







B-36

27,912/B/1

LOUIS DEBACC

Pharmacien de 1^{re} Classe

LOUIS DEBAGO
Pharmacien de 1^{re} Classe

ESSAI

D'UNE THÉORIE

SUR LA STRUCTURE

DES CRYSTAUX.

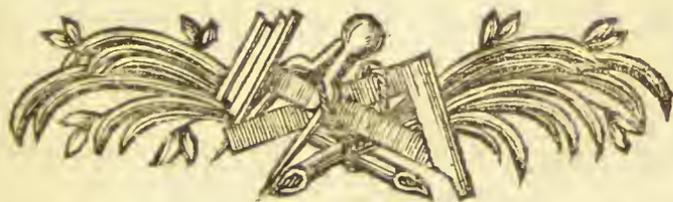
Digitized by the Internet Archive
in 2016 with funding from
Wellcome Library

<https://archive.org/details/b28762411>

ESSAI
D'UNE THÉORIE
SUR LA STRUCTURE
DES CRYSTAUX,
APPLIQUÉE

A PLUSIEURS GENRES DE SUBSTANCES
CRYSTALLISÉES;

*Par M. l'Abbé HAÛY, de l'Académie Royale des
Sciences, Professeur d'Humanités dans l'Université de
Paris.*



A PARIS,

Chez GOGUÉ & NÉE DE LA ROCHELLE, Libraires,
Quai des Augustins, près le Pont Saint-Michel.

M. DCC. LXXXIV.

SOUS LE PRIVILÈGE DE L'ACADÉMIE.



AVERTISSEMENT.

LA théorie que je propose dans cet Ouvrage, est fondée sur l'accord de l'observation avec le calcul, dont je ne pouvois me dispenser de faire usage, pour traiter, avec quelque succès, une matière où tout est, pour ainsi dire, proportion & régularité. Quoique les démonstrations que j'ai employées n'exigent, la plupart, que des connoissances ordinaires d'Algèbre & de Géométrie, il faut un œil exercé pour concevoir les figures dont une grande partie représente sur un plan des objets en relief, avec des lignes qui se croisent dans tous les sens. Il seroit bon que les Lecteurs, qui desireront suivre les détails de ces démonstra-

AVERTISSEMENT.

tions , exécutoient eux-mêmes ou fissent exécuter , soit en carton , soit avec toute autre matière , des solides qui représenteroient les principales variétés des Crystaux ; & y traçassent les lignes indiquées dans les figures. On pourra s'aider des développemens qui se trouvent à la tête de chaque article , pour donner à ces Crystaux artificiels des formes exactement semblables à celles des modèles produits par la Nature.



T A B L E

DES ARTICLES.

- ART. I. *DE la structure des Crystaux en général, & de l'existence de la forme primitive renfermée dans chacun d'eux,* page 47
- ART. II. *Des loix de décroissement auxquelles sont assujetties les lames composantes des Crystaux, considérées dans le passage de la forme primitive aux formes secondaires,* 56
- ART. III. *Application aux Crystaux de spath calcaire,* 75
- ART. IV. *Application aux Spaths pesans,* 119
- ART. V. *Application aux Spaths fluors-phosphoriques,* 134
- ART. VI. *Application aux Crystaux de Gypse,* 146
- ART. VII. *Application aux Crystaux de Grenats,* 169
- ART. VIII. *Application aux Topazes du Brésil & de Saxe,* 188
- ART. IX. *Application au Grès cristallisé de Fontainebleau,* 204
- ART. X. *Observations & conjectures sur la formation & sur l'accroissement des Crystaux,* 206



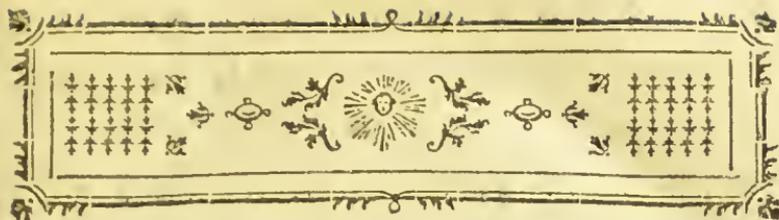
*EXTRAIT des Registres de l'Académie Royale
des Sciences, du 26 Novembre 1783.*

MESSIEURS Daubenton & de la Place
ayant rendu compte d'un Ouvrage intitulé :
Essai d'une Théorie sur la Structure des Crystaux,
par M. l'Abbé HAÛY, l'Académie a jugé cet
Ouvrage digne de son approbation, & d'être
imprimé sous son Privilège : en foi de quoi j'ai
signé le présent Certificat. A Paris, le 26 No-
vembre 1783, signé le Marquis DE CONDORCET,
Secrétaire Perpétuel.

Fautes essentielles à corriger.

Pag. 70, lig. 16, *ort*, lisez *ori*.

Id. lig. 19, *rs* parallèle à *io*, lisez *ri* parallèle à *io*.



INTRODUCTION.



Sous quelque point de vue que l'on envisage la Nature, on est frappé de l'abondance & de la variété de ses productions. Tandis qu'elle embellit & anime la surface du globe par la succession constante des êtres organisés ; elle travaille en secret, dans les cavités souterraines, sur la matière inorganique, & semble se jouer dans la diversité des formes géométriques qui naissent de son opération. On fait que quand les molécules des substances minérales se trouvent suspendues librement dans un fluide avec le degré de pureté & de ténuité nécessaire ; quand elles jouissent, selon l'expression si nette & si

précise de M. Daubenton (1), *du temps, de l'espace & du repos*, elles cèdent à la tendance qu'elles ont les unes vers les autres, s'approchent, se réunissent & forment par leur assemblage des polyèdres terminés ordinairement par des faces planes. Ce sont ces corps auxquels on a donné le nom de cristaux, & dont l'étude, mieux suivie depuis un certain nombre d'années, a découvert aux yeux des Naturalistes un nouvel ordre de faits intéressans, où l'on voit jusqu'aux moindres molécules de la matière soumises, par une Sagesse suprême, à des loix toujours subsistantes, d'où naissent l'harmonie & la régularité.

L'étude dont il s'agit, & en général celle des minéraux, est bornée à un nombre de genres beaucoup moins considérable que celle des animaux & des plantes; & à cet égard, elle exige

(1) Leçons de Minéralogie.

moins d'efforts de la part de l'esprit , qui , étant moins partagé par la multitude des objets , en saisit plus facilement l'ensemble & les rapports mutuels. Mais la diversité des formes dont une même substance est susceptible , offre ici un grand obstacle de plus à vaincre. Dans les animaux & les végétaux , les divers individus d'une même espèce portent , pour ainsi dire , l'empreinte visible d'un modèle commun ; la grandeur de l'objet , les dimensions respectives de ses parties , leurs couleurs , peuvent varier : mais , au milieu de ces modifications accidentelles , la forme primitive subsiste toujours , & s'annonce par des traits apparens & ineffaçables. Dans les minéraux au contraire , & sur-tout dans les crysiaux , les variétés d'une même sorte paroissent souvent au premier aspect , n'avoir entr'elles aucun rapport , & quelquefois même ceux que l'on y apperçoit deviennent une nouvelle source de difficultés. On

4 INTRODUCTION.

connoît , par exemple , trois rhomboïdes de spath calcaire (1) , différens les uns des autres par leurs angles plans , ou , ce qui revient au même , plus ou moins surbaissés. Cette diversité d'angles dans des formes analogues , que l'on doit supposer produites par des molécules parfaitement semblables , offre un fait peut-être encore plus surprenant , que la différence totale qui se trouve entre d'autres variétés du même spath.

Une difficulté d'un genre tout opposé , provient de la ressemblance des formes dans des substances très-éloignées les unes des autres par leur nature. Les Observateurs exercés savent combien de minéraux divers affectent la figure de l'octaèdre & celle du cube.

Avant de faire connoître les moyens par lesquels j'ai essayé de lever une partie de ces difficultés , j'observerai

(1) Voyez ci-après , article I , n^o. 3 , la définition du mot *Rhomboïde* , d'après le sens que j'ai cru devoir y attacher.

que l'on peut se proposer deux choses dans l'étude des cristaux : l'une, de tirer de leurs différentes formes, des caractères distinctifs, pour reconnoître les minéraux ; l'autre, de comparer ces formes les unes avec les autres, d'en saisir les rapports & les différences, & même d'expliquer, s'il se peut, le mécanisme interne de leur structure ; de réduire, en un mot, la Crystallographie à une Science qui ait des principes fixes, d'où l'on puisse tirer des conséquences propres à répandre du jour sur une matière jusqu'ici enveloppée de tant d'obscurités.

A l'égard du premier de ces objets, il est certain d'abord que jamais on ne pourra faire de la Crystallographie la base d'une distribution méthodique des minéraux. Outre qu'ils ne se présentent ni toujours ni même tous dans l'état de cristaux, il faudroit, pour qu'on pût établir une méthode sur ce fondement, que chaque sorte de minéral affectât une

forme particulière qui lui appartient à l'exclusion des autres, & dont les modifications, si elle en subissoit quelques-unes, fussent trop légères pour masquer la forme originaire au point de la rendre méconnoissable. Or, j'ai déjà remarqué combien les formes des crystaux étoient éloignées de se prêter à la simplicité de cet ordre. Ces formes ne peuvent donc être employées que subsidiairement, & comme caractères secondaires, avec ceux qui se tirent de la cassure, de la dureté, du poli, &c.; & c'est de cette manière qu'elles ont été employées par M. Daubenton, dans sa distribution méthodique du Règne Minéral.

Quant au second point, qui consiste à établir une théorie sur la CrySTALLISATION, il m'a paru que l'on avoit trop négligé de faire les recherches qui pouvoient conduire à ce but. J'avoue qu'au premier coup-d'œil il se présente un si grand nombre de formes acciden-

telles , que l'on ne présume pas qu'il soit possible même d'entrevoir la marche de la Nature à travers cette multitude de déviations apparentes qui nous la dérobent. Cependant, en y regardant de plus près, on observe que beaucoup de formes, qui d'abord avoient paru semblables dans les cristaux de nature diverse, diffèrent entr'elles par les angles plans de leurs faces, par les inclinaisons respectives de ces mêmes faces, par les hauteurs des axes des pyramides qui se réunissent souvent base à base, pour former un seul crystal, &c. On remarque de plus que ces angles & ces axes sont constans dans la même variété de crystal, quel que soit le Pays d'où elle a été apportée, en supposant d'ailleurs qu'elle soit bien nette & bien prononcée. On apperçoit des passages d'une forme à l'autre, des gradations marquées, qui indiquent des rapprochemens que l'on n'avoit pas soupçonnés d'abord. Ce sont ces observations,

suivies avec soin, & souvent répétées, qui m'ont fait naître le désir & l'espérance de faire un nouveau pas dans la connoissance des crystaux, & de répandre quelque jour sur cette matière, d'autant plus intéressante, qu'elle tient très - probablement à l'une des causes générales du mouvement des corps & aux plus grands phénomènes de la Nature.

Au reste, mon dessein n'a pas été de rechercher la manière dont agissent les forces primitives auxquelles est soumise la crySTALLISATION. Je ne fais s'il seroit possible d'avoir égard à tous les élémens qui doivent entrer dans une pareille théorie, tels que le volume des molécules sur lesquelles les forces dont il s'agit exercent leur action, le degré de densité du fluide, son degré de température, la forme de la cavité, & autres circonstances semblables, qui influent nécessairement dans la formation des crystaux, & qu'il faudroit sou-

mettre au calcul , pour résoudre complètement les problèmes de cet ordre. Je me suis borné à un genre de recherches plus à ma portée , en me proposant de déterminer la forme des molécules constituantes (1) des cristaux , & la manière dont elles sont arrangées entr'elles dans chaque cristal. C'est cette combinaison que j'appelle *structure* ; & l'on verra , dans le cours de cet Ouvrage , qu'elle est soumise à un petit nombre de loix , dont les modifications combinées produisent toutes les variétés de formes que l'on observe dans les cristaux.

Les résultats auxquels conduit une pareille théorie , ne pouvoient être constatés qu'à l'aide de la Géométrie. L'aspect seul de ces polyèdres , sur lesquels il semble qu'une main exacte ait porté la règle & le compas , pour en

(1) Voyez ci-dessous, art. I, n°. 2 , la définition de ce mot.

fixer les dimensions , indique un objet susceptible d'être soumis aux méthodes rigoureuses des Sciences mathématiques : mais il falloit trouver dans l'objet même des données suffisantes pour exclure toute supposition arbitraire , & pour conduire à des solutions qui représentassent les vrais résultats du travail de la Nature.

Une observation que je fis sur le spath calcaire en prisme à six pans , terminé par deux faces exagones (1) , me suggéra l'idée fondamentale de toute la théorie dont il s'agit. J'avois remarqué qu'un crystal de cette variété , qui s'étoit détaché par hazard d'un groupe , se trouvoit cassé obliquement , de manière que la fracture présentoit une coupe nette , & qui avoit ce brillant auquel on reconnoît le poli de la Nature. J'essayai si je ne pourrois point faire , dans ce même prisme , des coupes

(1) Voyez le n°. 28.

dirigées selon d'autres sens ; & après différentes tentatives , je parvins à obtenir de chaque côté du prisme trois sections obliques : & par de nouvelles coupes parallèles aux premières , je détachai un rhomboïde parfaitement semblable au spath d'Islande, & qui occupoit le milieu du prisme. Frappé de cette observation , je pris d'autres spaths calcaires , tel que celui qui forme un rhomboïde à angles très-obtus (1), celui dont la surface est composée de douze plans pentagones (2) ; & j'y retrouvai le même noyau rhomboïdal que m'avoit offert le prisme dont j'ai parlé plus haut.

Des épreuves semblables , faites sur des cristaux de plusieurs autres genres , assez tendres pour être divisés nettement , me donnèrent des noyaux qui avoient d'autres formes , mais dont cha-

(1) Voyez le n°. 22.

(2) Voyez le n°. 25.

cune étoit invariable dans le même genre de crystal. Je crus alors être fondé , d'après les tentatives faites sur les cristaux mentionnés , & d'après des raisons d'analogie pour les cristaux que leur dureté ne permettoit pas de diviser , à établir ce principe général , que toute variété d'un même crystal renfermoit , comme noyau , un crystal qui avoit la forme primitive & originaire de son genre.

Cette forme, comme on le voit, n'est point prise arbitrairement, mais indiquée par la Nature elle-même : aussi verra-t-on dans cet Ouvrage qu'elle est souvent fort différente de celles qui ont été adoptées par d'autres Auteurs pour les divers genres de cristaux, sans aucune raison de préférence fondée sur l'expérience & l'observation.

La forme primitive, considérée par rapport à chacun des cristaux secondaires d'un même genre, représente un polyèdre inscrit dans un autre

polyèdre , qui varie pour la figure , le nombre & la disposition de ses faces : tantôt c'est un prisme sans pyramide ; tantôt le prisme a une pyramide à chacune de ses extrémités ; d'autres fois enfin , c'est un assemblage de pyramides groupées régulièrement.

Lorsque les crystaux sont assez tendres pour être divisés , on peut faire dans le noyau des sections parallèles à ses différentes faces ; toute la matière enveloppante se divise aussi parallèlement aux faces du noyau : en sorte que toutes les parties que l'on retire par ces différentes sections sont semblables entr'elles & au noyau. Il en faut cependant excepter les parties situées sur le bord des lames composantes , qui se présentent sous une forme différente des autres. Pour concevoir que cela doit être ainsi , supposons un cube inscrit dans un octaèdre ; si l'on divise l'octaèdre par des sections parallèles aux faces du cube , il est clair que l'on

retirera , par ces sections, une multitude de petits cubes de l'intérieur de l'octaèdre ; mais les parties situées près de la surface ne pouvant avoir leurs faces extérieures parallèles aux faces correspondantes du cube , n'auront pas non plus la forme cubique : en sorte que la division donnera toujours un reste.

Il y a plus ; quand même on supposeroit aux parties d'un crystal secondaire des formes différentes de celles que l'on obtient par les sections dont j'ai parlé , il seroit encore impossible de réduire le crystal , en concevant sa surface lisse & polie , à un assemblage de molécules toutes semblables entr'elles. Que l'on prenne , par exemple , d'une part un rhomboïde semblable au spath d'Islande , & de l'autre un prisme à six pans , terminé par deux faces exagones , qui est , comme je l'ai dit , une des variétés du spath calcaire , tout Géomètre sentira facilement que ces deux cristaux , en supposant leurs sur-

faces parfaitement de niveau dans toute leur étendue, ne peuvent être composés de parties semblables, ou, ce qui revient au même, qu'il n'y a aucune forme de polyèdre qui puisse servir à tous les deux de mesure commune.

Ces considérations m'ont fait présumer que les faces des cristaux secondaires ne devoient pas être considérées comme des plans géométriques, mais qu'elles étoient pleines de petites inégalités : en sorte que leurs lames, au lieu d'avoir leurs bords de niveau, les avoient disposés en retraite, à-peu-près comme les degrés d'un escalier, & que même, dans plusieurs cas indiqués par la structure, comme on le verra dans la suite de l'Ouvrage, le bord de chaque lame, au lieu de former une arête continue, étoit comme dentelé, & formoit alternativement des angles rentrans & saillans.

Dans cette hypothèse, la plus natu-

relle, & même, j'ose le dire, la seule raisonnable que l'on pût imaginer, les parties d'une forme en quelque sorte étrangère, qui occupoient le contour des lames, n'offroient qu'une apparence trompeuse; & en supposant les divisions mécaniques du crystal poussées jusqu'à leur dernière limite, c'est-à-dire, jusqu'au point d'isoler les molécules constituantes, ces parties s'évanouissoient entièrement; il ne restoit plus alors que des molécules exactement semblables entr'elles, & au noyau renfermé dans le crystal, dont la structure, considérée sous ce point de vue, se trouvoit ramenée à une parfaite uniformité.

Si l'on fait attention à l'extrême petitesse des molécules constituantes des cristaux, on concevra aisément que, dans le cas d'une cristallification parfaitement régulière, les vacuoles & les inégalités dont j'ai parlé doivent être nulles pour nos sens. Mais il s'en faut bien

bien que toutes les conditions requises pour conduire la Nature au but de son opération , se trouvent toujours réunies. Gênée dans sa marche par mille accidens & par l'action de différentes causes perturbatrices, elle agit souvent par des degrés intermittens ; laisse son ouvrage imparfait , quelquefois ne fait que l'ébaucher , & par-là même se décèle à des yeux attentifs , & donne à entrevoir le secret de son opération. On observe alors sur la surface des crystaux , tantôt des stries ou cannelures , qui indiquent non-seulement la position des lames , mais même leur retraite ; tantôt des aspérités , qui annoncent les petites faillies dont les rebords des mêmes lames sont tout hérissés.

Ces indices m'ont paru confirmer l'hypothèse dont j'ai parlé : cependant , pour lui donner le plus grand degré de probabilité possible , il falloit encore y imprimer , pour ainsi dire , le sceau du calcul ; & c'est alors que la Géomé-

métrie devenoit d'un usage indispensable : mais on ne pouvoit appliquer ici le calcul , fans connoître la forme exacte des molécules constituantes. Or, les sections que l'on peut faire dans un crystal ne donnent pas précisément cette forme ; elles déterminent seulement les angles des faces , & non pas les dimensions respectives des côtés , puisqu'entre deux sections, on peut toujours en faire passer une troisième , qui , sans altérer les angles, changera les dimensions de la figure produite par les premières sections. Lorsqu'on divise , par exemple , un cube de sel marin , on peut en retirer à volonté des parallépipèdes rectangles de toutes sortes de dimensions respectives , suivant les distances que l'on mettra entre les sections. Rien ne dit où il faudroit s'arrêter , parce qu'à quelqu'endroit que l'on essaye d'entamer le crystal , la section passera toujours entre deux molécules , sans qu'on puisse jamais isoler celles ci , à cause de leur extrême petitesse.

Pour avoir quelque chose de fixe à cet égard , j'ai choisi d'abord des cristaux dont on ne peut douter, ce me semble, que les molécules ne soient d'une figure parfaitement régulière , c'est-à-dire , n'aient leurs faces toutes égales & semblables entr'elles. Tels sont entr'autres les cristaux de sel marin & ceux de spath calcaire : la structure même des variétés de ces cristaux indique visiblement que les molécules de l'un sont de vrais cubes , & celles de l'autre des rhomboïdes ; car si cela n'étoit pas , il faudroit dire , par exemple , qu'un noyau rhomboïdal de spath calcaire , au lieu d'être composé de petits rhomboïdes semblables à lui - même , seroit un assemblage de petites lames ou de parallépipèdes , qui auroient une épaisseur moindre que leur largeur. Cela posé , comme toutes ces lames s'appliqueroient les unes aux autres par leurs faces semblables pour former un rhomboïde tel que celui dont il s'agit , il

faudroit concevoir que toutes les grandes faces des lames composantes feroient parallèles à deux faces opposées du rhomboïde , & que les rebords ou petites faces des lames répondroient aux quatre autres faces du rhomboïde. Or , un pareil assemblage ne s'accorde point avec la structure & la forme des cristaux secondaires ; car , dans la plupart de ceux-ci , les parties surajoutées au noyau, forment des espèces de pyramides semblables entr'elles , & appliquées par leurs bases sur la différentes faces du noyau. Mais, dans l'hypothèse dont j'ai parlé , on ne conçoit pas comment la pyramide qui reposeroit sur une des faces du noyau , formée par les rebords des petites lames composantes , pourroit être parfaitement semblable à la pyramide appliquée sur la face voisine , qui seroit formée par les grandes faces des mêmes lames. La disposition symétrique de la matière enveloppante me semble annoncer évidemment que toutes

les faces du noyau sont des assemblages de figures semblables entr'elles & à ces mêmes faces ; ce qui suppose que le noyau lui-même a pour molécules constituantes de petits rhomboïdes ; plutôt que de simples lames.

La figure des molécules étant déterminée pour les cristaux dont je viens de parler, j'ai trouvé, par le calcul, que parmi une infinité de loix possibles de décroissemens, il n'y en avoit qu'un petit nombre auxquelles la formation de ces cristaux fût assujettie. Pour donner, dès maintenant, une idée de ces loix, supposons qu'on se propose de former, avec une multitude de petits cubes, une pile quadrangulaire régulière, c'est-à-dire, composée de couches qui aillent en décroissant uniformément de la base au sommet. Il est clair qu'ayant pris à volonté, pour composer la première couche, un nombre quarré de petits solides cubiques, on pourra disposer les couches suivantes de ma-

nière que chacune ait sur son contour une, ou deux, ou trois rangées, ou un plus grand nombre encore, de moins que la couche qui se trouvera immédiatement au-dessous; en sorte que les nombres des cubes qui composeront les couches successives seront représentés par les termes d'une série récurrente. Plus les cubes composans seront petits, plus la pile approchera de la forme d'une pyramide à faces lisses: de manière que, si l'on suppose les cubes presque infiniment petits, l'espèce d'escalier que forment les couches composantes par leur retraite, devenant insensible à l'œil, la pile se présentera sous l'aspect d'une véritable pyramide quadrangulaire, dont la hauteur variera selon que la série qui représente les couches de superposition fera plus ou moins convergente.

Telle est la manière dont il faut concevoir les décroissemens qui se font sur les bords des lames qui composent

les cristaux secondaires. On verra dans cet Ouvrage que ces lames décroissent également par leurs angles, dans plusieurs cas ; mais toujours suivant une loi telle que les parties qui se trouvent supprimées à chaque application d'une nouvelle lame, sont des rangées de molécules parfaitement égales & semblables à celles dont le noyau est l'assemblage. L'existence des loix dont il s'agit est prouvée par l'accord du calcul avec l'observation, puisque les angles, soit plans, soit solides, des cristaux, calculés d'après ces mêmes loix, se trouvent être les mêmes que ceux qu'on mesure immédiatement sur le cristal.

En admettant ces loix, & en raisonnant par analogie des autres cristaux dans lesquels les dimensions respectives des molécules n'étoient pas déterminées, je fis l'opération inverse sur ces derniers cristaux ; c'est-à-dire que je supposai d'avance les mêmes loix de décroissement que j'avois découvertes dans les

premiers cristaux, & d'après cette hypothèse, je déterminai par le calcul la hauteur des molécules (1). J'expliquerai dans la suite de cet Ouvrage de quelle manière je suis parvenu à déterminer aussi le rapport que gardent entr'eux les côtés des bases de chaque molécule, dans le cas où ces bases sont, par exemple, des parallélogrammes obliquangles, ou des rhombes alongés, comme dans les molécules du gypse.

Voilà à quoi se réduit le fonds de mon travail sur les cristaux, & la théorie qui sera développée dans le

(1) Il n'est pas inutile d'observer ici, que, même abstraction faite des dimensions respectives des molécules, l'existence des loix de décroissement dont j'ai parlé n'en seroit pas moins prouvée. On ignoreroit seulement si ces décroissemens se font par une rangée de molécules, plutôt que par deux ou trois rangées, ou par un plus grand nombre. Mais il seroit toujours vrai de dire que les décroissemens qui ont lieu dans tel cas, seroient doubles, par exemple, de ceux que subissent les lames dans tel autre cas. Ainsi la théorie

cours de cet Ouvrage. Tout consiste à résoudre, dans chaque cas particulier, ce problème général : *Etant donné un crystal, déterminer la forme précise de ses molécules constituantes, leur arrangement respectif, & les loix que suivent les variations des lames dont il est composé.*

Les données à l'aide desquelles j'ai déterminé, soit la figure des molécules constituantes, soit la mesure des angles des cristaux, dépendent assez souvent d'une observation faite sur l'égalité sensible des inclinaisons respectives de certaines faces du crystal, ou sur celle de certains angles plans ; égalité que je suppose parfaite, d'après un principe dont je parlerai dans un moment. De

que je propose est indépendante à cet égard de l'hypothèse dans laquelle les décroissemens les plus ordinaires se font par une ou par deux rangées de molécules, quoique cette hypothèse me paroisse très-probable, tant à cause de sa grande simplicité, que parce qu'elle est la seule qui s'accorde avec la structure des cristaux secondaires, comme je l'ai prouvé ci-dessus.

même , lorsqu'un des angles faillans ou des angles plans d'un crystal est sensiblement droit , je le suppose tel en toute rigueur. Je présume que les personnes qui se sont exercées sur les matières physiques , trouveront ces suppositions extrêmement plausibles. Il paroît en effet qu'il y a certains points fixes & certaines limites déterminées auxquels la Nature s'arrête dans le cours de ses opérations & de ses mouvemens : telle est la direction suivant la perpendiculaire ; telles sont les égalités entre certaines quantités du même ordre : en sorte que , quand nous ne pouvons apercevoir aucune différence entre les résultats de l'observation & les termes absolus dont il s'agit , on en conclut , avec toute la vraisemblance possible , que ceux-ci existent réellement tels qu'ils nous paroissent (1).

(1) On a remarqué , par exemple , que la rotation de la lune autour de son centre , avoit sensiblement la

Après tout, quand même les suppositions dont je viens de parler ne seroient pas absolument exactes en elles-mêmes, tous les résultats qui s'en déduisent doivent être du moins regardés comme des approximations si voisines des véritables résultats, qu'il ne s'ensuit aucune erreur appréciable pour nos sens. Au défaut des données dont il s'agit, j'ai été quelquefois obligé de mesurer un ou deux angles des cristaux, & j'ai déduit de ces mesures la valeur des autres angles (1).

même durée que sa révolution périodique, sans que jamais on ait pu découvrir entre ces deux durées la moindre différence appréciable. D'après cette observation, les Astronomes se croient fondés à admettre une égalité parfaite entre l'une & l'autre.

(1) Cette dépendance réciproque des différens angles d'un crystal, suffiroit seule pour prouver que l'usage de la Géométrie n'est pas aussi inutile qu'on pourroit le croire dans l'étude des cristaux. En évaluant l'un après l'autre par des moyens mécaniques tous les angles plans & solides d'un crystal, on se met infailliblement dans le cas d'assigner des mesures incompatibles entr'elles,

Dans tous les cas où l'observation m'a fourni des données susceptibles d'une certaine précision, j'ai poussé l'évaluation des angles jusqu'aux secondes de degré ; dans les autres cas, je me suis borné aux minutes. Pour vérifier sur le crystal même les angles trouvés à l'aide du calcul, je me suis servi d'un instrument que j'ai fait construire exprès avec tout le soin possible ; & il m'a paru, ainsi que je l'ai déjà

& contradictoires aux principes de la Géométrie. Pour le peu que l'on soit versé dans cette Science, on fait que la valeur des différens angles d'un crystal suit aussi nécessairement de celle d'un ou deux premiers angles, que la valeur du troisième angle d'un triangle suit de celle des deux autres. D'ailleurs, en employant le calcul, on a la liberté de choisir pour angles fondamentaux ceux qui sont le mieux exprimés sur les crystals, dont il n'arrive que trop souvent que certaines parties sont sujettes à des déviations capables de mettre l'instrument en défaut. On peut aussi partir successivement de deux ou trois angles bien prononcés, pour comparer ensuite les différens résultats que l'on a obtenus, & parvenir à une plus grande précision, en rectifiant un résultat par l'autre.

dit , que les angles dont il s'agit étoient constamment les mêmes que j'avois déterminés par la Trigonométrie. Les différences , s'il s'en trouvoit , étoient trop légères pour être attribuées à d'autres loix de décroissement , & ne pouvoient être l'effet que de quelques petites déviations occasionnées par des circonstances particulières ; car il me semble que dans ce cas , comme dans une multitude d'autres , on doit regarder les résultats que donne le calcul comme les limites dont la marche de la Nature s'approche d'autant plus , qu'elle est moins gênée par l'action des causes étrangères , sans lesquelles elle atteindroit toujours ces mêmes limites , & nous offriroit autant de précision dans ses effets , qu'il y en a dans nos calculs.

La théorie que je viens d'exposer fournit un moyen facile pour suivre tous les passages d'une forme à une autre ; & pour expliquer les facettes qui rem-

placent, dans certains crystaux, les angles solides ou les arêtes, & que j'appellerai, avec M. Daubenton, *facettes surnuméraires*. Par exemple, si des lames qui décroissoient simplement par leurs bords dans un crystal, viennent à décroître en même temps par quelques-uns de leurs angles dans un autre crystal; celui-ci aura quelques faces de plus que le premier; & ces faces seront tantôt verticales, tantôt plus ou moins inclinées, selon que les décroissemens se seront faits suivant une loi dont l'action aura été plus lente ou plus rapide. Mais ces inclinaisons ne peuvent se faire que sous un petit nombre de degrés différens, qui dépendent de la hauteur des molécules, & des loix qui agissent dans la CrySTALLISATION: en sorte que le nombre des variétés d'un même crystal est nécessairement limité. Lors donc que l'on dit que tel crystal n'est autre chose qu'un premier crystal incomplet dans ses arêtes

ou dans ses angles solides, on énonce un fait dont la loi des décroissemens fournit l'explication. Il y a aussi des cristaux qui ne diffèrent, par rapport à d'autres cristaux, qu'en ce qu'ils sont plus alongés dans un certain sens; ou en ce qu'au lieu d'être simplement composés de deux pyramides appliquées base à base, ils ont un prisme interposé entre les deux pyramides, ce qui est encore une sorte d'alongement. Toutes ces espèces de transformations se déduisent des principes établis ci-dessus.

Mais il faut bien observer que, même en s'en tenant au simple énoncé des faits, on ne peut établir aucune méthode avantageuse pour exposer la gradation des formes dont un même crystal est susceptible, sans partir de la véritable forme primitive du genre, c'est-à-dire, comme je crois l'avoir prouvé, de celle que donnent les sections faites dans les cristaux, & les

autres indices de structure combinés avec les loix auxquelles est assujetti le mécanisme de cette structure. Toute marche qui n'est point dirigée vers ce but, est essentiellement défectueuse, parce qu'elle est contraire à la marche de la Nature ; ou que si elle s'y rapporte quelquefois, ce n'est, pour ainsi dire, que par accident, & non par une suite des principes de la méthode, qui ne peut être en elle-même qu'arbitraire.

De même, lorsqu'on indique le passage d'une forme à une autre par le retranchement de certaines parties, ou par l'allongement d'un cristal dans tel sens, il arrivera que ces indications seront justes toutes les fois que la chose sautera aux yeux, si j'ose m'exprimer ainsi, ou qu'il sera impossible de se tromper sur la correspondance des angles. Mais si une nouvelle loi de décroissement détermine dans une variété de cristal de nouveaux an-

gles,

gles (1), qui se rapprochent sensiblement, par leur valeur, de ceux de la forme primitive que l'on a adoptée : alors, en estimant le sens dans lequel cette forme aura varié, d'après des moyens mécaniques qui ne peuvent jamais donner avec précision la valeur des angles, sur-tout lorsqu'on opère sur de petits objets, on s'exposera à prendre le passage d'une forme à une autre à contre-sens de la structure ; on confondra les angles secondaires avec les angles primitifs, dont ils différeront réellement, quoique d'une petite quantité, telle qu'un ou deux degrés ; ou bien l'on assignera des valeurs différentes au même angle que l'on aura mesuré sur un second crystal sans le reconnoître. Dans toutes les indications de ce genre, il faut absolument prendre la structure

(1) On peut voir à l'article des spaths pesans (n°. 41 & suiv.), plusieurs exemples de ces valeurs rapprochées dans des angles qui tiennent cependant à des circonstances très-différentes les unes des autres.

pour guide , si l'on veut éviter les méprises dans lesquelles peut entraîner la considération isolée des formes extérieures.

Il résulte de ce que je viens de dire , que toutes les formes secondaires sont autant de variétés de la forme primitive , lesquelles peuvent être considérées comme produites par excès ou par défaut. Par exemple , la forme rhomboïdale du spath d'Islande est la forme primitive du genre des spaths calcaires. Prenons d'une autre part le spath calcaire à douze plans pentagones : ce dernier crystal peut être conçu comme formé par un noyau de spath d'Islande , avec un surcroît de matière qui l'enveloppe , & le change en dodécaèdre ; & , sous ce point de vue , le dodécaèdre sera une variété par excès du spath d'Islande. Mais si l'on fait attention , d'un autre côté , que les lames surajoutées au spath d'Islande sont restées incomplètes, soit par leurs bords , soit

par leurs angles dans le passage de la forme rhomboïdale à celle du dodécaèdre ; ou , ce qui revient au même , si l'on suppose que toutes les lames qui composent la matière environnante du noyau deviennent tout-à-coup complètes , en reprenant les parties qui leur manquent : alors le dodécaèdre deviendra un crystal rhomboïdal semblable au noyau , excepté que son volume sera plus considérable ; & ce même dodécaèdre , envisagé sous cet aspect , sera une variété par défaut du spath d'Islande.

J'ai dit qu'on voyoit assez souvent des cristaux de différentes natures se présenter sous des formes semblables. La difficulté qui résulte de cette ressemblance se trouve en partie levée par les observations que j'ai faites sur la structure des cristaux. J'ai trouvé que ceux qui avoient la même forme étoient aussi composés assez ordinairement de molécules , qui différoient entr'elles pour :

la figure , mais qui , par leurs diverses combinaifons , produifoient des polyèdres terminés de la même manière. C'est ainfi que le fel marin cubique & le fpath phosphorique de la même forme, ont pour molécules , le premier des cubes , & le fecond des octaèdres.

Il eft cependant très-probable qu'il y a des cryftaux de nature différente , foit qu'ils aient ou non la même forme , qui font des afemblages de molécules conftituantes femblables entr'elles ; car celles-ci étant elles - mêmes des compofés de molécules élémentaires , il fe peut que différens principes , combinés de diverses manières , produifent des molécules conftituantes de même forme ; comme on voit des molécules conftituantes , différentes par leur figure , compofer des polyèdres qui fe refsemblent par l'extérieur. Ainfi , quoique l'on puiſſe affurer , ce me femble , que des cryftaux , femblables entr'eux quant à leur forme , font toujours de diffé-

rentes natures , lorsque les molécules constituantes dont ils sont l'assemblage ont des formes différentes , on n'a pas droit d'admettre la proposition inverse ; savoir , que quand les molécules sont semblables par leur figure , la nature des crystaux est aussi la même. L'étude des crystaux ne peut donc servir, comme je l'ai déjà remarqué , qu'à lever une partie de la difficulté dont il s'agit. Pour en avoir l'entière solution , il faudroit être en état de déterminer la figure des molécules élémentaires ; résultat dont nous sommes encore bien éloignés , malgré les progrès sensibles qu'a faits la Chymie dans ces derniers temps.

Quelque simples & vraisemblables que m'eussent paru , dès le commencement , les différentes vues que je viens d'exposer , j'étois bien déterminé à ne pas m'en rapporter à mon propre jugement. J'ai trouvé , si j'ose ainsi parler , une récompense bien précieuse de cette

révolution dans les encouragemens que j'ai reçus de M. Daubenton, qui, par l'intérêt qu'il a pris à mon travail, & par le conseil qu'il m'a donné de le présenter à l'Académie, a mis le comble aux obligations que je lui avois déjà pour avoir guidé mes premiers pas dans l'étude de l'Histoire Naturelle : heureux si j'avois pu puiser en même temps, dans ses leçons, cette justesse de coup-d'œil; cette manière exacte & précise. d'étudier, de suivre, d'approfondir un objet, qui en fait connoître tous les points de vue, & n'en laisse appercevoir aucune partie qui ne soit bien éclairée ! L'application que j'ai essayé de faire de la Géométrie à l'Histoire Naturelle, m'avoit mérité encore l'accueil & les bontés de M. Bezout; & personne n'a plus de motifs que moi de partager les regrets de l'Académie, qui pleure, dans ce Savant aimable & vertueux, un de ses Membres les plus illustres. M. de la Place; distingué éga-

lement, & par ses profondes recherches sur plusieurs branches de calcul, & par la variété de ses connoissances, a bien voulu permettre aussi que je lui fisse l'exposition de ma théorie, & m'exciter à de nouvelles recherches, dont le fruit a été la découverte des loix auxquelles est soumise la structure des cristaux. J'avoue qu'il est doublement flatteur pour moi de pouvoir ici en même temps acquitter ma reconnoissance, & citer en ma faveur des noms aussi propres à inspirer la confiance.

Dans le temps où je commençois à me livrer à l'étude de la structure des cristaux, j'ai eu occasion de lire un Mémoire de M. Bergmann sur la Crystallisation, qui se trouve parmi ceux de l'Académie d'Upsal, pour l'année 1779. Le but de cet illustre Chymiste est de rapporter la formation de différens cristaux à la figure du spath d'Islande, c'est-à-dire, d'un crystal rhomboïdal, dans lequel l'angle obtus de

chaque face est de $101^{\circ}\frac{1}{2}$. Cette forme est comme la base sur laquelle travaille M. Bergmann, pour expliquer la formation de plusieurs spaths calcaires, de l'hyacinthe, du grenat dodécaèdre, de quelques schorls, & de la marcassite à douze plans pentagones. Il conçoit que ces différens crystaux sont formés par des plans tantôt constans & tantôt décroissans, qui s'accroissent sur les faces du rhomboïde central.

J'ai été frappé sur-tout de l'explication qu'il donne du spath calcaire à douze faces, qui sont des triangles scalènes (1) : on la trouvera exposée dans cet Ouvrage à l'article de ce crystal, N^o. 33. Cette explication est très-bien vue, entièrement conforme à la Nature; & M. Bergmann l'a vérifiée lui-même par les fractures faites dans le crystal, comme je le dirai au même endroit :

(1) C'est celui qu'on appelle vulgairement *dent de cochon*.

& s'il eût également suivi pour les autres crystaux l'indication de la Nature; s'il ne se fût point livré à des conceptions purement hypothétiques, qui ne s'accordent point avec l'observation, ainsi qu'on en pourra juger par la discussion où je suis entré (N^o. 26), au sujet de l'explication qu'il donne du spath à douze plans pentagones, il eût ajouté l'honneur d'avoir obtenu un plein succès, à celui d'avoir publié le premier des vues satisfaisantes sur la structure des crystaux (1).

Je dirai maintenant un mot du plan que je me suis tracé dans cet Ouvrage. J'ai développé, avec le plus de clarté qu'il m'a été possible, dans les deux premiers articles, les principes sur les-

(1) M. Bergmann a publié depuis, dans ses Opuscules chimiques, Tom. II, pag. 1^{re} & suiv., ce même Mémoire qu'il a fort étendu, & auquel il a ajouté de nouvelles vues sur la formation des premières molécules des crystaux, mais qui n'ont aucun rapport avec la manière dont j'ai envisagé la Crystallisation.

quels est fondée la théorie de la structure des crystaux. Obligé de citer des exemples, je les ai choisis parmi les crystaux dont la forme m'a paru la plus simple. Les articles suivans renferment des applications de cette même théorie, faites principalement à six genres de substances crystallisées; savoir, les spaths calcaires, les spaths pesans, les spaths fluors phosphoriques, les gypses, les grenats, & les topazes de Saxe & du Brésil.

Je commence chaque article par déterminer la forme primitive du genre (1), & en même temps celle des molécules

(1) J'ai pris le terme de *forme primitive* dans un sens moins strict que je n'aurois pu le faire, en entendant par cette forme celle des molécules constituantes. La forme primitive, telle que je l'ai considérée dans cet Ouvrage, est celle qui ne peut plus être divisée que par des sections parallèles à ses différentes faces, & dont les lames, lorsqu'on les sous-divise, donnent toutes parties semblables entr'elles & aux molécules constituantes, sans aucun reste. Cette manière de voir m'a paru plus conforme à la marche de la Nature,

qui composent les cristaux de ce genre : de-là je passe aux formes secondaires , qui m'ont paru les plus remarquables. J'indique d'abord le développement du crystal , qui en est comme la définition. J'explique ensuite sa structure , & je détermine les loix des décroissemens que subissent les lames dont il est formé. Je déduis enfin de ces loix , la mesure des angles plans. Dans les calculs que j'ai été obligé de faire pour évaluer ces angles , j'ai tâché de résoudre le moins de triangles qu'il m'a été possible. On fait que les valeurs des logarithmes des sinus , co - sinus , tangentes , &c. , ainsi que de ceux des nombres naturels , n'ont pu être trouvées que par approximation ; en sorte que les résultats auxquels on parvient , après avoir résolu une suite de triangles , sont nécessaire-

qui nous offre plus souvent les cristaux sous une forme telle que je viens de la définir , que sous celle qui représenteroit rigoureusement la molécule constituante du genre.

ment affectés de quelques légères erreurs. J'ai donc préféré, dans tous les cas qui m'en ont paru susceptibles, l'usage des équations, dont les termes représentent toujours d'une manière rigoureuse le rapport des lignes qui servent de données pour parvenir à la solution du problème. Outre l'avantage d'une plus grande précision dans les résultats, cette marche m'en a procuré un autre, je veux dire celui de découvrir, dans les cristaux, quelques propriétés géométriques, qui, à la vérité, n'ont rien de démonstratif par rapport à la théorie que j'ai établie, mais qui m'ont paru assez curieuses pour n'être pas négligées. On en verra des exemples dans les spaths calcaires.

L'article qui termine cet Ouvrage renferme quelques vues sur la formation même des cristaux, & sur la manière dont je présume que leur accroissement se combine avec leur structure.

La nouveauté d'une théorie que je

regarde comme très-fusceptible d'être perfectionnée, & l'espace qui me reste encore à parcourir pour arriver au terme de mon travail, ne me permettent d'offrir cet Ouvrage au Public que comme un simple ESSAI. Je me ferai un devoir de profiter de toutes les remarques qui me seront communiquées, & qui tendront à donner plus de précision à mes résultats, ou à rectifier ce qui ne se trouveroit pas exactement conforme à la Nature, dans les explications que j'ai données de la structure des crystaux. Je me propose de traiter, d'après les mêmes principes, le plus grand nombre de substances crystallisées qu'il me sera possible. Je présume, par les tentatives que j'ai déjà faites, qu'il s'en trouvera plusieurs qui offriront des indices trop légers de structure, pour que l'on puisse rien prononcer à cet égard d'une manière certaine. En exposant alors mes idées, je ne les donnerai que pour de simples apperçus, qui auront besoin d'être vérifiés par des

observations ultérieures, & qui, à ce défaut, pourront du moins devenir, entre des mains plus habiles, une matière de recherches plus profondes & plus heureuses. Puissé-je trouver, dans l'accueil des vrais Savans, de nouveaux encouragemens pour étendre mes vues, multiplier les applications que l'on en peut faire, & contribuer, autant qu'il dépendra de moi, aux progrès d'une Science, qui, récente encore, mais cultivée de toutes parts & sous différens aspects par des Observateurs d'un mérite très - distingué, fera sans doute une époque intéressante parmi les divers genres de connoissances dont notre siècle a enrichi le domaine de l'esprit humain !





ESSAI

D'UNE THÉORIE

SUR LA STRUCTURE

DES CRYSTAUX,

*Appliquée à plusieurs genres de
substances cristallisées.*

ARTICLE PREMIER.

*De la structure des Crystaux en général , &
de l'existence de la forme primitive renfermée
dans chacun d'eux.*



1. **P**OUR peu que l'on observe la Nature avec des yeux attentifs & avec un esprit libre de préjugés , on se convaincra facilement que

les minéraux sont totalement dénués de l'espèce d'organisation que quelques Auteurs leur ont attribuée. Cette qualité suppose des vaisseaux destinés à recevoir les fluides qui tendent à s'y introduire, & un mouvement interne capable de favoriser le cours de ces fluides, & de contribuer au développement & à la conservation de l'individu. Un examen réfléchi des minéraux décèle au contraire un défaut absolu de jeu & de souplesse dans leurs parties internes, une simple structure sans organes & sans fonctions, en un mot, un assemblage purement symétrique de molécules réunies successivement les unes aux autres par une force attractive, dont la nature & la manière d'agir sont encore peu connues, mais dont l'existence est attestée par un trop grand nombre de faits pour qu'on puisse la révoquer en doute.

2. Tout minéral qui se présente sous une forme régulière, & dont les faces peuvent être représentées par des figures géométriques, porte le nom de *crystal*. Il y a deux choses à considérer dans la structure d'un crystal : 1°. la figure de ses molécules constituanes ; 2°. l'arrangement qu'elles gardent entr'elles, & d'où dépend la figure même du crystal. J'entends par *molécules constituanes* celles qui, suspendues
d'abord

d'abord dans le fluide où elles étoient en dissolution, se sont attirées mutuellement, & réunies pour former, par leur aggrégation, des polyèdres de figure régulière. Tout ce qui s'étend jusqu'à cette limite inclusivement, est du ressort de l'Histoire Naturelle. Le Chymiste, qui commence où finit le Naturaliste, décompose les crystaux jusques dans leurs molécules constituantes, pour y retrouver les premiers principes ou les élémens des corps.

3. Parmi les différentes formes sous lesquelles une même substance crySTALLISÉE peut se présenter, il y en a une que l'on doit regarder comme la forme primitive, dont toutes les autres ne sont que des modifications, quelque peu de rapport qu'elles semblent souvent avoir, au premier coup-d'œil, avec cette même forme à laquelle elles tiennent par une origine commune. Cette forme, indiquée par la Nature même, ainsi qu'on le verra bientôt, & non pas prise arbitrairement & comme au hasard, est dans le sel marin celle d'un cube parfait, dans le spath fluor phosphorique celle d'un octaèdre, dans d'autres genres de crystaux celle d'un solide rhomboïdal (1), dont les angles

(1) J'appellerai, dans le cours de cet Ouvrage, *solide rhomboïdal*, ou simplement *rhomboïde*, un paralléli-

font plus ou moins ouverts, selon les différentes natures des substances cristallisées. La forme primitive paroît être le résultat de la cristallisation la plus parfaite dont un minéral soit susceptible ; mais ce n'est pas toujours celle qui se rencontre le plus ordinairement. Le cube est beaucoup plus commun dans le genre des spaths phosphoriques que l'octaèdre, qui est cependant la forme primitive de ce genre de cristaux. Toutes les formes qui diffèrent de la forme primitive, porteront, dans cet Ouvrage, le nom de *formes secondaires*.

4. On trouve un certain nombre de cristaux qui sont assez tendres pour être divisés par le moyen d'un instrument tranchant. Avec un peu de tâtonnement & d'habitude, on parvient à saisir les joints des lames dont ces cristaux sont composés, à détacher ces lames les unes des autres, à sous-diviser ensuite chacune d'elles en parties régulières, & dont les surfaces ont ce reflet brillant auquel on re-

pipède obliquangle, dont les six faces sont des rhombes tous égaux & semblables entr'eux. La dénomination de rhomboïde, à laquelle les Géomètres ont attaché une idée différente, m'a paru la plus simple que je pussé employer ; elle est fondée d'ailleurs sur l'analogie avec les expressions de *sphéroïde*, *ellipsoïde*, &c., qui désignent des solides, & non de simples surfaces.

connoît le poli de la Nature (1). Cette espèce de dissection des cristaux offre des indices d'autant plus certains de leur structure, qu'on ne peut diviser que dans un sens déterminé, pour obtenir des portions de cristal à surfaces planes & brillantes, toutes les sections que l'on tenteroit de faire dans d'autres sens ne produisant que des fragmens d'une forme irrégulière, parce qu'alors on brise au lieu de diviser.

5. J'ai observé que tous les cristaux qui se prêtoient à ces sections renfermoient un noyau de forme primitive, quelle que fût d'ailleurs

(1) Il y a peu de pierres ou de sels cristallisés qui n'offrent des coupes nettes dans des sens parallèles au moins à deux faces opposées de la forme primitive, & sur lesquels on ne puisse faire une opération semblable à celle que font les Lapidaires en clivant une pierre précieuse. J'ai même trouvé un certain nombre de substances métalliques, qui se prêtoient à cette opération. Ces coupes une fois déterminées, la position des autres faces se conclut beaucoup plus aisément des autres indices de structure que l'on observe sur les cristaux. Cette différence de cohésion par rapport aux diverses faces des molécules voisines dans certains cristaux, me paroît dépendre en grande partie de l'étendue même de ces faces, & du nombre des points de contact, qui sont plus multipliés sur les faces dont l'adhérence est plus forte.

celle du crystal sur lequel on opéroit; en sorte qu'en enlevant par des coupes successives & parallèles toute la matière appliquée sur ce noyau, on pouvoit aisément le mettre à découvert. L'analogie & des indices extérieurs de structure, dont je parlerai dans la suite, m'ont servi à étendre cette observation aux cristaux que leur trop grande dureté ne permet pas de diviser: en sorte qu'il n'y a, ce me semble, aucun lieu de douter que ce ne soit un fait général pour tous les genres de substances cristallisées. Pour éclaircir ce que je viens de dire par un exemple, je choisis de préférence le spath fluor phosphorique cubique, à cause de la simplicité de sa forme.

Soit *BDENML* (*Pl. I. fig. 1.*), un de ces cristaux cubiques. Si l'on essaye de le diviser par des sections parallèles à ses faces, on éprouvera une résistance considérable; & si l'on parvient à vaincre cette résistance par des efforts réitérés, on n'obtiendra que des fragmens irréguliers: mais si l'on dirige le plan coupant suivant une ligne *gf* parallèle à la diagonale *BE* de l'une quelconque des six faces, & que de plus on donne au même plan coupant, par rapport à cette face, une inclinaison qui doit être à-peu-près de 54° &

de mi (1), on enleva sans peine la pyramide ou l'angle solide $Ighf$, dont la base sera un triangle équilatéral gfh . A quelque endroit que l'on tente d'entamer le crystal, on trouvera par-tout la division également facile, pourvu que le plan coupant soit toujours dirigé dans le sens que j'ai indiqué; d'où il suit qu'en faisant des sections parallèles, & prises à de petites distances dans la pyramide $Ighf$, on enleva des lames triangulaires équilatérales, qui iront en croissant uniformément vers le centre du crystal.

Supposons la division continuée successivement sur les huit angles solides du crystal, & toujours dans des parties correspondantes, & situées à des distances égales du centre. Lorsque l'on sera arrivé au milieu des côtés du crystal, les sections voisines se toucheront; &, passé ce terme, elles s'entrecouperont mutuellement: de manière que les triangles équilatéraux resteront incomplets dans leurs sommets, & se changeront en exagones, tels que $abcdfe$ (fig. 2). Dans les sections ultérieures, les petits côtés ab , cd , fe de ces exagones

(1) La véritable mesure de cet angle est de $54^{\circ} 44'$, comme il est facile de s'en convaincre par le calcul, d'après la disposition du noyau.

s'accroîtront par degrés ; & il y aura un point où l'exagone deviendra régulier comme *hopsri*. Si l'on continue les sections au-delà de ce point , les côtés *op* , *sr* , *ih* de l'exagone deviendront , à leur tour , les grands côtés , & iront toujours en augmentant ; en sorte qu'enfin la figure passera au triangle équilatéral *gnm* ; & , à ce terme , le noyau du cube sera découvert , & se présentera sous la forme d'un octaèdre à faces triangulaires équilatérales. On peut encore faire dans ce noyau des sections parallèles à ses différentes faces ; chacune même des lames composantes du crystal dont il s'agit (& il en faut dire autant de tous les autres cristaux) peut aussi être sous-divisée par des coupes parallèles aux faces du noyau. Mais comme la structure du spath phosphorique présente une difficulté à résoudre , par rapport aux parties dont il se trouve composé en dernier résultat , lorsqu'on pousse la division mécanique aussi loin qu'elle puisse aller , je me borne , pour le moment , à la considération du noyau octaèdre que l'on en retire par les sections désignées. Au fond , la forme du noyau existe par-tout dans le crystal , puisqu'il n'y a aucun endroit où l'on ne puisse faire des sections parallèles aux faces d'un octaèdre. Mais la manière d'opérer que j'ai indiquée , me

paroît jeter plus de jour sur la structure des cristaux, en faisant envisager la forme primitive comme une partie fondamentale commune à tous les cristaux d'un même genre, dont elle occupe le milieu, & autour de laquelle tout le reste de la matière cristalline se trouve combiné de diverses manières, selon les différentes variétés du cristal.

6. Je ne prétends pas qu'un cube de spath phosphorique ait commencé par un octaèdre d'un volume proportionné au sien, & qui auroit passé ensuite à la forme du cube par une addition de lames, les unes exagones, les autres triangulaires. Les plus petits cristaux que l'on puisse appercevoir, à l'aide du microscope, sur une gangue de spath fluor, ont déjà la forme cubique, & se seroient sans doute accrus par des superpositions de couches successives à surfaces quarrées, si les circonstances eussent été favorables à cet accroissement. La distinction de ces couches se manifeste dans plusieurs cristaux par la diversité de leurs teintes ou de leurs degrés de transparence. Je crois donc que l'opération de la Nature est déterminée, dès le premier instant, en vertu des loix de la Crystallisation, à produire des cristaux cubiques imperceptibles, dont chacun renferme déjà, comme noyau, un petit

octaèdre, lequel s'accroît en même temps que le crystal entier, avec lequel il conserve toujours le même rapport en solidité & en surface. Ainsi, quand je parlerai des lames appliquées sur le noyau d'un crystal, je ne considérerai la chose que du côté de la structure de ce crystal, sans aucun égard à sa formation. Les vues sur lesquelles est fondée cette distinction, seront développées davantage par la suite, ainsi que la manière dont il me paroît que l'accroissement des cristaux se combine avec leur structure.

ARTICLE II.

Des loix de décroissement auxquelles sont assujetties les lames composantes des cristaux, considérées dans le passage de la forme primitive aux formes secondaires.

7. **L'**EXISTENCE de la forme primitive, dans chacun des cristaux secondaires, peut déjà nous aider à entrevoir la vérité d'un fait qui a été avancé par plusieurs Auteurs, mais sans qu'on en ait apporté aucune preuve claire & sensible: c'est que toutes les variétés d'un même crystal sont originaires d'une forme unique, qui se modifie de différentes manières, selon

les divers changemens que des circonstances particulières apportent dans la loi primitive de la Crystallifation. Je vais essayer de mettre le fait dont il s'agit dans tout son jour, en considérant la structure des parties surajoutées au noyau dans les cristaux de forme secondaire. Cet examen tend à éclaircir un des points les plus importans de la théorie des cristaux, puisqu'il nous conduit à établir, par rapport à leurs lames composantes, des loix de décroissement, d'après lesquelles on peut déterminer d'une manière précise la figure de leurs molécules constituantes, & calculer, aussi rigoureusement qu'un objet de cette nature puisse le permettre, la valeur des angles plans ou solides de toutes les formes tant primitives que secondaires.

8. Proposons-nous d'abord un exemple tiré d'une crystallifation très-simple. Concevons un cube qui ne puisse être divisé nettement que par des sections parallèles à ses faces; supposons de plus six pyramides droites quadrangulaires, toutes de même hauteur, dont les bases carrées, égales aux faces du cube, reposent sur ces mêmes faces: le solide alors se trouvera changé en un autre qui aura vingt-quatre faces triangulaires, composées de la somme des rebords de toutes les lames décrois-

fantes, dont les pyramides sont censées être l'assemblage. L'axe de ces pyramides pourra varier en hauteur, selon que les décroissemens suivront une loi plus ou moins rapide; & si l'on imagine que cette loi soit telle qu'il est nécessaire pour que les faces adjacentes des pyramides voisines se trouvent deux à deux sur le même plan, le nombre des faces sera réduit à moitié, & l'on aura un solide dodécaèdre (*Pl. I, fig. 3*) à plans rhombes tous semblables & égaux entr'eux, avec un noyau de forme cubique. Je déterminerai plus bas la loi de décroissement qui a lieu dans le cas du niveau des faces adjacentes dont je viens de parler.

En supposant le dodécaèdre divisible, il seroit facile de détacher successivement toutes les lames décroissantes appliquées sur le noyau; & comme ces lames ne peuvent être sous-divisées que par des sections parallèles aux faces de ce même noyau (5), ces sections faites à des distances convenables, partageront chacune des lames composantes en un certain nombre de cubes parfaits, excepté que, sur les côtés de ces lames, il ne semblera y avoir que des portions de cubes, à cause de l'inclinaison des rebords qui composent les faces des pyramides. Ce défaut appa-

rent d'uniformité dans la structure du cristal, fait naître une difficulté dont je donnerai bientôt la solution.

Nous avons des cristaux de la forme que je viens de décrire, qui sont trop durs pour être divisés, mais dont la structure s'annonce par des stries ou cannelures parallèles aux bases *ad*, *do*, *oe*, *ae*, &c., des pyramides surajoutées au noyau. La nature de ces cristaux n'est pas encore bien déterminée (1). Le grenat dodécaèdre a cette même forme, mais avec une structure toute différente; & ce ne sera pas la seule fois que nous verrons des cristaux entièrement semblables à l'extérieur, formés par des molécules qui diffèrent sensiblement entr'elles, soit pour leur figure, soit pour leur arrangement.

(1) Je présume que ces cristaux sont de la même nature que l'hyacinthe de couleur brune, qui se trouve parmi les produits du Vésuve; car cette dernière s'explique très-naturellement par une superposition de lames quarrées appliquées sur deux faces opposées d'un cube ou d'un parallépipède rectangle, & qui décroissent dans leurs angles par deux rangées de molécules. Les angles qui résultent de ce décroissement sont parfaitement égaux à ceux que donne l'observation. Mais ce n'est ici qu'une conjecture, qui a besoin d'être appuyée par de nouveaux faits.

9. Les lames appliquées sur le noyau peuvent décroître, non-seulement vers leurs bords, mais aussi vers leurs angles; ce qui jette une grande variété dans les formes des cristaux secondaires. Eclaircissons ceci par un nouvel exemple tiré du sel marin octaèdre. On connoît maintenant des cristaux factices de cette figure, que M. Rouelle a obtenue le premier, en faisant cristalliser le sel dont il s'agit (1).

Soit donc *abcds* (*fig. 4*) un octaèdre de sel marin: on ne peut diviser cet octaèdre qu'en faisant des sections *orgt* parallèles aux bases communes des pyramides quadrangulaires dont l'octaèdre est formé. Les lames que l'on détache d'abord en partant de la pointe des angles solides, ont des figures carrées, qui vont en croissant uniformément vers le centre du cristal. Il est de plus évident que les rebords de ces lames, en supposant que celles-ci aient une certaine épaisseur, sont inclinés par rapport à leurs grandes faces.

(1) Je ne prétends pas examiner si la forme octaèdre de ce sel dépend ou non de quelque principe particulier, qui auroit influé sur sa cristallisation; il suffit, pour mon objet, que ce sel se divise en cubes aussi nets & aussi bien prononcés que ceux qu'on retire du sel marin ordinaire.

Si l'on fait des sections semblables successivement sur les six angles solides de l'octaèdre, lorsqu'on aura passé le milieu des arêtes où les plans coupans se touchent, les sections voisines anticipant les unes sur les autres, feront disparaître les quatre angles des quarrés, qui se changeront en octogones, tels que $mrtufpzx$ (*fig. 6*). Dans les sections ultérieures, les côtés mx , zp , fu , rt , de ces octogones iront en décroissant jusqu'à ce qu'enfin l'octogone soit revenu à la figure quarrée; & à ce terme, le noy^{au} cubique du crystal paroîtra à découvert.

Si l'on sous-divise les lames quarrées que l'on avoit détachées d'abord, les lignes de section s'entrecouperont de manière à former des quarrés entiers vers le milieu des lames, & des triangles rectangles isocèles sur les bords, comme on le voit *fig. 5*. Les sections faites pareillement dans les lames octogones, produiront un assortiment de quarrés & de triangles, disposés comme le représente la *fig. 6*; en sorte que les lames quarrées que l'on pourra détacher du noyau, seront les seules qui aient leurs surfaces uniquement composées de petits quarrés. Pour avoir maintenant les décroissemens des lames par les angles, il ne faut que reprendre ces lames dans un ordre

contraire à celui que je viens d'indiquer pour la division du crystal, c'est-à-dire, en allant du noyau à la surface de l'octaèdre.

10. Les joints qui résultent de cette division semblent annoncer, dans la structure du crystal, un défaut d'uniformité encore plus marqué que celui qui paroît avoir lieu par rapport au crystal dodécaèdre dont j'ai parlé précédemment; car, dans celui-ci, les surfaces des lames de superposition sont uniquement composées de figures toutes semblables entr'elles; il n'y a que l'inclinaison qu'on observe dans les rebords de ces lames qui puisse faire quelque embarras. Mais le crystal octaèdre présente encore, outre cette inclinaison, un mélange de quarrés & de triangles isocèles sur les grandes faces des lames, sans qu'il soit possible de sous-diviser mécaniquement aucun des quarrés en deux triangles; ce qui sembleroit lever au moins en partie la difficulté.

11. Il n'y a peut-être point de crystal secondaire dont la structure ne soit sujette à l'une ou l'autre de ces espèces d'irrégularités: dans plusieurs même, on les observe toutes les deux à-la fois; en sorte que si l'on s'en tient aux simples apparences, il ne semble pas qu'il soit possible de concilier les faits clairs &

sensibles auxquels conduit l'observation, avec cette unité que tout nous porte à admettre dans la composition des corps qui appartiennent à une même substance. L'analogie seule qu'établit entre ces corps l'existence d'une forme primitive commune renfermée dans chacun d'eux, fait soupçonner entre les parties mêmes qui enveloppent le noyau, un rapport de figure plus parfait que celui qu'indique le premier aperçu de la structure.

On ne peut pas dire que les vraies molécules constituant les cristaux soient semblables aux portions qui paroissent manquer dans les petits cristaux situés sur le bord des lames de superposition; en sorte que chaque cristal seroit composé ultérieurement de parties de la même figure que celles qui se trouveroient supprimées: car, comme il arrive assez souvent que, dans un même cristal, les lames décroissent les unes par leurs bords, & les autres par leurs angles, ainsi que je l'ai dit plus haut, il est aisé de voir que les parties soustraites d'une part, ne peuvent ressembler à celles qui manqueroient de l'autre. Or, je le répète, il est contre toute vraisemblance d'admettre pour molécules constituant d'un minéral, des corps de plusieurs formes différentes.

12. L'hypothèse que j'ai adoptée pour résoudre la difficulté dont il s'agit, est, si je ne me trompe, beaucoup plus simple, plus naturelle, & se trouve d'ailleurs confirmée par l'observation & par le calcul. Elle consiste à admettre dans le décroissement des lames de superposition, des soustractions de molécules ou de cristaux parfaitement semblables à ceux dont le noyau est composé, c'est-à-dire, que chaque lame aura vers ses bords ou vers ses angles une ou deux rangées de molécules constituantes de moins que la lame placée immédiatement au-dessous; car j'ai observé tantôt l'une & tantôt l'autre de ces loix de décroissement (1).

Supposons, par exemple, que dans le dodécaèdre à plans rhombes dont j'ai expliqué ci-dessus la structure, une des faces du noyau cubique soit représentée par le carré $ADCB$ (*fig. 7*), les deux grandes faces de la première lame de superposition par le carré $clmn$, celles de la seconde par $opqs$, &c. Il est évident que les décroissemens se feront par des soustractions d'une simple rangée de mo-

(1) Il se trouve aussi des cristaux dans lesquels les lames décroissent par des soustractions de trois rangées de molécules: mais ce cas est rare.

lécules d'une figure exactement cubique; ce qui est, dans le cas présent, la loi que subissent les lames du crystal, comme je le prouverai plus bas.

Si au contraire les surfaces citées étoient représentées successivement par les quarrés $A D C B$, $opqs$, $uzdx$, &c., alors les décroissemens se feroient par des soustractions d'une double rangée de molécules; & la loi de ces décroissemens ayant une action une fois plus rapide que dans le cas précédent, la hauteur des pyramides superposées sur le noyau ne seroit que la moitié de ce qu'elle est dans le dodécaèdre à plans rhombes. Dans l'un & l'autre cas, les faces du crystal secondaire ne seront que la somme de toutes les arêtes saillantes AD , cl , op , &c, qui, étant presqu'infiniment rapprochées, à cause de l'extrême petiteffe des molécules constituantes, s'offriront sous l'aspect d'un plan continu. Mais, dans la réalité, ces faces seront sillonnées par une multitude de stries ou de cannelures, nulles pour nos sens, si le travail de la Nature a acquis tout le fini dont il est susceptible: car lorsque la cristallisation aura été gênée par quelque cause accidentelle, & que les décroissemens des lames ne se feront pas faits par des degrés parfaitement égaux, il pourra

y avoir sur les faces du crystal des irrégularités qui se manifesteront par des stries sensibles; & c'est ce qu'on observe en effet sur un assez grand nombre de cristaux, & en particulier sur ceux dont il s'agit ici.

13. Passons maintenant aux décroissemens qui se font vers les angles des lames, comme dans le crystal de sel marin octaèdre. Une des faces du noyau étant toujours représentée par le quarré $ABCD$ (*fig. 7*), si l'on suppose que les décroissemens dont je parle se fassent par des soustractions d'une simple rangée de molécules, ce qui est le cas de l'octaèdre dont il s'agit, comme on le verra bientôt, il n'y aura de supprimé, vers l'angle A , par exemple, à la première soustraction, que le cube auquel appartient la petite face $Aacb$; à la seconde soustraction, les deux cubes indiqués par $adrc$, $bci e$, se trouveront supprimés; à la troisième, les trois cubes dont les faces supérieures sont $dfvr$, $croi$, $ei y g$, & ainsi de suite: en sorte que les rebords des lames de superposition seront composés successivement des arêtes terminées par les points $a, b; d, c, e; f, r, i, g; k, v, o, y, h$, &c.; & comme les molécules constituantes sont d'une finesse extrême, & que les points dont il s'agit sont disposés sur des lignes

droites *ab*, *de*, *fg*, *kh*, &c. (ce qu'il faut bien observer), les faces du crystal qui seront composées de la somme des arêtes auxquelles appartiennent ces points, paroîtront, comme dans le premier cas, former un plan continu, quoique ce plan soit réellement tout hérissé d'autant de petites aspérités, qu'il y aura d'arêtes saillantes. Enfin, comme il n'arrive pas toujours que toutes les conditions requises pour une cristallification parfaitement régulière se rencontrent à-la-fois, le défaut de quelque-une de ces circonstances produira nécessairement, dans la matière cristalline, une distribution inégale; en sorte que les saillies dont j'ai parlé venant à se grouper en une multitude d'endroits, pourront devenir sensibles, comme elles le sont en effet, lorsqu'on examine, à l'aide d'une loupe, les surfaces de plusieurs des cristaux secondaires, où les décroissemens se font par les angles.

S'il y a deux rangées de molécules soustraites sur les angles de chaque lame, alors les rebords des lames de superposition se trouveront alignés successivement suivant les droites *de*, *kh*, &c.; & si l'on fait attention à la profondeur & à la figure des vuides que doivent laisser, dans ce cas, les molécules soustraites, on concevra qu'il doit y avoir,

non-seulement de simples aspérités produites par les lignes anguleuses, telles que *dr cie*, mais même des enfoncemens alignés dans le même sens que les stries dont j'ai parlé plus haut. Aussi apperçoit-on quelquefois, dans ce même cas, de petites cannelures transversales, comme je le dirai en expliquant la structure des cristaux dont les faces offrent des indices de ces petites inégalités.

14. Remarquons que quand il ne se fait sur les angles des lames que des soustractions d'une simple rangée de molécules, l'excès d'une lame sur l'autre est mesuré à chaque angle par la moitié *At* (*fig. 7*) de la diagonale d'une des faces de ces molécules: au lieu que dans le cas d'une soustraction par deux rangées de molécules, le même excès est mesuré par la diagonale entière *Ac*. Dans les décroissemens qui se font sur les bords des lames, il est clair que l'excès d'une lame sur l'autre a pour mesure la largeur *ac* d'une des petites faces des molécules constituantes, ou le double *ai* de cette largeur, selon que les soustractions se font par une ou par deux rangées de ces molécules. Cette observation est importante pour la suite.

Les sections que nous faisons dans les cristaux nous trompent donc sur un point essentiel

de leur véritable structure, en nous offrant des parties qui paroissent différer les unes des autres. La dernière de ces parties que nous puissions détacher & appercevoir, est encore composée; à mesure que nous multiplions les coupes, les triangles disposés sur les bords des lames deviennent plus petits; & enfin nous les verrions s'évanouir entièrement, si nos instrumens étoient assez délicats & nos organes assez parfaits pour nous permettre de pousser la division mécanique d'un crystal jusqu'au terme où elle ne nous laisseroit plus aucun point de partage à saisir.

Cette théorie se trouve confirmée par les explications faciles & naturelles qu'elle fournit de certains faits singuliers que nous offre la Crystallisation, & par l'accord qui se trouve entre les angles calculés d'après le décroissement des lames, & ceux qu'on observe sur les cristaux eux-mêmes. C'est ce que je vais éclaircir par quelques applications simples aux cristaux dont j'ai déjà parlé dans cet article.

15. Le niveau des faces voisines dans les pyramides disposées autour du noyau cubique du crystal dodécaèdre à plans rhombes (8), est une suite nécessaire de la loi de décroissement la plus simple, je veux dire celle qui ne suppose que des soustractions d'une rangée

de molécules constituantes. Pour le prouver, soient $abcd, bfgc$ (fig. 8) deux faces contiguës du noyau ; soit ots un triangle dont le côté ot , couché sur le plan du carré $b c g f$, mesure la quantité dont la face du noyau, représentée par ce carré, dépasse vers chacun de ses bords la première lame de superposition ; soit st l'épaisseur de cette lame : le troisième côté os fera nécessairement appliqué sur l'une des faces rhomboïdales du crystal secondaire. Cela posé, il est évident que l'on aura $ot = st$, puisque chacune de ces lignes est égale au côté d'une des molécules constituantes, dans l'hypothèse où il n'y a qu'une rangée de ces molécules qui soit soustraite. Si l'on conçoit maintenant un second triangle ort disposé comme le premier, par rapport à la face $abcd$, on aura $ri = io = ot = ts$. De plus, on a rt parallèle à io , & io également parallèle à ts : donc si l'on mène la droite it , il sera facile de voir que les quatre lignes dont il s'agit ont leurs extrémités supérieures sur une même droite ros ; & comme on peut appliquer le même raisonnement à toutes les autres lames de superposition, il s'en suit que la ligne ros , prolongée de part & d'autre du point o , tombera sur toutes les arêtes de ces lames, & par conséquent que les deux triangles adja-

cens, composés de la somme de ces arêtes, sont sur le même plan.

On observe un grand nombre de cristaux secondaires, dans lesquels les faces produites par les rebords des lames surajoutées au noyau, se trouvent deux à deux sur le même plan, comme dans le cristal dodécaèdre dont il s'agit. Cette disposition a d'abord quelque chose de singulier : il semble plutôt que les faces adjacentes, dans les pyramides voisines, devroient se présenter sous une multitude d'inclinaisons différentes, & que le cas où elles se trouvent de niveau devoit arriver très-rarement. On conçoit à présent comment ce même cas est au contraire si commun, puisque les décroissemens dont il dépend sont ceux qui se font suivant la loi la plus simple & la plus régulière de toutes.

16. Tout triangle faisant la même fonction que le triangle *ost*, ou *rio* (*fig. 8*), prendra, dans le cours de cet Ouvrage, le nom de *triangle mesurateur*, parce qu'il sert à mesurer la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition. Je ferai un usage très-fréquent de ces sortes de triangles, dont la position, ainsi que le rapport de leurs côtés, varient selon les circonstances.

17. J'ai dit (14) que les mesures des angles

auxquelles on parvenoit à l'aide de la même théorie, s'accordoient avec celles que donnoit l'observation. Prenons pour exemple le sel marin octaèdre, dont la structure a été expliquée plus haut.

Soit abp (*fig. 9*) une des faces de l'octaèdre, ar la hauteur de la pyramide quadrangulaire à laquelle appartient cette même face. Ayant mené ao perpendiculaire sur bp , la ligne or sera elle-même perpendiculaire sur ar ; & le point r étant le milieu de la base carrée de la pyramide, on aura $or = bo$.

Concevons que nco représente le triangle mesurateur, dans le cas présent. cn sera le côté d'une des molécules cubiques qui forment la première lame de superposition; & comme les décroissemens se font ici par les angles de ces lames, oc sera égal à la diagonale entière d'une des faces des molécules {constituantes (14), si les soustractions ont lieu par une double rangée de molécules, & simplement égal à la moitié de la même diagonale, s'il n'y a qu'une rangée de soustraite. Or, un coup-d'œil jetté sur le crystal suffit pour faire juger que l'on a cn plus grand que co : donc il faudra supposer co égal à la moitié de la diagonale du carré. Cela étant, soit $co = 1$; cn étant égal au côté du carré,

on aura $cn = \sqrt{2}$. Or, à cause des triangles semblables cno , rao , on pourra faire aussi $or = 1$, & $ar = \sqrt{2}$. Maintenant $\overline{ao}^2 = \overline{ar}^2 + \overline{or}^2 = 3$. De plus, $bo = or = 1$. Donc $ab = \sqrt{\overline{ao}^2 + \overline{bo}^2} = \sqrt{3 + 1} = 2$. D'ailleurs, il est évident que $bp = 2bo = 2$. D'où il suit que le triangle bap est non-seulement isocèle, mais équilatéral; c'est-à-dire, que chacun des trois angles de ce triangle est de 60° . Or, l'observation donne les mêmes angles; d'où il résulte que la loi de décroissement supposée est celle qui a lieu dans la formation du crystal.

18. La précision avec laquelle on trouve, à l'aide de la théorie que je propose, les angles exprimés en nombres ronds, & déjà déterminés d'une manière infiniment probable par l'inspection seule de la forme, comme ceux de l'octaèdre à faces équilatérales; cette précision, dis-je, assure les résultats du calcul, lorsqu'on applique celui-ci à des angles qui ne peuvent être exprimés que par des degrés joints à des minutes, secondes, & autres parties aliquotes du degré. Nous aurons souvent occasion, dans la suite de cet Ouvrage, de rencontrer de ces évaluations fractionnaires.

On verra aussi que la même théorie conduit à déterminer le rapport des diverses dimensions des molécules constituantes, lorsque ce rapport n'est point indiqué par la structure des cristaux.

19. Quoique je n'aie observé jusqu'ici que des décroissemens qui se font par des soustractions d'une ou de deux rangées de molécules, & quelquefois de trois rangées, mais très-rarement, il est possible qu'il se trouve des cristaux dans lesquels il y ait quatre ou cinq rangées de molécules supprimées à chaque décroissement, & même un plus grand nombre encore. Mais ces cas me semblent devoir être plus rares, à proportion que le nombre des rangées soustraites sera plus considérable, parce que la formation du crystal s'écarte alors d'autant plus de la loi de décroissement la plus simple & la plus régulière, que nous avons vu être en même temps la plus ordinaire.

Il résulte de tout ce qui précède, qu'un crystal secondaire est susceptible d'autant de formes différentes, que ses lames composantes peuvent subir de décroissemens divers dans leurs bords ou dans leurs angles, de manière que les côtés ou les pointes des petites molécules qui termineront ces lames, se trouvent

de niveau. On conçoit donc comment le nombre des formes secondaires est nécessairement limité, quoiqu'en se permettant de mutiler à volonté un crystal, sans aucun égard à sa structure, on puisse concevoir pour une même sorte de substance une infinité de formes diverses.

ARTICLE III.

Application aux Crystaux de spath calcaire.

20. **L**A matière calcaire est si généralement répandue dans l'intérieur du globe, & en même temps si susceptible, à raison de son peu de dureté, d'être attaquée par l'eau qui en détache & en entraîne les molécules dans son cours, que l'on ne doit pas être surpris de la grande quantité de cristaux de cette nature que renferment les cavités souterraines. Ici, comme dans plusieurs autres parties des règnes de la Nature, la variété semble le disputer à l'abondance. Il est peu de genres de cristaux où la Géométrie trouve plus à s'exercer, & où ces espèces d'enveloppes régulières, qui déguisent la forme du crystal primitif, aient été modifiées de tant de manières différentes. Les joints des parties qui ont concouru à

l'accroissement du spath sont d'ailleurs faciles à saisir ; les coupes que l'on tente d'y faire , en suivant ces mêmes joints , sont nettes , d'un poli vif & brillant , qui ne laisse aucune équivoque sur la structure du crystal , quoique souvent compliquée. Aussi suis - je redevable d'une grande partie des faits qui servent de fondemens à la théorie que j'ai proposée , aux observations que j'ai faites sur ce genre de cristaux , où l'on trouve à-la-fois tout ce qui peut favoriser des recherches de cette nature , l'abondance de la matière & la facilité des opérations.

Forme primitive.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL , connu sous le nom de *spath d'Islande*. Spath calcaire rhomboïdal obtus. DAUBENTON , *Tableau minéralogique*.

Développement. 6 rhombes égaux & semblables entr'eux , tels que $abcd$ (*Pl. II, fig. 10*) ; le grand angle $bad = 101^{\circ} 32' 23''$; & par conséquent le petit angle $adc = 78^{\circ} 27' 47''$.

21. Ce crystal étant la forme primitive du genre , ne peut se diviser que par des sections parallèles à ses faces (5) ; ce qui donne de petits rhomboïdes semblables entr'eux , & au rhomboïde entier. Quant aux angles du rhombe,

Je les ai déterminés par le calcul, d'après la structure du spath calcaire en prisme à six pans, terminé par deux faces exagones, comme je l'expliquerai plus bas. Les valeurs trouvées ne diffèrent que de $2' 13''$ de celles qui sont indiquées par M. de la Hire (*a*); car, selon ce Savant, le grand angle du spath d'Islande est de $101^{\circ} 30'$.

Newton, qui a donné une explication de la double réfraction si connue de la lumière à travers ce même spath, assigne pour la valeur du grand angle $101^{\circ} 52'$ (*b*). Ces différences viennent sans doute de ce que l'on n'a encore déterminé les angles dont il s'agit qu'en les mesurant immédiatement sur le crystal même, ou en mesurant les deux diagonales du rhombe, pour déduire de leur rapport la valeur des angles.

Forme secondaire.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL A SÔMMETS TRÈS OBTUS. Spath calcaire rhomboïdal lenticulaire. DAUBENTON, *Tableau minér.*

Développement. 6 rhombes égaux & semblables entr'eux, tels que *gfp o* (*fig. 11*),

(*a*) Mémoires de l'Académie des Sciences, ann. 1710, p. 679, édit. in-12.

(*b*) *Newtonis Optice*, Quæstio xxv.

dont le grand angle $fgo = 114^{\circ} 18' 56''$, & le petit angle $gop = 65^{\circ} 41' 4''$.

22. La même substance, qui prend la forme rhomboïdale du spath d'Irlande, dans le cas de la crySTALLISATION la plus parfaite, nous offre encore, parmi ses diverses modifications, deux autres rhomboïdes, l'un à sommets très-obtus, qui fait le sujet de cet article, & l'autre à sommets aigus, qui sera décrit dans la suite.

Concevons que les trois plans rhombes $hcai$, $hctb$, $caot$ (*fig. 12*), représentent les trois faces supérieures d'un crystal de la forme de celui dont il s'agit ici. Si l'on essaye de diviser ce crystal à l'aide d'un instrument tranchant situé obliquement sur l'une des arêtes, telle que ct , & dirigé de manière qu'il passe par des lignes px , pl , parallèles aux diagonales cb , co , on détachera d'abord une pyramide oblique à trois faces, dont la base xpl sera la coupe même faite dans le crystal. Si l'on continue la division, toujours suivant des directions parallèles, on détachera des lames triangulaires qui iront en croissant uniformément, & dont les grandes faces seront semblables au triangle xpl . On voit aisément que la pyramide détachée par la première section, n'est elle-même qu'un composé de lames triangulaires, telles que celles

dont je viens de parler, & que l'on enleveroit les unes après les autres, en divisant depuis la base xpl de cette pyramide jusqu'à son sommet t . L'angle supérieur p de toutes ces lames est égal au grand angle bad (fig. 10) du spath d'Irlande.

Si l'on fait alternativement des sections semblables sur les six arêtes du crystal, lorsqu'on sera parvenu au milieu des côtés hb , bt , to , &c, (fig. 12), les facettes triangulaires produites par le retranchement des angles solides, se toucheront par leurs angles latéraux; & si l'on continue la division au delà de ces points, & toujours sur les six arêtes, les triangles, tels que xpl (fig. 15), anticipant alors les uns sur les autres par leurs angles x , l , se changeront en pentagones $puihf$, dont la base th décroîtra, tandis que les côtés ut , fh , iront en augmentant; en sorte que le pentagone parviendra par degrés à la figure du rhombe $pbei$, & à ce terme le noyau rhomboïdal paroîtra à découvert.

En frappant sur les lames triangulaires ou pentagonales que l'on a détachées à chaque section, on voit ces lames se diviser en petits rhomboïdes tous semblables au noyau; & si l'on imagine la division poussée assez loin pour que les rhombes $pacd$, $arsc$, &c. repré-

sentent les faces des molécules constituantes, on concevra (13) que les petits espaces triangulaires tgm , nzh , &c., disposés sur la base des lames, sont restés vuides par la soustraction des molécules qui auroient complété ces lames, dans le cas d'une crySTALLISATION plus parfaite. Cette structure est indiquée à l'extérieur par des stries ou sillons, qui ont exactement les mêmes directions que les lignes bc , oc , gd , fd , &c. (fig. 12). On verra bientôt la raison de ces stries.

Examinons maintenant, dans un plus grand détail, les différens états par lesquels passent successivement les lames de superposition. Il est aisé de voir d'abord, d'après la structure du cristal, que les surfaces composées de la somme des bords supérieurs bc , oc , gd , fd , &c., de ces mêmes lames, se trouvent deux à deux sur le même plan. En appliquant ici le raisonnement que nous avons fait (15) par rapport au dodécaèdre rhomboïdal, dont les molécules sont des cubes, on en conclura que les lames de superposition du spath dont il s'agit décroissent dans leurs bords supérieurs par des soustractions d'une simple rangée de rhomboïdes. Ce sont ces décroissemens qui occasionnent les stries dont j'ai parlé.

Les côtés ut , fh , &c. (fig. 15), des pentagones

ragones vont au contraire en croissant depuis le noyau, puisque le crystal lui-même continue de croître dans les parties qui correspondent à ces côtés. Or, il est facile de concevoir que ces accroissemens se font de la même manière que dans un rhomboïde simple de spath d'Islande, qui augmenteroit en volume sans changer de forme. Il n'y a donc nulle difficulté à cet égard.

Quant aux bases inférieures, soit des pentagones, soit des triangles, elles restent constamment sur le même plan sans décroître; en sorte que si l'on conçoit qu'une des faces du noyau soit représentée par le rhombe $abcd$ (*fig. 14*), la surface supérieure de la première lame de superposition sera située comme le pentagone $feghn$, celle de la seconde comme le pentagone $rikmt$, & ainsi de suite.

Pour prouver que les lames de superposition sont constantes par leurs bases, j'observe d'abord que le crystal peut être également divisé dans le sens des petites diagonales cb, co, dg , &c. (*fig. 12*), & dans le sens des lignes ht, ms , &c., qui coupent les premières à angle droit. Ces secondes coupes ne sont que les prolongemens de celles que l'on peut faire dans la partie inférieure du crystal, parallèlement aux petites diagonales des trois faces qui appar-

tiennent à cette même partie. Soit $h m s t$ le rebord inférieur ou la base d'une des lames triangulaires que l'on détacheroit par une section faite dans le second sens ; soit $r z$ ou $e k$ l'arête extérieure d'un des petits rhomboïdes qui occupent le rebord dont il s'agit : d'après la structure du crystal, l'arête cb se confond avec l'un des côtés du noyau ; donc cette arête est une ligne droite continue : d'où il suit que toutes les autres arêtes $dg, qy, \&c.$, sont pareillement des lignes droites continues. D'ailleurs, toutes ces lignes sont évidemment sur un même plan. Donc tous les rebords $h m s t, m n x s, \&c.$, n'étant autre chose que la somme des petites lignes $r z, e k, \&c.$, qui font partie des lignes $cb, dg, \&c.$, sont aussi sur un même plan, sans qu'aucun dépasse l'autre. En appliquant le même raisonnement à toutes les autres lames de superposition, soit triangulaires, soit pentagonales, on concevra que les rebords inférieurs de ces lames sont tous de niveau, ainsi que je l'ai annoncé.

La structure du spath que nous considérons ici, est une des plus favorables pour prouver la théorie que j'ai proposée ; car les stries qui sillonnent les faces du rhomboïde sont si nettes & si marquées sur une multitude de cristaux de cette variété, qu'elles annoncent sensible-

mient les décroissemens des lames par les soustractions que j'ai supposé se faire sur les rebords correspondans des mêmes lames. Mais il est aisé de voir que ces stries ne peuvent pas exister, sans que les rebords inférieurs ou les bases des lames que l'on détacheroit par les sections *ht*, *ms*, perpendiculaires aux lignes *cb*, *dg*, &c., ne soient eux-mêmes dentelés, puisque ces rebords interceptent nécessairement des petites portions de stries. Or, cette espèce de dentelure est disposée précisément de la manière qu'il est nécessaire pour laisser vuides les petits espaces triangulaires situés à la base des lames dont le cryttal est composé; d'où il résulte que l'existence des décroissemens sur les rebords des lames, qui est indiquée par les stries, assure en quelque sorte celle des décroissemens par les angles.

Quant aux angles plans de ce cryttal, j'en renvoie le calcul, ainsi que celui des angles des cryttaux qui vont suivre, à l'article où je traiterai du cryttal qui m'a fourni des données pour évaluer les angles de spath d'Islande, parce que ceux-ci servent ensuite à déterminer les angles des autres cryttaux calcaires.

SPATH CALCAIRE A SOMMETS TRÈS-OBTUS (a)
 ET A FACETTES TRIANGULAIRES (fig. 17).
 Spath calcaire rhomboïdal lenticulaire, avec
 six facettes triangulaires. DAUBENT. *Tableau
 minéral.*

Développement. Six pentagones égaux &
 semblables entr'eux, tels que $ghmnr$ (fig. 11),
 & six triangles ifocèles abg (fig. 13).

Angles du pentagone. $hgr = 114^{\circ} 18' 56''$.
 $ghm = grn = 95^{\circ} 32' 6''$. $hmn = rnm =$
 $117^{\circ} 18' 26''$.

Angles du triangle. $bag = 133^{\circ} 12' 30''$. abg
 $= agb = 23^{\circ} 23' 45''$.

23. Ce crystal n'est autre chose qu'une va-
 riété du précédent, qu'il faut concevoir in-
 complet dans les six angles faillans du contour,
 à la place desquels on observe six facettes
 surnuméraires, de figure triangulaire, situées
 verticalement, en supposant que l'axe du crys-
 tal soit lui-même dans une position verticale.

Nous avons vu (22) qu'en divisant le spath
 rhomboïdal à sommets très-obtus, on obte-
 noit des lames triangulaires jusqu'aux points
 où les plans coupans devenoient contigus les
 uns aux autres. Concevons que ces lames,

(a) C'est celui qu'on appelle vulgairement *spath cal-
 caire en tête de clou.*

au lieu d'être constantes par leurs bases, comme dans le spath que je viens de citer, aillent en décroissant uniformément vers ces mêmes bases; de manière que les facettes triangulaires abg (*fig. 17*), qui résulteront de ces décroissemens, soient situées verticalement. Dans ce cas, les six grandes faces du crystal deviendront des pentagones $cabr k$, $cagpn$, &c., & l'on aura un solide semblable à celui dont il s'agit ici.

24. Cherchons maintenant la loi de décroissement qui a lieu dans le cas présent. Soit $abcdgh$ (*fig. 16*), le noyau rhomboïdal du crystal. Soit $abd g$, un quadrilatère formé par les petites diagonales ag , bd , de deux faces opposées $acgh$, $bfde$, de ce même noyau, & par les côtés ab , dg , compris entre ces diagonales. Concevons enfin que nom soit le triangle mesurateur (*16*), dans lequel no égale le côté d'un des petits rhomboïdes composans, & nm mesure la quantité dont l'une quelconque des lames triangulaires excède l'autre par sa base. Or, cette ligne nm est dans la direction de la petite diagonale d'un des rhombes composans; donc puisque les petits rhomboïdes, dont le crystal est l'assemblage, sont situés par rapport au noyau de manière que toutes les dimensions corrè-

pondantes sont respectivement parallèles de part & d'autre, on aura nm parallèle à ag , no parallèle à dg ; & à cause de la situation verticale des facettes triangulaires, mo sera aussi parallèle à l'axe ad du crystal. Donc le triangle nom est semblable au triangle gda ; donc $dg : ag :: no : nm$. D'où l'on conclura aisément que nm est la petite diagonale entière d'un des rhombes qui forment les faces des petits rhomboïdes composans; c'est-à-dire, que les décroissemens (14) des lames triangulaires surajoutées au noyau, se font par des soustractions de deux rangées de molécules constituantes.

SPATH CALCAIRE A DOUZE FACES PENTAGONES (fig. 18). *Id.* DAUBENT. *Tab. minér.*

Développement. Six pentagones $ghmnr$ (fig. 11), disposés trois à trois à chaque sommet du crystal. Six autres pentagones $rntuk$ (fig. 19), dont les angles supérieurs sont situés alternativement en sens contraire, & qui forment les faces latérales du crystal.

Angles du pentagone $ghmnr$. $hgr = 114^{\circ} 18' 56''$. $ghm = grn = 95^{\circ} 32' 6''$. $hmn = rnm = 117^{\circ} 18' 26''$.

Angles du pentagone $rntuk$. $nrk = 133^{\circ} 12' 30''$. $rnt = rku = 113^{\circ} 23' 45''$. $ntu = kut = 90^{\circ}$.

25. Ce crystal se divise d'abord comme le spath à sommets obtus & à facettes triangulaires (23), par des sections obliques sur les arêtes des pyramides, en lames triangulaires, dont le grand angle est de $101^{\circ} 32' 13''$, jusqu'à ce qu'on soit arrivé aux points m, n, k, e, z, x (fig. 18), ou aux extrémités des bases des pentagones qui forment les sommets du crystal. Passé ces points, les lames triangulaires se changent en pentagones: & enfin lorsque les plans coupans se touchent, ce qui arrive quand les sections tombent sur les hauteurs $go, gp, \&c.$, des pentagones qui terminent le crystal, celui-ci se trouve changé en un autre, qui est aussi à douze plans pentagones, mais dans lequel les faces des deux sommets sont disposées en sens contraire de celles du premier crystal. Le contour d'une de ces faces est représenté par le pentagone $gocsp$. Si l'on continue la division par des sections parallèles à ces mêmes faces, les rectangles $nkut$ diminueront peu-à-peu en hauteur; & au point où ils auront entièrement disparu, on aura un crystal semblable à un rhomboïde de spath d'Islande, mais incomplet dans les six angles solides du contour, qui seront remplacés par autant de facettes triangulaires isocèles. Enfin, par des divisions

ultérieures, on fera disparaître ces facettes, & l'on arrivera par degrés à un crystal complet de la forme du spath d'Islande, c'est-à-dire, au noyau du premier crystal dodécaèdre.

26. Pour tracer une des faces terminales *gocsp* (*fig. 18*), ou *AHKDG* (*fig. 20*), du crystal à douze faces pentagones qui se trouve engagé dans le premier, soit *ABCE* un rhombe semblable à celui du spath d'Islande. Par les points *K*, *D*, milieux des côtés *BC*, *CE*, faites passer la droite *KD*. Du milieu *r* de cette droite, menez *rH*, *rG*, parallèles aux côtés *AE*, *AB*. Enfin, des points d'intersection *H*, *G*, abaissez les droites *HK*, *GD*, sur les extrémités de la ligne *KD*; la figure *AHKDG* sera le pentagone cherché.

La structure des lames dont les grandes faces sont semblables à ce pentagone, est indiquée par les divisions que présente la figure. Il est aisé de voir, d'après ce qui a été dit (24), que les rebords inférieurs de ces lames, sur lesquels on doit concevoir que les petits espaces triangulaires *Kaf*, *flux*, *xzp*, &c., se trouvent vuides, décroissent, depuis le noyau, par des soustractions de deux rangées de rhomboïdes. Quant aux rebords *HK*, *GD*, comme ils font partie des faces verticales qui résultent, ainsi que je l'ai prouvé (24), d'une

loi de décroissement par des soustractions d'une double rangée de molécules, ces rebords ne sont composés que des arêtes terminées par les points K, c, g, s , &c.; en sorte que chacun des triangles Kac, cng , qui restent vuides de ce côté, correspond toujours à deux molécules constituantes.

Enfin, lorsque l'on continue la division sur le rhomboïde incomplet de spath d'Islande dont j'ai parlé plus haut, le pentagone $AHKDG$ revient par degrés à la figure du rhombe $AHrG$, qui représente une des faces du noyau, en passant par des figures eptagones $AHcfbdG, AHgxhmG$, &c.

27. Il y a ici une remarque importante à faire. On pourroit se tromper dans l'estimation des décroissements qui se font vers les bases DK des pentagones de superposition, en ne faisant attention qu'à la distance de ces bases par rapport à l'axe du crystal; car cette distance étant toujours la même, on en concluroit que les lames sont constantes vers ces mêmes bases. Les décroissemens, tels que je les considère, consistent en ce que le rebord de chaque lame est réellement dépassé d'une certaine quantité par celui de la lame placée immédiatement au dessous. En effet, si les rebords des lames étoient de niveau, tous

ces rebords se trouvant alors sur le même plan que l'un quelconque d'entr'eux, qui est évidemment incliné, leur somme formeroit aussi des surfaces inclinées, au lieu que celles dont il s'agit sont verticales, en supposant que l'axe lui-même ait une situation perpendiculaire à l'horizon. Il résulte de-là que, quand les rebords d'une pile de lames sont disposés en retraite par rapport aux faces du noyau, ces lames doivent être censées décroître vers les rebords dont il s'agit, quoiqu'à considérer leurs dimensions absolues, elles dussent paroître constantes, lorsqu'elles augmentent d'un côté, à proportion qu'elles décroissent de l'autre.

La structure du spath à douze plans pentagones, telle que je viens de l'expliquer, est très-différente de celle que lui a supposée M. Bergmann (a). Cet illustre Chymiste compare le crystal dont il s'agit à un grenat dodécaèdre, dont les sommets auroient leurs faces rhomboïdales tronquées par les trois angles extérieurs. Il attribue à ces deux cristaux la même formation; &, selon lui, l'un & l'autre résulte de l'accumulation d'une

(a) *Opusc. Physica & Chemica*. Upsal, 1780, vol. II, pag. 6.

multitude de pentagones égaux & semblables sur les deux sommets pyramidaux d'un solide rhomboïdal, qui auroit aussi ses faces tronquées par leurs trois angles extérieurs; ce qui change ces faces en des pentagones que l'Auteur appelle *plans fondamentaux*. Cette explication suppose d'abord que la forme originale du grenat, & celle des spaths calcaires, sont parfaitement semblables; & M. Bergmann avertit lui-même, dès le commencement de son Ouvrage, que son but est de ramener plusieurs cristaux, du nombre desquels est le grenat, à la forme du spath d'Islande, ou d'un parallépipède dont l'angle obtus est de $101^{\circ} 30'$ pour chacune des faces. Or, le grand angle plan du grenat est, comme je le prouverai, de $109^{\circ} 28'$; ce qui établit d'abord une distinction très-sensible entre les formes primitives des deux genres de cristaux. La même explication suppose encore que l'angle au sommet de chacun des pentagones qui terminent le cristal dont il s'agit ici, est égal au grand angle du spath d'Islande, quoiqu'il y ait entre ces deux angles une différence de près de 13° . D'ailleurs, selon M. Bergmann, les *plans fondamentaux* peuvent être tronqués: ce qui est contraire à l'observation. Enfin, il résulteroit de l'explication

donnée par ce Savant , que le spath à douze plans pentagones pourroit être divisé par des coupes nettes dans des sens parallèles aux faces de ses deux sommets pyramidaux. Mais il en est tout autrement , comme on peut s'en convaincre par l'expérience, d'après ce que j'ai dit ci-dessus.

SPATH CALCAIRE EN PRISME DROIT A SIX PANS, TERMINÉ PAR DEUX EXAGONES RÉGULIERS (*fig. 21*). Spath calcaire en prisme à six pans. DAUBENT. *Tabl. minér.*

La définition seule de ce crystal en indique le développement.

28. Le spath dont il s'agit est de tous les cristaux calcaires celui qui s'éloigne le plus du noyau rhomboïdal par sa forme extérieure. Il a encore ceci de particulier, que rien n'indique, au premier aspect, les côtés divisibles du crystal. Pour parvenir à cette division, il faut, après avoir incliné le plan coupant d'un angle de 45° sur l'une des bases exagones du prisme, faire une épreuve par rapport à deux côtés contigus de l'exagone, en dirigeant les sections parallèlement à ces mêmes côtés. On s'apercevra qu'il n'y en a qu'un des deux sur lequel on puisse détacher des lames nettes, & à surfaces polies. Supposons

que ce soit le côté gd , alors on opérera sur les côtés gd , cn , qz , en passant les côtés intermédiaires dc , nq , zg ; & pour diviser le crystal dans sa partie inférieure, on prendra les côtés tf , he , &c., qui sont disposés alternativement par rapport aux côtés de l'exagone supérieur. Cette alternative de divisions vient de la situation du noyau, dont les faces répondent de part & d'autre à trois différens côtés des exagones qui forment la base du prisme.

Cela posé, les lames que l'on détachera d'abord seront des trapèzes tels que $amro$, dont la hauteur ira toujours en croissant, si l'on suppose que le prisme lui-même ait assez de hauteur pour que les sections supérieures ne se confondent pas avec les inférieures; c'est-à-dire, pour que les points m , r , b , k , restent toujours distingués, tant que les plans coupans ne passeront point par l'axe du prisme. On peut juger, par la seule inspection du trapèze $HGDK$ (*fig. 20*), de la structure de tous ceux dont il s'agit, en observant toujours que les espaces triangulaires sont vuides sur les quatre côtés du trapèze.

Au-delà des points a , o , y (*fig. 21*), où les sections voisines se touchent, les trapèzes anticipant les uns sur les autres par leurs

angles supérieurs, deviennent des exagones, tels que $esK Dvi$ (*fig. 20*), qui parviennent par degrés à la figure d'un pentagone semblable à $AHKDG$, & dont le sommet est sur la ligne HG . A ce terme, on a un solide à douze plans pentagones, entièrement semblable à celui que l'on retire (25) du spath calcaire décrit dans l'article précédent, & qu'il faut diviser de la même manière, pour retrouver le noyau du crystal.

Il est aisé de concevoir que les trapèzes & les autres figures dont ce crystal est l'assemblage, décroissent dans leurs parties inférieures par des soustractions de deux rangées de molécules constituantes (24), puisque les faces composées de la somme de leurs bases sont dans une situation verticale. Il ne s'agit plus que de déterminer la loi des décroissemens qui se font vers l'angle supérieur A (*fig. 20*) des pentagones dans le passage de ceux ci à la figure du trapèze, lorsqu'on reprend les lames dans un ordre contraire à celui des divisions indiquées, c'est-à-dire, lorsqu'on part du noyau.

29. Soit toujours $abd g$ (*fig. 16*), une coupe géométrique du noyau semblable à celle qui a été indiquée (24). Soit psr le triangle mesurateur, dans lequel on aura ps , égal à

la ligne qui doit donner la mesure des décroiffemens, sr égal au côté ou à l'arête d'une des molécules constituantes, & pr situé parallèlement à bi , que je suppose mené de l'angle solide b , perpendiculairement sur l'axe ad du noyau. A cause des parallèles ps , ai , d'une part, & sr , ba , de l'autre ; les triangles spr , bai , sont semblables. Donc $ba : ai :: sr : ps$. Or, ba est le côté du noyau ; ai est la moitié de la petite diagonale d'une des faces du même noyau ; sr est le côté d'une des molécules constituantes : d'où il suit que ps sera égale à la moitié de la petite diagonale d'une des faces des mêmes molécules ; c'est-à-dire, que les décroiffemens se font (14), dans la partie supérieure du crystal, par des soustractions d'une simple rangée de petits rhomboïdes.

Le crystal prismatique dont il s'agit, est susceptible d'un grand nombre de variétés de formes. Quelquefois le prisme n'a que très-peu de hauteur ; d'autres fois, les exagones qui le terminent ont trois grands côtés & trois petits. Il se trouve même de ces prismes qui sont triangulaires. Mais, d'après les principes exposés, il sera toujours facile de ramener ces différentes variétés à une structure commune, de trouver la position du noyau,

& de déterminer la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition.

30. Une observation que j'ai faite sur ce même crystal, m'a fourni des données pour calculer les angles plans du noyau. Si, après avoir détaché un segment du prisme par une section oblique, faite, par exemple, dans la direction du plan $amro$ (*fig. 21*), on renverse ce segment de manière que la face $amro$ reste appliquée sur la partie dont elle a été détachée, & que la ligne mr se confonde avec la ligne ao , le quadrilatère $zmrq$ se trouvera de niveau avec le plan de l'hexagone $dgaonc$, sans qu'il soit possible d'apercevoir la plus légère inclinaison entre ces deux plans. D'après cette observation, il est très-vraisemblable que l'angle qui résulte de l'inclinaison respective des deux plans $zmrq$, $amro$, est exactement égal à celui que fait le second de ces plans avec $azqo$; d'où l'on conclura que le triangle $a'c'b'$, formé par les inclinaisons respectives des trois plans, est non-seulement rectangle, mais isocèle. Or, en faisant attention que le plan $amro$ est parallèle à la face correspondante du noyau, si nous supposons que le solide représenté *fig. 16*, soit disposé comme le noyau, il sera facile de voir que le triangle $a'c'b'$ (*fig. 21*) est semblable

blable au triangle ati (fig. 16), composé de la moitié ai de la petite diagonale du rhombe $acgh$, de la ligne it menée perpendiculairement sur l'axe, & de la portion at du même axe. Donc le triangle ati est aussi rectangle & isocèle.

Soit $at = it = 1$, on aura $ai = \sqrt{2}$; & à cause que ti est le rayon droit du triangle équilatéral chb , formé par les trois grandes diagonales des faces supérieures du rhomboïde, $ih = \sqrt{3}$, & par conséquent $ah = \sqrt{(ai)^2 + (ih)^2} = \sqrt{5}$. Résolvant le triangle rectangle aih à l'aide de ces données, on trouvera pour le logarithme du sinus de l'angle iah , le nombre 98890756, qui répond à l'angle de $50^\circ 46' 6'' 30'''$. Donc $cah = 101^\circ 32' 13''$; & par conséquent le petit angle ahc est de $78^\circ 27' 47''$ (a).

31. Il est facile maintenant d'évaluer les angles plans des autres cristaux décrits précédemment. Prenons d'abord le spath rhomboïdal à sommets très-obtus (22). On a pu observer, d'après la structure de ce crystal,

(a) On trouvera (35) ces angles déterminés par un second procédé, qui donne exactement le même résultat.

que les petites diagonales cb , co (*fig. 12*), des deux faces voisines, coïncident avec deux côtés d'une même face de noyau; en sorte que l'angle bco est égal au grand angle des rhombes du spath d'Islande. Donc on peut représenter cb par $\sqrt{5}$, & bo par $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$. Et à cause de $hr = \frac{1}{2}ht = \frac{1}{2}bo$; & de $cr = \frac{1}{2}cb$, on pourra faire aussi $hr = \sqrt{12}$, & $cr = \sqrt{5}$. Résolvant le triangle hrc à l'aide de ces données, il viendra pour la valeur du logarithme de la tangente de l'angle hcr , le nombre 101901056, lequel répond à l'angle de $57^\circ 9' 28''$. Donc l'angle $hct = 114^\circ 18' 56''$, & l'angle $chb = 65^\circ 41' 4''$.

32. Passons à la recherche des angles du pentagone $ghmnr$ (*fig. 11*), qui donne les grandes faces du spath à facettes triangulaires (23). Ayant tracé ce pentagone par une méthode semblable à celle qui a été indiquée (27) pour le pentagone $AHKDG$ (*fig. 20*), nous aurons toujours $ge = \sqrt{5}$, & $fe = \sqrt{12}$.

Considérons le triangle $mt h$. Par la construction de la figure, nous avons $mt = \frac{1}{2}fe = \frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{3}$. De plus $ht = gr = \sqrt{sr^2 + gs^2}$. Or, $sr = \frac{3}{4}eo = \frac{3}{4}fe = \frac{3}{4}\sqrt{12} = \frac{1}{4}\sqrt{108}$.

D'ailleurs, $gs = \frac{3}{4}ge = \frac{3}{4}\sqrt{5} = \frac{1}{4}\sqrt{45}$.

Donc $ht = \frac{1}{4}\sqrt{108 + 45} = \frac{1}{4}\sqrt{153}$.

Extrayant les racines indiquées à moins d'un millièmè près, on trouve $mt = 1,732$. ht

$= 3,092$. De plus, l'angle $htm = \frac{gop}{2} = 32^\circ$

$50' 32''$. Le triangle hmt , résolu d'après ces valeurs, donne pour le logarithme de la tangente de la demi-différence des angles h & m , le nombre 99807272 , qui répond à l'angle de $43^\circ 43' 42''$. D'où l'on conclura que l'angle hmt , ou son égal tnr , est de $117^\circ 18' 26''$; & l'angle thm de $29^\circ 51' 2''$. Ajoutant ce dernier angle à l'angle $ght = 65^\circ 41' 4''$, on aura l'angle ghm , ou son égal grn , de $95^\circ 32' 6''$. Quant à l'angle hgr , nous avons déterminé (31) sa valeur, qui est de $114^\circ 18' 56''$.

A l'égard des triangles abg (fig. 13), qui forment les facettes latérales du crystal, il est clair d'abord que $ab = hm$ (fig. 11). Ayant abaissé de plus la ligne ax perpendiculaire sur bc , on aura $bx = mt$ (fig. 11). Or, les valeurs de ces lignes se déduisent aisément du calcul des angles du pentagone. Ces valeurs donneront l'angle bax , que l'on trouvera de $66^\circ 36' 15''$. Donc $bag = 133^\circ$.

$12' 30''$; & abg , ou son égal agb , est de $23^{\circ} 23' 45''$.

Je ne dirai rien des angles du spath à douze plans pentagones , parce qu'il sera facile , d'après les opérations précédentes , d'en trouver les valeurs.

SPATH CALCAIRE A DOUZE FACES TRIANGULAIRES SCALENÈS , connu sous le nom de *Dent de Cochon*. (*Pl. III, fig. 22*). *Id. DAUB. Tableau minér.*

Développement. Douze triangles scalènes (*fig. 23*) égaux & semblables entr'eux. L'angle $ehg = 101^{\circ} 32' 13''$. $egh = 54^{\circ} 27' 30''$. $geh = 24^{\circ} 0' 17''$.

33. M. Bergmann a décrit avec beaucoup de vérité , dans l'Ouvrage dont j'ai parlé , la disposition respective des lames qui composent ce crystal , & s'est assuré lui-même de cette disposition , en observant les fractures faites dans le dodécaèdre. Ce Savant considère le spath dont il s'agit comme produit par l'accumulation d'une suite de plans rhombes décroissans , qui s'élèvent sur les faces du noyau , en restant toujours contigus à l'axe par leur angle supérieur. Dans ce cas , la somme des bords extérieurs de tous les plans de superposition forme les faces triangulaires

de deux pyramides exagones, dont les bases se trouvent réunies par une ligne anguleuse *acgh*, &c., composée des six arêtes saillantes du noyau.

Cette explication indique la manière dont il faudroit diviser le crystal, pour détacher toutes les lames dont il est l'assemblage, & mettre le noyau à découvert. On conçoit aisément que chacune de ces lames peut être sous-divisée par des sections parallèles aux faces du noyau, en petits rhomboides semblables à ce noyau. C'est aussi ce que m'a donné l'observation.

34. Selon M. Bergmann, les axes des pyramides seront d'autant plus longs, que le décroissement des lames se fera fait plus lentement, & *vice versa*. Cependant tous les cristaux de cette variété, que j'ai observés, avoient les mêmes angles plans, en supposant que leur forme fût bien prononcée; d'où il suit que les axes des pyramides avoient aussi des hauteurs proportionnelles au volume des différens dodécaèdres. Ce fait tient à la loi des décroissemens que subissent les lames du crystal. J'ai trouvé qu'il falloit supposer que les soustractions se faisoient par une double rangée de molécules constituantes, pour que les angles calculés d'après cette loi de dé-

croissement, fussent égaux à ceux du crystal.

35. Soit $acgh$ (*fig. 24*) une des faces du noyau, geh une des faces du dodécaèdre, & le quadrilatère $abdg$, le même qui est représenté *fig. 16*. Menons am , prolongement de ba , jusqu'à la rencontre de eg ; menons aussi hp , gz , perpendiculaires sur l'axe ed .

La méthode que je vais employer pour chercher les angles du crystal dont il s'agit, servira à la-fois à démontrer deux propriétés géométriques assez singulières du solide représenté par ce crystal, comparé avec le noyau. L'une consiste en ce que la partie ae de l'axe qui dépasse le noyau, est égale à l'axe même ad de ce noyau.

Voici la seconde propriété. $acgh$ étant, comme je l'ai dit, une des faces du noyau, si de l'angle c on mène ct , qui coupe le côté ah en deux également, le triangle act sera semblable à chacune des faces du crystal secondaire, avec cette différence que celles-ci auront leurs côtés doublés des côtés correspondans du même triangle.

Considérons d'abord le triangle mesurateur kig . Puisque les lames de superposition décroissent ici par les bords, si l'on suppose dans chaque lame deux rangées de molécules soustraites, comme j'ai reconnu que cela étoit

nécessaire, nous aurons ig égal à deux fois la petite diagonale d'une des faces de ces molécules, & ik égal au côté de ces mêmes molécules. Or, à cause des triangles semblables mag , kig , on a $gi : ik :: ga : am$. D'où il est facile de conclure que ga étant la petite diagonale d'une des faces du noyau, am sera égal à la moitié du côté d'une des mêmes faces. Donc $am = \frac{1}{2} dg$. Maintenant les triangles semblables eam , edg , donnent $dg : am :: ed : ea$. Donc $ed = 2ea$, & $ad = ac$; ce qui étoit la première propriété à démontrer.

Cherchons maintenant la valeur absolue de l'axe ad . L'angle gaz étant de 45° (30), le triangle rectangle agz est isocèle. Donc $az = \sqrt{ag^2 - gz^2} = \sqrt{8 - 4}$ (30); où $az = 2$. De plus, $dz = \sqrt{dg^2 - gz^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$. Donc ad ou $ae = az + dz = 3$; d'où il suit que $ez = 5$. D'après ces valeurs, on aura $eg = \sqrt{ez^2 + gz^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$.

Il ne reste plus qu'à chercher eh . Or, $eh = \sqrt{pe^2 + ph^2} = \sqrt{(ea + pa)^2 + gz^2} =$

$\sqrt{(ea + d\zeta)^2 + g\zeta^2} = \sqrt{(3+1)^2 + 4}$
 $= \sqrt{20}$. Nous avons donc dans le triangle
 egh , $eg = \sqrt{29}$, $eh = \sqrt{20}$, $gh = \sqrt{5}$ (30).
 Il faut prouver maintenant que ces valeurs
 sont doubles de celles des côtés du trian-
 gle act .

Du point t , abaissons tx perpendiculaire
 sur ch ; nous aurons $cx = \frac{3}{4}ch = \frac{3}{4}\sqrt{12}$ (30),
 & $tx = \frac{1}{2}ao = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Donc $ct = \sqrt{cx^2 + tx^2}$
 $= \sqrt{\frac{108}{16} + \frac{1}{2}} = \sqrt{29}$.

D'ailleurs, $ca = \sqrt{5} = \frac{1}{2}\sqrt{20}$; & at
 $= \frac{1}{2}ca = \frac{1}{2}\sqrt{5}$. Partant, la seconde propriété
 indiquée est également démontrée.

Il s'uit de -là que l'angle ehg , qui est le
 plus grand des trois angles plans de l'une
 quelconque des faces du crystal secondaire,
 est parfaitement égal au grand angle cah des
 rhombes du spath d'Islande. Quant aux deux
 autres angles, il sera facile de les déterminer,
 d'après les données que nous avons trouvées
 ci-dessus. On aura pour le logarithme du sinus
 de l'angle egh , le nombre 99104616, qui
 répond à $54^\circ 27' 30''$; d'où il résulte que le
 troisième angle $geh = 24^\circ 0' 17''$.

Si l'on se propoſoit de réſoudre le problème inverſe , c'eſt-à-dire , ſi l'on prenoit pour donnée l'égalité des angles ehg , cah , laquelle eſt ſenſible par l'obſervation faite d'une part ſur le cryſtal ſecondaire, & de l'autre ſur un cryſtal d'Illande, on trouveroit que ces deux angles ne peuvent avoir d'autre valeur que celle de $101^{\circ} 32' 13''$.

Pour le prouver , ayant déjà les mêmes lignes que ci-deſſus, menons op , hr , perpendiculaires , l'une ſur ez , l'autre ſur eg . Soient $ez = x$, $gz = ph = a$. Les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition ſe faiſant toujours ſuivant la loi indiquée ci-deſſus, on aura, ainſi que je l'ai prouvé, $ea = ad$; & $az = \frac{2}{5} ez = \frac{2}{5} x$.

Cherchons d'abord l'expreſſion algébrique de la ſurface du triangle iſocèle cah . Cette

ſurface eſt $ao \times oh = \sqrt{op^2 + ap^2} \times \sqrt{ph^2 - op^2}$.

Mais $op = \frac{1}{2} gz = \frac{1}{2} a$. $ap = \frac{1}{2} az = \frac{1}{5} x$.

Subſtituant $ao \times oh = \sqrt{\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{25} x^2} \times$

$\sqrt{a^2 - \frac{1}{4} a^2} = \sqrt{\frac{3}{16} a^4 + \frac{3}{100} a^2 x^2} =$

$\sqrt{\frac{25}{25} \cdot \frac{3}{16} a^4 + \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 100} a^2 x^2} = \sqrt{\frac{75}{400} a^4 + \frac{12}{400} a^2 x^2} =$

$\frac{1}{20} \sqrt{75 a^4 + 12 a^2 x^2}$.

Evaluons maintenant la surface du triangle egh . Cette surface est $\frac{1}{2} eg \times hr$.

$$\text{Or, } eg = \sqrt{g\bar{z}^2 + e\bar{z}^2} = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

De plus, $eg : eh + hg :: eh - hg : er - gr$.

$$\text{Mais } eh = \sqrt{h\bar{p}^2 + e\bar{p}^2} = \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2}.$$

$$hg = ah = \sqrt{h\bar{p}^2 + a\bar{p}^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2}.$$

Substituant, la proportion deviendra $\sqrt{a^2 + x^2} :$

$$\sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2} + \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} :: \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2}$$

$$- \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} : er - gr. \text{ D'où l'on tire } er - gr$$

$$= \frac{a^2 + \frac{16}{25} x^2 - a^2 - \frac{1}{25} x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\frac{3}{5} x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$= \frac{3}{5} \sqrt{\frac{x^2}{a^2 + x^2}}. \text{ Donc } gr, \text{ qui est la plus}$$

petite des deux quantités, sera égal à $\frac{1}{2} eg$

$$- \frac{1}{2} (er - gr) = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} - \frac{3}{10} \frac{x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$= \frac{5a^2 + 2x^2}{10\sqrt{a^2 + x^2}}. \text{ Donc } gr^2 = \frac{25a^4 + 20a^2x^2 + 4x^4}{100a^2 + 100x^2}$$

$$\text{Or, } hr = \sqrt{hg^2 - gr^2} =$$

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} = \frac{25 a^4 - 20 a^2 x^2 - 4 x^4}{100 a^2 + 100 x^2}$$

$$\sqrt{\frac{75 a^4 + 84 a^2 x^2}{100 a^2 + 100 x^2}}. \text{ Donc la surface du trian-}$$

$$\text{gle } egh \text{ fera } \frac{1}{2} eg \times hr = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \times$$

$$\sqrt{\frac{75 a^4 + 84 a^2 x^2}{100 a^2 + 100 x^2}} = \frac{1}{20} \sqrt{75 a^4 + 84 a^2 x^2}$$

Maintenant, si l'on prend sur eh la partie hs égale à gh , & que l'on mène gs , il est clair qu'à cause de l'égalité des angles ehg , cah , & de celle des lignes ac , ah , gh , hs , le triangle ghs sera semblable & égal au triangle cah . Or, les triangles ghs , ghe , ayant pour hauteur commune une perpendiculaire qui seroit abaissée de l'angle g sur eh , prolongée autant qu'il est nécessaire, sont entr'eux comme leurs bases sh , eh . Donc les triangles cah , egh , seront aussi comme les

$$\text{lignes } ah, eh, \text{ ou comme } \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} : \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2}.$$

Reprenant les expressions de ces deux triangles, telles que nous les avons trouvées plus

$$\text{haut, nous aurons } \frac{1}{20} \sqrt{75 a^4 + 12 a^2 x^2} :$$

$$\frac{1}{20} \sqrt{75 a^4 + 84 a^2 x^2} :: \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} :$$

$$\sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2}. \text{ Supprimant les fractions } \frac{1}{20},$$

& les signes radicaux ; puis égalant le produit des extrêmes à celui des moyens , $75 a^6 + 12 a^4 x^2 + 48 a^4 x^2 + \frac{192}{25} a^2 x^4 = 75 a^6 + 84 a^4 x^2 + 3 a^4 x^2 + \frac{84}{25} a^2 x^4$.

Réduisant & divisant tout ce qui reste par $a^2 x^2$, on aura $\frac{108 x^2}{25} = 27 a^2$, & $108 x^2 = 675 a^2$. Divisant par 3, $36 x^2 = 225 a^2$. Extrayant les racines, $6 x = 15 a$; donc $a = \frac{6}{15} x = \frac{2}{5} x$. C'est-à-dire, que $g z = \frac{2}{5} e z = a z$. D'où il suit que $po = ap$, & que le triangle rectangle apo est isocèle : ce qui est précisément la même donnée, d'après laquelle nous avons trouvé (30) que l'angle cah étoit de $101^\circ 32' 13''$.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL A SOMMETS AIGUS (a). Spath calcaire rhomboïdal aigu. DAUBENTON, *Tableau minér.*

Développement. Six rhombes égaux & semblables entr'eux. L'angle bac (*fig. 27*) au sommet du crystal est de $75^\circ 31' 20''$. L'angle $abg = 104^\circ 28' 40''$.

(a) On a donné aussi à ce spath les noms de *spath muriatique*, *spath coquillier*, parce qu'on le trouve souvent dans les coquilles fossiles.

36. Voici la troisième forme rhomboïdale que nous offrent les spaths calcaires. Elle est distinguée de celles dont j'ai déjà parlé (21 & 22), en ce que ses deux sommets sont composés de trois angles aigus, au lieu que dans les deux autres spaths cités, ces mêmes angles sont obtus.

Supposons que $abgc$, $acfe$ (fig. 25), représentent deux des faces qui se réunissent trois à trois, pour former un des sommets aigus de ce crystal, & que $cg hf$ soit une des faces qui forment le sommet opposé. Pour diviser le rhomboïde par des coupes nettes, il faut que les sections se fassent parallèlement aux arêtes ac , ab , ae , &c., en passant par des lignes im , ln , &c., également éloignées de ces arêtes. Cela posé, on détachera d'abord des lames pentagones, telles que $aimnl$, dont l'angle ial au sommet sera de $101^{\circ} 32' 13''$, comme celui du spath d'Islande, & dont les deux angles mn , sur la base, seront droits. Ces lames croîtront en largeur à chaque section, en même temps qu'elles décroîtront en hauteur. Lorsque l'on sera arrivé au point où les sections voisines se toucheront, c'est-à-dire, au milieu des côtés bg , cg , cf , ef , &c., le crystal se trouvera changé en un autre, qui aura six faces pentagones semblables

à $abghl$ (fig. 26) ; lesquelles feront des portions d'un rhombe $acek$, avec six facettes triangulaires ifocèles ihp (fig. 27), qui feront le réfidu des faces primitives du cryftal, & qui auront leur bafe hp égale à la bafe gh (fig. 26) des pentagones, & leurs côtés adjacens & égaux aux côtés lh des mêmes pentagones. Au-delà des points de contact dont j'ai parlé, les fections anticipant les unes fur les autres, feront difparoître les angles g, h , des pentagones ; en forte que ceux-ci passeront fucceffivement par les figures $abstuxl$, $abndrl$, &c., jufqu'à ce qu'ils foient parvenus à la figure du rhombe $abol$; & à ce terme, on aura le noyau du cryftal.

Si l'on fait des fections dans quelqu'une des lames pentagones $abghl$, dont j'ai parlé d'abord, on s'apperçoit que ces lames ne font qu'un afsemblage de rhomboïdes femblables à celui du fpath d'Islande, avec des vuides triangulaires, difposés tant fur la bafe gh , que fur les côtés bg, lh , & qui font produits par des fouftractions de molécules conftituantes, comme je l'ai déjà expliqué. Quant aux lames, foit eptagones, comme $abstuxl$, foit exagones, comme $abndrl$, que l'on détache, paffé le point où les fections voisines fe touchent, il eft aifé de juger, par la feule

inspection de la *figure 26*, qu'elles ne sont pareillement qu'un assemblage de molécules semblables à la forme primitive.

37. Cette structure fournit des données pour calculer rigoureusement les angles plans du crystal dont il s'agit. Soit $abgc$ (*fig. 27*), une des faces de ce crystal. Si l'on divise cette face, en faisant passer les droites rp , sh , hp , par le milieu des côtés, il est aisé de voir que le triangle ihp représentera ce qui reste de la face $abgc$, lorsque les sections faites successivement sur les différentes arêtes du crystal, indiquées plus haut (36), sont parvenues à leur point de contact. Or, le triangle ihp étant semblable au demi-rhombes abc , toute l'opération se réduit à trouver l'angle pih . Remarquons que $ph = gh$ (*fig. 26*) $= bl$, qui est la grande diagonale d'une des faces $abol$ du noyau. De plus, pi (*fig. 27*) $= lh$ (*fig. 26*, $= \frac{ae}{2} = ao$, qui est la petite diagonale du même rhombe. Donc $ph = \sqrt{3}$ (*fig. 27*), & $pi = \sqrt{2}$. Le triangle pni , résolu d'après ces valeurs, donne pour le logarithme du sinus de pin , le nombre 97870156, qui répond à l'angle de $37^{\circ} 45' 40''$. Partant, l'angle pih , ou son égal

cab , fera de $75^{\circ} 31' 20''$; d'où il fuit que le grand angle abg du rhombe est de $104^{\circ} 28' 40''$.

38. Cherchons maintenant la loi des décroiffemens que fubiffent les lames ajoutées au noyau. Mais obfervons, avant tout, que ces lames, prises en partant du noyau, croiffent vers leurs bafes, en même temps qu'elles diminuent dans le fens de leur largeur; de forte que la première de ces variations est une fuite néceffaire de la feconde. Il faut prouver maintenant que l'une & l'autre fe font par une fimple rangée de molécules. Commençons par les décroiffemens qui ont lieu fur les angles latéraux des lames de fuperpofition. Soient $gteho$, $goknr$, $apskh$ (*fig. 29. A*), trois des grandes faces du cryftal, en le fupposant parvenu au point où il auroit fix faces pentagones, & fix facettes triangulaires ifocèles, dont une est représentée par ohk . Nous avons vu (36) que les féc-tions faites dans le rhomboïde conduifoient à un folide de cette forme. Soient de plus $gcbu$, $bplu$, $gulx$, les rhombes dont les pentagones cités font partie. Ayant mené la diagonale ux , imaginons une nouvelle lame pentagone, qui feroit appliquée fur la face $goknr$. Cette lame fera néceffairement plus
troite

étroite que celle à laquelle appartient cette même face. Soit qyz le triangle mesurateur: qz qu'il faut supposer relevé obliquement sur le plan de la figure, étant le côté d'un des petits rhomboïdes qui composent la lame que nous considérons ici, il ne s'agira que d'avoir la valeur de qy , qui mesure la quantité dont la lame dont il s'agit est surpassée par celle qui est placée immédiatement au-dessous. Or, comme on peut concevoir le triangle qyz situé où l'on voudra, supposons que l'angle y soit au milieu du côté ok , de manière que qy fasse partie de ux . zy étant dans la direction de hy , il est facile de voir que le triangle qyz est semblable au triangle huy , à cause des parallèles qz, hu , & des positions de qy, zy , sur les prolongemens de uy, hy . Donc $hu : uy :: qz : qy$; ou $\frac{1}{2} bu : \frac{1}{4} ux$ ou $\frac{1}{4} cu :: qz : qy$; ou enfin $bu : \frac{1}{2} cu :: qz : qy$. Or, bu est le côté ou l'arête du rhomboïde, auquel appartiennent les faces $gcbu, gultx$, &c.; cu est la grande diagonale d'une de ces faces; qz est le côté d'une des molécules: donc qy sera la moitié de la grande diagonale des faces de cette molécule; c'est-à-dire, que les soustractions se font par une simple rangée de petits rhomboïdes.

Passons aux variations qui ont lieu sur les bases des lames de superposition, & qui sont, comme je l'ai observé plus haut, de véritables accroissemens. Menons la hauteur pf du pentagone $apskh$, prolongée jusqu'en u , & la hauteur of du triangle ohk . Concevons que fmi soit le triangle mesurateur, dans lequel, ayant déjà fm égal au côté d'un des rhomboïdes qui composent le rebord inférieur ou la base de la lame à laquelle appartient le pentagone $apskh$, il ne s'agira plus que de savoir si mi (a), qui mesure l'excès de cette lame sur celle qui est au-dessous, est égal simplement à la moitié de la petite diagonale du rhombe primitif, ou à cette diagonale entière. Or, fm est parallèle à gu , qui est l'un des côtés du rhomboïde, auquel appartiennent les faces $gcbu$, $gulx$, &c. mi est parallèle à pu , qui est la petite diagonale d'une des mêmes faces; de plus, fi fait partie de of :

(a) Voyez (*fig. 29. B*) une coupe verticale du solide dont il s'agit, & dans laquelle les lignes gu , pu , fo , &c., répondent à celles qui sont indiquées par les mêmes lettres, sur la *fig. 29. A*. On y voit aussi le triangle fmi , dans sa véritable position; & la ligne continuellement anguleuse $fmi\varphi\zeta\mu o$, représente l'espèce de crénelure formée par les rebords des lames composantes sur la surface du triangle ohk .

donc le triangle *fim* est semblable au triangle *ouf*. Partant, $uo : fu :: fm : im$; ou $\frac{1}{2}gu : \frac{1}{4}pu :: fm : im$; ou enfin $gu : \frac{1}{2}pu :: fm : im$: d'où l'on conclura, par un raisonnement semblable à celui que nous avons fait ci-dessus, que *im* est la moitié de la petite diagonale d'une des faces des rhomboïdes composans; c'est-à-dire, que les accroissemens se font vers cette partie du crystal, par de simples rangées de ces rhomboïdes.

Je ne dirai rien des variations que subissent les lames, par rapport aux angles à la base des pentagones, où il se forme de nouveaux rebords qui changent ces pentagones en eptagones (36), au-delà des points de contact des sections voisines. Il est aisé de voir que ces rebords étant sur des plans parallèles aux faces du noyau, tout se passe à cet égard, comme si ce même noyau se fût accru sans changer de forme.

On peut déduire de tout ce qui précède, une méthode facile pour tracer, à l'aide du compas & de la règle, les faces des principales variétés du spath calcaire, rapportées à un noyau commun. Ayant déterminé à volonté le côté du solide rhomboïdal qui doit représenter le noyau, on tracera un rhombe

$acgh$ (*fig. 28*) semblable à l'une quelconque des faces de ce rhomboïde, mais dont les côtés seront doubles de ceux des mêmes faces. On menera de plus les deux diagonales ah , ag du rhombe, & la droite ct , qui doit aboutir au milieu t du côté ah .

Cela posé, le triangle scalène act donnera l'une des faces du spath à *dent de cochon*, comme je l'ai prouvé plus haut (35).

Pour avoir une des faces du spath rhomboïdal à sommets très-obtus (22), laissez subsister la grande diagonale ch , & prenez le côté ah pour en faire la petite diagonale d'un nouveau rhombe $gfpo$ (*fig. 11*). Ce rhombe fera celui du spath dont il s'agit.

Pour le spath rhomboïdal à sommets aigus (36), laissez pareillement subsister la grande diagonale ch (*fig. 28*) du rhombe $acgh$, & prenez sa petite diagonale ag pour en faire le côté d'un nouveau rhombe $abgc$ (*fig. 27*). Ce rhombe fera l'une des faces du spath à sommets aigus.

SPATH PERLÉ. *Id.* DAUBENT. *Tableau minéralogique.*

39. Le spath perlé se trouve rangé parmi les spaths pesans, dans les divers Traités de

Minéralogie qui ont paru avant que j'eusse communiqué à l'Académie des Sciences (a) les observations que j'ai faites relativement à cet objet. Les cristaux de ce spath, ordinairement groupés confusément, & disposés en recouvrement les uns sur les autres, sont aussi quelquefois assez détachés pour que l'on puisse en appercevoir distinctement les différentes faces. Ils se présentent alors sous des formes rhomboïdales tout-à-fait semblables à celles du spath d'Islande, ayant des angles égaux à ceux de ce cristal, & se divisant, comme lui, parallèlement à leurs faces, en cristaux plus petits, & de la même figure.

Frappé de ce rapport de structure entre des cristaux que l'on avoit regardés jusqu'ici comme très-différens, j'ai cherché à me procurer des éclaircissemens sur les propriétés physiques & chimiques du spath perlé. M. Brisson, qui prépare, sur les pesanteurs spécifiques des corps naturels, un Ouvrage doublement précieux, & par l'exactitude des résultats, & par la sûreté de la nomenclature. qui fera

(a) Le Mémoire qui renferme ces observations a été lu à l'Académie le 15 Juin 1782.

prise dans la belle distribution méthodique de M. Daubenton, a eu la complaisance de me communiquer l'évaluation des pesanteurs relatives des spaths pesans, du spath perlé, & du spath calcaire rhomboïdal. Voici l'ordre de ces pesanteurs, rapportées au terme commun de la pesanteur de l'eau, que M. Briffon fixe à 10000.

Spath pesant en lames rhomboïdales.	44434.
Spath pesant en masses blanches & opaques	44300.
Spath perlé	28378.
Spath calcaire rhomboïdal	27151.

On voit, par ces évaluations, que la pesanteur spécifique du spath perlé diffère beaucoup moins de celle des spaths calcaires que de celle des spaths pesans.

M. Bertholet a bien voulu aussi me faire part du résultat de l'analyse qu'il a faite du spath perlé. Cet habile Chymiste a trouvé que ce spath n'est qu'un composé de matière calcaire, avec une petite quantité de fer, dans la proportion de quatre grains ou quatre grains & demi sur cent. Ainsi le spath perlé, sous quelque point de vue qu'on le considère, doit être rangé parmi les spaths calcaires; & s'il a une pesanteur spécifique plus considé-

dérable, & ne fait pas une aussi prompte effervescence avec les acides, on ne doit attribuer, ce me semble, cette différence qu'au mélange des parties ferrugineuses qu'il contient.

ARTICLE IV.

Application aux Spaths pesans.

40. **J**E place ici les spaths pesans, parce que leur forme primitive a du rapport avec celle des spaths calcaires, comme nous le verrons bientôt. Les cristaux du genre dont il s'agit ici, ont excité l'attention des Physiciens par la propriété qu'on a reconnue à plusieurs d'entr'eux de devenir des phosphores, lorsqu'après leur avoir fait subir une certaine préparation, & les avoir exposés pendant quelques instans au soleil, on les porte dans un lieu obscur. Ils n'ont pas moins exercé la Chymie par la recherche de cette terre particulière que l'on en retire à l'aide de l'analyse, & à laquelle on a attribué leur pesanteur considérable; mais dont il paroît que la nature n'est pas encore bien connue. Quant aux caractères que peut fournir la Minéralogie pour distinguer ces mêmes spaths d'avec les spaths fluors - phosphoriques, il me

semble qu'aucun de ceux qui ont été indiqués jusqu'ici n'est propre à fixer d'une manière nette & précise la limite qui sépare ces deux genres de pierres, sur-tout lorsqu'elles ne se présentent pas sous des formes assez régulières pour qu'on puisse déterminer leur cristallisation. Mais la structure fournit entr'eux un point de partage que je regarde comme à l'abri de toute équivoque; car en détachant, à l'aide d'un instrument tranchant, un fragment de la pierre sur la nature de laquelle il restera quelque doute, & en frappant avec précaution sur ce fragment, on verra paroître des joints qui donneront des rhombes qu'on ne pourra sous-diviser en triangles, si le fragment appartient à un spath pesant, & des triangles équilatéraux, si l'on opère sur un morceau de spath phosphorique. C'est ce que l'on concevra aisément, d'après l'explication que je donnerai de la structure de ces deux genres de cristaux.

Forme primitive.

SPATH PÉSANT EN LAMES RHOMBOÏDALES.
Id. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux rhombes semblables au rhombe $abcd$ (*fig. 10*), qui est celui du spath d'Islande. Quatre rectangles égaux.

41. Les deux rhombes qui forment les grandes faces opposées du crystal dont il s'agit ici, ont, autant que j'ai pu en juger par les mesures que j'en ai prises, les mêmes angles que le rhombe du spath d'Islande; c'est-à-dire, que le plus grand de ces angles est de $101^{\circ} 32' 13''$, & le plus petit de $78^{\circ} 27' 47''$ (21), en supposant l'égalité parfaite (a). J'ai pris une lame rhomboïdale de spath calcaire; je l'ai appliquée sur une lame de spath pesant, en faisant correspondre le grand angle de l'une avec celui de l'autre, & il m'a semblé que les lignes qui formoient ces angles coïncidoient exactement, sans que je pusse appercevoir aucune différence. On ne confondra cependant pas une lame de spath pesant avec une lame de spath calcaire, puisque, dans celle-ci, toutes les faces étant rhomboïdales, sont inclinées respectivement les unes sur les autres; au lieu que dans le spath pesant, les faces latérales étant des rectangles, sont perpendiculaires sur les deux grandes faces du crystal.

Le spath pesant en lames rhomboïdales se divise parallèlement à ses différentes faces, en rhomboïdes partiels, ou en petits prismes

(a) On trouvera ci-après (n^o. 47) une autre donnée qui conduit aux mêmes angles.

droits & quadrangulaires, dont les bases sont des rhombes qui ont des angles égaux à ceux de la forme primitive. La structure du crystal ne détermine point le rapport de la hauteur de ces prismes avec le côté du rhombe, puisqu'on peut diviser le prisme partout où l'on voudra par des sections parallèles à ses deux bases; ce qui donne d'autres prismes plus courts, dont la hauteur varie à l'infini. Je prouverai plus bas, que ces prismes, considérés comme les molécules constituanes des spaths pesans, ont la forme la plus simple, c'est-à-dire, que leurs faces latérales sont des quarrés.

Formes secondaires.

SPATH PESANT OCTAÈDRE A SOMMETS AIGUS. (*Pl. IV*, *fig. 30* *). DAUBENT. *Tableau minér.*

Développement. Quatre trapèzes $bagm$ (*fig. 31*). Six triangles isocèles asg (*fig. 32*).

* Les sommets du crystal, tels que je le considère ici; sont composés des faces triangulaires ags , ogs , bqm , ∞qm , qui se réunissent deux à deux par leurs bases aux extrémités du crystal. Les angles formés par les plans de ces triangles, à l'endroit des arêtes sg , qm , sont dans le cas présent des angles aigus.

Angles du trapèze $bm g = a g m = 46^{\circ} 8' 46''$. $mb a = g a b = 133^{\circ} 51' 14''$. Angles du triangle. $g a s = 53^{\circ} 7' 50''$. $a g s = a s g = 63^{\circ} 26' 5''$.

42. Les sections par lesquelles on détache les grandes lames dont ce crystal est composé, se font parallèlement au plan, qui est censé passer par les hauteurs ac , bp (*fig. 30*), des triangles qui forment les quatre petites faces. Ces lames représentent, par leurs grandes faces, des exagones alongés, tels que $ABGHNO$ (*fig. 33*), dont la longueur AH est constante, & qui s'accroissent en largeur jusqu'à la lame du milieu, qui est la plus grande de toutes. En sous-divisant ces exagones, on trouve qu'ils se partagent en petits prismes quadrangulaires semblables à la forme primitive, & dans lesquels le petit angle du rhombe est tourné vers le sommet A ou H de l'exagone. Les triangles que l'on voit sur les grands bords des exagones, annoncent les petits vuides qui se trouvent entre les angles extérieurs des molécules constituantes disposées le long de ces mêmes bords. La situation du noyau de forme primitive est indiquée par le rhombe $PRST$.

43. Quant à la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition, tandis

qu'elles diminuent en largeur, on la trouvera, d'après les principes exposés ci-dessus (13). Mais comme nous ignorons quelle est la hauteur des molécules constituantes, il a fallu faire à cet égard une hypothèse que nous verrons bientôt se vérifier par l'accord du calcul avec l'observation. J'ai donc supposé que les faces latérales de ces molécules étoient des quarrés (*a*). D'après cette supposition,

(*a*) Il n'est pas inutile d'observer ici que les coupes qui se font parallèlement à ces quarrés, sont moins faciles & moins nettes que celles qui sont parallèles aux rhombes des bases; aussi ces dernières figures offrent-elles moins de points d'adhérence, ayant moins d'étendue que le quarré de même contour. Ceci revient à l'observation que j'ai déjà faite (*pag. 51, Note 1*). On verra qu'elle se vérifie par rapport à d'autres genres de cristaux dont je parle dans cet *Essai*. J'en retrouve encore la confirmation dans un assez grand nombre de substances cristallisées, sur lesquelles je me propose de publier mes vues dans la suite. Par exemple, les cristaux du feldt-spath offrent trois coupes différentes: l'une dans le sens d'un parallélogramme obliquangle, & les deux autres parallèlement à deux rectangles. La première de ces coupes, ainsi que celle qui se fait parallèlement à l'un des rectangles, est plus nette que celle qui est parallèle à l'autre rectangle. Aussi, en recherchant par le calcul les dimensions des faces des molécules, d'après la loi des décroissemens, ai-je trouvé

soit ocl (*fig. 34*) le triangle mesurateur. Il est clair par la supposition, que ol est égal au côté Bi (*fig. 33*) d'une des molécules constituantes. Il ne reste plus qu'à déterminer cl , qui doit donner la loi des décroissemens. Or, l'angle ocl est égal à l'angle ran (*fig. 30*), formé par une perpendiculaire ar , abaissée de l'extrémité a de l'arête ab sur l'arête gm , & par an , menée perpendiculairement sur l'axe cp du crystal; c'est-à-dire, que l'angle ocl (*fig. 34*) est la moitié de celui que forment entr'elles les grandes faces du crystal sur l'arête ab ou ox . D'après cela, un simple coup-d'œil jeté sur le crystal, suffit pour faire juger que l'on a, dans le cas présent, ol plus petit que cl ; d'où il suit que cette dernière ligne sera la petite diagonale entière d'un des rhombes composans, & non pas la moitié seulement de cette diagonale: car alors on auroit ol plus grand que cl . Il faut donc qu'après avoir calculé l'angle ocl , en faisant usage des données précédentes, & en avoir pris le double, on ait un angle

que le dernier rectangle dont je viens de parler avoit une surface plus grande dans le rapport de 3 à $\sqrt{3}$, que celle de l'autre rectangle & du parallélogramme obliquangle, qui son: égaux entr'eux.

égal à celui que l'on observe sur le crystal même, en mesurant l'inclinaison des deux faces, qui se réunissent à l'endroit de l'arête ab ou ox .

Il est aisé de voir, d'après l'égalité des angles du rhombe dans le spath pesant & le spath calcaire, que l'on a $lo = \sqrt{5} (30)$; $cl = \sqrt{8}$. Donc $co = \sqrt{13}$. Résolvant le triangle rectangle ocl à l'aide de ces données, on trouvera, pour le logarithme de ocl , le nombre 97925133, qui répond à l'angle de $38^{\circ} 19' 43''$, avec un reste $\frac{96}{133}$, lequel vaut plus de $30''$. Donc l'angle que forme l'inclinaison respective des grandes faces du crystal sur les arêtes ab , ox , doit être de $76^{\circ} 39' 27''$; & l'angle formé par l'inclinaison des mêmes faces sur les arêtes gm , qs , sera de $103^{\circ} 20' 33''$. Or, l'observation donne sensiblement les mêmes angles; ce qui confirme la supposition faite par rapport à la forme des molécules constituantes, & fait voir de plus que les lames de superposition décroissent, dans le cas présent, par des soustractions d'une double rangée de molécules (14); en sorte que ces lames peuvent être représentées successivement par les exagones $ABGHNO$, $AgdHkm$ (*fig. 33*).

Quant à l'angle formé par les petites faces triangulaires bqm , xqm d'une part, & ags , ogs de l'autre (*fig. 30*), sur les arêtes qm , gs , sa valeur est évidemment de $78^{\circ} 27' 47''$; puisque, d'après la structure du cristal, cet angle est égal au petit angle du rhombe de figure primitive.

44. Le calcul des angles plans du cristal est facile, d'après ce qui précède. Proposons-nous d'abord de déterminer ceux de la face triangulaire ags . Il est aisé de voir que an & cn sont entr'elles comme la moitié de la petite diagonale du rhombe appartenant au spath pesant est à la moitié de la grande diagonale du même rhombe, ou, ce qui revient au même, comme la petite diagonale entière est à la grande. Ce rapport fait évidemment de la structure des lames exagones qui composent le cristal; c'est-à-dire, que $an : cn :: \sqrt{8} : \sqrt{12}$. D'ailleurs, à cause des triangles semblables col (*fig. 34*), & ran (*fig. 30*), on a $an : nr :: cl : ol :: \sqrt{8} : \sqrt{5}$. D'où il suit que nous pouvons faire $an = \sqrt{8}$, $cn = \sqrt{12}$, & $nr = \sqrt{5}$. Ayant mené ac perpendiculaire sur gs , nous aurons $ac = \sqrt{an^2 + cn^2} = \sqrt{8 + 12} = \sqrt{20}$. Main-

tenant, dans le triangle rectangle acg , nous connoissons $cg = nr = \sqrt{5}$, & $ac = \sqrt{20}$. Résolvant ce triangle, on aura pour le logarithme de la tangente de l'angle agc , le nombre 103010300, qui répond à l'angle de $63^{\circ} 26' 5''$. Cette valeur sera aussi celle de l'angle asg , & l'angle gas fera de $53^{\circ} 7' 50''$.

Cherchons maintenant les angles du trapèze $gmba$. Dans le triangle rectangle agr , nous avons $rg = cn = \sqrt{12}$, & $ar = \sqrt{an^2 + rn^2} = \sqrt{8 + 5} = \sqrt{13}$. Résolvant ce triangle, nous trouverons pour le logarithme de la tangente de l'angle agr , le nombre 100173811, qui répond à $46^{\circ} 8' 46''$, valeur de chacun des angles sur la base du trapèze; d'où il suit que la valeur de l'angle gab , ou de mba son égal, fera de $133^{\circ} 51' 14''$.

SPATH PESANT OCTAÈDRE CUNÉIFORME A SOMMETS OBTUS. *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre trapèzes $bmg a$ (*fig.* 38). Quatre triangles rectangles isocèles. Angles du trapèze $bmga = agm = 63^{\circ} 26' 6''$. $gab = mba = 116^{\circ} 33' 54''$.

45. Les cristaux de ce spath, que j'ai observés, avoient été apportés du Mont Etna, & leur matrice étoit mêlée de soufre. On remarque souvent, à chacun de leurs sommets, deux facettes surnuméraires, qui remplacent les deux angles solides situés aux extrémités des arêtes de ces sommets. Je fais abstraction, pour l'instant, des facettes dont il s'agit.

Le cristal octaèdre qui vient d'être décrit, se divise comme celui de la variété précédente (42); mais les rhombes, qui composent les lames exagones que l'on détache à chaque section, ont leur grand angle, au lieu du petit, tourné vers le sommet du cristal, qui, par cette raison, est obtus angle, comme on peut en juger par l'inspection de la *figure 36*, laquelle représente une coupe exagone de ce cristal.

46. Les décroissemens des lames de superposition se font, dans cet octaèdre, suivant la loi la plus simple, c'est-à-dire, par des soustractions d'une seule rangée de molécules. Pour le prouver, représentons encore, par la *figure 30*, l'octaèdre dont il s'agit ici, & qui ne diffère de l'autre que par la valeur des angles. Soit *col* (*fig. 35*) le triangle mesurateur, dans le cas présent. On aura *ol* plus

grand que cl , comme on s'en apperçoit à la seule inspection du crystal ; ce qui indique que cl n'est que la moitié de la grande diagonale d'un des rhombes composans. Quant à la ligne ol , elle sera toujours égale au côté de la molécule constituante. On aura donc $ol = \sqrt{5}$, $cl = \sqrt{3}$, & $co = \sqrt{8}$. Ces valeurs donnent $52^{\circ} 14' 19''$ pour l'angle ocl ; d'où il suit que l'angle formé par les inclinaisons des grandes faces du crystal sur les arêtes ab , ox , est, dans le cas présent, de $104^{\circ} 28' 38''$; & l'angle formé par les inclinaisons des mêmes faces sur les arêtes gm , sq , de $75^{\circ} 31' 22''$; ce qui s'accorde avec l'observation. Ainsi, les lames de superposition décroissent dans ce crystal suivant la loi indiquée plus haut ; c'est-à-dire, que les faces exagones de ces lames peuvent être représentées successivement par les figures $ABGHNO$, $AfiHrt$, &c. (*fig. 36*).

47. Déterminons maintenant les angles plans du crystal, en commençant par ceux des faces triangulaires sag . Les triangles semblables anr , ocl , donnent $an : nr :: cl : ol :: \sqrt{3} : \sqrt{5}$. De plus, $an : cn :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$. Donc nous pouvons faire $an = \sqrt{3}$.

$nr = \sqrt{5}$, & $cn = \sqrt{2}$. Donc $ac = \sqrt{an^2 + cn^2} = \sqrt{5}$. Mais $cg = nr = \sqrt{5}$; donc le triangle rectangle acg est isocèle: d'où il suit que la face sag est elle-même un triangle rectangle isocèle; ce que l'observation confirme pareillement (a).

A l'égard des angles du trapèze $gm ba$, considérant le triangle rectangle agr , nous avons $gr = cn = \sqrt{2}$, & $ar = \sqrt{an^2 + nr^2} = \sqrt{3 + 5} = \sqrt{8}$. Ce triangle résolu donne pour logarithme de la tangente de agr , le nombre 103010300, qui répond à $63^\circ 26' 5''$, valeur de chacun des deux angles agm , $bm g$; d'où il suit que celle de chacun des angles gab , $m ba$, est de $116^\circ 33' 55''$.

Concevons maintenant que le crystal ait à chacune de ses extrémités les deux facettes surnuméraires dont j'ai parlé plus haut (45). Si ces facettes sont assez grandes pour se toucher par leurs sommets, elles deviendront, dans ce cas, des quadrilatères alongés, tels que $oais$ (fig. 37); les faces triangulaires du

(a) L'existence de l'angle droit dont il s'agit ici assure les valeurs trouvées pour tous les autres angles, d'après le principe énoncé pag. 26 de l'Introduction.

crystal se trouveront changées elles-mêmes en d'autres quadrilatères $d o s b$, $i m g s$, & les grandes faces seront des exagones irréguliers, dont la *fig. 37* représente deux moitiés $a h t m i$, $a h k d o$. Tant que les coupes, qui se font dans le crystal, ne passent que sur les facettes accidentelles, ces coupes sont des rectangles, tels que $c d b n$ (*fig. 36*). Au-delà du point où ces coupes passent aussi sur les quadrilatères qui sont restés des faces triangulaires du crystal, les rectangles se changent en octogones semblables à $c B G n b N O d$ (*fig. 36*). Enfin, la figure de la dernière coupe, qui passe par les deux pointes du crystal, est un exagone semblable à ceux que l'on détache de l'octaèdre simple & sans facettes surnuméraires. Si au contraire ces facettes sont trop petites pour se toucher, auquel cas il est aisé de voir que les faces triangulaires de l'octaèdre se trouvent changées en pentagones, alors les coupes octogones conservent leur figure sans passer à celle de l'exagone,

48. Les facettes dont il s'agit résultent de la même loi de décroissement qui a lieu dans l'octaèdre à sommets aigus (42), par rapport aux grands côtés des lames qui composent cet octaèdre; c'est-à-dire, que les lames du crystal à facettes, au lieu d'être constantes

dans leur axe ou leur hauteur, décroissent vers leurs extrémités A, H (*fig. 36*), par des soustractions d'une double rangée de molécules constituantes. Aussi, l'angle que forment les plans des facettes surnuméraires se trouve-t-il être de $76^{\circ} 39' 27''$, comme celui que forment les grandes faces de l'octaèdre à sommets aigus par leurs inclinaisons sur les arêtes ab, ox , (*fig. 30*).

49. J'ai dit (13) que quand les décroissemens se faisoient par des soustractions d'une double rangée de molécules constituantes, il se pouvoit qu'il y eût des stries sensibles sur la surface du crystal. J'ai apperçu de ces stries, à l'aide de la loupe, sur les facettes surnuméraires de l'octaèdre dont je viens de parler. Aussi ces facettes sont-elles précisément de celles où les décroissemens des lames suivent la loi indiquée.

50. D'après les données que fournit cette loi, & en général la structure de ce crystal, on peut déterminer, par le calcul, les angles plans du même crystal, dans le cas des facettes surnuméraires. Je me borne à donner le résultat de ce calcul.

1°. Pour la facette $aosi$ (*fig. 37 & 39*),
 $ios = 87^{\circ} 42' 27''$. aos ou $aïs = 110^{\circ} 29' 16''$. $iao = 51^{\circ} 19' 1''$.

2°. Pour le quadrilatère *simg* (fig. 37 & 40),
 $ims = 90^\circ$. mis ou $mgs = 108^\circ 25' 48''$. $gsi = 53^\circ 8' 24''$.

3°. Pour l'hexagone *lrabzx* (fig. 38), $bar = abz = 116^\circ 33' 54''$. $lra = bzx = 108^\circ 26'$.
 $rlx = zxl = 135^\circ 0' 6''$.

Le spath pesant est susceptible de plusieurs autres variétés de formes, dont je ne dirai qu'un mot. Ce spath se trouve cristallisé, par exemple, tantôt en lames hexagones, & tantôt en lames rectangles, avec des biseaux sur les bords; ce dernier porte le nom de *spath pesant* en tables. Il sera aisé, avec un peu d'attention, de ramener la structure de ces lames, à celle des cristaux octaèdres dont j'ai parlé, & dont elles ne sont, pour ainsi dire, que des segmens. On déterminera, avec la même facilité, la loi des décroissemens que subissent les lames composantes; dans le cas où les cristaux ont sur leurs rebords des biseaux qui résultent de ces mêmes décroissemens.

ARTICLE V.

Application aux spathes fluors-phosphoriques.

51. LA plupart des cristaux de ce genre ont une disposition encore plus prochaine que

les spaths pesans , à répandre une lumière au milieu de l'obscurité , puisqu'il suffit , pour leur faire produire cet effet , d'en jeter des fragmens sur des charbons ardens , sans aucune préparation.

Ce même genre de pierre , très-peu varié quant aux formes qu'il présente , est peut-être celui dont l'aspect est le plus susceptible de se diversifier , par les couleurs vives & multipliées dont la Nature a peint ses différens cristaux , & qui les ont fait assimiler au crystal de roche violet , & à la plupart des cristaux gemmes ; sous les noms de *fausse améthiste* , *fausse émeraude* , *faux rubis* , &c.

Les formes des spaths fluors se réduisent à celle de l'octaèdre & à celle du cube , qui est la forme qu'il affecte le plus ordinairement , avec quelques modifications qui indiquent le passage d'une de ces formes à l'autre. Mais nous verrons bientôt que ces mêmes formes , si simples & si régulières , cachent une structure pour ainsi dire équivoque , & qui ne permet que d'assigner , par conjecture , la véritable figure des molécules constituantes de ces spaths.

Forme primitive.

SPATH FLUOR-PHOSPHORIQUE OCTAÈDRE.

Id. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Huit triangles équilatéraux.

52. Les divers crystaux de forme primitive dont nous avons considéré jusqu'ici la structure, ne peuvent être divisés qu'en petits crystaux d'une forme unique, & qui a les mêmes angles que le crystal entier. Il n'en est pas de même de l'octaèdre des spaths fluors; de quelque manière qu'on y fasse des sections pour détacher les parties qui le composent, il est impossible de ramener ces parties à l'unité de figure, & la division donne toujours au moins des crystaux de deux formes, je veux dire des octaèdres & des tétraèdres.

Soit *abnt s* (*fig. 41*) un octaèdre de spath phosphorique. Supposons que l'on fasse passer par les milieux *c, o, g, f, d, &c.*, des arêtes de cet octaèdre, des plans coupans dirigés parallèlement à ses faces (ce qui est la seule manière de diviser le crystal par des coupes nettes), les différentes sections que l'on aura faites, produiront six octaèdres partiels, dont chacun se confondra par l'une de ses pyramides avec l'un des angles solides de l'octaèdre total, & huit tétraèdres à faces équilatérales, qui se réuniront par un de leurs angles solides au centre de l'octaèdre total, avec les sommets des pyramides inférieures des octaèdres

partiels. Les triangles $còg$, $grè$, ohf , &c., représentent les faces extérieures de ces tétraèdres.

De plus, chaque octaèdre partiel ayant une hauteur sous-double de celle de l'octaèdre total, fera $\frac{1}{8}$ de cet octaèdre, & chaque tétraèdre fera $\frac{1}{4}$ de l'un des octaèdres partiels.

Observons maintenant qu'en divisant un tétraèdre parallèlement à ses faces par des sections faites sur les moitiés des côtés de ces mêmes faces, on a quatre nouveaux tétraèdres, dont chacun est $\frac{1}{8}$ du tétraèdre entier, plus un octaèdre qui est la moitié du même tétraèdre.

Supposons que, par de nouvelles coupes semblables à celles qui viennent d'être indiquées, on sous-divise les six octaèdres & les huit tétraèdres que l'on avoit eus d'abord, en de nouveaux octaèdres & tétraèdres (auquel cas il est facile de voir que chaque tétraèdre fera le quart d'un des octaèdres produits par la même division), les nombres d'octaèdres & de tétraèdres que l'on obtiendra successivement, formeront deux suites récurrentes; savoir:

pour les octaèdres, 6. 44. 344. 2736. 21856, &c.
& pour les tétraèdres, 8. 30. 672. 5440. 43648, &c.

Exprimons maintenant chacun des termes

de ces deux séries, par une formule générale qui nous sera nécessaire dans la suite. On peut observer que, dans la série supérieure, un terme quelconque du rang n est égal à huit fois le terme précédent, moins au nombre 2, élevé à la puissance n . Cela posé, le premier terme étant 6, on aura pour l'expression des différens termes de la série,

$$6, 6 \cdot 2^3 - 2^2, 6 \cdot 2^6 - 2^5 - 2^3, 6 \cdot 2^9 - 2^8 - 2^6 - 2^4 \dots$$

& en général, l'expression d'un terme quelconque sera,

$$A = 6 \cdot 2^{3n-3} - 2^{3n-4} - 2^{3n-6} - 2^{3n-8} \dots - 2^n.$$

Or, les termes négatifs étant pris dans un ordre renversé, forment une progression géométrique croissante, dans laquelle le premier terme $a = 2^n$, le dernier terme $u = 2^{3n-4}$, & la raison $q = 4$.

$$\begin{aligned} \text{Donc } s &= \frac{qu - a}{q - 1} = \frac{4 \cdot 2^{3n-4} - 2^n}{3} = \frac{2^{3n-2} - 2^{2n}}{3} \\ &= \frac{1}{12} 2^{3n} - \frac{1}{3} 2^n. \end{aligned}$$

Donc, en substituant, l'on aura,

$$\begin{aligned} A &= 6 \cdot 2^{3n-3} - \frac{1}{12} 2^{3n} + \frac{1}{3} 2^n = \frac{6}{8} 2^{3n} - \frac{1}{12} 2^{3n} \\ &+ \frac{1}{3} 2^n = \frac{2}{3} 2^{3n} + \frac{1}{3} 2^n = \frac{2}{3} 8^n + \frac{1}{3} 2^n. \end{aligned}$$

A l'égard de la loi que suivent les termes de la série inférieure, on remarquera que chacun de ces termes est égal au double du

terme correspondant de la série supérieure, moins au nombre 2 élevé à la puissance $n+1$; d'où il suit que l'expression générale d'un terme quelconque de cette série est,

$$B = \frac{4}{3} 8^n + \frac{2}{3} 2^n - 2^{n+1} = \frac{4}{3} 8^n + \frac{2}{3} 2^n - 2 \cdot 2^n = \frac{4}{3} 8^n - \frac{4}{3} 2^n = \frac{4}{3} (8^n - 2^n).$$

On peut encore retirer d'un octaèdre de spath fluor, des parties d'une forme différente de celle de l'octaèdre & du tétraèdre: par exemple, des rhomboïdes dont les six faces auront leur grand angle de 120° ; mais ces rhomboïdes ne sont eux-mêmes que des assemblages d'un octaèdre & de deux tétraèdres, appliqués sur deux faces opposées de cet octaèdre. En général, les parties détachées du crystal entier se réduiront toujours, en dernière analyse, à des octaèdres & à des tétraèdres, sans qu'il soit possible, même par des sections supposées & purement idéales, de concevoir un octaèdre divisé en tétraèdres semblables à ceux dont il s'agit, c'est-à-dire, dont les faces soient des triangles équilatéraux.

53. Si l'on s'en tenoit ici à la simple apparence, il faudroit admettre dans le spath fluor une structure mixte, & des molécules constituantes de deux formes diverses. Mais une

pareille supposition est également contraire, & à la raison d'analogie qui se tire de la structure uniforme de tant d'autres cristaux, & à la simplicité que tout nous porte à reconnoître dans la composition des corps naturels. Je pense donc qu'il en est ici de l'une des deux formes dont il s'agit, comme des portions de cristaux qui paroissent exister sur les bords des lames composantes dans les cristaux secondaires; c'est - à - dire, que les tétraèdres ou les octaèdres se trouveroient nuls, si nous pouvions pousser la division du spath fluor jusqu'à ses molécules constituantes. Ainsi, d'après cette conjecture, les premiers octaèdres, formés par le groupement des molécules constituantes, étoient simplement composés, par exemple, soit de six petits octaèdres, soit de huit tétraèdres réunis par les bords, & qui, se groupant ensuite avec d'autres cristaux de la même forme, ont produit des octaèdres d'un certain volume, & dans lesquels les vuides, laissés par la non-existence des tétraèdres ou des octaèdres, sont insensibles par rapport à nous.

Comme on n'a jamais observé le spath fluor sous la forme du tétraèdre, tandis qu'on retrouve, dans ce genre de cristaux, l'octaèdre avec ses modifications; il sembleroit peut-être

plus naturel de penser que les molécules de ce spath font des octaèdres. Cependant la grande simplicité de la figure du tétraèdre pourroit faire pencher aussi en faveur de cette même figure. Je ne déciderai point ici entre ces deux opinions ; j'espère que les recherches que je me propose de faire sur quelques autres cristaux, dont la structure conduit à admettre de même des vacuoles dans leur intérieur, contribuèront à répandre de nouvelles lumières, & à fixer nos idées sur le fait particulier dont il s'agit.

La quantité de vuide qui existeroit dans un octaèdre de spath fluor, si la chose étoit telle que je le suppose, ne peut faire une difficulté sérieuse. Supposons, pour un instant, le cristal sans vacuoles. Soit a^3 la solidité d'un des petits octaèdres composans ; $\frac{1}{4} a^3$ représentera la solidité d'un des tétraèdres correspondans ; d'où il est aisé de conclure, d'après les formules trouvées plus haut, que la solidité de tous les octaèdres sera à celle des tétraèdres, comme $\frac{2}{3} a^3 8^n + \frac{1}{3} a^3 2^n$ est à $\frac{1}{4} a^3 (\frac{4}{3} 8^n - \frac{4}{3} 2^n)$ $= \frac{1}{3} a^3 8^n - \frac{1}{3} a^3 2^n$. Remarquons maintenant qu'à mesure que n augmente, la quantité $a^3 2^n$ devient plus petite, par rapport à la quantité $a^3 8^n$; en sorte que si l'on fait successivement $n = 1, n = 2, n = 3, \&c.$, on

aura $a^3 2^n = \frac{1}{4} a^3 8^n$, $a^3 2^n = \frac{1}{16} a^3 8^n$, $a^3 2^n = \frac{1}{64} a^3 8^n$, &c. ; & en général $a^3 2^n = \frac{1}{4^n} a^3 8^n$.
 D'où il suit que si l'on représente par n le nombre qui répond à la dernière de toutes les divisions possibles, ce nombre étant en quelque sorte infini, la quantité $a^3 2^n$ pourra être considérée comme presque nulle, par rapport à la quantité $a^3 8^n$. Si donc l'on suppose que le crystal ne soit composé que d'octaèdres, la quantité de vuide sera à la quantité de matière à-peu-près dans le rapport de $\frac{1}{3} a^3 8^n$ à $\frac{2}{3} a^3 8^n$; c'est-à-dire, qu'elle en fera presque la moitié. Si l'on conçoit au contraire que les tétraèdres existent seuls, la quantité de vuide sera un peu plus que le double de la quantité de matière; suppositions qui paroissent très-admissibles, lorsque l'on fait attention à la grande porosité des corps.

Forme secondaire.

SPATH FLUOR-PHOSPHORIQUE CUBIQUE. *Id.*
 DAUBENT. *Tabl. minér.*

54. J'ai déjà fait voir (5) de quelle manière il falloit diviser un cube de spath phosphorique pour en retirer le noyau octaèdre. Les lames qui recouvrent ce noyau sont, comme je l'ai dit, les unes triangulaires, & les autres

hexagones ; & si l'on fait attention que ces lames ne peuvent être sous-divisées que par des sections parallèles aux faces du noyau , on concevra que , dans ce cas , leurs grandes faces se trouveront partagées en un certain nombre de triangles équilatéraux , dont les uns , tels que k, x, y (*Pl. I, fig. 2*), représenteront des faces de petits octaèdres engagés dans l'épaisseur des lames , & les autres , tels que t, z , représenteront des vuides *interposés entre ces octaèdres , ou *vice versa* ; en sorte que les rebords bc, df, ae , seront tout hérissés de petites pointes , que l'on appercevroit sur la surface du cube , si nous avions des instrumens d'Optique assez parfaits.

55. A l'égard des décroissemens que subissent les lames de superposition , il est aisé de concevoir qu'ils n'ont lieu que par rapport aux côtés bc, df, ae (*fig. 2*) , qui correspondent aux angles solides du noyau. Soit $abcd$ (*fig. 42*) une coupe géométrique du noyau , prise sur les hauteurs ab, bd, dc, ca , de quatre des faces de l'octaèdre. Cherchons la loi des décroissemens qui se font dans la partie qui répond à l'angle a . D'après le principe exposé ci-dessus (27) , il faudra estimer ces décroissemens par rapport à un plan qui seroit de niveau avec la face triangulaire ,

dont ab est la hauteur, ou, ce qui revient au même, par rapport à la ligne an , prolongement de ab . Soit menée ah , parallèle à bc , il est clair que les rebords des lames de superposition feront contigus à cette ligne ah . Soit ago le triangle mesurateur, dans le cas présent. On aura og égal à la hauteur d'une des faces d'une molécule élémentaire octaèdre. Mais de plus og est parallèle à ab ; donc le triangle ago est semblable au triangle abc . D'où il résulte que ao est aussi la hauteur d'une des faces d'une molécule constituante. Si l'on termine le rhombe $ao ge$, il est aisé de voir que ce rhombe représentera une coupe semblable à $abcd$; d'où il faut conclure que les décroissemens se font par des soustractions d'une rangée de petits octaèdres (a).

56. Quant au spath phosphorique octaèdre cunéiforme, c'est-à-dire, dont les deux sommets sont en arête, au lieu d'être en pointe, on voit évidemment que ce crystal n'est autre chose que le noyau du cube, alongé par une application de nouvelles lames triangulaires,

(a) Si l'on supposoit que les molécules constituantes fussent des tétraèdres au lieu d'octaèdres, on trouveroit de même que les décroissemens se font par des soustractions d'une rangée de ces tétraèdres.

faite de deux côtés opposés de l'octaèdre simple. Il sera également facile de concevoir la structure de toutes les formes de cristaux intermédiaires entre celle de l'octaèdre & celle du cube ; par exemple, de celle qui a quatorze faces, savoir, six quarrés & huit triangles équilatéraux qui remplacent les angles solides du cube. Tous ces passages se présentent d'eux-mêmes, lorsqu'on divise un cube de spath-fluor pour en extraire le noyau octaèdre.

57. La crystallisation du sel marin offre les principales variétés que l'on observe dans les cristaux de spath fluor-phosphorique. Mais l'identité de ces formes se trouve jointe à une structure bien différente de part & d'autre, puisque le spath-fluor n'est composé que d'octaèdres ou de tétraèdres, au lieu que le sel marin est un assemblage de petits cubes ; en sorte que la forme primitive de l'un de ces genres de cristaux n'est, par rapport à l'autre, qu'une forme secondaire, & *vice versa*. Chacun pourra faire aisément la comparaison de l'un avec l'autre, en rapprochant l'article précédent, de ce qui a été dit vers le commencement de cet Ouvrage (9) sur la structure du sel marin octaèdre.

ARTICLE VI.

Application aux cristaux de gypse.

58. LA structure des cristaux de gypse est en général peu compliquée, & se laisse entrevoir dans la plupart de leurs variétés par des indices plus ou moins sensibles. Il est rare qu'on n'y découvre pas des fractures propres à faire naître dans l'esprit d'un Observateur, des idées sur la figure & sur la disposition respective des parties constituantes de ces cristaux. Aussi, dès l'année 1710, c'est-à-dire, dans un temps où l'étude de la Crystallographie étoit à peine naissante, M. de la Hire a-t-il donné à l'Académie un Mémoire sur la structure du gypse en fer de lance de Montmartre; & si les explications de ce savant Académicien sont plus ingénieuses que fondées, comme j'espère le prouver dans la suite de cet article, c'est que n'ayant sous les yeux que des fragmens de ce même gypse, & ne considérant qu'une partie isolée d'un ensemble, où tout est lié par des rapports intimes & nécessaires, il n'a pu parvenir aux inductions qui se tirent de la comparaison d'une forme

avec une autre, & qui servent de guides pour ramener à une seule figure primitive toutes les différentes variétés d'une même sorte de crystal.

L'examen des cristaux dont il s'agit ne m'ayant point offert jusqu'ici d'indications assez sûres pour que je pusse déterminer avec une certaine précision la valeur de leurs angles, j'ai mesuré les principaux de ces angles avec tout le soin possible, & j'ai déduit ensuite de ces mesures, à l'aide du calcul, celles des autres angles qui en dépendent, en poussant l'approximation seulement jusqu'aux minutes de degré.

Forme primitive.

GYPSE EN LAMES RHOMBOÏDALES. Gypse en cristaux rhomboïdaux. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux parallélogrammes obliquangles $ABCD$ (*Pl. V, fig. 43*), & six rectangles. Angles du parallélogramme $BAD = BCD = 113^\circ$. $ADC = ABC = 67^\circ$.

59. Les lames dont il s'agit se sous-divisent, comme tous les autres cristaux de forme primitive, par des sections parallèles à leurs différentes faces; mais les coupes qui se font.

parallèlement aux grandes faces obliquangles ; sont bien plus nettes que les sections latérales que l'on peut faire dans les autres sens.

Quant aux molécules constituantes dont ces lames ne sont que des assemblages , on verra plus bas quels sont les moyens que j'ai employés pour découvrir la vraie forme de ces molécules , qui est celle d'un parallépipède , ou d'un prisme droit quadrangulaire , dont les bases sont des parallélogrammes obliquangles , ayant aussi leurs angles de 113° & de 67° , & leurs côtés dans le rapport de 12 à 13 , & dont les faces latérales sont des rectangles , dans lesquels le côté qui mesure la hauteur du prisme est comme 32.

Forme secondaire.

GYPSE A DIX FACES. (*fig. 47*). *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux parallélogrammes obliquangles $s o d p$ (*fig. 44*). Quatre grands trapèzes $p d g m$ (*fig. 45*). Quatre petits trapèzes $d o n g$ (*fig. 46*).

Angles du parallélogramme $p s o = o d p = 127^{\circ}$. $s p d = s o d = 53^{\circ}$.

Angles du grand trapèze $p m g = 43^{\circ} 27'$. $d g m = 59^{\circ} 28'$. $d p m = 136^{\circ} 33'$. $p d g = 120^{\circ} 52'$.

Angles du petit trapèze $dgn = 84^{\circ} 48'$.
 $odg = 95^{\circ} 12'$. $don = 127^{\circ} 22'$. $ong = 52^{\circ} 38'$.

60. Le cryстал décaèdre, qui est l'objet de cet article, & dont tous les autres crystaux de gypse ne sont que des variétés, se trouve communément dans les carrières de Montmartre & des environs. Les parallélogrammes obliquangles, dont l'un est représenté (*fig. 44*), forment deux faces opposées de ce cryстал. Les quatre grands trapèzes sont réunis deux à deux, comme les représentent $pmgd$, $mgar$ (*fig. 47*); en sorte que leur inclinaison sur l'arête mg , & sur celle qui lui est opposée, forme en cet endroit un angle très-obtus. Les quatre petits trapèzes sont pareillement réunis deux à deux aux extrémités du cryстал, où ils forment par leur inclinaison sur l'arête gn , & sur celle qui se trouve dans la partie opposée, des angles moins obtus que les précédens.

Le décaèdre dont il s'agit se divise d'abord parallèlement à ses deux faces rhomboïdales. Si l'on suppose la division faite successivement des deux côtés opposés, on détachera des lames qui toutes auront les mêmes angles, & qui iront en croissant graduellement jusqu'à

150 DE LA STRUCTURE
celle du milieu, qui est la plus grande de
toutes.

Quant aux parties composantes de ces lames, elles ont entr'elles une adhérence qui ne permet pas de les séparer avec la même facilité. Le moyen le plus avantageux pour appercevoir les petits parallélogrammes obliques dont ces mêmes lames font l'assemblage, est de frapper dessus à plusieurs reprises avec quelque corps dur : alors les lignes de séparation se manifesteront ; & en faisant un léger effort comme pour rompre la lame, on vaincra aisément l'adhérence de ses parties composantes. On peut encore placer cette lame sur une pelle chaude, jusqu'à ce que la matière gypseuse soit devenue toute blanche par l'action du feu ; lorsqu'on l'aura retirée, on appercevra distinctement plusieurs fragmens ou petites lames ayant la forme primitive, qui se feront détachées d'elles-mêmes par l'exfoliation ; & l'on pourra s'en procurer un plus grand nombre, en frappant avec précaution sur cette même lame calcinée.

Le grand angle de chaque lame étant, comme je l'ai dit, de 127° , & le petit angle de 53° , si l'on sous-divise une de ces lames, on la voit se partager en parallélogrammes

obliquangles, tels que $brpg$ (fig. 48), disposés de manière qu'ils ont leurs grands côtés br , gp , alignés dans le même sens que les petits côtés ae , li de la grande lame dont ils font partie, & leurs petits côtés bg , rp , opposés aux angles aigus de la même lame. En imaginant la division poussée jusqu'au point où ces parallélogrammes seroient les faces des molécules constituantes, on concevra que tous les espaces triangulaires, disposés le long des côtés al , ei , se trouvent vuides par la soustraction d'un nombre égal de molécules.

Le noyau du gypse dont nous considérons ici la structure, est indiqué par le parallélogramme $htsf$, qui représente une de ses bases.

Chacun des espaces triangulaires agb , brc , est évidemment égal à la moitié de chacun des parallélogrammes de forme primitive; en sorte que la base ab ou bc du triangle est elle-même égale à la petite diagonale rx d'un de ces parallélogrammes. L'angle bag , mesuré avec soin, est, à très-peu de chose près, de 53° , & l'angle abg est de 60° . Il suit de ces valeurs que les deux côtés bg , ag , opposés l'un à l'angle de 53° & l'autre à l'angle de 60° , sont entr'eux comme les sinus de ces mêmes angles, c'est-à-dire, comme les

nombres 7986, & 8660. Or, ces nombres eux-mêmes font dans le rapport de 12 à 13 $+ \frac{51}{3993}$; laquelle fraction peut être négligée ici, puisqu'elle ne vaut pas $\frac{1}{78}$. Mais les côtés bg , ag du triangle abg étant proportionnels aux côtés th , ts de la base $thfs$ du noyau, il s'enfuit que ces derniers font aussi entr'eux à-peu-près comme les nombres 12 & 13; & par conséquent les bases du prisme qui représente les molécules constituantes du gypse, font des rhombes un peu allongés, ainsi que je l'ai dit plus haut (59).

61. Cherchons maintenant la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition. Si l'on mesure l'angle que forment par leur inclinaison les grandes faces en trapèze du crystal sur l'arête mg (*fig. 47*), ou sur celle qui lui est opposée, on trouve cet angle de 144° . Soit rog (*fig. 49*), le triangle mesurateur; l'angle rgo , égal à la moitié du précédent, sera par conséquent de 72° . De plus, ro sera la hauteur d'un des petits prismes qui forment les molécules constituantes; & quant à og , ce qui se présente de plus naturel, est de supposer qu'il est égal à la hauteur og (*fig. 48*) d'un des espaces triangulaires abg ; auquel cas les décroissemens dont il s'agit ici, savoir ceux qui ont lieu

sur les bords *al*, *ei*, se feront par des soustractions d'une rangée de molécules constituantes. En effet, il suit de cette supposition, comme nous le verrons bientôt, que les décroissemens se font sur les bords *ae*, *li*, par des soustractions d'une double rangée de molécules : ce qui est analogue aux loix déjà observées dans d'autres cristaux.

Quoique les coupes latérales, qui se font dans le crystal, ne soient point assez nettes (60) pour que l'on puisse distinguer si les rebords de ces ames sont inclinés ou non sur leurs grandes faces, je suppose ici que les molécules constituantes sont des prismes droits ; car tout est parfaitement semblable des deux côtés opposés du crystal, ce qui indique de part & d'autre des décroissemens égaux. Or, cette égalité ne pourroit avoir lieu, si les petits prismes dont il s'agit étoient obliques, parce que leurs rebords faisant d'une part un angle aigu, & de l'autre un angle obtus avec les faces des lames sur lesquelles ces prismes reposeroient par leurs bases inférieures, les faces du crystal, composées de la somme de ces mêmes rebords, ne pourroient former de chaque côté des angles égaux, soit entr'elles, soit avec les autres parties du crystal.

Pour résoudre le triangle *org* (fig. 49),

il faut d'abord connoître og . Considérons cette même ligne dans le triangle $ao g$ (*fig. 48*). Nous avons l'angle a de 53° , l'angle o de 90° , & le côté $ag = 8660$ (60). Résolvant ce triangle, on trouvera le nombre 38398665 pour le logarithme de og .

Il est facile maintenant de résoudre le triangle org (*fig. 49*), à l'aide de ce logarithme, & des angles $g = 72^\circ$ & $r = 18^\circ$. On trouvera pour le logarithme de or le nombre 43280904, qui répond à 21290. Ce dernier nombre exprime la hauteur or d'un des prismes qui donnent les molécules constituantes. Comparant cette hauteur avec le côté bg (*fig. 48*), dont l'expression est 7986 (60), on trouvera que le rapport de l'un à l'autre est celui de 12 à 32 à moins d'un $\frac{1}{100}$ près, comme je l'ai déjà indiqué (59).

Passons à la loi des décroissemens que subissent les lames composantes du côté des petites faces du crystal. L'angle que forment entr'elles ces faces, en s'inclinant l'une sur l'autre, est, à vue d'œil, beaucoup moins obtus que celui des grandes faces; ce qui indique que les décroissemens se font, dans le cas présent, par des soustractions d'une double rangée de molécules.

Soit cpd (*fig. 50*), le triangle mesurateur

pour le cas dont il s'agit ; il faut d'abord chercher la valeur de cd . Or, d'après la loi de décroissement supposée, il est facile de voir que cd est double de bn (*fig. 48*), menée perpendiculairement de l'angle b sur le côté ag .

Dans le triangle $bn g$, nous avons l'angle $g = 67^\circ$, l'angle $n = 50^\circ$, & $bg = 7686 (60)$. Résolvant ce triangle, il viendra 38663554 pour le logarithme de bn . Ajoutant à ce logarithme celui de 2, nous aurons 41673854 pour le logarithme de cd .

Maintenant, dans le triangle cpd (*fig. 50*), on connoît $cp = or$ (*fig. 49*), dont le logarithme est 43280904 , comme nous l'avons trouvé ci-dessus. A l'aide de ce logarithme, & de celui de cd , & de plus, faisant attention que l'angle c est droit, on trouvera pour le logarithme de la tangente de cdp le nombre 101607050 , qui répond à l'angle de $55^\circ 22'$; d'où l'on conclura que l'angle des faces cherché est de $110^\circ 44'$. Or, l'observation donnant le même angle, il en résulte que la loi de décroissement que nous avons supposée est celle à laquelle est assujettie la formation du crystal.

62. La valeur des angles plans du même crystal se déduit facilement des calculs pré-

cédens. Commençons par celle des angles du trapèze $p m g d$ (*fig. 47*). Ayant mené pu perpendiculaire sur mg , pk perpendiculaire par rapport à l'une quelconque des grandes faces des lames de superposition, & uk aussi perpendiculaire sur pk , nous aurons le triangle puk semblable au triangle rgo (*fig. 49*). Cherchant dans ce dernier triangle le côté gr , d'après les données qui sont indiquées plus haut (61), on trouvera pour son logarithme le nombre 43498841, qui par conséquent peut aussi représenter le logarithme de pu (*fig. 47*).

Maintenant, si l'on fait attention que tandis qu'il n'y a qu'une rangée de molécules soustraite sur le bord al (*fig. 48*) d'une des lames composantes, il se fait une double soustraction sur le bord ae , on concevra que go ou son égal xz , mesurant les décroissements qui se font sur le bord al , la ligne az exprimera la quantité dont ce même bord seroit diminué pour la soustraction des deux rangées de molécules renfermées entre les lignes ae , cf . Donc la valeur de az pourra représenter celle de mu (*fig. 47*). Or, $az = ab + bc + cz = 2ab + ao$. Pour trouver ab , on considérera le triangle abn , dans lequel on connoît l'angle a de 53° , l'angle n

de 90° , & le côté bn , dont le logarithme est 38663554, comme nous l'avons trouvé (61). Cela posé, il viendra pour le logarithme de ab le nombre 39640068, qui répond à 9204, valeur de ab . Donc $ac = 18408$. Maintenant, dans le triangle ago , on connoît l'angle a de 53° , l'angle o qui est droit, & le logarithme de $go = 38398665$, ainsi que nous l'avons vu (61). Ce triangle résolu donne pour le logarithme de ao le nombre 37169809, qui répond à 5211, valeur de ao . Donc $az = 18408 + 5211 = 23619$. Cette valeur fera aussi celle de mu (fig. 47), & l'on trouvera pour son logarithme le nombre 43732616.

Résolvant le triangle rectangle pmu , d'après les données précédentes, on aura pour le logarithme de la tangente de pmu le nombre 99766225, qui répond à $43^\circ 27'$, valeur de pmu ; d'où l'on conclura que l'angle $mpd = 136^\circ 33'$.

Cherchons aussi les angles d , g , du même quadrilatère. Ayant abaissé db perpendiculaire sur mg , on aura $\log. db = \log. pu = 43498841$. De plus, il est facile de voir, avec un peu d'attention, que az (fig. 48), représentant la quantité dont le bord al est diminué par la soustraction des deux rangées

de molécules comprises entre ae , cf , la ligne lh , ou son égale tz , exprimera la quantité dont le même bord est diminué par la soustraction correspondante des deux rangées de molécules renfermées entre li , ty . Donc la valeur de tz peut représenter celle de bg (*fig. 47*). Or, $tz = ct - cz = ac - ao = 18408 - 5211 = 13197$, quantité dont le logarithme est 4.1204752 , qui par conséquent fera aussi celui de bg (*fig. 47*). Le triangle rectangle dbg étant résolu d'après ces données, il viendra pour la tangente de l'angle gdb le nombre 102294089 , qui répond à $59^{\circ} 28'$, valeur de dgb ; d'où il suit que l'angle gdp est de $120^{\circ} 32'$.

Il ne reste plus qu'à trouver les angles des trapèzes $dong$. Soient abaissées de , oy , perpendiculaires sur gn , il est facile de voir que la valeur de chacune de ces lignes sera représentée par celle de pd (*fig. 50*). Or, en achevant de résoudre le triangle pcd , dont nous nous sommes déjà occupés ci-dessus, on trouvera pour le logarithme de pd le nombre 44127905 , qui sera aussi le logarithme de de , ou oy (*fig. 47*).

On cherchera aussi dg , & $on = pm$ (*fig. 47*), à l'aide des triangles dbg , pmu , & l'on aura $\log. dg = 44145777$, & $\log. on =$

$\log. pm = 45124716$. Résolvant, d'après ces données, les triangles rectangles dge , oyn , on trouvera pour le logarithme du sinus de l'angle g le nombre 99982128, qui répond à $84^{\circ} 48'$; & pour le logarithme du sinus de l'angle n le nombre 99003189, qui répond à $52^{\circ} 38'$. D'où il suit que l'angle $d = 95^{\circ} 12'$, & l'angle $o = 127^{\circ} 22'$ (a).

63. Le parallélogramme $aeil$ (fig. 48), qui représente les grandes faces des lames du gypse décaèdre dont je viens d'expliquer la structure, est sujet à des variations de figure, produites le plus souvent par le défaut des angles a & i . Il arrive alors que les lames composantes prennent des figures arrondies, telles que $nehilm$ (fig. 51). Dans ce cas, la forme des cristaux subit elle-même des changemens plus ou moins considérables.

Ces arrondissemens, que l'on doit regarder comme des espèces de décroissemens, se font sans doute par des soustractions de molécules

(a) Les valeurs de ces logarithmes varient un peu, suivant les différentes analogies d'après lesquelles on peut les déterminer; mais ces variations ne tombant que sur les dernières décimales, n'influent pas sensiblement sur les résultats.

constituantes ; & si ces soustractions étoient variables dans la proportion nécessaire pour que les ordonnées de la courbe fussent dans un rapport constant avec les abscisses , on pourroit déterminer la nature de cette courbe : mais comme les arrondissemens dont il s'agit prennent une multitude de courbures différentes par rapport aux divers crystaux d'une même sorte , il paroît impossible de rien établir de fixe à cet égard , & il faut les regarder comme l'effet d'une crySTALLISATION confuse & précipitée , dont on peut tout au plus assigner le rapport en général avec les formes nettes & bien prononcées , dont elle n'offre , pour ainsi dire , que des traits ébauchés & imparfaits.

S'il ne se fait qu'un léger arrondissement vers les angles a, b (fig. 51) , en sorte que le parallélogramme obliquangle $adbc$ prenne une figure semblable à $fcpd$; dans ce cas , il se formera vers chacun des deux sommets du crystal une face curviligne adossée aux deux faces planes en trapèzes : ce qui donnera à ces sommets l'aspect de deux pyramides à trois faces , dont celle qui est courbe forme quelquefois un arc bien arrondi , & d'autres fois à peine sensible , selon que les lames de
superposition

superposition font elles-mêmes plus ou moins arrondies par leurs petits angles. On trouve à Montmartre des cristaux de cette variété.

Les lames dont il s'agit, en prenant des figures plus arrondies, telles que *ehl m n* (*fig. 51*), produiront des formes encore plus éloignées de celle du crystal décaèdre, & qui peuvent se modifier de diverses manières, mais dans lesquelles il sera facile, avec un peu d'attention, de reconnoître les traces de la forme primitive.

Enfin, si toutes les lames ont constamment une figure semblable à *gsrx* (*fig. 51*), laquelle est composée de deux segmens de courbe réunis par leurs cordes, & si ces lames vont en décroissant de part & d'autre de celle du milieu, il résultera de leur assemblage un crystal de forme lenticulaire à peu près tel que ceux qu'offre le spath calcaire à sommets très-obtus, dont les angles & les bords sont émouffés, mais qui aura une structure très-différente de celle des cristaux spathiques dont il s'agit.

Toutes les variétés de cristaux que je viens de décrire sont sujettes à se grouper; & dans ce cas, les cristaux se regardent ordinairement par les faces qui sont composées de la somme des grands bords de leurs lames. On

fait que ceux qu'on appelle cunéiformes ne sont autre chose que des portions de deux cristaux lenticulaires, accolées ensemble par une de leurs faces, qui se trouve plane à l'endroit de la jonction. Il arrive assez souvent que les coupes de ces fragmens cunéiformes représentent à-peu-près deux triangles scalènes. La seule inspection de la *figure 52* suffit pour faire connoître le rapport des triangles bad , cad dont il s'agit, aux parallélogrammes $bgdl$, $cgdm$, dont ces triangles sont des segmens. Les bords bd , cd de ces segmens ont toujours un poli terne, & sont même quelquefois tout hérissés de petites aspérités, qui indiquent les soustractions de tous les petits prismes rhomboïdaux, qui auroient terminé les parallélogrammes, dans le cas d'une cristaillisation plus parfaite.

64. M. de la Hire (*a*) considéroit chacun de ces triangles comme un assemblage d'éléments, qui étoient eux-mêmes des triangles scalènes, tels que abr (*fig. 53*), dont les angles étoient de 70, 60 & 50 degrés. Selon ce Savant, ces triangles étoient disposés comme dans la *figure* citée; c'est-à-dire, que ceux qui étoient placés à droite, tels que

(a) Mémoires de l'Académie des Sciences, ann. 1719.

bar, n'avoient point leur angle de 60° situé au point *b*, ni diagonalement opposé à l'angle de même valeur dans le triangle à gauche *aer*, comme on l'observe par rapport à l'angle *s* du triangle *aps*: mais l'angle au point *b* étoit le plus petit des trois angles du triangle *abr*, c'est-à-dire, de 50° ; en sorte que la ligne *br* convergeoit avec la ligne *ae*, au lieu de lui être parallèle comme *sp*, & que ces deux lignes formoient à leur réunion en *c* un angle de 10 degrés. Tous les angles dont il s'agit ont en effet, à quelque chose près, les mesures indiquées par M. de la Hire. Cette idée du renversement des triangles élémentaires, qui ont leur base sur la ligne *bc*, est, comme je l'ai observé, très-ingénieuse, & paroît d'abord fournir l'explication la plus vraisemblable de la structure des fragmens de gypse dont il s'agit. Mais lorsque l'on rapporte ces fragmens aux cristaux lenticulaires dont ils ont dû faire partie, & que l'on a sous les yeux tous les passages & toutes les dégradations de forme qui conduisent d'une variété à l'autre, on reconnoît que l'hypothèse de M. de la Hire, quoique séduisante, n'est point conforme à l'ouvrage de la Nature. C'est sur quoi il est nécessaire d'entrer dans un plus grand détail,

Soit $b d c a$ (*fig. 52*), un fragment de gypse cunéiforme. J'ai déjà observé que ce fragment faisoit originairement partie de deux cristaux lenticulaires , accolés par une de leurs surfaces. Aussi les côtés $b d$, $c d$, sont-ils réellement curvilignes , quoiqu'assez souvent leur courbure ne soit pas fort sensible (*a*). M. de la Hire lui-même avoit remarqué cette courbure. Si l'on frappe sur une lame détachée du fragment par une section parallèle à l'une de ses grandes faces, les fractures se manifesteront par des lignes anguleuses $p a r$, $p s r$, &c. L'angle $p a r$ est de 106° , & l'angle $p s r$ de 120° . Divisant par 2 chacun de ces angles , pour avoir ceux du triangle $a s p$ ou $a s r$, on trouve que l'angle $p s a$ ou $r s a$ est de 60° , & l'angle $p a s$ ou $s a r$ de 53° : d'où il suit que $a p s$ ou $a r s$ est de 70° ; ce qui s'accorde avec les mesures prises sur le gypse décaèdre (60). Ces valeurs diffèrent sensiblement de celles qui sont indiquées par M. de la Hire. Mais en employant les moyens les plus exacts que j'aie pu imaginer , & en réitérant les opérations sur un grand

(1) On observe même communément une légère courbure dans les côtés $a b$, $a c$.

nombre de fragmens , j'ai toujours trouvé les mêmes résultats , à quelques légères différences près.

On voit , par cet exposé , que les triangles bad , cad , doivent être regardés comme des segmens de deux parallélogrammes $bgdl$, $gcmd$, accolés comme le représente la figure. Le côté gd , par lequel les triangles sont contigus l'un à l'autre , est toujours une ligne droite. Les deux autres côtés prennent des courbures plus ou moins sensibles ; & l'on doit concevoir que ces côtés ne sont que la somme des angles extérieurs d'une multitude de molécules constituantes , entre lesquelles il reste de petits vuides triangulaires , occasionnés par la suppression d'un certain nombre de molécules. Ce fait est analogue à celui qui a lieu pour le décroissement des lames de superposition , excepté que , dans ce dernier cas , l'opération de la Nature est plus régulière & plus également graduée.

Ce n'est donc que par accident que les triangles cfh , utx , &c. , qui se trouvent sur le côté curviligne cd , ont à-peu-près des angles égaux à ceux des triangles aen , nos , &c. , & ne paroissent autre chose que des élémens semblables à ces mêmes triangles , mais disposés dans une situation renversée.

Au fond, les deux angles extérieurs des triangles cfh , rou , &c., sont sujets à une multitude de variations, à cause de la courbure de la ligne cd . Ces variations n'ont point échappé à M. de la Hire; mais il les regardoit comme de simples jeux de la Nature. En un mot, sa théorie péchoit, en ce qu'il pensoit que chacun des triangles extérieurs, tels que cfh , étoit originairement égal à la moitié d'un parallélogramme $enor$ de figure primitive; au lieu que ce triangle n'est autre chose qu'un segment irrégulier d'un parallélogramme, qui est demeuré incomplet par le défaut d'une partie des molécules qui devoient concourir à sa formation.

65. On trouve à Saint-Germain-en-Laye, & ailleurs, des crysiaux de gypse décaèdre semblables à celui qui a été décrit plus haut (60), excepté que l'ordre des trapèzes est renversé; c'est-à-dire, que ceux qui étoient les plus grands dans la première variété, sont les plus petits dans celle dont il s'agit ici, & *vice versa*.

Il y a des crysiaux de cette même variété qui n'ont que huit faces, & qui peuvent être considérés comme des prismes aplatis & obliques, dont les pans, au nombre de six,

font des parallélogrammes obliques , & dont les bases font des exagones alongés. Pour concevoir la structure de ce crystal, il faut supposer que toutes les grandes lames rhomboïdales dont il est formé ont une longueur constante , & décroissent seulement en largeur.

Le gypse à huit faces sert de passage à d'autres variétés. Il arrive quelquefois, par exemple , que le triangle ace (*fig. 54*) manque dans les parallélogrammes $abgh$, qui représentent les grandes faces des lames composantes , & qu'en même temps le crystal se trouve engagé dans sa matrice par son extrémité inférieure. Alors il se forme au sommet une facette surnuméraire , composée de la somme de tous les bords semblables à ce , & les deux grandes faces du prisme deviennent des pentagones , tels que $cenpb$.

66. Concevons de nouveau un crystal de gypse à huit faces , & supposons que , sur les deux lames extrêmes de superposition semblables au parallélogramme $abgh$ (*fig. 54*) , c'est-à-dire , sur celles qui forment les deux grandes faces opposées du prisme , il se soit appliqué de nouvelles lames , toujours constantes dans leur hauteur cm , & qui décrois-

font seulement en largeur, jusqu'à ce qu'elles soient réduites à une simple arête. Dans ce cas, les exagones, qui terminent le prisme, se changeront en rhombes $adbg$ (*fig. 55*), les deux grandes faces du même prisme disparaîtront, & les quatre autres, telles que $dbfe$, $bghf$, &c., qui se seront accrues en largeur, formeront les pans d'un prisme tétragone & oblique. J'ai observé cette variété parmi de petits cristaux qui occupoient la cavité d'une géode gypseuse.

Quelques - uns des cristaux dont il s'agit se rapprochoient de la forme arrondie des cristaux lenticulaires, & subissoient encore d'autres modifications de forme que je ne m'arrêterai point à détailler. En général, il n'y a peut-être point de minéral dont les cristaux soient plus sujets à se déformer que le gypse; ce qui suppose une multiplicité d'accidens & d'actions perturbatrices dans la cristallisation de cette espèce de substance anormale.



ARTICLE VII.

Application aux Crystaux de Grenats.

67. **L**ES crystaux de ce genre se refusent, pour l'ordinaire (a), par leur dureté, aux différentes sections que l'on tenteroit d'y faire pour en détacher des lames qui eussent le poli naturel. Mais en appliquant ici la théorie que

(a) Je dis pour l'ordinaire ; car j'ai obtenu, dans des grenats dodécaèdres, des sections nettes, & d'un assez beau poli, faites parallèlement à leurs faces rhomboïdales ; ce qui vient à l'appui de la théorie qui sera exposée dans cet article. Ces sections prouvent encore évidemment que les grenats dont il s'agit ne peuvent avoir la même structure, ni les mêmes molécules composantes, que les crystaux dodécaèdres dont j'ai parlé N^o. 8, & qui ressemblent à des grenats, excepté qu'ils sont assez souvent d'une couleur verdâtre, & que les stries qui sillonnent leurs faces, indiquent, ainsi que je l'ai expliqué au même endroit, qu'ils sont composés de molécules cubiques. Or, des crystaux dont les molécules sont essentiellement différentes de celles des grenats reconnus pour tels, ne peuvent être du même genre ; & il faut nécessairement que ceux dont je viens de parler soient, comme je l'ai dit, d'une nature particulière. (*Voyez pag. 59, Note 1*).

j'ai déduite des observations faites sur les cristaux qui se laissent facilement entamer, & en profitant des indices extérieurs de cristallisation, qui annoncent la position des lames, je crois être parvenu à expliquer la structure des grenats de la manière la plus vraisemblable.

Forme primitive.

GRENAT DODÉCAÈDRE (Pl. VI, fig. 56). Grenat à douze faces. DAUBENT. *Tableau minér.*

Développement. Douze rhombes égaux & semblables entr'eux. L'angle obtus acd ou abd de ces rhombes (fig. 57), est de $109^{\circ} 28' 16''$; & l'angle aigu bac ou $bdc = 70^{\circ} 31' 44''$.

68. Le grenat dont il s'agit peut être considéré comme un assemblage de quatre rhomboïdes, ayant leurs angles plans égaux à ceux du rhombe $abcd$, & disposés de manière qu'ils ont un de leurs sommets obtus au centre du dodécaèdre, & l'autre sommet à découvert (a). Les trois rhombes qui se

(a) Cette manière de concevoir la structure des grenats, que j'ai vue depuis exposée ailleurs, se trouve dans un Mémoire que j'ai présenté à l'Académie, sur ce genre de cristaux, vers la fin de l'année 1780.

réunissent pour former un de ces derniers sommets, sont représentés par *abcd*, *caon*, *cden* (*fig. 56*). Chacun de ces mêmes rhomboïdes doit être censé divisible en un nombre cubique de petits rhomboïdes égaux entr'eux, & semblables à celui dont ils font partie; d'où il suit que le grenat dodécaèdre est aussi l'assemblage d'une multitude de ces petits cristaux. Mais il est très-vraisemblable que si l'on pouvoit faire dans le grenat des coupes nettes, & qui eussent le poli de la Nature, les petits rhomboïdes dont il s'agit se subdiviseroient encore en d'autres solides plus petits, & d'une forme différente, qui seroient des tétraèdres tous égaux & semblables entre eux. Voici les raisons sur lesquelles cette vue est fondée.

J'ai d'abord observé, en général, par rapport à tous les cristaux qui se laissent entamer, que leur noyau étoit toujours divisible parallèlement à ses différentes faces; & l'analogie nous porte à croire qu'il en seroit de même du noyau dodécaèdre des grenats, s'il se prêtoit à une division mécanique (*a*).

(*a*) Cette division a quelquefois lieu, jusqu'à un certain point, comme je l'ai dit dans la *Note du N^o. 67*.

De plus, on trouve de ces grenats qui sont incomplets, de la même manière que si l'on en eût détaché une lame par une section parallèle à l'une de leurs faces. La coupe de ces grenats présente alors une face exagone, qui a quatre grands côtés & deux petits; ce que l'on concevra, en jettant les yeux sur un grenat dodécaèdre parfait, & en le supposant coupé, comme je viens de l'expliquer. Or, il est très-probable que l'Art auroit pu opérer, à l'aide d'une division mécanique, le même retranchement qui a lieu ici par une modification des loix de la Nature, si le crystal eût été divisible.

Concevons donc que l'on ait fait dans un grenat dodécaèdre différentes sections parallèles à ses douze faces. Il est aisé de voir que ces sections diviseront les petits rhomboïdes dont le dodécaèdre est censé composé, de manière qu'elles passeront par les petites diagonales des faces opposées de ces mêmes rhomboïdes. Or, en divisant un rhomboïde, comme il vient d'être dit, on en retire six tétraèdres égaux & semblables, & dont les faces sont pareillement semblables & égales entr'elles. Deux de ces faces ont pour côtés l'axe du rhomboïde, la petite diagonale d'un des rhombes, & le côté.

du rhombe adjacent dans l'autre partie du crystal (*a*). Les deux autres faces sont exactement les moitiés des mêmes rhombes, en supposant ceux-ci divisés dans le sens de leur petite diagonale.

Les tétraèdres dont il s'agit me semblent être les véritables molécules constituantes des grenats. Ce qui confirme cette hypothèse, c'est qu'on ne peut, sans y avoir recours, expliquer, ainsi que nous le verrons bientôt, d'une manière satisfaisante & conforme à la théorie que j'ai établie, les décroissemens des lames du grenat dans le passage du dodécaèdre à la forme des cristaux secondaires.

69. La recherche des angles plans du grenat dont il s'agit, n'est qu'un simple problème de Géométrie, qu'il est facile de résoudre. Ce crystal a quatorze angles solides, dont huit sont formés par la réunion de trois angles plans, & les six autres par celle de quatre angles plans. Or, il est aisé de voir d'abord

(*a*) Si l'on cherche, par le calcul, la valeur de l'axe du rhomboïde dont il s'agit, on trouvera que cet axe est égal au côté du rhombe; d'où il suit que les faces du tétraèdre sont des triangles isocèles tous égaux & semblables.

qu'une ligne droite, menée du sommet d'un des angles solides composés de quatre plans au centre du crystal, est la petite diagonale d'un des rhombes qui forment les faces intérieures des quatre rhomboïdes dont le crystal peut être censé composé.

De plus, si l'on trace les grandes diagonales de quatre rhombes extérieurs, en faisant le tour du dodécaèdre, ces diagonales formeront un quarré, dont la diagonale, passant nécessairement par le centre du crystal, sera par conséquent double de la petite diagonale d'un des rhombes du dodécaèdre.

Il suit de-là que la grande diagonale du rhombe est à la petite comme le côté du quarré est à la moitié de sa grande diagonale, c'est-à-dire, dans le rapport de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, ou de 2 à $\sqrt{2}$. Donc prenant les moitiés des deux diagonales du rhombe, nous pouvons faire nd (fig. 57) = 2, & $bn = \sqrt{2}$. Le triangle rectangle $bn d$, résolu d'après ces valeurs, donne pour la tangente de l'angle $n b d$ le nombre 101505150, qui répond à $54^{\circ} 44' 8''$. Donc l'angle $a b d = 109^{\circ} 28' 16''$, & l'angle $b a c = 70^{\circ} 31' 44''$.

*Formes secondaires.*GRENAT A VINGT-QUATRE FACES. *Id.* DAUB.*Tableau minér.*

Développement. Vingt-quatre quadrilatères égaux & semblables entr'eux, tels que $goep$ (fig. 58). L'angle $oep = 117^{\circ} 2' 8''$. $goe = gpe = 82^{\circ} 15' 3''$. $ogp = 78^{\circ} 27' 46''$.

70. Concevons que des lames rhomboïdales, semblables à celles que l'on détacherait par des sections faites parallèlement aux faces du grenat dodécaèdre, soient empilées sur ces mêmes faces, mais aillent en diminuant, suivant une loi uniforme, jusqu'à ce qu'elles soient réduites à un point. Il résultera de cette accumulation douze pyramides quadrangulaires, qui reposeront par leurs bases sur les faces du dodécaèdre. Supposons de plus que les décroissemens des lames de superposition se fassent suivant une loi telle que les faces adjacentes des pyramides voisines se trouvent deux à deux sur un même plan. Soient $gane$, $gbme$, $mdne$ (fig. 59), trois rhombes du dodécaèdre; gep , geo , les faces adjacentes de deux pyramides voisines dans le crystal secondaire; pen , ren , deux autres faces pareillement adjacentes, &c. Ces faces

formeront , par leur réunion , des quadrilatères *goep* , *pern* , &c. , dans lesquels on aura $gp = go$, & $pe = eo$; & d'une autre part $pn = rn$, $pe = re$, &c. Mais le point *p* étant plus éloigné de l'angle aigu *g* , que de l'angle obtus *e* , on aura aussi *pg* plus grand que *pe* , & , par la même raison , *og* plus grand que *eo* , &c. ; ce qui est d'accord avec l'observation.

Les douze pyramides surajoutées au noyau donnent quarante-huit triangles ; & divisant ce nombre par deux , à cause du niveau des faces adjacentes , on aura vingt - quatre quadrilatères pour la totalité des faces du crystal secondaire.

En observant avec soin les quadrilatères dont il s'agit , on y apperçoit très - souvent des stries parallèles aux grandes diagonales *ge* , *en* , *em* de ces quadrilatères , & qui indiquent les joints des lames de superposition , & le sens dans lequel elles sont appliquées l'une sur l'autre (a).

Examinons maintenant d'une manière plus

(a) Je suis même parvenu à diviser des grenats volcanisés de Pompéïa , par des coupes nettes qui annonçoient l'application des lames l'une sur l'autre , telle que je viens de l'expliquer.

particulière la structure d'une de ces lames. Il est aisé de voir d'abord que la surface supérieure de cette lame est un rhombe $domg$ (fig. 60), semblable à ceux qui forment les faces du noyau ; que sa surface inférieure est un exagone $ablcne$, dans lequel les côtés ab, cn , sont nuls pour nos sens, puisqu'il faut supposer la lame presque infiniment mince. Les rebords sont au nombre de six, dont deux triangulaires adb, nmc , situés perpendiculairement par rapport aux deux grandes faces. Les quatre autres rebords sont des parallélogrammes obliquangles alongés $dbl g, glcm, \&c.$, dont les plans sont inclinés à angles obtus, & de la même quantité sur celui du rhombe $domg$. Supposons deux sections faites l'une sur dg , l'autre sur gm , parallèlement aux rebords $adoe, eomn$ (ces sections sont possibles, d'après les divisions indiquées dans le crystal) : alors la lame se trouvera partagée en une lame rhomboïdale, dont les rebords opposés deviendront parallèles, & qui sera un assemblage de petits rhomboïdes semblables à ceux dont nous avons parlé plus haut (68), plus un reste, qui, étant divisé par des sections faites parallèlement aux plans des triangles abd, mnc , donnera des demi-rhomboides, dont chacun

fera formé de trois tétraèdres pareils à ceux que nous avons considérés (68) comme les molécules intégrantes du grenat. Or, les rhomboïdes qui composent la lame rhomboïdale adjacente, étant divisibles chacun en six tétraèdres de la même forme, il s'ensuit que la lame entière *ablcme* n'est aussi qu'un assemblage de ces mêmes tétraèdres.

De plus, on concevra, avec un peu d'attention, qu'une rangée de rhomboïdes répond à deux rangées de tétraèdres. Or, si l'on considère les décroissemens des lames de superposition par rapport aux rebords *adoe*, *eomn*, on conclura, par un raisonnement semblable à celui que nous avons déjà fait (15), que les soustractions doivent se faire, sur ces rebords, par une simple rangée de rhomboïdes, ou, ce qui revient au même, par deux rangées de tétraèdres, pour que les faces adjacentes des pyramides voisines se trouvent de niveau; d'où il suit que les décroissemens se feront aussi sur les rebords opposés *dblg*, *glcm*, par deux rangées de tétraèdres. Mais quoiqu'une rangée de rhomboïdes soit équivalente, comme je l'ai observé, à une double rangée de tétraèdres, il ne faut pas en conclure que la lame, représentée par la *fig. 60*, puisse être uniquement composée de rhom-

boïdes ; puisque , de quelque manière que l'on sous-divise cette lame pour en détacher des rhomboïdes entiers, il y aura toujours un reste , qui ne peut plus être composé que de tétraèdres.

Si l'on supposoit nulles les parties qu'on intercepteroit par les sections faites sur dg , gm , ainsi que je l'ai expliqué plus haut, & qui sont l'excédent des lames rhomboïdales auxquelles ces parties sont adjacentes, dans ce cas, toutes les arêtes mg , gd , &c., des lames de superposition, feroient encore de niveau avec celles des lames qui formeroient la force triangulaire voisine ; ce qui réduiroit le crystal entier à de simples rhomboïdes. Mais alors les rebords des lames de superposition feroient, d'un côté, un angle obtus, & de l'autre un angle aigu avec les surfaces des lames placées immédiatement au-dessous. Or, il paroît plus naturel de supposer cet angle aigu rempli par des tétraèdres, puisque cette disposition établit une symétrie parfaite entre les parties correspondantes du crystal.

Une nouvelle raison vient ici à l'appui de ce que j'ai dit (68) sur la réduction du noyau en molécules de figure tétraèdre. J'ai déjà observé (Note du n°. 70), que le grenat à vingt - quatre faces étoit quelquefois

assez tendre pour être entamé par un instrument tranchant, & que ce crystal se divisoit par des sections qui passeroient entre les grandes faces des lames de superposition. Or, il résulte des observations faites sur les cristaux divisibles, qu'une division commencée peut toujours être continuée dans le même sens, en allant de la surface au centre du crystal. D'où il résulte que toutes les divisions supposées dans le grenat à vingt-quatre faces étant parallèles aux faces du noyau, celui-ci se subdiviseroit aussi parallèlement à ces mêmes faces; ce qui conduit encore à des molécules tétraèdres, comme nous l'avons vu dans l'article cité ci dessus (a).

On pourroit objecter que l'explication précédente paroît contraire à ce que j'ai avancé (15); savoir, que, dans le cas où les faces adjacentes sont de niveau, les décroissemens se font suivant la loi la plus simple & la plus régulière, puisque cette loi doit être celle qui n'exige qu'une rangée de molécules soustraites, au lieu qu'il y a ici soustraction de deux rangées de tétraèdres. Mais on concevra aisément

(a) On verra, ci-après (74), que les cristaux de blende se divisent exactement de la même manière par des coupes très-nettes.

ment que s'il ne se faisoit qu'une soustraction d'une simple rangée de molécules, les faces adjacentes, composées de la somme des arêtes des lames de superposition, feroient entr'elles des angles rentrans. Or, il paroît que les loix primitives de la Crystallisation excluent tout angle rentrant dans les cristaux, puisqu'on ne connoît aucun exemple d'une substance cristallisée, où les faces voisines forment entr'elles des angles de cette nature, si ce n'est dans les minéraux qui sont composés de deux moitiés d'un cristal, réunies sans doute par accident, & retournées en sens contraire, comme l'a très-bien observé M. Demeste (a), par rapport à quelques variétés du gypse. Cela posé, si la loi dont il s'agit n'est pas en elle-même la plus simple que l'on puisse imaginer, du moins a-t-elle réellement la plus grande simplicité possible, dans l'hypothèse des loix actuelles auxquelles est soumise la Crystallisation; ce qui me semble suffire pour lever la difficulté.

71. Il ne s'agit plus que de déterminer, par le calcul, la valeur des angles plans du grenat à vingt-quatre faces. Soient $g f h e$, $g n m e$ (fig. 61), deux faces adjacentes du noyau;

(a) Lettres, Tom. I, p. 358.

goep, une des faces quadrilatères du crystal secondaire. Ayant mené du point *o* une perpendiculaire sur le plan du rhombe *gfhe*, cette ligne tombera sur le centre *b* de ce rhombe. Menons encore les diagonales *ge*, *op* du quadrilatère, & la ligne *cb*, qui sera perpendiculaire sur *ge*. Cela posé, il est facile de voir que les deux rhombes *gfhe*, *gnme*, pouvant être considérés comme deux des faces d'un prisme exagone régulier, l'angle que ces faces formeront entr'elles sera de 120° . Donc l'angle *ocb*, qui est la moitié du supplément de cet angle, sera de 30° . Donc $\overline{cob} = 60^\circ$; donc $\overline{co}^2 = \overline{cb}^2 + \overline{bo}^2 = \overline{cb}^2 + \frac{1}{4}\overline{co}^2$, d'où l'on tire $\frac{3}{4}\overline{co}^2 = \overline{cb}^2$.

Maintenant, dans le triangle rectangle *gbe* (*fig. 62*) *, la ligne *bc* est une perpendiculaire abaissée de l'angle droit sur l'hypothénuse. De plus, $gb = \sqrt{4}$ (69), $be = \sqrt{2}$, & $ge = \sqrt{6}$. Donc $cg = \frac{g^2 b^2}{ge} = \frac{4}{\sqrt{6}}$, & $ce = \frac{be^2}{ge} = \frac{2}{\sqrt{6}}$. Donc $cb^2 = gc \times ce =$

* Le rhombe *gfhe* est ici le même que celui de la *fig. 61*.

$$\frac{4 \times 2}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}. \text{ Substituant dans l'équa-}$$

tion $\frac{3}{4} \overline{co}^2 = \overline{cb}^2$, on aura $\frac{3}{4} \overline{co}^2 = \frac{4}{3}$; d'où l'on tire $\overline{co}^2 = \frac{16}{9}$, & $co = \frac{4}{3}$.

Dans le triangle $co g$ (*fig. 61*), nous connoissons donc $co = \frac{4}{3}$; $cg = \frac{4}{\sqrt{6}}$, & l'angle $c = 90^\circ$.

$$\text{Or, } r : \text{tang. } g :: cg : co :: \frac{4}{\sqrt{6}} : \frac{4}{3} :: 3 : \sqrt{6}.$$

Le résultat du calcul donnera pour la tangente de l'angle g le nombre 99119543, qui appartient à $39^\circ 13' 53''$. Donc l'angle $pgo = 78^\circ 27' 46''$.

Maintenant, dans le triangle ceo' , nous avons $co = \frac{4}{3}$, $ce = \frac{2}{\sqrt{6}}$, & l'angle $c = 90^\circ$.

$$\text{Mais } r : \text{tang. } e :: ce : co :: \frac{2}{\sqrt{6}} : \frac{4}{3} :: 3 : \sqrt{24}.$$

On trouvera, d'après cette proportion, pour la tangente de l'angle e , le nombre 102129843, qui répond à $58^\circ 31' 4''$. Donc l'angle $oep = 117^\circ 2' 8''$; d'où l'on conclura que chacun des angles goe , gpe , est de $82^\circ 15' 3''$.

GRENAT A TRENTE-SIX FACES. *Id.* DAUBENT:
Tabl. minér.

Développement. Douze rhombes $abcd$ (*fig. 57*), semblables à ceux du grenat dodécaèdre (68). Vingt-quatre exagones alongés $grsetu$ (*fig. 58*). L'angle $rgu = 78^{\circ} 27' 46''$. $set = 117^{\circ} 2' 8''$. grs ou $gut = 140^{\circ} 46' 7''$. esr ou $etu = 121^{\circ} 28' 56''$.

72. Concevons que l'accumulation des lames décroissantes, qui a donné la variété précédente, soit arrêtée tout-à-coup à une certaine hauteur, en sorte qu'il n'y ait sur les douze faces du noyau que des pyramides naissantes, au lieu de pyramides entières : alors les faces supérieures de toutes les lames extrêmes donneront douze rhombes $upot$, $mnlk$, $rshq$, &c., semblables aux rhombes $abge$, $gfde$, &c., qui formoient les faces du noyau, & seulement plus petits; & au lieu des quadrilatères $goep$, $pnre$, &c. (*fig. 59*), on aura vingt-quatre exagones alongés $grsetu$, $ao temn$, &c. (*fig. 63*), interposés entre les douze rhombes; ce qui fera en tout trente-six faces. On voit, par cet exposé, que la forme du grenat dont il s'agit ici, est intermédiaire entre celle du grenat dodécaèdre, & celle du grenat à vingt-quatre faces.

73. Les angles plans des exagones sont très-faciles à déterminer; car ayant tracé un des quadrilatères *goep* (*fig. 58*) du grenat à vingt-quatre faces, si l'on mène la diagonale *ge*, & les lignes *rs*, *ut*, parallèles à *ge*, & également distantes de cette ligne, on aura un exagone *grsetu*, dont les angles seront égaux à ceux de l'exagone du grenat à trente-six faces. Or, nous avons déjà trouvé ci-dessus (71) l'angle *rgu* de $78^{\circ} 27' 46''$, & l'angle *set* de $117^{\circ} 2' 8''$. De plus, il est aisé de voir que les angles *grs* ou *gut* d'une part, & *esr* ou *etu* de l'autre, sont les supplémens des angles *rge* & *ges*; d'où il suit que l'on aura $grs = gut = 180^{\circ} - (39^{\circ} 13' 53'') = 140^{\circ} 46' 7''$, & $esr = etu = 180^{\circ} - (58^{\circ} 31' 4'') = 121^{\circ} 28' 56''$ (a).

(a) Le grenat dodécaèdre peut fournir à la Géométrie une application du calcul *de maximis & minimis*. Ayant cherché, à l'aide de ce calcul, quel étoit de tous les solides à douze faces rhomboïdales celui qui, à capacité égale, avoit la plus petite surface, j'ai trouvé que les faces de ce solide sont des rhombes égaux & semblables entr'eux, dans lesquels le rapport des deux diagonales est celui de 1 à $\sqrt{\frac{1}{2}}$, comme on l'a déterminé plus haut; c'est-à-dire, que le solide dont il s'agit est parfaitement semblable au grenat dodécaèdre. Ce problème a beaucoup de rapport avec un

ADDITION à l'article précédent.

74. Quoique je ne me fois point proposé de faire entrer dans cet Essai ce qui concerne les substances métalliques, je crois cependant

autre qui a été résolu par plusieurs Auteurs, & dans lequel on propose de déterminer l'angle du sommet de l'alvéole des abeilles, qui donne le *minimum* de surface. Le solide, qui représente cette alvéole, a pour base un exagone régulier, & pour faces latérales six trapèzes avec un sommet formé de trois rhombes. Dans les solutions que j'ai vues de ce dernier problème, on ne fait varier que la grande diagonale des rhombes du sommet; en sorte que l'on n'a le *minimum* de surface que par rapport à ce sommet. Si l'on vouloit résoudre le problème dans toute son étendue, en faisant varier aussi la hauteur de l'espèce de prisme formé par les trapèzes latéraux, on trouveroit que, pour avoir le *minimum* de surface, il faut prendre la moitié d'un dodécaèdre semblable à celui du grenat, & coupé dans une direction perpendiculaire à l'axe de ce dodécaèdre. L'alvéole des abeilles a une hauteur beaucoup plus considérable que celle d'un pareil solide. Mais cette dimension est assortie aux usages de ces alvéoles, qui ne sont pas seulement destinées à recevoir le miel, mais encore à servir de logement aux abeilles nouvellement écloses, qui y restent jusqu'à ce que leur développement soit achevé, ainsi que le remarque M. Maraldi, Mémoires de l'Académie des Sciences, 1712, *Observation sur les Abeilles*.

devoir ajouter ici le résultat des observations que j'ai faites sur les blendes, dont la structure est absolument la même que celle des grenats. On connoît des cristaux de blende à vingt-quatre faces, dont douze sont des trapézoïdes, tels que *ateu*, *atiq*, *auhq*, &c. (*fig. 64*), & les douze autres des triangles isocèles allongés *hux*, *eux*, &c., réunis deux à deux par leurs bases, & interposés entre les quadrilatères, ainsi que le représente la *figure*. J'ai divisé un assez grand nombre des cristaux dont il s'agit, par des coupes très-nettes, parallèlement aux douze quadrilatères. Ces divisions emportent peu à peu les douze triangles isocèles; & lorsque ceux-ci ont entièrement disparu, le solide se trouve réduit à un dodécaèdre à plans rhombes, qui a exactement la même figure que celui du grenat (*fig. 56*). Quand ces dodécaèdres ont été extraits d'une blende rougeâtre, ils ressemblent tellement à des grenats, que l'on seroit tenté de s'y méprendre au coup-d'œil, sans la différence du poli, qui est beaucoup plus vif dans la blende. Si l'on sous-divise ces mêmes dodécaèdres toujours parallèlement à leurs faces, la division donne en dernière analyse des tétraèdres irréguliers à faces triangulaires isocèles, tels que ceux qui ont été décrits (68).

Il est donc extrêmement probable que les molécules de la blende sont de la même forme que celles du grenat (a). Les tétraèdres dont je viens de parler, combinés de diverses manières, d'après les loix de Crystallisation que j'ai exposées dans cet Ouvrage, produisent de nouveaux tétraèdres à faces équilatrales, des octaèdres réguliers, des parallépipèdes obliquangles, & d'autres polyèdres de diverses figures indiquées par différens Auteurs, & en particulier par le savant M. Born, dans son *Lithophylacium*, I^{re}. Part., p. 132 & suiv.

ARTICLE VIII.

Application aux Topazes du Brésil & de Saxe.

75. **L**ES deux topazes, qui sont l'objet de cet article, forment deux sortes de pierres distinguées l'une de l'autre par plusieurs caractères sensibles, & en particulier par celui de la couleur, dont M. Daubenton a su tirer un

(a) Voyez ce qui a été dit (Introduction, p. 36) sur cette ressemblance des molécules dans des cristaux de nature différente.

parti si ingénieux , en graduant les teintes des divers crystaux gemmes proportionnellement à celles que l'on observe dans le spectre solaire produit par la réfraction de la lumière à travers le prisme de Newton (a). Dans cette graduation , la topaze de Saxe correspond au jaune simple , & celle du Brésil au mélange du jaune & de l'orangé. Cependant j'ai cru devoir réunir ici sous un même point de vue les deux topazes dont il s'agit , parce qu'elles sont composées de molécules constituantes semblables entr'elles ; & quoiqu'au premier coup - d'œil elles paroissent annoncer des différences marquées , même par rapport à leurs formes extérieures , j'ai reconnu , en examinant celles-ci avec attention , & d'après la structure des crystaux , qu'elles étoient originaires d'une même forme primitive , qui est seulement moins apparente dans la topaze de Saxe , & comme déguisée par un plus grand nombre de facettes surnuméraires.

Je ne sache pas que la forme primitive de ces crystaux ait été encore vue isolée. Cette forme , ainsi qu'on le verra dans la suite , seroit celle d'un prisme quadrangulaire , dont

(a) Mém. de l'Acad. des Sciences , ann. 1740.

les pans font des rectangles, & les deux bases des rhombes ayant leurs angles à-peu-près de $124^{\circ} 30'$, & $55^{\circ} 30'$. La forme dont il s'agit existe, en quelque sorte, par parties dans les deux topazes; car celle du Brésil se présente assez communément sous la forme d'un prisme tel que je viens de le décrire, mais surmonté d'une pyramide, & la topaze de Saxe se trouve souvent terminée par deux faces horizontales: mais outre qu'il y a un commencement de pyramide, le prisme est à huit pans inégaux entr'eux.

76. Quant aux molécules constituantes des topazes, elles font aussi des prismes droits, qui ont leurs bases semblables à celles du crystal de forme primitive, & dont la hauteur est une moyenne proportionnelle entre la grande diagonale des rhombes de la base, & une ligne double de la largeur des mêmes rhombes, comme je le prouverai dans le cours de cet article.

TOPAZE DU BRÉSIL.

Formes secondaires.

TOPAZE DU BRÉSIL EN PRISME DROIT RHOMBOÏDAL, TERMINÉ PAR UNE ET QUEL-

QUEFOIS DEUX PYRAMIDES A QUATRE FACES TRIANGULAIRES (*Pl. VII, fig. 65*). Topaze du Brésil. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre rectangles alongés & égaux entr'eux, tels que $boht$, $sohg$, &c., formant les pans du prisme.

Quatre triangles scalènes, tels que abo (*fig. 65 & 66*), formant les faces des pyramides. L'angle $abo = 37^{\circ} 11'$. $ao b = 69^{\circ} 55'$. $ba o = 72^{\circ} 54'$.

77. Le tissu de cette topaze est feuilleté, ainsi que celui de la topaze de Saxe, & les lames qu'on en détache, en la clivant, sont placées parallèlement aux bases du prisme, & ont leurs grandes faces lisses & brillantes. Quoiqu'en essayant de sous-diviser ces lames on ne puisse obtenir que des fragmens irréguliers, probablement parce que les faces latérales des molécules ayant beaucoup plus d'étendue que les bases, ont aussi entr'elles une adhésion beaucoup plus forte (*a*), cependant on ne peut douter, ce me semble, que les lames dont il s'agit ne soient des assemblages de petits prismes droits, dont les pans sont parallèles à ceux du prisme total. Cette induction suit naturellement de l'analogie des autres

(a) Voyez la Note de la page 51.

192 DE LA STRUCTURE
 crystaux ; & d'ailleurs nous verrons que les résultats des calculs faits d'après cette hypothèse se trouvent d'accord avec l'observation.

Quant aux pyramides qui terminent le prisme , elles sont produites par les décroissemens des lames de superposition , dont la loi sera déterminée plus bas. Le prisme est presque toujours cannelé irrégulièrement dans le sens de sa hauteur ; ce qui suppose des soustractions inégales , & pour ainsi dire intermittentes , de différentes files longitudinales de molécules constituantes. Ce n'est pas la première fois que j'aie vu les lames composantes d'un crystal fuir en quelque sorte par leur disposition en retraite sur les faces primitives. J'ai observé entr'autres des rhomboïdes de spath calcaire semblables au spath d'Islande , dont les faces étoient inégalement striées dans des sens parallèles aux arêtes du rhomboïde.

TOPAZE DU BRÉSIL EN PRISME DROIT A HUIT PANS , TERMINÉ PAR UNE OU DEUX PYRAMIDES A QUATRE FACES QUADRILATÈRES (fig. 67).

Développement. Quatre rectangles alongés, tels que *codu* , *odlr* , &c. , formant quatre des pans du prisme. Quatre trapèzes *rsgl* ,
cbtu

cbtu (*fig. 67 & 68*), formant les quatre autres pans du prisme. Quatre quadrilatères irréguliers, tels que *aors* (*fig. 67 & 69*), qui font les faces des pyramides.

Angles des trapèzes $sr l = gl r = 108^{\circ} 23'$.
 $rs g = lg s = 71^{\circ} 37'$.

Angles des quadrilatères $oas = 72^{\circ} 54'$.
 $aor = 69^{\circ} 55'$. $asr = 63^{\circ} 7'$. $ors = 154^{\circ} 4'$.

78. Il arrive assez souvent que les soustractions de molécules, qui forment les stries ou les cannelures, dont le prisme de la topaze du Brésil est sillonné, se font régulièrement, depuis un certain terme, selon une loi qui sera déterminée dans la suite. Alors le prisme est à huit pans, dont quatre rectangles, réunis deux à deux sur les arêtes *od* (*fig. 67*), & celle qui lui est opposée; ces rectangles sont évidemment les résidus des pans du prisme primitif. Les quatre autres pans, qui font, comme on l'a vu, des trapèzes, anticipent sur les pyramides terminales; en sorte que les faces de celles-ci, qui étoient triangulaires dans la première variété, deviennent, dans le cas présent, des quadrilatères tels que ceux qui ont été décrits.

Comme on retrouve ces mêmes pans beaucoup mieux prononcés dans le prisme de la

194 DE LA STRUCTURE
 topaze de Saze , & que d'ailleurs cette dernière fournit plus de données que l'autre , pour déterminer la loi des décroissemens des lames & la hauteur des molécules constituantes , je renvoie à l'article suivant tout ce qui concerne ces différens objets , qui sont , ainsi que nous le verrons , communs aux deux topazes , avec quelques modifications de plus par rapport à celle de Saxe.

T O P A Z E D E S A X E .

Forme secondaire.

TOPAZE EN PRISME A HUIT PANS , TERMINÉ PAR UNE OU DEUX PYRAMIDES INCOMPLETTES A SIX FACES (*fig. 70*). * Topaze de Saxe. DAUB. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre rectangles étroits , tels que *tski* , *tfpi* (*fig. 70 & 74*) , qui sont les résidus des faces primitives du prisme , comme dans la topaze du Brésil à prisme octogone. Quatre pentagones irréguliers *sunzk*

(*) Je supposerai , dans cet article , que le prisme n'a que son extrémité supérieure qui soit en pyramide , l'extrémité inférieure étant presque toujours engagée dans la gangue du crystal.

(*fig. 70 & 76*), formant les quatre pans larges du prisme.

Un exagone un peu irrégulier *aboerc* (*fig. 70 & 72*), qui remplace le sommet de la pyramide. Deux pentagones *eungr* (*fig. 70 & 73*), ayant leurs côtés égaux deux à deux, & leurs sommets *n*, situés sur les arêtes *nz*, qui joignent les pans larges du prisme. Quatre autres pentagones plus irréguliers *bdf to*, *otsue*, &c. (*fig. 70 & 75*), qui forment les quatre autres faces de la pyramide incomplète, & correspondent chacun à un pan étroit du prisme, & à une partie du pan large voisin.

Angles des pentagones *sunzk'* (*fig. 76*).
 $usk = 108^{\circ} 23'$. $unz = 123^{\circ} 34'$. $sun = 128^{\circ} 3'$.
 $skz = nzk = 90^{\circ}$.

Angles de l'exagone *aboerc* (*fig. 72*). $boe = acr = 124^{\circ} 26'$. $oer = erc = cab = abo = 117^{\circ} 47'$.

Angles du pentagone *eungr* (*fig. 73*). $reu = erg = 110^{\circ} 44'$. $eun = rgn = 122^{\circ} 6'$. $ung = 74^{\circ} 20'$.

Angles du pentagone *otsue* (*fig. 75*). $eot = 110^{\circ} 5'$. $oeu = 115^{\circ} 30'$. $eus = 90^{\circ} 26'$.
 $ust = 154^{\circ} 4'$. $ots = 69^{\circ} 55'$.

79. Telle est la forme sous laquelle se présente assez communément la topaze de Saxe;

mais cette forme est sujette à beaucoup de variations, dont les plus intéressantes, relativement à l'explication de sa structure, sont de nouvelles facettes, qui doublent les faces latérales de la pyramide incomplète; en sorte que ces faces changent d'inclinaison, & se relèvent en arêtes parallèles au côté correspondant de l'exagone terminal. (Voyez la figure 71). Par cette nouvelle disposition, les pentagones $bdfio$, *oisue* (fig. 70), se trouvent réduits aux pentagones $\zeta dftm$, $qustm$ (fig. 71), & leur partie supérieure est remplacée par une facette surnuméraire $b' \zeta mo'$ ou $o' m q e'$. La figure des autres pentagones, tels que $eungr$ (fig. 70), se trouve modifiée de manière que ce qui reste de leur surface est un octogone $e'quyrg\pi r'$ (fig. 71). Quant à leur partie inférieure, elle est remplacée par un triangle isocèle $\gamma n'y$. La figure des pans pentagones $sunzk$ (fig. 70) du prisme se trouve altérée à proportion, & devient un exagone $sun'zk$ (fig. 71). On a, dans ce cas, treize faces pour la pyramide, outre les huit faces ordinaires du prisme. Ces différentes faces sont encore susceptibles de varier, suivant les positions où se trouvent les arêtes ζm , mq , $\gamma\gamma$, &c.

§0. En mesurant avec soin les inclinaisons

qu'ont entr'elles, & avec les pans du prisme, les faces de la pyramide modifiée, comme je viens de l'exposer (a), j'ai trouvé l'angle formé par la face pentagone $mqust$ (fig. 71) avec le pan rectangle $tski$ du prisme, sensiblement égal à l'angle formé par la face octogone $e'quyrg\pi r'$ avec l'exagone terminal $a'b'o'e'r'c'$. De plus, chacun de ces deux angles est, à très-peu de chose près, de 136° .

D'après ces données, la seule hypothèse dans laquelle les résultats du calcul soient conformes aux autres observations que l'on peut faire sur le cristal, est celle d'une loi de décroissement, par une simple rangée de molécules pour la face triangulaire $yn'\gamma$; par deux rangées de molécules pour la face octogone adjacente $e'quyrg\pi r'$; par deux rangées encore pour la face pentagone $qustm$; & enfin par trois rangées pour la face quadrilatère adjacente $o'mqe'$. Mais avant de passer aux résultats qui suivent de ces diverses sup-

(a) J'ai mesuré ces inclinaisons sur une très-belle aiguëmarine d'un volume considérable, qui se trouve au Cabinet du Roi. On fait que la forme de ce cristal gemme est absolument la même que celle de la topaze de Saxe.

198 DE LA STRUCTURE
 positions, il faut déterminer la hauteur des
 molécules prismatiques constituantes.

81. Soit ldm (*fig. 77*) le triangle mesureur, par rapport aux décroissemens des lames qui forment la face $mqust$ (*fig. 71*), & ldh (*fig. 81*) le triangle mesureur pour la face octogone $e'quyrgr'$ (*fig. 71*); la ligne ld étant la hauteur d'un des petits prismes dont il s'agit, on aura, d'après les mesures indiquées plus haut (80), l'angle dlm (*fig. 77*) $= 44^\circ$, & l'angle $lmd = 46^\circ$ (a); on aura aussi l'angle $d lh$ (*fig. 81*) $= 46^\circ$, & $lhd = 44^\circ$: donc les triangles dlm , $d lh$ sont semblables; ce qui donne $dm : dl :: dl : dh$.

Soit $abnd$ (*fig. 79*) la surface de la base d'une des molécules constituantes de la topaze. Ayant mené la perpendiculaire bo sur le côté dn , on aura, par la supposition, dm (*fig. 77*) $= 2bo$ (*fig. 79*), à cause des décroissemens par deux rangées, & dh (*fig. 81*) $= an$ (*fig. 79*), à raison de la même loi de décroissement,

(a) Les lames de superposition ayant leurs bases disposées perpendiculairement aux pans du prisme, il est visible que dm est aussi perpendiculaire à l'un de ces pans, & par conséquent $lmd = 136^\circ - 90^\circ = 46^\circ$.

qui a lieu ici par rapport aux angles des lames composantes. Substituant dans la proportion $dm : dl :: dl : dh$, elle devient $2bo : dl :: dl : an$; c'est-à-dire, que la hauteur dl (fig. 77) d'une des molécules prismatiques, est une moyenne proportionnelle entre deux fois la largeur bo (fig. 79) de la base, & la grande diagonale an de la même base; ce qui est le rapport que j'ai indiqué (76).

Cherchons à présent la valeur des angles bnd , abn , de la base dont il s'agit. La proportion $2bo : dl :: dl : an$ donne an ou

$$2gn = \frac{(dl)^2}{2bo}. \text{ De plus, } bo \times dn = gn \times$$

$$bd = gn \times 2dg; \text{ d'où l'on tire } dg = \frac{bo \times dn}{2gn}.$$

Substituant à la place de $2gn$ sa valeur $\frac{(dl)^2}{2bo}$,

$$\text{on a } dg = \frac{2(bo)^2 \times dn}{(dl)^2}. \text{ Or, d'après les va-}$$

$$\text{leurs indiquées ci-dessus, } \frac{2(bo)^2 \times dn}{(dl)^2} =$$

$$\frac{\sin(44^\circ)^2 \times r}{2 \cdot \sin(46^\circ)^2}, \text{ en prenant } dn \text{ pour le}$$

rayon r . Donc $\log. \sin. dng = 2 \log. \sin. 44^\circ + \log. r - 2 \log. \sin. 46^\circ - \log. 2 = 9686444$, lequel nombre répond à $27^\circ 47'$. Donc bnd

$= 55^{\circ} 34'$, & $adn = 124^{\circ} 26'$; laquelle valeur se trouve être la même que celle qu'on observe, en mesurant l'inclinaison respective des pans $tfpi$, $tski$ (fig. 70), qui font, comme je l'ai dit (a), les résidus des pans primitifs du prisme de la topaze de Saxe.

Soit maintenant ldp (fig. 80) le triangle mesurateur, qui doit donner la loi des décroissemens, par rapport à la facette triangulaire $yn'r$ (fig. 71). Ces décroissemens étant supposés se faire par une simple rangée de molécules, on aura $dp = gn$ (fig. 79).

Or, nous avons vu que $gn = \frac{(dl)^2}{4bo}$

$$= \frac{\sin. (46^{\circ})^2}{2 \sin. 44^{\circ}}, \text{ \& } \log. gn \text{ ou } \log. dp =$$

$2 \log. \sin. 46^{\circ} - \log. \sin. 44^{\circ} - \logar. 2 = 95710669$. De plus, faisant attention que nous avons pris pour la valeur de dl le sinus de 46° , on aura $\log. dl = 98569341$. Le triangle ldp étant résolu d'après ces données, on trouve pour le logarithme de la tangente de lp le nombre 97141328 , qui répond à $27^{\circ} 22'$; d'où il suit que l'angle

(a) Voyez le développement de cette topaze.

formé par la facette dont il s'agit avec l'exagone terminal, est de $90^\circ + 27^\circ 22' = 117^\circ 22'$; laquelle valeur se trouve également vérifiée par l'observation.

Quant aux décroissemens par rapport aux facettes $o' e' q m$ (fig. 71), ils se font, comme je l'ai annoncé (80), par des soustractions de trois rangées de molécules; c'est-à-dire, que dans le triangle mesurateur ldr (fig. 78), on a, outre $\text{logar. } dl = 98569341$, comme ci-dessus, $\text{log. } dr = \text{log. } bo + \text{log. } 3 = \text{log. } \sin. 44^\circ - \text{log. } 2 + \text{logar. } 3 = 100178626$ (a); ce qui donne pour le logarithme de la tangente de l'angle l , le nombre 101609285, qui répond à $55^\circ 22'$. Partant, l'angle formé par la facette dont il s'agit, avec l'exagone qui termine le crystal, est de $145^\circ 22'$, ainsi que le donnent les mesures prises sur le crystal.

Voilà le premier exemple de décroissement par trois rangées de molécules, que j'ai encore trouvé parmi une multitude de cristaux dont j'ai observé la structure; d'où l'on peut conjecturer que ces exemples ne seront pas moins rares dans la suite. Ainsi, il faut

(a) Nous avons eu ci-dessus $2bo = dm = \sin. 44^\circ$; d'où l'on tire $\text{log. } bo = \text{log. } \sin. 44^\circ - \text{log. } 2$.

les regarder comme des espèces d'exceptions aux loix les plus ordinaires, qui sont celles des décroiffemens par une ou deux rangées de molécules.

La figure octaèdre du prisme est assez nette, dans cette topaze, pour permettre de déterminer avec précision la loi des décroiffemens que subiffent les lames composantes depuis les arêtes fp , sk (*fig. 68*), où se terminent les pans rectangles du même prisme.

Soit $A d h b C r n e$ (*Pl. VIII, fig. 82*) une coupe horizontale de ce prisme. S'il ne se faisoit aucunes soustractions de molécules constituantes, la coupe dont il s'agit auroit la figure du rhombe $A B C D$. Supposons donc qu'au point d , où commencent les décroiffemens sur le bord AB , il y ait une rangée $d g l B$ de molécules soustraites; une autre rangée $f p s l$, au point f distant du point d de trois molécules, & ainsi de suite. Cherchons les angles qui résultent de cette loi de décroiffement. Dans le triangle $d f g$, nous avons l'angle $d g f = A d g = 55^{\circ} 34'$, & le côté $g f = 3 d g$. Donc on peut faire $d g = 1$; $g f = 3$. Résolvant ce triangle, on trouvera pour le logarithme de la tangente de la demi-différence des angles d & f , le nombre 99772678, qui appartient à $43^{\circ} 30'$; d'où

l'on conclura que dfg ou $fhp = 18^\circ 43'$: ajoutant à phx , qui est de $55^\circ 34'$, le double de fhp , on aura l'angle $dhb = 93^\circ$, & l'angle $A dh = Adg + fdg = 55^\circ 34' + 105^\circ 43' = 161^\circ 17'$; ce que confirment encore les observations faites sur le crystal. On voit par - là que les décroissemens dont il s'agit suivent une des loix les plus ordinaires de la Crystallisation, excepté qu'ils se font par des degrés intermittens (a).

82. Pour revenir maintenant à la topaze du Brésil, j'ai observé que, dans ce crystal, les décroissemens des lames qui forment par leurs rebords les faces des pyramides, se faisoient par des soustractions de deux rangées de molécules, comme pour les faces $otsue$ (Pl. VII, fig. 70), ou $qmtsu$ (fig. 71), dans la topaze de Saxe.

Quant au calcul des angles plans de l'une & l'autre topaze, je m'abstiendrai de le donner ici, parce qu'il est long & un peu compliqué, sur tout pour la topaze de Saxe;

(a) On pourroit aussi concevoir la loi dont il s'agit ici, comme une espèce de loi de décroissement par trois rangées de molécules.

mais à l'aide des inclinaisons qu'ont entr'elles les différentes faces de ces cristaux, il sera facile aux Géomètres, qui voudroient vérifier mes calculs, de retrouver les résultats indiqués dans le développement des deux topazes.

ARTICLE IX.

Application au Grès cristallisé de Fontainebleau.

83. **T**OUT le monde connoît aujourd'hui le grès rhomboïdal de Fontainebleau, dont M. de Laffone a donné, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1775, une description très-exacte & très-détaillée, ainsi que des carrières dans lesquelles on trouve cette sorte de cristaux. M. Sage a reconnu (a) que ces rhomboïdes étoient composés d'environ $\frac{2}{5}$ de matière calcaire sur $\frac{3}{5}$ de matière quartzeuse; ce qui doit les faire ranger parmi les pierres mélangées. Je me suis proposé, dès l'année 1782, de rechercher si la forme des cristaux dont il s'agit apparte-

(a) Elémens de Minéralogie, 2^e édition, Tom. I pag. 253.

noit aux spaths calcaires , ou si elle n'étoit point le résultat de quelque modification particulière , occasionnée par le mélange de la matière quartzéuse. J'ai reconnu d'abord , en mesurant leurs angles plans , que ces angles étoient sensiblement égaux à ceux du spath rhomboïdal à sommets aigus (36) , c'est-à-dire , de $75^{\circ} 31' 20''$, & de $104^{\circ} 28' 40''$, à quelques variations près , occasionnées par les arrondissemens que subissent assez souvent les rhomboïdes vers leurs sommets. Je suis même parvenu à diviser quelques rhomboïdes de grès crySTALLISÉ , dans le même sens que le spath calcaire dont je viens de parler , & de manière que les coupes étoient assez nettes pour laisser reconnoître le poli de la Nature , quoiqu'un peu offusqué par la matière du grès. Ces recherches font l'objet d'un Mémoire lu à l'Académie des Sciences le 18 Janvier 1783. Le résultat des observations rapportées dans ce Mémoire , est que la substance quartzéuse , mêlée avec celle du spath dans les rhomboïdes dont il s'agit , ne contribue en rien à leur figure ; mais que les molécules du quartz , trop peu divisées pour être susceptibles d'une vraie crySTALLISATION , sont seulement entraînées , & en quelque sorte commandées par celles du spath , qui seules ont

le degré de ténuité nécessaire pour se cristalliser (a).

ARTICLE X.

Observations & conjectures sur la formation & sur l'accroissement des Crystaux.

84. **J**E me suis borné, dans les articles précédens, à ce qui regarde la structure des cristaux. Quoique je n'aie appliqué ma théorie qu'à un certain nombre de genres, & que j'aie omis plusieurs formes que je n'ai point encore été à portée d'observer, ou qui m'ont paru moins intéressantes que celles auxquelles je me suis arrêté, je crois en avoir assez dit pour qu'on ne puisse douter que les lames qui composent les cristaux secondaires ne subissent réellement les loix de décroissement que j'ai assignées. Il arrivera peut-être qu'en multipliant les observations, on découvrira, dans certains cristaux, des extensions particulières de ces loix : mais il me semble que, dès

(a) Ces observations avoient déjà été faites en partie ; mais on n'avoit pas encore déterminé d'une manière précise à quelle forme de spath calcaire les cristaux dont il s'agit devoient être rapportés.

maintenant, on peut présumer, avec beaucoup de fondement, que la marche la plus ordinaire de la Nature est celle que j'ai indiquée, & que les variations même que cette marche pourroit éprouver dans certains cas, auront toujours un rapport assignable avec l'une des loix dont il s'agit; en sorte qu'elles en assureront l'existence, loin de la rendre équivoque, & ne feront qu'en modifier l'action, sans en altérer la régularité. Les réflexions que je vais ajouter, sur la formation & sur l'accroissement des cristaux, me paroissent d'autant plus propres à répandre du jour sur ce qui précède, qu'elles seront déduites immédiatement de l'observation & des faits que présente la structure, & que je m'abstiendrai de donner aucune hypothèse sur la nature & sur la manière d'agir des loix primitives, dont la connoissance, si elle ne nous a pas été refusée pour toujours, ne peut s'acquérir que par une longue suite d'expériences & de recherches profondes, qui manquent à l'état actuel de la Science.

Il est vraisemblable, comme je l'ai déjà remarqué en passant (6), que la figure d'un crystal est ordinairement déterminée dès les premiers instans de sa formation. Tous les cristaux quartzeux, calcaires & autres que

l'on observe sur une même gangue (*a*), se ressemblent par leur forme , quel que soit leur volume; en sorte que ceux mêmes qui, par leur finesse extrême, échappent à nos yeux, & ne peuvent être apperçus qu'à l'aide d'un instrument d'Optique , ont déjà la figure des plus gros. Nous avons, par exemple, sur certaines matrices, des aiguilles de crystal de roche, dont la petitesse est extrême: cependant ces aiguilles ont un prisme interposé entre les deux pyramides , lorsque les grosses parmi lesquelles elles se trouvent mêlées , présentent cette variété de figure. Si chaque aiguille étoit formée d'abord par deux pyramides sans prisme , en sorte que l'interposition du prisme entre les deux pyramides ne commençât à avoir lieu que quand le crystal seroit parvenu à une certaine épaisseur , on verroit ordinairement sur une même gangue des cristaux avec pyramide sans prisme , & d'autres avec des prismes à tous degrés d'élé-

(*a*) On trouve à la vérité quelquefois sur la même gangue des cristaux d'une même nature , qui diffèrent par leur forme ; mais , très-probablement , l'époque de la cristallisation des uns & des autres n'est pas la même , & ils sont , pour ainsi dire , le produit de deux jets différens.

vation. Cependant on remarque un rapport assez sensible entre le volume des différentes aiguilles & la hauteur de leur prisme. Si quelques-unes ne montrent qu'un commencement de prisme, cela paroît venir de ce que le reste du crystal est enfoncé dans la gangue; & en effet, on apperçoit assez souvent, du côté opposé, la seconde pyramide, ou même l'autre extrémité du prisme, qui forme une faille, & que l'on reconnoît, à son alignement, pour faire partie du même crystal.

Il en faut dire autant des cristaux spathiques, & de ceux des autres genres. Quelle que soit leur finesse, ils sont déjà complets, chacun selon sa variété; on n'en voit aucun qui présente le noyau à découvert, ou le passage du noyau à la forme secondaire. D'après cette observation, il me paroît important de distinguer entre la structure d'un crystal secondaire & son accroissement, puisque celui-ci se fait communément en sens contraire de la structure. Dans le spath phosphorique cubique, par exemple, les lames que l'on détache, en suivant les divers sens indiqués par la structure, sont disposées parallèlement aux faces du noyau octaèdre; au lieu que l'accroissement du crystal s'est fait par une suite de couches concentriques parallèles aux faces du

cube. On pourroit demander pourquoi, la chose étant ainsi, il n'est pas possible de diviser nettement un cube de spath phosphorique parallèlement à ses faces? La raison en est, que les surfaces des couches, ou des enveloppes qui s'appliquent les unes sur les autres pendant l'accroissement du spath, ne peuvent être des plans lisses, mais sont nécessairement hérissées d'une multitude de petites aspérités, ou de pointes de petits octaèdres ou tétraèdres, ainsi qu'on le concevra aisément, d'après l'explication que j'ai donnée (54) de la structure dont il s'agit. Cela posé, les lames qui composent les couches concentriques dont j'ai parlé, se trouvent comme engrenées les unes dans les autres; en sorte que la main qui dirigerait l'instrument tranchant dont on se serviroit pour essayer de diviser le cube parallèlement à ses faces, ne pourroit se prêter à tous les mouvemens anguleux qu'exigeroit cette espèce d'engrenage.

Un raisonnement simple prouve, ce me semble, que l'accroissement des cristaux doit se faire, le plus ordinairement, de la manière que je viens d'exposer. La cristallisation d'une substance, sous une forme plutôt que sous une autre, tient nécessairement à une cause particulière, ou plutôt à une modification

des causes générales qui influent dans cette opération de la Nature. Il se peut, par exemple, que l'agent qui détermine la matière cristalline à prendre telle figure préférablement à telle autre, vienne en partie de la qualité même du fluide, dans lequel s'opère la cristallification. Or, l'influence de cet agent doit avoir lieu, dès que les molécules sont assez rapprochées pour se grouper de manière à produire déjà un cristal élémentaire, qui n'est, pour ainsi dire, qu'un infiniment petit, & qui ne fait plus que grossir, en conservant sa figure.

85. Proposons-nous un exemple de cet accroissement, tiré du spath calcaire à deux pyramides hexaèdres, dont les faces sont des triangles scalènes (33). Le plus petit noyau qui puisse donner l'élément du cristal secondaire, est celui dont chaque face est formée de neuf rhombes, c'est-à-dire, que le solide est composé de vingt-sept molécules rhomboïdales. Concevons que c (*fig.* 83) soit un des sommets de ce solide, & que $gbcf$, $bcnm$, $cfhn$, soient les trois faces qui se réunissent pour former l'espèce de pyramide terminée par ce sommet. Pour avoir le cristal élémentaire cherché, il faut concevoir au moins une couche appliquée sur chacune des deux pyramides dont est composé le noyau. Or, puisque les

décroissemens se font , dans le cas présent , par deux rangées de molécules (34) , il est aisé de voir que la couche dont il s'agit ne couvrira que les trois rhombes a, r, o . Voyons donc combien il faut de molécules pour former cette couche , sans laisser aucun vuide. Supposons trois rhomboïdes appliqués sur a, r, o , de manière qu'ils aient leurs faces respectivement parallèles à celles du noyau. Ces rhomboïdes laisseront d'abord trois interstices entre celles de leurs faces , qui aboutiront aux arêtes contiguës au sommet c , telles que ce . Il faudra trois nouveaux rhomboïdes pour remplir ces interstices ; plus , un quatrième rhomboïde pour remplir le vuide qui restera au sommet c ; en sorte que le sommet inférieur de ce dernier rhomboïde se confondra avec c : ainsi chaque couche sera composée de sept molécules , & l'assemblage du noyau & de ces couches donnera l'élément du crystal secondaire formé de quarante-un petits rhomboïdes.

Concevons maintenant que , dans l'instant suivant , le solide s'accroisse de la plus petite quantité possible , en restant toujours assujetti à la loi indiquée ; le noyau croissant en même temps , chacune de ses faces se trouvera composée de vingt-cinq rhombes , c'est - à - dire ,

que ce noyau sera formé de cent vingt-cinq molécules. (*Voyez la figure 84*). Il y aura deux couches appliquées sur chacune des espèces de pyramides dont il est composé. La première de ces couches couvrira les vingt-sept rhombes renfermés dans le contour de la surface $z t k u y x$. Or, en raisonnant comme ci-dessus, on concevra que, pour couvrir ces vingt-sept rhombes, il faut trente sept molécules. La seconde couche qui couvrira les trois rhombes correspondans à ceux qui sont autour du point c , fera de sept molécules, comme dans le cas précédent.

Dans un troisième instant, le noyau sera composé de 7^3 ou de 343 molécules; il y aura trois couches, la première de 91 molécules, la seconde de 37, & la troisième de 7.

Dans le quatrième instant, le noyau sera de 9^3 ou 729 molécules; il sera recouvert par quatre couches, la première de 169 molécules, la seconde de 91, la troisième de 37, & la quatrième de 7.

Ainsi, les différens états du noyau seront successivement comme les puissances $3^3, 5^3, 7^3, 9^3$, &c., & en général $(2n + 1)^3$, appellant n le nombre des instans.

Quant aux couches ajoutées au noyau, pour exprimer généralement les nombres de molé-

cules dont elles sont composées successivement, observons que ,

$$7 = 3 + 3 + 1 = 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1.$$

$$37 = 27 + 9 + 1 = 3 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 1.$$

$$91 = 75 + 15 + 1 = 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1.$$

$$169 = 147 + 21 + 1 = 3 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7 + 1, \&c.$$

D'où il est aisé de juger que les nombres dont il s'agit forment une série récurrente.

Soit toujours n le nombre des termes , on aura pour l'expression générale de chaque terme $3(2n-1)^2 + 3(2n-1) + 1 = 12n^2 - 6n + 1$; & doublant, pour avoir le nombre des molécules qui composent les deux couches, $2(12n^2 - 6n + 1)$.

On peut regarder cette formule comme l'expression algébrique des accroissemens du crystal ; & en suivant une marche semblable pour les autres cristaux secondaires, on trouvera d'autres nombres de molécules & des séries analogues, dont les termes varieront suivant un autre rapport.

Un noyau élémentaire, composé de vingt-sept molécules, est, comme je l'ai dit, le plus petit que l'on puisse concevoir, relativement à la variété de crystal que nous venons de considérer. Mais il y a certaines variétés où il faut supposer un noyau formé d'un plus grand nombre de molécules ; ce qui arrive

lorsque plusieurs décroissemens ont lieu à-la-fois. Un coup-d'œil, jeté sur la *figure 83*, suffit pour faire concevoir, par exemple, que la première couche, appliquée sur un noyau de vingt-sept molécules, ne pourroit subir en même temps des décroissemens par deux rangées de petits rhomboïdes pour les rebords *hf*, *hn*, &c. , & par une rangée pour les rebords *cf*, *cn*, &c. ; car, dans ce cas, la couche se réduiroit à zéro. Il est donc probable que le nombre des molécules qui composent le noyau élémentaire du crystal, varie selon les cas; de manière cependant que ce noyau est le plus petit possible, relativement à la forme qui doit résulter de l'action présente des loix de la Crystallisation. Au reste, je ne propose ces vues que comme des conjectures, qui me paroissent d'autant plus plausibles, qu'elles sont conformes à l'idée de la plus grande simplicité, qui sera toujours le fondement des explications les plus heureuses que l'on puisse donner des phénomènes naturels.

Il peut arriver, par une sorte d'exception aux loix ordinaires de la Crystallisation, qu'un crystal continue de croître en hauteur, tandis qu'il conserve la même épaisseur. J'ai vu des cristaux de spath calcaire en prisme à six pans,

terminé par deux faces exagones (28), qui sembloient composés de plusieurs prismes courts appliqués les uns sur les autres par leurs bases inférieures ; de manière que la réunion de ces prismes s'annonçoit sensiblement par une couche très-mince , plus transparente que le reste du crystal , & interposée entre les deux prismes voisins. Dans les opérations de la Nature , il se rencontre des accidens , des circonstances secondaires , qui font varier l'effet des causes primitives ; & si ces variations doivent avoir lieu , il semble que ce soit sur-tout à l'égard de la crySTALLISATION , qui est livrée à l'influence d'une multitude de causes particulières dont les actions se succèdent , s'entre croisent & se balancent mutuellement (a).

86. La structure des cristaux étant soumise , comme on l'a vu , à un petit nombre de loix

(a) C'est encore à l'influence des causes accidentelles qu'il faut attribuer , ce me semble , les irrégularités de certains cristaux , qui présentent des défauts d'accroissement dans quelques-unes de leurs parties , ou des excès produits par une matière surabondante dans les parties opposées. De ce nombre sont les cristaux , dont certains angles solides sont complets , tandis que les angles correspondans manquent absolument , & se trouvent remplacés par des facettes.

secondaires, dont les actions combinées modifient de différentes manières les formes des substances crySTALLISÉES, les effets de ces loix se trouvent nécessairement resserrés entre certaines limites, qui s'étendent depuis la forme primitive, que l'on doit regarder comme l'effet le plus simple de la crySTALLISATION d'une substance, jusqu'à la forme qui est le produit des modifications les plus composées des loix dont il s'agit. Or, il me paroît que la détermination de ces limites est un des problèmes d'Histoire Naturelle les plus intéressans que l'on puisse proposer, puisque la solution de ce problème donne, pour ainsi dire, la somme de toutes les actions des loix d'affinité, qui sollicitent les molécules de la matière à s'attirer mutuellement & à s'unir entr'elles. Je vais essayer de résoudre ce problème par rapport au spath calcaire, en cherchant combien il y a de formes possibles dans ce genre de crySTAUX, d'après la connoissance que nous avons des décroissemens les plus ordinaires que subissent leurs lames composantes; c'est-à-dire, de ceux qui se font par une & par deux rangées de molécules, soit pour les côtés des lames, soit pour leurs angles.

Représentons par A' & par A'' les décroissemens par une & par deux rangées de molé-

cules, pour l'angle c (*fig. 84*) d'une des lames $clpq$, appliquée sur le noyau; par a' & par a'' les décroissemens vers l'angle p , & par B' & B'' les décroissemens sur les angles latéraux, qui ne peuvent varier l'un sans l'autre, sans quoi le crystal ne seroit pas régulier. Représentons par C' & C'' les décroissemens par une & par deux sur les côtés cl , cq , & & par c' & c'' les décroissemens sur les côtés lp , pq . Il est évident que ces quatre côtés varient aussi deux à deux. Enfin, désignons par F les faces ou facettes qui correspondent aux faces du noyau, dans le cas où les décroissemens s'arrêtent tout-à-coup à un certain terme, comme dans le grenat à 36 faces (72), nous aurons les onze quantités A' , A'' , a' , a'' , B' , B'' , C' , C'' , c' , c'' , F , parmi lesquelles F , prise toute seule, représentera le noyau ou la forme primitive. De ces onze quantités, il faut d'abord supprimer a' , pour la raison que je dirai plus bas.

Restent dix quantités qu'il faut combiner une à une, deux à deux, trois à trois, &c. Faisant $m = 10$, on aura pour ces différentes com-

$$\begin{aligned} \text{binaisons } m + m \cdot \frac{m-1}{2} + m \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \\ + m \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdot \frac{m-3}{4}, \text{ \&c.} = 10 + 45 \end{aligned}$$

$\rightarrow 120 + 210, \&c. = 1023$ combinaisons.

Observons maintenant que A' , a'' & C' donnent, la première des faces horizontales, & les deux autres des faces verticales. D'où il suit, 1°. qu'aucune de ces trois quantités ne pouvant exister seule, sans quoi le crystal ne seroit pas terminé dans toutes ses parties, il faudra retrancher trois combinaisons : restent 1020; 2°. que la combinaison $a'' C'$ ne peut non-plus avoir lieu seule, puisqu'elle ne produiroit que des faces verticales, ce qui fait encore une combinaison à retrancher : restent 1019 combinaisons.

Je n'ai point fait entrer dans ces combinaisons les différens états que subissent certaines parties des lames, soit en restant constantes, soit en croissant suivant une loi particulière, tandis que les autres parties décroissent. La raison en est, que les décroissemens de ces dernières emportent nécessairement avec eux la constance ou les variations des parties dont il s'agit. Ainsi, dans le spath calcaire à sommets très-obtus (23), les décroissemens des lames dans leurs bords supérieurs par une rangée de molécules, rendent nécessairement ces lames constantes par leur angle inférieur. Dans le spath calcaire à douze plans penta-

gones (25), les variations que suivent les lames de superposition par leurs côtés HK , GD (*fig. 20*), sont pareillement une suite nécessaire des décroiffemens de ces lames, vers leurs bafes DK , par deux rangées de molécules. Ainfi tout dépend ici de la loi des décroiffemens; en forte que fi l'on imagine différens plans appliqués sur les arêtes des lames de superposition aux endroits où celles - ci décroiffent, ces plans détermineront les faces du cryftal fecondaire, ou, ce qui revient au même, leurs communes fections fe confondront avec les côtés de ces mêmes faces.

On peut concevoir maintenant pourquoi, dans l'ordre des combinaifons, il faut fupprimer la quantité a' , ou celle qui donne des décroiffemens par une rangée de molécules fur l'angle inférieur p (*fig. 84*) des lames de superposition. Car foient $ANGB$, $ABCO$ (*fig. 85*), deux des faces qui fe réuniffent trois à trois autour du fommeit fupérieur A d'un noyau de fpath calcaire, & $BGDC$ l'une des faces qui fe réuniffent autour du fommeit inférieur D du même noyau. Nous avons vu (24) que quand les lames de superposition décroiffent vers leur angle $GB C$ ou BCO par deux rangées de molécules, les facettes, produites par ces décroiffemens, avoient une pofition

verticale ; d'où il suit qu'une loi de décroissement dont l'action seroit plus lente, telle que celle qui auroit lieu dans le cas des décroissemens par une rangée, donneroit des faces, dont la position indiquée ici par les lignes BR , CQ , divergeroit par rapport à l'axe AD du noyau (a). Donc les plans qui passeroient par ces faces formeroient, en s'entrecoupant, des angles rentrans. Or, j'ai déjà remarqué (70) que les loix primitives de la Crystallisation paroissent exclure tout angle rentrant dans les crystaux. Ainsi la combinaison dont il s'agit ne peut avoir lieu, même en la supposant réunie avec une autre combinaison ; ce qui seroit nécessaire, puisque, sans cela, le crystal ne seroit terminé dans aucune de ses deux extrémités, son axe étant

(a) Les lames du spath calcaire rhomboïdal à sommets aigus (35) varient, à la vérité, par des soustractions d'une rangée de molécules sur leur angle inférieur. Mais il faut bien observer que ces soustractions se font en allant de la surface du crystal au noyau ; d'où il résulte que si l'on considère ces mêmes lames depuis le noyau, elles subissent de véritables accroissemens, qui ne sont que l'effet nécessaire des décroissemens par les angles latéraux. Voyez la structure du spath dont il s'agit.

infini, à cause de la divergence des faces à l'égard de cet axe.

Parmi les 1019 combinaisons dont le spath calcaire est susceptible, il n'y en a guères que trente qui soient connues, à en juger par les descriptions des Auteurs qui ont donné sur cette matière les détails les plus amples. Il est vraisemblable qu'on en découvrira de nouvelles: mais je présume que le nombre des faces se trouvera limité; & il n'y a guères d'apparence que les dix positions que donneroit l'ensemble des quantités mentionnées se rencontrent toutes dans un même crystal, attendu qu'il faudroit qu'un grand nombre de circonstances concourussent, ce me semble, pour produire un effet aussi compliqué. C'est à l'observation à nous apprendre quelles sont les limites jusqu'où s'étend la marche de la Nature dans les variations dont cette marche est susceptible.

87. Je vais maintenant donner un exemple d'une structure relative à une modification de forme que je n'ai point encore observée jusqu'ici dans les spaths calcaires, & que je ne sache pas qu'aucun Auteur ait décrite.

Concevons que les lames appliquées sur un noyau rhomboïdal de spath d'Islande décrois-

sent seulement dans leur angle supérieur A (*fig. 86*), par deux rangées de molécules. Les faces produites par ces décroissemens resteront contiguës aux deux sommets de l'axe, & feront, avec cet axe, un angle beaucoup plus ouvert que celui qui est formé par les faces du noyau avec le même axe. En considérant ces faces comme autant de plans qui s'entre-coupent, il sera aisé de voir, avec un peu d'attention, que leur assortiment doit produire un rhomboïde très-applati, dont il s'agit maintenant d'examiner la structure, & de déterminer les angles plans.

Soit $ADFP$ (*fig. 87*) une des faces qui se réunissent trois à trois au sommet A de ce rhomboïde, & soient $DFGN$, $PFGE$, deux faces de la partie inférieure du crystal, G étant le sommet opposé. Ce crystal ne pouvant être divisé que parallèlement aux faces du noyau, les plans coupans détacheront d'abord des lames triangulaires, telles que hrk , BzO , &c. dont l'inclinaison, par rapport à l'axe, sera tournée vers le sommet A . La structure d'une de ces lames est indiquée par la position des rhombes qui occupent la surface du triangle hmk (*fig. 86*), où l'on voit que les lignes hm , mk , sont dirigées de manière qu'entre leurs intersections him , avec les rhombes

composans , il y a toujours deux de ces rhombes interceptés ; ce qui est une suite de la loi des décroiffemens par deux rangées de molécules. Au-delà des milieux B , O , &c. (*fig. 87*) des côtés DF , PF , &c. , où les sections voisines se touchent , ces sections s'entre-couperont de manière que les angles B , O , des triangles BmO (*fig. 86*) disparaîtront , & que ces triangles prendront des figures pentagones , telles que *acmnd* , & passeront par degrés à la figure du triangle *bmg* (*a*). Alors on aura un solide à douze faces triangulaires , dont six semblables entr'elles , & représentées par le triangle ARS (*fig. 87*) , seront les résidus des faces ordinaires du rhomboïde que nous considérons ici ; & les six autres , telles que *bmg* (*fig. 86*) , seront semblables à des moitiés de

(*a*) Les lignes qui forment ici le pentagone *acmnd* , indiquent seulement les positions respectives , & non les dimensions des côtés de ce même pentagone ; car comme il s'accroît en hauteur , non-seulement vers sa base , mais aussi vers son sommet *m* , à mesure que l'on détache de nouvelles lames , il est aisé de concevoir que les sections *ac* , *dn* sont plus éloignées l'une de l'autre que dans la figure ; en sorte que quand le pentagone est parvenu à la figure du triangle *bmg* , la base *bg* de ce triangle doit être conçue comme étant encore égale à la ligne BO.

rhombes

rhombes du spath d'Islande. Au-delà des points $R, S, \&c.$ (*fig. 87*), les sections intercepteront des pentagones $oxmyz$ (*fig. 86*), qui retourneront par degrés à la figure du rhombe $stmu$; & à ce terme, le noyau du solide paroîtra à découvert.

Telle est la structure de ce rhomboïde, qui, s'il existoit, seroit le quatrième dans le genre des spaths calcaires. On n'en peut point imaginer d'autre, en n'admettant que les loix de décroissement par une ou par deux rangées de molécules.

88. Cherchons maintenant la valeur des angles plans de ce rhomboïde. Soit $aopg$ (*fig. 88*) une coupe du noyau semblable au quadrilatère $abdg$ de la *Pl. III, fig. 24*; c'est-à-dire, formée par les petites diagonales ag, op , de deux faces opposées de ce noyau, & par les côtés ou les arêtes ao, pg , comprises entre ces diagonales. Prolongeons pg jusqu'à ce que l'on ait $gc = pg$; menons acr prolongée indéfiniment; puis ayant coupé l'axe ap en trois parties égales aux points n, h , menons sur cet axe les perpendiculaires nc, hr , jusqu'à la rencontre de la ligne acr . Soit amt le triangle mesurateur, les décroissemens se faisant ici par deux rangées de molécules, am sera (14) la petite diagonale

entière d'une de ces molécules, & mt l'une des arêtes. On aura donc (30) $am = 2\sqrt{2} =$

$\sqrt{8}$, & $mt = \sqrt{5}$. Or, à cause des triangles semblables amt , agc , nous pouvons

faire aussi $ag = \sqrt{8}$, & $gc = \sqrt{5}$. Maintenant les triangles pgh , pcn , qui sont aussi semblables, donnent $pg : ph :: pc : pn$.

Substituant (30), on aura $\sqrt{5} : 1 ::$

$2\sqrt{5} : pn = 2$. Donc $cn = \sqrt{pc^2 - pn^2}$

$= \sqrt{20 - 4} = 4$. De plus, nous avons vu (35), que $ap = 3$. Donc $pn = 2$, & $an = 1$.

Donc $ac = \sqrt{cn^2 + an^2} = \sqrt{16 + 1} =$

$\sqrt{17}$. $hr = 2cn = 8$; & $ar = \sqrt{hr^2 + ah^2}$

$= \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$; enfin $pr = \sqrt{hr^2 + ph^2}$

$= \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$. Or, dans tout

rhomboïde, l'extrémité de la petite diagonale se trouve toujours à la même hauteur que le point h , qui est aux deux tiers de l'axe.

Donc ar fera ici cette diagonale, & ps sera l'une des arêtes du rhomboïde; donc dans ce solide la petite diagonale est au côté, dans le rapport de $\sqrt{68}$ à $\sqrt{65}$. Soit $ADFP$ (fig. 89)

Sur une des faces du rhomboïde, on aura $AD = \sqrt{65}$, $AC = \frac{1}{2} \sqrt{68} = \sqrt{17}$, & par conséquent $DC = \sqrt{65-17} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Résolvant le triangle rectangle ADC , d'après ces données, on trouvera pour le logarithme de l'angle $DA C$ le nombre 99341639, qui répond à $59^{\circ} 14' 32''$; d'où il suit que l'angle obtus DAP est de $118^{\circ} 29' 4''$, & l'angle aigu ADP de $61^{\circ} 30' 56''$.

89. On pourroit, en imaginant d'autres combinaisons, déterminer de nouvelles formes analogues à celles qui sont déjà connues. J'ai prouvé (22) que quand les lames qui s'appliquent sur le noyau décroissoient continuellement dans leurs bords supérieurs AB , AO (*fig. 86*), par la soustraction d'une rangée de molécules, il en résulteroit un rhomboïde à sommets plus obtus que ceux du spath d'Islande, mais moins que ceux du rhomboïde que nous venons de considérer. Supposons maintenant que les lames de superposition décroissent vers les mêmes bords par des soustractions de deux rangées de molécules. Ces décroissemens produiront un solide $SGNRTH$ (*fig. 90*) à douze faces triangulaires isocèles, toutes égales entr'elles, & dont l'angle au sommet CGR ou HGC , ou, &c., sera de $53^{\circ} 7' 48''$, comme

on peut s'en convaincre en calculant cet angle, d'après la loi de décroissement indiquée. Nous avons déjà dans le spath calcaire un crystal à deux pyramides exaèdres (33), mais dont les faces sont des triangles scalènes. Le solide dont il s'agit ici se divisera par des sections *abcd*, faites parallèlement au plan qui seroit censé passer par les arêtes *GH*, *GR*, lesquelles sont celles du noyau lui-même. Il sera facile de concevoir tout le reste, en faisant attention à la structure qui doit résulter des décroissemens dont j'ai parlé.

90. Il peut même arriver que deux formes tout-à fait semblables se trouvent dans le même genre avec des structures différentes. Concevons des lames qui décroissent vers leurs bords inférieurs *BC*, *OC* (*fig. 86*), par une rangée de molécules. Ces lames, en s'appliquant sur le noyau, produiront un solide à six faces verticales, qui seront des parallélogrammes obliques *conr*, *rnts* (*fig. 91*), terminé par deux sommets, dont chacun sera formé de trois rhombes, tels que *acrs*, semblables à ceux du noyau. Ce crystal existe en effet, & a été décrit par M. Bergmann dans l'Ouvrage cité N°. 27. Maintenant, si les lames de superposition décroissent en même temps vers leurs angles supérieurs, tels que *a*, par une

rangée de molécules, ces décroissemens produiront des faces horizontales, aux deux extrémités du solide, qui seroit alors entièrement semblable au prisme à six pans rectangles du N^o. 28 : mais ce solide se diviseroit par des sections obliques sur les arêtes verticales, telles que *bd*, *rn*, & non pas sur les arêtes formées par les côtés de l'exagone, comme dans le prisme dont je viens de parler. On voit par-là de combien de variétés la Crystallisation est susceptible.

Au reste, quoique les formes des cristaux soient déjà très-multipliées, & qu'il y ait lieu de présumer, d'après tout ce que je viens de dire, qu'on en découvrira encore un grand nombre par la suite, cette considération ne doit point faire naître contre la Crystallographie un préjugé aussi injuste, j'ose le dire, qu'il seroit nuisible aux progrès de la science des minéraux, puisqu'il nous en feroit négliger un des points de vue les plus intéressans & les plus curieux. Efforçons-nous plutôt de voir la Nature telle qu'elle est, d'en simplifier l'étude, en la soumettant à des principes fixes & constans, & de faire disparoître une partie des difficultés qu'entraîne cette étude, en liant les détails les uns aux autres par les vues les plus générales auxquelles nous permette de

230. DE LA STRUCTURE DES CRYSTAUX,
nous élever le peu de connoissance que nous
avons des causes ultérieures auxquelles le Créa-
teur a soumis les différens phénomènes de l'Uni-
vers.

E I N.

T A B L E

D E S M A T I E R E S.

A

ACCROISSEMENT DES CRYSTAUX. En quoi il diffère de leur structure, *pages 55 & 56.*
Id. pag. 209.

ALVÉOLE DES ABEILLES. Sa forme a beaucoup de rapport avec celle du Grenat dodécaèdre, *p. 185.*
Voyez la Note.

AMÉTHISTE (fausse), *pag. 135.*

ANGLES DES CRYSTAUX. Ne peuvent être déterminés avec précision qu'à l'aide de la Géométrie, *p. 27, Note 1.* Principes qui fournissent des données pour les évaluer ; *p. 25.*

B

BLENDE. La forme primitive de ses cristaux & des molécules qui les composent, est très-probablement la même que dans les Grenats, *p. 186 & suiv.*

C

CRYSTALLISATION. Idée générale de cette opération de la Nature, *p. 1 & 2.*

CRYSTALLOGRAPHIE. Difficultés que présente l'étude de cette Science, *p. 3 & suiv.* Ne peut être la base d'un système de Minéralogie, *p. 5.*

CRYSTAUX. Ce qu'on entend par ce terme, *p.* 2.
Id. *p.* 48. Leur noyau, *p.* 11 & *suiv.* *Id.* *p.* 51 &
suiv. Leurs formes primitives, *p.* 49 & 50. Leurs
 formes secondaires, *p.* 50. Leur division mécanique,
p. 10. *Id.* *p.* 50 & *suiv.* Loix de décroissement, aux-
 quelles leur structure est assujettie, *p.* 21 & *suiv.*
Id. *p.* 56 & *suiv.* Leur accroissement doit être dis-
 tingué de leur structure, *p.* 55 & 56. *Id.* *p.* 209.

D

DÉCROISSEMENS. Voyez LOIX.

E

ÉMERAUDE (fausse), *p.* 135.

F

FACETTES SURNUMÉRAIRES DES CRYSTAUX.
 Leur explication, *p.* 30.

FELDT-SPATH. Voyez SPATH ÉTINCELANT.

FORME PRIMITIVE DES CRYSTAUX. Existe
 comme noyau dans toutes les variétés d'un même
 genre, *p.* 10 & *suiv.* *Id.* *p.* 51 & *suiv.* On ne peut
 établir aucune méthode avantageuse en Crystallogra-
 phie, sans partir de la vraie forme primitive des
 Crystaux, *p.* 31 & *suiv.*

FORMES DES CRYSTAUX. Combien elles sont
 variées, *p.* 3 & 4. Nombre des formes possibles dans le
 genre du Spath calcaire, *p.* 217 & *suiv.*

FORMES SECONDAIRES DES CRYSTAUX,
p. 50. Peuvent être regardées comme des variétés
 par excès ou par défaut de la forme primitive, *p.* 34
 & 35.

G

GÉOMÉTRIE. Nécessité d'en faire usage dans une théorie sur les Crystaux, *p. 9. Id. p. 17 & 18.* Son utilité pour l'évaluation des angles, *p. 27, Note 1.*

GREMAT. Structure de ses Crystaux & loix de décroissement auxquelles elle est assujettie, *p. 169 & suiv.*
Le Grenat dodécaèdre est de tous les solides à douze plans rhombes, celui qui donne le *minimum* de surface, *p. 185, Note a.*

GRÈS CRYSTALLISÉ DE FONTAINEBLEAU. A quelle variété de Spath calcaire il se rapporte, *p. 205.*

GYPSE. Structure de ses Crystaux & loix que subissent ses lames composantes, *p. 146 & suiv.*

H

HYACINTE DES VOLCANS. Conjecture sur la structure de cette Pierre, *p. 59, Note 1.*

L

LOIX DE DÉCROISSEMENT AUXQUELLES EST SOUMISE LA FORMATION DES CRYSTAUX, *p. 21 & suiv. Id. p. 56 & suiv.*

M

MÉTHODES POUR DÉTERMINER LA GRADATION DES FORMES DANS LES CRYSTAUX.

Sur quels principes elles doivent être fondées, *p. 31.*

MINÉRAUX. Comparaison de leur étude avec celle des Animaux & des Végétaux, *p. 2 & suiv.*

MOLÉCULES CONSTITUANTES DES CRYSTAUX. Leur définition, *p. 48 & 49.* Moyens employés dans cet Ouvrage pour déterminer leur véritable forme, *p. 18 & suiv.*

Q

N

NOYAU DES CRYTAUX, *p.* 11 & *suiv.* *Id.* *p.* 51 & *suiv.*

O

ORGANISATION. Les minéraux en sont absolument dépourvus, *p.* 48.

P

PESANTEURS SPÉCIFIQUES DE QUELQUES SPATHS FLUORS PESANS ET CALCAIRES, d'après M. Briffon, *p.* 118.

PHOSPHORES. Propriété des Spaths fluors & des Spaths pesans, considérés comme Phosphores, *p.* 119. & 134.

PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES DU SPATH CALCAIRE A DEUX PYRAMIDES EXAÈDRES, *p.* 102.

R

RHOMBOÏDES. Ce qu'on doit entendre par ce terme dans cet Ouvrage, *p.* 49, Note 1.

RUBIS (faux), *p.* 135.

S

SEL MARIN. Ses molécules sont de vrais cubes, & non de simples lames quarrées, *p.* 19 & 20. Structure du Sel marin octaèdre, & loix de décroissement qu'elle subit, *p.* 60 & *suiv.* Sa différence d'avec celle des Spaths fluors, *p.* 145.

SÉLÉNITE. Voyez GYPSE.

SÉRIES RÉCURRENTES. Voyez SUITES.

SPATH CALCAIRE. Ses molécules sont des rhomboïdes parfaits, *p.* 19 & 20. Structure de ses crystaux & loix auxquelles elle est soumise, *p.* 75 & *suiv.* Calcul

du nombre des formes qu'il est susceptible de recevoir, *p.* 217 & *suiv.* Exemples de quelques-unes de ces formes, qui n'ont pas encore été observées, *p.* 222 & *suiv.*

SPATH ÉTINCELANT. Remarque sur la forme exacte de ses molécules, *p.* 124, Note *a.*

SPATH FLUOR. Structure de ses cristaux, *p.* 134 & *suiv.* Difficulté de déterminer la forme de ses molécules constituantes, *p.* 139 & *suiv.*

SPATH PERLÉ. Il est un vrai Spath calcaire, *p.* 116 & *suiv.*

SPATH PESANT. Structure de ses cristaux, & loix de décroissement auxquelles elle est soumise, *p.* 119 & *suiv.*

SPATH SÉLÉNITEUX. Voyez SPATH PESANT.

STRIES ET AUTRES INÉGALITÉS QUI EXISTENT SUR LA SURFACE DES CRYSTAUX. *p.* 15. *Id.* *p.* 65 & *suiv.*

STRUCTURE DES CRYSTAUX, *p.* 9. *Id.* *p.* 47 & 48. Difficulté de la ramener à l'uniformité, *p.* 13 & *suiv.* *Id.* *p.* 62 & *suiv.* Hypothèse qui lève cette difficulté, *p.* 15 & *suiv.* *Id.* *p.* 64 & *suiv.* Combien il est important de prendre la structure pour guide dans la Crystallographie, *p.* 31 & *suiv.*

SUITES RÉCURRENTES. Exemples de l'usage que l'on en peut faire dans l'étude des Cristaux, *p.* 137 & 213.

T

TOPAZES DE SAXE ET DU BRÉSIL. Structure de leurs cristaux & loix auxquelles elle est soumise, *p.* 188 & *suiv.*

236 TABLE DES MATIÈRES.

TRIANGLE MENSURATEUR. Son usage pour déterminer les loix de décroissement dans les Crystaux, p. 71.

V

VÉGÉTAUX. Leur étude comparée avec celle des Minéraux, p. 2 & suiv.

Fin de la Table des Matières.

Figure 1^e

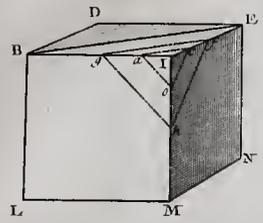


Fig. 2.

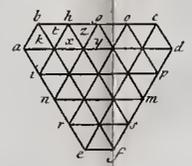


Fig. 3.

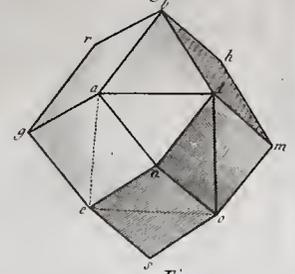


Fig. 4.

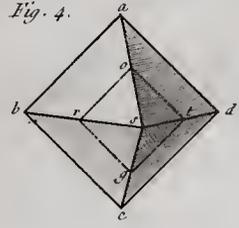


Fig. 5.

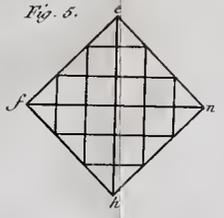


Fig. 7.

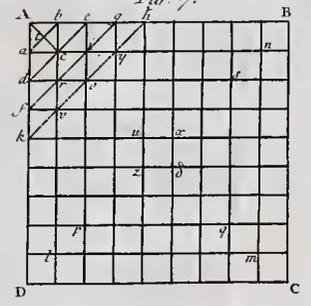


Fig. 6.

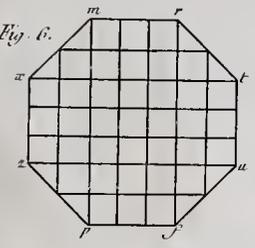


Fig. 8.

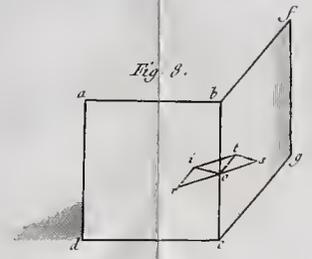
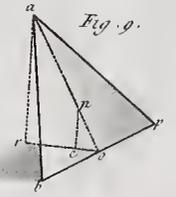
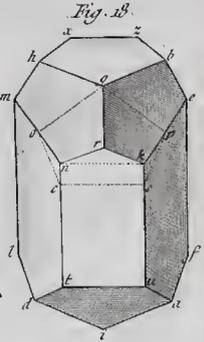
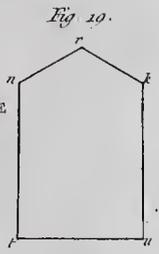
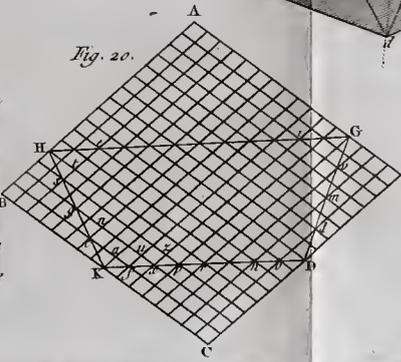
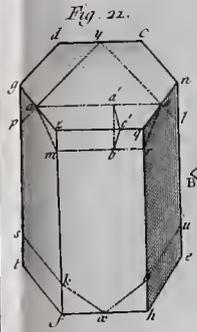
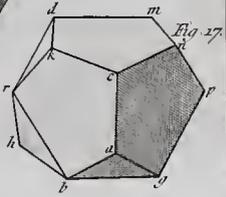
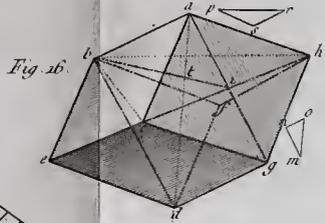
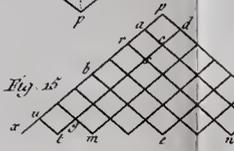
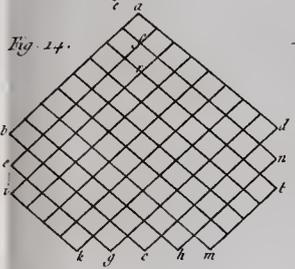
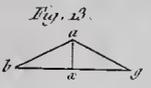
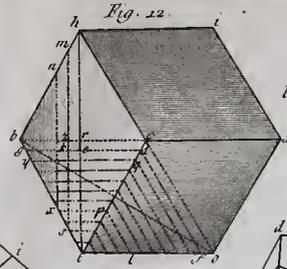
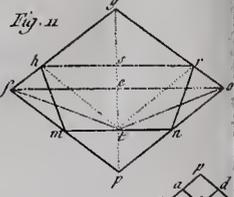
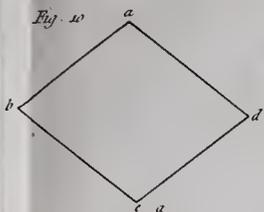


Fig. 9.







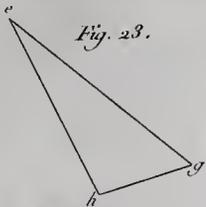


Fig. 23.

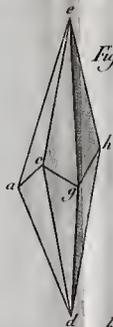


Fig. 22.

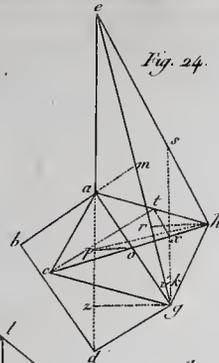


Fig. 24.

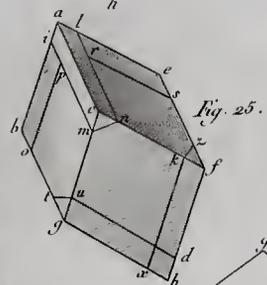


Fig. 25.

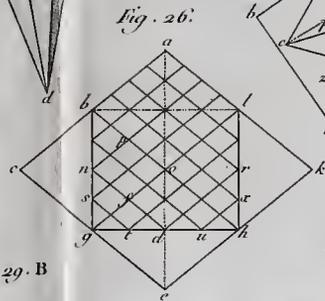


Fig. 26.

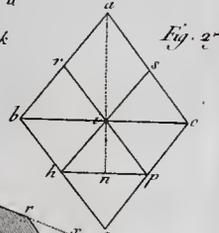


Fig. 27.

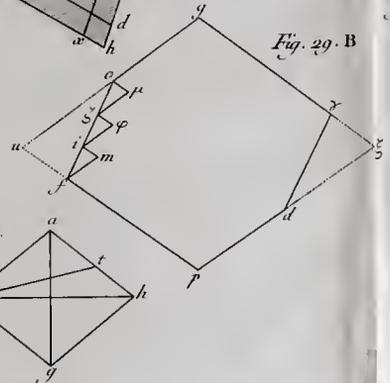


Fig. 29. B

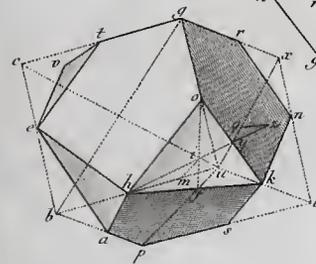


Fig. 29 A.

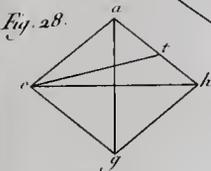


Fig. 28.

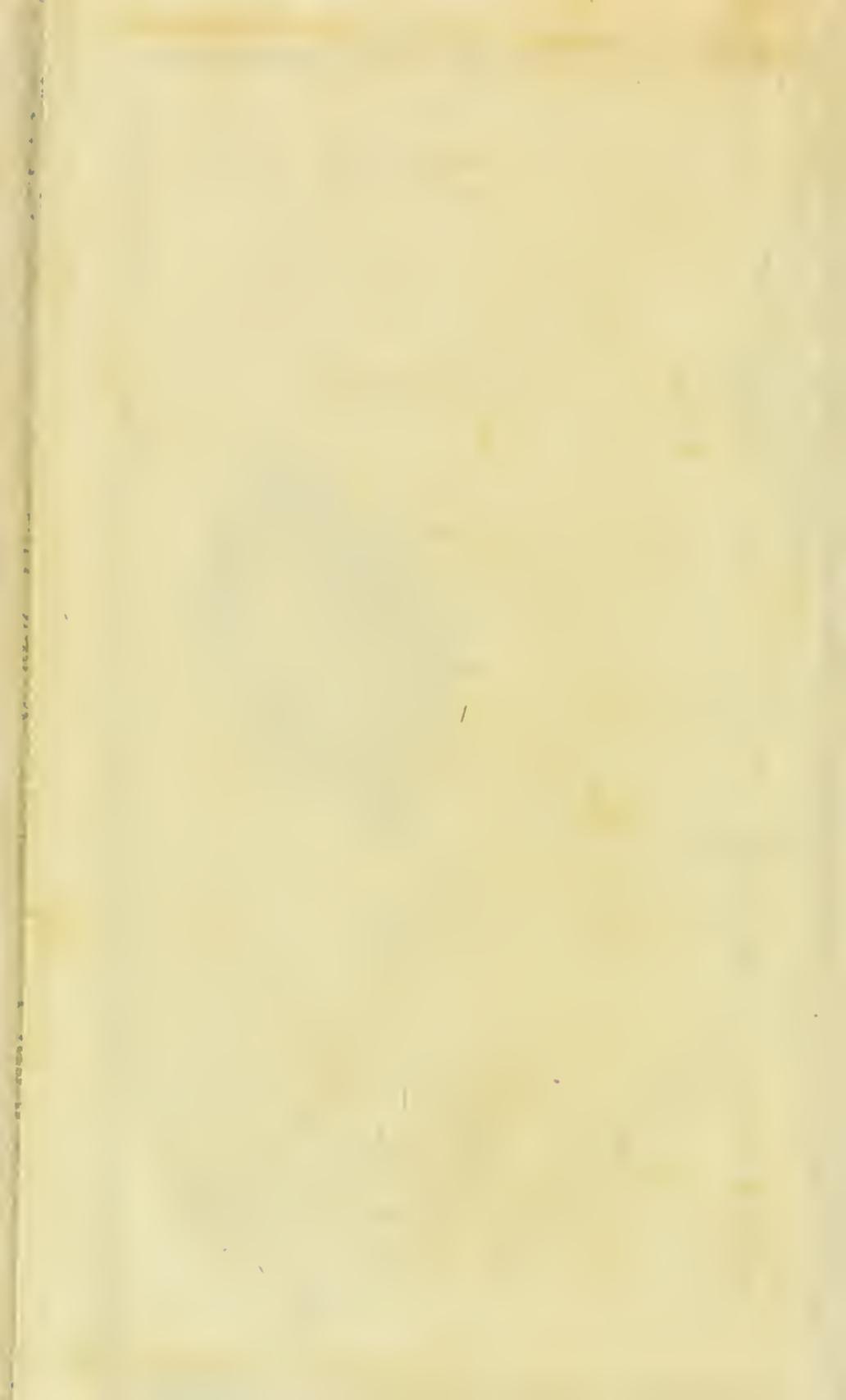


Fig. 30.

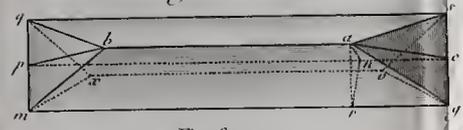


Fig. 31.

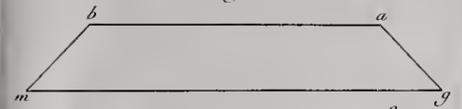


Fig. 34.



Fig. 35.



Fig. 32.

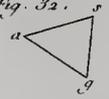


Fig. 39.

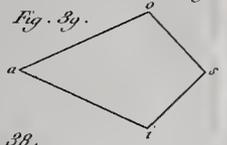


Fig. 33.

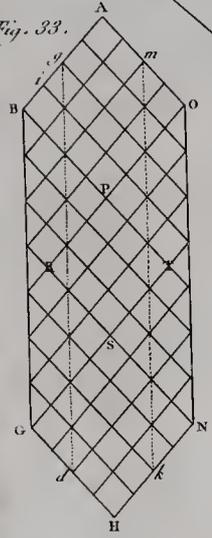


Fig. 36.

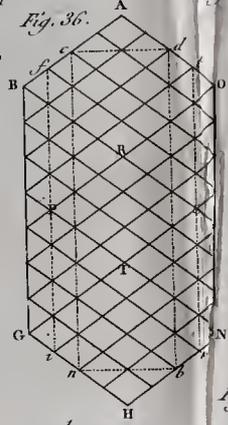


Fig. 35.



Fig. 38.

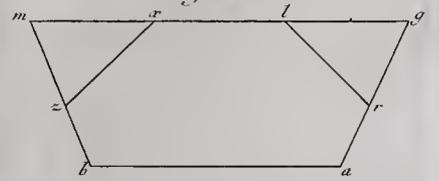


Fig. 40.

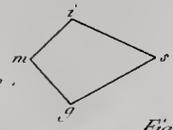


Fig. 42.

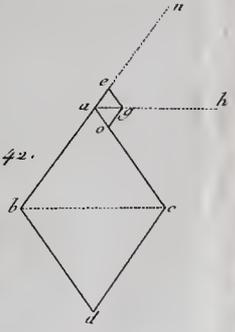


Fig. 41.

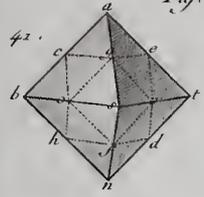
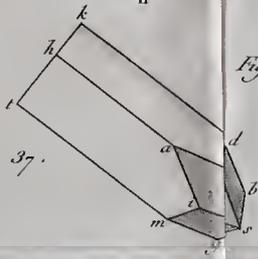


Fig. 37.



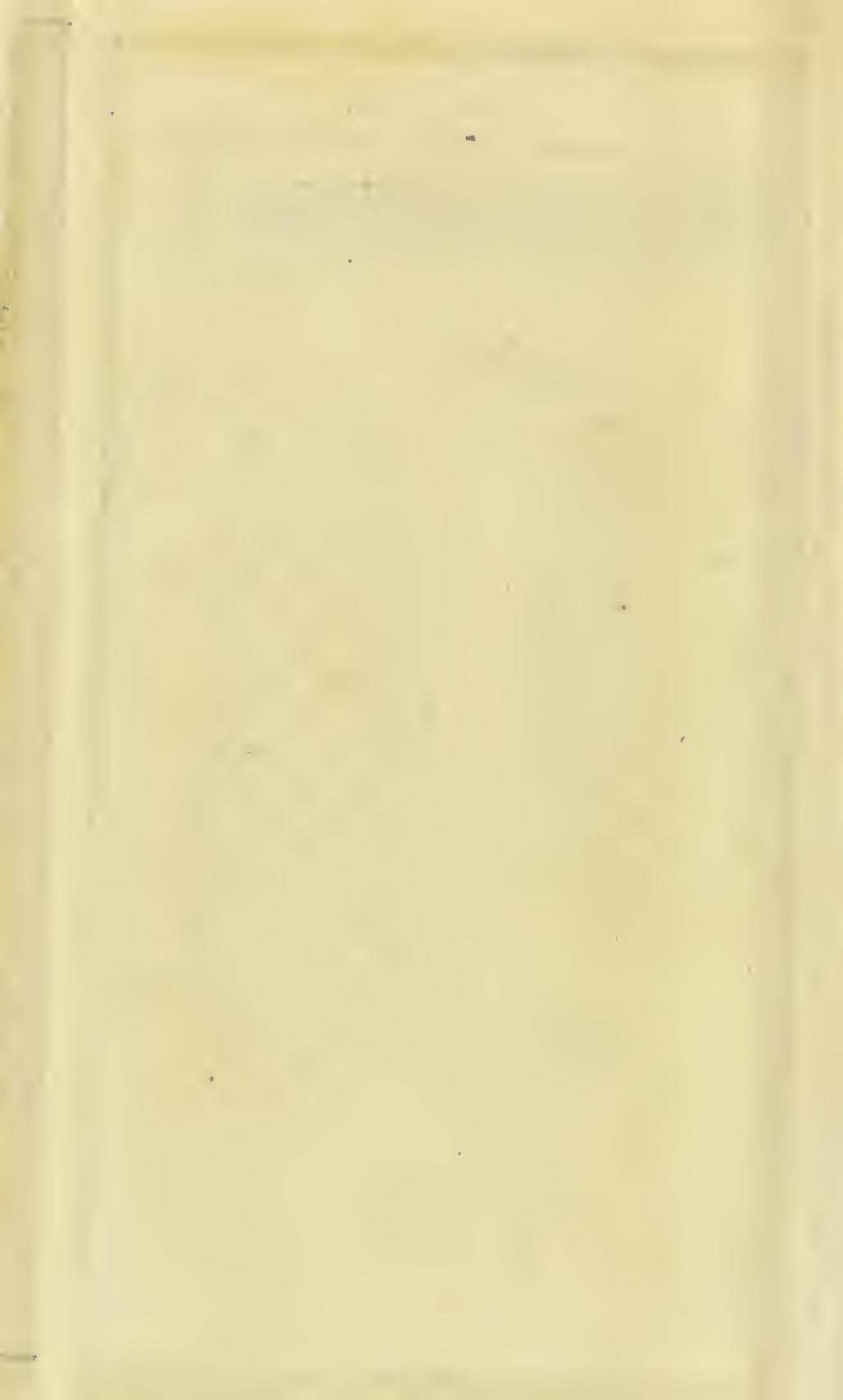


Fig. 43.

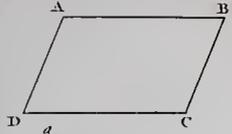


Fig. 44.



Fig. 45.

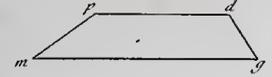


Fig. 48.

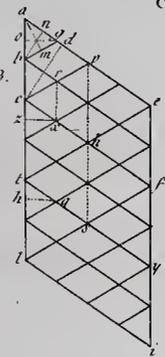


Fig. 47.

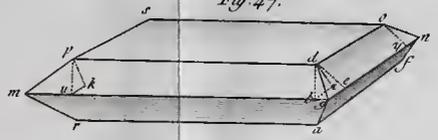


Fig. 46.

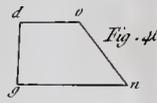


Fig. 51.

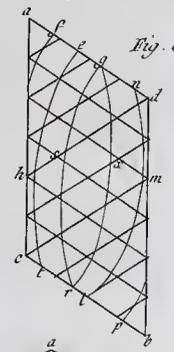


Fig. 49.



Fig. 50.



Fig. 53.

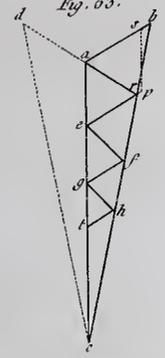


Fig. 52.

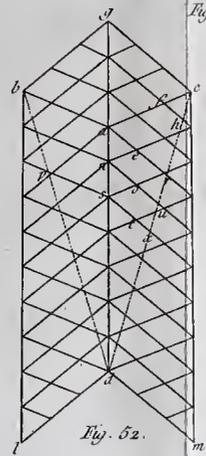


Fig. 54.



Fig. 55.

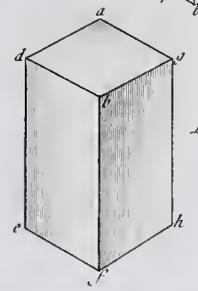


Fig. 54.

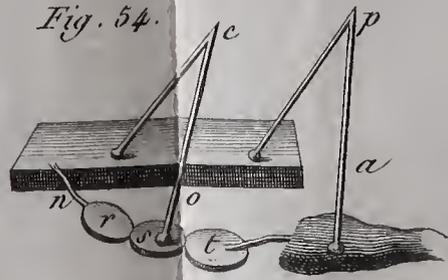


Fig. 55.

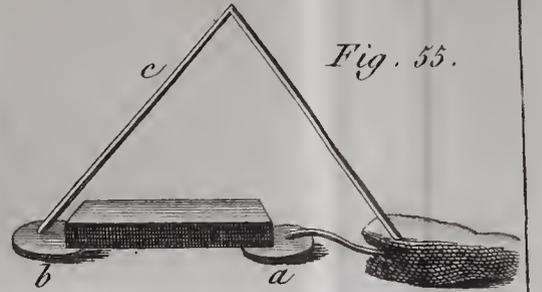


Fig. 56.

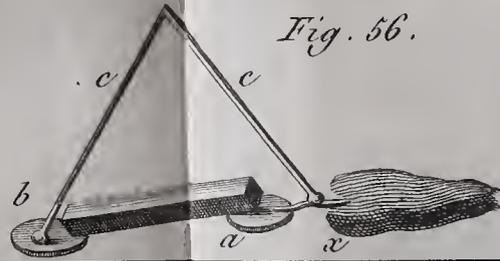


Fig. 57.

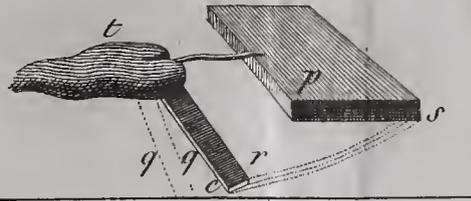


Fig. 58.

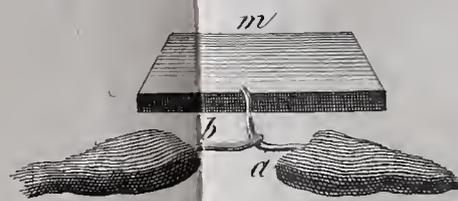


Fig. 59.

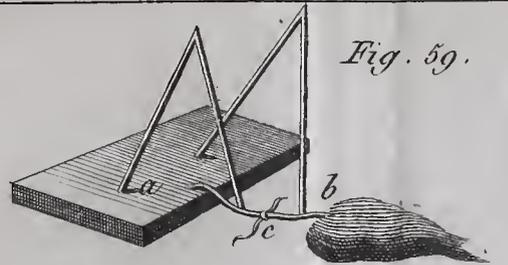


Fig. 60.

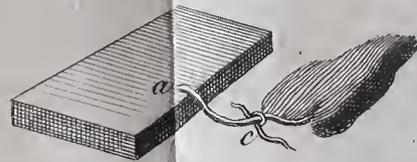


Fig. 62.



Fig. 63.

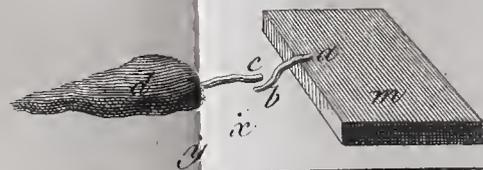


Fig. 62.

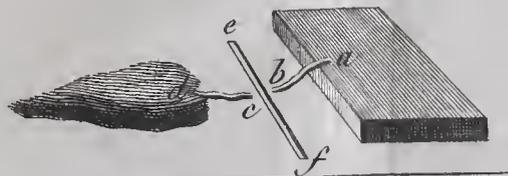


Fig. 64.



Fig. 65.

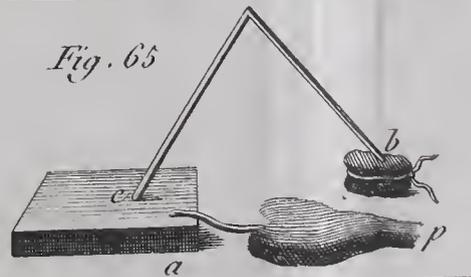


Fig. 65.



Fig. 66.

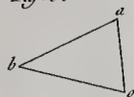


Fig. 67.



Fig. 68.



Fig. 69.

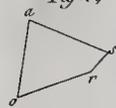


Fig. 70.

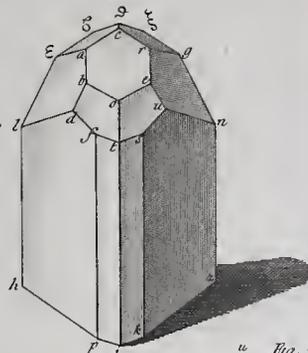


Fig. 71.

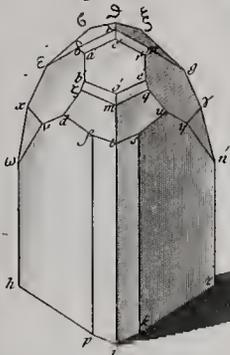


Fig. 72.

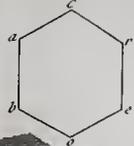


Fig. 73.



Fig. 74.



Fig. 76.

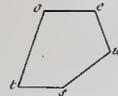


Fig. 76.



Fig. 77.



Fig. 78.

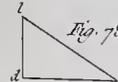


Fig. 79.

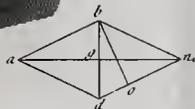


Fig. 80.



Fig. 81.

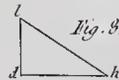


Fig. 82.

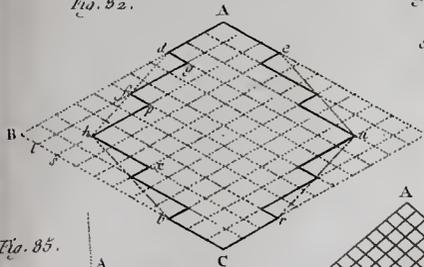


Fig. 83.

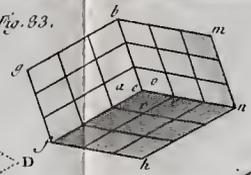


Fig. 84.

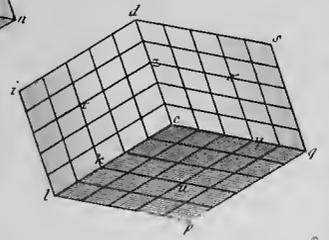


Fig. 85.

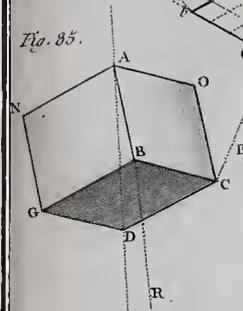


Fig. 86.

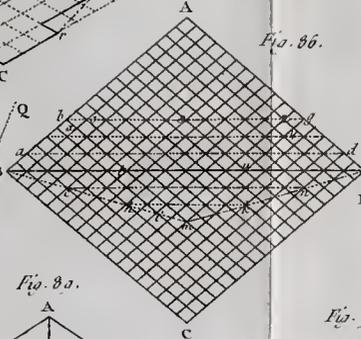


Fig. 87.

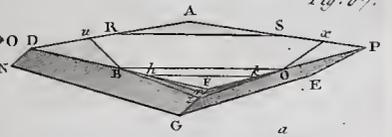


Fig. 88.

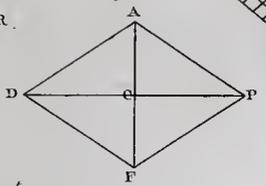


Fig. 89.

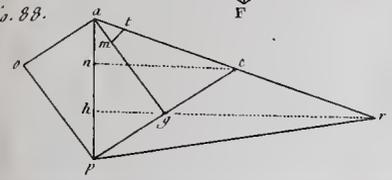


Fig. 90.

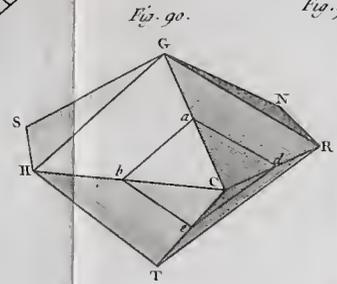
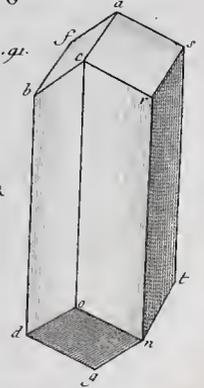
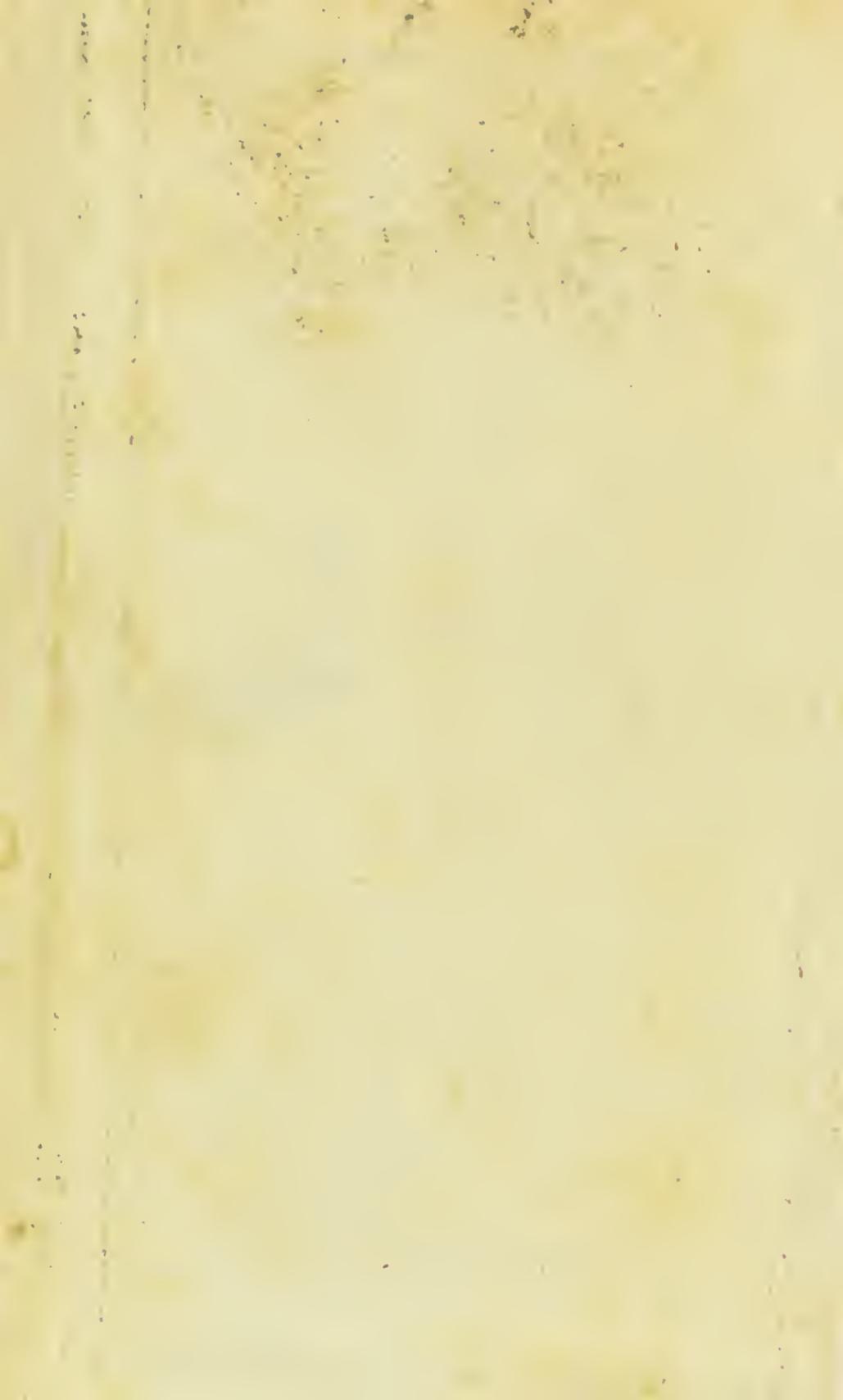


Fig. 91.



Boissier del.

Sellier Sculp.



1. 2
t





