulosità più lucida i cui estremi prolungandosi indietro andavano a formare la coda.

La sera del 20 il nucleo fu trovato essere $6'',0$. In questo tempo trovandomi a Parigi guardai più volte la Cometa con un cannocchiale di circa quattro pollici, di buona qualità ma di mediocre ingrandimento, nella sera del 27 notai che dalla testa della Cometa partiva come un raggio leggiero e sfumatissimo lungo circa mezzo grado, e quasi diametralmente opposto alla coda. Sono sicuro che ciò non era illusione dello strumento col quale l'aveva già veduta altre volte, ma sempre senza questa appendice. Esso svanì la sera appresso, e non so ancora se altri abbia fatto la stessa osservazione, ma non sarei sorpreso, che questa particolarità fosse sfuggita, essendo tal raggio debole più che la luce della metà inferiore della coda, e quindi molto difficile ad essere riconosciuto nei canocchiali.

Il 29 Settembre era progredito ancora l'allargamento angolare del ventaglio « il quale si era aperto fino ad arrivare a 270° , e il nucleo restava » nell'angolo oscuro rientrante tra due raggi estremi. Esso era ovale e decisamente rotondo dalla parte della coda, ma dalla parte del ventaglio rassomigliava la fase di Venere leggermente convesso. L'intensità della sua luce andava scemando dalla parte convessa verso il ventaglio de'raggi, coi quali si confondeva insensibilmente. La maggior dimensione del nucleo (cioè la trasversale alla coda) era $9'',41$ e la minore (quella cioè nella direzione della coda) $8'', 5$. La distanza della parte convessa (posteriore verso la coda) del nucleo alla sommità del ventaglio era $24''0$; la direzione o angolo di posizione dell'asse maggiore del nucleo era $83.^\circ 47$. La larghezza del ventaglio sulla linea diametrale del nucleo = $43'',75$ larghezza del medesimo alla estremità de' due ultimi raggi = $51''45$; I due raggi però non erano ugualmente lunghi e la linea media del loro angolo non coincideva col mezzo della coda. L'involuppo esterno del paraboloide nebuloso fu trovato $4', 6$; l'angolo di posizione della coda = $11.^\circ 22$.

Intorno a queste misure è da osservare che la cattiva terminazione degli oggetti le rende un poco incerte: di più il nucleo non sopportava che l'ingrandimento di circa 200 volte, dopo di che diventava enormemente confuso e sfumato. A questa circostanza si deve la notevole diversità trovata da vari astronomi tra le misure del nucleo stesso. Così il Signor Donati e il Signor Maedler lo fanno di $3''$ soli; diversità che io non saprei spiegare altrimenti e che eccede tutti i limiti probabili degli errori nella misura di questo

oggetto, mentre del resto assai bene combinano le misure degli involucri esterni v. Astron. Nachricht. n.° 1167. pag. 227. Del resto, le forme de' vari ventagli, aloni o involucri descritti dal Signor Donati ben combinano colle nostre.

30. Settembre Direzione dell'asse della coda $13.^\circ\frac{1}{2}$: anche oggi questa direzione è diversa da quella di una linea media che si imagini condotta pel mezzo dell'angolo oscuro del ventaglio, che si trovò esser $38^\circ,26'$, onde l'apertura di quest'angolo non inflava nella direzione della coda. Questa sera la distanza massima delle due punte del ventaglio era $47'',4$, cioè un poco meno di ieri sera, e l'asse maggiore del nucleo $8''72$, cioè un poco più della sera precedente. In queste sere si fu che la coda della Cometa cominciò a presentare la sua più bella pompa, e a mostrarsi notabilmente curva e ben decisa dalla parte superiore, e molto sfumata e concava dalla inferiore, talmente che fu paragonata da taluni ad una palma e da altri ad una coda di paradisea. La coda era divisa longitudinalmente in due rami da uno spazio oscuro che presso al nucleo per piccolo tratto, nel cannocchiale appariva assolutamente nero, indi veniva leggermente sfumando, ma ad occhio nudo tal divisione non si vedea.

2. Ottobre. Le apparenze da questo giorno in poi sembrano aver preso un carattere tutto diverso dai giorni precedenti. La cometa ha tre involucri ben distinti, il più lontano è una nebulosità diffusa, il secondo è più lucido, più deciso ed è simile al nimbo che si dipinge attorno ai Santi dai pittori del trecento ed è di forma circolare che tende a rientrare in se stesso senza ripiegarsi per secondare la coda, il terzo è una specie di alone o aureola formata attorno al nucleo e che vedesi distintamente separata dall'involuppo intermedio da uno spazio meno luminoso « l'intensità di questo ventaglio va crescendo dalla periferia al centro, ove si confonde col nucleo; la sua » forma è rotonda, ma mancano circa 90° gradi a chiudersi. Esso è formato di due raggetti o piccole code, e quello al sud apparente non è in » linea retta ma ricurvo verso Nord Ovest. Quest'aureola non è rigorosamente » circolare, ma più allungata al Sud apparente che al Nord il grande ventaglio (nimbo) è simmetrico rapporto al piccolo, anche rispetto alla curvatura dell'esterno raggio al Sud apparente »

Questa aureola fu veduta anche dal Signor Donati quasi lo stesso giorno formarsi attorno al nucleo della Cometa; onde anche qui combinano le apparenze. Esse sono importanti perchè sono una riproduzione delle aureole vedute tante volte attorno ai nuclei e descritte da Lemonier nell'Hist. Celeste 1680 pag. 243 (ma la fig. riportata da Delambre nella sua astronomia è mal disegnata) come pure quelle di Messier riportate da Arago astr. popul. loc. cit.

4. Ottobre. Quello che ieri era « un arco oscuro continuato parallela-
» mente all'orlo dell'aureola, questa sera trovasi ridotto a un semplice foro.
» L'aureola o piccolo ventaglio esterno (nimbo) è alquanto schiacciato dalla
» parte superiore e forma una curva ellissoidale dalla parte Est apparente.
» L'ombra del nucleo è decisamente nera, ma molto corta. Angolo di posi-
» zione dell'asse della coda 28.° 22.' La figura di questa sera mostra una
» deformazione troppo notevole per passare inosservata. I due raggi o appen-
» dici sono molto ricurvi benchè corti: essi richiamano alla mente quelli già
osservati da Messier nel 1769. V. Arago loco citato. La coda questa sera si
estendea fino a λ Boote.

Dal 4. fino all'8, non si ebbero osservazioni. All'8 si trovò « il suo aspetto
» fortemente cambiato e la forma del nimbo era divenuta irregolare assai
» esso pendea molto dalla parte verso est apparente. Avendo io veduto la
Cometa con bellissimo cielo a Berlino nel grande refrattore per gentilezza del
Signor Encke la sera del 7, la sua figura non mi parve ancora divenuta distor-
ta, ma solo quale si rappresenta nella fig. 7.^a Se non che mi parve che oltre
il foro nero tra l'aureola e il nimbo vi fossero più interruzioni chiare ed oscure
che decisamente richiamavano una struttura del nimbo a raggi debolissimi.
Il nucleo dalla parte dell'aureola era notabilmente più sfumato, che dalla parte
della coda.

Siccome una gran parte delle diversità che si incontrano nella descrizione
de' fenomeni presentati da questa cometa e descritti dai diversi osservatori,
dipendono dalla varietà dei termini con cui viene indicata la stessa cosa,
credo bene specificare con più distinzione i termini usati da noi. Nelle fi-
gure 6, 7, 8 abbiamo tre involuppi distinti del nucleo; 1.° quello dell'*aureola*
vivace; 2.° del ventaglio aperto che io ho chiamato *nimbo*; 3.° di una ne-
bulosità irregolare che tutti e due involuppa all'esterno. In queste facilmente
si distinguono le parti indicate del Signor Donati; però resta dubbio se nelle
diverse sere siansi i vari involuppi sostituiti l'uno all'altro, senza di che non
si capisce come il signor Chacornac possa indicare fino a otto di essi.

Queste apparenze mutarono affatto la sera del 9, in cui sfortunatamente
manca l'osservazione del Donati. Ecco quanto trovo nel giornale « Dopo un
» lungo aspettare, finalmente la Cometa è uscita dalle nubi. La prima cosa
» che ha colpito è stato vedere non due ventagli, (cioè l'aureola e il ventaglio
» o nimbo propriamente detto) ma tre: cioè il più grande meno lucido, il
» medio un poco più splendente, e il 3.° più intero più deciso e più lucido

» degli altri , oltre la solita nebulosità esteriore diffusa. Il *Ventaglio* grande » si è slargato alle due parti laterali che ora confondonsi nella coda (vedi fig. » precedente ove era lateralmente rientrante) anche l'ombra del nucleo (sic) » ossia l'asse centrale oscuro della coda si è slargato, e sembra che le due » quasi capigliere che formano la coda tendano a circondare nuovamente il » nucleo per rendere la nebulosità rotonda come vedesi al principio dell'ap- » parizione. Tutta la nebulosità della coda si va diradando crescendo di vo- » lume e diminuendo l'intensità della luce. » Tutti questi cambiamenti sono avvenuti in un giorno solo. La coda verso quest'epoca era 38 in 40.° malgrado il chiaro di luna.

Il 10. Ottobre non trovo nostre osservazioni pel tempo cattivo , ma il Donati osservava una indecisione e un aumento nel nucleo.

Il giorno 11. si vede un cambiamento totale. « È tutta arruffata, ed è » mirabile , il cambiamento del nucleo interno. Il ventaglietto si è cam- » biato in un piccolo disco ben deciso , e a sinistra tiene una codetta » lucida come vedesi nel disegno. A destra vi è un'altra codetta ma meno » lucida. Il ventaglio grande con tutta la criniera sopra il nucleo pende dal » lato Est apparente; verso la qual parte è rivolta la codetta più lucida. Sotto » al nucleo la striscia oscura si è molto slargata ed è sfumatissima , pari- » menti la coda si allarga moltissimo. La parte superiore del ventaglio secondo » il solito è schiacciata da alcune sere in quà e la luce è diminuita di molto

Dalla fig. si vede che il nucleo non è più nel vertice della paraboloide della coda, ma che se ne scosta a destra. Questa eccentricità è più notevole nella fig. del 13. Ottobre, e si vede una disposizione a quanto si presentò poi nella sera del 15. Il 14. la cometa avea il nucleo di 6,"4. La posizione della coda era 87.°0; Il raggio del ventaglio 39,"4. Sicchè il nucleo era molto cambiato di volume ; assai deciso nella parte verso la coda e confuso dalla parte opposta.

Le apparenze della sera del giorno 15. sono le più importanti di tutta l'apparizione perchè danno molto lume sulle osservazioni antiche. Comparve questa sera fornita di una specie di raggio a virgola come se uno dei due raggi che si vedeano prima si fosse torto a spira. Piccola da principio e molto aperta questa appendice spirale, si andò sempre ingrandendo e allungando fino ai 22. Ottobre in cui pareva la sua punta quasi prossima a toccare il nucleo per richiudersi. Le figure sono esatte e fedeli , e si hanno anche le misure seguenti. Il 16 Ottobre il nucleo era di 5,"6 ; ed era assai eccentrico alla

virgola o spirale. Prendendo per maggior chiarezza le indicazioni dalla figura qui sotto si ebbero le seguenti misure alle ore 6. Raggio xy dell' aureola cioè dal lembo del nucleo che resta più verso la coda fino al lembo della virgola opposto alla direzione della coda stessa $15.''00$. Diametro xb cioè massima distanza della punta della virgola al lembo dell'altra parte $26.''12$. Direzione xb suo angolo di posizione $352,^{\circ} 8$.

17. Ottobre. Continua la figura spirale, è diminuito il nucleo ed è cresciuta l'aureola.



Diametro del nucleo = $5''.84$
Raggio xy (di ieri) = $21. 12$
Raggio xb . . . = $34. 20$
Raggio xa . . . = $10. 40$
Diametro ab . . . = $39. 2$
La coda della virgola è opposta a Venere
Direzione ab = $359^{\circ}.38$.

18 Ottobre.

Raggio xy = $23''.13$
Diametro ab = $41. 74$
Posizione xb = $4^{\circ}. 8'$.

« Le nubi impedirono le altre misure, ma la distanza del nucleo alla
» punta della virgola era maggiore di ieri sera. La figura questa sera è fe-
» delissima e magnifica. Da alcuni giorni il ventaglio o alone grande che in-
» viluppa la cometa e la virgola ha perduto molto della sua precisa termina-
» zione è molto sfumato ma sussiste.

19. Ottobre.

La coda della virgola è cresciuta e pare che si pieghi da una parte, cioè
» verso Est appar. Il ventaglio o nimbo grande è sparito o per meglio dire
» si confonde colla chioma. L'aria era così squisita questa sera che si potè
» osservare la luna presso l'orizzonte coll'ingrandimento 1500. e distinguervi
» le strie dei crateri. Quindi il disegno merita fede. Nelle seguenti sere fino
ai 22 non si presero misure ma solo i disegni. Si osservò in queste ultime
sere un colore più rossastro di prima che divenne assai pronunciato quando
la cometa giunse presso Venere.

22. Ottobre. Mancano le misure, ma la coda della virgola pare ripiegarsi per venire a ritrovare il nucleo.

Qui finiscono le osservazioni e i disegni, interrotte parte dal tempo cattivo parte dall'accostarsi della cometa all'orizzonte.

Si conserva pure all'osservatorio un disegno della cometa come era visibile ad occhio nudo, ove si ebbe cura di far rilevare la forma curva dell'estremità della coda, e quella specie di materia sparsa che l'accompagnava, irregolarmente diffusa che si potrebbe credere affatto uscita dalla sfera d'attrazione della cometa e perduta. Questa materia era sempre visibile dalla parte della curvatura inferiore della coda la quale riusciva perciò mal terminata, mentre la esteriore era benissimo decisa: avuto riguardo alla sua posizione, resta assicurato che la parte più sfumata era dal lato che la cometa abbandonava col suo corso. La coda dal 22 Settembre in poi si mostrò sempre divisa in due nel cannocchiale, e dietro il nucleo vi era un piccolo spazio nerissimo, il resto era reso più oscuro e apparentemente forse più largo per la forza del cannocchiale che faceva svanire la debole luce ivi sfumata. Fin qui le nostre osservazioni che come abbiamo detto combinano bene colle altre finora pubblicate e se vi appare qualche divergenza ciò può derivar soltanto dalla maniera usata nell'indicare i diversi involuppi.

Prima di discutere teoricamente alcune delle citate apparenze è bene ricordare che dal calcolo degli elementi, la cometa si trovò al perielio ai 30 Settembre presso mezzodi, che fu nella massima vicinanza alla terra il giorno 11 Ottobre e che allora ne distava di poco più di 5 decimi e che circa nel giorno 17 Ottobre si trovò nella massima vicinanza con Venere distandone circa un nono della distanza della terra al sole.

Da questo risulta 1.° che l'ingrandimento osservato negli ultimi giorni dell'aureola o virgola, è un ingrandimento reale perchè dal 16 al 22 Ottobre la cometa si andò sempre allontanando da noi, e dal Sole, laonde crescendo le distanze avrebbe dovuto diminuire il suo volume apparente. Anche il diametro adunque di questa cometa come di molte altre è andato crescendo coll'allontanarsi dal Sole.

2.° Che le prime distorsioni si manifestarono nell'avvicinarsi della Cometa alla terra cioè agli 8, e che agli 11 Ottobre che fu il giorno della massima vicinanza alla terra, si ebbero delle apparenze di getti lucidi analoghi a quelli che in essa si produssero da principio nell'avvicinarsi al Sole.

3.° Che lo sviluppo dell'aureola a forma di virgola combina coll'epoca della prossimità della Cometa a Venere, e che la direzione della coda della virgola era opposta a questo pianeta.

È degno di osservazione che questa ultima apparenza a foggia di virgola fu mostrata anche dalla Cometa di Halley, nel 1682 la cui figura ci è stata conservata da Evelio e riportata da Smith nel vol. IX delle Memorie della Società Astronomica 1836. p. 239. Questi osservò getti di luce il 10 ottobre in quella Cometa ed è pure singolare che la produzione di tali getti combina colla massima vicinanza della Cometa alla terra in quell'epoca. Queste coincidenze sono importantissime e le ha notate il p. Rosa mio collega, e non è improbabile che come la vicinanza del Sole produce tanti cambiamenti nelle Comete, non ne possa produrre qualcheduno anche la vicinanza de' primari pianeti. Per ispiegare con qualche precisione queste particolarità, è necessario rappresentarsi esattamente la posizione della Cometa nello spazio il che avendo fatto siamo stati convinti che il massimo sviluppo della virgola ebbe luogo nella minima distanza da Venere e che la virgola mostrò tendenza a richiudersi quando se ne allontanò. Tal mezzo materiale di figura può riuscire utilissimo per ben giudicare delle apparenze di questi corpi. Infatti la Cometa è certamente un solido a tre dimensioni ma noi non ne vediamo che la proiezione sul piano perpendicolare al raggio visuale; può quindi essere che molte mutazioni siano meramente apparenti. La forma spirale però dell' aureola nel caso nostro risulta reale, e ciò si prova anche dalla forte luce che avea questo getto spirale dalla parte convessa mentre andava svanendo dall'altra. Così pure abbiamo riconosciuto esser reale la curvatura della coda, e l'eccentricità del nucleo.

Intanto dalle fasi percorse della Cometa ricaviamo le seguenti importanti conseguenze.

1.° Molte apparenze di questi corpi descritte dagli antichi e credute esagerate si sono verificate in questa.

2.° Le fasi che ha percorso sono quali devono aspettarsi in una massa espansibile che viene approssimandosi al Sole, e dilatandosi irregolarmente fino al punto di una massima vicinanza al gran focolare, dopo di che cessano le apparenze di getti irregolari, e invece si veggono depositare su di essa degli strati di forma più regolare e meglio terminata. Tale osservazione fu già fatta da Sir John Herschel per quella di Halley che si mostrò di figura irregolare fino ad arrivare al perielio, ma passato questo non si ebbero che

forme regolari: è notevole la molta analogia nel corso di questa ultima Cometa coll'ultima apparizione di quella anche, rapporto all'arco dell'orbita trascorso presso la terra.

3.° La polarizzazione della luce della testa e della coda della Cometa col piano che passa sempre pel sole e per l'asse della cometa, che io potei osservare a Berlino col sig. Encke e col sig. Brunhs sono una prova evidente dell'esser la loro luce riflessa dal sole.

4.° La grande sfumatura e indecisione della fine della sua coda sembra mettere fuori di dubbio affatto che le comete possono perdere alquanto della loro materia, sia per la resistenza di un mezzo, in cui si muovono, sia per l'attrazione esercitata nelle parti della coda degli altri pianeti.

5.° Resta provato la loro estrema tenuità e piccolezza di massa, giacchè attraverso una parte assai densa della sua coda presso la testa, fu veduto Arturo splendente senza perdita di luce; e fu pure veduto un gruppo di stelle Messier n.° 3, senza che perdesse la sua bellezza. Lo stesso tanto diminuire il diametro del nucleo collo spingere l'ingrandimento de' cannocchiali mostra che esso non era solido ma come vaporoso, e terminato solo apparentemente da limite dipendente dalla forza del cannocchiale.

6.° La forma tortuosa a virgola spiegata sul fine dell'apparizione e nell'accostarsi a Venere, sembra mostrare una influenza di questo pianeta sulla sua forma e probabilmente la forma spirale di quel getto od aureola indica una rotazione nella massa della cometa, o almeno una deviazione obliqua della forza del sole che produce la coda per la vicinanza del pianeta perturbatore.

Quel che resta ancora a spiegare, è come possa avvenire un sì enorme cambiamento di figura in sì poco tempo e una sì grande diffusione di materia in corpi sì rari, e quindi le forme bizzarre che vestono. Lungi dal pretendere di dare una soluzione definitiva di questo difficile problema, credo anzi qui luogo di fare osservare che tutte le ipotesi finora proposte di ripulsioni elettriche, magnetiche, ec.; sono affatto precarie, e non meritano di esser prese in considerazione se non si provino insufficienti a spiegar tali fatti le forze che noi conosciamo. Ora siamo ben lungi dal trovare dimostrata una tale insufficienza per la qual cosa mi saranno permesse alcune considerazioni.

Primieramente le comete quando vengono dalla profondità dello spazio, sono rotonde e non si manifestano le loro irregolarità che nelle vicinanze del Sole, onde in quest'astro risiede la forza che dà loro quella figura allungata e strana, e siccome esso agisce in due modi, cioè

1.° Colla gravitazione,

2.° Col calore, resta a cercare quali effetti queste cause possano produrre in un corpo della natura della cometa. Ora parmi non difficile a dimostrare che la gravitazione anche sola, deve produrre nella cometa cambiamenti notabili di figura quando essa si avvicina al Sole. Infatti sappiamo che l'azione di un astro attraente sopra un pianeta ricoperto di uno strato fluido, vi produce una mutazione di figura, la quale lo riduce da sferico approssimativamente ad un ellissoide nel caso che la forza estranea o perturbante sia piccolissima rapporto alla gravità propria del pianeta, e che piccolo pure sia il diametro del pianeta rapporto alle distanze de' corpi attraenti. Tale è il caso per il flusso e riflusso del mare e dell'atmosfera terrestre; ed è appunto perchè la forza perturbante è minima rapporto alla gravità terrestre che la figura del mare e della atmosfera è pochissimo cambiata. Questo caso però è tutto diverso da quello delle comete, nelle quali la massa è piccolissima, ed il volume grande, e quindi 1.° l'attrazione solare a certa distanza può esser ben superiore a quella che hanno reciprocamente le parti della cometa tra di loro, e 2.° essa varia molto nelle varie parti del suo volume. Sicchè per determinare la figura di una Cometa giunta a certa vicinanza dal Sole, si dovrà trovare la figura di una massa fluida nel caso che la gravità esteriore sia comparabile o anche molto maggiore che la gravità propria, e di più che il suo volume non sia da considerarsi come piccolo rapporto alle distanze del sole. Sotto queste nuove condizioni si dovrà dunque cercar la legge di equilibrio della massa, mobile supponendo se vuolsi che essa consista di un nucleo circondato da strati di materia elastica, concentrici e di densità decrescente. Il problema, che io sappia, non è stato ancora dall'analisi risoluto, ma è facile il capire che deve molto variare la distribuzione della massa stessa, e la sua parte più densa non può più stare nel centro, ma sembra invece che si debba accostare al corpo attraente. Nel caso poi che la massa del corpo attratto sia minima egassosa si viene quasi a cadere in un caso analogo a quello dell'equilibrio di una colonna atmosferica di materia espansibile che abbia la sua base appoggiata sul corpo attraente, e della quale gli strati più densi sono sempre in basso, e potrebbe in certo modo considerarsi il caso di una tal colonna atmosferica, come il limite ultimo di equilibrio, che acquisterebbe una cometa quando colla sua testa andasse ad appoggiarsi sul sole. La forza di proiezione e traslazione qui impedirebbe solo il contatto, ma la distribuzione della colonna dovrebbe essere quale conviene alla densità; cioè la più rara occuperà la parte più

lontana, e la più densa la più vicina, e la coda si potrà così sostenere isolata e stesa nello spazio sempre opposta sensibilmente al sole. Sicchè il caso del pianeta molto denso e pochissimo perturbato di figura può considerarsi come il primo limite di minima deformazione e questo della colonna atmosferica sarebbe l'altro ed ultimo estremo, fra quali due possono immaginarsi infinite forme di ellissoidi allungati, in cui la parte più densa si porta verso il centro attrahente e la più rara se ne allontana, che è appunto la figura che vediamo avere le comete. La singolare apparenza di coda mostrata dalla cometa nell'accostarsi a Venere sembra indicare che anche l'attrazione di soli pianeti può avere effetto su di esse.

La sola gravitazione adunque può dare alla cometa una figura allungata ellissoidale colla parte di maggior densità presso il sole quale noi vediamo, se non che sembra che essa dovrebbe venire sempre più compressa verso il sole per forza della maggiore attrazione, ma devesi osservare che il sole agisce ancora come potenza calorifica che dilatando la massa cometaria enormemente, vi produce notabili movimenti. Ne segue da ciò che la loro materia dilatata dovendo rimettersi in equilibrio sotto la forza di gravità, pel detto di sopra, la parte più leggera dovrà tendere a fuggire dal nucleo e allontanarsi dal centro più denso per disporsi secondo la distribuzione voluta dalla gravità solare, che qui supera la cometaria. L'apparire poi le forme delle Comete più irregolari prima che dopo il perielio non fa difficoltà, anzi sembra una conseguenza naturale dei fenomeni inversi che accompagnano il riscaldamento e il raffreddamento delle masse. Il primo procede sempre in modo alquanto più tumultuoso, la deposizione per raffreddamento è sempre più regolare, del che non mancano esempi dei più ovvii fenomeni meteorologici terrestri.

Se il risultato del calcolo confermasse le congetture fatte finora, queste due forze basterebbero a spiegare la parte fondamentale de' fenomeni; e se vi si aggiungesse la resistenza di qualche materia che non dubbiamente riempie gli spazi interiori dell'orbita terrestre, e che non può l'etere luminoso, ma bensì una materia ponderabile rarissima, avremo una sufficiente spiegazione delle principali apparenze mostrate in questa e nelle altre comete e singolarmente la diversa sfumatura della coda dai due lati, che è più precisa nel verso ove cammina, e più diffusa ed incerta dall'altro, come pure della perdita di materia, che sembra aver fatta nel decorso del suo viaggio.

Il signor Encke crede già dimostrata la resistenza di un tal mezzo dall'acceleramento che prova la cometa a breve periodo che porta il suo no-

me (1) e si potrà anche confermare dal corso delle altre quando si abbia attenzione a determinare separatamente le due parti dell'orbita prima e dopo del passaggio pel perielio, non essendo possibile che siano senza influenza nel corso geometrico del centro di gravità dell'astro i grandi cambiamenti fisici che esso subisce nel suo avvicinarsi al Sole.

(1) Si è obiettato che la cometa di Halley invece ritarda, ma ciò può spiegarsi come osservano alcuni se si supponga questo mezzo ancor esso in rotazione, infatti le due citate comete hanno corso opposto la prima diretto l'altra retrogrado.

ASTRONOMIA. — *Appendice alle ricerche sopra i movimenti propri delle stelle fisse; del prof. I. CALANDRELLI.*

1.° Il metodo semplicissimo, il quale consiste nello immediato confronto delle medie posizioni assolute delle stelle osservate in epoche diverse distanti fra loro di un dato numero di anni, è quello di cui si sono serviti gli astronomi per determinare gli annui movimenti propri delle fisse, i quali sogliono notarsi nei cataloghi.

2.° Tacendo finora la teoria sulla natura di questi movimenti, i quali però, per comune sentimento di tutti gli astronomi, sono dovuti alla universale gravitazione, la quale, come insegna la scienza, si estende al di là dei confini del sistema solare, l'indicato metodo è eccellente. Suppone però 1.° che sieno esatte le medie posizioni osservate che si vogliono paragonare: 2.° che le osservazioni sieno state ridotte alle epoche fissate collo stesso sistema di elementi di calcolo.

3.° Essendo però inevitabili i piccoli errori delle osservazioni, e non avendo finora gli astronomi fissato uno stabile sistema pel calcolo delle osservazioni, così nei diversi cataloghi si trova notato per la stessa stella un diverso movimento proprio, e qualche volta anche di segno contrario. Le piccole differenze, le quali non di rado montano alle decime di secondo, fanno sì che le posizioni della stella, ridotte alla stessa epoca, notabilmente differiscano fra loro, e tali sieno queste differenze che non si possano stimare errori delle osservazioni.

4.° *Bessel* nella delicata ricerca sulla variabilità del moto proprio di Sirio in ascensione retta, e del moto proprio di Procione nella distanza polare, è stato il primo che volle rinunciare allo immediato paragone delle ascensioni rette assolute di Sirio, e delle distanze polari di Procione, quali si avevano nei diversi cataloghi. Intese questo cel. astronomo la necessità di evitare, per quanto è possibile, le medie differenze dei cataloghi, e pensò di determinare il moto proprio di Sirio in ascensione retta relativamente a tre stelle fondamentali β , α Orione, e Procione, e il moto proprio di Procione in distanza polare, relativamente ad 8 stelle fondamentali α Balena, α Orione, β Vergine, α Serpente, γ , α , β Aquila ed α Aquario. Le prime tre sono tali, che la media delle loro ascensioni rette eguaglia prossimamente l'ascensione retta di

Sirio, e le altre otto sono tali che la media delle loro distanze polari eguaglia la distanza polare di Procione. In questo caso se P^o e P' sono le medie posizioni della stella fondamentale di paragone osservate alle epoche t^o e t' distanti fra loro di un numero n di anni, se α^o ed α' sono le medie posizioni della stella principale di cui si cerca il moto proprio osservate alle stesse epoche, se finalmente p' e p sono le precessioni, totale della stella di confronto, assoluta della stella principale, calcolate per l'epoca media $\frac{t^o + t'}{2}$, avremo, indicando con μ l'annuo moto proprio:

$$n\mu = (P^o - \alpha^o) - (P' - \alpha') + n(p' - p) = \Delta^o - \Delta' + ndp.$$

5.° *W. Struve* loda il metodo tenuto da *Bessel*: col prendere le differenze delle ascensioni rette *il a*, scrive il citato astronomo, *indubitablement éliminé de sa recherche les incertitudes dans la position du point équinocial des catalogues*; come anche col prendere le differenze delle distanze polari si elimina l'incertezza nella posizione del polo. La condizione poi che le stelle di paragone e la principale sieno vicine in ascensione retta, nella ricerca del moto proprio in ascensione retta; e che le stelle di paragone, e la principale sieno prossimamente nello stesso parallelo nella ricerca del moto proprio nella distanza polare, deve giudicarsi molto utile, perchè nel primo caso a piccoli intervalli di tempo si possono osservare le stelle di confronto e la principale, e perchè nell'altro caso le osservazioni delle stelle di paragone, e della principale si fanno prossimamente alla stessa altezza, e il coefficiente della media rifrazione rimane quasi il medesimo. *W. Struve* però osservando, che la media delle distanze polari delle tre stelle di paragone relativamente a Sirio, differisce di 18° circa dalla distanza polare di Sirio, e che le otto stelle di confronto rispetto a Procione differiscono più o meno dalla ascensione retta di Procione fino a $14^h. 30^m$ per cui queste stelle si debbono osservare *dans des saisons tout á fait différentes, même opposées*, pensa che il metodo di *Bessel* possa essere difettoso, e lo giudica *excellente* quando nell'una e nell'altra ricerca le stelle di paragone sieno vicine in ascensione retta, e in distanza polare alla stella principale. È ben difficile di trovare nelle stelle *fondamentali* quelle che possano soddisfare alla condizione richiesta dall'astronomo di Russia, quindi egli, relativamente a Sirio, propose le piccole stelle β , ν' , ν'' ... del Cane maggiore, le quali sono vicinissime a Sirio in ascensione retta, e in distanza polare, e relativamente a Procione, stimò meglio attenersi al con-

sueto confronto delle distanze polari assolute osservate in diverse epoche dai moderni astronomi, sopprimendo la distanza polare di *Maskeline* pel 1770, e quella di *Piazzi* pel 1800.

6.° Nelle mie ricerche sopra i movimenti propri delle fisse, e in particolare sul moto proprio di Sirio, ho usato dell'uno e dell'altro metodo, ed ho avuto occasione di fare alcune riflessioni, le quali vado brevemente ad esporre.

Usando dell'antico metodo, cioè dello immediato confronto delle medie posizioni delle stelle osservate in epoche distinte, la determinazione dei moti propri dipende esclusivamente dalla esattezza delle posizioni medesime, e dal calcolo della precessione della stella di cui si cerca il moto proprio. Al contrario col metodo di *Bessel* la determinazione dei moti propri dipende da questi medesimi elementi, e di più dalle medie posizioni di una stella fondamentale, che si prende come termine di paragone, quindi di questa deve anche calcolarsi la precessione, e deve essere ben cognito il moto proprio, giacchè nel calcolo non entra la precessione assoluta p , ma la totale $p + \mu = p'$. Qui però, a me pare, se non m'inganno, che col metodo di *Bessel* si possano incontrare, nella ricerca dei moti propri, maggiori incertezze di quelle, che sogliono incontrarsi coll'altro metodo. E stando alle stelle fondamentali, si può osservare che le loro medie posizioni, come che risultanti da un numero grandissimo di osservazioni, benchè possano meritare la fiducia degli astronomi, nulladimeno e per gli errori delle osservazioni, e per la incertezza dei loro moti propri, ridotte che sieno alla stessa epoca, non presentano una certa uniformità, che anzi manifestano differenze le quali non sono certamente nei limiti delle decime di secondo in arco, e delle centesime di secondo in tempo. Non possono dunque considerarsi come punti fissi ai quali possa riferirsi la posizione di corpi mobili di un moto lentissimo, quali, nello stato presente dell'astronomia, sono appunto le stelle fisse. Che se poi, in luogo delle stelle fondamentali, vogliamo ricorrere ad altre stelle come propose *W. Struve*, l'incertezza diviene più grande, e perchè la loro posizione risulta sempre da un piccolissimo numero di osservazioni, e perchè il loro moto proprio è sempre incerto e mal determinato.

7.° Queste mie riflessioni si possono rendere evidenti colla seguente soluzione.

Si cerca il moto proprio di Sirio in 101 anni 1°. coll' immediato paragone delle medie posizioni assolute: 2°. relativamente alla fondamentale β Orione: 3°. relativamente alla θ Cane maggiore.

Elementi pel calcolo.

Stelle ed epoche		AR media	Dist.p. nord med.	
Sirio	1755	6 ^h .34 ^m .22. ^s 046	106.° 23'. 53".80	Bradl. an. dell'os. di Parigi
Sirio	1856	6. 38. 48. 239	106. 31. 20. 07	Caland. osserv. diretta
β Orione	1755	5. 2. 46. 491	98. 30. 16. 20	Bradl. an. dell'os. di Parigi
β Orione	1856	5. 7. 37. 110	98. 22. 17. 61	Green.1845an.dell'os.dedot.
θ Can.mag.	1755	6. 42. 48. 500	101. 45. 2. 20	Bessel. Fundam. astronom.
θ Can.mag.	1856	6. 47. 30. 163	101. 51. 40. 40	Calan. os. del 1857 dedotta

Stelle	Precessioni per l'epoca media 1805.5		Moti pr. annui	
	in AR	in δ	in AR	in δ
Sirio	+2 ^s . 679831	+3 ^s .187373		
β Orione	2. 877168	-4. 750597	+0 ^s . 000244	+0 ^s .011889
θ Can. mag.	2. 795787	+3. 925943	-0. 007000	0. 022000

Prima soluzione

$$n\mu = \Delta\alpha - np = 267^s .193 - 270^s.663 = - 3^s. 470$$

$$n\mu = \Delta\delta - np = 446'' . 27 - 341 . 92 = + 124'' . 35$$

Seconda soluzione

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = -1^h.31^m.34^s .555 + 1^h.31^m.11^s.129 + 19^s.956 = - 3^s.470$$

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = -7^s.53' .37'' . 60 + 8^s. 9' 2'' . 46 - 13' . 20'' .53 = +124'' . 33$$

Terza soluzione

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = 507^s.454 - 521^s.924 + 11^s.005 = - 3^s.465$$

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = - 4^s. 38'.51'' .60 + 4^s.39'.39'' .7 + 1^s.16'' .82 = +124'' .89.$$

Le prime due soluzioni combinano perfettamente, le piccole differenze che si hanno nella terza dipendono dalle ragioni addotte (6°). L'astronomo però di Russia non propose una sola stella, ma sette, affinchè nel prendere il medio dei risultati venissero compensate le piccole differenze.

8°. I moti propri annui di β Orione notati da me poco differiscono da quelli dati da *Le-Verrier* negli annali dell'osservatorio di Parigi, e si è veduto già che, usando di questi moti propri, il valore di $n\mu$ è identico a quello che si ottiene dallo immediato paragone delle medie posizioni assolute di Sirio, e poichè con questo metodo non abbiamo bisogno di alcun moto proprio, nè di una stella di confronto, così l'identità di quei due valori prova che la posizione media di β Orione per le due epoche 1755 e 1856 è esatta, e che il suo moto proprio è ben determinato. Ora se cambiasi la posizione di Sirio pel 1856, rimanendo costante quella di β Orione, il valore di $n\mu$ ottenuto coi due metodi sarà sempre lo stesso, ma differente da quello che si è ottenuto colla posizione media di Sirio notata di sopra, ma se, rimanendo costante la posizione di Sirio, si cambia quella di β Orione, o il suo moto proprio, sparisce affatto l'identità de' due valori di $n\mu$: Così per esempio, nel catalogo di Madras si ha

$$\begin{aligned} \beta \text{ Orione } \mu \text{ in AR} &= + 0^{\circ}.007 \\ \text{in } \delta &= + 0^{\circ}. 03 \end{aligned}$$

Introdotti questi valori nelle precessioni, si trova

$$\begin{aligned} \text{in AR } ndp &= 20.^{\circ}638 \quad (+) \\ \text{in } \delta \text{ } ndp &= 13.^{\circ} 18''.70 \quad (-) \end{aligned}$$

quindi

$$\begin{aligned} n\mu &= - 2^{\circ}.788 \\ n\mu &= + 126 . 16 \end{aligned}$$

mentre dal confronto delle posizioni medie assolute di Sirio si ebbe

$$\begin{aligned} n\mu &= - 3^{\circ}.470 \\ n\mu &= + 124 . 35 \end{aligned}$$

L'incertezza dunque del solo moto proprio della stella fondamentale di confronto, può produrre nel metodo di *Bessel* forti differenze, quali differenze, non si hanno nell'altro metodo, il quale esclusivamente dipende dalle medie posizioni assolute osservate in due epoche distinte della stella di cui si cerca il moto proprio, senza bisogno di una stella qualunque di paragone cui riferire si debba la posizione dell'altra.

9.° Se dunque il metodo di *Bessel* si voglia dagli astronomi preferire allo immediato confronto delle posizioni medie assolute delle stelle, a me pare che per avere buoni risultati, si debbano verificare le due seguenti condizioni, mentre coll'altro metodo basta soltanto, che si verifichi la seconda.

1.° La posizione media della stella di confronto sia esatta, e il suo moto proprio certo e determinato. Sarà poi cosa molto vantaggiosa che il moto proprio sia nullo, o estremamente piccolo.

2.° Le medie posizioni della stella principale osservate in due epoche distinte sieno bene studiate, e dirò anche ben pesate, prima d'impiegarle nel calcolo. La loro riduzione alle fissate epoche sia, per quanto è possibile, fondata sullo stesso sistema di elementi.

10.° Per soddisfare alla prima condizione, ho determinato la media posizione di una stella pel 1.° Gen. 1755. Il suo moto proprio annuo in ascensione retta è nullo, e quello nella distanza polare è piccolissimo. La stella però non risplende nel cielo. Essa è una stella fittizia. La posizione media di questa stella è stata determinata nel modo seguente.

Dalle mie osservazioni fatte nei mesi di Febbraro e Marzo del 1857, ottenni

Stelle del Cane mag.	1.° Gen. 1857 AR media	1.° Gen. 1857 Dist. p. nord med.
β	6 ^h . 16 ^m . 24 ^s . 238	107° 53' 16" 53
ν'	30. 7. 314	108. 32. 44. 58
ν''	30. 26. 825	109. 8. 10. 36
ν'''	31. 36. 166	108. 7. 0. 26
θ	47. 32. 952	101. 51. 44. 55
μ	49. 33. 684	103. 51. 43. 52
ϵ	49. 45. 626	106. 52. 20. 69
γ	57. 17. 366	105. 25. 30. 19
Medio	6. 39. 5. 521	106. 27. 48. 835

Dalle osservazioni di *Bradley* (1755) e di *Taylor* (1835) si ha

1.° Gen. 1755 AR = 6. 34. 32. 054 $\delta = 106^\circ 22' 21'' 337$

1.° Gen. 1835 AR = 6. 38. 6. 531 $\delta = 106. 26. 34. 802$

Per ridurre queste due posizioni ho calcolato con tutto il rigore la precessione per gli anni 1806 e 1846 epoche medie fra il 1755 e 1857, e fra il 1835 e 1857, ed ho ottenuto

$$1806 \ p = 2^{\circ}. 68098 \ (+) \ p' = 3''. 20754 \ (+)$$

$$1846 \ p = 2. 68138 \ (+) \ p' = 3''. 36138 \ (+)$$

Sarà dunque

$$1.^{\circ} \text{ Gen. } 1857 \ AR = 6^{\text{h}}. 39^{\text{m}}. 5^{\text{s}}. 514 \ \delta = 106. 27. 48. 506 \ (\text{Bradley})$$

$$6. 39. 5. 521 \quad 106. 27. 48. 752 \ (\text{Taylor})$$

$$6. 39. 5. 521 \quad 106. 27. 48. 835 \ (\text{Calandrelli})$$

È difficile di trovare questo accordo riducendo alla stessa epoca le medie posizioni osservate di una stella reale. Si può dunque fissare

$$\text{movim. pr. an. in AR} = 0^{\circ}. 000$$

$$\text{in } \delta = + 0''. 003225$$

Dalle osservazioni di *Piazzi* si avrebbe

$$1.^{\circ} \text{ Gen. } 1800 \ AR = 6^{\text{h}}. 36^{\text{m}}. 32^{\text{s}}. 626 \ \delta = 106^{\circ}. 24'. 40''. 08$$

e dalle fissate posizioni si ha

$$1.^{\circ} \text{ Gen. } 1800 \ AR = 6^{\text{h}}. 36^{\text{m}}. 32^{\text{s}}. 690 \ \delta = 106^{\circ}. 24'. 40''. 88$$

colla differenza di $- 0^{\circ}. 064$ in AR e di $- 0''. 80$ in distanza polare.

Ecco una tavola in cui sono notate le medie posizioni di questa stella fittizia

Epoche	AR media	Prec. an.	Dis. p.nord med.	Prec. an.
		+		+
1755	6 ^h . 34 ^m . 32 ^s . 058	2 ^s . 68042	106 ^o . 22'. 21''. 33	3''. 01139
1800	36. 32. 690	68092	24. 40. 88	18446
1806	36. 48. 575	68098	25. 0. 07	20754
1835	38. 6. 528	68127	26. 34. 81	31907
1845	38. 33. 341	68137	27. 8. 23	35753
1857	39. 5. 518	68149	27. 48. 83	40369

$$\text{Var. an. in AR} = + 0^{\circ}. 0000105$$

$$\text{Mov. p. an.} = + 0. 000$$

$$\text{Var. an. in dist. pol.} = + 0''. 003846$$

$$\text{Mov. pr. an.} = + 0. 003225$$

11.° Per provare che la posizione media della stella fittizia è ben determinata, immaginiamo un punto fisso nella volta celeste, la cui posizione pel 1.° Gen. 1750 sia dato dalle coordinate $AR = 3^h. 0^m. 0^s$, $\delta = 45^{\circ}. 0'. 0''$. Consideriamo questo punto fisso come una stella soggetta solamente ai movimenti progressivi della precessione. Essendo pel 1.° del 1750

$m = 46''$. 03173, $n = 20'$. 06106, avremo nel nostro caso particolare

Preces. an. in declinazione $p' = 20', 06106 \cos. 45^{\circ} = 20'. 06106 \sin. 45^{\circ}$

Preces. an. in $AR = p = 46. 03173 + p'$. Dal calcolo

si ebbe

$$\begin{aligned} p &= + 4^s. 01447 \\ p &= - 14. 18531 \text{ in dist. polare} \\ \text{Var. an. in } AR &= + 0^s. 000421 \\ \text{Mov. pr.} &= 0. 000 \\ \text{Var. an. in dist. pol.} &= + 0''. 00421 \\ \text{Mov. pr.} &= 0, 000 \end{aligned}$$

Con questi dati noi possiamo calcolare la media posizione di questo punto per tutte le epoche. Così, per esempio, si trova

$$1.^{\circ} \text{ Gen. 1755 } AR = 3^h. 0. 20^s. 078 \quad \delta = 44^{\circ}. 58'. 49''. 13$$

$$1.^{\circ} \text{ Gen. 1845 } AR = 3. 6. 23. 270 \quad \delta = 44 \quad 37. 51. 40$$

Riferiamo adesso la posizione della stella fittizia a questo punto fisso, ossia cerchiamo, per esempio, di determinare il moto proprio della stella fittizia in 90 anni relativamente a questo punto, e se la media posizione della stella fittizia per l'epoche 1755 e 1845 è ben determinata deve aversi

$$\text{moto pr. in ascens. retta in 90 anni} = 0^s. 000$$

$$\text{moto pr. in dist. polare. . . .} = + 0''. 29$$

L'epoca media è il 1800, e si ha pel punto fisso

$$p' = 4^s. 03547 (+)$$

$$p' = 13. 97487 (-)$$

Colle posizioni date nella tavola si trova

$$\Delta^{\circ} - \Delta' = 121^s. 909 (-)$$

$$\Delta^{\circ} - \Delta' = 25'. 44''. 63 (+)$$

Ora

$$dp = 1^s. 35455 (+)$$

$$ndp = 121^s. 909 (+)$$

$$dp = 17''. 15933 (-)$$

$$ndp = 25'. 44''.34 (-)$$

quindi

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = 0^s. 000$$

$$n\mu = \Delta^\circ - \Delta' + ndp = + 0''. 29$$

La posizione dunque della stella fittizia è ben determinata. Essa dunque, egualmente che il punto fisso considerato come una stella, può servire, come termine di paragone, per determinare il moto proprio delle stelle col metodo di *Bessel*, e soddisfano ambedue alla prima condizione. (9°).

12.° Nelle applicazioni farò uso della stella fittizia, e proverò che essa sola può servire come termine di confronto per determinare i movimenti propri di tutte le stelle, non avendo riguardo alcuno alla differenza sia in ascensione retta, sia nella distanza polare che esse possano avere rispetto alla stella fittizia.

13.° Prima però di passare alle applicazioni bisogna che sia soddisfatta l'altra condizione (9°) la quale, come dissi, si deve verificare nell'uno e nell'altro metodo. Avendo quindi calcolate le mie osservazioni cogli elementi dati da *Le-Verrier* nel tomo secondo degli annali dell'Imperiale Osservatorio di Parigi, prenderò le posizioni medie delle stelle fondamentali per gli anni 1755 e 1845 calcolate da questo astronomo, eccettuando la distanza polare di Sirio pel 1.° Gen. 1845. Diffatti nel catalogo di Greenwich si trova

$$\text{Sirio } 1.^\circ \text{ Gen. } 1840 \quad \delta = 106^\circ. 30'. 6''. 98$$

$$1.^\circ \text{ Gen. } 1845 \quad \delta = 106. 30. 27. 02;$$

in cinque anni dunque $d\delta = 20''. 04$. Per l'epoca media 1842.5 si ha $p = 3''. 32776$, $np = 16''. 64$, dunque il moto proprio di Sirio in distanza polare in cinque anni di $3''. 50$, cioè l'annuo più piccolo di $1''$. Al contrario nel catalogo di Madras (1844), si trova (*comparison of the declination of stars*)

$$\text{Sirio } 1.^\circ \text{ Gen. } 1845 \quad \delta = 106^\circ. 30'. 30''.44 \quad \text{Madras } 1835$$

$$\delta = 106. 30. 29. 84 \quad \text{Greenw. } 1827$$

$$\delta = 106. 30. 29. 40 \quad \text{Greenw. } 1838$$

La media delle due ultime $\delta = 106^\circ. 30'. 29''. 62$ è la distanza polare di Sirio che io ho adottata pel 1.° Gen. 1845.

14.° Questo esame preliminare sulle medie posizioni della stella principale di cui si cerca il moto proprio, non che la riduzione delle osservazioni alle epoche fissate collo stesso sistema di elementi è di somma necessità, onde non introdurre nella ricerca dei movimenti propri posizioni incerte ed erronee, le quali conducono a risultati incerti ed anche di segno contrario. E insistendo sulle osservazioni di Sirio, dalle distanze polari notate nel catalogo di Madras, abbiamo le seguenti

Sirio 1.° Gen. 1835	$\delta = 106^{\circ} 29' 44'' 34$
1845	$\delta = 106. 30. 30. 44$
1850	$\delta = 106. 30. 48. 71.$

Da queste risulta in 10 anni $d\delta = 46''$. 10, in 5 anni $d\delta = 18''$. 27? Queste differenze basterebbero a dimostrare che una delle distanze polari è erronea. Ora pel 1840 epoca media fra il 1835 e il 1845 si ha $p = 3''$. 31710, $np = 33''$. 17, e il moto proprio annuo $+ 1''$. 29 ed è appunto quello che si nota nel catalogo. Pel 1847. 5 epoca media fra il 1845 e 1850 si ha $p = 3''$. 34687, $np = 16''$. 73, e quindi il moto proprio in 5 anni $+ 1''$. 54 ciò che è assurdo. La distanza polare dunque di Sirio pel 1.° Gen. 1850 è erronea. Ecco a quali risultati conducono gli errori delle osservazioni, i quali, nella ricerca dei moti propri, si debbono temere molto più di quelli che hanno origine dalla variabilità degli elementi di calcolo adoperati nella riduzione delle medesime!

15.° Poste queste riflessioni, limito le mie applicazioni alle sole stelle fondamentali considerate da *Bessel*, e le indicherò coi numeri progressivi (1) (2) (3) secondo le loro ascensioni rette, cioè

α Balena (1)	Procione (5)	α Aquila (9)
β Orione (2)	β Vergine (6)	β Aquila (10)
α Orione (3)	α Serpente (7)	α Acquario (11)
Sirio (4)	γ Aquila (8)	

e mi propongo le seguenti ricerche.

1^(a). Determinare il moto proprio in 90 anni in ascensione retta, e nella distanza polare di queste stelle relativamente alla stella fittizia.

2^(a). Determinare il moto proprio in 90 anni di Sirio e di Procione in ascensione retta, e nella distanza polare relativamente alle dette fondamentali.

3^(a). Determinare il moto proprio in 90 anni di Sirio e di Procione in ascensione retta, e nella distanza polare relativamente al punto fisso considerato come una stella.

Prima Soluzione

16.° Si prendano negli annali dell'Imperiale Osservatorio di Parigi le posizioni medie delle stelle (1) (2) (3) pel 1.° Gen. 1755 e 1845. Si prendano nella tav. superiore (10.°) le medie posizioni della stella fittizia per le stesse epoche, e si avranno le differenze Δ° e Δ' . Col calcolo delle precessioni per l'epoca media 1800, le quali sono notate nella seconda colonna delle annesse tavole si avrà il valore di ndp , e quindi quello di $n\mu$, e per conseguenza il valore di μ , al quale si unisce nell'ultima colonna delle tavole quello che è notato negli annali medesimi.

(*Continua*)

CHEMICA. — Sulla *Calothrix Janthiphora*, rinvenuta in alcune acque idrosolforose. Nota del prof. *BENEDETTO VIALE*.

In que'nostri lavori sulle Albule rassegnati prima, e dopo la pubblicazione loro a questa illustre Accademia, fra talune specialità, che ne occorsero quella pur v'era, che ne' laghi di Tivoli, come nell' emissario vivea e vegetava una pianta del genere delle Alghe alla quale fu dato nome *Calothrix Janthiphora* per un bel violato di mammola, che svolgea dal suo tessuto, ove la si fosse fatta macerare per alcune ore in acqua di fontana. Parimente accennossi in qual guisa ne riuscisse trar fuori codesto colore, che dipoi, rasciutto e polverato, molto acconciamente poteasi adoperare o per lavori di acquerello, o per dipinture a olio. La nuova sostanza fu chiamata *Jantina*.

Da quel di ci cadde in pensiero, che la si avrebbe dovuta rinvenire in altre acque minerali ancora; e a quest'oggetto fur dirette le nostre ricerche. Vistammo quelle di Vicarello, nè ci avvenne di trovar traccia di essa. Non così nelle acque idrosolforose fredde che rampollano sotto Ferentino. Colà ci venne alle mani la pianticella col solito coloramento, eccettochè, gli era in così esigue proporzioni da non poterne cavar costruito.

Da ciò confortati ci conducemmo alle acque idrosolforose calde, che s'incontrano sulla Via Aurelia tra Corneto e Civitavecchia a quattro miglia da quest'ultima città in un luogo presso la Torre di Orlando che ha nome Castagnoletta. Eravi colà vegetante la crittogama, che ne diè colorazione violacea in copia.

Non possiamo affermare di aver osservato le acque minerali, che copiose sorgono in molti luoghi della nostra campagna. Il farem senza indugio, tostochè ne sarà offerta occasione propizia. Si dirà frattanto di averla incontrata a' bagni di Stigliano, ove nell'ottobre trascorso fummo invitati ad istituire un'analisi delle acque dall'Emo Principe sig. Cardinale Altieri Camerlengo di S. R. Chiesa, Protettore di questa illustre Accademia, e feudatario dell'Oriolo, Canale e Monterano nel qual luogo i bagni son collocati.

Tre sono le sorgenti idrosolforose che d'ivi sgorgano, una di elevata temperie, che vien nomata il *Bagnarello*, e che per un passo di Livio nel XXII libro delle sue storie, e per una statua di Ercole rinvenuta lì presso nella ricisa del sentiero, che unia la via Claudia alla Cornelia, crediamo fosse ap-

punto la fonte di Ercole ricordata dallo Storico Romano (1). L'altra di mezzana caldezza , che serve all' Istituto Balneario , non ha guari fondato dal sig. Tittoni. L'ultima infine soffredda cioè a 24.° R., che ha nome di *Acqua bianca* per una crosta di carbonato di calce di cui la si ricopre.

Or la pianta, che non si vidde nelle due prime sorgenti vegetava prosperosa in quest' ultima , e da essa buona quantità di matcria violacea se n'ebbe, di cui ci piace presentare un saggio a questo illustre Corpo accademico.

Noi crediamo si abbia a ritrovar codest'alga in altre fonti di acque minerali ancora, specialmente se le sien solforose di non troppa elevata temperatura, e invitiamo i cultori di questi studii a farne ricerca e vedere se in altri luoghi offra, come presso di noi, il fenomeno singolare della colorazione violacea.

(1) Codesta bella statua rinvenuta nel 1802 ammirasi nel Museo Vaticano nella seconda parte del corridoio Chiaramonti al dodicesimo scompartimento.

FISICA. — Sulla legge di Mariotte, sopra un congegno nuovo per dimostrarla, e su varie applicazioni di essa. Memoria del prof. P. VOLPCELLI. (Continuazione) (1).

La legge di Mariotte concorre pur anco nel determinare, tanto le formule relative alla velocità, che i proietti hanno percorrendo l'anima delle bocche da fuoco, quanto la velocità *iniziale* dei medesimi; quindi eziandio concorre nella teorica del fucile ad aria compressa, come ora vedremo. Per fare quest'applicazione della legge di cui parliamo, riguarderemo come un fluido elastico semplice, il mescolgio dei gas che sviluppano dalla combustione della polvere. Inoltre supporremo che la carica di questa polvere, si riduca tutta ed istantaneamente in gas all'origine del moto, nella capacità ove si contiene. Supporremo altresì che la legge di Mariotte abbia luogo anche per le grandissime compressioni dei gas, e che la temperatura dei medesimi, dopo la combustione della polvere, rimanga costante mentre dura la dilatazione loro, e mentre il proietto è spinto da essa; poichè senza questa condizione la legge medesima non potrebbe verificarsi. Rappresentiamo con

p la capacità della carica,

n il rapporto della elasticità del fluido elastico a quella dell'aria atmosferica nell'istante della combustione,

b la lunghezza dell'anima della bocca da fuoco, a contare dalla sezione della carica, che al principio del moto è in contatto col proietto.

m la massa del proietto sferico supposto di calibro,

δ la densità del medesimo,

s la superficie del suo cerchio massimo.

r il suo raggio,

x la lunghezza dell'anima percorsa, corrispondente alla velocità,

u la velocità alla fine di questa lunghezza.

v la velocità iniziale, cioè quella del proietto alla fine della lunghezza b .

Faremo inoltre astrazione tanto dal *vento* del proietto; quanto dal *focone* della bocca da fuoco.

Ora è chiaro che indicando rispettivamente con e'' ed e' le forze di elasticità del gas, nelle capacità p , e $p + sx$; poichè per la nota legge queste forze debbono essere in ragione inversa dei volumi occupati dal gas cui si riferiscono, così avremo

$$e' = \frac{e''p}{p + sx}.$$

(1) Vedi sessione IV, del 7 marzo 1858. T. XI, p. 142.

Ma rappresentando con 1 la elasticità dell'aria esterna, sarà $e'' = n$; perciò dovremo stabilire

$$e' = \frac{np}{p + sx}.$$

La densità dell'acqua essendo 850 volte quella (=1) che presso la superficie terrestre appartiene all'aria, si chiami h l'altezza di una colonna d'aria di questa *uniforme densità* (=1), che faccia equilibrio con una di acqua alta $32.^{pi}$, Poichè in tal caso le altezze sono in ragione inversa delle densità, così avremo

$$h : 32.^{pi} = 850 : 1, \text{ donde } h = 27200.^{pi}.$$

Inoltre le altezze delle colonne d'aria di uniforme ed ugual densità, sono in ragione diretta delle forze di elasticità cui debbono quelle far equilibrio. Perciò chiamando y l'altezza di una simile colonna d'aria, che debba far equilibrio colla elasticità e' avremo

$$y : h = e' : 1 = \frac{np}{p + sx} : 1, \text{ donde } y = \frac{hnp}{p + sx};$$

ed il peso P da cui si deve riguardare spinto il proietto, sarà espresso da

$$P = \frac{ghnps}{p + sx},$$

essendo 1 la densità dell'aria. Inoltre sarà

$$m = \frac{4rs\delta}{3};$$

e dividendo il peso per la massa, otterremo il valore della forza φ acceleratrice del proietto, espressa da

$$(61) \quad \varphi = \frac{3ghnp}{4(p + sx)r\delta}.$$

Questa espressione di φ , è quella generalmente adottata, sebbene abbia per fondamento due inesatte ipotesi, cioè che la totalità della carica sia ridotta in gas al principio del moto, e che il gas mentre si dilata non provi alcuna diminuzione di temperatura. Però queste due cause influiscono in senso contrario sul decrescimento del valore di φ : la seconda, cioè la effettiva diminuzione di temperatura tende evidentemente a rendere questo decrescimento più rapido; mentre la prima, cioè la incompleta e successiva combustione

della carica, deve renderlo meno rapido, per le nuove quantità di gas e di calorico che si aggiungono successivamente alla quantità loro iniziale. Dunque non ci allontaneremo assai dal vero, supponendo che queste due cause contrarie si compensino presso a poco; e perciò potremo fare astrazione dalla influenza loro nel valore di φ , dato in funzione della x . Un'altra cagione di errore si deve riconoscere nell'esser certi, che mentre il fluido elastico spinge il proietto nell'anima della bocca da fuoco, una parte della sua forza è impiegata pure a spingere la sua propria massa, che non è trascurabile rapporto quella del proietto stesso. Da ciò si vede che la velocità di proiezione del proietto, esser deve minore di quello sarebbe, se, la forza elastica del gas restando la stessa, la sua massa fosse insensibile, come viene supposto dall'analisi. Però questa circostanza non può essere introdotta nel calcolo, il quale per la medesima diverrebbe troppo complicato, e non potrebbe condurci a risultamenti utili per la pratica. Inoltre il moto del proietto viene ritardato 1.° dalla resistenza dell'aria: 2.° dall'azione della gravità se l'arma non sia orizzontale: 3.° dall'attrito che il proietto subisce nelle pareti dell'anima, il quale crescerà tanto più, quanto più diminuirà l'inclinazione della *punteria*. Ma queste tre cagioni di ritardo non hanno influenza sensibile pel breve tratto della lunghezza dell'anima, e perciò possono trascurarsi. Da ultimo l'aria atmosferica esternamente preme contro il proietto, e di questa pressione terremo conto in seguito: per ora la trascuriamo a fine di giungere ad una espressione ottenuta, e adoperata da Robins.

Per la formula generale del moto $udu = \varphi ds$, avremo

$$udu = \frac{3ghnp}{4r\delta} \left(\frac{dx}{p + sx} \right).$$

laonde

$$u^2 = \frac{3ghnp}{2r\delta s} \log(p + sx) + C.$$

Ma sappiamo essere $u = 0$ quando $x = 0$, perciò sarà

$$C = - \frac{3ghnp}{2r\delta s} \log p,$$

e perciò

$$(62) \quad u^2 = \frac{3ghnp}{2r\delta s} \log \left(\frac{p + sx}{p} \right),$$

formula che darà la velocità del proietto in qualunque sezione dell'anima del-

l'arma. Inoltre, poichè fatto $u = v$ abbiamo $x = b$, così avremo

$$(63) \quad v^2 = \frac{3ghnp}{2r\delta s} \log. \left(\frac{p + sb}{p} \right),$$

formula che dà le velocità del proietto alla bocca dell'arma, cioè la velocità *iniziale* del medesimo.

Se la capacità p sia una parte dell'anima, cioè non abbia forma diversa da questa, e la sua lunghezza sia β , quella dell'anima essendo l , avremo

$$p = s\beta, \quad b = l - \beta,$$

fatte queste sostituzioni nell'equazione precedente, avremo

$$(64) \quad v^2 = \frac{3ghn\beta}{2r\delta} \log. \frac{l}{\beta}.$$

Mediante questa equazione Robins ha concluso la velocità del proietto da 24, dalla velocità della palla da fucile, che aveva esso trovato colla sperienza, e che sostituita nell'equazione stessa determina il rapporto n .

Ora per giungere a formule più esatte, passiamo a considerare la spinta che l'aria esterna esercita sul proietto. Non avuto riguardo all'effetto della pressione atmosferica, il valore della forza acceleratrice φ del proietto nell'anima era determinata dalla (61). Ora considerando quella pressione, la quale com'è chiaro si esprime con

$$ghs,$$

il valore della forza ritardatrice del proietto stesso, per la spinta indicata, sarà espressa da

$$\frac{3gh}{4r\delta}.$$

Dunque valutando la pressione atmosferica, la forza acceleratrice φ' del proietto verrà espressa dalla

$$(65) \quad \varphi' = \frac{3gh}{4r\delta} \left(\frac{np}{p + sx} - 1 \right).$$

Quindi, per l'equazione generale del moto, avremo

$$(66) \quad udu = \frac{3gh}{4r\delta} \left(\frac{npdx}{p + sx} - dx \right),$$

ed integrando sarà

$$u^2 = \frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{np}{s} \log.(p + sx) - x \right] + C,$$

ma quando $u = 0$ abbiamo $x = 0$, perciò sarà

$$C = - \frac{3ghnp}{2r\delta s} \log.p ,$$

e perciò

$$(67) \quad u^2 = \frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{np}{s} \log. \left(\frac{p + sx}{p} \right) - x \right] ,$$

formula generale, più esatta della precedente, da cui possiamo avere la velocità iniziale v facendo $x = b$ in essa: questa formula contiene tutta la teorica del fucile ad aria compressa.

Sappiamo che il principal pezzo di questo fucile consiste nel calcio di metallo, vuoto, e ben solido, nel quale s'introduce, e si condensa l'aria, mediante una piccola tromba di compressione. Il passaggio dell'aria nella canna è impedito da una valvola, posta verso la *culatta*, e che una molla tiene chiusa. Un grilletto apre questa valvola, che subito si richiude per l'azione di una molla, e la palla è spinta dal fluido elastico sfuggito dal calcio.

Sia x_1 la lunghezza dello spazio percorso dalla palla nell'istante in cui la valvola si richiude, ed n_1 la elasticità dell'aria di carica dopo il primo colpo di fucile. Dal momento in cui la valvola comincia ad aprirsi, l'aria contenuta nella capacità p del calcio del fucile, si espande sempre in capacità maggiore, sino al momento in cui la valvola medesima siasi perfettamente richiusa, nel qual preciso momento, potremo ritenere, che l'aria stessa occupi lo spazio $p + x_1$, quindi per la legge di Mariotte avremo

$$n : n_1 = p + x_1 : p , \quad \text{donde} \quad \frac{n_1}{n} = \frac{p}{p + x_1} ,$$

dalla quale abbiamo

$$(68) \quad x_1 = \frac{(n - n_1)p}{sn_1} .$$

Sostituendo nella (67) x_1 ad x , e dando ad x_1 questo valore, otterremo la velocità u_1 della palla nell'istante di cui si tratta; cioè sarà

$$(69) \quad u_1^2 = \frac{3ghp}{2r\delta s} \left[n \log. \frac{n}{n_1} - \left(\frac{n - n_1}{n_1} \right) \right] .$$

Questa è una velocità particolare, quella cioè che possiede la palla mentre si

richiude la valvola; ma la palla continua a progredire nell'anima, e dobbiamo trovare la sua velocità in qualunque altra sezione della canna, ed anche quella iniziale, corrispondente alla bocca di essa. È chiaro che per $x < x_1$ la (67) senz'altro fornirà il corrispondente valore di u ; ma per $x > x_1$, cioè pel caso in cui siasi già chiusa la valvola, dovrà in vece la (66) fornirci la corrispondente velocità, dopo che avremo sostituito in essa n_1 ad n , ed sx_1 a p ; giacchè in questo caso l'aria contenuta nel calcio del fucile, non ha più azione veruna sul proietto, sul quale agisce unicamente quella contenuta nella capacità sx_1 , e che viene a corrispondere al gas prodotto dalla combustione della polvere; perciò la x nel caso medesimo deve cominciarci a contare ove termina la x_1 . Fatte per tanto queste sostituzioni nella (66), avremo

$$udu = \frac{3gh(n_1x_1dx}{4r\delta(x_1+x - dx)},$$

ed integrando sarà

$$u^2 = \frac{3gh}{2r\delta} [n_1x_1 \log.(x_1+x) - x] + C.$$

Ma quando $x=0$ abbiamo anche $u=u_1$, dunque sarà

$$C = u_1^2 - \frac{3gh}{2r\delta} n_1x_1 \log.x_1.$$

e perciò

$$(70) \quad u^2 = u_1^2 + \frac{3gh}{2r\delta} \left[nx_1 \log.\left(\frac{x_1+x}{x_1}\right) - x \right].$$

Per avere poi la iniziale velocità, ossia l'altezza z che ad essa è dovuta, porremo in questa formola il valore di u_1 in funzione della x_1 mediante la (67), e $b - x_1$ invece della x . Per queste sostituzioni, ed a motivo della

$$v^2 = 2gz,$$

otterremo

$$(71) \quad z = \frac{3h}{4r\delta} \left[\frac{np}{s} \log.\left(\frac{p+sx_1}{p}\right) + n_1x_1 \log.\frac{b}{x_1} - b \right].$$

Le quantità n , n_1 contenute in questa formola, si determinano mediante l'osservazione, col mezzo dell'istromento che serve a misurare la elasticità dei gas; cioè col mezzo del manometro, applicato convenientemente al calcio del fucile, tanto dopo caricato per avere il valore di n , quanto dopo il primo colpo, per avere quello di n_1 . Fatta questa determinazione, il valore della x_1 si ottiene dalla (68).

L'equazione (71) fornisce l'altezza dovuta alla velocità corrispondente alla bocca del fucile; cioè fornisce la velocità iniziale della palla. Però il secondo membro della medesima formula varia col variare della x_1 , per modo che supponendo la x_1 crescere, sarà facile vedere che il secondo membro stesso prima crescerà, e poi decrescerà. In fatti sino a tanto che sarà $x_1 < b$, il valore di z crescerà; ma divenendo $x_1 > b$ il valore del termine

$$n_1 x_1 \log \frac{b}{x_1},$$

diverrà negativo, e crescerà negativamente colla x_1 , ma con più rapidità del termine

$$\frac{np}{s} \log \left(\frac{p + sx_1}{p} \right).$$

Laonde seguitando a crescere la x_1 , decrescerà la z , sino a tanto che diverrà negativa. E per verità supposto

$$x_1 = \infty, \text{ avremo } z = -\infty^2.$$

Poichè dunque la z , crescendo sempre la x_1 , prima cresce poi diminuisce, così vi sarà certo un valore della x_1 , cui corrisponderà un massimo di z .

Ora vediamo per quale condizione la velocità iniziale diviene un massimo, e quale sia il valore di esso. Eguagliando a zero il differenziale di z , preso rapporto ad x_1 , soddisfaremo a tale ricerca, e verremo nel tempo stesso a conoscere il punto della lunghezza della canna, ove deve trovarsi la palla, quando chiudesi la valvola, onde la velocità iniziale sia massima. Per tanto dalla (71) avremo

$$\frac{dz}{dx_1} = \frac{3h}{4r\delta} \left(\frac{pn}{p + sx_1} - n_1 + n_1 \log \frac{b}{x_1} \right),$$

e perciò

$$\frac{np}{p + sx_1} - n_1 + n_1 \log \frac{b}{x_1} = 0,$$

la quale viene soddisfatta pel valore

$$x_1 = b.$$

In fatti, sostituendo questo valore nelle equazione medesima, essa diviene

$$\frac{np}{p + sb} = n_1, \text{ donde } n : n_1 = p + sb : p,$$

equiquoziente vero; giacchè n, n_1 rappresentano le forze di elasticità dell'aria contenuta nei due volumi $p, p + sb$.

Dunque avrà luogo la massima velocità iniziale per la palla, quando la valvola si chiuda, mentre quella trovasi alla bocca della canna, lo che facilmente poteva prevedersi. Ed è pure manifesto che se la valvola si chiudesse dopo che la palla è uscita dalla canna, sfuggirebbe in mera perdita una parte dell'aria della carica.

Facciasi per tanto $x_1 = b$ nella (71), ed il corrispondente valore z_1 dell'altezza dovuta alla velocità iniziale v_1 che per la opportuna chiusura della valvola è massima, sarà dato dalle

$$(72) \quad z_1 = \frac{3h}{4r\delta} \left[\frac{np}{s} \log. \left(\frac{p + bs}{p} \right) - b \right], \quad v_1^2 = 2gz_1.$$

Dovendo questa funzione accordarsi con quello che la sperienza c'insegna, egli è chiaro che la medesima deve ammettere un massimo col crescere della lunghezza b della canna. Infatti crescendo b diminuisce la elasticità dell'aria interna, distribuita nel calcio e nella canna; quindi dovrà esservi un tal valore di b , pel quale la elasticità dell'aria interna eguaglierà quella della esterna, e questo valore di b sarà quello corrispondente al massimo di z_1 . Poichè crescendo ancor più la lunghezza b , dovrà la velocità iniziale diminuire, dovendo in tale ipotesi la elasticità dell'aria esterna superare quella della interna; per cui dovrà la palla diminuire tanto più la sua velocità iniziale, quanto più il valore di b passerà quello corrispondente alla eguaglianza fra le due indicate elasticità. Per trovare questo valore di b corrispondente al massimo di z_1 , eguaglieremo a zero il valore di $\frac{dz_1}{db}$ tratto dalla (72), ed avremo la

$$\frac{np}{p + bs} - 1 = 0.$$

Da questa equazione abbiamo

$$(73) \quad b = \frac{(n-1)p}{s},$$

che rappresenta la lunghezza della canna, onde si verifichi per la velocità iniziale il massimo, dipendente dalla lunghezza della canna medesima. ~~Per~~ ~~che~~ ~~come~~ il significato di questo valore accordasi colle precedenti osservazioni, si dica λ la elasticità dell'aria interna del fucile, quando la palla raggiunge l'estremo corrispondente all'indicato massimo: avremo

~~Per~~ ~~che~~ ~~come~~ il significato di questo valore accordasi colle precedenti osservazioni, si dica λ la elasticità dell'aria interna del fucile, quando la palla raggiunge l'estremo corrispondente all'indicato massimo: avremo

$$x = \frac{(n-1)p}{s}$$

come appunto fu trovato per b . A rendere poi

$$n : \lambda = p + s \frac{(n-1)p}{s} : p, \text{ donde } \lambda = 1 .$$

Dunque in tal caso la elasticità dell'aria interna dovrà eguagliare quella della esterna, che già rappresentammo con 1. Per tanto quando la lunghezza della canna di questo fucile sia del valore trovato per b ; cioè quando sia tale che l'aria della carica dilatandosi fino alla bocca della canna, e restando sino a quel momento aperta la valvola, sia tanto elastica, quanto lo è l'aria esterna, certo allora la velocità iniziale della palla sarà massima, e per effetto dell'apertura della valvola, e per effetto della lunghezza della canna. Ma egli è manifesto che con siffatta lunghezza, il fucile oltre ad essere impraticabile, non potrà col medesimo tirarsi più di un solo colpo.

Sostituendo nella (72) il valore di b dato colla (73), e chiamando z_2 l'altezza che a questa massima iniziale velocità v_2 è dovuta, otterremo le

$$(74) \quad z_2 = \frac{3hp}{4r\delta s} (n \log n - n + 1), \quad v_2^2 = 2gz_2 .$$

Esempio

In una delle sperienze riportate da Lambert (memorie di Berlino an. 1765) si è ottenuto $n = 4,71$; inoltre si aveva

$$r = 0^{pi}, 012565, \quad b = 2^{pi}, 4959, \quad p = 0^{pi}, 00611, \quad \delta = 9755,$$

essendo la palla di piombo. Con questi dati si trova mediante la (72) essere la massima velocità iniziale della palla espressa con 287^{pi} . Ritenuti gli stessi valori numerici di n, r, p, δ , mediante le (73) e la (74) si avrà

$$b = 46^{pi}, \quad v_2 = 700^{pi}$$

Inoltre osserviamo che, poichè la velocità iniziale dopo avere conseguito il suo massimo deve diminuire al crescere di b , così potrebbe cercarsi quale sarà la lunghezza di canna, onde la velocità medesima sia nulla. Ad ottenere siffatto valore dovremo dalla (67), avere

$$\frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{np}{s} \log \left(\frac{p+sx}{p} \right) - x \right] = 0,$$

donde

$$\left(1 + \frac{s}{p} x\right)^{\frac{np}{s}} = e^x, \text{ ovvero } x = \frac{p}{s} \left(e^{\frac{sx}{np}} - 1 \right),$$

equazioni che vengono evidentemente soddisfatte da $x = 0$, ed $x = \infty$, dalle quali si ottiene la cercata lunghezza. Inoltre si determinerà la elasticità n dell'aria costituente la carica per una velocità iniziale data, risolvendo la equazione (72) che darà

$$(75) \quad n = \frac{s}{p \log \left(\frac{p + sb}{p} \right)} \left(b + \frac{4r\delta z_1}{3h} \right).$$

Un fucile a vento di cui la capacità del calcio, nel quale si trova compressa l'aria, è di λ litri, contiene l'aria medesima compressa dal peso di n atmosfere, corrispondenti ognuna all'altezza barometrica h . Si è tirato un colpo con questo fucile, e la quantità di aria uscita dal calcio occupa λ' litri alla pressione atmosferica attuale, corrispondente all'altezza barometrica h' . Volendo conoscere la forza elastica x dell'aria restata nel calcio dopo questo tiro, dobbiamo riflettere che, per la legge di Mariotte, l'aria uscita la quale occupava λ' litri alla pressione atmosferica h' , occuperebbe alla pressione h un volume di

$$\frac{\lambda' h'}{h}$$

litri. Ma per la stessa legge il volume dell'aria contenuta nel calcio, alla pressione h , sarà di $n\lambda$ litri; dunque l'aria restata nel medesimo dopo il tiro, dovrà occupare, alla pressione h , un volume espresso da

$$n\lambda - \frac{\lambda' h'}{h}.$$

Quindi avremo

$$h : x = \lambda : n\lambda - \frac{\lambda' h'}{h}, \text{ donde } \dots (76) \quad x = \frac{nh\lambda - \lambda' h'}{\lambda}.$$

Esempio

Posto

$\lambda = 1, \quad h = 0^m, 76, \quad h' = 0, 78, \quad \lambda' = 2, \quad n = 8,$
sarà

$$x = 4^m, 52.$$

Il fucile a vento ha sulle armi da fuoco il vantaggio di fornire molti colpi di seguito, e di non produrre il fumo, circostanza molto utile specialmente nella guerra sotterranea, ove il fumo riesce molto nocivo: ed è perciò che nel 1807 questo fucile proposto per armare col medesimo le compagnie dei minatori. Però l'arma stessa facilmente si degrada, e con difficoltà si carica, quindi fino ad ora non potè definitivamente adottarsi nella guerra. Inoltre il suo proietto parte quasi senza strepito, lo che rende quest'arma pericolosa, e perciò dalla società venne proscritta.

La legge di Mariotte ci fa pure conoscere quale, in una pompa di compressione, sia la forza elastica x dell'aria, restata nel suo serbatoio c , sapendosi esser f'' quella dell'aria contenuta nel suo recipiente di compressione c' .

Questi due recipienti c , c' che supponiamo non potersi affatto distendere, sono comunicanti fra loro, e per mezzo di uno stantuffo con opportune valvole, come ognuno conosce, mentre l'aria si comprime in c' , si dirada in c . Le forze iniziali di elasticità o compressioni dell'aria nei recipienti c , c' , sieno rispettivamente rappresentate da f , f' . Dicasi q la quantità d'aria contenuta nell'unità di volume, sotto la pressione qualunque h , che potrà essere quella media di 0^m, 76; egli è chiaro che le quantità d'aria nell'unità stessa di volume, sotto le pressioni f , x , f' , f'' , saranno rispettivamente rappresentate per la legge di Mariotte (pag. 192. T. X.) da

$$\frac{qf}{h}, \frac{qx}{h}, \frac{qf'}{h}, \frac{qf''}{h}.$$

In fatti essendo le densità dei gas in ragion diretta dei pesi comprimenti, discende che le quantità dei gas contenute nella unità di volume, sieguono pur esse la ragion medesima.

Quindi le quantità di aria nel recipiente c , sotto le pressioni od elasticità f , x ; e nel recipiente c' sotto le pressioni od elasticità f' , f'' , saranno espresse rispettivamente con

$$\frac{cqf}{h}, \frac{cqx}{h}, \frac{c'qf'}{h}, \frac{c'qf''}{h}.$$

Ora è chiaro che la quantità d'aria entrata nel recipiente c' di compressione, sarà dalla data differenza

$$\frac{c'qf'' - c'qf'}{h} = \frac{c'q(f'' - f')}{h},$$

e che la quantità d'aria escita dal recipiente c alimentatore, sarà espressa dalla differenza

$$\frac{cqf - cqx}{h} = \frac{cq(f - x)}{h}.$$

Ma queste due quantità sono uguali fra loro, dunque sarà

$$c'(f' - f) = c(f - x),$$

donde

$$(77) \quad x = f - \frac{c'(f' - f)}{c}.$$

Per mezzo della legge di Mariotte, si può facilmente calcolare la elevazione di un liquido in una pompa aspirante, nella quale si trovi dell'aria fra il livello di questo liquido, e la base inferiore dello stantuffo. La elevazione cui può un liquido ascendere mediante la indicata pompa, nell' interno di essa, quando non s' interponga dell'aria nell' indicato spazio, è sempre maggiore di quella cui può ascendere il liquido stesso nel caso contrario. Poichè l'aria interposta sebbene si dilati, esercita sempre una pressione in ogni senso, e quindi anche sul liquido cui sta in contatto, la quale contraria l'innalzamento del medesimo, e la riduce ad una quantità x che ora determineremo.

Distinguiamo il livello interno, quello cioè del liquido nella pompa, dall'esterno, cioè da quello di esso liquido, nel quale sta immerso il tubo aspirante della medesima. Rappresenti b l'area del livello interno, e β quella dell'esterno; dicasi d la distanza dei due livelli al principio del moto; c la corsa dello stantuffo, vale a dire la distanza della sua base inferiore al principio del moto dalla medesima alla fine di esso; a la distanza nella quale si trova l'aria fra il livello interno e la base inferiore dello stantuffo al principio del moto; y sia la distanza fra i due livelli esterni, uno al principio, l'altro al fine della corsa dello stantuffo; ovvero l'abbassamento del esterno livello per la corsa medesima.

Supponendo il liquido incompressibile, tanta sarà la quantità di esso escita dall'esterno, quanto quella entrata nell' interno della pompa, dopo terminata la corsa dello stantuffo; perciò avremo

$$y = \frac{bx}{\beta}.$$

Dopo ciò l'aria che occupava lo spazio ab al principio del moto, dovrà occupare alla fine di esso lo spazio

$$b(a + c - x) .$$

Per tanto dicasi l l'altezza di una colonna dello stesso liquido, che col suo peso rappresenti quello dell'atmosfera, l'espressione della elasticità dell'aria compresa fra la base inferiore dello stantuffo, ed il livello interno al principio del moto, considerata sulla unità di superficie, e supposta 1 la densità, sarà

$$g(l - d) .$$

Ora chiamando z la elasticità dell'aria medesima, dopo eseguita la corsa dello stantuffo, dovrà per la legge di Mariotte aversi

$$g(l - d) : z = b(a + c - x) : ba ,$$

donde

$$z = \frac{g(l - d)a}{a + c - x} .$$

Cessato il moto, dev' esservi equilibrio fra le pressioni una interna l'altra esterna; perciò esprimendo con 1 la densità, considerando le pressioni medesime sulla unità di superficie, e dividendo per g , avremo

$$\frac{z}{g} + x + d + y = l ,$$

ovvero

$$\frac{(l - d)a}{a + c - x} + x + d + \frac{bx}{\beta} = l ,$$

che fornisce la

$$(78) \quad x^2 - \left[(l - d) \frac{\beta}{\beta + b} + a + c \right] x + \frac{\beta c(l - d)}{\beta + b} = 0 .$$

Questa equazione, in cui le quantità l, d, c, a, b, β , sono date, ha le due radici reali e positive come dimostreremo in seguito; ma una soltanto delle medesime, come ora vedremo, sarà soddisfacente alla ricerca. Ed in fatti, chiaro apparisce dover essere

$$x + y + d < l, \quad \text{donde} \quad x + y < l - d ;$$

inoltre fu trovato

$$y = \frac{b}{\beta} x, \quad \text{donde} \quad x + y = \frac{(\beta + b)}{\beta} x ;$$

e perciò

$$\left(\frac{b+\beta}{\beta}\right)x < l-d,$$

donde

(79)

$$\left. \begin{aligned} &x < (l-d) \frac{\beta}{\beta+b}; \\ &\text{ed è ancora evidente che avremo} \\ &x < a+c. \end{aligned} \right\}$$

Ciò posto, poichè la somma delle due radici appartenenti alla (78) si esprime con

$$(l-d) \frac{\beta}{\beta+b} + a+c;$$

così è chiaro che niuna delle medesime può essere eguale ad $a+c$, poichè in tal caso dovrebbe l'altra essere uguale ad

$$(l-d) \frac{\beta}{\beta+b};$$

e perciò niuna soddisfarebbe alle condizioni (79), alle quali, come vedemmo, una sempre deve soddisfare. Se poi fosse una delle due radici $< a+c$, l'altra dovrebbe essere

$$> (l-d) \frac{\beta}{\beta+b};$$

ed in questo caso la prima soltanto converrebbe alla quistione. Se in fine una delle radici medesime riescisse $> a+c$, si dovrebbe trovare l'altra

$$< (l-d) \frac{\beta}{\beta+b},$$

e questa soltanto sarebbe soddisfacente.

Possiamo però dare un criterio anche più esplicito, per giudicare quale delle due radici reali della (78) soddisfi alla quistione. Sommiamo in fatti le (79) ed avremo

$$(80) \quad x < \frac{(l-d) \frac{\beta}{\beta+b} + a+c}{2};$$

ma risolvendo la (78) abbiamo, dopo qualche riduzione, la

$$x = \frac{1}{2}[(l-d)f + a + c] \pm \frac{1}{2} \sqrt{[(c - (l-d)f)^2 + a^2 + 2(l-d)af + 2ac]},$$

nella quale si è fatto

$$f = \frac{\beta}{\beta + b};$$

dunque apparisce che le due radici della (78) sono reali, e che per la questione deve solo quella di esse valere, cui corrisponde innanzi al vincolo radicale il segno negativo, perchè altramente la (80) non sarebbe soddisfatta.

Alla fine del moto l'equazione di equilibrio è la seguente

$$\frac{g(l-d)a}{a+c-x} + g(x+y) + gd = gl,$$

donde

$$\frac{g(l-d)a}{a+c-x} = g(l-d) - g(x+y),$$

nella quale il primo membro esprime la forza elastica dell'aria compressa fra il nuovo livello interno, e la base inferiore dello stantuffo dopo la sua elevazione. Da ciò risulta che questa base subisce una pressione diretta dal basso all'alto, ed espressa da

$$[g(l-d) - g(x+y)]b,$$

mentre la superiore base del medesimo, è spinta in senso contrario dalla pressione atmosferica gb . La differenza di queste due pressioni è

$$gb(d+x+y),$$

ed esprime la pressione subita dall'alto al basso dalla superiore base dello stantuffo; mentre uguaglia il peso del liquido compreso fra i due livelli, uno esterno l'altro interno, e relativi alla fine del moto. Se il liquido fosse acqua, in tal caso dovrebbe aversi $l = 10^m, 4$.

Nelle precedenti formule supponendo $d = 0$, s' incontrerà il caso particolare in cui coincidono i due livelli al principio del moto, e le formule stesse anderanno a confondersi con quelle date da Poisson (1), pel caso particolare medesimo.

(Continuerà)

(1) *Traité de méc.* T. 2.° Pari. 1833, pag. 617.

COMUNICAZIONI

Sopra una memoria dell'ingegnere idraulico sig. P. PALEOCAPA. Comunicazione del prof. C. SERENI.

Il celebre ingegnere sig. Pietro Paleocapa, ministro dei lavori pubblici nel regno di Sardegna, ha voluto per mio mezzo, e del sig. professore Cavalieri San Bertolo far presente all'accademia nostra, della sua memoria sulla scelta di quello fra i canali del Danubio da preferirsi per la navigazione.

Adempio per parte mia, e del chiarissimo mio collega, l'onorevole incarico, e con piacere infinito, per l'antica amicizia che mi lega all'autore, e perchè la memoria riferisce ad una questione europea, cho può dirsi già risolta, secondo le viste dell'autore.

Era indeciso fra li diversi rami del Danubio, quale potesse riuscire di più idoneo, e più stabile ingresso nel mar Nero, per una perenne navigazione. Quistione arduissima, che nè la scienza, nè l'arte han per anco sapute risolvere, sopra principj certi e inconcussi. Il sig. Paleocapa esamina, con isquisita sagacia, le circostanze particolari dello sbocco in mare d'ognuno dei ~~brami~~ ^{brami} del fiume; e con somma dottrina fa vedere per quali potentissime ragioni sia da preferire il canale denominato di s. Giorgio.

Gli argomenti d'idraulica marittima e fluviale, in essa magistralmente trattati, avvalorati coll'esempio della diga costrutta or son dieci anni nell'Adriatico al porto di Malamocco, per suo stesso consiglio, saranno di utilissimo lume in tutte le operazioni, che si dirigono a migliorare e conservare alla navigazione lo sbocco dei fiumi in mare.

Per ora la dottissima memoria ha valso al suo autore il segnalato onore, che la commissione internazionale incarciata dalla conferenza di Parigi, per istudiare le quistione sulla regolarizzazione delle bocche del Danubio, appoggiando il suo voto sulla indicata memoria, si pronunzi a favore della bocca di s. Giorgio (Giornale di Roma n. 235 del 16 ottobre 1858); ed è a ritenere per certo, che la conferenza ratificherà l'opinamento della commissione. Di tal che verrà sempre più in conferma quel voto comune, che cioè l'idraulica ha suo nascimento in questa nostra Italia.

Sunto dell' opera del sig. prof. M. cav. MEDICI intitolata « Compendio storico della scuola anatomica di Bologna ecc. » redatto dal professore di ana-

tomia nella università romana sig. cav. RUDEL, e presentato dal prof. P. Volpicelli.

Stava io tessando poche parole, che servir doveano di discorso inaugurale alle mie pubbliche lezioni di anatomia umana nella nostra università, pel futuro scolastico anno; ed avea posto ad argomento del mio dire la storia anatomica, onde, in vedere lo sviluppo ed il progresso di essa, vero fondamento del medico-chirurgico edificio, i giovani allievi, s'inflammassero viè più allo studio della medesima: quando, il chiarissimo mio collega sig. prof. Paolo Volpicelli, gentilmente mi presentava un volume in 4.^o, stampato con eleganza e lusso tipografico, in Bologna di 430 pagine, intitolato: « Compendio storico della scuola anatomica di Bologna, dal rinascimento delle scienze e delle lettere a tutto il secolo XVIII, con un paragone fra la sua antichità e quella delle scuole di Salerno e di Padova, scritto da Michele Medici ».

Il titolo ed il nome europeo dell'autore, conosciuto, e rispettato da chiunque tratti medicina, e che io cominciava ad amare ed ammirare non appena le prime linee di istituzione toccava; amore ed ammirazione che mi crebbero in leggere i continuati suoi aurei scritti a vantaggio della nobilissima scienza, m'invogliarono altamente a leggere anche questo, e renderne pubblico un informe sunto, per quanto la pochezza dell'ingegno, e delle cognizioni mie lo permettersero.

Lo scopo che l'illustre fisiologo di Bologna ha mirato in questo scritto, si è quello di celebrare la memoria de' suoi concittadini, che, e dalle cattedre, e più con gli scritti diffusero per tutta Europa tali germi di dottrina anatomica, onde poi venne in tanta fama la scuola bolognese, rivendicando così dall'ingiusta non curanza dei moderni, le grandi fatiche degli avi, e mostrando a tutte le nazioni qual gloria competasi alla nostra penisola.

Bello e santo lavoro, degno d'imitazione su questa classica terra, sì feconda d'ingegni, e che tante scoperte l'hanno illustrata; le quali, per negligenza nostra, cadute nell'oblio, sono state quindi e da oltremonte e da oltremare a' proprii addebitate.

Il Fisiologo bolognese dopo aver chiamato in disamina le opere degli storici antichi, che non hanno perdonato a fatica, onde cercare e manifestare al pubblico notizie circa i medici e gli anatomici, anche più antichi in Bologna, conclude saviamente, che i loro scritti non valgono ad offrire un complesso, che dia a conoscere i successivi progressi delle anatomiche discipline appo i Bolognesi. Sono tutti da considerare piuttosto come poligrafi, che come storici di cose anatomiche; egli però da buon autore confessa di aver sovente attinto alle opere di quei classici avvertimenti e lumi, di cui si è gio-

vato nello stendere il suo lavoro. Giusta retribuzione di onoranza a coloro che ci hanno preceduti, ben poco al dì d'oggi imitata fuori d'Italia nostra, dove con molta facilità gli autori plagiando si vestono degli ornamenti altrui.

Quantunque fino dal 1156 fiorisse in Bologna un collegio medico, con discipline e statuti, e molti fossero i medici viventi in Bologna in quel secolo, pure non fu che nel cominciare il secolo XIII, che molti si diedero ad insegnare pubblicamente in Bologna la medicina. Il primo dei quali fu Jacopo da Bertinoro, che morì nel 1213: fu egli seguito da una schiera d'illustri, che furono maestri agli stranieri, che anzi in tanto onore era tenuta la scuola medica bolognese, che molti abbandonate le altre università, anziosi a quella si trasferivano per apprendere la medicina.

Ma una scuola medica, dice il chiarissimo autore, non è a rigore lo stesso che una scuola anatomica, potendo darsi ammaestramenti d'igiene, di terapeutica, di spargirica, e d'altre parti della medicina, passandosi dell'anatomia, od appena toccandola; cosa facilissima ad avvenire quando l'insegnamento, massimamente pubblico, non è filosoficamente ordinato, come esser non poteva nell'ancora piuttosto rozzo secolo XIII.

Ad onta però di questa verità, non è a supporre, che là ove fioriva tanto bellamente la medicina, fosse del tutto neglittata l'anatomia, base stabile di ogni medica educazione; infatti troviamo come il Guglielmini affermi, che l'anatomia sarebbesi insegnata pubblicamente in Bologna nel secolo XII, da un certo Armando Guascone, ed anche da Pietro Alberici, vissuto nel 1164.

Alle quali affermazioni storiche il ch. A. confessa che resta dubbioso, non avendo potuto togliere dall'animo suo alcune incertezze su esse, per quanto di fatica v'impiegasse. Per la qual cosa egli viene al secolo XIII, in cui le notizie risguardanti l'argomento sono ingombre di minore oscurità.

E fu in questo secolo che fiorirono molti illustri uomini, che procacciarono all'università di Bologna molta fama. Principale fra essi fu Taddeo Alderotto, così Bartolomeo da Varignano, all'ultimo dei quali i bolognesi innalzarono poscia una statua nel teatro anatomico dell'archiginnasio loro.

E seguitando il Medici, fra famosi anatomici del secolo XII, dice, avere in Bologna goduto altissima reputazione Guglielmo da Saliceto, che nel 1275 pubblicava un'opera chirurgica, dove il trattato 4.^o versa intorno l'anatomia, che potrebbe dirsi un trattatello, rozzo sì, ma per quanto l'ignoranza dei tempi il permetteva, buono ed abbastanza esteso, in modo da dichiarare il suddetto Guglielmo da Saliceto, certamente uno dei primi scrittori di notomia umana all'epoca del rinascimento delle scienze.

Erano ancora nel più vergognoso silenzio le scuole mediche dell'estere nazioni tutte , quando costì in Italia i primi lampi scintillarono di miglior luce, e la scuola anatomica ebbe novella vita. Il Mondini in Bologna nel secolo XIV segnava una pagina di gloria italiana nella storia anatomica. Egli pubblicava un'opera che per due secoli fu il solo testo delle anatomiche discipline; ed il Medici qui con bello stile si ferma alquanto con brevi considerazioni sul lavoro del Mondini, dopo di che, conclude, che il Mondini oltre le varie nozioni anatomiche speciali delle parti, ne conosceva anche le varie attinenze, ed usi diversi; indagine che inalzatasi sopra la semplice anatomia descrittiva, spazia pei campi della fisiologia.

Che se meritassero piena fede le parole dell'avvocato Alessandro Macchiavelli, avrebbe fiorito al tempo del Mondini in Bologna, un'Alessandra Gillioni, egregia donzella, espertissima dell'anatomia, e che in compagnia di Ottone Agenio Lustrulano, Settore anatomico del suddetto Mondini, con somma abilità ministrava nei lavori anatomici.

Discepolo e contemporaneo del Mondini, fu Bertuccio, diminutivo di Alberto, uno dei più esperti anatomici, che lasciò varie opere molto celebrate, e di cui fu discepolo Guido da Cauliaco, il più insigne chirurgo di quel tempo che vantì la Francia.

E qui il chiarissimo autore, trascurando tanti insigni medici che in Bologna levarono alta fama , dicendo degli anatomici , scrive come al piegare del XIV secolo, ed al sorgere del XV, fiorisse in Bologna Pietro figlio di Azolino di Argelata.

Nel medesimo secolo sostennero la riputazione della bolognese università nell'insegnamento anatomico Giovanni da Concorreggio o Concorrezzo, Gabriele Gerbi o Zerbi, Alessandro Achillini, Jacopo Berengario da Carpi; ed a questi, è duopo aggiungere, benchè di minor fama, Giovanni Bayerio, ed il suo figlio Nicolò, Girolamo Manfredi, Giovanni Garzoni, Girolamo Ranuzzi, Lionello, Benedetto Vittori, Tiberio Bacilieri, uomini tutti di chiarissimo nome i quali per le loro fatiche e cognizioni anatomiche, meritavano di essere iscritti nelle pareti del teatro anatomico di Bologna.

Discende l'autore agli anatomici nati nel secolo XVI, e nel corso di esso fioriti, nominando fra i primi un tale Ulisse Aldrovandi, nato in Bologna nel 1522, salutato principe de' naturalisti, ed eruditi del suo tempo.

E seguendo l'ordine dei tempi il chiarissimo autore avvisa, che in Bologna ancora avesse insegnato anatomia quell'Andrea Vesalio , che pei suoi lavori, si ebbe il nome di lume chiarissimo dell'anatomia.

Così nel 1530 nacque in Bologna il celebratissimo anatomico Giulio Cesare Aranzio o Aranzi: egli nel 20 Maggio del 1556 ottenne la cattedra di anatomia nello studio pubblico di Bologna, che esercitò con tanto lustro per tutta la sua vita, terminata nel 1589, e Bologna che gli fu madre, eresse una statua a questo suo diletto figlio, nel teatro anatomico del vecchio archiginnasio.

Contemporaneamente all'Aranzi, fiorirono in Bologna Costanzio Varolio, e Gaspare Tagliacozzo, i quali sparsero intorno bellissima fama di loro, e furono ornamenti nobilissimi di questa scuola italiana. Non contento però il Medici di citare questi nomi sovrani, con discernimento tutto suo, enumera e rende conto delle tante opere da loro in vantaggio dell'anatomia pubblicate.

Contemporaneo ed amico del Varolio, e del Tagliacozzo, fu Girolamo Mercuriale, professore pubblico di medicina, il quale quantunque non occupasse la cattedra di anatomia, nulladimeno avendo trattato vari punti di anatomico argomento, venne per la sua dottrina ed erudizione qualificato coll'onoratissimo titolo di professore eminente.

Meritano quindi parole di lode Gianfrancesco Rota, e Domenico Leoni, i quali si adoperarono in pro della notomia nella seconda metà del secolo XVI, usando coi scritti e con la voce cura e diligenza maggiore, che gli altri nell'illustrarla.

E nella prima metà del secolo XVII, Bologna ricevea nuovo splendore fra gli anatomici da Flaminio Rota, figlio del sullodato Gianfrancesco. E tanto lustro egli recava allo studio anatomico, che vivente videsi onorato di sei iscrizioni nel Bolognese Archiginnasio, e similmente enumera il chiarissimo autore, Antonio Sacchi, ed il figlio di lui Angelo Michele, detto il seniore, che si procurarono non comune celebrità negli studi anatomici; ed anche un altro Angelo Michele Sacchi, detto il juniore, il quale, tanto operò, e tanta reputazione procurò nella cattedra di anatomia in Bologna, che venne chiamato alla celebre università di Pisa, per dettarvi anatomia; dove per altro andato, poco vi dimorò, ritornando in patria; ove ripreso l'ufficio di publico professore di anatomia, terminava sua vita nel 1630. Così furono anatomici valenti, ed alla celebrità della scuola anatomica bolognese contribuirono, Francesco ed Achille Muratori, Fabricio Bertoletti, Virgilio de Bianchi, Gian Battista Cortesi, Giovanni Agostino Cucchi, Giovanni Antonio Godi, Bartolomeo Bonacorsi, Carlo Ruini, e Bartolomeo Massari, uomini dottissimi tutti in vita, e per questo dopo morte grandemente onorati.

Nella seconda metà del secolo XVII si vidde alzare sopra tutti gli anatomo-

mici, e grandeggiare Marcello Malpighi, ornamento nobilissimo e splendore della scuola anatomica di Bologna, le imprese del quale, giusta il detto dell'illustre scrittore, chi a narrare prendesse minutamente, affronterebbe uno spazioso mare, che solcare non si potrebbe senza lunga navigazione. Ciò nulladimeno il Medici nell' esporre la sua biografia, esamina col fino suo discernimento le varie opere del Malpighi, e le particolarità tutte della sua vita scientifica e civile, concludendo che la sua memoria sarà cara ed in pregio, fino a che l'amore e la riverenza per la virtù durino al mondo.

Non io parlerò della guerra che mossero al Malpighi alcuni de'suoi colleghi, e che l'illustre Medici a lungo espone, però dimostrando, che ad onta di tutti gli sforzi dell'invidia contro i progressi scientifici del Malpighi, questi non si arrestarono ed illanguidirono, ma invece con vigore ed alacrità continuarono verificandosi così quel detto

» Morde e giova l' invidia e non isfronda

» Il suo soffio l'allor, ma lo feconda.

Ed invero in questi studi si distinse in seguito ed acquistò bella fama di se Carlo Fracassati Bolognese, compagno ed amico di Marcello Malpighi; così contemporaneo a questi fu Gian Battista Capponi, i quali varie opere scrissero in vantaggio della notomia: così fu esperto anatomico il dott. Silvestro Bonfiglioli, il quale quantunque non autore di opere anatomiche, pure fu assai operoso, e diede prova di sua abilità in moltissime sezioni, che far soleva in compagnia del Fracassati, e del Malpighi.

Il Medici così onorando i pubblici professori di natomia, i quali e coi loro insegnamenti dalle cattedre, e con le opere che diedero in luce, la scuola bolognese illustrarono, viene favellando di quel luminare dell'anatomia che fù Anton Maria Valsalva, mercè del quale la rinomanza di quella scuola dalla seconda metà del secolo XVII passò alla prima del secolo XVIII.

Contemporaneo al Valsalva, ed egli pure discepolo del Malpighi, fu Ippolito Francesco Albertini: nato posteriormente all' Albertini, ma pure a lui contemporaneo, visse Ferdinando Ginseppe Guglielmini; in seguito la scuola bolognese di anatomia va superba di un Gian Antonio Stancari, un Pietro Nanni, un Matteo Bazzani, un Giuseppe di Jacopo Pozzi, i quali spesero tutta loro vita nel coltivamento della anatomia, per accrescere fama e splendore alla patria loro.

Fra gli anatomici più dotti, ed esperti, fioriti nello studio Bolognese, corrente la prima metà del secolo XVIII, sono certo da doverarsi, come scrive l'autore, Domenico Maria Gusmano Galeazzi, nato in Bologna il 4 agosto 1686,

morto il 30 luglio del 1775, così Gaetano Tacconi Bolognese nato l'anno 1689, morto nel 1781, e Gian Giacinto Vogli, nato in Budrio, castel bolognese, nel 1697, e mancato alla vita nel 1762. A ciascuno di questi aggiunse il Medici una ben ragionata analisi delle loro opere, con che seppero meritare onore nell'universale, ed accrescere lustro alla bolognese università.

Altri ancora onorarono il bolognese studio dell'anatomia, tali sono un Paolo Battista Balbi, Pier Paolo Molinelli, Francesco Maria Galli Bibiena, ed oltre a questi, la scuola anatomica di Bologna, verso la metà del secolo XVIII, si rendette celebre in opere di scultura anatomica, per gl'insigni lavori di Ercole Lelli, e di Giovanni ed Anna Morandi coniugi Manzolini.

Da questo ultimo fatto prende argomento il nostro celebre autore a parlare del teatro anatomico bolognese, della erezione del museo, ed insieme della fondazione in Bologna di una cattedra di anatomia pittorica.

A di 9 settembre del 1737 nacque in Bologna Luigi Galvani, nome che solo basterebbe a render chiara e famosa Bologna nell'anatomico insegnamento. Il Galvani, insegnò anatomia, come dice l'Autore, con tanta profondità ed estensione di dottrina, che non solo infondeva nelle menti della gioventù le cognizioni tutte al coltivamento della medicina e della chirurgia necessarie, ma erudiva eziandio gli studiosi nella pittura. Egli si rese poi singolarmente celebre per la bella scorperta, che ha reso il nome di Luigi Galvani famoso per tutto il mondo. Morì nel 4 dicembre del 1798, nè solo lo pianse Bologna ma tutta Europa, e tutti innalzarono a lui un monumento di gloria, il quale durerà intanto che le scienze naturali durino nel mondo.

Contemporaneo agli anatomici testè discorsi fu Carlo Mondini, che quando nel 1782 Luigi Galvani bramò ed ottenne di lasciare la cattedra di anatomia, e di occupare quella di ostetricia, venne in luogo di quel sommo nominato professore pubblico. Ed oltre le sue lezioni, piene tutte di solida e profonda dottrina, eseguiva tutte le preparazioni occorrenti alla pubblica e solenne anatomia, ed a tutto ciò non contento, fece modellare in cera molte e diverse parti del corpo umano, dirigendo egli stesso le opere degli abili scultori Gian Battista Manfredini, ed Alessandro Barbieri. Lasciava moltissimi lavori scientifici, e moriva fra l'universale compianto il 4 settembre del 1803.

E qui proseguendo l'illustre nostro Autore va enumerando altri anatomici, che hanno fiorito in Bologna nella seconda metà del secolo XVIII, tali sono un Lorenzo Bonazzoli, un Gabriele Brunelli, un Giovanni Antonio Galli, un Tommaso Laghi, un Giacinto Bartolomeo Fabbri, un Lorenzo Antonio Canuti,

un Giovanni Giuseppe Ballanti, un Leopodo March. Antonio Caldani, un Petronio Zecchini, un Gaetano Gaspare Uttini, un Germano Azzognidi, ed un Tarsizio Riviera Folesani. Di ciascuno di essi favellando il Medici, ne tesse una succosa e ragionata biografia.

Di qui, dopo che il chiarissimo autore ebbe discorse con tanto senno le cose tante che illustrarono la scuola Bolognese, dal risorgimento delle scienze, fino a tutto il secolo XIII, chiude il suo favellare con alcune critiche considerazioni intorno le scuole anatomiche di Salerno e di Padova, che da alcuni vogliansi le più antiche, e famose, onde, fatti brevi confronti con quella di Bologna, conoscere a quale di esse appartenga il primato nell'avere contribuito al restauro, ed ai progressi della notomia, specialmente umana.

Fatto un maturo esame, e dei fatti, e delle opere di vari storici, e di vari anatomici, conclude che tal gloria è dovuta alla scuola Bolognese, preparata e matura nella seconda metà del XIII secolo, per le industrie, e per gli insegnamenti di un Taddeo Alderotti, d'un Guglielmo da Saliceto, d'un Bartolomeo Varignana, e massimamente dell'immortal Mondino de Luzzi, a buon diritto riconosciuto come restauratore primo della Anatomia dopo l'abiezione e l'oblio, in cui da sedici secoli giacea sepolta.

Ed in estremo luogo il Medici si fa a concludere, esponendo che il motivo pel quale ha favellato delle tre sole scuole anatomiche di Salerno, di Bologna, e di Padova, è stato solamente quello di stendere alcune notizie circa la scuola anatomica di Bologna, e farne alcun breve ragguaglio con quelle due, perchè da vari riputate come le più antiche e famose, senza voler menomar in guisa veruna l'estimazione in che egli tiene, ed esser deggiono tenute, quelle di altre città italiane, le quali pure in vari tempi contribuirono più o meno grandemente, al primato d'Italia nella restaurazione, e nei progressi della notomia.

Faccia Dio che l'egregio lavoro del Medici trovi imitatori in ogni città di questa nostra terra, onde rivendicare dall'oblio le memorie dei padri nostri, e mostrare che le fondamenta dei tanti sontuosi scientifici edifizj, che oggi menano alta fama e rinomanza presso gli stranieri, sono a noi dovuti sebbene per circostanze, che qui non tocca parlare, in istraniere terre trasportati.

Il sig. prof. abate cav. ZANTEDESCHI comunica quanto siegue relativamente alle sue memorie di acustica.

» Alle sei mie precedenti memorie di acustica, aggiungo ora la 7^a ed 8^a, che hanno per titolo:

» *Della lunghezza dell'onde aeree, della loro velocità nelle canne a bocca, e dell'influenza che esercitano i vari elementi sulla loro tonalità. (Memoria 7^a.)*

Studio critico sperimentale del metodo comunemente seguito dai fisici nella determinazione de' nodi e ventri delle colonne aeree, vibranti entro canne a bocca. (Memoria 8^a.)

» Per questi studi io mi sono preparato fino dall'anno 1852, all'epoca visitai per la prima volta Parigi. Fu allora che io presi esatta cognizione di quanto possedeva la scienza per opera di que' grandi fisici, che onorarono ad onorano la Francia. Mi feci costruire i modelli i più perfetti che possiede il collegio di Francia, il Museo d'arte e mestieri, ed altri istituti scientifici. Le conferenze che m'ebbi cogli acustici più eminenti delle nazioni francese, ed alemanna negli anni 1853, 1854, e 1855, mi appianarono di molto la via. Ritornato in patria, ai modelli delle scuole aggiunsi altri di mia particolare invenzione. Perciò si vede che non sono queste ricerche improvvisate, ma sono piuttosto il frutto di lunghe meditazioni, di viaggi e dispendi gravissimi.

Ecco impertanto le conclusioni alle quali pervenni nella 7^a memoria

1°) che la lunghezza e la velocità della colonna aerea vibrante nelle canne a bocca non sono uguali a quelle che furono determinate da' fisici in uno spazio indefinito.

2°) Che il numero della vibrazioni non è in ragione reciproca della lunghezza della canna in ogni caso; ma soltanto nel modo di sperimentare comune dei fisici colle troncature e coi diafragni.

3°) Che l'influenza delle variazioni del lato della sezione esprime la profondità, è minore dell'influenza del lato rappresentante la lunghezza della canna a bocca.

4°) Che l'influenza delle variazioni del lato esprime, la larghezza della canna è nulla sul tono, allorchè è accompagnata da uguali variazioni della larghezza della bocca: ma non così allorchè le variazioni dell'una non sono uguali alle variazioni dell'altra.

5°) Che la direzione del velo d'aria sul labbro superiore della bocca; con corre alla provocazione del tono, e dei suoi gradi.

6°) Che la posizione della bocca rispetto all'asse della canna, non è indifferente nella produzione del suono e della tonalità; e che vi è una posizione determinata dai pratici, la quale concorre a provocare il suono il più netto, e preciso.

7°) Che l'influenza dell'apertura della bocca, è maggiore di quella che comu-

nemente si ammetteva dai trattatisti. Da trentadue piedi ho potuto far ascendere il suono fino al di là di un quarto di piede, ritenute tutte le dimensioni della canna costanti, e variando solo l'impulso dell'aria.

Nel 8° Memoria.

1°) Che colla fondamentale si ha una sola onda vibrante uguale a tutta la lunghezza della canna.

2°) Che colla ottava acuta si hanno due onde vibranti attigue fra di loro alla metà della canna.

3°) Che colla duodecima si hanno tre onde vibranti della stessa lunghezza.

4°) Che colla decimoquinta si hanno quattro onde vibranti uguali.

5°) Che l'inalterabilità del tono anche colle canne a fori, ed a troncare, appare alla posizione dei piani nodali indicati dalla sabbia nelle mie sperienze colle canne a parete membranosa, od in prossimità; e non mai alla posizione dei ventri.

6°) Che esiste un moto progressivo ondulatorio, il quale nell'intensità decresce mano a mano che si allontana dalla bocca. Dal qual fatto si raccoglie la ragione, per la quale la discordanza fra la teorica e i risultamenti ottenuti colle canne a parete membranosa, e quelli avuti coi fori e colle troncare, sia maggiore in prossimità della bocca, e minore o quasi nulla nelle estremità opposte. Il detto dei pratici sulla facilità di stonare coi fori collocati in prossimità dell'imboccatura, non ugualmente che coi fori più lontani, ha il fondamento sul fatto sopra indicato.

7°) Che il movimento progressivo, comprovato dal piegamento di una fiamma, collocata dentro o fuori della canna è misto, cioè in parte diretto e in parte riflesso, come lo comprova la direzione obliqua del velo d'aria all'asse della canna, e la necessità della parete opposta alla bocca.

Padova il 28 Novembre 1858.

Comunicazione del prof. VOLTICELLI su alcune moderne sperienze di fisica.

Ad onta che i miei pochi mezzi nol consentissero, tuttavia per la necessità che ognuno riconosce di profittare delle altrui cognizioni, a migliorare ed ingrandire le proprie, mi portai nell'ottobre testè decorso nella Svizzera, ed a Parigi. Fortunato colui che a visitare le capitali, repute centri del progresso scientifico, ed industriale, incontra ogni sorta di facilitazioni. Anch' io fui del numero di questi nel 1850, quando la prima volta potei visitare Parigi, Londra, ed Edimburgo, per generosità privata, invitato cioè dal nobile nostro presidente a seguirlo in queste città cospicue.

L'amichevole accoglienza che in questo secondo mio viaggio ho incontrata da parte dei nostri dotti corrispondenti lincei, fu somma. Grandemente utile e delizioso fu per me il lungo soggiorno in una delle più amene campagne dell' illustre prof. A. De la Rive presso Ginevra, ove questo scienziato suole prodigare la cortese ospitalità sua, verso i cultori delle scienze, che si conducono a visitare la capitale della Svizzera. Si aggiunsero a queste cortesie quelle di molti altri dotti ginevrini, tra' quali i signori Plantamour, Soret, De Caudolle, Marcet, Favre, Pictet, Colladon, Thury, ed altri.

Nella mia breve dimora in Parigi le amabili accoglienze degl' illustri scienziati signori Despretz, Flourens, Élie de Beaumont, Le Verrier, Becquerel, Pouillet, Bertrand con altri; ed in special modo quelle dell' illustre geometra sig. Chasles, furono per me squisitissime. Laonde mi reputo assai fortunato che oggi mi si offra una occasione, a render pubblica la mia gratitudine verso i medesimi scienziati.

Da tutto ciò apparisce quanto mi sia stato facile vedere quelle interessanti sperienze che si fecero in fisica nell'anno che termina, le quali brevemente ora vado a indicare

Il signor Lissajous rese luminose le vibrazioni acustiche, e fece correre l'organo della vista nella ricerca dei fenomeni che appartengono all'organo dell'udito: l'inverso non sarà forse possibile.— Il sig. Porro apportò considerevoli perfezionamenti pratici agli apparati ottici per l'astronomia, e per la fotografia. — Il sig. De la Rive produsse una interessante, non meno che elegante sperienza, concernente l'azione magnetica sulle scariche elettriche. La sperienza medesima sebbene abbia molta somiglianza con quella del sig. Walker (1) tuttavia conserva un carattere di novità incontrastabile. — Il signor Becquerel dell' istituto di Francia trovò un metodo termoelettrico per apprezzare con grandissima precisione la temperatura delle piante, lo che apre un campo nuovo alle ricerche della vita vegetativa. — Il sig. Becquerel figlio sperimentò con tanto successo intorno alla fosforescenza dei corpi, sia durevole, sia istantanea; cosicchè può dirsi per le sue sperienze la fosforescenza oggi mai da considerare come una proprietà generale dei corpi. — Il sig. Ruhmkorff col suo rochetto d' induzione, e mediante i tubi di vetro fabbricati dal signor Geissler costruttore d' istromenti fisici a Bona, e con altri costruiti dal sig. Ed. Becquerel mostra fenomeni molto interessanti, che riguardano la

(1) Puggendorff. Annalen. T. 54, pag. 514, an. 1841.

L. cl
stratificazione della luce elettrica, l'azione magnetica sulla medesima luce, e la fluorescenza e fosforescenza di varie sostanze. — Il sig. Duboscq ha perfezionato di molto l'apparato per la luce elettrica, ed ha ingrandito assai il numero delle sperienze ottiche da eseguirsi col medesimo. — Sul lago di Ginevra si è stabilito, in via di sperienza, un faro a luce elettrica. Ora poichè nell'ottobre testè decorso, gli autori che ho nominato, ebbero la bontà d'invitarmi a vedere le sperienze in proposito, così ho redatto un breve sunto delle medesime, che sarà pubblicato negli atti delle seguenti sessioni, per non accrescere il volume di questi oltre i limiti prescritti.

CORRISPONDENZE

Il sig. prof. C. Despretz dell'istituto di Francia (accademia delle scienze) ringrazia per la nomina da esso ricevuta di corrispondente straniero linceo.

Il sig. generale Edoardo Sabine ringrazia per la nomina di corrispondente straniero Linceo da esso ricevuta.

L'I. e R. istituto lombardo di scienze lettere ed arti, per mezzo del segretario sig. C. Cantù, invia un programma di temi, sui quali fu aperto il concorso, e che furono proclamati o ripetuti nella solenne adunanza dell'istituto medesimo del 31 maggio 1858.

Il municipio di Bologna, per mezzo del senatore sig. Conte Luigi De Via, fa giungere in dono all'accademia, l'opera del ch. sig. prof. cav. M. Medici, la quale ha per titolo « Compendio storico della scuola anatomica di Bologna ecc. » pubblicata dal municipio stesso.

L'Associazione Britannica per l'avanzamento delle scienze, col mezzo del suo segretario sig. Gio. Philips, ringrazia per gli atti de' Nuovi lincei da essa ricevuti, ed invia un esemplare delle sue transazioni.

Il Sig. prof. D. Piani segretario perpetuo nell'accademia delle scienze dell'istituto di Bologna, ringrazia per gli atti de' Nuovi Lincei ricevuti dall'accademia stessa.

Il sig. prof. Eug. Sismonda, segretario delle scienze fisiche e matematiche dall'accademia R. delle scienze di Torino, ringrazia per gli atti de'Nuovi Lincei ricevuti dall'accademia stessa.

Il medesimo ringraziamento è giunto da parte della R. accademia delle scienze di Madrid, per mezzo del suo segretario perpetuo sig. Lorente, il quale in pari tempo invia parecchie pubblicazioni da parte della medesima in dono all'accademia nostra, che colle altre si trovano registrate nell'elenco seguente delle opere venute in dono. Il medesimo sig. segretario fece anche giungere il programma pubblicato dall'accademia di Madrid pei premi del 1858.

Il sig. principe D. Baldassarre Boncompagni, con una lettera diretta al nostro sig. presidente prega di essere esonerato dalla carica di tesoriere dell'accademia.

Il segretario generale dell'accademia di scienze lettere ed arti degli Zelanti di Aci-reale (Sicilia), invia una sua memoria intitolata « Sull'uso della polvere di zolfo, sul metodo di adoperarla e sugli effetti ottenuti a curar la crittogama delle viti, nelle contrade orientali dell'Etna.

Il sig. Guglielmo Sharwood di Filadelfia, mostra il suo desiderio d'invviare all'accademia una sua memoria sulla termo-elettricità, onde vederla pubblicata negli atti dei nuovi Lincei. Fa egli conoscere di esser possessore di una sensibilissima pila termo-elettrica, e di un galvanometro che può indicare 30° pel solo passaggio delle mani presso la pila medesima. Egli dice che il contatto della mosca domestica sulla sua pila termo-elettrica produrre nell'ago magnetico del galvanometro stesso una deviazione di 3° a 4°. Oltre a ciò il sig. Sharwood possiede pezzi di tal gemma grandi e limpidi assai: termina egli la sua lettera dicendo « E mia opinione che questa pila termo-elettrica, possa impiegarsi utilmente nello studio di alcuni fenomeni, che accompagnano l'eclisse solare (1).

(1) L'applicazione della pila termo-elettrica, fu già da me praticata nell'eclisse solare del 28 luglio 1851, nell'osservatorio astronomico pontificio, diretto dal chiaris. sig. prof. D. I. Calandrelli; ed inoltre vi associi pure la eliostata per avere maggior esattezza nei risultamenti sperimentali, che furono pubblicati nel T. IV degli atti dell'accademia pontificia dei Nuovi Lincei, pag. 573...583, anno 1850-51.

Il sig. prof. Cav. V. Flauti, segretario perpetuo della R. Accademia delle scienze di Napoli, fa giungere varie copie della manifestazione del concorso ai premi Sementini.

Il sig. Cav. Gius. Calsada, console generale pontificio in Odessa, invia in dono una copia di un'opera intitolata « Insegnamento della lingua italiana pubblicata dal sig. Ambrogio Dagnini.

COMITATO SEGRETO

Colla sessione ultima decorsa del 13 giugno 1858, per ordinamento statutale, cessava la presidenza ritenuta dal sig. duca D. Mario Massimo. Per tanto nell'attuale prima tornata del corrente anno accademico, dal sig. prof. N. Cavaliere S. Bertolo, che presiedeva come primo del comitato, fu proposto all'accademia, ed a nome del comitato stesso di procedere alla elezione del nuovo suo presidente. Prima che si venisse allo squittino già unanimemente il corpo deliberante linceo proclamato avea la conferma del nominato sig. duca nella presidenza ; poscia nella votazione segreta questa conferma ebbe da capo la unanime sanzione, che dovrà essere sottoposta al beneplacito sovrano.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — N. Cavaliere S. B. — S. Proia. — A. Coppi. — G. B. PIANCIANI. — P. A. Secchi. — L. Ciuffa. — G. Ponzì. — C. Sereni. — B. Tortolini. — G. Pieri. — E. Fiorini. — B. Viale. — I. Calandrelli.

Publicato li 2 del 1859.

P. V.

L'accademia riunitasi legalmente ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

OPERE VENUTE IN DONO

Sul calcolo approssimato degli integrali d'ordine superiore. Nota del prof. G. BELLAVITIS. Venezia 1856; un fasc. in foglio.

Sulla risoluzione numerica delle equazioni. Memoria del MEDESIMO. Venezia 1857; un fasc. in foglio.

Sposizione della teorica dei determinanti compilata dal MEDESIMO. Venezia, 1857; un fasc. in foglio.

Il Nuovo. Cimento. Giornale di fisica, di chimica e scienze affini, compilato dal prof. G. MATTEUCCI, e R. PIRIA; fasc. di Giugno, Luglio, Agosto 1858.

Giornale del Gabinetto letterario dell' ACCADEMIA GIOENIA. Fasc. di Maggio, Giugno, Luglio, Agosto, Settembre, Ottobre 1858.

Della vita e delle opere di LUIGI SACCO. Relazione del D.^r F. FERRARIO. Milano 1858, un fasc. in 8.^o

Parole sul monumento al cav. D.^r LUIGI SACCO; del consigliere G. L. GIANELLI. Milano 1858; un fasc. in 8.

Considerazioni intorno ad alcune recenti memorie di geognosia paleozoica; del prof. I. A. CATULLO. Venezia 1856; un fasc. in 8.^o

Della lunghezza delle onde aeree, della loro velocità nelle canne a bocca, e dell'influenza che esercitano i varii elementi sulla loro tonalità. Memoria VII del prof. ZANTEDESCHI. Vienna, 1858; un fasc. in 8.

Studio critico-sperimentale del metodo comunemente seguito dai fisici, nella determinazione dei nodi e ventri delle colonne aeree vibranti entro canne a bocca. Memoria VIII.^a del MEDESIMO Vienna, 1858; un fasc. in 8.^o

Sulle induzioni elettrostatiche. Nota di G. BELLI. Pisa, 1858; un fasc. in 8.^o

Sull' uso della polvere di zolfo, sul metodo di adoperarla, e sugli effetti ottenuti a curar la crittogama delle viti, nelle contrade orientali dell'Etna. Memoria di M. GRASSI. Palermo, 1857; un fasc. in 8.^o

Circa la conversione della forza viva in calore, o della teoria del Grove. Considerazioni del prof. B. BIZIO. Venezia, 1858; un fasc. in 8.^o

Dissertazione didattico-scientifica sulle cause che ritardarono finora il progresso e perfezionamento dell'arte d'istruire i Sordomuti; del cav. G. B. COSTARDI. Milano, 1858; un fasc. in 8.^o

Sull'acqua marziale di Varano. Lettera di G. TERZI. Fano, 1858; un fasc. in 8.^o

Causa della rabbia.— Un'altro passo da vincere, onde poter meglio locare nel

- suo vero posto la novella dottrina. Lettera del D.^r L. TOFFOLI.* Padova, 1858; un fasc. in 8.^o
- Per la solenne cerimonia nel porsi la prima pietra alla fondazione del R. Orto botanico in Catania il 31 luglio 1858. Discorso e descrizione di F. TORNABENE,* Catania, 1858; un fasc. in 8.^o
- Insegnamento della lingua italiana in 30 lezioni per A. DAGNINI da Mantova..* Liegi, 1857; un vol. in 8.^o Parte II.^a
- Memoria su alcune specie malacologiche siciliane per il D.^r S. BIONDI.* Catania 1855; un fasc. in 8.^o
- Rapport Rapport sopra i lavori della società di fisica e di storia naturale di Ginevra dal giugno 1857 al giugno 1858.* Ginevra, 1858; un fasc. in 4.^o
- Alcune Note di G. MAINARDI* Milano, 1858; un fasc. in 4.^o
- Ricerche di Pesci fossili della Sicilia per GAETANO GIORGIO GENELLARO.* Catania, 1858; un fasc. in 4.^o
- Sul graduale sollevamento di una parte della costa di Sicilia dal Simeto all'Onobola per il MEDESIMO.*
- Sulle metamorfosi di Taranto, e sulle cause delle sue singolari produzioni di terra e di mare. Congetture del cav. S. FENICIA.* Napoli, 1858; un fasc. in 8.^o
- Componimenti scritti per chiarire taluni punti oscuri della fisica arcana; del MEDESIMO.* Napoli, 1856; un fasc. in 12.^o
- Monografia di Ruvo di Magna Grecia; del MEDESIMO.* Napoli, 1857; un fasc. in 8.^o
- Memorie dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA;* fascicoli 1.^o 2.^o 3.^o Bologna 1858.
- Rendiconto delle sessioni dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA.* Anno Accademico 1857. 1858; un fasc. in 8.^o
- Atti dell' Imp. Reg. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI.* Dispensa 5.^a 6.^a 7.^a 8.^a 9.^a e 10.^a Venezia, 1857—58.
- Memoria dell' I. R. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI.* Vol. VII.^o Venezia, 1857.
- Atti della fondazione scientifica CAGNOLA nel 1858.* Vol. II.^o Parte II.^a un fasc. in 8.^o
- Atti dell' I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI.* Vol. 1.^o fasc. VI, VII, VIII, IX.^o Milano, 1858.

Memorie dell' I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI.
Vol. VII.° fasc. IV, V, VI. Milano, 1858.

Memorias Memorie dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI MADRID. Tomo 2.°
parte 2.° 1857.

*Archivio Meteorologico centrale italiano nell' I. e R. MUSEO DI FISICA, E STORIA
NATURALE.* Prima pubblicazione. Firenze, 1868; un vol. in 4.°

*Distribuzione de' premi del grande concorso Clementino Pellegrini, celebrata
il 27 dicembre 1857 dall' INSIGNE E PONTIFICIA ACCADEMIA ROMANA DI SAN
LUCA* Roma, 1858; un fasc. in 4.°

Intorno alle Majoliche di Castelli. Lettera di D. BONGHI. Napoli, 1855; un
fasc. in 4.°

*Nouveau Nuovo principio sopra la distribuzione delle tensioni nei sistemi
elastici; del prof. L. F. MENABREA.* Parigi, 1858; un fasc. in 4.°

Memorie dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO. Tomo XVII. Torino 1858.
*Sui crostacei fossili della calcaria grossolana del veronese. Lettera del prof. I.
A. CATULLO al prof. NAUMANN di Lipsia.* Padova mezzo foglio.

*Compendio storico della scuola anatomica di Bologna, dal rinascimento delle
scienze e delle lettere, a tutto il secolo XVIII, con un paragone fra la sua
antichità e quella delle scuole di Salerno e di Padova, scritto da MICHELE
MEDICI.* Bologna, 1857; un vol. in 4.° grande.

Notices Notizie delle riunioni del REALE ISTITUTO D' INGHILTERRA. Lon-
dra, 1857. Parte VII. Nov. 1856, e Luglio 2857; un fasc. in 8.°

*The atlanti L' Atlante: Giornale di letteratura, e di scienze, redatto dai
membri della Università cattolica d'Irlanda.* Londra, 1858; N.° 2.

*Brano di lettera inedita indiritta al prof. NAUMANN di Lipsia dal prof. I. A.
CATULLO di Padova, intorno le Nereidi fossili di monte Bolca.*

*Proktische Guida pratica per la regolare procedura in affari di matri-
monio, sulla base della nuova legge, emessa con patente imperiale degli 8
Ottobre 1856 per i parrochi; dal D.° F. A. LOBERSCHNER.* Budweis 1857;
un fasc. in 8.°

*Comptes Conti resi dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' I. ISTITUTO DI
FRANCIA.* in corrente.

*Sitzungsberichte Rapporti delle sedute dell' I. R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DI VIENNA del 1857. Classe Filos. storic.* Dal N.° 1. al 10.

Idem Rapporti delle sedute della I. R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI VIENNA

Classe di Mat. e Scienze naturali. Del 1857 dal N.° 2 al 9; e del 1858; dal N.° 1 al 5.

Fontes Rerum Austriacarum *Sorgenti storiche austriache. Commissione storica dell'I. R. ACCADEMIA SUDETTA. Diplomataria et Acta.* Vol. XIV; e XV.
Monumenta Habsburgica *Raccolta di giustificazioni, e lettere per la storia della casa di Habsburgo dal 1473 al 1576. Commissione dell'I. R. ACCADEMIA SUDETTA.* Epoca di Massimiliano I. Un vol. in 4.° 1858.

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.
Vicesgerens.

A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE II.^a DEL 2 GENNARO 1859
PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Per l'assenza del sig. presidente duca Massimo, questa sessione fu presieduta dal sig. prof. N. Cavaliere S. Bertolo.

ASTRONOMIA. — *Appendice alle ricerche sopra i movimenti propri delle stelle fisse; del prof. I. CALANDRELLI (Continuazione e fine) (*)*.

TAV. I.

*Moto proprio in ascensione retta delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . .
relativamente alla stella fittizia.*

Stelle	Epoc. media 1800 Preces. ann.	$\Delta^{\circ} - \Delta'$	ndp	$n\mu$	μ	μ annali dell'osser.
	+					
P ^o	2 ^o . 68092	0 ^o . 000000
(1)	3. 12222	+39 ^o . 593	-39 ^o . 717	-0 ^o . 124	-0. 001378	-0 ^o . 00131
(2)	2. 87695	+17. 665	-17. 643	+0. 022	+0. 000244	+0. 00030
(3)	3. 24196	+50. 690	-50. 494	+0. 196	+0. 002177	+0. 00220
(4)	2. 67981	- 3. 164	+ 0. 101	-3. 063	-0. 034033	-0. 03440
(5)	3. 19390	+42. 079	-46. 168	-4. 089	-0. 045432	-0. 04563
(6)	3. 07553	+39. 959	-35. 515	+4. 444	+0. 049378	+0. 04949
(7)	2. 93633	+23. 778	-22. 987	+0. 791	+0. 008788	+0. 00883
(8)	2. 85166	+15. 447	-15. 367	+0. 080	+0. 000889	+0. 00093
(9)	2. 89220	+22. 317	-19. 015	+3. 302	+0. 036689	+0. 03663
(10)	2. 94555	+24. 013	-23. 817	+0. 196	+0. 002177	+0. 00234
(11)	3. 08523	+36. 430	-36. 388	+0. 042	+0. 000467	+0. 00056

(1) Vedi sessione I, del 5 dicembre 1859.

Moto proprio in distanza pol. delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . .
relativamente alla stella fittizia.

Stelle	Epoc. media 1800 Preces. ann.	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp	$n\mu$	μ	μ annali dell'oss.
P ^o	+ 3".18446	+0".003225
(1)	-14. 67822	-26'. 38".40	+26'. 47".93	+ 9".53	+0. 105890	+0.1064
(2)	- 4. 77312	-11. 55. 40	+11. 56. 47	+ 1. 07	+0. 011889	+0.0120
(3)	- 1. 36877	- 6. 50. 30	+ 6. 50. 08	- 0. 22	-0. 002444	-0.0022
(4)	+ 3. 16649	+ 1. 48. 92	+ 0. 1. 91	+110. 83	+1. 231443	+1.1980
(5)	+ 7. 57480	+ 8. 7. 70	- 6. 34. 84	+ 92. 86	+1. 031778	+1.0235
(6)	+19. 98249	+25. 38. 30	-25. 11. 53	+ 26. 77	+0. 297440	+0.2975
(7)	+11. 90036	+12. 59. 90	-13. 4. 13	- 4. 83	-0. 053666	-0.0541
(8)	- 8. 21767	-17. 6. 80	+17. 6. 48	- 0. 32	-0. 003555	-0.0034
(9)	- 8. 55738	-18. 11. 10	+17. 37. 06	- 34. 04	-0. 378220	-0.3800
(10)	- 8. 90904	-17. 25. 80	+18. 8. 71	+ 42. 91	+0. 476780	+0.4770
(11)	-17. 16970	-30. 31. 70	+30. 32. 17	+ 0. 47	+0. 005222	+0.0056

17°. I moti propri annui delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . . determinati relativamente alla stella fittizia poco differiscono da quelli determinati da *Le Verrier*. Egli è poi certo che introdotti questi moti propri nelle precessioni delle stelle medesime, facendo $p'_2 + \mu = p''$, la relazione

$$\Delta^\circ - \Delta' + n(p' - p'') = 0,$$

è esattamente verificata. Ora questa medesima relazione non si verifica in tutte le stelle, quando introduciamo nelle precessioni i moti propri degli annali. La differenza più grande si trova nei moti propri di Procione. Diffatti introducendo quelli degli annali nelle precessioni si trova

$$\text{in AR} + 42.^\circ 079 - 42.^\circ 062 = + 0.^\circ 017$$

$$\text{in } \delta + 8.^\circ 7.^\circ 70 - 8.6.95 = + 0.^\circ 75$$

e introducendo quelli che sono stati determinati relativamente alla stella fittizia, si ha

$$\begin{aligned} \text{in AR} &= +42.079 - 42.079 = 0 \\ \text{in } \delta &= +8.7''.70 - 8.7''.70 = 0 \end{aligned}$$

18.° Non bisogna dimenticare che i moti propri delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . . dipendono dalle posizioni medie che si trovano notate negli annali dell'osservatorio di Parigi: se noi vogliamo partire da altre posizioni di altri cataloghi, restando sempre la medesima la posizione media della stella fittizia, troveremo differenze più o meno grandi nei valori di $n\mu$, e ciò avviene e per gli errori delle osservazioni e per la loro riduzione alle epoche dei cataloghi con vario sistema di elementi di calcolo.

Seconda soluzione

19.° Resterebbe ora a dimostrare che i movimenti propri di queste stelle fondamentali ottenuti relativamente alla stella fittizia sono identici a quelli che si potrebbero ottenere col paragonare le loro posizioni medie con una qualunque delle medesime. L'applicazione sarà limitata alla ricerca del moto proprio della (4) Sirio, e della (5) Procione relativamente alle altre. In questa ricerca dunque le stelle fondamentali (1) (2) (3) . . . diventano stelle di confronto, e la (4) Sirio, e la (5) Procione diventano le stelle principali. Ecco in due tavole ciò che si ottiene dal calcolo, introducendo i moti propri già determinati.

TAV. I.

Moto proprio di Sirio (4) in 90 anni in ascensione retta e in distanza polare relativamente alle fondamentali (1) (2) (3) . . .

Stelle	$\Delta^\circ - \Delta'$		$n\mu$ in AR	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in δ	
	—	+			—	+
(1)	42. 757	39. 694	3. 063	+28. 27'' .32	-26'. 36'' .49	1'. 50'' .83
(2)	20. 829	17. 765	3. 064	+13. 44. 32	-11. 53. 49	1. 50. 83
(3)	53. 854	50. 790	3. 064	+ 8. 39. 22	+ 6. 48. 39	1. 50. 83
(5)	45. 243	42. 179	3. 064	- 6. 18. 78	+ 8. 9. 61	1. 50. 83
(6)	43. 123	40. 059	3. 064	-23. 49. 38	+25. 40. 21	1. 50. 83
(7)	26. 942	23. 878	3. 064	-11. 10. 38	+13. 1. 21	1. 50. 83
(8)	18. 611	15. 547	3. 064	+18. 55. 72	-17. 4. 89	1. 50. 83
(9)	25. 481	22. 417	3. 064	+20. 0. 02	-18. 9. 19	1. 50. 83
(10)	27. 177	24. 113	3. 064	+19. 14. 72	-17. 23. 89	1. 50. 83
(11)	39. 594	36. 530	3. 064	+32. 20. 62	-30. 29. 79	1. 50. 83

Moto proprio di Procione (5) in 90 anni in ascensione retta e in distanza polare relativamente alle fondamentali (1) (2) (3) . . .

Stelle	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in AR	$n\mu$ in AR	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in δ	$n\mu$ in δ
(1)	+ 2. 486	- 6. 575	4. 089	+34'. 46". 10	-33'. 13". 24	1'. 32". 86
(2)	+24. 414	-28. 503	4. 089	+20. 3. 10	-18. 30. 24	1. 32. 86
(3)	- 8. 611	+ 4. 522	4. 089	+14. 58. 00	-13. 25. 14	1. 32. 86
(4)	+45. 243	-49. 331	4. 088	+ 6. 18. 78	- 4. 45. 92	1. 32. 86
(6)	+ 2. 120	- 6. 209	4. 089	-17. 30. 60	+19. 3. 46	1. 32. 86
(7)	+18. 301	-22. 390	4. 089	- 4. 51. 60	+ 6. 24. 46	1. 32. 86
(8)	+26. 632	-30. 721	4. 089	+25. 14. 50	-23. 41. 64	1. 32. 86
(9)	+19. 762	-23. 851	4. 089	+26. 18. 80	-24. 45. 94	1. 32. 86
(10)	+18. 066	-22. 155	4. 089	+25. 33. 50	-24. 0. 64	1. 32. 86
(11)	+ 5. 649	- 9. 738	4. 089	+38. 39. 40	-37. 6. 54	1. 32. 86

Terza soluzione

20.° Finalmente si può provare che prendendo per termine di paragone il punto fisso considerato come una stella si hanno i medesimi moti propri delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . . Anche in questa terza soluzione limite il calcolo alla ricerca del moto proprio in 90 anni di Sirio e di Procione.

Moto proprio di Sirio e di Procione in 90 anni in ascensione retta e in distanza polare relativamente al punto fisso.

Stelle	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in AR	$n\mu$ in AR	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in δ	$n\mu$ in δ
Sirio	2 ^m . 5. 073	2. 2. 010	3. 063	27'. 33". 55	25. 42. 72	1'. 50". 83
Procione	1. 19. 830	1. 15. 741	4. 089	33. 52. 33	32. 19. 47	1. 32. 86

Conclusione

21.° Il moto proprio di Sirio e di Procione in 90 anni in ascensione retta , e in distanza polare che si ottenne relativamente alla stella fittizia è identico a quello che si ottiene prendendo per termine di paragone o un punto fisso considerato come una stella, o una qualunque delle stelle fondamentali (1) (2) (3) . . . , basta dunque una sola stella di paragone la cui media posizione sia ben determinata, e il moto proprio ben cognito, onde determinare i movimenti propri di tutte le stelle senza aver riguardo alla loro vicinanza in ascensione retta , e in distanza polare alla stella di confronto. Non si lascia qui di notare che collo immediato confronto delle medie posizioni di Sirio e di Procione osservate nel 1755 e 1845 si ottiene lo stesso risultato, cioè

$$\begin{aligned} \text{Moto pr. di Sirio in 90 anni in AR} &= - 3^s.064 \\ &\text{in } \delta = + 1'.50''.84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Moto pr. di Procione in 90 anni in AR} &= - 4^s.089 \\ &\text{in } \delta = + 1'.32''.87 \end{aligned}$$

Movimenti propri di altre stelle fondamentali.

22.° Le due stelle α Ercole , α Ofiuco sono vicinissime in ascensione retta , e in distanza polare: a sentimento dunque di *W. Struve* può servire una per determinare il moto proprio dell'altra. Dal confronto delle posizioni medie di queste stelle colle posizioni della stella fittizia, abbiamo

*Moto proprio di α Ercole e di α Ofiuco in ascensione retta, e in
distanza polare relativamente alla stella fittizia
n = 90 anni.*

Stelle	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp	$\frac{n\mu}{\text{in AR}}$	μ	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp	$n\mu \text{ in } \delta$	μ
α Ercole	+	-	+	+	+	-	-	-
α Ofiuco	4 ^s . 423	4 ^s . 334	0 ^s . 089	0 ^s . 000989	2'. 14''.10	-2'. 18''.10	- 4''.00	-0. 04444
	8. 815	8. 050	0. 765	0. 008489	0. 1. 80	+0. 17. 39	+19. 19	+0. 21322

Trovati in tal maniera i moti propri di queste due stelle, cerchiamo il moto proprio di una relativamente all'altra.

Moto proprio di α Ofiuco in ascensione retta e in distanza polare relativamente ad α Ercole

$$\begin{array}{r} 1.^{\circ} \text{ Gen. 1755 } \alpha \text{ Ercole AR} = 17.^{\circ} 3^m 29.^s 179 \\ \alpha \text{ Ofiuco AR} = 17. 23.34. 379 \\ \hline 20.5.200 = \Delta^{\circ}(-) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.^{\circ} \text{ Gen. 1845 } \alpha \text{ Ercole AR} = 17. 7.34.885 \\ \alpha \text{ Ofiuco AR} = 17.27.44.477 \\ \hline 20. 9.592 \end{array}$$

$$\Delta^{\circ} - \Delta' = + 4.^{\circ} 392$$

Precessioni per l'epoca media 1800

$$\begin{array}{l} \alpha \text{ Ercole } p = 2.^{\circ} 72908 (+) \\ \mu = 0. 00099 (+) \text{ (tav. sup.)} \end{array}$$

$$p' = 2. 73007$$

$$\begin{array}{l} \alpha \text{ Ofiuco } p = 2.77037 (+) \\ \hline 0.04030 = dp (-) \end{array}$$

$$ndp = - 3.^{\circ} 627, \text{ quindi}$$

$$n\mu = + 0.^{\circ} 765$$

$$\begin{array}{r} 1.^{\circ} \text{ Gen. 1755 } \alpha \text{ Ercole } \delta = 75.^{\circ} 18.' 41.'' 20 \\ \alpha \text{ Ofiuco } \delta = 77. 14. 32. 50 \\ \hline 1. 55. 51. 30 = \Delta^{\circ}(-) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.^{\circ} \text{ Gen. 1845 } \alpha \text{ Ercole } \delta = 75.25.42.20 \\ \alpha \text{ Ofiuco } \delta = 77.19.21.20 \\ \hline 1.53.39.00 = \Delta'(-) \end{array}$$

$$\Delta^{\circ} - \Delta' = - 2'.12''.30$$

Precessioni per l'epoca media 1800

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ercole } p &= 4''.72218 \text{ (+)} \\ \mu &= \underline{0.04444} \text{ (-)} \text{ (tav. sup.)} \\ p' &= 4.67774 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ofiuco } p &= \underline{2.99452} \text{ (+)} \\ &1.68322 = dp \text{ (+)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ndp &= 2'.31''.49 \text{ (+)} \text{ e quindi} \\ n\mu &= + 19''.19 \end{aligned}$$

Moto proprio di α Ercole in ascensione retta, e in distanza polare relativamente ad α Ofiuco.

Le differenze Δ° e Δ' cambiano di segno, avremo dunque

$$\begin{aligned} \Delta^\circ - \Delta' &= -4.^\circ392 \text{ in AR} \\ \Delta^\circ - \Delta' &= + 2'.12''.30 \text{ in } \delta \end{aligned}$$

Calcolo di ndp in AR e in δ

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ofiuco } p &= 2.^\circ77037 \text{ (+)} \\ \mu &= \underline{0.00849} \text{ (+)} \text{ (tav. sup.)} \\ p' &= 2.77886 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ercole } p &= \underline{2.72908} \text{ (+)} \\ &0.04978 = dp \text{ (+)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ndp &= 4.^\circ480 \text{ (+)} \\ n\mu &= + 0.^\circ088 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ofiuco } p &= 2''.99452 \text{ (+)} \\ \mu &= \underline{0.21322} \text{ (+)} \text{ (tav. sup.)} \\ p' &= 3.20774 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ercole } p &= \underline{4.72218} \text{ (+)} \\ &1.51444 = dp \text{ (-)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ndp &= 2'.16''.30 \text{ (-)} \\ n\mu &= - 0'.4''.0 \end{aligned}$$

23°. I moti propri di queste due stelle fondamentali vicinissime l'una all'altra in ascensione retta e in distanza polare risultano i medesimi sia che si confronti una coll'altra, sia che ambedue si confrontino colla stella fittizia. Se ora si rifletta che la stella fittizia dista di 10^h e più in ascensione retta, e di 29° e 31° in distanza polare dalle stelle α Ercole, e α Ofiuco, si vedrà chiaramente che la condizione richiesta da *W. Struve*, cioè che le stelle di paragone sieno vicine in ascensione retta e in distanza polare alla stella principale, di cui si cerca il moto proprio, è affatto inutile. Nel metodo di *Bessel* tutto dipende dalla esatta posizione delle stelle di confronto, e della stella principale. Ma delle stelle di confronto bisogna conoscere esattamente il moto proprio: ed è appunto per questa ragione che io mi sono tenuto ad una stella fittizia, il cui moto proprio in ascensione retta è nullo, ed è piccolissimo quello in distanza polare. L'incertezza dei moti propri nelle stelle di confronto è, a mio parere, lo scoglio in cui si urta, usando del metodo di *Bessel*. Il moto proprio annuo in ascensione retta di α Ercole risulta $+ 0.000989$ relativamente alla stella fittizia (tav. sup.). Negli annali dell'osservatorio di Parigi si trova $\mu = - 0.00042$; nel catalogo di Madras $\mu = + 0.003$. Se dunque confrontiamo la posizione di α Ofiuco con quella di α Ercole, avremo nelle tre ipotesi

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ofiuco mot. pr. in } 90 \text{ anni in AR} &= + 0.765 \\ &+ 0.638 \\ &+ 0.946 \end{aligned}$$

Ora queste anomalie spariscono quando il moto proprio della stella di confronto è certo e ben determinato, e spariscono ancora quando si confrontano le posizioni medie assolute delle stelle. Diffatti se paragoniamo le medie posizioni assolute di α Ercole e di α Ofiuco, si ha

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ercole mot. pr. in } 90 \text{ anni in AR} &= + 0.089 \\ \text{in } \delta &= - 4.00 \\ \alpha \text{ Ofiuco mot. pr. in } 90 \text{ anni in AR} &= + 0.765 \\ \text{in } \delta &= + 19.19 \end{aligned}$$

identici a quelli che si sono ottenuti relativamente alla stella fittizia, il cui moto proprio è certo e ben determinato.

Moto proprio di α Auriga, α Boote, α Lira, α Cigno in ascensione retta,
e in distanza polare relativamente alla stella fittizia
 $n = 90$ anni.

Stelle	Ep. media 1800 Prec. ann.	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in AR	$n\mu$ in AR
	+			
α Auriga	4 ^s . 39975	+2 ^m . 35 ^s . 613	-2 ^m . 34 ^s . 695	+ 0 ^s . 918
α Boote	2. 81716	+0. 4. 651	-0. 12. 262	- 7. 611
α Lira	2. 01135	-0. 58. 569	+0. 60. 261	+ 1. 692
α Cigno	2. 04102	-0. 57. 516	+0. 57. 591	+ 0. 075

Stelle	Ep. media 1800 Prec. ann.	$\Delta^\circ - \Delta'$	ndp in δ	$n\mu$ in δ
α Auriga	- 5 ^{''} . 02737	-11 ['] . 41 ^{''} . 20	+12 ['] . 19 ^{''} . 36	+ 38 ^{''} . 16
α Boote	+17. 07641	+23. 48. 02	-20. 49. 90	+178. 04
α Lira	- 2. 63234	- 9. 9. 10	+ 8. 43. 80	- 25. 30
α Cigno	-12. 52759	-23. 34. 60	+23. 34. 38	- 0. 22

24°. Gli annui moti propri di queste stelle fondamentali, quali si hanno dai valori di $n\mu$ della tav. superiore, e quali si trovano notati nei cataloghi di Madras, e della associazione britannica, e negli annali dell'osservatorio di Parigi sono i seguenti

Stelle	Moto proprio ann. in ascens. retta			
	Calandrelli	Madras	C. B	Annali
α Auriga	+0 ^s . 010200	+0 ^s . 015	+0 ^s . 013	+0 ^s . 00985
α Boote	-0. 084566	-0. 073	-0. 078	-0. 07812
α Lira	+0. 018801	+0. 024	+0. 020	+0. 01870
α Cigno	+0. 000833	+0. 012	+0. 002	+0. 00087

Stelle	Moto proprio ann. in distanza polare			
	Calandrelli	Madras	C. B	Annali
α Auriga	+ 0'' .42400	+ 0'' .39	+ 0'' .41	+ 0'' .4250
α Boote	+ 1. 97822	+ 2. 05	+ 1. 96	+ 1. 9830
α Lira	- 0. 28111	- 0. 20	- 0. 28	- 0. 2821
α Cigno	- 0. 00244	+ 0. 01	0. 00	- 0. 0024

Benchè le differenze sieno piccole, nulladimeno se col sistema di *Bessel* si voglia prendere una di queste stelle per termine di paragone, onde dedurre il moto proprio di un'altra, si avrà sempre una incertezza nell'attribuire alla stella di confronto il moto proprio, incertezza che non si trova, quando il moto proprio della stella di confronto è certo e ben determinato. Così, per esempio, se vogliamo il moto proprio di Sirio in 90 anni relativamente alla α Boote, troveremo i seguenti risultati, impiegando successivamente i moti propri di α Boote notati di sopra

$$\begin{aligned} \text{Moto pr. di Sirio in 90 anni in AR} &= - 3.064 \\ &- 2.024 \\ &- 2.473 \\ &- 2.484 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Moto pr. di Sirio in 90 anni in } \delta &= + 1'.50''.83 \\ &+ 1. 57. 29 \\ &+ 1. 49. 19 \\ &+ 1. 51. 26 \end{aligned}$$

Qui si può notare, che impiegando il moto proprio di α Boote da me determinato, si trova il moto proprio di Sirio in 90 anni identico a quello che già si trovò relativamente alla stella fittizia, la quale è vicinissima a Sirio in ascensione retta e in distanza polare. Nulladimeno confrontando Sirio con α Boote si ha una differenza di $7^h. 30^m$ in AR, e di circa 37° in δ , e si ottiene lo stesso risultato.

25.° I moti propri in distanza polare delle medesime stelle sono stati determinati dal cel. *Peters* di Pulkova confrontando le distanze polari medie osservate da *Bradley* (1755) colle recenti osservate da *Bessel* (1820), da *W. Struve* (1824), da *Argelander* (1830), da *Busch* e *Airy* (1838-39), e da lui (1843). La prima avvertenza però che ebbe questo astronomo fu quella di riportare le osservazioni dei citati astronomi ad uno stesso sistema di elementi di calcolo. Corrette in tal modo le osservazioni, e attribuendo *aux déclinaisons de Bradley le poids relatif* $\frac{1}{5}$, *mais aux autres déclinaisons un poids* = 1, giunge ai seguenti risultati.

Stelle	Dist. p.N. media 1.° Gen. 1800	Er. pro- babile	Mot.pr.an.	Er. pro- babile
α Auriga	44. 13'. 21".80	0".39	+0".4395	0".0114
α Boote	69. 46. 13. 56	0. 24	+1. 9848	0. 0071
α Lira	51. 23. 40. 33	0. 26	-0. 2786	0. 0077
α Cigno	45. 25. 41. 92	0. 16	+0. 0004	0. 0047

I moti propri da me determinati colle posizioni medie di queste stelle date da *Bradley* (1755) e da *Greenwich* (1845) e col riferire le loro posizioni alla stella fittizia, ponendo a calcolo l'errore probabile, collimano con questi.

26.° Lo stesso astronomo con molteplici osservazioni dirette fatte al circolo meridiano di *Ertel* negli anni 1842 e 1843 determina le seguenti distanze polari pel 1.° Gen. 1842

α Auriga	$\delta = 44.^\circ 10.' 14." 37$	Er. prob. 0."20
α Boote	69. 59. 32. 31	0. 20
α Lira	51. 21. 35. 68	0. 20
α Cigno	45. 16. 53. 80	0. 20

Benchè le distanze polari pel 1.° Gen. 1800 non risultino da osservazioni dirette, nulladimeno relativamente alla stella fittizia colle distanze polari del 1800 e 1842, ottenni i seguenti moti propri annui

α Auriga	$\mu = 0.''43857 (+)$
α Boote	1. 986905 (+)
α Lira	0. 278809 (—)
α Cigno	0. 0023804 (—)

i quali collimano esattamente cogli altri, e provano che i moti propri di queste quattro stelle fondamentali nella distanza polare sono ben determinati, e che il piccolo moto proprio annuo di α Cigno è negativo.

27.° Calcolando con tutto rigore le precessioni e usando dei moti propri determinati di sopra, ho voluto trovare le distanze polari medie di queste stelle pel 1.° Gen. 1850 e 1856 onde confrontarle con quelle che si trovano notate nel catalogo britannico, e nelle osservazioni di Greenwich del 1856, ed ho ottenuto

Stelle	1.° Gen. 1850 Dist. p. N. calc.	1.° Gen. 1850 Dist. p. N. C. B.	1.° Gen. 1856 Dist. p. N. calc.	1.° Gen. 1856 Dist. p. N. os. G.
α Auriga	44°. 9'. 39''.85	44°. 9'. 34''.50	44°. 9'. 14''.22	44°. 9'. 14''.63
α Boote	70. 2. 3. 94	70. 2. 3. 70	70. 3. 57. 58	70. 3. 57. 83
α Lira	51. 21. 11. 30	51. 21. 13. 60	51. 20. 52. 88	51. 20. 53. 19
α Cigno	45. 15. 12. 72	45. 15. 12. 00	45. 13. 56. 82	45. 13. 56. 81

Le differenze di 5'' nella distanza polare di α Auriga, e di 2'' in quella di α Lira sono state da me notate, e provano evidentemente che nelle delicate ricerche bisogna prima verificare le posizioni delle stelle, e poi impiegarle nel calcolo.

Questione sulla variabilità del moto proprio di Sirio.

28.° Nelle mie ricerche sul movimento proprio di Sirio mi sembra di aver dimostrato sufficientemente che nel moto proprio di Sirio in ascensione retta si trovano alcune anomalie che non possono spiegarsi in modo alcuno

nella ipotesi di un moto proprio costante: che però queste anomalie non si trovano nel moto proprio di Sirio in distanza polare, giacchè con un moto proprio costante si possono rappresentare le osservazioni e di *Bradley* (1755) e le altre dei moderni astronomi dal 1815 fino al 1857. La questione però è di grande importanza, tanto più che la variabilità del moto proprio di Sirio in ascensione retta è stata, se non contraddetta, almeno posta in dubbio nel 1842 da *W. Struve*, e che la uniformità del moto proprio di Sirio in distanza polare è stata contraddetta da *Laugier* nell'anno 1858. Mi sarà dunque permesso in questa appendice ritornare sulla stessa questione, e procurare che sia sempre più messa in evidenza una certa variabilità nel moto proprio di Sirio in ascensione retta, e una certa uniformità nel moto proprio in distanza polare.

29.° Dai numeri 16°, 17° . . . 20° di questa appendice risulta che il moto proprio di Sirio in 90 anni è di — 3.064 in AR

$$+ 1'.50''.83 \text{ in } \delta$$

Queste quantità si sono ottenute con tanti diversi confronti, che rimanendo costanti le posizioni di Sirio di *Bradley* (1755) e di *Greenwich* (1845) non può dubitarsi dei valori medesimi. Ora se paragoniamo le ascensioni rette di Sirio osservate negli anni 1750, 1751, 1752 . . . con quelle osservate negli anni 1840, 1841, 1842 . . . nello stesso intervallo di 90 anni si ha

Moto proprio di Sirio in AR in 90 anni

— 3. 186	(1750-1840)
— 3. 094	(1752-1842)
— 3. 061	(1754-1844)
— 3. 071	(1756-1846)
— 3. 080	(1757-1847)
— 3. 116	(1760-1850)

Similmente

Moto proprio di Sirio in AR in 100 anni

— 3. 690	(1750-1850)
— 3. 389	(1757-1857)

Qui si può notare che le ascensioni rette osservate negli indicati anni basano sullo stesso sistema di calcolo, e tutte sono state ridotte nella ipotesi dell'annuo movimento $\mu = -0.03440$. (Le Verrier an. dell'osserv. tom. 2°).

30.° Passiamo adesso ad esaminare il moto proprio di Sirio in distanza polare. A me pare di aver dimostrato evidentemente (13° e 14°) che le di-

stanze polari di Sirio date pel 1.° Gen. 1845 (Greenwich) e pel 1.° Gen. 1850 (Madras) sono in errore di 2" in 3" colle altre date per le stesse epoche. In occasione di una mia nota inserita nei conti resi della Imperiale Accademia delle scienze di Parigi N. 12, Luglio 1858 il sig. *Laugier* così mi scrive in data del 23 Agosto 1858: *Vous représentez fort bien* (col mio movimento proprio annuo costante + 1". 2309) *la position de 1755, ainsi que celles qu'on peut considérer comme bonnes de 1815 à 1840; mais de 1842 à 1855 les différences deviennent tres sensibles et conservent le même signe.* Sarebbe già molto quando con un movimento proprio costante si possono rappresentare le osservazioni dal 1755 al 1840, cioè nell'intervallo di 85 anni: le differenze *sensibili* montano ai 2" o 3", e queste differenze si debbono agli errori già notati delle posizioni del 1845 e 1850 la prima da me corretta, e l'altra non introdotta nel calcolo come erronea. Queste differenze *sensibili* si notano dopo il 1841, ma qui si può domandare; ammessa la variabilità nel moto proprio di Sirio in distanza polare, come è possibile che siasi manifestata dopo 86 anni con un salto brusco di 2" in 3"? Diffatti dalle posizioni che mi sono state comunicate dall'astronomo francese si trova

1.° Gen. 1840 Sirio	$\delta = 106^{\circ}.30'.6''.22$	}	Greenwich
1841	11.11		
1842	14.77		
1843	18.15		
dunque dal 1840 al 1841.			$d\delta = 4''89$
1841 al 1842.			3 66
1842 al 1843.			3 38

Ora 3."66; 3."38 eguagliano appena l'annua precessione, dunque l'annuo moto proprio di Sirio in distanza polare è bruscamente sparito dal 1841 al 1842, e dal 1842 al 1843. Se ora dalla stessa lettera del citato astronomo prendiamo le distanze polari di Sirio dal 1815 fino al 1840 osservate dai più rinomati astronomi, troveremo che l'annua precessione totale di Sirio in distanza polare è sempre maggiore di 4". Ecco le posizioni di 5 in 5 anni

1.° Gen. 1815	Sirio	$\delta = 106.^\circ 28.' 14.''68$	Bessel
1820	37. 15 Bessel
1825	59. 33 Struve
1830	29. 22. 20	Airy
1835	43. 39 Airy
1840	30. 6. 22	Greenw.

La media delle differenze è 22."31, e l'annua precessione totale 4."46. Se dalla distanza polare di Sirio del 1840 si passi a quella del 1845, anche nella ipotesi di $\mu = + 1.''14$, moto proprio annuo adottato già dal 1800 fino ai nostri tempi da tutti gli astronomi si avrà $p' = 4.''47$, e siccome pel 1840 si trova $\delta = 106^\circ.30'.6.''98$, pel 1845 deve essere $\delta = 106^\circ.30'.29.''33$, e non già $\delta = 106^\circ.30'.26.''34$. Dopo ciò conchiudo che gli errori *sensibili* di 2" in 3" dipendono dalla posizione erronea del 1845, dalla quale partendo, si trovano per conseguenza le altre degli anni seguenti le quali differiscono di 2" in 3" da quelle che partono dalla distanza polare data da *Bradley* pel 1.° Gen. 1755 e giungono fino al 1840 senza alcuna interruzione, e senza *salti*, i quali sono incompatibili con un moto proprio variabile, e i quali non possono attribuirsi che agli inevitabili errori delle osservazioni. Questo errore nella distanza polare di Sirio pel 1.° Gen. 1845 fu già da me avvertito al num.° 91° della memoria pubblicata in Roma nel 1855 (Descrizione scientifica del circolo meridiano), dove anche notai che la distanza polare di Sirio data nel catalogo di Greenwich (1849) pel 1.° Gen. 1840 risultava da 234 osservazioni, e che quella del 1845 dello stesso catalogo risultava da 58 osservazioni. Se dunque, come ho più volte ripetuto, si faccia una esatta e diligente analisi sulle posizioni delle stelle delle quali vuol conoscersi il moto proprio; se si sopprimono quelle che per giuste ragioni si debbono giudicare erronee; se finalmente tutte si possano aver ridotte collo stesso sistema di calcolo; le anomalie spariscono, e siamo allora sicuri colla massima probabilità dei risultati che si ottengono.

FISICA. — Sulla legge di Mariotte, sopra un congegno nuovo per dimostrarla, e su varie applicazioni di essa. Memoria del prof. P. VOLPELLI. (Contiuazione) (1).

1/6
Anche la dottrina che costituisce il fondamento della chimica razionale, cioè la dottrina che dicesi *atomistica*, è in relazione colla legge di Mariotte, come ora indicheremo brevemente. In fatti dalla idea che abbiamo degli atomi, l'aggregazione materiale consiste nella *giustapposizione* dei medesimi, la quale dipende da una forza che negli atomi eterogenei dà origine alla combinazione chimica, e dicesi forza di *affinità eterogenea*, o *chimica*; e negli omogenei alla coesione ed alla tenacità, e dicesi forza di *coesione* o di *tenacità*, ed anche forza di *affinità omogenea*. Tutte queste forze debbonsi riguardare come intrinseche alla materia. La combinazione chimica non distrugge le proprietà degli atomi che si combinano fra loro, sibbene le nasconde, riducendole inefficaci all'effetto che sempre tendono a produrre, e che tosto producono quando la combinazione si risolve nei principj che la costituiscono. Allorchè gli atomi di due corpi, aventi diversa natura, insieme si combinano chimicamente, ne risultano atomi tutti nello stesso modo composti; ed in ognuno dei quali, secondo tutte le sperienze, dobbiamo supporre, che la forza producente la combinazione/sorpassi di molto l'effetto di tutte le altre alla materia estrinseche, tendenti a separare *meccanicamente* gli atomi che concorrono alla combinazione dell'atomo composto. Perciò l'atomo composto si deve riguardare indivisibile da forze meccaniche, non altramente che l'atomo semplice.

Parecchi fisici sono di parere, che i gas tanto semplici quanto composti, sieno formati a volumi eguali, e poste le medesime circostanze, da un equal numero di atomi, egualmente fra loro distanti. Riguardano essi questo principio qual conseguenza necessaria della legge di Mariotte, e dell'altra di Gay-Lussac; e soggiungono che nella combinazione di due o più gas, il composto risultante, quando è gascoso, ha sempre un volume o uguale, o minore della somma dei volumi dei gas componenti. Il gas acido cloroidrico presenta un esempio del primo caso, poichè combinandosi un volume di cloro con uno d'idrogene, si producono due volumi di acido cloroidrico; e convien dire pel principio sopra stabilito, che questi due volumi contengono lo stesso numero di atomi contenuti nei due volumi componenti.

Quindi per questa dottrina, posto che sieno n gli atomi di cloro, saranno altrettanti quelli d'idrogene, e $2n$ quelli di acido cloroidrico da essi formato. Ma ogni atomo di quest'acido deve contenere idrogene e cloro: dun-

(1) Vedi sessione I, del 5 dicembre 1858, p. 28, T. XII.

que ognuno di essi risulterà di mezzo atomo d' idrogeno, e mezzo di cloro. Il vapore acquoso presenta un esempio del secondo caso; poichè due volumi del vapore medesimo sono formati, da due volumi d' idrogeno, e da uno di ossigene, laonde pel principio sopra stabilito, dovrà concludersi, che un atomo di acqua è formato da mezzo di ossigene, e da uno d' idrogeno. Per tanto secondo il principio stesso dobbiamo ammettere la divisibilità degli atomi per effetto della forza di affinità chimica, e concludere che questa divisione si opera nella maggior parte delle combinazioni fra sostanze fluido-elastiche.

Altri pel contrario sostengono, che a volumi eguali, ed a circostanze identiche, i gas, *composti* o *semplici* che sieno, contengono un diverso numero di atomi; e che p. e. lo zolfo in vapore, contiene il triplo degli atomi contenuti nell'ugual volume di ossigene. Soggiungono inoltre che dalla proporzione con la quale lo zolfo si unisce chimicamente alle altre sostanze, dalla forma di cristallizzazione di queste combinazioni, e dalla capacità loro pel calorico, risulta che il numero degli atomi nell'ossigene, nel cloro, nel jodio, ecc. rispetto quello degli atomi nello zolfo, sta = 1 : 3; e che negli acidi solforoso, idrosolforico, e nel cloruro di zolfo, quel rapporto è = 1 : 2.

Noi tenendo una mezzana via fra queste due che ora indicammo, consideriamo i gas quali composti di atomi solidi, che si respingono continuamente a cagione del calorico, a fine di raggiungere quella reciproca distanza, cui la risultante fra l'attrazione e la repulsione molecolare omogenea, riescirebbe nulla per ciascun atomo del medesimo gas. Riteniamo inoltre che sotto le medesime circostanze, quei gas che sono semplici, contengano un egual numero di atomi a distanze uguali, nel medesimo volume; però non riconosciamo la necessità che altrettanto si verifichi pei gas *composti*, come pure fra questi ed i gas *ri-guardati semplici*. Secondo tale concetto, sempre il numero degli atomi composti, sarà inferiore a quello degli atomi elementari, per la combinazione dei quali, si è prodotto il gas composto. Così nel vapore acquoso vi sarà il terzo del numero totale degli atomi d'idrogeno e di ossigene, concorsi a produrre il vapore medesimo; e ciascun atomo di questo vapore ne conterrà uno di ossigene, e due d' idrogeno. Perciò a pari circostanze gli atomi dell'acqua in vapore, saranno più distanti fra loro, ed in minor numero, degli atomi d' idrogeno, o di ossigene. Per questa dottrina si deve concludere che il vapore acquoso, l'ammoniacca (nitruo triidrico) il gas idrogeno bicarbonato (carburo diidrico, ed anche gas olefico) ed altri simili composti, contengono a pari condizioni, un diverso numero di atomi; e che la divisione degli atomi elementari, non è punto necessaria, per ispiegare le chimiche combinazioni.

Per avvalorare queste vedute riflettiamo, che la forza repulsiva nei gas composti, deve generalmente variare da quella dei gas detti semplici, dai quali sono formati; e ciò per l'aumento di volume dell'atomo composto. In fatti è naturale che questa forza repulsiva, e per conseguenza che il grado di condensazione dei gas, riesca dipendente dalla forma dell'atomo, cioè dalla quantità e disposizione delle superficie di esso. Quindi nel caso che l'atomo sia composto, secondo che nasconderà nell'interno suo, maggiore o minor superficie degli atomi elementari che lo compongono, e secondo che la sua esterna superficie sarà disposta in un modo più che in un altro, impedirà che agisca una maggiore o minor parte della forza repulsiva, sugli altri atomi composti, e circostanti ad esso. Da ciò dipende, se punto veggiamo, la variazione della distanza fra gli atomi nei gas composti, rispetto quella fra gli atomi nei gas componenti; e da ciò anche la variazione della densità dei primi gas, rispetto quella dei secondi.

La ipotesi ora esposta, ne pare assai soddisfacente sotto il punto di vista fisico, e chimico: in fatti si concepisce a mala pena la divisione degli atomi semplici, la differenza fra questi e le molecole chimiche, da ultimo la eguaglianza del numero degli atomi, a parità di circostanze in ciascun gas. Vero è che, per la legge di Mariotte, la pressione, in genere, produce il medesimo effetto sui gas tanto semplici quanto composti; ma è vero altresì che non poche sono l'eccezioni subite dalla medesima legge, come fra poco vedremo; e dicasi altrettanto della legge di Gay-Lussac, per gli effetti della temperatura nel volume dei gas. Ma poniamo anche queste due leggi verificate completamente, non per questo saremo costretti ad ammettere, che a parità di circostanze il numero degli atomi sia lo stesso nei volumi eguali di gas, composti o semplice che sieno. Ed in fatti la legge di Mariotte, può bene conciliarsi colla nostra ipotesi; giacchè per la legge stessa non si tratta di ottenere una eguaglianza fra i risultamenti assoluti, ma solo un'eguaglianza di rapporti fra i risultamenti stessi. Un volume di ossigene contenendo 100 atomi semplici, uno stesso volume di vapore acquoso, a parità di circostanze, ne conterrà cinquanta composti, ma più distanti fra loro, di quello siano l'uno dall'altro gli atomi di ossigene. Ora se la pressione, sopra ognuno di questi volumi, divenga doppia, tripla, quadrupla, ecc., le distanze fra gli atomi contigui diverranno la metà, il terzo, il quarto, ecc. di quello erano prima dell'aumento di pressione in ciascun volume. Perciò la legge di Mariotte potrà ben conciliarsi colla ipotesi, che gli atomi semplici non si trovino fra loro alla stessa distanza, cui stanno gli atomi composti, a parità di condizioni.

Taluno potrebbe apporre dicendo: quante volte la distanza in proposito dipende, e dalla forma dell'atomo, e dalla massa del medesimo, secondo abbiamo noi supposto; ed inoltre se questa massa e questa forma varia, come sembra dover essere, negli atomi dei diversi gas detti semplici, dal qual variare probabilmente dipendono la diversa natura, e le diverse proprietà delle varie sostanze fluido-elastiche; dovrà eziandio variare la forza repulsiva fra gli atomi semplici, e perciò la distanza fra i medesimi. Quindi potrebbe taluno da ciò inferire, che anche nei gas che si dicono semplici, dovrà essere diverso il numero degli atomi contenuti a volumi eguali, cosicchè diversa pure dovrà essere la distanza fra gli atomi che si contengono in volumi eguali di gas semplici, ma diversi per natura, ed a parità di circostanze.

A questa obbiezione primieramente si risponde, che potrebbe variare la forma ed insieme la massa degli atomi nei diversi gas semplici, rimanendo per ognuno di essi eguale la distanza, che separa un atomo semplice dall'altro contiguo; poichè gli effetti di queste variazioni potrebbero essere uno reciproco dell'altro. Così la cosa essendo, vede ognuno bene quanto meglio si renderebbe conto della legge di Mariotte, e di Gay-Lussac. In secondo luogo deve osservarsi che il peso degli atomi delle sostanze semplici e gasose, determinato supponendo che queste a volumi eguali, e posto il resto eguale, contengano lo stesso numero di atomi, si è trovato nella maggior parte dei casi coincidere col peso degli atomi delle sostanze medesime, ottenuto però con diverso metodo. Quindi a ragione da ciò concludiamo, essere molto preferibile la ipotesi da noi adottata, cioè che le sostanze semplici gasose, contengano a volumi eguali un egual numero di atomi. Da ultimo dobbiamo riflettere che da quei casi, ne' quali non si è verificata la coincidenza dei risultamenti ottenuti per diverse vie, rispetto lo stesso peso atomico, piuttosto che trarre argomento per abbattere la nostra ipotesi, potrebbe in vece rilevarsi una ragione per dubitare, se quelle sostanze, sulle quali sono caduti gli esperimenti, sieno veramente semplici, come l'ebbero supposte.

Passiamo a dire ora brevemente delle spienze varie, che i fisici ad epoche diverse istituirono, per conoscere i limiti cui va soggetta la verifica-zione della riferita legge. Prima però giova notare, quanto mai sia grande la compressibilità dei fluidi aereiformi, rispetto quella dei liquidi; poichè mentre sotto la pressione di due atmosfere l'acqua subisce la compressione di 48, ed il mercurio di 3 milionesime del volume loro primitivo, alla pressione di un'atmosfera; l'aria sotto quella stessa pressione, cioè di due atmosfere si restringe

per metà del suo volume primitivo, premuto da un'atmosfera, cioè si restringe di 500 mila milionesime del volume stesso.

Hales (Statique des végét. Append. p. 389 e 392) ed Amontons (Mem. de l'acad. an. 1703, p. 104) ambedue si sono con esperimenti occupati della compressibilità eccessiva dell'aria atmosferica. Boyle, Mariotte, e Musschenbroek si occuparono pure della eccessiva sua rarefazione, coerentemente alla nota legge. Molti tentativi si sono fatti sul fine del secolo XVII, e sul principio del XVIII, per determinare sino a che l'aria possa comprimersi, o possa dilatarsi; ma nulla su questi limiti di certo si potè stabilire. Sotto pressioni non maggiori di otto atmosfere, questa legge per l'aria, fu pure trovata esatta da Winkler (1), Saussure (2), e Fontana (3), il secondo dei quali la trovò vera eziandio per l'aria rarefatta, ed il terzo la riconobbe anche per altri gas.

Era si creduto che la legge di Mariotte si verificasse con ogni esattezza pei gas (4), tutti e per tutte le pressioni. In fatti a proposito di questa legge, ma solo per l'aria atmosferica, il sig. Bouguer (5) dice « noi abbiamo fatto questa sperienza moltissime volte, tanto in comune, quanto in particolare nel viaggio del Peru; eravamo insieme, quando la ripetemmo alla Martinicca, e sul monte di S. Luigi nell' isola di S. Domingo, col sig. De la Condamine: l'abbiamo fatta a bordo nel mare del sud, e in diversi luoghi elevati della Condiliera del Peru, come sulla vetta pietrosa del Pitchinca, montagna adiacente a Quito, di cui l'altezza verticale uguaglia 2434 tese, ed ove il mercurio del barometro ascende solo a 15 pollici, e 11 lin. Ho trovato sempre, senza veruna eccezione, che la elasticità della stessa massa d'aria, seguiva esattamente il rapporto della sua densità.

Queste sperienze dissipano i dubbi, che avevano gettato su tale materia quelle del P. di Bèse, fatte a Malacca, e riportate dal Maraldi nelle mem. del 1709. Sembrava risultare dalle sperienze medesime, che presso l'equatore,

(1) Untersuchung der nat. und. kunst. Leipz 1765. 8. II. 98.

(2) Journ. de phy. 1790. 93.

(3) Gothaisces Magazin. II. 2. 165. — ed anche » Risultati di diverse sperienze sulla elasticità, dei fluidi aereiformi permanenti, opuscoli di Felice Fontana Napoli 1787.

(4) La voce *gas*, o *gaz* è derivata per corruzione dal vecchio idioma tedesco *gahst*, oggi *geist* (spirito). Sembra che Van-Helmont sia stato il primo ad impiegare questa voce, per indicare qualunque sostanza vaporosa od aerea, sovrta pel calorico dai corpi; in seguito Macquer ha introdotto la voce stessa nel chimico linguaggio.

(5) Mém. de l'Ac. Roy. des Scien. an. 1753.

le dilatazioni dell'aria erano molto minori, di ciò che dovevano essere per seguire la ragione reciproca delle corrispondenti pressioni. Però Giacomo Bernoulli, ed Euler pensarono, che la legge di Mariotte (1) o di Boyle (2), non sarebbe stata rigorosamente vera per le grandi pressioni, per le quali credettero che i volumi dovessero decrescere in proporzione minore, per la resistenza maggiore che i gas opporre dovrebbero alla ulteriore diminuzione del volume loro, in forza dell'accresciuta elasticità dei medesimi. Le sperienze di Musschembroek, e di Boyle medesimo, sembravano pure indicare, che la compressibilità dell'aria, essendo la pressione anche minore di quattro atmosfere, crescesse tanto meno, quanto più essa già era compressa. Inoltre le sperienze del Rondelli, e di Laura Bassi bolognese, fanno sospettare dalla esattezza di questa legge (3). Per siffatte ricerche adunque credevasi, che l'aria essendo ridotta ad un volume quattro in cinque volte minore, di quello da essa occupato nello stato naturale, incominciasse per sottrarsi alla legge di Mariotte, coll'opporre una resistenza maggiore ai pesi che la comprimevano; cosicchè un doppio peso non era, secondo i nominati fisici, sufficiente a poterla ridurre alla metà del volume che occupava dianzi. Pel contrario le sperienze di Sulzer tedesco, pubblicate nelle memorie di Berlino 1753, e quelle di Robison inglese, pubblicate nella Encyclopedie Britannique, art. Pneumat's, t. XVI. p. 700 (4), parevano dimostrare che i volumi dell'aria decrescessero in proporzione maggiore, forse per la resistenza minore che i gas oppor dovrebbero alla ulteriore diminuzione del volume loro, in forza della elasticità *relativamente* diminuita nei medesimi.

Il prof. Baccelli confermò la nota legge con ulteriori sperienze, mediante un metodo nuovo, ed eziandio con pressioni minori dell'ordinaria. Egli sperimentò l'idrogeno, l'ossigene, il nitrogene, l'acido carbonico, il cloro, l'acido cloridrico, il gas ammoniacale, ed il gas nitroso; e stimò potersi concludere, che l'aria comune, come i pure i suoi componenti, ossigene, e nitrogene, sensibilmente sottraevansi alla legge, quando la pressione superava le tre atmosfere: dicasi altrettanto del gas nitroso. Credè pure il Baccelli aver trovato, che l'i-

(1) Mariotte « Essais sur la nature de l'air... an. 1676.

(2) Defensio doctrinae de elatere et gravitate aeris, propositae a D.^{no} Roberto Boyle . . . adversus obiectiones Francisci Lini . . . Roterdami 1649, defensio contra Fr. Linum Pars II, cap. V. pag. 94. . . 113. — Vedi anche Mariotte Traitè des eaux, p. 142, edit. in 12^o. an. 1700.

(3) Queste sperienze si trovano riferite dal Zannotti nei commentari dell'istituto di scienze ed arti di Bologna T. I^o. pag. 208, e T. II parte 1^a. pag. 347.

(4) Vedi anche i commentari dell'Istituto di Bologna luogo citato.

drogene resiste alquanto sotto la pressione di cinque atmosfere, e che il gas ammoniacale riducesi, con due o tre atmosfere, a minor volume di quello comporta la nota legge (1). Inoltre attesta egli aver veduto in queste sue sperienze una parziale liquefazione del gas ammoniacco: in seguito la liquefazione di parecchi gas fu ingegnosamente operata da Davy, e da Faraday (2).

Ma tutte le indicate sperienze lasciavano a desiderare in riguardo alle necessarie precauzioni; quindi OErsted ne intraprese delle altre più accurate, col cap. Suensson, (3), e ne comunicò i risultamenti alla società R. di Copenaghen; i quali poi furono pubblicati nel giornale di Schweigger, come pure nel Phil. magazzino 1826, nell' Edimb. journal of sciences t. 4, e nel Bulletin de Ferussac, maggio 1825 e 1826. I due sopra nominati fisici posero l'aria sotto la pressione di 66 atmosfere, e dai risultamenti ottenuti, OErsted ha creduto potersi concludere, che la legge per l'aria si vevifichi almeno sino alla pressione di 60 atmosfere, mentre poi, come indicammo in principio di questa memoria, l'accademia delle scienze dell'istituto di Francia, con accuratezza molto maggiore, la verificò sino alla pressione di 27 atmosfere.

Il signor Despretz ha fatto notare pel primo, che la medesima legge non trovasi più rigorosamente vera, quando i gas vengono sottoposti ad una pressione vicino quella, che determina la liquefazione dei medesimi; e che quei gas i quali facilmente si liquefanno, godono di una compressibilità crescente (4). Le sperienze indicavano al medesimo, che la inesattezza della legge s' incontrava nel principiare della compressione.

In quanto però ai lavori del sig. Despretz, relativi alla legge di Mariotte, sono essi più estesi di quello generalmente si conosca per le varie istituzioni di fisica; perciò, avendoli noi sott'occhio, ne daremo qui un breve sunto. Il metodo seguito dal sig. Despretz consisteva nel comprimere l'acqua in un cilindro di vetro, nel cui fondo erano disposti due provini eguali, rovesciati nel mercurio, uno piano d'aria, l'altro di un gas diverso. Nel 1827 il nominato fisico sperimentò sulla densità dei gas, a diverse pressioni, ed il risultamento di questo lavoro fu, che i gas, niuno eccettuato, si allontanano

(1) Giornale di Brugnatelli Pavia 1812.

(2) Ann. de chim. et de phy. T. XXIV, p. 396, 401, 403, an. 1823.

(3) Edimburgh's journal of Sciences t. IV. p. 224. — Bulletin universel, t. V. p. 331.

(4) Ann. de chim. et de phy. mars et avril 1827 — vedi ancora Bulletin de Ferussac.

tutti dalla legge di Mariotte. Dobbiamo qui osservare che, a proposito dell'aria, pure De Luc aveva già detto (1) « cominciarsi anche a scuoprire qualche alterazione alla legge generale, quando l'aria siasi ridotta solo al quarto del suo volume primitivo ». In seguito il fisico Van-Marum, il quale nel 1801 pubblicò la sua lettera al Volta sulla colonna elettrica, mise in evidenza, che la legge di Mariotte non si applica esattamente ad ogni gas. Egli collocò in un recipiente, ove comprimeva l'aria, due provini rovesciati sul mercurio, l'uno pieno d'aria, l'altro di gas ammoniacale, e vide quest'ultimo diminuire di volume più presto assai dell'aria, e liquefarsi quando l'aria medesima erasi ridotta presso che ad un terzo del suo volume primitivo.

Nelle indicate ricerche il sig. Despretz ha studiato il gas ammoniacale, il cianogene, l'acido solforoso, il gas idrosolforico, il gas acido carbonico, l'aria, e l'idrogeno, tutti completamente disseccati, ed egli ha paragonato ciascun gas all'aria atmosferica, la quale allora si considerava, dietro le sperienze di OErsted e di Swendon in Danimarca, come obbediente in tutto alla legge di Mariotte, cioè tale da mostrare volumi in ragione inversa delle pressioni. Il metodo adottato per queste sperienze fu tale secondo l'autore, da evitare ogni sorta d'influenza perturbatrice, sia pel vapore acquoso, sia per la temperatura, sia per la graduazione dei tubi; ed i risultamenti ottenuti da questo lavoro sono i seguenti :

1.° Il gas solforoso, il gas ammoniacale, il cianogene, il gas idrogeno solforoso, il gas acido carbonico, l'aria, e l'idrogeno, tutti sono inegualmente comprensibili.

2.° Il gas solforoso, il gas cianogene, il gas idrogeno solforato, ed il gas acido carbonico, sono più compressibili dell'aria, e sono tanto più compressibili, quanto più furono già compressi.

3.° La differenza di compressibilità si osserva in tutto il corso della compressione: così vedesi che il gas idrogeno solforato, il quale diviene liquido sotto 17 atmosfere, già è più comprensibile dell'aria sotto 2 atmosfere.

4.° Il gas idrogeno è meno compressibile dell'aria; e fu riconosciuto in seguito, come fra poco vedremo, che il gas medesimo si costringe in volumi più grandi, rispetto quello viene indicato dalla legge di Mariotte, a misura che il medesimo gas è più compresso; e che tutti gli altri gas hanno una compressibilità crescente.

(1) Recherches sur les modifications de l'atmosphère. Paris 1784, p. 236.

I lavori del sig. OErsted sul medesimo argomento (1), hanno fatto credere a taluno, che il sig. Despretz fosse stato preceduto, dal nominato fisico danese, nel riconoscere l'accrescimento della compressibilità dei gas. Però il sig. Despretz ha dimostrato il contrario, leggendo all'accademia delle scienze dell' istituto di Francia (*Comptes Rendus 1846*) il brano della memoria del sig. OErsted sullo stesso argomento, dal quale viene posto in chiaro, che questo illustre fisico, ammetteva essere la compressibilità proporzionale ai pesi comprimenti, e non solo pei gas, ma eziandio pei liquidi, e pei solidi; vale a dire tutto all'opposto dei risultamenti ottenuti dal dotto fisico francese (2).

Le conseguenze che potrebbe forse taluno dedurre dai fatti sperimentali ora indicati, ed ottenuti dal sig. Despretz, sarebbero quei che sieguono.

1.° La ipotesi di un medesimo numero di atomi, contenuti sotto il medesimo volume di un gas, alla medesima pressione, ed alla medesima temperatura, fondata sulla eguale compressibilità, ed eguale dilatabilità dei gas, non può più essere ammessa; o per lo meno non può avere più lo stesso fondamento.

2.° La ineguale compressibilità dei gas, trae seco la ineguale dilatabilità dei medesimi; questa seconda ineguaglianza essendosi verificata pei recenti lavori di fisici distintissimi, ne viene che i risultamenti del sig. Despretz hanno, da tale verificaione, ricevuta una conferma.

3.° La legge delle combinazioni gaseose, cesserebbe di essere una legge rigorosa, per la maggior parte dei casi. Il volume che concorre in una combinazione chimica, essendo determinato dal numero delle molecole, il gas che più è compressibile, si deve trovare in questa combinazione sotto un volume di tanto più piccolo, a pari circostanze, di quanto esso è più compressibile.

Il sig. Pouillet intraprendendo altre sperienze, per delucidare questo interessante soggetto, è pervenuto a concludere, che alcuni gas obbediscono sino a 100 atmosfere alla nota legge, e che altri cominciano sensibilmente a sottrarsi da essa dopo tre o quattro atmosfere, ed anche prima; cosicchè sembra da ciò confermarsi la conseguenza del sig. Despretz sopra indicata. Ecco i principali risultamenti delle sperienze del sig. Pouillet.

(1) *Edinburg Journal of Science* 1826, t. IV, p. 233.

(2) *Ann. de Chim. et phy.* 2.° serie t. XXXIV, p. 335 et 443, an. 1827. — *Comptes Rendus* t. XXIII, p. 840, et 1014, an. 1846. — Vedi ancora il giornale *LA SCIENCE* 3.° année, n. 61, du 30 juillet 1857, p. 355.

1.° Sino a 100 atmosfere l'ossigene, il nitrogene, l'idrogene, il biossido di nitrogene, e l'ossido di carbonio sieguono la stessa legge di compressione dell'aria atmosferica, cioè sieguono la legge di Mariotte.

2.° Il gas acido solforoso, il gas ammoniacale, l'acido carbonico, ed il protossido di nitrogene, cominciano ad essere notabilmente più compressibili dell'aria, da quando il volume loro è ridotto ad un terzo, o ad un quarto; e certo, per cangiamenti di volume anche minori, deve già incontrarsi che la legge di Mariotte non si verifica più esattamente.

3.° Il gas idrogene protocarburato, ed il gas idrogene bicarburato, non si liquefanno sotto la pressione di 100 atmosfere, la temperatura essendo 8° o 10°, e tuttavia la compressibilità loro è sensibilmente maggiore di quella dell'aria.

4.° L'acido carbonico si è liquefatto a 45 atmosfere, la temperatura essendo 10°: il protossido di nitrogene si è liquefatto a 43 atmosfere, la temperatura essendo 11°, ed il liquido sembrava limpido: il gas ammoniacale si è liquefatto a 5 atmosfere, la temperatura essendo 10°, ed il liquido aveva un colore giallo verdastro, assai sensibile: il gas acido solforoso si è liquefatto a 2 atmosfere e $\frac{1}{2}$.

5.° In tutte queste liquefazioni, operate dal sig. Pouillet, egli ha sempre osservato che la pressione si poteva molto accrescere, senza il totale passaggio del gas allo stato liquido, essendo certo pel medesimo autore, che il gas premuto non si trovava mescolato nè ad aria, nè ad altro gas permanente.

Il sig. Regnault ha dimostrato che la medesima legge non si verifica punto rigorosamente per ogni gas: l'aria, ed il nitrogene si comprimono un poco più, l'idrogene un poco meno, di quello comporta la legge stessa; l'acido carbonico si discosta molto dalla medesima legge, quando la pressione diviene alquanto forte. Questo dotto fisico da taluni risultamenti relativi a sperienze termiche, da esso poi confermati direttamente, ha concluso:

1.° Che nei gas i volumi diminuiscono in proporzione rapida più di quello cresce la pressione.

2.° Che la compressibilità nei gas meno densi, o resi tali per mezzo del calorico, appare minore.

3.° Che nell'idrogene la compressibilità diminuisce, invece di crescere col l'aumentare della pressione.

Da ciò il citato fisico arguiva, che se la compressibilità decrescente osservata nell'idrogeno, poi divenisse crescente ad un certo limite di pressione, e di condensamento, com'è verosimile (ciò fu verificato dal d.^r Natterer nel 1855) si potrebbe anche congetturare, che a certo grado di elasticità, e di temperatura, la compressibilità crescente, osservata negli altri gas, potesse divenire decrescente.

Dai citati risultamenti si potrebbe opinare, che anche nello stato gassoso, le azioni scambievoli e specifiche delle molecole, fanno sentire la loro influenza, contrariamente a quanto si arguirebbe dalla legge di Mariotte, supposta esattamente verificata; lo che si oppone alle conseguenze dedotte dal sig. OErsted, e sopra indicate. Inoltre siffatti risultamenti dimostrerebbero ancor essi, poggiare sul falso l'antica opinione dei chimici, che cioè a parità di circostanze, i gas contengono lo stesso numero di atomi: conseguenza che pure dagli esperimenti dal sig. Despretz discende, come già indicammo.

Il sig. Regnault studiando la dilatazione dell'aria sotto diverse pressioni (1), fu condotto a dubitare che l'aria siegua esattamente la legge di Mariotte; quindi poté assicurarsi che la medesima scostasi alquanto da questa legge, per le pressioni elevate. Se tale deviazione non fu riconosciuta nelle grandi sperienze di Dulong ed Arago, ciò avvenne perchè, sebbene il tubo manometrico non subiva un allungamento sensibile sotto la più grande pressione, cosicchè la sua capacità restava sensibilmente la stessa (2), tuttavia nelle pressioni elevate, il volume occupato dall'aria nel manometro essendo molto piccolo (p. es. alla pressione di 20 atmosfere il ventesimo del volume suo primitivo) l'errore il più tenue nella misura di questo volume, influiva molto nel raggiungere quel vero che cercavasi. Ad evitare non solo questa cagione di errore, ma pure le incertezze di una graduazione sempre difficile a praticare, il sig. Regnault intraprese le sue sperienze, poggiate al seguente metodo. L'aria era contenuta in un tubo verticale, chiuso nell'estremo superiore; la pressione sulla medesima facevasi variare da una sperienza all'altra, quindi si riduceva il volume alla metà, spingendo il mercurio per l'estremo inferiore del tubo stesso, e si cercava se dopo ciò erasi la pressione duplicata, come lo esige la legge di Mariotte, qualunque fosse la pressione primitiva.

(1) Mém. de l'Académie des sciences de Paris 1847, p. 329.

(2) Ann. de chim. et de phys. T. 43, p. 74 . . . janvier 1830.

Quindi per conoscere se la legge di Mariotte fosse rigorosamente vera, il sig. Regnault prese il rapporto $\frac{v_0}{v_1}$ dei volumi occupati dai gas, ed il rapporto $\frac{p_1}{p_0}$ delle pressioni corrispondenti; e cercò se questi rapporti erano fra loro eguali, ovvero se dividendoli uno per l'altro, avevasi per quoto l'unità. Le sperienze furono istituite sull'aria, l'azoto, il gas idrogene, e l'acido carbonico.

Il rapporto medesimo si è trovato sempre maggiore della unità, e crescente regolarmente col crescere della pressione. Da ciò risulta che l'aria non siegue giustamente la legge di Mariotte, e che la medesima si comprime più di quello esigga questa legge; poichè per l'aria stessa il rapporto $\frac{v_0}{v_1}$ è sempre più grande dell'altro $\frac{p_1}{p_0}$, ed inoltre la sua compressibilità va crescendo colla pressione.

L'azoto ha condotto ai medesimi risultamenti, solo l'accrescimento della compressibilità è alquanto minore di quello sia per l'aria: donde il sig. Regnault deduce, che la compressibilità del gas ossigene, il quale nell'aria è mescolato all'azoto, deve crescere più rapidamente di quella dell'aria. L'acido carbonico non siegue affatto la legge di Mariotte, neppure approssimativamente, per pressioni un poco elevate.

Secondo Regnault le deviazioni dei precedenti gas, della nota legge dovranno essere minori ad una temperatura più elevata, come ha egli ottenuto pel gas acido carbonico; ed altresì confermò che il gas idrogene devia pur esso dalla nota legge, ma che la sua compressibilità invece di aumentare, diminuisce col crescere della pressione.

L'aumento notabile della compressibilità dei gas, che possono liquefarsi col crescere della pressione, mostra che la forza di coesione si manifesta fra le molecole anche nello stato gasoso, e tanto più, quanto furono esse precedentemente più ravvicinate fra loro. Questa forza cospira con quella prodotta dalla compressione, lo che sopra già fu osservato.

Per quei gas che non poterono essere liquefatti, la coesione pure si manifesta in essi, però molto debolmente: da ciò fa d'uopo eccettuare il gas idrogene che si comprime di meno in meno come fu più volte avvertito, e si comporta come un elastico metallico, il quale resiste tanto più, quanto esso è più teso. Per questi gas. ed in particolare per l'aria, le deviazioni dalla legge di Mariotte sono talmente deboli, che potrà sempre farsi uso di questa legge, salvo che non sieno sottoposti a pressioni fortissime, o che non sia neces-

saria un'estrema precisione. I gas che una volta credevansi esattamente obbedire alla nota legge, furono detti fluidi elastici perfetti, e quelli che anche per poco non la seguivano, si dicevano fluidi elastici imperfetti. Si vede però dalle precedenti sperienze che, ad eccezione dell'idrogeno, tutti gli altri gas debbono appartenere a questa seconda classe.

L'apparato del sig. Regnault fu stabilito in una torre, che Savart aveva fatto costruire nel collegio di Francia: aveva esso molta somiglianza con quello dei signori Dulong ed Arago, però differiva da questo per modificazioni della maggiore importanza, con utilità grandissima ed ingegnosamente introdotte dal sig. Regnault. I limiti di questa memoria non ci permettono riferire lo sviluppo di così fatti perfezionamenti, che potranno leggersi nei *Comptes Rendus* dell'accademia delle scienze T. XXIII, pag. 787: diremo soltanto con brevità, le correzioni usate nello sperimentare, che sono le seguenti.

1.° In tutte le sperienze faceva d'uopo aggiungere alla pressione della colonna mercuriale, quella che l'atmosfera esercita sulla colonna medesima. Però la colonna di atmosfera diminuisce quando s'innalza la sua base: bisognava dunque aggiungere non l'altezza barometrica h , osservata sul suolo del laboratorio, ma bensì l'altezza h' che si sarebbe trovata, collocando il pozzuolo dell'istromento al livello della sommità della colonna di mercurio. Quindi è che h' veniva calcolata mediante la formula

$$z_1 - z_0 = 18393 \log. \frac{h}{h'}$$

essendo $z_1 - z_0$ l'altezza dell'estremo superiore della colonna mercuriale nei tubi, al di sopra del punto zero del barometro.

2.° Un'altra causa d'errore proviene dalla compressibilità del mercurio: la colonna che misura le pressioni non è affatto omogenea; poichè gli strati superiori comprimendo gli inferiori ne aumentano la densità; bisognava perciò ridurre l'altezza osservata a quello sarebbe, se fosse tutta di uniforme densità: quindi si fece il calcolo, e si costruì una tavola di correzioni per tutte le altezze necessarie.

3.° La temperatura agisce sul gas racchiuso nel monometro per variarne il volume. Le correzioni relative a questa causa di errore sarebbero per così dire impossibili, se le temperature variassero molto; perchè bisognerebbe conoscere i coefficienti della dilatazione del gas a tutte le pressioni, e questi non sono ancora determinati; solo sappiamo che i medesimi sono variabili. Ma fortunatamente l'acqua che circonda il manometro, mantiene la temperatura

sensibilmente costante, e le correzioni che restano a fare, sono presso a poco insensibili, e possono in ogni caso calcolarsi per approssimazione.

4.° Si trovano delle variazioni maggiori nella temperatura della colonna lunga di mercurio; si misurano con diligenza per tutta l'altezza, se ne prende la media, e si riconduce il mercurio alla densità che gli compete nel caso della temperatura zero.

5.° Bisognerebbe anche correggere il volume del manometro, il quale cangia colla pressione; ma se misurasi la distanza fra gli estremi suoi, superiore l'uno inferiore l'altro, sotto pressioni differentissime, non si trova punto sensibilmente variato il volume stesso, come già fu riconosciuto dai signori Arago, e Dulong. Perciò fu ammesso, che questi cangiamenti di capacità interna del monometro, sono trascurabili. In fatti si è assicurato il sig. Regnault che per 25 atmosfere l'altezza di 2^m,5 del manometro, non cangiava neppure di 0^{mm},01; donde la sua capacità variava appena di $\frac{1}{16666}$ per 25 atmosfere.

I risultamenti ottenuti dalle sperienze indicate del sig. Regnault, vengono consegnati nelle tavole che riportiamo: in quella che qui siegue, la prima colonna esprime la pressione iniziale p_0 , cui si trovava sottoposto il gas in ciascuna esperienza, quando esso riteneva l'intero volume v_0 del tubo. In seguito riducevasi questo volume alla metà v_1 , e si misurava la corrispondente nuova pressione p_1 . Se la legge di Mariotte si fosse verificata, sarebbesi dovuto anche verificare la

$$v_0 p_0 = v_1 p_1, \text{ ovvero } \frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1,$$

Il valore di questo rapporto dalla sperienza ottenuto, si trova registrato nella seconda colonna di questa tavola:

Aria		Azoto		Acido carbonico		Idrogene	
p_0	$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$	p_0	$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$	p_0	$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$	p_0	$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$
^{mm} 738,72	1,001414	^{mm} 753,46	1,000083	^{mm} 764,03	1,007597	»	»
4209,48	1,002765	4953,92	1,002952	3186,13	1,028698	2211,18	0,998584
8177,48	1,003253	8628,54	1,004768	9351,72	1,045625	2845,18	0,996121
9336,41	1,006366	10981,42	1,006456	9619,97	1,153865	9176,50	0,992933

Da questi numeri si conosce, che nei quattro studiati gas, il rapporto $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$ è sensibilmente uguale alla unità, che per conseguenza la legge di Mariotte, se non è rigorosamente vera, è almeno un'approssimazione assai vicina della verità, e che si estende a tutte le pressioni osservate, come già sapevamo.

Però considerando con maggior attenzione i numeri stessi, vediamo che i tre primi gas, cioè l'aria; l'azoto, e l'acido carbonico, si comprimono per modo, che sempre si verifica la

$$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} > 1,$$

ovvero, lo che torna allo stesso, che v_1 è sempre minore di quello richiegga la legge di Mariotte, e che la compressibilità reale supera sempre quella calcolata.

Ciò si manifestava già nei risultamenti di Dulong e Arago; ma le nuove sperienze ci fanno di più conoscere, che il rapporto $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$ va sempre aumentando colle iniziali pressioni, e conseguentemente che le differenze fra l'osservazione e la nota legge sono più considerevoli, quanto più cresce il condensamento.

Per la regolarità evidente dei numeri che precedono, si può già stabilire, che queste differenze provano la insattezza della legge di Mariotte; ma per non lasciare dubbio alcuno su ciò, fa d'uopo dimostrare, che le divergenze trovate, superano gli errori possibili della osservazione. Indicando generalmente con α il valore di quel rapporto, e supponendo v_1 essere giustamente la metà di v_0 , si avrà

$$\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = \frac{2p_0}{p_1} = \alpha, \quad \text{donde } p_1 = \frac{2p_0}{\alpha};$$

e se la legge Mariotte sia rigorosamente vera, chiamando p'_1 la pressione teoretica, quale cioè viene richiesta dalla medesima legge, dovremo avere

$$\frac{v_0 p_0}{v_1 p'_1} = \frac{2p_0}{p'_1} = 1, \quad \text{donde } p'_1 = 2p_0.$$

Perciò la differenza fra le pressioni finali osservate e calcolate, sarà

$$p'_1 - p_1 = 2p_0 \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right).$$

Questa differenza che può calcolarsi col sostituire alle quantità p_0 , α i corrispondenti valori, consegnati nella tavola precedente, esprimerà le differenze fra le altezze delle osservate colonne mercuriali, e quelle che si sarebbero avute, se la nota legge fosse rigorosamente vera. Sieguono i risultamenti di questo calcolo, relativi all'aria atmosferica

P_0	$P'_1 - P_1$
<small>mm</small>	<small>mm</small>
738, 72	2, 08
4209, 48	2, 92
8177, 48	5, 30
8404, 11	5, 55
9336, 41	11, 80

Queste differenze sono evidentemente maggiori degli errori possibilmente commessi nella misura delle altezze.

Possiamo ritenere inoltre che la legge di Mariotte, la quale si trova difettosa in ogni gas per forti pressioni, e a basse temperature, sarà egualmente difettosa per deboli pressioni ed a temperature molto elevate. Nel primo caso le molecole sono sempre più dominate dalle forze di attrazione, andando sempre più incontro allo stato di liquidità, nel quale la risultante delle attrazioni e repulsioni molecolari è nulla. Nel secondo caso le molecole vanno sempre più sottraendosi al dominio di ambedue queste forze, finchè giungono ad essere fuori anche della sfera di azione repulsiva. Poichè la forza repulsiva fra le molecole dei gas, manifestandosi a distanze piccolissime, subito che le molecole si saranno sufficientemente allontanate fra loro, sia per la diminuita pressione, sia per l'aumentata temperatura, sia per ambedue queste ragioni, l'effetto della forza espansiva dovrà cessare. I gas in tale stato avrebbero una qualche analogia coi liquidi, la elasticità loro non si manifesterebbe altro che per una estrinseca pressione: questo è probabilmente lo stato dell'aria, nell'estremo superiore dell'atmosfera.

L'azoto, l'acido carbonico, ed anche l'ossigeno, si comportano come l'aria, vale a dire la comprensibilità loro aumenta colla pressione; di più siegue leggi speciali per ciascuno dei gas medesimi. Quanto all'acido solforoso, all'ammoniaca, ed al cianogene, che già furono esaminati dal sig. Despretz, appartengono essi alla categoria medesima, ed anche si comprimono maggiormente. Tutti questi corpi si allontanano adunque dalla legge di Mariotte, formando

una classe di fluidi, caratterizzati da una comprensibilità grandissima, che siegue una legge di progressione crescente col peso che li comprime.

Le conclusioni medesime non si applicano punto all'idrogene; poichè nel caso particolare ed unico di questo gas, il rapporto $\frac{v_0 P_0}{v_1 P_1}$ risulta costantemente minore delle unità, e diminuisce progressivamente quando la pressione aumenta. Ciò vuol dire che il volume v_1 è sempre maggiore di quello calcolato; quindi è che l'idrogene si allontana pur esso dalla legge di Mariotte, ma che la sua comprensibilità è minore non solo, ma eziandio decrescente coll'aumentarsi della pressione.

La tavola seguente serve a mettere in evidenza questi risultamenti; nella medesima sono registrate le pressioni che abbisognano, a fine di ridurre ad $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$ del suo valore primitivo, il volume di un gas, preso alla pressione iniziale di 1 metro di mercurio. Le differenze fra le osservazioni, e la legge di Mariotte sono positive per l'aria, e l'acido carbonico, e sono negative per l'idrogene; in ogni caso esse aumentano colla pressione.

Volumi	Pressioni					
	Aria	Differenze	Acido car.	Differenze	Idrog.	Differenze
1	^m 1,0000	+ ^m 0,0000	^m 1,0000	+ ^m 0,0000	^m 1,0000	— ^m 0,0000
$\frac{1}{5}$	4,9794	+ 0,0206	4,8288	+ 0,1722	5,0116	— 0,0116
$\frac{1}{10}$	9,9162	+ 0,0838	9,2262	+ 0,7738	10,0560	— 0,0560
$\frac{1}{15}$	14,8948	+ 0,1752	13,1869	+ 1,8131	15,1395	— 0,1395
$\frac{1}{20}$	19,7198	+ 0,2802	16,7054	+ 3,2946	20,2687	— 0,2687

Nel 1856 il sig. Seydlitz, in una sua memoria sulle relazioni fra la capacità pel calorico, la temperatura, e la densità dei gas che vengono sottoposti alla legge di Mariotte, dimostra fra le altre cose, che la capacità pel calorico di un gas, il quale nel comprimersi obbedisce alla legge di Mariotte, riesce proporzionale direttamente alla temperatura, ed inversamente alla densità (1).

Secondo le sperienze del sig. dott. Natterer (2), pubblicate nel 1855, ed istituite con un apparato di molta precisione, talmente costruito, da potersi col medesimo giungere a pressioni di 2000 a 3000 atmosfere, risulta che i gas cessano di essere soggetti alla legge di Mariotte, quando subiscono forti pressioni: allora non solo si comprimono essi molto meno di quello richiegga la stessa legge, ma riguardo alla pressione subita, presentano risultamenti diversi, secondo la diversa loro natura.

Così lo stesso autore ha trovato che l'idrogeno, l'ossigene, l'azoto, l'aria atmosferica, e l'ossido di carbonio, rimangono soggetti alla legge di Mariotte, quando le pressioni atmosferiche, alle quali vengono sottoposti, sieno minori pel primo di 78, pel secondo di 167, pel terzo di 85, pel quarto di 96, e pel quinto di 127. Da questo interessante lavoro del sig. Natterer si rileva, che l'ossigene non si poté comprimere oltre 1350 atmosfere; giacchè a questa condensazione brugiava esso l'olio della valvole: la compressione per gli altri gas poté giungere sino a 2790 atmosfere. Inoltre apparisce che l'idrogeno si comprime più sotto alte pressioni, mentre, come già lo avea fatto notare l'illustre Regnault, sotto pressioni relativamente più deboli, questo gas viene compresso un poco meno di tutti gli altri.

Fra i diversi metodi adoperati per isperimentare la legge di Mariotte a pressioni altissime, ne fu proposto uno dal sig. Monclar (3), che consisteva nel servirsi delle pressioni enormi dell'acqua nelle profondità dell'Oceano. Una colonna d'acqua, dell'altezza di 10^m,33 circa, equivale alla pressione di un atmosfera; e poichè nell'Oceano vi hanno profondità maggiori di 14000 metri, l'acqua che vi si trova subisce una pressione maggiore di 1355 atmosfere. Per applicare questa pressione all'aria, ed agli altri gas, l'autore suppone un

(1) La Science 3^e. année n^o. 50, juin 1837, p. 238.

(2) Sitzungsbericht...Conti resi dell'accad. delle scienze di Vienna, T. XII, p. 199 — Poggend. Annalen, t. XCIV, pag. 436, marzo 1855.

(3) Vedi il giornale La Science 15 août 1837, 3^e année, n. 66, pag. 302.

tubo ricurvo a ferro di cavallo, ed esattamente calibrato, con una valvola in un estremo, e con una vite nell'altro, nella quale s'invita un secondo tubo, munito anch'esso di una valvola nella sua parte inferiore. Questo secondo tubo, chiuso alla sommità, è destinato a contener l'aria ; mentre quello ricurvo è pieno di mercurio per modo , che sia bene livellato nei due rami, e che riempia esattamente tutto lo spazio compreso fra le due valvole. Un peso annesso nella parte inferiore del sistema, serve a mantenerlo nella medesima posizione verticale durante la sperienza. Di mano in mano che questo congegno discenderà nel mare, l'acqua per effetto della crescente pressione, vi s'introdurrà passando per la prima valvola, mentre che il mercurio, sollevando la seconda valvola, comprimerà l'aria contenuta nel secondo tubo, chiuso nella sommità sua. La pressione interna eguaglierà sempre la esterna, e perciò non si dovranno temere gli effetti nè di elasticità, nè di rottura.

Supponiamo che si voglia ottenere una pressione di mille atmosfere; si adopererà, per fare discendere l'apparecchio, una fune con entro la medesima due fili di rame bene isolati ; e sarà munita di cilindri a valvola , e di un termometrografo. I cilindri a valvola serviranno per attinger l'acqua nelle diverse profondità , per determinarne la densità media , e quindi la pressione che l'acqua esercita ad una certa profondità data. Il termometrografo servirà per conoscere la temperatura della profondità cui giunse il tubo.

Ad impedire che la sperienza vada perduta, per effetto della rottura del tubo mentre che il medesimo ascende, basterà secondo l'autore, stabilire nella parte inferiore di quello ricurvo, un piccolo rubinetto, comunicante con un recipiente di gomma elastica, il quale dovrà essere a metà pieno d'acqua prima della immersione, per impedire che la pressione stringa una contro l'altra le sue pareti. Ciò posto, innanzi di cominciare a far salire l'apparecchio, si dovrà dice l'autore, per mezzo della corrente elettrica, che passerà pei fili di rame della corda, aprire l'indicato rubinetto, ed il mercurio restato nel tubo a ferro di cavallo, scenderà tutto nella borsa di gomma elastica. Questa per la sua elasticità e flessibilità non lascia temere alcuna rottura; e quando l'apparecchio avrà compiuta l'ascensione, se il tubo destinato a contenere il gas compresso, fosse trovato rotto, si potrà sempre conoscere la pressione cui soggiacque il gas medesimo, misurando il mercurio trovato nella borsa di gomma elastica.

Continua l'autore dicendo che se vogliasi una maggior esattezza, potrà determinarsi nella medesima sperienza, servendosi di un apparecchio analogo,

la compressibilità del mercurio, che non è stata mai determinata sperimentalmente per altissime pressioni. Egli termina con osservare, che il metodo proposto da esso, non potrà facilmente da tutti eseguirsi; ma che oggi, essendo gli ufficiali di marina, incaricati di ricerche scientifiche, in diversi luoghi dell'Oceano, può la indicata sperienza eseguirsi ad un tempo con altre.

Riassumendo le principali ricerche, relative alla storia degli studi fatti sulla legge di Mariotte, potremo concludere dicendo, che le prime se da una parte sono le più importanti, per l'apertura che dettero ad una nuova messe scientifica, dall'altra per le contraddizioni che involgono, sono le meno precise. Infatti mentre Boyle e Musschenbroek trovavano che la compressibilità diminuisce colla pressione; Sulzer e Robison annunziavano, che questa si mostrava in aumento col peso comprimente. Poscia nel 1826 OErsted e Suensson riprendendo lo studio della quistione con più cura, e seguendo lo stesso metodo adoperato già da Mariotte, ammisero la esattezza della legge, attribuendo le differenze che incontravano agli errori di osservazione. I medesimi vollero sperimentare anche mediante pressioni grandissime, per lo che adottarono un metodo assai diverso dal precedente, ma non abbastanza esatto. Le pressioni giunsero fino a 68 atmosfere, e dai risultimenti ottenuti, sebbene mancanti della necessaria precisione, gli autori conclusero essere la legge di Mariotte prossimamente vera, pure per le grandissime pressioni. Per questi fatti era la legge di Mariotte ammessa da tutti, quando il sig. Despretz ravvisò la quistione sotto un punto di vista del tutto nuovo, e molto più generale, senza l'intensione di affermare o di negare la verità della legge di Mariotte, ma volendo solo conoscere se tutti i gas obbedivano ad una stessa legge, o se i medesimi godevano di compressibilità diverse a pressioni eguali. Il suo metodo sperimentale consisteva nel paragonare le dimensioni dei volumi di più gas, posti ad un tempo in condizioni del tutto identiche. Così fatte sperienze, nelle quali sono presso a poco impossibili gli errori, stabiliscono in un modo tanto semplice quanto evidente, che ciascun gas possiede una legge speciale di compressibilità; e che la formula enunciata da Mariotte non è affatto generale: cosicchè la sua verificazione si trova limitata pure per l'aria atmosferica.

Pertanto non era più da ritenere, che la legge di Mariotte fosse l'espressione generale della compressibilità dei gas; ed al più si poteva dubitare ancora se la medesima si verificasse per l'aria soltanto; perciò era necessario sottoporre questo corpo ed sperienze più accurate, tanto più che al medesimo si erano

fino ad ora paragonati tutti gli altri gas. Ciò fu eseguito da celebri fisici (1) come tutti sanno, con apparecchi che superavano in estensione, ed anche in precisione quelli che fino a quell'epoca si erano costruiti a tal fine. Nulla fu cangiato riguardo all'essenziale del metodo di Mariotte: l'aria si conteneva in un ramo verticale chiuso, e le pressioni sulla medesima si facevano per mezzo di una colonna di mercurio sostenuta da una lunga serie di tubi aperti nell'alto: però il metodo stesso era del resto grandemente perfezionato. Dai risultamenti di queste ben cognite sperienze si conclude, che la compressione vera dell'aria differisce pochissimo dalla calcolata colla legge di Mariotte: ma non più di questo si deve concludere; poichè le differenze trovate fra i risultamenti delle sperienze, e quei del calcolo non essendo nulle, fa d'uopo che le medesime attribuisansi od alla inesattezza della legge, od agli errori commessi nelle misure. Quindi Arago e Dulong ragionarono a questo modo: poichè da una parte si rende impossibile misurare perfettamente, e poichè dall'altra le differenze trovate sono tenuissime, possiamo credere che le differenze medesime sarebbero state nulle, se le sperienze fossero state anche meglio condotte: laonde ricobbero esatta la legge di Mariotte. I nominati fisici erano tanto proclivi a questo genere di ragionamento, anche perchè a quell'epoca i dotti vagheggiavano una certa semplicità nelle leggi della natura, e supponevano che i fenomeni obbedissero a regole generali, e tali da potersi esprimere matematicamente con formole assai semplici. Questa opinione, che procuravano essi giustificare con esempi, abituava i medesimi a considerare una legge fisica per dimostrata, quando eseguite alcune misure, queste non si allontanavano troppo dalla supposta legge; e solevano attribuire sempre agli errori delle osservazioni le differenze ottenute.

Però se questo genere di ragionamento potrà in qualche caso essere adottato utilmente, nell'attuale mancava di base; poichè non avvi alcun motivo per concludere la esattezza della legge di Mariotte dalle indicate sperienze; pel contrario vi era molta probabilità per credere che questa legge, non essendosi verificata per tutti gli altri gas, non fosse rigorosamente vera neppure per l'a-

(1) I Signori Prony, Arago, Ampiere, Girard, e Dulong, membri della commissione nominata dall'accademia delle scienze di Parigi, per assegnare la tensione del vapore acqueo a diverse temperature, profittarono di tale occasione per isperimentare ancora sulla condensazione dell'aria atmosferica. Il rapporto di questi commissari fu pubblicato dall'accademia stessa nel 1830, fu inserito per estratto in parecchi giornali, e per intero negli Annales de chim. et de phy. janvier 1830, t. 43, p. 74. ..., 111.

ria. Ed in fatti se facciasi bene attenzione ai risultamenti di queste celebri sperienze, si vedrà che i volumi tutti osservati sono minori di quelli calcolati mediante la formula di Mariotte, e che perciò la vera compressibilità risulta maggiore della teoretica. Conseguentemente le differenze trovate in queste sperienze debbono attribuirsi ad un tempo, ed agli errori delle misure, ed alla inesattezza probabile o possibile della formula, senza che possano questi errori distinguersi, e separatamente valutarsi. Quindi faceva d'uopo concludere la nota legge non essere dalle sperienze medesime dimostrata. L' indicato lavoro di Dulong ed Arago ebbe grande rinomanza, perchè realizzava molti progressi, rispetto gli altri simili che l'avevano preceduto; però la esattezza, sebbene rimarchevolissima, che aveva renduto celebri siffatte ricerche, non poteva essere il limite cui queste dovevano arrestarsi.

Il sig. Regnault ricominciò questi studi con un apparato, che aveva molta somiglianza con quello di Dulong ed Arago, ma che differiva dal medesimo per modificazioni e miglioramenti della più grande importanza; onde giungere alle vere conclusioni. Queste furono che la legge di Mariotte non si verifica neppure per l'aria; ma che le divergenze sono talmente piccole, da esigere di tutte le precauzioni adottate dal sig. Regnault, per conoscerle con sicurezza, e per misurarle con esattezza. La legge adunque di Mariotte è una legge limite, una relazione generale che non si realizza; ed a questo limite si accostano o si discostano più o meno i diversi corpi gasosi, secondo la loro natura, secondo le pressioni iniziali cui soggiacciono, e probabilmente secondo altre circostanze nelle quali si trovano, ed in ispecie la loro temperatura. Sotto il punto di vista teoretico queste divergenze hanno una grande importanza, ma sotto il punto di vista pratico le medesime sono poco apprezzabili; perciò non interessa tener conto delle medesime nelle applicazioni; e secondo anche l'opinione dei fisici moderni, non dobbiamo cessare del valersi della legge di Mariotte, nel calcolare quei fenomeni, che dipendono dalla compressibilità dei gas.

Concludiamo adunque che lo studio della compressibilità dei gas, in prima fu istituito con apparecchi di poca esattezza, donde una legge semplice fu conclusa come se fosse una matematica. Poscia per mezzo di ricerche più accurate, si riconobbe che questa legge non era generale, ma fu essa conservata per l'aria: da ultimo divenendo sempre le sperienze più rigorose, fu dimostrato che l'aria stessa non era neppur essa, nelle sue compressioni, alla

medesima legge subordinata esattamente. Perciò fù concluso che la legge di Mariotte restava una verità limite, dalla quale pare che i gas più o meno si discostano, per effetto dell'attrazione molecolare, manifestata più o meno nella compressione dei medesimi. Non è questo il solo fenomeno nel quale abbiano a farsi restrizioni di tal natura; ve ne ha degli altri, nei quali si dimostra che le leggi fisiche non sono come si era in principio creduto, relazioni matematiche verificate; ma solo relazioni generali, sempre più o meno, ma non mai esattamente raggiunte nei casi particolari. Di mano in mano che i metodi e gli stromenti si vanno perfezionando, ci troviamo costretti a ricominciare gli studi fatti, per giungere a migliori conseguenze: perciò vede ognuno quanto costi alla fisica scuoprire quelle verità che formano il suo scopo, e le sue dottrine. Ma vogliamo ripeterlo: la legge di Mariotte può sempre ammettersi come rigorosamente vera, nei calcoli tutti, nei quali può essa intervenire, ed in tutte le applicazioni che possono farsi di essa; purchè i gas nè possano combinarsi fra loro, nè cangiare di temperatura, nè a stato liquido ridursi per quelle pressioni cui vengono sottoposti.

(Continuerà)

COMUNICAZIONI

Dono fatto dal S. PADRE PIO IX. Comunicazione del prof. P. VOLPICELLI.

L' università romana , che deve il presente suo splendore alle sovrane provvidenze del nostro Sommo Pontefice Pio IX, il quale volle arricchirla di nuove cattedre, di nuovi e magnifici locali, di moderni stròmenti, di moltissimi e vari oggetti di storia naturale, tanto per la zoologia, quanto per la geologia , trova ora un argomento di ulteriore gratitudine verso la Santità Sua, pel dono recente fattole di parecchie opere preziosissime, che dal Sommo Pontefice vennero generosamente destinate per uso dei musei della nostra università , e distribuite nei medesimi, con savio discernimento, secondo le materie scientifiche trattate nelle opere stesse. Affinchè cosiffatto dono sovrano, possa meglio conoscersi dai cultori delle scienze, mi feci ardito pregare ciascuno dei direttori dei musei della università romana, onde si compiacesse comunicarmi un breve sunto delle opere stesse, per essere pubblicato in questi atti. Quando la mia preghiera verrà favorita, subito ne farò consapevole l'accademia, ed il dotto pubblico, mediante le nostre pubblicazioni. Per ora debbo limitarmi a dire soltanto in che consista, l'opera che toccò in dono al museo di fisica, da me diretto nella università stessa, e ciò anche per un debito di gratitudine verso l'Augusto Donatore.

Quest' opera è compilata in idioma inglese, ed è pubblicata in Filadelfia nel 1851 , con caratteri della maggior nitidezza , in carta sopraffina, ed in foglio. L'opera medesima costituisce l'XI volume dei lavori pubblicati dalla spedizione di esplorazione degli Stati Uniti, per gli anni 1838-1839-1840-1841-1842; e comprende tutta la parte meteorologica, esposta in un giornale copiosissimo di quadri, ove sono registrate le osservazioni: essa è terminata con un'appendice di XXV tavole meteorologiche.

Il sig. Carlo Wilkes è l'autore di questo magnifico volume: fu esso direttore di una commissione scientifica, nominata dal governo americano, molti anni già sono, che consisteva in una squadra di tre bastimenti, destinati a fare un viaggio attorno il globo, per istudiarvi, fra le altre cose, i diversi climi, ed i fenomeni meteorologici. La squadra medesima viaggiò per quattro anni, cioè dal 1838 al 1842, e visitò successivamente Madera , le Coste dell'America meridionale, Taiti, l'Australia, la Zelanda, il Mare antartico, l'Oceano pacifico, le Coste occidentali dell'America settentrionale, il Mare della Cina, le Indie orientali, e le Coste occidentali dell'Africa.

Ciascun battello era munito d'istromenti fisici, ed a bordo era bene organizzato un sistema di osservazioni giornalieri. Le osservazioni meteorologiche di uno solamente dei tre bastimenti furono quelle pubblicate, mentre le altre servivano a verificare le prime. L'oggetto principale di queste osservazioni, era di assegnare per tutto, l'altezza dal barometro, la temperatura dell'acqua, e dell'aria, la quantità di vapore acquoso nella medesima, la intensità della luce, la forza dei venti, e lo stato del cielo.

Alla fine di ciascuna serie di osservazioni per questi rami di fisica terrestre, il sig. Wilkes ebbe il felice pensiero di aggiungere una specie di riassunto grafico, da cui si vede facilmente in ciascun caso, la via seguita dalla nave, e le variazioni corrispondenti del barometro, e del termometro.

Per tanto questo volume, in cui si trovano con ogni sviluppo e per mezzo di tavole copiosissime, registrate tutte le osservazioni che indicammo, riesce preziosissimo per quelli che cercano istruzioni esatte sui vari fenomeni terrestri, e senza dubbio servirà per elevare l'attuale stato della meteorologia, portando in esso maggior esattezza ed utilità, per quindi giungere a qualche generale verità, che ancora si lascia desiderare in questa scienza.

Nella introduzione, che al certo è troppo breve, il sig. Wilkes indica taluni dei più importanti risultamenti, che si deducono dal gran lavoro, da esso e da suoi colleghi compiuto, e pubblicato in questa bell'opera.

Sopra alcune delle più rare opere degli antichi Lincei, le quali si trovano nella Biblioteca Lancisiana di S. Spirito. Comunicazione del prof. D. SALVATORE PROIA.

Nel dare più convenevole assetto ad alquanti libri della Biblioteca Lancisiana di S. Spirito, alla quale ho l'onore di soprantendere, mi vennero tra mani alcune delle più rare e più ricercate opere dei nostri antichi Lincei. Potendo accadere che piaccia a taluno di voi, o ad altri studiosi delle cose naturali di vederle e di consultarle, credo opportuno di darne la presente indicazione.

Viene innanzi tutto il *Telescopio* o *Ispicillo celeste* di Nicolò Antonio Steliola. Il titolo risponde pienamente all'indole e alla natura dell'opera, la quale concerne la teorica ottico-matematica del prezioso istrumento allor allora inventato, o almeno divinato sulla fama dell'invenzione altrui dal massimo Galilei. Questo libro è così raro che il duca di Ceri D. Baldassare Odescalchi, solerte ricercatore che fu dei lavori editi e inediti degli antichi Lincei, non

potè mai rinvenirlo, e si lasciò cadere dalla penna che *non era stato stampato* (1). L'esemplare lancisiano è un volume in 8.°, impresso in Napoli per Domenico Maccarano nel 1627, e si compone di 143 pagine, oltre quelle non numerate, che contengono la dedicatoria di Gio: Domenico Stelliola figlio di Antonio, al cardinale Francesco Barberini, la prefazione dell'editore, e l'indice dei trattati dell' *Encyclopedia pithagorica*, che il medesimo autore avea composta. L'opericciola è divisa in quattro libri; i primi due, o piuttosto i primi otto fogli, come dice Fabio Colonna (2), furono stampati in vita dell'autore; il resto dopo la di lui morte, avvenuta nell'aprile del 1623. L'editore avverte *avere inteso che sariano stati libri sei*, se all'autore non fosse mancata la vita. La spesa per la stampa fu fatta dall'Accademia, o piuttosto dal generoso fondatore della medesima Federico Cesi, stimolato dalle premure di Fabio Colonna (3); e previo il parere di Galileo Galilei, il quale, come narra Gio. Fabro (4), veduto che ebbe il libro dello Stelliola sul telescopio, l'approvò grandemente, e lo giudicò degno di essere stampato dall'Accademia.

La Biblioteca Lancisiana possiede altresì un bellissimo esemplare dell' *Apiario*, che i Lincei dedicarono ad Urbano VIII nel 1625. Per quanto io mi sappia un altro solo ve ne ha in Roma tra le immense dovizie della Vaticana. La biblioteca stessa dei Barberini difetta del testo, e possiede solamente una copia del magnifico frontespizio intagliato dal rinomato bulino di Federico Greuter. Questo frontespizio ritrae un trigono di api (principale emblema dello stemma dei Barberini) non come all'occhio nudo si presentano, ma come per la prima volta erano state vedute e diligentemente disegnate da Francesco Stelluti, munito l'occhio di un microscopio, fabbricato dalle mani stesse del Galilei. Il testo impresso sur un gran quadro, a modo di tavole sinottiche, è un trattato dei melliferi, ricavato dal *Teatro naturale* di Federico Cesi, breve anzi che nò, ma pieno di zoologica e filologica sapienza, e di squisita filosofia, a svolgere la quale non basterebbe un grosso volume.

Tutte le opere di Francesco Stelluti sono più o meno ricercate e rare, ma la più difficile a rinvenirsi è quella, che ei stampò nel 1637, pei tipi di Vitale Mascardi col titolo, *Trattato del legno fossile minerale nuovamente*

(1) V. Odescalchi *Memorie storico-critiche dell'Accademia de' Lincei*, p. 187, Roma 4806.

(2) Lettera al principe Cesi dei 9 giugno 1623 stampata nel *giornale dei letterati* del Pagliarini, an. 1749.

(3) In altre due lettere riferite parim. nel med. giornale pag. 277, e 287.

(4) Lett. al principe Cesi in data dei 25 maggio 1624, citata dall'Odescalchi.

scoperto, ec. ec. La si trova nella Lancisiana, appresso al volume della *Storia naturale del Messico*, di cui parlerò or ora. È un opuscolo in 4.°, di sole 12 pagine di testo, ma corredato di 12 tavole, a cui fa seguito un' altra di alcune belle ammoniti. Secondochè racconta l'autore, tal legno fu scoperto nel territorio di Todi e di Acquasparta dal principe Federico Cesi, il quale ne stava scrivendo un trattato assai più compiuto ed esteso, quando per isventura dell'Accademia e delle scienze, cessò di vivere. Questo è il trattato, che il Mandosio nella *Biblioteca Romana* novera tra gli scritti inediti del Cesi col titolo di *Metallophiton*, e nel giornale del letterati del Pagliarini (1), viene erroneamente riferito come stampato, e dedicato ad Urbano VIII. In tanta luce di sapienza geologica, non si potrebbe oggi difendere, l'opinione esternata dallo Stelluti intorno all'origine di queste ligniti; dico bensì che non debbe sembrar strana a chi pensi che il Linceo da Fabriano, scriveva più di due secoli addietro, e gli era persino ignoto se tal legno s'incontrasse in altre regioni, e se n'avesse fatto menzione autore alcuno. Ai sarcasmi del Planco e del Naudé oppongo le autorità del dottissimo Daniele Maior, il quale ebbe in tanto pregio l'opericciuola dello Stelluti, che la tradusse, in latino, e in questo idioma fu poi inserita nel giornale dei *Curiosi della natura* (2).

Viene da ultimo la *storia naturale del Messico*, a cui ho accennato di sopra. Questo libro più citato che veduto, e molto meno studiato, è il capolavoro, come ben conoscete, dei nostri antichi Lincei; è il monumento più prezioso e più parlante della loro sapienza, e dei loro sforzi riuniti a rialzare l'edificio della filosofia osservatrice. Quindi l'Odescalchi giustamente lamenta la scarsezza dei pochi esemplari superstiti, tanto nelle sue *Memorie storico-critiche dell'accademia dei Lincei*, quanto nella dichiarazione che il medesimo pose innanzi al ms. delle *tavole filosofiche* del Cesi, pubblicata dal nostro ch. collega prof. Volpicelli (3). Se una sola copia peraltro ve n'era a'suoi giorni nella nostra Roma, o almeno di quella sola, già appartenuta al cardinal Valenti, avea egli notizia, e forte temeva che potesse andare smarrita, noi possiamo andar paghi dal sapere, che oggi ne sono fornite più Biblioteche pubbliche, l'Angelica, la Corsiniana, la Casanatense, e che una se ne conserva pure nella farmacia del collegio romano, alle quali mi è grato poter aggiungere la mia Lancisiana. Ed è curioso il ravvisare in questi esem-

(1) An. 1745.

(2) V. Ramelli, *discorso intorno a Francesco Stelluti da Fabriano*, Roma 1841.

(3) *Atti dell'Accademia pontificia de' nuovi Lincei*, An. 1, *ragionamento storico del prof. Volpicelli*.

plari parecchie varianti, non già nel testo e nei commenti, ma nel frontespizio, nelle lettere dedicatorie, ed in alcuni accessori. Io le credo assai interessanti a far conoscere la vera epoca, in che il libro venne in luce, e ne farò soggetto di una memoria, che spero poter presentare all'Accademia, in una delle prossime tornate.

Queste sono le più rare, ma non le sole opere degli antichi Lincei, che possiede la Biblioteca Lancisiana: in mezzo alla copiosa suppellettile di libri scientifici, di cui seppe arricchirla il suo munifico fondatore Gio. Maria Lancisi, trovansi pure le opere del Galilei, del Porta, del Colonna, del Cesari, del Guiducci, e di Luca Valerio. Parecchie, come vi è noto, vennero in luce nel pontificato e sotto gli auspici di Urbano VIII: io me ne sono giovato a ritrarre il posto luminoso che occupavano i nostri antichi Lincei fra i letterati e scienziati più insigni, favoriti da quel gran Papa. Tuttochè il mio piccolo lavoro si trovi stampato nel tomo VII della nuova serie del Giornale Arcadico, prego l'Accademia di gradire l'esemplare a parte, che ho l'onore di offerirle.

Appendice — Stando ancora questa Nota sotto i torchi, mi è grato poter aggiungere poche parole, sopra un altro ben più prezioso esemplare dell'*Apiario*, buscato in questi giorni dallo zelo e dalla munificenza del nostro eccmo. presidente sig. duca Massimo. Due sono i particolari che lo distinguono dai pochi superstiti suoi confratelli, cioè 1°. le postille e le correzioni degli errori tipografici, fattevi *manu propria* dal sapientissimo autore; 2°. la forma di libro, a cui fu ridotto, tagliuzzando con ingegnoso artificio la grande tavola, sulla quale trovasi impresso il testo, e ordinando i singoli frammenti a modo, onde questo deve esser letto. Le ammende tipografiche danno chiaro a divedere, che questo esemplare fu una delle prime prove di stampa, dette con linguaggio dell'arte *stamponi*. Ed invero avendolo io confrontato diligentemente coll'esemplare Lancisiano, non ho più trovato in questo le mende in quello notate. Però vi ho rinvenuto alcune varianti (1), le quali mi sembrano accennare ad una posteriore correzione, a cui il medesimo stampone andò soggetto. Quanto al nuovo assetto dato dipoi alle sue parti, per ridurlo a forma di libro, avviso che ciò fosse fatto in preparazione ad una seconda edizione, e precisamente dopo che lo Stelluti ebbe stampato il suo *Persio*, dal

(1) Per es. *urceolos* invece di *doliola*; e altrove *nempe non nisi a coelo* invece di *neupe non aliunde nisi quam a coelo*; ec.

quale fu tratta l' incisione delle Api, posta in fronte al volume. Questa congettura trova il suo appoggio nelle intestazioni, manoscritte sopra i singoli brani numerati a mo' di paragrafi, e viene corroborata da ciò che scriveva Fabio Colonna al principe Cesi, con lettera (1) dei 13 febbraio 1626. Dalla qual lettera si pare, che il grande Linceo da Napoli stimava *incomoda assai* la forma, onde l'*Apiario* era stato stampato nell'an. antecedente, *per dar gusto a' padroni* (i Barberini); e forte desiderava che fosse ristampato sotto altra forma, più comoda per gli studiosi. Sapendosi in qual conto Federico Cesi tenesse i consigli del Colonna, non è improbabile che pensasse di giovarsene anche su questo proposito dell'*Apiario*, e avesse perciò allestito il modulo della novella edizione. Del resto mi adopererò di fare ulteriori indagini per confermare o distruggere questo mio qualunque siasi opinamento.

Il sig. principe D. Baldassarre Boncompagni invia all'accademia, da parte dell'autore, uno scritto intitolato « *Sur l'introduction de l'arithmétique indienne en Occident, et sur deux documents importants, publiés par le prince Don Balthasar Boncompagni, et relatifs à ce point de l'histoire des sciences. Par F. Woepcke.* Questo scritto sarà stampato negli atti dell'accademia.

Il medesimo invia pure in dono all'accademia, un esemplare dell'opera intitolata: *Scritti inediti del P. D. Pietro Cossali Chierico regolare Teatino, pubblicati da Baldassarre Boncompagni, seguiti da un'appendice, contenente quattro lettere dirette al medesimo P. Cossali, ed una nota intorno a queste lettere. Roma Tipografia delle Belle Arti, 1857.*

Il prof. Ponzi espose nelle sale dell' accademia, molte ossa fossili dell'Elefante di Rignano, di cui già comunicato avea il ritrovamento nella V.^a sessione dell' 11 aprile 1858. Insieme a questi magnifici fossili annunciava egli un'altra scoperta di non minore importanza, ed esponeva tre denti molari, e una difesa di mastodonte, rinvenuti a Montoro nell'agosto del passato anno. Parlava inoltre della geologia di quei luoghi, della giacitura dei resti di quegli animali, dei fossili che li accompagnavano, e dell'epoca in cui vissero. Prometteva in fine pubblicare nelle seguenti sessioni, gli studi da esso fatti sugli argomenti ora indicati.

(1) Stampata nel *Giornale dei Letterati* del Pagliarini an. 1749.

Necrologia del D.^r Agostino Cappello. Comunicata dal prof. P. VOLPICELLI.

La carica di cui mi onora questa rispettabile accademia, pone me, ah! troppo sovente, nella condizione dolorosa di trattenermi, chiarissimi colleghi, sulla perdita irreparabile di qualche nostro socio. Anche nella tornata di oggi adempio questo pietoso officio, lamentando il vuoto che fra noi produsse la morte del D.^r Agostino Cappello, non ha guari avvenuta. Misera è la condizione della umanità, e tanto più misera in quanto che l'uomo sente la nobiltà ed eccellenza sua, per la quale, primeggia esso grandemente sopra ogni altra creatura che lo circonda sulla terra. Questo sentire lo affeziona seducientemente alla vita, questo affetto lo conduce nello stato sociale, e questa società gli fa sempre più conoscere la miseria essere sua compagna indivisibile. Se l'uomo viene per natura destinato alla società, è perchè meglio si persuada, riescire impossibile il soddisfare in questa sua terrena stanza quel desiderio di felicità che lo tormenta sempre. Agitato il cuore dalle passioni, travagliato l'animo dalla ignoranza del vero, afflito il corpo dalle infermità, trae l'uomo quasi stupida l'infanzia, contraddetta l'adolescenza, desiderosa la giovinezza, ansiosa la virilità, imbecille la vecchiezza se pure vi giunga: ecco l'orbita che deve percorrere questo satellite intelligente della terra per discendere nel sepolcro; ed è quella che pure percorse il nostro dotto collega, di cui deploriamo la perdita.

Agostino Cappello nacque in Accumoli, provincia di Aquila nel regno di Napoli, diocesi di Ascoli, nel 15 novembre 1784, da Nicola Cappello, ed Ancilla Marini: fatti nella patria gli studi elementari, passò in Ascoli a seguire il corso di Filosofia e di Medicina, ove ottenne i gradi accademici nelle indicate due facoltà, e quindi la laurea nel 13 agosto 1807.

Inviato a Roma frequentò la scuola della romana Università, non che l'Archiospedale di S. Spirito, mentre nelle ore della sera recavasi a studiare in casa della ch. me. del prof. Bomba suo maestro, che fornito com'era di scelta biblioteca, favoriva con essa gli studi ad alcuni de' suoi discepoli. Fatto nuovamente il corso di Medicina, ne conseguì la matricola di esercizio il 20 maggio 1809, essendosi nell'anno antecedente recato in Napoli, ove il 20 maggio 1808 ebbe amplissima facoltà per l'esercizio libero della professione. Intanto nell'8 gennaio 1808 erasi sposato a Maria Staderini romana, e nell'aprile recossi in Accumoli, con l'idea di rimanervi, essendo ivi stato eletto a

medico condotto. Però il clima elastico degli Abruzzi non confacendosi alla salute della sposa, nel novembre tornò in Roma; quindi per un'anno fu medico condotto in Castelnuovo di Porto, e nel 1810 fu eletto a medico condotto in Tivoli, ove dimorò fino al 1821, amato e stimato da tutti; ed ove oltre l'esercizio medico praticato con zelo, si occupò ad istruire nelle scienze fisiche e mediche vari giovani, oltrechè cominciò e continuò i suoi studi e le sue sperienze sulla rabbia canina, non che sulla topografia fisica di quel suolo. Nel 1818 per sezione di alcuni cavalli dei carabinieri pontifici, morti di antrace, feritosi col vistorino, contrasse quel veleno, e poco dopo apparvero nella sua cute pustole nere, che or quà or là ricomparvero ogni anno: questa si fu l'origine dolorosa delle tante malattie sofferte da esso in seguito, e che lo condussero alla tomba. Nel 1821 venne in Roma, d'onde più non si partì, ed ove immediatamente fu accolto con somma stima dai primari medici di quell'epoca; e la ch. me. del prof. Morichini il volle socio in quella particolare congrega, detta dei Babbioni, da esso presieduta, ove riunivansi le persone più dotte del paese, ed ove si recavano i più distinti scenzati esteri che venivano in Roma. Nel 1823 nel recarsi a Tivoli per cura medica, cadde da cavallo, e raccolto quasi morto soffrì lunga malattia. Nell'anno seguente la sa. me. di Leone XII, che avea letto i suoi lavori, lo spedì nella città di Spoleto, per curare una sua sorella, che però era da morbo insanabile affetta, e dichiarata come tale dal Cappello nel suo ritorno al Pontefice, il quale volle ciò non ostante che tornasse nuovamente a curarla.

Nell'anno 1826 gravemente ammalò, e consigliato a riprendere l'aria nativa, si recò in Accumoli; ma quel veleno, contratto già per sezione di cavalli morti di antrace, gli si agglomerò nei lombi, per cui tornò in Roma con un tumore gangrenoso nella regione lombare, che sebbene operato dai professori Sisco e Bucci, fu persistente, e ricomparve ogni anno fino al 1830.

Nel 1832 la sa. me. di Gregorio XVI lo spedì a Parigi, per istudiarvi il cholera morbus (sul quale nell'anno antecedente aveva pubblicato un suo ragionamento). Partì nel maggio, e tornato in Roma in settembre, pubblicò nel 1833 la sua opera (1), che fu apprezzata ed encomiata per tutto, come una delle migliori.

Nel 1834 lo stesso Pontefice volle che sedesse come consigliere del supremo sanitario magistrato, istituito dalla Santità Sua; quindi si prestò egli con

(1) Storia medica del cholera indiano, osservato a Parigi da Agostino Cappello, e da Achille Lupi colà inviati da Gregorio XVI, nel 1832. Roma Tipografia Camerale 1833.

zelo e disinteresse, anche nella congregazione speciale di sanità dal 1834 sino al 1847.

Nel 1836, sviluppato il cholera morbus in Ancona, il Pontefice ordinò che altro medico, membro della congregazione speciale, si portasse colà per dirigere le cose sanitarie, ed il Cappello rimanesse in Roma. Quello però essendosi ricusato, il Cappello generosamente si offerse, andò in Ancona, e vi stette rinchiuso tre mesi: ebbevi un cholera fierissimo, e non di meno con onore sommo si affaticò assai pel bene pubblico. Tornato in Roma nel dicembre, non è a dire con quanto zelo si adoperasse l'anno seguente 1837, in occasione del cholera che afflisse questa città, essendo ciò noto a tutti, ed egli stesso avendone reso conto nelle sue dilucidazioni storiche sul cholera di Roma, non che in un discorso letto nell'accademia dei Lincei, e pubblicato in Aquila nel 1838.

Nel 1847, per giusti motivi, credette bene ritirarsi dalla congregazione speciale di sanità, e poi nel 1848 pubblicò le sue memorie storiche. Il regnante Pontefice Pio IX volle, in occasione del cholera del 1854-55, che tornasse a far parte di quel supremo sanitario magistrato; ed egli vi tornò, e persistè a prestarvi l'opera sua fino all'ultima malattia.

Nel 1851 lo stesso regnante Pontefice mandollo a Parigi, come delegato pontificio al congresso sanitario internazionale. Vi andò nell'agosto, e tornò in Roma nel gennaio 1852; però quasi moribondo, stantechè quel clima, e la soverchia fatica sostenuta nelle sessioni delle conferenze, ove con energia e franchezza somma sostenne sempre la dottrina dei contagi, rimisero in movimento i suoi umori, e formogli si un tumore nella regione lombare, che, operato dal prof. Baroni di ch. mem., lo tenne in letto per tre mesi. Fu mentre dimorava in Parigi, che il governo francese onorollo, come delegato pontificio al congresso indicato, creandolo cavaliere della Legion d'Onore. Riavutosi nell'aprile, passò competentemente l'estate; ma nel dicembre 1852 soffrì d'improvviso fortissima ematuria, per la quale fu costretto guardare il letto per oltre mesi tre: da quell'epoca in poi dovè sempre usare il catetere. Nel 1855 fu nuovamente assalito dallo stesso morbo, per cui nell'avvenire pochissimo potè occuparsi dell'esercizio medico. Nel gennaio poi del 1858 ebbe nuovo assalto pel quale, sebbene riavutosi alquanto nell'aprile, non ricuperò più le forze, e nel luglio fu costretto fare abbondanti salassi per una forte cistite. Finalmente il 2 dicembre 1858, si pose in letto con fierissimi dolori, e dovè ricorrere alla mano chirurgica, ed al catetere metallico: dopo pochi dì si associò la diarrea, la febbre lenta e continua, con acutissimi spasimi, e la malattia risolvette in una lenta

consunzione, cosicchè dopo 18 ore di agonia, il 31 dicembre 1858, all'ora una e tre quarti pomeridiana, confortato da tutti i soccorsi della religione, spirò fra le braccia dei suoi.

Fu il Cappello aggregato alle primarie accademie scientifiche e letterarie, tanto italiane, quanto straniere. Fu della cessata, e dell'attuale accademia pontificia de' Nuovi Lincei membro ordinario, e così pure dell'accademia di archeologia. Fu corrispondente dell'accademia di medicina di Parigi, della Pontoniana di Napoli, delle accademie scientifiche di Milano, di Catania, ec. ec.

Molte furono le opere da lui pubblicate, ed inserite quasi tutte nel giornale *Arcadico*, di cui fin dal 1824 fu collaboratore, e dal 1838 in poi uno dei compilatori. Nel 1823 pubblicò la sua prima memoria sulla rabbia; nel 1827 e seguenti le osservazioni geologiche, e le memorie storiche di Accumoli, che terminò nel 1842. La sua opera sul cholera di Parigi fu stampata dal governo nel 1833. Nel 1830 pubblicò nuovamente i suoi lavori, e sulla rabbia, e sul fiume Aniene (1). Pubblicò eziandio vari articoli sul cholera, sulle acque albule di Tivoli, sulle colture umide e risaie, non che sul cholera di Roma del 1837 (2); e nel 1848 le sue memorie storiche dal 1810 a tutto il 1847 (3). Nel 1852 stampò i suoi cenni sul congresso sanitario internazionale (4); e nel decorso anno 1858 ripubblicò i suoi ragionamenti sulle coltivazioni umide, e sulle risaie, dei quali rimane inedito il terzo articolo, che sarà fra breve reso di pubblica ragione per cura dei suoi eredi.

La costituzione fisica del Cappello fu robusta; il medesimo fu legato in amicizia coi più distinti scienziati e letterati d'Italia e fuori; fu uomo religioso, ma senza ostentazione; fu nemico dell'ipocrisia, perchè di natura franco nel dire e nell'agire, tanto in privato, quanto nelle sanitarie sedute, non dissimulando mai la verità, e senza umani riguardi. Fu da ultimo padre amoroso, e prodigo di cure pe' suoi figliuoli, cui lasciò patrimonio scarso di fortuna, ma ricco di pubblica estimazione.

(1) Opuscoli scelti scientifici di Agostino Cappello. Roma tipografia Salvioni 1830.

(2) Dilucidazioni storiche sul cholera di Roma del 1837; e discorso sopra un parziale avvallamento del fiume Tronto, con una digressione sul cholera di Roma del 1837. Aquila tipografia Grossi 1838.

(3) Memorie storiche di Agostino Cappello dal Maggio 1810, a tutto il 1847. Roma tipografia Salvioni 1848.

(4) Cenni storici sul congresso sanitario internazionale, tenuto a Parigi nel 1851-52. Roma 1852.

COMMISSIONI

*Sul metodo del pittore signor Ferdinando Diamantini
per dipingere a smalto sul vetro.*

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} R. P. PIANCIANI, e CAVALIERI S. B. (*relatore*)).

Dal ministero del commercio, e dei lavori pubblici, essendo stato invocato il sentimento dell' accademia, intorno ad una dimanda del pittore signor Ferdinando Diamantini, tendente ad impetrare la dichiarazione di proprietà di un metodo, che diceva essere di tutta sua invenzione, per dipingere a smalto sul vetro; piacque al comitato accademico deputare una commissione, formata dei sottoscritti soci ordinari, coll'incarico di prendere contezza dei pretesi trovati dal signor Diamantini, onde mettere poi con un rapporto, il corpo accademico in grado di corrispondere alle ricerche dello stesso ministero sul merito della dimanda.

Letta la succinta esposizione, presentata dal signor Diamantini, del processo, a cui egli intenderebbe attenersi sulla dipintura a smalto dei vetri, la commissione ebbe ad avvedersi, che niuna sostanziale differenza si propone in esso dai metodi ordinari conosciuti, e praticati fino ad ora nell'arte di smaltare i vetri a disegno, con isvariati colori. Non sono se non che quelle medesime sostanze, e quei medesimi preparati chimici, di cui fu sempre solito far uso, per la colorazione dei vetri, quelli che il signor Diamantini vorrebbe riguardare come proprie invenzioni; e non sono menomamente nuovi, nè più pregevoli del consueto gli effetti pratici, che afferma esso avere ottenuti nelle sue prove, delle quali ha rassegnato al ministero alcuni campioni. La diversità, che egli si vanta di avere introdotta nella forma della muffola, quand'anche fosse provato essere una novità, del che tuttavia è da dubitare, sarebbe cosa di sì lieve momento, e per se stessa, e pei sperabili effetti, da non meritare che ne fosse fatto alcun caso.

La commissione, dopo quanto è stato da essa avverato, e qui brevemente esposto, è d'avviso che, non avendo il metodo, del quale il sig. Diamantini dichiarava voler giovarsi per la dipintura di vetri, alcun pregio di novità, non vi sia ragione per concedere ad esso la implorata dichiara-

razione di proprietà : tanto più che questa verrebbe a ledere i diritti, anteriormente già conferiti dal ministero al signor Antonio Moroni, per la dipintura a smalto sul vetro fin dall'anno 1856, conforme fu ufficialmente fatto conoscere al pubblico nel numero 9 del giornale di Roma, dell' 11 gennaio del medesimo anno.

L'accademia per mezzo dello squittino segreto, approvò le conclusioni di questo rapporto.

CORRISPONDENZE

Il segretario lesse il dispaccio inviato da S. Emza. Rma. il sig. cardinale Altieri, protettore dell'accademia, e diretto al sig. prof. N. Cavalleri S. Bertolo vice presidente della medesima. Con questo foglio l'Emo. principe faceva noto, essersi la Santità di Nostro Signore benignamente degnata di approvare la conferma del sig. duca Massimo nella carica di presidente, fatta dal corpo deliberante Linceo nella sessione del 5 dicembre 1858.

Il sig. Forchhammer, segretario della reale accademia delle scienze di Copenaghen, a nome della medesima ringrazia, per gli atti de' Novi Lincei che le pervennero; ed in pari tempo annunzia l'invio fatto all'accademia nostra del Prospetto degli atti della Società reale danese delle scienze.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

C. Maggiorani. — N. Cavaliere S. B. — G. Ponzi. — B. Viale. — P. Volpicelli. — S. Proia. — A. Coppi. — G. B. Pianciani. — P. A. Secchi. — O. Astolfi. — C. Sereni. — L. Ciuffa. — I. Calandrelli. — G. Pieri.

Publicato il 22 Febbraio 1859.

P. V.

L'accademia riunitasi legalmente a un ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

OPERE VENUTE IN DONO

- Il Nuovo Cimento. Giornale di Fisica, di Chimica, e scienze affini compilato dai professori C. MATTEUCCI, e R. PIRIA del mese di Ottobre 1858.*
- Operazioni Chirurgiche eseguite in diversi casi onde togliere la immobilità della mascella inferiore. Memoria del prof. Cav. F. RIZZOLI, Bologna 1858; un fasc. in 4.°*
- Proklusione alla 1.ª adunanza dell'ACCADEMIA AGRARIA IN PESARO, letta la sera dei 30 genn. 1829 da F. BALDASSINI segretario. Pesaro 1858; un fasc. in 8.°*
- Bollettino della SOCIETÀ' REALE DI LONDRA N. 30, 31, del 1858.*
- Circa l'attitudine, o no, di altri molluschi acefali d'incontrare come le ostriche la fermentazione lattica; del prof. B. BIZIO. Venezia 1858; un fasc. in 8.°*
- Sulla dottrina dinamica così detta italiana; scritto dal prof. G. BELLAVITIS. Apologia del prof. B. BIZIO. Venezia 1858; un fasc. in 8.°*
- Breve cenno sulla civiltà e la follia con metodo curativo di quest' ultima; di V. L. CERA. Napoli 1858; un fasc. in 8.°*
- Philosophical Transazioni filosofiche della REALE SOCIETÀ' DI LONDRA. Vol. 147. Parte III.ª Londra 1858; un Vol. in 4.°*
- Considerazioni sulla scelta di quello fra i canali del Danubio, che conviene preferire per regolarne la foce nel Mar Nero, e sulle Opere necessarie per conseguire l'intento, con due appendici; del cav. P. PALEOCAPA. Torino 1858; un fasc. in 8.°*
- Bulletins Bullettini della R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE, LETTERE, ED ARTI DEL BELGIO DEL 1857. Tre Vol. in 8.°*
- Memoires Memorie premiate, ed altre memorie pubblicate dalla R. ACCADEMIA STESSA. Tomo VIII. 1858; un Vol. in 8.°*
- Annuaire Annuario della R. ACCADEMIA STESSA. pel 1858.*
- Comptes Conti Resi dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' I. ISTITUTO DI FRANCIA, in corrente.*
- Dei Medici, e degli Archiatri dei Principi della R. Casa di Savoia. Catalogo ragionato disposto per ordine cronologico dal cav. commend. B. TROMPEO. Parte 2.ª, un fasc. in 4.° Torino 1858.*
- Sulla cagione del vedere le stelle e i punti luminosi affetti da raggi. Memoria di GIOV. M.ª CAVALLERI BARNABITA. Milano 1858. Un fasc. in 4.°*

Osservazioni fisiche istituite in parecchi siti delle provincie venete, durante l'eclissi solare del 15 Marzo 1858; del D.^r A. BERTI. Venezia. 1858; un fasc. in 4.^o

Descrizione di alcuni strumenti inventati o migliorati per ajuto della diagnosi; DEL MEDESIMO. Padova 1858; un fasc. in 8.^o

Intorno ad un nuovo sfigmometro meccanico. Lettera del MEDESIMO al D.^r G. STRANBIO. Milano 1857; un fasc. in 8.^o

Sulle manifestazioni ozonometriche durante l'ultima epidemia catarrale. Nota del MEDESIMO. Venezia, 1858; un fasc. in 8.^o

Urbano VIII, e gli accademici Lincei. Lettera al ch. cav. G. MORONI, per SALVATORE AB. PROIA.

Scritti inediti del P. D. PIETRO COSSALI chierico regolare Teatino, pubblicati da BALDASSARRE BONCOMPAGNI, seguiti da un' appendice contenente quattro lettere dirette al medesimo P. COSSALI, ed una nota intorno a queste lettere. Roma tipografia delle belle arti 1857 un vol. in foglio.

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.

Vicesgerens.

ERRORI

CORREZIONI

pag. 29	lin. 19	forma	forze
» »	» 25	questo	queste
» 33	» 23	otterremo	otterremo
» 38	» 15	forze	forze
» »	» 30	dalla data	data dalla
» 39	» 16	e la	e lo
» 43	» 14	han per anco sapute	hanno per anco saputo
» »	» 16	brani	bracci
» »	» 25	incarcata	incarcata
» 44	» 18	di publico	publico
» 53	» 8	Caudolle	Candolle
» »	» 17	brevemenie	brevemente
» »	» 19	urgano	organo
» »	» 28	apere	apre
» 54	» 3	appurato	apparato
» 55	» 4	medssimo	medesimo
» »	» 17	Sharwood	Sharswoord
» »	» 19	cenoscere	conoscere
» »	» 24	Sharwoord	Sharswoord
» »	» »	tal	sal

A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE III.^a DEL 6 FEBBRARO 1859

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Il sig. duca Massimo ringraziò l'accademia per averlo confermato ad unanimità nella carica di presidente.

GEOLOGIA. — *Sulle correnti di lava scoperte dal taglio della ferrovia di Albano. Nota del prof. G. Pozzi.*

In una delle sessioni, tenuta il 23 febbrajo 1851, io comunicava alla nostra accademia il rinvenimento di un nuovo cratere vulcanico nella tenuta della Cecchignola, e nel tempo istesso faceva conoscere, che causa di quella scoperta furono le ricerche da me intraprese per accertarmi dell'origine, e supposto incrociamiento delle correnti di lava che s' incontrauo sulla via Appia e sulla via Ardeatina. In quella tornata accademica mi sembrava poter asserire come da quel nuovo cratere procedessero le correnti di Tre Fontane Vallerano ed Acquacetosa, e che quella di Capo di Bove ne fosse assolutamente indipendente.

Oggi peraltro le cose sono alquanto cambiate d'aspetto in grazia di altre ricerche istituite lungo il taglio della nuova strada ferrata per Napoli, specialmente su quel tratto che dalla Zolfatara di Albano raggiunge la stazione della Cecchina, i risultati delle quali è mio obbligo riferire per rettificare le idee, e per correggere qualunque errore possa essere incorso.

Le contrade attraversate da quella nuova strada sono tutte essenzialmente costituite da una serie di letti irregolari di ceneri vulcaniche, aventi tutte le impronte di essere state lanciate dai crateri laziali nel seno dell'atmosfera, dai venti diffuse e cadute a modo di pioggia sul circostante terreno. Se non che, su quattro punti diversi quelle medesime ceneri si tro-

vano calcate e cotte dal transito di altrettante correnti di lava basaltina, e vicino la Cecchina si mostrano, per un certo tratto celate, da una larga falda di peperino corsa fino ad inondar quel paese.

Il taglio di una ferrovia condotto in traverso a quelle correnti ha recato molto vantaggio alla nostra geologia, in quanto che avendole messe allo scoperto non solo ne stabilisce i punti fissi del loro corso, ma eziandio ne fa apprezzare la potenza; cose difficili a comprendersi *a priori*, essendo tutte ricoperte da un grosso strato di materie incoerenti, che ne mascherano l'andamento. Oggi siamo certi del loro cammino e possiamo seguirlo colla continuità del rilievo, che le distingue sul suolo circostante.

La prima di quelle correnti vedesi in questo luogo camminare sul fianco destro della via Appia antica che porta verso Albano, ed è la più piccola di tutte, imperocchè segna 80 metri in larghezza e si rileva sul piano stradale metri 1:50. Questa però non è tutta la sua potenza, perchè calcolata la parte restata immersa, tutto il suo spessore può stimarsi a m.^{ri} 3. Poco dopo oltrepassata la prima s'incontra la seconda di un volume molto più grande, la cui sezione si distende a m.^{ri} 200 in larghezza, e m.^{ri} 2:50 al di sopra della linea della ferrovia, essendo forse la spessezza totale 3 o 4 metri. Però questa stessa corrente esaminata al di sopra del suo corso si rinviene più ristretta di 50 metri, la qual cosa indica che nel suo progressivo andamento si veniva dilatando in ragione della forma del suolo sul quale trascorreva.

La prossimità di queste correnti alla lava che inondò la contrada delle Frattocchie, fa tosto concepire l'idea che i due tronchi sono una derivazione di quella, e che poscia riuniti formarono una sola corrente che in linea retta camina colla via Appia, e che dimano in mano che procede verso Roma sempre più si spande fino al punto che alla sua estremità presenta quasi un chilometro di larghezza. Una tal corrente ebbe un corso di circa 11 chilometri, avvegnachè partita dalle Frattocchie giunse presso la chiesa di S. Sebastiano fuori le mura dove si arrestò formando una larga culatta sulla quale venne eretta la tomba di Cecilia Metella moglie di Crasso, detta oggi Capo di Bove per alcuni bucrani che l'adornano, dai quali eziandio deriva il nome della stessa corrente.

Sono noti i caratteri che distinguono questa lava, essendo già stata altre volte osservata dai geologi, e perciò mi dispenso dal ripeterli. Solamente dirò che nel percorrere il taglio della nuova ferrovia poco dopo quelle correnti, incontrasi la terza che al suo aspetto lapideo e ai minerali che con-

tiene offre tale una somiglianza alla lava di Capo di Bove, che se non si sapesse essere questa un ramo distaccato da quella tosto si giudicherebbe dell'identità. Le stesse gismondine, le stesse melliliti, le stesse amfigeni disseminate nella massa provano l'unità d'origine di ambedue le correnti. La sezione peraltro che offre questa terza corrente supera la precedente, segnando m.^{ri} 250 in larghezza e m.^{ri} 3 nella parte scoperta, che vuol dire 5 nel totale. Anche questa deriva dalle Frattocchie; anzi è la continuazione di quella istessa, rappresentando il tronco principale da cui si spiccarono i rami che concorsero a formare la corrente di Capo di Bove. Difatti se si rimonta il suolo e insieme al rilievo si siegua nel senso contrario il suo decorso, evidentemente si vedrà uscire dal di sotto dei peperini al Pascolare di Marino, dove venne aperta per farne pietre da molino. Da questo punto vedesi diriggere verso mezzo giorno, e dilatarsi per formare quel rilievo che convien risalire per andare all'osteria delle Frattocchie. Da quella dilatazione parte il tronco della via Appia, e dopo di questo la stessa corrente cammina declinando un poco verso ovest, attraversa la ferrovia e giù per Palaverta e Castel di Leva giunge ad Acquacetosa e Vallerano. Quivi in vari punti dei suoi fianchi squarciata, vien continuamente logorata per estrarne selci destinati a pavimentare le nostre strade moderne. La lunghezza di questa corrente, dalla sua comparsa fuori dei peperini fino alle sudette contrade è di circa 15 chilometri.

Ma da quale bocca eruttiva scaturì questo vasto fiume di fuoco? Ad un quesito di tal fatta io non saprei rispondere con positiva certezza. Ciò non ostante considerando la disposizione dei crateri, e le pendenze del suolo: considerando la sua giacitura, e l'uscita dal disotto dei peperini: considerando l'analogia di composizione che ha questa lava con quelle dei Campi d'Annibale, e la direzione nell'andamento di queste; potrebbe dirsi che la corrente che passa alle Frattocchie fu versata dal cratere del Monte Pila aperto sul ciglio dello stesso cratere laziale, e che uscita nell'interno di questa cavità centrale abbia trascorso sui Campi d'Annibale, e a lato della Rocca Albana siasi precipitata in basso sulle pianure che circondano il Monte Cavo, per prendere la direzione del Pascolare di Marino e le Frattocchie. L'eruzione dei peperini sopraggiunta in un'epoca posteriore, l'avrebbe nascosta per tutto quel tratto che oggi interrompe la sua continuità, corrispondente al fianco occidentale del cono eruttivo del Lago Albano da cui emanarono, e perciò quella medesima corrente vedesi immergere nella loro parte superiore ed

emergere dalla inferiore. Se ciò è probabile, tutta questa corrente, dalla sua scaturigine dai Campi d'Annibale, a Capo di Bove, e ad Acquacetosa e Valeriano risulterebbe lunga più che 20 chilometri.

Seguendo l'andamento della ferrovia giunti a S. Eufemia, oggi corrotamente detta S. Fomia, da un'antica chiesa dedicata a questa santa, a cui sembrano appartenere certi sfasciamenti di fabbriche, che valsero a dar la denominazione alla contrada, il suolo si rialza pel passaggio di un'altra corrente di lava, solcata attraverso e messa a giorno per livellare la nuova strada. La sezione di questa quarta corrente è anche maggiore di quella delle Frattocchie presentandosi larga m.^{ri} 300 e nella parte scoperta m.^{ri} 6, circa m.^{ri} 7:00 nella totale potenza, per quanto può argomentarsi dall'insieme delle cose. Sebbene questa lava offra un aspetto non dissimile dalle altre; pure ne differisce per una tessitura più gentile, e meglio atta ad essere lavorata, e per i minerali che contiene. Quivi non vedi più quella notabile quantità di anfigeni disseminate nella massa come nelle lave precedenti, ma invece pirosseni sparsi e tenenti luogo di quelli. Vi si rinvencono cristalli verdi di augite, ora minutissimi e quasi impercettibili ad occhio nudo, ora di un più grosso volume, identici a quei grossi pirosseni, che nelle lave uscite dal cratere Aricino per una certa somiglianza, vengon detti vetri di bottiglie.

Se qualche dubbio resta ancora sull'origine delle lave delle Frattocchie che prime s'incontrano nel decorso della ferrovia, non lo è certamente per quella che attraversa S. Fomia. Lo stesso rilievo che in questo luogo si è dovuto solcare, si vede continuo fino alla foce del cratere continente il laghetto, o lago di Turno, posto a breve distanza da quel punto, e può seguirsi nel suo decorso inferiore. Di maniera che passo passo camminando con essa, chiaramente si scorge, che quella corrente scaturita dal cratere del laghetto, camina verso Donna Olimpia, per ricomparire nella tenuta di Schizzanello. Laonde una tal corrente potrebbe stimarsi lunga non meno di 9 chilometri.

Avanti di arrivare alla Cecchina la strada ferrata di Albano passa per la contrada appellata Villa Franca tutta ricoperta come si disse da un'ultima colata di peperini trascorsi sulle ceneri costituenti il suolo, sotto forma di correnti di fango vulcanico. Da questa parte i peperini non presentano specialità, giacchè si mostrano identici a quelli di Albano e di Ariccia da cui derivarono. Sono peraltro meno provvisti di rocce erratiche; solo ridotte a piccole masse di calcarea cristallina, a pezzetti di lazzuliti e a frantumi di lave. Non è mio scopo parlare qui della formazione di tali correnti fangose; pe-

raltro In questa occasione dirò, che a Villa Franca come in tanti altri luoghi esistono chiare prove della loro origine fangosa. La sovrapposizione dei peperini alle ceneri incoerenti di formazione subaerea, e il rilievo circoscritto che vi formarono allorchè sopra vi trascorsero, non possono spiegarsi altrimenti, se non con quel processo formativo da Breislak osservato al Vesuvio nella eruzione del 1794. (1)

Tutte queste indagini adunque ora praticate sulle lave che corsero sul fianco occidentale del gran cono Laziale, portano finalmente a delle deduzioni che mirabilmente comprovano ed illustrano la storia naturale di quei nostri vulcani subaerei, e queste sono :

1.° Che la corrente di lava uscita dal cratere del lago di Turno, sia per le qualità di questa bocca erruttiva, sia per i pirosseni che contiene, può stimarsi quale più antica: cioè riferibile al primo periodo di eruzioni dei vulcani del Lazio:

2.° Che le correnti di Capo di Bove e Acquacetosa rappresentano due bracci di un medesimo fiume di lava che alle Frattocchie si fa bifido:

3.° Che probabilmente questa lava è derivata dal cratere del Monte Pila sul ciglio dello stesso cratere centrale del Monte Cavo; formando un fiume a lungo corso :

4.° Che questa stessa corrente passando sotto i peperini, dimostra un' anteriorità alla formazione di essi :

5.° Che le qualità e posizione del cratere che gli diede origine, e la quantità di amfigeni contenute, accennano ad un secondo periodo di eruzioni, riferibile ad un' epoca in cui i vulcani del Lazio si riaccessero dopo una lunga tregua:

6.° Finalmente che i peperini sovrapposti a tutte le formazioni di qualunque epoca esse siano, sono i più recenti di tutti, e rappresentano perciò il terzo ed ultimo periodo eruttivo.

Quale analogia di cosmici avvenimenti con quelli che si operarono per la formazione di Somma e Vesuvio! La storia del Lazio non si compone che da un' esatta ripetizione di essi, e se v'ha differenza questa consiste solamente nell'essersi spiegata in una scala tre volte maggiore, e in operazioni tanto più complicate e vaste, che non sono quelle dei vulcani partenopei.

(1) Tipogr. fis. della Campanie pag. 137.

Ho l'onore di presentare all'accademia un lavoro non ancora pubblicato , cioè un quadro che raccoglie tutte le principali apparenze fisiche dei corpi del nostro sistema solare.

Non avrei ardire di intrattenere l'Accademia su di esso se fosse una mera riproduzione dei molti lavori di tal genere che si hanno, ma avendo nella sua costruzione tirato profitto di molti miei lavori, posso dire che varie cose vi si trovano che meritano il titolo di originali. Tali sono i disegni di molte macchie solari tutte fatte all' Oss. del Coll. Romano e non ancora pubblicate, e tali soprattutto i lavori della Luna: la mappa selenografica è dedotta dalle nostre stesse fotografie. Il gran cratere di Copernico è una riproduzione fedele di quello che è stato fatto al cannocchiale di Merz con somma diligenza e precisione a moltiplicato per via fotografica in grande scala. Anzi questo disegno è stato nuovamente corretto sopra quello delle fotografie stesse. Pei pianeti pure fo uso esclusivamente delle mie proprie osservazioni: di Giove ne do due grandi disegni fatti al Coll. Romano. Due pure di Marte i quali sono stati fatti nell' ultima apparizione e che confrontati con quelli del sig. De la Rue fatti nel 1854 mostrano la invariabilità di alcune sue macchie. In Saturno è raccolto quanto di più accurato si è veduto. Sulla Terra sono disegnati il giro dei venti secondo le osservazioni di Maury e quelle altre particolarità che ne farebbero rilevare le apparenze da i pianeti lontani. L'ultimo spartimento, contiene le comete , ove sono disegnate le più singolari esservate fin'ora, e la luce zodiacale.

La tavola è colorata con tinte analoghe agli oggetti, e specialmente per la Luna e i pianeti si è dato alle varie parti tal colore da far rilevare quanto essa presenta di più singolare negli strumenti: anche il lavoro materiale del disegno e la colorazione considerati solo come lavoro artistico sono di pregevole esecuzione.

Il quadro è accompagnato da una diffusa illustrazione di circa 200 pagine, nella quale si dà anche un cenno e le figure dei più celebri sistemi e gruppi stellari. L'opuscolo racchiude molte cose originali che hanno fatto il tema delle mie pubblicazioni ed altre che per mancanza di tempo sono ancora inedite, onde spero che sarà gradito alla istruzione della Gioventù alla quale è destinato in modo particolare.

Florae romanae Prodrromus exhibens plantas circa Romam et in Cisapenninis Pontificiae dictionis provinciis sponte venientes. Auctore PETRO SANGUINETTI in romana studiorum Universitate Botaices professore. (Continuazione) ()*.

262. THYMUS L. Calycis 2-labiati tubus subcampanulatus basi antice saecatus nervosus, faux barbata, labium superius planum 3-dentatum, inferius saepius 2-fidum, laciniis longiuseculis subulatis ciliatis: corollae 2-labiatae tubus calycem subaequans, faux dilatata nuda, labium superius integrum planum rectum, inferiore 3-fido, laciniis obtusis, media longiore, brevius: staminum filamenta subulata, antherae 2-loculares, loculis subovatis parallelis tandem divaricatis: stigma inequaliter 2-fidum, lacinulis subulatis acutis: gymnobasi colliculi subrotundi trigoni laeves erecti.

263. SATUREJA L. Calycis tubus cylindricus vel campanulatus 10-∞-nervis basi constrictus, faux barbata vel nuda, limbus 5-dentatus vel obscure 2-labiatus, dentibus jamdudum acutis: corollae 2-labiatae tubus cylindricus calycem subaequans, faux nuda, labium superius planum integrum vel emarginatum, inferius 3-fidum patens, laciniis subaequalibus: staminum filamenta adscendentia, antherae didymae, loculis oblongis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacininula altera recta, altera longiore incurva: gymnobasi colliculi laeves erecti.

264. CLINOPODIUM L. Calycis 2-labiati, tubus 13-nervis recervulus, faux pilosa, labium superius planum 3-fidum, inferius 2-fidum, laciniis omnibus aequalibus subulatis: corollae 2-labiatae tubus angulato-sulcatus, calyce longior, faux dilatata, labium superius erectum planum, labium inferius patens 3-fidum laciniis aequilongioribus, media latiore barbata: staminum filamenta adscendentia: antherarum loculi oblongi divaricati incurvi: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis inaequalibus subulatis: gymnobasi colliculi subrotundo-trigoni apice truncati.

265. MELITTIS L. Calycis 2-labiati tubus turbinatus late campanulatus, faux nuda, labium superius integrum, inferius 2-lobum, partibus omnibus integris rotundatis vel 2-dentatis: corollae 2-labiatae tubus amplus calyce longior, faux nuda, labium superius orbiculatum subintegrum, labium inferius longior 3-fidum, lacinia media latiore: staminum filamenta piloso-glandulosa: antherae conniventes, loculis divaricatis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis brevibus acutis aequalibus: gymnobasi colliculi subrotundo-trigoni hirsuti.

266. SCUTELLARIA L. Calycis brevis 2-labiati in fructu acti et clausi tubus campanulatus, faux nuda, labia late rotundata, supremum deinde in squa-

(*) Vedi sessione VII, del 13 giugno 1858. T. XI,

mam subrotundam concavam tandem deciduam productum: corollae 2-labiatae tubus exertus elongatus ascendens, faux dilatata, labium superius galeatum ut plurimum integrum, labium inferius 3-fidum, laciniis rotundatis, media latiore, lateralibus quandoque cum labio inferiore, saepius cum superiore coactis: staminum filamenta subulata, antherarum loculi subrotundi margine barbati: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis inaequalibus, inferiore latiore recurvo: gymnobasi colliculi subrotundo-trigoni granulati, granuli pube stellata saepe ornati.

267. **AJUGA** L. Calycis sub-2-labiati tubus campanulatus, faux nuda; labium superius 3-fidum inferius 2-fidum, laciniis vel dentibus omnibus subaequalibus: corollae 2-labiatae tubus inclusus vel exertus, fundo anulo pilorum instructus, faux nuda, labium superius brevissimum 2-fidum, inferius elongatum 3-fidum, lacinia media majori emarginata: stamina saepius exerta, antherarum loculi divergentes: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lobis subulatis subaequalibus: gymnobasi colliculi ovati erecti laeves vel reticulati.

268. **TEUCRIUM** L. Calycis tubus cylindricus vel campanulatus, basi antice gibbus, faux nuda, limbus 5-fidus, lacinia suprema quandoque majori: corollae 2-labiatae tubus superne incurvus, faux nuda, labium superius medio truncatum, in latus 2-partitum, laciniis divaricatis labioque inferiori approximatis, labium inferius 3-fidum, lacinia media maxima patente plana ant concava; stamina ex fissura labii superioris exerta, filamentis subulatatis apice incurvis: antheris didymis, loculis confluentibus: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis subaequalibus: gymnobasi colliculi ovato-depressi reticulato-rugosi, quandoque laeves.

269. **SIDERITIS** L. Calycis 2-labiati tubus 5-10-nervis, faux barbata, labiorum laciniae erectae plerumque apice spinescutes: corollae 2-labiatae tubus brevis inclusus, faux nuda, labium superius erectum integrum vel emarginatum integrum vel 2-fidum, inferius 3-fidum, lobo medio majore: stamina inclusa, duo superiora brevissima, antheris didymis, loculis divaricatis, duo inferiora longiora, antheris dimidiatis, loculo altero abortivo: stylus inclusus: stigma 2-fidum, lacinula suprema obtusa, ab inferiori basi dilatata, amplexa: gymnobasi colliculi oblongo-trigoni laeves.

270. **ORIGONUM** L. Calycis 2-labiati tubus cylindricus, labium superius 3-dentatum, inferius 2-dentatum, vel 1-labiati tubus campanulatus, labium magnum integrum superum: corollae 2-labiatae tubus cylindricus inclusus vel exertus apice dilatatus, faux nuda, labium superius integrum erectum, inferius elongatum 3-fidum, laciniis subaequalibus integris: stamina erecta exerta,

filamentis subulatis, antheris didymis, loculis basi connatis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis inaequalibus recurvis: gymnobasi colliculi ovaes parvi laevissimi.

271. GALEOPSIS L. Calycis 2-labiati tubus turbinato-campanulatus 10-nervis, faux nuda, labium superius 3-dentatum, inferius 2-dentatum, dentibus omnibus subaequalibus in mucronem spinosum productis: corollae 2-labiatae tubus exertus, faux dilatata nuda, labium superius integrum galeatum saepius apice crenatum, inferius 3-fidum patens, laciniis late ovalibus subrotundis, media majore emarginata, protuberantiis duabus inferius cavis prope sinus labiorum: staminum filamenta subulata glabra exerta, antherarum loculi subglobosi, divaricati 2-valvatis dehiscentes, valva superiore minore barbata: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lobis subaequalibus: gymnobasi colliculi subrotundi granulati.

272. MENTHA L. Calycis 2-labiati tubus cylindricus vel campanulatus, faux nuda vel villosa, labium superius 3-fidum, inferius 2-fidum, laciniis vel omnibus aequalibus, vel inferioribus angustioribus: corollae 2-labiatae tubus inclusus, faux nuda, labia plana, superius majus integrum vel emarginatum, inferius 3-fidum, laciniis aequalibus: staminum filamenta subulata, antherae 2-loculares, subrotundae, loculis parallelis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, laciniis subaequalibus: gymnobasi colliculi parvi subtrigoni laeves, vel scabridi.

273. LAMIUM L. Calycis 2-labiati tubus cylindricus, vel turbinato-campanulatus multinervis, faux nuda aequalis vel obliqua, labium superius 3-fidum inferius 2-fidum, laciniis basi dilatatis apice acuminato-subulatis: corollae 2-labiatae tubus erectus vel adscendens, intus ad basim mellifero nudo vel aulato-piloso, faux nuda saepius dilatata: labium superius erectum fornicatum vel galeatum raro 2-fidum, inferius 3-fidum, lacinia media majori obcordata basi constricta, lateralibus ad marginem faucis fere truncati, mutici, vel in appendiculam filiformem productis: staminum filamenta apice incurva, quandoque pilosa: antherae per paria approximatae, loculis oblongis divaricatis saepius dorso barbatis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis subulatis subaequalibus: gymnobasi colliculi acute trigoni apice truncati laeves aut granulati.

274. GLECHOMA L. Calycis 2-labiati tubus elongatus subincurvus multinervis, faux nuda, labium superius 3-fidum, inferiore 2-fido, longior, laciniis omnibus lanceolatis acuminato-aristatis: corollae 2-labiatae tubus gracilis inclusus, faux nuda exerta dilatata, labium superius erectum exquisite emarginatum, inferiore plano patente 3-fido, lacinia media majore, brevior: sta-

minum filamenta subulata adscendentia, antherarum loculi subrotundi: connectivo in aristam saepe producto: stylus filiformis, staminibus longior: stigma 2-fidum, lacinulis elongatis aequalibus acutis: gymnobasi colliculi oblongi laeves.

275. *NEPETA*. L. Calycis 2-labiati tubus incurvus 15-nervis, faux nuda, labium superius 3-fidum, inferius 2-fidum, lacinii omnibus acuminatis, media superioris subelongata: corollae 2-labiatae tubus gracilis, faux dilatata, labium superius galeatum emarginatum vel elongatum 2-fidum, inferius patens 3-fidum elongatum, lacinia media maxima concavo-saccata integra vel 2-fida: staminum filamenta adscendentia, antherarum loculi paralleli oblongi: stylus incurvus: stigma 2-fidum, lacinulis acutis subaequalibus: gymnobasi colliculi oblongo-trigoni ut plurimum scabri.

276. *STACHYS* L. Calycis 2-labiati tubus cylindricus ant campanulatus 5 vel 10-nervis, faux nuda quandoque obliqua, labium superius 3-fidum, inferius 2-fidum, lacinii ut plerimum aequalibus mucronato-spinosis: corollae 2-labiatae tubus brevis incurvus, faux nuda exerta antice saccata, labium superius integrum erectum subfornicatum emarginatum, quandoque elongatum 2-fidum, inferius majus 3-fidum, lacinia media magna integra vel emarginata, lateralibus in latus deflexis: staminum filamenta filiformia: antherae externae citius defloratae et in latus dejectae, loculis oblongis parallelis vel divaricatis: stylus staminibus sublongior: stigma 2-fidum, lacinulis subulatis aequalibus: gymnobasi colliculi laeves vel granulati trigoni, lateribus internis planis, externo convexo.

277. *LEONURUS* L. Calycis sub-2-labiati tubus pentagonus 5-nervis, faux nuda dilatata, labium superius 3-fidum, inferius 2-fidum, lacinii subaequalibus subulato-spinosis, basi dilatata tandem patentibus: corollae 2-labiatae tubus inclusus, faux parum dilatata nuda, labium superius oblongum integrum fornicatum, nunc planum, basi angusta, labium inferius 3-fidum, lacinii lateralibus oblongis, media obcordata: staminum filamenta subulata, antherae didymae, loculis parallelis, granulis prominentibus nitidis, adpersis: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis subaequalibus acutis: gymnobasi colliculi triquetri laeves glabri, apice truncato, pubescentes.

278. *BALLOTA* L. Calycis tubus turbinatus 10-nervis 10-sulcatus, faux nuda, limbus patens 5-10-dentatus, dentibus acutis spinulosis basi dilatatis vel ad invicem connatis, limbum orbiculatum subintegrum, sistentibus: corollae 2-labiatae tubus cylindricus inclusus, faux nuda, labium superius oblongum galeatum apice crenatum ant fixum, labium inferius 3-fidum patens, lacinia

media majore emarginata: staminum filamenta subulata: antherae exertae didymae, loculis oblongis tandem parallelis, valvis aequalibus, dehiscentibus: stylus filiformis: stigma 2-fidum, loculis subaequalibus acutis: gymnobasi colliculi oblongi trigoni obtusi, latere externo, convexi.

279. *BETONICA* L. Calycis 2-labiati, tubus tandem campanulatus 10-nervis, faux nuda, labium superius 3-fidum, inferius 2-fidum, laciniis omnibus aequalibus spinescentibus: corollae 2-labiatae tubus gracilis incurvus exertus, faux nuda raro dilatata, labium superius erectum subconvexum apice crenatum, vel 2-fidum, inferius 3-fidum patens, lacinia media majore subrotunda: staminum filamenta incurva post dehiscentiam erecta: antherae 2-loculares, loculis rotundis parallelis, valvis aequalibus dehiscentibus: stylus filiformis: stigma 2-fidum, lacinulis subaequalibus subulatis recurvis: gymnobasi colliculi oblongi, apice subtruncato, quandoque glandulosi.

280. *MARRUBIUM* L. Calycis tubus cylindricus 10-nervis, faux barbata, limbi dentes 5-10 subaequales erecti tandem saepe patentes, apice spinulosi: corollae 2-labiatae tubus subexertus, faux nuda, labium superius erectum 2-fidum ant emarginatum, inferius patens 3-fidum, lobo medio latiore: genitalia profunde inclusa: staminum filamenta subulata brevissima: antherae parvae 2-loculares, loculis oblongis divaricatissimis: stylus filiformis, stamina aequans: stigma 2-fidum lacinulis obtusis brevibus: gymnobasi colliculi oblongo-trigoni obtusi minute granulati, latere externo convexi.

281. *PHLOMIS* L. Calycis tubus pentagonus 5-10-nervis sulcatus apice fere truncatus, faux nuda, limbi dentes 5 brevissimi lati mutici vel subulato-spinosi: corollae 2-labiatae tubus inclusus vel vix exertus, faux nuda, labium superius galeatum, galea carinata antice lacinulata vel emarginata, labium inferius 3-fidum, lacinia media magna: staminum filamenta subulata incurva, superioribus basi appendiculatis: antherae 2-loculares, loculis ovatis parallelis basi connatis: stylus filiformis, staminibus longior: stigma 2-fidum lacinulis valde inaequalibus: gymnobasi colliculi oblongo-trigoni quandoque truncati glabri, apice pubescentes.

ORDO II. ANGYOSPERMIA.

VERBENACEAE JUSS.

282. *VERBENA* L. Calycis monosepali tubus cylindricus 5-costatus, faux nuda, limbus 5-dentatus, dentibus subaequalibus: corollae 2-labiatae tubus

gracilis exertus rectus vel incurvus, in faucem barbata dilatatus, labium superius erectum planum 2-lobum, inferius 3-fidum patens, laciniis obtusis: stamina inclusa, filamentis brevibus: antherae ovatae, loculis oppositis: stylus longitudine staminum: stigma 2-lobum, lobo altero rotundato, altero: acuto capsula oblonga 1-locularis 4-sperma.

283. VITEX L. Calycis monosepali tubus cylindricus vel campanulatus: faux nuda, limbus 5-dentatus vel 5-fidus, dentibus lacinibusve fere aequalibus: corollae 2-labiatae tubus tenuis, faux ut plurimum inflata, labium superius planum 2-lobum, inferius 3-fidum, lacinia media majore: stamina adscendentia saepius exerta, filamentis subulatis: antherae didymae, loculis divaricatis: stylus filiformis: stigma 2-fidum: drupa 4-locularis 4-sperma: semen unicum ut plurimum fecundum.

PRIMULACEAE SCHULTZ.

284. ERINUS L. Calycis tubus campanulatus, limbus 5-partitus: corollae sub-2-labiatae tubus cylindricus exertus, faux nuda, labium superius minus patens 2-partitum, inferius 3-partitum, laciniis obovatis 2-fidis ant integris: stamina inclusa: filamenta subulata: antherae reniformes 1-loculares: stylus brevissimus: stigma breve esassum obtusum 2-lamellatum: capsula 1-locularis 2-valvis, dissepimento valvari placentario incompleto, valvis maturis 2-fidis.

SCROPHULARINEAE SCHULTZ.

285. RHINANTHUS L. Calycis tubus subrotundus reticulato-venosus ventricosus ore contractus 2-labiatus, labia brevia 2-fida acuta: corollae 2-labiatae tubus inclusus, faux exerta sensim dilatata, labia approximata, superius galeato-carinatum, apice integrum vel emarginatum, sub apice lacina obtusa utrinque appendiculatum, inferius 3-fidum patens, segmentis ovatis, medio majore: staminum filamenta medio geniculata, supra geniculum flexuosa: antherae didymae 2-loculares, loculis oblongis margine barbatis: stylus filiformis: stigma capitatum: capsula suborbicularis compressa mucronulata 2-valvis, dissepimentis placentariis medianis, 2-locularis, loculis polyspermis.

286. BARTSIA L. Calycis tubus subcompressus in fructu turgens, limbus 2-labiatus, labiis 2-fidis (4-fidus aliorum): corollae 2-labiatae tubus inclusus vel exertus in faucem infundibuliformem protractus, labium superius

galeatum integrum ant emarginatum, inferius 3-fidum patens, laciniis subaequalibus, palato, prominentiis aut maculis duabus, notato: stamina incurva: filamenta filiformia, antherarum loculi oblongi ut plurimum apice barbati, basi mucronulati: stylus filiformis, staminibus longior: stigma clavatum: capsula ovata vel oblonga subcompressa 2-valvis, dissepimentis placentariis medianis, 2-locularis, loculis polyspermis.

287. EUPHRASIA L. Calycis tubus cylindricus vel campanulatus 4-nervis, limbi 4-fidi lacinae aequales: corollae 2-labiatae tubus, calycem subaequans, faux breviuscula subdilata, limbum superius concavum galeatum antice 2-lobum, lobis ut plurimum latis patentibus quandoque conniventibus, labium inferius 3-fidum, laciniis subaequalibus obtusis emarginatis: stamina incurva: filamenta filiformia: antherae oblongae, loculis superius barbatis inferius auriculato-spinulosis: stylus filiformis tandem exertus: stigma capitatum: capsula oblonga subcompressa 2-valvis: dissepimentis placentariis medianis, 2-locularis, loculis polyspermis.

288. SCROPHULARIA L. Calyx 5-partitus, partibus obtusis senio scarioso-marginatis: corollae 2-labiatae tubus inflatus subglobosus, calyce longior, faux nuda contracta, labium superius erectum 2-lobum, squama nectarifera quandoque interjecta, inferius 3-lobum, lacinia media reflexa, lateralibus erectis patentibus: staminum filamenta crassiuscula, quandoque piloso-glandulosa: antherae reniformes 1-loculares 2-valves: stylus subulatus: stigma capitatum: capsula 2-valvis, dissepimento marginali 2-partibili, 2-locularis, loculis polyspermis.

289. PEDICULARIS L. Calycis tubus cylindricus vel campanulatus nervosus, in fructu ventricosus-compressus: limbi quodammodo 2-labiati 1-5-fidi saepius 4-fidi, laciniis integris, dentatis, laciniato-dentatis: corollae 2-labiatae tubus angustus, faux nuda sub-2-labiata, labium superius galeatum, galea compressa obtusa integra, vel antice utriusque 1-dentata, vel rostrata, rostro truncato vel 2-dentato, inferius 3-lobum basi constrictum, tubis rotundatis, medio minore: staminum filamenta filiformia, antherae oblongae, loculis approximatis: stylus filiformis: stigma capitatum 2-lobum: capsula oblonga compressa apice rostrata 2-valvis, dissepimento valvari mediano, 2-locularis, loculis polyspermis.

290. MELAMPYRUM L. Calycis tubus compressus in fructu auctus, limbus 4-fidus, laciniis subaequalibus vel superioribus majoribus, omnibus longe acuminatis: corollae 2-labiatae tubus cylindricus superne dilatatus, faux nuda ut plurimum pervia, labium superius galeatum, galea fornicato-compressa

intus barbata, apice emarginata, margine utrinque replicato, et quandoque 2-dentato, labium inferius erectum apice 3-sectum, segmentis brevibus aequalibus, pectore 2-scribiculatum: stamina sub galea, filamentis subulatis, antheris oblongis, loculis contiguis, apice divergentibus, ciliatis vel barbatis et saepe mucronatis: stylus filiformis: stigma obtusum: capsula compressa acuta vel rostrata utrinque sulcata 2-valvis, dissepimento valvari mediano, 2-locularis, loculis mono-oligospermis.

291. DIGITALIS L. Calyx 1-sepalus 5-partitus, lacinia superiore ut plurimum angustiore: corollae 2-labiatae tubus e basi angusta campanulatus deflexus, faux nuda, labium superius brevissimum integrum vel emarginatum, quandoque 2-fidum, labium inferius 3-lobum, lobo medio majore saepe elongato barbato vel nudo, lateralibus brevissimis: staminum filamenta subulata antherae 2-loculares, loculis oblongis divergentibus: stylus filiformis: stigma breviter 2-fidum, laciniis applanatis obtusis: capsula ovoideo-acuta ant acuminata 2-valvis, dissepimento valvari marginali 2-partibili, 2-locularis, loculis polyspermis.

ANTIRRHINEAE CHAV.

292. ANTIRRHINUM L. Calyx 1-sepalus liber 5-partitus, partibus duabus inferioribus divergentibus: corollae personatae tubus dilatatus basi gibbus: labium superius emarginatum vel 2-fidum saepe reflexum, inferius 3-fidum, lobis planis patentibus vel reflexis, palato amplo faucem claudente: stamina inclusa, antheris 1-locularibus per paria approximatis, rudimento quinti saepius adjecto: stylus filiformis: stigma obtusum, saepe obscure 2-lobum, lobo altero minimo: capsula subrotunda 2-locularis apice poris 2-3 dehiscens.

293. LINARIA TOURN. Calyx 1-sepalus liber 5-partitus, partibus duabus inferioribus divergentibus: corollae personatae tubus basi calcaratus: labium superius emarginatum vel 2-fidum saepe reflexum, inferius 3-fidum, lobis planis patentibus vel reflexis, palato nunc prominulo faucem claudente, nunc depresso, fauce pervia: stamina inclusa, antheris 2-locularibus per paria approximatis, rudimento quinti saepius adjecto: stylus filiformis: stigma obtusum saepe obscure 2-lobum, lobo altero minimo: capsula subrotunda 2-locularis, lacinulis 4-5, dehiscens.

OROBANCHEAE *BARTL.*

294. OROBANCHE *L.* Calyx liber persistens 2-sepalus, sepalis oppositis integris dentatis 2-fidisve, quandoque 1-sepalus campanulatus, limbo 4-5-fido: corollae 2-labiatae tubus subcylindricus incurvus successive in faucem dilatatus, quandoque infra medium constrictus, labium superius erectum ut plurimum 2-fidum, labium inferius patens 3-lobum: stamina inclusa, filamentis subulatis basi dilatatis: antherarum loculi, basi divaricata, aristati, rima commissurali, barbati: glandula sub ovario: stylus simplex saepe piloso-glandulosus: stigma capitato-2-lobum: capsula oblonga 1-locularis superius incomplete 2-valvis polysperma: semina minutissima subglobosa.

295. LATHREA *L.* Calyx liber 1-sepalus tubuloso-campanulatus, limbo 4-fido, laciniis erectis subaequalibus: corollae 2-labiatae labium superius suberectum fornicatum, labium inferius minor breviter 3-fidum, laciniis subaequalibus: stamina incurva saepe exerta, filamentis subulatis, antheris oblongis, basi divaricata, barbatis: stylus staminibus longior incurvus: stigma capitatum 2-lobum: capsula subglobosa 1-locularis 2-valvis polysperma: semina subglobosa minutissima.

DIDYNAMIA GYMNOSPERMIA.

PRUNELLA.

1133. *VULGARIS. L. Sp. Pl. p. 837.* Glabra mox hirsuta. Caule decumbente vel erecto e basi ramoso: foliis petiolatis ovato-oblongis inferius quandoque dentatis: fasciculis 3-floris, bracteis cordato-semiorbiculatis venosis margine ciliatis alternatim oppositis, insidentibus, in spica cylindrica compacta obtusa: dentibus calycinis labii superioris dilatatis mucronulatis: corollae calyce longioris, galea erecta.

P. vulgaris *Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 65. n. 188. - Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 198. n. 680. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 250. - Brunella* major folio non dissecto *Hort. Rom. t. 3. tab. 32. - Prunella latifolia* Italica flore carneo *Barrel. Ic. 562.*

In ageribus et sylvaticis vulgaris.

Perenn. Flor. Aprili-Junio. Flores violacei.

Vulgo. *Brunella.*

Usus. In veteri medicina Prunellae herba enumerabatur ad anginam sanandam.

1134. *LACINIATA. L. Sp. Pl. p. 837.* Hirsuta. Caule decumbente vel ad-

scencente e basi ramoso : foliis inferioribus longe petiolatis ovato-oblongis, superioribus sessilibus lanceolatis pinnatifidis: fasciculis 3-floris, bracteis venosis cordato-semiorbuculatis abbreviatis ciliatis alternatim oppositis, insidentibus, in spica cylindrica compacta obtusa: dentibus calycinis labii superioris dilatatis mucronulatis: corollae, calyce subduplo longioris, galea dilatata incurva.

P. laciniata *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 199. n. 681. - Bert. Flor. It. t. 6. p. 254.* - *Brunella* flore laciniato, flore albo. - *Hort. Rom. t. 3. tab. 31.*

In sylvaticis communis.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores albi.

MELISSA.

1135. *OFFICINALIS. L. Sp. Pl. p. 827.* Pilosa vel hirsuta. Caule erecto, ramis brachiatis: foliis caulinis ovato-oblongis saepius cordatis, longe petiolatis grandidentatis, rameis multo minoribus breviter petiolatis dentatis: corymbis axillaribus breviter pedunculatis secundis, in spicis interruptis elongatis: pedicellorum bracteolis ovatis: corollis calyce longioribus.

M. officinalis *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 198. n. 676. - Bert. Flor. It. t. 6. p. 229.* - *M. cordifolia* - *Seb. En. Pl. Amph. Flavii p. 58. n. 158.* - *M. hortensis* *Hort. Rom. t. 3. tab. 61.* - *M. sylv. hirsuta* maj. Italica. *Barrel. Ic. 1222.*

In sylvaticis, ad sepes, muros etc. ubique.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores albi.

Vulgo. *Melissa, Cedronella.*

Usus. Infusum foliorum, florum et seminum, nec non aqua stillatitia in hysterismo jam valuit, et diaphoretici famam habuit. Alcoolatum Melisae in vulgari usu ab antiquitus usurpatur uti exilarans, anthelminticum, antiputridum, In callopietria quoque valet.

PRASIUM.

1136. *MAJUS. L. Sp. Pl. p. 838.* Caule erecto ramis numerosis decussatis: foliis ovato-oblongis basi truncatis serratis.

P. majus. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 199. n. 682. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 258 - *Galeopsis hispanica frutescens* Teucris folio. *Hort. Rom. t. 3. tab. 37.* - *Teucrium inodorum, fruticosum lucidum, flore albo, semine nigro carnosum vinosoque in maritimis. Bocc. Rech. et Observ. p. 198. - T. fruticans incanum. Cretic. fl. purpur. Barrel. Ic. 896.*

In muris vetustis et rupibus maritimis. *Sepolcro di Cecilia Metella, Colosseo, Porto Trajano* etc.

THYMUS.

1137. *SERPILLUM*. *L. Sp. Pl. p. 825*. Breviter pubescens. Caule decumbente radicante valde ramoso, ramis adscendentibus: foliis ovatis oblongisque nervosis punctato-glandulosis basi ciliatis: fasciculis oppositis 6-floris in capitulo elongato mox interrupto: foliis floralibus basi angustatis: bracteolis linearibus, pedicello multo brevioribus: calycibus piloso-ciliatis.

T. *Serpillum* *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 197. n. 672. — Bert. Fl. It. t. 6. p. 201.* — *Serpillum vulgare Hort. Rom. t. 3. tab. 69.*

α montanus. Major erectus, capitulo elongato saepius non interrupto.

β gracilis. Minor, foliis sublinearibus, capitulo abbreviato non interrupto.

In apricis siccioribus, et ad oras nemorum. *Villa Medici, Pamfili, Borghese* etc. α in apricis elatis *Monte Genaro*. β in Apenninorum elatis *Vettore*.

Fruticulus. Flor. Aprili-Majo. Flores purpurascens.

Vulgo. *Serpollo*.

Usus. Stipticus adstringens tonicus, a medicis jam frequenter utebatur, nunc injuria obsoletus. Ad cibos campestris condiendos quandoque usurpatur. Apes plantam summopere diligunt.

1138. *ZYGIS*. *L. Sp. Pl. p. 826*. Piloso-pubescens. Caule prostrato valde ramoso, ramis erecto-adscendentibus: foliis linearibus margine ciliatis parce punctato-glandulosis: fasciculis oppositis sub-3-floris in capitulo terminali raro interrupto: foliis floralibus rombeo-ovatis basi dilatatis: bracteolis linearibus brevissimis: calycibus hispido-ciliatis.

T. *Zygis*. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 206.* — T. acicularis. *Sang. Cent. tres p. 85. n. 192.* — Thymum hircinum italicum. *Barrel. Ic. 387.* — *Serpillum saxatile* hirsutum Thymifolium nanum flore rubello. *Bocc. Mus. di piant. p. 108.* et T. saxatile nanum *tab. 89.*

Circa Tibur abunde praesertim ad *Lago de' Tartari*, et alla *Caduta delle Marmore* secus Interamnam.

Suffrutex. Flor. Majo. Flores dilute rosei laciniis labii inferioris purpureo maculatis.

Vulgo. *Serpollo montano*.

1139. *PANNONICUS*. *Benth. Lab. p. 345*. Cano-hirsutus. Caule decumbente ramoso, ramis adscendentibus elongatis: foliis ovatis oblongisque nervoso-venosis glanduloso-punctatis: fasciculis sub-6-floris oppositis in spica inter-

rupta: foliis floralibus, caulinis conformibus: bracteolis linearibus basi latiusculis: calycibus dense ciliatis.

T. pannonicus. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 209.*

In rupestribus montanis Umbriae. *Vettore.*

Suffruticulus. Flor. aestate. Flores pallide rosei.

1140. *VULGARIS. L. Sp. Pl. p. 825.* Cano-pubescens. Caule erecto ramosissimo, ramis fastigiatis tandem spinescentibus: foliis ovato-lanceolatis linearibusque nervosis margine revolutis dense punctato-glandulosis: florum fasciculis oppositis in spica densa, quandoque elongata et inferius interrupta: foliis floralibus, caulinis conformibus: bracteolis linearibus brevissimis: calycibus basi ciliatis.

T. vulgaris. *Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 72 n. 223. - Fior. Gior. de' letter. di Pisa 1828. tom. 17. p. 295. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 210. - T. vulgaris folio latiore. Hort. Rom. t. 3. tab. 68.*

In collibus Anxuris et praesertim in Circaeo, nec non in Amphiteatro Flavio.

Frutex. Flor. Majo-Junio. Flores rosei.

Vulgo. *Timo, Erba Pepe.*

Usus. Planta insigniter aromatica, ad vires refucillandas, anteactis praesertim temporibus, adhibita: ab ipsa, oleum volatile, sub nomine *Essenza di Timo*, a chimicis educitur; item plurimis in alcoolatis ingreditur. In culinis etiam expetitur. Pecori tandem summopere grata: lac et caseum facile thymo redolet, dum armenta, ipso pascuntur.

1141. *ACINOS. L. Sp. Pl. p. 826.* Pubescens. Caule adscendente erecto quandoque radicante, ramis elongatis erectis: foliis ovatis lanceolatisve ciliatis laxè nervosis eglandulosis: fasciculis oppositis 3-floris, in spica laxa elongata: foliis floralibus, caulinis conformibus, fasciculis longioribus: bracteolis brevissimis linearibus acutis: calycibus nervoso-ciliatis.

T. Acinos. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 179. n. 673. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 213.*

In montium siccis arenosis saxosis *Monte Cavi* etc.

Annus. Flor. Junio-Julio. Flores subviolacei.

1142. *ALPINUS. L. Sp. Pl. p. 826.* Villosus. Caule decumbente radicante ramoso, ramis adscendentibus: foliis late-ovatis apice acutis subserratis viridibus subtus pallidioribus: fasciculis sub-3-floris oppositis in spica laxa in-

terrupta: foliis floralibus caulinis conformibus: bracteolis lanceolatis minutis-simis: calycibus ciliatis: corolla, calyce, multo longiore.

T. *Alpinus Bert. Fl. It. t. 6. p. 215* — *Clinopodium* perenne Pulegii odore, Majoranae folio Patavinum *Bocc. Mus. di piant. p. 60.* et *C. perenne Pulegii odore l. c. t. 45. fig. B. B. B.* et *C. minus angustifolium Pulegii odore Romauum l. c. p. 50* et *C. minus Pulegii odore Romanum l. c. tab. 45.*

In rupestribus montium apeninorum. *Vettore.*

Suffruticulus. Flor. Majo-Julio. Flores purpurei quandoque albi.

1143. *NEPETA Smith. Engl. Flor. t. 3. p. 110.* Subhirsutus. Caule decumbente erectove ramoso, ramis patulis: foliis ovatis remote crenatis: corymbis axillaribus oppositis in spica elongata interrupta: foliis floralibus, caulinis conformibus, superioribus minoribus: bracteolis lanceolatis brevissimis: barba faucis calycinae exerta: corolla, calyce, triplo longiore.

T. *NEPETA Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 197. n. 675* — *Bert. Flor. It. t. 6. p. 220* — *Calamintha Pulegii odore minor, Italis Mentuccio minore* o *Nepetella. Barrel. Ic. 1166* — *C. montana prealta Pulegii odore, dentatis foliis, floribus dilute coeruleis ex longo ramoso et brachiato pediculo prodeuntibus. Bocc. Mus. di piant. p. 45* et *C. praealta Pulegii odore l. c. tab. 40* et *C. praealta Pulegii odore altera seu ex Sabaudia l. c. tab. 38.*

In siccis et viis ubique

Perenn. Flor. aestate. Flores albo-subcarnei.

Vulgo. *Mentuccia*

Usus. Ob gratum odorem, *Menthae Pelegii* affinem, in culinis usurpatur, et praesertim ad condiendam *Cynaram* vulgarem, et fungos.

1144. *CALAMINTHA Scop. Fl. Corn. ed 2. t. 2. p. 425.* Hirsutus. Caule prostrato radicante ramoso, ramis simplicibus erectis: foliis majusculis late ovatis serratis: corymbis paucifloris oppositis in spica elongata interrupta: foliis floralibus, caulinis conformibus, successive minoribus: bracteis linearibus brevibus: corollis, calyce, sub duplo longioribus.

T. *Calamintha Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 197. n. 674* — *Bert. Fl. It. t. 6. p. 223* — *Melissa Calamintha Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 58. n. 157* — *Calamintha magno flore Hort. Rom. t. 3. tab. 63.*

In montibus ad vias vulgaris, *Albano, Frascati, Tivoli* et in Amphiteatro Flavio.

Perenn. Flor. aestate. Flores purpureo — violacei. Odor gratus.

Vulgo. *Calamento, Calaminta.*

Usus. In materia medica Linnaei Calaminthae herba enumerabatur, et uti stomachica a plurimis medicis laudabatur Nunc injuria obsolevit.

1145. *GRANDIFLORUS* Scop. *Fl. Carn. ed 2. t. 2. p. 424.* Pubescens. Caule erecto subsimpli: foliis ovatis acutis grosse serratis: corymbis axillaribus paucifloris, inferioribus, folio brevioribus: bracteolis lanceolatis linearibus ciliatis: corollis, calycibus cylindricis, duplo longioribus.

T. grandiflorus. Maur. Cent. 13. p. 30. — Bert. Fl. It. t. 6. p. 226. — Calamintha montana praestantior fl. purpureo. Barrel. Ic. 398. — Bocc. Mus. di piant. p. 45. tab. 40.

In sylvis montium, Serra S. Antonio.

Perenn. Flor. aestate Fl. purpurei.

Usus. Clarissimus Bertolonius remedium praestantissimum in planta nostra praebet ad menses ciendos.

SATUREJA.

1146. *JULIANA. L. Sp. Pl. p. 793.* Subhirsuta. Caule erecto ramoso, ramis strictis: foliis radicalibus ovatis, caulinis oblongo-lanceolatis margine revolutis: corymbis oppositis breviter pedunculatis multifloris fastigiatis, in spica elongata interrupta: bracteolis linearibus, calycibus subaequalibus: calycis 10-striati, dentibus erectis, fauce nuda.

S. juliana. Sang. Cent. tres p. 85. n. F91. — Bert. Fl. It. t. 6. p. 43.

Ad rupes prope Anxurem.

Suffrutex. Flor. Majo-Junio. Flores rosei.

1147. *GRAECA. L. Sp. Pl. p. 794.* Subhirta. Caule decumbente vel adscendente ramoso, ramis erectis elongatis: foliis radicalibus ovatis, caulinis lanceolatis subtus venosis: corymbis oppositis pedunculatis 3-6-floris, in spica laxa elongata: bracteolis linearibus, calyce multo brevioribus: calycis 10-striati dentibus subulatis, fauce barbata.

S. graeca. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 190. n. 640. — Bert. Fl. It. t. 6. p. 45. — Calamintha frutescens Saturejae folio, facie, et odore. — Hort. Rom. t. 3. tab. 64.

β tenuifolia. Foliis lineari-lanceolatis, corymbis multifloris.

S. tenuifolia. Sang. Cent. tres p. 85. n. 190. — Hyssopus angustifolia spicato flore. Bocc. Rech. et obs. p. 201.

Supra Urbis moenia, et muros siccus vulgaris. *Cuppola di S. Pietro, Colosseo etc. β circa Auxur, Tibur etc.*

Suffrutex. Flor. Majo-Junio. Flores purpurescentes.

Vulgo. *Erba della coppola*.

Usus. Apud nos lithontritici famam habet, et ad calculos urinarios ciendos propinatur.

1148. *MONTANA*. L. *Sp. Pl.* p. 794. Caule adsendente ramoso: foliis lanceolato-elongatis apice mucronatis basi ciliatis: corymbis pedunculatis oppositis sub-6-floris secundis, in spica densiuscula: bracteolis linearibus ciliatis: calycis 10-stiati, dentibus mucronatis, fauce pilosa.

S. montana. *Maur. Cent.* 13. p. 29. - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 54.* - *Tymbra legitima Hort. Rom. t. 3. tab. 71.*

In aridis et saxosis montium. *Terni, Filettino, Subiaco* etc.

Suffrutex. Fl. Junio-Julio. Flores albo-purpurescentes.

CHLINOPODIUM.

1149. *VULGARE*. L. *Sp. Pl.* p. 821. Villosum. Caule simplici: foliis ovato-lanceolatis subdentatis: corymbis ramosissimis subsessilibus multifloris oppositis axillaribus terminalibusque.

C. vulgare. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 196. n. 170.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 192* - C. Origono simile, elatine, majori folio, flore rubente. *Hort. Rom. t. 3. tab. 93.*

In viis sylvaticis et ad aras nemorum vulgare.

Perenn. Flor. tota aestate. Flores intense rosei.

Vulgo. *Clinopodio*.

MELITTIS.

1150. *MELISSOPHYLLUM*. L. *Sp. Pl.* p. 832. Pilosa. Caule simplici ramosove: foliis cordatis ovatis oblongisve grosse dentatis: floribus 1-3-axillaribus secundis: limbo calycis trilobo, lobo superiore majore integro vel 2-dentato.

M. Melissophyllum. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 198. n. 677.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 237.* - *Melissa humilis latifolia*, maximo flore ex albo purpureo. *Hort. Rom. t. 3. tab. 62.*

In umbrosis montium abunde. *Albano, Rocca di Papa* etc.

Perenn. Fl. Majo-Junio. Flores albi, carnei sanguineis maculis notati.

Vulgo. *Bocca d'Orso*.

Usus. Planta apibus grata, idcirco circa apiaria seritur.

SCUTELLARIA.

1151. *HASTIFOLIA*. L. *Sp. Pl.* p. 835. Caule subsimplici adscendente erectove: foliis subintegerrimis ovato-lanceolatis hastatis, floralibus conformibus

graduatum minoribus: floribus axillaribus solitariis oppositis secundis, in spica laxiuscula foliata: bracteolis setaceis: corollae elongatae fauce dilatata.

S. hastifolia. *Bert. Fl. It. t. 6. 242.* - S. minor. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 198. n. 678.*

Ad Tyberis ripas. *Da Ponte molle ad acqua acetosa.*

Perenn. Flor. Junio. Flores rubicundi.

1152. *COLUMNNAE. Benth. Lab. p. 430.* Pubescens, pube incurva sepius glandulosa. Caule erecto inferius ramoso: foliis inferioribus cordato-ovatis, superioribus ovato-dentatis: floribus axillaribus solitariis secundis in spica elongata: bracteis integerrimis ovatis acutis, calyce brevioribus: corollae elongatae tubo cylindrico, fauce dilatata.

S. Columnnae. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 198. n. 179.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 246.* - *Cassida Colum. Ecpfr. t. 1. p. 187. fig. p. 189.*

In sylvaticis umbrosis montium communis.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores coeruleo-violacei.

AJUGA.

1153. *GENEVENSIS. L. Sp. Pl. p. 785.* Villosa-lanata. Caule solitario ascendente simplici, stolonibus nullis: foliis superioribus oblongis, inferioribus minoribus spatulatis, omnibus crenatis: fasciculis oppositis sub-4-floris in spica inferius late interrupta dispositis: corollae tubo longe exerto.

A. genevensis. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 6.*

In pratis alpinis. *Monte di Fiori* in Piceno, et apud Viterbium.

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores coerulei.

1154. *ACAULIS. Brocc. osserv. sulli Abruz. p. 20. n. 70.* Pumila. Caule brevissimo stolonibus nullis: foliis oblongis obtusisve subrepandis in petiolum angustatis: fasciculis oppositis paucifloris approximatis in spica abbreviata: bracteolis lanceolatis: corollae tubo, calyce, triplo longiore.

A. acaulis. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 8.*

Ad oras sylvarum in apenninis Umbriae. *Vettore.*

Perenn. Flor. Majo-Julio. Flores coerulei.

1155. *REPTANS. L. Sp. Pl. p. 785.* Glabriuscula. Caule erecto basi stolonifero, stolonibus reptantibus: foliis ovatis crenatis integrisque, basi cuneata in petiolum attenuatis, superioribus sessilibus: fasciculis oppositis paucifloris superius approximatis inferne laxis, in spica dispositis: corollae tubo, calyce duplo longiore.

A. reptans. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 188. n. 631.* - *Bert. Fl. It.*

t. 6. p. 9. - Bugula minima glabra flore azureo *Barrel. Ic. 337* et B. media flore coeruleo. *Ic. 838.* - Bugula. *Hort. Rom. t. 3. tab. 99.*

In humidis nemorosis communis.

Perenn. Flor. Aprili. Flores azurei, coerulei, carnei.

Vulgo. *Consolida media.*

Usus. Ad vulnera medenda olim inservit, unde nomen vulgare, nunc raro usurpatur.

1156. *CHAMAEPITYS Benth. Lab. p. 699.* Pilosa. Caule basi diffuse ramoso, ramis approximatis erectis: foliis inferioribus lanceolatis parce dentatis, superioribus profunde trifidis, basi cuneata, in petiolum attenuatis, floralibus flores longe superantibus: floribus axillaribus subsolitariis in spica terminali tandem interrupta: corolla calyce multo longiore.

A. Chamaepitys. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 189. n. 632.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 11.* - Chamaepitis vulgaris folio trifido, floribus luteis. *Hort. Rom. t. 3. tab. 96.*

In sterilibus, arvis, saxosis communis.

Perenn. Flor. Majo. Flores lutei.

Vulgo et in officinis. *Iva artetica* o *Iva artritica.*

Usus. Herbae contritae decoctio, jam plurimi habita in atritide, et rheumatismo, nunc injuria raro usurpata.

1157 *Iva Schreb. Unilab. p. 25.* Hirsuta, Caule decumbente ramoso, ramis oppositis: foliis lanceolato-linearibus sessilibus grosse dentatis subintegerrimisve margine vix revolutis, floralibus superioribus subintegerrimis, flores aequantibus: fasciculis axillaribus subgeminis oppositis paucifloris in spica densa: corolla calycem multo superante.

A *Iva Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 189. n. 633.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 17* - Chamaepitys vulgaris, folio trifido, flore roseo. *Hort. Rom. t. 3. tab. 98.* In aridis montium. A *Tivoli presso S. Antonio.*

Ann. Flor. Junio. Flores rubri.

TEUCRIUM.

1158. *BOTRYS. L. Sp. Pl. p. 786.* Villosum. Caule erecto ramoso, ramis decussatis adscendentibus: foliis pinnatifidis in petiolum elongatum productis, pinnis lanceolatis, simplicibus, trifidisve: fasciculis paucifloris axillaribus in caule ramisque spicatim dispositis: calycis inflati dentibus lanceolatis aequalibus.

T. Botrys *Sang. Cent. tres p. 82. n. 184* - *Bert. Flor. It. t. 6. p. 17.*

In pascuis aridis montium Umbriae. *Monte Bove.*

Ann. Flor. Junio, Augusto. Flores purpurei.

1159. *FRUTICANS* L. *Sp. Pl.* p. 787. Niveo-tomentosum. Caule erecto, ramis decussatis adscendentibus: foliis ovato-lanceolatis breviter petiolatis supra atro-viridibus: floribus axillaribus solitariis: calycis campanulati dentibus aequalibus obtusis.

T. fruticans Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 189. n. 634. - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 18* - *T. Boeticum* Clu. *Bocc. Rech. et obs.* p. 211 - *T. caesio* et amplo rosmar. flore Boeticum Clus. *Barrel. Ic.* 512. - *T. Boeticum Hort. Rom. t. 3. tab. 91.*

In rupibus maritimis. *Intorno Civitavecchia, sul Circello etc.*

Frut. Flor. Martio, Majo. Flores coerulei.

1160. *SCORODONIA* L. *Sp. Pl.* p. 789. Pubescens. Caule erecto subsimplici: foliis cordato-ovatis obtuse duplicato-serratis: floribus pedunculatis erectis secundis denuo pendulis, in racemo dentiusculo: calycis campanulati dentibus aristatis, supremo majusculo.

T. Scorodonia. Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 189. n. 635 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 22* - *Scorodonia* Salviae foliis parte interna candicantibus, floribus flavis in spica rariter dispositis ex uua et altera parte vegetantibus. *Hort. Rom. t. 3. tab. 92.*

In sylvaticis montium *Sul Tuscolo, Genzano, Albano etc.*

Perenn. Flor. Junio, Julio. Flores ochroleuci, tubo rubicundo.

1161. *PSEUDO SCORODONIA* Desf. *Fl. Atl. t. 3. p. 5. tab. 119.* Villosum. Caule erecto sub-simplici, foliis ovato-oblongis basi subcordatis rugosis dentatis: floribus subsessilibus secundis erectis denuo orizontalibus, in racemo denso saepe ramoso: calycis campanulati dentibus aristatis, supremo majore.

In montanis maritimis. *Alumiere della Tolfa.*

Perenn. Flor. Junio. Flores rubro-fusci.

1162. *SCORDIUM* L. *Sp. Pl.* p. 790. Pubescens vel hirsutum. Caule ascendente, ramis numerosis decussatis: foliis sessilibus oblongis serratis: floribus axillaribus pedunculatis subternis in spicis terminalibus lateralibusque: calycis subcampanulati dentibus aequalibus.

T. Scordium Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 189. n. 636. - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 26.*

In pratis depressis frequens.

Perenn. Flor. Julio-Augusto. Flores rubri quandoque coerulescentes.

Vulgo. *Scordio*.

Usus. Uti tonicum et adstringens in veteri medicina invaluit, in Theriaca, et Diascordii formulis ingrediebatur, nunc injura oblitum.

1163. *CHAMAEDRYS*. L. Sp. Pl. p. 790. Villosum. Caule erecto vel adscendente saepius ramoso: foliis cuneato-ovatis duplicato-serratis, superioribus sessilibus: floribus axillaribus oppositis subternis in spicis foliatis interruptis terminalibus: calycis tubuloso-campanulati dentibus subaequalibus.

T. Chamaedrys. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 189. n. 637. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 29. - Chamaedrys major et minor repens. Hort. Rom. t. 3. tab. 88.

In aggeribus et pascuis commune.

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores rubri.

Vulgo. *Camedrio*, *Cerquignola*.

Usus. In veteri medicina Chamaedrys herba plurimum voluit ad scrophulas praesertim, et clorosim sanandam: nunc ejus vis tonica praedicatur; quocirca decoctio in febribus intermictentibus communiter usurpatur.

1164. *FLAVUM*. L. Sp. Pl. p. 791. Molliter pubescens. Caule erecto, ramis brachiatis adscendentibus: foliis petiolatis, basi lata, ovatis crenatis: racemis axillaribus oppositis cernuis secundis in spica elongata inferius interrupta: calycis campanulati dentibus majusculis subaequalibus.

T. flavum. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 190. n. 638. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 31. - T. vulgare fruticans. Bocc. Rech. et obs. p. 211. - Chamaedrys frutescens Teucrium vulgo. Hort. Rom. t. 3. tab. 89.

In muris veteribus et in rupibus vulgare. Sul Colosseo, Monte Mario. etc.

Suffrut. Flor. Majo-Junio. Flores luteoli.

Vulgo. *Teucrio*.

Obs. Odor totius plantae aromaticus ingratus.

1165. *MONTANUM*. L. Sp. Pl. p. 791. Albo-tomentosum, tomento brevi. Caulibus coespitosis decumbentibus, ramis numerosis adscendentibus: foliis lanceolato-linearibus integris margine revolutis: fasciculis subsessilibus oppositis axillaribus sub-3-floris in spica capitata congesta: calycis tubulosi laciniis aequalibus subulato-acuminatis.

T. montanum. Maur. Cent. 13. p. 29. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 34.

In montanis aridis. Al Piglio, Serra S. Antonio etc.

Perenn. Flor. Junio. Flores albo-luteoli.

1166. *PSEUDO-HYSSOPUS*. Schreb. Unil. p. 45. Cano-tomentosum, tomento

floccoso. Caulibus caespitosis decumbentibus, ramis erectis : foliis linearibus aut lineari-lanceolatis crenatis obtusis : fasciculis sessilibus axillaribus oppositis in capitulis terminalibus congestis : calycis tubulosi dentibus parvis subrotundis.

T. pseudo-hyssopus. *Sang. Cent. tres p. 82. n. 185.* - T. Polium ex parte. *Bert. Fl. It. t. 6. pag. 36.* - Hyssopus apulus Dioscoridis et Serapionis. *Column. Ephr. t. 1. p. 59. tab. 67.*

In collibus secus Interamnam.

Suffrut. Flor. Junio. Flores luteo-albi.

1167. *POLIUM. L. Sp. Pl. p. 792.* Cano-floccoso-tomentosum. Caule caespitoso prostrato, ramis numerosis erectis: foliis obverse lanceolato-linearibus obtusis crenatis: fasciculis axillaribus oppositis in capitulis globosis terminalibus axillaribusque racematim dispositis: calycis tubuloso-campanulati dentibus erectis obtusis acutisve.

T. Polium. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 190. n. 639.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 36.* - Polium marinum dasif. gnaphal. flor. albo. *Barrel. Ic. 1047,* et P. montanum album serratum latif. supinum maj, et minus. *Ic. 1074,* et 1078, et P. mont. alb. serratum latif. erectum maj. *Ic. 1079.* - P. montanum candidum floribus ex albo flavescens. *Hort. Rom. t. 3. p. tab. 93.*

β flavescens. Planta major, temento luteo-sulphureo deuso.

T. Polium β . *Bert. l. c.* - Polium montanum luteum dasyphyllum serratum. *Barrel. Ic. 1073.*

In siccis collibus prope Urbem, et in maritimis. *Maccarese, Terracina* etc.

Suffrut. Flor. Julio. Flores albi.

Vulgo. *Polio montano.*

Usus. Vis excitans in planta nostra medici agnoscunt: veteres ad podagram pellendam plurimi laudarunt.

SIDERITIS.

1168. *SICULA. Ab Ucr. opusc. di Ant. sic. t. 6. p. 253.* - Albo-lanata. Caule ascendente parce ramoso, ramis erectis elongatis: foliis oblongo-spathulatis basi angustatis crenulatis, inferioribus abbreviatis: fasciculis oppositis axillaribus paucifloris in spica elongata interrupta: bracteis late subcordatis ovatis acutis integerrimis, inferioribus, floribus longioribus: calycis tubuloso-campanulati laciniis acutis conniventibus apice spinescentibus.

S. sicula. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 81.* - S. Syriaca. *Seb. et Maur. Fl. Rom.*

Prod. p. 191. n. 648. Stachys lychnoides incana angustifolia flore aureo italico. Barrel. Ic. 1187.

In montibus subapenninis frequens. *Riofreddo*: et in apennino umbro. *Monte de' Fiori*.

1169. *MONTANA. L. Sp. Pl. p. 802. Villosa. Caule subsimplici erecto quandoque e basi ramoso: foliis oblongo-lanceolatis basi angustatis, floralibus apice aristatis: fasciculis sub-3-floris oppositis in spicis interruptis terminalibus: calycis tubulosi fauce dilatati, laciniis patentibus longe mucronato-aristatis.*

S. montana. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 190. n. 642. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 83. - S. montana parvo flore nigropurp. Column. Ecphr. t. 1. p. 198. et S. montano parvo flore nigropurp. capite medio croceo fig. p. 196.

In subapenninis elatioribus.

Ann. Flor. Julio. Flores crocei, margine purpureo-ferruginei.

1170. *ROMANA. L. Sp. Pl. p. 802. Hirsuta. Caulibus caespitosis decumbentibus quandoque adscendentibus simplicibus ramosisve: foliis ovato-oblongis serratis: fasciculis sub-3-floris oppositis in spicis foliatis interruptis terminalibus: calycis tubulosi laciniis patentibus lanceolatis spinescentibus, supremo majore late-ovato.*

S. romana Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 70. n. 215 - Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 190. n. 641. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 84. - S. hirsuta procumbens. Hort. Rom. t. 3. tab. 58.

In siccioribus ad vias vulgaris.

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores albi.

Vulgo. *Stregonia*.

ORIGANUM.

1171. *VULGARE. L. Sp. Pl. p. 824. Hirsutum, pilis raris. Caule erecto superne ramoso: foliis ovatis subintegris glandulosis nervosis: spiculis globosis oblongisve jamdudum densis in panicula corymbosa: bracteis ovatis concavis glandulosis quadrifariam dispositis: calycis glandulosi fauce dense barbata, dentibus erectis subaequalibus.*

O. vulgare. Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 60. n. 167 - Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 196. n. 671. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 195. - O. sylvestre, Cunila bubula Plinii. Hort. Rom. t. 3. p. 75.

O. creticum. Spiculis elongatis prismatico-tetragonis.

O. vulgare β Bert. l. c. p. 196.

δ virens. Planta minor, spicis glomeratis, bracteis viridibus.

O. vulgare δ Bert. l. c. p. 196.

In collibus, arvis siccis, sylvaticis communis species et var. δ ; β in Piceno.

Perenn. Flor. Julio. Flores purpurascens.

Vulgo. *Origano, Regamo.*

Usus. Vis excitans, tonica, diaphoretica, emenagoga in Origano veteres agnoverunt, et in horum generibus morborum frequentius usurparunt: nunc vix in uso. Apud italos in obsoniis praestat, et praesertim ad aleces condiendas.

GALEOPSIS.

1172. *LADANUM*. L. Sp. Pl. p. 810. Pubescens. Caule erecto, ramis patulis: foliis lanceolatis linearibusque grosse remoteque serratis: fasciculis oppositis axillaribus multifloris, in spica et magis inferius laxa: calycis tubulosi dentibus subulatis subaequalibus spinosis: corollae galea laeviter emarginata.

G. Ladanum. Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 193. n. 657. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 125.

β intermedia. Planta minor, foliis ovato-oblongis subsessilibus serratis

G. Ladanum β Bert. l. c. p. 126.

In montium messibus, et in Urbe ad Tyberim, β in sepibus apenninorum *Castelluccio.*

Ann. Fl. Julio-Augusto. Flores rosei.

1173. *TETRAHIT*. L. Sp. Pl. p. 810. Caule erecto ramoso, retrosum hirsuto, ramis patulis adscendentibus, internodiis superne tumidis: foliis ovato-acuminatis serratis hirsutis, superioribus ovato-oblongis: fasciculis oppositis axillaribus paucis multifloris in spica apice congesta inferius laxa: calycis tubulosi tandem campanulati, dentibus aequalibus rigidis spinosis: corollae galea serrulata.

G. Tetrahit. Sang. Cent. tres p. 83. n. 286. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 128.

In montium arvis. *Caduta delle Marmore; in Monte Genaro* copiosissima.

Ann. Flor. Julio. Flores rubelli, labio inferiore albo, variegati, vel toti albi.

MENTHA.

1174. *SYLVESTRIS* L. Sp. Pl. p. 804. Cano-tomentosa. Radice repente: caule erecto superius ramoso: foliis subsessilibus ovato-lanceolatis lanceolatisve argute serratis: fasciculis oppositis multifloris in spicis densis elongatis inferius interruptis terminalibus axillaribusque: bracteis lineari-lanceolatis: dentibus calycinis lineari-setaceis.

M. sylvestris Bert. Fl. It. t. 6. p. 88.

β Major. Spicis crassiusculis elongatis subcontinuis: foliis molliter pubescenti-lanuginosis, inferioribus subcordatis.

M. sylvestris β. *Bert. l. c. p. 89* - M. sylvestris. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 191. n. 644.*

γ Minor. Spicis gracilibus: foliis brevioribus, ramis numerosis divaricatis. M. sylvestris γ *Bert. l. c.*

Species in pratis elatiorum montium *Vettore*, varietates communes in pratis et depressis.

Perenn. Fl. Julio, Augusto. Flores dilute purpurei.

Vulgo. *Menta salvatica, Mentastro.*

1175. *MACROSTACHYA* *Ten. Fl. Nap. t. 2. p. 30. tab. 56.* Pubescens. Radice repente: caule erecto superne ramoso: foliis ellipticis rotundisve subsessilibus crenatis rugosissimis: fasciculis oppositis multifloris in spicis cylindricis densis quandoque basi interruptis, terminalibus lateralibusque: bracteis linearibus acuminatis: dentibus calycinis acuminato-subulatis.

M. macrostachya *Bert. Fl. It. t. 6. p. 91* - M. rotundifolia *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 191. n. 645.*

β elliptica. Foliis late ellipticis.

δ oblonga. Foliis minoribus elliptico-oblongis.

In pratis depressis, ad Tyberim, ad fossas communis tam species, quam varietates.

Perenn. Flor. Julio-Augusto. Flores albo-purpurascens.

Vulgo. *Mentone.*

1176. *VIRIDIS* *L. Sp. Fl. p. 804.* Glabra. Radice repente: caule erecto ascendente valde ramoso: foliis sessilibus vel breviter petiolatis lanceolatis serratis: verticillis oppositis multifloris in spicis cylindricis basi interruptis terminalibus: bracteis superioribus lanceolatis, fasciculis, longioribus, superioribus lanceolato-linearibus, brevioribus: calycis glandulosi dentibus lanceolatis subulatis.

M. viridis *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 191. n. 646* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 93.*

In humidioribus secus vias non infrequens, et in hortis culta.

Perenn. Flor. Augusto. Flores purpurascens.

Vulgo. *Menta romana.*

1177. *HIRSUTA* *L. Mant. 1. p. 81.* Pubescens vel hirsuta. Radice late repente: caule inferius decumbente et ad nodos radicante, superius ascen-

dente-ramoso: foliis petiolatis sessilibusque ovatis serratis quandoque cordatis: corymbis axillaribus oppositis in capitulis terminalibus, lateralibusque, terminalibus 2-3 superimpositis: bracteolis lanceolato-linearibus: laciniis calycinis lanceolato-acuminatis.

M. hirsuta *Fl. Rom. Prod. p. 191 n. 647 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 95.*

β pubescens. Foliis molliter pubescentibus, capitulis majoribus, bracteolis ovato-acuminatis.

In aquosis aud frequens. *Presso la sponda del Tevere extra portam Flaminiam. β in alpinis. Al fonte del castelluccio di Norcia.*

Perenn. Flor. Julio-Augusto. Flores purpurascens.

Vulgo. *Menta aquatica.*

Obs. Odor camphoratus suavis, sapor fervens.

1178. *PULEGIUM L. Sp. Fl. p. 807.* Pilosa, quandoque hirsuta. Radice repente: caule inferius decumbente et radicante, superius erecto valde ramoso: foliis ovatis obtusis breviter remoteque serratis, quandoque oblongis: fasciculis oppositis multifloris capitulos simulantibus in spicis numerosis interruptis: calycis tubulosi dentibus ovato-lanceolatis ciliatis.

M. Pulegium *Seb. et. Maur. Fl. Rom. Prod. p. 192. n. 648 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 102 - Mentha aquatica seu Pulegium vulgare. Hort. Rom. t. 3. tab. 49.*

In humidis et ad ripas Thyberis frequens.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores purpurascens.

Vulgo. *Pulegio.*

Usus. Omnes Mentharum species oleo volatili replentur, distillationis ope, commercio tradito, sub nomine olei M. Piperitae, eo quod prae aliis speciebus abundet in M. Piperita L. anglicarum regionum indigena. Huic speciei valde affinis M. viridis nostra, et sub hoc nomine *Menta peperita* in Italiae hortis colitur ad oleum educendum, quo pastillos et belliarum condimus. Omnibus Mentharum speciebus vis tonica corroborans antiseptica a Medicis tributa, qua de earum aqua stillatitia in histeria, colica, vomitu frequentius habita; nunc parum in usu. Oleum istud insecta enecat, uti evenit de aliis oleis essentialibus, et M. Pulegium suum nomen obtinuit, eo quod ad Pulices destruendas jam a vulgo planta usurpabatur.

(Continua)

FISICA — Sulla polarità elettrostatica. Quarta comunicazione del prof. P. Volpicelli.

§. I.

Perchè meglio s'intenda il significato, e la utilità scientifica delle nuove sperienze, che formano il soggetto di questa mia quarta comunicazione, mi necessita richiamare alla memoria taluni dei risultamenti da me ottenuti, e riferiti nella terza, e nell'appendice alla medesima, sull'attuale argomento. Per tanto nella sessione III.^a, del 7 febbraio 1858 (1), feci conoscere che sviluppassi nella cera di Spagna una polarità elettrostatica, da me chiamata *successiva*, ottenuta stropicciando la detta cera colle dita, e senza involucro di sorta: sviluppassi cioè nella medesima sostanza, per un attrito leggiero la elettricità positiva, e per un attrito forte la negativa. Inoltre avvertivo che a produrre la elettricità positiva nell'indicato modo, era necessario che quella sostanza mostrasse, prima di subire l'attrito, uno stato di elettricità perfettamente neutro. Facevo di più osservare che con questo mezzo stesso, passavasi dal positivo al negativo per l'intermedio della tensione zero, praticando, ben'inteso, un attrito gradatamente sempre più forte. Riferivo eziandio che sviluppata una volta la elettricità negativa, non eravi più modo, qualunque fosse l'attrito colle dita nude praticato sulla cera di Spagna, di svolgere sulla medesima la elettricità contraria, cioè la positiva; salvo qualche raro caso, in cui si era ottenuto il cangiamento dal negativo in positivo, il quale tornando per mezzo di un attrito maggiore ad essere negativo, non erasi più potuto rendere di nuovo positivo. Dissi che il vetro ed il zolfo non offrivano punto il curioso fenomeno di cui parliamo; quindi opinai che il medesimo sembrava essere proprio delle sole resine; feci conoscere che questi fatti ottenevansi pure se le dita venivano ricoperte di lana, e che tanto il condensatore di Volta, quanto l'elettroscopio a pile secche, avevano ambedue servito a dimostrarli. Tutto ciò fu partecipato anche all'accademia delle scienze dell'I. istituto di Francia (2).

Nella sessione V.^a dell'11 aprile 1858 (3), in appendice a quanto avevo annunciato nella sessione precedentemente citata, davo estensione maggiore al fenomeno della polarità elettrostatica successiva, ottenuta colla cera di Spagna. Facevo in fatti conoscere che ricoprendo le dita con un guanto di

(1) V. questi Atti T. XI pag. 143.

(2) Comptes Rendus T. XLXI, séance du 15 mars 1858, p. 533, *troisième observation*.

(3) V. questi Atti T. XI pag. 270.

lana tessuto, e stropicciando con esse l' estremo qualunque di un bastoncello della detta cera, si otteneva il positivo od il negativo dalla medesima, secondo che l' attrito era debole, o forte; però in guisa che potevasi avere un'alternativa indefinita di positivo e negativo, per un'alternativa simile di strofinio, praticato una volta fortemente, un'altra leggermente sul medesimo estremo della stessa composizione resinosa. Quindi è che chiamai polarità *alternativa indefinita* questo singolare fenomeno, che a me sembra del tutto nuovo, sebbene la elettricità di attrito siasi da tanti studiata, e per tanto tempo ricercata.

§. II.

Oggi ho l'onore comunicare all'accademia parecchi altri fatti che potete riconoscere, mediante le ulteriori sperienze, da me istituite sull'attuale argomento che perciò diverrà più esteso; e sono i seguenti.

1.° Oltre la cera di Spagna (1), vi ha e la gomma lacca (2), e la resina

(1) La cera di Spagna è composta essenzialmente di gomma lacca, unita colla trementina, perchè sia più fusibile e meno friabile. Per le cere rosse, o poco colorite, s'impiega della gomma lacca chiara, mentre per le nere si adopera bene la gomma lacca molto scura, la quale costa meno. La cera di Spagna rossa e sopraffina, si prepara fondendo quattro parti di lacca in una capsula di ferro, posta sopra un fuoco di carbone dolce, aggiungendovi una parte di trementina di Venezia, e tre parti di vermiglione, sorta di minerale (solfuro di mercurio) avente colore rosso e vivissimo, quindi si agita continuamente. Quando la materia colorante si è bene uniformemente distribuita nella massa resinosa, se ne formano pezzi di 250 gramme ciascuno, che si rotolano sopra una tavola di marmo riscaldata per disotto, e che si riducano levigati sopra un altro marmo, per mezzo di una tavola di legno duro, munito di manubri, e che dicesi levigatore. Quando la massa è stata ridotta in cilindri di una conveniente grossezza, si pongono questi fra due riverberi di elevata temperatura, perchè i cilindri medesimi divengano brillanti nelle superficie loro, poi si tagliano ad una giusta lunghezza. Per le cere rosse comuni viene sostituito al vermiglione il minio (doutossido di piombo), od anche il *colcotar* o *rosso d'Inghilterra* (perossido di ferro). Si rimpiazza pure la gomma lacca totalmente od in parte con un mescolgio di colofonia e creta, o gesso polverizzato, e qualche volta il gesso e la creta sono rimpiazzati dal sottocloruro di bismuto, lo che dà una cera di migliore qualità. Abbiamo voluto qui ricordare quali sieno gl'ingredienti di cui si compone la cera di Spagna, e come possa variare la sua composizione, onde poi fare osservare che qualunque sia questa, sempre il fenomeno della polarità alternativa riesce bene con essa, purchè si adoperino le necessarie cautele.

(2) La gomma lacca, o resina lacca piatta, ovvero in isquame, trasuda essa da vari alberi dell'India, in seguito di punture fatte dalla femmina di un insetto emiptero, detto *coccus lacca*: si citano fra questi alberi il *Ficus religiosa*, ed il *Ficus indica*; ma il *Croton laciferum* è quello che pare fornisca questa resina in maggiore abbondanza.

scialappa, le quali offrono ambedue la medesima polarità *alternativa* indefinita, quando si sperimenti sulle sostanze stesse nell' indicato modo. Quest'ultima resina proviene da talune specie di *convolvulus jalappa*, pianta che indigena cresce a Jalappa, a Vera-Crux, nella Florida, nella Carolina, ecc. Il sig. Jonhston trova erronea l'asserzione del sig. Cadet di Gassicourt, per cui la resina scialappa (*jalap*) sarebbe composta di due resine, delle quali solo una riescirebbe solubile nell'etere. Il medesimo chimico inglese prepara questa resina nello stato di maggiore purezza, tagliando la radica della pianta in minuti pezzi, e facendo restar questi nell'alcool freddo per un tempo sufficiente in digestione. Quindi fa evaporare il liquido, e tratta il residuo per mezzo dell'acqua bollente, che ne scioglie due terzi. Il nuovo residuo è completamente solubile nell'etere, e la resina, ottenuta evaporando questa soluzione, risulta come siegue: carbonio 56,80 — idrogene 8,21 — ossigene 34,96. La resina scialappa da me adoperata è quella di commercio, la quale non è pura, ma espressamente alterata mediante la colofonia, la pece, la resina dell'agario, e l'aloè.

Ho trovato che le tre sopra indicate resine si comportano tutte ugualmente, cioè che stropicciata ognuna con *qualunque* siasi tessuto, fornisce la elettricità positiva se lo stropicciamento sia leggiero, e qualche volta giova che sia pure celere alquanto; fornisce poi la negativa se il medesimo sia fortemente praticato; e che quest'alternativa continua quanto si vuole.

2.° Ho voluto sperimentare eziandio colle altre seguenti dieci resine, cioè colla resina *capale dura*, che scorre spontaneamente dall' *hymenoea verrucosa* — colla resina *elmi*, che si estrae dall' *amyris elemifera*, arbusto dell'America meridionale — colla resina *guaiaco*, la quale viene fornita dal *guayacum off.* — colla resina *mastiche*, che si ottiene dal *pistacea lentiscus*, albero che cresce nel Levante, ed in particolare nell' isola di Chio — colla *pece greca* (*calophonia off.*) — colla *ragia di pino* (*resina flava, seu pini off.*) — colla *sandracca*, che si estrae dal ginepro, *juniperus communis*, e secondo Desfontaines dal *thuya articulata*, che cresce in Barbaria — colla resina *sangue di drago*, che viene fornita da talune piante delle Indie orientali, e dell'America spagnuola, le quali sono il *calamus rotang*, il *calamus draco*, la *dracena draco*, ed il *petrocarpus draco* — colla resina *dammara*, la quale credesi che provenga dal *pinus dammara*, o del *dammara alba*, alberi indigeni delle Indie orientali — colla resina *taracmacca*, che si estrae secondo Linneo dal *populus balsamifera*; ma più probabilmente dalla *fagara octandra*. Tutte queste resine, quali si vendono in com-

mercio, furono stropicciate più o meno forte con diversi tessuti, e dettero sempre il negativo; perciò non presentarono mai la polarità elettrostatica, nè alternativa, nè successiva: cioè non potei fin ora ottenere mai dalle medesime il positivo.

Dicasi altrettanto dell'ambra, sostanza che deve considerarsi come una resina fossile: trovasi essa nei terreni di argilla plastica, e nelle parti inferiori dei terreni cretacei: si raccoglie specialmente nelle coste meridionali del Baltico in Prussia. Qualunque sia stata la specie o la energia dell'attrito da me fin'ora praticato su questa sostanza, non sono mai riuscito a produrre in essa la polarità di cui parliamo, e sempre si svolse dalla sostanza medesima la elettricità negativa. Però è probabile che l'ambra si comporti come vedremo in appresso comportarsi il vetro, cioè che quella polarità la quale non può svilupparsi con aste della lunghezza di circa due decimetri, si svilupperebbe se potesse operarsi l'attrito sopra una lunghezza maggiore.

Sarebbe utile assai che uno studio, sotto il punto di vista della polarità elettrostatica di cui parliamo, fosse istituito sulle varie resine, che sono tante; considerandole nello stato di maggiore loro purezza: ciò darebbe forse luogo ad una nuova classificazione per le medesime. Inoltre dovrebbero esse considerarsi anche nelle diverse mescolanze fra loro, e rispetto ad altre modificazioni tanto meccaniche quanto fisiche, cui possono andar soggette, onde vedere se e come possa verificarsi la indicata polarità con questi mezzi. Sarebbe pure utile sperimentare in ambienti, di temperatura molto inferiore a quella dello zero del centigrado; perchè molto probabile deve riguardarsi, che quelle resine le quali si ricusano a mostrare la polarità in una temperatura, la presentino in un'altra molto inferiore alla prima. Uno studio di tal fatta esige molto tempo; e dobbiamo perciò limitarci a proporlo soltanto, non potendolo noi stessi effettuare completamente.

3.° Per isviluppare con sicurezza il fenomeno della polarità alternativa nelle tre indicate resine, fa d'uopo prendere un estremo del bastoncello di qualunque delle medesime con due dita, e quindi stropicciare più o meno forte l'altro estremo per una certa lunghezza, mediante le due dita dell'altra mano; le quali potranno essere o nude, o ricoperte di *qualunque* siasi tessuto. Ciò generalizza molto quello che dicemmo in proposito nell'appendice alla terza nostra comunicazione sopra citata sull'attuale argomento. Affinchè il fenomeno si manifesti meglio, sembra favorevole che il tessuto col quale si vuole produrre lo strofinio, stia bene aggiustato alle dita pollice ed indice, cogli estremi delle

quali si deve produrre l'attrito. Fra le sostanze, colle quali ricoprendo le dita non riesce la polarità indicata nel modo che dichiarammo, si deve annoverare il pelo naturale delle pelliccie, come pure la gomma elastica. Nel primo caso la elettricità sviluppata dalla resina, sia debole sia forte l'attrito, è stata da me trovata sempre negativa, e nel secondo quasi sempre positiva, con qualche eccezione di cui parlavamo fra poco (11.°).

4.° Alcune volte, specialmente quando le aste delle tre indicate resine sieno state molto in riposo, poste cioè sopra due fili metallici tesi paralleli, cosicchè abbiano perfettamente acquistata la tensione zero, ossia lo stato di elettricità neutro; allora benchè l'attrito prodotto cogl' indicati mezzi, ed anche colle dita nude sia forte, si ottiene tuttavia il positivo; il quale in alcuni casi non rari continua pure a svolgersi, quando anche l'attrito stesso notevolmente siasi rafforzato, e non si ottiene il negativo altro che per un attrito fortissimo. Poscia l'attrito leggerissimo produce con gran facilità il positivo, un attrito meno forte del primo dà il negativo, e così di seguito per modo, che la polarità alternativa indefinita si ottiene poi, con una successione di attriti, non molto differenti fra loro per energia.

5.° Pare assolutamente che la levigatezza e compattezza delle superficie resinose, costituisca se non una indispensabile circostanza per la produzione del fenomeno, al certo una condizione assai favorevole pel medesimo. In fatti lo zolfo che non può ricevere questa levigatezza e compattezza, le molecole del quale, quelle almeno che sono in superficie, si disgregano facilmente per lo strofinio, distaccandosi dal tutto appena elettrizzate, non mi ha fin'ora presentata la polarità di cui parliamo, e forse non potrà mai presentarla, per le ragioni che ora indicammo.

6.° Dalle precedenti sperienze adunque si è trovato che l'attrito leggerissimo nelle tre indicate resine, non solo produce nelle medesime il positivo, ma eziandio estingue in esse il negativo quando vi sia; e che l'attrito forte genera l'opposto, cioè non solo produce il negativo, ma estingue pure il positivo quando vi abbia sulle resine stesse. Inoltre questo effetto è tanto più pronto e rimarchevole, quanto più l'aria e la materia stropicciante sono *coibenti*. Dopo ciò chiaro apparisce che non più fa d'uopo verificare la condizione da me imposta nella mia terza comunicazione su questo argomento, cioè che la cera di Spagna devesi trovare nello stato di elettrica tensione perfettamente nulla, onde poter generare in essa coll'attrito il positivo; poichè qualunque polarità, sia successiva, sia alternativa indefinita, si potrà sempre svolgere senza la condizione medesima.

7.° Premendo leggermente colle due dita, sieno coperte o no di un tessuto qualunque, un bastoncino di resina delle tre indicate, se la sostanza resinosa conservi da qualche tempo lo stato perfettamente neutro, svilupperà, pel semplice attrito che accompagna questa leggiera pressione, la elettricità positiva. Continuando a premere sempre più, si passerà per lo zero, e quindi si avrà lo sviluppo di elettricità negativa; la quale, a quello che mi è sembrato, non si potrà più cangiare in positiva per l'affievolimento della pressione stessa: laonde non si avrà in questo caso altro che lo sviluppo di una polarità successiva. Pare che la polarità alternativa esiga un attrito longitudinale, cioè praticato con una sufficiente ampiezza sulle superficie resinose. Crede Coulomb (1) che una passeggera compressione disponga il corpo strofinato piuttosto all'elettricità positiva: noi però crediamo, appoggiati alle riferite nostre sperienze, che l'attrito, compagno indivisibile della pressione, sia la sola causa che dispone la superficie del corpo in tal caso allo stato elettro-positivo, e che la conduce nello stato medesimo; non già la pressione.

8.° Sebbene il fenomeno della polarità riesca meglio assai nei giorni di aria secca e fredda, tutta via non è mai mancato del tutto negli altri giorni, ed in qualunque stagione; solo in quelli umidi, assai diminuisce. Quando però le condizioni atmosferiche sono favorevoli, trovasi più e più volte che, a cangiare il positivo in negativo, non occorre giungere sino al contatto colle dita ricoperte di un tessuto *coibente*; ma basta passare colle medesime lungo la superficie della resina senza toccarla, ed il più possibile ad essa vicino. Pare pertanto che l'elettrico negativo abbia la proprietà *in questo caso* di cangiarsi nel positivo, se un coibente che ricopre le dita passi a traverso l'atmosfera del negativo stesso, e molto presso la superficie resinosa, già divenuta negativa, ma senza toccare la superficie medesima.

9.° Il passaggio dal positivo nel negativo si fa sempre per l'intermedio dello zero nell'attuale fenomeno; e per veder ciò basta gradatamente aumentare l'attrito se debbasi passare dal positivo al negativo, e diminuirlo similmente, se debbasi fare il passaggio contrario. È necessario un poco di esercizio a raggiungere lo zero di elettrica tensione in questi passaggi, ma non è cosa difficile.

10.° Continuando l'attrito con una giusta energia, si può conservare per quanto si vuole il positivo nello stesso estremo della resina: dicasi altrettan-

(1) Biot *Traité* ec. T. 2.° pag. 356.

to del negativo mediante un attrito più forte. Quindi modificando l'attrito convenientemente nell'uno e nell'altro estremo del medesimo bastoncino resinoso, può giungersi a stabilire una polarità elettrostatica alternativa, e permanente quanto si vuole negli estremi stessi; cosicchè uno sia positivo l'altro negativo ad un tempo, e viceversa. In genere lo sviluppo del positivo riesce minore del negativo; però possiamo anche ottenere che la intensità del positivo eguagli quella del negativo, accrescendo quanto fa d'uopo l'energia dell'attrito per la produzione del positivo, e diminuendola in simile guisa pel negativo. Ed in fatti abbiamo da queste ricerche sperimentali, che il positivo ancora può crescere per due cagioni, cioè tanto aumentando fra certi limiti e gradatamente la energia dell'attrito atto a produrlo, quanto prolungando l'esercizio di questo attrito, con una certa destrezza che si acquista colla pratica.

11.° Mi è avvenuto più di una volta, che stropicciando i bastoncini di resine colla gomma elastica, questi non solo si mostravano sempre positivi, ma perdevano la facoltà di tornare negativi, quando fortemente venivano stropicciati coi diversi tessuti, coi quali prima davano il fenomeno della polarità alternativa indefinita. La cera di Spagna stropicciata colla gomma elastica offre per lo più il positivo per quanto forte si stropicci; ed alcune volte il negativo per uno strofinio meno forte; però non mancano dei casi nei quali si verifica il contrario. In ogni modo non è la polarità elettrostatica alternativa indefinita quella che con questi mezzi può verificarsi; ma solamente l'altra che dicemmo successiva; perchè colle indicate due sostanze non mi è riescito mai veder bene la protrazione del fenomeno di cui parliamo.

12.° Riscaldando con una lampada a spirito la cera di Spagna, senza però farla perdere la tenacità, cioè senza renderla flessibile o plastica, essa perdeva nel momento la facoltà di sviluppare il positivo per l'attrito leggero; e dava invece il negativo. Però dopo seguito il raffreddamento, il fenomeno della polarità si produceva di nuovo nella stessa cera. Ciò mostra che nelle resine l'aumento della temperatura è contrario all'indicato fenomeno, e perciò quelle che non producono il fenomeno stesso, potranno forse manifestarlo, se vengano sperimentate in un ambiente di temperatura più bassa.

13.° I risultamenti sperimentali ora esposti furono da me ottenuti operando tanto l'elettroscopico di Bohnenberg, quanto l'elettrometro condensatore di Volta. Però il primo di questi mezzi si presta molto meglio alle indicate ricerche, nelle quali non si tratta di misurare la quantità, ma bensì di riconoscere la qualità dell'elettrico sviluppato.

14.° Prendendo un bastone di cera di Spagna lungo circa un metro, e stropicciandolo fortemente con un drappo di lana, esso diviene tutto negativo: ma se col medesimo drappo si passi leggermente una o due volte, o quanto fa d'uopo sul medesimo bastone già divenuto negativo, si troverà elettrizzato in più da una parte, ed in meno dall'altra; cioè si troverà una sezione neutra sull'asta resinosa, e quindi una polarità *simultanea* sulla medesima.

15.° Ho voluto sperimentare questi fenomeni anche nel vuoto boileano, ed ecco in qual modo. Sul piatto della macchina pneumatica ho collocato l'elettroscopio di Bohnenberg, quindi l'ho coperto con una campana di quelle costrutte pel vuoto, il quale fu protratto sino ad un millimetro circa. Avevo collocato sulla base dell'elettroscopio stesso due recipienti con entro dell'acido solforico concentrato, per assorbire tutto il vapore acquoso: un filo metallico partiva dal bottone dell'elettroscopio, traversava la campana che ricuopriva l'istromento, e fuori di essa terminava in globetto. Ciò serviva per potere scaricare all'opportunità la lista d'oro pendente fra le due pile, mettendola con questo mezzo in comunicazione col suolo. Le pile secche private così d'aria e di umidità, hanno agito con maggior energia, e l'istromento divenne più sensibile, tanto perchè la lista d'oro non incontrava più la resistenza del mezzo, ed in fatti erano i suoi movimenti rapidi molto più dell'ordinario, quanto perchè l'energia delle pile sembrava nel vuoto cresciuta più che diminuita (1). Per tanto avendo sperimentato la polarità elettrostatica alternativa indefinita, sia nelle resine, sia nel vetro, nel modo e coi mezzi ora indicati, ottenni gli stessi risultamenti, ed anche più rimarchevoli nella quantità come sopra li ho riferiti. Ciò può servire a togliere qualunque dubbio che l'aria potesse mai prender parte nei movimenti della lista d'oro dell'elettroscopio in queste mie sperienze, la quale aria perciò non deve affatto riguardarsi come causa dei movimenti stessi. Ho in tale occasione istituito delle sperienze mediante le pile secche poste nel vuoto, e il più possibile spogliate di umidità

(1) Ciò non si accorda colle sperienze di Ermann, di Jager, e di Parrot indicate dall'illustre De la Rive nel suo trattato eccellente di elettricità teorica ed applicata (Paris 1856 T. 2.° pag. 794). Il chiarissimo Becquerel nel suo trattato di elettricità e di magnetismo (Paris 1855 T. 1.° pag. 61) dice « Les piles de ce genre cessent de fonctionner au bout d'un certain temps quand le papier a perdu toute sa humidité » Il nostro sperimento sopra indicato non è neppure d'accordo con questa conseguenza: esso però è una conferma di quanto si legge negli elementi pregievolissimi di fisico-chimica del ch. R. P. Pianciani (Roma 1844, T. 2.° pag. 32,33,34.)

mediante l'acido solforico concentrato presso le medesime. Non conosco se altri abbia sperimentato sulle pile stesse a questo modo, comunque sia farò conoscere i risultamenti delle mie sperienze in una delle prossime accademiche tornate.

§. III.

Nella mia terza comunicazione sulla polarità elettrostatica (1) dissi che il vetro non offriva il fenomeno di cui parliamo. Però le sperienze furono da me istituite allora sopra verghe o cilindri di vetro ordinario, lunghe non più di un bastoncino di cera di Spagna. Ed in fatti, salvo qualche caso eccezionale che pur s'incontra, il vetro di questa lunghezza non offre la polarità di cui parliamo. Però se vogliansi adoperare cilindri di vetro, ma sempre di superficie naturalmente levigate, qualunque sia la sua chimica composizione, lunghi circa un metro, e si stropicciano con peli di alcune pellicole, di quelle cioè che hanno pelo fino, si vedrà non senza sorpresa, che per l'attrito forte il cilindro acquista la elettricità negativa, e per l'attrito leggero lo stesso cilindro, nello stesso luogo, col medesimo pelo, e per lo stesso verso, acquista la positiva. Alternando sulla medesima verga questa diversa *quantità* di attrito, si alternano in essa le due qualità di elettrico indefinitamente; cioè si ottiene per tal modo pure col vetro la polarità elettrostatica alternativa indefinita. Ecco le principali circostanze che accompagnano l'indicato fenomeno.

L +

16.° Il pelo di volpe, di gatto, specialmente selvatico, e gli altri peli fini producono tutti, stropicciati sul vetro come si è detto, la polarità di cui parliamo. Più i peli sono folti, sottili e delicati, più il passaggio dal positivo al negativo è pronto.

17.° Se le aste di vetro non sieno di sufficiente lunghezza, cioè se non sieno più lunghe di tre decimetri, la polarità stessa non si produce in esse che rarissimamente, qualunque sia il pelo adoperato per lo strofinio; perchè sia piano, sia forte che si stropicci, sempre la elettricità ottenuta è positiva.

18.° Fra i vetri da me adoperati quello di Roma ordinario, che riesce verdognolo, meglio di tutti si presta per la produzione di questo fenomeno. Ed è ciò naturale, nè deve recar meraviglia, poichè come non tutte le resine (2.°), riescono egualmente a produrre la polarità alternativa, ed anche la successiva, così non tutte le sorta di vetri si prestano egualmente bene a dare

(1) Atti dell'accad. de' Nuovi Lincei, sessione III.ª del 7 feb. 1858, T. XI, p. 143.

il fenomeno di cui parliamo. Però, quando sappiasi acconciamente sperimentare, niun vetro si ricusa del tutto a fornire questa proprietà elettrostatica, cosa che non accade in tutte le resine, almeno alle temperature cui possiamo noi sottoporle alla esperienza. Il vetro bianco romanesco, produce il fenomeno meno bene dell'altro verdognolo, e più frequentemente si ricusa in certi casi a produrlo.

19.° Il negativo dal vetro si ottiene assai più facilmente col pelo fino delle pellicce, che non coi tessuti di lana: questi però più sono pelosi e meno difficilmente producono il negativo stropicciando forte assai; però dobbiamo ripeterlo, è molto difficile ottenere dalla lana il negativo, ma non impossibile. Del resto il cangiamento dal positivo al negativo mediante un attrito leggero e sempre facile. Accade non di rado che il negativo prodotto coi tessuti di lana, quando siasi cangiato in positivo per uno strofinio leggero, non torni più negativo anche per uno strafinamento energico il più possibile, ciò limita il fenomeno alla polarità da noi chiamata senza più successiva.

20.° Sia che lo stropicciamento facciasi nel senso del pelo, sia che facciasi a contrapelo, il fenomeno della polarità si produce sempre.

21.° Quando l'aria è umida, non può facilmente ottenersi dal vetro il positivo, perchè questo essendo prodotto con lento e leggero strofinio, viene dissipato e condotto appena si produce; mentre il negativo, perchè sviluppato da un attrito energico e rapido, può rimanere almeno in parte sull'asta di vetro.

22.° È necessario che la pelle cui aderisce il pelo sia bastantemente asciutta, perchè in altra guisa la elettricità positiva, la quale procede da uno strofinio leggero, è portata via dalla pelle stessa nell'atto medesimo che si sviluppa, ed allora si ottiene solo la negativa per uno strofinio energico.

23.° Mentre la cera di Spagna, e qualche altra resina, offrono il fenomeno in proposito per mezzo dello strofinio di qualunque tessuto, ed anche della nuda pelle delle due dita indice e pollice, colle quali si *modifica* meglio che colle altre l'attrito; il vetro manifesta il fenomeno stesso con più limitazione, cioè solo per mezzo dello strofinio del pelo fino di molte pellicce, ed anche, ma con assai maggior difficoltà, mediante qualche tessuto di fina lana con pelo.

24.° Pare che il pelo delle code, specialmente di volpe, sia il migliore per ottenere la polarità dal vetro, forse perchè sono più folte, e meno umide che non è il pelo aderente alle pelli.

25.° Riscaldante alla fiamma di alcool le aste di vetro, si facilita in esse la produzione del negativo, mediante lo strofinio forte col pelo delle pellicce indicate : ciò si accorda con quello che dicemmo delle resine (12.°). Ho riscaldato molto alla fiamma le aste di vetro, ed ho sviluppato, mediante il *boryonzò* bianco, nelle medesime la polarità alternativa: però ad avere il negativo faceva d'uopo un attrito energico assai.

26.° Se, stropicciando forte, si ostina l'asta di vetro a rimanere positiva, lo che non è raro ad accadere in certe giornate, e per circostanze poco facili ad assegnarsi; allora non vi sono altro che tre mezzi per ottenere il negativo, e quindi la polarità. Uno consiste nel riscaldare alla fiamma d' alcool la verga medesima, e poscia subito stropicciarla di nuovo fortemente col pelo, giacchè il negativo certo si avrà, e quindi collo strofinio debole il positivo, e così di seguito. Si otterrebbe lo stesso effetto, riscaldando al sole la pelliccia, colla quale non riusciva di aver il negativo per un energico stropicciamento; od anche riscaldando tanto il pelo, quanto l'asta di vetro, e poi lasciando raffreddare l'uno e l'altra, per un tempo che la pratica insegna. L'altro mezzo consiste nel cangiar pelo per lo strofinio, poichè sempre ve ne sarà uno acconcio in quelle circostanze, per dare il fenomeno; od anche servirsi di pellicce non adoperate mai per lo strofinio, giacchè questo a lungo altera il pelo, e può renderlo meno atto alla produzione del fenomeno. Il terzo poi riducesi a cangiar asta di vetro, scegliendola, o meno erta, o più lunga, o di una composizione, o di un'altra; che sempre si avrà una combinazione tale di mezzi, da ottenere finalmente l' effetto. Perciò quando si voglia sperimentare con sicurezza, si debbono avere in pronto molte verghe di vetro, sia di una, sia di un'altra natura, di varia grossezza, e lunghezza; così pure si debbono avere in pronto molte pellicce, giacchè a questo modo si riuscirà sempre. Però crediamo necessario tornare a dire, che fra i diversi vetri, quello più ordinario fabbricato in Roma, che riesce di color verdagnolo, è il più acconcio alla produzione del fenomeno stesso.

27.° Vi ha certamente una differenza fra le aste di vetro vuote, e quelle tutte piene; poichè quantunque le une e le altre offrano la polarità alternativa indefinita, pure meglio essa, e più facilmente si produce, nelle aste cilindriche piene, che non in quelle vuote. Questo fatto della minor disposizione, che hanno i tubi di vetro a manifestare la polarità, rispetto le aste pure di vetro ma piene, si lega bene coll'altro simile, pel quale un tubo di vetro, quando

abbia le interne pareti ricoperte di umidità, non si può elettrizzare sensibilmente collo strofinio (1).

28.° Vi ha pure una differenza fra le aste cilindriche di vetro piene, in riguardo alla loro ertezza. Le più disposte a dare il fenomeno, sono quelle di cui la sezione trasversale ha un raggio non maggiore di un centimetro circa. Crescendo questo raggio cresce la difficoltà in alcuni casi di avere la polarità, non solo perchè cresce la superficie del vetro stropicciato, lo che pare non essere favorevole al fenomeno; ma pure perchè cresce il peso della verga, la quale perciò è meno facile ad essere maneggiata con quella destrezza, leggerezza, e vibrazione che si esige in questa specie di strofinio, per ottenere l'effetto. Con tutto ciò mi è riuscito, e mi riesce sempre, ottenere la polarità, da verghe di vetro lunghe circa un metro, ed aventi per ertezza un diametro anche di tre centimetri e mezzo.

29.° Le pelli ontuose al tatto, come quella di lepre, anche stropicciate fortemente sulle aste di vetro, si ostinano a produrre in queste il positivo più che le altre; ma i mezzi sopra indicati (26.°) e la energia dell'attrito riescono a rendere con esse pelli negativo il vetro; però non sempre la polarità così ottenuta riesce alternativa indefinita, ma per lo più successiva.

30.° Quando le condizioni atmosferiche, la combinazione della natura del pelo con quella del vetro, e le altre circostanze tutte sieno favorevoli alla produzione del fenomeno, cosa che s'incontra quasi sempre quando abbiani molti vetri e molte pellicce a disposizione; allora la più piccola differenza di attrito produce la polarità alternativa indefinita. È curioso in queste favorevoli circostanze vedere, che il negativo della verga vitrea, si può cangiare in positivo, anche facendo passare la medesima vicina molto al pelo, ma senza giungere a stropicciarlo; cioè facendo che scorra lungo l'atmosfera elettro-negativa della verga, senza giungere a formare attrito sulla superficie di essa. Vedemmo che lo stesso fenomeno si produce per mezzo delle resine (8.°), quando si operi con favorevolissime circostanze.

31.° Ho potuto anche verificare, che se le aste di vetro sieno rimaste per parecchi giorni senza essere stropicciate, allora esercitando l'attrito sopra le medesime coi peli delle indicate pellicce, non di rado si ottiene il positivo, ancorchè l'attrito sia ben forte, specialmente se la giornata sia fredda e secca; quindi è che in tal caso, a rendere la verga nello stato di

(1) Beccaria Eletticismo artificiale, p. 161, e seg., ediz. 2.^a, Torino 1772.

elettricità negativa, occorre un attrito fortissimo che in alcuni casi esige un braccio assai robusto. Ciò presenta un altro accordo con quello si è detto (4.º) delle resine.

32.º Quando l'aria è troppo asciutta, il riscaldare al sole, o con altro mezzo le pellicce, si oppone alla riuscita del fenomeno, e si ottiene sempre il negativo collo stropicciamento anche debolissimo. Sembra che in questo caso le pellicce medesime, divenute troppo aride, modificano in modo il pelo che le ricuopre, da perdere quella disposizione conveniente a dare collo strofinamento sul vetro il positivo. Ciò non deve recare meraviglia, giacchè il calorico e la siccità dell'atmosfera, modificano il tessuto superficiale delle sostanze organiche, specialmente quello dei peli delle pellicce; i quali così perdendo molto della flessibilità e morbidezza loro, divengono troppo ispidi e ruvidi, perchè possano in tal caso produrre l'elettrico positivo. Ancora più riesce difficile nelle giornate secche la produzione del fenomeno, se tanto le verghe quanto le pellicce che servono a stropicciarle, sieno prima esposte all'azione del calorico: allora è per lo più il negativo che si produce per un attrito qualunque. Non sono mancati però dei casi, nei quali col vetro bianco romanesco fu sempre ottenuto il positivo, qualunque fosse la energia dell'attrito; ma non si vide mai nelle circostanze ora indicate la produzione della polarità in proposito. Ciò si accorda bene col fatto, che le pellicce di pelo grosso non producono il fenomeno della polarità; e quelle così fatte da me sperimentate, mi hanno sempre dato il positivo. Inoltre se le verghe di qualunque, vetro si pongano al sole, o ad altra sorgente calorifica per ben privarle della umidità, e poi si stropicciano col pelo delle pellicce che non hanno subita l'azione solare, allora la polarità alternativa facilmente si verificherà nelle verghe medesime all'infinito.

33.º Un altro fenomeno di polarità elettrostatica s' incontra, strofinando le verghe di vetro col pelo delle pellicce: s' incontra cioè la polarità che io dico *simultanea*; la quale consiste nel prodursi ad un tempo sullo stesso cilindro vitreo, tanto il positivo quanto il negativo, per un medesimo strofinio, mediante il pelo di una pelliccia, di quelle acconcie alla produzione dei fenomeni che ci occupano. Non è facile vedere questo fatto nei vetri ordinari verdognoli ma qualche volta s' incontra in essi pure, specialmente quando molta energia di attrito faccia d' uopo renderli negativi. Però nel vetro bianco romanesco, e negli altri, questa polarità simultanea con facilità si manifesta, ed ecco in qual modo. Alcune volte stropicciando fortemente l' asta di vetro, essa non mostra in tutta la sua lunghezza la medesima elettrica ten-

sione, ma in una sua parte si trova positiva, ed in un' altra negativa. Può accadere che il positivo si trovi nell'estremo della verga opposto a quello che si tiene in mano, e può accadere il contrario. Altre volte succede che dopo avere nella verga prodotto il negativo con un forte strofinio, questa essendosi così elettrizzata in tutta la sua lunghezza, se assai leggermente si stropicci, passando collo stesso mezzo una o più volte sulla medesima, essa manifesta dopo ciò, la polarità simultanea, cioè in un estremo diviene positiva, ed in un altro negativa. L'estremo che riducesi negativo può essere tanto presso quello tenuto in mano, quanto l'opposto. Le canne di barometro molto lunghe, specialmente quelle di fabbrica inglese, danno la polarità simultanea nel modo che ora ho detto. Ciò presenta un altro accordo colle resine (14.°)

34.° Anche nel vetro la levigatezza delle superficie, come nelle resine (5.°), facilita molto la produzione del fenomeno; perciò le aste di vetro bianco romano essendo non bene levigate, mentre il contrario avviene per quelle di vetro verdognolo pure ordinario e romanesco, il fenomeno colle prime riesce meno sollecito e meno perfetto, di quello sia colle seconde; però non manca mai purchè si sappia sperimentare, avendo in pronto i mezzi opportuni ed indicati.

35.° Quando i peli delle pellicce sono inariditi per l'azione del calorico, allora può accadere che stropicciando fortemente con essi le verghe di vetro ordinario romano, queste presentino la polarità simultanea, e non quella che dicemmo alternativa indefinita. Il fenomeno della polarità simultanea diviene molto più interessante, se riflettasi avere il medesimo simiglianza grande con la produzione dei nodi, che dividono le concamerazioni ed i ventri nelle corde armoniche vibranti.

36.° Ho sperimentato coi cilindri di vetro a superficie scabra, cioè resa tale collo smeriglio alla ruota; ed ho trovato che i medesimi, stropicciati col pelo, si elettrizzano con difficoltà, e che per lo più manifestano elettricità negativa; però la polarità alternativa si manifesta pure nelle aste di vetro così modificate o scabre: cioè si ottiene delle medesime, per un attrito leggiero delle pellicce, la elettricità positiva, e quindi pel contrario la negativa; ma la prima è debole molto, e la sua produzione non così pronta come nel caso delle superficie levigate.

37.° Queste sperienze colle verghe di vetro sono molto faticose, quando specialmente, per circostanze che nè tutte, nè completamente si possono assegnare, una verga si ostini con qualunque attrito a dare sempre il positivo, perchè allora bisogna impiegare molta forza per avere cogli stessi mezzi la elettricità negativa. Del resto abbiamo già indicato (26.°)

gli artifici da praticare per vincere ogni difficoltà nella produzione del fenomeno ; a ciò dobbiamo aggiungere, che in genere quei fenomeni di polarità, i quali non possono in un dato giorno od in una data ora prodursi, certo i medesimi cogli stessi mezzi si potranno avere facilmente in un giorno diverso, od in un'ora diversa: così p. e. mi è accaduto non poter ottenere il fenomeno nelle ore antimeridiane, mentre il medesimo bene si manifestava nelle ore pomeridiane, o viceversa; perciò la produzione della indicata polarità, in una od in altra guisa operando, non manca mai.

38.° Dalle riferite sperienze apparisce, che la elettricità negativa, ottenuta per attrito dalle sostanze dielettriche, vetro e resine, corrisponde, tranne qualche eccezione pel vetro, ad uno strofinio energico ed esteso, perciò ad uno spostamento ampio delle molecole, poste in superficie di quelle sostanze che subiscono questo attrito. Il contrario avviene per la produzione del positivo nelle sostanze medesime, il quale corrisponde ad uno strofinio leggiero, e perciò ad un tenue spostamento delle molecole dielettriche, investite dall'attrito medesimo. Però in qualcuno dei corpi cristallizzati ho veduto, che si verifica il contrario. Lo spato d' Islanda, e la selenite, uno carbonato di calce cristallizzato in romboidi, l'altro solfato di calce di cristallizzazione lamellare, presentano ciascuno la polarità alternativa elettrostatica, stropicciati più o meno leggermente colle dita indice e pollice, ricoperte con un tessuto di lana fina, e ad esse bene aggiustato e stretto. Però la elettricità negativa si ottiene collo strofinio leggerissimo, e la positiva collo strofinio forte: operando in giornate favorevoli, queste due contrarie elettricità si alternano indefinitivamente. Può questo fenomeno anche ottenersi fissando l'estremo di un pezzo di flanella sopra una tavola, e tenendo l'altro estremo in mano; così formando con questo tessuto una specie di piano inclinato, che può divenire a volontà più o meno teso, lo che in alcuni casi giova per la facile produzione del fenomeno. Con questa disposizione se con due dita si prenda il cristallo per gli estremi suoi, ed una delle sue facce ben levigate si conduca leggermente sulla flanella, già tesa come si è detto, allora otterremo un debole ma sensibilissimo sviluppo di elettricità negativa, la quale si cangerà in positiva, se lo strofinio quanto fa d'uopo si rafforzi.

Questo fenomeno che, per quanto siasi sperimento da Haüy e dagli altri fisici sullo spato d' Islanda, rimase ai medesimi sconosciuto, riesce molto più delicato nella sua produzione degli altri fenomeni simili precedentemente descritti; ma con la pratica si giunge a verificarlo senza dubbio. La faccia del

cristallo su cui si sperimenta, dev'essere levigatissima, e priva di ogni solco benchè minimo; cioè non devesi trovare in essa degradazione di sorta.

Sarebbe utile istituire simili ricerche sopra gli altri cristalli, ed anche in riguardo alla stratificazione dei medesimi; però a me non è concesso il tempo necessario per queste indagini. Ho trovato che nel quarzo, tagliato comunque, non si verifica la polarità; ma solo che il medesimo grezzo, cioè scabro in superficie, stropicciato sulla flanella nell'indicato modo, fornisce la elettricità negativa; mentre il medesimo, quando sia ben levigato nelle facce, manifesta collo stesso mezzo la elettricità positiva, essendo qualunque nell'uno e nell'altro caso la energia dello stropicciamento, cioè tanto se debole, quanto se forte. Bisognerebbe vedere cosa si ottiene stropicciando le diverse naturali facce di cristallizzazione del quarzo colla flanella, non altrimenti che fu veduto nello spato d'Islanda, e nella selenite.

Tutte le sperienze che abbiamo riportate in questa comunicazione quarta, furono eseguite sia nel pieno, sia nel vuoto boileano, coll' elettroscopio di Bonenberg, che tanto bene e comodamente si presta nelle ricerche di questa natura; e nell'aria si fecero eziandio coll'elettrometro condensatore di Volta.

§. IV.

39.° Il fenomeno della polarità elettrostatica alternativa indefinita, ottenuto nel modo che abbiamo riferito, con aste sieno delle indicate resine, sieno di vetro, non può attribuirsi alla diversa temperatura prodotta nell'asta, per l'attrito maggiore o minore praticato sulla medesima. In fatti si giunge a questa illazione, considerando le circostanze che accompagnano il fenomeno; le quali, affinchè ognuno possa di ciò facilmente convincersi, vogliamo qui enumerare brevemente: 1.° Il fenomeno si può produrre bene assai mediante una piccolissima differenza fra i due attriti, e perciò senza differenza sensibile di temperatura. 2.° Le due contrarie elettricità possono succedersi rapidamente una dopo l'altra, ognuna per un solo ed unico strofinio, quindi senza variazione sensibile di temperatura. 3.° Quest'alternativa si può condurre in lungo quanto si vuole, per cui si può finalmente considerare ottenuta sempre alla stessa temperatura, specialmente se l'operazione si protragga molto. 4.° Le sostanze colle quali *meglio* si ottiene il fenomeno, essendo tutte non buone conduttrici del calorico, perchè organiche animali, questo non può sensibilmente diminuire nelle aste per lo strofinio leggiero fatto una sol volta,

e spesso rapidamente sulle medesime; tanto più che la sostanza stropicciata si trova sempre in contatto della mano, e conserva perciò sempre la medesima temperatura. 5.° I punti di elettricità neutra nelle aste di vetro, e perciò la polarità simultanea nelle medesime, si manifesta sempre a temperatura eguale in tutta l'asta, nè può essere altrimenti, avuto riguardo al modo col quale si produce (14.° e 33.°). Dicasi altrettanto della polarità simultanea ma successiva nelle aste di resina: questa si genera con due soli attriti, pochissimo differenti fra loro, uno dopo l'altro eseguiti nei due estremi dell'asta medesima; la quale perciò, se più volte si operi e sempre al rovescio sugli estremi suoi, tutta può rimanere alla stessa temperatura. 6.° Alcune volte per cangiare il negativo in positivo non occorre fare attrito sull'asta, sia questa di vetro, sia di resina; ma basta passare molto presso alla superficie di essa (8.° e 30.°), lo che non porta sensibile abbassamento di temperatura. 7.° Quando il positivo si voglia ottenere pel primo nelle aste di sostanza resinosa o vitrea, basta incominciare a produrre un attrito leggiero sull'asta medesima, lo che piuttosto aumenta la temperatura della sostanza stropicciata. In alcuni casi questo attrito può crescere molto (4.° e 31.°), e perciò aumentare molto la temperatura, senza che l'asta cessi di essere positiva. 8.° Avviene non di rado, che quell'asta di vetro, la quale ha dato facilmente il negativo con un attrito mediocre, si ricusi dopo uno o due giorni a produrre la stessa elettricità, stropicciata collo stesso mezzo, e con un attrito forte quanto si può, e quindi con un riscaldamento notevole dell'asta medesima; la quale potrà dare subito il negativo, se venga stropicciata con una nuova pelle, ma con minore attrito, e perciò se venga sottoposta ad un abbassamento di temperatura. 9.° Si può effettuare l'attrito con graduazione tanto poco crescente, da passar dal positivo al negativo per una debolissima differenza di energia; cosicchè debba riguardarsi l'asta in questo passaggio non aver cangiato la sua temperatura. In somma tutte le volte che si otterrà il passaggio da una in un'altra elettricità, incontrando lo zero di elettrica tensione, potremo essere certi sempre, che nel passaggio medesimo l'asta dielettrica non ha cangiato la sua temperatura.

Da tutto ciò si conclude che la differenza di calorico prodotto dall'attrito sull'asta, sia di resina sia di vetro, non può riguardarsi come causa del fenomeno; ma bensì come tale deve riguardarsi l'azione meccanica dell'attrito sull'asta medesima; e ciò perchè abbiamo veduto potersi la polarità elettrostatica di ogni sorta produrre solo con quest'azione meccanica; cioè sebbene l'asta conservi la

medesima temperatura, sebbene l'attrito per produrre il negativo diminuisca il calorico nell'asta, ed anche sebbene l'attrito per produrre il positivo cresca il calorico nella medesima. Non altrimenti già si concluse da Coulomb (1), Becquerel (2), e Müller (3), per alcuni altri fenomeni relativi alla natura dell'elettrico svolto per attrito. A noi, d'accordo in genere con questi autori, sembra che pei corpi non cristallizzati, la elettricità negativa possa corrispondere ad un maggiore allontanamento fra loro delle molecole superficiali di un corpo, e la positiva riferiscasi ad un allontanamento minore delle molecole del corpo stesso. Perciò secondo che le molecole stesse, per l'azione meccanica dell'attrito, potranno vibrare più o meno ampiamente, rispetto la *naturale* ampiezza delle vibrazioni loro, corrispondente allo stato di elettricità neutra, produrranno quell'effetto che noi chiamiamo elettricità negativa, o positiva. Cosicché potrà un medesimo corpo dielettrico stropicciato colla *medesima* sostanza, e *sempre nel modo stesso*, produrre il positivo, se l'attrito relativamente debole generi vibrazioni molecolari meno ampie rispetto le naturali; ed il negativo, se lo stesso attrito, ma relativamente più forte, le generi di maggiore ampiezza. Chiaro poi si manifesta in questa nuova ipotesi, che le vibrazioni medesime, non potranno da più divenir meno ampie, senza passare per l'ampiezza naturale, cui deve corrispondere la elettricità neutra; e questo fatto appunto si verifica nelle riferite sperienze.

Il calorico certamente deve, aumentando in un corpo, rendere le sue molecole più disposte ad oscillare con maggiore ampiezza, quando una causa meccanica, come appunto è l'attrito, intervenga per produrre in loro questo effetto. Perciò il calorico, se non erro, deve riguardarsi come una causa che favorisce in genere lo sviluppo della elettricità negativa nei corpi; ma la causa efficiente lo sviluppo medesimo, deve riconoscersi nell'azione meccanica dell'attrito, per la quale sono le molecole superficiali dei corpi, agitate più di quello che a prima giunta può sembrare. Quindi possiamo con plausibile ipotesi ritenere, che la causa per la quale un medesimo corpo stropicciato svolge, o la elettricità negativa, o la positiva, consista nell'ampiezza maggiore pel negativo, minore pel positivo, delle vibrazioni, concepite a cagione dello strofinio subito dalle molecole superficiali del corpo elettrizzato, rispetto l'ampiezza delle vibrazioni molecolari stesse, corrispondenti allo stato di elettricità naturale. Que-

(1) Biot *Traité*, eccl. t. 2.°, p. 354, e seg.

(2) *Ann. de chim. et phys.* T. XLVII, p. 128, 130, 132.

(3) Gehler's, *Phys. Wört.* art. *Elektricität*, p. 248.

sta maggiore o minore ampiezza, se lo stropicciato rimanga sempre lo stesso, e cangi solamente lo stropicciante, dipenderà e dalla quantità di moto comunicata per lo stropicciamento alle molecole superficiali, e dal tessuto molecolare delle superficie, fra le quali si effettua lo strofinio. Se poi non solo il corpo stropicciato, ma eziandio quello stropicciante rimanga sempre lo stesso, allora la maggiore o minore ampiezza indicata, dipenderà unicamente dalla quantità di moto impressa. Del resto come non avvi pressione senza che sia dall'attrito accompagnata, così non avvi attrito senza sviluppo di calorico; ma non può essere questo la causa primaria dei nostri fenomeni, bensì la quantità di moto impressa in copia maggiore o minore, alle molecole superficiali che ad un tempo genera elettricità, e calorico.

40.° Merita sia pure un'altra volta osservato che nelle riferite sperienze, l'attrito leggero non solo nel vetro e nelle indicate resine, genera il positivo, ma eziandio questo attrito cangia in positivo quel negativo già sviluppato nelle sostanze medesime.

41.° Le chimiche analisi e sintesi debbono riguardarsi come cause di conflitti e di agitazioni molecolari, quindi anche di sviluppi elettrici. Ora poichè il positivo ed il negativo si possono svolgere l'uno e l'altro fra due medesimi corpi stropicciati fra loro, solo cangiando la energia dello stropicciamento, cioè la quantità di moto impressa alle molecole dei medesimi; così possiamo rendere in certo modo ragione del perchè in chimica una medesima sostanza, secondo che si trova in una, od in altra combinazione, agisca o da elettropositiva, o da elettronegativa.

42.° Sempre più siamo dalle indicate sperienze, convinti, che gli epiteti di *vitrea*, e di *resinosa* dati alla elettricità, non esprimono l'essenziale carattere di queste forze naturali, potendosi l'una e l'altra delle medesime ottenere, tanto dal vetro quanto dalla resina, stropicciati sempre l'uno e l'altra colla medesima sostanza, ma solo cangiando la quantità di moto nello stropicciare.

43.° Risulta pure da queste mie sperienze che la classificazione, adottata in tutte le opere di fisica, ed in ogni trattato di elettricità, relativamente allo stato elettrico positivo o negativo dei corpi, sviluppato in essi per lo stropicciamento fra i medesimi, non può più riguardarsi esatto, almeno pei vetri tanto levigati, quanto scabri, e per le resine; giacchè queste sostanze stropicciate più o meno forte con un'altra sempre la stessa, possono dare tanto il positivo quanto il negativo. È poi probabile che altrettanto avvenga pure di altre sostanze oltre quelle ora da me sperimentate, lo che se troverò aver luogo, for-

merà il soggetto di una mia quinta comunicazione sulla polarità elettrostatica. Quindi è che a classificare i corpi secondo la natura della elettricità svolta per attrito dai medesimi, dovrà da ora in poi non solo riguardarsi alla natura dei corpi stropicciati e stropiccianti, ed alle condizioni fisiche delle superficie che fra loro stropicciano; ma pur anche alla quantità di moto che si svolge collo strofinio, secondo che questo è più o meno forte. Gli epiteti medesimi perciò debbonsi abolire del tutto nella dottrina elettrostatica, non altrimenti di quello avvenne per gli epiteti *idioelettrico*, ed *anelettrico*.

44.° La polarità elettrostatica da noi riconosciuta nel vetro, nella cera di Spagna, ed in qualche altra resina, manifesta una possibilità d'ingannarsi, nel riconoscere la natura dell'elettrico raccolto negli elettrometri, e negli elettroscopi; mentre accorda una maggiore importanza all'elettroscopio a pile secche. Questo infatti non avendo per nulla bisogno di una qualunque delle indicate due sostanze dielettriche, per farle servire come analizzatrici; trovasi al coperto di ogni equivoco potesse mai prendersi, nel valersi della elettricità svolta per attrito dalle sostanze medesime, a fine di riconoscere la qualità dell'elettrico raccolto negli istromenti che indicammo. Il criterio col quale si giudica la qualità dell'elettrico nell'elettrometro condensatore di Volta, ed in ogni altro elettrometro od elettroscopio, consiste nel paragonare l'elettricità ottenuta per attrito, sia dalla resine sia dal vetro, con quella raccolta nell'istromento, e dimostrata dalla divergenza degl'indici di esso; ma dalle sperienze riferite chiaro apparisce, che con questa pratica si potrebbe cadere in errore; cioè si potrebbe giudicare all'opposto del vero, la qualità dell'elettrico di che si carica l'istromento. Abbiamo veduto potersi ottenere collo strofinio, tanto dal vetro quanto dalla cera di Spagna, l'una e l'altra delle due elettricità; mentre prima che ciò fosse manifesto ritenevasi, che dalla cera di Spagna comunque stropicciata coi tessuti si otteneva sempre il negativo. Quindi oggi se l'analizzatore, cera di Spagna o gomma lacca stropicciata, si avvicini alle pagliette divergenti di un elettrometro, e queste divergano di più, dovremo solo a buon diritto concludere, la qualità dell'elettrico cercata essere positiva o negativa, secondo che lo strofinio produsse il positivo od il negativo nell'analizzatore; e perciò resteremo nel dubbio sulla cercata natura dell'elettrico. Inoltre se le pagliette medesime diminuiscono per lo stesso mezzo la divergenza loro, dovremo similmente concludere senza più, che in esse la elettricità sarà negativa o positiva, secondo che positiva o negativa sia stata la elettricità svolta per attrito nell'analizzatore; e la incertezza sarà la stessa di

prima. Perchè dunque il giudizio non sia dubbio, ed il criterio sia certo, fa d'uopo conoscere sempre bene la natura dell'elettrico svolto per attrito nella resina, che si adopera per analizzare; lo che si ottiene subito, per mezzo di un elettroscopio a pile secche. Senza questa certezza l'analizzatore resinoso, cioè la cera di Spagna o la gomma lacca, usato come sempre fu e suole usarsi, può condurre in errore, nel giudicare la natura dell'elettrico. Sarà questo errore avvenuto mai nelle innumerevoli ricerche di elettrostatica, per tanti secoli eseguite? Non è un impossibile che ciò sia successo. Adottando per analizzatore un bastoncino di zolfo, non si avrà la possibilità di errare col medesimo, perchè la polarità elettrostatica per attrito da questa sostanza non si ottiene; però la sostanza medesima è molto incomoda per la sua fragilità, e per altre circostanze. Torniamo dunque a dire che per togliere ogni dubbio, dobbiamo sempre munirsi di un buon elettroscopio a pile secche.

Termineremo questa comunicazione quarta sulla polarità elettrostatica alternativa ed indefinita, sia nelle resine sia nel vetro, coll'osservare, che questo nuovo e curioso fenomeno è un fatto, e forse il più rimarchevole, per avvalorare la ipotesi, che l'elettrico consista nel moto vibratorio delle molecole, e che la diversa natura di questo agente consista nelle ampiezze diverse delle vibrazioni molecolari. Concluderemo in fine ripetendo quello già da noi fu concluso nella prima comunicazione su questo argomento (1), cioè: come avvenga una polarità elettrodinamica, così pure avvenga una polarità elettrostatica, manifestata per mezzo di azioni meccaniche, le quali agendo indirettamente o direttamente sopra le sostanze dielettriche, comunicano alle molecole loro una maggiore o minor quantità di moto, e quindi una polarità elettrostatica.

(1) Letta nella sessione de' Nuovi Lincei del 22 gennaio 1834, e pubblicata nel T. V. di questi Atti, pag. 751.

COMUNICAZIONI

Lettera dell'astronomo sig. A. DE GASPARIS al prof. P. VOLPICELLI.

... Suppongo che si abbia un rifrattore montato parallatticamente, nel quale la celerità di rotazione attorno l'asse del mondo, prodotta da un meccanismo di orologeria, sia diversa in quella della sfera celeste, e che quest'ultima sopravvanzi la prima di un grado, a mò d'esempio, nell'intervallo di 24 ore. In tal caso due stelle che differiscono fra loro in Asc. retta di un secondo in arco, verranno successivamente ad occultarsi allo stesso filo del micrometro, nell'intervallo di 24 secondi in tempo. Si può dunque determinare la distanza conoscendosi il tempo della osservazione diretta.

Parrebbe che un tal metodo potesse dare, almeno nel caso delle stelle doppie, anche i centesimi di secondo, e potrebbe recar grandissimo vantaggio ad altre ricerche di astronomia siderale. Gli astronomi provveduti di mezzi potranno giudicarne.

Reale Specola di Napoli 1 del 1859.

Il prof. Volpicelli presentò in dono l'opera intitolata « *Cours de physique expérimentale* » da parte del distinto fisico di Ginevra il sig. F. Marcet, autore dell'opera stessa. Questo corso elementare di fisica già vide nel 1850 la sua quarta edizione, ed anche venne tradotto in italiano dal sig. Marsigli di Pontremoli. Fu su questo corso che si medellarono tutti gli altri elementari della scienza fisica, comparsi dopo, e destinati, come quello del sig. Marcet, ad iniziare i giovani nello studio più elevato della scienza medesima. L'opera che presentiamo comprende in un piccolo volume la esposizione chiara e concisa dei rami tutti della fisica particolare, non senza molte considerazioni utilissime, relative ai bisogni della vita civile. Non saprebbe mai raccomandarsi a bastanza lo studio di questo corso conscienziosamente redatto, ed unicamente per istruire, non già per commercio; il quale fin dalla prima sua edizione fu adottato in molti collegi della Francia.

Sul dizionario biografico del sig. POGGENDORFF. Comunicazione del prof. P. VOLPICELLI.

I dizionari biografici sono utilissimi per la storia, specialmente per quella che si riferisce alle scienze, anzi giovano assaissimo al progresso ulteriore della scienza medesima; però questi depositi degl' incrementi, che gl' individui della umana famiglia seppero arrecare alla civiltà, fa d' uopo che sieno compilati senza veruno spirito di parte; fa d' uopo che sieno sceverati da personali riguardi, e che abbiano la verità per unico scopo. Disgraziatamente non sempre così avviene in cosiffatte opere, le quali allora piuttosto che utili, riescono dannose alla società, e ne abbiamo a dì nostri un esempio recente. Però tutt'altro deve dirsi del dizionario biografico letterario, per servire alla storia delle scienze esatte, che si va pubblicando dal sig. Poggendorff. Questo distintissimo fisico ha cominciato la pubblicazione di un dizionario, contenente le indicazioni biografiche succinte, colle notizie bibliografiche di tutti coloro, che si occuparono di scienze esatte. Sotto questo nome il sig. Poggendorff comprende le scienze matematiche, e tutte le scienze di osservazione, che non si riferiscono allo studio della natura vivente. La mineralogia, e la geologia vi sono perciò contenute; ma la zoologia, la botanica, l'anatomia, la medicina, ecc. vi sono escluse.

Il principale merito di quest' opera consiste nella esattezza, che da molte notizie minute dipende, le quali è quasi sempre impossibile ad un solo riunire. Perciò il sig. Poggendorff si dirige a tutti gli scienziati per ottenere da essi, tanto le rettificazioni che potrebbero indicargli, relative alle pubblicazioni già fatte della sua opera, quanto le notizie per continuarla, e specialmente quelle biografiche e bibliografiche che riguardano loro stessi. Per contribuire nel miglior modo al buon successo dell'opera di cui parliamo, sarà utile riprodurre in italiano la nota, che l'autore dell'opera stessa pubblicò nel primo fascicolo della medesima, ed è la seguente

« Egli è naturale che tutti quelli dati allo studio delle scienze esatte, abbiano provato sovente il bisogno di conoscere le circostanze particolari della vita, di chi aveva in comune con essi un argomento. Ma nella maggior parte dai casi accade ai medesimi di doversi arrestare nelle ricerche loro, pel vuoto che presentano le storie pubblicate, non che gli autori che possono consultarsi. È cosa certa che anche le opere le più voluminose, come l'enciclopedia biografiche, non contengono altre notizie da quelle in fuori, che

riguardano la vita di chi divenne riputato per le sue scoperte, o pe' suoi lavori laboriosi nella scienza, o che divenne illustre per altri titoli. Ma si cercheranno in vano delle notizie di quelli autori modesti, che avendo lavorato in una sfera più umile, hanno coltivato le scienze esatte, e le hanno arricchite del frutto delle loro vigilie. Bisogna dunque per conoscere le particolarità relative a queste persone, risalire molto lungi alle sorgenti letterarie ed istoriche, lavoro assai penoso e difficile per mancanza di guida, e per la lungaggine delle ricerche, le quali ancora qualche fiata riescono sterili.

Si riceverà dunque con piacere un'opera, destinata particolarmente a facilitare e ad abbreviare il lavoro, per attingere le notizie biografiche e scientifiche intorno agli uomini, che si consacrano alle scienze esatte. L'autore ha pubblicato, già è qualche anno, come precursore della presente opera, una tavola cronologica col titolo « *Lebenslinien zur Geschichte der exacten Wissenschaften seit Wiederherstellung derselben* (Berlino 1853) » descrizione grafica, che differisce quanto alla idea primitiva e fondamentale, e che si limita alla scelta degli uomini più eminenti dei tre o quattro ultimi secoli; mentre nell'opera che ora offriamo, intitolata *Handwörterbuch*, si è stabilito il principio di menzionare senza distinzione tutti quelli, che si occuparono di scienze in proposito, e sui quali poterono aversi notizie biografiche esatte; condizione che deve procurare all'opera stessa un carattere di autenticità biografica, senza tuttavia che degeneri in un semplice catalogo di nomi, e di pubblicazioni. Per non dover prostrarre molto in lungo siffatto lavoro, e dare al medesimo una estensione troppo grande, al che un sol uomo non basterebbe, l'autore non si propose di dare delle biografie propriamente dette, o dei rapporti completi sui lavori scientifici. Quello che ha voluto egli dare agli amici della scienza, è un'opera di poca estensione, come non ancora ve ne ha una, e che dovrà possedersi da ogni scienziato, per potervi attingere positivi schiarimenti sulla vita, e sui lavori degli uomini, che si sono dati a studi comuni co' suoi. Questo libro indicherà pur anco le sorgenti, nelle quali si trovano informazioni più ampie.

Occupato costantemente da dieci anni, a raccogliere tutto quello che ha potuto egli trovare intorno al fine che si è proposto; fu per l'autore un gran vantaggio, poter cercare quanto gli faceva d'uopo nei tesori letterari e istorici della biblioteca reale di Berlino, e di essere secondato in ciò dagli amici che si diedero carico di fargli giungere delle notizie inedite, relative a contemporanei di numero bastantemente grande. Così l'autore poté riunire suf-

ficienti materiali perchè l'opera sua non riesca inferiore ad alcuna del genere medesimo. La nostra pubblicazione potendo rappresentare una collezione voluminosa di sorgenti biografiche, speriamo che potrà contribuire ad insinuare il gusto della storia nella sfera delle scienze esatte.

Pei molti cangiamenti, che di necessità dovranno prodursi mentre dura la stampa di quest'opera, essa potrebbe ancora venire arricchita, se le persone dotte ci volessero prestare il soccorso loro. Indirizziamo adunque a tutti i matematici, fisici astronomi, chimici, mineralogi, geologi, ec. che finora non hanno ricevuto speciale invito, la preghiera di trasmetterci al più presto delle notizie autentiche sulle persone loro. Gli editori dei giornali di matematica, e di qualunque altra scienza esatta, come pure i presidenti delle società e delle accademie scientifiche, coopererebbero al perfezionamento dell'opera nostra, diffondendo con zelo questo invito, per dare al medesimo tutta la pubblicità possibile. Inoltre noi riceveremo con riconoscenza le notizie di persone defunte, come ancora le indicazioni delle sorgenti, ove queste notizie potrebbero essere attinte. L'autore si farà un dovere utilizzare questi materiali, o nel testo, o nel supplemento dell'opera.

Si troverà sull'inviluppo del primo fascicolo della nostra opera, una formula per siffatte comunicazioni, la quale sarà pure separatamente impressa per essere riempita. L'editore ne offre degli esemplari a chi li desidera, i quali si possono da ognuno procurare per mezzo della posta, o dei librai. Si prega di affrancare tutte le lettere, che dovranno spedirsi o direttamente all'autore sig. Poggerdorff, professore nell'università di Berlino (Charlottenstrasse n.º 62), od al sig. J. A. Barth, libraio editore a Lipsia (*Leipzig*). Siegue la formula per le notizie inedite, che sono destinate all'opera sopra indicata.

1.º *NOME, E PRONOME* scritti per intero e chiari.

2.º *IMPIEGO, PROFESSIONE, O QUALITÀ* tanto presente quanto passata, e *DI-MORA*, avendo riguardo alle date cronologiche.

3.º *ANNO, GIORNO, E LUOGO DI NASCITA*.

4.º *INDICAZIONE DELLE FONTI* o scritti qualunque, ove si trovano già impresse delle notizie biografiche sulla persona.

5.º *INDICAZIONE DEI PRINCIPALI LAVORI*, particolarmente delle opere pubblicate, dichiarando il formato, l'anno, ed il luogo della pubblicazione. Quanto agli articoli che sono inseriti nei giornali scientifici, basterà indicare il titolo e l'anno del foglio in cui si trovano impressi. — Sebbene tali notizie si desiderino il più possibile complete, pure non sono esse tutte indispensabili.

COMMISSIONI

*Sul processo chimico del prof. MUNDO per la conservazione del legname,
presentato dai sig. PASQUALE e GIUSEPPE CAGIANO.*

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} N. CAVALIERI. S. BERTOLO, e G. PONZI *relatore*).

La commissione eletta dal comitato accademico, ad esaminare la domanda di proprietà dei signori Pasquale e Giuseppe Cagiano, pel processo chimico del prof. Mundo, diretto a conservare il legname, non essendo accompagnata dai campioni indispensabili a darne un giudizio, sono i commissari d'opinione che si abbia a respingere l'istanza, come non trovata conforme all'art. 8.º della legge del 3 settembre 1833.

L'accademia approvò questa opinione.

CORRISPONDENZE

La R. accademia delle scienze di Amsterdam, per mezzo del suo segretario sig. W. Vrolik, ringrazia per gli Atti de'nuovi Lincei pervenuti ad essa.

Il sig. Antonio Berardi della Mirandola, invia un foglio a stampa intitolato - Dei pronostici giornalieri delle stagioni dell'anno 1859.

Il sig. Quetelet segretario perpetuo della R. Accademia delle scienze di Brusselle, ringrazia per gli Atti de'nuovi Lincei da essa ricevuti.

Il sig. prof. N. Cavalieri S. B. presentò in dono all'accademia, da parte del ch: ingegnere idraulico sig. Elia Lombardini, le seguenti opere del medesimo.

Intorno al sistema idraulico del Po, - 1840.

Altre osservazioni sul Po - 1843.

Importanza della statistica dei fiumi - 1846.

Sulla amonimia dei fiumi dell'Italia, e della Francia - 1851.

Dei cangiamenti del Po nel Ferrarese - 1852.

Progetti d'acque irrigue nel Cremonese - 1858.

Inondazioni avvenute nella Francia - 1858.

COMITATO SECRETO

Il comitato accademico propose per la elezione di uno fra i trenta soci ordinari la terna seguente *ex aequo*, e per ordine alfabetico, composta dei signori

Diorio Dott. Vincenzo, professore di zoologia nella università romana.

Latini Vincenzo, chimico.

Monsignor Nardi, geografo fisico.

Quindi per mezzo dello squittino segreto, i votanti essendo 16, risultò
pei signori

	Voti	
	Bianchi	Neri
Diorio Dott. Vincenzo	3	13
Latini Vincenzo	11	5
Monsignor Nardi	12	4

Laonde fu eletto Monsignor Nardi, salva l'approvazione sovrana.

In seguito il comitato stesso propose, per un'altra simile elezione, la terna seguente *ex aequo*, e per ordine alfabetico, composta dei signori

Cadet Dott. Socrate, professore di fisiologia nella università medesima.

Diorio Dott. Vincenzo, professore di zoologia nella università romana.

Latini Vincenzo, chimico.

Per mezzo dello squittino segreto, si ebbe la votazione che siegue, i votanti essendo 17.

	Voti	
	Bianchi	Neri
Cadet Dott. Socrate	7	10
Diorio Dott. Vincenzo	7	10
Latini Vincenzo	15	2

Quindi risultò eletto il sig. VINCENZO LATINI, salva l'approvazione sovrana.

L'accademia, invitata dal signor presidente, procedette alla nomina di una commissione di tre membri, per l'esame del consuntivo, che si riferisce alla gestione amministrativa del 1858. Dalla votazione fatta per ischede, la commissione stessa venne composta dei signori

Prof. D. Ignazio Calandrelli.
Monsignor L. Ciuffa
Prof. G. Pieri

L'accademia riunitasi in numero legale a un ora pomeridiana, si sciolse dopo 2 ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — C. Maggiorani. — G. Ponzi. — L. Ciuffa. — B. Tortolini. — A. Coppi. — N. Cavalieri S. B. — S. Proia. — P. A. Secchi. — E. Fiorini. — B. Viale. — P. Sanguinetti. — C. Sereni. — M. Massimo. — I. Calandrelli. — G. Pieri. — G. B. Pianciani.

Publicato il 14 Aprile 1859.

P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

- Giornale del Gabinetto letterario dell'ACCADEMIA GIOENIA*: Novembre, e Dicembre 1858.
- Delle Strade Ferrate a Cavalli, o Tramwaos. Cenni di DINO CARINI*. Lucca, 1857 un fasc. in 8.°
- Memorie dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA*. Tomo VIII. fasc. 4.° Bologna 1859, in 4.° grande.
- Atti dell'ISTITUTO I. R. VENETO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI*. Dispensa 1.^a del 1858-59, un fasc. in 8.°
- Comptes Conti Resi dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' I. ISTITUTO DI FRANCIA*, in corrente.
- Della vita e delle opere di LUIGI MARINI ingegnere romano. Discorso del cav. CAMILLO RAVIOLI*. Un fasc. in 4.° grande. Roma 1858.
- Annali di matematica pura ed applicata, pubblicati dal Prof. B. TORTOLINI*. Tomo 1.° Anno 1858.
- Epilogo delle Prose recitate alla Pontificia Accademia Tiberina nel 1858, e relazione de' nuovi Soci e dei defunti nell'anno medesimo, dell'avv. ANDREA cav. BARBERI collaterale emerito del Campidoglio, vice-Presidente dell'Accademia in detto anno*. Roma 1859, un fascicolo in 8.°
- Address Dedicata per la riunione anniversaria della R. Società Geografica 24. Maggio 1858, per sir R. I. MURCHISON*. Londra 1858: un fasc. in 8.°
- Sulle inondazioni avvenute nella Francia in questi ultimi tempi, e sui provvedimenti proposti per apportarvi rimedio, con note finali intorno a vari punti d'idrologia. Memoria dell'ingegnere ELIA LOMBARDINI*. Milano, 1858; un fasc. in 4.°
- Dei progetti intesi a provvedere alla deficienza di acque irrigue nel Cremonese. Memoria del MEDESIMO*. Milano, 1858; un fasc. in 4.°
- Intorno al sistema idraulico del Po; ai principali cangiamenti che ha subito, ed alle più importanti opere eseguite o proposte pel suo regolamento. Cenni del MEDESIMO*. Milano, 1840.
- Altre osservazioni sul Po; del MEDESIMO*. Milano, 1843; un fasc. in 8.°
- Importanza degli studi sulla Statistica dei fiumi, e cenni intorno a quelli finora intrapresi. Memoria del MEDESIMO*. Milano, 1846; un fasc. in 4.°
- Sull'omonimia de' fiumi dell'Italia settentrionale, e di quelli della Francia. Memoria del MEDESIMO*. Milano, 1851; un fasc. in 4.°

Dei cangiamenti cui soggiacque l' idraulica condizione del Po nel territorio di Ferrara, e della necessità di rettificare alcuni fatti annunciati da COVIER su tale argomento. Memoria del MEDESIMO. Milano, 1852; un fasc. in 4.º
Cours *Corso di fisica sperimentale del sig. PROF. F. MARCET. Parigi, 1850; Un vol. in 8.º*

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.
Vicesgerens.

A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINGEI

SESSIONE IV.^a DEL 13 MARZO 1859

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

*Intorno alle curve piane, che possono essere comprese nella superficie del cono.
Nota del prof. N. CAVALIERI SAN BERTOLO.*

1. L'equazione della superficie di un cono retto, fra le coordinate x, y, z , delle quali la prima e la seconda giacenti in un piano, a cui è normale l'asse del cono, e la terza parallela allo stesso asse; posta l'origine nell'intersecazione di questo col piano delle x e delle y , è

$$a^2(x^2 + y^2) = r^2(a - z)^2,$$

dove a esprime la distanza del vertice del cono dall'origine, ed r il raggio del circolo segnato intorno alla medesima origine dalla superficie conica nel piano delle x e delle y .

2. Se, non cangiando il piano delle x e delle z , vogliasi riferire la superficie conica a due nuovi piani a quello, e fra loro ortogonali; dei quali il nuovo piano delle x e delle y tagli il primitivo alla distanza d dal punto, nel quale era stata fissata l'origine delle coordinate; e vogliasi trasportare l'origine nell'altro punto, in cui lo stesso nuovo piano delle x e delle y è incontrato dall'asse del cono ad una distanza h dall'origine primitiva: per tale permutazione delle coordinate, la quale altro non richiede se non che la sostituzione

di $\frac{dx-hz}{\sqrt{(d^2+h^2)}}$ in luogo di x , e di $h + \frac{hx-dz}{\sqrt{(d^2+h^2)}}$ in luogo di z , si avrà per la superficie del cono la trasformata equazione

$$a^2[(dx + hz)^2 + (d^2 + h^2)y^2] = r^2[(a - h)\sqrt{(d^2 + h^2)} - hx - dz]^2.$$

3. E se in questa ultima equazione si faccia $z = 0$, ne deriverà l'equazione della curva, nella quale succede l'intersecazione del piano delle x e delle y con la superficie del cono

$$a^2[d^2x^2 + (d^2 + h^2)y^2] = r^2[(a - h)\sqrt{(d^2 + h^2)} - hx]^2.$$

È questa pertanto l'equazione generale di tutte le curve piane, che possono essere comprese nella superficie del cono; ed il grado di essa fa immediatamente conoscere che le curve piane applicabili alla superficie del cono non possono essere se non che di quelle, che appartengono al secondo ordine. E siccome è chiaro che la stessa equazione nulla può perdere della sua generalità col farsi $d = r$, così in virtù di tale sostituzione la generale equazione delle curve piane applicabili alla superficie del cono si offrirà sotto la più semplice forma

$$(A) \quad a^2[r^2x^2 + (r^2 + h^2)y^2] = r^2[(a - h)\sqrt{(a^2 + r^2)} - hx]^2.$$

4. Ora da questa equazione, col fare $y = 0$, si ricavano due valori di x , che determinano nell'asse delle x due punti, nei quali lo stesso asse è tagliato dalla curva; i quali valori sono, uno dalla parte delle ascisse positive, $x' = \sqrt{(h^2 + r^2)}$, e l'altro dalla parte delle ascisse negative $x'' = \frac{(a-h)\sqrt{(h^2+r^2)}}{a+h}$.

La distanza $x' + x'' = \frac{2a\sqrt{(h^2+r^2)}}{a+h}$ fra i notati due punti costituisce un asse della curva, di cui il punto di mezzo è un centro di essa, situato alla distanza $\frac{x' - x''}{2} = \frac{h\sqrt{(h^2+r^2)}}{a+h}$ dall'origine, in quella parte dell'asse, che si accosta all'intersecazione dei prefati due piani. Che sia questo veramente un asse della curva a colpo d'occhio apparisce dalla forma della trovata equazione, in virtù della quale a qualsivoglia valore dell'ascissa x corrispondono

necessariamente due valori uguali e di segno contrario dell'ordinata y ; laonde la curva addivene per sua natura simetrica intorno all'asse delle x .

5. Mediante la sostituzione di $x - x' = x - \sqrt{(h^2 + r^2)}$ (4) in luogo di x nell'equazione (A), l'origine sarà trasportata nel vertice della curva; e la stessa equazione sarà così convertita nell'altra

$$(B) \quad a^2[r^2(x - \sqrt{(h^2 + r^2)})^2 + (h^2 + r^2)y^2] \\ = r^2[(a - h)\sqrt{(h^2 + r^2)} - h[x - \sqrt{(h^2 + r^2)}]]^2.$$

6. Parimenti, mercè la sostituzione di $x - \frac{x' - x''}{2} = x - \frac{h\sqrt{(h^2 + r^2)}}{a + h}$ (4) in luogo di x nella medesima prima equazione (A), l'origine sarà trasferita nel centro della curva, trasformandosi essa equazione in quella che segue

$$(C) \quad a^2 \left[r^2 \left(x - \frac{h\sqrt{(h^2 + r^2)}}{a + h} \right)^2 + (r^2 + h^2)y^2 \right] \\ = r^2 \left[(a - h)\sqrt{(h^2 + r^2)} - h \left(x - \frac{h\sqrt{(h^2 + r^2)}}{a + h} \right) \right]^2.$$

7. Tutte le curve piane, che possono essere comprese nella superficie del cono, sono essenzialmente espresse da ciascuna delle tre equazioni (A), (B), (C); nella prima delle quali è supposto che l'origine delle coordinate sia nella intersecazione dell'asse del cono col piano della curva; nella seconda che l'origine sia situata in quel vertice della curva, che tocca la linea di congiunzione del piano della curva stessa con quello, che per la primitiva equazione (1) della superficie del cono, era il piano delle x e delle y ; nella terza finalmente si suppone che l'origine sia nel centro della curva, o sia nel punto di mezzo di quell'asse, di cui fu veduto la curva essere dotata (4).

8. L'equazione (A), fatto $h = -a$, assume la forma

$$y^2 = 4r^2 + \frac{4r^2}{\sqrt{(a^2 + r^2)}} x,$$

mentre, nella medesima supposizione di $h = -a$, l'altra equazione (B) ad-

diviene

$$y^2 = \frac{4r^2}{\sqrt{(a^2+r^2)}}x$$

Si apprende pertanto, in virtù di questa prima applicazione, che la condizione $h = -a$ produce nella intersecazione della superficie piana con quella del cono una parabola, della quale il parametro è $\frac{4r^2}{\sqrt{(a^2+r^2)}}$, espressa così dall'una come dall'altra delle risultanti due speciali equazioni; dalla seconda se si voglia che l'origine delle coordinate sia nel vertice; dalla prima se intendasi che l'origine cada in quel punto, dove il piano della curva è trapassato dall'asse del cono.

Ma se la medesima condizione di $h = -a$ si volesse introdurre nell'equazione (C), questa addiverrebbe intrattabile, poichè taluni dei suoi coefficienti acquisterebbero valori infinitamente grandi. Il che deve necessariamente succedere, perchè la curva nel supposto valore di h non ha centro, essendo il suo piano parallelo ad un lato del cono, che è diametralmente opposto a quello, in cui giace il vertice della curva; onde il valore dell'asse (4) diventa

$$x' + x'' = \frac{2a\sqrt{(a^2+r^2)}}{a-a} = \infty$$

9. Non è d'uopo se non che di facili artifizii di calcolo per ridurre l'equazioni (B), (C) sotto le piu semplici forme

$$(B') \quad y^2 = \frac{r^2(a^2 - h^2)}{a^2(h^2 + r^2)} \left(\frac{2a\sqrt{(h^2+r^2)}}{a+h} x - x^2 \right),$$

$$(C') \quad y^2 = \frac{r^2(a^2 - h^2)}{a^2(h^2 + r^2)} \left(\frac{a^2(h^2 + r^2)}{(a+h)^2} - x^2 \right).$$

Ambedue queste equazioni, sempre che entrambe le quantità $a+h$ ed $a-h$ sieno positive; per lo che si richiede che h sia non maggiore di a e non minore di $-a$; appartengono ad una ellisse, della quale il semiasse maggiore $\alpha = \frac{a\sqrt{(h^2+r^2)}}{a+h}$, ed il minore $\beta = \frac{r\sqrt{(a-h)}}{\sqrt{(a+h)}}$. Per la prima di tali

equazioni l'origine è posta nel vertice; e per la seconda nel centro della curva. Ma se o l'una o l'altra delle predette due quantità $a + h$, ed $a - h$ sia negativa; vale a dire che o essendo la quantità h positiva sia maggiore di a , o essendo negativa sia minore di $-a$; in allora le due equazioni appartengono ad una iperbole, della quale i due semiassi, maggiore e minore, hanno identicamente quei valori, che nel precedente caso fu veduto appartenere ad una ellisse. Che se per ultimo si supponga o $h = a$, o $h = -a$; nel primo caso il piano delle x e delle y addivene tangente alla superficie conica, e la linea di contatto, che si confonde con l'asse delle x , è espressa dall'equazione $y^2 = 0$; e nel secondo caso il valore di ciascuno dei due semiassi addivene infinito, e l'equazione (B) si converte in quella, che è stata già qui poco innanzi (8) ottenuta

$$y^2 = \frac{4r^2x}{\sqrt{(a^2+v^2)}}$$

appartenente ad una parabola, il di cui parametro è $p = \frac{4r^2}{\sqrt{(a^2+r^2)}}$.

10. Dalle cose fin qui dimostrate si viene a concludere, che l'equazione (R) abbraccia, nel modo più semplice e più evidente, tutte le curve piane, che possono essere tracciate nella superficie del cono retto; e che unicamente dalle notate diverse comparative condizioni fra le distanze a ed h dipende che la curva appartenga piuttosto ad uno che ad un altro dei generi, nei quali sono distinte le linee di secondo ordine. Dopo di che resta soltanto da vedersi come dalle premesse considerazioni sia aperto l'adito a conoscere, data che sia la particolare equazione o di una ellisse, o di una iperbole, o di una parabola, se la curva, alla quale essa appartiene, sia comprensibile indistintamente dalla superficie di qualsivoglia cono retto; o piuttosto sia necessario, perchè la superficie del cono possa comprendere la data curva, che i parametri di questa e quello della superficie conica abbiano fra loro qualche essenziale relazione. Il che costituisce lo speciale obbietto delle presenti elementari disquisizioni.

11. Poichè il parametro della superficie conica altro non è se non che la tangente dell'angolo costante fatto dalla retta generatrice con l'asse del cono in qualsivoglia posizione di essa; se si chiami k il parametro sarà $k = \frac{r}{a}$,

ovvero $r = ak$. Sostituendo dunque codesto valore di r nei rinvenuti valori di α , di β , e di p , diventeranno essi

$$(U) \quad \alpha = \frac{a\sqrt{(h^2+a^2k^2)}}{a+h},$$

$$(V) \quad \beta = \frac{ak\sqrt{(a-h)}}{\sqrt{(a+h)}},$$

$$(W) \quad p = \frac{4ak^2}{\sqrt{(1+k^2)}}.$$

E siccome questi esprimono le relazioni, che debbono essenzialmente sussistere fra i parametri della superficie conica e della curva piana, che può dalla stessa superficie curva essere compresa, così costituiscono le equazioni di condizione, e somministrano infallibili criteri, per far conoscere con certezza se una determinata curva sia di uno, sia di un altro dei tre generi, ai quali è applicabile la ricerca, possa o no tutta cambiarsi colla superficie di un cono, del quale sia noto il parametro. Egli è in fatti manifesto che il totale cambiamento della curva colla superficie conica sarà realmente possibile, sempre che pei dati valori di α e di β , ovvero di p dall'equazioni di condizione si deducano dei valori di a e di h , che sieno reali; e sarà all'opposto impossibile ogni qual volta dalle medesime equazioni di condizione risultino immaginari i valori di a e di h ; i quali sono gli elementi, che determinano le posizioni relative del piano della curva e della superficie del cono.

12. Per applicare primieramente la ricerca alla parabola, nella quale l'elemento di posizione h è costantemente uguale a $-a$; è d'uopo ricorrere alla equazione di condizione (W), dalla quale si ricava $a = \frac{p\sqrt{(1+k^2)}}{4k^2}$. Sic-

come evidentemente questo valore di a è sempre reale, qualunque sieno i supposti valori, purchè reali, dei parametri k e p ; così viene ad essere dimostrato che qualunque parabola apolloniana può essere compresa nella superficie di qualsivoglia cono retto; essendone su di questa segnata la traccia nel continuato incontro di essa superficie curva con un piano, normale a quello delle x e delle z , e parallelo al lato del cono giacente nel piano stesso, da

cui l'asse del cono venga tagliato in un punto situato ad una distanza $2a$ dal vertice.

13. Passando a consultare le due altre equazioni di condizione (U), (V), le quali indistintamente appartengono tanto all'ellisse, quanto all'iperbola; si deducono da esse poi due elementi di posizione a ed h del piano della curva rispetto alla superficie conica i seguenti valori

$$a = \pm \frac{\beta}{k} \sqrt{\left(\frac{V(\alpha^2 k^2 + \beta^2) + kV(\alpha^2 - \beta^2)}{V(\alpha^2 k^2 + \beta^2) - kV(\alpha^2 - \beta^2)} \right)},$$

$$h = \pm \beta \frac{V(\alpha^2 - \beta^2)}{V(\alpha^2 k^2 + \beta^2)} \sqrt{\left(\frac{V(\alpha^2 k^2 + \beta^2) + kV(\alpha^2 - \beta^2)}{V(\alpha^2 k^2 + \beta^2) - kV(\alpha^2 - \beta^2)} \right)}.$$

Ma codesti valori, come ognuno vede, non possono mai addivenire immaginari, finchè i parametri α , β , e k della data curva piana e della superficie conica sieno quantità reali e positive. Laonde si conclude che anche per l'ellisse e per l'iperbole, come fu pria dimostrato per la parabola (12), qualunque sieno i valori reali e positivi dei semiassi dell'una o dell'altra curva, può questa essere ricevuta a perpetuo contatto nella superficie del cono, qualunque sia il valore del parametro k di questa. Il combaciamento della curva piana con la superficie conica è tracciato dalla intersecazione di questa col piano delle x e delle y , la di cui posizione rispetto al cono è dipendente dai dati valori di a e di h .

14. Qualora si supponga $\alpha = \beta$ le due equazioni di condizione (U), (V) danno $h = 0$, $a = \frac{\beta}{k}$, e conseguentemente $ak = r = \beta$; e riconducono alla originaria proprietà del cono retto; per cui qualunque piano parallelo alla di lui base, tagliando la superficie conica, genera su di essa un circolo, del quale il raggio è in un rapporto costante con la distanza del piano secante dal vertice del cono.

15. Ultima conclusione di ciò, che è stato fin qui dimostrato, si è che alla superficie di un cono retto, qualunque sia il valore costante dell'angolo fatto dalla linea generatrice con l'asse, sono applicabili a continuo contatto tutte quante le innumerabili curve di secondo ordine, qualunque sieno i valori dei parametri, nei tre generi, in cui vanno esse distinte. Codesta natu-

rale proprietà di generale congruenza fra la superficie conica, e le curve di secondo ordine, fa maggiormente conoscere l'aggiustatezza della denominazione di *sezioni coniche*, data fin dai più antichi tempi dai geometri a quella famiglia di curve. La quale rimarcabile proprietà, come sarebbe temerario il presumere che fosse rimasta inosservata da quelli celebratissimi ingegni, che nelle classiche loro opere hanno diffusamente trattato sia sinteticamente, sia analiticamente della natura e della proprietà delle sezioni coniche; massimamente dacchè spontaneamente poteva scaturirne la scoperta, come immediato corollario, dalle proposizioni XXIX, XXX, e XXXI del sesto libro dei conici di Apollonio: così rimane tuttavia inesplicabile che da essi sia stato trasandato di farne apertamente menzione.

Florae romanae Prodomus exhibens plantas circa Romam et in Cisapenninis Pontificiae dictionis provinciis sponte venientes. Auctore PETRO SANGUINETTI in romana studiorum Universitate Botanices professore. (Continuazione) ()*.
LAMIUM.

1179. *LONGIFLORUM*. *Ten. Fl. Nap. t. 5. p. 10. tab. 150.* Glabriusculum. Caule fistuloso adscendente subsimplici: foliis ovatis grosse obtuseque duplicato-serratis basi cordatis apice acuminatis, superioribus acuminato-elongatis: fasciculis axillaribus oppositis sub-5-floris in spica foliata laxa: laciniis calycinis lanceolatis: corollae tubo, calycem, multo superante: fauce insigniter dilatata: galea emarginata, labii inferioris laciniis lateralibus 2-dentatis: antheris dorso barbatis.

L. longiflorum Bert. Fl. It. t. 6. p. 111 - L. Orvala Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 192. n. 650.

In sylvis montaniis Latii Umbriae et Piceni. *Monte Gennaro, Sasso Borghese, Vettore* etc.

Perenn. Flor. Julio. Flores purpurei.

1180. *MACULATUM* *L. Sp. Pl. p. 809.* Laxe pilosum. Caule adscendente flexuoso parce ramoso: foliis ovatis grosse duplicato-serratis basi subcordatis apice in superioribus successive magis acuminato: fasciculis 5-floris axillaribus oppositis in spica foliata et magis inferius laxa: laciniis calycinis filiformibus: tubo corollae calycem superante: corollae galea 2-carinata serrulata, labii inferioris laciniis lateralibus ut plurimum 2-dentatis: antheris dorso barbatis.

L. maculatum Bert. Fl. It. t. 6. p. 113 - L. maculatum, laevigatum, et album Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 192 et 193. n. 652. 651. 653 - L. laevigatum Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 51. n. 131. - L. Plinii Campoclarense, et montanum Column. Ecphr. 1. p. 190. et L. montanum Campoclarense l. c. p. 192 fig. - L. subrotundo rugoso folio flore rubro. Bocc. mus. 2. tab. 23. - Hort. Rom. t. 3. tab. 34.

In umbrosis et ad sepes vulgatissimum.

Perenn. Flor. Martio ad Junium. Flores purpurei quandoque albid.

Vulgo. *Succimele*.

Obs. Herba faetens. Folia macula alba lineari saepe notata.

1181. *ALBUM* *L. Sp. Pl. p. 809.* Pilosum. Caule adscendente, inferius quandoque radicante parce ramoso: foliis cordato-ovatis duplicato-serratis superioribus oblongis, apice successive magis acuminato-cuspidato: fasciculis oppositis axillaribus sub-10-floris, in spica laxissima: laciniis calycinis filiformi-

(*) Vedi sessione III, del 6 febbraio 1859.

bus : corollae tubo sub incluso, galea subintegra, labii inferioris laciniis lateralibus, dente longo lineari, donatis: antheris dorso barbatis.

L. album *Bert. Fl. It. t. 6. p. 116.*

In umbrosis ad sepes in montibus Latii. *S. Polo.*

Perenn. Flor. Aprili-Majo. Flores albi.

1182. *BIFIDUM* *Cyrill. Pl. rar. Regn. Neap. fasc. 1. p. 22. tab. 7.* Pilosum. Caule caespitoso decumbente e basi ramoso, ramis patulis: foliis ovatis basi cordatis inaequaliter inciso-dentatis, superioribus sub-3-fidis apice acuminatis: fasciculis axillaribus oppositis 5-8-floris in spica foliata densa terminali abbreviata: laciniis calycinis acuminato-subulatis: corollae tubo gracili calycem superante: fauce brevi: corollae galea 2-fida, laciniis divaricatis, labii inferioris lacinis lateralibus brevi-dentatis: antheris dorso barbatis.

L. bifidum *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 193. n. 654. - Bert. Fl. It. t. 6. p. 118. - L. aequicolorum Column. Ecphr. 1. p. 192. flg.*

In umbrosis, herbidis, ad sepes frequens.

Ann. Flor. Martio. Flores albi.

1183. *PURPUREUM* *L. Sp. Pl. p. 809.* Villosum. Caule ascendente radicante, basi ramoso: foliis cordatis inaequaliter crenatis, inferioribus subrotundis, superioribus ovatis: fasciculis axillaribus oppositis 3-8-floris in spica pyramidata terminali densa foliata: floribus parvis: calycis laciniis subulato-acuminatis: corollae tubo calyce subduplo longiore, galea obtusa integra, labii inferioris, laciniis lateralibus 1-dentatis, dentibus appendiculatis: antheris dorso barbatis.

L. purpureum *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 193. n. 655 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 121.*

In umbrosis vulgare.

Ann. Flor. Martio-Aprili. Flores albedo-purpurascens.

Obs. Folia pallida, herba faetens.

1184. *AMPLEXICAULE* *L. Sp. Pl. p. 809.* Pilosum. Caule caespitoso decumbente e basi ramoso: foliis inciso-crenatis, inferioribus petiolatis subrotundis basi cordatis, superioribus amplexicaulibus semiobovatis: fasciculis axillaribus oppositis 2-10-floris in spica laxa inferius laxissima: calycis laciniis subulato-acuminatis: corollae tubo angusto, calyce incluso vel exerto, galea obtusa, labii inferioris laciniis lateralibus breviter 1-dentatis: antheris dorso barbatis.

L. amplexicaule *Sebast. En. Fl. Amph. Flavii p. 51. n. 130 - Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 193. n. 656 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 122.*

In vineis cultis ruderatis commune.

Ann. Flor. Martio-Aprili. Flores purpurei pulchri.

Vulgo. *Erba rota*.

GLECOMA.

1185. *HEDERACEA* L. *Sp. Pl.* p. 807. Foliis petiolatis axillaribus secundis cordato-reniformibus: floribus solitariis vel corymbosis.

G. hederacea Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 192. n. 649 - Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 106.

In umbrosis ad sepes circa urbem et in montanis. A *Villa Pamfili in copia, Albano* etc.

Vulgo. *Edera terrestre*.

Usus. In tussibus, uti expectorans, infusum totius plantae frequenter usurpatur.

NEPETA.

1186. *CATARIA*. L. *Sp. Pl.* p. 796. - Incano-pubescent. Caule erecto ramoso, ramis brachiatis: foliis petiolatis cordatis dentato-serratis: racemis axillaribus oppositis secundis in spica superius densa: bracteolis linearibus acuminato-setaceis: calycis laciniis lanceolatis, suprema omnium longiore.

N. Cataria Maur. *Cent.* 13. p. 29 - Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 65. - *Cataria* major vulgaris. *Hort. Rom. t. 3. tab.* 80.

In ruderatis circa pagos montium frequens. S. *Pellegrino presso Norcia* et circa Urbem. *Alla valle Egeria*.

Perenn. Flor. Julio. Flores albi, antheris violaceis.

Vulgo *Cataria, Gattaria, Menta dei Gatti*.

Obs. Herba nunc grate nunc ingrata redolens etiam in statu sylvestri, delicias Felium, unde nomen vulgare.

1187. *NUDA* L. *Sp. Pl.* p. 797. Nudiuscula. Caule erecto ramoso, ramis ascendentibus saepe elongatis: foliis sessilibus inferioribus petiolatis omnibus oblongis crenatis: corymbis axillaribus pedunculatis oppositis in racemo inferiori interrupto: bracteolis setaceis brevissimis: calycis laciniis linearibus, omnibus subaequalibus.

N. Nuda Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 67 - *N. mont. purpurea* maj. sparsa spica Barret. *Ic.* 601.

In pratibus alpinis. *Valle Canetra, Castelluccio di Norcia* etc.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores albi, carnei, vel violacei.

Obs. Herba ingrati odoris.

1188. *NEPETELLA* L. *Sp. Pl.* p. 797. Cano-pubescens. Caule erecto superius ramoso, ramis fastigiatis: foliis petiolatis lanceolatis dentatis basi rotundatis cordatisve: corymbis axillaribus oppositis breviter pedunculatis, in racemo cauli ramisque terminali: bracteolis linearibus acuminatis: calycis villosi laciniis acuminato-subulatis superioribus longioribus.

N. *Nepetella* Bert. *Fl. It. t. 6. p. 69* - N. *sexatilis minima* Barrel. *Ic. 736 - Bocc. Mus. di Piant. p. 46. tab. 36.*

In locis alpestribus saxosis apenninorum. *M. Vettore.*

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores albi vel carnei.

STACHYS.

1189. *SYLVATICA* L. *Sp. Pl.* p. 811. Hirsuto-scabra. Caule erecto vel adscendente simplici ramosve: foliis longe petiolatis cordatis ovatis regulariter crenatis floralibus lanceolatis: fasciculis oppositis axillaribus sub-3-floris remotis in spica elongata: bracteolis nullis: laciniis calycinis spinescentibus: corollae fauce exerta, galea integra.

S. *Sylvatica* Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod. p. 194. n. 659* - Bert. *Fl. It. t. 6. p. 142* - Galeopsis procerior, foetida, spicata. *Hort. Rom. t. 3. tab. 38.*

In umbrosis sylvaticis ad sepes vulgaris circa Urbem.

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores sanguinei.

Obs. Herba foetens.

1190. *PALUSTRIS* L. *Sp. Pl.* p. 811. Pubescens. Caule erecto simplici ramosoque ad angulos aculeis rectis scabro: foliis sessilibus vel brevissime pedunculatis lanceolatis acutis serrulatis, floralibus lanceolatis deflexis adscendendo abbreviatis: fasciculis oppositis axillaribus sub-4-floris approximatis in spica sub-continua: bracteolis nullis: laciniis calycinis lanceolatis spinescentibus: corollae galea integra.

S. *palustris* Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod. p. 194. n. 660* - Bert. *Fl. It. t. 6. p. 144.*

Ad ripas Tyberis, et ad fossas circa Urbem frequens.

Perenn. Flor. Julio. Flores purpurei labio inferiore variegato.

Obs. Odor herbae foetens.

1191. *GERMANICA* L. *Sp. Pl.* p. 812. Lanata. Caule erecto superne ramoso: foliis oblongis crenatis basi subcordatis inferioribus petiolatis, floralibus lanceolatis: fasciculis axillaribus oppositis multifloris approximatis paucis infimis remotis in spica elongata: bracteolis linearibus longitudine calycis: laciniis calycinis ovatis acuminato-spinosis: corollae galea erecta integra.

S. germanica Sang. *Cert. tres* p. 89. n. 189 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 148* -
S. alba latifolia minor Barrel. *Ic. 280* et *S. alba latifolia major. Ic. 297.*

In aggeribus viarum ad oras nemorum frequens. *A Tor di Quinto, Ponte Salara* etc.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores purpurei, galea villosissima.

1192. *ITALICA* Benth. *Lab. p. 536.* Niveo-tomentosa, tomento brevi. Caule caespitoso erecto parce ramoso: foliis oblongis obtusis crenatis inferioribus petiolatis, floralibus ovatis oblongisve: fasciculis oppositis axillaribus multifloris superius approximatis inferius distantibus in spica admodum elongata: bracteolis lanceolato-linearibus calyci brevioribus: laciniis calycinis patulis ovato-acuminatis mucronato-spinosis: corollae galea emarginata.

S. italica Bert. *Fl. It. t. 6. p. 150* - *Sideritis heraclea. Colum. Ephr. 1. p. 129* - *S. alba angusto Salviae folio* Barrel. *Ic. 279* - *Stachys minor italica. Hort. Rom. t. 3. tab. 40.*

Ad horas nemorum in elatis aequae ac in demissis. *S. Polo, Norcia, Machia Mattei, Ponte molle* etc.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores purpureo-rosei.

1193. *HERACLEA* All. *Flor. Ped. t. 1. p. 31. n. 112. tab. 84. fig. 1.* Hirsuta. Caule simplici adscendente: foliis petiolatis oblongo-cordatis crenato-serratis superioribus sessilibus, floralibus integris late cordato-acuminatis: fasciculis axillaribus oppositis 5-floris approximatis in spica sub continua: bractealis ovato-lanceolatis: laciniis calycinis breviter mucronatis: corollae galea integra.

S. heraclea Sang. *Cert. tres. p. 83. n. 187.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 152* - *S. nigra* Barrel. *Ic. 298.*

In pratis argillosis. *Civitavecchia.*

Perenn. Fl. Junio. Flores purpurei extus densissime pilosi.

1194. *HIRTA* L. *Sp. Pl. p. 813.* Hirsuta. Caule erecto ramoso, ramis elongatis: foliis ovatis crenatis basi truncatis cordatisve, inferioribus obtusis petiolatis, floralibus acuminatis apice spinescentibus: fasciculis sub-3-floris oppositis axillaribus subremotis in spica elongata inferius laxa: bracteolis lineari-setaceis: laciniis calycinis subaequalibus patentibus aristato-spinosis: corollae galea divaricato-2-fida.

S. hirta Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod. p. 195. n. 663* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 156.*

In sylvaticis collibus circa Urbem frequens. *Sul Monte Mario in copia.*

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores albi, labio inferiore luteo et purpureo variegato.

1195. *ARVENSIS* L. *Sp. Pl.* p. 814. Subhirta, pilis patentibus. Caule debili adscendente inferne ramoso, ramis erectis : foliis ovatis inferioribus obtusis crenatis longe petiolatis, superioribus, floralibusque sensim attenuatis cuneatis dentatis: fasciculis oppositis axillaribus sub-3-floris inferius distatibus in spica brevi: bracteolis setaceis tandem deciduis: laciniis calycinis aequalibus lanceolatis apice breviter spinulosis: galea integra.

S. *arvensis* *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 195. n. 665 - *Bert. Fl. It.* t. 6. p. 157.

In arvis sterilibus. *A Bravetta nel Pigneto di Bighi.*

Ann. Flor. Aprili-Majo. Flores carnei.

1196. *ANNUA* L. *Sp. Pl.* p. 813. Breviter pubescens. Caule erecto basi ramoso, ramis patulis: foliis dentatis, inferioribus petiolatis ovatis, superioribus ovato-elongatis sessilibus, floralibus superioribus lineari-integerrimis: fasciculis 2-3-floris axillaribus in spica inferius interrupta: bracteolis linearibus deciduis: laciniis calycinis aequalibus acuminato-attenuatis: corollae galea emarginata.

S. *annua* *Bert. Fl. It.* t. 6. p. 159.

In maritimis aridis. *Grotteamare.*

Ann. Flor. Autumno. Flores candidi labio inferiore luteo.

1197. *MARITIMA* L. *Mant.* 1. p. 82. Fulvo-villosa. Caulibus ut plurimum caespitosis inferne ramosis: foliis crenatis, inferioribus petiolatis obovatis, superioribus cuneatis, floralibus lanceolatis integris: fasciculis oppositis axillaribus sub-3-floris in spica continua inferius laxissima: bracteolis minimis linearibus: laciniis calycinis lanceolatis muticis: galea crenata.

S. *maritima* *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 194. n. 662 - *Bert. Fl. It.* t. 6. p. 161 - *Sideritis Salviae folio Donati Bocc. Mus. di Piant.* p. 164. *tab.* 127.

In arena maritima. *Civitavecchia, Terracina* etc.

Perenn. Flor. Junio. Flores lutei.

1198. *RECTA* L. *Mant.* 1. p. 82. Hirto-scabra. Caule erecto ramoso, ramis divaricatis: foliis inferioribus ellipticis, superioribus oblongo-lanceolatis, floralibus lanceolatis mucronato-spinosis, omnibus serratis, serraturis adscendendo tenuioribus: fasciculis axillaribus oppositis sub-5-floris superioribus approximatis, inferioribus remotis: bracteolis linearibus brevissimis deciduis: laciniis calycinis ovatis mucronato-spinosis: corollae galea, labio inferiore, duplo brevior.

S. recta *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 195. n. 664 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 163.*

In sterilibus ad vias et in Amphitheatro Flavio.

Perenn. Flor. Julio-Septembri. Flores flavescentes rufo lineatis.

1199. *LABIOSA Bert. Fl. It. t. 6. p. 166.* Hirsutiusecula. Caule decumbenti-ascendente, ramis patentibus: foliis inferioribus ellipticis obtusis, superioribus ovato-lanceolatis acuminatis, floralibus oblongo-lanceolatis mucronulatis, omnibus serratis, serraturis sensim attenuatis: fasciulis axillaribus oppositis 8-floris subapproximatis in spica brevi terminali: calycis laciniis lanceolatis tubo sublongioribus: corollae galea, labio inferiore, triplo brevior.

In aridis montium Latii *Palombara* et ad rimas rupium in apenninis. *Vettore*.

Perenn. Flor. Junio in Augustum. Flores flavescentes, labio inferiore rubro punctato.

Obs. Speciem auctoritate clarissimi Bartoloni admissimus, licet dubitantes de firmitate characterum.

LEONURUS.

1200. *CARDIAGA L. Sp. Pl. p. 817.* Caule erecto: foliis inferioribus palmatis inciso-dentatis, superioribus trifidis integrisve acuminatis: florum glomerulis axillaribus remotis in spica elongata: corollis calice duplo longioribus.

L. Cardiaca Bert. Fl. It. t. 6. p. 182.

Ad sepes in montanis alpinis Umbriae. *Pietralta*.

Perenn. Flor. Junio-Augusto. Flores purpurei, vel rosei.

Vulgo. *Cardiaca*.

Usus. Vim tonicam corroborantem Medici in planta agnoverunt, et ad Cardialgiam sanandam praesertim usurparunt, unde nomen specificum, et vulgare. Nunc vix commemoratur.

BOLLOTA.

1201. *NIGRA. L. Sp. Pl. p. 182.* Caule erecto ramoso: foliis ovatis subcordatis regulariter dentatis: corymbulis axillaribus oppositis racematim dispositis: bracteolis filiformibus elongatis: calycis 5-dentati dentibus ovato-triangularibus aristatis.

B. nigra. *Sebast. En. Pl. Amph. Flavii p. 29. n. 30 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 170 - Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 196. n. 668. et α* Flore purpureo foliis subcordatis *l. c.* - Ballote Dioscoridis. *Hort. Rom. t. 3. p. 35.*

β. Flore albo: foliis subovatis: corymbis paucifloris.

B. nigra *β Fl. Rom. l. c.* - Ballote flore albo. *Hort. Rom. t. 3. tab. 36.*

Ad sepes, viis umbrosis utraque varietas.

Perenn. Flor. aestate. Flores rosei violacei, in β albi.

Vulgo. *Cimiciotto*.

BETONICA.

1202. *OFFICINALIS* L. *Sp. Pl.* p. 810. Hirto-scabra. Caule erecto subsimplici: foliis radicalibus et caulinis inferioribus oblongis basi cordatis longe petiolatis, caulinis superioribus subsessilibus successive angustioribus, omnibus regulariter crenatis, floralibus superioribus integris: glomerulis multifloris oppositis superius approximatis inferius distantibus in spica dispositis: bracteolis ovato-lanceolatis longitudine calycis: corollae galea integra, labii inferioris lacinia media emarginata crenata.

B. officinalis. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 194. n. 658. — *Bert. Fl. It. t. 6. p. 135* — B. vulgaris purpurea. *Hort. Rom. t. 3. tab. 83.*

In sylvaticis prope Urbem, et in montosis communis.

Perenn. Flor. Julio. Flores rubelli.

Vulgo. *Betonica*.

Usus. Betonicae herba omnibus fere in morbis periclitata fuit, quoniam autem his in tentaminibus neque boni neque mali aeconomiae animalis evenit, ideo a meteria medica ita espulsa, ut pharmacis nullius virtutis, herbae Betonicae nomen venit.

1203. *HIRSUTA* L. *Mant.* 1. p. 248. Hirsuto-scabra. Caule erecto subsimplici: foliis radicalibus et caulinis inferioribus ovato-oblongis petiolatis, caulinis superioribus subsessilibus successive minoribus, omnibus regulariter crenatis, floralibus superioribus linearibus subintegris: fasciculis axillaribus oppositis approximatis in spica crassa abbreviata: bracteolis lanceolatis longitudine calycis: corollae galea integra, labii inferioris lacinia media obsolete crenata.

B. hirsuta. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 138* — B. alpina incana purpurea *Barrel. Ic.* 340.

In sylvis alpinis Nursiae. *Fosso dell'inferno*.

Perenn. Flor. Julio, Augusto. Flores purpurei.

1204. *ALOPECURUS* L. *Sp. Pl.* p. 811. Pubescenti - pilosa. Caule solitario aut multiplo parce ramoso: foliis radicalibus et caulinis inferioribus longe petiolatis ovatis lata basi cordatis grosse et regulariter dentatis, caulinis superioribus ovatis subsessilibus sessilibusque, floralibus superioribus ovato-lanceolatis integerrimis: fasciculis oppositis multifloris approximatis

duobus inferioribus distantibus in spica terminali crassa: bracteolis lanceolatis acuminato-spinulosis calyce subbrevioribus: corollae galea 2-fida, labii inferioris lacinia media integriurecula.

B. alopecuros *Bert. Fl. It. t. 6. p. 139* - B. montona lutea *Barrel. Ic. 339.* - B. montana lutea latifolia. *Bocc. Mus. di Piant. p. 82. tab. 72.*

In herbidis alpinis Umbriae. *Monte Vettore.*

Perenn. Flor. Junio, Julio. Flores ochroleuci.

MARRUBIUM.

1205. *CANDIDISSIMUM* L. *Sp. Pl. p. 816.* Niveo-tomentosum. Caule adscendente ramoso, ramis patulis: foliis inferioribus subrotundis, superioribus ellipticis, omnibus reticulato-venosis dentatis petiolatis, floralibus sessilibus: fasciculis axillaribus oppositis multifloris distantibus in spica laxissima: bracteolis linearibus numerosis subulatis calyci brevioribus: calycis dentibus subulato-spinosis: corollae galea profunde 2-fida.

M. candidissimum *Bert. Fl. It. t. 6. p. 177* - M. peregrinum *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 195. n. 666* - M. album folio subrotundo, caulibus et foliis albo tomento quasi xylyno obsitis Mali Apii odore. *Hort. Rom. t. 3. tab. 60.*

In montium siccioribus ad vias. A S. *Polo, sui Cimini* etc.

Perenn. Flor. Augusto. Flores albi.

Vulgo *Marrubio bianco.*

1206. *VULGARE* L. *Sp. Pl. p. 816.* Albo-tomentosum. Caule adscendente e basi ramoso, ramis elongatis: foliis petiolatis subrotundis inaequaliter dentatis crispo-undulatis, floralibus subsessilibus multifloris distantibus in spica laxa: bracteolis numerosis subulatis apice uncinatis calyce brevioribus: calycis dentibus decem inaequalibus spinoso-uncinatis, alternis minoribus: corollae galea 3-fida.

M. vulgare *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 195. n. 667* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 179* - M. album vulgare. *Hort. Rom. t. 3. tab. 59.*

β lanatum. Foliis minoribus dense albo-lanatis.

In siccis praesertim montium, et ad vias frequens. β a S. *Agnese fuori le mura.*

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores albi.

Vulgo *Marrubio.*

Usus. Decoctum plantae in intermittentibus, et obstructionibus admodum valet, et communiter usurpatur. Apud nos M. candidissimi loco, M. vulgare in usu est, et non immerito, nam aromate robustiori gaudet.

PHLOMIS.

1207. *HERBA VENTI* L. *Sp. Pl.* p. 819. Hirsuta. Caule erecto ramoso, ramis adscendentibus: foliis oblongo-lanceolatis crenato-serratis: fasciulis axillaribus oppositis multifloris distantibus: bracteolis dentibusque calycinis filiformibus elongatis ciliatis: labii inferioris lacinia media ovata, lateralibus lanceolato-linearibus.

Ph. Herba venti *Bert. Fl. It. t. 6. p. 188.*

In marginibus agrorum Latii. *Magliano in Sabina.*

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores purpureo-violacei.

ORDO II. ANGYOSPERMIA

VERBENACEAE JUSS.

VERBENA.

1208. *OFFICINALIS* L. *Sp. Pl.* p. 29. Caule erecto: foliis pinnatifidis integrisve inaequaliter serratis: spicis filiformibus paniculatis.

V. officinalis *Sebast. En. Plaut. Amph. Flavii* p. 79. n. 253 - *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 199. n. 683 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 260* - V. communis coeruleo flore. *Hort. Rom. t. 3. p. 56.*

In pascuis viis ubique.

Perenn. Flor. actate. Flores purpureo-coerulei.

Vulgo. *Verbena, Erba di S. Giovanni.*

Usus. Adstringentis et vulnerariae olim famam habuit, nunc contusa sub forma cathaplasmatum, in splenis abstrusionibus, frequenter inservit.

VITEX.

1209. *AGNUS CASTUS*. L. *Sp. Pl.* p. 890. Pube brevissima albicans: ramis oppositis patentibus: foliis digitatis 7-natis 5-natisve, foliolis lanceolatis subintegerrimis: racemo terminali inferius interrupto, ex corymbulis oppositis: corolla, calyce campanulato, triplo longiore.

V. Agnus castus *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 199. n. 684 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 455.*

In paludosis maritimis. *Terracina, Civitavecchia, Ostia* etc.

Arbor. Flor. Julio. Flores purpurei, sub-coerulei, albi.

Vulgo. *Agnocasto, legno casto.*

Usus. A remota antiquitate, virtutem antiphrodisiacam, semina nostrae plantae gaudere, repetita fabula narrat.

PRIMULACEAE SCHULTZ

ERINUS.

1210. *ALPINUS* L. *Sp. Pl.* p. 878. Hirsutus. Caule adscendente erectove subsimplici: foliis inferioribus spathulatis, superioribus oblongis, omnibus superius dentatis: floribus longe pedunculatis erectis in racemo simplici: stylo brevissimo.

E. alpinus Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 412 - Ageratum minus saxatile flore albo. *Barrel. Ic.* 1192.

In montanis. *Sul Tuscolo.*

Perenn. Flor. Majo ad Julium. Flores purpurei suaveolentes.

SCROPHULARINEAE SCHULTZ

RHINANTHUS.

1211. *CRISTA GALLI* L. *Sp. Pl.* p. 840. Glaberrimus: caule erecto subsimplici: foliis lanceolato-oblongis serratis: floribus spicatis: calycibus glaberrimis: seminibus late alatis.

R. Crista galli Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 201 - Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 282 - *Pedicularis pratensis* lutea vel *Crista galli*. *Hort. Rom. t. 3. tab. 6.*

In pascuis montanis. *Monte Cavi, M. Gennaro, S. Polo etc.*

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores lutei coeruleo maculati.

1212. *ALECTOROLOPHUS* Pollich. *Palat. t. 2.* p. 177. Sub hirsutus. Caule erecto simplici: foliis lanceolatis serratis: floribus spicatis: calyce hirsuto: seminibus anguste alatis.

R. Alectorolophus Bert. *Fl. It. t. 6.* p. 284 - *R. hirsuta* Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 202. n. 694.

In Sabinae montibus. *Serra S. Antonio.*

Ann. Flor. Junio-Julio. Flores lutei coeruleo maculati.

BARTIA.

1213. *VISCOSA* L. *Sp. Pl.* p. 839. Glutinoso-pubescens. Foliis lanceolatis acuminatis serratis inferioribus oppositis, superioribus alternis, floralibus con-

formibus successive minoribus: floribus axillaribus solitariis in spica elongata: corollae labio inferiore 2-calliculoso: antheris barbatis.

B. viscosa *Sebast. En. Pl. Amph. Flavii* p. 29. n. 31. - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 269* - *Euphrasia pratensis Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 199. n. 685* - *Alectorolophos Italica luteo pallida Barrel. Ic. p. 665.*

In maritimis collibus pratisque aridis circa Urbem frequens. V. *Borghese, Pigneto Sacchetti, Ostia etc.*

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores flavi.

1214. *TRIXAGO L. Sp. Pl. ed 1. p. 602* Plumbeo-virens. Caule erecto ut plurimum simplici: foliis scabris oblongo-lanceolatis oppositis grosse remateque serratis, floralibus superioribus integris basi dilatatis: floribus axillaribus 4-fariis in spica densa elongata: corollae labio inferiore dilatato: antheris hirsutis.

B. trixago *Sebast. En. Pl. Amph. Flavii* p. 67. n. 196 - *Sang. Centres. p. 86. n. 193* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 270* - B. versicolor, et B. maxima *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 201. n. 691. 692* - *Alectorolophos italica versicolor spicata Barrel. Ic. 666* et *Trixogo altius serratis foliis Ic. 774. f. 2.*

In collibus pratis arvis sterilibus. *Al Pincio, Pigneto Sacchetti, Ponte Galera, Porto di Trajano etc.*

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores versicolores, quandoque prorsus lutei.

Obs. Exiccatione planta nigrescit.

1215. *ODONTITES Smith. Fl. Brit. t. 2. p. 648.* Laxe pubescens, pube recurva. Caule erecto ramoso, ramis strictis: foliis lanceolatis serratis, floralibus conformibus successive minoribus, floribus longioribus: racemis secundis laxifloris: labii inferioris lacinia media latiore: antheris aristatis.

B. *Odontites Bert. Fl. It. t. 6. p. 272* - *Euphrasia Odontites Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 200. n. 688.*

In montium sylvaticis. *Intorno Castel Gandolfo, Castagneti di M. Compatri, etc.*

Ann. Flor. Majo ad Julium. Flores purpurascens.

Obs. Exiccatione nigrescit.

1216. *SEROTINA Bert. Amaen. p. 63. n. 2.* Laxe pubescens. Caule diffuso e basi ramoso, ramis patulis: foliis lanceolatis serratis, floralibus conformibus successive minoribus, floribus brevioribus: racemis secundis densi-

floris: labii inferioris lacinia media angusta, lateralibus sublongiore: antheris sursum aristatis.

B. serotina *Bert. Fl. It. t. 6. p. 274* - *Euphrasia serotina Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 200. n. 689.* - E sylvetris major purpurea. *Column. Ecphr. 1. p. 202 - Barrel. Ic. 276.*

In campis et arvis vulgaris.

Ann. Flor. Septembri. Flores purpurascentes.

1217. *LATIFOLIA. Sibth. et. Smith. Fl. Graec. Prod. t. 1. p. 428.* Pubescenti - viscida. Caule erecto basi ramoso, ramis strictis: foliis sessilibus ovatis profunde dentatis margine revolutis, floralibus palmato-5-fidis 3-fidisve: floribus 4-fariis in spica densa inferius interrupta: labii inferioris laciniis obtusis 2-colliculosis: antheris deorsum aristatis.

B. latifolia *Bert. Fl. It. t. 6. p. 276.* - *Euphrasia latifolia Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 200. n. 686* - E latifolia pratensis. *Column. Ecphr. 1. p. 202* - E. latifolia atro-purpurea *Barrel. Ic. 276. fig. 3-* Pedicularis purpurea, annua, minima, verna. *Hort. Rom. t. 3. tab. 7.*

In pascuis pratis circa Urbem vulgatissima.

Ann. Flor. Martio. Flores purpurei, modo albi.

Obs. Odor plantae terebinthinaceus.

EUPHRASIA.

1218. *OFFICINALIS. L. Sp. Pl. p. 841.* Pubescens pube recurva. Caule tenui erecto simplici rarius ramoso: foliis inferioribus ovatis insigniter nervosis obtuse dentatis, superioribus acute et argute dentatis: floribus subsessilibus alternis in spica inferius laxa: corollae galea 2-loba, lobiis laciniisque labii inferioris retroflexis.

E officinalis. *Seb. et. Maur. Fl. Rom. Prod. p. 200. n. 687.* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 287.* - E. lutea minima, Alpina, subrotundo folio nigrigante. *Bocc. Mus. di piant. p. 64* et E. minima lutea *l. c. tab. 60* - E. officinarum. *Hort. Rom. t. 3. tab. 9.*

β pectinata. Foliis ovatis oblongisve, superioribus pectinatis, dentibus mucronato-setaceis *Bert. l. c. p. 288.*

\times tricuspidata. Foliis linearibus lanceolatisve, remote, argutissime dentato-setaceis *Bert. l. c.*

In montium pascuis. *Monte Gennaro. β in alpinis Nursiae. S. Pellegrino. \times M. Vettore.*

Ann. Flor. Junio, Julio. Flores albi.

Vulgo. *Eufragia*, *Eufrasia*.

Usus. In ophthalmia Euphrasiae herba jam laudata, nunc prorsus dissueta.

1219. *LUTEA*. *L. Sp. Pl.* p. 842. Glabra. Caule erecto ramoso, ramis ascendentibus: foliis inferioribus linearibus remote serratis, caulinis superioribus floralibusque integerrimis: floribus secundis densiusculis in spica continua: corallae galea emarginata, laciniisque labii inferioris ciliatis.

E. lutea. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 201. n. 690 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 294* - *Euphrasia lutea montana angustifolia major altera. Column. Ecphr.* 1. p. 204. et *E. sylvestris major lutea angustifolia l. c. p. 203.*

In aridis collinis circa Urbem, et in montanis. *Pigneto Sacchetti etc.*

Ann. Flor. Septembri. Flores lutei.

SCROPHULARIA.

1220. *NODOSA* *L. Sp. Pl.* p. 863. Glabra. Caule simplici ramosove acute tetragono: foliis ovatis basi cordatis apice acutis argute serratis: racemo terminali composito, racemulis pedunculatis subdichotomis: bracteis bracteolisque linearibus: laciniis calycinis ovatis: squama nectarifera emarginata in labio superiore corallae: capsula ovato-acuminata, calyce longiore.

S. nodosa. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 204. n. 707 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 380.*

In umbris, sylvaticis frequens. *Albano, Palazzuola etc.*

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores viridi-lateoli, labio superiore atro-purpureo.

Vulgo. *Scrofolaria maggiore*.

Obs. Radix tuberosa granulata.

Usus. Radix adstringit, ideo in haemorrhoidis, varicibus, aliisque hujus generis morbis valet.

1221. *AQUATICA* *L. Sp. Pl.* p. 864. Glabra. Caule exquisite tetragono alato parce ramoso: foliis cordato-oblongis saepe auriculatis, inferioribus obtusis crenatis, superioribus dentatis: racemo terminali composito, racemulis pedunculatis oppositis distantibus: laciniis calycinis subrotundis, bracteis bracteolisque margine scariosis: squama nectarifera cuneata retusa in labio superiore: capsula subglobosa calyce sublongiore.

S. aquatica. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod.* p. 205. n. 708 - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 382* - *S. aquatica major. Hort. Rom. t. 2. tab. 89.*

In aquaticis ad fossas circa Urbem communis.

Perenn. Flor. Majo. Flores atro-purpurei.

Vulgo. *Scrofolaria acquatica*.

Usus. Jam ad scrophulas sanandas usurpata, nunc vix commemoratur.

1222. *SCOPOLI* Pers. *Syn. Pl. t. 2. p. 160*. Pubescens. Caule subsimplici erecto tetragono: foliis inferioribus ovatis, mediis oblongis, ultimis lanceolatis, omnibus argute serratis, basi truncata vel cordata: racemo composito piloso-glanduloso, racemulis multifloris erectis: bracteis bracteolisque linearibus: laciniis calycinis subrotundis, margine scarioso irregulari: squama nectarifera emarginata sub labio superiore corollae: capsula acuminata calyce longiore.

S. Scopoli. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 386* - S. aquatica montana mollior. *Barrel. Ic. 274*:

In montanis apricis etiam alpinis. *Alla Menorella, Monte de Fiori* etc.

Bienn. Flor. Junio-Augusto. Flores luteo ferruginei, labio inferiore luteo-vivente.

1223. *VERNALIS*. L. *Sp. Pl. p. 864*. Villosoglanduloso-viscida. Caule erecto ramoso fistuloso exquisite tetragono: foliis cordato-ovatis grosse duplicato-serratis: cymis in axillis foliorum longe pedunculatis: bracteis ovato-acuminatis basi tantum dentatis: laciniis calycinis oblongis: squama nectarifera nulla: capsula ovoidea acuminata calyce longiore.

S. vernalis. *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 205. n. 709* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 388* - S. montana maxima *Column. Ecphr. 1. p. 191* - S. montana maxima latif. flore luteo. *Barrel. Ic. 273*.

In sylvatis montanis Latii. *Monte Gennaro, Guadagnolo* etc.

Bienn. Flor. Aprili-Junio. Flores luteoli.

1224. *PEREGRINA* L. *Sp. Pl. p. 866*. Glabra. Caule tetragono erecto subsimplici: foliis cordatis ovatis inferioribus petiolatis, superioribus sessilibus, floralibus lanceolatis, omnibus grosse et irregulariter serratis: cymis axillaribus paucifloris spicatum dispositis: bracteolis filiformibus: laciniis calycinis ovato-acuminatis: squama nectarifera orbiculari in labio superiore corollae: capsula late ovoidea breviter acuminata, calyce plus duplo longiore.

S. peregrina *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 205. n. 710* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 389*.

Secus vias in subhumidis. *Intorno Roma, Frascati, Albano, Civitavecchia* etc. Ann. Flor. Majo-Junio. Flores purpurascens.

1225. *CANINA* L. *Sp. Pl. p. 865*. Glabra, rigida. Caule simpliciter vel caespitoso erecto obscure tetragono ramoso: foliis subcoriaceis inferioribus simpli-

cibus, superioribus pinnatifidis, laciniis lanceolatis remotis inaequaliter serratis incisive: racemo terminali pyramidato ex racemulis numerosis alternis 2-fidis: bracteolis linearibus oppositis: laciniis calycinis subrotundis margine membranaceis: squama nectarifera magnitudine varia in labio superiore corollae: capsula ovato-subrotunda breviter acutata, calyce plus duplo longiore.

S. canina *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 205. p. 712 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 393* - S. Ruta canina dicta. *Hort. Rom. t. 2. tab. 90.*

β chrysanthemifolia. Foliis caulinis fere omnibus 2-pinnatifidis, laciniis lanceolatis, acute inaequaliter serratis. *Bert. l. c. p. 394.*

In aridis lapidosis montium. *Rocca di Papa, Monti Tiburtini, Lago de Tartari etc. β S. Polo.*

Bienn. Flor. Majo-Julio. Flores atro-purpurei.

Vulgo. *Ruta canina.*

1226. *Hoppii Kock Syn. ed. 2. p. 594.* Pubescenti-glandulosa, mollis. Caule ascendente erecto e basi parce ramoso: foliis sub-3-pinnatifidis, laciniis parvis inciso-serratis, in foliis radicalibus majoribus: racemo spicaeformi ex racemulis brevibus paucifloris: bracteolis linearibus ut plurimum solitariis: laciniis calycinis ellipticis late marginatis: squama nectarifera lineari subinde deficiente in labio superiore corollae: capsula late rotundata, acumine coronata, calyce plus duplo longiore.

S. *Hoppii Bert. Fl. It. t. 6. p. 397* - S. lucida *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 205. n. 711.*

In apricis saxosis elatiorum montium. *Monte Vettore, Subiaco etc.*

Perenn. Flor. Julio. Flores pallide purpurascens.

PEDICULARIS-

1227. *VERTICILLATA L. Sp. Pl. p. 846.* Glabra. Radice crassa, rhizomate brevi, fibris lateralibus elongatis: caule erecto: foliis radicalibus caespitosus humifusis, caulinis floralibusque verticillato-quaternis, omnibus pinnatifidis, pinnis oblongis dentatis: floribus verticillato-capitatis, pedicellis brevissimis: calycibus 5-dentatis: corollae galea erostri obtusa, labium inferius subaequante.

P. verticillata *Sang. Cent. tres. p. 87. n. 196 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 320.*

In alpinis circa Nursiam. *Monte Bernardo.*

Perenn. Flor. Julio. Flores rubri.

1228. *FOLIOSA L. Mont. 1. p. 86.* Pilosa. Radice crassa, rhizomate brevi, ramis elongatis descendentibus: caule simplici piloso, foliis majusculis radica-

libus longe, caulinis brevius pedicellatis, omnibus 2-pinnatifidis pinnis linearibus inciso-dentatis: spica foliosa: calycibus obliquis 5-dentatis, dente superiore maximo: galea erostri integerrima obtusa superius pubescente.

P. foliosa Sang. *Cent. tres* p. 87. n. 196 - Bert. *Fl. It.* 6 p. 320.

In jugis apenninis. *Valle Canetra Monte Bove etc.*

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores ochroleuci.

1229. *COMOSA* L. *Sp. Pl.* p. 847. Pubescens vel pilosa. Radice filipendula, tuberculis elongatis: caule simplici folioso: foliis inferioribus longe, superioribus brevius petiolatis, omnibus 2-pinnatifidis pinnis lanceolatis pinnulisque acuminatis argute serratis: floribus in spica terminali crassa longiuscula: dentibus calycinis brevibus, lata basi, triangularibus integris: galea corollae breviter rostrata, inferius acute 2-dentata.

P. comosa Bert. *Fl. It.* t. 6. p. 324. - *Alecterolophos montana* fl. albo *Barrel. Ic.* 469. - *A. montana* flore albo luteo - *Bocc. Mus. di fis.* p. 315. *tab.* 8. *f.* 2.

In apennino Umbro. *Vettore.*

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores ochroleuci pallidi.

1230. *FASCICULATA* Wild. *Sp. Pl.* t. 3. par. 1. p. 218. Subunda. Radice fasciculata, fibris simplicibus ramosis: caule humili caespitoso: foliis radicalibus fasciculatis longe petiolatis, caulinis subsessilibus solitariis vel binis oppositis omnibus anguste 2-pinnatifidis, pinnulis distantibus dentatis: floribus subsessilibus in spica brevi densa: laciniis calycinis multifido-incisis: corollae galea brevi-rostrata, rostro eroso crenato.

P. fasciculata Bert. *Fl. It.* t. 6. p. 327.

In pratis alpinis Umbriae. *Vettore.*

Perenn. Flor. Julio. Flores intense rosei.

1231. *TUBEROSA* L. *Sp. Pl.* p. 847. Glabriuscula. Radice brevi erosa praemorsa, fibris extremitate incrassatis: caule simplici: foliis radicalibus caespitosis longe petiolatis, caulinis alternis, petiolis successive abbreviatis, omnibus profunde 2-pinnatifidis pinnulis dentatis: floribus spicatis bracteatibus: laciniis calycinis 3-fidis foliaceis: galea longe rostrata, rostro porrecto emarginato.

P. tuberosa Sang. *Cent. tres* p. 86. n. 194 - Bert. *Fl. It.* t. 6. p. 333.

In summis apenninis. *Monte della Sibilla.*

Perenn. Flor. Julio. Flores flavi

MELAMPYRUM.

1232. *CRISTATUM* L. *Sp. Pl.* p. 842. Granulato-scabrum. Caule erecto ramis brachiatis: foliis sessilibus lanceolato-linearibus, margine tenuiter ciliato-scabro: floribus in spicis densis tetragonis: bracteis imbricatis pectinato-dentatis, basi late ovata, conduplicatis, apice cuspidato integro: calycis glabri laciniis acuminato-setaceis, superioribus duabus duplo longioribus: corollae fauce clausa: capsula semiovata rostrata.

M. cristatum Bert. *Fl. It. t. 6. p. 300.*

In sylvis Piceni. Apud. *Arcevia.*

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores lutei, tubo albo. Bractee virides.

1233. *ARVENSE* L. *Sp. Pl.* p. 842. Granulato-scabriusculum. Caule erecto ramoso: foliis brevissime pedunculatis lanceolato-linearibus margine scabris: floribus in racemo spicaeformi laxo: bracteis ovato-lanceolatis acuminatis pinnatifido-setaceis: calycis hirti laciniis acuminato-setaceis subaequalibus: fauce corollae clausa: capsula subrotunda vix acuminata.

M. arvense Seb. et. *Maur. Fl. Rom. Prod. p. 202. n. 695 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 302 - M. purpurascens* coma. *Hort. Rom. t. 3. tab. 8.*

In montium messibus abunde. *Tivoli, Macerata etc.*

Ann. Flor. Junio. Flores purpurei fauce flava. Bractee purpureae.

1234. *BARBATUM* Wild. *Sp. Pl. t. 3. par. 1. p. 198.* Granulato-scabrum. Caule erecto, ramis erecto-palutis: foliis lanceolatis linearibusque margine scabris: floribus in spica elongata laxiuscula: bracteis ovatis apice cuspidatis margine pinnatifido-setaceis: calycis laciniis longe acuminato-setaceis aequalibus: corollae rictu hiante: capsula subrotunda breviter rostrata.

M. barbatum Bert. *Fl. It. t. 6. p. 304.*

In silvis montium Piceni. *Da Macerata ad Arcevia.*

Ann. Flor. Junio. Flores lutei. Bractee ut plurimum virides.

1235. *NEMOROSUM* L. *Sp. Pl.* p. 843. Tenuissime granulatum. Caule valde ramoso, ramis patentibus: foliis ovatis lanceolatisve breviter petiolatis margine scabris: floribus solitariis remotis terminalibus secundis: bracteis cordatis basi laciniatis floribus longioribus: calycis laciniis lanceolatis elongatis subaequalibus: corollae rictu clauso: capsula ovata, rostro brevi, coronata.

M. nemorosum Bert. *Fl. It. t. 6. p. 305 - M. luteum* coma coerulea *Barrel. Ic. 769. fig. 1.*

In sylvaticis apennini Piceni. *Presso Macerata.*

Ann. Flor. Julio ad Septembrem. Flores lutei. Bractee purpureo-coeruleae.

DIGITALIS.

1236. *LUTEA* Lin. *Sp. Pl.* p. 867. Glabra, Caule erecto simplici multifolioso: foliis sessilibus lanceolatis remote breviterque serratis quandoque integerrimis: floribus numerosis secundis in racemo spicaeformi: laciniis calycinis lanceolatis subaequalibus: corolla tubuloso-campanulata, lobis abbreviatis, labio inferiore superius barbato.

D. lutea Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 206. p. 713 - Bert. *Fl. It. t. 6. p. 406.* - *D. major lutea* vel pallida parvo flore. *Hort. Rom. t. 2. tab. 88.*

In umbrosis ad sepes montium obvia: circa urbem non infrequens. *A Ponte Molle, Villa Madama, copiosamente attorno Albano, sul monte Genaro* etc. Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores lutei.

1237. *FERRUGINEA* L. *Sp. Pl.* p. 867. Glabra. Caule simplici erecto angulato: foliis lanceolatis subintegris sessilibus crebris sparsis: floribus numerosis sparsis in racemo denso elongato: laciniis calycinis elliptico-oblongis obtusis albo-marginatis: corolla campanulata inflata brevi, labiis obtusis, inferiore late ovato supra dense barbato.

D. ferruginea Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 206. n. 714 - Bert. *Fl. It. t. 6. p. 410* - *D. latifolia* flore ferrugineo. *Hort. Rom. t. 2. tab. 86.*

In montium etiam elatiorum umbrosis. *Montagna di Viterbo, Monte Genaro, Valle Canetra Umbriae* etc.

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores luteo-ferruginei.

ANTIRRHINUM.

* Corolla basi calcarata - *LINARIA*.

1238. *CYMBALARIA* L. *Sp. Pl.* p. 850. Glabrum Caule caespitoso flagellari dependente: foliis longe petiolatis reniformibus grosse 5-7-lobatis: floribus axillaribus solitariis pedunculatis, pedunculis folio brevioribus in fractu recurvis: laciniis calycinis lineari-oblongis obtusis: calcare brevi obtuso dependente: capsula subrotunda calyce longiore: seminibus subrotundis rugoso-squamulosis.

A. Cymbalaria Sebast. *En. Pt. Amph. Flavii* p. 26. n. 19 - Bert. *Fl. It. t. 6. p. 337* - *Linaria Cymbalaria*. Seb. et Maur. *Fl. Rom. Prod.* p. 202. p. 696.

α acutamgolum. Planta gracilior, foliis minoribus, lobis acuminatis.

In murorum fissuris ubique. α secus *Quadagnolo*.

Perenn. Flor. Aprili ad Junium. Flores albi violaceo striati, palato luteo, quandoque prusus albi.

Vulgo. *Piattella*, *Erba piattella*, flores *Scarpette della Madonna*.

1239. *PILOSUM* L. *Mant. alt. p. 249*. Villosissimum. Caule prostrato vel dependente ramosissimo saepius elongato: foliis longe petiolatis remiformi-subrotundis orbiculatisve 5-11-lobis: floribus axillaribus solitariis longe pedunculatis in fructu incrassatis: calycis laciniis brevibus lanceolatis: calcare brevi dependente: capsula subglobosa calyce longiore: seminibus subrotundis squamuloso-rugosis.

A. pilosum *Bert. Fl. It. t. 6. p. 340* - *Linaria pilosa Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 202. n. 697*.

α glabrum. Minor, denudatum.

Ad rupium fissuris in montanis. *M. Gennaro, Circello etc. α secus Tivoli*.

Perenn. Flor. Majo-Junio. Flores albedo-subviolacei.

1240. *ELATINE* L. *Sp. Pl. p. 851*. Hirto-canum. Caule diffuso ramosissimo, ramis patentibus: foliis breviter petiolatis oblongo-spathulatis superioribus hastatis integris dentatisve: floribus axillaribus integris dentatisve: floribus axillaribus solitariis longe pedunculatis: calycis laciniis lanceolato-linearibus acuminatis: calcare subulato arcuato: capsula subrotunda calyce subbrevisiore: seminibus minutis muricato-squamulosis.

A. *Elatine Bert. Fl. It. t. 6. p. 342* - *Linaria Elatine Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 202. n. 698*.

In agris commune.

Ann. Flor. Junio-Julio. Flores lutei, galea violacea.

1241. *SPURIUM* L. *Sp. Pl. p. 851*. Hirsuto-viscidum. Caule procumbente ramoso: foliis brevissime petiolatis ovatis subrotundisve undulatis, inferioribus oppositis, superioribus alternis: floribus solitariis axillaribus: pedunculis folio longioribus: calycis laciniis cordato-ovatis: calcare subulato arcuato: capsula ovata calyci subaequali: seminibus muricato-squamulosis.

A. spurium *Bert. Fl. It. t. 6. p. 344* - *Linaria spuria Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 202. n. 698*.

In agris commune.

Ann. Flor. Junio-Julio. Flores lutei, galea violacea.

1242. *CIRRHOSUM* L. *Mant. Alt. p. 249*. Pilosum. Caule elongato filiformi procumbente: foliis sparsis lineari-lanceolatis, inferioribus hastatis, superioribus sagittatis: floribus axillaribus solitariis: pedunculis capillaribus passim cirrho-

sis, folia superantibus: calycis laciniis acuminatis: calcare subulato recto: capsula minuscula subglobosa minutissime punctuata: semiuibus minutissime muricato-squamosis.

A. cirrhosum *Bert. Fl. It. t. 6. p. 346* - *Linaria cirrhosa Sang. Centres p. 88. n. 198.*

In arenosis maritimis circa Ostiam Tiberis. *Fiumicino, Castel Fusano etc.*

** Corolla basi saccata - *ANTIRRHINUM.*

1243. *MINUS L. Sp. Pl. p. 832.* Pubescenti-viscidum. Caule erecto flexuoso ramosissimo: foliis lanceolato-linearibus obtusis plerisque alternis: floribus axillaribus solitariis longe pedunculatis, pedunculis patentibus: calycis laciniis linearibus: calcare acuto brevi: capsula ovoidea calyci subaequali: seminibus oblongis sulcatis.

A. minus. *Bert. Fl. It. t. 6. p. 348* - *Linaria minor Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 203. n. 702* - *Orontium minus villosulo angustifolium flore purpurascente Barrel. Ic. 758.*

In agris arenosis montium, et circa Urbem secus Tiberim frequens. *A Ponte Molle, Acqua Acetosa etc.*

Ann. Flor. Junio-Julio. Flores albedo-violacei.

1244. *PURPUREUM L. Sp. Pl. p. 853.* Glabrum. Caule erecto simplici vel superne ramoso: foliis lanceolato-linearibus acuminatis alternis, inferioribus verticillatis: floribus in racemo spicaeformi: calycis laciniis lanceolato-linearibus: calcare subulato dependenti-recurvo: capsula globosa, calyce longiore: seminibus trigonis rugosis.

A. purpureum *Bert. Fl. It. t. 6. p. 359.* - *Linaria purpurea Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 203. n. 700* - *L. arvensis coerulea. Hort. Rom. t. 3. tab. 8.*

In arvis et praesertim viis montium frequens. *Tivoli, Albano, Frascati etc.*

Perenn. Flor. Junio-Julio. Flores purpureo-violacei.

1245. *ALPINUM L. Sp. Pl. p. 856.* Glaucum. Caule procumbente: foliis subcarnosis verticillato-quaternis oblongis obtusis, superioribus sparsis lanceolatis: floribus racemosis: calycis laciniis lineari-lanceolatis: calcare erectiusculo subulato: capsula globosa calyci aequali: seminibus reniformibus laevibus, ala marginatis.

A. alpinum Bert. Fl. It. t. 6. p. 363 - *Linaria alpina* Sang. Cent. tres p. 87. n. 197.

In summis apenninis inter saxa. *Monti della Sibilla*.

Bienn. Flor. Julio. Flores coerulei, rictu clauso, elegantissimi.

1246. *PELLISERIANUM* L. Sp. Pl. p. 855. Glabrum. Caule erecto basi surculoso, superius ramoso: foliis inferioribus verticillato-ternis ovatis, superioribus alternis linearibus: floribus in racemo simplici terminali: calycis laciniis lineari-acuminatis: calcare tenui recto: capsula globosa calyci subaequali: seminibus orbiculatis compressis, ala marginali dense ciliata.

A. pelliserianum Bert. Fl. It. t. 6. p. 364 - *Linaria pelliseriana* Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 203. p. 701 - *Chamaelinaria violacea Italica Barrel. Ic. 1162*.

Ann. Flor. Majo-Junio. Flores coeruleo-violacei.

1247. *CHALEPENSE* L. Sp. Pl. p. 859. Glabrum. Caule erecto simplici ramosoque, ramis strictis: foliis lanceolato-linearibus, inferioribus verticillatis, superioribus alternis: floribus in racemo terminali simplici: calycis laciniis lanceolatis, quinta minore: calcare subulato-elongato: capsula ovoidea profunde sulcata, calyce brevioris: seminibus trigonis rugosis.

A. chalapense Bert. Fl. It. t. 6. p. 366 - *Linaria chalapensis* Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 204. n. 704 - L. Annu angustifolia flosculis albis longius caudatis *Triumf. Obs. p. 87*.

In marginibus circa Urbem et in montanis. A. *Guadagnolo, a Riofredo, all'orti farnesiani*.

Ann. Flor. Junio. Flores albi.

1248. *Linaria* L. Sp. Pl. p. 858. Glaucescens. Caule erecto simplici ramosoque ramis strictis: foliis linearibus sparsis congestis: floribus in racemo terminali spicato: calycis laciniis lanceolatis acutis: calcare subulato elongato: antice recurvo: capsula elliptica calyce longiore: seminibus reniformi-compressis ala marginatis.

A. *Linaria* Bert. Fl. It. t. 6. p. 367 - *Linaria vulgoris* Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 203. n. 703.

In campis et incultis vulgatissimum.

Perenn. Flor. Julio-Augusto. Flores lutei palato flavo.

Vulgo. *Linaria. Urinaria*.

Usus. Olim in medicina valuit uti diureticum, et anodinum nunc prorsus innominatum.

1249. *MAJUS* *B. Lin. Sp. Pl. p. 859.* Superius pubescenti-glandulosum. Caule adscendente erectove: foliis lanceolatis linearibusque: floribus alternis in racemo terminali spicato laxo quandoque abbreviato: calycis campanulati laciniis obtusis quinta minore: calcare brevi obtusissimo: capsula ovoidea apice incurva calyce longiore: seminibus subrotundis, squamulis acutis, muricatis.

A. majus *β Bert. Fl. It. t. 6. p. 372* - *A. majus* *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 204. n. 705 ex parte* - *Sebast. En. Plant. Amph. Flavii p. 20. n. 18.*

Ad muros praesertim antiquos vulgare.

Perenn. Flor. Aprili ad aestatem. Flores intense rosei.

Vulgo. *Naso di vitello, Bocca di leone.*

1250. *TORTUOSUM* *Ten. Fl. Nap. t. 5. p. 41.* Glabrum. Caule flexuoso ramoso: foliis acutis linearibus vel lanceolato-linearibus verticillato-ternis, alternisve: floribus subverticillatis in racemo interrupto: calycis laciniis obtusis quinta minore: calcare brevi obtusissimo: capsula ovoidea apice incurva, calyce longiore: seminibus subrotundis squamuloso-muricatis.

A. tortuosum *Bert. Fl. It. t. 6. p. 374* - *A. majus ex parte* *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 204. n. 705* - *A. majus angustifolium amplo flore purpureo Romanum. Barrel. Ic. 638* - *A. majus angustifolium Romanum. Hort. Rom. t. 3. tab. 2.*

Ad muros antiquos vulgaris et ad maenia civitatis.

Perenn. Flor. Martio ad Majum. Flores purpurei.

Vulgo. *Naso di Vitello.*

1251. *ORONTIUM* *L. Sp. Pl. p. 860.* Superne glanduloso-viscidum. Caule erecto simplici ramosove, ramis alternis: foliis inferioribus lanceolato-oblongis oppositis, superioribus linearibus alternis: floribus solitariis axillaribus brevissime pedunculatis: calycis laciniis liceari-elongatis quinta minore: calcare obtuso brevissimo: capsula ovoidea, lacinis calycinis, brevior: seminibus oblongis laevibus hinc costatis.

A. Orontium *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 204. n. 706* - *Bert. Fl. It. t. 6. p. 376* - *A. minus flore carneo Barrel. Ic. 651* et *A. minus flore carneo elatius Ic. 652* et *A. minus albo amplo flore Ic. 656* - *A. flore albo, oris rubentibus. Hort. Rom. t. 3. tab. 1.*

In rudertis vineis agris vulgare.

Ann. Flor. Junio-Augusto. Flores subcarnei labiis rubro-pictis.

Usus. Planta venenata ex sententia Persooni. In materia medica Linnaei enumeratur, sed nunc prorsus dissueta.

OROBANCHE.

* Calyce diphylo.

1252. *MINOR* *Engl. Flor. t. 3. p. 148.* Hirta. Caule erecto simplici basi tumido, squamis remotis, inferioribus ovatis acutis, superioribus, bracteisque, lanceolatis acuminatis: floribus in spica terminali densa tandem laxa: foliolis calycinis nervosis, nervo mediano crassiusculo in acumine longo producto, nervo et acumine quandoque duplici: tubo corollae cylindrico, lobis labii obtusis crenulato-crispis: staminum filamentis e basi tubi recessis, inferne pilosis, superne styloque glandulosis: stigmatis lobis obtusis divaricato-recurvis.

O. minor *Seb. et Maur. Fl. Rom. Prod. p. 207. n. 720 - Bert. Fl. It. t. 6. p. 420.*

In sylvaticis ad vias umbrasas communis.

Perenn. Fl. Majo-Junio. Flores purpurascens.

1253. *CONCOLOR* *Duby Bot. Gall. p. 350.* Hirsuta, stramineo-lutea. Caule erecto simplici, basi tumida evolutione evanida: squamis remotiusculis triangulo-acutis: floribus in spica terminali breviuscula: bracteis ovato-acuminatis: foliolis calycinis 1-3-nerviis basi ovatis apice subulato-acuminatis simplicibus 2-fidisque, corollae tubo, brevioribus: tubo corollae cylindrico campanulato-incurvo: labii lobis brevibus crenulatis: staminum filamentis secus basim corollae insertis: stigmatis lobis obtusis divaricato-planis.

In radicibus Umbelliferarum secus Romam et Anxurem.

Perenn. Flor. Majo. Flores lutei.

1254. *LAURINA* *Bert. Fl. It. t. 6. p. 424.* Glabra ant vix pilosa. Caule gracili elato simplici remote squamoso: squamis bracteisque lanceolatis, inferioribus approximatis, superioribus remotis: floribus in spica laxa: foliolis calycinis dilatatis in acumine solitario vel duplici productis: corollae tubo superius subconstricto, limbi lobis subaequalibus crenulato-crispis: staminum filamentis paulum supra basim corollae insertis subrotundis divaricatis subdeflexis.

Ad radices Lauri nobilis in viridariis suburbanis.

Ann. Flor. Majo. Flores lutei striis rubellis.

(*Continua*)

FISICA. — *Descrizione di un anemografo eretto all'osservatorio del Collegio Romano memoria del P. A. Secchi.*

Lo scopo di questa macchina è di registrare simultaneamente tutte le vicende atmosferiche con indicazioni grafiche non interrotte e messe a reciproco confronto. L'uso degli strumenti grafici nella meteorologia va estendendosi ogni giorno più, ed è questo il solo metodo di osservazione da cui possa sperarsi un avanzamento nella scienza. Quelli però che sono ora in uso (per quanto io conosco, e per ciò che ho veduto nella visita fatta ai principali Osservatorii nell'ottobre dello scorso anno 1858) non hanno il vantaggio di riunire su di una sola macchina, e su di un solo foglio, le indicazioni di più strumenti relativi e di mettere così direttamente a confronto i vari fenomeni, onde dedurre le reciproche relazioni ed influenze. Una tale unione è stata lo scopo principale del presente registratore, che per brevità chiamerò *meteorografo*, il quale è destinato specialmente a questo studio comparativo. Molte parti della macchina sono d'invenzione mia propria altre sono prese da altri, e tra queste ho scelto quelle che l'uso ha provato esser più comode e sicure. L'esperienza ha dimostrato che nessuno strumento grafico può esser uno strumento campione, e che tutti devono esser accompagnati dalle osservazioni di questi per fissare le loro costanti e gli elementi di riduzione; nel nostro abbiamo ridotto questa necessità al minimo possibile, ma non abbiamo potuto dispensarcene. Se ben si riflette, questa mancanza non è un ostacolo di verun peso pel progresso della scienza: ciò che si domanda da uno strumento grafico è la continuità della indicazione, con una proporzione costante ed invariabile: quando ciò si è ottenuto, il determinare qual sia questo rapporto cogli strumenti campioni è cosa di leggier momento e che non può fare seria difficoltà. A questo punto adunque ci siamo fermati senza cercare di vantaggio un inutile ottimismo.

Un'altra cosa di maggior momento è di rendere lo strumento semplice in modo che il suo aggiustamento possa farsi agevolmente da qualunque delle persone che assistono agli Osservatorii, anche in qualità di semplici custodi; quindi abbiamo esclusa la fotografia, che è dispendiosa e richiede non lieve abilità, e per quanto ho veduto altrove, bene spesso fallisce anche nelle mani più esercitate. Se nella nostra macchina si è introdotta l'elettricità, ciò è stato solo come un mezzo comodo per trasportare il moto dal sito lontano di alcuni strumenti fino ad arrivare al registratore; ma ove questa necessità

non abbia luogo, l'elettricità non è necessaria affatto per nessun registro come vedremo: e se ci siamo risolti ad usarla è stato solamente quando siamo riusciti a render la pila di tale costanza e agevolezza nella maniera di prepararla e conservarla che l'incomodo fosse quasi nullo e comparabile a quello degli altri ordinari servigi indispensabili nell'Osservatorio, e inoltre di pochissima spesa. E torno a ripetere, ciò soltanto è necessario pel caso di una accidentale difficoltà locale, che può sparire quando si voglia collocare altrove in sito più adattato il registratore.

Il registro del vento ha due parti: la velocità e la direzione. Vari modi sono stati proposti per registrare la velocità, i quali però tutti hanno l'inconveniente di non dare i risultati sotto l'aspetto di una curva, le cui ordinate rappresentino le velocità orarie del vento: da quello di Osler e da altri si possono è vero esse facilmente dedurre, ma è sempre una operazione da farsi dal calcolatore e che è bene risparmiare e farla eseguire dalla macchina. Questo fa il nostro strumento che così ha il vantaggio di presentare la riduzione fatta all'atto stesso che accadono i fenomeni, che è cosa di molta importanza in meteorologia.

Per misurare la velocità si è applicato il mulinello di Robinson. Consiste questo come è noto in una croce orizzontale mobile attorno un asse verticale, alla estremità delle cui braccia sono attaccati quattro emisferi vuoti di lastra di ottone, disposti in guisa che tutti rivolgono la cavità dalla stessa parte, considerata rapporto al centro. I vantaggi di questo mulinello sono due; 1.° esso è sempre orientato, onde da qualunque parte spiri il vento può agire immediatamente 2.° Il rapporto fra la velocità del vento, e quella dei centri degli emisferi è semplicissimo; l'osservazione ha dimostrato essere di 3 ad 1: quindi si ha la velocità del vento triplicando la velocità degli emisferi *contata sulla circonferenza che descrivono i centri*: questa proporzione resta sensibilmente la stessa per tutti gli apparati ben costruiti, e quindi può regolarsi a piacere la lunghezza delle braccia e la grandezza delle mezze palle, secondo la frequenza de' giri che si vuole avere, e la forza che deve fare l'asse del mulinello. Quello che abbiamo fatto costruire non dovendo vincere nessuna resistenza di assi o ingranaggi, ma soltanto quella di una piccola molletta per aprire e chiudere il circuito elettrico ha emisferi di dimensioni piccole assai, di un decimetro di diametro, e la lunghezza delle braccia contata da centro a centro degli emisferi è tale che la circonferenza risulta 3 metri e un terzo, onde un suo giro equivale alla velocità di 10 metri del vento. Que-

sta velocità è stata trovata convenientissima tanto per dare nei venti forti un sufficiente tempo da scaricarsi allo scappamento del contatore, quanto perchè anche nei più deboli venticelli si possa avere la necessaria quantità di giri da segnare sulla carta il risultato.

La curva diurna della velocità del vento si traccia a questo modo: La terza ruota di un contatore messo in giuoco da un elettromagnete il cui circuito è aperto e chiuso dal mulinello, porta una girella sulla cui circonferenza si avvolge una catenella da orologio che coll'altro capo è attaccata ad un lapis portato da un parallelogrammo articolato: questa girella è libera sull'asse e può girare da se, e solo viene congiunta con la 3^a ruota mediante un dentino che ingrana in una ruota detta a *rochet* e vi è tenuto in posto per l'azione di una molla. Per tal congegno quando il contatore cammina, il lapis viene tirato più o meno secondo la velocità della ruota e del vento. Finita un'ora, al sonare dell'orologio, una leva stacca la carrucola col suo dentino dalla ruota a *rochet*, e così essa e il parallelogrammo restati liberi per un breve tempo, sono portati indietro all'origine del movimento mediante l'azione di un peso ancor esso attaccato al parallelogrammo mediante una girella di rimando. Quindi il contatore deve avere la forza da rimontare questo peso come si è accennato di sopra, e perciò si è dovuto aggiungere un peso al roeggio solito usarsi negli orologi elettromagneti.

Per notare la direzione del vento vi sono quattro elettromagneti de' quali ciascuno può esser messo nel circuito secondo il moto di una linguetta attaccata all'asta della banderuola del vento che striscia sopra una rosa orientata e divisa in 4 spartimenti S, E, N, O. Abbiamo così sulla carta tracciati i 4 venti principali e anche gli intermedi perchè allora due degli magneti agiscono insieme. La cosa più importante era ottenere una corrente *forte e costante*, con poca spesa. A ciò si serviamo della Pila di Daniell, ma modificata in modo da impedirne il suo indebolimento dovuto al passaggio del solfato di rame verso lo zinco: a questo difetto si rimediò col tenere il livello del solfato di rame più basso che quello della soluzione dell'ac. solforico. Ciò si ottiene coll'adattarvi un sifone che scarica l'eccesso del solfato di rame in un altro vaso e mantiene così un livello costante inferiore all'acqua acidula. Usando zinchi fortemente amalgamati questa pila dura fino 20 giorni constantissima (1).

(1) Per una descrizione più minuta v. *Giornale di Roma* 24 febr.° 1859 e mem. dell'Oss.° del Coll. Rom. 1859. Nuova serie n.° I. ove sono i disegni della macchina, completata anche coll'aggiunta del termografo metallico del sig. Kreil.

METEOROLOGIA. — *Descrizione di un nuovo anemometrografo, e sua teorica. Memoria del prof. P. VOLPICELLI.*

§. I.

Lo studio della meteorologia non solo riesce importante pei fisici, e per gli astronomi, ma interessa pur anco tutta la società, perchè si lega strettamente colla vita degli animali e delle piante. Il desiderio di trarre da siffatto studio conseguenze utili, e per la scienza, e per la vita, sia fisica sia sociale, fu sempre grandissimo, e tale fu pure il numero di coloro che ad esso posero mente; ma ciò nulla ostante rimane ancora il desiderio medesimo non a bastanza soddisfatto. Si riconobbe cagione del poco successo, in qualsivoglia ramo della meteorologia, principalmente la discontinuità delle osservazioni, ed il non essere la misura dei fenomeni associata col tempo in che avvengono. Quindi lo studio della meteorologia fu giustamente riformato, introducendo nel medesimo diversi metodi grafici, per ognuno dei quali si ottiene continuamente dal fenomeno stesso la sua misura, e questa sempre colla indicazione del tempo congiunta. L'esempio di tale utile riforma fu dato primieramente nell'osservatorio di Greenwich dal sig. Carlo Brook, ove fin dal 1847 fu praticato il metodo fotografico, atto a registrare le variazioni successive de' principali istromenti magnetici, e meteorologici, che poi fu perfezionato nel 1852 (1).

I danni prodotti alcune volte dalla violenza dei venti, sono compensati ad esuberanza dei vantaggi che procurano alla società queste correnti di aria: sono i venti che nei grandi centri di popolazione rinnovano l'aria e la riconducono salubre: sono essi che trasportano le nubi destinate a fertilizzare la terra colle piogge: sono i venti che distribuiscono continuamente ovunque i germi della vegetazione, per conservarla in ogni luogo della terra: finalmente dalla forza dei venti l'industria, il commercio, l'agricoltura, e la marina trae vantaggi considerevoli. Perciò così fatto ramo della meteorologia merita che sia non meno degli altri studiato dai cultori di questa scienza, e non sarà mai troppo quello che potrà farsi dai medesimi per tale studio. L'idea di avere graficamente la misura della velocità e direzione delle correnti d'aria, col

(1) Per la descrizione di questo ingegnoso e costoso processo, veggasi un lavoro del sig. Dr. Gius. Fagnoli, nelle Mem. dell'Accad. delle scienze dell'istituto di Bologna, T. V. p. 445...

tempo corrispondente ad ogni fase delle medesime; ossia l'idea di un anemometrografo, rimonta per lo meno sino al 1734, quando cioè fu proposto da Ons-En-Brai (1) un istromento costruito in guisa che, come dice l'autore medesimo, indica sulla carta da se, non solo i vari venti che soffiano nelle 24 ore, non pure il tempo in cui comincia o cessa l'azione loro; ma ben anche la velocità dei medesimi. Comparvero in seguito altre costruzioni di siffatti congegni, dei quali daremo un cenno quando torneremo su questo argomento.

Sebbene il problema di costruire un anemometrografo sia stato più o meno soddisfacentemente risoluto da molti, e sebbene sia meritevole di ogni elogio la soluzione che del medesimo ora dette il chiarissimo R. P. Angelo Secchi, (2) facendo costruire ingegnosamente un tale istromento nell'osservatorio astronomico del collegio romano; tuttavia forse non sarà superfluo rendere di pubblico diritto, sia la descrizione sia la teorica di quello da me immaginato, e che ora sta costruendosi pel museo fisico della università romana. Possedere più soluzioni di un medesimo problema, è sempre cosa utile per la scienza, ed in ispecie per la meteorologia, che ancora lascia tanto a desiderare.

Questo è il solo motivo che m'induce a fare la presente pubblicazione, senza pretendere di stabilire alcuna preferenza pel mio congegno; il quale se potesse mai riuscire pur esso di qualche utilità, certo avrò conseguito molto più di quello ardisca io sperare della pubblicazione medesima.

§. II.

Il principio fondamentale per la costruzione dell'anemometrografo che ora vado a descrivere, consiste nell'associare un volante ad ale o palette alla banderuola ordinaria, ed all'elettromagnetismo; cosicchè facciano tutto un sistema ruotante, insieme coll'elettromagnete, per avere ad un tempo e la direzione, e la velocità di una corrente aerea orizzontale. Quest'associazione triplice mi sembra, se non erro, il più semplice, ed il più naturale mezzo per la soluzione dell'indicato problema. Però due sono i modi coi quali si può eseguire l'associazione medesima: cioè il piano in cui ruota il volante ad ali o palette, può essere verticale, od orizzontale, facendo in ogni caso un angolo retto col piano della

*↳ in quello
stato a trasf-
ferire che
invece il
volante.*

(1) Mem. de l'Académie des Sciences de Paris 1734.

(2) Giornale di Roma del 24 febbraio 1859 - ed anche memorie dell'osservatorio del collegio romano, nuova serie 1859, n.º 1.

banderuola. Qualunque si adotti di questi due modi, sempre il volante sarà orientato per la sola rotazione della banderuola cui si unisce ad angolo retto; ed è già questo un grande vantaggio. Non è indifferente del resto la scelta fra questi due piani di rotazione, per quello che si conosce tanto dalle sperienze, quanto dalla teorica. Qualunque sia però quello dei piani medesimi che vogliasi preferire all'altro, sempre l'associazione del volante alla banderuola potrà farsi, e questo principio semplicissimo potrà sempre mandarsi ad effetto.

Due sono i motivi che mi fanno preferire la rotazione verticale alla orizzontale: il primo consiste nel riflettere, che quand'anche la velocità dal vento sia costante, non può essere tale, mentre dura un giro delle palette, la forza che sollecita le medesime al moto rotatorio; perchè ognuna di queste nel percorrere la sua rotazione orizzontale, viene sempre diversamente incontrata dalla costante direzione del vento; cosa che non accade se la stessa rotazione si faccia in un piano verticale. Ora, per la teorica dell'istromento, è molto più comodo che la indicata forza motrice riesca costante insieme alla velocità del vento; poichè allora il calcolo della sua velocità riesce meno complicato, più esatto, e più spedito. Inoltre considerando le due palette corrispondenti ad un'asta medesima nel volante orizzontale, vedremo essere la rotazione di questo in una paletta favorita, e nell'altra opposta contrariata dal vento; cosicchè se le ali medesime fossero identiche in tutto, cioè tanto nella superficie, quanto nella forma, il volante orizzontale non potrebbe ruotare. Ciò non si verifica nel volante verticale, in cui l'effetto delle due palette od ali corrispondenti ad un'asta medesima, per un vento costante, riesce sempre lo stesso in qualunque obliquità dell'asta, ed è sempre cospirante per ambedue le palette. Quindi la rotazione orizzontale si deve ad una differenza, mentre la verticale si deve ad una somma di momenti rotatori; perciò l'effetto di questa dev'essere maggiore. Il secondo motivo procede dalla sperienza, e consiste nel riflettere, che per le ricerche di Sméaton si è riconosciuto essere l'effetto utile dei volanti a rotazione orizzontale, minore di quello dei medesimi a rotazione verticale; cosicchè l'effetto dei primi è circa un ottava o decima parte di quello dei secondi. Ciò non deve recar meraviglia, giacchè le ali che ruotano in un piano verticale, sempre ad angolo retto colla direzione del vento, ricevono da questo un urto molto più efficace a farle ruotare, di quello sarebbe se le medesime ruotassero in un piano orizzontale.

Se la superficie delle ali del volante *coincidesse* col piano della rotazione, cioè col piano perpendicolare all'asse *iu*, fig. (1 e 3), la forza impulsiva del vento

verticale

non potrebbe mai produrre la rotazione del volante, ma solo potrebbe rovesciare il sistema. Da ciò discende che le ali debbano essere oblique alla diversione orizzontale del vento. Però se questa inclinazione fosse nel senso medesimo per ogni ala o paletta, non potrebbe neppure in questo caso l'azione del vento generare la rotazione del volante; giacchè com'è chiaro, anche ~~in questo caso~~ ^{in questo caso} il momento rotatorio di un'ala, distruggerebbe l'uguale e contrario della sua corrispondente; quindi è che il volante dovrebbe di necessità essere immobile. Suppongasi ora che le inclinazioni di due qualunque palette, corrispondenti agli estremi dell'asta cui si annettono, sieno in senso contrario fra loro; certo i momenti rotatori di tutte le ali saranno cospiranti, quindi è che in ~~questo~~ ^{questo} caso dovrebbe il volante concepire un moto rotatorio. La inclinazione che ora vedemmo indispensabile, produce la perdita di una porzione di forza motrice, come appresso verrà dimostrato; però fra le diverse inclinazioni che possono darsi alle ali del volante, una ve ne ha vantaggiosa più di tutte le altre: noi la determineremo in seguito.

1/ste ppa

§. III.

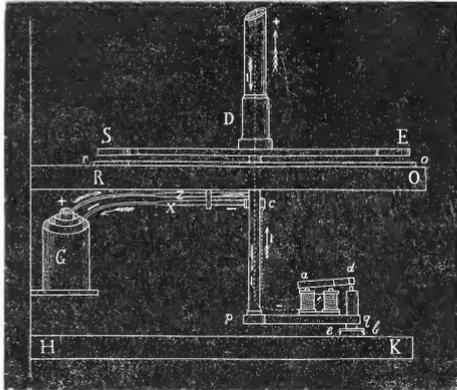
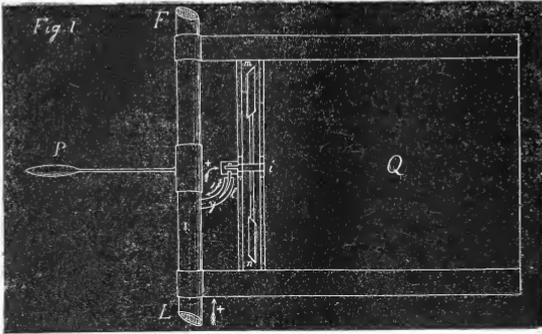
Vedute le ragioni che ci hanno determinato ad adottare il volante verticale in vece dell'orizzontale, torneremo a dire che se taluno amasse meglio preferire il secondo, potrà sempre annetterlo alla banderuola, per avere il vantaggio di conoscere ad un tempo e la direzione e la velocità del vento. ~~Procediamo~~ ^{Procediamo} adesso alla descrizione del nostro anemometrografo, per la quale dobbiamo valerci di lettere grandi e piccole.

Rappresenta ~~una~~ ^{una} banderuola (fig. 1), costituita da un rettangolo, formato con lamina di ferro, e fissata in F, L ad una verga esattamente verticale di ottone FLD, vuota nel l'interno, perchè sia meno flessibile, e meno pesante. Alla base D di questa verga è fissato un ago S E orizzontale, sotto cui si trova il disco r/o, sul quale sta impressa la rosa dei venti, esattamente orientata.

1/2

Una tavola R O di marmo, solidamente fissata nel muro, ed orizzontale, sostiene per mezzo di un incastro circolare, praticato in pietra dura e forato, la banderuola e la verga. Questa, diminuita nel suo diametro, passa per l'indicatedo foro, traversando la tavola medesima, e viene protratta sino in p: ivi ad angolo retto si connette con un raggio p q, il quale sostiene una calamita temporanea, con un'ancora a d, che può ruotare verticalmente intorno l'estremo a, poggiando

Noi poi ci proponiamo di sottoporre in seguito nella medesima banderuola ^{un opportuno} volante orizzontale al verticale adottato, per fare delle esperienze di confronto fra i medesimi.



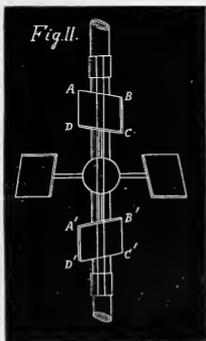
coll'altro estremo *d* sopra un' asticella verticale. Questa mediante un elastico, può salire dentro un cilindro, verticale pur esso; e per la pressione dell'ancora cagionata dall'attrazione magnetica, può scendere dentro il cilindro

medesimo. L'asticella ora indicata *s* congiunge per la estremità inferiore a due punte di matita *e b*. Una seconda tavola orizzontale *H K*, vicina molto alle punte medesime, sostiene una lunga striscia di carta, larga quanto è il doppio del raggio *p q*. La carta medesima è divisa in mezzo, per tutta la sua lunghezza, da una retta, e scorre sempre uniformemente, per mezzo di un orologio regolatore, con una velocità

opportuna sulla *HK*, cosicchè sempre la stessa retta faccia un angolo di 90° colla direzione coincidente coi punti cardinali *S. N.*, passando continuamente sotto al centro dell'estremo *p*. La stessa carta dovrà essere divisa da tante rette perpendicolari tutte alla prima, e distanti fra loro di quanto corrisponde alla lunghezza da essa percorsa nell'unità di tempo, che dovrà essere opportunamente stabilita. La banderuola viene contrapesata mediante una lente di piombo *P*, a fine d'impedire la flessione della verga *FLD*. Questa lente si trova stabilita colla sua periferia orizzontale, onde la spinta del vento produca il minimo effetto sulla medesima, ed il momento rotatorio della banderuola, cagionato dal vento stesso, non subisca sensibile di-

minuzione. In L, cioè vicino alla banderuola, si trova fissato un anello di vetro ben levigato nell'interno, pel quale passando la verga, può senza valutabile attrito in esso ruotare. All'estremo superiore F della medesima, se occorresse, potrebbe anche opportunamente stabilirsi un perno di acciario, il quale rimanendo sempre dentro un cappelletto in pietra dura fissato all'estremo stesso, impedisse maggiormente la flessione della verga.

Un volante verticale *mn*, formato da quattro o sei palette, ruotanti attorno un asse orizzontale *iu* (fig. 1. 2. e 3), per effetto dell'impulso del vento, che percuoterà sempre il volante stesso con direzione perpendicolare al piano del medesimo, è fissato nell'asola della banderuola. Le palette di questo volante sono lastre di metallo rettangolari (fig. 2), fissate agli estremi di tre, o due aste in guisa, che in ognuna le due palette od ali, fanno un angolo *k* fra loro, e ciascuna ala per ciò fa un angolo $\frac{k}{2} = \varphi$ coll'asse *iu* della rotazione



del volante, o colla direzione del vento. Ciò è indispensabile, perchè l'effetto del vento sopra le ali medesime sia cospirante. In quanto all'angolo φ , questo dovrà essere corrispondente all'effetto massimo

indicato dal calcolo, ed accordato colla sperienza; perciò nell'istromento che descriviamo, le palette possono ricevere stabilmente quella inclinazione che si vuole. Con questo mezzo potremo anche istituire delle ricerche, relative all'effetto del vento sulle palette, in riguardo alla diversa loro inclinazione rispetto al piano in cui ruotano i centri delle medesime. Se la indicata costruzione si mandi ad effetto con ogni precisione, tutto il sistema FQPLDSEpadqbe sarà per effetto del vento facilmente volubile attorno l'asse geometrico della verga FLD*p*.

§. IV.

Per ottenere mediante la corrente elettrica il numero dei giri, che fa il volante *mn* in un dato tempo, stabiliscasi (fig. 1) un elettromotore G fra quei tanti che ne abbiamo di economica manutenzione. Il roofofo positivo *z* del medesimo, rimanga sempre in contatto a sfregamento colla superficie esterna della verga; l'altro negativo *x* rimanga isolato da questa superficie,

/n'

lo /c

+

ma in contatto simile coll' anello Yc , isolato dall' asta, e congiunto ~~col~~ filo della calamita. La corrente farà il giro indicato dalle frecce; giunta essa nella banderuola, investirà l' asse orizzontale iu del volante, e quando la breve appendice di platino che ad angolo retto si congiunge a quest'asse, verrà per effetto della rotazione in contatto colla linguetta ly terminata in platino, passerà nel filo interno alla verga, percorrerà il filo della calamita, si porterà in c , e percorrendo il rooforo negativo x isolato dalla verga, tornerà nell'elettromotore G .

Per tanto ad ogni chiusura del circuito elettrico, prodotta in ciascun giro del volante mn , per la congiunzione della breve appendice del suo asse orizzontale colla linguetta ly , la magnete attrarrà l'ancora ad , la matita marcherà sulla carta che scorre la direzione dell'estremo del raggio pq rispetto l'orizzonte, quindi anche la direzione della banderuola, ossia quella del vento che nel momento spira. Il numero poi di questi punti fatti dalla matita, darà quello dei giri fatti dal volante, perciò anche la velocità del vento medesimo; ed è facile comprendere che nel descritto istromento la elettricità riesce molto utile, a produrre l'andamento grafico del medesimo con semplicità, e precisione. I fili percorsi dalla corrente elettrica sono tutti ricoperti di guttaperca, salvo nei punti di contatto che servono al passaggio della corrente.

Dopo tutto ciò si vede chiaro che in questo congegno, la direzione del vento è data dalla direzione della banderuola, resa mobilissima, perchè portata da un asta metallica vuota nell' interno, di breve lunghezza, e perciò poco pesante; inoltre perchè la rotazione facendosi mediante fulcri di acciaio in pietra dura, l'attrito è ridotto al minimo possibile. La velocità del vento è data da un volante annesso alla banderuola, il quale ruota in un piano perpendicolare alla medesima, e perciò sempre opposto direttamente alla direzione del vento. Il congegno è disposto in modo che una sola calamita temporanea basta per avere ad ogni momento la direzione del vento, qualunque sia il rombo che spiri, ed anche le fasi del contrasto di più venti, tutto segnato sulla rosa dei medesimi. Questa velocità è data dal numero dei giri che fa il volante in un dato tempo, come vedremo dalle formule che seguono; e questo numero è quello dei punti segnati dalla matita sulla carta. I medesimi si trovano sempre nella direzione del vento che spira, giacchè la calamita temporanea ruota colla banderuola, ed ambedue si trovano sempre nel medesimo piano verticale. Se il vento sarà di costante direzione i punti si troveranno sopra una medesima linea retta. In ogni caso congiungendo i

Y metallico

X con un

Lt

medesimi col centro della rosa dei venti, che sempre si trova sulla retta da cui viene divisa in mezzo la carta, e che sempre passa di sotto al centro dell'estremo p , si avrà la direzione del vento. Se in un tratto della carta medesima non vi saranno punti, ciò vorrà dire, che nell'ora corrispondente a quel tratto non spirò vento di sorta. Potrebbe accadere che il vento fosse tanto veloce, quindi le chiusure del circuito elettrico rapide tanto, da rendere confusa la traccia dei punti sulla carta, cioè questi non a bastanza distinti da poter essere numerati bene sulla medesima. In tale caso un opportuno congegno, stabilito presso l'asse ui del volante, farà sì, che questo invece di chiudere il circuito elettrico per ogni giro delle palette, potrà chiuderlo per ogni due, o tre giri delle medesime, senza rendere più difficile il calcolo della velocità, mediante le formule che stabiliremo.

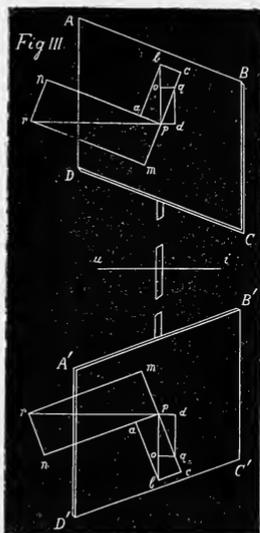
Inoltre questo anemometrografo possiede anche la proprietà utilissima di far conoscere sempre, se la velocità del vento sia costante o no, quando incominci tale costanza, quanto abbia essa durato, quale sia il valore della medesima, e quando esso abbia cangiato. Poichè la eguale o diseguale distanza fra i punti segnati dalla matita sulla carta, che sotto ad essa corre con moto uniforme, offre un facile mezzo per conoscere tutte queste indicate fasi della velocità del vento. Ed in fatti considerando un medesimo rombo, e supponendo che spiri continuamente per un dato tempo, esso in un ora, ed anche in meno, può molte volte variare la sua velocità. Non basta dunque per la soluzione del problema che ci occupa, sapere se lo stesso rombo abbia sempre spirato, non basta sapere se la sua velocità è cresciuta o diminuita, ma fa duopo conoscere pur anche se la medesima fu o no mai costante, e quindi tutte le altre circostanze sopra espresse, che si riferiscono alla velocità del supposto vento. Cognito poi le velocità ed i tempi corrispondenti alle medesime, prendendo quelle per ordinate, questi per ascisse, potremo facilmente costruire per ogni vento la curva delle fasi corrispondenti alla sua velocità orizzontale, senza dubbio veruno.

§. V.

Ora veniamo ad esporre la teorica dell'istromento: si rappresenti con $w = rp$ (fig. 3). la velocità del vento, che sarà sempre parallela alla direzione

L orizzontale

~~Le~~ $w = rp$ ^{come} $w = rp$ ^è $w = rp$ ^{la} $w = rp$ ^{direzione} $w = rp$



della banderuola: dicasi $v = pb$ la velocità colla quale il piano $ABCD = s$ dell'ala o paletta che si considera, va ruotando intorno all'asse iu perpendicolarmente a quel piano, ed alla direzione del vento: esprima $\varphi = npr$ l'angolo che il piano $ABCD$ od $A'B'C'D'$ fa colla direzione orizzontale del vento, ed anche colla direzione dell'asse iu del volante. La velocità $w = rp$ del vento, si risolve nelle due

$$mp = v \operatorname{sen} \varphi, \quad np = w \operatorname{cos} \varphi,$$

la prima perpendicolare, la seconda parallela il piano $ABCD$ della paletta. Similmente, riflettendo essere l'angolo

$$apb = 90^\circ - \varphi,$$

la velocità v si risolve nelle due

$$pc = v \operatorname{cos} \varphi, \quad pa = v \operatorname{sen} \varphi,$$

la prima perpendicolare, la seconda parallela al piano medesimo. E poichè il vento investe direttamente colla velocità mp la paletta, mentre questa gli sfugge con velocità pc , chiaro apparisce che perciò la velocità relativa, cioè quella da cui deriva l'urto del vento contro la paletta medesima, sarà

$$mp - pc = pq = v \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi.$$

di cui le componenti, una nel piano del moto rotatorio, l'altra perpendicolare al medesimo, saranno le

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} op = (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi) \operatorname{cos} \varphi, \\ dp = (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi) \operatorname{sen} \varphi. \end{array} \right.$$

Dicasi h l'altezza che alla velocità pq corrisponde, sarà

$$h = \frac{(w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2}{2g};$$

ma sappiamo dai risultamenti sperimentali sulle resistenze dei mezzi, che l'assoluta misura dell'urto diretto di un fluido contro un piano, eguaglia il peso di un prisma dello stesso fluido, avente per base la superficie di quel piano, e

per l'altezza quella che alla velocità dell'urto è dovuta. Perciò chiamando f la forza o misura dell'urto da noi considerato, cioè quello che il vento esercita secondo la p , q , perpendicolarmente al piano dell'ala, otterremo

$$f = \delta sh = \frac{\delta s}{2g} (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2,$$

essendo δ la gravità specifica dell'aria. Questa forza si decomponga nelle due seguenti:

$$f' = \frac{\delta s}{2g} (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2 \operatorname{cos} \varphi,$$

$$f'' = \frac{\delta s}{2g} (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2 \operatorname{sen} \varphi;$$

delle quali la prima trovasi nella direzione del moto delle ali, ovvero del volante, cioè secondo la po , quindi tutta s'impiegherà nel produrre il moto rotatorio del medesimo; la seconda nella direzione orizzontale del vento, cioè secondo la pd , laonde tutta sarà ellisa dalla resistenza dell'asse ~~rotatorio~~.

Essendo ν il numero delle palette, la forza F motrice che sollecita tutto il volante, sarà espressa dalla

$$(2) \quad F = \frac{\nu \delta s}{2g} (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2 \operatorname{cos} \varphi.$$

Diciamo d la distanza del centro di ogni ala dall'asse di rotazione, e rappresenti m la somma dei momenti delle resistenze; dovrà, quando il moto si sia ridotto equabile, verificarsi la

$$\frac{\nu \delta s d \operatorname{cos} \varphi}{2g} (w \operatorname{sen} \varphi - v \operatorname{cos} \varphi)^2 = m. \quad /.$$

Risolvendo quest'equazione rispetto alla velocità v del volante, avremo

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} v = w \operatorname{tang} \varphi - \frac{1}{\operatorname{cos} \varphi} \sqrt{\left(\frac{2gm}{\nu \delta s d \operatorname{cos} \varphi} \right)}; \\ \text{e risolvendola rispetto alla } w, \text{ otterremo} \\ w = v \operatorname{cot} \varphi + \frac{1}{\operatorname{sen} \varphi} \sqrt{\left(\frac{2gm}{\nu \delta s d \operatorname{cos} \varphi} \right)}. \end{array} \right. \quad /.$$

Abbiamo dovuto ritenere il segno — nella prima di queste formule, perchè quando $\varphi = 90^\circ$ dev' essere $v = 0$, lo che non si verificherebbe se nella medesima si fosse conservato il segno contrario. Si è pure dovuto ritenere

~~Fatto~~
~~quanto al moto~~
~~in un punto~~
~~la rotazione~~

il segno + nella seconda formula, perchè il valore di w dev'essere sempre positivo, comunque si faccia crescere l'angolo φ ; ma ciò non avverrebbe se nella medesima si fosse prescelto l'opposto segno.

La prima delle (3), data la velocità w del vento, ne porge l'altra v , colla quale gira il volante; mentre dalla seconda si avrà la w conoscendosi v . Considerando il volante al principio del moto, sarà $v = 0$, quivi ponendo questo valore nella (2) sarà

$$(4) \quad F' = \frac{v \delta s w^2}{2g} \operatorname{sen}^2 \varphi \cos \varphi$$

la forza motrice che in tale istante sollecita le palette al moto rotatorio. Inoltre abbiamo $F' = 0$ tanto per $\varphi = 90^\circ$, quanto per $\varphi = 0^\circ$; dunque la F' ammette un massimo fra questi due valori di φ . Chiamando a l'altezza, b la base della superficie di una qualunque palette, sarà $s = ab$: inoltre detta z la proiezione di b sopra un piano parallelo a quello della rotazione, cioè perpendicolare alla direzione del vento, sarà eziandio $z = b \operatorname{sen} \varphi$: finalmente dalla prima delle (1) per $v = 0$ abbiamo

$$op = w \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi ;$$

sostituendo questi valori nella (4) avremo

$$(5) \quad F' = \frac{v \delta a w}{2g} \cdot op \cdot z .$$

Dunque al principio del moto la forza F' riesce direttamente proporzionale alla componente op della velocità relativa pw , ed alla proiezione della base b sul piano in cui le ali ruotano. In fatti se op non esistesse, vale a dire se le palette si presentassero perpendicolarmente alla direzione del vento, non potrebbero esse ruotare attorno l'asse iu , e tutta la forza del vento s'impiegherebbe soltanto a rovesciarle nella direzione del medesimo. Se poi non esistesse la proiezione z , cioè se le palette si presentassero al vento parallelamente alla sua direzione, neppure potrebbe aver luogo il moto rotatorio del volante, perchè non potrebbe verificarsi l'urto del vento sulle medesime. In fatti la larghezza della corrente d'aria che può aver effetto sulle ali, è tanto più grande, quanto più queste si presentano meno obliquamente all'urto del vento; e perciò la quantità dell'urto deve pur anco dipendere dalla proiezione z .

14

Per trovare quale sia l'angolo φ , che al principio del moto produce il massimo effetto sul volante, dalla (4) abbiamo

$$\frac{dF'}{d\varphi} = \frac{v\delta gw^2}{2g} (2 \cos^2\varphi / \text{sen}\varphi - \text{sen}^3\varphi), \quad |.$$

da cui si ottiene la

$$2 \cos^2\varphi - \text{sen}^2\varphi = 0, \quad \text{ossia} \quad 2 - 3 \text{sen}^2\varphi = 0,$$

donde

$$\text{sen}\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \text{quindi} \quad \cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}, \quad \text{e} \quad \varphi = 54^\circ, 44'.$$

E poichè abbiamo

$$\frac{d^2F'}{d\varphi^2} = \frac{v\delta gw^2}{2g} (2 \cos^3\varphi - 7 \text{sen}^2\varphi \cos\varphi), \quad |. \quad] \text{CO}$$

risultamento negativo pel trovato valore di φ ; perciò resta confermato corrispondere questo valore ad un massimo di F' . L'ottenuto risultamento si accorda colle sperienze di Borda (1), il quale ha trovato dalle medesime, dover essere $\varphi = 55^\circ$. Però è chiaro che quando il volante sia già in movimento, allora l'angolo φ dovrà essere alquanto maggiore di quello ~~trovato~~; e ciò per la resistenza del mezzo in cui ruotano le palette, la quale cresce col diminuire di φ , e pel contrario.

il trovato valore di φ
+ che ora ottenemmo

Dicasi n il numero dei giri che fa il volante nel tempo t , quando il suo moto siasi già ridotto uniforme; si ponga che il momento delle resistenze, il quale non può essere lo stesso per tutte le velocità del volante, sia proporzionale alla velocità del medesimo, ipotesi che si avvicina molto al vero; sarà

$$v = \frac{2n\pi}{t} \quad \text{ed,} \quad m = Av = \frac{2\Lambda n\pi}{t},$$

essendo Λ una costante, che dovrà essere dalla sperienza determinata. Perciò dalla seconda delle (3) otterremo la

$$(6) \quad w = \frac{2n\pi}{t} \cot\varphi + \frac{1}{\text{sen}\varphi} \sqrt{\left(\frac{4g\Lambda n\pi}{v\delta s \cos\varphi}\right)} \quad |. \quad \sqrt{x}$$

da cui cognito il numero n dei giri del volante, col tempo t nel quale si eseguiscono, si conoscerà la velocità w del vento.

Chiamando n' il numero dei giri fatti dal volante in 1'' di tempo, sarà

(1) Mémoires de l'académie de Paris 1760.

$$\frac{n}{t} = n'$$

Quindi la (6) si cangerà nella seguente

$$(7) \quad w = \int 2d\pi n' \cot\varphi + \frac{2}{\beta \sin\varphi} \sqrt{\frac{gA\pi n'}{v\delta s \beta \cos\varphi}}. \quad 15 \quad \angle.$$

Questa formula ridotta in numeri per un dato istromento, potrà fornire una tavola, in cui cognito n' si conosca il corrispondente w ; e per tal modo colla semplice ispezione della carta sulla quale si legge il numero n' dei punti per ogni secondo, avremo senz'altro il valore della corrispondente velocità di un qualunque vento, e quindi potremo descrivere con somma facilità la curva della sua velocità diurna.

L'esperienza dimostra che la direzione del vento è raramente all'orizzonte parallela, e che nella maggior parte dei casi essa è dall'alto al basso inclinata; perciò qualunque sia il piano di rotazione adottato per conoscere la velocità del vento, il più delle volte questa velocità si deve riguardare come propria della componente orizzontale del medesimo. Laonde quando si conosca la inclinazione β dal vento all'orizzonte, la velocità V di esso nel senso in cui spira, sarà data dalla formula

$$\cancel{w = V \cos\beta} \quad w = V \cos\beta.$$

Non mancano mezzi per conoscere sperimentalmente l'angolo β : il sig. Carena descrisse un istromento che aveva per iscopo misurare la inclinazione dei venti all'orizzonte (1): ed il Cacciatore che fu astronomo in Palermo, annunciava di avere fatto costruire un anemometro, che dava contemporaneamente, la direzione, la forza relativa, e la inclinazione assoluta del vento all'orizzonte.

Dalla (7) abbiamo

$$(8) \quad A = \frac{v\delta s \cdot \sin^2\varphi \cos\varphi}{4gn'\pi} (w - 2dn'\pi \cot\varphi)^2;$$

e per conoscere la costante A , basterà che si abbiano i valori di n , t , w . A questo effetto, in una giornata calma, si dovrà con moto uniforme far percorrere all'istromento una lunghezza cognita, e si dovranno esattamente contare i giri che in questa corsa farà il volante. Dividendo la lunghezza percorsa pel tempo impiegato a percorrerla, si avrà la velocità w , che sarà

(1) Mem. dell' accad. delle scien. di Torino anno 1809-10

quella del vento, se l'istromento si fosse fermato, e l'aria colla velocità di questo avesse agito sul volante, poichè gli avrebbe fatto eseguire lo stesso numero di giri nello stesso tempo. Con questi dati sperimentali determineremo per mezzo della (8) la costante A. Si può giungere alla medesima determinazione per mezzo dell'anemometro del sig. Combes, nel quale la velocità orizzontale del vento è data dalla

$$w = a + bn''$$

essendo n'' il numero dei giri fatti dal volante in $1''$, ed a, b due costanti da determinarsi colla sperienza per ogni stromento. In quello per esempio posseduto dal museo fisico della università romana, l'equazione precedente si converte nella

$$w = 0^m,115 + 0^m,091 \cdot n''.$$

100

Dovrà per questa sperienza scegliersi una giornata, in cui la velocità del vento sia fra i limiti $0^m,5$ ed 8^m , fra' quali sono circoscritte le indicazioni esatte di questo istromento. Bisognerà però sempre in tale caso fare agire contemporaneamente l'anemometrografo, per conoscere il numero n relativo al tempo t , e quindi si potrà venire in cognizione di A.

Questo nostro istromento, come fu descritto, può anche servire, purchè sia fatto leggiero il più possibile, a riconoscere ed a misurare le ventilazioni tenuissime negli ambienti chiusi, come sarebbero quelle che non hanno velocità maggiore di $0^m, 16$ per secondo. In fine può sostituirsi con grande utilità, in ognuno di quei casi nei quali si fa uso dell'anemometro del sig. Combes/ come per conoscere la quantità di ventilazione negli appartamenti, nelle prigioni, negli ospedali, nelle miniere, nei luoghi ove si depositano materie dalle quali esalano molesti odori o nocivi, nelle caserme, nei teatri, e negli anfiteatri. Ognuno poi vede che questo anemometrografo può essere dovunque collocato, ed anche può combinarsi cogli altri istromenti meteorografi per mezzo di opportuno ingranaggio; così pure in modello, e mediante una corrente d'aria artificiale, può farsi agire nelle pubbliche lezioni sperimentali.

1+

COMMISSIONI

*Sopra una nuova forma di tegole per le coperture dei tetti,
proposta dal sig. F. NEGRI.*

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} N. CAVALIERI S. B. e C. SERENI *relatore*)

La forma delle tegole per la copertura dei tetti, immaginata dal sig. Francesco Negri, per la quale si è fatto egli ad implorare dal ministero del commercio una dichiarazione di proprietà, è forse nuova; ma quando anche non lo fosse, certo essa è inusitata in tutto lo stato pontificio. Per la qual cosa, quantunque manchi di elementi notevoli a far conoscere se il divisato sistema di coperture sia o no probabile, e se produca quei vantaggi, che ne vengono ripromessi da chi se ne dice inventore; tuttavia la commissione accademica incaricata di esaminare la dimanda, sarebbe d'avviso che potesse, senza ledere i diritti di alcuno, accordandosi ad esso l'implorato privilegio. Prima però dovrà il signor Negri deporre negli uffici del ministero i perfetti campioni delle tegole, onde possano servire in ogni tempo per gli opportuni confronti in caso di ricorsi o di cotestazioni, cui desse causa la concessione, o qualche supposto abuso di essa. Poichè in questo caso sarebbero allo scopo insufficienti quei troppo minuti disegni, e quelle poche parole, da cui sono essi accompagnati senza che sia dato a conoscere in modo alcuno con quale scala, o sia in quale rapporto al vero i disegni medesimi sieno delineati.

*Sopra un sapone diafano, ed una vernice celere a pennello,
del sig. ANGELICO FABBRI.*

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} B. DOTT. VIALE, e P. SANGUINETTI *relatore*.)

Il sig. Angelico Fabbri avanzò istanza al ministero del commercio per avere il diritto di proprietà sopra due articoli, il primo dei quali s'intitola

Sapone diafano, l'altro Vernice celere a pennello. Incaricati noi sottoscritti dal comitato accademico ad esaminare la detta petizione, dichiariamo che non ci è dato poter esternare il nostro parere sul merito della medesima, non essendo questa dagli opportuni schiarimenti accompagnata, e non offrendo i campioni presentati, e le formole per ottenere questi preparati, alcuna saliente specialità, per poterne arguire in favore.

L'accademia ad unanimità di voti, approvò le conclusioni dei due precedenti rapporti, messi a disamina uno alla volta; ed ordinò che ne fosse inviata copia autentica al ministero del commercio, belle arti, ec.

CORRISPONDENZE

Il sig. Giuseppe Henry segretario della istituzione Smitsoniana in Washington, ringrazia per gli Atti de' Nuovi Lincei giunti alla medesima. In pari tempo il segretario stesso invia in dono all'accademia nostra parecchie pubblicazioni di quell'istituto scientifico, le quali si trovano registrate nel bullettino bibliografico di questa sessione.

Il sig. P. F. Wahlberg segretario perpetuo della R. accademia delle scienze di Stockolm, a nome della medesima ringrazia per gli Atti de' Nuovi Lincei da essa ricevuti.

Lo stesso ringraziamento giunge a nome dell'accademia delle scienze dell'istituto di Bologna, per parte del sig. D. Domenico Piani, segretario perpetuo della medesima

La R. accademia delle scienze di Modena invia parecchie copie del programma, pel concorso ai premi del 1859.

Il prof. P. Volpicelli presenta in dono all'accademia, da parte dell'illustre autore, la terza edizione dell'opera del sig. Rodrigo I. Murchison, intitolata SILURIA, istoria delle più antiche rocce fossilifere, con un cenno della distribuzione dell'oro sul globo terrestre. Londra 1858, 1 vol. in 8.

Il sig. D. Vincenzo Scarcella segretario generale della R; accademia Peloritana, ringrazia per essere giunti alla medesima quei fascicoli degli atti dei Nuovi Lincei, che ad essa mancavano.

Il sig. D. Luigi Spallanzani, segretario generale della R. accademia di scienze, lettere, ed arti di Modena, invia da parte della medesima tre volumi di memorie da essa pubblicate, pregando in pari tempo che le sieno inviati gli Atti de' Nuovi Lincei.

Il sig. D. Eliodoro Giutti, presidente dell' accademia medico chirurgica di Ferrara, invia da parte di essa in dono, alcune pubblicazioni della medesima.

COMITATO SECRETO

In questa tornata il comitato accademico propose di accrescere l'attuale numero dei trenta corrispondenti italiani, sino a quaranta; e quello degli attuali cinquanta stranieri, sino a settanta. La proposta era motivata dall'essere troppo ristretto il numero attuale dei corrispondenti Lincei, sieno italiani, sieno stranieri, avuto riguardo a quello dei dotti viventi di onorevole rinomanza.

L'accademia per mezzo dello squittino segreto, approvò le indicate due proposte, le quali avranno effetto dopo ricevuto il beneplacito sovrano.

L'accademia riunitasi in numero legale a un ora pomeridiana, si sciolse dopo 2 ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

G. Ponzi. — C. Maggiorani. — P. Volpicelli. — A. Coppi. — O. Astolfi. — P. Sanguinetti. — B. Tortolini — I. Calandrelli. — N. Cavalieri S. B. — S. Proia. — G. Pieri. — L. Ciuffa. — E. Fiorini. — R. P. A. Secchi. — C. Sereni. — B. Viale. — M. Massimo.

Publicato il 4 giugno 1859.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

- Rendiconti dell'Accademia Medico-Chirurgica di Ferrara dal 1842 al 1855.* fasc. 7.
- I segreti dell'arte di comunicare le idee negli elementi delle scienze esatte.* Studi di S. PURGOTTI, che fanno seguito alle sue lettere filosofiche. Perugia, 1858; un fasc. in 8.°
- Elementi di Algebra, del MEDESIMO* (4 edizione riv. e corr. dall'A). Perugia, 1858; un fasc. in 8.°
- Elementi di Geometria, del MEDESIMO* (id). Perugia, 1858; un fasc. in 8.°
- Annuario dell'I. R. Museo di fisica e storia naturale per l'anno 1859.* Firenze, 1858.
- Reminiscenze di fatti e di principi medico-politici sul Cholera Morbus del D. G. S. GIANELLI.* Padova, 1858; un fasc. in 8.°
- Sui modelli esterni doleritici della quercia in contrada pinitella sull'Etna.* Lettera al prof. G. GUISCARDI di G. G. GENELLARO. Catania, 1858; un foglio in 8.°
- Proposta del solfuro nero d'idrargiro contro la febbre gialla.* Lettera del D. S. CADET al D. BEAUPERTHUY di CARACAS. Roma, 1859; un fasc. in 12.°
- Sulla risoluzione algebrica delle equazioni.* Nota del prof. GIUSTO BELLAVITIS. Venezia, 1858. Mezzo foglio in 8.°
- Cenni elementari sui discriminanti e covarianti.* Nota del MEDESIMO. Venezia, 1859; un fasc. in 8.°
- Nuovo reagente per distinguere l'acido tartrico dall'acido citrico.* Memoria del prof. F. CASORIA. Napoli, 1859; un fasc. in 4.°
- Ricerche intorno la preparazione dell'Ossido verde di Cromo.* Memoria del MEDESIMO. Napoli, 1859; un fasc. in 4.°
- Relazione dei premi della fondazione cav. L. SENENTINI, per gli anni 1857 e 1858* del prof. V. FLAUTI. Napoli, 1859; un fasc. in 4.°
- Atti dell' I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI.* Vol. 1.° — fasc. XI. Milano, 1858; un fasc. in 4.°
- Atti dell' I. REG. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI.* Venezia, 1859. Disp. 3.ª del 1858-59; un fasc. in 8.°
- Il Nuovo Cimento* — *Giornale di fisica, di chimica, e scienze affini, compilato dai professori C. MATTEUCCI, e R. PIRIA.* Fasc. di novembre e dicembre 1858.

- Memorie della R. ACCADEMIA DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI DI MODENA.* Vol. 3. in 4°. Modena, 1833, e 1858.
- Examen. . . . *Esame delle specie confuse sotto il nome di Laminaria digitata, con delle osservazioni sopra il genere Laminaria; del sig. A. LE JOLIS.* Breslau, 1854; un fasc. in 4.°
- Notice. . . . *Notizia sopra l'origine, e lo stabilimento della Foire Saint-Clair de Querqueville; del MEDESIMO.* Cherbourg; un fasc. in 8.°
- Manifestazione del concorso a' premi Sementini. Avviso del prof. V. FLAUTI.*
- Comptes... *Conti resi dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI FRANCIA* in corrente.
- Siluria... *Istoria delle più antiche rocce fossilifere, con un cenno della distribuzione dell'oro sul globo terrestre del sig. RODRIGO I. MURCHISON,* 3 edizione. Londra, 1858; un vol. in 8.°
- Annual... *Rapporto annuale delle spese dei Reggenti dell'ISTITUTO SMITSONIANO dimostrando le operazioni spese e condizioni dell'ISTITUTO per l'anno 1856 fino al Gennajo 1857.* Washington 1857 un vol. in 8.°
- Register... *Registro meteorologico dell'armata durante ventinove anni dal 1826 al 1854 inclusivi, compilato dalle osservazioni fatte dagli ufficiali del dipartimento medico dell'armata degli Stati Uniti, redatto sotto la direzione del Brigadier Generale L. I. LAWSON medico primario dell'armata degli Stati Uniti.* Washington 1851 due vol. uno in 4.° grande l'altro in 8.°
- Statistical... *Rapporto statistico sulle malattie e mortalità dell'armata degli Stati Uniti durante sedici anni, dal Gennajo 1839 al Gennajo 1855 compilato dal MEDESIMO.* Washington 1856, un vol. in 4.° grande.
- Meteorology... *La Meteorologia in rapporto con l'agricoltura per il Sig. GIUSEPPE HENRY, segretario dell'ISTITUTO SMITSONIANO.* Washington 1857, un fasc. in 8.°
- Tables... *Tavole fisiche meteorologiche redatte per l'ISTITUTO SMITSONIANO dal sig. ARNOLFO GUYOT,* Washington 1858, un vol. in 8.°

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.

Vicesgerens.



A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE V.^a DEL 5 APRILE 1859

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

IDROMETRIA. — Descrizione di un meccanismo elettro-dinamico destinato a far conoscere istantaneamente, ed a qualunque distanza, l' altezza del livell dell'acqua di un fiume. Nota del dott. R. FABRI.

Tutti conoscono le belle applicazioni che si sono fatte dell'elettricità a cose di vantaggio sociale, ed i grandi benefizi che ogni giorno più ritrae l'umanità dallo studio dei singolari fenomeni di questo poderoso agente. Ho quindi fiducia che non debba dispiacere la descrizione di un meccanismo elettro-dinamico destinato a far conoscere istantaneamente, e a qualunque distanza, l'altezza dell'acqua in un fiume, in un torrente, in un lago ec; e così senza l'aiuto di persona alcuna che osservi l'altezza dell'acqua sul luogo, seguire da lontano le variazioni di quest'altezza, come se si fosse costantemente sulla riva di quel fiume, potendo in questa guisa mandare soccorsi a tempo, e prevenire tanti guasti che nascono principalmente per la mancanza di solleciti, e sufficienti provvedimenti.

Per raggiungere questo scopo io aveva primieramente imaginato alcuni apparecchi, ove la diversa altezza dell'acqua si faceva conoscere dalla diversa resistenza che opponeva al passaggio della corrente elettrica, una colonna liquida di lunghezza variabile coll'altezza dell'acqua del fiume. Se non che facilmente mi sono accorto, che gravissime difficoltà potevano sorgere dal più

o meno imperfetto isolamento del filo che trasporta la corrente, dalla diversa forza elettromotrice della pila, e da molte altre circostanze, le quali tutte avrebbero portato infallibilmente degli errori, che per essere annullati, od anche solamente valutati, avrebbero reso indispensabile una grande complicazione del meccanismo, e moltissimo incomodo, e difficoltà nell'adoperarlo.

Per ciò, mi limiterò soltanto a descrivere un solo meccanismo, fondato sopra principii differenti dalla resistenza al passaggio della corrente, e che sembrandomi scevro delle difficoltà enunciate, sono persuaso che possa rendere dei reali servigi.

Si disponga un filo isolato, precisamente come quelli destinati alla telegrafia, fra il luogo ove si vogliono avere le indicazioni, e la riva del fiume, in guisa da avere volendo un circuito chiuso mediante la terra. Un galleggiante posto in un vaso cilindrico di dimensioni poco maggiori ad esso, e comunicante coll'acqua del fiume, segua perfettamente le variazioni del suo livello. Nel mezzo di questo galleggiante è fissa l'estremità di una funicella, che passando per una puleggia, sostiene una porzione dell'asta e la lente di un pendolo, che viene mosso da un orologio. Questo pendolo è formato di due parti, ossia, da un pezzo d'asta che è unito invariabilmente al meccanismo del orologio, e da un'altra asta che scorre entro la prima. È questo secondo pezzo che all'estremità porta la lente, e che è sostenuto dalla funicella del galleggiante, per modo che allo alzarsi, od abbassarsi di questo, si allunga, o si accorcia il pendolo, e le sue oscillazioni divengono più o meno lente.

Ad ogni oscillazione, in un modo ben facile ad immaginarsi, viene chiuso il circuito, il che si renderà palese al luogo di ricevimento delle indicazioni, col piccolo romore prodotto dalla percussione di un'ancora di ferro sulla sottoposta elettro-calamita, cossicchè non si avrà che contare quanti di questi piccoli colpi si succedono in un minuto, per potere dedurre l'altezza del galleggiante posto sulla riva del fiume, ossia anche l'altezza dell'acqua nello stesso fiume (1).

(1) Sarebbe anche più vantaggioso fare che ad ogni oscillazione del pendolo, venga dall'ancora percossa una matita, la quale perciò segni un punto sopra una striscia di carta, scorrente con moto uniforme. Per tal mezzo cesserebbe il bisogno di contare il numero dei colpi che si succedono in un dato tempo, giacchè questi si leggerebbero sulla carta medesima. Inoltre si avrebbe in tal guisa eziandio la grafica indicazione continua del cangiamento di livello del fiume, per descrivere poi la curva dei cangiamenti stessi.

Siccome le indicazioni sono inutili quando il fiume non è in piena, potrà limitarsi la corsa del galleggiante, solo sopra la piena ordinaria, senza di che bisognerebbe portare il pendolo a delle dimensioni eccessivamente grandi.

Se in qualche circostanza, anche con questa modificazione la corsa del galleggiante fosse grandissima, per potere usare un pendolo di dimensioni non eccessive, bisogna far sì che le sue variazioni non sieno uguali a quelle del galleggiante, ma più piccole, e solamente ad esse proporzionali.

Perchè non fia d'uopo di caricare continuamente l'orologio che fa muovere il pendolo, si unisce ed esso in vicinanza della lente un piccolo appendice, che allorquando il pendolo si sia accorciato fino alla piena ordinaria, vada a toccare una molla fissa, la quale fermi il pendolo, e non lo abbandoni che quando si allunga nuovamente.

Se dunque non si sente alcun movimento, si sarà certi che il livello del fiume è sotto la piena ordinaria. Se poi si ode battere l'ancora sulla calamita, non si dovrà che contare quante percussioni vengono date in un minuto e poscia da una tavola preparata in antecedenza, dedurne subito l'altezza corrispondente dell'acqua. Sarà finalmente ovvio l'aggiungere che questa tavola potrà dedursi dalla notissima formola che regola il moto dei pendoli, allorquando si conosca la lunghezza primitiva del pendolo adoperato.

Chiunque sia nato, od abbia anche solo dimorato qualche tempo in quelle basse località ove scorrono fiumi arginati, che tante volte hanno il loro letto più alto dei terreni circostanti, conosce in quali timori ed angosce soglia essersi nell'epoca delle piogge, sapendosi che questi fiumi rigonfiano allora d'acqua e che un'inosservato straripamento produce una rottura d'argini, ed un inevitabile inondazione: e quindi potrà ben valutare di quale vantaggio sia il potere contemporaneamente mostrare lo stato di tanti diversi fiumi agli ingegneri destinati a custodirli, e ciò nel loro proprio ufficio posto in città, dandogli così il mezzo di porgere tutto il loro valevole soccorso in quel luogo che ne abbisogna, prevenendo tanti danni che qualche volta portano la desolazione in intiere provincie.

Recherches sur plusieurs ouvrages de LÉONARD de PISE, découverts et publiés par M. le prince BALTHASAR BONCOMPAGNI, et sur les rapports qui existent entre ces ouvrages, et les travaux mathématiques des Arabes. Par M. F. WOEPCKE ().*

II.

Traduction du traité d'arithmétique
d'Aboul Haçan Ali Ben Mohammed Alkalçadi (**)

Louange à Dieu: Au nom de Dieu clément et miséricordieux. Que la bénédiction et le salut de Dieu soient sur notre seigneur et maître Mohammed, sur sa famille et sur ses compagnons.

Ali Ben Mohammed Ben Mohammed Ben Ali, le Koraichite, connu sous le nom d'Alkalçadi, Albasthi, le pauvre esclave devant Dieu (que Dieu lui pardonne par sa grâce et sa générosité) dit :

Louange à Dieu qui est prompt dans ses comptes dans le livre de Dieu (***), qui répand abondamment des bienfaits, qui ouvre les portes. Que la bénédiction et le salut soient sur le seigneur des deux mondes, le prophète envoyé aux hommes et aux génies.

Pour en venir au fait, ceci est un abrégé assez étendu et riche en matière, également éloigné de l'insuffisance et de la prolixité, que j'ai extrait de mon ouvrage intitulé : « Soulèvement du vêtement de la science du cal-

(*) Continuazione V. T. X. Sessione IV del 1 marzo 1857 pag. 236.

(**) M. Re naud possède un manuscrit de ce traité, qu'il a eu l'extrême obligeance de me communiquer, et dont il m'a permis de prendre copie. Je m'empresse de lui en témoigner ma reconnaissance. C'est de cette copie que je me suis servi pour la traduction que je publie ici. Ayant quitté Paris, comme je pensais d'abord pour quelques semaines seulement, mais me voyant ensuite empêché d'y retourner, je n'ai pu collationner ma copie, comme je l'aurais désiré, avec un autre manuscrit du même traité conservé à la Bibliothèque Impériale. J'ai donné quelques notices sur les deux manuscrits dont je viens de parler, ainsi que sur le nom et l'époque de la mort d'Alkalçadi (1477 ou 1486 de notre ère) dans un mémoire publié dans le Journal asiatique, Cahier d'Octobre — Novembre 1854, pag. 348 et suiv.

(***) Voir sourate II, 198; III, 17, 199; V, 6; XIII, 41; XIV, 51; XXIV, 39; XL, 17. En citant cette expression du Koran qui signifie à la lettre que Dieu est prompt au calcul, l'auteur fait allusion, par un jeu de mot familier aux écrivains arabes, à la science qui est l'objet de son traité.

cul » (*). Cet abrégé est destiné à offrir une ample provision à une partie des étudiants. et à servir de manuel à ceux qui sont doués d'une intelligence supérieure. Je l'ai intitulé SOULÈVEMENT DES VOILES DE LA SCIENCE DU GOBÂR, et je prie Dieu de m'accorder son appui et de me guider pour que je marche dans le chemin droit de son assistance et de sa direction, dans ce monde et dans la vie future; je le supplie de placer ce travail parmi les oeuvres qui ne sont pas interrompues par la mort, et dont l'auteur n'est pas menacé par le malheur d'une fin subite. Ce traité se compose d'une introduction, de quatre parties et d'une conclusion. Chaque partie comprend huit chapitres.

INTRODUCTION.

Quant à l'introduction, elle traite de la manière de poser ces signes, et de ce qui s'y rapporte: ce sont neuf figures différentes (**), dont la première est l'unité, ensuite vient le deux, (et ainsi de suite) jusqu'au neuf. Posez d'abord l'unité, et au-dessous d'elle le deux, (et ainsi de suite) jusqu'au dernier de ces signes de la manière suivante :

Si vous avez dix, alors posez un zéro (***), c'est à dire un petit cercle, et après lui (****) l'unité, ainsi: 10. Et si vous avez vingt, posez un zéro et après lui le deux, ainsi : 20. Et de même allez jusqu'à quatre-vingt dix en observant la même forme, ainsi :

∴ 90 ∴ 80 ∴ 70 ∴ 60 ∴ 50 ∴ 40 ∴ 30 ∴

1
2
3
4
5
6
7
8
9

Si vous avez onze, posez une unité et après elle une seconde unité, ainsi: 11. Si vous avez douze, posez d'abord le deux et après lui une unité, ainsi: 12; et de même jusqu'à dix-neuf.

(*) D'après le ms. de M. Reinaud qui intercale encore le mot *maâni* entre *qachf* et *al-djilbâb*, ce titre serait : « Révélation des significations du vêtement de la science du cacul ». Le mot *ma'nan* (plur. *maâni*) dénote en général la signification, le sens, le fond, la nature intérieure d'une chose par opposition à sa forme extérieure.

(**) Quant à la forme de ces chiffres, elle se trouve exactement reproduite dans le mémoire déjà cité, publié dans le Journal asiatique. Voir loc. laud. pag. 362 et suiv.

(***) Je fais observer que le ms. porte constamment *safron* (avec *sin*) qui signifie « veste, trace », et non *cifron* (avec *çâd*) qui signifie « vide ».

(****) C'est à dire à gauche de lui, les Arabes écrivant de droite à gauche.

Si vous avez des unités, des dizaines et des centaines, posez les unités au premier rang, les dizaines au second, et les centaines au troisième. Par exemple lorsqu'on vous dit : posez (*) cent onze, posez cela ainsi : 111; parce que l'unité au premier rang signifie un , au second dix , et au troisième cent. Et si l'on vous dit : posez sept cent quarante trois, posez cela ainsi : 743. Et si l'on vous dit : posez neuf cent vingt cinq, posez cela ainsi : 925.

Si vous avez des mille , placez-les au quatrième rang. Par exemple si l'on vous dit: posez sept mille cinq cent soixante treize, posez cela ainsi : 7573.

Si dans quelques-uns des rangs il ne se trouve pas de nombre, posez-y un zéro qui servira à conserver ce rang. Par exemple si l'on vous dit : posez trois cent cinq, posez d'abord le cinq, après lui un zéro, et après celui-ci le trois, ainsi : 305. Et si l'on vous dit : posez huit mille vingt, posez cela ainsi : 8020.

PREMIÈRE PARTIE.

DU NOMBRE ENTIER

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ADDITION.

L'addition est l'action de réunir les nombres les uns aux autres de telle manière qu'on puisse les énoncer au moyen d'un seul mot. Il se présente en cela nécessairement trois cas. Le premier c'est que des deux nombres additionnés il provient seulement des unités; le second , qu'il en provient des dizaines; le troisième, qu'il en résulte des unités et des dizaines.

La pratique de cette opération consiste à placer les deux nombres qu'il s'agit d'additionner sur deux lignes et à mener au-dessus d'eux un trait; ensuite à placer le résultat, si ce sont des unités, au-dessus des deux nombres additionnés. Si au contraire ce sont des dizaines, posez un zéro au-dessus des deux nombres additionnés et faites entrer le signe de l'unité après cela (**). Si enfin le résultat est formé d'unités et de dizaines, posez les unités au-dessus des deux nombres additionnés et les dizaines après.

(*) C'est à dire : écrivez.

(**) C'est à dire: placez une unité dans le rang suivant en allant vers la gauche.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez quatre cent trente deux à deux cent trente un, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \hline 4\ 3\ 2 \\ 2\ 3\ 1 \end{array}$$

Ensuite ajoutez l'unité au deux; il résulte trois, ce que vous poserez au-dessus des deux nombres additionnés. Ajoutez le trois au trois; il résulte six; placez-le au-dessus de la ligne. Enfin ajoutez le deux au quatre; il résulte six, posez-le pareillement au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera six cent soixante trois; ainsi : 663.

Et si l'on vous dit : ajoutez cent vingt huit à trois cent soixante onze, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \hline 1\ 2\ 8 \\ 3\ 7\ 1 \end{array}$$

Ensuite ajoutez l'unité au huit; ce sera neuf; placez-le au-dessus des deux nombres additionnés. Ajoutez le sept au deux; il résultera neuf; placez-le pareillement au-dessus des deux nombres additionnés. Puis ajoutez le trois à l'unité; il vient quatre; posez-le également au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera quatre cent quatre-vingt dix-neuf; ainsi : 499.

Et si l'on vous dit : ajoutez trois cent vingt à cinq cent deux , posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \hline 3\ 2\ 0 \\ 5\ 0\ 2 \end{array}$$

Ensuite ajoutez le zéro au deux; ce sera deux; posez-le au-dessus de la ligne. Ajoutez le zéro au deux; ce sera deux; placez-le au-dessus de la ligne. Enfin ajoutez le cinq au trois; il résulte huit; placez-le également au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera huit cent vingt deux, ainsi : 822.

Exemples de l'opération si ce qui provient des deux nombres additionnés, sont des dizaines. Si l'on vous dit : ajoutez vingt quatre à soixante seize , posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \hline 2\ 4 \\ 7\ 6 \end{array}$$

Ensuite ajoutez le six au quatre; il résulte dix; posez au-dessus des deux nombres additionnés un zéro, et l'unité au-dessous du sept. Ensuite ajoutez-la à celui-ci et au deux; il résulte dix; posez pareillement un zéro et l'unité après. Il résulte cent, ainsi: 100.

Et si l'on vous dit: ajoutez deux mille trois cent vingt quatre à sept mille six cent soixante seize, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 2\ 4 \\ 7\ 6\ 7\ 6 \end{array}$$

Ensuite ajoutez le six au quatre, il résulte dix; posez un zéro au-dessus des deux nombres additionnés, placez l'unité au-dessous du sept et ajoutez-la à celui-ci et au deux; il résulte dix; posez de nouveau un zéro au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au-dessous du six, (et ainsi de suite) jusqu'à la fin de l'opération. Le résultat sera dix mille, ainsi: 10000.

Exemples de l'opération si le résultat est formé d'unités et de dizaines. Si l'on vous dit: ajoutez quarante huit à quatre-vingt dix-sept, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 4\ 8 \\ 9\ 7 \end{array}$$

Ensuite ajoutez le sept au huit; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres additionnés, faites entrer l'unité au-dessous du neuf, et ajoutez-la à celui-ci et au quatre; il provient quatorze; posez le quatre au-dessus des deux nombres additionnés et le dix (*) après. Le résultat sera cent quarante cinq, ainsi: 145.

Et si l'on vous dit: ajoutez soixante huit mille sept cent soixante cinq à quarante six mille cinq cent soixante dix-neuf, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 6\ 8\ 7\ 6\ 5 \\ 4\ 6\ 5\ 7\ 9 \end{array}$$

Ensuite ajoutez le neuf au cinq; il résulte quatorze; posez le quatre au-dessus des deux nombres additionnés, faites entrer l'unité au-dessous du sept et ajoutez-la à celui-ci et au six; il résulte de nouveau quatorze; posez le quatre

(*) C'est à dire l'unité qui représente le dix

au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au-dessous du cinq, et ajoutez-la à celui-ci et au sept; il résulte treize; posez le trois au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au-dessous du six, et ajoutez-la à celui-ci et au huit; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au-dessous du quatre, et ajoutez-la à celui-ci et au six; il résulte onze; posez une unité au-dessus de la ligne et l'unité après. Le résultat sera cent quinze mille trois cent quarante quatre, ainsi: 115344. (*)

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION. (**)

La soustraction consiste à connaître l'excédant (***) entre deux nombres dont l'un est plus petit et l'autre plus grand.

La pratique de cette opération consiste à placer le nombre dont on retranche sur une ligne et au-dessous de lui le nombre retranché, à mener au-dessus d'eux un trait, à retrancher chaque rang du rang correspondant, et à poser le reste au-dessus de la ligne. Le reste sera la quantité cherchée.

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez six cent cinquante trois de neuf cent soixante dix-huit; posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} \hline 978 \\ 653 \end{array}$$

Ensuite retranchez trois de huit; il reste cinq; posez-le au-dessus de la ligne; puis retranchez cinq de sept; il reste deux; posez-le pareillement au-dessus de la ligne, et retranchez six de neuf; il reste trois; posez-le de même au-dessus de la ligne. Le reste sera trois cent vingt cinq, ainsi: 325.

(*) Voici cette opération figurée au complet à la manière arabe

$$\begin{array}{r} 115344 \\ \hline 68765 \\ 46579 \\ 1111 \end{array}$$

(**) Le nom arabe de la soustraction, *tarhoun*, vient du verbe *taraha* « projicere, abjicere ».

(***) C'est à dire la différence.

Et si l'on vous dit : retranchez sept mille six cent vingt quatre de neuf mille sept cent vingt six, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 9\ 7\ 2\ 6 \\ 7\ 6\ 2\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Ensuite retranchez quatre de six ; il reste deux ; posez-le au-dessus de la ligne ; puis retranchez le deux du deux ; il ne reste rien ; posez au-dessus des deux nombres retranchés l'un de l'autre un zéro ; après cela retranchez six de sept ; il reste un ; posez-le au-dessus des deux nombres retranchés l'un de l'autre ; ensuite retranchez le sept du neuf ; il reste deux ; posez-le au-dessus des deux nombres retranchés l'un de l'autre. Alors le reste sera deux mille cent deux, ainsi : 2102.

Mais si dans quelques-uns des rangs le nombre dont on retranche est plus petit que le nombre retranché, alors ajoutez dix au nombre dont on retranche, et retranchez de la somme le nombre qu'il s'agit de retrancher.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez trois cent quatre-vingt six de sept cent vingt cinq ; posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ 5 \\ 3\ 8\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Ensuite retranchez le six du cinq ; on ne le peut pas ; donc ajoutez au cinq dix ; il résulte quinze ; retranchez-en le six ; il reste neuf ; posez-le au-dessus de la ligne. Puis ajoutez le dix sous la forme d'une unité au huit ; il résulte neuf ; retranchez-le du deux ; cela ne se peut pas ; donc ajoutez au deux dix ; il résulte douze ; retranchez-en neuf ; il reste trois ; posez-le au-dessus de la ligne. Alors le reste sera trois cent trente neuf, ainsi : 339.

Et si l'on vous dit : retranchez trois mille neuf cent soixante dix-huit de cinq mille sept cent deux, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 5\ 7\ 0\ 2 \\ 3\ 9\ 7\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Ensuite retranchez le huit du deux ; cela ne se peut pas ; donc ajoutez dix au deux ; il résulte douze ; retranchez-en le huit ; il reste quatre ; posez-le

au-dessus de la ligne. Après cela ajoutez une unité au sept; il résulte huit; retranchez-le du zéro; cela ne se peut pas; donc ajoutez dix au zéro et retranchez-en le huit; il reste deux; posez-le au-dessus de la ligne. Puis ajoutez une unité au neuf; il résulte dix; retranchez-le du sept; on ne le peut pas; donc ajoutez dix au sept; il résulte dix-sept; retranchez (le dix) de la somme; il reste sept; posez-le au-dessus de la ligne. Ensuite ajoutez une unité au trois; il résulte quatre; retranchez-le du cinq; il reste un; placez-le au-dessus de la ligne. Le reste sera donc mille sept cent vingt quatre, ainsi: 1724.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA MULTIPLICATION.

La multiplication est l'action de faire résulter un nombre inconnu de deux nombres connus. Elle se fait de différentes manières.

La multiplication inclinée. (*) La pratique de cette opération consiste à placer le multiplicateur sur une ligne et au-dessous de lui le multiplicande, de telle sorte que le premier rang du multiplicande se trouve au-dessous du dernier rang du multiplicateur, [à multiplier] par ce rang tous les rangs du multiplicande, à faire ensuite reculer celui-ci d'un rang, à le multiplier tout entier par ce rang (du multiplicateur) qui précède le rang par lequel on vient de multiplier, et à continuer ainsi jusqu'à ce que l'opération soit terminée.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez soixante treize par cinquante deux (**), posez cela ainsi: (***)

$$\begin{array}{r} \overline{) 52} \\ 73 \end{array}$$

(*) La multiplication du *madjnah*; *madjnah* = « locus, quo inclinatur », du verbe *djahanaha* « inclinavit, propendit ».

(**) Textuellement: multipliez cinquante deux en soixante treize.

(***) Voici une représentation de l'opération décrite dans les lignes suivantes :

$$\begin{array}{r} 3796 \\ \hline 6 \\ 14 \\ 15 \\ 35 \\ \hline \overline{) 52} \\ 73 \\ 73 \end{array}$$

et placez au-dessus de ces nombres une ligne brisée. Ensuite multipliez le sept par le cinq; il résulte trente cinq; posez le cinq au-dessus du sept et le trois après. Puis multipliez le trois également par le cinq; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre et l'unité après, au-dessus du cinq. Ensuite faites reculer le trois au-dessous des unités et le sept dans le rang des dizaines, et multipliez le sept par le deux; il résulte quatorze; posez le quatre au-dessus du multiplicande et l'unité après. Puis multipliez le trois par le deux, ce qui donne six; posez cela au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre. Ensuite tirez une ligne au-dessus de ce qui résulte (des multiplications précédentes) et additionnez-le au-dessus de cette ligne, ce sera trois mille sept cent quatre-vingt seize; posez cela ainsi : 3796.

Et si l'on vous dit : multipliez neuf mille sept cent trente six par cinq cent quatre-vingt deux, posez cela ainsi (*) :

$$\begin{array}{r} \overline{) 582} \\ 9736 \end{array}$$

Ensuite multipliez tout le multiplicande par le cinq, et placez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Puis faites reculer le multi-

(*) Voici l'opération décrite dans les lignes suivantes :

$$\begin{array}{r} 3666352 \\ \hline 12 \\ 6 \\ 14 \\ 18 \\ 48 \\ 24 \\ 56 \\ 72 \\ 30 \\ 15 \\ 35 \\ 45 \\ \hline \overline{) 582} \\ 9736 \\ 9736 \\ 9736 \end{array}$$

plicande tout entier d'un rang, et alors multipliez-le tout entier par huit en plaçant de nouveau ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Ensuite faites de nouveau reculer le multiplicande, encore d'un rang, et multipliez-le tout entier par deux en plaçant ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela tirez au-dessus de tout cela une ligne, et additionnez au-dessus d'elle tous les résultats. Il viendra le nombre cherché, à savoir cinq millions six cent soixante six mille trois cent cinquante deux (*), ainsi: 5666352.

*La multiplication au moyen des nombres de position (**).* La pratique de cette opération consiste à placer les deux nombres qu'il s'agit de multiplier l'un par l'autre, sur deux lignes qui se correspondent, c'est à dire les unités [sous les unités], les dizaines sous les dizaines, et de même pour les rangs suivants. Ensuite multipliez rang après rang de l'un des deux nombres proposés par l'autre tout entier, et placez (constamment) le résultat où l'exige le rang des nombres de position. C'est qu'on ajoute le nombre de position du multiplicande [à celui du multiplicateur], qu'on retranche constamment l'unité de la somme, et qu'on place le résultat de la multiplication là (où l'indique le nombre de position ainsi obtenu).

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez trois cent vingt et un par quatre cent trente deux, posez cela ainsi

$$\begin{array}{r} 432 \\ 321 \end{array}$$

et menez au-dessus des deux lignes un trait. Ensuite multipliez l'unité par le deux, il résulte deux. Posez cela au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre, parce que le nombre de position (***) des deux nombres multipliés l'un par l'autre est deux, et si de cela on retranche l'unité, il reste un, ce qui indique le premier rang. Après cela multipliez le deux par le

(*) Textuellement: deux et cinquante et trois cent et six et soixante mille et six cent mille et cinq mille mille.

(**) Le mot *ass* que je traduis ici par « nombre de position » signifie proprement « fondement, principe, trace ». Nous verrons plus loin, dans la quatrième partie de ce traité, qui a pour objet l'algèbre, que ce mot sert à désigner exactement ce que nous appelons aujourd'hui l'exposant d'une puissance algébrique.

(***) Il serait plus exact de dire: la somme des nombres de position.

deux, il résulte quatre. Posez-le au second rang, parce que le nombre de position des deux nombres multipliés l'un par l'autre est quatre. Ensuite mettez un point au-dessus du deux, pour signifier qu'on a fini d'opérer avec lui, et passez au trois. Multipliez par lui l'unité, ce qui donne trois. Posez-le au second rang. Multipliez le deux par le trois, il résulte neuf; posez cela au quatrième rang. Ensuite marquez le trois, passez au quatre, et multipliez par lui l'unité, ce qui donne quatre. Posez-le au troisième rang. Multipliez le deux par le quatre; il résulte huit; posez-le au quatrième rang, parce que le nombre de position des deux nombres multipliés l'un par l'autre est cinq, et le reste, si l'on en retranche un, quatre. Puis multipliez le trois par le quatre; il résulte douze. Placez-le au cinquième rang. Ensuite additionnez les résultats. Il viendra le nombre cherché, à savoir cent trent huit mille six cent soixante douze, ainsi : 138672 (*).

Et si l'on vous dit : multipliez soixante quinze mille vingt par trois cent quatre, posez cela ainsi : (**)

$$\begin{array}{r} \overline{304} \\ 75020 \end{array}$$

Ensuite multipliez le multiplicande tout entier par le trois, et posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela faites reculer le multiplicande (de deux rangs, multipliez-le) tout entier par quatre (***) , et po-

(*) Voici l'opération figurée :

$$\begin{array}{r} 138672 \\ \underline{12} \\ 8 \\ 4 \\ 9 \\ 6 \\ 3 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \\ \hline 432 \\ 321 \end{array}$$

(**) Cet exemple appartient évidemment à l'espèce précédente de la multiplication. Il paraît avoir été placé ici par erreur.

(***) Le texte du manuscrit est très-corrompu en cet endroit.

sez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Puis additionnez cela comme e-idessus. Il résultera le nombre cherché, à savoir vingt deux millions huit cent six mille quatre-vingt, ainsi : 22806080.

Et si l'on vous dit : multipliez sept mille huit cent cinquante deux par mille cinq cent quarante trois, alors posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 4\ 3 \\ 7\ 8\ 5\ 2 \end{array}$$

Ensuite multipliez toute la ligne inférieure, rang après rang, par chaque rang de la ligne supérieure, et posez les résultats où l'exige le rang des nombres de position. Puis additionnez les résultats. Vous aurez le nombre cherché, à savoir: douze millions cent quinze mille six cent trente six, ainsi: 12115636.

La multiplication avec demi-transposition (*). Elle s'applique exclusivement à deux nombres égaux.

La pratique de cette opération consiste à poser l'un des deux nombres qu'il s'agit de multiplier l'un par l'autre, sur une ligne, et à placer entre chacun de ses rangs (et le rang suivant) un point. Ensuite vous multipliez le dernier rang par lui-même, et posez au-dessus de lui le résultat. Puis vous ajoutez à ce multiplicateur un nombre qui lui est égal, et vous placez la somme à l'endroit où se trouve le point. Vous multipliez ce nombre redoublé par le nombre du rang précédent, et vous placez le résultat au-dessus de celui-là. Vous multipliez le nombre qui se trouve dans ce rang par lui-même, et posez au-dessus de lui le résultat. Ensuite vous ajoutez le nombre qui se trouve dans ce rang à lui-même, et vous posez la somme à l'endroit où se trouve le (second) point, en faisant passer le premier nombre redoublé, tel qu'il est, dans la place du nombre qu'on vient de doubler. Après cela vous multipliez par le nombre qui se trouve dans le rang précédent, tous les rangs des nombres redoublés et ce nombre lui-même, et vous posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. On opère de la même manière si les rangs (du nombre proposé) sont nombreux.

(*) On reconnaîtra facilement que cette méthode n'est autre chose qu'une application pratique de la formule

$$(a + b + c + \dots)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + \dots$$

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez quatre cent trente huit par lui-même, posez cela ainsi : (*)

$$4 : 3 : 8$$

Ensuite multipliez le quatre par lui-même; il résulte seize; posez le six au-dessus du quatre et l'unité après. Puis doublez le quatre; il résulte huit, ce que vous poserez au-dessous des points. Vous le multipliez par le trois, il résulte vingt quatre. Posez le quatre au-dessus des points et le deux après. Ensuite multipliez le trois par lui-même; il résulte neuf; posez-le au-dessus du trois. Après cela doublez le trois; ce sera six; posez-le au-dessous des points qui précèdent le trois, et faites passer le huit sous le trois. Ensuite multipliez, par le huit, le huit, le six et le huit lui-même; posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela additionnez les résultats; vous aurez le nombre cherché. C'est cent quatre vingt onze mille huit cent quarante quatre, ainsi : 191844.

Si le résultat du redoublement est dix, posez à l'endroit des points un zéro et l'unité après.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez cinq cent cinquante six par lui-même, posez cela ainsi : (**)

$$5 : 5 : 6$$

(*)	1 9 1 8 4 4
	6
	4 8
	6 4
	9
	2 4
	1 6
	4 . 3 . 8
	8 8 6
(**)	3 0 9 1 3 6
	3 6
	6
	6
	2 5
	5
	2 5
	5 . 5 . 6
	1 0 1 0
	1

Ensuite multipliez le cinq par lui-même : il résulte vingt cinq; posez-le au-dessus de la ligne. Après cela doublez le cinq; il résulte dix; posez un zéro au-dessous des points et l'unité après, sous le cinq. Ensuite multipliez par le cinq qui signifie cinquante, l'unité et le cinq lui-même, et posez les résultats pareillement au-dessus de la ligne. Puis doublez ce cinq; il résulte dix; posez un zéro au-dessous des points et l'unité après, sous le cinq. Ensuite déplacez le produit du (premier) redoublement qui se trouvait d'abord sous le cinq, et dans lequel le zéro n'a pas de valeur, de manière à mettre l'unité à la place du zéro. Après cela multipliez, par le six, les unités qui se trouvent au quatrième et au troisième rang et le six lui-même, et posez les résultats au-dessus de la ligne. Ensuite additionnez. Il résultera le nombre cherché, à savoir trois cent neuf mille cent trente six, ainsi : 309136.

Si le résultat du redoublement est composé d'unités et de dizaines, posez les unités à l'endroit des points et les dizaines après.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez sept cent quatre-vingt six par lui-même, posez cela ainsi : (*)

$$7 \cdot 8 \cdot 6$$

Ensuite multipliez le sept par lui-même ; il résulte quarante neuf; posez-le au-dessus de la ligne. Après cela doublez le sept; ce sera quatorze; posez le quatre au-dessous des points et l'unité après, sous le sept. Ensuite multipliez, par le huit, l'unité, le quatre, et le huit lui-même, et posez les résultats au-dessus de la ligne. Après cela doublez le huit; il résulte seize; posez le six au-dessous des points et l'unité au-dessous du huit; ajoutez à celle-ci le qua-

(*)

$$\begin{array}{r}
 6 \ 1 \ 7 \ 7 \ 9 \ 6 \\
 \hline
 \ 3 \ 6 \\
 \ 3 \ 6 \\
 \ 3 \ 0 \\
 \ 6 \\
 \ 6 \ 4 \\
 \ 3 \ 2 \\
 \ 8 \\
 \ 4 \ 9 \\
 \hline
 \ 7 \ 8 \ 6 \\
 \ 1 \ 4 \ 1 \ 6 \\
 \ 1 \ 5 \ 6
 \end{array}$$

Ensuite multipliez le deux par le quatre; il résulte huit; posez-le dans le carré qui est à droite. Après cela multipliez le quatre par le quatre; il résulte seize; posez le six dans la moitié du carré qui se trouve près du quatre qui est le multiplicande, et l'unité dans l'autre moitié. Puis multipliez le trois par le quatre; il résulte douze; posez le deux dans la moitié du carré qui se trouve près du trois, et l'unité dans l'autre moitié. Ensuite passez, dans le multiplicateur, au trois, et multipliez par lui le deux; il résulte six; posez-le dans la moitié du carré qui se trouve près du trois. Puis multipliez le quatre par le trois, il résulte douze; posez le deux dans la moitié du carré où se rencontrent deux lignes droites menées des deux nombres multipliés l'un par l'autre; et posez l'unité dans l'autre moitié. Faites de même pour le reste de l'opération. Ensuite additionnez au-dessus du sommet gauche du carré ce qui se trouve entre les lignes de séparation. Le résultat sera cent quatre-vingt deux mille six cent vingt huit, ainsi: 182628.

§.

Il est indispensable de savoir par coeur la multiplication des unités les unes par les autres.

Si l'on vous dit: deux fois deux, dites: le résultat est quatre; et deux fois trois est six. Répétez l'un des deux nombres multipliés l'un par l'autre autant de fois qu'il est contenu d'unités dans l'autre. Il en est de même pour le trois, le quatre et le cinq.

Et si l'on vous dit: multipliez six par lui-même, dites: le résultat est trente six; six fois sept est quarante deux; six fois huit est quarante huit; six fois neuf est cinquante quatre; six fois dix est soixante.

Sept multiplié par lui-même est quarante neuf; sept fois huit est cinquante six; sept fois neuf est soixante trois; sept fois dix est soixante dix.

Huit fois huit est soixante quatre; huit fois neuf est soixante douze; huit fois dix est quatre-vingt.

Neuf fois neuf est quatre-vingt un; neuf fois dix est quatre-vingt dix.

Dix multiplié par lui-même est cent. Onze multiplié par lui-même est cent vingt un. Douze multiplié par lui-même est cent quarante quatre. Treize multiplié par lui-même est cent soixante neuf.

§.

Ajoutons encore à ce chapitre plusieurs règles fondamentales dont on peut se contenter dans un certain nombre de cas.

Tout nombre multiplié par zéro produit zéro.

Tout nombre multiplié par l'unité produit ce nombre même.

Pour multiplier un nombre quelconque par deux, ajoutez-le à lui-même.

Pour multiplier un nombre quelconque par trois, ajoutez-le à son double.

Pour multiplier un nombre quelconque par quatre, doublez-le deux fois.

Pour multiplier un nombre quelconque par cinq, faites-le précéder d'un zéro, et prenez de cela la moitié.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez seize par cinq, faites précéder le seize d'un zéro, ce sera cent soizante, prenez-en la moitié, quatre vingt, c'est le nombre cherché.

Et si l'on vous dit: multipliez treize par cinq, faites précéder le treize d'un zéro, ce sera cent trente; prenez-en la moitié, soixante cinq, c'est le nombre cherché.

Pour multiplier un nombre quelconque par six, ajoutez-le à la moitié de son produit par dix ().*

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez seize par six, ajoutez le seize à la moitié de son produit par dix, à savoir, à quatre-vingt, vous aurez quatre-vingt seize, ce qui est le nombre cherché.

Pour multiplier un nombre quelconque par sept, faites-le précéder d'un zéro, et retranchez son triple de son produit par dix.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez douze par sept, retranchez trente six de cent vingt; il reste quatre-vingt quatre, ce qui est le nombre cherché.

Pour multiplier un nombre quelconque par huit, faites le précéder d'un zéro et retranchez son double de son produit par dix.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez quatorze par huit, retranchez vingt-huit de cent quarante; il reste cent douze, ce qui est le nombre cherché: ainsi; 112.

(*) Le mot arabe que je traduis par « produit par dix » est 'ikd.

Pour multiplier un nombre quelconque par neuf, faites-le précéder d'un zéro, et retranchez-le de nouveau du résultat; alors vous aurez le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez vingt quatre par neuf, faites précéder le multiplicande d'un zéro; vous aurez deux cent quarante; retranchez-en vingt quatre, il reste deux cent seize, ce qui est le nombre cherché; ainsi : 216.

Pour multiplier un nombre quelconque par quatre-vingt dix-neuf, faites-le précéder de deux zéros et retranchez-le de nouveau du résultat.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez deux cent cinquante quatre par quatre-vingt dix-neuf, faites précéder le multiplicande de deux zéros, ainsi : 25400. Ensuite retranchez le multiplicande du résultat *); il reste vingt cinq mille cent quarante six, ainsi : 25146.

Pour multiplier un nombre quelconque par dix, faites-le précéder simplement d'un zéro; pour le multiplier par cent, de deux zéros.

*Pour multiplier un nombre quelconque par onze, additionnez-le à lui-même avec changement d'un rang **).*

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trois cent cinquante deux par onze, posez le multiplicande sur une ligne, et posez-le encore une fois audessous, de telle sorte que les unités de la ligne inférieure se trouvent audessous des dizaines de la ligne supérieure, ainsi :

$$\begin{array}{r} 352 \\ 352 \end{array}$$

Ensuite additionnez les deux lignes, il résultera le nombre cherché, à savoir trois mille huit cent soixante douze, ainsi : 3872.

Pour multiplier un nombre quelconque par douze, placez sous ce nombre le même nombre de manière que les rangs se correspondent; ensuite placez-le encore une troisième fois sous les deux autres, mais de manière que les unités du troisième correspondent aux dizaines des deux autres. Additionnez tout cela, le résultat sera le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trente quatre par douze, posez cela ainsi :

(*) Le mot arabe *djoulah*, qui est employé ici, signifie proprement « agrégat, somme ».

(**) C'est à dire en additionnant deux à deux non pas les chiffres du même ordre, mais ceux dont les ordres diffèrent d'une unité.

3 4
3 4
3 4

Ensuite additionnez; il résultera le nombre cherché, à savoir quatre cent huit; ainsi: 408.

Et si l'on vous dit : multipliez trois cent vingt trois par douze, posez cela ainsi :

3 2 3
3 2 3
3 2 3

Ensuite additionnez cela; il résultera le nombre cherché, à savoir trois mille huit cent soixante seize; ainsi: 3876.

Pour multiplier un nombre quelconque par quinze, ajoutez-le à sa moitié et faites-le précéder d'un zéro, s'il est pair; et s'il est impair, retranchez-en l'unité, ajoutez-le à la moitié du reste, et faites-le précéder d'un cinq.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez vingt quatre par quinze, ajoutez douze au vingt quatre, il résulte trente six; faites-le précéder d'un zéro; ce sera trois cent soixante; ainsi: 360.

Et si l'on vous dit: multipliez vingt neuf par quinze, ajoutez quatorze au multiplicande, et faites précéder la somme d'un cinq; vous aurez le nombre cherché, à savoir quatre cent trente cinq; ainsi: 435.

Pour multiplier un nombre quelconque par un nombre formé de deux rangs égaux, multipliez le nombre par l'un de ces derniers, et ajoutez le résultat à lui-même avec changement d'un rang.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez trente et un par vingt deux, multipliez le trente et un par deux, et ajoutez le résultat, qui est soixante deux, à lui-même avec changement d'un rang; il résultera le nombre cherché à savoir six cent quatre-vingt deux; ainsi: 682.

Et si l'on vous dit: multipliez cinq cent trente quatre par quatre-vingt huit, multipliez le multiplicande par l'un des huit, et ajoutez le résultat à lui-même avec changement d'un rang; il résultera le nombre cherché, à savoir quarante six mille neuf cent quatre-vingt douze; ainsi 46992.

CHAPITRE QUATRIÈME

DE LA DIVISION.

La division est la décomposition du dividende en des parties égales dont le nombre est égal au nombre qui est le diviseur. L'unité est au résultat (de la division) comme le diviseur est au dividende.

La pratique de cette opération (*) consiste à placer le dividende sur une ligne, et à placer le diviseur sous le dernier rang du dividende, s'il est égal à ce rang ou plus petit. Ensuite vous chercherez un nombre qui, multiplié par le diviseur, anéantit ce qui se trouve au-dessus de celui-ci, ou laisse un reste plus petit que le diviseur. Après cela vous faites reculer le diviseur et vous continuez de la même manière jusqu'à la fin de l'opération.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez huit cent cinquante six par quatre, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 856 \\ 4 \end{array}$$

Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous le quatre, que vous multipliez par celui-ci, et qui anéantira alors le huit; vous trouverez que ce nombre est deux. Après cela faites reculer le quatre de manière qu'il soit placé sous le cinq; cherchez un nombre à multiplier par quatre, vous trouverez que c'est l'unité, et vous aurez pour reste une unité que vous placerez au-dessus du cinq. Puis faites reculer le quatre de manière qu'il soit placé sous le seize et cherchez un nombre à multiplier par quatre, vous trouverez que c'est quatre. Alors le résultat sera deux cent quatorze (**); ainsi: 214.

Et si l'on vous dit: divisez neuf cent vingt quatre par six, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 924 \\ 6 \end{array}$$

(*) Textuellement: « La pratique de ce chapitre ».

(**)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 856 \\ 444 \\ \hline 214 \end{array}$$

Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous le six, et que vous multipliez par celui-ci. Vous trouverez que ce nombre est un, et il reste trois que vous placerez au-dessus du neuf. Faites reculer le six de manière qu'il soit placé sous le deux, et faites comme précédemment. Il résultera cent cinquante quatre (*), ainsi: 154.

§.

Si le dernier rang (du dividende) est plus petit que (**) le diviseur, reculez celui-ci vers la droite.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez deux cent quatre-vingt huit par six, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 288 \\ 6 \end{array}$$

et faites en sorte que le six se trouve au-dessous du vingt huit. Ensuite cherchez un nombre à multiplier par six. Vous trouverez que c'est quatre et vous aurez pour reste quatre; posez-le au-dessus du huit. Après cela faites reculer le six de manière qu'il soit placé sous le premier huit, et cherchez un nombre à multiplier par le six. Vous trouverez que c'est huit. Le résultat sera donc quarante huit (***), ainsi: 48.

§.

S'il vous reste (à la fin de l'opération) un nombre plus petit que le diviseur, faites-en une fraction ayant pour dénominateur le diviseur (****).

$$\begin{array}{r} (*) \\ 32 \\ 924 \\ 666 \\ \hline 154 \end{array}$$

(**) Textuellement: ne supporte pas.

$$\begin{array}{r} (***) \\ 4 \\ 288 \\ 66 \\ \hline 48 \end{array}$$

(****) Textuellement: faites en une portion par rapport à lui.

nombre qui se trouve au rang des unités, et ce qui vient après ce nombre (*) sera le résultat.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez sept cent quarante trois par dix, posez cela ainsi: 743. Ensuite placez le trois au-dessus du dix; ce sera trois dixièmes, et le résultat sera soixante quatorze et trois dixièmes, ainsi: $\frac{3}{10}$ 74.

Pour diviser par dix un nombre dans le premier rang duquel il se trouve un zéro, supprimez ce zéro, il restera le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez cinq mille trois cent soixante par dix, supprimez-en le zéro, et dites: ce qui résulte pour chacun des dix (**), est cinq cent trente six; ainsi: 536.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE LA DÉCOMPOSITION DES NOMBRES DANS LES FACTEURS DONT ILS SONT COMPOSÉS.

Il faut que celui qui étudie cette science ait une sûreté parfaite dans (la théorie de) ce chapitre, parce que toutes les opérations reposent sur lui, de sorte qu'il est pour elles comme l'axe qui les fait tourner, et comme le soleil qui les éclaire.

La pratique de cette opération consiste à réduire (***) le nombre, s'il est pair, par neuf. Si le nombre se réduit, il a un neuvième, un sixième et un tiers (****), comme trent six. S'il en reste trois ou six, il a un tiers et un sixième, comme quarante huit et soixante dix-huit. S'il ne se réduit pas, et s'il n'en reste ni trois, ni six, réduisez-le par huit. S'il se réduit, il a

(*) Plus la fraction qu'on vient de former.

(**) Cette tournure un peu inattendue s'explique par le verbe arabe, qui signifie « distribuer parmi (dix personnes) ». et qui signifie en même temps « distribuer parmi (dix personnes) ».

(***) Le mot *taraha* (voir ci-dessus, page 235. note 2.^o) est employé dans le chapitre actuel d'une manière particulière. Suivi de deux numératifs qu'il régit tous les deux à l'accusatif. il signifie: rejeter ou soustraire l'un des nombres de l'autre autant de fois qu'il est possible, en d'autres termes, former le résidu de l'un par rapport à l'autre comme module. Pour me conformer autant que possible à la tournure de la phrase arabe, je traduirai ce mot par « réduire (un nombre par un autre nombre) ». Employé au passif ou à la septième forme le verbe arabe signifie ici que le premier nombre, si l'on en rejette le plus grand multiple possible du second, est complètement épuisé, que le reste est nul. Je traduirai cela par « se réduire ».

(****) C'est à dire le nombre est divisible par neuf, six et trois.

un huitième et un quart, comme deux cent quatre-vingt seize. S'il en reste quatre, le nombre a un quart, comme quatre vingt douze. S'il ne se réduit pas, et qu'il n'en reste pas quatre, réduisez-le par sept. S'il se réduit, il a un septième, comme quatre-vingt dix-huit. S'il ne se réduit pas, il n'a que la moitié, comme quarante six ; cherchez alors si sa moitié a d'autres (*) parties, dont la première est onze.

Si le nombre est impair, on le réduit par neuf, S'il se réduit par neuf, il a un neuvième et un tiers, comme soixante trois. S'il en reste trois ou six, il a seulement un tiers, comme quatre-vingt treize et quatre-vingt sept. S'il ne se réduit pas, et qu'il n'en reste ni trois, ni six, réduisez-le par sept. S'il se réduit, il a un septième, comme quarante neuf, et comme cinq cent trente neuf pareillement. S'il ne se réduit pas, cherchez parmi les parties, comme pour le nombre cent vingt et un (**), et pour le nombre deux cent trente neuf (***) pareillement.

Si le nombre commence par cinq, il a un cinquième; et s'il commence par le zéro, il a un dixième, un cinquième et une moitié.

DE LA MANIÈRE D'EXÉCUTER PRATIQUEMENT LA RÉDUCTION.

Quant à la réduction par neuf, vous additionnez les parties (****) du nombre les unes aux autres, comme si c'étaient des unités, et vous réduisez (la somme) par neuf (****).

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez deux cent trente quatre, posez cela ainsi : 234. Ensuite ajoutez le quatre au trois et au deux ; vous aurez

(*) Le texte arabe ne porte pas « d'autres » mais seulement « des parties » L'usage arabe justifie cette omission. En effet, pour désigner les fractions formées au moyen des nombres jusqu'à dix, les Arabes disent, comme nous, une moitié, un tiers, un dixième. Mais à partir de là, si le dénominateur n'est pas décomposable dans des facteurs qui se trouvent par les nombres jusqu'à dix, ils emploient le mot *partie*. Ainsi, pour exprimer deux quinzièmes, ils disent deux tiers d'un cinquième. Mais pour exprimer cinq dix-septièmes, ils diront cinq parties de dix sept parties de l'unité.

(**) Le nombre est divisible par onze.

(***) Le nombre est premier. Mais peut-être il se trouve ici par une erreur de copie (*thaláthouna* au lieu de *thamánouna*) à la place de deux cent quatre-vingt neuf, qui est divisible par dix sept.

(****) C'est à dire les chiffres.

(*****) Car $a+10b+100c+1000d+\dots = a+b+c+d+\dots +9\{b+11c+111d+\dots\}$.

neuf, ce qui se réduit. Le nombre aura donc un neuvième, un sixième et un tiers.

Et si l' on vous dit : réduisez trois mille sept cent quatre-vingt six , posez cela ainsi: 3786. Opérez comme précédemment ; il vous restera six. Donc ce nombre n'a pas de neuvième, mais il a un tiers et un sixième.

Et si l'on vous dit : réduisez trois cent dix-huit, posez cela ainsi: 318. Opérez comme précédemment; il vous restera trois. Vous direz donc que ce nombre a un tiers et un sixième.

Et si l' on vous dit : réduisez mille huit cent vingt sept , posez cela ainsi: 1827. Faites de nouveau la somme du nombre , comme si c' étaient des unités. Il en résultera dix-huit, ce qui se réduit. Vous direz donc que ce nombre a un neuvième et un tiers , mais qu' il n'a pas de sixième , car ce dernier se trouve seulement chez les nombres pairs.

Et si l' on vous dit : réduisez trois mille neuf cent vingt et un, posez cela ainsi: 3921. Opérez comme précédemment, vous aurez pour reste six, et vous direz que ce nombre a seulement un tiers.

Et si l' on vous dit : réduisez quatre cent cinquante trois , posez cela ainsi : 453. Opérez comme précédemment, vous aurez pour reste trois; donc vous direz que ce nombre a seulement un tiers.

Et si l' on vous dit : réduisez mille huit cent vingt trois , posez cela ainsi : 1823. Ensuite faites comme ci-dessus; il restera cinq. Vous direz donc que ce nombre n'a ni de tiers, ni de neuvième.

Quant à la réduction par huit, négligez les centaines, si elles sont paires, parce qu'elles sont (en ce cas) réduisibles: multipliez par deux le nombre qui se trouve au rang des dizaines , ajoutez le résultat au nombre qui se trouve au rang des unités , et réduisez la somme. Si elle se réduit par huit, le nombre a un huitième et un quart, et s' il en reste quatre, il a un quart (*).

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez quatre cent trente deux, posez cela ainsi: 432. Ensuite multipliez le nombre qui se trouve au rang des dizaines par deux, et ajoutez le résultat au nombre qui se trouve au rang des unités; il résulte huit, ce qui se réduit. Conséquemment le nombre proposé a un huitième et un quart.

(*) La justesse de cette règle suit de l'identité

$$a+10b+100(2c)+1000d+ . . . =a+2b+8 \{b+25c+125d+ . . . \}$$

Et si l'on vous dit : réduisez six cent douze, posez cela ainsi : 612. Ensuite multipliez les dizaines par deux, et ajoutez le résultat aux unités. La somme est quatre [donc le nombre a un quart].

Si les centaines sont impaires, leur reste est quatre; ajoutez quatre aux unités et à ce qui provient des dizaines (*).

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez cinq cent douze, posez cela ainsi : 512. Ensuite ajoutez le quatre qui reste du cent au deux qui se trouve au rang des unités, et au deux qui provient des dizaines. Vous obtiendrez huit, ce qui se réduit. Conséquemment le nombre proposé a un huitième et un quart.

Quant aux mille et aux rangs suivants, il n'est pas nécessaire d'y avoir égard, parce qu'ils sont réduisibles par huit.

Quant à la réduction par sept, considérez le dernier rang du nombre proposé comme des dizaines et ajoutez-y le nombre qui se trouve au rang précédent en le considérant comme des unités; réduisez la somme par sept. Ensuite ajoutez le reste, en le considérant de nouveau comme des dizaines, au nombre du rang précédent, et continuez à réduire de cette manière (**).

Par exemple, si l'on vous dit: réduisez cinq mille deux cent trente six, posez cela ainsi : 5236. Ensuite posez pour le dernier rang cinquante, et ajoutez-y le rang précédent, ce sera cinquante deux; on en rejette quarante neuf; le reste est trois. Faites-en trente et ajoutez-y le rang précédent. Ce sera trente trois; on en rejette vingt huit; le reste est cinq. Faites-en des dizaines et ajoutez-y le rang précédent. Vous aurez cinquante six, ce qui se réduit. Donc le nombre proposé a un septième.

Si vous avez reconnu que le nombre a un neuvième, ou un huitième, ou un septième, ou un sixième, divisez d'abord par le dénominateur correspondant, et ensuite réduisez de nouveau le résultat en continuant de la même manière.

(*) En effet, on a

$$a + 10b + 100(2c + 1) + 1000d + \dots = a + 2b + 4 + 8\frac{1}{2}b + 25c + 12 + 125d + \dots \{$$

(**) La justesse de cette règle suit de l'identité

$$a + 10b + 100c + 1000d + \dots = a + 10\frac{1}{2}b + 10\frac{1}{2}[c + 10(d + \dots)]\frac{1}{2}.$$

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA DÉNOMINATION.

La signification de ce terme est: la division d'un petit nombre par un grand nombre.

La pratique de cette opération consiste à décomposer le nombre d'après lequel on dénomme (le dénominateur) dans les facteurs dont il est composé, à les placer sous une ligne, et à diviser ensuite le nombre qu'il s'agit de dénommer (le numérateur) par ces facteurs l'un après l'autre. Vous obtiendrez alors le résultat cherché (*).

(*) Les indications données dans les lignes précédentes sont insuffisantes pour faire connaître l'exécution pratique de l'opération dont il s'agit ici, et pour faire obtenir le résultat sous la forme qu'exige l'usage dell' arithmétique arabe.

Soit proposé la fraction $\frac{M}{N}$

où $M < N, N = a \cdot b \cdot c \cdot d, a > b > c > d.$

et soit (1) $\frac{M}{N} = \frac{m_1}{a} + \frac{m_2}{ab} + \frac{m_3}{abc} + \frac{m_4}{abcd},$

où $m_1 < a, m_2 < b, m_3 < c, m_4 < d;$

on aura (2) $M = m_1 \cdot bcd + m_2 \cdot cd + m_3 \cdot d + m_4.$

Les arithméticiens arabes divisent d'abord M par d, et obtiennent pour reste m_4 et pour quotient $\frac{M - m_4}{d}$. Ils divisent ce quotient par c, et obtiennent pour reste m_3 et pour quotient

$$\frac{\frac{M - m_4}{d} - m_3}{c} = \frac{M - m_4 - m_3 \cdot d}{cd}$$

Enfin ils divisent ce quotient-ci par b, et obtiennent pour reste m_2 et pour quotient m_1 . Si ce procédé est juste, il faut que le dernier quotient

$$\frac{\frac{M - m_4 - m_3 \cdot d}{cd} - m_2}{b} = \frac{M - m_4 - m_3 \cdot d - m_2 \cdot cd}{bcd}$$

soit égal à m_1 . Mais c'est ce qui suit immédiatement de l'équation (2). Les arithméticiens arabes mettent le résultat, c'est à dire le second membre de l'équation (1), sous la forme suivante:

$$\frac{m_4}{d} + \frac{m_3}{c} + \frac{m_2}{b} + \frac{m_1}{a}.$$

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez dix-neuf d'après trente cinq, décomposez le dénominateur en sept et cinq , et placez au-dessus de ces nombres une ligne. Divisez ensuite le numérateur par cinq , il résulte trois et il reste quatre. Posez le reste au-dessus de cinq, et le résultat (le quotient) au-dessus de sept , parceque ces nombres sont plus petits que les autres. Vous aurez le résultat cherché, à savoir: trois septièmes et quatre cinquièmes d'un septième, ainsi : $\frac{4}{3} \frac{5}{7}$.

Et si l' on vous dit: dénommez soixante quinze d'après cent quarante quatre, décomposez le dénominateur en neuf, huit et deux, et divisez le numérateur d'abord par le deux; il résulte trente sept, et il reste un que vous poserez au-dessus du deux. Divisez le quotient par huit ; il résulte quatre ; posez le quatre au-dessus de neuf. Le résultat sera quatre neuvièmes et cinq huitièmes d'un neuvième et la moitié d' un huitième d'un neuvième. Posez cela ainsi: $\frac{1}{2} \frac{5}{8} \frac{4}{9}$.

Et si l'on vous dit: dénommez cent quatre-vingt seize d'après trois cent quatre-vingt cinq, décomposez le dénominateur dans ses facteurs; ce sont onze, sept et cinq. Divisez par ceux-ci le numérateur; vous obtiendrez le résultat cherché, c'est cinq parties de onze et quatre septièmes d'une partie de onze et un cinquième d'un septième d'une partie de onze, ainsi: $\frac{1}{5} \frac{4}{7} \frac{5}{11}$.

CHAPITRE SEPTIÈME

DU PARTAGE DES PORTIONS.

La pratique de cette opération consiste à additionner toutes les parties, à décomposer ce qui en provient dans les facteurs dont c'est composé, et à placer ceux-ci en réserve dans la troisième colonne. Ensuite posez la quantité qu'il s'agit de diviser dans la seconde colonne qui vient après la colonne de la somme des portions. Après cela multipliez la portion de chacun par la quantité qu'il s'agit de diviser, et divisez le résultat par les facteurs placés en réserve. Vous obtiendrez le résultat cherché.

Par exemple, si l'on vous dit: de trois hommes l'un a vingt denx dinârs (pièces d'or), l'autre dix-neuf et le troisième sept; ils font du commerce, et

ils gagnent douze dinârs. Alors additionnez ces portions; vous aurez quarante huit , ce qui est composé de huit et de six. Posez ces nombres après la colonne de la propriété (*), c'est à dire du gain. Ensuite multipliez la portion de chacun par le gain, à savoir par douze, et divisez le résultat d'abord par six, et ce qui provient de cette division par huit. Le premier recevra cinq et quatre huitièmes, le second quatre et six huitièmes et le troisième un et six huitièmes. Après cela additionnez les huitièmes; il en provient deux entiers. Posez-les sous la colonne du douze, ainsi:

6	8	12	48	
0	4	5	22	Zaïd
0	6	4	19	Omar
0	6	1	7	Beqr

Si vous remarquez que les parties ont toutes un facteur commun, supprimez-le et réduisez chaque portion à la partie correspondante au facteur commun. Ensuite multipliez par la propriété.

Par exemple , si l'on vous dit : de trois hommes l'un a soixante trois (dinârs), l'autre trente cinq et le troisième vingt et un; ils font du commerce, et ils gagnent cinquante un dinârs. La portion de chacun a un septième; donc réduisez chaque portion à son septième. Alors le premier aura neuf, le second cinq et le troisième trois; la somme est dix-sept, et tel est le facteur (**). Multipliez chacune des parties réduites par la propriété, et divisez le résultat par le facteur, à savoir par dix-sept. Il viendra pour le premier vingt sept dinârs, pour le second quinze, et pour le troisième neuf; ainsi :

(*) Le mot arabe est *mdl*.

(**) La somme étant un nombre premier il n'y a dans ce cas qu'un seul facteur à placer dans la dernière colonne.

17	51	17	119	
00	27	09	63	Zaid
00	15	05	35	Omar
00	09	03	21	Beqr

Si vous voulez, divisez le gain, à savoir cinquante un, par la somme des portions, à savoir dix-sept; vous aurez trois, ce qui est la partie du lot. Multipliez pour chacun par ce nombre.

Si les parties des portions renferment toutes ou en partie des fractions, cherchez le plus petit nombre qui contienne (comme facteurs) les dénominateurs des fractions, multipliez le numérateur total (*) de chaque portion par ce nombre et divisez le résultat par le dénominateur; alors vous aurez ce que vaut cette portion.

Par exemple, si l'on dit: de trois hommes l'un a deux dinârs et un tiers, l'autre trois et un demi, et le troisième sept, ils font du commerce, et gagnent dix dinârs; alors le plus petit nombre qui ait un tiers et une moitié est six. Conséquemment multipliez par lui, c'est à dire par six, le numérateur total du premier à savoir sept, et divisez le résultat par son dénominateur; alors le premier aura quatorze. Pour le second il résulte vingt un, et pour le troisième quarante deux; parce que ce dernier n'a pas de dénominateur. Après cela vous trouvez que toutes ces portions ont sept pour facteur commun. Donc vous réduirez chaque portion à son septième. Leur somme sera onze, et tel est le dénominateur par lequel vous divisez. Ensuite multipliez la portion de chacun par dix et divisez le résultat par le dénominateur (**). Il résultera pour le premier un dinâr et neuf parties de onze, pour le second deux dinârs et huit parties de onze, et pour le troisième cinq et cinq parties de onze, ainsi:

(*) Le mot arabe que je traduis par « numérateur total », est *bast*, de *baçata* « expandit », et signifie le numérateur qu'on obtient en convertissant en fraction un nombre mixte.

(**) Par onze.

11	10	11	77	6	
09	01	02	14	$\frac{1}{3} 2$	Zaïd
08	02	03	21	$\frac{1}{2} 3$	Beqr
05	05	06	42	07	Omar

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA PREUVE.

Pour l'*addition*, l'opération (de la preuve) consiste à réduire (*) chacun des deux nombres additionnés, à en additionner les deux résidus, et à réduire de même cette somme. Ce qui reste alors est la réponse. Ensuite vous réduirez le résultat (**), (le résidu de celui-ci) sera identique à la réponse. Par exemple, si l'on vous dit: ajoutez trente quatre à cinquante trois, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{r} 53 \\ 34 \end{array}$$

Ensuite additionnez conformément aux règles précédemment données. Vous obtiendrez la somme, à savoir quatre-vingt sept, ainsi: 87. Si vous réduisez par sept le nombre ajouté (***) , le reste est six; le reste du nombre auquel vous avez ajouté (****) est quatre; la somme des deux restes est six, et son reste trois, ce qui est la réponse. Et tel est aussi le reste du résultat (*****).

Pour la *soustraction* l'opération consiste à réduire le nombre dont on retranche par sept ou par un autre nombre, et à placer le reste en réserve; à réduire ensuite le nombre retranché par la même réduction et à soustraire le reste de celui qu'on a placé en réserve. Ce qui reste alors est la réponse. Et le résidu du reste de la soustraction (proposée) sera le même.

(*) Voir la première note du chapitre cinquième.

(**) C'est à dire le résultat de l'addition proposée dont il s'agit de faire la preuve.

(***) 34.

(****) 53.

(*****) 87.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez vingt trois de cinquante quatre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 54 \\ 23 \end{array}$$

Ensuite opérez d'après les règles précédemment données ; vous aurez pour reste trente un, ainsi : 31. Après cela réduisez le nombre duquel vous avez retranché par sept ; il en reste cinq ; placez-le en réserve. Puis réduisez le nombre retranché ; il en reste deux. Retranchez celui-ci du reste placé en réserve ; vous aurez pour reste trois, ce qui est la réponse ; et tel est aussi le résidu du reste (de la soustraction).

Explication additionnelle. Si le résidu du nombre dont on retranche est plus petit que celui du nombre retranché, ajoutez au résidu du nombre dont on retranche un nombre égal à celui par lequel vous réduisez (*), et soustrayez de la somme de le résidu du nombre retranché.

Par exemple , si l'on vous dit : retranchez deux cent vingt un de cinq cent trente trois, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 533 \\ 221 \end{array}$$

Ensuite faites comme précédemment. Il restera trois cent douze, ainsi : 312. Après cela réduisez le nombre dont on retranche, vous aurez pour reste un, ce que vous placerez en réserve. Puis réduisez le nombre retranché ; il en reste quatre, ce qu'on ne peut pas soustraire d'un. Donc ajoutez à celui-ci sept ; il résulte huit ; vous en retrancherez le quatre, et il reste quatre, ce qui est la réponse ; et tel est aussi le résidu du reste de la soustraction.

Vous opérerez de la même manière , s'il ne reste rien du nombre dont on retranche (**).

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez cent vingt trois de neuf cent dix-sept, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 917 \\ 123 \end{array}$$

(*) C'est à dire ajoutez 7, si vous faites la preuve par 7 ; ajoutez 9, si vous faites la preuve par 9, etc.

(**) C'est à dire si ce nombre est un multiple exact du nombre par rapport auquel on fait la preuve.

Ensuite faites comme précédemment. Le reste sera sept cent quatre-vingt quatorze, ainsi : 794; et la réponse du problème sera trois. Car le résidu du nombre retranché est quatre, ce que vous soustrairez de sept, parce qu'il ne reste rien du nombre dont on retranche.

Pour la *multiplication* vous réduisez chacun des deux nombres multipliés l'un par l'autre, vous multipliez le reste de l'un par le reste de l'autre, et vous réduisez le produit. Ce qui reste est la réponse. Ensuite vous réduisez le produit de la multiplication. (Le reste) sera identique à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez dix-huit par douze, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 12 \\ 18 \\ \hline \end{array}$$

et opérez d'après les règles précédemment données. Vous obtiendrez deux cent seize, ainsi : 216. Ensuite réduisez le multiplicateur par sept, il en reste cinq; et du multiplicande il reste quatre. Formez le rectangle de ces deux nombres (*), il résultera vingt, ce dont le reste est six; et tel est aussi le reste du produit.

Pour la *division* l'opération consiste à réduire le dividende; ce qui en reste est la réponse. Ensuite vous réduirez le résultat (de la division) et le diviseur, vous multiplierez le reste de l'un par celui de l'autre, et vous réduirez le produit. Le reste sera égal à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez deux cent quatre-vingt huit par dix-huit, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 288 \\ 18 \\ \hline \end{array}$$

Ensuite opérez d'après les règles précédemment données; vous obtiendrez seize. Après cela réduisez le dividende; il en reste un; placez-le en réserve, c'est la réponse. Puis réduisez le résultat (le quotient), il en reste deux; et du diviseur il reste quatre; le rectangle formé de ces deux nombres est huit et de cela le reste est un, ce qui est égal à la réponse.

Pour la *dénomination* l'opération consiste à considérer le nombre qu'il s'agit de dénommer comme un dividende, et le nombre d'après lequel on

(*) C'est à dire multipliez cinq par quatre.

dénomme comme un diviseur. Vous réduisez le nombre d'après lequel on dénomme et le résultat (de la dénomination), et vous multipliez le reste de l'un par celui de l'autre. Le reste qu'on obtient après avoir réduit le produit, est la réponse. Ensuite réduisez le nombre dénommé, et convertissez le reste dans l'espèce de la réponse en le multipliant par les dénominateurs du résultat (de la dénomination). Après cela vous réduirez ce produit; (le reste) sera identique à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez quatre d'après douze, le résultat (de la dénomination) sera un tiers, et le résidu de celui-ci un. En effet, vous décomposez douze dans les facteurs dont il est composé, lesquels sont trois et quatre; en divisant d'abord par quatre vous obtenez un, que vous placerez au-dessus du second facteur, et vous aurez un tiers. Le résidu du nombre d'après lequel vous dénommez (*) est cinq. Donc multipliez le résidu de l'un par celui de l'autre, la réponse du problème sera cinq. Mais ces cinq sont des tiers; vous devez donc nécessairement convertir le reste du nombre dénommé, c'est à dire le quatre même qu'il s'agissait de dénommer, en tiers. Conséquemment multipliez le quatre par trois qui est le dénominateur du tiers; il résultera douze, dont le reste est cinq, ce qui est égal à la réponse.

Si vous aviez changé l'ordre des facteurs, et mis le quatre à la première place, vous auriez obtenu un quart et un tiers d'un quart. En ce cas le résidu (**) est quatre (***) , et le résidu du nombre d'après lequel on dénomme cinq. Multipliez le résidu de l'un par celui de l'autre; il résulte vingt, dont le reste est six, ce qui est la réponse. Mais ces (six) sont des quarts de tiers ou des tiers de quarts (****). Il faut donc nécessairement convertir le nombre dénommé suivant ce rapport, c'est à dire il faut multiplier le quatre par les facteurs (du dénominateur); vous obtiendrez quarante huit, donc le reste est six, ce qui est égal à la réponse.

(*) Le résidu de douze.

(**) Du résultat de la dénomination.

(***) C'est le numérateur obtenu en convertissant un et un tiers en tiers;

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{4} = \frac{\frac{4}{3}}{4}$$

(****) Le texte qui est évidemment corrompu en cet endroit, porte: « ce sont quatre tiers et trois quarts ».

Si vous aviez pris pour facteurs (du dénominateur) six et deux, il serait résulté deux sixièmes. En ce cas le résidu (du résultat de la dénomination) est deux, et le résidu du nombre d'après lequel on dénomme cinq. Le résidu du rectangle formé de ces deux nombres est trois, ce qui est la réponse. Mais ces trois sont des sixièmes; donc il faut nécessairement convertir le nombre dénommé en sixièmes; il résultera vingt quatre, dont le reste est trois, ce qui est égal à la réponse. C'est cette manière d'opérer qu'il faut prendre pour règle.

Et si l'on vous dit : dénommez quarante cinq d'après quatre-vingt seize, vous décomposerez le nombre d'après lequel il s'agit de dénommer en huit, six et deux; vous diviserez par ceux-ci, et il résultera trois huitièmes et quatre sixièmes d'un huitième et la moitié d'un sixième d'un huitième, ainsi : $\frac{1}{2} \frac{4}{6} \frac{3}{8}$. Le reste du numérateur total (*) de ce résultat est trois. Multipliez-le par le reste du nombre d'après lequel on dénomme, à savoir par cinq. Le reste du rectangle formé de ces deux nombres est un, ce qui est la réponse. Mais ce sont des moitiés de sixième de huitièmes; donc il faut nécessairement convertir de la même manière le reste du nombre dénommé qui est trois, en le multipliant par tous les facteurs (du dénominateur). Le reste (du produit) est un, ce qui est (égal à) la réponse.

DEUXIÈME PARTIE.

DES FRACTIONS.

INTRODUCTION.

DES NOMS DES FRACTIONS ET DE CE QUI S'Y RAPPORTE.

Les fractions ont dix noms, depuis la moitié jusqu'à la partie (**). La figure de la moitié est une unité au-dessus du deux, ainsi : $\frac{1}{2}$; de même

(*) C'est à dire de quarante cinq.

(**) C'est à dire: il y a dix mots qu'on emploie pour énoncer les fractions, à savoir une moitié, un tiers, un quart, un cinquième, jusqu'à un dixième, et enfin le mot partie qui sert à énoncer toutes les fractions dont les dénominateurs ne sont pas décomposables dans les nombres depuis deux jusqu'à dix.

celle du tiers une unité au-dessus d'un trois : ainsi : $\frac{4}{3}$; et pareillement celle

de la partie un de onze ainsi : $\frac{4}{11}$.

Il y a cinq espèces de fractions: *les fractions simples, les fractions divisées en parties, les fractions relatives, les fractions hétérogènes et les fractions soustractives.*

Les fractions simples sont celles dont il vient d'être question. Le numérateur total d'une (fraction de cette espèce) est (le nombre) qui se trouve (écrit) en haut, que ce soit une unité, comme (dans) un neuvième, ou (un nombre) plus grand, comme (dans) huit neuvièmes. Il en est de même si les facteurs (du dénominateur) sont en plus grand nombre, comme (dans) trois quarts d'un neuvième.

(On trouve) le numérateur total de *la fraction divisée en parties* en multipliant les uns par les autres (les nombres écrits) au-dessus de la ligne. Les fractions divisées en parties sont celles dans lesquelles le rapport est exprimé jusqu'au dernier des facteurs du dénominateur sans faire usage de la particule de la liaison (*).

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez trois quarts de quatre cinquièmes de sept huitièmes, posez cela ainsi : $\frac{7}{8} | \frac{4}{5} | \frac{3}{4}$. Ensuite multipliez le trois par le quatre, et le résultat par le sept. Il résulte quatre-vingt quatre , ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 84.

Quant au numérateur total de *la fraction relative* , l'opération pour le (trouver) consiste à multiplier ce qui se trouve au-dessus du premier facteur (du dénominateur) par ce qui vient après le facteur correspondant, à ajouter au résultat ce qui se trouve au-dessus de ce (dernier facteur) , et à multiplier pareillement par le troisième facteur et les autres.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez quatre cinquièmes et trois septièmes d'un cinquième et cinq huitièmes d'un septième d'un cinquième , posez cela ainsi : $\frac{5}{8} \frac{3}{7} \frac{4}{5}$. Ensuite multipliez le quatre par le sept; il résulte vingt huit. Ajoutez-y le trois , ce sera trente et un , et multipliez cela par

(*) C'est à dire la particule « et ». L'auteur veut caractériser une fraction telle que « un tiers d'un quart », par opposition à une fraction telle que « un quart et un tiers d'un quart ».

le huit. Vous aurez deux cent quarante huit. Ajoutez-y le cinq, vous aurez pour somme deux cent cinquante trois, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi: 253.

L'opération (pour trouver) le numérateur total de *la fraction hétérogène* consiste à multiplier le numérateur total de chaque rangée par les facteurs (du dénominateur) de l'autre et à additionner les résultats.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez sept neuvièmes et deux tiers et quatre cinquièmes d'un tiers, posez cela en deux rangées ainsi; $\frac{4}{5} \frac{2}{3} \frac{7}{9}$.

Ensuite multipliez le sept par le trois, et le résultat par le cinq; vous aurez cent cinq. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total de l'autre rangée, qui est quatorze, par le neuf; vous aurez cent vingt six. Ajoutez cela à (la quantité) réservée. Vous obtiendrez deux cent trente un, ce qui est le (nombre) cherché, ainsi 231.

Quant au numérateur total de *la fraction soustractive*, si elle est *séparée*, multipliez le numérateur total de chacun des deux (termes dont elle est composée), par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, et retranchez le plus petit (des deux produits) du plus grand.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez huit neuvièmes et un quart d'un neuvième moins deux cinquièmes et trois quarts d'un cinquième, posez cela ainsi : $\frac{1}{4} \frac{8}{9}$ moins $\frac{3}{4} \frac{2}{5}$. Ensuite multipliez le numérateur total de (la fraction) dont on rétranche, lequel est trente trois, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) rétranchée. Vous aurez six cent soixante. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) rétranchée, lequel est onze, par les facteurs (du dénominateur) de (la la fraction) dont on rétranche. Vous aurez trois cent quatre-vingt seize. Soustrayez cela de (la quantité) réservée. Vous aurez pour reste deux cent soixante quatre, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi: 264.

Et si (la fraction soustractive) est *continue* (*), multipliez le numé-

(*) L'auter entend par cette expression que le second des deux termes de la différence est considéré comme dépendant du premier; c'est à dire en écrivant $\frac{a}{b}$ moins $\frac{d}{c}$, il entend dire, dans ce cas, $\frac{a}{b}$ moins $\frac{c}{d}$ de $\frac{a}{b}$; de sorte que la valeur de cette différence sera $\frac{a}{b} \cdot \frac{d-c}{d} = \frac{ad-ac}{bd}$.

rateur total de (la fraction) dont on retranche per les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée, et réservez le résultat. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée par le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, et soustrayez le résultat de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste le numérateur total.

Par exemple, si l'on vous dit: convertissez cinq septièmes et un tiers d'un septième moins un huitième et quatre cinquièmes d'un huitième, posez cela

ainsi: $\frac{4}{5} \frac{4}{8} \text{ moins } \frac{1}{3} \frac{5}{7}$. Ensuite multipliez le numérateur total de (la fraction)

dont on retranche, lequel est seize, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée. Vous aurez six cent quarante. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée, lequel est neuf, par le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, lequel est seize. Il résultera cent quarante quatre. Soustrayez cela de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste le numérateur total, à savoir quatre cent quatre-vingt seize, ainsi : 496.

§.

Si le nombre entier se trouve (combiné) avec une fraction, et qu'il la précède (*), on le multiplie par les facteurs (du dénominateur), et on ajoute (le produit) au numérateur total (de la fraction).

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez quatre et trois cinquièmes et un tiers d'un cinquième, posez cela ainsi : $\frac{4}{3} \frac{3}{5} 4$. Ensuite multipliez le cinq par le quatre, ajoutez au résultat le trois, et multipliez la somme par le sept. Vous obtiendrez cent soixante un, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 161.

Si le nombre entier se trouve au milieu (entre deux fractions) étant rapporté à la première des deux fractions, l'opération est pareille à ce qui a lieu pour les fractions hétérogènes. C'est à dire que vous multipliez le numérateur total de la dernière fraction, et que vous réservez le résultat. Ensuite vous multipliez le numérateur total de la dernière fraction, par les facteurs (du dénominateur) de la première fraction, et vous ajoutez le résultat à la (quantité) réservée.

(*) Il faut se rappeler que l'écriture arabe procède de droite à gauche.

Par exemple, si l'on vous dit: convertissez quatre huitièmes et un tiers d'un huitième de quatre, et sept huitièmes; posez cela ainsi : $\frac{7}{8} 4 \frac{1}{3} \frac{4}{8}$. L'une des deux parties sera les sept huitièmes, et l'autre partie tout ce qui précède. Ensuite multipliez le numérateur total de la première fraction, lequel est treize, par le quatre. Il résulte cinquante deux. Multipliez cela par le huit. il résulte quatre cent seize. Réservez cela. Ensuite multipliez le sept par les facteurs (du dénominateur) de la première fraction; vous obtiendrez cent soixante huit. Ajoutez cela à la (quantité) réservée. Il résultera cinq cent quatre-vingt quatre, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi: 584.

Si le nombre entier est rapporté à la seconde fraction, l'opération est pareille à celle qui a lieu pour les fractions divisées en parties, c'est à dire que vous multipliez le numérateur total de l'une des deux parties par le numérateur total de l'autre.

Par exemple, si l'on vous dit: convertissez cinq huitièmes et trois quarts d'un huitième, du cinq et quatre neuvièmes: posez cela ainsi: $\frac{4}{9} 5 \frac{3}{4} \frac{5}{8}$. L'une des deux parties sera le nombre entier et ce qui le suit, et l'autre partie sera la première fraction. Ensuite multipliez le cinq par le neuf, et ajoutez au résultat le quatre; ce sera quarante neuf. Multipliez cela par le numérateur total de la première fraction, qui est vingt trois. Vous obtenez mille cent vingt sept, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi: 1127.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ADDITION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) additionnées par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, à additionner les deux résultats, et à diviser la (somme) par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit: additionnez cinq sixièmes et trois quarts d'un sixième à trois septièmes et un cinquième d'un septième, posez cela ainsi :

$$\frac{3}{4} \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{5} \frac{3}{7}$$

Ensuite convertissez la quantité ajoutéé, c'est à dire multipliez le cinq par le quatre, et ajoutez au résultat le trois; ce sera vingt trois. Multipliez cela par les facteurs de l'autre rangée, vous aurez huit cent cinq. Réservez cela. Puis convertissez la quantité à laquelle vous ajoutez, c'est à dire multipliez le trois par le cinq et ajoutez au résultat l'unité; ce sera seize. Multipliez cela par les facteurs de l'autre rangée; vous aurez trois cent quatre-vingt quatre. Ajoutez cela à la quantité réservée. Il résultera mille cent quatre-vingt neuf, ainsi: 1189. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs), ce qui se fait de la manière suivante. Rangez au-dessous d'une ligne d'abord le sept et après cela le six, le cinq et le quatre. Ensuite vous commencez par diviser (le nombre 1189) par le quatre. Vous écrivez au-dessus de celui-ci le reste (obtenu), et vous divisez le (quotient) qui résulte (de cette première division) par le cinq. Vous continuez ainsi jusqu'à la fin de l'opération (*). Le résultat sera une unité entière et deux septièmes et cinq sixièmes d'un septième et deux cinquièmes d'un sixième d'un septième et un quart d'un cinquième d'un sixième d'un septième; ainsi: $\frac{4}{4} \frac{2}{5} \frac{5}{6} \frac{2}{7} 1$.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS

La pratique de cette opération consiste pareillement à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) dont on retranche l'une de l'autre, par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, à soustraire le plus pe-

(*) Voici cette opération complète :

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 1189} 1 \\ \underline{5 \quad 297} 2 \\ \quad 6 \overline{) 59} 5 \\ \quad \quad 7 \overline{) 9} 2 \\ \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

tit du plus grand des deux résultats, et à diviser ce qui reste par tous les facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez cinq septièmes et un tiers d'un septième de huit neuvièmes et quatre cinquièmes d'un neuvième, posez cela ainsi:

$$\frac{4}{5} \frac{8}{9}$$

$$\frac{1}{3} \frac{5}{7}$$

Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) dont on retranche, à savoir quarante quatre, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée. Il résultera neuf cent vingt quatre. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée, à savoir seize, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) dont on retranche. Il résultera sept cent vingt. Retranchez cela de la quantité réservée. Vous aurez pour reste deux cent quatre. Divisez cela par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs). Il résultera un neuvième et six septièmes d'un neuvième et trois cinquièmes d'un septième d'un neuvième (*), ainsi: $\frac{0}{3} \frac{3}{5} \frac{6}{7} \frac{4}{9}$.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de l'une des deux (fractions) multipliées l'une par l'autre par le numérateur total de l'autre et à diviser le résultat par les facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez trois quarts et cinq sixièmes d'un quart et trois septièmes d'un sixième d'un quart par cinq septièmes et

(*) Voici l'opération par laquelle on trouve cette expression:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 204} 0 \\ \underline{5 \overline{) 68}} 3 \\ \underline{7 \overline{) 13}} 6 \\ \underline{9 \overline{) 1}} 1 \\ 0 \end{array}$$

trois quarts d'un septième et un tiers d'un quart d'un septième; posez cela ainsi:

$$\frac{3}{7} \frac{5}{6} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{7}$$

Ensuite convertissez le multiplicande, ce que vous faites en multipliant le trois par le six, en ajoutant au résultat le cinq, en multipliant la somme par le sept, et en ajoutant au résultat le trois. Vous obtiendrez cent soixante quatre. Multipliez cela par le numérateur total du multiplicateur, lequel est soixante dix. Il résultera onze mille quatre cent quatre-vingt, ainsi: 11480. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs); il résultera cinq septièmes et quatre septièmes d'un septième et cinq sixièmes d'un septième d'un septième et deux quarts d'un quart d'un sixième d'un septième d'un septième et deux tiers d'un quart d'un quart d'un sixième d'un septième d'un septième, ainsi : $\frac{2}{3} \frac{2}{4} \frac{0}{4} \frac{5}{6} \frac{4}{7} \frac{5}{7}$.

§.

Et si l'on vous dit : prenez d'un nombre et d'une fraction une certaine fraction, alors multipliez le numérateur total de (la quantité mixte) dont vous prenez (la fraction) par le numérateur total de la (fraction) prise, et divisez le résultat par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit : de quatre et trois cinquièmes prenez six septièmes et un tiers d'un septième, posez cela ainsi :

$$\frac{3}{5} 4$$

$$\frac{1}{3} \frac{6}{7}$$

Ensuite convertissez (la quantité) dont vous prenez (la fraction), ce que vous faites en multipliant le quatre par le cinq et en ajoutant au résultat le trois. Il résultera vingt trois. Multipliez cela par le numérateur total de la (fra-

ction) prise, lequel est dix-neuf. Il résultera quatre cent trente sept, ainsi : 437. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs). Vous aurez pour résultat quatre entiers et un septième et deux tiers d'un cinquième d'un septième, ainsi : $\frac{2}{3} \frac{0}{5} \frac{4}{7} 4$.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) divisées l'une par l'autre par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, et à diviser le produit du dividende par celui du diviseur, après avoir décomposé ce (dernier produit) dans les facteurs dont il est composé.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez trois quarts et cinq septièmes d'un quart par deux cinquièmes et six septièmes d'un cinquième, posez cela ainsi :

$$\frac{5}{7} \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{7} \frac{2}{5}$$

Ensuite multipliez le numérateur total du dividende, lequel est vingt six, par les facteurs (du dénominateur) du diviseur. Vous aurez pour résultat neuf cent dix. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total du diviseur, lequel est vingt, par les facteurs (du dénominateur) du dividende; vous aurez pour résultat cinq cent soixante. Décomposez ce (nombre) dans les facteurs dont il est composé ; ce sont dix , huit et sept ; et divisez par ceux-ci la (quantité) réservée. Vous aurez pour résultat un entier et six dixièmes et deux huitièmes d'un dixième, ainsi : $\frac{0}{7} \frac{2}{8} \frac{6}{10} 1$.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE LA DÉNOMINATION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération est pareille à celle de la division (des

fractions), si ce n'est que vous dénommez le produit de la (fraction) dénommée d'après le produit de la (fraction) d'après laquelle vous dénommez (*).

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez trois quarts d'après six septièmes, posez cela ainsi.

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{7}$$

Ensuite multipliez le trois par le sept, il résultera vingt un. Réservez cela. Après cela multipliez le six par le quatre, il résultera vingt quatre. Décomposez ce résultat dans (les facteurs) dont il est composé, à savoir huit et trois. Divisez par ceux-ci la quantité réservée. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée, à savoir sept huitièmes, ainsi : $\frac{6}{8} \cdot \frac{7}{8}$.

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA RESTAURATION (***) DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à diviser la (quantité) à laquelle il s'agit de parvenir par la restauration, laquelle est celle qui suit (le mot) « pour », par la (quantité) restaurée, laquelle est celle qui précède ce (mot). Ce qui résulte est la (quantité) cherchée, et si cela est multiplié par la (quantité) restaurée, il résulte la (quantité) à laquelle on parvient par la restauration.

Par exemple, si l'on vous dit : par quelle quantité restaurez-vous quatre neuvièmes pour que cela devienne deux tiers ? alors posez cela ainsi :

$$\frac{4}{9} \quad \text{pour} \quad \frac{2}{3} .$$

Ensuite divisez les deux tiers par les quatre neuvièmes, conformément à ce qui précède, c'est à dire en multipliant le deux par le neuf, d'où il résulte dix-huit, ce qui est le résultat du dividende. Réservez cela. Puis multipliez

(*) Au lieu de diviser le produit du dividende par celui du diviser.

(**) Le terme arabe que je traduis par « restauration », est le mot *djabr*, qui est, comme on sait, l'un des deux termes qui forment ensemble le nom arabe de l'algèbre.

le quatre par le trois ; il résulte douze. Décomposez-le en quatre et trois , et divisez (par ces nombres) le dix-huit. Vous obtiendrez un entier et deux quarts , ainsi : $\frac{0}{3} \frac{2}{4}$ 1. Et si vous multipliez un et deux quarts par quatre neuvièmes, conformément à ce qui vous a été exposé précédemment sur la multiplication des fractions ; je veux dire, si vous multipliez, après avoir converti (la quantité mixte), le numérateur total par quatre, et que vous divisez le résultat par quatre et neuf seulement, il résultera six neuvièmes, ce qui est deux tiers, ainsi : $\frac{0}{4} \frac{6}{9}$.

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE L'ABAISSEMENT DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à dénommer la (quantité) à laquelle on abaisse d'après la (quantité) abaissée. Ce qui résulte est la (quantité) cherchée.

Par exemple , si l'on vous dit : par quelle quantité abaissez-vous sept huitièmes pour que cela devienne un demi ? alors posez cela ainsi :

$$\frac{7}{8} \quad \text{pour} \quad \frac{1}{2} .$$

Ensuite multipliez le numérateur total de la (quantité) à laquelle on abaisse, lequel est un, par le dénominateur de la (quantité) abaissée. Il résulte huit. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total de la (quantité) abaissée, lequel est sept, par le dénominateur de la (quantité) à laquelle on abaisse, lequel est deux. Il résulte quatorze, ce qui est composé de sept et de deux. Posez ces (nombres) au-dessous d'une ligne, et divisez par les mêmes le huit réservé. Vous aurez pour résultat quatre septièmes, ainsi : $\frac{0}{2} \frac{4}{7}$. Et si vous multipliez quatre septièmes par sept huitièmes , il résulte après la division par les facteurs (des dénominateurs), lesquels sont sept et huit, quatre huitièmes, ce qui est un demi. C'est d'après cette méthode (qu'on procède aussi dans toute autre opération de ce genre).

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA TRANSFORMATION DES (FRACTIONS).

La transformation est le passage de la fraction d' un nom à un autre nom.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de la (fraction) transformée par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) en laquelle on transforme , et à diviser d'abord ce qui en provient par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) transformée, et ensuite le résultat par ceux de la (fraction) en laquelle on transforme.

Par exemple , si l' on vous dit : cinq septièmes et une moitié d' un septième, combien sont-ce de tiers d' un huitième ? alors posez cela ainsi:

$$\frac{1}{2} \frac{5}{7} \text{ combien } \frac{1}{3} \frac{6}{8}$$

Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) transformée , lequel est onze , par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) en laquelle on transforme. Il résulte deux cent soixante quatre, ainsi : 264. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs) de manière que les facteurs de la (fraction) en laquelle on transforme précèdent, et que ceux de la (fraction) transformée suivent. Vous aurez pour résultat six huitièmes et six septièmes

d' un tiers d' un huitième, ainsi: $\frac{0}{2} \frac{6}{7} \frac{0}{3} \frac{6}{8}$.

FISICA. — *Sulla legge di Mariotte, sopra un congegno nuovo per dimostrarla, e su varie applicazioni di essa. Memoria del prof. P. VOLTICELLI. (Continuazione, e fine) (1).*

Termineremo questa memoria colle seguenti dottrine relative alla meccanica molecolare, le quali dovranno condurci alla dimostrazione teoretica della legge di Mariotte.

Le molecole ultime dei corpi, qualunque sia la natura dei medesimi, non sono a contatto fra loro. Le distanze fra queste molecole, colle rispettive loro posizioni, dipendono, e debbono potersi determinare, dall'equilibrio delle forze, cui sono i minimi materiali sottoposti. Le forze indicate sono di tre classi: 1.° la pressione, che tende a diminuire il volume dei corpi, e che deriva da forze estrinseche ai medesimi: 2.° la ripulsione fra le molecole, che tende ad aumentare il volume dei corpi, e che deriva dal calorico: 3.° le attrazioni e ripulsioni, forze intrinseche proprie di ciascuna particella, che dipendono dalla natura dei corpi, e dalle quali nascono le diverse proprietà dei medesimi. A questa terza classe di forze appartiene probabilmente quella, che governa la meccanica celeste, cosicchè forse ogni molecola di materia, può riguardarsi animata da una forza, di cui l'espressione analitica è un binomio, del quale un termine segue la ragione diretta della massa, e la inversa del quadrato delle distanze fra l'attratto e l'attraente, mentre l'altro termine segue la inversa di una potenza molto elevata della distanza medesima; cosicchè il termine stesso diviene sensibilmente nullo a qualunque sensibile distanza.

Le forze rappresentate dal secondo termine ora indicato, le quali sono proprie delle molecole materiali, dipendono per le piccolissime distanze, tanto da queste medesime, quanto dalla natura della sostanza cui si riferiscono; cosicchè per ogni corpo diverso, dovrà esservi una diversa funzione di questi elementi, colla quale rappresentare le stesse forze: siffatte funzioni sono fino ad ora tutte ignorate. Però si è riconosciuto, che gli effetti di tali forze non dipendono dalla forma delle indicate funzioni; e valendosi di questa indipendenza come una legge o proprietà generale delle attrazioni e repulsioni molecolari, molti fe-

(1) Vedi sessione II, del 2 gennaio 1859, pag. 76.

nomeni che si riguardavano isolati fra loro ed inesplicabili, furono sottoposti al calcolo, e furono subordinati ad un medesimo principio, quello cioè che ora indicammo, il quale fertilissimo è di conseguenze.

Ora passiamo a considerare brevemente queste medesime forze, nei tre stati diversi della materia, per quindi nello stato fluido elastico dimostrare, colla base dell' indicato principio, la legge di Mariotte.

La distanza e la posizione rispettiva delle molecole dei solidi, sono determinate dalle forze attrattive, e ripulsive, proprie od intrinseche di queste particelle; inoltre pochissimo le forze medesime dipendono e dalla pressione cui vengono i solidi sottoposti, e dall'azione del calorico da cui sono essi penetrati; poichè variando tanto la pressione, quanto il calorico, di pochissimo varia il volume nello stato di solidità.

La distanza e la posizione rispettiva delle molecole dei liquidi, sono determinate anch'esse dalle forze attrattive e ripulsive proprie delle particelle medesime, perchè nello stato liquido quella distanza e quella posizione vengono sensibilmente ad essere come nello stato solido; però nella liquidità le indicate forze molecolari debbono agire con minor energia di quello sia nella solidità; e di più debbono le forze medesime dipender molto dal calorico e dalla pressione. Il calorico serve a produrre la liquidità, e la pressione serve a mantenerla: senza la prima di queste forze i corpi rimarrebbero solidi; senza la seconda essi non rimarrebbero liquidi; le loro particelle sotto il dominio prevalente delle forze ripulsive, si allontanerebbero le une dalle altre di continuo, quindi la materia si troverebbe in uno stato di successiva rarefazione; il quale nella ipotesi della emanazione verrebbe forse rappresentato dal calorico, e dalla luce. Quindi è che l'equilibrio molecolare nello stato liquido, viene prodotto dalle forze proprie delle molecole, dal calorico, e dalla pressione.

La distanza, e la posizione rispettiva delle molecole dei gas, dipender dovrebbe a prima vista da quelle stesse forze, da cui vedemmo dipendere le circostanze medesime nei liquidi: cosicchè anche nei fluidi elastici l'equilibrio molecolare dovrebbe venir prodotto dalle forze proprie delle molecole, dal calorico, e dalla pressione. Però nello stato fluido elastico, cioè nei gas, e nelle permanenti mescolanze di essi, vale a dire quando sebbene i gas abbiano affinità diversa l'uno per l'altro, tuttavia non si combinano chimicamente insieme per effetto della sola mescolanza, vi ha di più questo, cioè: che la distanza cui si trovano le molecole fra loro, è maggiore di quella cui le forze proprie delle medesime

cessano di agire sensibilmente. Da ciò discende che l'equilibrio dal quale viene questa distanza determinata, deve sensibilmente aver luogo soltanto fra due forze, che sono la pressione una, e la ripulsione calorifica l'altra. Si vede chiaro, che senza il calorico anche il gas non potrebbe formarsi, che senza la pressione questo fluido non potrebbe mantenersi, che senza le forze proprie delle molecole non si avrebbero la natura diversa e le diverse proprietà dei gas: perciò il sistema delle forze in tutto è comune a questi come ai liquidi; ma in quanto all'equilibrio molecolare, diversificano i primi dai secondi.

La indicata distanza fra le molecole dei gas, discende per corollario dalla sperienza, cioè dalle mescolanze fatte alla stessa temperatura e pressione di più gas fra loro, i quali non possono combinarsi spontaneamente insieme, avendo però affinità l'uno per l'altro. Si mescoli per esempio il gas ossigene prima col gas idrogene, poi coll'azoto, col cloro, eccetera, i quali tutti hanno affinità *diverse* pel primo, però senza potersi combinare spontaneamente col medesimo. Egli è chiaro che in queste mescolanze, certo il numero delle molecole del mescolamento, eguaglia quello delle medesime, prima che fossero mescolate. Ma se nel mescolamento l'attrazione molecolare di affinità eterogenea, cioè le forze proprie delle molecole, potessero influire sulla distanza fra quelle dei gas mescolati, questa non sarebbe più la stessa, quando il gas unito all'ossigene fosse, come noi lo supponemmo, sempre diverso; ed il volume totale di ciascuna mescolanza cangerebbe per ognuna di esse. Dovrebbe cioè verificarsi nel volume del mescolamento un condensamento, che dovrebbe crescere colla energia dell'attrazione fra le molecole mescolate.

Questo condensamento non ha luogo nei gas, e la mescolanza dei medesimi, quando non passano fra loro spontaneamente combinarsi, avviene sempre senza cangiamento nel volume del mescolamento. Da ciò discende per necessità che le forze *proprie* delle molecole di essi, alla distanza cui queste si trovano, rimangono prive di azione sensibile; cioè non possono in verun modo influire sulla distanza medesima; la quale perciò nello stato di equilibrio del gas, dipende unicamente dalla pressione, e dalla ripulsione calorifica. Nei liquidi questa particolarità non si verifica mai, poichè la mescolanza di essi, quando abbiano affinità fra loro, sempre avviene ed è accompagnata da condensamento, il quale cresce colla energia dall'affinità medesima.

Le molecole dei gas diversi, quando si mescolano fra loro senza dar luogo ad una combinazione chimica fra i medesimi, s'insinuano le une fra le altre

negl'interstizi che le separano, e ciò per effetto delle scambievoli ripulsioni, cui sono quelle pel calorico soggette. Se così non fosse, la pressione del mescuoglio di più gas non potrebbe, come la sperienza dimostra, uguagliare la somma delle pressioni che ciascun gas dei mescolati esercitava prima del mescuoglio, il quale, riguardo alla pressione, si comporta come se i gas fossero tutti della stessa natura.

In quanto ai gas che mescolati fra loro si combinano spontaneamente , come a modo di es. il deutossido di nitrogene coll'osigene , l'indrogene col cloro sotto l'azione della luce, ecc., noi non potremo concludere, che nei gas medesimi le molecole sono fra loro a sufficiente distanza, onde le azioni proprie di esse non abbiano effetto sensibile nell'equilibro molecolare. Ma invece dovremo , per queste particolari mescolanze , concludere il contrario ; cioè che in esse , le azioni molecolari hanno effetto sensibile ad una distanza , non minore di quella , cui sono le molecole fra loro nei gas componenti la mescolanza stessa. Però è da osservare che questi mescuogli gassosi non sono permanenti; giacchè cessano tosto per convertirsi in una chimica combinazione. Per tanto le mescolanze stesse non possono formare il soggetto dell'attuale analisi , nè possono comprendersi nella medesima. Quindi è che queste mescolanze speciali non valgono punto a contrariare il principio stabilito, cioè che nei gas, e nelle permanenti mescolanze dei medesimi, la distanza fra le molecole supera quella, cui le azioni loro proprie agiscono sensibilmente.

Da ciò siegue che sebbene la ripulsione calorifica decresca tanto rapidamente, da divenire insensibile a qualunque distanza finita, essa deve tuttavia decrescere molto meno rapidamente dell'attrazione molecolare, perchè alla distanza cui sotto la pressione ordinaria si trovano le molecole dei gas, già è cessata l'attrazione stessa ; mentre la ripulsione calorifica non solo a quella distanza continua, ma persiste ad agire anche accrescendosi tale distanza , per mezzo di una indefinita rarefazione del gas considerato. Ciò vuol dire che la distanza cui l'attrazione molecolare agisce, deve riguardarsi per un infinitesimo di second'ordine, mentre quella cui la ripulsione calorifica si esercita, deve ritenersi per un infinitesimo di prim'ordine.

Dopo quanto abbiamo esposto, si può facilmente procedere a dimostrare teoricamente la legge di Mariotte; però è necessario fare prima la seguente osservazione. L'esperienza come vedemmo dimostra, che le molecole dei gas, nello stato di equilibrio, distano fra loro più di quello sia la distanza cui sen-

sibilmente agiscono le forze proprie delle molecole di essi ; per cui la distanza medesima è indipendente da queste forze. Però ciò si verifica fra certi limiti, oltre i quali la indipendenza indicata non ha più luogo, ed allora la distanza molecolare dipende ad un tempo dalla pressione, dal calorico, e dalle forze intrinseche. Questo limite si riferisce alla pressione, la quale allorchè aumenta, può giungere a tale, da far dipendere le distanze fra le molecole del gas anche dalle forze proprie delle medesime; cosicchè l'equilibrio molecolare in tale caso verrà stabilito fra tre forze come nei liquidi, e non fra due. Gli sperimenti confermano la esistenza di questo limite; giacchè in molti casi, quando la pressione aumenta sufficientemente sopra un mescolgio di gas, che hanno affinità fra loro, questi cessano di restare insieme semplicemente mescolati, e si combinano l'uno coll'altro. Così a me sembra non essere fuorchè un effetto di aumento della pressione, prodotto dalla scarica elettrica, il vedere che il gas ossigene e l'idrogene si combinano fra loro, se traversati dalla scarica medesima; nel qual caso la distanza molecolare del mescolamento di questi gas, ha diminuito sino ad essere minore di quella, cui sensibilmente agiscono le forze proprie delle molecole. Inoltre noi già vedemmo risultare da moltissimi sperimenti, che al crescere della pressione, cessa di essere costante il prodotto di questa e del corrispondente volume di gas compresso ; lo che dimostra una perturbazione della legge di Mariotte ; la quale perturbazione unicamente si deve ripetere dall' agire che fanno sulle molecole dei gas anche le forze proprie delle medesime, quando la pressione sovr'esse aumenti sino ad un certo limite.

Ora consideriamo un gas chiuso in un recipiente, alla temperatura t , ed alla pressione p , che supporremo per ora variabili ambedue. La ripulsione prodotta dal calorico si eserciterà fra le pareti del recipiente e le molecole di questo gas, non altramente che fra le medesime. La ripulsione stessa, quantunque non debba propagarsi fuorchè ad una distanza brevissima, pure nello stato di equilibrio, e generalmente parlando, questa potrà essere minore o maggiore di quella, cui si propagano sensibilmente le forze attraenti e repellenti molecolari, secondo che la pressione abbia o no superato un certo limite. Quindi è che sebbene la ripulsione calorifica prevalga sempre, cosicchè le molecole del gas non possono riunirsi, nè fra loro, nè colle pareti del recipiente, pure la distanza molecolare potrà, quando la pressione abbia raggiunto un certo limite, dipendere anche dalle forze attraenti e repellenti, proprie delle molecole del gas che si considera. Se poi per un aumento eccessivo di pressione, favorito anche da una

considerevole sottrazione di calorico, la forza repulsiva di questo non fosse più prevalente riguardo alle forze attrattive molecolari, allora le molecole della sostanza gassosa passerebbero a formare uno stato nuovo di aggregazione che non apparterebbe più allo scopo di questo ragionamento.

Teoreticamente parlando si vede chiaro eziandio, che la legge di Mariotte deve subire una eccezione a temperature molto basse, accompagnate da pressioni molto forti, perchè in tali circostanze i fluidi elastici acquistano la liquidità o tendono ad acquistarla, e passano perciò dallo stato di gas permanenti a quello di vapori a saturazione; per cui non deve più la legge di Mariotte in questo caso esattamente verificarsi, lo che avrà luogo anche un poco prima che le circostanze medesime siensi attivate del tutto. È anche da credere per la teoria indicata, che l'eccezioni alla medesima legge, si verifichino altresì per pressioni molto piccole, quando però le molecole dei gas abbiano aumentata in guisa la distanza loro scambievolmente per la rarefazione subita, da non possedere più veruna elasticità sensibile.

Si vede pure che la forza elastica dei fluidi aerei, differisce essenzialmente da quella delle altre sostanze. Queste tendono a ricuperare un volume definito, che hanno perduto, sia nella forma soltanto, sia nella forma ed anche nella capacità; il qual volume una volta ricuperato rimane sempre lo stesso, quand'anche diminuiscono le forze estrinseche, le quali agiscono sul medesimo. Pel contrario la elasticità dei gas è tale, che questi tendono sempre a prendere un volume tanto maggiore, quanto più diminuiscono le forze estrinseche agenti sul volume primitivo. La forza elastica nei solidi e nei liquidi, ad un tempo dipende dall'attrazione, e dalla ripulsione molecolare: nei fluidi elastici procede unicamente dalla ripulsione calorifica.

Poniamo che un piano mobile chiuda l'apertura del vaso in cui si contiene un gas; potrebbe questo piano essere o la base di uno stantuffo, o la superficie di livello di un liquido, nel quale sia l'apertura del recipiente immersa. Sull'indicato piano si prendano le coordinate ortogonali x , y , la terza coordinata z , perpendicolare al piano medesimo, rappresenterà la distanza da questo, cui si trovano collocate le molecole del parallelepipedo rettangolare $dx dy dz$. La ripulsione fra ciascuna di queste molecole ed il piano mobile, si rappresenterà generalmente con una funzione $f(z, t, \varphi)$ della temperatura t , della distanza z , e della forza molecolare φ . Dicasi n il numero delle molecole che, nello stato di compressione in cui si trovano esse attualmente, costituiscono l'unità di volume del gas; il numero di quelle contenute nel volume $dx dy dz$ sarà $n dx dy dz$, perciò il piano incontrerà, da parte di queste molecole, una pressione rappre-

sentata da

$$n f(z, t, \varphi) dx dy dz .$$

Per avere adunque la pressione totale p che sopporta il piano, dovremo integrare questa formula tra i limiti convenienti, considerando costanti le quantità n, t . Si avrà dunque

$$p = n \int f(z, t, \varphi) dz \int y dx .$$

Ma $\int y dx$ è la superficie s del piano, la quale deve riguardarsi come una costante relativamente alla terza seguente integrazione, per la quale avremo

$$p = ns \int f(z, t, \varphi) dz .$$

Essendo n il numero delle molecole contenute nella unità di volume, sarà n uguale alla densità che il gas medesimo possiede in quello stato di compressione, in cui viene attualmente considerato. Perciò chiamando m la massa, v il volume del gas, avremo

$$p = \frac{m}{v} s \int f(z, t, \varphi) dz .$$

Prendendo questo integrale fra gli opportuni limiti, potremo stabilire

$$\int f(z, t, \varphi) dz = F(t, \varphi) ;$$

dunque sarà

$$(81) \quad p = \frac{ms}{v} F(t, \varphi) .$$

Ora per giungere alla legge di Mariotte, dobbiamo restringere il nostro ragionamento; introducendo nel calcolo i due principj che già vedemmo essere dalla sperienza confermati, cioè: 1.° che la ripulsione prodotta dal calorico, sebbene inapprezzabile a qualunque distanza finita, si estende nulladimeno a distanze incomparabilmente maggiori di quelle, che separano fra loro le particelle dei gas: 2.° che le distanze fra queste molecole sono maggiori di quelle, cui si rendono sensibili gli effetti delle forze molecolari. Questo secondo principio potrebbe, come già indicammo, non verificarsi per pressioni bastantemente forti, subite dal gas, ed allora la legge di Mariotte rimarrebbe anche teoricamente in difetto; ma noi supporremo che queste pressioni sieno tali, da farla verificare del tutto. In seguito di ciò, dovremo nella (81) porre $\varphi = 0$, e quindi avremo

$$p = \frac{ms}{v} F(t) .$$

Perciò quando la temperatura, e lo stato di compressione del gas saranno costanti, la pressione P subita dal piano mobile, sarà proporzionale alla superficie s del medesimo, perchè in questo caso le quantità m , v , $F(t)$, sono costanti. Laonde sopra l'unità di superficie del piano medesimo, la pressione sarà

$$p = \frac{m}{v} F(t);$$

ma supponendo in questa fomula costante la m colla t , riguardando variabile la pressione, e quindi la v , avremo per due pressioni diverse

$$(82) \quad p : p' = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'};$$

cioè i volumi del medesimo gas diversamente compresso, debbono essere in ragione inversa delle corrispondenti pressioni; lo che dimostra vera la legge di Mariotte; ma nella ipotesi fatta, che cioè la pressione non superi quel limite, diverso per ogni gas, oltre il quale non sarebbe più verificato il secondo principio, cioè che le azioni o forze molecolari non giungono fino alla distanza molecolare. Crescendo la pressione oltre l' indicato limite, si vede chiaro che non avrà più luogo la (82), perchè non potrà più supporre $\varphi = 0$. Insomma la legge di Mariotte si dimostra vera, sotto la condizione che la forza ripulsiva procedente dal calorico, faccia sola equilibrio colla pressione subita dal gas, senza cioè il soccorso di alcuna delle forze che dipendono dalla natura delle molecole. Se questa condizione cessi di verificarsi, la legge di Mariotte sarà vera per approssimazione, come insegnano le sperienze istituite sulla medesima colle necessarie cautele dai signori Despretz, Pouillet, e Regnault, e da noi riportate.

Coi due principj che abbiamo precedentemente adottati, possiamo anche dimostrare la legge di Mariotte, valendoci di un ragionamento ancor più semplice. In fatti si consideri un cilindro di volume w , che abbia per base la parte del piano compresa dall'apertura del recipiente in cui si trova contenuto il gas, e per altezza quella distanza cui la repulsione calorifica non è più sensibile. Si dica V il volume M , la massa, δ la densità del gas medesimo; quindi si divida l' indicato cilindro con tanti piani paralleli alla sua base, ed infinitamente vicini fra loro. Cosicchè il cilindro medesimo risulti di tanti strati molecolari di altezza infinitesima. Poichè delle molecole comprese in un qualunque strato, eserciterà ognuna il medesimo sforzo sul piano mobile; così la repulsione totale P , che questo supporterà, non altro esser deve

fuorchè una somma di tanti termini, quanti sono gl'indicati strati. Ciascuno poi di questi termini avrà per valore l'effetto ripulsivo di una molecola, moltiplicato pel numero di quelle che compongono il corrispondente strato. Chiamando v e δ il volume, e la densità di ogni strato, sarà $v\delta$ la sua massa; inoltre si dicano

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$$

gli sforzi di ciascuna molecola nel primo, secondo, . . . , e nell'ultimo strato del cilindro w , sarà

$$P = v\delta(p_1 + p_2 + \dots + p_n),$$

ossia

$$P = v\delta \Sigma p = \frac{vM}{V} \Sigma p.$$

essendo p variabile per ogni sezione, ma costante per ogni molecola della sezione medesima.

Ora suppongasì che questo medesimo gas venga compresso nello stesso recipiente, cosicchè il volume suo riducasi a V' , sotto la stessa massa M , e la sua densità divenga δ' . In tal caso crescerà il numero delle molecole di ciascuna sezione, ma la distanza di ciascuna di essa dal piano mobile rimarrà quella di prima. Inoltre supponendo che la distanza delle molecole fra loro, sia sempre maggiore di quella cui cessano di agire sensibilmente le forze molecolari, ed anche supponendo invariata la temperatura; dovrà la forza ripulsiva elementare p di ciascuna molecola nella sezione medesima, essere la stessa di prima. Dunque pel cangiamento di compressione, fatto subire al gas, avremo

$$P' = \frac{vM}{V'} \Sigma p,$$

laonde

$$P : P' = \frac{1}{V} : \frac{1}{V'}.$$

Cioè si dimostra vera la legge di Mariotte, anche con questo semplice ragionamento; purchè si verifichi essere la distanza fra le molecole maggiore di quella, cui le forze proprie delle medesime cessano di agire sensibilmente. Se questa condizione non abbia luogo, allora il valore di p cangerebbe col cangiamento della compressione cui soggiace il gas, e la legge di Mariotte diverrebbe una legge limite, dalla quale debbono i gas tanto più allon-

tanarsi, quanto più cresce la compressione subita dai medesimi, come risulta dalle esperienze che abbiamo precedentemente riportate.

Ora supponiamo soddisfatte le condizioni affinchè sia verificata la legge di Mariotte, per giungere ad un interessante corollario della medesima. Sia d la distanza fra due strati consecutivi ed uguali fra loro, presi nel volume cilindrico V di un gas, che si trovi sotto la pressione P . la forza ripulsiva f che fra questi medesimi strati avrà luogo, sarà espressa da

$$f = P \cdot B,$$

essendo B l'area di uno qualunque degli strati medesimi. Ora suppongasì che la pressione cui soggiace il gas divenga P' , il corrispondente volume V' dello stesso gas potrà considerarsi come un altro cilindro simile al primo, quindi la distanza fra i due nuovi strati consecutivi ed uguali fra loro sarà d' , e la forza ripulsiva fra i medesimi sarà f' , cosicchè avremo

$$f' = P' \cdot B';$$

essendo B' l'area di uno qualunque dei strati medesimi; laonde sarà

$$\frac{f}{f'} = \frac{P}{P'} \cdot \frac{B}{B'}.$$

Per la legge di Mariotte abbiamo

$$\frac{P}{P'} = \frac{V'}{V}, \text{ dunque sarà eziandio } \frac{f}{f'} = \frac{B}{B'} \cdot \frac{V'}{V}.$$

Ma essendo n il numero degli strati dei quali s'intende composto l'uno e l'altro cilindro di gas, il primo sotto la pressione P , il secondo sotto la pressione P' , avremo le altezze loro A , A' espresse come siegna,

$$A = nd, \quad A' = nd'$$

quindi per la simiglianza di questi cilindri sarà

$$\frac{V'}{V} = \frac{(A')^3}{(A)^3} = \frac{(nd')^3}{(nd)^3} = \frac{d'^3}{d^3},$$

ed anche

$$\frac{B}{B'} = \frac{(A)^2}{(A')^2} = \frac{d^2}{d'^2},$$

e finalmente

$$\frac{f}{f'} = \frac{d'}{d}.$$

Vale a dire supponendo soddisfatte le condizioni per le quali si verifica la legge di Mariotte, se il medesimo gas venga sottoposto a due diverse pressioni, le forze ripulsive, che dal calorico unicamente procedono, fra due strati consecutivi di uno stesso gas, e sotto la medesima pressione, dovranno essere nella ragione inversa delle distanze, che separano l'uno dall'altro gli strati medesimi nelle due diverse pressioni, ossia delle distanze che sotto diverse pressioni separano l'una dall'altra, due molecole contigue. Però, come già vedemmo, si trova nella pratica essere la legge di Mariotte, nella maggior parte dei casi, una verità di approssimazione; quindi anche tale si dovrà nella pratica riguardare il corollario che dalla medesima ora deducemmo, e che si riferisce alla meccanica molecolare.

Sarà poi facile dimostrare l'inverso, cioè che quante volte in un gas a due diverse pressioni, le forze ripulsive sieno inversamente proporzionali alle distanze fra due molecole contigue, le densità del gas medesimo saranno proporzionali alle forze comprimenti, ovvero che in questo gas dovrà verificarsi la legge di Mariotte.

Non possiamo dispensarci prima di terminare questa memoria, dal far conoscere che il distinto fisico sig. Liais, ha comunicato alla Società imperiale delle scienze naturali di Chebourg, nella tornata dell'8 gennaio 1855, aver egli riconosciuto, discutendo le osservazioni, che la densità dei gas eguaglia, quando la temperatura non cangia, un coefficiente costante moltiplicato dall'arco, il seno del quale uguaglia la pressione moltiplicata per un coefficiente costante, che dipende dalla specie della unità scelta, più una costante. Il coefficiente costante che moltiplica la pressione è piccolissimo, quando si prenda per unità la pressione atmosferica; di più la costante che si unisce al prodotto della pressione per questo coefficiente costante, è piccolissima rapporto ad esso, ed è anche troppo piccola per essere dedotta da sperienze dirette. Viene dunque introdotta essa costante nella formula: 1.^o perchè questa formula deve contenere due coefficienti costanti, oltre quello che moltiplica la pressione, e che dovrà entrare nell'equazioni differenziali di second'ordine, di cui l'integrazione avrebbe dato la formula: 2.^o perchè da questo coefficiente dipende la limitazione dell'atmosfera. Le altezze assegnabili all'atmosfera fanno vedere, che questo coefficiente è troppo tenue perchè possa sperarsi di ottenere per l'aria il suo valore, con esperimenti diretti. Bisognerà dedurre questo valore da studi fatti sull'atmosfera stessa.

Per mezzo di questa formula si spiega la limitazione dell'atmosfera, senza supporre che l'aria divenga liquida nel limite; o senza fare alcun'altra ipotesi

più o meno azzardata; ipotesi che vengono contraddette dal fatto, perfettamente dimostrato, della limitazione delle atmosfere mercuriali. La picciolezza sia del coefficiente che moltiplica la pressione, sia della costante rapporto a questo coefficiente, spiegano secondo l'autore, perchè la legge di Mariotte si trova essere una grande approssimazione della legge di compressione nei limiti ordinari delle sperienze; giacchè sappiamo che quando un arco è piccolo, esso è sensibilmente proporzionale al suo seno.

Si vede ancora della formula, che quando la pressione ha superato un certo limite, i valori delle densità divengono immaginari, ciò prova che l'equilibrio non è più possibile sotto la forma gassosa, ed allora il gas diviene liquido, come dimostra la sperienza. La formula indica dunque ad un tempo i limiti della compressione, e della dilatazione; i coefficienti che determinano questi due limiti, sono le due costanti della integrazione.

In tutto quello che precede furono supposte le temperature costanti. Quando la temperatura varia, i limiti della compressione e della dilatazione cangiano; e la legge di Mariotte diviene di più in più approssimata per le pressioni vicine a quelle di un'atmosfera. Il senso del cangiamento indica, che fra i tre coefficienti della formula, il primo è moltiplicato, ed i due altri sono divisi per una frazione della temperatura, crescente con questa. Le sperienze, continua l'autore a dire, non sono a bastanza numerose per far conoscere la forma di queste frazioni. Sappiamo solo essere le medesime tali, che quando la pressione resta costante nella formula, variando solamente la temperatura, esse danno una variazione simile della densità, con una grande approssimazione a quella che fornirebbe la legge delle dilatazioni di Gay-Lussac. L'autore aggiunge che si propone determinare nuovamente, per via di sperienze, il valore numerico delle costanti pei differenti gas, e per temperature diverse.

Il sig. A. Krönig, in una memoria intitolata *Grundzüge einer Theorie der Gase*, pubblicata in Berlino nel mese di luglio 1856, ed il sig. Clausius nella sua memoria sulla natura del movimento detto calore, hanno esposta una teorica per la fisica costituzione molecolare dei gas (1). I medesimi sono giunti a risultamenti presso che identici fra loro; e le formule da essi ottenute, hanno tutte dimostrato le proprietà fisiche della materia fluido elastica, fra le quali anche la legge di Mariotte. Un estratto di questi lavori si trova nell'Institut, num. 1194, pag. 408, an. 1856, e nel Nuovo Cimento, T. VI dicembre 1857, p. 435.

(1) Ann. der Chem. u. Pharm. T. C. p. 376 - Poggendorff's Ann. T. C. p. 353.

APPENDICE

Ecco in qual modo possiamo speditamente giungere a determinare, quanto la canna del fucile a vento debba esser lunga, onde giunta la palla sull'estremo di questa lunghezza, cioè alla bocca d'essa, ivi tutta la sua velocità si trovi estinta. Prendasi per tanto l'origine della x ove termina il valore di b ; cioè dove, come già vedemmo dalla (73), corrisponde la massima velocità del proietto, a causa della eguaglianza fra la densità dell'aria di carica, e dell'aria esterna. Inoltre si ponga $p + sb$, ovvero mediante la (73), $p + (n - 1)p = np$ in luogo di p nella (66); avremo

$$udu = \frac{3gh}{4r\delta} \left(\frac{n^2 p dx}{np + sx} - dx \right),$$

donde integrando sarà

$$u^2 = \frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{n^2 p}{s} \log.(np + sx) - x \right] + C.$$

Ma quando $x = 0$, per la (74) sarà

$$u^2 = v_2^2 = \frac{3ghp}{2r\delta s} (n \log.n - n + 1);$$

dunque avremo

$$C = \frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{p}{s} (n \log.n - n + 1) - \frac{n^2 p}{s} \log.np \right],$$

e perciò

$$(83) \quad u^2 = \frac{3gh}{2r\delta} \left[\frac{n^2 p}{s} \log. \left(1 + \frac{s}{np} x \right) - x + \frac{np}{s} \log.n - (n-1) \frac{p}{s} \right].$$

Quindi l'equazione da cui dovremo avere il valore della lunghezza di canna $b + x$, corrispondente alla velocità nulla del proietto, sarà

$$(84) \quad \frac{n^2 p}{s} \log. \left(1 + \frac{s}{np} x \right) - x + \frac{np}{s} \log.n - (n-1) \frac{p}{s} = 0.$$

Ritenuti quei valori numerici, dei quali già ci valemmo, avremo

$$s = \pi r^2 = 0,0005, \quad \frac{np}{s} \log.n = 57,6 \log.4,71, \quad \frac{n^2 p}{s} = 271,0897,$$

$$\frac{np}{s} = 57,6, \quad (n-1) \frac{p}{s} = 45,34, \quad \frac{s}{np} = 0,0173, \quad n = 4,71,$$

onde la equazione ultima si ridurrà nella

$$271,09 \log(1 + 0,0173.x) - x + 57,6 \log 4,71 - 45,34 = 0,$$

la quale molto prossimamente viene verificata da

$$x = 762^{pi}.$$

Quindi la lunghezza cercata sarà

$$b + x = 46^{pi} + 762^{pi} = 808^{pi} = 262^m,44.$$

EPILOGO

Cenni sulla relazione che la legge di Mariotte ha con alcuni fenomeni fisici, ~~Tomo X~~, pag. 181, ~~183~~. — Descrizione dell'ordinario metodo per dimostrare la indicata legge, pag. 183, ~~184~~. — Cautele da praticare per la dimostrazione sperimentale di questa legge nelle pubbliche lezioni, pag. 184, ~~188~~. — Descrizione del nuovo congegno per dimostrare questa legge con speditezza nelle pubbliche lezioni sperimentali di fisica, soddisfacendo possibilmente a tutte le cautele per la esattezza di questa sperienza, pag. 189, ~~190~~. — Uso del congegno medesimo, pag. 190, . . . , 194. — Formule, e metodi per la verificazione della legge di Mariotte, pag. 393, . . . , 394. — Formule relative alla misura dei volumi dei gas a diverse pressioni sottoposti, pag. 395, . . . , 398. — Soluzione dei problemi relativi al manometro ad aria compressa, pag. ~~398~~, . . . , 402, 430, ~~431~~. — Formule relative allo stereometro, dipendenti pur'esse dalla legge di Mariotte, pag. ~~432~~, 433. — Formule relative alla pressione risultante da una mescolanza di gas, e dall'assorbimento dei medesimi, effettuato da un liquido in contatto col mescuglio loro, pag. ~~433~~, . . . , 440. — Formule relative al rapporto fra i volumi di un gas in contatto con un liquido. sotto pressioni e temperature diverse, ~~Tomo XI~~, pag. 55, . . . , 58. — Formule relative al manometro di Berthollet, pag. ~~58~~, . . . , 60. — Rettificazione di una formula di Poisson, per determinare il rapporto dei valori diversi, che appartengono alla gravità, pag. 133, 134. — Uso del manometro per indacare le variazioni della gravità, pag. 134, . . . , 136. — Indicazione di altri due metodi per la ricerca medesima, pag. 136, 137. — Formule relative alla teoria della macchina pneumatica di rarefazione, pag. 137, . . . , 142, 206, ~~1~~, . . . , 220. — Formule relative alla macchina pneumatica di compressione, pag. ~~220~~, . . . , ~~226~~. — Teorica matematica del moto dei proietti, entro l'anima delle bocche da fuoco,

~~81, . . . , 5~~
~~115, 6~~ \sphericalangle ~~6, . . . , 10~~
 \sphericalangle 11, 12
 \sphericalangle 12, . . . , 16
 \sphericalangle 17, 18, ~~19~~
 \sphericalangle 18, . . . , 22
~~0-0 22, . . . , 28~~
 \sphericalangle 29, 30
 \sphericalangle 31, . . . , 37
 \sphericalangle 37, . . . , 41
~~0-0 41, ~~42~~ 43~~
 \sphericalangle 43.
 \sphericalangle 43, 44
~~0 45, 46~~
 \sphericalangle 46, . . . , 66
~~0 65, . . . , 72~~

della velocità iniziale dei medesimi; e del fucile ad aria compressa, ~~1~~ ~~VII~~,
pag. ~~28~~, ..., ~~38~~. — Determinazione della forza elastica dell'aria, restata nel
serbatoio di una pompa di compressione, pag. ~~38~~, ~~39~~. — Si determina la eleva-
zione di un liquido in una pompa aspirante, nella quale si trovi dell'aria fra
il livello di esso liquido, e la base inferiore dello stantuffo, pag. ~~39~~, ..., ~~42~~. —
Rapporto fra la legge di Mariotte e la chimica razionale, pag. ~~76~~, ..., ~~79~~. — Delle va-
rie sperienze instituite dai diversi fisici, per conoscere i limiti fra quali si veri-
fica la legge di Mariotte, pag. ~~79~~, ..., ~~98~~. — Dimostrazione teoretica della legge
di Mariotte, premesse alcune dottrine relative alla meccanica molecolare,
pag. ~~276~~, ..., ~~283~~. — Dimostrazione teoretica elementare della indicata legge,
pag. ~~283~~, ..., ~~285~~. — Dimostrazione di un corollario della medesima legge,
pag. ~~285~~, ~~286~~. — Indicazione dei lavori del sig. Liais, relativi alla legge stessa,
ove anche di quelli dei signori Kronig, e Clausius, pag. ~~286~~, ~~287~~. — Appen-
dice alla teorica del fucile a vento, pag. ~~288~~, ~~289~~.

073

83

84

88

91

110, ..., 117

117, ..., 119

119, 120

120

122, 123

COMUNICAZIONI

Il R. P. A. Secchi espone i perfezionamenti arrecati al barometrografo, col-l'introdurvi anche il termometrografo di Kreil, col che lo strumento era divenuto un registratore completo de' fenomeni meteorologici.

Espose ancora una sua modificazione introdotta nella pila di Daniell, mercè della quale si può avere forza costante per oltre 15 giorni e più, senza consumo inutile di materiali.

Finalmente disse delle ultime misure fatte sul cratere della Luna, nominato Copernico, col che resta fissato il carattere di questa montagna: e inoltre accennò a varie sperienze fatte sulla polarizzazione della luce Lunare, donde risulta che i *mari* sono più polarizzati che le montagne.

Il Prof. Volpicelli ricordò che nella prima parte della sua memoria sugli elettrometri, fece brevemente conoscere i metodi tentati dai fisici per assegnare prossimamente, col mezzo della elettricità, lo stato igrometrico dell'aria T. XI, §. VI, pag. 46 ... 49. Volta sopra tutti riconobbe la importanza di questo argomento, e se ne occupò molto. Però i metodi stessi, proposti dai fisici per l'indicato fine, lasciando ancora molto a desiderare in quanto alla esattezza dei risultamenti loro, fu dal prof. Volpicelli in quella stessa prima parte, T. XI §. VII e VIII, pag. 49 ... 52, proposto un altro metodo, per misurare lo stato igrometrico dell'aria, fondato sulla divergenza delle pagliette di un elettrometro, e precisamente sulle diverse fasi della divergenza stessa. L'autore avendo continuato a ricercare su questo argomento, riferì che gli elettrometri conosciuti col nome di pile secche, potevano impiegarsi utilmente a fornire un igrometrografo elettrico, ed ecco in qual modo. Tra i due poli eteronomi di due pile secche verticali, distanti fra loro circa 0,^m15, si stabilisce un ago orizzontale, sostenuto sul suo centro di gravità da un perno verticale per modo, che l'ago stesso possa col minore attrito possibile ruotare attorno questo perno. Da uno estremo dell'ago penda una striscetta di oro, e dall'altro una di platino, e questa sia poco più lunga di quella. L'ago ruotando attorno il perno verticale, a motivo delle attrazioni e ripulsioni elettriche dei poli eteronomi delle due pile verticali, dovrà la striscetta di platino incontrare per ogni giro dell'ago i due roofori di una pila di Daniell, e chiudere il circuito elettrico della medesima. Per ognuna di queste chiusure una calamita temporanea spinge la punta di una matita, sopra una carta, che scorre con moto uniforme di orologeria sotto la

punta stessa. Avremo per questo mezzo il tempo impiegato dall'ago nel fare un prefisso numero di giri a qualunque ora. E siccome lo stato igrometrico dell'aria influisce sulla elettrica tensione dei poli delle pile, quindi anche sul tempo impiegato dall'ago nel fare un giro ne viene che potremo avere in questo congegno un igrometrografo elettrico, che fornirà la migliore applicazione che fin' ora siasi fatta della elettricità alla igrometria. Quando questa macchina sarà compiuta, e sperimentata sufficientemente, l'autore tornerà sulla medesima.

Il prof. Volpicelli fece conoscere, che aveva collocato nel vuoto boileano il più perfetto possibile, due pile secche, fra i poli eteronomi delle quali, pendeva una listarella di oro; e che aveva osservato, dopo un mese, le pile medesime non avere punto diminuita la loro elettrica tensione. Questo fatto di qualche interesse per l'*elettrotismo*, non si accorda con quanto dice a proposito di queste pile il prof. De la Rive nel suo *Traité d'électricité*, Paris 1854 (T. 1.º pag. 51, 54; e T. 2.º, pag. 794, 795), ma bensì con quello che riferisce riguardo alle medesime il R. P. Pianciani ne' suoi *Elem. di fisico-chim.* Roma 1844, T. 2.º, pag. 32, e seguenti.

Monsignor Nardi ringraziò a voce l'accademia, per averlo nominato membro ordinario della medesima.

COMMISSIONI

*Su di un nuovo metodo per estrarre l'alcool dall'asfodelo
del sig. FRANCESCO GENTIL.*

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} G. PONZI, e B. VIALE *relatore*)

Di una istanza già dal sig. Gentil avanzata a S. Ecc. Monsig. Ministro del commercio, e dei lavori pubblici, sopra l'estrazione dell'alcool dai tuberi dell'asfodelo, che venne rimessa poi a questa nostra accademia, si credè dal comitato non potesse aver luogo commissione alcuna, trattandosi di cosa già da molti introdotta appresso di noi.

Ritorna il sig. Gentil in oggi a fare premure, affine che, esaminato il processo da lui tenuto per avere alcool da questa pianta, l'Accademia pronunzi il suo voto sul dovergli accordare o no la dichiarazione di proprietà per sei anni, con facoltà di prolungarne il tempo tanto quanto la legge il permette.

Finora il metodo per ottenere l'alcool dall'asfodelo consisteva, nel tritare, pestare, o molare i tuberi di questa pianta, ed esporli alla fermentazione. Non erasi creduto si potesse avere una sostanza zuccherina dai pericarpi (Cossettes). E se nei laboratori di chimica erasi riuscito a formare una specie di zucchero co' pericarpi della pianta, e con varie parti di altri vegetabili, codesto fatto era rimasto più patrimonio della scienza che dell'industria. I chimici si valevano all'uopo dell'acido solforico a 53.°, e nella proporzione da otto a 10 per cento.

La novità, che il sig. Gentil vorrebbe introdurre, consisterebbe.

Nel convertire in sostanza zuccherina i pericarpi dell'asfodelo (Cossettes), mediante l'acido solforico a 53.°, ma in modo che la proporzione dell'acido stia tra il due e il sette per cento del peso totale.

Nell'agire col medesimo acido anche sui tuberi, ma nella proporzione di un mezzo chilogrammo a due chilogrammi.

Nell'introdurre l'acido nelle cassette contenenti i brani della pianta, non tutto in una volta, ma a varie riprese.

Nel rinfrescare gli apparecchi, affinchè il prodotto non vada perduto.

Nel servirsi del distillatore di Blumenthal.

Infine nel trar profitto tanto del vapore delle macchine, quanto di quello che la materia in fermentazione potesse sviluppare.

Confessa il sig. Gentil, che codesti mezzi economici vennero adoperati in molte industrie affini, ma sostiene non essere stati mai applicati a questo nuovo lavoro di trar alcool dei tuberi dell'asfodelo.

Richiede per questa novità una proprietà di sei anni, da estendersi anche a maggiore spazio di tempo.

Il Gentil dà del suo processo la descrizione; dice di aver ottenuto in Francia, un privilegio di proprietà per 15 anni; di avere formato uno stabilimento di distillazione ad Alfort presso Parigi; sostiene, che i differenti mezzi de' quali e' si vale, sono in gran parte sconosciuti presso di noi. Avremmo desiderato di poter esaminare non i disegni de' suoi differenti apparecchi, ma il prodotto, che il medesimo ne ebbe, affine di poter conoscere se l'alcool

avuto per la reazione dell'acido solforico possiede quelle proprietà, che si hanno nell'altro, avuto per mezzo della fermentazione. Promise il Gentil di farcene avere un saggio. Ma non avendolo fatto giugnere, la commissione non può pronunciare giudizio adeguato in proposito.

L'accademia, per mezzo dello squittino segreto, approvò le conclusioni di questo rapporto.

CORRISPONDENZE

Fu letta una lettera del sig. Vincenzo Latini, colla quale il medesimo ringraziava l'accademia, per la nomina ricevuta di membro ordinario Linceo.

Il chiarissimo sig. prof. Cav. Gio. B. Amici, nostro socio corrispondente italiano, faceva noto con una sua lettera, che S. A. I. e R. il Gran Duca di Toscana, ringraziava l'accademia pel dono dei due volumi X e XI degli Atti dei Lincei, e che aveva molto gradito il dono medesimo.

Fu letto l'onorevole dispaccio di S. E. R^{ma} il sig. Cardinale Altieri, protettore dell'accademia, diretto al nostro sig. Presidente, col quale si partecipava essersi degnata la Santità di N. S. approvare che monsignor Nardi, ed il sig. Vincenzo Latini, fossero nominati membri ordinari Lincei.

Il sig. prof. D^{mo} cav. Piani, segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell'istituto di Bologna, ringrazia a nome dell'accademia stessa, per gli Atti de' Nuovi pervenuti alla medesima.

Lo stesso ringraziamento si ebbe dalla R. Accad. Peloritana di scienze lettere ed arti, per mezzo del suo segretario generale prof. A. Catara Lettieri.

Fu comunicata la morte del sig. Cav. Carlo Maria Giuseppe Despine, avvenuta in Torino la sera del 2 febbraio 1859.

L'accademia deplorò la perdita del suo corrispondente straniero, il sig. W. Bond, direttore dell'osservatorio astronomico di Cambridge (Stati Uniti)

avvenuta li 29 gennaio 1859. Il sig. Bond che aveva molto aiutato l'illustre suo padre nei lavori astronomici, ha preso la direzione dell' osservatorio medesimo.

Assisterono à questa tornata i signori professori Brighenti, e Purgotti, ambedue soci corrispondenti italiani.

Il sig. F. Marcet fisico di Ginevra fu pur esso presente a questa sessione.

L'accademia riunitasi legalmente ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Sanguinetti. — O. Astolfi. — A. Coppi. — C. Maggiorani. — B. Viale. — N. Cavalieri S. B. — B. Tortolini. — I. Calandrelli. — E. Fiorini. — L. Ciffa. — C. Sereni. — G. B. Pianciani. — M. Massimo. — A. Secchi. — S. Proja. — F. Nardi. — G. Pieri. — P. Volpicelli.

Publicato il 5 Agosto 1859
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Mémoires ... *Memorie della SOCIETA' IMPERIALE DELLE SCIENZE NATURALI DI CHERBOURG.* Tomo V, un volume in 8.° Cherbourg 1858.

Atti dell'IMP. REG. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE LETTERE ED ARTI dal Novembre 1858, all' Ottobre 1859. Dispensa quarta. Venezia 1858-59, un fasc. in 8.°

Relation ... *Relezione di un viaggio fatto in Sicilia, e nel mezzo giorno dell'Italia, durante i mesi di maggio e giugno 1858, per il sig. ED. MAILLY.* Brusselle 1858, un fasc. in 16.°

Sur ... *Sopra la popolazione della Terra secondo il sig. DIETERICI. Nota del MEDESIMO.* Brusselle 1858 un fasc. in 16.°

Della Rabbia, o Idrofobia. Breve istruzione popolare, intitolata alla spettabilissima

- società d'incoraggiamento in Padova, da LUIGI TOFFOLI. Padova 1859 un fasc. in 8.º*
- Il Nuovo Cimento. giornale di fisica, di chimica, e scienze affini, compilato dai professori C. MATTEUCCI, e R. PIRIA. gennaio e febbraio 1859.*
- Atti del I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE LETTERE ED ARTI, Vol. V. Fasc. XII. Milano 1859, un fasc. in 4.º*
- Memorie dell'ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE LETTERE ED ARTI, Vol. VII. Fasc. VIII. ed ultimo, Milano 1859, un fasc. in 4.º*
- Comptes...Corti Resi dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI FRANCIA, in corrente.*
- Berichte ... Relazione della regia SOCIETÀ' SASSONE DELLE SCIENZE, classe matematica e fisica; seduta del 12 Febbraio 1859, un fasc. in 8.º*
- Report ... Rapporto della vigesima settima riunione dell'Associazione Britannica per l'avanzamento delle scienze, tenuta a Dublino nell'agosto e settembre 1857, un vol. in 8.º*
- Notices ... Notizie delle riunioni dei membri dell'ISTITUTO REALE DELLA GRAN BRETTAGNA. Un fasc. in 8.º, novembre 1857, luglio 1858.*

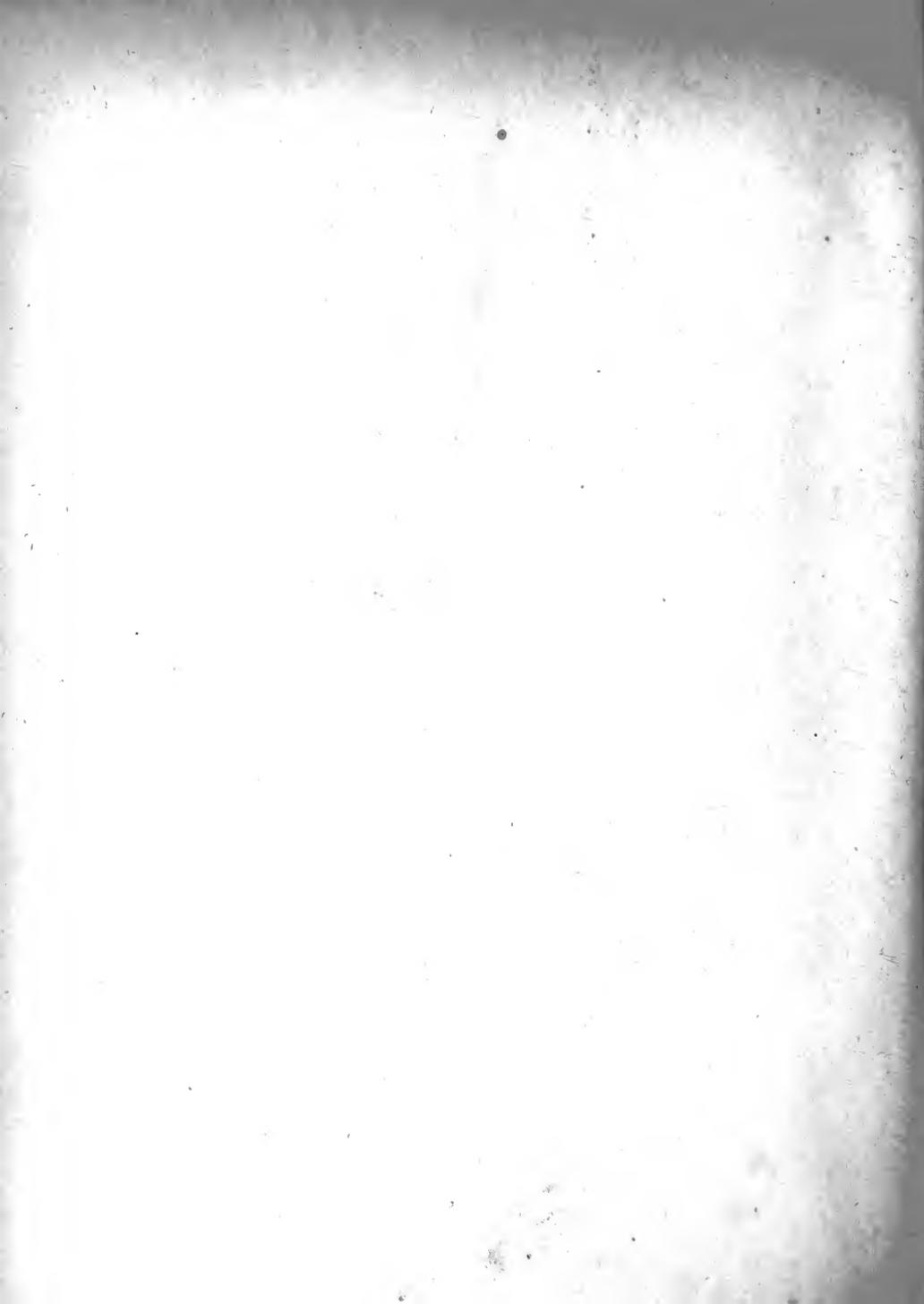
IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.
Vicesgerens.





A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE VI.^a DELL' 8 MAGGIO 1859

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

ACUSTICA. — *Sopra alcuni fenomeni d' interferenze sonore.*

Nota del dott. R. FABRI.

Allorquando fu stabilito dai fisici, che i singolari fenomeni ottici osservati da Grimaldi, e da Young, erano dovuti alle interferenze delle onde luminose, non poteva nascere dubbio che somiglianti fenomeni dovessero verificarsi nelle onde sonore; se non che più difficile sarebbe stato il riconoscerli. Ciò non di meno Savart nelle sue osservazioni sulle onde fisse, risultanti dalla riflessione del suono (1), è giunto a conoscere sperimentalmente l'effetto delle interferenze delle onde sonore. Ma nel suono evvi anche un'altra specie di interferenze, delle quali non abbiamo esempi nei fenomeni ottici.

Se due corpi, o due porzioni di uno stesso corpo che vibrano all'unisono, si trovano in discordanza di vibrazioni, ossia se quando uno vibra in un senso, l'altro vibra in senso opposto; questi due corpi tendono ad imprimere all'aria circostanze dei movimenti contrari, che secondo le circostanze

(1) Annales de Chimie et de Physique, 2.^{me} série, T. 71. — 3.^{me} série T. 14.

più o meno si distruggono a vicenda. Da ciò segue che in questo caso le vibrazioni di un corpo, anzichè aumentare il suono cagionato dell'altro, vengono invece a diminuirlo. Questo è il caso di una lastra vibrante, ove le diverse sue parti separate dalle linee nodali, vibrano in senso contrario, e quindi generano nell'aria dei movimenti che vengono a collidersi; il che è stato messo in evidenza dal sig. Lissajous (1), cuoprendo con un cartone convenientemente tagliato, alcuni degli spazi compresi fra le linee nodali, e producendo con questo un notevole aumento di suono.

Questo fenomeno non è proprio delle lastre esclusivamente, potendosi osservare in molti altri corpi sonori.

Facendo vibrare un diapason d'acciajo, senza appoggiarlo colla sua estremità inferiore ad alcun corpo che possa vibrare, si sente un suono debolissimo, benchè le due braccia del diapason vibrino moltissimo, e sembri quindi che debbano comunicare all'aria un movimento forte. Però osservando il modo col quale vibra un diapason, si vede che le due verghe imprimono all'aria de' movimenti in senso opposto, e quindi devono in parte interferire. Benchè coi diapason sia difficile di ripetere l'esperienza indicata dal sig. Lissajous, tuttavia sono riuscito ad avere un qualche aumento di suono, cuoprendo una delle verghe vibranti con un tubo di carta ben grossa. Ciò però non avviene quando si tenga il diapason appoggiato sopra una cassa armonica, giacchè allora il suono è prodotto dalle vibrazioni della cassa, comunicate ad essa dalla parte inferiore del diapason.

Facendo vibrare un diapason, e portandolo verticalmente a piccolissima distanza dall'orecchio, si faccia colle dita ruotare attorno al suo asse verticale. Ad ogni intiero giro si udiranno quattro rinforzi di suono, dei quali, due corrispondono alle due posizioni, nelle quali ambedue le verghe si trovano dirimpetto all'orecchio, e li altri due, si odono nelle posizioni del diapason ortogonali alle precedenti.

La ragione dei primi due rinforzi sta nella posizione delle verghe, le quali trovandosi una dirimpetto all'altra, in sì piccola distanza, non possono le onde aeree, prodotte dalla più prossima all'orecchio, essere affievolite dalle vibrazioni dell'altra verga. I secondi due rinforzi provengono dall'aria, che è posta internamente alle due verghe, la quale in forza del movimento di queste,

(1) Comptes Rendus de l'Académie des sciences, 15 Janvier 1855.

prende pur essa un movimento vibratorio, ma in direzione perpendicolare a quello delle verghe.

Alla produzione di questi rinforzi contribuisce forse la direzione delle vibrazioni, le quali probabilmente in alcune circostanze penetrano maggiormente nell'orecchio.

Anche una corda quando vibra, dividendosi in più parti, comunica all'aria contemporaneamente delle vibrazioni in senso opposto, e questa è forse la ragione del timbro particolare di voce che hanno i suoni armonici delle corde: però in alcuni strumenti da corda come il violino, il violoncello, ecc. si riconosce difficilmente l'interferenza delle vibrazioni, prodotte dalle diverse parti di una corda, quando si trae un suo suono armonico; perchè è la sola porzione di corda che si trova a contatto col ponticello, che quasi in totalità comunica le vibrazioni alla cassa dello strumento. In questi istrumenti le interferenze di tal genere si possono notare sensibilmente su due corde.

In un violino ben armonico (1) si sostituiscano alle quattro ordinarie corde, altre due di eguale materia e grossezza, e poste assai vicine fra loro. Si dia ad una di esse una tensione sufficiente, perchè possa rendere un bel suono. Scorrendo coll'arco su questa corda nel modo il più equabile possibile, si tenda contemporaneamente a poco a poco l'altra corda. Ponendo attenzione, al suono che si ha dalla corda già tesa, si troverà facilmente un dato punto di tensione della 2^a corda, nel quale il suono prodotto dalla 1^a perde notevolmente d'intensità e di chiarezza, e sembra che la corda in vece di esser messa su di un buon violino, sia tesa sopra un oggetto poco o niente risuonante. Tirando maggiormente la 2^a corda si sente di nuovo il suono chiaro e forte come prima. Se si osserva la 2^a corda quando si nota la diminuzione di suono, la si vede vibrare in modo quasi eguale all'altra corda sulla quale scorre l'arco, ed a questo punto le due corde sono all'unisono. Anche senza variare la tensione della 2^a corda, si può ridonare al suono la sua intensità naturale, toccando anche leggermente la 2^a corda con un dito, in guisa da impedire le sue vibrazioni.

Non può quindi nascere dubbio che in queste vibrazioni stia la causa

(1) Tutte le seguenti esperienze sulle corde armoniche, sono state fatte con un eccellente violino dell'Amati, che possiedo, costruito sulla metà del 1600.

della diminuzione indicata di suono, le quali interferiscono colle altre vibrazioni della 1^a corda.

Questo fenomeno, benchè con minore intensità, si sente anche con due corde di grossezza differente, come sono quelle che si tengono usualmente nel violino, portandole all'unisono, collo stirarle differentemente, o col ridurle a diversa lunghezza, premendole colle dita sulla tastiera dello strumento, come suol farsi quando si suona il violino.

Anche se le due corde sono all'ottava, si riconosce una piccola diminuzione d'intensità di suono, quando si scorre coll'arco sulla corda più acuta, e si vede allora l'altra corda vibrare dividendosi in due parti,

Appoggiando un diapason al ponticello del violino, ed anche ad altre parti dello stesso istrumento, e scorrendo sopra una delle sue verghe coll'arco, ne ho cavato un suono, che era all'unisono con una corda tesa convenientemente sul violino. Il suono del diapason fece vibrare la corda, ma non ho mai riconosciuto che queste vibrazioni producessero diminuzione di suono. Però con una campanella emisferica di bronzo, fissa in un sostegno di legno, ho eccitato delle vibrazioni, che davano indizi di interferenza, in una corda all'unisono con essa, e ciò coll'appoggiare il sostegno in alcune posizioni della cassa del violino.

Comunicando le vibrazioni alla corda per mezzo dell'aria, invece de' corpi solidi, non mi è stato possibile di riconoscere le interferenze.

Per potere conoscere il modo col quale vibrano le due corde, allorchè si riconoscono le interferenze, mi sono giovato della straordinaria velocità dell'elettrico, incomparabilmente superiore a quella delle corde quando vibrano, ed ho disposto la sperienza nel seguente modo.

Ho preso due eguali corde di seta ricuoperte di filo di rame, precisamente di quelle che si usano nella chitarra francese. Togliendo l'involucro metallico alle due estremità delle corde, le ho potute tendere sul violino, mantenendo la parte metallica di ciascuna isolata. Dopo ciò ho disposto di quà e di là delle corde, ed in vicinanza di esse due piccoli conduttori d'ottone, uno isolato, e l'altro comunicante col suolo, che portano all'estremo loro due palline, pure d'ottone, alle quali le due corde nel vibrare si andavano successivamente avvicinando, ed allontanando. Al conduttore isolato ho unito un filo metallico, che all'altro estremo era legato ad una sfera metallica che tenevo in mano con un manubrio isolante. Avvicinando questa sfera al conduttore della macchina elettrica, ne traevo scintille, e quando le due corde,

benchè appoggiate su due ponticelli isolanti, erano fra loro in comunicazione con un filo metallico, posto al di là di uno dei ponticelli, si vedevano contemporaneamente altre due piccole scintille, una fra il conduttore e la 1^a corda, l'altra fra la 2^a corda e l'altro conduttore non isolato. Queste due scintille, possono considerarsi come contemporanee, perchè il tempo che mette l'elettrico a passare da una corda all'altra, è assolutamente inapprezzabile. Disposte le cose in questa guisa, ho accordato all'unisono le due corde, e scorrendo su di una coll'arco, ho fatto vibrare anche l'altra. A ciò non era impedimento il filo di comunicazione fra le due corde, perchè essendo stato posto, come si è detto, al di là di uno dei ponticelli, toccava solo quelle porzioni delle corde che non possono vibrare. Facendo allora passare le scintille nel modo indicato, ho veduto fra i due conduttori delle coppie di scintille di lunghezza molto variabile, dipendente dalla diversa posizione delle corde al momento nel quale passava l'ettrico; ma però ho riconosciuta sempre un'eguaglianza di lunghezza fra le due contemporanee, formanti una qualunque delle dette coppie. Per potere meglio giudicare della posizione delle corde, nel momento in cui passa la scintilla, ho teso fra le due prime corde, ed a uguale distanza da amendue una terza corda di materia coibente, e precisamente di minugia. Perchè questa terza corda non vibrasse colle altre due, l'ho accordata in tuono differente. Sperimentando con quest'aggiunta, ho veduto le due scintillette sempre essere simmetriche, rispetto alla linea indicata dalla corda di mezzo.

Con ciò vien provato, che le due corde prendono un movimento sincrono in senso contrario, ossia quando una si allontana in un senso, l'altra si muove nell'opposto, all'incirca come avviene delle due verghe di un corista o diapason; e da ciò ne sorge l'interferenza dei loro movimenti.

Perchè riesca bene l'esperienza indicata, bisogna che le due corde abbiano molta tensione, ed in oltre occorre una certa destrezza nel maneggio dell'arco, perchè la 2^a corda vibri quanto è più possibile come la prima: tuttavia anche con queste condizioni, l'ampiezza delle vibrazioni della 2^a corda, è minore di quella della prima, il che porta una piccola perturbazione nella perfetta eguaglianza delle due scintille.

Altri fenomeni d'interferenze simili ai precedenti, si osservano con due cilindri d'aria vibranti. È noto come un tubo chiuso ad un'estremità, di determinata grandezza, possa rafforzare il suono di un vaso emisferico di bronzo. Perchè il tubo faccia il suo massimo effetto, bisogna metterlo colla sua apertura dirimpetto ad un ventre di vibrazione del vaso, cioè, o alla parte

opposta al luogo ove si tiene l'arco, od a 90° da essa; giacchè in queste posizioni le vibrazioni del vaso sono più forti, e possono meglio eccitare quelle dell'aria del tubo.

Si prendano due tubi simili, che rinforzino bene ciascuno il suono del vaso, e si pongano uno dirimpetto all'altro nelle due posizioni a 90° dal luogo ove si scorre coll'arco. L'aggiunta del 2° tubo produce un piccolo aumento di suono sopra quello cagionato dal 1° tubo, e certamente non paragonabile coll'effetto che fa lo stesso 2° tubo isolatamente. Se poi i due tubi si mettano ad angolo retto, ossia che l'uno stia dirimpetto al luogo ove si tiene l'arco, e l'altro a 90° da questo luogo, le vibrazioni dei due tubi vengono ad interferire in modo singolarissimo, cosicchè il 2° tubo invece di aumentare maggiormente il suono dell'altro lo diminuisce di moltissimo. Osservando il modo di vibrazione dal vaso, è facile il vedere che essendo i due tubi rinforzatori ad angolo retto, quando in uno vi sarà dilatazione dell'aria, nell'altro vi sarà costipamento, e viceversa.

Dai fenomeni indicati si dedurrà facilmente di quanta importanza sia lo studio delle interferenze sonore, per la costruzione delle casse armoniche, degli strumenti musicali, perchè alcune porzioni di esse non vibrino in modo da diminuire piuttosto che aumentare il suono delle altre parti; il che alcuni costruttori, inscienti di questi fenomeni, hanno cercato di ottenere nel miglior modo possibile, credendo di procurare un'effetto maggiore, come può osservarsi in qualche antico genere di strumenti, molto ragionevolmente abbandonati oggidì. Questa è forse la ragione per la quale non si sono saputi ancora imitare i celebri violini dell' Amati, dello Stradivari, e del Guarneri, benchè costruiti da due secoli a questa parte.

GEOLOGIA — *Quattro lettere postume del conte D. PAOLI* (*), *membro della società geologica di Francia, ad un suo amico, sulla causa degli antichi ghiacciai, pubblicate dal prof. P. VOLPICELLI.*

INTRODUZIONE

Nel dar opera alla pubblicazione di queste mie lettere, niun altro intendimento è in me, fuor solamente quello di richiamare l'attenzione dei fisici e dei geologi su di una opinione, che fin da quando fu essa esposta dal suo autore, il signor Fauverge, parve a me assai soddisfacente, sì che a pro della medesima non potei a meno di concepire una dicisa prevenzione. Non vo-

(*) Il conte Domenico Paoli nacque in Pesaro il 13 di luglio del 1783, da Vincenzo-Maria, e da Marianna de' Semprini di Cesenatico: nel 16 di novembre del 1853 passò agli eterni riposi, lasciando immersi nel dolore di tanta perdita la moglie, ed una figlia col suo consorte. Lo studio prediletto di questo dotto, e virtuoso italiano fu nelle scienze naturali compreso, e particolarmente nella geologia. Gli annali di Fisco-chimica di Pavia, presentavano nel 1810, le prime scientifiche produzioni del Paoli. La sua rispettabile famiglia custodisce come tesoro prezioso delle geologiche perlustrazioni di questo ammirabile pesarese, una raccolta di scelti minerali. La riputazione virtuosa del Paoli è basata sull'amore, e sulla gratitudine non peritura di tutti quelli che lo conobbero, ed in ispecie de' suoi concittadini. La riputazione scientifica poi del medesimo, è basata sulle produzioni del suo ingegno, rese di *pubblico diritto*; unico mezzo per giungere in fama onorata è durevole, Ottanta scritti fra brevi articoli, lunghe memorie, ed opere di mole, ne lasciò il Paoli, trattando argomenti di fisica, chimica, agraria, geologia, meteorologia, e fisiologia tanto animale, quanto vegetabile. Di questi lavori si ha una sviluppata notizia nell'elogio funebre, che per esso pubblicò il chiarissimo e rev. p. Alessandro Serpieri nel 1855 (a). Questo elegante scritto è una completa, ed erudita narrazione della vita, e degli studi del Paoli; noi qui appresso riportiamo quel brano dello scritto medesimo, che si riferisce alla materia trattata nelle quattro lettere che ora vengono pubblicate.

» Signori! io ho la fortuna di presentarmi come vicino testimone dell'ultima vivissima luce di che sfavillò quella eletta intelligenza! Ei mi mise a parte di un grande e complicato studio *sul movimento secolare delle condizioni termiche di ogni stagione per effetto della precessione degli equinozi*, proponendosi di combattere con un vasto piano di severe discussioni le conseguenze troppo leggermente derivate dal famoso teorema di Lambert. Per lunghissimo tempo travagliò con assai profitto nella difficile intrapresa: e se un gentile sentimento di soverchia delicatezza non gli avesse creato il bisogno di convincere l'amico su tutti i punti di questo lavoro, per dividerne con lui il merito e l'onore, già le sue lettere attesterebbero pubblicamente il vivace spirito del canuto scienziato, e la paziente e invitata costanza che informò la gloriosa sua vita, alla quale egregiamente si addice quella ferrea ragione dell'Astigiano: *Volli, sempre volli, fortissimamente volli.*

» Dava opera il grande uomo a recare l'ultima perfezione in quest'ampio lavoro, quando una lenta infermità nell'autunno del 1853, lo costrinse a pararsi dai prediletti studi, disponendolo al gran momento di abbandonare la terra.

(a) Pesaro nei tipi di Annesio Nobili 1855

lendo però interamente affidarmi a me stesso, mi rivolsi, ad alcuni miei rispettabili amici, invocandone il loro parere, e pregandoli ad essermi cortesi delle loro considerazioni, qualunque che fossero. Non nascondereò che, mentre alcuni fra questi si mostrarono del mio avviso, altri si proferirono, se non del tutto di contraria sentenza, incerti almeno; e quindi mi comunicarono non poche considerazioni in senso opposto. Nel numero di questi fu appunto quell'onorevole ed illustre fisico a cui sono dirette queste mie lettere; del quale con mio dispiacere non mi è concesso di registrare qui il nome, dovendo rispettare la sua modestia ed alcuni suoi particolari riguardi; ciò che mi toglie di dare a lui, come avrei desiderato un pubblico attestato di sincera stima e di pari riconoscenza, e per tutto quanto egli seppe fare nell'esaminare questo punto di fisica terrestre; giovandosi in singolar modo delle sue profonde cognizioni nelle scienze matematiche, e per avere egli così dato cagione a me di più minutamente esaminare una tale quistione. Dopo di che, e dopo di avere francamente dichiarato di aver presso alcuni incontrate non dispregiabili obbiezioni; sarà facile il credere come in me non sia alcuna convinzione di avere posta in tutta la sua luce questa opinione; e che, come dissi in principio, non è in mia mente altro scopo che quello indicato di sopra; al quale non avrei potuto soddisfare che col rendere di pubblica ragione queste mie lettere. Per la qual cosa ogni qualunque abbiezione che possa essermi

» Accenno qui i primi dubbi che sorsero nella mente di Paoli, intorno all'applicazione che suol farsi del teorema di Lambert, per provare la perfetta costanza delle condizioni termiche di ogni stagione, nel lungo volgere dei secoli. Queste poche parole ho tratte da alcune sue lettere, e parmi che possono far intendere i punti principali delle sue lunghe e laboriose discussioni, con le quali dava un più largo e positivo sviluppo ad alcuni cenni, già da lui comunicati nel febbraio o marzo 1853 alla Società Geologica di Francia, diretti a favorire un'opinione del signor Fauverge, sulla ragione probabile delle antiche giacciaie:

» La maggior lunghezza di tempo che impiega il Sole nel percorrere i segni setten-
» trionali dell'eclittica (parlo dell'epoca attuale e secondo i moti apparenti), compenserebbe
» forse la sua maggiore distanza, e quindi la minore intensità della sua azione calorifica,
» quando si dovesse credere che il calore si accumulasse continuamente nella terra.
» e non vi fosse l'alternativa continua dei giorni e delle notti:
» e queste e quelli non avessero diversa lunghezza in due stagioni uguali alla distanza di
» molti secoli, ecc.
» Un termometro od un corpo qualunque, sotto l'azione di una sorgente calorifica, soffrirà
» un abbassamento di temperatura, ogni qualvolta si allontani la sorgente medesima, o in
» ogni altro modo se ne diminuisca l'azione; nè il prolungare il tempo farà che esso riprenda
» la primiera temperatura; e quindi non saravvi il supposto compenso. Determinare la quan-
» tità di calorico che cade sopra un corpo in vari tempi, è ben altra cosa che determinare
» la temperatura che presenterà in detti tempi diversi ».

fatta ad oggetto di sparger luce su tale argomento, non potrà riuscire a me che aggradevole.

Questo pure conviene che da me si premetta: che le prime due furono da me comunicate allo stesso signor Fauverge; al quale parimenti debbo attestare la mia riconoscenza, e per la somma cortesia colla quale egli volle accoglierle, e per l'interessamento che egli ne prese. In forza però della loro prolissità, desiderò egli che io le riducessi a maggiore brevità, onde poterle nel corso di una, delle adunanze della illustre Società Geologica di Francia comunicarle alla medesima. Chè se dopo di avere seguito il suo consiglio, mi parve di doverle ritirare; questo fu solo per essermi avveduto che, spogliate esse di quelle particolari considerazioni che valgono a convalidare l'assunto, quanto da me si vuol dire nelle medesime si rendeva difficile a comprendersi, e la forza delle mie ragioni veniva a risentirne di molto; e tanto più a ciò fui indotto, per essermi convinto che una tale quistione abbisognava di essere considerata in riguardo ad altri punti; come si vede dalle due seguenti lettere.

Ho stimato conservare a queste lettere la forma loro originale, anzi che ridurle a quelle di una nota o tesi; imperciocchè ho potuto così meglio riferir le obbligazioni che, di mano in mano mi sono state fatte, e quanto da me si sia contrapposto alle medesime; e poichè in fine può meglio in tal modo conoscersi come io abbia progredito in tale ricerca, e come mi sia giovato delle osservazioni di che in questo intervallo (comprendendo esse uno spazio non breve di tempo) venne ad arricchirsi la scienza.

Pesaro 29 Agosto 1853.

PRIMA LETTERA

Tengo la mia promessa di comunicarle alcuni miei pensieri, intorno all'opinione sui ghiacciai, esposta dal Fauverge alla società geologica di Francia, nella sua tornata del dì 16 dicembre 1850 (*Bullet. de la Soc. Géol.* 2.^e ser. t. VIII, p. 121) (1). Incomincio da una osservazione contraria a lui; la quale però non è in opposizione ai suoi principii, riguardando solo la maggiore o minore influenza da accordarsi ad una delle cause da essolui annoverate fra quelle,

(1) Il signor Fauverge aveva già chiaramente manifestata questa opinione fino dal 1843, in una sua nota *Refutation du système du transport des blocs erratiques sur des glaces universelles, etc.*; la quale io ignorava allorchè scriveva questa lettera.

per le quali può con tutta ragione supporre che le regioni dell'emisfero settentrionale, abbiano un tempo soggiaciuto ad una temperatura assai più bassa dell'attuale. Attribuisce egli un effetto notevole rispetto a ciò alla diminuzione secolare della eccentricità; lo che a me pare essere al di sopra di quanto può ragionevolmente supporre. L'eccentricità della ellisse che descrive la terra, che non è troppo grande per sè stessa, per quanto si asserisce ed è stato determinato dagli astronomi, non soffre che una diminuzione tenuissima, sì che essa si considera *quasi insensibile* nel corso di un secolo; e precisamente = 0,00004299. Dodicimila anni, poichè di tanto egli risale co' suoi computi, onde considerare quell'epoca in cui il nostro emisfero ebbe a cuoprirsi di que' ghiacci immensi che lasciarono di sè tracce sì evidenti, trovandosi, in forza della precessione degli equinozi, nell'inverno mentre la terra era nell'afelio; questo periodo, io dico, non comprendendo che soli 120 secoli, non può conseguentemente rappresentare che una quantità poco valutabile. Ciò però sia detto relativamente all'ultima e più recente delle alternative considerate da lui, e dipendenti dalla suaccennata precessione degli equinozi: quella che appunto rimonta a circa 12m. anni addietro (come ella vede, senza tener conto qui dell'epoca precisa nella quale trovavasi la terra nell'afelio al solstizio invernale), mentre per le altre anteriori dipendenti dalla causa medesima, cui parimenti egli accenna, avvenute probabilmente, come egli suppone, durante la deposizione de' terreni terziari, la differenza può rendersi forse di qualche considerazione, e tanto più quanto maggiormente si risalga indietro; avvertendo però di non oltrepassare quell'epoca, di cui in vero non potrebbe ora fissarsi un limite preciso; nella quale si ha ad ammettere nella superficie della terra un equilibrio stabile di temperatura, per trovarsi essa, servendomi della espressione dell'Humboldt, fra l'incandescenza degli strati interni, e la bassa temperatura degli spazi celesti, l'una cosa compensando sensibilmente l'altra. Convieni in somma, io dico, restringersi a quell'epoca in cui le stagioni, come nota lo stesso Fauverge, potevano farsi sentire, avendo allora la terra perduta una certa quantità del suo calore proprio; ed essendo non meno cessata quella condizione, supposta dallo stesso Humboldt, perchè non solo alcuni animali propri di climi adusti, ma quelle piante che non reggerebbero ai climi del nord, poterono un tempo vivere nelle regioni attualmente le più fredde.

Accennai qui sopra alla picciolezza della eccentricità dell'orbita terrestre; ed in vero gli astronomi generalmente ci dicono che essa non si allon-

tana di molto da un circolo. In fatti essa non può considerarsi che di poco momento rispetto all' orbita stessa, essendo, come ora viene precisata, non più che 1685 cento millesimi della sua media distanza dal sole. Questa eccentricità però, posto che la media distanza dei due astri rappresenti 23984 raggi terrestri, ed ammesso che il raggio medio terrestre a 45° di latitudine sia di 1432.7 leghe di 25 al grado, ovvero di 4444 metri; questa eccentricità, io dico, ascenderà a 578998 leghe, od almeno a leghe 578880, ove si tenga la distanza media del sole dalla terra = 34354950 leghe, o in numero tondo 579,000 leghe. La differenza quindi tra la massima e la minima distanza del sole dalla terra nell'apogeo, e nel perigeo, può valutarsi approssimativamente = 1,158,000 di leghe. Non è questa certamente una quantità notevole a petto alle distanze degli astri fra loro; ma è pure qualche cosa, e tale da tenersene conto; e l'osservazione ce lo fa conoscere. Parlo del diametro apparente del sole nel suo apogeo e nel suo perigeo, il quale nel primo caso è = $5836''$,3, e nel secondo = $6035''$ 7; o forse più precisamente $31'30''$ 1 e $32'34''$ 6; in che è forza conoscere un'effetto ben sensibile della diversa distanza del sole da noi ne' due opposti punti. Ho creduto di doverle accennare queste poche cose, le quali, a mio parere, ci fanno conoscere nella eccentricità una condizione da tenersi da noi siccome valutabile ne' suoi effetti, anzi che di picciol conto, quale forse può sembrare a prima vista; perciocchè avvi pure chi tiene che più della diversa distanza del sole dalla terra nell'apogeo, e nel perigeo, alla freddura del polo nord circa 12 mila anni addietro, ed alla formazione dei ghiacciai in tanta copia, possa avere influito la maggiore obliquità dell'eclittica in quell'epoca remota. Anche questa, ove abbia veramente a tenersi siccome costante e progressiva la diminuzione dell'angolo che fa il piano della medesima coll' equatore, avrà cospirato all' effetto, e lo stesso Fauverge lo avverte; ma se l'opinione non m'inganna, io penso che la prima di dette condizioni possa avere dato principalmente cagione al fatto. Quale però di esse: l'eccentricità, o la maggiore obliquità dell'eclittica, abbia a tenersi siccome preponderante, è ciò che può solo chiarirsi chiamando il calcolo in soccorso. Non pertanto rispetto alla obliquità dell' eclittica mi permetterò di osservare, riferendo sempre il mio discorso alla più recente delle alternative accennate dal Fauverge; cioè all'epoca di circa 12 mila anni addietro, che, ammettendosi che l'obliquità del piano dell'eclittica diminuisca di soli $52''$ per secolo, essa non doveva nell'epoca predetta essere che di $1^{\circ},44'$ soltanto maggiore che al presente. Che una tale differenza, non

sia tale da produrre grandi effetti, è ciò che in vero pare a bella prima, considerando le cose superficialmente. Ripeto però, il calcolo soltanto è quello che può togliere ogni incertezza; ed esso solo varrebbe a farci conoscere di quanto più lunghe fossero le notti invernali, segnatamente nelle regioni poste nelle più alte latitudini; quale diminuzioni nell'azione riscaldatrice del sole potesse riuscire dalla maggiore obbliquità de' suoi raggi; questi ed altre cose meritando di essere prese in considerazione, e con ogni esattezza precisate, affine di portare un fondato giudizio su questo punto di geografia fisica, che occupò l'attenzione di tanti illustri fisici e geologi, e che talvolta li trasse ad ipotesi non sempre degne de' loro inventori; tutto ciò senza alcun utile della scienza, e senza che i più considerati se ne tengono soddisfatti.

Qualunque però sia da tenersi come circostanza prevalente, quella che risulta dalla precessione degli equinozi, o l'obbliquità del piano dell'eclittica, certo ambedue hanno a considerarsi siccome conspiranti, e tali, io credo, da essere forse adeguate al fatto di cui si vuol rendere ragione, e quindi valevoli a dare origine ai giacciai, di tanto più estesi un tempo sul nostro emisfero. Consentaneamente a ciò, ed a quanto aveva già espresso fino dal 1843 lo stesso signor Fauverge, non solo il D' Archiac, ma l' Humboldt, che vale per tutti, avvertono che anche le minime alterazioni nelle condizioni dell'astro che c'illumina e ci riscalda, si renderebbero sensibili a noi con effetti considerevoli. Il primo di essi dice che la più piccola mutazione nella posizione del sole rispetto alla terra, darebbe cagione a mutamenti notevolissimi nella temperatura del nostro pianeta, e quasi esclusivamente; perciocchè il suo calore si debbe nella massima parte alla sua influenza; ciò che niuno vorrebbe ora negare, e segnatamente dopo le ricerche di tanti fisici, tra' quali si ha particolarmente a ricordare il Pouillet; dopo di essersi chiarito che la temperie uniforme della superficie terrestre scenderebbe a 89° sotto lo zero se il sole non fosse; intendendosi già del calore sensibile, indipendentemente dal calore proprio della terra, compensato, come dissi, dalla irradiazione, e prescindendo da quello che alla terra possa provenire, al credere del Fourier, dallo spazio interplanetario. E così il secondo nel suo veramente aureo libro, il *Cosmos*, francamente asserisce che, anche tenui cambiamenti d'intensità nell'azione del sole, e le alternative di diminuzioni e di accrescimento in esso, quanto all'emissione della luce e del calore, basterebbero a rendere ragione delle antiche rivoluzioni del globo, e dei più grandi fenomeni geologici.

Per quanto valevoli però vogliono reputarsi cotali autorità, di maggior peso hanno a tenersi i fatti; alludendo io con questo ai ghiacciai ed alla bassa temperatura de' paesi posti alle più alte latitudini nell'emisfero australe, e segnatamente in quelli attinenti all'America; di che vi fu per fino chi volle rinvenire la causa nella minore quantità di stelle in quell'emisfero. Nell'accennare il Fauverge ai ghiacciai del sud dell' America, nota egli come essi si estendano di 10° più verso l'equatore nell'emisfero australe, che nel settentrionale. Attenendoci però al Darwin, nel golfo di Penas, alla Terra del fuoco, i ghiacciai giugerebbero fino al livello del mare, a forse 20° più lontano dal polo nell'emisfero antartico, che nell'artico, come aveva già asserito il Buffon nelle sue « Epoche della natura » (*Buffon OEuv. T. V, pag, 284, ed. Richard.*); intorno a che non tacerò a lei qualmente il D'Archiac mostri dubitare almeno, che tale differenza sia forse oltre il vero; ponendo quegli a confronto Kunner in Norvegia, a 67° di latitudine N., con i luoghi predetti a 46°,40' S.; mentre, osserva quest'ultimo, ciò accade anche in Islanda, i ghiacci scendendo colà fin presso al mare. Quest'isola però non estendendosi al sud oltre il grado 63, la differenza sarebbe in ogni modo maggiore di 10° fra i limiti dei ghiacciai. Si sa parimenti che i ghiacci a *Banquises* circondano le terre di Adelia, Vittoria, di Enderby, di Graham, di Luigi Filippo; che nella Georgia del sud, nella terra di Kerquelen, nell'arcipelago di Sandwich (55° a 60° latitudine S.) il ghiaccio si distende sino al mare. Al quale proposito le ricorderò quanto senza dubbio ella debbe aver avvertito nello scorrere l'opera non ha guari riprodotta dall' Humboldt (*Tabl. de la Nature, Paris 1851*) cioè quanto egli dice dello stretto Magellanico (t. 1, p. 164); e ciò in conformità a quanto sappiamo dal Grange delle nevi perpetue e de' ghiacciai, che giungono fino al lido del mare nelle terre Magellaniche tutte, comprendendo la Patagonia, e le numerose isole del sud. E tanto più notevole si è la bassa temperatura di quella regione, trattandosi di isole e di continenti di assai picciola estensione, e circondati e intersecati dalle acque, la cui azione nel temperare i rigori del vento, come gli ardori della state, non è chi ignori. Per la qual cosa, se la teoria ci porta a credere a *priori* che que' paesi, prossimi al polo, che si trovano nell'afelio durante l'inverno, debbano avere ghiacciai molto estesi; i fatti qui sopra accennati si aggiungono a convalidare quanto la teoria medesima ne fa supporre. Meriterebbe veramente che si ponessero a confronto le temperature medie di paesi a eguali latitudini ne' due emisferi; ed appunto ciò che riporta l' Humboldt nel luogo

di sopra citato, non che le osservazioni dello Strzelecki ci presterebbero alquanti elementi onde istituire sì fatto confronto. Ma questo ci porterebbe soltanto a mere probabilità; perciocchè affine di sciogliere convenientemente il problema, converrebbe poter valutare e fare entrare nel calcolo tutte le altre cause che determinano la temperatura di un luogo: estensione dei continenti, loro posizione, correnti marine e atmosferiche, elevazioni, ec.; ciò che sarebbe ora poco meno che impossibile, nello stato in cui per anche si trova la climatologia.

Non pertanto credo che possa avere qui luogo una considerazione, la quale, a mio avviso, si aggiunge alle altre a pro di quella opinione, che dalle sue considerazioni matematiche aspetta lume tale, da sceverarla da ogni incertezza: se per le cose premesse si vede, io dico, che quella condizione, in che le terre polari del nostro emisfero dovevano trovarsi durante l'inverno, circa 120 secoli addietro, cioè di massima distanza dal sole, vale realmente a fare, che attualmente nelle più alte latitudini dell'emisfero australe, regni una temperatura tale da favorire la formazione di vasti ghiacciai, non ostante la conformazione di quelle terre in isole o continenti di poca estensione; come or ora le feci avvertire, tanto maggiori effetti avrà avuto allora questa condizione medesima sui paesi più settentrionali, ove la superficie terrestre è occupata da vasti continenti; ciò che, come Ella sa, basta a fare che una regione soggiaccia a climi estremi. Al che potrebbe forse aggiungersi ancora, l'essere le terre più settentrionali in molti luoghi ingombre da vaste paludi; le quali rappresentano ora altrettanti ghiacciai in mezzo alle pianure; quando però si potesse credere che la loro esistenza risalisse fino all'epoca predetta.

Alcuni di que' fatti che, come ho detto, ci prestano buon argomento per credere che la dottrina del Fauverge sia consentanea al vero, valgono al tempo stesso, se la prevenzione non m'illude, ad invalidare quell'obbiezione fatta a lui dal Grange: cioè che alla formazione dei ghiacciai occorra che la temperatura non si allontani di molto ne' suoi estremi, dovendo in vece, al credere di lui, oscillare intorno allo zero. Può dirsi in fatti, o che la condizione supposta dal Grange non è veramente, come oppose a lui il Fauverge medesimo, necessaria, o che essendo tale essa si verifica nei paesi più australi, li quali trovansi nell'afelio ne' mesi invernali; poichè vediamo che realmente esistono colà de' ghiacciai, come si può credere che esistessero 12 mila anni addietro nelle terre settentrionali. Che i luoghi che nell'inverno si trovano nell'afelio, debbono avere inverni più crudi, e stati più

calde, è ciò che, come faceva osservare il Fauverge, sembra veramente a prima vista; poichè in quest' ultima stagione, essi si trovano nel perielio. Abbiamo però qualche fatto che lo contraddice: per esempio, ne' paesi di sopra menzionati, la terra di Kerquelen, e l'arcipelago di Sandwich, posti fra li 55° e 60° di latitudine S., la temperatura della state e del verno non differisce di molto. Nello stretto Magellanico, tra li 53° e 54° di latitudine, come accennai di sopra, al dire dell' Humboldt, mentre il sole resta per 18 ora sopra l'orizzonte, il termometro discende fino a 4°,8: « Nevica, soggiunge egli, colà » quasi tutti i giorni nella pianura, ed il più grande caldo che il Churruca » vi abbia osservato nel mese di dicembre del 1778, conseguentemente nella » state, non oltrepassava li 9° ». Giova poi il dire che in generale si tiene che nelle terre antartiche, la temperatura della state e dell' inverno, non differiscono molto fra loro; e di più che questo per avventura combina co' principii e con alcune osservazioni altrove esposte dallo stesso signor Grange. In effetto non solo pone egli come fatto generale che ne' climi insulari e peninsulari, le temperature estreme dei mesi più caldi e dei mesi più freddi differiscono assai meno, che nei climi continentali; ciò che egli ricorda appunto favellando delle regioni antartiche, ma ne adduce molti esempi, segnatamente nelle tavole che egli aggiunge alle sue *Recherches sur les glaciers, etc.* (*Bul. de la Soc. Géol.* 2.^o ser. t. 3, p. 280, et s.) Chè anzi si tiene da lui la confermazione predetta di quelle regioni antartiche, essere ciò che principalmente rende la temperatura delle due opposte stagioni, non differente colà di molto fra loro, e che questo favorisca la formazione dei ghiacciai. Qualunque però sia l' opinione di lui sulle genesi dei ghiacciai in generale, ciò che non sarebbe qui luogo di prendere ad esame; qualunque deduzione voglia esso trarre dai fatti da lui riferiti, basti il dire che essi sono pienamente coustanti a quanto da me qui si vuole addurre a quest'uopo. Appresso a che io credo potersi dire, che forse il signor Grange a ragione contraddiceva l'asserzione del Fauverge, quanto alla supposta temperatura de' mesi estivi, limitatamente però all' emisfero australe; perciocchè essa si vide non avere realmente effetto in quelle regioni; ma che ciò non bastava a combattere la sua dottrina sulla causa dei ghiacciai nelle terre polari del nostro emisfero nell' epoca da lui indicata; al quale effetto sembra a me che per giungere a tanto, sarebbe occorso che egli avesse potuto escludere l'esistenza dei ghiacciai, e la loro protrazione ne' paesi continentali, siccome quelli in cui all'opposto le temperature estreme differiscono notabilmente fra loro.

Quantunque, come ho detto, ogni discussione intorno alla dottrina del sig. Grange, fosse per essere cosa del tutto estranea al nostro proposito, mi permetterò accennarle una sola riflessione; poichè riguardante cosa, che direttamente starebbe in opposizione all'opinione del Fauverge, ed a quanto io stimo doversi credere intorno alla temperatura attuale dell'emisfero australe. Noterò, io dico, che mentre al credere del signor Grange, non è dessa inferiore a quella dell'emisfero nostro, riportandosi egli per questo alle predette tavole, che fanno seguito alla sua nota di sopra ricordata; nelle tavole medesime si trova d'altronde indicata la temperatura di *Port Famine* a 53°, 38' di latitudine S. ed insulare, l'unico luogo de' paesi appartenenti alle terre antartiche in esse registrati, posti ad alte latitudini, siccome notabilmente inferiore, non solo a quella di altri paesi a pari latitudini N., ma pure ad alcuni non pochi, situati ad anche più elevate latitudini settentrionali, quantunque continentali; lo che, come si vede, può fare supporre, almeno nella quasi totale ignoranza in cui siamo della climatologia di quella parte del mondo, che l'emisfero meridionale abbia veramente una temperatura inferiore a quella che da lui si suppone, come portano a credere i molti ghiacciai che cuoprono que' luoghi; o che almeno i suoi principii sulla relativa temperatura di ciascheduno emisfero, meritino di essere meglio convalidati.

Come le dissi in altra mia lettera, taluni si mostrano contrari a questa dottrina, poichè essi credono che non sia basata sulle cause attuali, e quindi opposta ai precetti di quella scuola, che oggi presso alcuni ha tale dominio, da servire di norma ai loro giudizi. Lasciano andare che non sempre quelli, che si riguardano come appartenenti all'opposta scuola, si allontanarono nelle loro supposizioni, come si vuol far credere, dalle prefate cause attuali; riportandomi per questo alle considerazioni del signor D'Omalius d'Halloy. Non per questo niegherò io che alcuni sieno ricorsi realmente a cause poco meno che portentose, come può dirsi, trattandosi appunto dei ghiacciai, di quelli che supposero una rivoluzione ghiacciaria universale, un'epoca frigorifica, e simili; ma il rivolgersi alla precessione degli equinozi, alla maggiore obliquità del piano dell'ecclittica, è tutt'altro che allontanarsi dalle cause che attualmente agiscono in natura. Non potrà certamente opporsi al Fauverge, che egli declini da tali cause, dappoichè null'altro da lui si fa intervenire che il calore maggiore o minore del sole a norma della sua distanza, o della obliquità dei suoi raggi. Così non credo che alcuno vorrà porre in mezzo contro di lui il considerarsi l'azione del sole, quale doveva essere in epoche al-

quanto remote, dal che nè egli nè verun'altro potrebbe cansarsi, volendosi per lo appunto rendere ragione di un fatto che appartiene a cotali epoche. E se il Prevost riuscì a mostrare di non offendere i precetti severissimi di quella scuola, fondando il suo ragionamento sui sollevamenti delle montagne; fatto geologico, il quale, se non può dirsi del tutto cessato, si è però reso tale, che i piccioli mutamenti di elevazione che tuttora si operano alla superficie della terra, richiesero tutta l'attenzione di abili osservatori per essere avvertiti; altrettanto potrà dirsi della conghiettazione del Fauverge. Chè anzi in quest'ultima si ricorre ad una causa, la quale al presente è nella sua piena azione, considerandosene soltanto una piccola alterazione. E molto meno io penso, vorrà opporsi l'appoggiarsi esso a mutamenti astronomici, anzichè a cause puramente geologiche, essendo omai superfluo il dimostrare come tutti i fenomeni mondiali e cosmici, sieno strettamente collegati fra loro; le varie discipline scientifiche null'altro essendo che divisioni artificiali, puramente immaginate onde soccorrere la ristrettezza della mente umana.

Sottopongo a lei queste mie poche considerazioni, ed attendo sentire cosa ella opini intorno a questa dottrina del geologo francese; pregandola al tempo stesso a dirmi se a lei paia che io abbia colto nel segno, o se quella prevenzione che concepì fin da principio per questa dottrina, mi abbia tratto fuori di strada. Questa mia prevenzione fu determinata dal sembrarmi che la sua opinione non contenga cosa d'ipotetico; ciò che non è piccolo merito in fatto di scienze, e di geologia. In fine essa può in gran parte ridursi a calcolo, e ciò che più vale, fondandola su dati certi, e ben stabiliti. Vorrei essere io in grado di illustrare questa dottrina, adoperando questo mezzo; ma ella sa che le mie forze in questo mancano del tutto. Ella può farlo, piacendole, e lo desidero.

Perdoni la noia di questa lunghissima lettera, e mi creda sempre con somma e sincera stima

Di Pesaro 2 aprile 1852

Suo Dmo. Serv.

D. PAOLI

SECONDA LETTERA

Le cose che ella si è degnata comunicarmi intorno alla dottrina del Fauverge, meritavano di essere ponderate, ed è questa la cagione del mio ritardo a scriverle. Incominciando ora dalla graditissima sua del dì 11 dello

scorso mese; nella quale ella ha voluto con tanta precisione rappresentare e porre a confronto la condizione della terra rispetto al sole nell'epoca attuale, e in quella di circa 12 mila anni addietro; appresso a che ella mi poneva sott'occhio quanto si dice dal Francoeur, riguardo alla temperatura dell'emisfero S.; ecco quelle considerazioni che mi sembrano venire a proposito.

Che l'emisfero N. o boreale, come ella giustamente deduce dalla varia posizione del sole in forza della precessione degli equinozi, in quell'epoca antichissima, nella quale essa trovavasi nell'inverno, allorchè la terra era nel suo afelio, dovesse avere le stati più calde per la maggiore vicinanza del sole, ma più brevi; ed all'opposto gl'inverni più freddi per la maggior distanza dell'astro medesimo, e più lunghi; pare a me essere cosa del tutto evidente, ove ciò si consideri nudamente, e si prescindano da quelle altre condizioni, che possono alterare la temperatura di una regione. Innanzi però di esporre le ragioni per le quali credo che la cosa stia veramente come da lei si tiene, mi permetta che io le accenni alcune riflessioni relative a quanto si pensa dal Francoeur.

Erai già da altri avvertito al meggior tempo, che nell'epoca attuale il sole impiega a percorrere i segni settentrionali del zodiaco, e quindi al maggior numero di giorni che passano dall'equinozio di primavera a quello di autunno, che da questo a quello; chè anzi la temperatura propria dei due emisferi nell'epoca nostra, e l'azione del sole, avuto riguardo alla sua maggiore o minore distanza dalla terra, ed alla sua maggiore o minore velocità nel percorrere le due diverse parti dell'ecclittica, richiamarono già l'attenzione d'illustri fisici: de Mairan, Epino, Lambert, non cha del Prevost, che l'opinione dei primi espone, e prese ad esame nel pregievolissimo suo libro: *Du calorique rayonnant*. Attenendomi pertanto a quanto ne riferisce quest'ultimo, non essendomi riuscito consultare le opere di quelli, il Mairan, quantunque egli consideri quattro elementi siccome atti a modificare l'azione calorifica del sole sulla terra: 1.° il seno delle altezze solari nell'uno e nell'altro solstizio; 2.° la diversa intensità della luce dopo il suo passaggio più o meno obliquo attraverso l'atmosfera; 3.° le varie distanze del sole dalla terra; 4.° i quadrati degli archi semi-diurni, o della lunghezza dei giorni; e quantunque egli avvertisse alla durata delle stagioni, come circostanza valevole a produrre qualche alterazione negli effetti del calore solare; trascurando quest'ultima, mostra volere preferire esclusivamente la diversa distanza, o elemento terzo. All'opposto Epino, facendo interamente astrazione dalla di-

stanza, tutto accorda alla durata delle stagioni fredde e calde. Il Prevost però accennando alla necessità di prendere a calcolo e l'una e l'altra cosa, « la distanza e la durata », riferisce il seguente teorema, col quale, al dire di lui, il Lambert ha saputo combinarle, cioè: « La quantità di calore che riceve dal sole la terra, od un pianeta qualunque, cresce proporzionalmente all'anomalia vera ». Appresso a che il Lambert medesimo, dopo di aver data la dimostrazione di questo teorema, soggiunge, come riferisce il Prevost: « Si vede da ciò che ove si tratti del riscaldamento della terra, in luogo del tempo può impiegarsi l'anomalia vera, o la longitudine vera. Con questo si elimina la distanza variabile, e si semplifica il calcolo. Questa ineguaglianza per la terra è troppo piccola, perchè possa prendersi in considerazione ». Lo stesso Prevost però avverte che, quantunque la diversa distanza del sole dalla terra costituisca « un elemento assolutamente nullo, in un calcolo in cui si tratti di porre a confronto le quantità totali di calore, versate dal sole, mentre esso percorse due archi eguali dell'ecclittica « . . . » allorchè trattasi di paragonare le quantità versate in un tempo determinato, per esempio in 24 ore, questo elemento non è nullo, e conviene prenderlo a calcolo »; ciò che ripete anche in altri luoghi dell'opera medesima; chiaramente esprimendo che la predetta dimostrazione del Lambert non è applicabile a questo caso; e che perciò conviene tener conto della diversa distanza del sole dalla terra. E mi piace vedere che in questo ella pure convenga, e creda che perciò nel perielio, la terra abbia a risentire maggiormente l'azione sua calorifica, e conseguentemente che, se nell'epoca attuale il *maximum* estivo boreale deve essere, a pari circostanze, più basso che non era in quell'epoca lontanissima, nella quale esso ricorreva, essendo la terra sul perielio; al contrario il *maximum* invernale debba essere meno forte che non fu allora; e finalmente che l'inverno che ricorre mentre la terra trovasi nell'apogeo, debba avere un raffreddamento assai maggiore; ciò che è quanto conviene nell'epoca nostra all'emisfero australe; ed all'emisfero settentrionale conveniva circa 12 mila anni addietro. Dirò anzi che lo stesso Prevost conchiude quella parte del suo libro, in cui egli prese a discolere l'influenza del sole rispetto alla terra, dicendo: « Mi sembra in fine, dopo di avere maturamente considerati i fatti, che possa conchiudersi senza temerità, che fino ad ora le osservazioni presentino il risultato medesimo della teoria: cioè, che l'emisfero australe è più freddo del boreale nelle alte latitudini » (p. 381). Io penso però che il fondarsi interamente su questo, sarebbe un dare all'autorità un peso soverchio;

imperocchè quanto dal Prevost, e dai predetti fisici si vuol dimostrare e conchiudere, non potrebbe più, e ciò dicasi senza mancare menomente alla venerazione ad essi dovuta, ed al loro sapere, non potrebbe più, ripeto, prendersi per sola e certa norma de' nostri ragionamenti, sendo che ne' loro calcoli, e nelle loro considerazioni non poterono essi comprendere alcuni elementi, di cui la scienza si è arricchita dappoi; e dirò anzi che alcuni dei principii, da essi posti come fondamento delle loro deduzioni, non potrebbero più acconsentirsi nello stato attuale della scienza medesima. Ciò però non toglie che alcuni dei loro dettati, e segnatamente del Prevost non meritino di essere richiamati, e che essi non possano servire a meglio chiarire questo argomento. Sarebbe bensì, io penso, per altra parte superfluo il prendere ad esame la dimostrazione che pone in campo il Lambert, forse quella cui si riporta, come ella dice, il Francoeur, e che senza dubbio, quanto alla precisione del calcolo, debbe tenersi superiore a qualunque eccezione; mentre qui più che di altro, si tratta di stabilire i fatti, per poi su di essi fondare le dimostrazioni, e le analisi matematiche.

Lasciando ora pertanto questa forse troppo lunga digressione, nella quale fui tratto dal desiderio di dare a lei un cenno di quanto per lo innanzi si fece intorno a questo argomento, tornerò all'opinione del Francoeur da lei comunicatami. Tiene questi, come ella mi dice, che la maggior lunghezza della porzione di ellisse che percorre il sole (parlo secondo i moti apparenti), mentre è nell'apogeo, compensi, rispetto alla sua influenza calorifica relativamente alla terra, la sua maggiore distanza; per lo che, e pel principio che il sole versi la stessa quantità di colore nelle due porzioni di ellisse, divise da una linea condotta pel sole medesimo, egli crede di provare che gl'inverni attuali dell'emisfero australe, sebbene accadono nell'apogeo, e sieno più lunghi dei nostri, pure debbono essere egualmente freddi dei nostri; anzi ritrova nella maggiore lunghezza un compenso alla minore intensità del calore, perchè gli australi, alla fine del loro inverno, vengono ad avere ricevuta la stessa quantità di calore, che noi nel nostro inverno; lo che, siccome è chiaro, è in opposizione diretta con quanto crede il Fauverge della freddura degli antichi inverni boreali; che similmente dovettero ricorrere nell'apogeo. Egli ammette dunque, ciò che non potrebbe veramente in modo alcuno negarsi, che l'azione calorifica del sole, nudamente considerata, sia tanto minore rispetto alla terra, quanto maggiore è la sua distanza; ciò che si ammette non meno dal Lambert, se nella sua dimostrazione egli elimina o tra-

scura questa distanza meramente in vista della sua picciolezza; e solo crede il Francoeur che un tale difetto sia compensato dalla estensione, o più giustamente dal tempo che il sole impiega nel percorrere quella semi-ellisse da esso lui considerata: cioè dall'equinozio (parlandosi dell'epoca attuale) di primavera, a quello di autunno. Se in fatti l'azione calorifica di una sorgente qualunque di calore non decrescesse per la sua lontananza, la terra ed i pianeti riconoscerebbero dalle stelle più che dal sole la loro temperatura « *Lucis proprium est calor: sidera omnia calefaciunt* » (Kleper). Chè se si potesse, da ciò che ha rispetto alla luce, desumere qualche induzione relativamente al calore, verrebbe qui a proposito il richiamare alla memoria quanto asserisce l'Arago: che per ottenere una luce eguale a quella del sole sul nostro globo, converrebbe riunire 20,000 milioni di stelle eguali a Sirio; e ciò, come si vede, per la loro incalcolabile distanza; mentre per altra parte il disco del sole non occupa che 0,000,005 della volta del cielo. Su tali principii i fisici dedussero l'azione, che con tutta ragione può credersi avere il sole sui diversi pianeti che compongono il nostro sistema solare « *Nam lux solis, cui calor proportionalis est, septuplo densior est in orbe Mercurii, quam apud nos* » (Newton). E se l'Humboldt, dopo di avere considerata la diversa intensità della luce ne' pianeti, non prende a determinare quella del calore rispetto ai pianeti medesimi, egli se ne astiene, perchè l'effetto calorifico del sole, come egli dice, può essere modificato da altre condizioni (Cosmos t. 3, p. 506).

Dopo di che, volendosi più particolarmente considerare queste due cause, che, al dire del Francoeur si compensano fra loro; quanto alla distanza del sole, a dimostrare come l'azione di quest'astro debba farsi minore a misura che esso si allontana da noi, basterebbe certo quanto ella pure giustamente avverte; che a questo centro raggiante debbe applicarsi la legge comune a tutte le sorgenti calorifiche, calcolandone perciò l'azione in ragione inversa del quadrato delle distanze; legge che per lo appunto risulta dalle sperienze del Lambert medesimo; e ciò che più vale, verificata e meglio chiarita dal Melloni, a cui la teoria del calore debbe cotanto, e poscia dal Zantedeschi. Nè credo che alcuno vorrà porre in dubbio se questa legge, che risulta da esperimenti, istituiti sopra corpi artificialmente riscaldati, debba estendersi al calore solare; dubbio che io stimo superfluo combattere. Quantunque però io creda ciò bastevole a chiarire quanto ha rispetto alla varia azione calorifica del sole a nome della distanza, non lascerò di addurre al-

l'uopo quanto il Prevost espresse già a tale proposito. Posto il principio che a pari circostanze il calore che entra in un corpo, esposto all'azione di una sorgente o centro calorifico, in un dato tempo, è proporzionale alla intensità di quest'ultimo; egli ne deduce che il calore prodotto dal sole è proporzionale all'accumulazione de' suoi raggi, al tempo stesso che da lui si attribuisce una maggiore intensità ai raggi solari nel perielio, che nell'afelio; lo che è quanto basta a far conoscere come alla mia opinione sia conforme alla sua. Dirò poi che io provai non poca soddisfazione nel leggere, che egli fissa questo rapporto della densità dei raggi solari nell'afelio e nel perielio = 14:15; combinando ciò quasi perfettamente con quanto ella mi disse risultare dai suoi calcoli, e senza che a lei fosse noto menomamente quanto erasi esposto già dal fisico predetto. Potrebbe forse dirsi che la terra nell'afelio, oltre il ricevere raggi calorifici di una minore intensità, per la sua maggiore distanza deve intercettare, come avvertiva il Malte-Brun un minor numero dei raggi medesimi. Questa differenza però non potrebbe essere che minima, e quindi tale da potersi senza errore sensibile trascurare affatto; e forse inchiusa, come ella opina, nella ragione inversa de' quadrati della distanza.

Rimane ora a parlarsi dell'altra delle circostanze considerate dal Francoeur, appoggiandosi egli, come dissi, a questo: che il sole versa eguale quantità di calore sulla terra nell'una e nell'altra parte dell'ecclittica settentrionale ed australe; credendo perciò che la maggiore distanza in che si trova il sole in una di queste porzioni di orbita, sia compensata dalla sua durata maggiore; per lo che se il calore arriva alla terra meno intenso, ciò viene bilanciato dalla maggiore estensione. Intorno a che pare a me che in generale potrebbe opporsi che, comunque si ammetta, nel modo che vuol il Francoeur, che il sole versi sul nostro pianeta eguale quantità di calore in ambe le parti dell'ecclittica, che esso percorre fra l'uno e l'altro equinozio; ciò poco importi al caso nostro, quanto alla terra, anzichè del calore emesso dal sole, convenendo tener conto soltanto di quanto essa ne riceve; lo che dipende direttamente, non già dalla quantità irradiata da esso, ma bensì dalla intensità sua; la quale necessariamente è tanto minore quanto maggiore è la distanza. Intorno a che, e forse più direttamente, sembra a me potersi dire, non essersi dai fisici predetti avvertito, ciò che sommamente importa; e che se l'opinione non m'illude, vale a porci in sulla via di sciogliere questo problema; come, supposta ancora la perfetta eguaglianza nella quantità o somma di calore, che il sole irradia nelle due semi-ellissi che esso

descrive nel suo corso annuo, e dicasi anche, se così si vuole, che la terra riceve; quella somma da esso irradiata trovandosi nell'apogeo, debba distribuirsi sopra uno spazio maggiore di tempo; ciò che non può a meno di prendersi a calcolo, ove si cerchi conoscere, non già la predetta somma o quantità di calore che una parte della superficie terrestre può ricevere in uno spazio determinato di tempo; ma bensì la temperatura che l'uno o l'altro emisfero può concepirne. Al che si aggiunge poi, che se questo fa che quell'emisfero che trovasi nell'afelio ne' suoi mesi freddi, non possa prendere quella temperatura cui esso giungerebbe, se quella somma di calore gli pervenisse in uno spazio minore di tempo, esso debba per ciò appunto soggiacere per altra parte ad una maggiore dispersione di calore, sia proprio, sia quello che gli viene dal sole, per l'irradiazione, evaporazione, ed altre circostanze ancora; come deve credersi dell'emisfero australe nell'epoca nostra, e deve supporsi non meno rispetto all'emisfero settentrionale nell'epoca di cui parla il Fauverge.

La maggiore estensione o lunghezza che impiega il sole nel percorrere i segni settentrionali dell'ecclittica, compenserebbe forse la sua maggiore distanza in quell'epoca dell'anno, e quindi la minore intensità della sua azione calorifica; fatta qui astrazione dalle maggiori perdite di calore, che appunto per questa maggiore durata di tempo deve fare la superficie terrestre, quando si dovesse credere che il calore si accumulasse nella massa o alla superficie della terra, anzi che disperdersi. Ma poichè esso invece si disperde sempre, e poco meno che per intero, picciolissima essendo la quantità di calore che si concentra, per così dire, nel suolo e fino a poca profondità, non può ammettersi una tale compensazione. La durata maggiore, se si tratti di un fiume che si versi in un lago, potrà compensare la sua portata, ove il lago non abbia emissario alcuno, ed il diminuire l'una aumentando proporzionalmente l'altra, e viceversa, basterà perchè l'acqua in ambi i casi giunga in fine allo stesso livello. Questo però non sarà se il lago abbia una uscita qualunque: E senza allontanarci da ciò che ha rispetto all'azione de' corpi calorifici in genere, può dirsi che un termometro od un corpo qualsiasi, il quale risenta l'azione di una sorgente di calore, soffrirà un abbassamento di temperatura, ogni qual volta si allontani dalla sorgente medesima; nè il prolungare il tempo farà che esso risalga in fine alla primiera temperatura, o a quel grado che indicava innanzi di esserne allontanato; o forse più giustamente può dirsi che, se si collochino due termometri a diversa distanza da un centro calo-

rifico, e si attenda che essi siensi resi stazionari, per essersi posti in equilibrio; ed allora si tolga il più vicino, o in qualunque modo s'impedisca l'azione del corpo riscaldante sovra di esso, lasciando il più discosto sotto l'influenza sua; per quanto si prolunghi il tempo, non farà questo che esso giunga mai alla temperatura dell'altro. E qui pure ho ragione di compiacermi vedendo che ciò risulta non meno dalle osservazioni da lei istituite e praticate, mediante un'eccellente termoscopio. E le dirò che quasi a caso mi sono in questi dì abbattuto a leggere nella memoria dei signori de la Prevostaye e Desains, sul potere assorbente dei corpi rispetto al calore raggiante, chiarissimamente espressa questa legge relativa al rissaldamento dei corpi, ciò che qui trascrivo per intero, credendo farle cosa gradita « Lorsque dans une » enceinte à température t , un thermomètre est arrivé, sous l'action d'une » source constante, à un degré stationnaire θ , la quantité de chaleur que, » dans l'unité de temps il gagne par son échange avec la source, est pre- » cisement égale à celle qu'il perd par le contact de l'air, et par son échange » avec le reste de l'enceinte ». *Ann. de Ch. et de Phys.* 3.^o ser. t. XXX, pag. 432. Si perverrà veramente ad un punto in cui potrà dirsi con tutta precisione, che ai due termometri irradiò la sorgente una eguale quantità di calore, come il Francoeur dice del sole rispetto alla terra; ed anche più esattamente ad un punto in cui il termometro, che più lungamente rimase sotto l'influenza del corpo riscaldante, avrà ricevuto da questo una quantità di calore eguale a quella, che aveva ricevuto l'altro in un minore spazio di tempo, per esempio, ove si quadruplichi il tempo, essendo i due termometri ad una doppia distanza; ma non per questo avrà ragione di dirsi, che essi ne sieno stati egualmente riscaldati; ciò che è chiaro. Non saravvi dunque il supposto compenso. Ciò non avrà luogo poichè quel termometro, e ciò può dirsi di ogni altro corpo, alla sua volta irraderà il proprio calore acquisito agli altri corpi circostanti, e lo disperderà nell'aria ambiente, come la terra fa collo spazio. Potrà valutarsi, ripeto, il tempo ove si tratti di determinare la quantità di calore che un corpo riceve, non già ove voglia conoscersi, come nel caso nostro, la sua temperatura. Quando in somma non possa ammettersi l'accumulazione del calore, escludendo l'irradiazione, questo basterà a mostrare l'insussistenza del compenso supposto dal Francoeur.

Io credo poi che in luogo di tener conto del tempo, e dei giorni, che il sole impiega a percorrere la semi-ellisse settentrionale, cioè dall'equinozio di primavera a quello di autunno, per calcolare la quantità di calore che il sole

versa sull'emisfero australe dal numero dei giorni medesimi, maggiore di quelli che passano mentre esso percorre l'altra metà della ellisse più prossimamente alla terra; convenisse por mente a questo: che l'emisfero australe in quel tempo, oltre ciò che proviene dalla maggiore distanza del sole, soffre, come ella avverte, più lunghe notti, e quindi un numero maggiore di ore in cui l'azione del sole è nulla sulla sua superficie; la quale per altra parte si raffredda continuamente per l'irradiazione. Analogamente a ciò il Prevost, favellando della irradiazione terrestre, avvertiva che « essendo il calore ragguante prodotto dal calore proprio della terra in ambedue gli emisferi proporzionale al tempo, ed essendo l'inverno australe più lungo del boreale, a un dipresso nel rapporto di 373 a 357, l'irradiazione d'inverno dev' essere più grande in quell'emisfero ». Se in luogo però di considerare la lunghezza delle notti per dedurne, come fin qui ho fatto, l'irradiazione e quindi il raffreddamento che ne conseguita, si ponesse a calcolo il tempo in cui il sole illumina e riscalda nell'inverno l'emisfero australe, e la superficie che gode della sua influenza; comechè quella stagione sia di circa 7 giorni più lunga, senza dubbio si giungerebbe a dimostrare la verità medesima, ed a far conoscere come quella parte della terra debba essere necessariamente più fredda dell'altra; ed il Pouillet ci somministra gli elementi necessari per calcolarne l'effetto; conchiudendo egli dalle sue ricerche che il sole versa sulla terra una quantità di calore, che egli rappresenta = 17633, per minuto, e per centimetro quadrato; di cui l'atmosfera assorbe a cielo sereno li 0,4 Per la qual cosa, ammesso anche il principio, posto dal Francoeur, che il sole irradia sulla terra una eguale quantità di calore in ambedue le porzioni della ellisse; l'emisfero australe, e segnatamente le terre poste alle più alte latitudini, riceveranno nondimeno in effetto nell'inverno una minore quantità di calore. Dopo di che sembra a me chiaro abbastanza che l'emisfero australe debba soffrire nell'inverno un maggiore raffreddamento del boreale; perciocchè, anzi che avere effetto la supposta compensazione, concorreranno a questo, siccome cause cospiranti, e la minore intensità de' raggi solari per la lontananza di quest'astro, e un maggiore raffreddamento per le notti più lunghe, e finalmente un minore riscaldamento pe' giorni più brevi, e per una minore estensione della sua superficie illuminata, e riscaldata dal sole medesimo (1). Le quali

(1) La brevità dei giorni costituirebbe senza dubbio una notevolissima condizione, opposta al riscaldamento della terra, ed alla immaginata compensazione. Non solo però la bre-

considerazioni mie rispetto al raffreddamento della terra nelle notti invernali, sembrano a me del tutto conformi, od almeno fondate sullo stesso principio, da cui ella deduce il suo maggiore riscaldamento nella state, per essere in questa stagione gli acquisti diurni di calore al di sopra delle perdite notturne.

Non vorrà, io penso, e ciò sia detto onde considerare la cosa da tutti i lati, supporre un compenso diretto fra la temperatura dell'uno e dell'altro emisfero, o fra quella dell'una e dell'altra stagione. Non potrà, io dico, supporre che la temperatura di un emisfero valga a moderare quella dell'altro, ciò che a me sembra evidente di per sè, principalmente ove si tratti delle regioni circumpolari. Il Prevost così, dopo di avere indicate le circostanze che possono dar cagione a qualche equilibrio fra le temperature delle regioni prossime fra loro, francamente asserisce che questo non può avere effetto fra le regioni boreali ed australi le più distanti le une dalle altre. In vero non può negarsi che una regione possa modificare fino ad un certo punto la temperatura di un'altra; ciò che sarebbe in opposizione a quanto, a cagione di esempio, tanto ponderatamente si dice dall'Humboldt, della influenza del continente dell' Affrica sulla temperatura dell' Europa meridionale, ciò che noi specialmente possiamo dire di toccare con mano; ma ove si tratti di regioni situate sotto le più alte latitudini dell'uno e dell'altro lato dell'equatore, una tale azione reciproca non potrebbe ammettersi in verun modo. Ed ella avverta che io intendo qui della influenza diretta o immediata di una regione sull'altra; giacchè con questo non voglio oppormi a quanto può credersi di ciò che accade per mezzo delle correnti marine, e atmosferiche. Ho voluto,

vità dei giorni invernali è ciò che, a ben considerare la cosa, deve prendersi a calcolo in questo caso; occorrendo por mente eziandio alla maggiore obliquità dei raggi solari. Osservazione ovvia ad ognuno si è quella, che il calore del sole presso all'orizzonte si rende d' assai inferiore a quello di quest' astro presso al meriggio; sì che esso nella prima di tali posizioni si rende appena sensibile anche nella state. Ora però ci è dato alla osservazione popolare aggiungere quanto la scienza ci suggerisce, dappoichè i fisici, tra quali debbono menzionarsi principalmente il Melloni e il Volpicelli, hanno preso ad studiare l'azione delle sostanze diatermiche sui raggi solari, o in altri termini il diverso grado di assorbimento che patiscono le varie specie di elementi calorifici, contenute nel raggiamento solare, attraversando diversi corpi diatermici; è dappoichè per esperimenti diretti si è veduto confermare quanto l'osservazione empirica aveva già fatto conoscere; ed in fine si è chiarito essere l'atmosfera terrestre uno di quei corpi che come l'acqua interposta tra due lamine di vetro, non lasciano passare, quando il sole si accosta all'orizzonte, che una piccola parte del raggiamento incidente, relativamente a quanto accade allorchè essa si trova presso al meridiano.

come dissi, considerare la cosa anche sotto questo punto di vista, e segnatamente in riflesso a ciò che ella mi accenna delle osservazioni del Dowe; il quale dalla media temperatura di ambidue gli emisferi nel gennaio, e nel luglio, desume prima la media temperatura del globo terrestre ne' predetti due mesi, e da questa la temperatura media di ambedue gli emisferi; lo che potrebbe far supporre che egli ammettesse in qualche modo una tale compensazione. La media annua che risulta dalle osservazioni termometriche giornaliere di un paese, indica veramente la temperatura media, o per così dire, il clima del medesimo; ed in fatti essa corrisponde più o meno d'ordinario a quella che si osserva sul suolo, ad una certa profondità in quello che chiamasi strato di temperatura invariabile. Dirò anzi che la media desunta dalle osservazioni prese su vari punti di una limitata provincia, o, come forse più giustamente dice l' Humboldt, sovra un certo numero di punti vicini fra loro, può indicare la temperatura della provincia. Se però si voglia estendere l'osservazione a climi alquanto disparati, la cosa va diversamente. Se a cagione di esempio si prenda la media fra la temperatura della Calabria o della Campania, e quella della Lombardia, conoscerassi bensì fra quali climi sia compresa la nostra penisola; ma ciò non ci darà norma alcuna sul clima in generale d'Italia; nè si avrà ragione alcuna per credere che il clima proprio di una delle sue parti influisce su quello dell'altra.

Molto meno poi potrebbe ammettersi un compenso fra l'una stagione e l'altra; nè credo, qui pure alludendo alle osservazioni e deduzioni del Dowe, il quale desume dalla temperatura media dei due emisferi nel gennaio e nel luglio quello della terra tutta, che egli abbia voluto indicare un tal compenso. Qualunque però fosse la sua opinione, e qualunque il risultato cui potesse guidarci la teoria, non corrispondendo a ciò l'osservazione, si avrà buon argomento per dubitare della teoria medesima, e di qualsiasi induzione che egli potesse desumerne. E qui mi permetta che le faccia osservare che una ragione per dubitarne, ci si offrirebbe già nell'essersi egli attenuato alle temperature estreme del luglio, e del gennaio; ciò che l' Humboldt fa conoscere come *metodo incompleto*, ed atto a guidarci a conseguenze erronee. Ed anche teoreticamente parlando, può dirsi che onde potesse avere effetto una tale compensazione, converrebbe escludere l'irradiazione; sì che tutto il calore che un emisfero concepisce nella sua estate, rendendosi, per così dire, latente, potesse per intero svolgersi, e compensare il freddo del verno. Non niegherò che una porzione del calore della state penetri nel terreno fino a qualche pro-

fondità; ciò che non potrebbe certo revocarsi in dubbio, e l'osservazione lo attesta. Intendo di quello che, per quanto si crede da taluni, si rende favorevole alle piante e radici profonde, e forse diminuisce la perdita di calore che il suolo fa nell'inverno, siccome pensa l'Humboldt, segnatamente di quella cui nel sistema di Mairan si dà il nome di « emanazione centrale »; ma non potrebbe certo, a mio avviso, riconoscersi in esso una causa bastante a modificare sensibilmente il clima di un paese; in prova di che possono addursi alcune osservazioni, riferite appunto dall'Humboldt medesimo; e noti ella che questi asserisce che tale calore proprio del suolo, non può rendersi sensibile all'aria, ove il terreno si cuopre interamente di neve; ciò che, come si vede, è quanto conviene ai paesi cui principalmente allude il Fauverge. Se ciò fosse, se il calore che concepisce il suolo nella state, valesse a correggere i rigori del verno, i luoghi posti alle più alte latitudini di quella che chiamasi zona temperata, non soffrirebbero certamente quei crudi freddi di cui sono tormentati i loro abitatori; sendo che in que' climi, come da molto tempo erasi notato, i calori estremi sono più frequenti, ed anche maggiori che nella zona torrida. Le estreme temperature però delle grandi regioni continentali, sono forse la più convincente prova di questo: della niuna compensazione fra i calori della state ed i rigori del verno in un luogo qualunque. E valga per tutto quanto si dice dallo stesso Humboldt di Tobolsk, Bamaul sull'Obi, e d'Ickoutsck; ove il termometro nella state si sostiene per settimane intere a 30° e 31°, mentre la media temperatura dell'inverno è da — 18° a — 20°; e di Astrakhan, dove nella state la temperatura ascende a 21°,2, e nell'inverno discende a — 25° ed a — 30°, o solamente a — 20.° ovvero — 25 cent., come egli dice nei suoi « Tableaux de la nature ».

Se tutto quanto le ho qui accennato, desunto segnatamente dalla relativa attuale posizione del sole e del nostro pianeta, vale, siccome io credo, sottoponendo però la mia opinione al giudizio di lei, a farci in qualche modo conoscere la cagione, perchè le terre prossime al suolo australe, debbono soffrire freddi maggiori di quelle poste verso settentrione; altre considerazioni possono condurci alla conclusione medesima. Una di queste ci viene somministrata dal Dowe, il quale, a quanto ella mi dice, paragonando la terra ad un'immensa macchina a vapore, in fine crede che l'emisfero N. goda di una temperatura più elevata dell'altro, pel calore latente che in esso si rende libero, mercè le piogge: cioè per la trasformazione del vapore acquoso in acqua liquida, e ciò sull'osservazione che ivi, com'egli asserisce, le piogge

sono assai più abbondanti che verso il polo opposto. Ora egli sembra a me che, se perciò l'emisfero nostro può godere di una più mite temperatura, conseguiti da questo una condizione, la quale si aggiunga alle altre, perchè l'emisfero opposto debbe maggiormente freddarsi; ciò che non era sfuggito al Prevost, accennandosi da lui alla vastità de' mari, che occupano la superficie della terra sulle più alte latitudini australi, ed alla formazione dei vapori. E poichè ciò si conviene del pari a ciascheduna stagione, se non forse più alla state, convaliderà questo a un tempo quanto le dissi già a proposito della eccezione del Grange, desunto dalla necessità, per quanto egli crede, di stagioni, gli estremi di cui non troppo differiscano fra loro, senza di che i ghiacciai, dic'egli, non potrebbero formarsi. Ci farà questo conoscere, ciò dico, una delle cause almeno perchè nelle regioni antartiche non abbiano ad avere effetto quelle stati calde, che altrimenti potrebbero supporre, argomentando dalla prossimità maggiore della terra al sole.

Le precedenti riflessioni, che possono dirsi puramente teoretiche, acquistano un peso maggiore aggiungendosi l'osservazione. Le accennai di già nella precedente lettera mia, quanto allora mi soccorse la memoria, rispetto ai ghiacci che ne' paesi situati sotto le più alte latitudini australi, giungono a 10° almeno più distanti dal polo, di quello che si osserva nelle regioni più settentrionali. Che le terre antartiche siano assai più abbondanti di ghiacci che queste ultime, essendo omai opinione generale, tutto ciò che potessi aggiungere su di questo sarebbe superfluo, e segnatamente dopo le osservazioni del Cap. Ross, sì bene riferite dal Meneghini nelle sue lezioni di Geografia fisica (p. 192). La freddura del polo australe, maggiore di quella del boreale, fu veramente posta in dubbio e contraddetta. Il Buffon, che fu tra quelli che non volevano consentirla, dopo il viaggio del cap. Cook la proclamò principalmente nella « Spiegazione della Carta Geografica » la quale è posta infine delle sue « Epoche della Natura ».

Ove le precedenti cose valgano veramente, siccome io credo, ad invalidare il compenso supposto dal Francoeur, ed ove le considerazioni teoretiche fin qui discorse, e le osservazioni che si aggiungono a mostrarne la verità, bastino a farci conoscere come l'emisfero australe nelle più elevate latitudini trovisi nell'epoca nostra in condizione tale, da dover sopportare freddi tanto più rigorosi del boreale; l'opinione del Faceverge, se non viene perciò pienamente addimostrata, potrà tenersi siccome abbastanza fondata, e tale da rendere con molta probabilità almeno ragione dei ghiacciai, che in tanta mag-

giore quantità si ha buon argomento per credere che nell'epoca, alla quale da lui si allude, cuoprissero le regioni settentrionali. Quanto poi ella, come dissi già, mi faceva osservare, deducendolo dalla relativa posizione e distanza del sole e della terra nell'epoca predetta, in forza della precessione degli equinozi: cioè che nelle terre polari artiche, ed in generale nell'emisfero nostro, dovevano essere le stati più calde *in un certo senso*, ma più corte, e gl' inverni più freddi *in un certo senso*, ed anche più lunghi; bastava già, per quanto pare a me, a dare anche una maggiore probabilità all'opinione del geologo francese; ed al tempo stesso serviva a farne anche più facilmente concepire la cagione dei ghiacciai, che un tempo in tanta quantità occuparono le regioni nordiche. Ora però che ella ha saputo sì perspicacemente immaginare quegli esperimenti che mi riferisce, e che direttamente comprovano ciò che la sola induzione portava a credere; mi sembra che la cosa prenda una consistenza assai maggiore. E non solo saranno stati quegli inverni più freddi per la maggiore distanza del sole, e per le notti più lunghe; e quali può immaginarsi che essi fossero argomentando dall'attuale freddura dellè regioni antartiche; ma eziandio, perchè a ciò avranno cospirato a un tempo, e la maggiore obliquità del piano dell' eclittica, e la conformazione di quella parte della superficie terrestre, occupata da vasti continenti, anzichè da ampi mari, quali sono quelli che cuoprono il nostro pianeta verso il polo sud.

Non dirò che per tutto questo possa per anche riguardarsi la dottrina predetta siccome pienamente chiarita, essendo essa tale da richiedere tuttavia altre indagini, e non poche. E veramente gioverebbe a tale effetto considerare, come appunto è piaciuto a lei di fare, i punti estremi, maximum e minimum di temperatura, e diurni ed annui, determinandone il tempo e il grado, in ambe le stagioni, ed in ambi gli emisferi, tenendo conto al tempo stesso delle perdite contemporanee della terra per l'irradiazione, e per la formazione dei vapori. Ma se ella, non ostante le ingegnosissime considerazioni sue intorno a ciò, crede che a portare su di questo tutta quanta quella precisione che richiede l'argomento occorrerebbero altre ricerche, applicandovi l'analisi matematica; mi resta solo a far voto perchè le molte sue occupazioni le permettano di attendere a ciò; in che io mi sento troppo povero di forze. E quand'anche questo non fosse, non vorrei certo invadere un campo di cui ella è in possesso, e dal quale saprebbe trarre richissima messe. Intorno a che non pertanto questo solo mi permetterò avvertire: che trattandosi degli estremi di temperatura delle opposte stagioni, potrebbe forse qui

tornare a proposito quanto accennai or ora relativamente alle osservazioni del Dowe. Se il punto estremo delle stagioni, al credere dell' Humboldt, non vale a somministrare un dato sicuro per giudicare delle stagioni medesime; qualunque sia il risultato a cui possono in fine condurre tali ricerche; qualunque variazione possa avvenire negli estremi stessi, a mio avviso, avrà questo a tenersi da noi come cosa di non troppo grande rilievo, in confronto delle altre condizioni di sopra discorse. In qualunque modo mi piace vedere che nuove sue considerazioni, oltre quelle che già favoriva comunicarmi, e riguardando la cosa anche sotto altro aspetto; cioè valutando « il più lento accrescimento negli archi diurni solari, e nell'altezza solare », e quindi la minore temperatura iniziale con cui entra nell'epoca nostra l'estate boreale, in confronto dell'australe, altrettanto dicendosi dell'opposto emisfero in quell'epoca remotissima, ed altre simili circostanze, che non isfuggirono alla penetrazione sua; ma sempre in relazione alla diversa distanza del sole (supposto però, una eguale distribuzione dei continenti e dei mari); mi conforta, ripeto, il vedere che questo faccia che ella sempre più propenda a credere che i maximum estivi, come anche quelli della primavera, sieno ora nell'emisfero boreale più bassi che nell'australe; ciò che concorda pienamente coll'opinione del Fauverge; riguardata però, com'ella mi fa avvertire nella massima sua astrattezza; e ciò la renda più inclinevole a favore di lui, malgrado que' dubbi che, severo sempre e ponderatissimo ne' suoi giudizi, le rimangono a superare. Chè se in fatto l'emisfero australe al presente non risente ne' suoi mesi estivi quel grado di temperatura, che perciò dovrebbe suppersi, e tale da superare in questo l'emisfero opposto; ciò si deve alla condizione speciale di quella parte della superficie terrestre, nella massima parte occupato dall'oceano. Ora poi il ch. p. Secchi ci fa conoscere, che forse un'altro elemento resterebbe da porsi a calcolo, come ella probabilmente ha di già notato leggendo il suo « Articolo sull'intensità del calore nelle varie parti del disco solare, inserito negli Annali ec., compilati dal Tortolini (T. III, p. 206), cioè: quale sia il polo che esso presenta alla terra nelle varie stagioni dell'anno. E in vero se realmente si trovasse che l'emisfero boreale del sole sia più elevato in temperatura dell'australe, il che, soggiunge egli, non è improbabile; allora il calore che noi riceviamo da quest'astro, dovrebbe variare, non solo secondo la distanza e l'obliquità; ma anche secondo la parte che esso rivolge verso di noi. Convieni però rimettere questo ad altro tempo, ed attendere che veramente sia chiarita la diversa temperatura de' due emi-

sferi solari, e che possa determinarsi con precisione la loro diversa azione calorifica. Mi giova intanto il farle avvertire come questo insigne astronomo senza alcuna esitanza affermi il calore che noi riceviamo dal sole variare a norma della distanza e dell'obliquità sua; e come i due emisferi terrestri non sieno egualmente caldi; ciò che racchiude poco meno che tutto il fondamento della presente quistione.

Arguisce ella da ciò, che io stesso conosco la pochezza delle cose da me addotte a tale proposito, e quindi la loro insufficienza a togliere tutte le difficoltà che possono forse insorgere contro la opinione da me seguita. Non ostante questa mia convizione, non ostante che io conosca quante veramente occorra, per dare a questa dottrina tutta quella evidenza che si richiede per ridurla alla condizione di ben fondata teoria, e quanto al di sotto di ciò sieno le precedenti mie considerazioni; non per questo mi sono astenuto dal comunicarle a lei; il principale mio scopo essendo, anzi che lusingarmi di portare la cosa al punto che si vorrebbe, quello d'impegnare lei ad occuparsi di quistione che a me sembra importantissima. E mi compiaccio veramente vedere che il mio desiderio va compendosi, sia per le riflessioni che ella si degnò comunicarmi, sia per gli esperimenti che ella ha saputo sì ingegnosamente immaginare e condurre a fine. Rispetto ai quali, se io vidi con vera soddisfazione che essi confermavano, come dissi or ora, quanto ha riposto alla temperatura delle stagioni nelle terre circumpolari in questa, e nell'epoca cui si riferisce la dottrina di Fauverge; non minore compiacenza provai scorgendo convalidarsi in forza de' medesimi, quanto le esposi di già, che il prolungare il tempo in cui un corpo qualunque rimane sotto l'influenza di un centro raggiante calorifico, non vale altrimenti a fare che la sua temperatura in fine s'innalzi.

Termino questa lunghissima lettera col far voti che ella voglia rendere di pubblica ragione tutto quanto ella ha fatto fin qui, solo in forza della sua gentilezza per compiacermi, ed aiutare le poche mie forze. Chè se quel pochissimo che ho saputo io fare, sarà cagione che la scienza si arricchisca delle sue osservazioni, crederò di avere un poco cooperato al progresso della geologia.

Aggradisca i sentimenti della mia profonda stima con che mi pregio rassegnarmi.

Di Pesaro 15 Maggio 1852.

Suo Dmo. Serv.
D. PAOLI

P.S. Ella troverà forse che troppo rigorosamente ho preso ha discorrere delle deduzioni del Dowe, il quale invero non intese che a stabilire alcune approssimazione. Volendo però io considerare la cosa anche sotto questo aspetto, non avrei potuto fare altrimenti; con che non pretesi di valutare meno del dovere le sue osservazioni.

LETTERA TERZA

Quanto ella mi dice: che alcune cose di quelle mie lettere a lei dirette, come sono ora ridotte a maggiore brevità, le restano oscure, perchè espresse in poche parole; mi fa conoscere che veramente io aveva ragione nell'essere un poco restio a compiacere il sig. Fauverge, allorchè egli mi suggeriva di abbreviarle, ad effetto di poterle così compendiate comunicare all'ill. Soc. Geol. di Francia in una delle sue adunanze. Come ella avrà rilevato dalla precedente mia, io non era più in caso di giovarmi delle sue considerazioni, studiandomi a dare allo scritto una maggiore chiarezza, poichè esso era già partito. Convinto bensì che in qualunque modo la brevità, ed il sopprimerne i particolari, nuocerebbe alla piena intelligenza nelle cose da me espresse; credo migliore consiglio il rinunciare all'onore di una tale comunicazione a così insigne confesso. Ringrazio pertanto lei delle riflessioni che si è compiaciuta comunicarmi, e la prego ad attribuire al solo desiderio di vedere chiaro più che si può in questo punto di fisica terrestre, le considerazioni che sono per accennarle.

Dissi che *forse* avrebbe effetto il compenso supposto dal Francoeur, se il calore si accumulasse nella massa della terra, anzi che ammettere un compenso *assoluto* come ella vorrebbe, ed eccone la ragione. Esso veramente dovrebbe supporre assoluto, considerando la cosa nudamente; ma io ebbi in mente le tante circostanze concomitanti, che necessariamente dovrebbero alterare l'effetto; ne indicherò alcune. Ammessa la predetta concentrazione del calore che la terra riceve nella state dal sole, perchè il compenso avesse luogo, converrebbe che l'emissione nell'inverno, fosse regolare ed eguale all'assorbimento. Come supporre questo? Se il calore che la terra renderebbe in tale supposizione, servisse in parte alla formazione dei vapori, e l'essere la superficie terrestre, ove più ove meno, occupata dai mari, laghi, ec., porta a credere che l'eguaglianza sarebbe tolta; gran parte del calore istesso dovendo rendersi perciò latente: ed il De la Rive porta la cosa al punto da credere, che il freddo che ne riuscirebbe, se la terra contenesse molto umidità, varrebbe a dar ca-

gione ai ghiacciai (L' Institut. n.° 935). A queste potrebbe aggiungersi quanto pensa il Renou, rispetto al diverso modo con che le acque concepiscono il calore solare, e lo rendono all'aria. (l' Istitut. n.° 966). E questo pure è da avvertirsi: che la diversa quantità di vapori di cui sia pregna l'atmosfera, e la sua trasparenza maggiore o minore, influisce notabilmente ad alterare l'irradiazione del calore della terra, trattandosi in questo caso del calore oscuro.

Le considerazioni che ora ella mi comunica, relativamente alle osservazioni del Dowé, sono ben diverse da quanto mi scrisse altra volta. Allora ella avvertiva soltanto la troppa severità della mia critica; ciò che diede motivo ai pochi versi aggiunti alla seconda lettera. Qualunque concordanza però possa esservi, a norma di quanto ella mi dice, tra le predette osservazioni ed i principii del Fauverge, io non intesi certamente di contraddirle, essendomi soltanto adoperato a far conoscere che i calori di una stagione, o di un emisfero, non possono compensare il freddo della stagione opposta, o dell'altro emisfero; che è quanto unicamente importava all' uopo mio. Sieno dunque concordevoli o no fra loro le osservazioni dell'uno, e la dottrina dell'altro, poco importa alla questione. Non pertanto, alludendo alle sue considerazioni, converrò io che veramente i risultati riferiti dal Dowé, rispetto alla media temperatura di ambi gli emisferi nell'epoca attuale, notandosi l' emisfero N. di circa due gradi più caldo dell'altro, concordano colla dottrina del geologo francese. Dirò anzi che, se quanto ha rispetto al massimo caldo e massimo freddo dell'emisfero australe, notandosi da lui le stati boreali, ora più calde delle australi, e gl'inverni boreali meno freddi degli australi, e ciò sulla scorta delle temperature estreme; se in somma, io dico, quanto esso deduce dalle proprie osservazioni, non si accorda con quanto pare a prima vista doversi arguire dalla dottrina medesima; ciò è conforme per altra parte a quanto sappiamo dei climi reali delle predette regioni. Ed in fatti; se ciò non corrisponde a quanto sembra doversi dedurre dalla relativa attuale posizione del sole e della terra; la quale analogamente a quanto ella mi faceva già avvertire, porterebbe ad attribuire a quell'emisfero che trovasi nell'afelio correndo i mesi invernali, e stati più calde, ma più corte, ed inverni più freddi od anche più lunghi; ciò concorda però col fatto e colla osservazione: in somma con quanto io dedussi dalle poche osservazioni, che si hanno sulla climatologia delle regioni australi, facendo conoscere che in quelle terre gli estremi di temperatura estiva ed invernale, non si allontanano di molto fra loro; sì che ivi si verifica la condizione, che il Grange crede necessaria alla forma-

zione dei ghiacciai. Ma di grazia mi permetta il dire: perchè nel ricercare la causa della temperatura moderata ne' suoi estremi delle stati e degl' inverni australi, vuole ella, anzi che distinguere i climi astronomici o solari, dai climi reali, ricorrere piuttosto alla durata delle stagioni (che è appunto ciò che rimane a chiarire), che alla condizione geografica di quelle terre, costituite da rare isole, continenti assai ristretti, ec. e molti mari? la quale condizione generalmente viene ora riconosciuta siccome valevole a mitigare le stagioni. E tale e tanta è l' influenza che ora si attribuisce a questa condizione, che oltre tutto quanto ne dice l'Humboldt, il Bouè, dopo di avere accennato alla differenza di temperatura dei grandi continenti e delle isole, non dubita nell'asserire che la conformazione insulare, prevalente alla superficie della terra nelle epoche geologiche antiche, doveva compensare il calore proprio della terra, tuttora sensibile alla sua superficie. In qualunque modo poi conviene aver sempre presente al pensiero, che siccome dissi già, l'Humboldt non crede che dalle temperature estreme possano desumersi le temperature medie; ciò che anche indipendentemente dall'asserzione di un tanto osservatore, sembra veramente doversi credere. E in fatti, egli stesso nel classico suo scritto intorno alle linee isoterme (*Mem. d'Arcueil*, t. 3. p. 475. et s.) convalida questa sua deduzione, facendo conoscere quanto male si sia giudicato delle temperature medie di alcuni luoghi, e segnatamente delle stati, affidandosi ai maximum, o calori estremi. Ho voluto dirle tutto questo, in riflesso alle cose che ella mi fa notare relativamente alle osservazioni del Dowe, non perchè questo direttamente interessi la dottrina del signor Fauverge; ripetendo qui che io non ebbi alcuno intendimento di oppormi alle osservazioni, e deduzioni sue; ma solo di far conoscere, che non può esservi compensazione fra le temperature di due opposte stagioni, e di uno e di altro emisfero.

Poichè ella mi chiede: « cosa importi » pel caso nostro la termocrosi atmosferica, mi proverò ora a farmi intendere meglio che non feci in quelle mie lettere compendiate; ove, dovendo scrivere alla brevità, toccai la cosa quasi di volo, senza averne fatta parola nelle prime; Come nell'intendimento di escludere la effettiva compensazione supposta dal Francoeur, e da altri, e quindi far conoscere che la maggiore durata dei mesi invernali, non può bilanciare la maggiore distanza del sole, poichè in quello spazio di tempo si racchiude un molto minor numero di ore, in che il sole sta sopra l'orizzonte a riscaldare la terra, e quindi minore quantità di calore può ricevere quello emisfero, in cui i detti mesi ricorrono, essendo la terra nel suo afelio; così io

ho voluto dire che al minor numero di ore, si aggiungerà l'essere in que'mesi il sole meno elevato nel suo corso al di sopra dell'orizzonte, e quindi meno valevole a riscaldare l'emisfero predetto; comechè si ammetta secondo il principio sul quale si fonda il teorema del Lambert, cui si riportano il Francoeur, il Poisson, ed altri, non escluso l'Humboldt, che il sole versi eguale quantità di calore sulla terra, nel percorrere tanto l'una che l'altra delle semi-ellissi, comprese tra i due punti equinoziali. E poichè qui mi è occorso ricordare questo principio del Lambert, e tanto più che ad esso mostra aderire in qualche modo, come dissi, l'Humboldt; ripeterò che nulla interessa al caso nostro che il sole irradi una eguale quantità di calore nel percorrere l'una o l'altra delle predette semi-ellissi, se la terra, o più precisamente quell'emisfero che si trova nell'afelio, correndo i mesi invernali, non può concepirne che una porzione minore, rispetto a ciò che accade negli altri sei mesi; e ciò, e pel numero minore di ore diurne, e perchè il sole in quella stagione ha una tanto minore elevazione meridiana; prescindendo qui dall'essere allora le notti più lunghe; per lo che una maggiore dispersione di calore ha effetto in quello spazio di tempo, che comprende 7 giorni di più. Ed ella avverta che trattandosi qui e della lunghezza dei giorni, e della durata della presenza del sole al di sopra dell'orizzonte, e della sua altezza meridiana; ciò è quanto, al dire appunto dello stesso Humboldt (Cosmos t. 3 p. 495) determina la temperatura della terra. Per lo che tutte le altre circostanze che possono concorrere ad alterare i climi, o generali, o parziali, non possono essere che di picciolo effetto, relativamente a queste due principali condizioni. In somma, mentre si vuole, secondo il principio del Lambert, che, durando il sole circa 7 giorni di più a percorrere quella semi-ellisse, che corrisponde ai mesi invernali dell'emisfero, in cui tali mesi ricorrono mentre la terra è nell'afelio, ciò compensi la maggiore distanza del sole, e quindi la minore intensità dei suoi raggi; io all'opposto credo che, non solo quell'emisfero venga in ciascheduno istante meno riscaldato, per la maggiore distanza in che la terra si trova dall'astro medesimo; ma anche per essere assai minore il numero di ore, in cui esso gode della sua azione calorifica; e per questo ancora, che il sole di tanto meno s'innalza sull'orizzonte, e quindi si tiene sempre più prossimo a quel punto, in cui l'azione sua calorifica viene diminuita maggiormente dall'atmosfera, per la sua più grande estensione; al che si aggiunge, come dissi, la lunghezza delle notti, e quindi la maggiore perdita per irradiazione.

Che il sole nell' inverno giunga a minore altezza meridiana che nella state, è ciò che sarebbe superfluo il prendere a dimostrare. Su di che però oltre il rammentare ciò che le accennai nell'altra mia, cioè: che il de Mairan fra le condizioni valevoli a modificare l'azione calorifica del sole sulla terra, pone per primo il seno delle altezze solari nell'uno e nell'altro solstizio; e che dal Kaemtz si dice il calore del sole scemare sempre dal meridiano all'orizzonte, sì che una lente che varrebbe ad accendere l'esca a qualche elevazione, richiedereà per questo più tempo, essendo il sole più basso, o non riuscirà quando il sole è a soli pochi gradi di elevazione; non lascerò di dire che il Melloni, analogamente a ciò che ora le rammentai dell' Humboldt, pone nella durata dei giorni, e nella diversa altezza meridiana del sole, la causa delle alternative delle stagioni. Quanto si asserisce da questo tanto insigne fisico, potendo forse essere bastevole ad escludere ogni dubbio, che le osservazioni di lui compilandolo, come ella dice, la cosa, facciano che non possa più ammettersi un'assorbimento così regolare come prima si faceva. Suppongasì pure, se così si vuole, che la quistione venga perciò a complicarsi nella etiologia; ma che ciò contraddica direttamente quanto da me si vuol dire, è ciò che io non saprei cedere, e tanto più che quanto si asserisce dal Melloni stesso, se l'opinione non m'inganna, viene in appoggio di questo. In fatti nella sua lettera diretta al signor principe Odescalchi, egli dice, che « Pare dunque che la nostra atmosfera affievolisca, in forza del proprio assorbimento, la virtù calorifica del raggiamiento solare », senza ricercare però se veramante questo assorbimento si eserciti indistintamente su tutti gli elementi calorifici, o sia più o meno grande secondo la loro natura; mentre per altra parte dalle sue osservazioni sappiamo, che in genere questo assorbimento, si fa sempre maggiore aumentando la grossezza dei mezzi diatermici; condizione che dal pari aumenta nell'atmosfera, dovendo i raggi solari attraversare uno spazio tanto maggiore, quanto più il sole si avvicina all'ocaso. Il dubbio in che ci lascia il Melloni nel passo riferito qui sopra: cioè se questo assorbimento abbia effetto, piuttosto relativamente ad alcuni elementi calorifici, anzichè su tutti indistintamente, può forse rendere probabile quanto da lei si suppone, vale a dire che: al crescere dell'estensione dell'atmosfera attraversata dai raggi calorifici cresca, ma comparativamente cresca sempre meno il calore assorbito; per cui nelle minori altezze solari, le variazioni sieno meno sensibili. Questo però, quando nuove osservazioni vengano a convalidarlo, nulla toglie a quanto da me si vuol dire, bastando all'uopo mio, che questo assorbimento sia sempre maggiore col crescere dell'estensione dell'atmosfera, in qualunque modo

esso si aumenti o in quantità corrispondente all'ampiezza dell'atmosfera, o secondo una progressione più o meno decrescente. In somma ciò non esclude menomamente che il sole debba riscaldare tanto meno la superficie della terra, quanto minore è la sua altezza meridiana; e che questa costituisca una delle due condizioni da cui dipendono le alternative delle stagioni.

Dovrei dar termine a questa mia lettera, essendo in qualche modo risposto alle sue considerazioni. Essendomi però occorso di menzionare come anche l'Humboldt si riporti al teorema del Lambert, aggiungerò su questo alcune parole; e tanto più che l'autorità di questo principe de' sapienti della età nostra, è di tale e tanto peso, che importa troppo il far conoscere di non trovarsi in opposizione con lui, e soprattutto se si tratti di dottrina da esso lui espressa nel suo aureo libro, il *Cosmos* (T. 3, pag. 504). Tocca egli in vero in qualche modo l'attuale quistione, comechè non si ricordi da lui l'opinione espressa dal sig. Fauverge, e fa parola degli effetti che possono provenire nella temperatura dei due emisferi terrestri, in forza della precessione degli equinozi; ed è qui appunto ove egli pone in mezzo il predetto teorema del Lambert, ed in certa guisa l'opinione del Poisson, colle parole del quale egli riferisce il teorema medesimo. Questo però è da notarsi, che mentre l'Humboldt, onde riferire il predetto teorema, si vale, come dissi, delle parole del Poisson, (nota 75); il quale asserisce che la distanza del sole dalla terra viene *esattamente* compensata dal tempo; ciò che si ammette non meno dall' Arago, ove egli dice essere tale compensazione *matematicamente esatta* (*Annuaire du Bur. des Longitudes* 1834); anzi che usare tali espressioni, considera egli la distanza come *quasi interamente* neutralizzata dall'estensione del cammino del sole, e dice il tante volte menzionato teorema contenere « *fino ad un certo punto*, la soluzione tranquillizzante di questo problema »; in fine che « il cambiamento di direzione della linea degli apsi, non avrebbe che una *debole* influenza sulla temperatura della terra » il maggiore argomento tranquillizzante trovandosi da lui nelle alternative di accrescimento, e di diminuzione delle eccentricità, sì che quella della terra non potrebbe mai giungere a quella di Giunone, Pallade, e Vittoria. Non si ammette dunque da lui, consideratissimo sempre come egli è, il perfetto compenso supposto dai fisici predetti, e dal Francoeur; e si accorda un'effetto valutabile alla eccentricità. Dice egli in vero che, quando la precessione degli equinozi faccia, che la massima distanza del sole dalla terra accada ai primi gennaio, inverno del nostro emisfero, il minimum nella state, tutto in fine si ridurrebbe a que-

sto, che il sole non prolungherebbe più di 7 giorni la sua presenza nell'emisfero settentrionale. Intorno a che due cose forse potrebbero oppormisi a prima giunta, considerando superficialmente quanto da lui si dice: che in genere egli ammette la predetta compensazione; che egli riduce il tutto al solo minore riscaldamento, che nell'epoca di circa 12 mila anni avvenire (egli considera l'epoca futura, mentre il Fauverge risale in vece nel tempo, ciò che in fine torna lo stesso) deve risentire l'emisfero nostro per una più breve permanenza del sole dal lato suo, accordando così al tempo che impiega il sole nel suo corso, descrivendo la semi-ellisse che corrisponde all'afelio, quella medesima influenza ed importanza di cui parla il Francoeur. Spero però che quanto sono per dirle le farà conoscere, non stare in tutto la cosa come appare a primo aspetto.

Che la maggior durata della presenza del sole, dal lato di questo o di quello emisfero, debba aver influenza nell'aumentare la temperatura dell'emisfero stesso, è ciò che deve ammettersi senza dubbio, e questo è quanto, se ben si consideri, si vuol dire dall' Humboldt; nè ciò, checchè possa credersi a prima vista, è in opposizione con quanto dissi e mi studiai addimostrire nelle precedenti mie lettere. Tutto sta però, oltre le circostanze che accompagnano questa permanenza del sole da un lato o dall'altro dell'equatore, nella relativa posizione dei due astri fra loro. Nel caso contemplato dall' Humboldt, la più lunga presenza del sole, come accade nell'epoca attuale, ne' mesi estivi del nostro emisfero, non può a meno di cospirare e direttamente e indirettamente, ad aumentare la temperatura della superficie terrestre; imperocchè, trattandosi dei mesi estivi, esso non solo prolunga la sua presenza, e quindi più lungamente si trattiene a riscaldare quella parte della superficie terrestre; ma essendo questo cagione che si accresca il numero dei giorni in cui gli acquisti diurni di calore superano le perdite notturne, vale ciò a fare che la sua temperatura si aumenti. Quindi a ragione avverte l' Humboldt che nell'epoca, alla quale egli vuole alludere la temperatura dell'emisfero nostro, avrà a soffrire il danno di una minore durata della sua influenza, e quindi un qualche abbassamento di temperatura; il quale però, dirò io, verrà compensato dalla maggiore vicinanza del sole. Intorno a che: cioè intorno alla più grande prossimità del sole in quell'epoca, noterò qui di volo, che questo convaliderebbe in qualche modo l'opinione del Fauverge, cioè: che nell'epoca alla quale egli risale, doveva l'emisfero nostro essere più freddo bensì nell'inverno, ma forse più caldo nella state; ciò che, al credere di lui,

potè favorire l'estensione dei ghiacciai, conformemente a ciò che egli avvertiva già nell'espone la sua dottrina, non che a quanto mi ripeteva esso in una sua molto pregiata lettera. Ben diversamente però va la bisogna, se si tratti della stagione invernale; conciossiachè, qualunque influenza voglia nudamente attribuirsi alla presenza più continuata del sole, fatta astrazione della sua maggiore distanza, come, per esempio, accade nell'epoca attuale all'emisfero sud, ed accadde nell'epoca remota, o in quella, cui allude l'Humboldt, all'emisfero nord; ciò aumenta il tempo in cui le perdite notturne superano gli acquisti diurni di calore, per la maggiore brevità dei giorni e lunghezza delle notti, pel minor numero o somma di ore in cui il sole rimane sopra l'orizzonte in tutto il corso della stagione medesima, e per la maggiore obliquità dei suoi raggi. Che se l'Humboldt non prese a considerare la cosa da quest'ultimo lato, ciò fu, a mio credere, per avere egli toccato questo punto poco meno che per incidenza, nel luogo ove egli ne fa parola, discorrendosi in particolare da lui i grandi mutamenti, e le alterazioni che possono presagirsi nelle epoche future lontanissime, e più remote forse che quella considerata dal Fauverge risalendo nel tempo. Ed io porto fiducia, che se egli avesse preso a considerarla anche sotto questo aspetto, non avrebbe mancato di rilevare nella penetrazione sua le predette circostanze. Nè questo mio pensiero è senza fondamento; poichè non è a credersi che dopo di avere supposto, che la più lunga presenza del sole nella state attuale del nostro emisfero, sia cagione di una più elevata temperatura dell'emisfero stesso, avesse ad ammettere che questo aumentasse al tempo stesso la temperatura dell'emisfero australe, come ella fin da principio mi asserì opinare il Francoeur. E se da lui non si fa esplicitamente parola di ciò, che contemporaneamente avverrebbe nell'epoca da esso lui considerata all'emisfero sud: cioè una state più lunga, mentre al contrario il sole dovrà trovarsi nell'apogeo; quanto egli dice alla pag. 504, cioè: « che il punto in cui il nostro pianeta è più prossimo al sole, è sempre quello in cui il suo corso è più rapido »; e necessariamente, come ella vede, più lento allorchè il sole è nella sua maggiore distanza; è già quanto basta per indicare la predetta condizione di quello emisfero, a che esso godrà di quella compensazione, di cui sarà privo, al dire di lui, l'emisfero nostro. Così se l'Humboldt pone a calcolo la più breve durata della presenza del sole nell'epoca predetta, rispetto all'emisfero nord; ciò fa conoscere che egli considera l'attuale maggiore durata della presenza del sole, come quella da cui viene compensata la sua maggiore distanza; lo che si riferisce sempre ai mesi estivi; mentre, secondo il modo di vedere del Fran-

coeur, ed a norma di quanto ella mi dice, questa più lunga permanenza del sole al nord dell'equatore, dovrebbe invece produrre una più alta temperatura nei mesi invernali contemporanei dell'altro emisfero; ciò che l'Humboldt non accenna menomamente. Io credo anzi che da tutto questo possa francamente dedursi, essere la sua opinione opposta a quella del Francoeur, del Poisson, e degli altri, che ella mi asserisce seguire la sentenza medesima; imperciocchè nel dire che egli fa che tutto quello che, rispetto alla temperatura, può presagirsi dal movimento della linea degli apsi, nell'epoca futura da lui considerata, si ridurrebbe a questo, che « il sole non prolungherebbe più di 7 giorni la sua presenza nell'emisfero settentrionale » (rispetto a ciò che esso fa presentemente nella state). Avvertendo poi che questo sarà compensato dalla maggiore vicinanza del sole; egli viene, implicitamente almeno, ad escludere che li 7 giorni di più, che nell'epoca medesima scorreranno dall'equinozio di autunno a quello di primavera, valgono a compensare, relativamente all'emisfero settentrionale, la maggiore distanza in che la terra si troverà allora dal sole. Ed ella ponga mente a ciò, che nel considerare l'Humboldt la più lunga presenza del sole, egli ha riguardo veramente a quell'emisfero, verso il quale è rivolta quella porzione di eclittica che esso descrive; ciò che è conforme a quanto da me qui si vuol dire, ed in opposizione a ciò che si fa dai fisici prementovati; i quali considerano, conformemente a quanto ella asserisce del Francoeur, questa circostanza, relativamente all'emisfero opposto, per esempio, nell'epoca da noi lontana circa 12 mila anni, il maggior tempo che impiegherà il sole dalla parte del capricorno rispetto all'emisfero boreale,

E riducendo ciò a più brevi parole: l'Humboldt considera, relativamente all'epoca attuale ed all'emisfero boreale, come la più lunga presenza del sole nei mesi estivi, compensi la maggiore sua distanza dalla terra; ciò che non avverrà nell'epoca futura da noi lontana; mentre all'opposto i fisici prementovati tengono, che questa maggiore attuale permanenza del sole dal lato nostro, ciò che rende i mesi freddi dell'emisfero australe più lunghi di circa 7 giorni, valga invece a bilanciare la minore intensità dei raggi solari, che contemporaneamente deve soffrire questo emisfero, trovandosi la terra nell'afelio; e che similmente nell'epoca di cui parla il Fauverge, la più lunga permanenza del sole verso il polo australe, abbia dovuto bilanciare la minore intensità del raggiamento calorifico del sole sull'emisfero boreale, dipendente dalla maggiore distanza dei due astri fra loro. Dopo di che mi sembra ri-

sultare evidentemente, essere queste due opinioni in opposizione fra loro; ed essere questo quanto basta a prevenire ogni qualunque obbiezione, che si volesse opporre in contrario, dal vedersi che egli pure si riporta al teorema del Lambert, ed alla legge che « la quantità di calore che la terra riceve dal sole in ciascuna parte dell'anno, è proporzionale all'angolo descritto, durante il medesimo spazio di tempo, dal raggio vettore del sole »; conciossiachè su questa legge si fonda appunto la compensazione, come da esso lui viene ammessa, fra la distanza, e la durata della presenza del sole; applicandola egli però in senso ben diverso da quanto dagli altri si crede.

Pervenuto a questa conclusione, da me in principio non aspettata, non le nasconderò che il trovarmi così in opposizione a fisici ed astronomi di tanto valore, mi teneva in dubbio di non avere ben interpretato quanto si dice dallo insigne autore del *Cosmos*; comechè io avessi un intimo convincimento di quanto le ho detto qui sopra. Avrei quindi, affine di meglio accertarmi, voluto, innanzi di proseguire questa mia lettera, consultare, non solo l'*Uranographie* del Francoeur, da cui ella desunse quanto mi riferiva della sua opinione; ma eziandio, que'luoghi in cui i fisici da lei ricordati, si mostrano dell' avviso del Francoeur medesimo. Di tutti questi però non mi è riuscito vedere che quello scritto dell'Arago *sulla temperatura del globo*, che io aveva già scorso senza dubbio troppo superficialmente, avvertendo soltanto a ciò che egli ivi dice della compensazione di cui qui si tratta; la quale, come notai qui sopra, egli tiene matematicamente esatta. Ora però, più attentamente consideratolo, con qualche soddisfazione ho rilevato, che egli realmente, come io dico dell' Humboldt, riguarda una tale compensazione relativamente ai soli mesi caldi, e rispetto a quello emisfero verso il quale è volta la semi-ellisse che percorre il sole in detti mesi. Ecco le sue parole, che le trascrivo, onde ella possa meglio giudicarne, e conoscere che egli pure non accorda alcuna influenza al più lento cammino del sole, mentre esso è rivolto, per esempio, verso il Nord, onde aumentata la temperatura dell'emisfero Sud, in modo da bilanciare la sua distanza, e viceversa. Esposta da lui la quistione nei seguenti termini. « La state, come quella che noi abbiamo » al presente, il colmo della quale corrisponde al *maximum* della distanza » solare, differirà sensibilmente da una state colla quale coincida il *minimum* » di questa distanza? » egli continua. « A prima vista ognuno risponderebbe » affermativamente; imperciocchè fra il *maximum* ed il *minimum* della distanza » del sole dalla terra, avvi una differenza notevole: una differenza in numeri

» tondi di un trentesimo del totale. Se però si faccia entrare nel problema » la considerazione delle velocità, elementi che non possono in verun modo » trascurarsi, il risultato sarà contrario a ciò che noi abbiamo in principio » supposto ». Appresso a che, e dopo di avere indicato quanto ha rispetto alla velocità del sole nei due opposti punti della sua distanza, o più esattamente nelle due semi-orbite corrispondenti a tali punti, egli soggiunge. « Riasumiamo: l'ipotesi che noi abbiamo accennata, porterebbe a supporre una » primavera, ed una estate più calda che non sono al presente; ma in forza » della maggiore rapidità, la somma delle due stagioni sarebbe più breve di » circa 7 giorni. Così considerate tutte le cose, la compensazione è matematicamente esatta ». Ora passandomi qui dal ripetere, quanto le feci già avvertire sulla precisa compensazione di queste due opposte condizioni; ciò basterà, io credo, in ogni caso a convalidare quanto ho detto sul modo in cui dall'astronomo francese si considera l'influenza solare; rispetto a che sarebbe superfluo affatto, che io qui aggiungessi nuove riflessioni, essendo già quanto basta ciò che ho detto relativamente all' Humboldt. Questo bensì avvertirò, che ciò riguarda meramente i climi astronomici; mentre nel caso nostro, conviene avere in mira i climi reali, prendendo a calcolo tutte le circostanze da cui questi dipendono.

Comprendo però, arguendolo da quanto ella mi dice in una cortesissima sua lettera, che, quantunque i due predetti fisici restringano le loro considerazioni ai soli mesi caldi, e nel modo appunto che da me si crede, valutino soltanto la compensazione che può provenire dalla più lunga influenza del sole rispetto a quell'emisfero, verso il quale è rivolta quella porzione di eclittica, che nei mesi istessi esso percorre, e non rispetto all'opposto emisfero, che perciò si trova nei mesi freddi. Comprendo già, ripeto, che ella opporrà a tutto questo che, presi a calcolo il tempo e l'intensità del raggiamento solare, una pari compensazione si verifica non meno rispetto ai mesi freddi, ed all'emisfero opposto. Su di che, riserbandomi a comunicarle in altra mia lettera alcune più particolari riflessioni, onde non allungare soverchiamente la presente; in genere mi restringerò ora a dirle che, quantunque ciò sia, e come veramente risulta dal calcolo che ella ha voluto pormi sott'occhio; ciò riguarda la cosa considerata indipendentemente da alcuni elementi, che sono in opposizione, e che in tal caso debbono introdursi nel calcolo; mentre ove la considerazione si restringa, come sopra, ai mesi estivi, come or ora accennai, avrebbero a considerarsi in vece alcune condizioni cospiranti, anzichè

opposte. Volendosi, io dico, considerare la più lunga durata della presenza del sole, per esempio, verso il Nord rispetto alla temperatura dell'emisfero Sud; conviene porre a calcolo, come ripetutamente ho detto, la brevità dei giorni, lunghezza delle notti, obliquità dei raggi solari, ec; cause tutte in opposizione all'effetto che si vuole attribuire alla durata dei mesi predetti; mentre ove si tratti dell'emisfero stesso, verso il quale è rivolta la semi-ellisse che descrive il sole, avrebbero a considerarsi la lunghezza dei giorni, la brevità delle notti, la minore obliquità dei raggi solari; condizioni conspiranti, anzi che opposte, a questa più lunga presenza dell'astro che ci riscalda. E poichè questo ci porterebbe ad attribuire, alla state supposta dall'Arago, una temperatura reale più elevata, che quella che noi proviamo al presente, come ella vede, ciò si accorda interamente colla dottrina del signor Fauverge.

Ho intanto il bene di raffermarmi con profonda stima

Di Pesaro li 27 marzo 1853

Suo Dmo. Serv.

D. PAOLI

QUARTA LETTERA

Ecco che, libero da altre occupazioni, finalmente, come mi riserbai a fare nella precedente mia lettera, prendo a risponderle rispetto a quelle dimostrazioni sue, per le quali ella tiene che venga a convalidarsi, quantunque per altra via, il teorema del Lambert; su di che mi limitai a dirle che, mentre non avrei saputo che opporre alla precisione dei suoi calcoli, restava sempre ad avvertirsi che in questi, come nel predetto teorema, si considerava la cosa in tutta la sua astrattezza, e quindi non vi si comprendevano tutte quelle circostanze o elementi, che concorrono a determinare la temperatura della superficie terrestre.

Come ella mi dice, rispondendo alle mie considerazioni, ed a proposito di quanto io le accennava sulla convenienza di tener conto delle ore diurne dell'uno e dell'altro emisfero, nelle due opposte stagioni dell'anno, e come risulta dal calcolo da chi istituito; non può certo negarsi, che sulla base che l'intensità del calore solare nei due opposti apsi di stia nel rapporto di 14:15, quando si voglia prendere a misurare il calore che risente o l'uno o l'altro emisfero, in un'epoca o nell'altra, deducendolo e dal numero di ore diurne comprese nello spazio di tempo, che impiega il sole a perecorrere o l'una o l'altra semi-ellisse, e dalla media di detta intensità calorifica, riferibile a cia-

scheduna semi-orbita corrispondente; è verissimo, dico io, che si perviene ad un risultato, che può considerarsi come un'equazione quasi precisa. Per la qual cosa, se questo si applichi al clima nostro, in cui la media delle ore diurne può valutarsi nei mesi freddi, autunno ed inverno, a $10^{\text{a}}, 20'$; ciò che dà per le ore diurne comprese nei giorni 179, che nell'epoca attuale corrono dall'equinozio di autunno a quello di primavera, 1849^a, ed ore 1921 pe' giorni 186, che nei mesi medesimi si comprendevano nell'epoca cui rimonta il Fauverge; ed ove si supponga, come ella fa, che l'intensità media dell'azione calorifica per tutto il corso dei mesi predetti sia, sulla base accennata di sopra, $= 14, 75$ nel perigeo (cioè come conviene al nostro emisfero nell'epoca corrente) ed $= 14, 25$ nell'apogeo (che è il caso dell'epoca antica); si hanno veramente due risultati prossimamente eguali, cioè: $1849^{\text{a}}.14, 75 = 27273$; $1922.14, 25 = 27388$; legge che si verifica anche per altri climi; di che ho potuto assicurarmi io stesso, come le dirò qui appresso, riferendole alcuni risultati di questa mia indagine.

È questo, se non m'inganno, e se ho bene compreso quanto ella dice, il risultato finale del suo calcolo, e delle sue considerazioni; donde ella deduce che il teorema del Lambert si convalida; e che quindi debba conchiudersi che « la somma del calore della stagione fredda » attuale abbia a tenersi come eguale, trascurando la piccola differenza, a quella relativa all'epoca da noi remota; e forse si perverrebbe ad una perfetta eguaglianza, se questo calcolo fosse istituito sopra elementi più rigorosamente determinati.

Questo calcolo certamente è tale che, come dissi, non avvi che opporre alla sua precisione. Ciò non toglie però che non abbiano luogo alcune considerazioni. Intorno a che innanzi a tutto dirò essere giustissima l'espressione da lei usata: « la somma del calore ». In realtà questa è la somma del calore che, prescindendo però sempre dalle altre circostanze, che possono modificare la temperatura della superficie terrestre, debbe e doveva ricevere l'emisfero boreale nei mesi invernali; ma ciò non vale, a mio credere, ad indicare la temperatura che ne concepisce, e ne concepiva perciò l'emisfero istesso; imperciocchè questa somma di calore nell'epoca remota, doveva dividersi in un numero maggiore di giorni e di ore. Quantunque sembri a me di avere nelle precedenti mie, detto quanto occorre, rispetto alla necessità di tener conto del tempo, e di farlo entrare come elemento del calcolo, ove si tratti di determinare la temperatura dell'uno o dell'altro emisfero in ambe le epoche; la seguente osservazione le farà, io credo, meglio conoscere come

veramente importi il farlo, e come il trascurare un tale elemento, possa portare a deduzioni erronee; sia nella emissione del calore, sia rispetto a quello che può risentirne un corpo, sottoposto all'azione di una sorgente calorifica qualunque; trattandosi sempre della temperatura che questo può concepirne. La combustione del ferro, che rapidamente si opera nel gas ossigeno, svolge un calore intensissimo, si che esso viene accompagnato da una luce abbagliante, siccome ognuno conosce. Donde proviene questo, se non dalle rapidità di questa combustione? vale a dire dall'essere la somma del calore proveniente, svolta in un tempo brevissimo. E in vero, nella lenta combustione od ossidazione del metallo stesso, l'evoluzione di calore è affatto insensibile, rispetto a un corpo qualunque che ne risenta l'influenza; non però nulla in se. Chè anzi si ha a credere che in questo secondo caso, l'evoluzione del calore nella sua somma, sia anche maggiore, essendo maggiore e più completa la sua ossidazione; lo che non può ascriversi che alla lentezza di questa ossidazione; in che i chimici tutti convengono, fra quali mi piace ricordare il Thenard.

Ciò posto, ed ove questo valga a farci conoscere la necessità di porre, come dissi, il tempo fra gli elementi del calcolo, nel determinare la temperatura del nostro emisfero nelle due epoche diverse, converrà dividere sul numero dei giorni i due numeri, co' quali ella crede rappresentarsi la somma del calore, che l'emisfero istesso riceve, e riceveva dal sole nel corso dei mesi freddi; d'onde si avrà: $\frac{27273}{179} = 152,36; \frac{27388}{186} = 147,25$; quozienti, il

primo de' quali è relativo all'epoca attuale, l'altro all'epoca da noi remota, che sono, come è facile a verificarsi, nel rapporto istesso della intensità calorifica del sole, come viene da lei supposta. Tutto ciò quanto ai climi astronomici: cioè, considerando unicamente quelle condizioni che dipendono dalla relativa posizione del sole rispetto alla terra, e dalle leggi relative al calore raggiante. Per la qual cosa, senza contraddire il celebrato teorema del Lambert, il quale però non vale che ad indicare la somma di calore, che la terra riceve dal sole nel percorrere che esso fa una della sue semi-orbite; da tali considerazioni, sembra a me confermarsi, anche rispetto ai climi astronomici, quanto forma il principale fondamento della dottrina del Fauverge.

Molto maggiormente poi ciò si convalida, tosto che si considerino quelle cause che concorrono a modificare la temperatura della superficie terrestre, e che insieme alle altre costituiscono i climi fisici o reali, di che

spero che ella vorrà convincersi, dopo le cose che sono per dire, in aggiunta a quanto venne da me esposto nelle precedenti mie lettere.

Aveva già voluto accertarmi, se quanto ella mi diceva, reletivamente al nostro clima, della quasi approssimativa eguaglianza dei numeri, che rappresentano la somma di calori, che riceve e riceveva il nostro emisfero nel corso dei mesi freddi, si verificchi anche per gli altri climi, e segnatamente in quelli posti a più alte latitudini; ed ora mi è parso dover fare altrettanto rispetto ai quozienti menzionati qui sopra. Questo altresì ho voluto fare: determinare al tempo stesso le ore notturne, relative ai climi medesimi. Ecco i risultati di queste mie investigazioni, che pongo a confronto con quanto si riferisce al nostro clima, indicando, e le corrispondenti ore notturne, e le frazioni che io credo indicare, a norma di quanto ho detto or ora, la reale intensità calorifica del sole ne' vari climi, e nelle due epoche diverse, quanto alla temperatura che perciò può concepire la superficie della terra.

Latit. N. 43,° 55' (Clima di Pesaro) Boscovich

Epoca attuale

Epoca remota

Media delle ore diurne {ivernali = 10.^a20
estive = 13, 40

Mesi freddi giorni

Mesi freddi giorni

179,1849^{ad} × 14,75

186,1922^{ad} × 14,25

= 27273; $\frac{27273}{179} = 152,36$

= 27388; $\frac{27388}{186} = 147,25$.

Ore nottur. invernali = 2447

Ore nottur. invernali = 2542.

Lat. N. 56,°36' (Clima di Riga)

Media delle ore diurne {ivernali = 9.^a15'
estive = 14.^a45'

Mesi freddi, giorni

Mesi freddi, giorni

179,1656^{ad} × 14,75

186,1720^{ad} × 14,25

= 24426; $\frac{24426}{179} = 136,458$

= 24510; $\frac{24510}{186} = 131,72$.

Ore nott. inver.^{ti} = 2640

Ore nott. inver.^{ti} = 2744.

Latit. N. 58,° 25' (Clima di Tobolsk)

Media delle ore diurne {ivernali = 9.^a
estive = 15.^a

Mesi freddi, giorni

Mesi freddi, giorni

179,1611^{ad} × 14,75

186,1674^{ad} × 14,25

= 23762; $\frac{23762}{179} = 132,75$

= 23854; $\frac{23854}{186} = 128,25$.

Ore nott. inver.^{ti} = 2685

Ore nott. inver.^{ti} = 2790.

Donde risulta primieramente, che mentre sussiste anche a diverse latitudini l'approssimativa eguaglianza delle quantità, che rappresentano le somme di calore che il nostro emisfero riceve, nelle due epoche diverse nel corso dei mesi freddi; al contrario, quando si abbia, come io penso e come dissi di sopra, a far entrare il tempo come elemento del calcolo nel determinare la temperatura, che può concepire la superficie della terra, e particolarmente l'emisfero settentrionale, considerato dalle due differenti epoche; il rapporto dei numeri che s'appresentano questa temperatura, è precisamente eguale a quello della intensità calorifica dei raggi solari, desunta dalla relativa distanza del sole dalla terra. Oltre di che, dall' ispezione di questa piccola tavola risulta, che la predetta presso che eguale quantità, o somma di calore, relativa alle due epoche distinte, deve poi compensare un maggior numero di ore notturne nell'epoca da noi remota, e tanto maggiore, quanto più si risale verso il polo; lo che concorda col clima in generale sempre più freddo, quanto più elevata è la latitudine. Nè questo maggior numero di ore si deve considerare nella sua somma soltanto; ma in questo ancora: che le notti debbono essere perciò più lunghe, e segnatamente presso il soltizio. Or sa ciascuno che quanto più lunghe sono le notti, cioè maggiore lo spazio di tempo in cui l' azione del sole è nulla sulla superficie terrestre, tanto sono esse più fredde. E quanto più lunghe sono le notti, tanto più brevi, e quindi meno caldi sono i giorni, per le ragioni medesime, per le quali essi si rendono più caldi coll' accrescersene la durata, la continuità, per valermi dell'espressione del Malte Brun, aumentando l'effetto. Per questo appunto l'Herschel attribuisce alla superficie lunare, una temperatura molto superiore a quella dell'acqua bollente.

In forza delle quali cose, e richiamandole quì alla memoria quanto le feci osservare nelle precedenti mie, sembra a me che possa con maggiore fondamento ancora opporsi alla dottrina del Francoeur che, valutandosi da lui, quanto all'epoca presente, siccome un compenso alla maggior distanza del sole rispetto all' emisfero australe, li 7 giorni di più compresi ne' mesi freddi di quell' emisfero; mancò di avvertirsi da lui che, coll'accrescersi in questo caso il numero dei giorni, si accresce la durata di una condizione, contraria anzichè favorevole, al riscaldamento della superficie terrestre; sendo che si protrae la durata del tempo, in che la terra risente meno l'azione riscaldatrice del sole, il corso del quale è rivolto verso l'altro emisfero; in somma si prolunga l'inverno: vale a dire quella stagione dell'anno in cui l'altezza meridiana del sole, e la sua permanenza in ciaschedun giorno al di sopra del-

l'orizzonte si fanno minori; ciò che, come le rammentai in altra mia, anche al dire dell' Humboldt , e del Melloni , è quello appunto che determina la temperatura della superficie della terra. Si vuol dunque secondo l' opinione del Francoeur, rinvenire una compensazione fra due cause, anzi che opposte fra loro, conspiranti insieme ; imperciocchè sia relativamente all'emisfero australe nell'epoca nostra, sia nell'altra quanto all'emisfero nord, del pari che la maggiore distanza della terra dal sole nei mesi freddi, anche lo spazio maggiore di tempo in che questo o quello emisfero conviene che duri in quella condizione, nella quale è minore l'elevazione solare, e minore la lunghezza dei giorni, deve necessariamente fare che l'emisfero stesso risenta meno l'azione calorifica del sole: quell'azione per la quale può solo elevarsi la temperatura delle superficie terrestre.

Alcune parole aggiungerò a questa mia lettera, e ciò rispetto alla termocrosi atmosferica: prendendone motivo dalle ultime ricerche del ch. Volpicelli ; le quali sono venute a verificare in qualche modo quanto ella già aveva saputo intravedere. Cioè, mentre ella supponeva che giunto il sole ad una certa distauza dall'orizzonte, essendo i suoi raggi già sceverati da tutti gli elementi assorbibili, l'intensità dei suoi raggi calorifici resta costante fino al tramonto. Sebbene in fine ella ammetta che, considerata l'estensione dell'atmosfera che debbono attraversare i raggi medesimi, cresca veramente col crescere di questa estensione il calore assorbito, ma comparativamente sempre meno ; per cui nelle minori altezze solari, le variazioni di calore sieno meno sensibili; ora, come ho detto, il Volpicelli è giunto ad ottenere da'suoi sperimenti effetti abbastanza conformi alla sua supposizione; come probabilmente ella ha veduto negli ann. di sc. mat. t. IV, p. 157, e s. asserendosi da lui che « il raggio solare che attraversa l'atmosfera, mantiene costantemente la sua energia calorifica dal meriggio, fino verso le tre ore e mezza dopo; e quindi va diminuendo, per tornare poi costante verso i tre quarti prima del tramonto » ; ciò non solo è assai concordevole con quanto da lei si teneva già; ma, confesserò ancora, viene in qualche modo, come ella mi faceva rilevare, a complicare la cosa. Attendendo però che egli possa, come si propone, riprendere queste sue osservazioni, e vedere così se veramente quanto accade dal mezzodì all'ocaso, corrisponda a quanto avviene dal levar del sole al suo arrivo al meridiano ; e ciò che forse più importa, se questo, che ha rispetto al decremento diurno della intensità calorifica del sole, abbia ad ap-

plicarsi senz'altro alla sua altezza meridiana nelle diverse età dell'anno; ed altre tali cose, che pur conviene determinare, innanzi di desumerne un canone generale; pare a me che possiamo intanto affidarci a quanto in genere risulta dalle osservazioni del Melloni sui corpi diatermici, e quanto si ammette, può dirsi, dai fisici tutti, e proviamo noi stessi. Che il sole riscaldi meno quanto è meno elevato sull'orizzonte, qualunque sia la legge per la quale decresce la sua intensità calorifica nel discostarsi esso dal meridiano, è ciò che, come dissi in altra mia nel ricordare quanto si nota dal Kaemtz, pare indubitato. Lo che concorda appunto co' principii generali ammessi dal Melloni, perchè l'assorbimento dei raggi calorifici, i quali passano attraverso di una sostanza termocroica, siccome per avventura è l'atmosfera terrestre, è sempre maggiore quanto maggiore è la sua grossezza; e più particolarmente concorda con quanto espresse il Volpicelli stesso nella sua seconda comunicazione fatta all'acc. de' Nuovi lincei, sul raggiamento calorifico del sole, cioè: « che la intensità del raggio solare incidente, dipende dalla spessezza dell'atmosfera terrestre percorsa da esso », (nè fa ostacolo che egli faccia dipendere da ciò anche la qualità de'suoi elementi); ciò che da lui non si contraddice menomamente nella susseguente sua comunicazione; nella quale appunto egli espone quanto ha rispetto alle fasi, cui va soggetta l'intensità calorifica del sole dal mezzodì al tramonto.

Dia ella quel peso che più le piacerà a queste mie considerazioni; dalle quali se pur mi fosse permesso desumere una qualche conclusione, direi risultare da esse, doversi veramente ammettere una compensazione, forse esatta fra la intensità dell'azione calorifica del sole a varie distanze dalla terra, e la più o meno lunga permanenza di quest'astro da un lato o dall'altro dell'equatore; ma doversi una tale compensazione, perchè la durata bilancia l'intensità, quale risulta dal teorema del Lambert, non che dalle sue dimostrazioni, riferire all'emisfero verso il quale è rivolto il corso del sole nell'apogeo, anzi che all'emisfero opposto, come si vorrebbe dal Francœur; e che quand'anche piacesse acconsentire all'opinione di quest'ultimo, le altre circostanze, valevoli a modificare la temperatura della superficie terrestre, sarebbero bastanti a turbare quell'equilibrio, che da esso lui si suppone risultare, dal conflitto delle due sole condizioni da lui prese a calcolo; e quindi avrebbero a tenersi siccome cagione di quella bassa temperatura del nostro emisfero, asserita dal Fauverge, come causa de'molti ghiacciai, che ingombrarono questa

parte del nostro pianeta, nell'epoca alla quale egli fece allusione nell'esporre la sua dottrina.

Mi creda costantemente con somma ed affettuosa stima

Di Pesaro 8 Agosto 1853.

Suo Dmo. Serv.

D. PAOLI

PIROSTATICA. — *Formule pel cangiamento che nelle dimensioni materiali avviene, cangiando la temperatura, ed applicazioni delle medesime. Memoria del prof. P. VOLPICELLI (Continuazione).*

Le formule che abbiamo precedentemente stabilite (1), per le quali si determina con ogni generalità, il cangiamento che il volume dei corpi subisce, pel cangiare della temperatura dei medesimi; servono anche ad assegnare le condizioni, affinchè un pendolo composto si mantenga *sincrono* con se stesso, non ostante il variare della sua temperatura. Per tanto ci proponiamo di analizzare qui appresso quei pendoli composti, nei quali mediante opportuni congegni, si conserva sensibilmente invariata la distanza fra il centro di oscillazione, e l'asse di loro sospensione, malgrado gli effetti del calorico, tendenti sempre ad alterarla.

Ognuno sa che da questa distanza dipende la durata delle oscillazioni di un qualunque pendolo, e quindi la giusta misura del tempo. La lunghezza del pendolo semplice non geometrico ma fisico, neppur essa può rimanere costante, salvo che il medesimo, non sia trasformato in un sistema, nel quale il calorico neutralizzi o compensi gli effetti suoi nel senso della indicata distanza: un pendolo così ridotto dicesi *compensatore*, od anche *compensato*; e senza questo mezzo il pendolo semplice può arrivare in 24 ore, a più di 20 secondi di media differenza dall'estate all'inverno.

Procurando alle parti di un pendolo una conveniente forma e disposizione; /2
conoscendo i coefficienti di dilatazione delle diverse sostanze che lo compongono, e le dimensioni delle parti medesime, ad una determinata temperatura; si potranno sempre assegnare le condizioni, affinchè il suo centro di oscillazione rimanga sensibilmente alla medesima distanza dall'asse di sospensione, comunque variando la temperatura.

Per dimostrare le condizioni che rendono compensato un pendolo, tre diversi metodi qui appresso esporremo; il primo dei quali sebbene più rigoroso degli altri due, riesce però meno praticabile di questi; e le formule che dedurremo per l'indicato fine, oltre ad essere più generali, saranno ezian-
dio più estese, ed esatte di quelle già conosciute.

Ciascuno poi dei metodi stessi potrà essere applicato in due modi, uno cioè per ottenere la compensazione del pendolo, limitata però a due di-

(1) T. IV. di questi Atti, sessione 5.^a del 6 aprile 1851, p. 216.

verse temperature del medesimo; ed in questo primo caso le condizioni si possono determinare con tutta la generalità, ed esattezza. L'altro modo ha per fine la stessa determinazione ma senza limiti rispetto alle temperature; cosicchè data quella iniziale qualunque del pendolo, le formule della compensazione dipendono solo da questa, potendo l'altra variare quanto si vuole, senza che per ciò le formule stesse cangino di valore. Ma in questo secondo caso la ricerca nella sua generalità riesce più che determinata; e solo può giungersi a precisare le condizioni relative alla medesima, trascurando alcune quantità piccolissime nei risultamenti generali, ottenuti dal calcolo, come in seguito meglio vedremo.

Un pendolo compensato è sempre composto; ma non sempre un pendolo composto è compensato. Dovendoci occupare dei pendoli della prima specie, come quelli che unicamente si adottano per la esatta misura del tempo, faremo innanzi tutto riflettere, che i medesimi risultano dalla connessione di più corpi eterogenei fra loro, e di ordinario anche diversi nella forma. L'analisi di questi pendoli compensatori, per quello riferisce alla compensazione dei medesimi, deve principalmente consistere nella discontinuità delle masse da cui risultano.

Le diverse parti di un qualunque pendolo composto, hanno attuali velocità, differenti da quelle che avrebbero le parti medesime, se fossero isolatamente pendenti dal comune loro asse di sospensione, come si scorge dalle formule

$$(41) \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = \left[\Omega^2 + \frac{2ga}{a^2 + k^2} (\cos\theta - \cos\alpha) \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \omega = \left[\Omega^2 + \frac{2g}{a} (\cos\theta - \cos\alpha) \right]^{\frac{1}{2}}, \end{array} \right.$$

che danno l'angolare velocità ω , la prima per un pendolo composto, la seconda per uno semplice (1); poichè quella evidentemente risulta minore di questa. La connessione mutua delle parti di un pendolo composto, modifica le velocità impresse alle medesime dalla gravità relativa; cosicchè nell'insieme alcune si muovono più lente, altre più celeri di quello sarebbe, se le stesse parti fossero l'una dall'altra indipendenti. Da ciò discende che sull'asse, intorno cui supponiamo simmetrico il pendolo composto, deve trovarsi un punto,

(1) Poisson, traité de mécanique, Paris 1833, t. 2.º, p. 101, 102; e t. 1.º, pag. 339.

che oscillerà senza che la sua velocità impressa riceva perturbazione di sorta ; cioè che dovrà oscillare come se non fosse legato invariabilmente cogli altri superiori, ed inferiori ad esso. Ciò avviene perchè le accelerazioni, esercitate sopra l' indicato punto dagli altri a lui superiori, vengono completamente compensate dai ritardi, che sopra il medesimo esercitano gli altri punti ad esso inferiori. Dicesi *centro di oscillazione* questo punto; ed in esso intendendo riunita la massa tutta del pendolo composto, questo eseguirà le sue oscillazioni, tanto in ampiezza quanto in velocità, come nel primitivo e naturale suo stato.

Con l ed a si rappresentino le distanze, che in un pendolo composto di massa m , intercedono fra l'asse di sospensione, ed i centri uno di oscillazione, l'altro di gravità; inoltre indichiamo con r' ed r le rispettive distanze di un elemento qualunque dm del pendolo, da un asse che passa pel suo centro di sospensione, e da un altro parallelo al primo, che passa pel suo centro di gravità. Dicansi

$$S' (= \int r'^2 dm), \quad S (= \int r^2 dm),$$

i due momenti d'inerzia del pendolo medesimo, il primo rispetto l'asse di sospensione, il secondo rispetto un altro asse parallelo al medesimo, e passante pel centro di gravità del pendolo. Le cognite dottrine dinamiche ci forniscono le seguenti uguaglianze.

$$(42) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ovvero} \\ \text{ovvero} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} S' = S + Ma^2, \quad l = \frac{S'}{Ma}, \\ l = a + \frac{k^2}{a}, \quad \text{essendo } S = Mk^2, \end{array}$$

ove k è una retta di grandezza data (1).

Dalla terza delle (42) deduciamo $l > a$, lo che ci dimostra, che in un pendolo composto, il centro di oscillazione dista dall'asse di sospensione, più di quello sia il centro di gravità; e che perciò questi due centri distano fra loro. Le formule stesse appartengono a qualunque pendolo composto, ma per applicarle facilmente a quei pendoli compensatori, comunemente usati, e risultanti da più corpi eterogenei, che insieme connessi oscillano attorno un

(1) Poisson, *Traité de mécanique*, Paris 1833, t. 2.^o, pag. 53 e 54, pag. 100 e 102, formula (c).

comune asse di sospensione, dobbiamo alla seconda delle (42) procurare una forma più conveniente.

Sieno

$$m_1, m_2, m_3, \dots, m_n,$$

le rispettive masse, dalla connessione delle quali risulta il pendolo composto. Dicansi

$$l_1, l_2, l_3, \dots, l_n,$$

le distanze dei centri di oscillazione di queste masse, dal comune loro asse di sospensione. Rappresentino

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$$

le distanze dei rispettivi centri di gravità dall'asse medesimo; e sieno

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n,$$

i rispettivi momenti d'inerzia delle indicate masse, riferiti all'asse comune di loro sospensione. Dalla seconda delle (42) abbiamo

$$S_1 = m_1 a_1 l_1, S_2 = m_2 a_2 l_2, S_3 = m_3 a_3 l_3, \dots, S_n = m_n a_n l_n;$$

ed il momento d'inerzia S' di tutto il pendolo composto, riferito al medesimo asse, verrà espresso dalla

$$S' = m_1 a_1 l_1 + m_2 a_2 l_2 + m_3 a_3 l_3 + \dots + m_n a_n l_n,$$

Ma per la teorica del centro di gravità sappiamo essere

$$Ma = m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + \dots + m_n a_n,$$

dunque sostituendo nella seconda delle (42) avremo

$$l = \frac{m_1 a_1 l_1 + m_2 a_2 l_2 + m_3 a_3 l_3 + \dots + m_n a_n l_n}{m a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + \dots + m_n a_n}.$$

(43) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se le masse talmente sieno disposte, che i centri loro di gravità, e di} \\ \text{oscillazione, abbastanza si allontanino dal comune asse di sospensione,} \\ \text{oltre ad essere molto fra loro vicini, potremo senza errore sensibile} \\ \text{stabilire} \end{array} \right.$

$$l_1 = a_1, l_2 = a_2, l_3 = a_3, \dots, l_n = a_n,$$

per cui sarà con grande approssimazione

$$l = \frac{m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + m_3 a_3^2 + \dots + m_n a_n^2}{m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + \dots + m_n a_n}.$$

La seconda (43), più comodamente della prima, si presta per determinare le condizioni, che assicurano la invariabilità della lunghezza l , non ostante il variare della temperatura.

Se la distanza del centro di oscillazione dall'asse di sospensione, dipendesse unicamente dalla quantità di massa del pendolo, non potrebbe la diversa temperatura spostare per nulla questo centro; perchè il calorico non può variare la quantità di molecole. Però siccome la indicata distanza dipende anche dalla distribuzione della materia stessa nel rispettivo pendolo, relativamente all'asse medesimo, e ciò risulta dalle (43); così è chiaro che variando la temperatura, dovrà eziandio variare quella distanza.

Secondo che la temperatura aumenta, o diminuisce la lunghezza l , si rallentano, o si accelerano, per la formula cognita

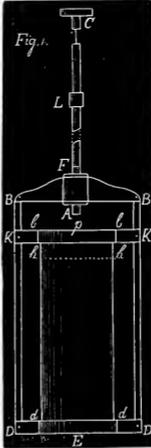
$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

le oscillazioni del pendolo; perciò è che ad ottenere l'isocronismo del medesimo, bisogna procurare la costanza della l , mediante i pendoli a compensazione, che sono in diversi modi costrutti; mentre ciascuno ha per fine, avvicinare all'asse di sospensione, o da questo allontanare una parte della massa del sistema, quando l'altra parte se ne allontana, o se ne avvicina; e tutto ciò mediante l'azione del calorico, per artificio ridotta compensatrice. Questa compensazione si approssimerà tanto più ad essere perfetta, quanto più il centro di oscillazione sarà lontano da quello di sospensione, e vicino al centro di gravità; perciò è che la massa, nei pendoli così fatti, deve trovarsi quanto più si può raccolta nella estremità inferiore dei medesimi, perchè allora poco differiscono l'una dall'altra le formole (43), e la seconda più comoda, può essere alla prima sostituita.

Non ci fermeremo qui ad esporre i congegni di compensazione, fatti da Graham e da Harrison' dal 1721 al 1726, da Julien L. R. nel 1738, da Deparcieux nel 1739, da Cassini nel 1741, da Ellicott verso il 1753, da Ferdinando Berthoud nel 1760, ecc.; ma ci occuperemo soltanto di quei pendoli compensatori, che sono più in uso, incominciando perciò da quello a mercurio, che fu nel 1726 immaginato e costruito da Graham, celebre orologiaio inglese, membro della Società Reale di Londra; e che oggi viene adottato di preferenza nei principali osservatori, come quello che alla maggior semplicità, unisce la maggiore possibile precisione.

In questo pendolo è chiaro che, quando la temperatura s'innalza, tutto

il sostegno si allunga dall'alto al basso; mentre il vase cilindro, ed il mercurio si allungano in senso contrario, cioè dal basso all'alto. Conoscendo i coefficienti di dilatazione delle sostanze che compongono il pendolo, e le dimensioni delle sue parti ad una data temperatura, si potrà determinare col calcolo, quali debbano essere le condizioni da soddisfare, perchè il pendolo sia compensato; cioè perchè il suo centro di oscillazione nè scenda nè salga per le variazioni di temperatura.



Supponiamo che le parti del pendolo a mercurio (fig. 1), sieno tutte alla temperatura t , quindi si dica:

$\lambda_i (= CA + BD)$ la lunghezza della verga cilindrica di acciaio, più l'altezza del rettangolo o telaio $BDDb$ dello stesso metallo, e che sostiene il recipiente cilindrico $bddb$, il quale può essere di quella sostanza che più si crede conveniente, ferro, vetro, ecc.

$\alpha_i (= bd)$ l'altezza del recipiente medesimo, nel quale si contiene il mercurio,

$x_i (= hd)$ l'altezza del mercurio stesso, avente hh per livello, e per base un circolo del diametro interno $dd = 2r_i$, donde

$r_i (= \frac{dd}{2})$ il raggio interno della base circolare del recipiente cilindrico.

Inoltre osserviamo che questo pendolo può riguardarsi composto di tre masse distinte, cioè:

$m_1 (= CFBDEDBF)$ quella di tutto il sostegno di acciaio, inclusovi l'anello bpb , colle sue braccia bk , che servono ad impedire il rovesciamento del recipiente $bddb$, il quale può liberamente scorrere nell'anello medesimo,

$m_2 (= bddb)$ quella del recipiente cilindrico,

m_3 quella del mercurio contenuto nel recipiente stesso.

Le distanze a_1, a_2, a_3 dei centri di gravità di queste masse dall'asse di sospensione del pendolo, facilmente si troveranno espresse come siegue

$$a_1 = \frac{1}{n} \lambda_i, \quad a_2 = \lambda_i - \frac{1}{q} \alpha_i, \quad a_3 = \lambda_i - \frac{1}{2} x_i,$$

essendo n, q numeri cogniti dalla sperienza, e trascurando l'ertezze delle basi, una DD , l'altra dd , ambedue tenuissime, per non rendere il calcolo più lungo. Però quando si volesse, potrebbero le basi medesime pure calcolarsi, ma senza

notevole aumento di esattezza nei risultamenti numerici. Se introduciamo nella seconda (43) questi valori, ed eliminiamo le masse m_1, m_2, m_3 , per mezzo dei corrispondenti pesi loro p_1, p_2, p_3 , avremo

$$(44) \quad l_t = \frac{p_1 \frac{\lambda_t^2}{n^2} + p_2 \left(\lambda_t - \frac{\alpha_t}{q} \right)^2 + p_3 \left(\lambda_t - \frac{1}{2} x_t \right)^2}{p_1 \frac{\lambda_t}{n} + p_2 \left(\lambda_t - \frac{\alpha_t}{q} \right) + p_3 \left(\lambda_t - \frac{1}{2} x_t \right)}$$

Se la temperatura t cangi e divenga t' , le quantità $\lambda_t, \alpha_t, x_t, r_t$, diverranno $\lambda_{t'}, \alpha_{t'}, r_{t'}, x_{t'}$; quindi anche il valore di l_t si cangerà in $l_{t'}$: cioè in genere il pendolo non oscillerà più come alla temperatura t . Ma poichè le altezze α_t, x_t che appartengono al recipiente ed al mercurio contenuto in esso, variano in opposto al variare della lunghezza λ_t , ne viene che mediante una opportuna quantità di mercurio, le distanze $l_t, l_{t'}$ del centro di oscillazione dall'asse di sospensione potranno, a due temperature comunque fra loro diverse, uguagliarsi; nel qual caso il pendolo dicesi compensato dagli effetti del calorifico. Per tanto avremo

$$(45) \quad l_{t'} = \frac{p_1 \frac{\lambda_{t'}^2}{n^2} + p_2 \left(\lambda_{t'} - \frac{\alpha_{t'}}{q} \right)^2 + p_3 \left(\lambda_{t'} - \frac{1}{2} x_{t'} \right)^2}{p_1 \frac{\lambda_{t'}}{n} + p_2 \left(\lambda_{t'} - \frac{\alpha_{t'}}{q} \right) + p_3 \left(\lambda_{t'} - \frac{1}{2} x_{t'} \right)}$$

Dalla prima delle formole (5) si ha

$$(46) \quad \lambda_{t'} = \lambda_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) \quad \alpha_{t'} = \alpha_t \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right),$$

essendo β, δ i rispettivi coefficienti della dilatazione lineare per le due masse, una di tutto il montante, l'altra del recipiente cilindrico (1).

Per quello poi riguarda il cangiamento dell'altezza x_t del mercurio, a cagione della temperatura, siccome questo metallo è liquido, così dobbiamo considerare la sua dilatazione cubica; perciò chiaro apparisce che il valore $x_{t'}$, dovrà dipendere pur anco dal cangiamento della capacità del recipiente cilindrico. Adunque innanzi tutto avremo

$$r_{t'} = r_t \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right),$$

(1) Vedi questi Atti, T. IV, sessione V.^a del 6 aprile 1851, pag. 219.

ed inoltre il volume v_t del mercurio, contenuto nel recipiente stesso, alla temperatura t , sarà dato dalla

$$v_t = \pi r_t^2 x_t.$$

Posto ciò, la formula (9) della dilatazione cubica dei liquidi (1), ci porge

$$v_{t'} = v_t \left(\frac{1 + \gamma t'}{1 + \gamma t} \right) = \pi r_t^2 x_t \left(\frac{1 + \gamma t'}{1 + \gamma t} \right),$$

essendo γ il coefficiente della dilatazione assoluta del mercurio. Ma possiamo anche stabilire

$$v_{t'} = \pi r_{t'}^2 x_{t'} = \pi r_t^2 \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right)^2 x_t;$$

quindi uguagliando fra loro i due trovati valori di $v_{t'}$, avremo

$$(47) \quad x_{t'} = \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2} x_t.$$

Mediante le (46), (47), la (45) si ridurrà nella

$$(48) \quad l_{t'} = \frac{\frac{p_1 \lambda_t^2}{n^2} \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right)^2 + p_2 \left[\lambda_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) - \frac{\alpha_t}{q} \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right) \right]^2 + p_3 \left[\lambda_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) - \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2 x_t}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2 2} \right]^2}{\frac{p_1 \lambda_t}{n} \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) + p_2 \left[\lambda_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) - \frac{\alpha_t}{q} \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right) \right] + p_3 \left[\lambda_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) - \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2 x_t}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2 2} \right]}$$

Affinchè il pendolo divenga compensatore, sia per le due temperature t, t' , sia per qualunque cangiamento di temperatura, è chiaro che in ambo i casi dovrà verificarsi la

$$(49) \quad l_t - l_{t'} = 0.$$

Nel primo caso questa equazione di 3.º rispetto alle x_t, λ_t , fornirà il valore di x_t in funzione di λ_t , e delle altre quantità t, t' , ec.: nel secondo caso poi si dovrà verificare la equazione stessa, indipendentemente dai valori delle t, t' . Perciò dall'eguagliare a zero la differenza dei due valori ottenuti, uno di l_t dalla (44), l'altro di $l_{t'}$ dalla (48), avremo un'equazione, che ordinata per le potenze di t , e di t' , dovrà essere nulla per l'annullamento dei coefficienti delle potenze medesime. Coll' indicato processo di calcolo, giungeremo a stabilire le condizioni, onde il pendolo a mercurio sia prossimamente compensato per qualunque temperatura. Però questo calcolo nella massima sua genera-

(1) Luogo citato, pag. 220.

pensazione del pendolo per le due temperature 0° , e t° . Soddisfacendo poi alla (49) indipendentemente dalla temperatura t , il problema rimarrà tuttavia più che determinato.

Però a semplificare maggiormente l'attuale quistione, si sviluppino i termini della seconda (50), trascurando quelli moltiplicati sia per le potenze quadrate delle piccolissime frazioni β , γ , sia pei prodotti loro; avremo il valore di l_t ridotto più semplicemente come siegue

$$l_t = \frac{A + Ct}{B + Dt},$$

essendo

$$(51) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = 4p_1\lambda_0^2 + 4n^2p_2\lambda_0^2 - 4n^2p_2\lambda_0x_0 + n^2p_2x_0^2, \\ C = 24p_1\lambda_0^2\beta + 24n^2p_2\lambda_0^2\beta - 12\lambda_0x_0n^2p_2\beta - 4n^2p_2\lambda_0x_0\gamma + 2n^2p_2\gamma x_0^2, \\ B = 4np_1\lambda_0 + 4n^2p_2\lambda_0 - 2n^2p_2x_0, \\ D = 20np_1\lambda_0\beta + 20n^2p_2\lambda_0\beta - 2n^2p_2\gamma x_0 - 4n^2p_2\beta x_0. \end{array} \right.$$

Per tanto poichè $l_0 = \frac{A}{B}$, così la condizione (49), che in questo caso riduce compensato il pendolo indipendentemente dalla temperatura t , diviene

$$(52) \quad AD - BC = 0.$$

Questa equazione mediante le (51), nelle quali si dovranno sostituire i valori numerici delle p_1 , p_2 , β , γ , risulta di terzo grado, tanto per λ_0 , quanto per x_0 ; e perciò data una qualunque di queste due lunghezze, si conoscerà l'altra per la richiesta compensazione, indipendentemente dalla temperatura t , diversa dalla iniziale 0° . Potrebbe soddisfarsi alla (52) mediante le

$$C = 0, \quad D = 0,$$

per lo che abbiamo $l_t = \frac{A}{B}$; ma in questo caso il problema sarà più che determinato, perchè si avrà in due diversi modi la relazione fra le l_0 , x_0 .

Un secondo metodo per ottenere prossimamente compensato un pendolo a mercurio, potrebbe consistere nel riguardare costante la distanza dal suo centro di oscillazione dall'asse di sospensione, quando siasi assicurato che per

qualunque variazione di temperatura, la distanza del centro di gravità di tutto il sistema dall'asse medesimo, non varia. Ed in fatti la posizione del centro di oscillazione, differisce in generale da quella del centro di gravità in un corpo; ma questa differenza tanto più diminuisce, quanto più il corpo, per la disposizione della sua massa, viene ad accostarsi ad un pendolo semplice. Sia Δ_c la distanza del centro di gravità di tutto il pendolo dall'asse di sua sospensione: ritenute le precedenti denominazioni, e supposto che la materia del recipiente cilindrico differisca da quella del suo sostegno CBDDB fig. (1), e che per costruzione, la dilatazione del recipiente stesso proceda come quella del mercurio, cioè in opposto alla dilatazione del sostegno indicato; avremo

$$(53) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta_c &= \frac{p_1 \frac{\lambda_c}{n} + p_2 \left(\lambda_c - \frac{\alpha_c}{q} \right) + p_3 \left(\lambda_c - \frac{1}{2} x_c \right)}{P} \\ &= \frac{2qp_1 \lambda_c + 2np_2 (q\lambda_c - \alpha_c) + qnp_3 (2\lambda_c - x_c)}{2qnP} \end{aligned} \right. ,$$

nella quale P rappresenta il peso di tutto pendolo, cioè

$$P = p_1 + p_2 + p_3.$$

Per la temperatura t' avremo

$$\Delta_{c'} = \frac{2qp_1 \lambda_{c'} + 2np_2 (q\lambda_{c'} - \alpha_{c'}) + qnp_3 (2\lambda_{c'} - x_{c'})}{2nqP} .$$

Sostituendo in questa formola i valori delle (46) e (47), la medesima si ridurrà nella

$$54) \Delta_{c'} = \frac{2qp_1 \lambda_{c'} \left(\frac{1+\beta t'}{1+\beta t} \right) + 2np_2 \left[q\lambda_{c'} \left(\frac{1+\beta t'}{1+\beta t} \right) - \alpha_{c'} \left(\frac{1+\delta t'}{1+\delta t} \right) \right] + qnp_3 \left[2\lambda_{c'} \left(\frac{1+\beta t'}{1+\beta t} \right) - x_{c'} \frac{(1+\gamma t')(1+\delta t')^2}{(1+\gamma t)(1+\delta t)^2} \right]}{2qnP} .$$

Mediante le (53), (54) calcolando l'equazione di condizione

$$(55) \quad \Delta_c - \Delta_{c'} = 0 ,$$

la quale riescirà di primo grado rispetto alle x_c , $\lambda_{c'}$, e soddisfacendo alla condizione medesima, una volta col determinare il valore della x_c in funzione di $\lambda_{c'}$ e delle altre quantità α_c , t , t' , ec.; un'altra coll'annullare i coefficienti delle potenze, e

dei prodotti delle t, t' , avremo assicurata la compensazione del pendolo; però nel primo caso per le due temperature t, t' , nel secondo per qualunque variazione di temperatura. Ma il problema in questo secondo caso, che appunto è il più rimarchevole, perchè proprio della pratica, riesce ancora più che determinato; laonde ci riporteremo alle particolarità già contemplate nel primo metodo, che si riferisce al pendolo della (fig. 2); poichè i risultamenti così raggiunti, sono riconosciuti soddisfacenti abbastanza nella pratica. Supporremo cioè:

$$t = 0, \quad t' = t, \quad p_2 = 0, \quad \delta = \beta,$$

sostituendo inoltre p_2 alla p_3 . Con queste particolarità le (53), (54) si ridurranno alle

$$(56) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta_0 &= \frac{2p_1\lambda_0 + np_2(2\lambda_0 - x_0)}{2nP} \\ \Delta_t &= \frac{2p_1\lambda_0(1+\beta t)^3 + np_2[2\lambda_0(1+\beta t)^3 - x_0(1+\gamma t)]}{2nP(1+\beta t)^2} \end{aligned} \right.$$

Sviluppando i termini della seconda (56), con trascurare quelli moltiplicati, sia per le potenze quadrate delle piccolissime frazioni β, λ , sia per i prodotti di esse, la (55) fornirà

$$2p_1\lambda_0\beta + 2np_2\lambda_0\beta + 2np_2\beta x_0 - np_2\gamma x_0 = 0,$$

donde

$$(57) \quad x_0 = \frac{2\beta(p_1 + np_2)}{np_2(\gamma - 2\beta)} \lambda_0,$$

che nel caso contemplato assicura molto prossimamente la compensazione.

Un terzo metodo per ottenere la compensazione del pendolo a mercurio, consiste nel procurare che sia costante la distanza dall'asse di sospensione, non già del centro di gravità di tutto il pendolo stesso, ma solo del mercurio contenuto nel suo recipiente cilindrico. Questo terzo metodo è basato sull'essere molto breve la distanza tra il centro di gravità del mercurio, ed il centro di oscillazione del pendolo. Perciò trascurando l'effetto del calorico su questa breve distanza, basterà per una molto approssimata compensazione del pendolo, che la distanza del centro di gravità del cilindro di mercurio, nè si allontani, nè si avvicini all'asse di sospensione. Vediamo per tanto come possano generalmente stabilirsi le condizioni, affinchè l'indicato centro di gravità rimanga fisso, variando comunque la temperatura.

Ritengasi adunque che il centro di oscillazione in questo pendolo, si possa considerare, senza tema di errore sensibile, rimanere sempre ugualmente distante dal centro di gravità del mercurio; poniamo $CA + BK = d$, $bd = d'$, e dicasi L la distanza del centro di gravità medesimo dall'asse C di sospensione (fig. 2). Conservando le denominazioni già stabilite, avremo

$$(58) \quad \left\{ \begin{array}{l} L = d + d' - \frac{x}{2}, \\ L' = d' + d' - \frac{x'}{2}, \end{array} \right.$$

essendo t , t' due diverse temperature, ed indicando con x , l'altezza del mercurio nel recipiente, contata dal suo fondo dd , come nei casi precedenti. Mediante le (46) e la (47), applicate al caso attuale, avremo

$$d = d \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right), \quad d' = d' \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right), \quad x = \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2} x';$$

perciò la seconda delle (58) si ridurrà nella

$$(59) \quad L' = d \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) + d' \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right) - \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2} \frac{1}{2} x'.$$

Ma per la compensazione dev'essere

$$L' - L = 0,$$

dunque sostituendo in questa otterremo

$$d \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right) + d' \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right) - \frac{(1 + \gamma t')(1 + \delta t)^2}{(1 + \gamma t)(1 + \delta t')^2} \frac{x}{2} - d - d' + \frac{x}{2} = 0,$$

che risolta rispetto ad x , ci dà con facile calcolo, ed a riduzioni eseguite, la

$$(60) \quad x = \frac{2(1 + \gamma t)(1 + \delta t)^2 [(1 + \delta t)d_t \beta + (1 + \beta t)d' \delta]}{(1 + \beta t)(1 + \delta t)[\gamma - 2\delta - \delta^2(t + t' + \gamma t t')]},$$

formula che fornisce l'altezza x del mercurio, da contenersi nel recipiente cilindrico, per produrre l'esatta compensazione del pendolo nell'attuale ipotesi, relativamente però alle due temperature date t , t' .

Facendo nella (60) $t = 0$, $t' = t$, avremo la

$$x_0 = \frac{2(1 + \delta t)^2 (\beta d_0 + \delta d_0 t)}{\gamma - 2\delta - \delta^2 t};$$

quindi per $t = 1$, si avrà

$$(61) \quad x_0 = \frac{2(1 + \delta)^2(d_0\beta + d'_0\delta)}{\gamma - \delta(2 + \delta)} ;$$

e trascurando i termini moltiplicati per δ^2 , $\beta\delta$, δ^3 , come frazioni piccolissime, avremo l'altra formola più semplice, ma meno esatta

$$(62) \quad x_0 = \frac{2(d_0\beta + d'_0\delta)}{\gamma - 2\delta} .$$

Di qui nasce la equazione di condizione

$$2(d_0\beta + d'_0\delta) - x_0(\gamma - 2\delta) = 0 ,$$

che dall' illustre Biot viene assegnata direttamente (1), per la compensazione del pendolo a mercurio, e che noi deducemmo come un corollario dalla (60).

Le (61), (62) possono discendere tanto in altra guisa dalla stessa (60), quanto da un calcolo più generale di questo. Per mettere ciò in chiaro primieramente dicasi k , il coefficiente della dilatazione superficiale della sostanza, di cui si compone il recipiente cilindrico; dipenderà k dal coefficiente δ della dilatazione lineare di questa medesima sostanza nel seguente modo, ed assai prossimamente

$$(63) \quad k = 2\delta + \delta^2,$$

come già fu dimostrato (2) Esprimendo con s_t , $s_{t'}$ la circolare superficie della base del recipiente cilindrico alle temperature t , t' , avremo

$$s_t = \pi r_t^2 ,$$

ed anche

$$s_{t'} = s_t \left(\frac{1 + kt'}{1 + kt} \right) = \pi r_t^2 \left(\frac{1 + kt'}{1 + kt} \right) .$$

Abbiamo inoltre

$$s_{t'} = \pi r_{t'}^2 = \frac{\pi r_t^2 (1 + \delta t')^2}{(1 + \delta t)^2} ;$$

dunque uguagliando queste due espressioni di $s_{t'}$, avremo

(1) *Traité de physique*, T. 1.^o, pag. 171, Paris 1816.

(2) Vedi questi Atti, T. IV, sessione V.^a del 6 aprile 1851, pag. 218.

$$\frac{1 + kt'}{1 + kt} = \left(\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t} \right)^2$$

dalla quale si ottiene la

$$t'^2 + \left(\frac{2\delta - k\delta^2 t^2 - k}{\delta^2 kt + \delta^2} \right) t' + \frac{kt - 2\delta t - \delta^2 t^2}{\delta^2 kt + \delta^2} = 0$$

Risolvendo e riducendo, avremo

$$t' = \frac{k(1 + \delta^2 t^2) - 2\delta \pm \sqrt{[k^2(1 - \delta^2 t^2)^2 + 4\delta^2(1 + \delta t)^2 - 4\delta k(1 + \delta t - \delta^2 t^2 - \delta^3 t^3)]}}{2\delta^2(kt + 1)};$$

e se riflettasi che la quantità sotto al vincolo radicale non è altro, fuorchè il quadrato del binomio

$$k(1 - \delta^2 t^2) - 2\delta(1 + \delta t),$$

sarà

$$t' = \frac{k(1 + \delta^2 t^2) - 2\delta \pm [k(1 - \delta^2 t^2) - 2\delta(1 + \delta t)]}{2\delta^2(kt + 1)}.$$

In questa formula vale soltanto il segno +; giacchè il segno — conduce alla $t' = t$, equazione che non può ammettersi; perciò avremo finalmente

$$t' = \frac{k - 2\delta - \delta^2 t}{\delta^2(kt + 1)},$$

dalla quale, se per mezzo della (62) si elimini k , otterremo

$$(64) \quad t' = \frac{1 - t}{\delta(2 + \delta)t + 1}.$$

Combinando fra loro le (60), (64) avremo in funzione dei coefficienti β , δ , γ , e della temperatura cognita t , l'altezza x_t del mercurio, per la richiesta compensazione fra due date temperature.

Suppongasi $t = 0$, dalla (64) avremo $t' = 1$, e la (60) per questi valori diverrà

$$x_0 = \frac{2(1 + \delta)^2(d_0\beta + d'_0\delta)}{\gamma - (2\delta + \delta^2)},$$

che coincide colla (61), e che ora in altra guisa, come ci preponemmo, si è fatta discendere dalla (59).

Secondariamente possiamo giungere alla (61), seguendo un calcolo diverso dal precedente, ma che ci condurrà pure a formule più generali. Per tanto abbiamo

$$\frac{1+\beta t'}{1+\beta t} = 1 + \frac{\beta(t' - t)}{1 + \beta t}, \quad \frac{1+\delta t'}{1+\delta t} = 1 + \frac{\delta(t' - t)}{1 + \delta t},$$

$$\frac{1+\gamma t'}{1+\gamma t} = 1 + \frac{\gamma(t' - t)}{1 + \gamma t}, \quad \frac{1+\delta t'}{1+\delta t} = 1 + \frac{\delta(t - t')}{1 + \delta t'},$$

per le quali dalla (59) avremo

$$L_t' = d_t + d_t' - \frac{x_t}{2} + d_t \beta \frac{(t' - t)}{1 + \beta t} + d_t' \delta \frac{(t' - t)}{1 + \delta t}$$

$$- \frac{x_t}{2} \left[\frac{2\delta(t - t')}{1 + \delta t'} + \frac{\delta^2(t - t')^2}{(1 + \delta t')^2} + \frac{\gamma(t' - t)}{1 + \gamma t} \left(1 + \frac{2\delta(t - t')}{1 + \delta t'} + \frac{\delta^2(t - t')^2}{(1 + \delta t')^2} \right) \right].$$

Ma in riguardo alla prima delle (58) apparisce, che allora si otterrà la cercata compensazione, quando nel secondo membro della precedente uguaglianza, la somma dei termini tutti, eccetto i tre primi, sia nulla; cioè quando abbiasi verificata la

$$(65) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2[d_t \beta (1 + \delta t) + d_t' \delta (1 + \beta t)] (1 + \delta t')^2 (1 + \gamma t) \\ + x_t (1 + \beta t) (1 + \delta t) [2\delta (1 + \delta t') + \delta^2 (t - t')] (1 + \gamma t) \\ - \gamma [(1 + \delta t')^2 + 2\delta (t - t') (1 + \delta t') + \delta^2 (t - t')^2] \end{array} \right\} = 0.$$

da cui si ottiene il valore della x_t . A raggiungere da questa equazione i risultamenti già ottenuti per altra via, basta porre in essa $t = 0$, $t' = 1$; ed avremo per corollario la

$$2(1 + \delta)^2 (d_t \beta + d_t' \delta) + x_0 (2\delta + \delta^2 - \gamma) = 0,$$

da cui si ottiene la (61), e quindi la (62).

Volendo poi risolvere il problema con tutta la generalità che può conciliarsi coll'attuale ricerca, osserviamo che alla (65) si deve soddisfare indipendentemente dai valori delle t , t' . Perciò si dovrà la (65) ordinare secondo le potenze di queste due variabili, e si dovranno quindi uguagliare a zero i coefficienti delle medesime. Da queste uguaglianze, tutte di primo grado rispetto alle d_t , d_t' , x_t , avremo in generale come determinare due qualunque delle medesime in funzione della terza, che dovrà essere data. Però il problema, così generalmente risoluto, riesce più che determinato in riguardo alla proposta costruzione del pendolo, per la quale il numero dell'equazioni ottenute nell' indicato modo, supera quello delle incognite. Ma ciò si evita riflettendo che le β , δ , γ sono frazioni piccolissime, per cui si possono i ter-

mini moltiplicati pei prodotti, e per le potenze loro trascurare, senza che abbiasi a temere un errore sensibile. Quindi è che la (65), dopo essere stata ordinata come si è detto, potrà limitarsi ai soli primi due termini polinomiali, o, con esattezza minore, al solo primo dei termini stessi.

Vediamo tutto ciò prima nel caso più comune di $t = 0$, $t' = t$: fatte queste sostituzioni nella (65), ed ordinata per le potenze di t , essa riducesi alle seguente

$$(2d_o\beta\delta^2 + 2d'_o\delta^3)t^2 + (4d_o\beta\delta + 4d'_o\delta^2 + x_o\delta^2)t - 2d_o\beta + 2d'_o\delta + 2x_o\delta - \gamma x_o = 0,$$

in cui nulla si è trascurato; quindi per la compensazione dovranno aversi le tre seguenti uguaglianze

$$(66) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2d_o\beta + 2d'_o\delta + 2x_o\delta - \gamma x_o = 0, \\ 4d_o\beta\delta + 4d'_o\delta^2 + x_o\delta^2 = 0, \\ 2d_o\beta\delta^2 + 2d'_o\delta^3 = 0. \end{array} \right.$$

Per soddisfare alle (66) si vede facilmente, che dovrà essere

$$x_o = 0, \quad d'_o = -\frac{\beta}{\delta}d_o,$$

valori che non risolvono fisicamente il problema. Dovremo perciò ricorrere all'approssimazione già indicata, considerando cioè i coefficienti delle t , t^2 come nulli, perchè risultanti da potenze seconde e terze di frazioni piccolissime; sussisterà in tal caso la sola prima delle (66), dalla quale avremo

$$x_o = \frac{2(d_o\beta + d'_o\delta)}{\gamma - 2\delta},$$

che coincide colla (62).

Ma torniamo sulla (65), ed ordiniamola generalmente come si è detto, raccogliendo però solo quei termini che sono moltiplicati, sia per t , sia per t' , come pure per quelli che non dipendono da queste variabili. La considerazione degli altri termini moltiplicati pei prodotti e per le potenze superiori alla prima delle variabili medesime, riescirebbe superflua, giacchè accrescerebbe il numero dell'eguaglianze di condizione, mancando le incognite per soddisfare alle medesime. Deve poi riflettersi che il considerare nulli gli altri termini della (65), quelli cioè moltiplicati pei prodotti e per le potenze delle t , t' superiori alla prima, non è lungi dal vero; poichè i rispettivi loro

coefficienti risultano dalla somma di prodotti, ognuno dei quali contiene come fattore per lo meno tre dimensioni delle piccolissime frazioni β , δ , γ ; perciò le somme stesse possono a buon diritto riguardarsi prossimamente nulle.

Pertanto dopo eseguite le indicate operazioni sulla (65), essa riducesi alla

$$\begin{aligned} & 2d_t\beta + 2d'_t\delta + 2\delta x_t - \gamma x_t + (2d'_t\beta\delta + 2d_t\beta\gamma + 2d_t\beta\delta), \\ & + 2d'_t\delta\gamma + 3\delta^2x_t + 2\beta\delta x_t - \delta\gamma x_t - \gamma\beta x_t)t, \\ & + (4d_t\beta\delta + 4d'_t\delta^2 + \delta^2x_t)t' + \dots = 0. \end{aligned}$$

Di qui avremo le seguenti eguaglianze di condizione

$$(67) \begin{cases} 2d_t\beta + 2d'_t\delta + 2\delta x_t - \gamma x_t = 0, \\ 2d'_t\beta\delta + 2d_t\beta\gamma + 2d_t\beta\delta + 2d'_t\delta\gamma + 3\delta^2x_t + 2\beta\delta x_t - \delta\gamma x_t - \gamma\beta x_t = 0, \\ 4d_t\beta\delta + 4d'_t\delta^2 + \delta^2x_t = 0. \end{cases}$$

Dalla prima delle (66) avremo

$$(68) \quad x_t = \frac{2(d_t\beta + d'_t\delta)}{\gamma - 2\delta},$$

formula più generale della (62), perchè dedotta indipendentemente dal valore numerico t della temperatura iniziale del pendolo, che si vuole ridurre compensato; dalla quale concludiamo doversi l'altezza del mercurio per la compensazione medesima calcolare sempre nello stesso modo, qualunque sieno le temperature t , t' . Ponendo $t = 0$ nella (68), si ottiene la (62), che perciò è un corollario della prima.

Il trovato valore, sostituito nella terza (67), ne fornisce

$$d'_t = -\frac{\beta}{\delta} d_t, \text{ donde } x_t = 0.$$

Questi valori, posti nella seconda delle (67), la riducono alla

$$2\beta(\delta - \beta)d_t = 0;$$

dunque le (67), per essere insieme verificate, non forniscono una soluzione fisica del problema. Però trascurando nella (65) anche i coefficienti delle t , e t' , perchè composti di termini contenenti ognuno due dimensioni delle piccolissime frazioni β , δ , γ , resterà da verificare la sola prima delle (67), che ci fornisce il valore della x_t , già determinato colla (68). Questa formula soddisfa, è vero,

prossimamente all'attuale ricerca; ma deve considerarsi come la soluzione più generale possibile della medesima.

La materia di cui si compone il recipiente cilindrico del mercurio, può essere, o vetro, o ferro; ma può anche al recipiente stesso ed al mercurio sostituirsi un cilindro di zinco, metallo anch'esso più dilatabile del ferro. In questo caso la verga del pendolo deve traversare tutto l'asse del cilindro in guisa, che mentre pel cangiamento di temperatura la lunghezza di essa varia in un senso, quella del cilindro di zinco debba variare in opposto. Perciò dovrà la verga scorrere senz'attrito lungo l'asse del cilindro, il quale poggerà sull'estremo inferiore della medesima, opportunamente a ciò foggiato. Reid nel 1812 ha costruito un compensatore con un'asta di acciaio, la quale nell'estremo inferiore sostiene la base inferiore di un cilindro di zinco, dentro cui può scorrere l'asta medesima; mentre la base superiore dello stesso cilindro, sostiene il centro della lente del pendolo. Egli è chiaro che le dilatazioni od i restringimenti, della verga e del cilindro insieme, producendo effetti contrari sul centro della lente, si potranno compensare perfettamente, purchè alla verga ed al cilindro si diano convenienti lunghezze. Il sig. Enrico Robert immaginò, con maggior semplicità, un pendolo compensatore a zinco: l'asta era di platino, e sosteneva coll'estremo suo inferiore una larga lente di zinco, la quale veniva traversata dall'asta medesima. Il centro di gravità di questa lente, conserverà sempre la medesima distanza dal centro di sospensione del pendolo, se la dilatazione dell'asta indicata, eguagli quella del raggio della lente di zinco; ciò che ha luogo quando il raggio medesimo sia circa un terzo dell'asta.

Per assegnare le condizioni di compensazione del pendolo a zinco, questo metallo essendo foggiato senza più in un cilindro, dovremo porre nelle (58) $d'_t = 0$, e perciò esse diverranno

$$(69) \quad L_t = d_t - \frac{1}{2} x_t, \quad L_{t'} = d_{t'} - \frac{1}{2} x_{t'}.$$

Chiamando ε il coefficiente della dilatazione lineare dello zinco, avremo eziandio

$$d_{t'} = d_t \left(\frac{1 + \beta t'}{1 + \beta t} \right), \quad \frac{1}{2} x_{t'} = \frac{1}{2} x_t \left(\frac{1 + \varepsilon t'}{1 + \varepsilon t} \right),$$

e sostituendo questo valore nella equazione di condizione

$$L_t - L_{t'} = 0,$$

essa dovrà cangiarsi nella

$$(2d_i - x_i)(1 + \beta t)(1 + \varepsilon t) - 2d_i(1 + \beta t')(1 + \varepsilon t) + x_i(1 + \varepsilon t')(1 + \beta t) = 0,$$

la quale sviluppata ci porge, e riduzioni eseguite, la

$$(70) \quad (2d_i\beta - \varepsilon x_i)t - (2d_i\beta - \varepsilon x_i)t' + (x_i - 2d_i)\varepsilon\beta t' - (x_i - 2d_i)\varepsilon\beta t^2 = 0.$$

da cui si ottiene la

$$(71) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_i = \frac{2\beta(1 + \varepsilon t)}{\varepsilon(1 + \beta t)} d_i, \\ \text{formula esatta e generale, che non dipende affatto nè dal valore nu-} \\ \text{della temperatura } t', \text{ nè da questa; sibiene da quello della iniziale } t, \\ \text{e dalla medesima; cosicchè posto } t = 0, \text{ sarà} \\ x_o = \frac{2\beta}{\varepsilon} d_o. \end{array} \right.$$

Volendo poi raggiungere le condizioni della compensazione coll'altro metodo; cioè indipendentemente dai valori delle temperature t, t' , dovremo annullare i quattro coefficienti della (70). E sebbene i medesimi sieno due a due fra loro eguali, dovremo tuttavia soddisfare a due equazioni per mezzo della sola x_i ; quindi è chiaro che anche pel pendolo attuale, la ricerca dell'altezza x_i , nella massima sua generalità, indipendentemente cioè dal valore numerico di qualunque temperatura, diviene più che determinata. Però, come al solito, se vorremo trascurare i termini moltiplicati per la frazione piccolissima $\varepsilon\beta$, lo che non ci discosta sensibilmente da vero, avremo

$$(72) \quad x_i = \frac{2\beta}{\varepsilon} d_i,$$

formula indipendente dal valore numerico t della temperatura, non che da quello di qualunque altra iniziale. Quindi l'altezza x_i sempre sarà proporzionale alla lunghezza d_i dell' asta metallica, che traversa il cilindro di zinco. Ponendo nella (72) $t = 0$, essa coinciderà nella seconda (71).

Le prime ricerche sul variare delle dimensioni dei metalli, per effetto del calorico, sono dovute a Vendelinus circa il 1650, quindi a Ellicot (1), Mortimer (2),

(1) Philos. Trans. n. 443, vol. 47, p. 485.

(2) Idem, n. 484.

Bouguer (1), Smeaton (2); in seguito Mussembröeck compose pur esso un pirometro, per misurare gli effetti del calorico sui solidi; e più tardi Ferdinando Berthoud in Francia costruì la prima stufa in grande, con un pirometro per lo studio de'suoi pendoli compensatori, che il medesimo espose successivamente alla temperatura del ghiaccio fondente, ed a quella di 35°: così ottenne un pendolo sensibilmente compensato, ma della forma di quelli a telaro, dei quali daremo in seguito l'analisi. Berthoud inoltre, dalle sue esperienze, dedusse una tavola delle dilatazioni dei diversi metalli, molto utile per la orologeria; giacchè le verghe dei medesimi, avuto riguardo alla destinazione loro, furono sperimentate sotto il peso della lente: circostanza che non può trascurarsi, per la esattezza della costruzione dei pendoli compensatori. Però affinchè la misura del tempo riesca precisa, e quale oggi l'avanzamento delle scienze fisiche ed astronomiche richiedono, fa d'uopo che non solo il pendolo compensatore, ma eziandio con esso l'insieme dell'orologio sia sperimentato nella stufa, per ottenere quella compensazione che dicesi *assoluta*: attualmente questa pratica si osserva, ma fu trascurata da Berthoud. In fatti si conosce che in un osservatorio, la dilatazione locale non differisce sensibilmente; ma in un appartamento riscaldato, se un termometro si colloca presso la lente, ed un altro presso la sospensione del pendolo, questo marca sensibilmente più del primo; perchè gli strati di aria riscaldati, s'innalzano al disopra dei meno caldi, ed il pendolo non può essere compensato simultaneamente in tutte le sue parti.

Trovata la lunghezza del cilindro di mercurio, che prossimamente compensa il pendolo, si paragonerà col tempo siderale, per verificare se il moto è veramente uniforme, ad onta dei cangiamenti di temperatura. Se non lo sia, dovranno aggiungersi o togliersi delle piccole quantità di mercurio, e dopo qualche tentativo, si otterrà la richiesta compensazione. Si potranno anche a questo fine adoperare i due registri uno L. fig. (1^a 2^a e 3^a) per le piccole, l'altro F per le grandi rettificazioni.

Il pendolo compensatore a mercurio, fu rimpiazzato circa il 1738 da quello tutto solido a telaro; il motivo di questa sostituzione deve riconoscersi nella novità, piuttosto che nella utilità; in fatti oggi quello è preferito a questo. E per verità il pendolo a mercurio, meno di quello a telaro od a

(1) Hist. de l'accad. Roy. an. 1743, p. 233.

(2) Philos. Trans. vol. 48, part. 2, p. 598.

verghe, si allontana per la distribuzione della sua materia dal pendolo semplice; poichè il cilindro di mercurio posto nella estremità inferiore della verga, mentre forma una piccola parte della lunghezza totale del sistema, contiene una gran parte del suo peso.

Inoltre, secondo Berthoud, nelle verghe metalliche la dilatazione, sotto il peso di una grossa lente, avviene sensibilmente proporzionale alla temperatura; ma non può dirsi lo stesso dei restringimenti delle medesime per la diminuzione del calorico. In questa osservazione si trova un'altro motivo di preferenza pel pendolo a mercurio, il qual metallo è anche suscettibile di una dilatazione più libera, e più degli altri equabile. In questo pendolo si può rettificare con più comodo ed esattezza la compensazione, perchè facilmente si possono togliere od aggiungere, nel recipiente cilindrico, delle piccole quantità di mercurio, mediante un sifone acconcio, e facilmente si possono adoperare i registri. La rettificazione, indispensabile per ogni pendolo compensatore dopo che fu costruito, non può con tanta facilità ed esattezza eseguirsi nei pendoli tutti solidi, nei quali non di rado le dilatazioni sono intermittenti, o saltuarie. Da ultimo il pendolo a mercurio costa meno dell'altro, e può facilmente costruirsi ovunque.

Si obietta comunemente alla compensazione a mercurio, essere l'asta metallica penetrata più prontamente dalla temperatura, di quello sia la massa di mercurio che costituisce la lente del pendolo, nella quale consiste il mezzo essenziale per la compensazione. Però questa circostanza ritarda la compensazione di una quantità così tenue, che diviene trascurabile in riguardo agli altri vantaggi del pendolo a mercurio. Del resto se alla circostanza medesima si volesse dare importanza, non mancherebbero acconci artifici per eliminarla.

L'impiego del ferro invece del vetro per la costruzione del serbatoio cilindrico, non è da riprovare, anche perchè al torno può il cilindro di ferro essere con più facilità ed esattamente calibrato. Però la dilatazione di questo metallo supera quella del vetro, quindi esige quantità maggiore di mercurio; inoltre il ferro non permette che al di fuori si veggano i cangiamenti del volume di liquido contenuto in esso. I pendoli a mercurio costruiti così fattamente dal sig. Dent, distintissimo fabbricatore di cronometri a Londra, for-



mati come vedesi nella (fig. 3), hanno tanto la verga quanto il cilindro che contiene il mercurio, costrutti dello stesso acciaio non temperato. Il dischetto L potendo scorrere salendo e scendendo lungo la verga, serve pei piccoli registri, ed il congegno sottoposto F mediante un indice verticale che non si vede tracciato in figura, serve pei grandi registri.

Termineremo le attuali ricerche, dando qualche applicazione delle formole (68), e (72); ma per maggiore semplicità supporremo che la materia della verga sia quella stessa del recipiente cilindrico; lo che a me sembra dover appor- tare anche più esattezza nella compensazione. In questa ipotesi (Fig. 2^a e 3^a) dovrà essere $\beta = \delta$, e $d' = 0$, donde la (68) si convertirà nella

$$(73) \quad x_t = \frac{2\beta}{\gamma - 2\beta} d_t ,$$

ove d_t rappresenta la lunghezza di tutto il pendolo, com- pensavi quella del recipiente. Per un'altra temperatura t' avremo

$$x_{t'} = \frac{2\beta}{\gamma - 2\beta} d_{t'} ,$$

donde

$$(74) \quad x_t : x_{t'} = d_t : d_{t'} ,$$

cioè nell' attuale pendolo debbono, per la sua compensazione, le altezze del mercurio a due diverse temperature, essere direttamente proporzionali alle corrispondenti lunghezze dell'istromento. Dalla (74) si ottiene la

$$(75) \quad x_{t'} = \frac{x_t}{d_t} d_{t'} ,$$

che senza dipendere dai coefficienti delle dilatazioni, una lineare β , l'altra cubica γ , ci porge un metodo per ottenere la compensazione in un pendolo, costruito nel modo che ora indicammo. In fatti portato questo pendolo a due diverse temperature t , t' , e misurate con ogni esattezza le quattro lunghezze che compongono la (75), basterà togliere od aggiungere tanto mercurio, finchè la $x_{t'}$ sia tale da verificare questa formola, nel qual caso il pendolo medesimo sarà divenuto compensatore. Cognito per mezzo di questa sperienza il rapporto $\frac{x_t}{d_t}$ opportuno alla compensazione; siccome dalla (73) abbiamo

$$(76) \quad \frac{x_t}{d_t} = \frac{2\beta}{\gamma - 2\beta},$$

così dato uno qualunque dei coefficienti β , γ , potremo conoscere l'altro.

Tutte queste conseguenze possono applicarsi anche al pendolo a zinco, mediante la formula (72), che appartiene alla sua compensazione.

Il sig. Kater, capitano inglese, dice di avere costruito con felice successo un pendolo a mercurio, nel quale tanto l'asta quanto il cilindro, che aveva l'altezza di 7 pollici inglesi, erano dello stesso vetro, ed insieme connessi per saldatura: questo pendolo avrebbe il vantaggio di contenere meno mercurio di tutti gli altri simili.

ESEMPI

1.° Volendo calcolare la (73), rifletteremo che secondo il sig. Regnault, quando la temperatura t sia minore di 50.°c., abbiamo il coefficiente della dilatazione cubica del mercurio $\gamma = 0,00018027$, e che secondo le più moderne sperienze, il coefficiente della dilatazione lineare del vetro $\beta = 0,000008613$. Sostituendo questi valori nella (73), sarà

$$x_t = 0,105 d_t,$$

vale a dire che nel pendolo tutto di vetro, l'altezza del mercurio dovrà essere presso che un decimo della lunghezza di tutto il pendolo. Quindi mediante la prima delle (58), ponendo in essa d_t invece di $d_t + d'_t$, ovvero la prima delle (69), avremo la distanza dal centro di gravità del mercurio dal centro di sospensione, data mediante la lunghezza di tutto il pendolo come siegue

$$L_t = 0,948 d_t,$$

equazione dalla quale, cognita una qualunque delle L_t , d_t , si conoscerà l'altra.

2.° Se il pendolo sia tutto di acciaio non temperato, sarà

$$\beta = 0,000010788,$$

quindi la (73) si ridurrà nella

$$x_t = 0,136 d_t,$$

cioè l'altezza del mercurio maggiore nel caso dell'acciaio, di quello sia nel caso del vetro; la relazione poi fra la distanza del centro di gravità del mercurio dall'asse di sospensione, e la lunghezza di tutto il pendolo, sarà data dalla

$$L_t = 0,932 d_t.$$

3.° Riguardo al pendolo costruito mediante una verga di acciaio non temperato, e di un cilindro di zinco nel modo che indicammo; poichè la dilatazione lineare di questo metallo, il più dilatabile degli altri, è data da $\varepsilon = 0,000029417$, così dalla (72) avremo

$$x_t = 0,733 d_t,$$

e quindi mediante la prima delle (69) sarà

$$L_t = 0,634 d_t.$$

4.° Se la verga che traversa il cilindro di zinco sia vetro, sostituendo i relativi sopra indicati valori numerici dei coefficienti β , ε nella (72), da questa, e dalla prima delle (69) otterremo

$$x_t = 0,585 d_t, \quad L_t = 0,708 d_t.$$

(Continuerà).

COMUNICAZIONI

Due perdite oggi l' accademia ricorda con sommo dolore, per la morte non ha guari avvenuta di due suoi membri onorevolissimi; uno il R. P. Antonluigi Ferrarini della compagnia di Gesù, l'altro il cav. Michele Medici della università di Bologna.

Il ch. Ferrarini, presidente del collegio filosofico della romana università, e membro ordinario dell' accademia pontificia de' nuovi Lincei, fino dal suo risorgimento, opera del regnante S. Pontefice, mancò ai vivi il dì 12 dello scorso aprile. Era nato il dì 23 luglio dell'anno 1788: passò fanciullo dallo stato di Modena in Parma, ov'ebbe la prima istruzione. Abbracciò di buon ora lo stato religioso. Si applicò per lunghi anni in più città del nostro stato all' istruzione della gioventù. Fissato in Roma dall'anno 1824, fu scelto dal Pontefice Leone XII fra i membri del collegio filosofico, del quale restò quindi presidente per la morte del prof. Oddi: ai doveri di questa carica si prestò quanto gli permetteva l' inferma salute; e più ancora che questa non permetteva, negli ultimi mesi, occupando gli avanzi delle sue forze per soddisfare ad un incarico affidatogli dalla s. congregazione degli studi. La sua sanità dichinante e poscia affatto perduta, non gli permise di frequentare la nostra accademia: ma non mai lasciò d' interessarsi delle scienze. Aveva in altro tempo insegnata la fisica. Aggiunse per qualche anno alle sue ordinarie occupazioni l' insegnamento degli elementi di matematica nel collegio romano. Ma i più assidui suoi studi versarono intorno alla metafisica ed alla filosofia religiosa, e intorno a ciò è da credere che più cose abbia lasciate manoscritte: ma certamente ha lasciato a' suoi conoscenti l'esempio di tutte le virtù religiose e morali.

L' illustre Michele Medici, dopo lunga infermità, da lui sopportata con rassegnazione cristiana, e munito di ogni conforto di nostra santa religione, mancava di vita nella notte dell' 8 di maggio del corrente anno. Questo dotto italiano era professore emerito di fisiologia nella università di Bologna, e membro del collegio medico nella medesima; era presidente dell' accademia Benedettina dell' istituto delle scienze in detta città, e nostro socio corrispondente italiano. Le molte opere da lui pubblicate, oltre alle virtù e doti amabili del suo bell'animo, saranno cagione che la memoria del nostro corrispondente, il quale fu ascritto a molte illustri accademie, rimanga sempre onorata in Italia e fuori.

Il sig. presidente invitò gli accademici relatori di commissioni, a compiacersi portare nella prossima tornata i rapporti delle medesime.

Il R. P. Angelo Secchi presentò i risultamenti, ottenuti dalle osservazioni fatte fin' ora nel nuovo osservatorio magnetico del collegio romano ; cioè la determinazione assoluta della declinazione, inclinazione, ed intensità magnetica, non che delle variazioni regolari diurne del declinometro, durante l'anno decorso.

Il prof. Volpicelli riferì alcune sue sperienze di elettrostatica, dalle quali risulta che il fenomeno di Libes, deve riguardarsi molto più generale di quello fin' ora siasi ritenuto; e l'autore si espresse come siegue. Sopra un disco di legno ricoperto di tela verniciata con resina, poneva Libes (1) un disco metallico, annesso pel centro ad un manubrio isolante; poscia, evitando sempre il più possibile ogni confricazione, separava l' un disco dall' altro, e trovava la resina positiva, ed il sovra posto disco negativo. Il fenomeno era favorito dalla pressione, non solo, ma eziandio dall' essere più d' una le copertine di tela verniciata. Gli effetti erano inversi, cioè il disco diveniva positivo e la resina negativa, se col primo si effettuava uno strofinio sulla medesima. Questa diversità di risultamenti fra la pressione e l' attrito, fece concludere a Libes che la pressione sola, e non l' attrito, era causa dello sviluppo di elettricità positiva nel taffetà verniciato di resina. La diversità medesima per tutti è rimarchevole molto; altri poi la riconoscono non ancora spiegata (2); altri ne danno ragione ammettendo che l' avvicinamento delle molecole fra loro, sviluppi una elettricità opposta a quella sviluppata per l' allontanamento scambievolmente di esse (3). Quando fosse ciò, si avrebbe un altro motivo a non escludere la possibilità di uno sviluppo elettrico, nell' avvicinarsi dei corpi fra loro, ed uno contrario nell' allontanamento fra i medesimi. Inoltre sembra che questa possibilità non solo venga consentita dalla buona ragione, ma eziandio dal fatto seguente. Nel corso delle sue sperienze, il prof. Zamboni vide (4) con certezza, svolgersi elettricità fra due me-

(1) Trattato completo ed elem. di fisica, T. 3.º Firenze 1815, p. 171.

(2) Becquerel, *Traité d'électricité*. Paris 1855, T. 1.º p. 140.

(3) De la Rive, *Traité d'électricité*. Paris 1856, T. 2.º p. 579.

(4) R. P. Pianciani *Istitu. fisi. chim.* T. 3.º p. 128, Roma 1834.

talli eterogenei, senza che i medesimi fossero giunti a contatto fra loro, ma solo per essere vicinissimi l'uno all'altro (1). Ciò aveva già il Volta sospettato (2), ed il Marianini ha poscia dimostrato (3), lo che deve riguardarsi come cosa molto importante per la teorica elettrostatica.

A me pare primieramente che dalla diversità dei fatti sopra indicati, non abbiassi diritto a concludere, che la pressione sia causa dello sviluppo di elettricità positiva dal taffetà verniciato; poichè non può mai la pressione disgiungersi dall' attrito, per lo meno da quello proveniente dall' incastrarsi delle molecole in superficie, tanto mentre queste giungono a contatto, quanto mentre si separano l'una dall'altra, il quale attrito bisogna di necessità riconoscere inevitabile in ogni pressione. Che se il fenomeno indicato cresce colla pressione (4), ciò vuol dire che cresce nel tempo stesso l'attrito degl'incastri colla pressione medesima: inoltre se quel fenomeno cessa tosto che il taffetà perda quel glutine, che rende la sua superficie facilmente compressibile (5), ciò significa che diminuendo la compressibilità diminuisce l'attrito degl'incastri, il quale diverrebbe nullo fra corpi perfettamente duri e levigati. Secondariamente avendo noi veduto per via di sperienza, che l'attrito leggiero di strofinio come pure l'attrito d'incastro genera nelle resine la elettricità positiva (6), potremo dire che il fenomeno del Libes a questo attrito unicamente, cioè ad un attrito leggiero, e non alla pressione deve attribuirsi. Possiamo però andar più oltre a fine di spiegare il fenomeno stesso, riflettendo essere generalmente ammesso, che si manifesti elettricità negativa o positiva, in quello di due corpi che si stropicciano insieme, secondo che nel medesimo sieno più o meno ampie le oscillazioni delle molecole superficiali dallo strofinio cagionate. Le nuove sperienze da noi riferite (7), e quelle che verranno pubblicate in seguito su tale argomento, confermano questo principio, e lo generalizzano, perchè lo mostrano vero anche in uno stesso corpo, il quale stropicciato colla medesima sostanza diviene negativo o positivo, secondo che l'attrito è più o meno forte. Ciò si verifica non solo quando il corpo stropicciato si trovi allo stato naturale, ma pure quando si trovi elettrizzato, nel

(1) Zamboni Par. II, p. 209, è seg.

(2) Volta T. II, Par. II. p. 61.

(3) Mem. della Società Italiana, T. XXI, p. 233.

(4) R. P. Pianciani Istituzioni fisico-chim. T. 3,° p. 29, Roma 1834.

(5) Idem.

(6) Vedi pag. 143, e seg. di questo vol.

(7) Idem.

qual caso la elettricità come abbiamo veduto (1) può cangiar natura, mediante lo strofinio stesso, che da negativa la renderà positiva, se sarà leggero; e da positiva negativa se sarà energico, potendosi questi passaggi ripetere indefinitamente.

Dopo ciò sembrami che il fenomeno di Libes nella prima parte debbasi all' attrito che accompagna la pressione, il quale poichè leggero, genera nella resina che ricuopre il taffetà oscillazioni molecolari poco ampie, quindi elettricità positiva nella resina medesima; ed anche v'influisca, fra metalli specialmente, l'elettrotismo.

Ho trovato che, se l'estremo di un cannello di cera di Spagna si preme leggermente colle due dita della mano, ricoperta di un guanto di lana, od anche di qualunque altro tessuto, e procurando che non si generi attrito di sorta, da quello in fuori che accompagna la pressione, la cera medesima diviene positiva, e ciò per la ragione ora indicata (2).

Premendo senza più un disco di cera di Spagna con uno di metallo isolato, e poi portando questo presso l'elettroscopio, si trova essere negativo; dunque la cera di Spagna divenuta positiva, lo è per l'attrito leggero degli'incastrati che accompagna la pressione.

Premendo pel manubrio isolante il disco superiore di un condensatore, e poi sollevando nell' isolamento il disco medesimo, si trova tanto questo quanto l'inferiore provveduto di elettricità negativa; e ciò perchè la pressione del metallo contro la cera di Spagna che separa i due dischi, ha cagionato mediante un leggero attrito la elettricità positiva in essa, e la negativa nei dischi.

Il medesimo fatto si verifica premendo colle dita i due dischi del condensatore uno contro l'altro. In questo caso la elettricità positiva della cera di Spagna genera la negativa nei dischi medesimi, la quale si manifesta subito che vengano essi l'uno dall'altro separati. Gli stessi fatti hanno luogo anche quando il disco superiore non sia ricoperto di cera di Spagna, ma questa si trovi solamente sopra l'inferiore.

Se invece di premere un disco contro l'altro, si faccia invece uno scorrere sull'altro, e si generi fra essi l'attrito di strofinio, in tal caso i dischi diverranno ambedue positivi, tanto se la vernice si trovi sopra uno, quanto se sopra l'uno e l'altro dei medesimi.

(1) Pag. 143, e seg. di questo volume.

(2) Idem.

Mi è occorso vedere che un disco, sia di rame, sia di zinco, purchè isolato con un manubrio di vetro verniciato, se venga fortemente stropicciato sopra un quinterno di carta ordinaria da scrivere, diviene elettro positivo, e quindi la carta negativa: che se venga semplicemente premuto sulla medesima, esso mostra elettricità negativa, e quindi la carta si elettrizza in contrario.

Ho preso una lastra di cera di Spagna ben piana, tre decimetri quadrati, e vi ho posto sopra un disco, sia di rame, sia di zinco connesso pel suo centro ad un manubrio bene isolante. Stropicciando piano il disco sulla cera di Spagna, questa si mostrava positiva, ed il disco negativo; ma stropicciando forte il disco medesimo, la cera si mostrava negativa ed il disco positivo. Vidi altresì che tornando a stropicciare piano si otteneva il positivo, e forte il negativo dalla detta cera; e così successivamente, cioè si otteneva dalla cera di Spagna, coll'uno o l'altro dei due indicati metalli, la polarità alternativa indefinita, che ottenni con altre sperienze già da me pubblicate (1).

Tutto ciò generalizza il fenomeno di Libes; e la spiegazione del medesimo pare debba consistere nella maggiore o minor ampiezza delle vibrazioni molecolari. Le sperienze ora esposte si confondono con quella del Libes, e si spiegano colla medesima, per mezzo dello stesso principio, cioè per l'attrito leggiero che genera, specialmente nella resina, la elettricità positiva; e per quello energico il quale produce la negativa: forse perchè il primo cagiona vibrazioni molecolari meno ampie del secondo.

A me per ora basta osservare, che l'indicato fenomeno di Libes troppo restò sino al presente isolato; mentre poteva entrare fra molti altri simili, ed essere un corollario di un fatto più generale. Fra questi sono da ricordare quelli osservati dal Volta (2), il quale verificò un fenomeno simile a quello di Libes coi metalli posti sopra carta, panno, cuojo, legno: ed è probabile che il fenomeno stesso abbia luogo anche premendo fra loro sostanze ambedue non metalliche. Il fenomeno in proposito adunque, in quanto alla sua prima parte, procede dall'attrito d'incastro, cioè da quell'attrito il quale accompagna sempre la semplice pressione, ed una dev'essere la maniera di spiegare questi fatti; però non perdendo mai di vista l'elettrotismo. La elettricità che fra i corpi ha luogo per questo leggero attrito, diversifica nella

(1) Vedi p. 143 e seg. di questo vol.

(2) R. P. Pianciani istit. fisi. chim. T. 3. pag. 104 Roma 1834.

quantità e qualità da quella che si manifesta nei medesimi per attrito di strofinio fra loro, cioè per l'attrito che si genera nello scorrere dei corpi l'uno sull'altro. Darò maggiore sviluppo a questa materia, quando avrò potuto ripetere le nuove sperienze già da me fatte sulla medesima, e quando avrò potuto separare, se sarà possibile, la parte che in esse appartiene all'attrito di semplice pressione, da quella che riguarda l'elettrotismo.

COMMISSIONI

Sulla dimanda del sig. ab. ANTONIO MARUCCHI, per la proprietà del Planaltometro.

RAPPORTO

(Commissari sig.^{ri} prof.^{ri} C. SERENI, e G. PIERI *relatore*)

L'uso del circolo per la misura degli angoli è di così remota origine, che può dirsi opera piuttosto vana che incerta l'assegnarne l'epoca e l'inventore; non così dell'ago magnetico, applicato a misurar gli angoli all'orizzonte; il quale sebbene dispieghi tutta la sua virtù e prevalenza nell'arte nautica, di cui è principal fondamento, non cessa per questo di tornare ancora utilissimo nelle riconoscenze terrestri, e in quella parte di topografia, ove più che il rigore importi la speditezza e facilità de' rilievi. Ora la bussola ed il circolo, che di comune soglionsi adoperare distinti, poté a molti sembrare non sconvenevole venissero raccordati fra loro, per modo che l'uno fosse all'altro di riscontro e di appoggio. Il sig. ab. Antonio Marucchi, direttore fra noi di una scuola di periti misuratori di fabbriche e di terreni, è nel numero di quelli che così la pensarono, ed è poi il primo che, non dubitando affidarne l'esecuzione ai nostri artefici, e corredando il suo strumento d'un arco per le altezze, si piacesse denominarlo dal doppio ufficio *Planaltometro*. Però il sig. Marucchi fa istanza ond'essere riconosciuto proprietario legittimo del suo planaltometro, per giovarsene a termini di legge.

La commissione dai voi destinata a tal uopo, volendo dare alla dimanda del sig. Marucchi quel senso ragionevole e discreto del quale è suscettibile,

non trova difficoltà per dichiararlo inventore, e perciò proprietario di quello speciale artificio, con che ha egli creduto di montare il suo *grafometro-bussola*; e ritiene che senza offendere la giusta libertà, della quale sono in possesso da tanto tempo i cultori delle applicazioni geometriche, possa rilasciarsi, dietro regolare deposito del modello presso il ministero del commercio, la patente di privativa dello strumento tale quale, sia nelle parti, sia nel loro movimento, risulta dal disegno a stampa, che non ha bisogno di essere a voi dichiarato. Quanto poi alla combinazione in genere del circolo alla bussola, essa già trovasi di pubblico diritto, e non si potrebbe ragionevolmente pretendere che negli stati della chiesa non venisse congegnata altrimenti da quel che piacque all'autore del planaltometro.

La commissione conclude con parole di lode verso il valente direttore della nuova scuola di periti-agrimensori, il quale ha meritato bene della loro arte, estendendone fra noi l'esercizio, e la pratica anche all'altimetria, ed al disegno topografico, a dir vero negletti al di là di quanto si conveniva. In seguito di che la commissione opina che nulla osti, perchè il sig. ab. Marucchi venga dichiarato proprietario del suo planaltometro ne' modi e termini di sopra espressi.

L'accademia, per voti, approvò le conclusioni di questo rapporto.

CORRISPONDENZE

Per ordine di S. E. il sig. de Brock ministro di finanze, lo stato maggiore del corpo degl' ingegneri delle miniere di Russia, invia in dono un esemplare degli annali dell'osservatorio fisico centrale di Russia, pubblicato dall'amministrazione imperiale delle miniere per l'anno 1855.

Il sig. Kupffer, direttore dell'osservatorio nominato, ringrazia per gli atti de' Nuovi Lincei giunti ad esso.

Il medesimo sig. direttore fa giungere in dono un esemplare del suo conto reso per l'anno 1856.

La R. accademia delle scienze di Monaco ringrazia, per le pubblicazioni dei Nuovi Lincei, giunte alla medesima.

COMITATO SECRETO

La commissione composta dei signori professori monsignor L. Ciuffa relatore, G. Pieri, e D. I. Calandrelli, lesse il suo rapporto sul consuntivo accademico riguardante l'amministrazione del 1858, e concluse che il medesimo era in ogni sua parte regolare.

L'accademia per voti approvò le conclusioni di questo rapporto.

In seguito fu approvato il preventivo pel 1859, presentato dal segretario a nome del comitato accademico.

L'accademia riunitasi legalmente alle 5 pomeridiane, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

M. Massimo. — P. Volpicelli. — C. Maggiorani. — G. B. Pianciani. — A. Secchi. — O. Astolfi. — G. Ponzi. — P. Carpi. — L. Ciuffa. — I. Calandrelli. — C. Sereni. — A. Coppi. — E. Fiorini. — B. Tortolini. — Monsignor F. Nardi. — N. Cavaliere S. B. — G. Pieri. — S. Proja.

Publicato il 22 ottobre 1859

P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Intorno ad una macchina per costruire mattoni a compressione, da porsi in opera senza cottura. Estratto dall' INCORAGGIAMENTO, giornale di agricoltura, industria, e commercio. Bologna 1858, un fascicolo in 8.º

Historico fisico ragionamento sulle culture umide, e sulle pretese bonificazioni da farsi per loro mezzo delle terre palustri dello stato pontificio, risguardanti l'agro romano. Parte terza del dott. AGOSTINO CAPPELLO. Roma 1858, un fascicolo in 8.º

Fiori Campestri canti popolari di VINCENZO DE LISIO. Napoli 1859, un fascicolo in 8.º

- Memorie dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA*. Tomo IX, fascicolo 2. Bologna 1859, un fascicolo in 4.°
- Atti dell'IMP. REG. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI, dal novembre 1858 all'ottobre 1859*. Tomo quarto, serie terza, dispensa quinta. Venezia 1858-59, un fascicolo in 8.°
- Il NUOVO CIMENTO giornale di fisica, di chimica, e scienze affini, compilato dai professori C. MATTEUCCI e R. PIRIA*. Tomo IX, marzo e aprile 1859.
- Intorno alla cometa periodica di BIELA. Nota del comm. GIOVANNI SANTINI*. Venezia 1859, un fascicolo in 3.°
- Posizioni medie di 2696 stelle pel 1.° gennaio 1860, distribuite nella zona compresa fra 10° e 12° 30' di declinazione australe, dedotte dalle osservazioni fatte negli anni 1856-57-58 nell'I. e R. OSSERVATORIO DI PADOVA. Memoria del MEDESIMO*. Venezia 1858 un fascicolo in 4.° grande.
- Compte . . . Conto reso annuale, diretto a S. E. il sig. DE BROCK, ministro delle finanze, dal sig. A. I. KUPFFER direttore dell'osservatorio fisico centrale. Anno 1856. S. Pietroburgo 1857, un fascicolo in 4.°*
- Annales . . . Annali dell'osservatorio fisico centrale di Russia, pubblicato per ordine di SUA MAESTA' IMPERIALE, sotto gli auspici di S. E. il sig. DE BROCK ministro delle finanze, e capo del corpo degli ingegneri delle miniere, del MEDESIMO. Anno 1855 n.° 1 e 2. S. Pietroburgo 1857, un volume, ed un fascicolo in 4.°*
- Denkrede . . . Discorso in memoria di GIOVANNI NEPOMUK VON FUCHS, letto nella pubblica seduta della REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI BAVIERA, il 28 marzo 1856 da FRANCESCO VON KOBELL. Monaco 1856, un fascicolo in 4.°*
- Abhandlungen . . . Atti della classe fisico-matematica della REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI BAVIERA. Sezione seconda dell'ottavo volume. Monaco 1858, un fascicolo in 4.° grande.*
- Comptes . . . Conti resi dell'I. ISTITUTO DI FRANCIA, in corrente.*
- Memorie dell'I. R. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE, ED ARTI. Vol. VIII, parte II. Venezia 1858, un vol. in 4.° grande.*
- Atti del suddetto istituto. Dispensa 2.^a del 1858-59.*
- The Atlantis . . . L'Atlante. Raccolta di lettere e scienze pubblicate dai membri della UNIVERSITA' CATTOLICA D'IRLANDA. N.° 3. Gennaio 1859 con due incisioni. Londra 1859.*

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligì Bussi Ord. Min. Conv. Archiep. Icon.
Vicesgerens.



A T T I

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE VII.^a DEL 5 GIUGNO 1859

PRESIDENZA DEL SIG. DUCA D. MARIO MASSIMO

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Per l'assenza del sig. duca Massimo, presedette il sig. prof. N. Cavalieri S. B.

ASTRONOMIA. — *Occultazione di Saturno, osservata nella pontificia specola della romana università nella sera del giorno 8 maggio 1859. Nota del prof. I. CALANDRELLI.*

1.° **L'** occultazione di un corpo celeste, come Saturno, sembra che possa interessare più l'astronomia fisica, che l'astronomia propriamente detta. Il calcolo di una occultazione basa sulla esattezza dei tempi del fenomeno, e sulla esatta posizione di uno almeno dei due corpi, condizioni che, generalmente parlando, mancano nella occultazione di un pianeta dotato di sensibile diametro. È molto difficile precisare lo istante in cui il centro del pianeta si trova a contatto coi lembi della luna nella immersione, e nella emersione: è anche difficile dedurre questo istante dal medio dei tempi che notano i contatti del corpo sferico del pianeta coi lembi lunari: le posizioni poi della luna e del pianeta, quali si hanno dalle tavole sogliono presentare piccoli errori, rimane perciò sempre incerta la posizione di quel corpo celeste che suol dedursi dalla posizione calcolata dell'altro.

2.° Considerando che le due estremità dell'anello di Saturno compariscono come due punti lucidi, o due piccolissime stelle, e che per conseguenza istantanei ne sono i contatti, e le sparizioni, notai i seguenti tempi al pendolo siderale del quale conosceva la variazione, la quale fu anche verificata nella stessa sera col passaggio della ϵ Vergine.

1859. 8 Maggio t. sid. a Roma.	Immersione	Emersione
Contatto della estrem. dell'anello	12. ^h 37. ^m 25. ^s 0	Appariz. 13. ^h 33. ^m 15. ^s 0
Sparizione dell'altra estrem.	38. 21. 5	Contatto 34. 14. 5

Supponendo il centro di Saturno ad egual distanza dalle estremità del suo anello, ottenni

Immersione 12. ^h 37. ^m 53. ^s 25 t. sid.	Emersione 13. ^h 33. ^m 44. ^s 75
9. 33. 18. 50 t. med.	10. 29. 0. 00

3.° Durante il fenomeno, pochi minuti prima della emersione, si ebbe la favorevole circostanza di osservare l'immersione di una piccola stella del Cancro. Questa piccola stella è notata nel catalogo di *Taylor* (*Madras* 1844), e pel giorno 8 maggio ricavai la seguente posizione apparente

$$\alpha = 8.^h 37.^m 29.^s 336 \quad L = 126.^{\circ} 46.' 26.'' 70$$

$$\delta = 19.^{\circ} 19.' 34'' 68(+)$$

L'immersione di questa stella fu osservata da me e dagli astronomi di *Pulkova*. Il calcolo di questa osservazione porge il mezzo più sicuro per avere la vera longitudine della luna nel momento della congiunzione; quindi gli errori delle tavole lunari: è appunto per questa ragione che mi sono deciso a considerare il fenomeno sotto l'aspetto astronomico, non trascurando le fisiche apparenze delle quali renderò conto nel fine di questa nota.

4.° Prima di passare al calcolo premetto le seguenti indicazioni.

L', λ' la longitudine e la latitudine vera della luna ricavate dalle tavole.

L, λ la longitudine e la latitudine del corpo che si occulta stella o Saturno.

L'', λ'' la longitudine e la latitudine apparente della luna.

P la parallasse orizzontale della luna nel parallelo nella ipotesi dello schiacciamento $\frac{1}{334.96}$.

Π, π le parallassi di longitudine, e di latitudine della luna nella immersione.

Π', π' le analoghe nella emersione.

ω, ω' le distanze dalla congiunzione apparente in longitudine e in latitudine tanto nella immersione, quanto nella emersione.

Δ, ρ i semidiametri orizzontali della luna, e di saturno.

Δ' il semidiametro apparente della luna.

$\Delta'' = \Delta' + \rho$ la distanza apparente dei centri.

5.° L' , λ' sono state ricavate dalle recenti tavole di *Hansen*: dalle medesime ottenni la parallasse orizzontale equatoriale della luna, e il suo semidiametro orizzontale. L , λ di Saturno sono state dedotte dalle posizioni dell'*almanacco nautico di Greenwich*, e dallo stesso almanacco ottenni la parallasse equatoriale orizzontale di Saturno, e il suo semidiametro orizzontale. Volli anche calcolare L' , λ' colle posizioni date nell'*almanacco*, e paragonate con quelle delle tavole di *Hansen*, ebbi

$$L' \text{ tav.} = L' \text{ alm.} - 17.'' 2$$

$$\lambda' \text{ tav.} = \lambda' \text{ alm.} + 3. 7.$$

6.° Colle tavole di *Hansen* calcolai due luoghi della luna, cioè pel giorno 8 maggio 10.^h 24.^m 36.^s 0 istante della immersione della stella, e per l'ora antecedente 9.^h 24.^m 36.^s 0 e in tal modo ottenni

Moto orario della luna in longitud. 35.' 26.'' 16

in latitud. 2. 57. 48 (—)

Variatione oraria della parallasse. 0. 53 (—)

del semidiametro. 0. 15 (—)

Dall'*almanacco nautico* poi ebbi

Moto orario di Saturno in longitud. 8." 695(+)

in latitud. 0. 00

Parallasse equat. orizzontale. 0. 90

Semidiametro orizzontale. 8. 10

Immersione della stella osservata a Roma e a Pulkova.

7.° Col metodo proposto dal cav. *Carlini* astronomo di Milano si ottiene

8 Maggio Immersione 10.^h 24.^m 36.^s 0 t.m. a Roma 11.^h 5.^m 51.^s 92 t.m. Pulkova.

$$\lambda' = 1.^\circ 35.' 49.'' 49(+)$$

$$1.^\circ 37.' 18.'' 80$$

$$P = 0. 59. 17. 17$$

$$0. 59. 14. 27$$

$$\Delta = 0. 16. 12. 19$$

$$0. 16. 12. 30$$

$$\Pi = 0. 32. 37. 80(—)$$

$$0. 16. 54. 30(—)$$

$$\pi = 0. 42. 33. 90(—)$$

$$0. 53. 2. 90(—)$$

$$\omega = 0. 14. 7. 30$$

$$0. 16. 10. 60$$

angolo $\alpha = 60. 36. 12. 60$

$$93. 41. 8. 50$$

$$L' = 127. 4. 57. 20 \text{ Calc.}$$

$$126. 47. 10. 40 \text{ Calc.}$$

$$L' = 127. 4. 57. 04 \text{ Tav.}$$

$$126. 47. 10. 30 \text{ Tav.}$$

L'accordo fra la longitudine calcolata e quella delle tavole è ammirabile: se poi si rifletta che, trattandosi della sola immersione, col metodo di *Carlini* si ha

$$L' = L - \Pi - \frac{\Delta \operatorname{sen} \alpha}{\cos(\lambda - \pi)},$$

e che l'angolo α dipende dalla latitudine vera della luna tratta dalle tavole e dal semidiametro orizzontale della luna, avendosi

$$\cos \alpha = \frac{\lambda' - \lambda + \pi}{\Delta},$$

deve inferirsi che, nella ipotesi di L e λ della stella ben determinati, gli errori delle tavole lunari di *Hansen* sono sensibilmente nulli. Si può dunque fissare: tempo della vera congiunzione al meridiano di Roma 1859. 8 maggio 9.^h 53.^m 14.^s 95, e per questo istante $L = L' = 126.^{\circ} 46.' 26.'' 70$.

8.° Fissata in tal modo la posizione della luna per un dato istante, si può passare al calcolo della occultazione di Saturno, e indagarne gli errori delle tavole.

Occultazione di Saturno.

Immersione		Emersione	
8 maggio 9. ^h 33. ^m 18. ^s 50		10. ^h 29. ^m 0. ^s 0 t. m. a Roma	
$L' = 126.^{\circ} 34.' 40.'' 07$	} tav.	$127.^{\circ} 7.' 33.'' 56$	} tav.
$\lambda' = 1. 38. 21. 46$		$1. 35. 36. 73$	
$L = 126. 18. 27. 20$	} alman.	$126. 18. 35. 20$	} alman.
$\lambda = 0. 50. 21. 60$		$0. 50. 21. 60$	
$P = 0. 59. 16. 73$		$0. 59. 16. 20$	
$\Delta = 0. 16. 12. 32$		$0. 16. 12. 19$	
$\rho = 0. 0. 8. 10$		$0. 0. 8. 10$	
$L'' = 126. 4. 42. 00$		$126. 34. 41. 40$	
$\lambda'' = 0. 59. 50. 70$		$0. 52. 47. 80$	
$\Delta' = 0. 16. 22. 00$		$0. 16. 19. 30$	
$\Pi = 0. 29. 58. 07(-)$		$\Pi' = 0. 32. 52. 16(-)$	
$\pi = 0. 38. 30. 76(-)$		$\pi' = 0. 42. 48. 93(-)$	
$\omega = 0. 13. 34. 13$		$0. 16. 17. 40$	
$\omega' = 0. 9. 23. 59$		$0. 2. 20. 88$	
$L' = 126. 34. 51. 14$	} calcul.	$127. 7. 44. 76$	} calcul.
$\lambda' = 1. 38. 15. 95$		$1. 35. 31. 41$	

Le posizioni L' , λ' calcolate della luna dipendono da L , λ di Saturno, come appunto negli eclissi solari, L' , λ' dipendono da L , λ del sole, e come in una occultazione di stelle, L' , λ' della luna si deducono da L , λ della stella. Se dunque supponiamo L , λ di Saturno esenti da errori, dal calcolo superiore si dovrebbe inferire che le tavole lunari di *Hansen* danno gli errori in longitudine e in latitudine

$$\begin{aligned} \text{calcolo — tavole} &= + 11.''07 \text{ in long.} \\ &= - 5. 51 \text{ in lat.} \end{aligned}$$

9.° Supponiamo per un momento che questi errori in senso contrario si debbano attribuire alle posizioni di Saturno, diminuendone la longitudine di $11.'' 07$, e aumentandone la latitudine di $5.'' 51$. Immaginiamo due lune concentriche, una di raggio Δ , l'altra di raggio $\Delta + \rho$: è chiaro che nello istante in cui il lembo della luna di raggio Δ è a contatto col lembo di Saturno, un punta della luna di raggio $\Delta + \rho$ coinciderà esattamente col centro di Saturno. In questo caso, calcolando le parallassi, usando di L , λ di Saturno corrette nel modo indicato, avremo nello istante della immersione

$$\begin{aligned} L' &= L - \Pi - (\Delta + \rho) \frac{\cos.(\beta - \alpha)}{\cos.l} = L - \Pi - \omega \\ \lambda' &= \lambda - \pi + (\Delta + \rho) \text{sen.}(\beta - \alpha) = \lambda - \pi + \omega', \end{aligned}$$

nelle quali

$$l = \lambda' + \frac{N + \pi' - \pi}{2},$$

essendo λ' la latitudine vera della luna nello istante della immersione, ed N il moto vero in latitudine durante il tempo del fenomeno. Dal calcolo ottenni

Immersione $\Pi = 29.' 50.''0(-)$	$\alpha = 13.^\circ 16.' 36.'' 6.(-)$
$\pi = 38. 36. 0(-)$	$\beta = 21. 26. 54. 6.(+)$
Emersione $\Pi' = 32. 58. 7(-)$	$\omega = 0. 13. 26. 09.$
$\pi' = 42. 50. 3(-)$	$\omega' = 0. 9. 58. 48.$

sarà dunque

$$\begin{aligned} L' &= 126.^\circ 34.' 40.''04 \\ \lambda' &= 1. 38. 21. 19, \end{aligned}$$

le quali combinano con quelle delle tavole di *Hansen*. Dopo la correzione data alla longitudine di Saturno si trova: tempo della congiunzione al meridiano di *Roma*

8 maggio 9.^h 5.^m 25.^s 66

$L' = L = 126.^{\circ} 18.' 12.'' 09.$

10.° Nello istante della emersione, e della immersione deve essere $\Delta'' = \Delta' + \rho$. Il valore di Δ'' può rigorosamente calcolarsi dalla formula

$$\text{sen.} \frac{2\frac{1}{2}}{2} \Delta'' = \text{sen.} \frac{2\frac{1}{2}}{2} (\lambda'' - \lambda) + \text{sen.} \frac{2\frac{1}{2}}{2} (L'' - L) \cos \lambda'' \cos \lambda.$$

Dai dati superiori (8°) nella immersione si ha $\Delta'' = 16.' 30.'' 10$. Se nel calcolo usiamo dei valori L e λ di Saturno corretti nel modo indicato si trova $\Delta'' = 16.' 30.'' 08$, coi valori poi di L e λ delle tavole si avrebbe $\Delta'' = 16.' 42.'' 42$; ora nella immersione è quasi impossibile prendere un equivoco così forte nello assegnare il tempo del contatto. Dai dati medesimi (8°) nella emersione si ha $\Delta'' = 16.' 27.'' 40$; dal calcolo risulta $\Delta'' = 16.' 27.'' 39$ nella ipotesi sempre di L e λ corretti. I tempi dunque del fenomeno al meridiano di *Roma* sono esattamente indicati, gli errori delle tavole di *Hansen* sono nulli, e gli errori di $-11''$ in longitudine, e di $+5.'' 5$ in latitudine si debbono attribuire alle posizioni di Saturno.

11.° Lo stesso fenomeno è stato osservato in altri luoghi. Sembra però che gli astronomi si sieno occupati più delle apparenze fisiche, che della osservazione astronomica. I tempi generalmente sono stati trascurati, quelli della emersione in modo particolare sono incerti, e dalla combinazione delle due osservazioni, cioè della immersione e della emersione si ottengono dal calcolo risultati talmente erronei che non sono affatto compatibili coi tempi notati del fenomeno. Nulladimeno ho voluto esaminare le osservazioni che finora sono giunte a mia notizia, limitando il calcolo alla sola immersione.

Osservazione di Firenze.

Nel giornale astronomico di *Altona* N.° 1199 si notano dal Sig. *Donati* i tempi della sola immersione, cioè

Contatto della estremità dell'anello 6.^h 23.^m 57.^s 6 t.m.

Sparizione dell'altra estremità . . 9. 24. 46. 1

Dal medio risulta

8 Maggio. Immersione 9.^h 24.^m 21.^s 8 t. m. a Firenze

$L' = 126.^\circ 32.' 16.'' 70$	}	tav.
$\lambda' = 1. 38. 33. 40$		
$L = 126. 18. 26. 62$	}	alman.
$\lambda = 0. 50. 21. 60$		
$P = 0. 59. 16. 40$		
$\Delta = 0. 16. 12. 33$		
$L'' = 126. 4. 30. 70$		
$\lambda'' = 0. 59. 30. 50$		
$\Delta' = 0. 16. 22. 40$		
$\Pi = 0. 27. 46. 00$		(—)
$\omega = 0. 13. 44. 58$		
$L' = 126. 32. 28. 04$		Calcol.

L'errore delle tavole lunari

Calcolo-tavole = + 11." 34

combina con quello che si ottenne dalla osservazione di Roma.

Osservazione di Cambridge

12.^o I Sig. *Challis* e *Bowden* osservarono l'immersione e l'emersione. (Royal astronom. society lun. 10. 1859). Nella immersione sono notati i tempi dei contatti dei lembi di Saturno. Nella emersione si danno i tempi dell'estremità dell'anello, e dei lembi di Saturno. La differenza degli appulsi dei due osservatori giunge ai 4.^s e 7.^s Dal calcolo della sola immersione ottenni

8 Maggio Immersione 8.^h 18.^m 9.^s 87 t. m. a Cambridge

$L' = 126.^\circ 19.' 32.'' 53$	}	tav.
$\lambda' = 1. 39. 37. 25$		
$L = 126. 18. 23. 49$	}	Alman.
$\lambda = 0. 50. 21. 60$		
$P = 0. 59. 15. 07$		
$\Delta = 0. 16. 12. 38$		
$L'' = 126. 4. 36. 40$		
$\lambda'' = 0. 59. 49. 60$		
$\Delta' = 0. 16. 24. 27$		
$\Pi = 0. 14. 55. 63$		(—)
$\omega = 0. 13. 33. 83$		
$L' = 126. 19. 45. 29$		calcol.

Anche con questa osservazione si ha prossimamente lo stesso errore

$$\text{Calcolo — tavole} = + 12.''76$$

Osservazione di Hartwell

13.° Il sig. *Pogson* osservò il fenomeno, notando i tempi dei lembi del corpo di Saturno nella immersione e nella emersione (Royal astron. Society). Calcolando la sola immersione, ottenni

8 Maggio Immersione 8.^h14.^m52.^s42 t.m. a *Hartwell*

$$\begin{array}{l} L' = 126. 19. 50. 49 \\ \lambda' = 1. 39. 35. 71 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} L' \\ \lambda' \end{array}} \right\} \text{tav.}$$

$$\begin{array}{l} L = 126. 18. 23. 57 \\ \lambda = 0. 50. 21. 60 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} L \\ \lambda \end{array}} \right\} \text{alman.}$$

$$\begin{array}{l} P = 0. 59. 15. 13 \\ \Delta = 0. 16. 12. 38 \\ L'' = 126. 4. 59. 10 \\ \lambda' = 1. 0. 16. 60 \\ \Delta' = 0. 16. 24. 41 \\ \Pi = 0. 14. 51. 39 \text{ (—)} \\ \omega = 0. 13. 14. 46 \\ L' = 126. 20. 0. 50 \text{ Calcol.} \end{array}$$

L'errore è presso che il medesimo

$$\text{Calcolo — tavole} = + 10.''01$$

I tempi notati da *Challis* e da *Pogson* sono riferiti al meridiano di *Greenwich*. Dall'almanacco nautico si hanno le longitudini di *Cambridge* e di *Hartwell* rispetto lo stesso meridiano e col mezzo di queste si sono ridotti i tempi al meridiano del luogo dell'osservazione.

Osservazione di Wrottesley.

14.° L'occultazione fu osservata dal Sig. *Morton*. I tempi siderali e medii si riferiscono al meridiano del luogo. Nella immersione si notano i tempi dei contatti dei lembi di Saturno (Royal astr. Society). Ho voluto calcolare l'immersione e l'emersione come due separate osservazioni.

8 Maggio Immersione 8.^h7.^m3.^s25 Emersione 9.^h5.^m31.^s85l. m. a *Wrottesley*

$L' = 126. 18. 27. 84$				$126. 53. 0. 02$
$\lambda' = 1. 39. 42. 61$	}	tav.		$1. 36. 49. 65$
$L = 126. 18. 23. 23$	}	alman.		$126. 18. 31. 63$
$\lambda = 0. 50. 21. 60$	}	alman.		$0. 50. 21. 60$
$P = 0. 59. 15. 01$				$0. 59. 14. 50$
$\Delta = 0. 16. 12. 39$				$0. 16. 12. 24$
$L'' = 126. 5. 2. 30$				$126. 34. 17. 40$
$\lambda'' = 1. 0. 22. 10$				$0. 53. 39. 50$
$\Delta' = 0. 16. 24. 55$				$0. 16. 22. 62$
$\Pi = 0. 13. 25. 54$ (—)			$\Pi' = 0. 18. 42. 60$ (—)	
$\omega = 0. 13. 10. 54$				$0. 16. 10. 87$
$L' = 126. 18. 38. 23$ calcul.				$126. 53. 25. 16$ calcul.

Dal calcolo della immersione l'errore $\text{Calcolo} - \text{tavole} = + 10. 39$ è prossimamente quello che si è finora avuto da tutte le osservazioni: nella emersione poi l'errore di $+ 25. 08$ prova che il tempo è mal determinato, ciò che si verifica in tutte le osservazioni. Che se coi noti metodi, combinando i dati del calcolo della immersione e della emersione, calcoliamo gli angoli α , β dai quali dipendono i valori ω , ω' si ottiene

$$\begin{aligned} \text{Immersione } \Pi &= 13. 25. 54 \text{ (—)} \\ \pi &= 39. 20. 51 \text{ (—)} \\ \omega &= 12. 59. 06 \\ \omega' &= 10. 15. 15 \end{aligned}$$

e per conseguenza

$$\left. \begin{aligned} L' &= 126. 18. 49. 71 \\ \lambda' &= 1. 39. 57. 26 \end{aligned} \right\} \text{ calcul.}$$

$$\begin{aligned} \text{Calcolo} - \text{tavole} &= + 21. 87 \text{ in longitud.} \\ &= + 14. 65 \text{ in latitud.} \end{aligned}$$

15.° Dal calcolo delle osservazioni di *Firenze, Cambridge, Hartwell Wrottesley* il medio degli errori in longitudine è $+ 11. 12$. Applicandolo in senso contrario alla longitudine di Saturno otterremo i tempi della vera congiunzione ai meridiani dei detti luoghi, cioè

8 Maggio al meridiano	di Firenze	$t = 9.^{\circ} 0.^{\prime} 31.^{\prime\prime} 63$
	di Cambridge	$t = 9. 15. 53. 59$
	di Hartwell	$t = 8. 12. 5. 74$
	di Wrottesley	$t = 8. 6. 36. 51$

Il tempo della vera congiunziong al meridiano di Roma si trovò (9°)

8 Maggio $t = 9.^{\circ} 5.^{\prime} 25.^{\prime\prime} 66$, la differenza dei meridiani rispetto a quello di Greenwich è $49.^{\circ} 55.^{\prime} 51.$ E, dunque riportando tutte le osservazioni a quello di Greenwich avremo

Firenze	45. ^m 1. ^s 48E	Conoscenze de' tempi	45. ^m 1. ^s 0
Cambridge	23. 44E	Alman. Nautico	23. 54
Hartwell	3. 24. 41 O	3. 24. 33
Wrottesley	8. 53. 64 O	8. 53. 57

Questi risultati così esatti difficilmente si ottengono dalle osservazioni di una eclisse solare.

Osservazione di Pulkova

16.° Nel giornale astronomico di Altona num. 1195 sono riportate le osservazioni di Pulkova. Nella immersione si notano sei appulsivi cioè le due estremità dell'anello esterno, le due estremità dell'anello interno, e i contatti dei due lembi del corpo di Saturno: nella emersione si notano quattro appulsivi, cioè le due estremità dell'anello esterno, e i contatti dei due lembi di Saturno. I diversi astronomi con diversi stromenti osservarono il fenomeno, e i differenti tempi che si trovano notati si debbono forse attribuire alla diversa forza degli stromenti, e forse anche alla piccola altezza della luna sull'orizzonte nel momento delle osservazioni. Fissato il tempo medio della immersione e della emersione al meridiano di Pulkova, il profes. Ottaviano Astolfi mio sostituto mi comunicò il seguente calcolo.

8 Maggio Immersione $10.^{\text{h}}16.^{\text{m}}47.^{\text{s}}16$ Emersione $11.^{\text{h}}10.^{\text{m}}46.^{\text{s}}68$ t.m. *Pulkova*

$L' = 126.^{\circ} 18.' 11.'' 09$	$126.^{\circ} 50.' 4.'' 36$
$\lambda' = 1. 39. 44. 01$	$1. 37. 4. 30$
$L = 126. 18. 23. 14$	$126. 18. 30. 96$
$\lambda = 0. 50. 21. 60$	$0. 50. 21. 60$
$P = 0. 59. 13. 80$	$0. 59. 13. 32$
$\Delta = 0. 16. 12. 39$	$0. 16. 12. 25$
$L'' = 126. 1. 48. 90$	$126. 33. 5. 21$
$\lambda'' = 0. 47. 58. 07$	$0. 43. 48. 44$
$\Delta' = 0. 16. 19. 91$	$0. 16. 17. 94$
$\Pi = 0. 16. 22. 19(-)$	$\Pi' = 0. 16. 59. 15$
$\omega = 0. 16. 17. 62$	$\omega = 0. 15. 4. 35$
$L' = 126. 18. 27. 71$ Calcol.	$L' = 126. 50. 34. 46$ Calcol.

Da questo calcolo risultano i seguenti errori

$$\begin{aligned} \text{Calcolo — tavole} &= + 16.'' 60 \text{ immersione} \\ &+ 30. 10 \text{ emersione.} \end{aligned}$$

Lasciando da parte l'errore di 30'' nella emersione, il quale prova che il tempo è dubbio, come notano gli stessi astronomi, nella immersione sembra anche troppo forte l'errore di 16'', tanto più che dal medio dei tempi notati si ottiene prossimamente lo stesso tempo del contatto del centro di Saturno col lembo della Luna. Risulta infatti dalle osservazioni di *Pulkova*

Contatto del centro dell'anello esterno	$13.^{\text{h}} 21.^{\text{m}} 16.^{\text{s}} 125$
dell'anello interno . . .	$17. 300$
di Saturno	$16. 975$

$$\begin{aligned} \text{Medio } &13.^{\text{h}} 21.^{\text{m}} 16.^{\text{s}} 80 \text{ t. sid.} \\ &10. 16. 46. 98 \text{ t. med.} \end{aligned}$$

il quale è prossimamente il nostro, nel quale si è considerato il contatto dei lembi di Saturno.

17.° Al meridiano di *Pulkova* l' immersione della stella accadde quasi nello istante della vera congiunzione. Calcolando questo tempo si trova: tempo della vera congiunzione della luna colla stella al meridiano di *Pulkova* 8 maggio $11.^{\text{h}} 4.^{\text{m}} 38.^{\text{s}} 10$: ma la congiunzione al meridiano di *Roma* si ebbe 8 Maggio $9.^{\text{h}} 53.^{\text{m}} 14.^{\text{s}} 95$, dunque la differenza dei meridiani fra *Pulkova*

e *Roma* $1.^{\text{h}} 11.^{\text{m}} 23.^{\text{s}} 15 \text{ E}$, e fra *Pulkova* e *Greenwich* $2.^{\text{h}} 1.^{\text{m}} 18.^{\text{s}} 66 \text{ E}$ come appunto si trova notato nello almanacco nautico.

18.° Da questa semplice riflessione siegue che nella occultazione di Saturno, stando al tempo notato dagli astronomi di *Pulkova* il fenomeno della immersione doveva accadere quasi nel momento della congiunzione della luna con Saturno, diffatti le $10.^{\text{h}} 16.^{\text{m}} 47.^{\text{s}} 16$ al meridiano di *Pulkova* corrispondono alle $9.^{\text{h}} 5.^{\text{m}} 24.^{\text{s}} 01$ al meridiano di *Roma*, cioè $1.^{\text{s}} 65$ prima della congiunzione. In questo caso però la differenza fra Π e ω doveva essere quasi nulla, ma dal calcolo risulta di $4.'' 57$, dunque il tempo della immersione non è ben determinato, e quindi l'errore di $+ 16''$ e non di $+ 11''$ come si è ottenuto da tutte le osservazioni. Questo incidente prova anche che l'errore di $+ 11''$ deve attribuirsi in senso contrario alla longitudine di Saturno. Supponiamo infatti che il tempo della immersione al meridiano di *Pulkova* sia ben fissato: prossimamente in quello istante accadeva la congiunzione, come si è notato, dunque la longitudine della luna doveva eguagliare la longitudine di Saturno, ma si ha

$$L' = 126.^{\circ} 18.' 11.'' 09 \text{ tav.}$$

$$L = 126. 18. 23. 14. \text{ alman.}$$

dunque quella di Saturno deve diminuirsi di $11''$ nella ipotesi che sia esatta quella della luna, come si è bastantemente dimostrato.

19.° Considerato il fenomeno della occultazione di Saturno nella parte astronomica, dirò brevemente qualche cosa sulle fisiche apparenze del fenomeno medesimo. Il tempo nel giorno 8 Maggio fu talmente incostante e variabile, che non fu possibile osservare la luna e Saturno al circolo meridiano. L'osservazione sarebbe stata preziosa, giacchè si poteva ottenere la posizione apparente dei due corpi poche ore prima del fenomeno, e verificare in tal maniera gli errori delle tavole della luna e di Saturno. La variabilità del tempo durò fino alle 8 della sera: si dissiparono quindi le nuvole e si ebbe un cielo puro e sereno quale suole aversi nei nostri climi dopo le consuete tempeste atmosferiche dei mesi estivi. L'occultazione di un corpo celeste, come Saturno non è istantanea; dal contatto della estremità dell'anello fino alla totale sparizione si conta circa 1^{m} ; in questo tempo si può notare, se allo avvicinarsi di Saturno alla luna, accada qualche leggiera diminuzione di luce, o qualche leggiero cambiamento di figura. Non ostante però la notata purità dell'aere, e la serenità del cielo, nulla si os-

servò che potesse indicare l' esistenza di una atmosfera lunare. Saturno vicinissimo al lembo oscuro della luna , e colla metà del suo corpo già immersa, mantenne viva la sua luce , e invariabile la sua figura. Nella emersione l'aspetto di Saturno era ben diverso: sembrava avvolto in una leggierissima nebbia, la sua luce debole e pallida lo faceva apparire come suole osservarsi nel pieno giorno. L'indebolimento di luce deve attribuirsi al vivo splendore della luce lunare nello emergere di Saturno dalla parte chiara della luna: quegli però che avesse osservata la sola emersione, e non avesse tenuto conto del vivo splendore della luna, non avrebbe dubitato di ammettere l'esistenza di una atmosfera lunare, la quale viene esclusa dal fenomeno della immersione.

20.° Il cambiamento di aspetto che presentò Saturno nella emersione fu notato da tutti gli astronomi, ed è questa la ragione per cui i tempi sono incerti. *Vinnecke di Pulkova, Donati di Firenze, Dembowski, Challis . . .* ne resero conto nei fogli periodici. Il ch. *P. Secchi* osservò il fenomeno al grande refrattore di *Merz* coll' ingrandimento di 600 volte , e nella tornata del giorno 5 Giugno dell'accademia de' *nuovi Lincei* rese conto delle apparenze da lui osservate con questi termini. *Entrata appena la luna sull'anello io non potei osservare nessuna distorsione: marcai però benissimo che l'orlo della luna era assai scabro, e vedevasi il suo contorno a forma di sega, come suole osservarsi negli eclissi solari. La forma delle montagne si progettava sul disco di Saturno, e per questa ragione era d' aspettarsi quella apparente distorsione che si osservò nel momento della disparizione tanto del corpo di Saturno che dell'anello. Infatti quando questo fu per sparire si vide che tanto l'ultimo segmento del corpo del pianeta, quanto quello dell'anello presentò la forma di una goccia allungata. Tale forma sarebbe stata giudicata per una distorsione da chiunque avesse potuto vedere men bene, e in aria meno buona, ma si vede che questo effetto doveva provenire dalla concavità della valle lunare progettata verso la convessità del tembo del pianeta, o dell'anello: che anzi in questo l'effetto doveva rendersi più sensibile, attesa la sua maggior curvatura.*

21.° Questa spiegazione ovvia e facile rende conto, senza ricorrere ad una atmosfera lunare , del fenomeno osservato in *Firenze* nella immersione dai sig. *Donati* e *Dembowski*. Relativamente poi alle opposte apparenze osservate nella emersione dai medesimi astronomi, bisogna necessariamente ricorrere ad una illusione ottica. È difficile concepire nello stesso luogo uno *allungamento* e uno *accorciamento* nella stessa porzione dell' anello: i tempi

della emersione non sono dati, e supponendo che θ e θ' sieno gli appulsi del lembo di Saturno, e della estremità dell'anello più vicina al lembo lunare, $\theta' - \theta$ avrebbe dato differenze, più grande dalla osservazione di *Donati*, più piccola dalla osservazione di *Dembowski*. Vediamo però cosa possa ricavarsi dalle osservazioni di quelli astronomi che notarono i contatti dei lembi di Saturno, e delle estremità dell'anello esterno, tanto nella immersione, quanto nella emersione, benchè in questa i tempi dei contatti non sieno molto esatti.

22.° Indichiamo con $c. s$; $c. a$ i tempi dei contatti dei centri di Saturno, e dell'anello; con $d. s$; $d. a$ le durate della immersione, e della emersione del corpo di Saturno, e dell'anello intero: finalmente con $s-a$, $a-s$ i tempi trascorsi dal lembo di Saturno alla estremità dell'anello, e da questa all'altro lembo di Saturno. Queste quantità si ottengono da quattro complete osservazioni, cioè

Estremità dell'anello t
Lembo di Saturno t'
Lembo di Saturno θ
Estremità dell'anello θ'

quindi

$$\frac{t' + \theta}{2} = c.s, \quad \frac{\theta' + t}{2} = c.a,$$

$$\theta - t' = d.s, \quad \theta' - t = d.a$$

$$t' - t = s - a, \quad \theta' - \theta = a - s.$$

In quei luoghi nei quali le osservazioni sono incomplete, mancheranno alcune delle dette quantità.

23.° Colle osservazioni finora cognite si può formare la seguente tavola

Immersione

Tempi	Roma Coll. R.	Cambridge	Hastwell	Wrottesley	Pulkova
<i>c. s</i>	12. ^h 36. ^m 55. ^s 0	8. ^h 17. ^m 41. ^s 33	8. ^h 18. ^m 16. ^s 75	13. ^h 21. ^m 16. ^s 98
<i>c. a</i>	12. 36. 50. 0	11. 11. 33. 15	13. 21. 16. 12
<i>d. s</i>	20. 0	33. 51	33. 30	30. 95
<i>d. a</i>	50. 0	45. 50	71. 95
<i>s — a</i>	20. 0	21. 35
<i>a — s</i>	10. 0	10. 56	8. 70	19. 65

Emersione

<i>c. s</i>	13. ^h 32. ^m 7. ^s 75	9. ^h 16. ^m 38. ^s 71	9. ^h 16. ^m 42. ^s 20	12. ^h 10. ^m 11. ^s 40	14. ^h 15. ^m 25. ^s 37
<i>c. a</i>	13. 32. 11. 75	9. 16. 37. 91	14. 15. 27. 42
<i>d. s</i>	16. 50	29. 50	32. 00	32. 00	20. 75
<i>d. a</i>	54. 50	71. 80	50. 45
<i>s — a</i>	10. 00	20. 94	12. 60
<i>a — s</i>	18. 00	20. 34	17. 90	27. 00	17. 10

I differenti tempi delle durate della immersione e della emersione del corpo di Saturno e dell'anello intero, provano che il punto del lembo lunare in cui accade l'immersione, o l'emersione con apparente moto relativo ha percorso sul disco del corpo di Saturno, e sull'anello corde più o meno grandi. Dall' almanacco nautico si trova: *asse maggiore apparente dell' anello esterno* 40."44; *diametro apparente di Saturno* 16."2 Dalle mie osservazioni risulta che il centro della luna con apparente moto relativo, durante il tempo della occultazione, percorreva 0."55 in 1^s; impiegava dunque 73."44 a percorrere l'asse maggiore dell'anello, e 29."42 a percorrere il diametro di Saturno (1). Questi tempi sono prossimamente quelli che si notano nella im-

(1) Pel moto del centro della luna in un secondo di tempo di 0."55, s'intende il suo moto apparente nell'orbita relativa: questo dipende dalle apparenti posizioni della luna e del pianeta, e dalla durata del fenomeno: è dunque diverso nei diversi luoghi, così per

mersione a *Pulkova* e nella emersione a *Cambridge*. Dal calcolo delle latitudini apparenti risulta che, nella immersione a *Pulkova* il centro di Saturno era più boreale del centro della luna di $2', 29''$, e che, nella emersione a *Cambridge*, il centro della luna era più boreale del centro di Saturno di $2'.34''$. Sembra dunque che il punto del lembo lunare in cui accadde l'immersione, o l'emersione abbia percorso con moto apparente relativo corde prossimamente eguali ad eguali distanze dai centri della luna, e di Saturno: queste corde poi sono tanto più grandi, quanto più piccola è la differenza delle apparenti latitudini, e viceversa. Nella emersione a *Pulkova* si trova $d.a = 50^s$, $\lambda - \lambda'' = 6'.39''$ nella immersione a Wrottesley si ha $d.a = 45^s$, $\lambda'' - \lambda = 9'.55''$. Dalle osservazioni di *Roma* risulta che nella immersione il contatto del centro dell'anello si osservò prima del contatto del centro di Saturno: il contrario accadde nella emersione. La differenza di 4^s in 5^s prova una grande eccentricità: questa però si rende appena sensibile nelle osservazioni di *Pulkova* e di *Cambridge*, risultando da queste che quasi contemporanei sono i contatti dei centri di Saturno, e dell'anello. Finalmente i valori $s - a$, $a - s$ nelle osservazioni di *Roma* e di *Pulkova* tendono a provare che nella immersione si avesse un apparente *accorciamento* nella porzione dell'anello che era più lontana del lembo lunare essendo $s - a > a - s$: che nella emersione si avesse un apparente *allungamento* nella stessa porzione dell'anello che nello emergere si trovava più vicina al lembo lunare avendosi $s - a < a - s$: dalle osservazioni poi di *Cambridge* queste differenze sono quasi eguali, e provano che le due estremità dell'anello sono ad eguali distanze dai lembi del pianeta. Queste ed altre riflessioni si potrebbero fare, utili alla storia dell'astronomia, se si potesse contar con fiducia nei tempi notati del fenomeno, ma sfortunatamente poco, a sentimento degli stessi astronomi, o nulla possiamo contare su i tempi della emersione. Le dette riflessioni però in altra occasione di somigliante fenomeno, possono essere di sommo vantaggio alla soluzione di molte questioni sull'apparente diametro di Saturno, sull'apparente asse maggiore dell'anello esterno e sulle eguali o ineguali distanze delle estremità dell'anello dai lembi e centro del pianeta.

esempio delle osservazioni Cambridge risulta di $0''.516$, di Wrottesley di $0''.511$, ed è di $0''.576$ nelle osservazioni di Pulkova.

Recherches sur plusieurs ouvrages de LEONARD de PISE, découverts et publiés par M. le prince BALTHASAR BONCOMPAGNI, et sur les rapports qui existent entre ces ouvrages, et les travaux mathématiques des Arabes. Par M. F. WOEPCKE. (Continuazione e fine) ().*

TROISIÈME PARTIE

DES RACINES

INTRODUCTION.

Aldjadzr avec le fatha (*a*), ou aussi bien *aldjidzr* avec le kesra (*i*), signifie la racine. Dans le langage technique (ce terme) désigne un nombre tel que, si on le multiplie par lui-même, il vient le nombre dont on cherche la racine. La racine est rationnelle ou irrationnelle. Si un nombre commence par le deux, le trois, le sept, le huit, ou un nombre impair de zéros, cela indique qu'on ne peut pas prendre la racine du nombre. Il est alors certain que le nombre n'a pas de racine rationnelle, et on peut seulement prendre la racine par approximation, d'après la méthode qui sera exposée ci-dessous, si telle est la volonté de Dieu, dont le nom soit exalté. En dehors de ce cas on peut tantôt prendre la racine, et tantôt non, comme lorsque le nombre commence par un (chiffre) indiquant un carré, à savoir l'unité, le quatre, le cinq, le six, le neuf, ou un nombre pair de zéros suivi d'un (chiffre) indiquant un carré.

CHAPITRE PREMIÈR

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE LA RACINE D'UN NOMBRE
ENTIER QUI A UNE RACINE.

La pratique de cette opération consiste à compter les rangs du (nombre proposé) en (disant alternativement « racine, point de racine », jusqu'à la dernière place qui soit affectée de « racine » ; puis à chercher un nombre que vous poserez sous cette (dernière place), que vous multipliez en lui-même, et lequel alors fera évanouir ce (nombre) qui est placé au-dessus de

(*) Vedi T. X, an. 1857, p. 236; e T. XII, an. 1859, p. 230.

lui, ou en laisse un reste. Ensuite vous prenez le double du nombre qui avait été multiplié en lui-même, vous le faites reculer (de manière qu' il se trouve) au-dessous de la place qui est affectée de « point de racine », et vous cherchez un nombre que vous poserez sous la (place) précédente affectée de « racine », et lequel, multiplié par le nombre redoublé et par lui-même, fasse évanouir ce (nombre) qui est placé au-dessus de lui, ou en laisse un reste. Et ainsi de suite jusqu'à la fin de l'opération.

Par exemple, si l'on vous dit: combien est la racine de cent quarante quatre, posez cela ainsi: 144, et placez au-dessus de la première place un point, et de même au-dessus de la troisième. Ensuite cherchez un nombre que vous poserez au-dessous de la troisième place, et que vous multipliez en lui-même. Vous trouverez que c'est un. Apres cela doublez cette unité, c'est à dire ajoutez-y (un nombre) qui lui est égal; ce sera deux. Posez cela au-dessous du quatre, à savoir de celui qui n'est pas affecté de « racine ». Cherchez un nombre que vous poserez sous la place précédente affecté de « racine »; vous trouverez que c'est deux. Multipliez cela par la place doublée et par lui-même. Vous ferez évanouir ce (nombre) qui se trouve au-dessus. Le résultat sera donc douze, ce qui est la racine (*). Et si vous multipliez douze en lui-même, vous aurez le nombre dont on cherchait la racine, à savoir cent quarante quatre.

Et si l'on vous dit: combien est la racine de sept mille cinq cent soixante neuf, posez cela ainsi: 7569. Ensuite comptez-en les rangs en (disant) « racine, pas de racine ». Vous trouverez que le troisième rang est affecté de « racine ». Consequemment cherchez un nombre que vous placerez au-dessous de ce (rang), que vous multipliez en lui-même, et qui alors fera évanouir ce qui se trouve au dessus de lui, à savoir soixante quinze, ou en laissera un reste. Vous trouverez que c'est huit, et il reste onze. Placez cela au-dessus du cinq qui est la place affectée de « racine ». Ensuite doublez le huit; ce sera seize. Placez cela sur sa ligne la plus basse, au-dessous de la (place) affectée de « point de racine », et cherchez un nombre que vous

(*) On peut figurer comme il suit l'extraction de la racine telle qu'elle est décrite dans les lignes précédentes:

$$\begin{array}{r} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ 1 \quad 4 \quad 4 \\ 1 \quad 2 \\ \quad 2 \end{array}$$

poserez sous la place affectée de « racine », à savoir sous la première (place), que vous multipliez par le nombre doublé et par lui même, et qui alors fera évanouir ce qui se trouve au-dessus de lui. Vous trouverez que c'est sept. Le résultat sera donc quatre-vingtsept, ce qui est la racine, ainsi: 87 (*).

Et si l'on vous dit : combien est la racine de cent trente trois mille deux cent vingt cinq, posez cela ainsi: 133225. Ensuite comptez les rangs comme précédemment. Vous trouverez que le cinquième est affecté de « racine ». Cherchez donc un nombre que vous placerez au-dessous de ce (rang) et que vous multipliez en lui-même. Vous trouverez que c'est trois, et vous aurez pour reste quatre. Placez cela au-dessus du trois. Ensuite doublez le trois ce sera six. Placez cela au-dessous de la (place) précédente qui n'est pas affectée de « racine », et cherchez un nombre que vous poserez sous la (place) précédente affectée de « racine », et que vous multipliez par le six et par lui-même. Vous trouverez que c'est six. Vous aurez pour reste trente six. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela doublez le six ; ce sera douze. Posez le deux sous la (place) qui n'est pas affectée de « racine », à savoir sous le deux, et le dix à sa suite sous la forme d'unité. Ensuite faites reculer le six, et joignez-le à l'unité; ce sera sept. Puis cherchez un nombre que vous poserez sous la première place, que vous multipliez par le sept, par le deux et par lui-même, et qui fera alors évanouir ce qui se trouve au-dessus de lui, à savoir trois mille six cent vingt cinq. Vous trouverez que c'est cinq. La racine du problème sera donc trois cent soixante cinq, ainsi: 365 (**).

Pour celui qui connaît bien la multiplication avec demi-transposition (***), les opérations relatives aux racines sont faciles.

(*) On peut figurer cette opération de la manière suivante:

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 7 \ 5 \ 6 \ 9 \\ 8 \ 7 \\ 1 \ 6 \end{array}$$

(**) On peut figurer cette opération de la manière suivante:

$$\begin{array}{r} 4 \ 3 \ 6 \\ 1 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 5 \\ 3 \ 6 \ 5 \\ 6 \\ 7 \ 2 \end{array}$$

(***) Voir la première partie de ce traité, chapitre troisième.

Et si l'on vous dit : combien est la racine de cinq millions trois cent trente six mille cent, posez cela ainsi: 5336100. Ensuite opérez d'après ce qui précède. Vous aurez pour racine deux mille trois cent dix, ainsi: 2310.

Et si l'on vous dit: combien est la racine d'un million six cent quatre-vingt dix mille, posez cela ainsi: 1690000. Ensuite prenez la racine du nombre comme précédemment, et faites-la précéder de la moitié des zéros. La racine du problème sera mille trois cent, ainsi: 1300.

CHAPITRE DEUXIÈME

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE PAR APPROXIMATION LES RACINES DES NOMBRES
QUI N'ONT PAS DE RACINE (RATIONNELLE).

L'opération consiste à procéder d'après ce qui précède en (comptant les rangs du nombre proposé, et disant alternativement) « racine, pas de racine », jusqu'au dernier (chiffre du nombre proposé), et à en prendre la racine. Ensuite, si le reste est égal à la racine ou plus petit, divisez-le par (*) le double de la racine entière, et ajoutez ce qui en résulte à la racine; (la somme) sera ce que vous avez cherché (**).

Par exemple, si l'on vous dit: combien est la racine de cent cinquante six, posez cela ainsi: 156. Ensuite prenez-en la racine d'après ce qui précède, ce sera douze; et il restera douze. Dénommez cela d'après le double de la racine, ce sera un demi. Ajoutez cela à la racine entière. La racine du problème sera douze et demi: $\frac{1}{2}$ 12. Et si vous élevez au carré ce résultat, c'est à dire si vous multipliez le numérateur total par lui-même, et que vous divisez le résultat par quatre, il résulte le nombre dont vous cherchez la racine, et un quart. Ce quart est la quantité qui indique le degré de l'approximation. Et pareillement toutes les fois qu'il y aura un demi dans la racine, l'approximation sera d'un quart (***) .

(*) Textuellement: dénommez-le d'après.

(**) Soit le nombre proposé $n = a^2 + r$, a^2 étant le plus grand carré contenu dans n .

Si $r \leq a$, l'auteur donne $a + \frac{r}{2a}$ comme une valeur plus approchée de la racine de n .

(***) En effet, d'après la méthode que l'auteur vien de donner, la racine sera de la forme $a + \frac{1}{2}$, lorsque le nombre proposé est de la forme $a^2 + a$; et dans ce cas le carré $(a + \frac{1}{2})^2$ dépassera le nombre proposé de $\frac{1}{4}$.

Exemple où le reste est plus petit que la racine. Si l'on vous dit: combien est la racine de cent cinquante quatre, posez cela ainsi: 154. Ensuite opérez d'après ce qui précède, il résultera comme racine entière douze, et il restera dix. Dénommez cela d'après le double de la racine, à savoir d'après vingt quatre. Ce sera deux sixièmes et la moitié d'un sixième. Ajoutez cela à la racine entière, ce sera douze, et deux sixièmes et la moitié d'un sixième, ce qui est la racine du problème, ainsi: $\frac{1}{2} \frac{2}{6} 12$. L'approximation sera d'un sixième et du quart d'un sixième d'un sixième ce que vous figurez ainsi: $\frac{1}{4} \frac{0}{6} \frac{1}{6} 154$.

Mais lorsque le reste est plus grand que la racine, ajoutez-y une unité, ajoutez au double de la racine deux, dénommez la plus petite (de ces deux sommes) d'après la plus grande, ajoutez le résultat à la racine entière, et (cette somme) sera ce que vous cherchez (*).

Par exemple, si l'on vous dit: combien est la racine de quatre-vingt quinze, posez cela ainsi: 95. Ensuite prenez-en la racine entière. Ce sera neuf, et le reste sera quatorze, ce qui est plus grand que neuf. Ajoutez-y un, ce sera quinze, et ajoutez au double de la racine deux, ce sera vingt. Dénommez d'après ceci le quinze, ce sera trois quarts. Ajoutez cela au neuf, ce sera la racine du problème, neuf et trois quarts, ainsi: $\frac{3}{4} 9$.

Si vous voulez (savoir) quel est le degré de l'approximation, convertissez ce résultat; vous aurez trente neuf. Multipliez cela en lui-même, vous obtiendrez mille cinq cent vingt un, ainsi: 1521. Divisez ce résultat par les facteurs (du dénominateur), je veux dire le quatre et encore le même. Il résulte le nombre dont vous aviez cherché la racine, plus (***) ce qui indique le degré de l'approximation, à savoir un quart d'un quart, ainsi: $\frac{1}{4} \frac{0}{4} 95$.

(*) Si $r > a$, l'auteur propose comme seconde approximation de la valeur de $\sqrt[n]{a}$ (a étant la première) $a + \frac{r+1}{2a+2}$ au lieu de $a + \frac{r}{2a}$. On induit de là que l'auteur a su que, pour $r > a$, la valeur de $a + \frac{r+1}{2a+2}$ est comprise entre $\sqrt{(a^2+r)}$ et $a + \frac{r}{2a}$. C'est ce qu'on peut en effet aisément vérifier.

(**) Textuellement: et.

CHAPITRE TROISIÈME

DE LA MANIÈRE DE RENDRE L'APPROXIMATION PLUS EXACTE.

L'opération consiste à dénommer la partie qui représentait le degré de l'approximation, d'après le double de la racine, et à retrancher le résultat de la racine. Ce qui reste sera la racine plus exacte (*).

Par exemple, si l'on vous dit : rendez plus exacte la racine de six, vous savez, par ce qui précède, que la racine de ce nombre est deux et demi, et que l'approximation est d'un quart. Donc dénommez un quart d'après le double de la racine, ce qui est cinq. Il résulte un quart d'un cinquième, ainsi : $\frac{1}{4 \cdot 5}$. Retranchez ce résultat de la racine du problème, qui était deux et demi, d'après la règle de la soustraction des fractions. Il vous restera deux

(*) Comme troisième approximation l'auteur propose l'expression suivante

$$\left(a + \frac{r}{2a}\right) - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a + \frac{r}{2a}\right)}.$$

Il ne fait ici qu'appliquer une seconde fois le même principe qui donnait déjà l'approximation précédente ; car en posant $a + \frac{r}{2a} = a'$ et $-\left(\frac{r}{2a}\right)^2 = r'$, on a le nombre proposé $a^2 + r = a'^2 + r'$, et la nouvelle approximation de l'auteur s'exprime par $a' + \frac{r'}{2a'}$.

On sait que, si l'on pose \sqrt{n} ou $\sqrt{a^2 + r} = a + x$ la valeur de x est exprimée par la fraction continue $\frac{r}{2a + \frac{r}{2a + \dots}}$.

En s'arrêtant au troisième quotient on a précisément

$$a + \frac{r}{2a + \frac{r}{2a + \frac{r}{2a}}} = \left(a + \frac{r}{2a}\right) - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a + \frac{r}{2a}\right)}.$$

et deux cinquièmes et un quart d'un cinquième ainsi : $\frac{1}{4} \frac{2}{5} 2$, ce qui est la racine du problème.

Si vous élevez ce résultat au carré, il résulte le nombre dont vous aviez cherché la racine plus ce qui indique le degré de l'approximation, à savoir six et un quart d'un quart d'un cinquième d'un cinquième, ainsi : $\frac{1}{4} \frac{0}{4} \frac{0}{5} \frac{0}{5} 6$.

Par l'élevation au carré j'entends que vous convertissez la racine, ce qui donne quarante neuf, et que vous multipliez cela par lui-même. Vous aurez deux mille quatre cent un, ainsi : 2401. Divisez ce résultat par les facteurs, je veux dire les facteurs du multiplicande et les facteurs du multiplicateur (*). à savoir cinq deux fois et quatre deux fois. Il résultera ce que vous avez cherché.

CHAPITRE QUATRIÈME

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE DES FRACTIONS.

Si le numérateur total a une racine rationnelle et le dénominateur pareillement, prenez le rapport de la racine du numérateur total à la racine du dénominateur (**).

Ainsi la racine de quatre neuvièmes est deux tiers.

Pareillement (pour extraire la racine de) quatre huitièmes et la moitié d'un huitième, posez cela ainsi : $\frac{1}{2} \frac{4}{8}$. Ensuite prenez la racine du numérateur total ; ce sera trois. Dénommez-la d'après la racine du dénominateur, laquelle est quatre. Vous aurez trois quarts, ce qui est la racine du problème, ainsi : $\frac{3}{4}$.

Et si l'on vous dit : combien est la racine de deux et un quart, posez cela ainsi : $\frac{1}{4} 2$. Ensuite divisez la racine du numérateur total, laquelle est

(*) En multipliant le diviseur vingt par lui-même, l'auteur considère l'un de ces deux nombres vingt comme multiplicande et l'autre comme multiplicateur.

$$(**) \sqrt{\left(\frac{a^2}{b^2}\right)} = \frac{a}{b} .$$

trois, par la racine du dénominateur, laquelle est deux. Vous aurez pour résultat un et demi, ce qui est la racine du problème, ainsi : $\frac{1}{2} 1$.

Pour les quantités qui ne rentrent pas dans cette catégorie, multipliez le numérateur total par le dénominateur, prenez la racine du résultat par approximation, et divisez-la par le dénominateur. Ce qui en provient est la racine approchée du problème (*).

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la racine de quatre sixièmes et la moitié d'un sixième, posez cela ainsi : $\frac{1}{2} \frac{4}{6}$. Ensuite multipliez le numérateur total qui est neuf par les facteurs (du dénominateur). Vous aurez cent huit. Prenez la racine de ce résultat par approximation, ce sera dix et deux cinquièmes. Divisez cela par le produit des facteurs (du dénominateur), lequel est douze. Vous aurez pour résultat cinq sixièmes et un cinquième d'un sixième, ainsi : $\frac{4}{5} \frac{5}{6}$; ce qui est la racine du problème par approximation. Si vous convertissez ce résultat, vous obtenez vingt six. Multipliez cela par lui-même; vous aurez pour résultat six cent soixante seize, ainsi : 676. Divisez ce résultat par les facteurs (du dénominateur). J'entends que ces facteurs dépassent les facteurs (du dénominateur) dont vous avez élevé au carré le numérateur total, et il est nécessaire que dans (la quantité qui exprime) l'approximation, les premiers facteurs (du dénominateur) soient pareils à ceux que vous aviez au commencement du problème. C'est (ce que vous obtenez) en décomposant le six en trois et deux. Posez le deux auprès du six, placez à la suite de ces deux (nombres) les deux cinq, et après cela le trois. Divisez le nombre ci-dessus (**) d'abord par le trois, le résultat par le cinq, et (ainsi de suite) jusqu'au dernier (des facteurs du dénominateur). Vous aurez pour résultat quatre sixièmes, et une moitié d'un sixième, plus la quantité qui exprime le degré de l'approximation, à savoir un tiers d'un cinquième d'un cinquième d'une moitié d'un sixième, ainsi : $\frac{1}{3} \frac{0}{5} \frac{0}{5} \frac{1}{2} \frac{4}{6}$.

$$(*) \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{V(ab)}{b}$$

(**) A savoir le nombre 676. On divise successivement par 3, 5, 5, 2 et 6.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l'un des deux nombres par l'autre, à prendre la racine du produit, si le produit est un carré, à ajouter cette (racine prise deux fois) à la somme des deux nombres et à superposer à ce qui en résulte le mot « racine » (*).

Par exemple, si l'on vous dit: ajoutez la racine de trois à la racine de douze, posez cela ainsi (**):

$$\frac{R}{3} \text{ à } \frac{R}{12}$$

Ensuite multipliez l'un des deux (nombres) par l'autre. Vous aurez pour résultat trente six, ce dont la racine (prise deux fois) est douze. Ajoutez cela aux deux nombres, vous aurez pour somme vingt sept. Superposez à cela le mot « racine », et vous aurez la racine de vingt sept, ce qui est le (résultat) cherché, ainsi: $\frac{R}{27}$.

Si les deux nombres qu'il faut multiplier l'un par l'autre, avaient eu des racines (rationnelles), le résultat aurait été une racine rationnelle, comme lorsque vous additionnez la racine de quatre et la racine de neuf.

Si le produit des deux nombres multipliés l'un par l'autre n'est pas un carré, l'addition des deux (racines) se fait par la particule de la liaison.

Par exemple, si l'on vous dit: ajoutez la racine de cinq à la racine de trois, vous direz: la somme est « la racine de cinq et la racine de trois », parce que le résultat de la multiplication n'est pas un carré.

Quant à la soustraction, elle est pareille à l'addition, si ce n'est que vous soustrayez la racine du produit (prise deux fois) de la somme des deux nombres (***) .

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez la racine de deux de la racine de trente deux, posez cela ainsi:

(*) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$.

(**) L'initiale arabe du mot *djidzir* qu'on trouve dans le texte manuscrit superposée aux nombres, sera rendue dans les formules suivantes par un R, initiale du mot racine.

(***) $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}}$.

$$\frac{R}{32}$$

$$\frac{R}{2}$$

Ensuite multipliez ensemble les deux nombres (*); le résultat sera soixante quatre. Prenez-en la racine (deux fois), ce sera seize. Retrachez cela de la somme des deux nombres; vous aurez pour reste dix-huit. Superposez à cela le mot « racine ». Le reste sera donc: la racine de dix-huit, ain-

si: $\frac{R}{18}$.

Si de nouveau le résultat de la multiplication n' est pas un carré, la soustraction se fait par la particule de l'exception.

Par exemple, si l' on vous dit: retranchez la racine de trois de la racine de cinq, vous direz: le reste est « la racine de cinq moins la racine de trois », ainsi:

$$\frac{R}{5} \text{ moins } \frac{R}{3}.$$

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA MULTIPLICATION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l'un des deux nombres par l'autre, et à superposer au résultat le mot « racine » (**).

Par exemple, si l' on vous dit: multipliez la racine de six par la racine de huit, alors multipliez six par huit, superposez au produit (le mot) « racine », et vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de quarante

huit, ainsi: $\frac{R}{48}$.

§.

Si le mot « racine » n'est pas superposé à l'un des deux nombres (***), élevez-le au carré, et multipliez-le ensuite par l'autre (nombre).

(*) Textuellement: formez le rectangle des deux nombres.

(**) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

(***) $a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez la racine de six par trois, élevez le trois au carré, afin qu'il devienne de la même espèce que le six. Vous aurez neuf. Multipliez cela par le six, et superposez au produit le mot « racine ». Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de cinquante quatre, ainsi : $\frac{R}{54}$.

§.

Si le mot « racine » se trouve un plus grand nombre de fois au-dessus de l'un des deux nombres qu'au-dessus de celui qui lui est associé, élevez au carré celui qui est en défaut jusqu'à ce qu'il devienne de l'espèce de l'autre (*).

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez la racine de six par la racine de la racine de deux, élevez le six au carré, multipliez le résultat par le deux, et superposez au résultat le mot « racine » deux fois. Ce sera le (résultat) cherché, à savoir la racine de la racine de soixante douze, ainsi : $\frac{R R}{72}$.

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE LA DIVISION ET DE LA DÉNOMINATION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à diviser l'un des deux nombres par l'autre et à prendre la racine du résultat en lui superposant le mot « racine » (**).

Par exemple, si l'on vous dit : divisez la racine de soixante par la racine de cinq, posez cela ainsi :

$$\frac{R}{60}$$

$$\frac{R}{5}$$

Ensuite divisez le soixante par le cinq, vous aurez pour résultat douze. Prenez-en la racine en lui superposant le *djîm* (***). Vous aurez la racine de douze, ce qui est le (résultat) cherché, ainsi : $\frac{R}{12}$.

(*) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{[a \cdot b]}$.

(**) $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$.

(***) *C'* est le nom arabe de la lettre initiale du mot *djidzr* qui signifie « racine ».

§.

Si le dividende est un nombre, élevez-le au carré, et alors divisez-le (*).

Par exemple, si l' on vous dit: divisez douze par la racine de sept, élevez le douze au carré et divisez ce qui en résulte par le sept. Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de vingt et quatre septièmes,

$$\text{ainsi : } \frac{R}{\frac{4}{7} 20}.$$

Pareillement si le diviseur est un nombre, élevez-le au carré, et alors divisez par ce que vous avez obtenu. (**)

Par exemple, si l' on vous dit: divisez la racine de quatre-vingt seize par quatre, élevez au carré le quatre, et divisez le quatre-vingt seize par le produit. Vous aurez la racine de six, ce qui est le (résultat) cherché, ain-

$$\text{si : } \frac{R}{6}.$$

Quant à la dénomination, elle est toute pareille à la division.

Par exemple, si l'on vous dit: dénommez la racine de trois d'après la racine de cinq, vous direz : le résultat est la racine de trois cinquièmes,

$$\text{ainsi : } \frac{R}{\frac{3}{5}}.$$

§.

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE LES MULTIPLES ET LES SOUS-MULTIPLES DES RACINES.

Quant à la manière de prendre le multiple, la pratique de cette opération consiste à élever au carré le nombre des répétitions, à multiplier le résultat par le nombre, et à superposer au produit le mot « racine » (***)

$$(*) \frac{a}{\sqrt{b}} = \sqrt{\left(\frac{a^2}{b}\right)}.$$

$$(**) \frac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\left(\frac{a}{b^2}\right)}.$$

$$(***) m. \sqrt{a} = \sqrt{m^2 \cdot a}.$$

Par exemple , si l'on vous dit: trois racines de six , de quel nombre est-ce la racine ? Posez cela ainsi:

$$\begin{array}{c} 3 \\ \text{R} \\ \sqrt[3]{6} \end{array}$$

Ensuite élevez au carré le trois, ce sera neuf. Multipliez cela par le six, vous aurez pour résultat cinquante quatre. Prenez-en la racine. Ce sera la racine de cinquante quatre, ainsi: $\frac{\text{R}}{54}$.

Quant à la manière de prendre le sous-multiple , la pratique de cette opération consiste pareillement à élever au carré la fraction, à multiplier le résultat par le nombre, et à superposer au produit le mot « racine » (*).

Par exemple, si l'on vous dit: la moitié de la racine de quarante huit, de quel nombre est-ce la racine ? Posez cela ainsi:

$$\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \text{R} \\ \sqrt[4]{48} \end{array}$$

Ensuite élevez au carré un demi; ce sera un quart. Multipliez cela par quarante huit , il résulte douze. Prenez-en la racine. Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de douze, ainsi: $\frac{\text{R}}{12}$.

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA PREMIÈRE DE DEUX NOMS.

Ce (terme) signifie (une expression composée d') un nombre et (de) la racine d'un nombre, la (quantité) rationnelle étant la plus grande des deux, et l'une n'étant ajoutée à l'autre qu'au moyen de la particule de la liaison (**), ni retranchée de l'autre qu'au moyen de la particule de l'exception. (***)

$$(*) \quad \frac{1}{m} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot a\right]}$$

(**) C'est la particule *wa* « et, plus ».

(***) C'est la particule *illâ* « excepté, moins ». — On remarque que cette définition

L'opération de former cette (expression) consiste à retrancher un nombre carré d' un (autre) nombre carré , à condition que le reste ne soit pas un carré , et à joindre la racine du reste à la racine du plus grand des deux nombres (*).

On en extrait la racine en dépouillant les deux noms, c'est à dire en élevant au carré le nombre, et en ôtant du nombre qui lui est associé , le *djîm*; en retranchant ensuite un quart du plus petit d'un quart du plus grand, en prenant la racine du reste, en l'ajoutant à la moitié du plus grand des deux noms, puis en la retranchant aussi de la moitié du plus grand des deux noms, et en superposant (le signe de) la racine à chacun des deux résultats. Ce sera la (racine) cherchée (**).

Quant à la preuve , elle consiste à dépouiller les deux noms et à les additionner comme on additionne des nombres; il résultera le plus grand des deux noms (***) . Puis à en former le rectangle , et à prendre le double de ce qu'on obtient; il résultera le plus petit des deux noms (****).

Explication. Si vous retranchez le neuf du trente six, le reste est vingt sept. Prenez-en la racine en superposant le *djîm*. Joignez cela à la racine de trente six qui est six. La première de deux noms sera donc : six et la racine de vingt sept; ainsi : $\frac{R}{27} 6$ (*****). Ensuite dépouillez chacun des deux (noms); ce sera trente six et vingt sept. Retranchez un quart du plus petit des deux noms , à savoir six et trois quarts , d' un quart du nom le plus grand , à savoir de neuf. Vous aurez pour reste deux et un quart. Prenez la racine de ce reste; ce sera un et demi. Ajoutez cela à la motié du nom

comprend sous le nom du binôme à la fois la quantité qu'Euclide appelle « la droite de deux noms », et celle qu'il appelle « apotome ». Mais on verra un peu plus loin qu'Alkal-câdi emploie aussi cette dernière expression.

$$(*) \quad a + \sqrt{a^2 - b^2}.$$

$$(**) \quad \sqrt{m + \sqrt{m^2 - n}} = \sqrt{\left[\frac{m}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right]} + \sqrt{\left[\frac{m}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right]}.$$

$$(***) \quad \left[\frac{m}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right] + \left[\frac{m}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right] = m.$$

$$(****) \quad 2 \cdot \sqrt{\left[\frac{m}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right]} \cdot \sqrt{\left[\frac{m}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}\right)}\right]} = \sqrt{n}.$$

$$(*****) \quad a = 6, b = 3 \dots a + \sqrt{a^2 - b^2} = 6 + \sqrt{27}.$$

le plus grand, laquelle est trois; ce sera quatre et demi. Réservez cela. Ensuite retranchez aussi un et demi du trois; vous aurez pour reste un et demi. Joignez cela à la (quantité) réservée, et superposez à chacune des deux (quantités le signe de) la racine. Vous aurez la racine de quatre et demi et la racine de un et demi, ainsi:

$$\frac{R}{\frac{1}{2}} - \frac{R}{\frac{1}{2}} = 4 \quad (*)$$

La preuve consiste à ôter le *djîm* de chacune des deux (quantités), et à les additionner ensuite. Il résultera six, ce qui est le plus grand des deux noms (**). Ensuite multipliez l'une d'elles par l'autre. Il résultera six et trois

quarts, ainsi : $\frac{3}{4} 6$. Alors vous direz: deux racines de six et trois quarts, de quel nombre est-ce la racine? Multipliez le deux par lui-même, ce sera quatre. Multipliez cela par le numérateur total de six et trois quarts. Il résultera cent huit. Divisez cela par le quatre, parce que ce qui complète la multiplication des fractions c'est la division par les facteurs (des dénominateurs). Vous aurez pour résultat la racine de vingt sept, ce qui est le plus petit (des deux noms) (***) .

Quant à la division par un binôme, elle consiste à multiplier le dividende par l'apotome du diviseur. (Appellons) ce qui en résulte, le produit du dividende. Ensuite dépouillez chacun des deux noms du binôme; c'est à dire élevez au carré le nombre, et ôtez le *djîm* de celui qui lui est associé, retranchez le plus petit du plus grand, et divisez par le reste le produit du dividende (***) .

Par exemple, si l'on vous dit: divisez quinze par trois et la racine de deux (****), multipliez le dividende par l'apotome du diviseur, lequel est trois

$$\begin{aligned} (*) \quad \sqrt{6 + \sqrt{27}} &= \sqrt{\left[\frac{6}{2} + \sqrt{\left(\frac{6^2}{4} - \frac{27}{4}\right)}\right]} + \sqrt{\left[\frac{6}{2} - \sqrt{\left(\frac{6^2}{4} - \frac{27}{4}\right)}\right]} \\ &= \sqrt{\left(4 \frac{1}{2}\right)} + \sqrt{\left(1 \frac{1}{2}\right)}. \end{aligned}$$

$$(**) \quad 4\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 6.$$

$$(***) \quad 2 \cdot \sqrt{4\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{27}.$$

$$(***) \quad \frac{m}{p + \sqrt{q}} = \frac{m(p - \sqrt{q})}{p^2 - q}$$

(****) Le binôme $3 + \sqrt{2}$ appartient à l'espèce qu'Euclide appelle « la quatrième de deux noms ».

moins la racine de deux. Vous aurez pour résultat quarante cinq moins la racine de quatre cent cinquante, ainsi:

$$45 \text{ moins } \frac{R}{450}.$$

Ensuite élevez au carré chacun des deux noms; ce sera neuf et deux. Retranchez le plus petit du plus grand; vous aurez pour reste sept. Divisez par cela la (quantité) dont on retranche, vous aurez pour résultat six et trois septièmes. Réservez cela. Ensuite élevez au carré le sept, ce sera quarante neuf. Divisez par cela la (quantité) retranchée, c'est à dire ce qui suit le « moins », après avoir décomposé le diviseur en sept et sept. Vous aurez la racine de neuf et un septième et deux septièmes d'un septième. Retranchez cela de la (quantité) réservée, le résultat du problème sera: six et trois septièmes moins la racine de neuf et un septième et deux septièmes d'un septième (*), ainsi (**):

$$\frac{3}{7} 6 \text{ moins } \frac{R}{\frac{2}{7} \frac{1}{7} 9}.$$

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA DÉTERMINATION DE L'INCONNUE.

CHAPITRE PREMIER.

DES NOMBRES PROPORTIONNELS.

(Des nombres proportionnels sont quatre nombres) tels que le rapport du premier au second est égal au rapport du troisième au quatrième; et

$$(*) \frac{15}{3 + \sqrt{2}} = \frac{15(3 - \sqrt{2})}{3^2 - 2} = \frac{45}{7} - \sqrt{\left(\frac{450}{49}\right)} = 6 \frac{3}{7} - \sqrt{\left(9 + \frac{1}{7} + \frac{2}{7}\right)}.$$

(**) Il est peut-être utile de faire observer que dans le texte manuscrit arabe l'expression $\frac{R}{\frac{2}{7} \frac{1}{7} 9}$ se trouve à gauche du mot « moins » et l'expression $\frac{3}{7} 6$ à droite. C'est une

conséquence naturelle de la manière arabe d'écrire de droite à gauche. La même observation s'applique aux autres formules précédemment proposées, dans lesquelles deux expressions numériques sont séparées par une particule.

que le produit du second par le troisième est égal au produit du premier par le quatrième.

Explication. (Prenons) le quatre, le six, le huit et le douze, ainsi:

$$12 : 8 :: 6 : 4.$$

Le rapport de quatre à six est deux tiers, et le rapport de huit à douze de même.

Si un des deux (termes) extrêmes est inconnu, formez le rectangle des deux (termes) moyens, et divisez le résultat par celui des deux (termes) extrêmes qui est connu (*). Et si un des deux (termes) moyens est inconnu, formez le rectangle des deux (termes) extrêmes, et divisez le résultat par celui des deux (termes) moyens qui est connu.

Done, si l'on vous dit: (on demande) une quantité (***) dont le tiers et le quart additionnés font quatre-vingt quatre; alors posez le nombre (donné), et placez avant ce (nombre) le dénominateur commun du tiers et du quart, lequel est douze. Ensuite additionnez le tiers et le quart de ce (dernier nombre); c'est sept. Mettez cela à la première place. Ces nombres seront donc comme il suit :

$$1 : 84 : 12 : 7$$

le quatrième (***) étant l' inconnue. Multipliez le second par le troisième, vous aurez mille huit. Divisez ce résultat par le sept, vous obtiendrez la (quantité) cherchée, à savoir cent quarante quatre. Telle est donc l' inconnue; et la somme de son tiers et de son quart est quatre-vingt quatre.

Et si l' on vous dit : d' une quantité on a retranché un quart et un

(*) Littéralement : « qui est trouvé, qui est présent ».

(**) Le mot arabe traduit ici par « quantité » est *mâl* : terme employé aussi par les algébristes arabes pour désigner spécialement le carré de l' inconnue. Je signale ce détail pour faire remarquer que le mot *mâl* n' est pas, comme on voit, employé exclusivement dans cette dernière acception.

(***) Le symbole de ce quatrième nombre est dans le texte manuscrit arabe un *djîm* que nous avons vu employé déjà dans la troisième partie de ce traité comme symbole de la racine, le nom arabe de la racine, commençant par un *djîm*, comme on l' a fait observer ci-dessus. Quoique le mot « racine » (*djidzr*) soit employé par les algébristes arabes, aussi bien que le terme « chose » (*châi*), pour désigner la première puissance de l' inconnue, par opposition au carré etc. ; il y a lieu de croire que, dans le cas actuel, le *djîm* est l' initiale du verbe arabe *djahala* qui signifie « ignoravit », et d' où est dérivé le terme technique arabe *madjhoûl* qui désigne une quantité *inconnue* en général. C' est pourquoi ici le *djîm* du texte arabe a été rendu par un I.

cinquième, et il est resté soixante six; alors posez le nombre (donné), et avant cela le dénominateur commun, qui est vingt. Ce qui en reste (*) est onze. Posez cela à la première place. Ce sera le dénominateur. Ainsi :

$$1 : 66 : 20 : 11.$$

Ensuite multipliez le second, à savoir le vingt, par le troisième, à savoir le soixante six. Il resultera mille trois cent vingt. Divisez cela par le onze; vous aurez cent vingt, ce qui est la (quantité) cherchée.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE L'OPÉRATION AVEC LES PLATEAUX (**).

Cette (opération) consiste à placer le (nombre) connu au sommet (***) (de la figure), à prendre ensuite pour chacun des deux plateaux le nombre que vous voudrez, à en prendre les parties (que l'on doit prendre) du nombre (cherché), et à y comparer (****) le (nombre) placé au sommet (de la figure).

Si les parties sont égales à ce qui est au sommet, le nombre cherché est (celui qui se trouve) dans le plateau, et vous n'avez pas besoin d'opération (ultérieure). Comme si l'on vous dit: (on demande) une quantité dont le tiers et le quart additionnés font quatorze, et que vous prenez pour le (nombre que vous placez dans le) plateau, vingt quatre.

Si non, examinez (ces quantités); et si la somme des parties est plus grande que ce qui est au sommet, placez la différence entre les deux (quantités) au-dessus du plateau (*****). Mais si les parties (additionnées) sont plus pe-

(*) Après la soustraction d'un quart et d'un cinquième de vingt.

(**) Ce nom vient d'une figure dont on se sert dans cette opération, et qui est formée, comme on le voit ci-après, de deux compartiments semblables aux deux plateaux d'une balance. On inscrit dans ces deux compartiments les deux valeurs supposées de l'inconnue qui sont les deux essais employés dans la règle des deux fausses positions.

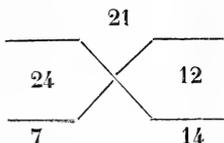
(***) Littéralement: sur la coupole.

(****) Littéralement: opposer.

(*****) Le Ms. de M. Reinaud intercale ici le passage suivant: « Et si la différence de l'un des deux dépasse l'autre, » [je conjecture qu'il faut lire: Et si la différence de l'un des deux plateaux est par excès, et celle de l'autre par défaut, multipliez la différence de chaque plateau par ce qui se trouve dans l'autre plateau et] « divisez la somme des deux produits par la somme des deux différences. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée ».

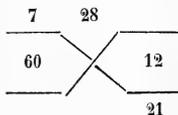
tites, placez la différence au bas du plateau. Ensuite multipliez la différence de chaque plateau par ce qui se trouve dans l'autre plateau, retranchez le plus petit du plus grand des deux produits, et réservez le reste. Après cela retranchez la plus petite de la plus grande des deux différences, et divisez par ce qui reste la (quantité) réservée. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée (*).

Par exemple, si l'on vous dit: (on demande) une quantité, dont le tiers et le quart additionnés font vingt et un. Posez le vingt et un au sommet, et prenez pour le premier plateau douze, et pour le second vingt quatre, ainsi :



Ensuite comparez aux deux parties du douze le (nombre) qui se trouve au sommet (de la figure). Vous trouvez que la différence entre ces deux (quantités) est quatorze. Placez cela au-dessous du plateau. Ensuite faites de même pour le second plateau. Vous trouverez comme différence entre les deux (quan-

« Par exemple, si l'on vous dit: (on demande) une quantité dont le tiers et le quart additionnés font vingt huit. Prenez pour le premier plateau douze, et pour le second soixante, et opérez d'après ce qui précède. La différence du premier plateau sera vingt un, et cela par défaut; placez-le sous le (plateau). La différence du second (plateau) est sept, et cela par excès; placez-le au-dessus du plateau. Ensuite additionnez ce qui résulte de la multiplication [7. 12 + 21. 60], vous aurez mille trois cent quarante quatre. Divisez cela par le somme des différences [7 + 21], vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée. À savoir quarante huit. En voici la figure :



(*) Soit proposée l'équation

$$mx = a,$$

et soient

$$m\xi = a + \alpha,$$

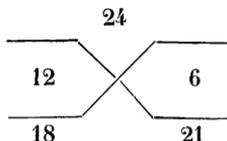
$$m\xi' = a + \alpha',$$

on aura

$$x = \frac{\xi\alpha' - \xi'\alpha}{\alpha' - \alpha}.$$

tités) sept. Posez cela pareillement au-dessous du second plateau. Après cela multipliez la différence du premier plateau, à savoir quatorze, par ce qui se trouve dans le second plateau, vous obtiendrez trois cent trente six. Réservez cela. Puis multipliez la différence du second plateau, à savoir sept, par ce qui se trouve dans le premier plateau. Il résultera quatre-vingt quatre. Retranchez cela de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste deux cent cinquante deux. Divisez cela par le sept qui est la différence entre l'erreur du premier et du second plateau. Vous aurez pour résultat trente six, ce qui est le nombre inconnu.

Et si l'on vous dit: (on demande) une quantité de laquelle on retranche un tiers et un sixième, (après quoi) il reste vingt quatre. Placez ce nombre au sommet, et prenez pour le premier plateau six, et pour le second douze, ainsi :



Ensuite retranchez un tiers et un sixième de ce qui se trouve dans le premier plateau; il vous reste trois. Comparez cela à ce qui se trouve au sommet; la différence sera vingt un; posez cela au-dessous du plateau. Après cela faites de même pour l'autre plateau; la différence sera dix-huit; posez-la au-dessous du plateau. Puis multipliez la différence de chaque plateau par tout (ce qui se trouve dans) l'autre et retranchez le plus petit résultat des deux multiplications du plus grand. Vous aurez pour reste cent quarante quatre. Divisez cela par le trois (qui est) la différence (des deux erreurs). Vous aurez pour résultat quarante huit, ce qui est la (quantité) cherchée.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA RESTAURATION ET DE L'OPPOSITION. (*)

Cette (science) est fondée sur trois espèces, à savoir: les nombres, les choses et les carrés. A ces (espèces) se joignent, en outre, les cubes. Le nom-

(*) C'est à dire: de l'algèbre.

bre n'a pas de fond (*); le fond des choses est un, le fond des carrés est deux, et le fond des cubes est trois. Parmi (toutes) ces espèces il n'y a de connu que le nombre. La chose (*chaï*) et la racine (*djidzr*) ont la même signification, et désignent une (quantité) inconnue. Le carré (*mâl*) est ce qui résulte de la multiplication de la chose par elle-même, et le cube est ce qui résulte de la multiplication du carré par sa racine. La restauration (*djabr*) est dans le langage technique l'action d'ôter la particule de la négation (**) et ce qui la suit, et de restituer cela (en le combinant) avec la (quantité) égalée qui se trouve dans l'autre membre. L'opposition (*mokâbala*) et l'égalisation est l'action d'examiner les termes du problème, les uns relativement aux autres, et de retrancher chaque espèce de sa semblable: la négative de la positive (***) ; et le positif est ce qui précède la particule de la négation, et le négatif est ce qui la suit.

L'algèbre a pour objet (****) six cas dont trois sont simples et trois composés. Des trois (cas) simples le premier est: « des carrés sont égaux à des racines »; le second: « des carrés sont égaux à un nombre »; et le troisième: « des racines sont égales à un nombre ». Quant aux trois cas composés, dans le premier c'est le nombre qui se trouve isolé (*****), dans le second c'est la racine, et dans le troisième c'est le carré.

Dans les trois cas simples l'opération consiste à diviser par le (coefficient du) carré ce qui est égalé (aux carrés), et par (le coefficient de) la racine dans le cas où il n'y a point de carrés. Il résulte dans le premier et dans le troisième cas la racine, et dans le second le carré (*****).

(*) En arabe *ass* = « fundamentum, principium, vestigium ». Cette signification du terme arabe rappelle involontairement les pythènes de l'arithmétique grecque. Mais je fais observer qu'il existe entre ces deux choses une différence fondamentale; le pythèn étant le *facteur* qui multiplie une puissance de dix, tandis que l'*ass* n'est autre chose que l'*exposant* d'une puissance de l'inconnue. C'est ce qui résultera plus clairement encore des chapitres 7^e et 8^e de la quatrième partie du présent traité.

(**) Littéralement: de l'exception.

(***) Littéralement: la déficiente de l'excédante.

(****) Littéralement: la restauration et l'opposition roule sur.

(*****). C'est à dire: qui forme à lui seul l'un de deux membres de l'équation.

$$\begin{array}{l}
 \text{(*****)} \\
 \text{1) } ax^2 = bx \dots x = \frac{b}{a} \\
 \text{2) } ax^2 = b \dots x^2 = \frac{b}{a} \\
 \text{3) } ax = b \dots x = \frac{b}{a}
 \end{array}$$

Exemple du premier cas. Si l'on vous dit : quatre carrés sont égaux à douze choses, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 12 L \quad 4 \quad (*) \end{array}$$

Ensuite divisez par le (coefficient du) carré ce qui est égalé au (carré); vous aurez pour résultat trois, ce qui est la racine. Conséquemment le carré est neuf, et quatre carrés sont trente six, et douze racines d'un carré de même.

Exemple du second cas. Si l'on vous dit: dix-huit carrés sont égaux à soixante douze en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} Q \\ 72 L \quad 18 \end{array}$$

Ensuite divisez par le (coefficient du) carré ce qui est égalé au (carré); vous aurez pour résultat quatre, ce qui est (la valeur d') un carré : et dix-huit carrés seront égaux à soixante douze en nombre.

Exemple du troisième cas. Si l'on vous dit: cinq racines sont égales à soixante en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \\ 60 L \quad 5 \end{array}$$

Ensuite divisez ce qui est égalé aux choses par (le coefficient de) celles-ci. Il résultera douze, ce qui est la racine du carré. Celui-ci sera cent quarante quatre, et cinq de ses racines seront égales à soixante.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES CAS COMPOSÉS.

Le premier cas est celui dans lequel le nombre est isolé. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié du nombre des choses, à

(*) Dans les formules du texte manuscrit la première puissance de l'inconnue est désignée par un *chîn*, la seconde par un *mîm*, et la troisième par un *qâf*, superposés aux coefficients numériques. Ces lettres sont respectivement les initiales des mots *châi* = « chose », *mâl* = « carré », *qa'b* = « cube ». On rendra ici la première par un C, la seconde par un Q et la troisième par un K. Les deux membres de l'équation sont séparés dans le texte manuscrit par un *lâm* qui est évidemment la lettre finale du verbe *adala* = « égalier » ; ce *lâm* sera rendu ici par un L.

ajouter ce qui résulte au nombre, à prendre la racine de la somme, et à retrancher de ce qu'on obtient comme racine, la moitié (du coefficient) des choses. Ce qui reste est la racine du carré (*).

Par exemple, si l'on vous dit : un carré et dix choses sont égaux à cinquante six en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 56 \quad L \quad 10 \quad 1 \end{array}$$

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses ; ce sera vingt cinq. Ajoutez cela au nombre ; ce sera quatre-vingt un. Prenez-en la racine, c'est neuf. Retranchez-en la moitié (du coefficient) des choses, vous aurez pour reste quatre, ce qui est la racine du carré. Celui-ci sera seize, et dix racines d'un carré seront quarante.

Le troisième cas est celui dans lequel le carré est isolé. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié (du coefficient) des choses, à ajouter de nouveau au résultat le nombre, à prendre la racine de la somme, et à y ajouter une seconde fois la moitié (du coefficient) des choses. Ce qu'on obtient est la racine (**).

Par exemple, si l'on vous dit : un carré est égal à huit choses et à vingt en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 20 \quad 8 \quad L \quad 1 \end{array}$$

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses ; ce sera seize. Ajoutez cela au nombre, ce sera trente six, ce dont la racine est six. Ajoutez-y la moitié (du coefficient) des choses, ce sera dix ; et telle est la racine du carré, lequel est cent ; et huit de ses racines sont quatre-vingt.

Le second cas est celui dans lequel les racines sont isolées. Ce (cas) a deux réponses, dont l'une (s'obtient) par l'addition et l'autre par la soustraction. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié (du coefficient) des choses, à retrancher du résultat le nombre, et à prendre la ra-

$$(*) \quad x^2 + ax = b \dots x = \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b\right]} - \frac{a}{2}.$$

$$(**) \quad x^2 = ax + b \dots x = \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b\right]} + \frac{a}{2}.$$

cine de ce qui reste. Alors si vous l'ajoutez à la moitié (du coefficient) des choses, ce sera la racine du plus grand carré; et si vous la retranchez de la moitié (du coefficient) des choses, vous aurez pour reste la racine du plus petit carré (*).

Par exemple, si l'on vous dit : un carré et vingt en nombre sont égaux à douze choses, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \qquad Q \\ 12 \text{ L } 20 \text{ 1} \end{array}$$

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses; ce sera trente six. Retrancher-en le nombre, vous aurez pour reste seize. Prenez-en la racine, c'est quatre. Si vous l'ajoutez au six, qui est la moitié (du coefficient) des choses, c'est dix; ce qui est la racine du plus grand carré, lequel est cent. Et si vous retranchez le quatre de la moitié du (coefficient) des choses, il reste deux; ce qui est la racine du plus petit carré, lequel est quatre.

Explication additionnelle. Si le résultat de l'élevation au carré de la moitié (du coefficient) des choses est égal au nombre, sachez qu'alors cette moitié est la racine, et que le carré est égal au nombre (**).

Par exemple, si l'on vous dit: un carré et seize en nombre sont égaux à huit choses, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \qquad Q \\ 8 \text{ L } 16 \text{ 1} \end{array}$$

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses. Le résultat sera seize, ce qui est égal au nombre. Il n'est donc pas besoin d'opération ultérieure.

Si le résultat de l'élevation au carré de la moitié (du coefficient) des choses est plus petit que le nombre, sachez que le problème est impossible (**); comme si l'on dit: un carré et vingt en nombre sont égaux à six choses.

$$(*) \quad x^2 + b = ax \dots x = \frac{a}{2} \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b\right]}$$

(**) Si dans le cas $x^2 + b = ax$ on a $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b$, il suit $x = \frac{a}{2}$ et $x^2 = b$.

(***) Si $\left(\frac{a}{2}\right)^2 < b$, les racines de l'équation $x^2 + b = ax$ sont imaginaires.

§.

Si dans un des cas composés il se trouve plus d'un seul carré, divisez chacun des termes par le nombre des carrés contenus dans (l'équation).

Par exemple, si l'on vous dit : six carrés et douze choses sont égaux à quatre-vingt dix en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 90 \quad L \quad 12 \quad 6 \end{array}$$

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème, par six. Vous aurez pour résultat : un carré et deux choses sont égaux à quinze en nombre, (problème) qui appartient au premier des cas composés, lequel est le quatrième (des six cas). La racine sera trois, et le carré neuf.

Et si l'on vous dit : quatre carrés et quarante huit en nombre sont égaux à trente deux choses, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 32 \quad L \quad 48 \quad 4 \end{array}$$

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème par quatre. Vous aurez pour résultat : un carré et douze en nombre sont égaux à huit choses. Cela revient au cinquième cas.

Et si l'on vous dit : trois carrés sont égaux à douze choses et soixante trois en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ 63 \quad 12 \quad L \quad 3 \end{array}$$

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème, par trois. Il résultera : un carré est égal à quatre choses et vingt un en nombre. Cela revient au sixième cas. La racine est sept, et le carré quarante neuf.

§.

Si dans ces problèmes il se trouve moins d'un carré (entier), cherchez (une quantité) par laquelle vous multiplierez le (coefficient du carré) de manière que cela devienne une unité; et multipliez tout ce que vous avez en fait de choses et de nombres, par la (quantité) par laquelle vous avez multiplié le carré.

Par exemple, si l'on vous dit: la moitié d'un carré et une chose sont égaux à sept et demi en nombre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} C \quad Q \\ \frac{1}{2}7 \quad L \quad 1 \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

Ensuite multipliez la moitié d'un carré par deux, vous aurez pour résultat un carré complet; et multipliez pareillement la chose par deux, et de même le nombre. Alors (le problème proposé) deviendra: un carré et deux choses sont égaux à quinze en nombre, ce qui appartient au quatrième cas.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE L'ADDITION DES ESPÈCES DIFFÉRENTES OU DE MÊME GENRE (*).

Quant à l'addition des espèces de même genre, cette addition n'offre point de difficulté, comme (l'addition) des nombres avec leurs analogues, et de même (l'addition) des choses, des carrés et des cubes avec leurs analogues.

Quant aux (espèces) différentes, elles restent telles qu'elles sont, et leur addition se fait par la particule de la liaison. Comme si l'on vous dit: additionnez quatre en nombre et six choses à huit carrés et dix cubes. Vous direz: la somme est quatre en nombre et six choses et huit carrés et dix cubes. Car le fond (** de chacune (de ces quantités) est différent de (celui des quantités) qui y sont jointes.

§.

Si dans l'une des deux (quantités) additionnées, ou dans toutes les deux, il se trouve une exception (***) , laissez-la telle qu'elle est, ajoutez chaque espèce à sa semblable, et additionnez ce qui est d'une espèce différente, au moyen de la particule de la liaison.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez trois carrés et cinq en nombre

(*) C'est à dire: des puissances algébriques d'ordres différents ou de même ordre.

(**) Voir ci-dessus, chapitre 3^e.

(***) C'est à dire: un agrégat de termes précédé du signe négatif ou de la particule « moins ».

moins six choses à trois en nombre et quatre carrés et six cubes moins quatre cubes, posez cela ainsi (*):

$$\begin{array}{r} C \qquad \qquad Q \\ 6 \text{ moins } 5 \quad 3 \\ K \qquad \quad K \quad Q \\ 4 \text{ moins } 6 \quad 4 \quad 3 \end{array}$$

Ensuite retranchez les cubes de leurs analogues, ajoutez chaque espèce à sa semblable, additionnez ce qui est d'une espèce différente au moyen de la particule de la liaison, et laissez les choses telles qu'elles sont. Vous aurez pour résultat huit en nombre, sept carrés et deux cubes moins six choses, ainsi :

$$\begin{array}{r} C \qquad \quad K \quad Q \\ 6 \text{ moins } 2 \quad 7 \quad 8 \end{array}$$

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION.

Cette (opération) est très-semblable à l'addition, car la soustraction d'une espèce de son analogue est évidente, et (la soustraction d'une espèce) d'une autre espèce se fait par la particule de l'exception. Donc, si l'on vous dit : retranchez quatre choses de six carrés, vous direz : le reste est six carrés moins quatre choses.

Si dans l'une des deux (quantités) retranchées l'une de l'autre, ou dans toutes les deux, il se trouve une exception, restaurez (***) chacune des deux (quantités) retranchées l'une de l'autre, et retranchez après cela le plus petit du plus grand.

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez six carrés moins trois choses de huit cubes moins cinq en nombre, posez cela ainsi :

(*) J'écris ces formules (et les formules semblables qu'on trouve dans la suite du traité) en mettant la partie retranchée à gauche du « moins », pour leur conserver tout à fait la forme qu'elles présentent dans le texte arabe.

(**) Le verbe arabe traduit ici par « restaurer » est *djabara*.

K
5 moins 8
C Q
3 moins 6

Ensuite restaurez le problème, ce qui se fait en ajoutant la (quantité) exceptée de chacun des deux côtés à l'autre côté. Ce sera donc comme si l'on vous avait dit : retranchez cinq en nombre et six carrés de trois choses et huit cubes. Vous excepterez ce qui est retranché de ce dont on retranche, et le reste sera trois choses et huit cubes, moins cinq en nombre et six carrés, ainsi :

Q K C
6 5 moins 8 3

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE LA MULTIPLICATION.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l'un des deux nombres par l'autre et à additionner les deux fonds; ce qu'on obtient (par cette addition) est le fond du résultat de la multiplication (*).

Si vous multipliez une espèce par un nombre, le résultat est exactement de la même espèce.

Si vous multipliez le positif (**), par le positif (***), le résultat est positif. Pareillement le négatif (****) fois le négatif est positif. Et si vous multipliez le positif par le négatif, et le négatif par le positif, le résultat est négatif. Le positif est ce qui précède la particule de l'exception, et le négatif est ce qui suit le « moins » (*****).

Le résultat de la multiplication des choses par elles-mêmes sont des carrés. Le résultat de la multiplication des choses par les carrés sont des cubes. Le résultat de la multiplication des choses par les cubes sont des car-

(*) $ax^m \cdot bx^n = (a \cdot b)x^{m+n}$. Comparer ci dessus, chapitre 3^e.

(**) Littéralement : l'excédant.

(***) Littéralement : par ce qui lui est semblable.

(****) Littéralement : le déficient.

(*****) $(+a) \cdot (+b) = +ab$, $(-a) \cdot (-b) = +ab$
 $(+a) \cdot (-b) = -ab$, $(-a) \cdot (+b) = -ab$.

rés-carrés. Tel est aussi le résultat de la multiplication des carrés par eux-mêmes. Les résultat de la multiplication des carrés par les cubes sont des quadrato-cubes, parce que la somme des deux fonds est cinq. Le résultat de la multiplication des cubes par eux-mêmes sont des cubo-cubes (*). On ajoute (**) pour le carré deux et pour le cube trois.

Donc si l'on vous dit : multipliez huit choses moins quatre en nombre par six carrés moins trois choses, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \text{C} \\ 4 \text{ moins } 8 \\ \text{C} \quad \text{Q} \\ 3 \text{ moins } 6 \end{array}$$

Ensuite multipliez le huit par le six. Vous aurez pour résultat quarante huit cubes , parce que le fond des deux facteurs est trois. Réservez cela. Après cela multipliez de nouveau le huit par les trois choses. Vous aurez pour résultat vingt quatre carrés, ce qui est négatif, parce que cela (provient) de la multiplication du positif par le négatif. Réservez cela (en le plaçant) après la particule de l'exception. Puis multipliez le quatre par le six. Vous aurez pour résultat vingt quatre carrés. Mais cela est de nouveau négatif. Placez-le avec son analogue (***). Ensuite multipliez encore le quatre par le trois. Vous aurez pour résultat douze choses positives , parce que cela (provient) de la multiplication du négatif par le négatif. Réservez cela avec le premier (produit) réservé. Le résultat sera douze choses et quarante huit cubes moins quarante huit carrés, ainsi :

$$\begin{array}{r} \text{Q} \quad \quad \quad \text{K} \quad \text{C} \\ 48 \text{ moins } 48 \quad 12 \end{array}$$

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA DIVISION.

La pratique de cette opération consiste à retrancher le fond (****) du

(*) $ax \cdot bx = abx^2$, $ax \cdot bx^2 = abx^3$, $ax \cdot bx^3 = abx^4$.

$ax^2 \cdot bx^2 = abx^4$, $ax^2 \cdot bx^3 = abx^5$.

$ax^2 \cdot bx^3 = abx^5$.

(**) Au « fond » ou exposant du multiplicande.

(***) C'est à dire : ajoutez-le à l'autre produit des carrés négatifs.

(****) Voir ci-dessus, chapitre 3^o.

diviseur du fond du dividende. Ce qui reste est le fond du résultat (*).

Le résultat de la division d'une espèce par la même espèce est un nombre ; et le résultat de la division d'une quelconque de ces espèces par un nombre est exactement cette même espèce (**).

Le résultat de la division des cubes par les carrés sont des choses. Le résultat de la division des cubes par les choses sont des carrés. Le résultat de la division des carrés par les choses sont des choses (***) .

§.

Si dans le dividende il se trouve une exception (****), divisez chacune (des deux parties du dividende) par le diviseur, et exceptez le résultat de la (partie) exceptée du résultat de la (partie) dont on excepte. Il résultera la (quantité) cherchée (*****).

Par exemple, si l'on vous dit: divisez quarante huit cubo-cubes moins dix-huit carrés-carrés par six cubes, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} \text{QQ} \qquad \text{KK} \\ 18 \text{ moins } 48 \\ \text{K} \\ 6 \end{array}$$

Ensuite divisez la (quantité) dont on excepte, par le diviseur. Vous aurez pour résultat huit cubes, parce que le fond du diviseur est trois, et le fond du dividende six, et que le reste de cela est trois, ce qui est (le fond) des cubes. Après cela divisez la (quantité) exceptée. Vous aurez pour résultat trois choses, parce que la différence entre les fonds des deux (quantités) divisées l'une par l'autre est un, ce qui est (le fond) des choses. Le résultat sera donc huit cubes moins trois choses, ainsi :

$$\begin{array}{r} \text{C} \qquad \text{K} \\ 3 \text{ moins } 8 \end{array}$$

(*) $ax^m : bx^n = (a : b)x^{m-n}$.

(**) $ax^m : bx^m = a : b$, $ax^m : b = (a : b)x^m$.

(***) $ax^3 : bx^2 = (a : b)x$, $ax^3 : bx = (a : b)x^2$, $ax^2 : bx = (a : b)x$.

(****) C'est à dire: un terme ou un agrégat de termes retranchés.

(*****) $\{f_1(x) - f_2(x)\} : f_3(x) = \frac{f_1(x)}{f_3(x)} - \frac{f_2(x)}{f_3(x)}$.

C O N C L U S I O N.

PREMIÈRE SECTION.

DE CE QUI (SE PRATIQUE) SI DANS L'ÉQUATION IL SE TROUVE UNE EXCEPTION (*).

L'opération dans ce cas consiste à réduire le négatif au positif (**), et à retrancher (chaque) espèce de sa semblable, s'il y a lieu.

Par exemple, si l'on vous dit: trois carrés moins trente six en nombre sont égaux à trente deux choses moins un carré, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{rcccc} & Q & & C & & Q \\ & 1 & \text{moins} & 32 & L & 36 & \text{moins} & 3 \end{array}$$

Ensuite restaurez le problème, ce qui se fait en restituant le carré négatif aux carrés positifs, et en restituant les nombres aux choses. Alors cela devient: quatre carrés sont égaux à trente deux choses et trente six en nombre, ainsi :

$$\begin{array}{rcccc} & C & & Q \\ 36 & 32 & L & 4 \end{array}$$

Ce (problème) est donc maintenant ramené au sixième cas. Divisez chaque terme du problème par quatre, il se réduira à: un carré est égal à huit choses et neuf en nombre. Opérez d'après ce qui précède, il résultera la racine (égale à) neuf.

SECONDE SECTION.

DE L'ADDITION À LA MANIÈRE DES CASES DE L'ÉCHIQUIER.

On pose dans cette (opération) la condition que l'on commence par l'unité, et que l'excès d'un (terme) sur l'autre soit du double.

La pratique de cette opération consiste à poser dans la première case l'unité, et à l'ajouter à elle-même; ce sera deux. Posez cela dans la seconde case. Ensuite multipliez cela par lui-même; il résulte quatre, ce qui est (égal à) la somme de ce qui se trouve dans la seconde (case), plus (***) ce qui

(*) C'est à dire: un terme ou un agrégat de termes précédés de la particule « moins ».

(**) Littéralement: à restaurer le déficient à (ou vers) l'excédant.

(***) Littéralement: et.

la précède (*), plus l'unité. Posez cela dans la troisième case. Ensuite multipliez le quatre par lui-même, ce sera seize; et c'est ce qu'on posera dans la cinquième case, parce que vous avez doublé (le nombre) des cases, et que vous avez retranché du résultat une unité (**). Et si vous multipliez par lui-même ce qui se trouve dans la cinquième (case), vous aurez pour résultat ce (qu'on doit poser) dans la neuvième (case), à savoir deux cent cinquante six. Ce qui se trouve dans la neuvième (case) est la somme de ce qui se trouve dans les huit cases (précédentes) plus l'unité. Ceci est l'excédant (qu'il faut ajouter encore) au (terme) par lequel (la suite) commence (***). En voici la figure :

256	128	64	32	16	8	4	2	1
-----	-----	----	----	----	---	---	---	---

Si vous élevez au carré ce qui se trouve dans la neuvième (case), il résulte ce qui se trouve dans la dix-septième (case), et le carré de ce (dernier nombre) est ce qui se trouve dans la trente troisième (case). Et si vous élevez au carré ce qui se trouve dans la trente troisième (case), vous aurez pour résultat ce qui se trouve dans la soixante cinquième (case), et cela est (égal à) la somme de ce qui se trouve dans la soixante quatrième (case), plus ce qui la précède, plus l'unité (****). Ceci est l'excédant (qu'il faut ajouter encore) au (terme) par lequel (la suite) commence.

§.

Si le commencement (****) (de la suite) est (un nombre) autre que l'unité, multipliez le (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, par deux, et retrans-

(*) C'est à dire: plus ce qui se trouve dans la première case.

(**) C'est à dire: dans la suite

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} + \dots$$

le carré du $n^{\text{ième}}$ terme est le $(2n - 1)^{\text{ième}}$ terme; en effet on a

$$(2^{n-1})^2 = 2^{(n-1) \cdot 2} = 2^{2n-2}$$

(***) C'est à dire: après avoir fait la somme des termes depuis le $(n - 1)^{\text{ième}}$ jusqu'au premier inclusivement, il faut encore ajouter une unité de plus pour obtenir le $n^{\text{ième}}$ terme.

(****) $2^n = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 + 1) + 1$.

(*****) Le premier terme.

chez du résultat le (terme) par lequel (la suite) commence. Il résultera la (somme) cherchée (*).

Par exemple, si l'on vous dit: quelle est la somme de cinq cases, à condition que le commencement soit trois, et que l'excès d'un terme sur l'autre soit du double. Alors posez cela ainsi :

$$48 : 24 : 12 : 6 : 3$$

Ensuite multipliez le quarante huit par le deux; il résultera quatre-vingt seize; retranchez-en trois; vous aurez pour reste quatre-vingt treize, ce qui est la (somme) cherchée

§.

Quant à la sommation (**), si l'excès d'un (terme) sur l'autre est (exprimé) par (un rapport) différent de la moitié, l'opération dans ce (cas) consiste à multiplier le plus petit (des termes) par l'excès du plus grand (des termes sur le plus petit), à diviser le résultat par la différence entre (le terme) le plus petit et le nombre qui le suit, et à ajouter ce qui résulte (de cette division) au nombre le plus grand (de la suite). Il résultera la (somme) cherchée (***) .

Par exemple, si l'on vous dit: (quelle est la somme de) quatre nombres se succédant suivant le rapport d'un quart, et dont le plus petit est deux, alors posez cela ainsi :

$$128 : 32 : 8 : 2.$$

Ensuite multipliez le deux par l'excès du plus grand (des nombres proposés) sur le (deux), ce qui est cent vingt six. Il résulte deux cent cinquante deux. Divisez cela par six (à savoir par) la différence entre (le terme) le plus petit

(*) $a + 2a + 4a + \dots + 2^{n-1}a = 2 \cdot (2^{n-1}a) - a$.

(**) Littéralement: l'addition.

(***) L'auteur exprime la somme de la progression géométrique

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

par la formule

$$\frac{a[ar^{n-1} - a]}{ar - a} + ar^{n-1},$$

qui est identique en effet à la formule usuelle

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}.$$

et (le terme) qui le suit. Il résultera quarante deux. Ajoutez cela au nombre le plus grand (de la suite). Vous aurez pour somme cent soixante dix , ce qui est la (somme) cherchée, ainsi : 170.

§.

Quant à la sommation, si l'excès d'un (terme) sur l'autre est un certain nombre (constant), l'opération dans ce (cas) consiste à multiplier l'excès (d'un terme sur l'autre) par le nombre total des nombres (de la suite) moins un, à ajouter à ce qui résulte le plus petit des nombres (de la suite) pris deux fois , et à multiplier ce qu'on obtient de cette manière , par la moitié du nombre des nombres (de la suite). Ce qui en résulte est la (somme) cherchée (*).

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la somme des six nombres commençant par quatre et se dépassant l'un l'autre de trois, posez cela ainsi:

$$19 : 16 : 13 : 10 : 7 : 4.$$

Ensuite multipliez l'excès de l'un (des termes) sur l'autre, à savoir trois, par cinq. Ce sera quinze. Ajoutez à cela huit. Ce sera vingt trois. Multipliez cela par trois. Vous aurez pour résultat soixante neuf, ce qui est la (somme) cherchée. Ainsi : 69.

TROISIÈME SECTION.

DE LA SOMMATION DES NOMBRES, DE LEURS CARRÉS ET DE LEURS CUBES SUIVANT L'ORDRE.

Quant à la sommation des nombres suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, une unité, et à multiplier la somme par la moitié du (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend (**).

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des nombres) depuis l'unité jusqu'à dix; ajoutez une unité au dix, ce sera onze. Multipliez cela

(*) Sommation de la progression arithmétique :

$$a + (a + r) + (a + 2r) + \dots + [a + (n - 1)r] = [r(n - 1) + 2a] \frac{n}{2} .$$

$$(**) 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = (n+1) \frac{n}{2} .$$

par la moitié du dix. Il résultera cinquante cinq, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à la sommation des carrés suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à multiplier le résultat de la sommation (des nombres simples) par deux tiers du (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, plus un tiers d'une unité (*).

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des carrés) depuis le carré de l'unité jusqu'au carré de dix, alors multipliez le résultat (de la sommation des nombres simples), à savoir cinquante cinq, par sept, ce qui est (égal à) deux tiers de dix plus un tiers de l'unité. Vous aurez pour résultat trois cent quatre-vingt cinq, ce qui est la (somme) cherchée, ainsi : 385.

Quant à l'élévation au cube d'après cette manière, elle consiste à élever au carré le résultat (de la sommation des nombres simples) (**).

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des cubes) depuis le cube de l'unité jusqu'au cube de dix, multipliez le cinquante cinq par lui-même, il résultera trois mille vingt cinq : ainsi 3025.

§.

Quant à la sommation des nombres pairs suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, deux, et à multiplier la moitié de la somme par la moitié du terme jusqu'auquel (la suite) s'étend (***) .

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des nombres pairs) depuis deux jusqu'à dix, ajoutez au dix deux, ce sera douze. Multipliez-en la moitié par la moitié de dix. Vous aurez pour résultat trente, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à l'élévation au carré d'après cette manière, elle consiste à multiplier le résultat (de la sommation des nombres pairs simples) par deux tiers

$$(*) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = (1 + 2 + 3 + \dots + n) \left(\frac{2}{3} n + \frac{1}{3} \right) .$$

$$(**) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 .$$

$$(***) 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \frac{2n + 2}{2} \cdot n .$$

(du terme) jusqu' auquel (la suite) s' étend , plus deux tiers d' une unité (*).

Par exemple, si l'on vous dit: faites la somme (des carrés des nombres pairs) depuis le carré de deux jusqu'au carré de dix, alors multipliez le résultat (que l'on vient d'obtenir) à savoir trente, par deux tiers de dix et deux tiers de l'unité; ce qui est sept et un tiers. Le résultat sera deux cent vingt; ainsi: 220.

Quant à l'élevation au cube d'après cette manière, elle consiste à multiplier le résultat (de la sommation des nombres pairs simples) par son double (**).

Par exemple, si l'on vous dit: faites la somme (des cubes des nombres pairs) depuis le cube de deux jusqu'au cube de dix, multipliez le résultat (de la sommation des nombres pairs simples), à savoir trente, par son double, lequel est soixante. Vous aurez pour résultat mille huit cent, ainsi: 1800.

§.

Quant à la sommation des nombres impairs suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme,) jusqu'auquel (la suite) s'étend, une unité, et à élever au carré la moitié de la somme. Ce qu' on obtient sera la (somme) cherché (***)).

Par exemple, si l'on vous dit: faites la somme (des nombres impairs) depuis l'unité jusqu'au neuf, ajoutez au neuf une unité; ce sera dix, ce dont la moitié est cinq. Multipliez cela par lui-même, vous aurez pour résultat vingt cinq, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à l'élevation au carré d'après cette manière, elle consiste à multiplier un sixième du (terme) jusqu'auquel la (suite) s'étend, par le rectangle des deux nombres qui le suivent (****).

Par exemple, si l'on vous dit: faites la somme (des carrés des nombres impairs) depuis le carré de l'unité jusqu'au carré de neuf, multipliez un si-

$$(*) \quad 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 = (2 + 4 + 6 + \dots + 2n) \left(\frac{2}{3} 2n + \frac{2}{3} \right).$$

$$(**) \quad 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3 = (2 + 4 + 6 + \dots + 2n) \cdot 2(2 + 4 + 6 + \dots + 2n).$$

$$(***) \quad 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \left[\frac{(2n - 1) + 1}{2} \right] \text{ ou } n^2.$$

$$(***) \quad 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{2n - 1}{6} \cdot 2n \cdot (2n + 1).$$

xième de neuf, ce qui est un et un demi, par cent dix, ce qui est le résultat de la multiplication du dix par le onze. Vous aurez pour résultat cent soixante cinq, ce qui est la (somme) cherchée; ainsi : 165.

Quant à l'élévation au cube d'après cette manière, la pratique de cette opération consiste à multiplier la somme (des nombres impairs simples) par son double moins un (*).

Par exemple, si l'on vous dit: faites la somme (des cubes des nombres impairs) depuis le cube de l'unité jusqu'au cube de neuf; alors multipliez le résultat de la sommation (des nombres impairs simples), à savoir vingt cinq, par son double moins un, à savoir quarante neuf. Vous aurez pour résultat la (somme) cherchée, à savoir mille deux cent vingt cinq; ainsi : 1225.

Ceci est la fin de ce que nous nous sommes proposé de dire sur cette matière. Nous prions le Seigneur qu'il en fasse profiter tous ceux qui s'en occupent. Lui est le Maître qui accorde l'assistance efficace. Louanges à Dieu, maître de l'univers. Que la bénédiction divine soit sur notre seigneur Mohammed, le dernier et le plus parfait des prophètes et des apôtres, sur sa famille et sur tous ses compagnons.

$$(*) 1^3+3^3+5^3+\dots+(2n-1)^3=1+3+5+\dots+(2n-1) \{ 2 \cdot \{ 1+3+5+\dots+(2n-1) \} - 1 \}.$$

REMARQUE. Dans une note au bas de la page 230 de la présente traduction, j'ai dit que, me trouvant absent de Paris, je n'avais pu collationner ma copie du texte d'Alkalçâdi avec le Ms. de la Bibliothèque Impériale. Dupuis que cela a été imprimé, j'ai pu retourner à Paris et revoir la traduction des parties 2^e, 3^e, 4^e et de la conclusion, avant le tirage, sur le Ms. de la B. I. La comparaison de la 1^o partie, déjà tirée, avec la même Ms. m'a fourni le sujet des observations suivantes.

Page. 231, 3^o note. Tandis que le Ms. de M. Reinaud porte constamment *safron* (avec *sin*), le Ms. de la B. I. porte constamment *cifron* (avec *çâd*).

Page. 236 lig. 24. Après l'exemple de la soustraction 725-386, le Ms. de la B. I. ajoute la glose marginale suivante :

« Et, si vous voulez, commencez la soustraction par le dernier rang, et retranchez » le trois du sept. Vous aurez pour reste quatre. Posez cela à la place du sept (*). Ensuite » retranchez le huit de quarante deux. Vous aurez pour reste trente quatre. Après cela re- » tranchez le six de ce qui se trouve au-dessus du (six). Vous aurez pour reste trois cent » trente neuf, ce qui est le (résultat) cherché ».

Dans l'exemple suivant le nombre dont on retranche est, dans le Ms. de la B. I., 9702 au lieu de 3702, et par conséquent, le reste 3724 au lieu de 1724.

(*) Le ms. porte « neuf » au lieu de « sept » ce qui paraît n'être qu'une erreur de copiste.

Pag. 240, lig. 15. L'exemple 304×75020 appartient en effet à la « multiplication inclinée », comme je l'avais supposé. Ce passage forme dans le Ms. de la B. I. le dernier des exemples relatifs à la « multiplication inclinée », et s'y trouve placé à la suite de l'exemple 582×9736 .

Le texte du Ms. de la B. I. confirme également l'intercalation conjecturale que j'ai faite dans ce passage (*lig. 19*): « Après cela faites reculer le multiplicande [de deux rangs, multipliez-le] tout entier par quatre, etc. »; si ce n'est que le Ms. de la B. I. ajoute encore « tout entier » après « le multiplicande », ce qui ne change en rien le sens de la phrase.

Pag. 244, lig. 12. Après les mots: « Puis additionnez les résultats », le Ms. de la B. I. ajoute: « à savoir ce qui se trouve entre les diagonales ».

Dans la première ligne de l'alinéa qui suit le tableau de la multiplication de 342 par 534, au lieu de « dans le carré ». le Ms. de la B. I. porte « dans la moitié du carré »; et dans l'avant dernière ligne du même alinéa: « ce qui se trouve entre les diagonales », au lieu de « ce qui se trouve entre les lignes de séparation ». Ces leçons du Ms. de la B. I. sont préférables à celles que reproduit la traduction.

Pag. 246, lig. 2. Dans le passage « Ajoutons encore à ce chapitre plusieurs règles fondamentales dont on peut se contenter dans un certain nombre de cas », le Ms. de la B. I. offre deux variantes. Au lieu de « ajoutons » il porte: « mentionnons séparément », ou « en particulier » et dans une glose marginale: « présentons »; et au lieu de: « dont on peut se contenter », il porte: « auxquelles on a recours ».

La règle du même paragraphe, relative au nombre cinq (*lig. 9*) est conçue dans le texte du Ms. de la B. I. comme il suit: « Pour multiplier un nombre quelconque par cinq, prenez la moitié de son produit par dix (*ikd*), c'est à dire, faites-le précéder d'un zéro, et prenez la moitié du résultat ».

Pag. 247, lig. 14. A la règle de la multiplication par dix le Ms. de la B. I. ajoute l'exemple suivant: « Par exemple, si l'on vous dit: multipliez quatorze par dix, dites: le résultat est cent quarante ».

Dans la règle de la multiplication par douze (*lig. 25*), au lieu de: « mais de manière que les unités du troisième correspondent aux dizaines des deux autres », il faut lire: « mais de manière que les unités du troisième se trouvent sous les dizaines des deux autres », ce qui du reste, quant au sens de la règle, est la même chose.

Pag. 249, lig. 10. Aux mots: « Après cela vous faites reculer le diviseur » le Ms. de la B. I. ajoute: « d'un rang ».

Ibid. lig. 22. Au lieu de « seize » le Ms. de la B. I. porte « six ».

Pag. 250, lig. 21. Au lieu de: « faites-en une fraction ayant pour dénominateur le diviseur », il faut lire avec le Ms. de la B. I.: « dénommez le (reste) d'après le (diviseur) ».

Pag. 251, lig. 11. Après les mots: « en tirant entre les deux une ligne », le Ms. de la B. I. ajoute: « ce sera trois huitièmes ».

Ibid., lig. 18. Après les mots: « et divisez » le Ms. de la B. I. ajoute « d'abord ».

Ibid., lig. 20. Après la fin de ce paragraphe ou trouve, dans le Ms. de la B. I., le passage suivant:

« Et, si vous voulez, divisez le dividende tout entier par le diviseur tout entier. Posez donc le quinze sous le soixante treize. Ensuite cherchez un nombre que vous multipliez par le diviseur, et qui laissera un reste plus petit que le diviseur. Vous trouverez ce c'est quatre, et vous aurez pour reste treize. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela faites reculer le diviseur d'un rang, et cherchez un nombre que vous multipliez pareillement par le (diviseur). Vous trouverez neuf, et vous aurez pour reste un. Placez cela de nouveau au-dessus de la ligne. Puis faites de nouveau reculer le diviseur, et cherchez un nombre que vous multipliez par le (diviseur). Vous trouverez

» que c'est un. Vous avez maintenant pour résultat quatre cent quatre-vingt onze, ce qui est le (nombre) cherché » (*).

« Et si l'on vous, dit: divisez quatre-vingt onze mille deux cent soixante quatre par cent vingt quatre, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{r} 91264 \\ 124 \end{array}$$

» et que le diviseur se trouve au-dessus de neuf cent douze. La ligne inférieure commença au-dessous du quatre (en allant) vers la droite. Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous la première place du diviseur, que vous multipliez par le (diviseur) tout entier, et qui anéantira le dividende, ou en laissera un reste plus petit que le diviseur. Vous trouverez que c'est sept, et vous aurez pour reste quarante quatre. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela faites reculer le diviseur d'un rang, et cherchez un nombre que vous multipliez pareillement par le (diviseur). Vous trouverez que c'est trois, et vous aurez pour reste soixante quatorze. Puis faites reculer de nouveau le dividende, comme précédemment. Le résultat sera sept cent trente six, ce qui est le (nombre) cherché (**); ainsi: 736 ».

« Et, si vous voulez, décomposez le diviseur dans ses facteurs, lesquels sont quatre et trente un. Ensuite divisez d'abord par le quatre. Il résultera vingt deux mille huit cent seize. Divisez ce résultat de nouveau par le trente un; vous aurez pour résultat sept cent trente six, ce qui est le (nombre) cherché ».

« Ceci vous servira de règle ».

Pag. 253, lignes 6 et 12, et note 1^{ère}. Le Ms. de la B. I. ajoute dans ces deux endroits au mot « parties » l'adjectif « sourdes » ou « inarticulées », c'est à dire : les parties ou les fractions qui ne peuvent pas s'articuler, s'énoncer au moyen des nombres de deux jusqu'à dix comme dénominateurs. Le sens reste le même.

Ibid., lig. 7. Au lieu de : « Si le nombre est impair; on le réduit par neuf », le Ms. de la B. I. porte : « Si le nombre est impair, on le réduit seulement par neuf et par sept ».

Ibid., lig. 11-12 et 14-15. Les passages « et comme cinq cent trente neuf pareillement », et « pour le nombre deux cent trente neuf pareillement », manquent dans le Ms. de la B. I.

(*)

$$\begin{array}{r} 131 \\ 7365 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ \hline 491 \end{array}$$

(**)

$$\begin{array}{r} 74 \\ 44 \\ 91264 \\ 124 \\ 124 \\ 124 \\ \hline 736 \end{array}$$

Pag. 254, lig. 9. Au lieu de: « Et si l'on vous dit », le Ms. de la B. I. porte: « Il en est de même de l'opération pour le nombre impair, si ce n'est qu'il n'a point de sixième. Par exemple, si l'on vous dit ».

Pag. 255, lig. 3. La conclusion: « donc le nombre proposé a un quart », se trouve dans le Ms. de la B. I.

Pag. 257, lig. 11. Après les mots: « il résulte quatre », le Ms. de la B. I. ajoute: « et il reste cinq. Posez cela au-dessus du huit, et ».

Pag. 258, 259 et 260. Le Ms. de la B. I. donne aux trois hommes, dans les trois tableaux, uniformément les noms: Zaïd, Amrou et Beqr.

Pag. 259, lig. 3. Le Ms. de la B. I. ajoute: « il résultera ce qui lui est dû ».

Pag. 263, lig. 24, et note 4°. Le Ms. de la B. I. confirme complètement la leçon adoptée ici.

CORRISPONDENZE

Fu comunicato il dispaccio dell'Emo. e Rmo. sig. Cardinale Altieri, Camerlingo di S. R. Chiesa e Protettore dell' accademia , col quale si faceva noto, che S. Santità nella udienza del 7 maggio, 1859 degnavasi accordare, secondo la istanza fatta dai Lincei, che da trenta sino a quaranta si accrescesse il numero dei corrispondenti loro italiani, e da cinquanta sino a settanta quello dei corrispondenti stranieri.

Il sig. principe D. B. Boncompagni, presentò una copia dell'opera intitolata « La composizione del mondo di Ristoro d' Arezzo » testo italiano del 1282; pubblicato da *Enrico Narducci*, Roma tipografia delle scienze matematiche e fisiche, via Lata, n.° 211, MDCCCLIX in 8.° di pag. LXXXII-347. Per questa pubblicazione, molto gradita dall' accademia, il sig. Narducci si ebbe dalla medesima parole d' incoraggiamento, a proseguire nella utile ricerca delle antiche opere inedite italiane.

Il prof. Volpicelli riflette non essere altro l'opera indicata di Ristoro d'Arezzo, fuorchè un trattato di fisica universale, un Cosmos del decimoterzo secolo, scritto come a quell'epoca si poteva, ma con molta semplicità, e senza pretesione. Si fatto libro non solo interessa coloro che ricercano la storia dei primi vagiti delle scienze naturali, e del progresso loro fra noi; ma eziandio richiama l'attenzione degli archeologi, ed in particolar modo quella dei letterati, che amano rintracciare le fonti della pura nostra lingua.

In fatto di scienze naturali è da notare che Ristoro parla della virtù direttrice posseduta dal magnete , dicendo « *l'angola (l' ago magnetico) che guida i marinari, che per la virtù del cielo, è tratta e rivolta alla stella la quale è chiamata tramontana.* » Questa direzione magnetica , già canosciuta in Europa nel secolo decimo secondo , viene oggi spiegata invece per una virtù della terra, e non del cielo : così le naturali dottrine riformandosi progrediscono ; e se Ristoro tornasse fra noi preferirebbe anch'esso questa medesima spiegazione a quella da lui professata.

Anche Dante, che fu contemporaneo di Ristoro, parla dell'ago magnetico ; però il suo dire non trovasi punto discorde colle dottrine presentemente adottate a spiegare la causa della direzione dell' ago medesimo. Questo divino poeta, nel canto XII del paradiso, a questo modo si esprime :

Del cuor dell'una delle luci nuove

Si mosse voce, che l'ago alla stella

Parer mi fece in volgermi al suo dove ;

Qui Alighieri non dà la causa della direzione dell' ago magnetico, ma solo riferisce l' effetto suo ; cioè che l'ago si volge alla stella polare , frase che anche oggi nell'ordinario linguaggio fisico è ben detta. Il nostro filosofo poeta per quel suo giusto criterio, si astenne dal dire co' suoi contemporanei, che la causa di quella direzione consisteva in una virtù residente nella stella o nel cielo, come Ristoro disse, contro le attuali cognizioni sul magnetismo terrestre. Non è perciò impossibile che Dante , fosse nulla o poco soddisfatto della spiegazione all'epoca sua tenuta per l'indicato fenomeno ; quindi sebbene il concetto di quella terzina gli si offerse favorevole, a fargli toccare la causa della direzione dell'ago da bussola, egli tuttavia non se 'l permise; ma invece toccò solo dell'effetto, cioè del volgersi l'ago alla stella. Questo brano della divina commedia è uno di que' tanti di essa , che mostrano l'ammirabile sagacia , colla quale il sommo autore della medesima seppe trattare anche gli argomenti di scienze naturali, a dispetto degli errori ~~dominanti~~ all' epoca sua ; per modo che ad onta del volgere dei secoli , quell' aureo poema non si trova in opposizione quasi mai colle moderne fisiche dottrine.

Il prof. Volpicelli presentò a nome del sig. Pentland una carta, pubblicata dall' ammiraglio inglese, la quale offre i risultamenti delle numerose osservazioni magnetiche, fatte dalla marina britannica.

Questa carta è il risultamento di un grandissimo lavoro dal sig. Evans, attualmente capo dei diversi osservatorj magnetici, posti sotto la direzione dell' *Hydrophical Office*. La carta medesima rappresenta i valori dedotti da tutte le osservazioni, tanto degli ufficiali della marina britannica, quanto degli altri paesi sopra la declinazione al 13 gennaio 1858. Il sig. Evans ha già pubblicato molte carte magnetiche di varie parti del globo; però questa offre il riassunto generale di tutte le osservazioni esatte sulla declinazione, che si possedevano all'epoca indicata, e presenta un grande interesse scientifico nel mostrare, sotto una forma grafica, lo stato delle nostre cognizioni sul valore della declinazione ad un epoca determinata: sarà essa di una utilità considerevole per la navigazione.

L'accademia delle scienze dell'istituto di Bologna, col mezzo del suo segretario perpetuo sig. prof. D. Piani, ringrazia per gli atti de' Nuovi Lincei giunti alla medesima.

L'accademia riunitasi legalmente all'una pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — O. Astolfi. — C. Maggiorani. — P. Sanguinetti. — S. Proja. — V. Latini — I. Calandrelli. — L. Ciuffa. — F. Nardi. — C. Sereni. — A. Secchi. — G. B. Pianciani. — A. Coppi. — N. Cavalieri S. B. — P. Carpi. — B. Tortolini. — B. Boncompagni.

Publicato il 27 novembre 1859

P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Giornale del Gabinetto letterario dell' Accademia Gioenia. Fasc. 1.° - Genn febr. 1859.

Risposta del prof. GIUSTO BELLAVITIS all'apologia del prof. BARTOLOMEO BIZIO sulla dottrina fisico-chimica. Padova, 1859, un fasc. in 8.°

Sulla importanza della veterinaria in Toscana. Memoria di S. RIGONI. Firenze 1859; un fasc. in 8.°

Sul regime delle acque del progettato canale marittimo di Suez, e dei laghi amari interposti. Memoria dell'ingegnere ELIA LOMBARDINI. Milano 1859; un fasc. in 4.°

Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Tomo IX, fasc. 2.° Bologna 1859.

Atti dell'I. R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere, ed Arti; vol. I, fasc. XIII-XIV.

Memorie dell'I. R. Istituto suddetto. Vol. VII, fasc. VII.

Comptes. . . . *Conti resi dell'ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' ISTITUTO DI FRANCIA*; in corrente.

La Composizione del mondo di RISTORO D'AREZZO, testo italiano del 1282, pubblicato da ENRICO NARDUCCI. Roma 1859 in 8.º (Presentato da D. BALSARRE BONCOMPAGNI).

INDICE DELLE MATERIE

DEL XII VOLUME

(1858-59)

MEMORIE E COMUNICAZIONI

- Prof. R. P. ANGELO SECCHI, socio ordinario, e membro del camitato -
*Osservazioni sulla cometa Donati, fatte all' osservatorio del collegio
romano.* pag. 1
- Prof. D. IGNAZIO CALANDRELLI, socio ordinario, ed astronomo - *Appen-
dice alle ricerche sopra i movimenti propri di Sirio.* . . . » 15-61
- Prof. cav. BENEDETTO VIALE, socio ordinario, e membro del comitato -
Sulla Calothrix Janthiphora rinvenuta in alcune acque idrosolforose. » 26
- Prof. PAOLO VOLPICELLI, socio ordinario, e segretario - *Sulla legge di
Mariotte, sopra un congegno nuovo per dimostrarla, e su varie appli-
cazioni di essa.* » 28-76-276
- Prof. GIUSEPPE PONZI, socio ordinario, e vice segretario - *Nota sulle
correnti di lava scoperte dal taglio della ferrovia di Albano.* . » 113
- Prof. R. P. ANGELO SECCHI - *Quadro fisico del sistema solare.* . . » 118
- Prof. PIETRO SANGUINETTI, socio ordinario - *Florae romanae prodromus,
et caetera.* » 119-131
- Prof. PAOLO VOLPICELLI - *Sulla polarità elettrostatica, quarta comunica-
zione.* » 143
- Prof. NICOLA CAVALIERI S. B., socio ordinario, e membro del comitato -
*Intorno alle curve piane che possono essere comprese nella superficie
del cono.* » 173
- Prof. R. P. ANGELO SECCHI - *Descrizione di un anemografo eretto all'os-
servatorio del collegio romano.* » 205
- Prof. PAOLO VOLPICELLI - *Descrizione di un nuovo anemometrografo, e sua
teorica.* » 208
- Dott. RUGGERO FABRI, socio aggiunto - *Descrizione di un meccanismo elet-*

- tro-dinamico, a far conoscere istantaneamente, ed a qualunque distanza l'altezza dell'acqua di un fiume.* » 227
- F. *WOEPECKE*, socio corrispondente straniero - *Recherches. sur plusieurs ouvrages de LEONARD DE PISE, découverts et publiés par M. le prince BALTHASAR BONCOMPAGNI, et sur les rapports qui existent antre ces ouvrages, et les travaux mathématiques des Arabes.* » 230-399
- Dott. *RUGGERO FABRI* - *Sopra alcuni fenomeni d'interferenze sonore.* » 297
- Conte *DOMENICO PAOLI* - *Quattro lettere postume sulla causa degli antichi ghiacciai; pubblicate dal prof. VOLPICELLI.* » 303
- Prof. *PAOLO VOLPICELLI*, *Formule pel cangiamento che nelle dimensioni materiali avviene, cangiando la temperatura; ed applicazioni delle medesime.* » 349
- Prof. *D. IGNAZIO CALANDRELLI* - *Occultazione di Saturno, osservata nella pontificia specola della romana università, nella sera del giorno 8 maggio 1859.* » 383

COMUNICAZIONI

- Sopra una memoria dell'ingegnere idraulico sig. P. PALEOCAPA - Comunicazione del prof. C. SERENI, socio ordinario.* » 43
- Sull'opera del sig. prof. cav. M. MEDICI intitolata « Compendio storico della scuola anatomica di Bologna ecc. » Sunto del sig. prof. cav. RUDEL.* » id.
- Comunicazione di acustica del sig. ab. cav. prof. ZANTEDESCHI.* » 50
- Comunicazione del prof. VOLPICELLI su alcune sperienze moderne di fisica.» VOLPICELLI comunica un dono fatto da S. Santità.* » 99
- Prof. *PROIA D. SALVATORE* socio ordinario - *Sopra alcune delle più rare opere degli antichi Lincei, le quali si trovano nella biblioteca Lancisiana di S. Spirito.* » 100
- Il sig. Principe *D. BALDASSARRE BONCOMPAGNI*, socio ordinario, bibliotecario ed archivista, - *Invia uno scritto del sig. WOEPECKE.* » 104
- Il medesimo - *Invia un esemplare dell'opera da esso pubblicata, e che s'intitola: Scritti inediti del P. D. PIETRO COSSALI ecc.* » id.
- VOLPICELLI - Necrologia del dot. AGOSTINO CAPPELLO.* » 105
- Lettera dell'astronomo sig. DE GASPARIS, corrispondente italiano, al prof. P. VOLPICELLI.* » 164

Sull' opera intitolata « <i>Cours de physique expérimentale</i> » del sig. F. MARCET, fisico di Ginevra - Comunicazione del prof. P. VOLPICELLI. »	164
Sul dizionario biografico del sig. POGGENDORFF - Comunicazione del prof. P. VOLPICELLI. »	165
Perfezionamenti arrecati al barometrografo - modificazione della pila di DANIELL - polarizzazione della luce lunare. Del R. P. A. SECCHI. »	291
Igrometro elettrico - pile secche nel vuoto - del prof. P. VOLPICELLI. »	id.
Ringraziamento di Monsignor NARDI. »	id.
Si deplora la perdita fatta per la morte del R. P. ANTONLUIGI FERRARINI membro ordinario, e del prof. MICHELE cav. MEDICI membro corrispondente italiano. »	374
Invito fatto dal sig. presidente. »	375
Osservazioni magnetiche del R. P. A. SECCHI. »	id.
Osservazioni elettrostatiche del prof. P. VOLPICELLI. »	id.

COMMISSIONI

Rapporto - Sul metodo del pittore sig. FERDINANDO DIAMANTINI per dipingere a smalto sul vetro. »	109
» Sul processo chimico del prof. MUNDO, per la conservazione del legname. »	168
» Sopra una forma di tegole per le coperture dei tetti, proposta dal sig. F. NEGRI. »	222
» Sopra un sapone diafano, ed una vernice celere a pennello, del sig. ANGELO FABRI. »	id.
» Sopra un nuovo metodo per estrarre l'alcool dall'asfodelo, proposto dal sig. F. GENTIL. »	292
» Sul Planaltometro del sig. ab. A. MARUCCI. »	379

CORRISPONDENZE

Ringraziamento dei signori prof. ^{ri} C. DESPRETZ, e general E. SABINE. »	54
L'I, e R. istituto lombardo di scienze lettere, ed arti. »	id.
Il municipio di BOLOGNA. »	id.
L'associazione Britannica per l'avanzamento delle scienze. »	id.
Il sig. prof. D. PIANI. »	id.

Il sig. prof. <i>EUG. SISMONDA</i>	»	55
Ringraziamento della R. Accademia delle scienze di <i>MADRID</i>	»	id.
Lettera del sig. principe <i>D. B. BONCOMPAGNI</i>	»	id.
Il segretario generale dell'accademia delle scienze lettere, ed arti, degli Zelanti di <i>ACI-REALE</i>	»	id.
Il sig. <i>GUGLIELMO SHARSWOOD</i> di <i>FILADELFIA</i>	»	id.
Il sig. prof. cav. <i>V. FLAUTI</i>	»	56
Il sig. Cav. <i>GIU. CALSADA</i>	»	id.
Lettera dell'Emo. e Rmo. sig. Cardinale <i>ALTIERI</i> per la conferma sovrana del presidente.	»	110
Ringraziamento della R. accademia delle scienze di <i>COPENAGHEN</i>	»	id.
» della R. Accademia di <i>AMSTERDAM</i>	»	168
Il sig. <i>ANTONIO BERARDI</i>	»	id.
Ringraziamento della R. Accademia delle scienze di <i>BRUSSELLE</i>	»	id.
Il prof. <i>CAVALIERI, S. B.</i> presenta parecchie opere dell'ingegnere sig. <i>ELIA LOMBARDINI</i>	»	168
La istituzione Smitsoniana in <i>WASHINGTON</i>	»	223
Ringraziamento della R. accademia delle scienze di <i>STOCKOLM</i>	»	id.
L'accademia delle scienze dell'istituto di <i>BOLOGNA</i> ringrazia.	»	id.
Programma inviato dalla R. accademia delle scienze di <i>MODENA</i>	»	id.
Il prof. <i>VOLPICELLI</i> presenta in dono, da parte dell'autore, l'opera del sig. <i>R. I. MURCHISON</i> , intitolata <i>SILURIA</i>	»	id.
La R. accademia Peloritana ringrazia.	»	224
Memorie inviate dalla R. accademia di <i>MODENA</i>	»	id.
L'accademia medico-chirurgica di <i>Ferrara</i>	»	id.
Ringraziamento del sig. <i>V. LATINI</i>	»	294
Lettera del sig. prof. Cav. <i>GIO. B. AMICI</i>	»	id.
Dispaccio dell'Emo. e Rmo. principe sig. Cardinale <i>ALTIERI</i>	»	id.
Ringraziamento della R. accademia delle scienze dell'istituto di <i>BOLOGNA</i> .»	»	id.
L'accademia Peloritana di scienze lettere ed arti ringrazia.	»	id.
Morte del sig. Cav. <i>CARLO MARIA GIUSEPPE DESPINE</i>	»	id.
Morte del corrispondente straniero sig. <i>W. BOND</i>	»	id.
I signori professori <i>BRIGHTI, PURGOTTI, e MARCET</i>	»	295
Annali dell'osservatorio fisico centrale di <i>Russia</i> , donati per ordine di <i>S. E.</i> il sig. de <i>Brock</i> , ministro delle finanze.	»	380
Ringraziamento del sig. prof. <i>KUPFFER</i>	»	id.

<i>Dono del medesimo.</i>	» 380
<i>Ringraziamento della R. accademia delle scienze di MONACO.</i>	» id.
<i>Dispaccio dell'Emo. e Rmo. sig. Cardinale ALTIERI, contenente l'approvazione sovrana per l'aumento de' soci corrispondenti.</i>	» 439
<i>Il sig. principe D. B. BONCOMPAGNI presenta in dono una copia della Composizione del Mondo di Ristoro d'Arezzo, pubblicata dal sig. ENRICO NARDUCCI.</i>	» id.
<i>Il prof. VOLPICELLI comunica delle osservazioni relative a quest'opera del secolo decimoterzo.</i>	» id.
<i>Il medesimo presentò a nome del sig. PENTLAND una carta di osservazioni magnetiche dell'ammiragliato inglese.</i>	» 440
<i>Ringraziamento dell'accademia delle scienze dell'istituto di BOLOGNA.</i>	» id.

COMITATO SECRETO

<i>Conferma del sig. duca MASSIMO nella carica di presidente.</i>	» 56
<i>Nomina di Monsignor NARDI a membro ordinario.</i>	» 169
<i>Nomina del sig. V. LATINI a membro ordinario.</i>	» id.
<i>Nomina di una commissione per l'esame del consuntivo del 1858.</i>	» 170
<i>Si propone di aumentare il numero de' corrispondenti, tanto italiani, quanto stranieri.</i>	» 224
<i>Si approva tanto il consuntivo del 1858, quanto il preventivo del 1859.</i>	» 380

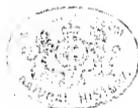
<i>Soci ordinari presenti a questa sessione.</i>	» 56-110-170-224-295-380-441
<i>Opere venute in dono.</i>	» 57-111-171-225-295-380-441
<i>Errori e correzioni.</i>	» 112-448

ERRORI

CORREZIONI

pag.	lin.	
29	19	forma
»	25	questo
38	30	dalla data
39	16	e la
43	16	dei brani
»	25	incarciata
44	18	di pubblico
53	8	Caudolle
»	17	brevememe
»	19	urgano
»	28	apere
»	31	eorpi
54	3	appurato
55	4	medssimo
»	17	Sharwood
»	19	cenoscere
»	24	Sharwood
»	»	tal gemma
76	8	combinazione
97	14	ricomiuciò
107	12	pubbicato
211	23	Rappresenta L

forza
 queste
 data dalla
 e lo
 dei bracci
 incaricata
 pubblico
 Caudolle
 brevemente
 organo
 apre
 corpi
 apparato
 medesimo
 Sharwood
 conoscere
 Sharwood
 sal gemma
 combinazione
 ricominciò
 pubblicato
 Rappresenta Q.



IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco O. P. S. P. A. M. Socius

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi Bussi Ord. Min. Conv. Archtep. Icon.
Vicesgerens.



