

The University of Chicago
Libraries



EXCHANGE

The University of Chicago
Libraries



EXCHANGE

AC 821
43

Hamburg. Deutsche Seewarte

| Aus dem

Archiv der Deutschen Seewarte. \

XXI. Jahrgang: 1898.

Herausgegeben

von

der Direktion der Seewarte.



Verlagsgesellschaft, L. G.

HAMBURG, 1899.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

AC 801
43

Hamburg Deutsche Seewarte

| Aus dem

Archiv der Deutschen Seewarte. \

XXI. Jahrgang: 1898.

Herausgegeben

von

der Direktion der Seewarte.



Carlshagen Druckerei, L. G.

HAMBURG, 1899.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

QC 801

.H3

v. 21

INHALT.

- No. **1.** Ueber die Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben mit Hilfe der Tabelle der Meridionaltheile (der „Mercator'schen Funktion“). Von Prof. Dr. *C. Börgen*.
- No. **2.** Der Magnetische Zustand der Erde zur Epoche 1885.0, analytisch dargestellt von Dr. *Adolf Schmidt*.
- No. **3.** Untersuchungen über die Bewölkungs-Verhältnisse in Tiflis. Von Dr. *C. Kassner*. (Mit einer autograph. Kurven-Tafel).
- No. **4.** Die Stürme und die Sturmwarnungen an der Deutschen Küste in den Jahren von 1886 bis 1895. Von Dr. *L. Grossmann*.
- No. **5.** Neuere Bestimmungen über das Verhältniss zwischen der Windgeschwindigkeit und Beaufort's Stärkeskala. Von Prof. Dr. *W. Köppen*.



Physics
Enc. obs. h. C.

QC 801

.H3

AUS DEM
ARCHIV DER DEUTSCHEN SEEWARTE.

XXI. Jahrgang 1898.

Herausgegeben von der Direktion der Seewarte.

No. 1.

Ueber die

Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben

mit Hilfe der Tabelle der Meridionaltheile (der „Mercator'schen Funktion“).

Von

Prof. Dr. **C. Börgen.**

Vorstand des Kaiserlichen Marine-Observatoriums zu Wilhelmshaven.



HAMBURG, 1898.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona



Ueber die Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben

mit Hilfe der Tabelle der Meridionaltheile (der „Mercator'schen Funktion“).

Von Prof. Dr. C. Bürgen.

In neuerer Zeit macht sich in nautischen Kreisen mehr und mehr das Bestreben geltend, die allzu grosse Fülle der zur Erleichterung der astronomischen Rechnungen konstruirten Tabellen soviel wie möglich einzuschränken und namentlich die bisher üblichen logarithmisch-trigonometrischen Tabellen durch eine einzige Tafel, die der Meridionaltheile, zu ersetzen. In der That ist der Rechner, welcher eine Tabelle benutzt, in welcher nebeneinander die Logarithmen von 6 Funktionen (*sin.*, *cosec.*, *tang.*, *cotang.*, *sec.*, *csc.*) stehen, viel leichter einem Irrthum angesetzt als derjenige, welcher nur mit einer oder höchstens zwei Funktionen zu thun hat. Da zu der erwähnten logarithmisch-trigonometrischen Tabelle in der Regel noch eine besondere Tabelle für die Grösse $\log \sin \frac{1}{2} t^2$ von gleicher bis $1\frac{1}{2}$ facher Ansehnung hinzukommt, so hat der Schiffsoffizier bei seinen Rechnungen über eine sehr beträchtliche Anzahl von Seiten hin- und herzublätern (nngerechnet die meist vorhandene Tabelle der Logarithmen des *sinus* kleiner Winkel 90 his 109 Seiten), während die Tabelle der Meridionaltheile, von Minute zu Minute herrechnet, nur 9. und wenn für 2 Grade die Werthe von 0.1 zu 0.1 Minuten gegeben werden, 11 Seiten umfasst. Der Ersatz der erstgenannten Tafeln durch die Tabelle der Meridionaltheile bedeutet demnach eine nicht zu unterschätzende Vereinfachung und Beschleunigung der Operationen. Aber dies ist nicht der einzige Vortheil, welchen die Anwendung der Meridionaltheile bei nautisch-astronomischen Rechnungen gewährt. Bei den meisten dieser Rechnungen sind nach den gewöhnlichen Methoden die Logarithmen mehrerer (3 bis 5 oder 6) verschiedener trigonometrischer Funktionen algebraisch zu addiren und ist somit viel Gelegenheit zu Irrthum gegeben; beim Rechnen mit den Meridionaltheilen hat man, ausser in einem besonderen Falle, niemals mehr als zwei Zahlen zu addiren oder zu subtrahiren, und man hat in der Form, in welcher im nachfolgenden die Rechnungsvorschriften gegeben werden sollen, nur mit zwei Funktionen zu thun, nämlich mit dem einem Winkel direkt und dem seiner Ergänzung zu 90° entsprechenden Meridionaltheil (der Funktion und der Kofunktion), welche nebeneinander stehend, den Uebergang von der einen zur andern, welcher fortwährend notwendig ist, zu einer sehr einfachen Operation maehen, ohne dass man genöthigt wäre, erst den entsprechenden Winkel zu entnehmen. Auch werden bei Anwendung der Meridionaltheile die Rechnungsvorschriften meistens (nicht immer) erheblich einfacher als bei der Rechnung mit trigonometrischen Funktionen, doch ist dies, obwohl gewiss ein nicht zu unterschätzender Vortheil, nicht der Hauptvorzug, welcher vielmehr in der grösseren Gleichmässigkeit, Uebersichtlichkeit und Einfachheit der Operationen liegt. Endlich kann gegenüber dem Rechnen mit den trigonometrischen Funktionen noch der Vorzug angeführt werden, dass die Rechnung innerhalb der Grenze der in der Tabelle gegebenen Stellen der Funktionswerthe für alle Winkel genau ist und man daher nicht genöthigt ist, verschiedene Formeln zu benutzen, wenn der Winkel sich dem Werthe 0° oder 90° nähert, in welchen Fällen Formeln, die die gesuchte Grösse mittels des *cos* resp. des *sin* geben, unbrauchbar werden.

Die Erkenntniss dieser Vorzüge hat denn auch seit einem Jahrzehnt zur Empfehlung der Anwendung der Meridionaltheile, oder wie Verfasser sie lieber nennen möchte, weil die Tabelle dabei nicht für die Breite allein, sondern für beliebige Winkel gebraucht wird, der „Mercator'schen Funktion“, auf nautisch-astronomische Probleme geführt, und namentlich neuerdings sind einige Schriften erschienen, welche hierfür

von besonderer Bedeutung sind. Auch drängt die sich immer mehr steigernde Geschwindigkeit der Schiffe dazu, keine Gelegenheit zu einer Ortsbestimmung vorübergehen zu lassen; es ist deshalb für die Schiffsoffiziere von wesentlicher Bedeutung, dass die erforderlichen Rechnungen so einfach und wenig zeitraubend sind wie möglich. Jede beobachtete Höhe eines Gestirns giebt bei bekannter Breite den Stundenwinkel und das Azimut des Gestirns und liefert auf der Mercator'schen Karte eine Standlinie, auf welcher das Schiff sich befinden muss. Die Kombination zweier Standlinien liefert in ihrem Durchschnittspunkte, nach gehöriger Berücksichtigung des inzwischen abgesegebenen Weges, den Ort des Schiffes. Diese von dem amerikanischen Kapitän Sumner zuerst angewendete Methode, welche jede beobachtete Höhe auszunutzen gestattet, wird heute wohl fast ausschliesslich in der Navigation angewendet, und es ist deshalb zu einem Bedürfnisse geworden, das, was eine einzelne Höhe zu ermitteln gestattet: Zeit und Azimut, in der möglichst einfachen Form erhalten zu können, und wir werden sehen, dass dies Ziel mit Hülfe der Mercator'schen Funktion erreicht werden kann.

Gerade die Verbreitung, welche die Sumner'sche Methode neuerdings gefunden hat, ist für einige der noch anzuführenden Verfasser die Veranlassung zur Empfehlung der Anwendung der Tabelle der Meridionaltheile gewesen. Diese haben sich denn auch meist darauf beschränkt, dies eine Problem zu behandeln. Stundenwinkel und Azimut des Gestirns aus einer beobachteten Höhe abzuleiten, welches für die Sumner'sche Methode das Grundproblem bildet.

Als erstes der in den letzten Jahren erschienenen Werke sei das des französischen Capitaine de frégate E. Guyou: *Les problèmes de navigation et la carte marine*, — Paris 1895, genannt. In dieser Schrift wird die Theorie der Höhenkreise auf der Mercator'schen Karte, gestützt auf frühere Arbeiten von Hilleret und Villarcéau, in knapper Form behandelt und die Vorschriften zu ihrer Benützung für die Ermittlung der geographischen Position des Schiffes entwickelt, ohne von den trigonometrischen Formeln Gebrauch zu machen, mit welchen man sonst zu rechnen pflegt. Kapitän Guyou beschränkt sich bezüglich der Anwendung der Tabelle der Meridionaltheile auf die Berechnung von Stundenwinkel und Azimut des beobachteten Gestirns, giebt hingegen für andere von ihm behandelte Probleme: Circum-Meridianhöhen und korrespondirende Sonnenhöhen besondere Tabellen. Guyou ist wohl der erste gewesen, welcher 1895¹⁾ in Bezug auf die Meridionaltheile den Begriff der Kofunktion eingeführt und die Tabelle dementsprechend angeordnet hat.

Eine andere, etwas früher erschienene Schrift, welche in viel kürzerer Form dasselbe Ziel hat wie die schon erwähnte, ist in italienischer Sprache abgefasst und hat den Titel:

Raul Türri: *Metodo per fare il punto astronomico senza tavole logaritmiche*. — Milano 1894.²⁾

Der Verfasser geht aus von den trigonometrischen Formeln für den Stundenwinkel und das Azimut, wenn in dem Dreieck Pol—Zenith—Stern alle drei Seiten gegeben sind und formt dieselben so um, dass die Tabelle der Meridionaltheile benutzt werden kann. Die resultirenden Formeln sind dieselben, wie sie von Kapitän Guyou abgeleitet worden sind. Die beigegebene Tabelle zeigt im wesentlichen die gleiche Anordnung wie bei Guyou, nur sind die Funktionswerthe auf zwei Dezimalstellen gegeben, während der letztere nur eine giebt. Die Zeichenregeln sind etwas schwerfällig und würden sich wesentlich vereinfachen lassen. Die Bemerkung im Titel „ohne Logarithmentafel“ ist natürlich nicht richtig, da die Funktionswerthe eben Logarithmen sind und man dies niemals unserer Acht lassen darf.

Eine dritte, auch um dieselbe Zeit erschienene Arbeit findet sich in No. XI und XII des „Nautical magazine“ für 1895 unter dem Titel:

A nautical astronomy of a new type by H. B. Goodwin, Royal naval College, Greenwich.

Der Verfasser beschränkt sich nicht, wie die vorhergenannten, auf das eine für die Sumner'sche Methode wichtige Problem, sondern behandelt eine ganze Reihe von Aufgaben. Er verzichtet auf die Benützung der Kofunktion, einmal wohl, um die Tabelle der Meridionaltheile in der Gestalt anwenden zu können, wie sie sich in den üblichen Sammlungen nautischer Hülftafeln vorfindet, dann aber besonders deshalb, um nur mit einer Funktion zu rechnen, während die beiden andern deren zwei benutzen. Hierdurch entgeht aber dem Verfasser eine sehr wesentliche Erleichterung bei der Rechnung und seine Rechnungsvorschriften

¹⁾ Tables de poche. Näheres hat Verfasser nicht ermitteln können.

²⁾ Siehe auch: Mittheilungen aus dem Gebiete des Seewesens, 1895, S. 147, wo Herr Florian eine Analyse der Schrift des Herrn Türri giebt.

werden etwas schwerfällig. Er ist nämlich genötigt, die Hilfswinkel, auf deren Einführung die Umformungen beruhen, immer wirklich aufzuschlagen, während man bei Anordnung der Tabelle in der Art, wie sie Guyou und Türr geben, einfach nur zu einer gegebenen Zahl die unmittelbar daneben stehende Zahl zu entnehmen hat (was in sehr vielen Fällen, wo nicht die grösste Genauigkeit verlangt wird, sogar ohne Interpolation geschehen kann), ohne sich darum zu kümmern, was der zugehörige Winkel ist, noch darum, ob man zur Funktion die Kofunktion oder zur Kofunktion die Funktion entnimmt. Dagegen muss anerkannt werden, dass die eingeführten Hilfswinkel allemal eine leicht erkennbare geometrische Bedeutung haben und die Ableitung der Formeln sehr klar und einfach ist.

Dies sind die wichtigsten der neuerdings erschienenen Arbeiten, welche dem Verfasser dieses bekannt geworden sind. Es ist aber wohl möglich, dass dem Verfasser die eine oder die andere Abhandlung entgangen sein mag; es war aber nicht seine Absicht, ein vollständiges Literatur-Verzeichniss zu geben, er wollte nur auf die wichtigsten neueren Arbeiten aufmerksam machen. Eine ausführliche Analyse der drei oben genannten Arbeiten hat Prof. Geleich in den „Mittheilungen aus dem Gebiete des Seewesens“, 1896, S. 677 ff. gegeben unter dem Titel: „Zur Lösung der nautisch-astronomischen Probleme mit den Tafeln der vergrösserten Breiten“, worin derselbe auch auf die geschichtliche Entwicklung des Verfahrens näher eingeht, jedoch die nachfolgend noch zu erwähnende wichtige Arbeit dabei übergeht.

Unter den älteren Arbeiten auf diesem Gebiete ist vor allem zu erwähnen eine Abhandlung des Navigationslehrers Preuss in Elsfleth, welche in den „Annalen der Hydrographie“, 1876 und 1877, unter dem Titel: „Homographische Nautik, Ortsbestimmung vermittelt Höhenkurven in der Karte“ veröffentlicht worden ist. Preuss, welcher, wie auch Guyou, auf den Untersuchungen von Hilleret¹⁾ fusst, entwickelt die Eigenschaften der Höhenkurven in der Mercator'schen Karte und zeigt, wie man mit Vortheil die Tabelle der Meridionaltheile bei den einschlägigen Rechnungen benutzen könne, verwendet diese jedoch nicht ausschliesslich, wie dies Guyou, Türr und Goodwin thun und wie es im nachfolgenden geschehen soll, sondern verwendet daneben auch noch die gewöhnlichen trigonometrischen Funktionen. Hat so Herr Preuss bereits 15 oder 18 Jahre vor Guyou die Wichtigkeit der Hilleret'schen Untersuchungen über die Höhenkurven in der Mercator-Karte erkannt und weiter ausgebaut, so ist doch der letztere konsequenter in der Anwendung der Tabelle der Meridionaltheile und durch Einführung des Begriffs der Kofunktion auch glücklicher gewesen.

Auch Villarcean und de Magnac²⁾ haben die Höhenkurven benutzt, dieselben verwenden indes weniger die Meridionaltheile als vielmehr die mit diesen eng zusammenhängenden Hyperbelfunktionen, und zwar zum Theil noch in Verbindung mit den gewöhnlichen Kreisfunktionen. Die Verwendung der Hyperbelfunktionen für die Lösung nautischer Probleme empfiehlt an verschiedenen Stellen auch Prof. Ligowski.³⁾

Im nachfolgenden soll nun gezeigt werden, in welcher Weise alle nautisch-astronomischen Aufgaben anschliesslich mit Hilfe der Tabelle der Meridionaltheile aufgelöst werden können. Zu dem Ende wird es zweckmässig sein, zunächst die Eigenschaften der Mercator'schen Funktion, namentlich die Beziehungen der Funktion zur Kofunktion für alle Winkel abzuleiten, darauf die Auflösung sphärischer Dreiecke mittels derselben zu entwickeln und schliesslich die Anwendung auf die nautisch-astronomischen Probleme zu zeigen. Eine Tabelle der Mercator'schen Funktion in der von Guyou gegebenen Anordnung, jedoch abweichend von dieser in Bezug auf den Uebergang von der Funktion zur Kofunktion oder umgekehrt, ist angehängt.

A. Die Mercator'sche Funktion.

Bekanntlich besteht das Wesen der von Gerhard Mercator in *usum navigantium* erfundenen Karten-Projektion darin, dass die Meridiane als parallele gleichabständige gerade Linien dargestellt werden, während die Breitengrade in solcher Weise wachsen, dass das Verhältniss der Längen- und Breitengrade auf jedem Breitenparallel dasselbe ist wie auf der Kugel. Auf der Kugel verhält sich die lineare Grösse eines Längengrades zu der eines Breitengrades wie der Radius des Breitenparallels, dem der Längengrad angehört, zu dem Radius der Kugel. Ist der letztere = r , so ist der Radius des Breitenparallels $\varrho = r \cos \varphi$, es verhält sich daher:

$$\text{Längengrad} : \text{Breitengrad} = r \cos \varphi : r = \cos \varphi : 1.$$

¹⁾ Revue maritime et coloniale, 1874.

²⁾ Villarcean et de Magnac: Nouvelle navigation astronomique. - Paris 1877.

³⁾ Z. B. Nautische Tabellen. - Kiel 1873.

Auf der Mercator'schen Karte hat der Längengrad überall dieselbe lineare Grösse, soll also das Verhältniss von Längengrad zu Breitengrad überall dasselbe sein wie auf der Kugel, so muss der Breitengrad mit der Breite im Verhältniss 1 : $\sec \varphi$ wachsen. Der lineare Abstand des Breitenparallels φ vom Aequator auf einer für den Radius 1 entworfenen Karte ist demnach:

$$= \int_0^{\varphi} \sec \varphi \, d\varphi = l. n. \, \text{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi)$$

wo $l. n$ den natürlichen Logarithmus bedeutet. Für den Radius r ist dies mit r zu multiplizieren. Nehmen wir den 60^{ten} Theil des Längengrades (die Längeninute) als Einheit, so haben wir obigen Ausdruck mit dem Bogenwerth, welcher = dem Radius ist oder mit 3437.7 zu multiplizieren, oder was dasselbe ist, durch $\sin 1'$ zu dividiren. Daher ist der Abstand des Breitenparallels φ vom Aequator in Längeninuten ausgedrückt

$$= 3437.7 \, l. n. \, \text{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi) = \frac{l. n. \, \text{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi)}{\sin 1'}$$

Dies sind die Zahlen, welche in der Tabelle der Meridionaltheile oder der wachsenden Breiten enthalten sind.

Im nachfolgenden werden nun diese Zahlen nicht allein für die Breitengrade gebraucht, sondern allgemein für jeden beliebigen Winkel, und da dürfte es sich empfehlen, eine Bezeichnung für dieselben einzuführen, welche jede spezielle Beziehung ausschliesst. Hierfür scheint die Bezeichnung Mercator'sche Funktion ganz besonders empfehlenswerth zu sein, da sie zugleich dem Andenken des grossen Geographen eine wohlverdiente Huldigung darbringt und an die enge Beziehung zu der seinen Namen tragenden Kartenprojektion erinnert. Wir werden daher im folgenden den Namen Mercator'sche Funktion gebrauchen und dieselbe mit $f(x)$ bezeichnen, sodass

$$(1) \dots \dots \dots f(x) = \frac{l. n. \, \text{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} x)}{\sin 1'} \text{ ist.}$$

Die erste Aufgabe ist nun, die Eigenschaften dieser Funktion, soweit es hier erforderlich ist, zu entwickeln.

Setzen wir in Formel (1) $90^\circ - x$ anstatt x , so wird:

$$f(90^\circ - x) = \frac{l. n. \, \text{tg} (45^\circ + 45^\circ - \frac{1}{2} x)}{\sin 1'} = \frac{l. n. \, \text{cot} \frac{1}{2} x}{\sin 1'}$$

Es empfiehlt sich für diesen Ausdruck eine besondere Bezeichnung einzuführen, und zwar soll, analog mit der aus der Goniometrie bekannten Bezeichnung: $\sin (90^\circ - x) = \text{co-sin } x$, $\text{tg} (90^\circ - x) = \text{co-tang } x$ u. s. w., nach dem Vorgange von Kapitän Guyon, $f(90^\circ - x)$ als *Kofunktion* von x bezeichnet werden, sodass also:

$$(2) \dots \dots \dots f(90^\circ - x) = \text{cof}(x) = \frac{l. n. \, \text{cot} \frac{1}{2} x}{\sin 1'}$$

Ferner ist:

$$f(90^\circ + x) = \frac{l. n. \, \text{tg} (45^\circ + 45^\circ + \frac{1}{2} x)}{\sin 1'} = \frac{l. n. \, \text{tg} (90^\circ + \frac{1}{2} x)}{\sin 1'} = \frac{l. n. \, (-\text{cot} \frac{1}{2} x)}{\sin 1'}$$

Abgesehen von dem negativen Vorzeichen von $\text{cot} \frac{1}{2} x$ würde dies = $+\text{cof}(x)$ sein. Um aber anzudeuten, dass die in dem Ausdrucke für die Kofunktion vorkommende Kotangente negativ ist, hängen wir den $\text{cof}(x)$ das Zeichen $_n$ an, indem wir uns vor Augen halten, dass wir es bei der Mercator'schen Funktion mit Logarithmen zu thun haben, es ist also

$$f(90^\circ + x) = +\text{cof}(x)_n$$

Ferner wird:

$$f(180^\circ - x) = \frac{l. n. \, \text{tg} (45^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2} x)}{\sin 1'} = \frac{l. n. \, \text{tg} \{180^\circ - (45^\circ + \frac{1}{2} x)\}}{\sin 1'} = \frac{l. n. \, (-\text{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} x))}{\sin 1'} \\ = +f(x)_n$$

Endlich sei noch die Beziehung zwischen der Funktion von $180^\circ + x$ und der Funktion des spitzen Winkels x zu suchen. Es ist:

$$f(180^\circ + x) = \frac{l. n. \operatorname{tg}(45^\circ + 90^\circ + \frac{1}{2}x)}{\sin 1'} = \frac{l. n. \operatorname{tg}\{180^\circ - (45^\circ - \frac{1}{2}x)\}}{\sin 1'} = \frac{l. n. (-\operatorname{tg}(45^\circ - \frac{1}{2}x))}{\sin 1'}$$

Es ist aber: $\operatorname{tg}(45^\circ - \frac{1}{2}x) = \operatorname{cof}(45^\circ + \frac{1}{2}x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{1}{2}x)}$, und wenn hiervon der natürliche Logarithmus genommen und durch $\sin 1'$ dividirt wird, so erhält man:

$$f(180^\circ + x) = - \frac{l. n. (-\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{1}{2}x))}{\sin 1'} = -f(x)_n$$

In ähnlicher Weise können alle Beziehungen abgeleitet werden, welche zwischen der Funktion oder Kofunktion eines beliebigen Winkels und der Funktion oder Kofunktion des spitzen Winkels stattfinden, welcher die Abweichung des gegebenen Winkels von 90° , 180° , 270° oder 360° angiebt. Man hat dabei, wie schon gesagt, immer im Auge zu behalten, dass man es mit Logarithmen von trigonometrischen Funktionen zu thun hat und dass daher alle Regeln, die für diese gelten, zur Anwendung kommen müssen.

Auf die soeben angedeutete Weise erhält man die folgende Uebersicht über die Beziehung zwischen der Funktion oder Kofunktion eines in einem beliebigen Quadranten liegenden Winkels und der Funktion oder Kofunktion des zugehörigen spitzen Winkels:

$$(3) \dots \left\{ \begin{array}{ll} f(90^\circ - x) = +\operatorname{cof}(x) & \operatorname{cof}(90^\circ - x) = +f(x) \\ f(90^\circ + x) = +\operatorname{cof}(x)_n & \operatorname{cof}(90^\circ + x) = -f(x) \\ f(180^\circ - x) = +f(x)_n & \operatorname{cof}(180^\circ - x) = -\operatorname{cof}(x) \\ f(180^\circ + x) = -f(x)_n & \operatorname{cof}(180^\circ + x) = -\operatorname{cof}(x)_n \\ f(270^\circ - x) = -\operatorname{cof}(x)_n & \operatorname{cof}(270^\circ - x) = -f(x)_n \\ f(270^\circ + x) = -\operatorname{cof}(x) & \operatorname{cof}(270^\circ + x) = +f(x)_n \\ f(360^\circ - x) = f(-x) = -f(x) & \operatorname{cof}(360^\circ - x) = \operatorname{cof}(-x) = +\operatorname{cof}(x)_n \end{array} \right.$$

Diese Beziehungen können durch folgende Regel dargestellt werden, welche man sich wohl zu merken hat, weil fortwährend von derselben Gebrauch gemacht wird. Denken wir uns einen Kreis durch zwei aufeinander senkrechte Durchmesser in vier Quadranten getheilt und setzen wir an die Endpunkte des horizontalen Durchmessers 0° und 180° (Winkel von rechts nach links herum, gegen den Uhrzeiger, gezählt) an diejenigen des vertikalen oben 90° , unten 270° , so umfasst die rechte Kreishälfte die Quadranten I und IV, die linke II und III und ebenso die obere Kreishälfte die Quadranten I und II, die untere III und IV. Die Regel, durch welche die Beziehungen (3) wiedergegeben werden, lautet dann folgendermassen:

„Die $\left\{ \begin{array}{l} \text{Funktion} \\ \text{Kofunktion} \end{array} \right\}$ eines Winkels ist = der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Funktion} \\ \text{Kofunktion} \end{array} \right\}$ des spitzen Winkels, wenn dieser von dem horizontalen und = der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Kofunktion} \\ \text{Funktion} \end{array} \right\}$ des spitzen Winkels, wenn derselbe von dem vertikalen Durchmesser aus gerechnet wird. Man giebt derselben das negative Zeichen, wenn der Winkel, dessen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Funktion} \\ \text{Kofunktion} \end{array} \right\}$ gesucht wird, in der $\left\{ \begin{array}{l} \text{unteren} \\ \text{linken} \end{array} \right\}$ Kreishälfte liegt, und hängt ein $_n$ an, wenn derselbe in der $\left\{ \begin{array}{l} \text{linken} \\ \text{unteren} \end{array} \right\}$ Kreishälfte liegt.“

Zur besseren Einprägung dieser Regel kann auch folgende Uebersicht dienen:

Quadrant	Funktion	Kofunktion
I	+	+
II	+, $_n$	-
III	-, $_n$	-, $_n$
IV	-	+, $_n$

Aus den Regeln für das Rechnen mit Logarithmen folgt, dass in einem mehrgliedrigen Ausdrucke das einem Gliede angehängte $_n$ auf den ganzen Ausdruck übergeht, sodass also $f(x) \pm f(y)_n = \{f(x) \pm f(y)\}_n$ ist und dass eine gerade Anzahl von $_n$ sich gegenseitig aufheben, sodass $f(x)_n \pm f(y)_n = f(x) \pm f(y)$ und $2f(x)_n = 2f(x)$, dass aber dagegen $f(x) + f(x)_n = 2f(x)_n$ ist. Andererseits kann es zweifelhaft

sein, ob bei Division einer Funktion oder Kofunktion durch 2 dem Ergebniss ein „ angehängt werden solle oder nicht. Dies bedingt demnach einen Zweifel über die Kreishälfte, in welcher der entsprechende Winkel liegt, der in jedem speziellen Falle leicht gehoben werden kann. Im übrigen zeigen die Formeln (3) oder auch die obige Uebersicht, dass man ausser in diesem einen Falle über den Quadranten, in welchem der gesuchte Winkel liegt, niemals im Zweifel sein kann.

Führt eine Rechnung auf das Ergebniss, dass eine mit „ versehene Zahl durch 2 zu dividiren sein würde, so ist dies ein Zeichen dafür, dass die Lösung der Aufgabe nicht möglich ist, denn diese Operation entspricht der Quadratwurzel-Auszuehung aus einer negativen Zahl.

Als spezielle Werthe der Mercator'schen Funktion merke man sich folgende:

$$\begin{aligned} f(0^\circ) &= 0, & f(90^\circ) &= +\infty \\ f(180^\circ) &= 0, & f(270^\circ) &= -\infty \\ \operatorname{cof}(0^\circ) &= +\infty, & \operatorname{cof}(90^\circ) &= 0 \\ \operatorname{cof}(180^\circ) &= -\infty, & \operatorname{cof}(270^\circ) &= 0 \end{aligned}$$

Im Anschluss hieran kann die obige Zeichenregel auch folgendermassen ausgesprochen werden:

„Indem der Winkel von 0° bis 360° wächst, ändert, ausgehend von dem Zeichen +, sowohl die Funktion wie die Kofunktion beim Durchgang durch 0 ihr Vorzeichen und nimmt beim Durchgang durch $\pm\infty$ ein „ auf, wobei zu beachten ist, dass ein neu hinzutretendes „ ein schon vorhandenes aufhebt.“

Bei der Ableitung der Formeln für die Auflösung sphärischer Dreiecke werden wir von den Formeln der sphärischen Trigonometrie ausgehen, weil dieser Weg einfacher erscheint, als wenn man sie aus den Eigenschaften der Höhenkreise auf der Mercator-Karte ableiten wollte, was auch möglich wäre. Es entsteht daher die Aufgabe, Formeln, welche durch Kreisfunktionen ausgedrückt sind, in solche umzuformen, welche nur Mercator'sche Funktionen enthalten. Hierbei handelt es sich stets um die Einführung von Hilfswinkeln durch eine oder mehrere der folgenden Substitutionen:

$$\frac{\sin x}{\cos y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi, \quad \frac{\cos x}{\sin y} = \operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi, \quad \frac{\cos x}{\cos y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi, \quad \frac{\sin x}{\sin y} = \operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi, \quad \sin x = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi, \quad \cos x = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi$$

Da die Ableitung der entsprechenden Mercator'schen Formeln zur Berechnung des Hilfswinkels immer denselben Gang hat, so möge es genügen, nur die erste der obigen Umformungen auszuführen.

Es sei $\frac{\sin x}{\cos y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi$, dann erhält man:

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{1}{2} \xi \right) = \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi}{1 - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi} = \frac{\cos y + \sin x}{\cos y - \sin x} = \frac{2 \cos \left(\frac{x+y}{2} - 45^\circ \right) \sin \left(45^\circ + \frac{x-y}{2} \right)}{-2 \sin \left(\frac{x+y}{2} - 45^\circ \right) \cos \left(45^\circ + \frac{x-y}{2} \right)}$$

Da aber $\cos(w - 45^\circ) = \sin(45^\circ + w)$ und $\sin(w - 45^\circ) = -\cos(45^\circ + w)$ ist, so wird:

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{1}{2} \xi \right) = \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{x+y}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{x-y}{2} \right)$$

und wenn beiderseits die natürlichen Logarithmen genommen werden und durch $\sin 1'$ dividirt wird:

$$f(\xi) = f(x+y) + f(x-y)$$

Auf gleiche Weise findet man die entsprechenden Ausdrücke für die anderen Substitutionen und erhält folgende Zusammenstellung:

$$(4) \quad \dots \dots \dots \frac{\sin x}{\cos y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = f(x+y) + f(x-y)$$

$$(5) \quad \dots \dots \dots \frac{\cos x}{\sin y} = \operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = f(x+y) - f(x-y)$$

$$(6) \quad \dots \dots \dots \frac{\cos x}{\cos y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = \operatorname{cof}(x+y) + \operatorname{cof}(x-y)$$

- (7) $\frac{\sin x}{\sin y} = \cot \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = -\operatorname{cosec}(x+y) + \operatorname{cosec}(x-y)$
 (8) $\sin x = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = 2f(x)$
 (9) $\cos x = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi : f(\xi) = 2 \operatorname{cosec}(x)$

Wird die Gleichung (1) differentiiert, so ergibt sich:

$$\hat{e}.f(x) = \frac{\sec x}{\sin 1'} \hat{e}.x$$

worin $\hat{e}.x$ in Theilen des Radius ausgedrückt sein muss. Setzt man die Aenderung des Winkels $x = 1'$, so kann $\hat{e}.x = \sin 1'$ gesetzt werden, daher:

$$\hat{e}.f(x) = \sec x \quad (\text{für eine Aenderung von } x = 1')$$

Ebenso findet man:

$$\hat{e}. \operatorname{cosec}(x) = -\operatorname{cosec} x \quad (\text{für eine Aenderung von } x = 1')$$

d. h. die Differenz zweier Funktions- resp. Kofunktionswerthe, deren Argumente x um $1'$ verschieden sind, ist $= \sec x$ resp. $-\operatorname{cosec} x$. In der als Anhang beigefügten Tabelle ist in jeder Abtheilung von $10'$ die mittlere Differenz der Funktions- resp. Kofunktionswerthe auf 2 Stellen angegeben, welche demnach die der Mitte der Abtheilung entsprechende Sekante resp. Kosekante darstellt. Ausser für die Interpolation können diese Werthe, die mit D_x bezeichnet seien, auch dazu dienen, die Differenz zweier Funktionswerthe, deren Argument nur wenige Minuten von einander verschieden sind, genauer zu berechnen als es durch direkte Entnahme der Funktionswerthe möglich sein würde, nämlich:

(10) $f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta x \cdot \sec(x + \frac{1}{2} \Delta x) = \Delta x \cdot D_{x + \frac{1}{2} \Delta x}$

$D_{x + \frac{1}{2} \Delta x}$ kann leicht durch Interpolation zwischen den in der Tafel gegebenen Werthen von D_x gefunden werden. Zur Erleichterung des Ueberganges von der Funktion zur Kofunktion und umgekehrt ist in der Tabelle ebenfalls das Verhältniss des der Funktion angehörigen D_x zu demjenigen, welches der Kofunktion zugehört, gegeben; diese Werthe stellen daher $\operatorname{tg} x$ und $\operatorname{cot} x$ für die Mitte der betreffenden Abtheilung dar und sind in der Tabelle in Klammern gesetzt, um eine Verwechslung mit den D_x zu vermeiden.

B. Auflösung sphärischer Dreiecke mit Hilfe der Mercator'schen Funktion.

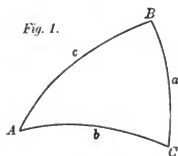


Fig. 1.

In dem sphärischen Dreiecke ABC seien die drei Seiten mit a, b, c und die diesen gegenüberliegenden Winkel mit A, B, C bezeichnet.

Um das Dreieck aufzulösen, müssen drei Stücke bekannt sein, während die drei andern zu bestimmen sind. Je nach den gegebenen Grössen können 6 verschiedene Fälle unterschieden werden, wir haben daher 6 Aufgaben zu lösen, welche nun einzeln behandelt werden sollen.

Aufgabe 1. Gegeben zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel — gesucht die beiden andern Winkel und die dritte Seite.

a . Es seien gegeben A, b und c , gesucht B, C und a , dann findet man die beiden Winkel bequem mit Hilfe der Neper'schen Analogien, nämlich:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(B+C) = \frac{\cos \frac{1}{2}(b-c)}{\cos \frac{1}{2}(b+c)} \operatorname{cot} \frac{1}{2} A, \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2}(B-C) = \frac{\sin \frac{1}{2}(b-c)}{\sin \frac{1}{2}(b+c)} \operatorname{cot} \frac{1}{2} A$$

Wird hierin gesetzt: $\frac{\cos \frac{1}{2}(b+c)}{\cos \frac{1}{2}(b-c)} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi$ und $\frac{\sin \frac{1}{2}(b+c)}{\sin \frac{1}{2}(b-c)} = \operatorname{cot} \frac{1}{2} \zeta$

so wird:

$$\operatorname{cot} \frac{1}{2}(B+C) = \frac{1}{\operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi \operatorname{cot} \frac{1}{2} A} \quad \text{und} \quad \operatorname{cot} \frac{1}{2}(B-C) = \frac{\operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi \zeta}{\operatorname{cot} \frac{1}{2} A}$$

daher nach (6) und (7):

$$(11) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \operatorname{cof}(b) + \operatorname{cof}(c) \\ f(\xi_1) = -\operatorname{cof}(b) + \operatorname{cof}(c) \\ \operatorname{cof}(B+C) = -\frac{1}{2}\operatorname{cof}(\xi) + \operatorname{cof}(A) \\ \operatorname{cof}(B-C) = \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(A) \end{cases} \quad \begin{cases} B = \frac{1}{2}\{(B+C) + (B-C)\} \\ C = \frac{1}{2}\{(B+C) - (B-C)\} \end{cases}$$

womit die Aufgabe, die beiden Winkel mit Hilfe der Mercator'schen Funktion zu finden, gelöst ist.

Hat man auf diese Weise die Winkel B und C gefunden, so kann a ebenfalls mit Hilfe der Neper'schen Analogien gefunden werden, es ist nämlich:

$$tg \frac{1}{2}(b+c) = \frac{\cos \frac{1}{2}(B-C)}{\cos \frac{1}{2}(B+C)} tg \frac{1}{2} a \quad \text{oder} \quad tg \frac{1}{2}(b-c) = \frac{\sin \frac{1}{2}(B-C)}{\sin \frac{1}{2}(B+C)} tg \frac{1}{2} a$$

woraus man findet:

$$\cot \frac{1}{2} a = \frac{\cos \frac{1}{2}(B-C)}{\cos \frac{1}{2}(B+C)} \cot \frac{1}{2}(b+c) \quad \text{oder} \quad \cot \frac{1}{2} a = \frac{\sin \frac{1}{2}(B-C)}{\sin \frac{1}{2}(B+C)} \cot \frac{1}{2}(b-c)$$

und wenn hierin gesetzt wird: $\frac{\cos \frac{1}{2}(B+C)}{\cos \frac{1}{2}(B-C)} = tg \frac{1}{2} \xi$ und $\frac{\sin \frac{1}{2}(B+C)}{\sin \frac{1}{2}(B-C)} = \cot \frac{1}{2} \xi'$, so wird:

$$\cot \frac{1}{2} a = \cot \frac{1}{2}(b+c) \cdot \cot \frac{1}{2} \xi \quad \text{oder} \quad \cot \frac{1}{2} a = \frac{\cot \frac{1}{2}(b-c)}{\cot \frac{1}{2} \xi'}$$

und man findet nach (6) und (7) die Mercator'schen Formeln zur Bestimmung von a :

$$(12) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \operatorname{cof}(B) + \operatorname{cof}(C) \\ \operatorname{cof}(a) = \operatorname{cof}(b+c) + \operatorname{cof}(\xi) \end{cases} \quad \text{oder:} \quad (12a) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi') = -\operatorname{cof}(B) + \operatorname{cof}(C) \\ \operatorname{cof}(a) = \operatorname{cof}(b-c) - \operatorname{cof}(\xi') \end{cases}$$

b. Man kann auch, wenngleich weniger bequem, weil man einen Hilfswinkel aufschlagen muss, jedes der gesuchten Stücke einzeln ableiten, wenn man von den Fundamentalformeln des sphärischen Dreiecks ausgeht:

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \sin a \sin B &= \sin b \sin A \\ \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \end{aligned}$$

Setzen wir hierin:

$$\begin{aligned} \cos b &= m \sin M \\ \sin b \cos A &= m \cos M \end{aligned} \quad \text{woraus:} \quad \cot M = \frac{\cos A}{\cot b}$$

so gehen die Fundamentalformeln über in:

$$\begin{aligned} \cos a &= m \sin(c+M) & \text{woraus:} \quad \cot B &= -\frac{m \cos(c+M)}{\sin b \sin A} = -\cot A \frac{\cos(c+M)}{\cos M} \\ \sin a \sin B &= \sin b \sin A \\ \sin a \cos B &= -m \cos(c+M) & \cot a &= -\frac{\cos B}{\cot(c+M)} \end{aligned}$$

Wird nun gesetzt:

$$\cos A = tg \frac{1}{2} \xi, \quad \frac{\cos(c+M)}{\cos M} = tg \frac{1}{2} \xi_1 \quad \text{und} \quad \cos B = tg \frac{1}{2} \xi_2$$

so ist:

$$\cot M = \frac{1}{\cot b \cot \frac{1}{2} \xi}, \quad \cot B = -\frac{\cot A}{\cot \frac{1}{2} \xi_1} \quad \text{und} \quad \cot a = -\frac{1}{\cot(c+M) \cot \frac{1}{2} \xi_2}$$

und man erhält M , B und a durch die Gleichungen:

$$(13) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = 2 \operatorname{cof}(A) \\ \operatorname{cof}(2M) = -\frac{1}{2}\operatorname{cof}(2b) + \operatorname{cof}(\xi) \\ f(\xi_1) = \operatorname{cof}(c+2M) + \operatorname{cof}(c) \\ \operatorname{cof}(2B) = \frac{1}{2}\operatorname{cof}(2A) - \operatorname{cof}(\xi_1) \\ f(\xi_2) = 2 \operatorname{cof}(B) \\ \operatorname{cof}(2a) = -\frac{1}{2}\operatorname{cof}(2(c+M)) + \operatorname{cof}(\xi_2) \end{cases}$$

Ähnliche Gleichungen dienen zur Ermittlung von C und a .

e. Handelt es sich darum, nur a zu bestimmen, so kann dazu die erste der Fundamentalformeln dienen, nämlich:

$$\cos a = m \sin (c + M) = \cos b \frac{\sin (c + M)}{\sin M}$$

Wird gesetzt: $\cos a = tg \frac{1}{2} \xi'$, $\cos b = tg \frac{1}{2} \xi_1'$ und $\frac{\sin (c + M)}{\sin M} = \cot \frac{1}{2} \xi_2'$, so hat man zur Bestimmung von a die Gleichungen:

$$\cot \frac{1}{2} \xi' = \frac{\cot \frac{1}{2} \xi_1'}{\cot \frac{1}{2} \xi_2'} \quad \text{und} \quad \cos a = tg \frac{1}{2} \xi'$$

woraus sich die folgenden Mercator'schen Gleichungen ergeben, denen, der Vollständigkeit halber, aus (B) die Gleichungen zur Berechnung von M vorangestellt wird:

$$(14) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = 2 \operatorname{cof}(A) \\ \operatorname{cof}(2M) = -\frac{1}{2} \operatorname{cof}(2b) + \operatorname{cof}(\xi) \\ f(\xi_1) = 2 \operatorname{cof}(b) \\ f(\xi_2) = -\operatorname{cof}(c + 2M) + \operatorname{cof}(c) \\ \operatorname{cof}(\xi) = \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(\xi_2) \\ \operatorname{cof}(a) = \frac{1}{2} f(\xi) \end{array} \right.$$

Aufgabe 2. Gegeben zwei Seiten und der der einen Seite gegenüberliegende Winkel, gesucht die andern Stücke.

Es seien gegeben a , b und A , gesucht B , C und c . Zunächst ergibt sich Winkel B durch:

$$\sin B = \frac{\sin b}{\sin a} \sin A$$

Wird hierin gesetzt: $\sin B = tg \frac{1}{2} \xi$, $\sin A = tg \frac{1}{2} \xi_1$ und $\frac{\sin b}{\sin a} = \cot \frac{1}{2} \xi_2$, so erhält man zur Berechnung von B die Formeln:

$$\cot \frac{1}{2} \xi = \frac{\cot \frac{1}{2} \xi_1}{\cot \frac{1}{2} \xi_2} \quad \text{und} \quad \sin B = tg \frac{1}{2} \xi$$

man erhält daher nach (7) und (8) die folgenden Mercator'schen Formeln:

$$(15) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi_1) = 2 f(A) \\ f(\xi_2) = -\operatorname{cof}(b + a) + \operatorname{cof}(b - a) \\ \operatorname{cof}(\xi) = \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(\xi_2) \\ f(B) = \frac{1}{2} f(\xi) \end{array} \right.$$

Hat man so B gefunden, so ergibt sich c mit Hülfe von (12) oder (12a), indem man A statt C setzt und a und c mit einander vertauscht.

Der dritte Winkel C kann auf gleiche Weise wie B gefunden werden, indem man in (15) b mit c vertauscht, oder man erhält C durch die Ausdrücke:

$$(16) \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = \operatorname{cof}(a) + \operatorname{cof}(b) \\ \operatorname{cof}(C) = -\frac{1}{2} \operatorname{cof}(A + B) + \operatorname{cof}(E) \end{array} \right\} \quad \text{oder: } (16a) \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi_1) = -\operatorname{cof}(a) + \operatorname{cof}(b) \\ \operatorname{cof}(C) = -\operatorname{cof}(A - B) + \operatorname{cof}(\xi_1) \end{array} \right.$$

welche den Formeln (12) und (12a) ganz analog sind.

Aufgabe 3. Gegeben zwei Winkel und die dem einen Winkel gegenüberliegende Seite, gesucht der dritte Winkel und die beiden andern Seiten.

Wenn gegeben ist A , B und a , so suchen wir zuerst die Seite b mittelst der Formel:

$$\sin b = \frac{\sin B}{\sin A} \sin a$$

und erhalten auf ganz ähnliche Weise wie in der vorigen Ausgabe, zur Bestimmung von b die Formeln:

$$(17) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi_1) = 2f(a) \\ f(\xi_2) = -\operatorname{cof}(A+B) + \operatorname{cof}(B-A) \\ \operatorname{cof}(\xi) = \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(\xi_2) \\ f(b) = \frac{1}{2}f(\xi) \end{cases}$$

Hiermit ist die Aufgabe auf die vorige zurückgeführt und wir erhalten die Seite c durch die Formeln (18) oder (13a) und den Winkel C durch (15) oder (15a).

Aufgabe 4. Gegeben zwei Winkel und die eingeschlossene Seite, gesucht die beiden anderen Seiten und der dritte Winkel.

Es seien gegeben A , B und c , gesucht a , b und C , dann ergeben sich die beiden Seiten a und b mit Hilfe der Neper'schen Analogien aus:

$$tg \frac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)} tg \frac{1}{2}c \quad \text{und} \quad tg \frac{1}{2}(a-b) = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)} tg \frac{1}{2}c$$

Wird hierin:

$$\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B)}{\cos \frac{1}{2}(A-B)} = tg \frac{1}{2}\xi \quad \text{und} \quad \frac{\sin \frac{1}{2}(A+B)}{\sin \frac{1}{2}(A-B)} = \cot \frac{1}{2}\xi_1$$

gesetzt, so wird, wenn wir zugleich beiderseits die reziproken Werthe nehmen:

$$\cot \frac{1}{2}(a+b) = \frac{\cot \frac{1}{2}c}{\cot \frac{1}{2}\xi} \quad \text{und} \quad \cot \frac{1}{2}(a-b) = \cot \frac{1}{2}c \cdot \cot \frac{1}{2}\xi_1$$

und man erhält nach (6) und (7) die Formeln:

$$(18) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \operatorname{cof}(A) + \operatorname{cof}(B) \\ f(\xi_1) = -\operatorname{cof}(A) + \operatorname{cof}(B) \\ \operatorname{cof}(a+b) = \operatorname{cof}(c) - \operatorname{cof}(\xi) & a = \frac{1}{2}\{(a+b) + (a-b)\} \\ \operatorname{cof}(a-b) = \operatorname{cof}(c) + \operatorname{cof}(\xi_1) & b = \frac{1}{2}\{(a+b) - (a-b)\} \end{cases}$$

Der dritte Winkel C ergibt sich nach (15) oder (15a).

Aufgabe 5. Gegeben die drei Seiten, gesucht die drei Winkel.

Einer der Winkel, z. B. A , ergibt sich durch die Formel:

$$tg \frac{1}{2}A^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(a-b+c) \sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin \frac{1}{2}(b-a+c) \sin \frac{1}{2}(a+b+c)}$$

Setzen wir:

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(b-a+c)}{\sin \frac{1}{2}(a-b+c)} = \cot \frac{1}{2}\xi \quad \text{und} \quad \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}{\sin \frac{1}{2}(a+b-c)} = \cot \frac{1}{2}\xi_1$$

so wird:

$$\cot \frac{1}{2}A^2 = \cot \frac{1}{2}\xi \cdot \cot \frac{1}{2}\xi_1$$

und zur Bestimmung von A erhalten wir die Mercator'schen Gleichungen:

$$(19) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\operatorname{cof}(c) + \operatorname{cof}(b-a) \\ f(\xi_1) = \operatorname{cof}(c) - \operatorname{cof}(b+a) \\ \operatorname{cof}(A) = \frac{1}{2}\{\operatorname{cof}(\xi) + \operatorname{cof}(\xi_1)\} \end{cases}$$

Analog werden B und C gefunden durch die Formeln:

$$(19a) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\operatorname{cof}(c) + \operatorname{cof}(b-a) \\ f(\xi_1) = \operatorname{cof}(c) - \operatorname{cof}(b+a) \\ \operatorname{cof}(B) = \frac{1}{2}\{-\operatorname{cof}(\xi) + \operatorname{cof}(\xi_1)\} \end{cases} \quad (19b) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi_2) = -\operatorname{cof}(b) + \operatorname{cof}(a-c) \\ f(\xi_3) = \operatorname{cof}(b) - \operatorname{cof}(a+c) \\ \operatorname{cof}(C) = \frac{1}{2}\{\operatorname{cof}(\xi_2) + \operatorname{cof}(\xi_3)\} \end{cases}$$

Man beachte, dass zur Bestimmung von A und B dieselben Hilfswinkel ξ und ξ_1 dienen; man kann daher diese beiden Winkel sehr bequem durch eine Rechnung finden.

Aufgabe 6. Gegeben die drei Winkel, gesucht die drei Seiten.

Eine der Seiten, z. B. a , ergibt sich durch die Formel:

$$tg \frac{1}{2}a^2 = -\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B-A+C)}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A-B+C)}$$

Wird hierin gesetzt:

$$\frac{\cos \frac{1}{2} 180^\circ - \frac{1}{2} (A+B+C)}{\cos \frac{1}{2} (A+B-C)} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi \quad \text{und} \quad \frac{\cos \frac{1}{2} (A-B+C)}{\cos \frac{1}{2} (B-A+C)} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi_1$$

so wird:

$$\operatorname{cot} \frac{1}{2} a^2 = + \frac{\operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi}{\operatorname{cot} \frac{1}{2} \xi_1}$$

und mit Berücksichtigung von (6):

$$(20) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\frac{1}{2} \operatorname{cot}(A+B) + \operatorname{cot}(C) \\ f(\xi_1) = \operatorname{cot}(A-B) + \operatorname{cot}(C) \\ \operatorname{cot}(a) = \frac{1}{2} \operatorname{cot}(\xi) - \operatorname{cot}(\xi_1) \end{cases}$$

Analog werden b und c gefunden durch die Formeln:

$$(20a) \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\frac{1}{2} \operatorname{cot}(A+B) + \operatorname{cot}(C) \\ f(\xi_1) = \operatorname{cot}(A-B) + \operatorname{cot}(C) \\ \operatorname{cot}(b) = \frac{1}{2} \operatorname{cot}(\xi) + \operatorname{cot}(\xi_1) \end{cases} \quad \text{und} \quad (20b) \dots \dots \begin{cases} f'(\xi') = -\frac{1}{2} \operatorname{cot}(A+C) + \operatorname{cot}(B) \\ f'(\xi'_1) = \operatorname{cot}(A-C) + \operatorname{cot}(B) \\ \operatorname{cot}(c) = \frac{1}{2} \operatorname{cot}(\xi') + \operatorname{cot}(\xi'_1) \end{cases}$$

Auch hier ist zu beachten, dass zur Ermittlung von a und b dieselben Hülfswinkel ξ und ξ_1 dienen, dass daher diese beiden Seiten sehr bequem durch eine Rechnung gefunden werden können.

Die Formeln für rechtwinkelige Dreiecke werden leicht aus den vorhergehenden gefunden, indem man einen Winkel = 90° setzt und die daraus resultirenden Aenderungen in den Formeln vornimmt. Dasselbe gilt, wenn eine Seite = 90° ist.

C. Anwendung des vorhergehenden auf nautisch-astronomische Aufgaben.

Um nun die im vorhergehenden entwickelten Methoden und Formeln auf die Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben anzuwenden, müssen bestimmte Bezeichnungen eingeführt und einige Festsetzungen gemacht werden.

Demnach sollen folgende Bezeichnungen angewendet werden:

Rektascension = α	Sternzeit = θ
Deklination = δ	Stundenwinkel = $t \leftarrow \theta - \alpha$
Breite = φ	Azimet = a
Zenithdistanz = z	Parallakt. Winkel = p

Der Stundenwinkel und das Azimet sollen von dem Theile des Meridians aus, welcher oberhalb des Horizonts vom Aequator geschnitten wird, über West und Ost von 0° bis 360° gezählt werden, also auf der nördlichen Halbkugel von S durch W, N und O, auf der südlichen von N durch W, S und O. Der parallaktische Winkel soll westlich vom Meridian positiv, östlich negativ von 0° bis 180° gerechnet werden.

Die Formeln werden im nachfolgenden für die nördliche Halbkugel abgeleitet werden, sie können aber ohne weiteres auf die südliche Halbkugel angewendet werden, wenn folgende Festsetzungen streng beachtet werden.

Die Breite und die Zenithdistanz sind stets als positiv anzusehen; die Deklination erhält das positive Vorzeichen, wenn sie mit der Breite gleichnamig, das negative, wenn sie mit der Breite ungleichnamig ist. Liegt also der Beobachtungsort nördlich vom Aequator, so erhält die nördliche Deklination das Vorzeichen +, die südliche das Zeichen -; liegt der Beobachtungsort auf der südlichen Halbkugel, so hat man der südlichen Deklination das Vorzeichen +, der nördlichen das Zeichen - zu geben.

Werden diese Festsetzungen und die Zeichenregel (3) für die Funktionen und Kofunktionen beachtet, so hat man keine weiteren Unterscheidungen für besondere Fälle nöthig.

Als erste Aufgabe möge nun die folgende behandelt werden, welche für die Anwendung der Sumner'schen Methode die wichtigste ist.

Aufgabe 1. Zu einer auf der genäherten Breite φ beobachteten Gestirns-Zenithdistanz soll der Stundenwinkel und das Azimet abgeleitet werden.

Da für die Breite ein durch die Loggerechnung gegebener genauere Werth angenommen werden kann und die Deklination des Gestirns aus den nautischen Ephemeriden bekannt ist, so sind in dem Dreieck Pol-Zenith-Stern alle drei Seiten gegeben, und wir haben daher die unter B, 5 behandelte Aufgabe vor uns. Ist daher in Fig. 1 A der Pol, B das Zenith und C der Stern, so ist $a = z$, $b = 90^\circ - \delta$ und $c = 90^\circ - \varphi$. $A = t$, $B = 180 - a$, und wenn dies in (19) und (19a) eingesetzt wird, so erhalten wir die Formeln:

$$(21) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = -f(\eta) + f(z + \delta) \\ f(\xi_1) = f(\eta) + f(z - \delta) \\ \operatorname{cof}(f) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{cof}(\xi) + \operatorname{cof}(\xi_1) \} \\ \operatorname{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{cof}(\xi) - \operatorname{cof}(\xi_1) \} \end{array} \right.$$

Hierbei ist zu beachten, dass $\operatorname{cof}(f)$ und $\operatorname{cof}(a)$ durch Division mit 2 erhalten werden und daher ein Zweifel über den Halbkreis besteht, in welchem die betreffenden Winkel liegen. Hier entscheidet der Umstand, ob die Beobachtung östlich oder westlich vom Meridian angestellt worden ist; im ersten Falle ist dem Resultat ein „ n “ anzuhängen.

Beispiel 1. (Aus Türr's Metodo per fare il punto astronomico.) Auf $15^\circ 20' N$ wurde die Zenithdistanz der Sonne = $62^\circ 22'$ beobachtet, während ihre Deklination $22^\circ 17' N$ betrug. Die Beobachtung ist nachmittags angestellt worden.

Die Rechnung wird zweckmässig in folgender Weise angeordnet, wobei noch zu bemerken ist, dass Breite und Deklination gleichnamig sind, also gleiches Zeichen erhalten.

$\varphi = +15^\circ 20'$	$f(\varphi) = + 931.2$	
$\delta = +22 17$		
$z = +62 22$		
$z + \delta = +84^\circ 39'$	$f(z + \delta) = +10531.7$	
$z - \delta = +40 5$	$f(z - \delta) = + 2629.2$	
	$f(\xi) = + 9600.5$	$\operatorname{cof}(\xi) = + 421.7$
	$f(\xi_1) = + 3560.4$	$\operatorname{cof}(\xi_1) = +2551.8$
		$2 \operatorname{cof}(f) = +2973.5$
		$2 \operatorname{cof}(a) = -2130.1$
		$\operatorname{cof}(f) = +1486.8$
	$t = 65^\circ 58' 5$	$\operatorname{cof}(a) = -1065.0$
	$a = 107 28.4$	

Das Azimut ist also S $107^\circ 28' 4''$ W oder N $72^\circ 31' 6''$ W und der Stundenwinkel = $65^\circ 58' 5'' = 4^h 23^m 54^s$.

Beispiel 2. (Aus Türr's Abhandlung.) Auf $25^\circ 30' S$ wurde vormittags die Zenithdistanz der Sonne = $74^\circ 42'$ beobachtet; die Deklination war = $21^\circ 10' N$. Stundenwinkel und Azimut gesucht.

Da Breite und Deklination ungleichnamig sind, so haben sie entgegengesetzte Vorzeichen zu erhalten, und da vormittags beobachtet wurde, so muss $\operatorname{cof}(f)$ und $\operatorname{cof}(a)$ ein „ n “ angehängt werden.

$\varphi = +25^\circ 30'$	$f(\varphi) = + 1583.2$	
$\delta = -21 10$		
$z = +74 42$		
$z + \delta = +53^\circ 32'$	$f(z + \delta) = + 3817.3$	
$z - \delta = +95 52$	$f(z - \delta) = +10214.2_n$	
	$f(\xi) = + 2234.1$	$\operatorname{cof}(\xi) = +3982.6$
	$f(\xi_1) = +11797.3_n$	$\operatorname{cof}(\xi_1) = - 222.4$
		$2 \operatorname{cof}(f) = +3760.2$
		$2 \operatorname{cof}(a) = +4205.0$
		$\operatorname{cof}(f) = +1880.1_n$
	$t = 299^\circ 52' 8$	$\operatorname{cof}(a) = +2102.5_n$
	$a = 303 2.5$	

oder Stundenwinkel = $19^h 59^m 31^s 2$ oder = $4^h 0^m 25^s 8$ O und Azimut = N $56^\circ 57' 5''$ O.

Es möge noch ein drittes Beispiel gegeben werden, in welchem die Deklination grösser ist als die Breite.

Beispiel 3. Man suche Stundenwinkel und Azimut, in welchen auf 50° 0' S-Breite ein Stern, dessen südliche Deklination 60° 0' beträgt, eine Zenithdistanz von 65° erreicht.

Da Breite und Deklination gleichnamig sind, erhalten sie gleiches Vorzeichen.

$$\begin{array}{rcl}
 \varphi = + 50^{\circ} 0' & f(\varphi) = + 3474.5 & \\
 \delta = + 60 \quad 0 & & \\
 z = + 65 \quad 0 & & \\
 \hline
 z + \delta = + 125^{\circ} 0' & f(z + \delta) = + 3968.0_n & \\
 z - \delta = + \quad 5 \quad 0 & f(z - \delta) = + 300.4 & \\
 & f(\xi) = + 493.5_n & \text{cof}(\xi) = - 9061.7 \\
 & f(\xi_1) = + 3774.9 & \text{cof}(\xi_1) = + 2384.3 \\
 & & 2 \text{cof}(\varphi) = - 6677.4 \\
 & & 2 \text{cof}(a) = - 11446.0 \\
 t = 138^{\circ} 31.4 \text{ oder } 221^{\circ} 28.6 & \text{cof}(t) = - 3338.7 & \text{oder } - 3338.7_n \\
 a = 158 \quad 34.1 \quad , \quad 201 \quad 25.9 & \text{cof}(a) = - 5723.0 & , \quad - 5723.0_n
 \end{array}$$

Der Stern erreicht demnach die Zenithdistanz 65° 0' in den Stundenwinkeln 9^h 14^m 5^s6 und 14^h 45^m 54^s4 und in den Azimuten N 158° 34' 1 O und W oder in S 21° 25' 9 O und W.

Die Verwendung für die Sumner'sche Methode liegt auf der Hand. Man rechnet mit einer geschätzten Breite Stundenwinkel und Azimut, findet aus dem ersteren die Länge und zieht aus dem so bestimmten Ort eine Linie, welche mit dem Meridiane den Winkel $a \pm 90^{\circ}$ bildet, dann ist diese die Standlinie des Schiffes für die Beobachtung. Eine zweite Beobachtung desselben oder eines anderen Gestirns, dessen Azimut über 30° von dem bei der ersten Beobachtung verschieden sein sollte, liefert eine zweite Standlinie, deren Durchschnitt mit der ersten unter gehöriger Berücksichtigung des zwischen den Beobachtungen zurückgelegten Weges den wahren Schiffsort ergibt, der nur noch mit dem etwaigen Fehler des Chronometers behaftet ist.

Zieht man es vor, zum Zeichnen der Standlinie anstatt des Azimuts zwei Längen zu benutzen, so wiederholt man die Rechnung nach (21) mit einer etwas abgeänderten Breite. Man braucht dann das Azimut nicht mit zu berechnen; da es sich aber fast ohne Mühe ergibt, so wird man dies wohl niemals unterlassen, zumal eine gleichzeitige Kompasspeilung des Gestirns in Verbindung mit der Karte der Isogonen eine Deviationsbestimmung des Kompasses ergibt.

Man kann auch für zwei angenommene Längen die Breiten, welche der beobachteten Zenithdistanz Genüge leisten, ermitteln und durch die so gefundenen Punkte die Standlinie ziehen. Die hierzu nötigen Formeln werden in der dritten Aufgabe abgeleitet werden.

Aufgabe 2. Aus Breite, Deklination und Stundenwinkel soll das Azimut, der parallaktische Winkel und die Zenithdistanz des Gestirns gefunden werden.

In Fig. 1 sei wieder A der Pol, B das Zenith und C das Gestirn, dann sind $A \rightarrow t$, $b = 90^{\circ} - \delta$ und $c = 90^{\circ} - \varphi$ gegeben, während $B = 180^{\circ} - a$, $C = p$ und $a = z$ gesucht werden. Die Lösung dieser Aufgabe fällt unter B, 1.

α . Die bequemste Lösung der Aufgabe wird mittels der Formeln (11) und (12) erzielt, man erhält nämlich zunächst a und p nach (11) durch:

$$(22) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta) \\ f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta) \\ \text{cof}(a-p) = \text{cof}(\varphi) + \text{cof}(\xi) \\ \text{cof}(a+p) = \text{cof}(\varphi) - \text{cof}(\xi_1) \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{2} \{ (a+p) + (a-p) \} \\ p = \frac{1}{2} \{ (a+p) - (a-p) \} \end{cases}$$

und hierauf z nach (12, 12a) durch:

$$(23) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p) \\ \text{cof}(z) = \text{cof}(\varphi - \delta) - \text{cof}(\xi) \end{cases} \quad \text{oder (23a) } \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\text{cof}(a) + \text{cof}(p) \\ \text{cof}(z) = -\text{cof}(\varphi + \delta) + \text{cof}(\xi) \end{cases}$$

b. Will man die Berechnung des parallaktischen Winkels vermeiden, dessen Kenntniss zwar bisweilen nützlich ist, der aber doch nur wenig gebraucht wird, so kann man Azimut und Zenithdistanz nach den Formeln (13) berechnen. Werden die obigen Werthe von A , B , a , b und c eingesetzt, so erhalten wir:

$$(24) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = 2 \operatorname{cof}(l) \\ \operatorname{cof}(2M) = \operatorname{cof}(2\delta) - \operatorname{cof}(\xi) \\ f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi) \\ \operatorname{cof}(2a) = \operatorname{cof}(2l) - \operatorname{cof}(\xi_1) \\ f(\xi_2) = 2 \operatorname{cof}(a) \\ \operatorname{cof}(2z) = \operatorname{cof}(2(\varphi - M)) - \operatorname{cof}(\xi_2) \end{array} \right.$$

Hierzu ist noch die Bemerkung zu machen, dass man bei Einsetzung des Werthes von B in die beiden letzten Formeln von (13) eigentlich erhalten würde: $f(\xi_2) = -2 \operatorname{cof}(a)$ und $\operatorname{cof}(2z) = \{\operatorname{cof}(2(\varphi - M)) - \operatorname{cof}(\xi_2)\}_n$. Da aber $-f(\xi_2) = 2 \operatorname{cof}(a)$ und $-f(\xi_2) = f(360^\circ - \xi_2) = f(\xi_2)$ ist, so ist $\operatorname{cof}(\xi_2) = \operatorname{cof}(360^\circ - \xi_2) = +\operatorname{cof}(\xi_2)_n$, daher wird man dasselbe Resultat erhalten, wenn man anstatt der eigentlich sich ergebenden Formeln setzt: $f(\xi_2) = 2 \operatorname{cof}(a)$ und $\operatorname{cof}(2z) = \operatorname{cof}(2(\varphi - M)) - \operatorname{cof}(\xi_2)$, worin dann wieder der Accent des ξ_2 als irrelevant weggelassen werden kann.

c. Hat man allein die Kenntniss der Zenithdistanz nöthig, so ergibt sich diese mit Hülfe von (14) durch die Gleichungen:

$$(25) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = 2 \operatorname{cof}(l) \\ \operatorname{cof}(2M) = \operatorname{cof}(2\delta) - \operatorname{cof}(\xi) \\ f(\xi_1) = 2 f(\delta) \\ f(\xi_2) = -f(\varphi - 2M) + f(\varphi) \\ \operatorname{cof}(\xi') = \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(\xi_2) \\ \operatorname{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi') \end{array} \right.$$

Beispiel. (Aus Goodwin's Abhandlung: A nautical astronomy of a new type, nach Raper: Practice of navigation.) Auf $10^\circ 20' N$ -Breite hat man $1^h 44^m 17^s$ nach wahrem Mittag eine Peilung der Sonne genommen, deren Deklination $22^\circ 14' S$ ist — gesucht werden Azimut, parallaktischer Winkel und Zenithdistanz.

α . Rechnung nach (22) und (23), alle 3 Grössen gesucht.

$l = 1^h 44^m 17^s$		
$\quad = +26^\circ 4' 25''$		$\operatorname{cof}(l) = + 5029.7$
$\varphi = +10 20$	$f(\varphi) = + 623.4$	
$\delta = -22 14$	$f(\delta) = -1368.8$	
	$f(\xi) = - 745.4$	$\operatorname{cof}(\xi) = + 7651.5_n$
	$f(\xi_1) = +1992.2$	$\operatorname{cof}(\xi_1) = + 4352.7$
	$a - p = - 2^\circ 51' 9''$	$\operatorname{cof}(a - p) = +12681.2_n$
	$a + p = 78 47.3$	$\operatorname{cof}(a + p) = + 677.0$
	$a = +37 57.7$	
	$p = +40 49.6$	
$\varphi - \delta = +32 34$		$\operatorname{cof}(\varphi - \delta) = + 4230.6$
$a = +37 57.7$	$\operatorname{cof}(a) = +3669.0$	
$p = +40 49.6$	$\operatorname{cof}(p) = +3398.0$	
	$f(\xi) = +7067.0$	$\operatorname{cof}(\xi) = + 884.9$
	$z = 41^\circ 23' 9''$	$\operatorname{cof}(z) = + 3345.7$

b. Rechnung nach (24). Kenntniss von p wird nicht verlangt.

$= +26^\circ 4'25$	$\text{cof}(t) = + 5030.0$				
$= +10 20$	$f(\xi) = +10060.0$	$\text{cof}(\xi) = + 368.8$	$a = 87^\circ 57'75$	$\text{cof}(a) = +3668.8$	
$= -22 14$				$f(\xi_2) = +7387.6$	$\text{cof}(\xi_2) = + 817.3$
$= -44 28$				$\text{cof}(2(q-M)) = +1250.5$	
	$2M = -48^\circ 56'2$	$\text{cof}(2\delta) = +3075.4_n$	$2(q-M) = 69 36.2$	$2z = 82^\circ 47'9$	$\text{cof}(2z) = + 433.2$
	$\varphi = +10 20$	$\text{cof}(2M) = +2706.6_n$		$z = 41 23.9$	
	$\varphi - 2M = +59 16.2$	$f(\varphi) = + 623.4$			
		$f(\varphi - 2M) = +4440.7$			
	$2t = +52 8.5$	$f(\xi_1) = +5064.1$	$\text{cof}(\xi_1) = +1604.4$		
		$2a = 75^\circ 55'5$	$\text{cof}(2t) = +2457.5$		
		$a = 37 57.75$	$\text{cof}(2a) = + 853.1$		

c. Rechnung nach (25). Es wird nur z verlangt.

$= +26^\circ 4'25$	$\text{cof}(t) = + 5030.0$				
$= +10 20$	$f(\xi) = +10060.0$	$\text{cof}(\xi) = + 368.8$	$f(\delta) = -1368.8$		
$= -22 14$			$f(\xi_1) = -2737.6$	$\text{cof}(\xi_1) = +3341.0_n$	
$= -44 28$					
	$2M = -48^\circ 56'2$	$\text{cof}(2\delta) = +3075.4_n$			
	$\varphi = +10 20$	$\text{cof}(2M) = +2706.6_n$			
	$\varphi - 2M = +59 16.2$	$f(\varphi) = + 623.4$			
		$f(\varphi - 2M) = +4440.7$			
		$f(\xi_2) = -3817.3$			
				$\text{cof}(\xi_2) = +2352.7_n$	
				$\text{cof}(\xi) = + 988.3$	$f(\xi) = +6691.7$
				$z = 41^\circ 23'9$	$\text{cof}(z) = +3345.8$

Aufgabe 3. Aus Stundenwinkel, Deklination und Zenithdistanz sollen Azimut und Breite bestimmt werden.

Ist wieder in Fig. 1 A der Pol, B das Zenith und C das Gestirn, so ist $A = t$, $b = 90^\circ - \delta$ und $a = z$ gegeben, während $B = 180^\circ - a$ und $c = 90^\circ - \varphi$ gesucht werden. Diese Aufgabe fällt unter B, 2.

Zunächst ergibt sich das Azimut nach (15) durch die Formeln:

$$(26) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi_1) = 2f(t) \\ f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta) \\ \text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2) \\ f(a) = \frac{1}{2}f(\xi) \end{cases}$$

Nach (3) würde $f(B) = f(a)_n = \frac{1}{2}f(\xi)$ sein. Wegen der Division mit 2 können wir aber auch setzen $f(a)_n = \frac{1}{2}f(\xi)_n$ und dann das $_n$ weglassen.

Hat man a gefunden, so ergibt sich φ mit Hülfe von (21) auf doppelte Weise, nämlich:

$$(27) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a) \\ f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi) \end{cases} \quad \text{oder (27a) } \dots \dots \dots \begin{cases} \text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) - \text{cof}(a) \\ f(\varphi) = -f(z - \delta) + f(\xi) \end{cases}$$

von welchen in der Regel die erste gebraucht werden sollte, namentlich wenn in der Nähe des Meridians beobachtet worden ist.

Circum-Meridianhöhen. Wenn der Stundenwinkel der Beobachtung nicht sehr gross ist und das Gestirn nicht in gar zu kleiner Zenithdistanz beobachtet wurde, so kann man bequemer auf folgende Weise verfahren. Aus (27a) folgt:

$$\text{cof}(a) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1) \quad \text{und} \quad f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$$

Wird der aus der ersten dieser Gleichungen folgende Werth von $\text{cof}(a)$ in (27) eingesetzt, so kann die Breite durch successive Näherung mittelst des folgenden Formelsystems gefunden werden:

$$(27b) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z-\delta) \\ \text{cof}(\xi) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1) \\ f(\varphi) = f(z+\delta) - f(\xi) \end{cases}$$

In der ersten dieser Gleichungen ist die Breite φ zunächst noch unbekannt, man wird aber immer einen genäherten Werth derselben kennen, mit welchem man die Rechnung beginnt, oder man kann, wenn nicht zu weit vom Meridian entfernt beobachtet worden ist, φ durch $z+\delta$ ersetzen, sodass als erste Näherung $f(\xi_1) = f(z+\delta) + f(z-\delta)$ angenommen wird. Hiermit berechnet man nach (27b) einen Werth von $f(\varphi)$, welcher dem wahren schon recht nahe kommen wird und den man benutzt, um durch Wiederholung der Rechnung einen genaueren Werth von $f(\varphi)$ zu erhalten, ein Verfahren, welches so lange fortzusetzen ist, bis der errechnete Werth sich nicht mehr ändert.

Wenn man die Breite einigermaßen genau kennt (z. B. innerhalb eines Grades), so kann man auch bei ziemlich grossem Stundenwinkel oder Azimut nach (27b) mit wenigen Näherungen einen genauen Werth für die Breite erhalten, was meist bequemer sein dürfte als die Rechnung nach den strengen Formeln (26) und (27).

Beispiel 1. (Nach Raper, aus Goodwin's Abhandlung.) Auf der geschätzten Breite 47°N wurde $0^h 11^m 48^s$ vor Mittag die Höhe der Sonne zu $63^\circ 54'$ beobachtet, während ihre Deklination $17^\circ 4' \text{N}$.

a. Strenge Rechnung.

$t = -0^h 11^m 48^s$				
$= -2^s 57'$	$f(t) = -177.1$		$\text{cof}(t) = +12579.9_n$	
$\delta = +17 \ 4$	$f(\xi) = -354.2$	$\text{cof}(\xi_1) = +10198.7_n$		
$z = +26 \ 6$				
$z+\delta = +43 \ 10$	$f(z+\delta) = +2876.8$			
$z-\delta = +9 \ 2$	$f(z-\delta) = +544.3$			
	$f(\xi_2) = +3421.1$	$\text{cof}(\xi_2) = +2668.0$		
	$f(\xi) = -772.2$	$\text{cof}(\xi) = +7530.7_n$		
	$f(a) = -386.1$	$[a = -6^\circ 25' 3]$	$\text{cof}(a) = -9902.9_n$	
			$\text{cof}(\xi) = +22482.8$	$f(\xi) = +9.9$
				$f(z+\delta) = +2876.8$
			$\varphi = 43^\circ 2' 8 \text{N}$	$f(\varphi) = +2866.9$

Die Kenntniss von a selbst ist für die Breitenbestimmung unnöthig, da nur $\text{cof}(a)$ gebraucht wird.

b. Als Circum-Meridianhöhe. Erste Annahme für die Breite: $(\varphi) = 47^\circ \text{N}$.

$t = -2^s 57'$				
$(\varphi) = +47$	$f(\varphi) = +3202.7$	$\text{cof}(t) = +12579.9_n$		
$\delta = +17 \ 4$		$2 \text{cof}(t) = +25159.8$		
$z = +26 \ 6$				
$z+\delta = +43 \ 10$	$f(z+\delta) = +2876.8$			
$z-\delta = +9 \ 2$	$f(z-\delta) = +544.3$			
	$f(\xi_1) = +3747.0$	$\text{cof}(\xi_1) = +2405.4$		
	$f(\xi) = +9.2$	$\text{cof}(\xi) = +22754.4$		
	$f(\varphi) = +2867.6$			
	$f(\xi_1) = +3411.9$	$\text{cof}(\xi_1) = +2675.5$		
	$f(\xi) = +9.9$	$\text{cof}(\xi) = +22484.3$		
	$f(\varphi) = +2866.9$			
	$\varphi = 43^\circ 2' 8 \text{N}$			

Trotz der sehr falschen ersten Annahme für die Breite giebt schon die zweite Rechnung den richtigen Werth von φ . Die grosse Bequemlichkeit dieser Methode liegt darin, dass das Rechnungsergebn $f(\varphi)$ ohne weiteres für die nächste Näherung verwendet werden kann.

Beispiel 2. (Aus Brünnow: Sphärische Astronomie. Zweite Auflage, S. 292.) In Düsseldorf wurde am 12. Oktober 1847 um $18^{\circ}22'48.8$ Sternzeit die Höhe des Polarsterns beobachtet zu $50^{\circ}55'30''.8$. Der Ort des Polarsterns ist an diesem Tage, nach dem Berliner Jahrbuch, gewesen:

$$\alpha = 1^{\circ}5'31.7 \quad \delta = 88^{\circ}29'52''.4 \text{ N}$$

also

$t = \theta - \alpha = 17^{\circ}17'17.1$					
$= 259^{\circ}19'27$	$f(t) = -8148.1_n$			$\text{cof}(t) = -644.4_n$	
$\delta = +88\ 29.9$	$f(\xi_1) = -16296.2$	$\text{cof}(\xi_1) = +60.1_n$			
$z = +39\ 4.5$					
$z + \delta = +127\ 34.4$	$f(z + \delta) = +3707.0_n$				
$z - \delta = -49\ 25.4$	$f(z - \delta) = -3420.9$				
	$f(\xi_2) = +286.1$	$\text{cof}(\xi_2) = -10931.5$			
	$f(\xi) = -281.2$	$\text{cof}(\xi) = +10991.6_n$			
	$f(n) = -140.6_n$			$\text{cof}(n) = -13371.7_n$	
				$\text{cof}(\zeta) = -14016.1$	$f(\zeta) = +116.6_n$
					$f(z + \delta) = +3707.0_n$
				$q = 51^{\circ}13'56 \text{ N}$	$f(\varphi) = +3590.4$

Brünnow findet mit Hilfe der von Petersen berechneten Tabellen in Warnstorff's Hülfstafeln $\varphi = 51^{\circ}13'37.4 = 51^{\circ}13'6.2$. Der kleine Unterschied rührt hauptsächlich daher, dass die hier angehängte Tabelle die Funktionswerthe nur auf eine Dezimale angiebt, was nur noch zehntel Minuten mit Sicherheit zu entnehmen gestattet, jedoch für nautische Zwecke völlig ausreichend ist. Die Rechnung nach der hier gegebenen Methode dürfte bequemer und weniger Irthümern ausgesetzt sein als die nach den, auf Reihenentwicklung beruhenden, Petersen'schen Tabellen.

Die hier behandelte Aufgabe findet auch Anwendung, wenn man die Standlinie des Schiffes mit Hilfe von zwei berechneten Breiten ziehen will. Man hat dann nur (26) und (27) zweimal mit passend geändertem Stundenwinkel zu berechnen.

Aufgabe 4. Zeit und Breite aus zwei Höhen und der Zwischenzeit zu finden. (Zweihöhen-Problem.)

Es seien gegeben $z, \alpha, \alpha', \delta, \delta'$ und die Uhrzeiten u, u' der Beobachtungen — gesucht φ und t, t' .

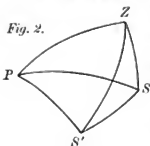


Fig. 2.

Ist der Stand der Uhr Δu bei beiden Beobachtungen derselbe, resp. ist, wenn dies nicht zutrifft, die Uhrzeit der einen Beobachtung wegen des Ganges der Uhr in der Zwischenzeit verbessert, so sind, unter der Voraussetzung, dass die Uhr nach Sternzeit regulirt war, die Stundenwinkel der Sterne bei beiden Beobachtungen:

$$t = u + \Delta u - \alpha$$

$$t' = u' + \Delta u - \alpha'$$

und die Differenz der Stundenwinkel:

$$z = t' - t = u' - u - \alpha' + \alpha$$

ist eine gegebene Grösse. Hat man die Sonne beobachtet und eine nach mittlerer Zeit regulirte Uhr benutzt, so ist z = der wegen der Aenderung der Zeitgleichung verbesserten Zwischenzeit.

Der Gang der Auflösung ist folgender. In dem Dreieck PSS' (Fig. 2) sind zwei Seiten, PS, PS' und der eingeschlossene Winkel SPS' bekannt, woraus sich nach (11) und (12) die beiden anderen Winkel und die dritte Seite ergeben. Nunnach sind in dem Dreieck ZSS' die drei Seiten bekannt, wir können also nach (19) und (19a) die Winkel an der Verbindungslinie der Gestirne finden. Endlich kennt man in jedem der Dreiecke PSZ und $PS'Z$ zwei Seiten PS und SZ bzw. PS' und SZ' und den eingeschlossenen Winkel PSZ bzw. $PS'Z$, womit nach (11) und (12) die anderen Winkel und die dritte Seite berechnet werden können.

I. Dreieck PPS' . Gegeben $PS = 90^\circ - \delta$, $PS' = 90^\circ - \delta'$ und $SPS' = \tau$. Gesucht $PPS' = s$, $PP'S = s'$ und $SS' = \varepsilon$.

Wird in (11) und (12) $b = 90^\circ - \delta'$, $c = 90^\circ - \delta$, $A = \tau$ gesetzt, so findet man $B = s$, $C = s'$ und $a = \varepsilon$ durch die Formeln:

$$(28) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = f(\delta) + f(\delta') \\ f(\xi_1) = f(\delta) - f(\delta') \\ \text{cof}(s+s') = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\tau) \} & s = \frac{1}{2} \{ (s+s') + (s-s') \} \\ \text{cof}(s-s') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\tau) & s' = \frac{1}{2} \{ (s+s') - (s-s') \} \end{cases}$$

und nach (12):

$$(29) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \text{cof}(s) + \text{cof}(s') \\ \text{cof}(s) = -\text{cof}(\delta + \delta') + \text{cof}(\xi) \end{cases}$$

II. Dreieck ZSS' . Gegeben $ZS = z$, $ZS' = z'$, $SS' = \varepsilon$. Gesucht $ZSS' = s+p$ und $ZS'S = s'-p'$.

Wird in (19) und (19a) gesetzt: $a = z'$, $b = z$ und $c = \varepsilon$, dann ist $A = s+p$ und $B = s'-p'$, daher:

$$(30) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -\text{cof}(z) + \text{cof}(z-z') \\ f(\xi_1) = \text{cof}(z) - \text{cof}(z+z') \\ \text{cof}(s+p) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \} & p = (s+p) - s \\ \text{cof}(s'-p') = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \} & p' = s' - (s'-p') \end{cases}$$

IIIa. Dreieck PSZ . Gegeben $PS = 90^\circ - \delta$, $ZS = z$ und $PSZ = p$. Gesucht $ZPS = t$, $PZS = 180^\circ - a$ und $PZ = 90^\circ - q$.

Setzen wir in (11) und (12) $b = z$, $c = 90^\circ - \delta$, $A = p$, so ergeben sich $B = t$, $C = 180^\circ - a$ und $a = 90^\circ - q$ durch die Ausdrücke

$$(31) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \text{cof}(z) + f(\delta) \\ f(\xi_1) = \text{cof}(z) - f(\delta) \\ \text{cof}(a-t) = \text{cof}(p) + \text{cof}(\xi) & t = \frac{1}{2} \{ (a+t) - (a-t) \} \\ \text{cof}(a+t) = \text{cof}(p) - \text{cof}(\xi_1) & a = \frac{1}{2} \{ (a+t) + (a-t) \} \end{cases}$$

und nach (12a):

$$(32) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a) \\ f(q) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi) \end{cases}$$

Für (31) und (32) gelten gleiche Bemerkungen, wie sie oben zu (24) gemacht worden sind, über die Vermeidung des Zeichens n in der Schlussformel.

IIIb. Dreieck PZS' . Zur Auflösung dieses Dreiecks dienen dieselben Formeln (31) und (32), wie für PZS , nur hat man z' , δ' , a' , t' und p' für die entsprechenden Größen in diesen Formeln zu substituieren.

Beispiel. (Aus Brünnow: Sphärische Astronomie. S. 307.) Am 29. Oktober 1822 beobachtete Dr. Westphal in Benisuef in Aegypten folgende Mittelpunkthöhen der Sonne:

$$\begin{array}{ll} u = 20^{\text{h}} 48^{\text{m}} 48^{\text{s}} & h = 37^{\circ} 56' 59.6 \\ u' = 23 \quad 7 \quad 17 & h' = 50 \quad 40 \quad 55.3 \end{array}$$

worin u' wegen des Uhrganges verbessert ist. Die Zwischenzeit, wegen Aenderung der Zeitgleichung verbessert (in wahre Zeit verwandelt) giebt $\tau = 2^{\text{h}} 18^{\text{m}} 28^{\text{s}}.66$ und die Deklination der Sonne war zu den beiden Zeiten

$$\delta = 10^{\circ} 10' 50.1'' \text{ S} \quad \text{und} \quad 10^{\circ} 12' 57.8'' \text{ S}$$

Es ist demnach Vormittags beobachtet und die zweite Beobachtung ist dem Meridian am nächsten. Da ferner Benisuef auf der nördlichen Halbkugel liegt, so ist der Deklination negatives Vorzeichen zu geben.

I. Dreieck *PSS'*.

$\delta = -10^{\circ} 10' 83$	$f(\delta) = -614.0$	
$\delta' = -10 12.96$	$f(\delta') = -616.3$	
$r = +34 37.16$		$\text{cof}(r) = +4008.0$
	$f(\xi) = -1230.3$	$\text{cof}(\xi) = +5951.8_n$
	$f(\xi_1) = +2.3$	$\text{cof}(\xi_1) = +27511.6$
	$s+s' = 186^{\circ} 19' 0$	$\text{cof}(s+s') = -9959.8_n$
	$s-s' = +7.4$	$\text{cof}(s-s') = +23503.6$
	$s = 93 13.2$	$\text{cof}(s) = -193.3$
	$s' = 93 5.8$	$\text{cof}(s') = -185.9$
	$\text{cof}(\xi) = +9965.1_n$	$f(\xi) = -379.2$
$\delta+\delta' = -20^{\circ} 23' 8$	$\text{cof}(\delta+\delta') = +5897.0_n$	
	$\text{cof}(s) = +4068.1$	$[s = 34^{\circ} 3' 2]$

Der Werth von s braucht nicht aufgesucht zu werden, weil nachher nur $\text{cof}(s)$ gebraucht wird.

II. Dreieck *ZSS'*.

$z = +52^{\circ} 3' 0$		
$z' = +39 19.1$		
$[s = +34 3.2]$	$\text{cof}(s) = +4068.1$	
$z-z' = +12 43.9$	$\text{cof}(z-z') = +7539.6$	
$z+z' = +91 22.1$	$\text{cof}(z+z') = -82.1$	
	$f(\xi) = +3471.5$	$\text{cof}(\xi) = +2625.2$
	$f(\xi_1) = +4150.2$	$\text{cof}(\xi_1) = +2120.7$
		$2 \text{cof}(s+p) = +4745.9$
		$2 \text{cof}(s'-p') = -504.5$
$s+p = 53^{\circ} 15' 7$	$s'-p' = 94^{\circ} 12' 0$	$\text{cof}(s+p) = +2373.0$
$s = 93 13.2$	$s' = 93 5.8$	$\text{cof}(s'-p') = -252.2$
$p = -39 57.5$	$p' = -1 6.2$	

IIIa. Dreieck *PZS*.

$z = +52^{\circ} 3' 0$	$\text{cof}(z) = +2464.5$	
$\delta = -10 10.8$	$f(\delta) = -614.0$	
$p = -39 57.5$		$\text{cof}(p) = +3478.3_n$
	$f(\xi) = +1850.5$	$\text{cof}(\xi) = +4593.7$
	$f(\xi_1) = +3078.5$	$\text{cof}(\xi_1) = +2982.3$
	$a-t = -10^{\circ} 55' 0$	$\text{cof}(a-t) = +8072.0_n$
	$a+t = -81 45. 7$	$\text{cof}(a+t) = +496.0_n$
	$t = -35 25.35$	$\text{cof}(t) = +3924.0_n$
	$a = -46 20.35$	$\text{cof}(a) = +2917.6_n$
	$\text{cof}(\xi) = +945.6$	$f(\xi) = +6841.6$
$z+\delta = 41^{\circ} 52' 2$	$f(z+\delta) = +2771.3$	
	$f(q) = +1825.7$	$q = +29^{\circ} 5' 4$

IIIb. Dreieck PZS' .

$z' = +39^{\circ} 19' 1$	$\text{cof}(z') = +3538.5$	
$\delta' = -10 13.0$	$f(\delta') = - 616.3$	
$p' = - 1 6.2$		$\text{cof}(p') = +15961.5_n$
	$f(\xi) = +2922.2$	$\text{cof}(\xi) = + 3140.1$
	$f(\xi_1) = +4154.8$	$\text{cof}(\xi_1) = + 2117.7$
	$a-t = -0^{\circ} 26' 6$	$\text{cof}(a-t) = +19101.6_n$
	$a+t = -2 2.5$	$\text{cof}(a+t) = +13843.8_n$
	$t = -0 47.95$	$\text{cof}(t) = +17070.3_n$
	$a = -1 14.55$	$\text{cof}(a) = +15553.1_n$
	$\text{cof}(\xi) = + 0.5$	$f(\xi) = +32623.4$
$z'+\delta' = 29^{\circ} 6' 1$	$f(z'+\delta') = +1826.4$	
	$f(\varphi) = +1825.9$	$\varphi = +29^{\circ} 5' 6$

Brünnow findet unter Benutzung des Dreiecks PZS (IIIa):

$\epsilon = 34^{\circ} 3' 20' 3$	$\varphi = +29^{\circ} 5' 39' 8$
$s = 93 12 58.3$	$t = -35 24 59.2$
$s' = 93 6 1.9$	$a = -46 19 52.2$
$p = -39 57 17.0$	

Die kleinen Unterschiede rühren von der Unsicherheit von $f(\xi_1)$ im Dreieck PSS' her, wodurch s und s' um einige Zehntel Minuten anders werden als sie Brünnow gefunden hat. Dies ist ein Fall, wo die Formel (10) mit Vortheil angewendet werden kann. Wir finden in der Tabelle für $10^{\circ} 10' D_x = 1.02$, ferner ist $\Delta x = \delta - \delta' = +2' 13$, mithin $f(\xi_1) = +1.02 \times 2.13 = +2' 17$, anstatt $+2.3$ wie oben unter 1 gefunden wurde. Wendet man diesen Werth an, so wird $\text{cof}(\xi_1) = +27712.4$ und $\text{cof}(s-s') = +23704.4$, daher $s-s' = +6' 96$ und $s = 93^{\circ} 12' 98$, $s' = 93^{\circ} 6' 02$ so gut wie völlig übereinstimmend mit Brünnow.

Die Rechnung unter IIIb giebt zugleich ein Beispiel für die Aufgabe 3.

Zwei Spezialfälle der vorigen Aufgabe sind besonders wichtig, nämlich 1) wenn dasselbe Gestirn, dessen Deklination unverändert angenommen wird, zweimal beobachtet wurde, und 2) wenn zwei Gestirne in derselben Zenithdistanz beobachtet wurden, diese aber nicht gemessen wurde.

Aufgabe 5. Man habe zwei Höhen desselben Gestirns gemessen, dessen Deklination in der Zwischenzeit unverändert geblieben sein soll und wünscht die Breite und den Stundenwinkel.

Da in diesem Falle $\delta = \delta'$ ist, so ist $s = s'$ und $f(\xi_1) = 0$ und die Formeln (28) und (29) gehen über in:

$$(28a) \quad \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = 2f(\delta) \\ \text{cof}(2s) = -\{\text{cof}(\xi) + \text{cof}(t)\} \end{cases}$$

$$(29b) \quad \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = 2\text{cof}(s) \\ \text{cof}(s) = -\text{cof}(2\delta) + \text{cof}(\xi) \end{cases}$$

Die übrigen Formeln (30) bis (32) bleiben unverändert.

Beispiel. (Aus Breusing: Steuermannskunst, § 229, Aufgabe 2.) 1855 Nov. 30 wurden in der Nähe von Cap Horn folgende Beobachtungen der Höhe des Sonnenmittelpunkts gemacht, von denen die zweite bereits auf den Beobachtungsort der ersten reduziert ist:

$$\begin{array}{ll} u = 5^{\circ} 56' 52' & h = 55^{\circ} 0' 6 \\ u' = 10 7 42 & h' = 26 18 8 \end{array}$$

die Zwischenzeit ist daher $\tau = 4^{\circ} 10' 50'$; die Deklination der Sonne ist $= 21^{\circ} 39' 7.8$. Da der Beobachtungsort auf der südlichen Halbkugel liegt, sind Breite und Deklination gleichnamig, letztere muss daher das Zeichen + erhalten. Die Rechnung stellt sich dann wie folgt:

I.	$z = +62^{\circ} 42.5$		$\text{cof}(z) = +1703.1$
	$\delta = +21 39.7$	$f(\delta) = +1331.8$	
		$f(\xi) = +2663.6$	$\text{cof}(\xi) = +3426.2$
		$2s = 154^{\circ} 39.0$	$\text{cof}(2s) = -5129.3$
		$s = 77 19.5$	$\text{cof}(s) = +766.8$
		$\text{cof}(\xi) = +5214.3$	$f(\xi) = +1533.6$
	$2\delta = +43^{\circ} 19.4$	$\text{cof}(2\delta) = +3174.3$	
		$\text{cof}(s) = +2040.0$	
II.	$z = +34^{\circ} 59.4$		
	$z' = +63 41.2$		
	$z - z' = -28 41.8$	$\text{cof}(z - z') = +4636.9_n$	
	$z + z' = +98 40.6$	$\text{cof}(z + z') = -522.6$	
		$f(\xi) = +2646.9_n$	$\text{cof}(\xi) = -3445.8$
		$f(\xi_1) = +2562.6$	$\text{cof}(\xi_1) = +3547.1$
			$2\text{cof}(s+p) = +101.3$
			$2\text{cof}(s-p) = +6992.9$
	$s+p = 89^{\circ} 9.4$	$s-p' = 39^{\circ} 45.9$	$\text{cof}(s+p) = +50.6$
	$s = 77 19.5$	$s = 77 19.5$	$\text{cof}(s-p') = +3496.4$
	$p = +11 49.9$	$p' = +37 33.6$	
III.	$z = +34^{\circ} 59.4$	$\text{cof}(z) = +3969.0$	
	$\delta = +21 39.7$	$f(\delta) = +1331.8$	
	$p = +11 49.9$		$\text{cof}(p) = +7793.6$
		$f(\xi) = +5300.8$	$\text{cof}(\xi) = +1494.2$
		$f(\xi_1) = +2637.2$	$\text{cof}(\xi_1) = +3457.3$
		$a-t = +7^{\circ} 40.6$	$\text{cof}(a-t) = +9287.8$
		$a+t = +31 37.8$	$\text{cof}(a+t) = +4396.3$
		$t = +11 58.6$	$\text{cof}(t) = +7751.3$
		$a = +19 39.2$	$\text{cof}(a) = +6927.2$
		$\text{cof}(\xi) = +124.9$	$f(\xi) = +13778.5$
	$z + \delta = +56^{\circ} 39.1$	$f(z + \delta) = +4144.4$	
		$f(y) = +4019.5$	$\varphi = 55^{\circ} 29.4 S$

Aufgabe 6. Man habe die Zeiten beobachtet, zu denen zwei verschiedene Gestirne sich in gleicher Zenithdistanz befanden, die jedoch nicht gemessen worden ist; gesucht wird:

a) bei bekannter Uhrkorrektur (also auch bekannten Stundenwinkeln) die Breite des Beobachtungsorts oder
 b) bei bekannter Breite die Uhrkorrektur.

Im ersten Falle sind die Sterne in der Nähe des Meridians, der eine im Norden, der andere im Süden, im zweiten in der Nähe des ersten Vertikals im Osten und Westen zu beobachten, ohne dass man jedoch besonders ängstlich auf grosse Nähe an diese beiden Hauptkreise zu halten nöthig hätte.

a. Breitenbestimmung. Es sei die Uhrzeit der ersten Beobachtung = u_1 , die der zweiten = u_2 , die Uhrkorrektur = Δu , Rektascension und Deklination der beiden beobachteten Gestirne seien resp. α_1 , δ_1 und α_2 , δ_2 , dann sind die Stundenwinkel der Gestirne zur Zeit der Beobachtungen:

$$t_1 = u_1 + \Delta u - \alpha_1 \quad \text{und} \quad t_2 = u_2 + \Delta u - \alpha_2$$

wobei vorausgesetzt wird, dass u_1 und u_2 in Sternzeit ausgedrückt und die eine derselben wegen des Ganges der Uhr verbessert worden ist.

Es sei nun: $t_0 = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \Delta u$

$$r = \frac{1}{2}(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$$

daher auch:

$$t_1 = t_0 - r \quad \text{und} \quad t_2 = t_0 + r$$

Da die Zenithdistanz beider Gestirne dieselbe sein soll, so wird:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (t_0 - \tau) = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (t_0 + \tau)$$

und hieraus nach leichten Umformungen:

$$\operatorname{tg} \varphi = \cos t_0 \cos \tau \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_2) - \sin t_0 \sin \tau \cot \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2)$$

Setzt man nun:

$$\begin{aligned} \cos \tau \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_2) &= m \sin M & \text{woraus} & \quad \cot M = \frac{\cot \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_2) \cot \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2)}{\cos \tau} \\ \sin \tau \cot \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2) &= m \cos M \end{aligned}$$

so wird

$$\operatorname{tg} \varphi = m \sin (M - t_0) = \frac{\sin \tau}{\cos M} \cot \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2) \sin (M - t_0)$$

Der Ausdruck für $\cot M$ ist bereits in einer für die Anwendung der Mercator'schen Funktion geeigneten Form gegeben; um auch denjenigen für $\operatorname{tg} \varphi$ in einen solchen überzuführen, setzen wir:

$$\frac{\sin \tau}{\cos M} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi \quad \text{und} \quad \sin (M - t_0) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \xi_1$$

dann ist:

$$\cot \varphi = \frac{\cot \frac{1}{2} \xi \cot \frac{1}{2} \xi_1}{\cot \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2)}$$

und wir erhalten zur Bestimmung der Breite die Formeln:

$$(33) \dots \dots \dots \begin{cases} \operatorname{cof}(2M) = \operatorname{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \operatorname{cof}(2\tau) + \operatorname{cof}(\delta_1 - \delta_2) \\ f(\xi) = f(\tau + M) + f(\tau - M) \\ f(\xi_1) = 2f(M - t_0) \\ \operatorname{cof}(2\varphi) = \operatorname{cof}(\xi) + \operatorname{cof}(\xi_1) - \operatorname{cof}(\delta_1 - \delta_2) \end{cases}$$

Beispiel. In Wilhelmshaven wurden am 25. Okt. 1897 an einem kleinen Universal-Instrument α Cygni und α Cephei in der Nähe des Meridians zu folgenden Zeiten in gleicher Zenithdistanz beobachtet:

α Cygni um $5^h 50^m 48^s.2$, α Cephei um $6^h 22^m 6^s.7$ mittlerer Ortszeit.

Die Sternzeit im mittleren Mittag war $14^h 16^m 32^s.1$ und die Oerter der Sterne fanden sich im Berliner Jahrbuch für den Tag angegeben zu:

α Cygni: $\alpha_1 = 20^h 37^m 57^s.3$ $\delta_1 = 44^\circ 55' 12''$ N

α Cephei: $\alpha_2 = 21 \ 16 \ 8.9$ $\delta_2 = 62 \ 9 \ 29.5$ N

Hieraus ergeben sich die Stundenwinkel $t_1 = -0^h 29^m 39^s.4$, $t_2 = -0^h 36^m 27^s.3$, daher $t_0 = -0^h 33^m 3^s.4 = -8^\circ 15' 8''$ und $\tau = -0^h 3^m 24^s.0 = -0^\circ 51' 0''$. Die weitere Rechnung stellt sich dann folgendermassen:

$\delta_1 = +44^\circ 55' 2''$							
$\delta_2 = +62 \ 9.5$							$\operatorname{cof}(\delta_1 - \delta_2) = +6485.9_n$
$\delta_1 + \delta_2 = +107 \ 4.7$	$\operatorname{cof}(\delta_1 + \delta_2) = -1040.2$	$\tau + M = +85^\circ 0' 8''$	$f(\tau + M) = +10773.8$				
$\delta_1 - \delta_2 = -17 \ 14.3$	$\operatorname{cof}(\delta_1 - \delta_2) = +6485.9_n$	$\tau - M = -86 \ 42.8$	$f(\tau - M) = -12208.2$				
$2\tau = -1 \ 42.0$	$\operatorname{cof}(2\tau) = +14475.2_n$		$f(\xi) = -1434.4$			$\operatorname{cof}(\xi) = +5437.4_n$	
	$\operatorname{cof}(2M) = -9029.5$	$M - t_0 = 94 \ 7.6$	$f(M - t_0) = +11425.2_n$				
	$2M = 171^\circ 43' 6''$		$f(\xi_1) = +22850.4$			$\operatorname{cof}(\xi_1) = +8.9$	
	$M = 86 \ 51.8$		$2\varphi = 107^\circ 4' 1''$			$\operatorname{cof}(2\varphi) = -1089.6$	
	$\tau = -0 \ 51.0$		$\varphi = 53 \ 32.05 \text{ N}$				
	$t_0 = -8 \ 15.8$						

Die wahre Breite von Wilhelmshaven ist = $53^\circ 31' 37''$.

b. Zeitbestimmung. Ist die Breite bekannt und wird die Uhrkorrektur Δu gesucht, so ist t_0 zu bestimmen, während τ bekannt ist, weil in der Differenz der Uhrzeiten die Uhrkorrektur herausfällt. Aus den Formeln (33) erhält man dann zur Bestimmung von t_0 die Formeln:

$$(34) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{cof}(2M) = \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2) \\ f(\xi) = f(\tau + M) + f(\tau - M) \\ \text{cof}(\xi_1) = \text{cof}(2\varphi) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2) \\ f(M - t_0) = \frac{1}{2} f(\xi_1) \end{cases} \quad t_0 = M - (M - t_0)$$

Nachdem so t_0 bekannt geworden ist, erhält man Δu durch:

$$\Delta u = \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + t_0 - \frac{1}{2} (u_1 + u_2)$$

Ist nach mittlerer Zeit beobachtet, also $\frac{1}{2} (u_1 + u_2)$ in mittlerer Zeit ausgedrückt, so muss natürlich $\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + t_0$ ebenfalls in mittlere Zeit verwandelt werden, ehe man Δu ableitet.

Beispiel. (Aus Brünnow, S. 819.) Dr. Westphal beobachtete am 5. Oktober 1822 in Cairo (Breite = $30^\circ 4' 4''$ N) an einem, nach mittlerer Zeit gehenden Chronometer die folgenden Zeiten, zu denen α Herculis und α Arietis in gleicher Zenithdistanz sich befanden:

α Herculis um $8^\circ 31' 21''$ im Westen, α Arietis um $8^\circ 47' 30''$ im Osten.

Die Sternörter waren:

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Herculis: } \alpha_1 &= 17^\circ 6' 34''.26 & \delta_1 &= 14^\circ 36' 2'' 0 \text{ N} \\ \alpha \text{ Arietis: } \alpha_2 &= 1^\circ 57' 14.00 & \delta_2 &= 22^\circ 37' 22''.7 \text{ N} \end{aligned}$$

Breite und Deklinationen sind gleichnamig, letztere erhalten das Zeichen +. ($u_2 - u_1$) = $+0^\circ 16'' 9'$ mittlere Zeit = $+0^\circ 16' 11''.65$ Sternzeit, ($\alpha_2 - \alpha_1$) = $8^\circ 50' 39''.74$, also τ = $-4^\circ 17' 14''.04$ = $-64^\circ 18' 51''$. Die weitere Rechnung ergibt dann:

$\delta_1 = + 14^\circ 36'.08$							
$\delta_2 = + 22^\circ 37'.88$							
$\delta_1 + \delta_2 = + 37^\circ 13'.4$	$\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) = + 3741.5$	$\tau + M = -63^\circ 39'.5$	$f(\tau + M) = - 4992.9$			$\text{cof}(\delta_1 - \delta_2) = + 9136.2_n$	
$\delta_1 - \delta_2 = - 8^\circ 1.3$	$\text{cof}(\delta_1 - \delta_2) = + 9136.2_n$	$\tau - M = -64^\circ 57.6$	$f(\tau - M) = - 5173.6$				
$2\tau = -128^\circ 37.02$	$\text{cof}(2\tau) = - 2515.4_n$		$f(\xi) = -10166.5$			$\text{cof}(\xi) = + 357.5_n$	
	$\text{cof}(2M) = +15398.1$	$2\varphi = +60^\circ 8.8$				$\text{cof}(2\varphi) = + 1873.2$	
	$2M = + 1^\circ 18'.10$		$f(\xi_1) = +309.95$			$\text{cof}(\xi_1) = +10656.9$	
	$M = + 0^\circ 39.05$		$f(M - t_0) = -154.98$			$M - t_0 = +2^\circ 34'.93$	
	$\tau = -64^\circ 18.51$					$M = +0^\circ 39.05$	
						$t_0 = -1^\circ 55.88$	
						$= -0^\circ 7' 43''.52$	
						$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) = 21^\circ 31' 54.13$	
						$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + t_0 = 21^\circ 24' 10.61$	

Die Sternzeit im mittleren Mittag war = $12^\circ 54' 2''.04$, also $\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + t_0 = 8^\circ 28' 45''.00$ mittlere Zeit und da $\frac{1}{2} (u_1 + u_2) = 8^\circ 39' 25''.60$ mittl. Zt. ist, so findet sich der Stand der Uhr $\Delta u = -10^\circ 40''.50$.

Brünnow, welcher dies Beispiel zur Erläuterung des Verfahrens, aus drei gleichen Sternhöhen Zeit und Breite zu bestimmen, anführt (ausser den hier benutzten Sternen war noch α Ursae minoris beobachtet) findet $\Delta u = -10^\circ 40''.56$, also sehr nahe übereinstimmend mit obiger Rechnung.

Bei der Entnahme von $f(\xi_1)$ und $M - t_0$ aus der Tabelle der Mercator'schen Funktion ist ein kleiner Kunstgriff zur Anwendung gekommen, welcher es ermöglicht, in gewissen Fällen einer Tabelle, welche die Funktionswerthe nur auf Zehntel giebt, diese dennoch, wenigstens sehr nahe richtig, auf Hundertel zu entnehmen und entsprechend auch den zugehörigen Winkelwerth auf Hundertel Minuten zu erhalten. Ein Blick auf die Tabelle zeigt, dass innerhalb der ersten 10 bis 12 Grade immer eine grössere Anzahl von Funktionswerthen dasselbe Zehntel haben; dies ist eine Folge davon, dass das Zehntel um eine Einheit erhöht wird, sobald die Hundertel den Werth 5 übersteigen und andererseits die Hundertel weggeworfen werden, solange sie kleiner als 5 sind. Um bei unserem Beispiel zu bleiben, so liegt die dem Werthe von $\text{cof}(\xi_1) = +10656.9$ entsprechende Funktion mitten in einer Reihe von Werthen, die alle als Zehntel 4 haben und speziell zwischen 309.4 und 310.4; im Ganzen sind es 27 Werthe, deren Zehntel 4 ist und unter diesen ist 309.4 der 19^{te}. Dieser muss daher um $\frac{19}{27} \cdot 0.1 = 0.07$ grösser sein als der erste der mit .4

endigen Werthe, welcher aus der Abkürzung von .35 entstanden ist, genauer würden demnach die Zehntel und Hundertel des Funktionswerths von $5^{\circ}9' = .35 + 0.07 = .42$ sein, oder es ist $f(5^{\circ}9') = 309.42$. Interpoliren wir nun für 10656.9, so erhalten wir $f(\xi_1) = 309.42 + 6.0 \times 0.089 = 309.95$. Ebenso ist $f(2^{\circ}34')$ nicht streng = 154.1, sondern = 154.05 und wenn wir hiernach für 154.98 den entsprechenden Winkel aufsuchen, so erhält man den oben gegebenen Werth für $M - t_0$.

c. Korrespondirende Sonnenhöhen. Einen speziellen Fall der unter b. behandelten Aufgabe bildet die unter dem Namen der korrespondirenden Sonnenhöhen bekannte Methode der Zeitbestimmung, durch Beobachtung der Zeiten, zu denen die Sonne am Vor- und Nachmittag dieselbe Höhe erreicht, die Uhrzeit des Durchgangs der Sonne durch den Meridian, und da dieser um 0^h wahre Zeit stattfinden muss, die Uhrkorrektion zu finden. Wenn sich die Deklination der Sonne nicht ändert, so würde man an das Mittel der beobachteten Uhrzeiten nur die Zeitgleichung anzubringen haben, um die Uhrzeit des Meridiandurchgangs der Sonne zu erhalten, deren Abweichung von 0^h die Uhrkorrektion ergibt. Da aber die Deklination der Sonne in der Regel nicht unveränderlich ist, so hat man an das Mittel der Zeiten eine kleine, von der Deklinations-Änderung abhängige Korrektion, die Mittagsverbesserung, anzubringen, um die Zeit des Meridiandurchgangs zu erhalten, weil die Sonne in Folge der Änderung ihrer Deklination nicht im Meridian, sondern bei abnehmender Deklination etwas vor, bei zunehmender Deklination etwas nach dem Meridiandurchgang ihre grösste Höhe erreicht, während der scheinbare Tageslauf der Sonne symmetrisch zur grössten Höhe sich vollzieht.

In diesem Falle können die Formeln (34) etwas vereinfacht werden. Da die Deklination sich nur langsam ändert und ihre Änderung für die hier in Frage kommenden Zeiträume als der Zeit proportional angesehen werden kann, so kann man setzen $\delta_1 + \delta_2 = 2\delta$ und $\delta_1 - \delta_2 = 2\Delta\delta = \epsilon\delta$, wenn δ und $\epsilon\delta$ die Deklination und ihre stündliche Änderung um Mittag des betreffenden Tages bedeuten. Da ferner M sehr klein wird, so kann es in dem Ausdruck für den Hülfswinkel ξ ohne Fehler = 0 gesetzt werden. Ebenso wird kein irgend ins Gewicht fallender Fehler begangen, wenn man $2f(M - t_0) = f2(M - t_0)$ oder $\xi_1 = 2(M - t_0)$ setzt, und schliesslich kann man in der Formeln M , $\frac{1}{2}\xi_1$ und $\frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2) = \Delta\delta$ anstatt $2M$, ξ_1 und $\delta_1 - \delta_2$ setzen. Um uns grüchlicheren Bezeichnungen anzuschliessen, setzen wir noch $\frac{1}{2}\xi_1 = M - t_0 = \Delta t_1$ und $M = \Delta t_2$, dann erhalten wir die Mittagsverbesserung t_0 durch die Formeln:

$$(35) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = 2f(\tau) & \Delta\delta = \tau \cdot \epsilon\delta \\ \cos f(\Delta t_1) = \cos(2\varphi) - \cos f(\xi) + \cos f(\Delta\delta) \\ \cos f(\Delta t_2) = \cos(2\delta) - \cos f(2\tau) + \cos f(\Delta\delta) \\ t_0 = -\Delta t_1 + \Delta t_2 \end{cases}$$

Ist dann $U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$ der sogenannte unverbesserte Mittag, so ist der wahre Mittag = $U + t_0$.

Es kann der Fall vorkommen, dass man durch das Wetter verhindert worden ist, eine Vormittags- mit einer Nachmittags-Beobachtung zu kombinieren, dass man dagegen eine Nachmittags- mit einer Beobachtung am nächsten Vormittage vereinigen kann. In diesem Falle ist U die unverbesserte Mitternacht und t_0 heisst die Mitternachts-Verbesserung.

Ist dann T die halbe Zwischenzeit, so ist $\Delta\delta = T \cdot \epsilon\delta$, wo nun $\epsilon\delta$ für die betreffende Mitternacht gilt und die Stundenwinkel der Beobachtungen sind resp.

$$\begin{aligned} t_1 &= 12^h - T - t_0 = \tau - t_0 \\ t_2 &= 12^h - T + t_0 = \tau + t_0 \end{aligned}$$

Werden diese Werthe in die Formeln für $\cos z$; die oben unter a aufgestellt wurden, und die Entwicklungen wie vorher durchgeführt, so ergeben sich wieder die Formeln (35), nur mit dem Unterschiede, dass die Mitternachts-Verbesserung das entgegengesetzte Vorzeichen erhält, sodass also:

$$t_0 = \Delta t_1 - \Delta t_2$$

ist. Man hat bei der Berechnung wohl darauf zu achten, dass $\tau = 12^h - T$ und $\Delta\delta = T \cdot \epsilon\delta$ ist.

Beispiel 1. (Aus Brünnow, S. 301.) Am 8. Oktober 1822 beobachtete Dr. Westphal in Cairo (Breite $30^{\circ}4'4''N$) eine Reihe von korrespondirenden Sonnenhöhen, aus denen sich ergab:

$$U = 23^h 50^m 43^s.00, \quad \tau = 2^h 38^m 56^s.5 = 2^h.649 = 39^{\circ}44'.0$$

Ferner ist: $q = 30^{\circ}44'N$, $\delta = 6^{\circ}7'S$, $\hat{r}\delta = -57'266 = -0'9544$, also $\Delta\delta = -2'53$, mithin:

$t = 39^{\circ}44'0$	$f(t) = + 2601.8$	$\text{cof}(2t) = + 635.6$
$2t = 79\ 28.0$		
$q = +30\ 4.4$	$f(\xi) = + 5203.6$	
$\delta = -6\ 7$	$\text{cof}(\xi) = + 1538.5$	
<hr/> $2q = +60\ 8.8$	$\text{cof}(2q) = + 1878.2$	
$2\delta = -12\ 14$		
	<hr/> $+ 339.7$	$\text{cof}(2\delta) = + 7677.9_n$
$\Delta\delta = -\ 2.53$	$\text{cof}(\Delta\delta) = +27184.6_n$	$+ 7042.3_n$
	$\text{cof}(\Delta t_1) = +27524.3_n$	$+27184.6_n$
	$\Delta t_1 = -2'292$	$\text{cof}(\Delta t_2) = +34226.9$
		$\Delta t_2 = +0'329$

also $t_0 = +2'292 + 0'329 = +2'621 = +10'48$ und der verbesserte Mittag $U+t_0 = 23^{\circ}50'53''.48$. Da die Zeitgleichung $= -12^{\circ}33'18$ war, so ging die Sonne um $23^{\circ}47'26''.82$ durch den Meridian und die Uhrkorrektion gegen mittlere Zeit war $= -3^{\circ}26'66$. Brünnow findet $t_0 = +10'46$.

Beispiel 2. (Aus Brünnow, S. 303.) Am 17. und 18. September 1810 beobachtete von Zach in Marseille korrespondirende Sonnenhöhen; die halbe Zwischenzeit war:

$$T = 10^{\text{h}}55^{\text{m}}, \text{ also } t = 12^{\text{h}} - T = 1^{\text{h}}5^{\text{m}} = 16^{\circ}15'$$

und da $\hat{r}\delta = -58'09 = -0'968$ ist, so ist $\Delta\delta = T \cdot \hat{r}\delta = -10'561$. Ferner war $q = 43^{\circ}17'8$ N und $\delta = 2^{\circ}14'2$ N.

$t = 16^{\circ}15'$	$f(t) = + 988.3$	$\text{cof}(2t) = + 4238.1$
$2t = 32\ 30$		
$q = +43\ 17.8$	$f(\xi) = + 1976.6$	
$\delta = +2\ 14.2$	$\text{cof}(\xi) = + 4378.4$	
<hr/> $2q = +86\ 35.6$	$\text{cof}(2q) = + 204.6$	
$2\delta = +4\ 28.4$		
	<hr/> $- 4173.8$	$\text{cof}(2\delta) = +11147.6$
$\Delta\delta = -\ 10.56$	$\text{cof}(\Delta\delta) = +22272.0_n$	$+ 6909.5$
	$\text{cof}(\Delta t_1) = +18098.2_n$	$+22272.0_n$
	$\Delta t_1 = -35'558$	$\text{cof}(\Delta t_2) = +29181.5_n$
		$\Delta t_2 = -1'416$

also $t_0 = -35'558 + 1'416 = -34'142 = -136'57$. Brünnow findet $t_0 = -136'66$.

Es mögen nun noch einige speziellere Aufgaben behandelt werden, welche die Umstände betreffen, unter denen ein Gestirn sich im ersten Vertikal im Stundenwinkel 90° , in der grössten Digression und im Horizont befindet, deren Ermittlung gelegentlich in der Praxis nothwendig oder erwünscht ist.

Aufgabe 7. Es sollen der Stundenwinkel, der parallaktische Winkel und die Zenitldistanz für den Augenblick bestimmt werden, wo das Gestirn sich im ersten Vertikal befindet.

α . Stundenwinkel und parallaktischer Winkel. — Wird in (22) $a = 90^{\circ}$ gesetzt, so wird:

$$\begin{aligned} f(p) &= \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi) \\ -f(p) &= \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1) \end{aligned}$$

woraus man durch Addition und Subtraktion Gleichungen für die Bestimmung von t und p findet. Um Stundenwinkel und parallaktischen Winkel im ersten Vertikal zu finden, hat man daher die Gleichungen zu berechnen:

$$(36) \quad \begin{cases} f(\xi) = f(q) + f(\delta) \\ f(\xi_1) = f(q) - f(\delta) \\ \text{cof}(t) = \frac{1}{2} \frac{f(\xi) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)}{f(\xi_1)} \\ f(p) = \frac{1}{2} \frac{\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)}{f(\xi_1)} \end{cases}$$

b. Zenithdistanz. — Ebenso erhält man aus (23), wenn dort $a = 90^\circ$ gesetzt wird, $f(\xi) = \text{cof}(p)$, also $\xi = 90 - p$, folglich:

$$(37) \dots\dots\dots \text{cof}(z) = \text{cof}(q - \delta) - f(p)$$

Beispiel. (Aus Breusing: Steuermannskunst, § 191.)

$q = +49^\circ 48'$	$f(q) = +9455.8$		
$\delta = +21 \ 12$	$f(\delta) = +1302.1$		
	$f(\xi) = +4757.9$	$\text{cof}(\xi) = +1760.3$	
	$f(\xi_1) = +2153.7$	$\text{cof}(\xi_1) = +4100.3$	
		$2 \text{cof}(t) = +2340.0$	
		$2 f(p) = +5860.6$	
	$t = 70^\circ 52' 0$	$\text{cof}(t) = +1170.0$	
	$p = 43 \ 48.8$	$f(p) = +2930.3$	
$(q - \delta) = +28 \ 36$		$\text{cof}(q - \delta) = +4699.0$	
	$z = 61 \ 44.5$	$\text{cof}(z) = +1768.7$	

In Zeit ist $t = 4^h 43^m 28^s$. Breusing giebt die Höhe $-28^\circ 16'$ und den Stundenwinkel $= 4^h 43^m 28^s$ übereinstimmend mit obiger Rechnung, der parallaktische Winkel wird bei Breusing nicht berechnet.

Eine einfachere Lösung der Aufgabe kann man erhalten, wenn die unter B. 2. behandelte Aufgabe, bei der 2 Seiten und der der einen Seite gegenüberliegende Winkel gegeben sind, zu Grunde gelegt wird. Man erhält dann zunächst aus (12) und (12a), wenn $B = 90^\circ$ gesetzt wird: $f(\xi) = \text{cof}(C)$ und $f(\xi') = \text{cof}(C)$, daher $\xi = \xi'$, folglich, wenn die beiden Ausdrücke für $\text{cof}(a)$ addirt werden:

$$\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(b+c) + \text{cof}(b-c) \}$$

Ferner erhält man, wenn man in (15) A und B und a und b mit einander vertauscht und dann $B = 90^\circ$ setzt: $f(\xi_1) = \infty$, also $\xi_1 = 90^\circ$, daher $\text{cof}(\xi) = -\text{cof}(\xi_2)$ oder $\xi = 180^\circ - \xi_2$. Da nun $f(180^\circ - \xi_2) = f(\xi_2)_n = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(a+b) + \text{cof}(a-b) \}_n = -\text{cof}(b+a) + \text{cof}(b-a)$ ist, weil $\text{cof}(a-b) = \text{cof}(b-a)_n$ ist und zwei n sich gegenseitig aufheben, so erhält man:

$$f(A) = \frac{1}{2} f(\xi) = \frac{1}{2} f(180^\circ - \xi_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(b+a) + \text{cof}(b-a) \}$$

und endlich wird:

$$f(C) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(b+c) + \text{cof}(b-c) \}$$

wenn in der Formel für $f(A)$ A und a durch C und c ersetzt werden.

Wird dies auf die vorliegende Aufgabe angewendet, so sei wieder in Fig. 1 A der Pol, B das Zenith, C der Stern, dann ist $A = t$, $C = p$, $a = z$, $b = 90^\circ - \delta$, $c = 90^\circ - q$, und wenn diese Werthe eingesetzt werden, so erhält man die Formeln:

$$(38) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} \text{cof}(z) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(q+\delta) + \text{cof}(q-\delta) \} \\ f(p) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(q+\delta) + \text{cof}(q-\delta) \} \\ f(t) = \frac{1}{2} \{ f(z+\delta) + f(z-\delta) \} \end{array} \right. ^*)$$

Rechnen wir das obige Beispiel auch nach diesen Formeln, so wird:

$q = +49^\circ 48'$		$z = +61^\circ 44' 5$	
$\delta = +21 \ 12$		$\delta = +21 \ 12$	
$q + \delta = +71 \ 0$	$\text{cof}(q + \delta) = +1161.5$	$z + \delta = +82 \ 56.5$	$f(z + \delta) = +9577.7$
$q - \delta = +28 \ 36$	$\text{cof}(q - \delta) = +4699.0$	$z - \delta = +40 \ 32.5$	$f(z - \delta) = +2665.3$
	$2 \text{cof}(z) = +3537.5$		$2 f(t) = 12243.0$
	$2 f(p) = +5860.5$	$t = 70^\circ 52' 1$	$f(t) = 6121.5$
	$\text{cof}(z) = +1768.8$		
$z = 61^\circ 44' 5$	$f(p) = +2930.2$		
$p = 43 \ 48.8$			

Übereinstimmend mit der vorigen Rechnung.

*) Dieselben Formeln erhält man aus (23), (23a), (27) und (27a), wenn darin $a = 90^\circ$ gesetzt wird.

Aufgabe 8. Es werde gesucht: Azimut, parallaktischer Winkel und Zenithdistanz für den Augenblick, wo das Gestirn im Stundenwinkel $\pm 90^\circ$ steht.

a. Azimut und parallaktischer Winkel. — Wird in (22) $t = 90^\circ$ gesetzt, so wird $\text{cof}(a-p) = \text{cof}(\xi)$ und $\text{cof}(a+p) = \text{cof}(\xi_1)$, folglich auch $a-p = \xi$ und $a+p = 180^\circ - \xi_1$, also:

$$(39) \dots \dots \dots \begin{cases} f(a-p) = f(q) + f(\delta) \\ f(a+p) = \frac{1}{2}f(q) - f(\delta) \frac{1}{2}a \end{cases}$$

b. Zenithdistanz. — Diese wird unverändert nach (23) gefunden, nämlich:

$$(40) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p) \\ \text{cof}(z) = \text{cof}(q-\delta) - \text{cof}(\xi) \end{cases}$$

Beispiel. (Aus Breusing, § 190.)

$q = +35^\circ 20'$	$f(q) = +2268.8$		
$\delta = +10 43$	$f(\delta) = + 646.8$		
	$f(a-p) = +2915.6$	$a-p = 43^\circ 38' 2$	
	$f(a+p) = +1622.0_a$	$a+p = 153 55.0$	
	$\text{cof}(a) = - 528.7$	$a = 98 46.6$	
	$\text{cof}(p) = +2234.0$	$p = 55 8.4$	
	$f(\xi) = +1705.3$	$\text{cof}(\xi) = +4862.5$	
$q-\delta = +24 37$		$\text{cof}(q-\delta) = +5233.6$	
		$\text{cof}(z) = + 371.1$	$z = 89^\circ 49' 6$

Das Azimuth ist demach S $98^\circ 46' 6$ O oder W oder N $81^\circ 13' 4$ O oder W und die Zenithdistanz $89^\circ 49' 6$ oder die Höhe $6^\circ 10' 4$. Breusing findet dieselben Werthe.

Aufgabe 9. Es sei zu bestimmen: Azimut, Zenithdistanz und Stundenwinkel bei der grössten Ausweichung (Digression) eines Sterns, dessen Deklination grösser ist als die Breite.

In der grössten Ausweichung befindet sich ein Stern, dessen Deklination grösser ist als die Breite, und nur für einen solchen kann der Fall eintreten, wenn der Vertikalkreis den kleinen Kreis, welchen der Stern bei seiner täglichen Bewegung beschreibt, berührt. In diesem Falle ist aber in dem Dreieck: Pol—Zenith—Stern der Winkel am Stern ein rechter, d. h. wir haben $p = 90^\circ$ zu setzen.

Auch hier kann die unter B. 2. behandelte Aufgabe zu Grunde gelegt werden und wir erhalten die nöthigen Formeln, wenn in den Ausdrücken für $\text{cof}(a)$, $f(t)$ und $f(C)$ in Aufgabe 7 überall B und C und b und c mit einander vertauscht und dann die entsprechenden Werthe eingesetzt werden, daher:

$$(41) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{cof}(z) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \text{cof}(\delta+q) + \text{cof}(\delta-q) \frac{1}{2} \\ f(a) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{cof}(\delta+q) + \text{cof}(\delta-q) \frac{1}{2} \\ f(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} f(q+z) - f(q-z) \frac{1}{2} \end{cases}$$

Beispiel. (Aus Goodwin's Abhandlung im „Nautical magazine“, 1895, S. 985.)

$q = +20^\circ 0'$		$q+z = +50^\circ 48' 5$	$f(q+z) = +3550.6$
$\delta = +23 28$		$q-z = -10 48.5$	$f(q-z) = - 652.4$
$\delta+q = +43 28$	$\text{cof}(\delta+q) = + 3161.8$		$2f(t) = +4203.0$
$\delta-q = + 3 28$	$\text{cof}(\delta-q) = +12024.8$	$t = 33^\circ 1' 7$	$f(t) = +2101.5$
	$2 \text{cof}(z) = + 8863.0$		
	$2f(a) = +15186.6$		
$z = 30^\circ 48' 5$	$\text{cof}z = + 4431.5$		
$a = S 77 27.9$ O u. W	$f(a) = + 7593.3$		

Aufgabe 10. Es soll der Stundenwinkel und das Azimut eines Gestirns gefunden werden für den Augenblick, wo dasselbe sich im Horizont befindet. — Auf- und Untergang der Gestirne.

Setzen wir in (21) $z = 90^\circ$, so erhalten wir:

$$(42) \dots \dots \dots \begin{cases} f(\xi) = -f(\eta) + \text{cof}(\delta) \\ f(\xi_1) = -f(\eta) + \text{cof}(\delta) \\ \text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \} \\ \text{cof}(a) = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \} \end{cases}$$

Da $f(90^\circ + \delta) = +\text{cof}(\delta)_n$ ist, so würde in (42) $f(\xi)$ das Zeichen $_n$ zu erhalten haben; wir können dies aber weglassen, wenn wir in den Formeln für $\text{cof}(t)$ und $\text{cof}(a)$ der $\text{cof}(\xi)$ das negative Zeichen geben.

Den Stundenwinkel des Auf- und Untergangs eines Gestirns nennt man auch den halben Tagbogen desselben.

Beispiel 1. (Aus Brensing, § 193.)

$$\begin{array}{ll} \eta = +50^\circ 10' & f(\eta) = + 3490.1 \\ \delta = +12 21 & \text{cof}(\delta) = + 7645.0 \\ & f(\xi) = + 4154.9 \quad \text{cof}(\xi) = +2117.6 \\ & f(\xi_1) = +1135.1 \quad \text{cof}(\xi_1) = 269.7 \\ & 2 \text{cof}(t) = -1847.9 \\ & 2 \text{cof}(a) = -2387.3 \\ & t = 105^\circ 13'1 & \text{cof}(t) = - 924.0 \\ & a = 109 30.3 & \text{cof}(a) = -1193.6 \end{array}$$

Der halbe Tagbogen des Gestirns beträgt daher $105^\circ 13'1 = 7^h 0^m 52.4$, und wenn es die Sonne wäre, so würde dieselbe um $4^h 59^m 7.6$ a. m. wahre Zeit aufgehen und um $7^h 0^m 52.4$ p. m. wahre Zeit untergehen, und zwar in dem Azimut S $109^\circ 30'3$ O resp. W. Häufig wünscht man die sogenannte Amplitude oder den Abstand des Orts des Auf- oder Untergangs des Gestirns vom Ost- oder Westpunkte zu kennen. In diesem Falle wäre also die Amplitude = 0 resp. W $19^\circ 30'3$ N.

Beispiel 2. (Ebendasselbst.)

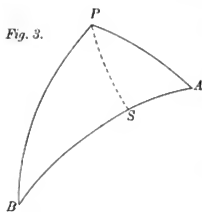
$$\begin{array}{ll} \eta = +37^\circ 25' & f(\eta) = +2424.0 \\ \delta = -17 36 & \text{cof}(\delta) = +6413.4_n \\ & f(\xi) = +3989.4_n \quad \text{cof}(\xi) = -2229.4 \\ & f(\xi_1) = +8887.4_n \quad \text{cof}(\xi_1) = - 526.9 \\ & 2 \text{cof}(t) = +1702.5 \\ & 2 \text{cof}(a) = +2756.3 \\ & t = 75^\circ 57'4 & \text{cof}(t) = + 851.2 \\ & a = 67 37.3 & \text{cof}(a) = +1378.2 \end{array}$$

Wäre das Gestirn die Sonne, so geht dieselbe um $6^h 56^m 10.4$ a. m. wahre Zeit im Azimut S $67^\circ 37'3$ O auf und um $5^h 3^m 49.6$ p. m. wahre Zeit im Azimut S $67^\circ 37'3$ W unter und die Amplitude beträgt 0 resp. W $22^\circ 22'7$ S.

D. Anwendung auf das Segeln im grössten Kreise.

Zum Schlusse soll noch die Anwendung der Mercator'schen Funktion auf die mit dem Segeln im grössten Kreise verbundenen Probleme gezeigt werden. Zuvor sei noch festgesetzt, dass die geographische Länge vom Anfangsmeridian aus nach Westen von 0° bis 360° gezählt werden soll. Man kann sie auch beiderseits von 0° bis 180° zählen, muss dann aber der westlichen Länge das Zeichen $-$, der östlichen das Zeichen $+$ geben. Auch diese Formeln werden für die Nordhalbkugel abgeleitet werden, sie finden aber auf die Südhalbkugel unverändert Anwendung, wenn man gleichnamigen Breiten das Vorzeichen $+$, ungleichnamigen Breiten entgegengesetztes Vorzeichen giebt.

Aufgabe 11. Es soll die Entfernung zweier Orte im grössten Kreise und die Winkel bestimmt werden, welche der grösste Kreis mit den resp. Meridianen bildet. — Distanz, Anfangs- und End-Kurs.



Es ist gegeben für den östlicher gelegenen Ort die Breite q_1 und die Länge λ_1 und für den westlicheren Ort B ebenso die Breite q_2 und die Länge λ_2 , gesucht wird die Distanz $AB = D$ und die Winkel $PAB = s_1$ und $PBA = s_2$.

Dies ist dasselbe Problem, welches in Aufgabe 4 unter I gelöst wurde; die Formeln (28) und (29) finden daher *mutatis mutandis* auch hier Anwendung, nämlich:

$$(43) \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = -f(q_1) + f(q_2) \\ f(\xi_1) = f(q_1) - f(q_2) \\ \text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) \} \\ \text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) \\ f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2) \\ \text{cof}(D) = -\text{cof}(q_1 + q_2) + \text{cof}(\xi) \end{array} \right.$$

Gelt die Fahrt des Schiffes von A nach B , also nach Westen, so ist der Anfangskurs $= s_1$, der Endkurs $= 180^\circ + s_2$. Segelt das Schiff aber von B nach A , oder nach Osten, so ist der Anfangskurs $= s_2$ und der Endkurs $= 180^\circ + s_1$.

Beispiel 1. (Aus Raper, S. Goodwin im „Nautical Magazine“, 1895, S. 1075). Ein Schiff segelt von Rio de Janeiro (Breite $22^\circ 55' S$, Länge $43^\circ 9' W$) nach dem Kap der Guten Hoffnung (Breite $34^\circ 22' S$, Länge $18^\circ 30' O$), welches ist die Distanz im grössten Kreise und welches der Anfangs- und Endkurs?

Da beide Orte auf der südlichen Halbkugel liegen, sind beide Breiten mit $+$ zu bezeichnen.

$q_1 = +34^\circ 22'$	$f(q_1) = +2198.1$	
$q_2 = +22^\circ 55'$	$f(q_2) = +1413.2$	
$\lambda_2 - \lambda_1 = +61^\circ 39'$		$\text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) = +1775.0$
	$f(\xi) = +3611.3$	$\text{cof}(\xi) = +2510.8$
	$f(\xi_1) = +784.9$	$\text{cof}(\xi_1) = +7475.2$
	$s_1 + s_2 = 147^\circ 55' 5''$	$\text{cof}(s_1 + s_2) = -4285.8$
	$s_1 - s_2 = 21^\circ 34.3'$	$\text{cof}(s_1 - s_2) = +5700.2$
	$s_1 = 84^\circ 44.9'$	$\text{cof}(s_1) = +315.5$
	$s_2 = 63^\circ 10.6'$	$\text{cof}(s_2) = +1671.6$
	$\text{cof}(\xi) = +4361.1$	$f(\xi) = +1987.1$
$q_1 + q_2 = 57^\circ 17'$	$\text{cof}(q_1 + q_2) = +2079.3$	
	$\text{cof}(D) = +2281.8$	$D = 54^\circ 29' 4'' = 3269 \text{ Seemeilen}$

also: Anfangskurs $= s_2 = S 63^\circ 11' O$
 Endkurs $= 180^\circ + s_1 = N 84^\circ 45' O$
 Distanz $= D = 3269 \text{ Seemeilen.}$

Beispiel 2. Ein Schiff segelt auf dem grössten Kreise von Valparaiso ($33^\circ 0' S$, $72^\circ 0' W$) nach Yokohama ($35^\circ 0' N$, $140^\circ 0' O$). Distanz, Anfangs- und Endkurs gesucht.

$q_1 = +33^\circ 0'$	$f(q_1) = +2099.5$	
$q_2 = -35^\circ 0'$	$f(q_2) = -2244.3$	
$\lambda_2 - \lambda_1 = 148^\circ 0'$		$\text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) = -4294.3$
	$f(\xi) = -144.8$	$\text{cof}(\xi) = +13270.4_n$
	$f(\xi_1) = +4343.8$	$\text{cof}(\xi_1) = +1997.9$
	$s_1 + s_2 = 188^\circ 24' 2''$	$\text{cof}(s_1 + s_2) = -8976.1_n$
	$s_1 - s_2 = 18^\circ 13.2'$	$\text{cof}(s_1 - s_2) = +6292.2$
	$s_1 = 103^\circ 18.7'$	$\text{cof}(s_1) = -806.0$
	$s_2 = 85^\circ 5.5'$	$\text{cof}(s_2) = +294.9$
	$\text{cof}(\xi) = +8941.9_n$	$f(\xi) = -511.1$
$q_1 + q_2 = -2^\circ 0'$	$\text{cof}(q_1 + q_2) = +13916.4_n$	
	$\text{cof}(D) = -4974.5$	$D = 153^\circ 31' 3'' = 9211 \text{ Seemeilen.}$

Mithin:	Anfangskurs = s_1	= S 103° 19' W = N 76° 41' W
	Endkurs = $180^\circ + s_2$	= S 265 6 W = N 85 6 W
	Distanz = D	= 9211 Seemeilen.

Aufgabe 12. Es soll Breite und Länge des Scheitelpunktes des grössten Kreises zwischen zwei Orten (der Ort der grössten Annäherung an den Pol) gefunden werden.

Der Scheitelpunkt liege in S (Fig. 3), seine Breite sei q_0 , seine Länge λ_0 , dann ist $PSA = 90^\circ$. Zunächst hat man nach der vorigen Aufgabe s_1 und s_2 zu bestimmen, geht man dann von dem östlich gelegenen Orte aus, so ist in dem Dreieck PAS gegeben $PA = 90^\circ - q_1$ und $PAS = s_1$; gesucht wird $PS = 90^\circ - q_2$ und $SPA = \lambda_2 - \lambda_1$. Nach (17) und (16) erhält man, wenn $A = 90^\circ$ gesetzt wird:

$$(44) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi_1) = 2 \operatorname{cof}(q_1) \\ f(\xi_2) = 2 f(s_1) \\ \operatorname{cof}(\xi) = \operatorname{cof}(\xi_1) + \operatorname{cof}(\xi_2) \\ \operatorname{cof}(q_0) = \frac{1}{2} f(\xi) \\ f(\xi) = f(q_1) + f(q_2) \\ \operatorname{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) = f(s_1) - \operatorname{cof}(\xi) \end{array} \right.$$

Beispiel. Es mögen die Daten des Beispiels 1 zur vorigen Aufgabe zu Grunde gelegt werden.

$s_1 = +84^\circ 45'$	$f(s_1) = +10596.7$	
$q_1 = +84 22$	$\operatorname{cof}(q_1) = +4034.7$	
	$f(\xi_1) = +21193.4$	$\operatorname{cof}(\xi_1) = +14.5$
	$f(\xi_2) = +8069.4$	$\operatorname{cof}(\xi_2) = +659.5$
	$f(\xi) = +7995.2$	$\operatorname{cof}(\xi) = +674.0$
	$\operatorname{cof}(q_0) = +3997.6$	
$q_0 = +34^\circ 43'$	$f(q_0) = +2223.6$	
	$f(q_1) = +2198.1$	
	$f(\xi) = +4421.7$	$\operatorname{cof}(\xi) = +1950.5$
		$f(s_1) = +10596.7$
	$\lambda_0 - \lambda_1 = +9^\circ 15'$	$\operatorname{cof}(\lambda_0 - \lambda_1) = +8646.2$
	$\lambda_1 = -18 30$	
	$\lambda_0 = -9 15$	

also liegt der Scheitelpunkt in $34^\circ 43' S$ und $9^\circ 15' O$.

Aufgabe 13. Die Breite zu bestimmen, in welcher der grösste Kreis zwischen zwei Orten einen bestimmten Meridian schneidet, ferner ist die bis dahin abzusehende Distanz und der dort zu steuernde Kurs zu ermitteln.

Es ist gegeben q_1, λ_1 und q_2, λ_2 , sowie die Länge λ_x des gesuchten Punktes. Gesucht wird die Breite q_x , der Kurs daselbst s_x und die Distanz D_x von dem Punkte q_1, λ_1 . Wie in voriger Aufgabe ist zunächst nach (43) der Winkel s_1 zu bestimmen, dann ergeben sich die gesuchten Grössen nach (18) und (16) durch die Formeln:

$$(45) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi) = \operatorname{cof}(s_1) + \operatorname{cof}(\lambda_x - \lambda_1) \\ f(\xi_1) = -\operatorname{cof}(s_1) + \operatorname{cof}(\lambda_x - \lambda_1) \\ f(q_x - D_x) = f(q_1) - \operatorname{cof}(\xi) \\ f(q_x + D_x) = f(q_1) + \operatorname{cof}(\xi_1) \\ f(\xi) = f(q_x) + \operatorname{cof}(D_x) \\ \operatorname{cof}(s_x) = -\frac{1}{2} \operatorname{cof}(s_1 + \lambda_x - \lambda_1) + \operatorname{cof}(\xi) \frac{1}{2} \\ \text{Kurs} = \left\{ \begin{array}{l} s_x \\ 180^\circ + s_x \end{array} \right\} \text{ für Reise } \left\{ \begin{array}{l} \text{West-Ost} \\ \text{Ost-West} \end{array} \right.$$

Setzt man $\lambda_x = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$, so kommt man auf die Methode von Zsesavich, mittels deren man Punkte des grössten Kreises erhält, deren Längendifferenz $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ u. s. w. des Längenunterschiedes des Ausgangs- und des Bestimmungslafens beträgt.

Beispiel. Es soll die Breite u. s. w. bestimmt werden, in welcher der grösste Kreis zwischen Rio de Janeiro und dem Kap der Guten Hoffnung den mittleren Meridian zwischen beiden Orten schneidet (s. Aufgabe 11, Beispiel 1). Da $\lambda_x = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$ sein soll, so ist $\lambda_x - \lambda_1 = \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)$ und die Rechnung stellt sich folgendermassen:

$s_1 = +84^{\circ}45'$	$\text{cof}(s_1) = +315.4$	
$\lambda_x - \lambda_1 = +30\ 49.5$	$\text{cof}(\lambda_x - \lambda_1) = +4429.6$	
$q_1 = +34\ 22$		$f(q_1) = +2198.1$
	$f(\xi) = +4745.0$	$\text{cof}(\xi) = +1767.2$
	$f(\xi_1) = +4114.2$	$\text{cof}(\xi_1) = +2144.5$
	$q_x - D_x = +7^{\circ}\ 9.8$	$f(q_x - D_x) = +480.9$
	$q_x + D_x = +58\ 25.4$	$f(q_x + D_x) = +4342.6$
	$q_x = +32\ 47.6$	$f(q_x) = +2084.7$
	$D_x = +25\ 37.8$	$\text{cof}(D_x) = +5090.4$
	$\text{cof}(\xi) = +857.3$	$f(\xi) = +7175.1$
$s_1 + \lambda_x - \lambda_1 = 115^{\circ}34'5$	$\text{cof}(s_1 + \lambda_x - \lambda_1) = -1588.2$	
	$\text{cof}(s_x) = +750.9$	$s_x = 77^{\circ}54'6$

Also wird der mittlere Meridian in der Breite $32^{\circ}47'6$ S geschnitten, vom Kap der Guten Hoffnung ist die Distanz $D_x = 1588$ Seemeilen, also von Rio Janeiro aus $3269 - 1588 = 1731$ Seemeilen und auf der Reise von West nach Ost ist der zu steuernde Kurs $= s_x = S\ 77^{\circ}55$ O.

Aufgabe 14. In welcher Länge schneidet der grösste Kreis zwischen zwei Orten einen bestimmten Breitenparallel, welche Distanz ist vom Ausgangspunkt bis dorthin abzusegeln und welches ist der in diesem Punkte zu steuernde Kurs?

Die gegebene Breite sei q_x und die Länge, in welcher der grösste Kreis diesen Breitenparallel schneidet, sei $= \lambda_x$. Zunächst ist wieder nach (43) der Winkel s_1 abzuleiten, dann kennt man in dem Dreieck Pol—Punkt q_1, λ_1 —Punkt q_x, λ_x , die Seiten $90^{\circ} - q_1, 90^{\circ} - q_x$ und den der letzteren gegenüberliegenden Winkel s_1 , gesucht wird die dritte Seite D_x , der Winkel am Pol $\lambda_x - \lambda_1$ und der der Seite $90^{\circ} - q_1$ gegenüberliegende Winkel s_x . Nach (15), (16) und (12) ergeben sich diese Stücke durch die Formeln:

$$(46) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f(\xi_1) = 2f(s_1) \\ f(\xi_2) = \text{cof}(q_x + q_1) + \text{cof}(q_x - q_1) \\ \text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2) \\ f(s_x) = \frac{1}{2}f(\xi) \\ f(\xi) = f(q_x) + f(q_1) \\ \text{cof}(\lambda_x - \lambda_1) = -\{ \text{cof}(s_1 + s_x) + \text{cof}(\xi) \} \\ f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_x) \\ \text{cof}(D_x) = -\text{cof}(q_x + q_1) + \text{cof}(\xi) \\ \text{Kurs} = \begin{cases} -s_x \\ 180^{\circ} + s_x \end{cases} \text{ für Reise } \begin{cases} \text{West—Ost} \\ \text{Ost—West} \end{cases} \end{array} \right.$$

Wenn, bei gleichen Zeichen der Funktionswerthe, $f(\xi_2) < f(\xi_1)$ ist, so wird der angenommene Parallel q_x überhaupt nicht von dem grössten Kreise geschnitten, denn in diesem Falle würde $\text{cof}(\xi_2) > \text{cof}(\xi_1)$ also $\text{cof}(\xi)$ negativ werden, oder ξ liegt zwischen 90° und 180° , $f(\xi)$ würde das Zeichen „ $-$ “ erhalten und wir hätten eine mit „ $-$ “ behaftete Zahl durch 2 zu dividiren, was keinen Sinn haben würde, weil es einer Quadratwurzel-Auszuehung aus einer negativen Zahl entspräche.

Beispiel. In welcher Länge schneidet der grösste Kreis zwischen Yokohama und Valparaiso den Aequator, welche Distanz ist von Valparaiso aus dorthin abzusegeln und mit welchem Kurs ist die Linie zu passieren. (S. Aufgabe 11, Beispiel 2.)

Da hier $\varphi_x = 0^\circ$ ist, so vereinfachen sich die Formeln (46) etwas, indem:

$$\begin{aligned} f(\xi_2) &= 2 \operatorname{cof}(\varphi_1)_n \\ \operatorname{cof}(\lambda_x - \lambda_1) &= -\{ \operatorname{cof}(s_1 + s_x) + \operatorname{cof}(\varphi_1) \} \\ \text{und} \quad \operatorname{cof}(D_x) &= -\operatorname{cof}(\varphi_1) + \operatorname{cof}(\xi) \end{aligned}$$

wird. Die Rechnung ist folgende:

$s_1 = 103^\circ 19'$	$f(s_1) = + 7383.7_n$			
$\varphi_1 = +33 \quad 0$	$\operatorname{cof}(\varphi_1) = + 4182.6$			
	$f(\xi_1) = +14767.4$		$\operatorname{cof}(\xi_1) = + 93.7$	
	$f(\xi_2) = + 8365.2_n$		$\operatorname{cof}(\xi_2) = -604.8$	
	$f(\xi) = + 7873.4$		$\operatorname{cof}(\xi) = +698.5$	
	$f(s_x) = + 8936.7$		$s_x = 54^\circ 42' 0$	$\operatorname{cof}(s_x) = +2266.3$
			$s_1 = 103 \quad 19.0$	$\operatorname{cof}(s_1) = - 806.3$
	$\operatorname{cof}(s_1 + s_x) = - 5633.5$		$s_1 + s_x = 158 \quad 1.0$	
	$\operatorname{cof}(\varphi_1) = + 4182.6$		$\operatorname{cof}(\xi) = +5378.0$	$f(\xi) = +1460.0$
	$\operatorname{cof}(\lambda_x - \lambda_1) = + 1450.9$		$\operatorname{cof}(\varphi_1) = +4182.6$	
			$\operatorname{cof} D_x = +1195.4$	$D_x = 70^\circ 28'$
	$\lambda_x - \lambda_1 = +66^\circ 30' 4$			
	$\lambda_1 = 72 \quad 0 \quad W$			
	$\lambda_x = 138 \quad 30.4 \quad W$			

Folglich schneidet der grösste Kreis den Aequator in $138^\circ 30' 4$ W-Länge, von Valparaiso sind $70^\circ 28' = 4228$ Seemeilen abzusegeln und die Linie ist auf der Reise nach Yokohama mit Kurs $180^\circ + s_x = N54^\circ 42' W$ zu passieren.

Als letzte Aufgabe soll das kombinierte Segeln im grössten Kreis und in der Loxodrome behandelt werden, welches darin besteht, dass das Schiff von seinem Ausgangshafen aus bis zu einem bestimmten Breitenparallel den grössten Kreis absegelt, dann, mit Kurs Ost oder West, sich auf dem Breitenparallel hält, bis eine bestimmte Länge erreicht ist und von hier ab bis zum Bestimmungshafen wieder dem grössten Kreise folgt. Die Lösung dieser Aufgabe liegt darin, dass die beiden Stücke von grössten Kreisen so gewählt werden, dass sie den Breitenparallel, welcher als nördliche oder südliche Grenz gewählt wurde, berühren; es ist also folgende Aufgabe zu lösen:

Aufgabe 15. Zu bestimmen, in welcher Länge ein gegebener Breitenparallel von einem durch einen gegebenen Ort gelegten grössten Kreise berührt wird; auch ist der Anfangskurs und die Distanz von dem gegebenen Ort bis zum Berührungspunkte zu ermitteln.

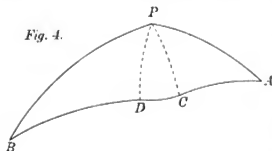


Fig. 4.

In der Fig. 4 sind $\angle PCA = 90^\circ$, $\angle PC = 90^\circ - \varphi_x$, das Komplement der gewählten nördlichsten oder südlichsten Breite, welche erreicht werden soll, und $\angle PA = 90^\circ - \varphi_1$, das Breiten-Komplement des Ausgangshafens, gegeben, und es wird gesucht $\angle APC = \lambda_x - \lambda_1$ die Differenz der Länge λ_x des Berührungspunktes C, von der Länge des Ausgangshafens A, $AC = D_x$ die abzusegeln Distanz und $\angle PAC = s_1$. Dieses Problem ist der in Aufgabe 10 behandelten Ermittlung der grössten Digression ganz analog und die dort gegebenen Formeln gelten mit den nöthigen Aenderungen auch hier, daher ist:

$$(47) \dots \dots \dots \begin{cases} \operatorname{cof}(D_x) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{cof}(\varphi_x - \varphi_1) - \operatorname{cof}(\varphi_x + \varphi_1) \} \\ f(s_1) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{cof}(\varphi_x - \varphi_1) + \operatorname{cof}(\varphi_x + \varphi_1) \} \\ f(\lambda_x - \lambda_1) = \frac{1}{2} \{ f(\varphi_1 + D_x) - f(\varphi_1 - D_x) \} \end{cases}$$

Ganz ebenso findet man in dem Dreieck PBD , wenn $BD = D'_x$, $PBD = s_2$ und $BPD = \lambda_2 - \lambda'_x$ gesetzt wird:

$$(17a) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{cof}(D'_x) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(q_x - q_2) - \text{cof}(q_x + q_2) \} \\ f(s_2) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(q_x - q_2) + \text{cof}(q_x + q_2) \} \\ f(\lambda_2 - \lambda''_x) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(q_2 + D'_x) - f(q_2 - D'_x) \} \end{cases}$$

Beispiel. (Aus Goodwin's Abhandlung, Nautical magazine, 1895, S. 1078.) Ein Schiff segelt vom Kap der Guten Hoffnung (34° S-Br., 18° 20' O-Länge) nach dem Swan-River (32° 3' S-Breite, 115° 45' O-Länge) auf einem grössten Kreise, will aber nicht südlicher kommen als bis 40° S-Breite. Es sind Anfangs- und Endkurs, die auf den grössten Kreisen abzuseghenden Distanzen und die Längen der Punkte zu bestimmen, wo der Breitenparallel 40° erreicht und verlassen werden muss.

Da wir immer den östlich gelegenen Ort mit dem Index 1 bezeichnen und da beide Orte auf derselben Halbkugel liegen, so sind die Breiten + und Breite und Länge des Kaps mit dem Index 2 zu bezeichnen.

$q_2 = +34^{\circ} 0'$		
$q_x = +40 0$		
$q_x - q_2 = + 6 0$	$\text{cof}(q_x - q_2) = +10136.9$	
$q_x + q_2 = +74 0$	$\text{cof}(q_x + q_2) = + 972.7$	
	$2 \text{cof}(D'_x) = + 9164.2$	
	$2 f(s_2) = +11109.6$	
$D'_x = 29^{\circ} 32' 8$	$\text{cof}(D'_x) = + 4582.1$	
	$f(s_2) = + 5554.8$	$s_2 = 67^{\circ} 31' 2$
$q_2 + D'_x = 63 32.8$	$f(q_2 + D'_x) = + 4977.9$	
$q_1 - D'_x = +4 27.2$	$f(q_1 - D'_x) = + 267.5$	
	$2 f(\lambda_2 - \lambda''_x) = + 4710.4$	
	$f(\lambda_2 - \lambda''_x) = + 2355.2$	$\lambda_2 - \lambda''_x = +36^{\circ} 30'$
		$\lambda_2 = -18 20$
		$\lambda''_x = -54 50$

Demnach: Anfangskurs S 67° 31' O, abzuseghende Distanz = 1773 Seemeilen und der Parallel von 40° wird erreicht in 54° 50' Ost-Länge.

Für das Stück der Reise von 40° S bis zum Swan-River wird:

$q_1 = +32^{\circ} 3'$		
$q_x = +40 0$		
$q_x - q_1 = + 7 57$	$\text{cof}(q_x - q_1) = + 9167.1$	
$q_x + q_1 = +72 3$	$\text{cof}(q_x + q_1) = + 1095.1$	
	$2 \text{cof}(D'_x) = + 8072.0$	
	$2 f(s_1) = +10262.2$	
$D'_x = 34^{\circ} 21' 0$	$\text{cof}(D'_x) = + 4036.0$	
	$f(s_1) = + 5131.1$	$s_1 = 64^{\circ} 40'$
$q_1 + D'_x = +66 24$	$f(q_1 + D'_x) = + 5383.0$	
$q_1 - D'_x = - 2 18$	$f(q_1 - D'_x) = - 138.0$	
	$2 f(\lambda'_x - \lambda_1) = + 5521.0$	
	$f(\lambda'_x - \lambda_1) = + 2760.5$	$\lambda'_x - \lambda_1 = + 41^{\circ} 44' 2$
		$\lambda_1 = -115 45$
		$\lambda'_x = - 74 0.8$

Der Parallel von 40° S ist demnach auf der Länge 74° 1' Ost zu verlassen und auf dem grössten Kreise eine Distanz von 2061 Seemeilen abzuseghen, dann erreicht das Schiff sein Ziel mit Kurs N 64° 40' O.

Hiermit schliessen wir die Darstellung der Anwendung der Mercator'schen Funktion auf nautische Probleme in der Hoffnung, dass das vorstehende genügen werde, um den grossen Vorzug, den dieselbe bietet, ins rechte Licht zu setzen.

In aller Kürze möge zum Schluss noch gezeigt werden, in welcher Weise der Einfluss von Fehlern der gegebenen Grössen auf das Resultat der Rechnung ermittelt oder eine Fehlergleichung aufgestellt werden kann. Solche Gleichungen können auch dazu dienen, die günstigsten Bedingungen für die Beobachtung festzustellen, worüber im vorhergehenden fast nichts gesagt worden ist, weil diese Regeln von der Berechnungsweise unabhängig sind und als genügend bekannt vorausgesetzt werden konnten; sie können aber ebenso gut aus den hier aufzustellenden Fehlergleichungen abgeleitet werden, wie unten an einem Beispiele gezeigt werden wird.

Um zu der Fehlergleichung zu gelangen, hat man die Gleichungen, durch welche die gesuchten Grössen gegeben werden, zu differenzieren und die darin enthaltenen Differentiale der Hilfswinkel ξ , ξ_1 u. s. w. durch solche der gegebenen Grössen zu ersetzen. Dabei hat man sich zu erinnern, dass:

$$(48) \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{\rho} \cdot f(x) = \sec x \hat{\rho} x \quad \text{und} \quad \hat{\rho} \cdot \text{cof}(x) = -\text{cosec } x \hat{\rho} x \\ \text{und} \quad \frac{\text{sec } x}{\text{cosec } x} = \text{tg } x, \quad \frac{\text{cosec } x}{\sec x} = \text{cot } x \end{array} \right.$$

ist. Da nun die angehängte Tabelle die Werthe von $\sec x$, $\text{cosec } x$, $\text{tg } x$ und $\text{cot } x$ auf 2 Dezimalen zu entnehmen gestattet, so lassen sich die, etwas komplizirter aussehenden, Fehlergleichungen numerisch leicht berechnen. Um dabei diesen Werthen die richtigen Vorzeichen zu geben, merke man sich die Regel:

„Der $\sec x$ resp. $\text{cosec } x$ ist das Zeichen — zu geben, wenn $f(x)$ resp. $\text{cof}(x)$ das Zeichen + hat und $\text{tg } x$ und $\text{cot } x$ erhalten das Zeichen —, wenn $f(x)$ und $\text{cof}(x)$ verschiedene Zeichen haben, sonst sind die Grössen mit dem Zeichen + zu versehen.“

Als Beispiel möge die Aufstellung einer Fehlergleichung für den Fall dienen, wo Stundenwinkel und Azimut mittels einer beobachteten Gestirnshöhe gefunden werden sollen. (C. Aufgabe 1.) Als fehlerhaft sind dabei die gegebenen Grössen: Breite, Zenithdistanz und Deklination anzusehen. Die Differentiation der Gleichungen (21) ergibt:

$$\begin{aligned} \sec \xi \cdot \hat{\rho} \xi &= -\sec \varphi \hat{\rho} \varphi + \sec(z+\delta) (\hat{\rho} z + \hat{\rho} \delta) \\ \sec \xi_1 \cdot \hat{\rho} \xi_1 &= \sec \varphi \hat{\rho} \varphi + \sec(z-\delta) (\hat{\rho} z - \hat{\rho} \delta) \\ \text{cosec } t \cdot \hat{\rho} t &= \frac{1}{2} \text{cosec } \xi \hat{\rho} \xi + \frac{1}{2} \text{cosec } \xi_1 \hat{\rho} \xi_1 \\ \text{cosec } a \cdot \hat{\rho} a &= \frac{1}{2} \text{cosec } \xi \hat{\rho} \xi - \frac{1}{2} \text{cosec } \xi_1 \hat{\rho} \xi_1 \end{aligned}$$

und hieraus finden sich die Fehlergleichungen:

$$(49) \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{\rho} t = -\frac{\sec \varphi}{2 \text{cosec } t} (\text{cot } \xi - \text{cot } \xi_1) \hat{\rho} \varphi + \frac{\text{cot } \xi \sec(z+\delta) + \text{cot } \xi_1 \sec(z-\delta)}{2 \text{cosec } t} \hat{\rho} z + \frac{\text{cot } \xi \sec(z+\delta) - \text{cot } \xi_1 \sec(z-\delta)}{2 \text{cosec } t} \hat{\rho} \delta \\ \hat{\rho} a = -\frac{\sec \varphi}{2 \text{cosec } a} (\text{cot } \xi + \text{cot } \xi_1) \hat{\rho} \varphi + \frac{\text{cot } \xi \sec(z+\delta) - \text{cot } \xi_1 \sec(z-\delta)}{2 \text{cosec } a} \hat{\rho} z + \frac{\text{cot } \xi \sec(z+\delta) + \text{cot } \xi_1 \sec(z-\delta)}{2 \text{cosec } a} \hat{\rho} \delta \end{array} \right.$$

Die Einheit für die Differentiale ist überall die Bogenminute. Will man $\hat{\rho} t$ in Zeitsekunden haben, so ist die rechte Seite der betreffenden Gleichung mit 4 zu multiplizieren.

Aus (48) ersieht man, dass ein Fehler in der angenommenen Breite einen Einfluss auf den erhaltenen Stundenwinkel nicht hat, wenn $\text{cot } \xi = \text{cot } \xi_1$ oder $\xi = \xi_1$ ist. Wenn aber dies der Fall ist, so ist auch $\text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) = 0$, d. h. es ist $2 \text{cof}(a) = 0$ oder $a = \pm 90^\circ$. Um also den Stundenwinkel möglichst frei von einem etwaigen Fehler der angenommenen Breite zu erhalten, sollte möglichst in der Nähe des ersten Vertikals beobachtet werden.

Ebenso sieht man, dass ein Fehler in der Breite auf das Azimut ohne Einfluss bleibt, wenn $\text{cot } \xi = -\text{cot } \xi_1$ oder $\xi_1 = 180^\circ - \xi$ ist, und dass dieser Fall eintritt, wenn $2 \text{cof}(t) = 0$ oder $t = \pm 90^\circ$ ist. Um demnach das Azimut frei von dem Einflusse eines etwaigen Breitenfehlers zu erhalten, sollte die Höhe des Gestirns in dem Augenblicke beobachtet werden, wo dasselbe im Stundenwinkel 90° steht.

Dies sind dieselben Regeln, welche sich aus den gewöhnlichen Formeln ergeben.

Zur Erläuterung der Formeln (49) diene das zweite Beispiel zur Aufgabe 1 des Abschnitts C, welches wir hier nochmals durchrechnen, wobei wir mit den Funktionswerthen zugleich die entsprechenden Werthe für \sec , cosec und cot entnehmen:

$q = +25^{\circ} 30'$	$f(q) = + 1583.2$	<i>ser</i>	$+ 1.11$
$\delta = -21 10$			
$z = +74 42$			
$z+\delta = +53 32$	$f(z+\delta) = + 3817.3$		$+ 1.68$
$z-\delta = +95 52$	$f(z-\delta) = +10214.2_n$		-9.78
	$f(\xi) = + 2234.1$	$\text{cof}(\xi) = + 3982.6$	$+ 1.43$
	$f(\xi_1) = +11797.4_n$	$\text{cof}(\xi_1) = - 222.4$	-0.065
		$2 \text{cof}(t) = +3760.2$	
		$2 \text{cof}(u) = +4205.0$	<i>coser</i>
	$t = 299^{\circ} 52'.8$	$\text{cof}(t) = +1880.1_n$	$- 1.15$
	$a = 303 2.5$	$\text{cof}(a) = +2102.5_n$	$- 1.19$

und hiernit erhält man die Fehlergleichungen:

$$\begin{aligned} \hat{c}t &= + \frac{(1.43+0.065) \cdot 1.11}{2.30} \hat{c}q - \frac{1.43 \times 1.68 + 0.065 \times 9.78}{2.30} \hat{c}z - \frac{1.43 \times 1.68 - 0.065 \times 9.78}{2.30} \hat{c}\delta \\ \hat{c}a &= + \frac{(1.43-0.065) \cdot 1.11}{2.38} \hat{c}q - \frac{1.43 \times 1.68 - 0.065 \times 9.78}{2.38} \hat{c}z - \frac{1.43 \times 1.68 + 0.065 \times 9.78}{2.38} \hat{c}\delta \end{aligned}$$

oder wenn die Rechnung ausgeführt wird:

$$\begin{aligned} \hat{c}t &= + 0.721 \hat{c}q - 1.321 \hat{c}z - 0.768 \hat{c}\delta = + 2^{\circ} 884 \hat{c}q - 5^{\circ} 284 \hat{c}z - 3^{\circ} 072 \hat{c}\delta \\ \hat{c}a &= + 0.637 \hat{c}q - 0.742 \hat{c}z - 1.277 \hat{c}\delta \end{aligned}$$

Um dies Resultat mit demjenigen zu vergleichen, welches man durch Differentiation der Fundamentalgleichungen der sphärischen Trigonometrie erhält, seien nachstehend die entsprechenden Formeln angeführt:

$$\begin{aligned} \cos z \cdot \hat{c}t &= - \cos a \operatorname{cosec} p \hat{c}q + \operatorname{cosec} p \hat{c}z + \cot p \hat{c}\delta \\ \sin z \cdot \hat{c}a &= - \cos t \operatorname{cosec} p \hat{c}q + \cot p \hat{c}z + \operatorname{cosec} p \hat{c}\delta \end{aligned}$$

folglich da sich mit Hilfe von (22) unter Zugrundelegung des ohigen Werthes von t der parallaktische Winkel $p = -54^{\circ} 13.7$ ergibt:

$$\begin{aligned} \hat{c}t &= + 0.7206 \hat{c}q - 1.3217 \hat{c}z - 0.7726 \hat{c}\delta \\ \hat{c}a &= + 0.6366 \hat{c}q - 0.7470 \hat{c}z - 1.2778 \hat{c}\delta \end{aligned}$$

sehr nahe übereinstimmend mit den oben gefundenen Gleichungen.

In ähnlicher Weise kann man in jedem Falle eine Fehlergleichung aufstellen, was hier aber nicht weiter ausgeführt werden soll.

Die dieser Arbeit angehängte Tabelle der Mercator'schen Funktion von Minute zu Minute weicht in ihrer Anordnung von derjenigen der Meridionaltheile, wie sie sich in den nautischen Tabellenwerken findet, insofern ab, als sie nicht wie diese von 0° bis 90° fortschreitet, sondern bei 45° gleichsam eingeknickt ist, sodass die Werthe für die Winkel 90° bis 45° neben denen von 0° bis 45° stehen. Bei dieser Anordnung, welche der der trigonometrischen Funktionen in den Logarithmentafeln entspricht und mit Bezug auf die Meridionaltheile wohl zuerst von dem Capitaine de frégate Guyou angewendet worden ist, stehen die zusammengehörigen Werthe von $f(x)$ und $\text{cof}(x)$ nebeneinander und der Uebergang von dem einen zum andern ist sehr einfach ohne Kenntniss des Winkels auszuführen. Da diese Operation, wie die Formeln in den vorhergehenden Abschnitten zeigen, fortwährend vorkommt, so ist gesucht worden, dieselbe noch weiter zu erleichtern durch Angabe des Verhältnisses der Differenz zweier aufeinander folgender Werthe der Funktion zu derjenigen der Kofunktion. In jeder Abtheilung von je $10'$ finden sich quer stehend zwei Zahlen, von denen die eine eingeklammert ist. Die nicht in Klammern stehende Zahl giebt die für die Mitte der Abtheilung geltende Differenz für $1'$ Aenderung des Winkels, während die eingeklammerte Zahl das Verhältniss der Differenz zu der der für denselben Grad geltenden Nachbarrubrik darstellt. So sind

z. B. für $19^{\circ}30' - 40'$ die nicht eingeklammerten Zahlen 1.06 und 2.98 die für $19^{\circ}35'$ geltenden Differenzen resp. der Funktion und der Kofunktion, während die in Klammern stehenden Zahlen $(0.36) = \frac{1.06}{2.98}$ und $(2.81) = \frac{2.98}{1.06}$ sind. Hat man daher von der Funktion zur Kofunktion überzugehen, so braucht man nur die in der *cof* überschriebenen Rubrik stehende eingeklammerte Zahl mit den über den nächsten Tafelwerth überschüssenden Theilen des Funktionswerthes zu multiplizieren und das Produkt mit richtigem Vorzeichen dem entsprechenden Tafelwerth hinzuzufügen. Die im vorhergehenden ausführlich ausgerechneten Aufgaben gehen hierfür Beispiele in Fülle. Wie schon oben erwähnt, stellen diese Zahlen die Sekante, Kossekante, Tangente und Kotangente für die Mitte jeder Abtheilung dar.

Gleichfalls wurde schon in dem Beispiel zu Aufgabe 6, b. gezeigt, wie man in einzelnen Fällen die Funktion oder den Winkel auf Hundertel entnehmen kann, wenn dies einmal wünschenswerth sein sollte.

Um die Entnahme der Kofunktion kleiner Winkel bzw. der Funktion für Winkel in der Nähe von 90° zu erleichtern, sind die Werthe derselben für die Grade 0° und 1° bzw. 88° und 89° von Zehntel zu Zehntel Minuten gegeben. Von 2° an kann man schon ohne Bedenken einfach interpoliren. Diese Tabelle ist dem Werke von Guyou entnommen.

Ganz zum Schluss findet sich eine Zusammenstellung der Formeln für die in dieser Abhandlung behandelten Probleme. Dieselbe ist so gedruckt, dass sie herausgenommen und aufgeklebt werden kann, um jederzeit die Formeln bequem zur Hand haben zu können.

Tabelle
der Mercator'schen Funktion
von Minute zu Minute.

		$\cos(\theta^{\circ})$											
θ°	$f(\theta^{\circ})$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
0	0	∞	38290.7	35907.8	34513.9	33524.9	32757.8	32131.1	31601.1	31142.1	30737.2	30375.0	50
1	1	30375.0	30047.3	29748.2	29473.0	29218.3	28981.1	28759.2	28550.8	28354.3	28168.4	27992.1	51
2	2	27992.1	27824.4	27664.4	27511.6	27365.3	27225.0	27090.2	26960.4	26835.4	26714.8	26598.2	52
3	3	26598.2	26485.5	26376.3	26270.0	26166.9	26066.3	25971.4	25877.2	25783.6	25690.3	25598.2	53
4	4	25698.2	25524.4	25441.5	25360.6	25281.6	25204.3	25128.8	25054.8	24982.4	24911.6	24842.1	54
5	5	24842.1	24724.1	24607.3	24491.8	24377.6	24264.5	24152.4	24041.3	23931.0	23821.3	23713.4	55
6	6	24215.4	24115.5	24012.6	23907.6	23801.5	23694.2	23587.7	23482.0	23378.1	23274.9	23173.4	56
7	7	23685.4	23636.7	23588.6	23541.2	23494.4	23448.2	23402.7	23357.8	23313.4	23269.6	23226.4	57
8	8	23226.4	23183.7	23141.5	23099.8	23058.7	23018.0	22977.8	22938.0	22898.5	22859.0	22820.5	58
9	9	22821.5	22785.6	22745.9	22707.2	22670.2	22635.6	22599.5	22564.0	22529.7	22495.8	22463.0	59
10	10	22459.3	22425.1	22391.2	22357.6	22324.4	22291.5	22259.0	22226.7	22194.7	22163.0	22131.6	49
11	11	131.6	100.5	69.7	39.1	008.8	21978.8	21949.0	21919.5	21890.3	21861.3	21832.5	48
12	12	21832.5	21804.0	21775.7	21747.6	21719.8	21692.1	21664.8	21637.6	21610.6	21583.9	21557.3	47
13	13	557.3	531.0	504.8	478.9	453.1	427.6	402.2	377.0	352.0	327.2	302.6	46
14	14	302.6	278.1	253.8	229.7	205.7	181.9	158.3	134.8	111.5	88.4	65.4	45
15	15	21065.4	21042.5	21019.8	20997.3	20974.9	20952.6	20930.5	20908.6	20886.7	20865.1	20843.5	44
16	16	20843.5	20822.1	20800.8	20779.6	20758.6	20737.7	20716.9	20696.3	20675.8	20655.4	20635.1	43
17	17	635.1	614.9	594.5	575.0	555.1	535.4	515.9	496.4	477.0	457.8	438.6	42
18	18	438.6	419.5	400.6	381.8	363.0	344.4	325.9	307.4	289.1	270.9	252.7	41
19	19	252.7	234.7	217.4	198.9	181.1	163.4	145.5	128.4	110.9	93.6	76.4	40
20	20	20076.4	20059.3	20042.3	20025.2	20008.3	19991.5	19974.8	19958.1	19941.6	19925.1	19908.7	39
21	21	19908.7	19892.3	19875.7	19859.0	19843.3	19827.8	19811.8	19795.9	19780.1	19764.7	19748.7	38
22	22	748.7	733.1	717.6	702.2	686.8	671.5	656.2	641.1	625.9	610.9	595.9	37
23	23	595.9	581.0	566.2	551.4	536.6	522.0	507.4	492.0	478.4	464.0	449.6	36
24	24	449.6	435.3	421.1	406.9	392.8	378.7	364.7	350.8	336.9	323.1	309.3	35
25	25	19309.3	19295.6	19281.9	19268.3	19254.7	19241.2	19227.8	19214.3	19201.0	19187.7	19174.4	34
26	26	174.4	161.2	148.1	135.0	122.0	109.0	96.0	83.1	70.3	57.5	44.7	33
27	27	644.7	632.0	619.3	606.7	594.1	581.6	569.1	556.7	544.3	532.0	519.7	32
28	28	18910.7	18907.4	18895.2	18883.0	18870.9	18858.8	18846.8	18834.8	18822.8	18810.9	18799.1	31
29	29	799.0	787.2	775.4	763.7	751.9	740.3	728.6	717.0	705.5	694.0	682.5	30
30	30	18682.5	18671.1	18659.6	18648.3	18637.0	18625.7	18614.4	18603.2	18592.0	18580.9	18569.8	29
31	31	569.8	558.7	547.7	536.7	525.7	514.8	503.9	493.0	482.2	471.4	460.6	28
32	32	460.6	449.9	439.2	428.5	417.9	407.3	396.3	386.2	375.7	365.3	354.8	27
33	33	354.8	344.4	334.1	323.7	313.4	303.1	292.9	282.7	272.5	262.3	252.2	26
34	34	252.2	242.1	232.0	222.0	212.0	202.0	192.1	182.1	172.3	162.4	152.6	25
35	35	18152.6	18142.7	18133.0	18123.2	18113.5	18103.8	18094.1	18084.5	18074.9	18065.3	18055.7	24
36	36	655.7	646.2	636.7	627.2	617.7	608.2	599.0	589.5	579.8	570.3	560.8	23
37	37	17961.5	17952.2	17943.0	17933.8	17924.5	17915.4	17906.2	17897.1	17888.0	17878.9	17869.8	22
38	38	869.8	860.8	851.8	842.8	833.8	824.9	816.0	807.1	798.2	789.4	780.5	21
39	39	780.5	771.7	762.9	754.2	745.5	736.7	728.0	719.4	710.7	702.1	693.5	20
40	40	17693.5	17684.9	17676.4	17667.8	17659.3	17650.8	17642.3	17633.9	17625.4	17617.0	17608.6	19
41	41	608.6	600.2	591.9	583.5	575.2	566.9	558.7	550.4	542.2	534.0	525.8	18
42	42	525.8	517.6	509.4	501.3	493.2	485.1	477.0	468.9	460.9	452.9	444.9	17
43	43	444.9	436.9	428.9	421.0	413.0	405.1	397.2	389.4	381.5	373.7	365.8	16
44	44	365.8	358.0	350.2	342.5	334.7	327.0	319.3	311.6	303.9	296.2	288.6	15
45	45	17288.6	17280.0	17271.3	17262.7	17254.2	17245.6	17237.1	17228.5	17220.0	17211.5	17203.0	14
46	46	213.0	205.16	198.1	190.7	183.3	175.9	168.5	161.1	153.8	146.4	139.1	13
47	47	139.1	131.8	124.5	117.2	110.0	102.7	95.5	88.3	81.1	73.9	66.7	12
48	48	66.7	65.6	64.5	63.4	62.3	61.2	60.1	59.0	57.9	56.8	55.7	11
49	49	16995.8	16985.8	16975.8	16965.8	16955.8	16945.8	16935.8	16925.8	16915.8	16905.8	16895.8	10
50	50	16926.4	16919.5	16912.6	16905.8	16899.0	16892.2	16885.4	16878.6	16871.8	16865.0	16858.3	9
51	51	858.3	851.6	844.8	838.1	831.4	824.8	818.1	811.4	804.8	798.1	791.5	8
52	52	791.5	784.9	778.3	771.8	765.2	758.6	752.1	745.6	739.0	732.4	726.0	7
53	53	726.0	719.6	713.1	706.6	700.2	693.8	687.3	680.9	674.5	668.2	661.8	6
54	54	661.8	655.4	649.1	642.7	636.4	630.1	623.8	617.5	611.2	605.0	598.7	5
55	55	16598.7	16592.5	16586.2	16580.0	16573.8	16567.6	16561.4	16555.2	16549.0	16542.8	16536.6	4
56	56	536.8	530.6	524.5	518.4	512.3	506.2	500.1	494.0	488.0	481.9	475.9	3
57	57	475.9	469.9	463.9	457.9	451.9	445.9	439.9	433.9	428.0	422.0	416.1	2
58	58	416.1	410.2	404.3	398.4	392.5	386.6	380.7	374.9	369.0	363.2	357.3	1
59	59	357.3	351.5	345.7	339.9	334.1	328.3	322.6	316.8	311.0	305.3	299.6	0
	$\cos(89^{\circ})$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0	θ°

 $f(89^{\circ})$

↓	0°		1°		2°		3°		4°		60°
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
0'	0.0	∞	60.0	16299.6	120.0	13916.4	180.1	12522.1	240.2	11532.5	0'
1	1.0	30375.0	61.0	242.7	21.0	887.9	81.1	503.1	41.2	518.2	59
2	2.0	17992.0	62.0	180.8	22.0	559.6	82.1	484.1	42.2	504.0	58
3	3.0	10598.2	63.0	131.8	23.0	531.5	83.1	465.3	43.2	486.8	57
4	4.0	6509.2	64.0	97.7	24.0	503.7	84.1	448.5	44.2	475.6	56
5	5.0	4242.0	65.0	16024.4	25.0	13776.1	135.1	165.1	245.2	11461.6	55
6	6.0	24215.4	66.0	15971.9	26.0	748.7	86.0	429.7	46.0	447.6	54
7	7.0	23685.5	67.0	920.2	27.0	721.5	87.1	390.9	47.2	433.6	53
8	8.0	23226.4	68.0	860.3	28.0	694.5	88.1	372.5	48.2	419.7	52
9	9.0	22821.5	69.0	810.1	29.0	667.8	89.1	354.3	49.2	405.9	51
10	10.0	22450.2	70.0	15769.6	130.0	13641.2	190.1	12336.1	250.2	11392.1	50
11	11.0	131.6	71.0	720.5	31.0	614.9	91.1	318.1	51.2	378.3	49
12	12.0	21832.5	72.0	627.3	32.0	588.7	92.1	300.1	52.2	364.6	48
13	13.0	557.4	73.0	672.7	33.0	562.8	93.1	282.3	53.2	351.0	47
14	14.0	302.6	74.0	578.5	34.0	537.0	94.1	264.5	54.2	337.4	46
15	15.0	21065.4	75.0	15532.4	135.0	13511.4	195.1	12246.8	255.2	11323.9	45
16	16.0	20843.3	76.0	486.9	36.0	486.1	96.1	229.2	56.2	310.5	44
17	17.0	635.1	77.0	441.9	37.0	460.9	97.1	211.7	57.2	297.0	43
18	18.0	438.6	78.0	397.6	38.0	435.9	98.1	194.3	58.2	283.2	42
19	19.0	252.7	79.0	353.8	39.0	411.0	99.1	177.0	59.2	270.4	41
20	20.0	20076.4	80.0	15310.5	140.0	13386.4	200.1	12159.7	260.2	11257.1	40
21	21.0	19908.7	81.0	267.8	41.0	361.9	01.1	142.6	61.3	243.9	39
22	22.0	748.8	82.0	225.6	42.0	337.6	02.2	125.5	62.3	230.7	38
23	23.0	595.9	83.0	183.9	43.0	313.5	03.2	108.5	63.3	217.6	37
24	24.0	449.6	84.0	142.8	44.0	290.5	04.2	91.5	64.3	204.6	36
25	25.0	19398.3	85.0	15102.1	145.0	13265.7	205.2	12074.8	265.3	11191.6	35
26	26.0	1774.5	86.0	061.9	46.0	242.1	06.2	058.0	66.3	178.6	34
27	27.0	044.7	87.0	022.1	47.0	218.6	07.2	041.4	67.3	165.7	33
28	28.0	18919.7	88.0	14982.8	148.0	195.3	08.2	024.8	68.3	152.8	32
29	29.0	799.0	89.0	944.0	49.0	172.1	09.2	008.3	69.3	140.0	31
30	30.0	18682.5	90.0	14905.6	150.0	13149.1	210.2	11991.9	270.3	11127.2	30
31	31.0	569.8	91.0	867.6	51.0	126.3	11.2	975.6	71.3	114.5	29
32	32.0	460.6	92.0	830.0	52.0	103.6	12.2	959.3	72.3	101.8	28
33	33.0	354.8	93.0	792.8	53.1	081.0	13.2	943.1	73.3	089.2	27
34	34.0	252.2	94.0	756.1	54.1	058.6	14.2	927.0	74.3	076.6	26
35	35.0	18152.6	95.0	14719.7	155.1	13036.4	215.2	11911.0	275.3	11064.1	25
36	36.0	055.7	96.0	083.7	56.1	014.2	16.2	895.0	76.3	051.6	24
37	37.0	17961.5	97.0	048.0	57.1	12992.3	17.2	879.1	77.3	039.2	23
38	38.0	869.9	98.0	612.8	58.1	070.4	18.2	863.3	78.3	026.7	22
39	39.0	780.5	99.0	577.9	59.1	948.7	19.2	847.5	79.3	014.4	21
40	40.0	17693.5	100.0	14543.3	160.1	12927.2	220.2	11831.9	280.3	11002.1	20
41	41.0	608.6	01.0	509.1	61.1	005.8	21.2	816.3	81.3	10989.8	19
42	42.0	800.7	02.0	475.2	62.1	884.5	22.2	800.7	82.3	977.6	18
43	43.0	444.9	03.0	441.7	63.1	863.3	23.2	785.3	83.3	965.4	17
44	44.0	356.9	04.0	408.5	64.1	842.3	24.2	769.9	84.3	953.3	16
45	45.0	17388.6	05.0	14375.6	165.1	12821.5	225.2	11754.6	285.3	10941.2	15
46	46.0	213.0	06.0	343.0	66.1	800.6	26.2	739.3	86.3	930.1	14
47	47.0	139.1	07.0	310.7	67.1	770.9	27.2	724.1	87.3	917.1	13
48	48.0	066.8	08.0	278.7	68.1	750.4	28.2	709.0	88.3	905.1	12
49	49.0	16695.8	09.0	247.0	69.1	739.0	29.2	693.9	89.3	893.2	11
50	50.0	16626.4	110.0	14215.6	170.1	12718.7	230.2	11678.9	290.3	10881.3	10
51	51.0	838.3	11.0	184.5	71.1	698.5	31.2	664.0	91.3	860.5	9
52	52.0	792.3	12.0	153.7	72.1	678.5	32.2	649.2	92.4	857.7	8
53	53.0	726.0	13.0	123.1	73.1	658.5	33.2	634.4	93.4	845.9	7
54	54.0	661.6	14.0	092.8	74.1	638.7	34.2	619.6	94.4	834.2	6
55	55.0	16598.7	115.0	14062.8	175.1	12610.9	235.2	11605.0	295.4	10822.5	5
56	56.0	536.8	16.0	033.0	76.1	599.4	36.2	590.3	96.4	810.8	4
57	57.0	475.9	17.0	003.5	77.1	579.9	37.2	575.8	97.4	799.2	3
58	58.0	416.3	18.0	13974.3	78.1	560.5	38.2	561.3	98.4	787.7	2
59	59.0	357.3	19.0	945.2	79.1	541.3	39.2	546.9	99.4	776.1	1
60	60.0	16299.6	120.0	13916.4	180.1	12522.1	240.2	11532.5	300.4	10764.6	0
	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	
		89°		88°		87°		86°		85°	

↙	δ°		6°		7°		8°		9°		↘
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
0'	300.4	10764.6	350.7	10136.9	421.0	9605.8	481.6	9145.5	542.2	8739.1	60'
1	01.4	753.2	61.7	127.3	22.1	597.6	82.6	138.3	43.2	732.7	59
2	02.8	741.7	62.1	117.8	23.1	580.4	83.6	131.1	44.3	726.3	58
3	03.4	730.4	63.7	108.3	24.1	561.3	84.6	124.0	45.3	719.9	57
4	04.4	719.0	64.7	99.8	25.1	543.2	85.6	116.8	46.3	713.6	56
5	305.4	10707.7	365.7	10089.4	426.1	9565.0	486.6	9100.7	547.3	8707.2	55
6	06.4	696.5	66.7	98.0	27.1	526.9	87.6	102.6	48.3	700.9	54
7	07.4	685.2	67.7	97.0	28.1	518.9	88.6	99.5	49.3	694.6	53
8	08.4	674.0	68.7	96.1	29.1	510.8	89.6	96.4	50.3	688.3	52
9	09.4	662.9	69.7	95.1	30.1	502.7	90.7	93.4	51.3	682.0	51
10	310.4	10651.8	370.7	10042.5	431.1	9524.7	491.7	9074.3	552.4	8675.7	50
11	11.4	640.7	71.7	93.2	32.1	516.7	92.7	96.7	53.4	666.4	49
12	12.4	629.6	72.7	92.0	33.1	508.7	93.7	96.3	54.4	663.2	48
13	13.4	618.6	73.7	90.8	34.1	500.8	94.7	95.3	55.4	660.0	47
14	14.4	607.6	74.7	89.5	35.2	492.8	95.7	94.3	56.4	656.7	46
15	315.4	10596.7	375.7	9966.3	436.2	9484.9	496.7	9039.3	557.4	8655.4	45
16	16.4	585.8	76.8	87.1	37.2	477.0	97.7	93.4	58.4	638.3	44
17	17.4	574.9	77.8	87.0	38.2	470.1	98.7	92.4	59.5	635.1	43
18	18.5	564.0	78.8	86.8	39.2	461.2	99.8	91.5	60.5	632.0	42
19	19.5	553.2	79.8	85.9	40.2	453.3	500.8	90.6	61.5	619.7	41
20	320.5	10542.5	380.8	9950.7	441.2	9445.5	501.8	9004.6	562.5	8613.5	40
21	21.5	531.7	81.8	941.6	42.2	437.6	897.8	90.8	63.5	607.3	39
22	22.5	521.0	82.8	932.6	43.2	429.8	90.8	90.0	64.5	605.1	38
23	23.5	510.3	83.8	923.6	44.2	422.1	91.8	89.0	65.5	602.3	37
24	24.5	499.7	84.8	914.6	45.2	414.3	92.8	87.7	66.5	588.9	36
25	325.5	10489.1	385.8	9905.6	446.2	9406.5	506.8	8970.3	567.6	8582.8	35
26	26.5	478.5	86.8	866.7	47.3	398.8	97.8	96.5	68.6	576.3	34
27	27.5	468.0	87.8	857.8	48.3	391.1	98.8	95.7	69.6	570.6	33
28	28.5	457.4	88.8	848.9	49.3	383.4	99.8	94.9	70.6	564.5	32
29	29.5	447.0	89.8	840.0	50.3	375.7	10.9	94.1	71.6	558.4	31
30	330.5	10436.5	390.8	9881.3	451.3	9368.0	511.9	8936.3	572.6	8552.4	30
31	31.5	426.1	91.8	852.3	52.3	360.4	12.9	92.6	73.0	546.3	29
32	32.5	415.7	92.9	843.6	53.3	352.7	13.9	92.8	74.7	540.3	28
33	33.5	405.4	93.9	834.8	54.3	345.1	14.9	91.6	75.7	534.3	27
34	34.5	395.0	94.9	826.0	55.3	337.5	15.9	90.4	76.7	528.2	26
35	335.5	10384.7	395.9	9817.3	456.3	9320.9	516.0	8902.7	577.7	8522.2	25
36	36.5	374.5	96.9	808.6	57.3	322.3	17.9	86.0	78.7	516.2	24
37	37.5	364.2	97.9	799.9	58.4	314.8	18.9	85.3	79.7	510.2	23
38	38.5	354.0	98.9	791.2	59.4	307.3	20.0	84.6	80.7	504.2	22
39	39.6	343.9	99.9	782.6	60.4	299.7	21.0	83.6	81.8	498.3	21
40	340.6	10333.7	400.9	9773.0	461.4	9292.2	522.0	8869.3	582.8	8482.3	20
41	41.6	323.6	01.9	765.3	62.4	284.7	23.0	86.2	83.8	486.0	19
42	42.6	313.5	02.9	756.8	63.4	277.3	24.0	85.1	84.8	480.4	18
43	43.6	303.5	03.9	748.2	64.4	269.8	25.0	84.0	85.8	474.5	17
44	44.6	293.4	04.9	739.7	65.4	262.4	26.0	82.9	86.8	468.6	16
45	345.6	10283.5	405.9	9731.1	466.4	9254.9	527.1	8836.3	587.8	8462.7	15
46	46.6	273.5	06.9	722.6	67.4	247.5	28.1	80.7	88.9	456.8	14
47	47.6	263.5	08.0	714.2	68.4	240.1	29.1	82.2	89.9	450.9	13
48	48.6	253.6	09.0	705.7	69.5	232.8	30.1	81.6	90.9	445.0	12
49	49.6	243.8	10.0	697.3	70.5	225.4	31.1	81.0	91.9	439.1	11
50	350.6	10233.9	411.0	9688.9	471.5	9218.1	532.1	8803.6	592.9	8433.3	10
51	51.6	224.1	12.0	680.5	72.5	210.7	33.1	79.7	93.9	427.4	9
52	52.6	214.3	13.0	672.1	73.5	203.4	34.1	79.6	94.9	421.6	8
53	53.6	204.5	14.0	663.7	74.5	196.1	35.1	78.4	96.0	415.7	7
54	54.6	194.8	15.0	655.4	75.5	188.8	36.2	77.6	97.0	409.9	6
55	355.6	10185.1	416.0	9647.1	476.5	9181.6	537.2	8771.2	598.0	8404.1	5
56	56.6	175.4	17.0	638.8	77.5	174.3	38.2	76.4	99.0	398.3	4
57	57.6	165.7	18.0	630.5	78.5	167.1	39.2	75.3	99.0	392.5	3
58	58.6	156.1	19.0	622.3	79.5	159.9	40.2	75.1	01.0	386.7	2
59	59.7	146.5	20.0	614.0	80.6	152.7	41.2	74.5	02.1	381.0	1
60	360.7	10136.9	421.0	9605.8	481.6	9145.5	542.2	8739.1	603.1	8375.2	0
	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	
	84°		83°		82°		81°		80°		

	10°		11°		12°		13°		14°		
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
1	603.1	8375.2	664.1	8045.7	725.3	7744.6	786.8	7467.2	848.5	7210.1	60'
2	04.1	694	65.1	40.2	26.3	39.8	87.8	62.8	49.5	05.9	59
3	05.1	63.7	66.1	35.2	27.4	35.0	88.8	58.3	50.5	01.8	58
4	06.1	58.0	67.1	30.0	28.4	30.2	89.9	53.9	51.6	7197.7	57
5	07.1	52.2	68.2	24.8	29.4	25.4	90.9	49.5	52.6	57.6	56
6	08.1	46.5	69.2	19.6	30.4	20.6	91.9	44.0	53.6	853.6	55
7	09.2	40.8	70.2	14.4	31.5	15.8	92.9	38.6	54.7	55.7	54
8	10.2	35.1	71.2	9.2	32.5	11.1	94.0	32.5	55.7	81.1	53
9	11.2	29.4	72.2	4.0	33.5	6.3	95.0	26.8	56.7	77.2	52
10	12.2	23.7	73.3	0.0	34.5	0.5	96.0	21.4	57.8	73.1	51
11	613.2	8318.1	674.3	7993.7	735.5	7696.8	797.0	7433.0	858.8	7166.0	50
12	14.2	12.4	75.2	35.5	36.6	42.1	98.1	18.6	59.8	64.0	49
13	15.3	06.8	76.3	31.4	37.6	37.3	99.1	14.3	60.9	60.8	48
14	16.3	01.1	77.3	27.2	38.6	32.6	800.1	09.9	61.9	56.7	47
15	17.3	8295.5	78.4	73.1	39.6	27.9	01.2	05.5	62.9	52.7	46
16	618.3	8289.9	679.4	7968.0	740.7	7673.2	802.2	7401.1	864.0	7148.6	45
17	19.3	84.3	80.4	62.8	41.7	68.4	03.2	7398.8	65.0	44.5	44
18	20.3	78.6	81.4	57.7	42.7	63.7	04.2	92.4	66.0	40.5	43
19	21.4	73.0	82.4	52.6	43.7	59.0	05.3	88.1	67.0	36.4	42
20	22.4	67.5	83.5	47.5	44.8	54.3	06.3	83.7	68.1	32.4	41
21	623.4	8261.9	684.5	7942.4	745.8	7649.7	807.3	7379.4	869.1	7128.3	40
22	24.4	56.3	85.5	37.3	46.6	45.0	08.3	75.1	70.1	24.3	39
23	25.4	50.7	86.5	32.3	47.8	40.3	09.4	70.7	71.2	20.3	38
24	26.4	45.0	87.5	27.2	48.9	35.6	10.4	66.4	72.2	16.3	37
25	27.5	39.7	88.5	22.1	49.9	31.0	11.4	62.1	73.2	12.2	36
26	628.5	8234.1	689.6	7917.1	750.9	7626.3	812.5	7357.8	874.3	7108.2	35
27	29.5	28.6	90.6	12.0	51.9	21.7	13.5	53.5	75.3	04.8	34
28	30.5	23.1	91.6	07.0	52.9	17.0	14.5	49.2	76.3	00.2	33
29	31.5	17.6	92.6	2.0	54.0	12.4	15.5	44.0	77.4	7096.2	32
30	32.5	12.1	93.7	0.0	55.0	07.8	16.6	40.6	78.4	672.2	31
31	633.6	8206.6	694.7	7801.0	756.0	7603.2	817.6	7336.3	879.4	7088.2	30
32	34.6	01.1	95.7	86.9	57.0	37.0	18.6	38.0	80.4	84.2	29
33	35.6	8195.6	96.7	81.9	58.1	32.1	19.7	27.7	81.5	80.2	28
34	36.6	90.1	97.7	76.9	59.1	27.3	20.7	23.5	82.5	76.2	27
35	37.6	84.7	98.8	71.9	60.1	21.7	21.7	19.2	83.6	72.2	26
36	638.6	8170.2	699.8	7866.9	761.1	7580.1	822.7	7214.9	884.6	7068.3	25
37	39.7	73.8	700.8	61.9	62.2	23.8	23.8	10.7	85.6	64.3	24
38	40.7	68.4	01.8	57.0	63.2	21.0	24.8	06.4	86.7	60.3	23
39	41.7	62.9	02.8	52.0	64.2	18.4	25.8	02.2	87.7	56.4	22
40	42.7	57.5	03.9	47.0	65.2	16.8	26.9	7298.0	88.7	52.4	21
41	643.7	8152.1	704.9	7842.1	766.3	7557.3	829.9	7293.7	889.8	7048.5	20
42	44.7	46.7	05.9	37.2	67.3	52.7	28.9	86.5	90.8	44.5	19
43	45.8	41.3	06.9	32.2	68.3	48.1	29.9	82.3	91.8	40.6	18
44	46.8	36.0	08.0	27.3	69.3	43.6	31.0	81.0	92.9	36.6	17
45	47.8	30.6	09.0	22.4	70.4	39.1	32.0	76.8	93.9	32.7	16
46	648.8	8121.2	710.0	7817.5	771.4	7534.5	833.0	7272.6	894.9	7028.5	15
47	49.8	19.9	11.0	12.6	72.4	30.0	34.1	68.4	96.0	24.8	14
48	50.9	14.5	12.0	07.7	73.4	25.5	35.1	64.2	97.0	20.9	13
49	51.9	09.2	13.1	02.8	74.5	21.0	36.1	60.0	98.0	17.0	12
50	52.9	03.8	14.1	0.0	75.5	16.4	37.2	55.8	99.1	13.1	11
51	653.0	8098.5	715.1	7793.0	776.5	7511.9	838.2	7251.6	900.1	7009.2	10
52	54.9	93.2	16.1	85.1	77.5	57.4	39.2	47.5	01.1	05.3	9
53	55.9	87.9	17.1	80.3	78.6	52.9	40.2	43.3	02.2	01.4	8
54	57.0	82.6	18.2	75.4	79.6	48.1	41.3	39.1	03.2	6997.5	7
55	58.0	77.3	19.2	70.5	80.6	44.0	42.3	35.0	04.3	93.6	6
56	659.0	8072.0	720.2	7768.7	781.6	7480.5	843.3	7230.8	905.3	6989.7	5
57	60.0	66.7	21.2	63.9	82.7	85.0	44.4	26.6	06.3	85.8	4
58	61.0	61.5	22.3	59.0	83.7	80.6	45.4	22.5	07.4	82.0	3
59	62.1	56.2	23.3	54.2	84.7	76.1	46.4	18.3	08.4	78.1	2
60	63.1	51.0	24.3	49.4	85.8	71.7	47.5	14.2	09.4	74.2	1
61	64.1	8045.7	725.3	7744.6	786.8	7467.2	848.5	7210.1	910.5	6970.3	0
	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	
		79°		75°		77°		76°		75°	

	15°		16°		17°		18°		19°	
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof
0'										
1	910.5	6970.3	927.7	6745.7	1035.3	6534.4	1098.2	6334.8	1161.5	6145.7
2	11.5	662.5	73.5	42.1	37.4	27.6	99.3	38.6	62.5	42.6
3	13.6	58.8	75.8	34.9	38.4	24.2	01.4	25.1	64.7	36.5
4	14.6	54.9	76.9	31.3	39.5	20.8	02.4	21.9	65.7	33.4
5	15.6	6951.1	977.0	6727.6	1040.5	6517.4	1103.5	6318.7	1166.8	6130.4
6	16.7	47.2	79.0	24.0	41.6	14.0	04.5	15.5	67.8	27.3
7	17.7	43.4	80.0	20.4	42.6	10.6	05.6	12.3	68.9	24.3
8	18.7	39.6	81.1	16.8	43.7	07.2	06.6	09.0	70.0	21.2
9	19.8	35.7	82.1	13.2	44.7	03.8	07.7	05.2	71.0	18.2
10										
11	21.9	924.8	983.1	6709.6	1045.8	6500.4	1108.7	6302.6	1172.1	6115.1
12	22.0	24.3	84.2	06.1	46.8	0497.0	09.8	6299.4	73.2	12.1
13	23.9	20.5	85.2	02.5	47.9	93.6	10.8	96.2	74.1	09.0
14	25.0	16.7	86.3	6968.9	48.9	90.2	11.9	93.0	75.2	06.0
15	26.0	6912.3	983.1	6681.7	1051.0	6483.5	1114.0	6286.6	1177.4	6099.9
16	27.0	99.1	89.4	88.2	52.0	80.1	15.1	81.4	78.4	96.9
17	28.1	95.3	90.4	84.6	53.1	76.7	16.1	80.2	79.5	93.9
18	29.1	91.5	91.5	81.0	54.1	73.4	17.2	77.1	80.5	90.8
19	30.1	6897.7	92.5	77.5	55.2	70.0	18.2	73.9	81.6	87.2
20										
21	31.2	6893.0	993.5	6673.0	1056.2	6466.6	1119.3	6270.7	1182.7	6084.8
22	32.2	99.1	94.6	70.4	57.3	63.3	20.3	67.5	83.7	81.8
23	33.3	86.3	95.6	66.8	58.3	60.0	21.4	64.3	84.8	78.7
24	34.3	82.6	96.7	63.3	59.4	56.6	22.4	61.2	85.8	75.7
25	35.3	78.8	97.7	59.7	60.4	53.3	23.5	58.0	86.9	72.7
26	36.4	6875.0	998.8	6656.2	1061.5	6449.9	1124.5	6254.8	1188.0	6069.7
27	37.4	71.3	99.8	52.6	62.5	46.6	25.6	51.7	89.0	66.7
28	38.4	67.5	1000.8	49.1	63.6	43.2	26.6	48.5	90.1	63.7
29	39.5	63.8	01.9	45.6	64.6	39.9	27.7	45.3	91.2	60.7
30	40.5	60.0	02.9	42.0	65.7	36.6	28.8	42.2	92.1	57.7
31										
32	41.6	6853.6	1004.0	6635.5	1066.7	6433.2	1129.8	6230.0	1193.3	6054.7
33	42.6	52.5	05.0	35.0	67.8	29.9	30.9	35.9	94.3	51.7
34	43.6	48.8	06.1	31.5	68.8	26.6	31.9	32.7	95.4	48.7
35	44.7	45.1	07.1	28.0	69.9	23.3	33.0	29.6	96.4	45.7
36	45.7	41.3	08.1	24.5	70.9	20.0	34.0	26.5	97.5	42.7
37	46.7	6817.6	1009.2	6621.0	1072.0	6416.7	1135.1	6223.3	1198.6	6039.8
38	47.8	33.9	10.2	17.5	73.0	13.4	36.1	20.2	99.6	36.8
39	48.8	30.2	11.3	14.0	74.1	10.0	37.2	17.0	1200.7	33.8
40	49.8	26.5	12.3	10.5	75.1	06.7	38.2	13.9	101.8	30.8
41	50.9	22.8	13.4	07.0	76.2	03.4	39.3	10.8	102.8	27.8
42										
43	51.9	6810.0	1014.4	6603.5	1077.2	6400.1	1140.4	6207.7	1203.9	6024.9
44	53.0	15.3	15.5	00.0	78.3	6306.9	41.4	04.5	04.9	21.9
45	54.0	11.7	16.5	6596.5	79.3	93.6	42.5	01.4	06.0	18.9
46	55.1	08.0	17.5	93.0	80.4	90.3	43.5	6198.3	07.1	16.0
47	56.1	04.3	18.6	89.6	81.4	87.0	44.6	95.2	08.1	13.0
48	57.1	6800.6	1019.6	6586.1	1082.5	6383.7	1145.6	6192.1	1209.2	6010.0
49	58.2	6799.9	20.7	82.6	83.5	80.4	46.7	89.0	10.3	07.1
50	59.2	93.2	21.8	79.2	84.6	77.2	47.7	85.9	11.3	04.1
51	60.2	89.5	22.8	75.7	85.6	73.9	48.8	82.7	12.4	01.2
52	61.3	85.9	23.8	72.2	86.7	70.6	49.9	79.6	13.4	5998.2
53										
54	62.3	6782.2	1024.9	6568.8	1087.7	6367.3	1150.9	6176.5	1214.5	5995.3
55	63.4	75.5	25.9	65.3	88.8	64.1	52.0	73.5	15.6	92.3
56	64.4	74.9	26.9	61.9	89.8	60.8	53.0	70.4	16.6	89.4
57	65.4	71.2	28.0	58.4	90.9	57.6	54.1	67.3	17.7	86.4
58	66.5	67.6	29.0	55.0	91.9	54.3	55.1	64.2	18.8	83.5
59	67.5	6763.9	1030.1	6551.6	1093.0	6351.1	1156.2	6161.1	1219.8	5980.6
60	68.6	60.3	31.1	48.1	94.0	47.8	57.3	58.0	20.9	77.6
61	69.6	56.6	32.2	44.7	95.1	44.6	58.3	54.9	21.9	74.7
62	70.6	53.0	33.2	41.3	96.1	41.3	59.4	51.8	23.0	71.8
63	71.7	49.4	34.3	37.8	97.2	38.1	60.4	48.8	24.1	68.8
64	72.7	6745.7	1035.3	6534.4	1098.2	6334.8	1161.5	6145.7	1225.1	5965.9
65										
66										

	20°		21°		22°		23°		24°		
	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	
0°											
1	1225.1	5965.9	1286.2	5794.6	1353.7	5630.8	1418.6	5474.0	1484.1	5323.5	60°
2	26.2	63.0	90.3	91.8	54.8	28.2	19.7	71.4	85.2	21.1	50
3	27.3	60.1	91.3	89.5	55.8	25.5	20.5	68.9	86.2	18.6	50
4	28.3	57.2	92.4	86.2	56.9	22.8	21.9	66.3	87.3	16.1	57
5	29.4	54.2	93.5	83.4	58.0	20.2	23.0	63.8	88.4	13.7	56
6	30.5	51.3	94.6	80.6	59.1	17.6	24.1	61.3	89.5	11.2	55
7	31.5	48.4	95.6	77.9	60.2	15.0	25.2	58.7	90.6	8.8	54
8	32.6	45.5	96.7	75.1	61.2	12.3	26.2	56.1	91.7	6.6	53
9	33.7	42.6	97.8	72.3	62.3	9.6	27.3	53.6	92.8	4.5	52
10	34.7	39.7	98.8	69.5	63.4	6.9	28.3	51.0	93.9	2.6	51
11	1235.8	5936.8	1399.0	5766.8	1364.5	5604.2	1429.5	5448.5	1495.0	5299.0	50
12	36.9	33.9	1301.0	64.0	65.6	01.6	30.6	45.0	96.1	96.6	46
13	37.9	31.0	02.1	61.2	66.6	00.0	31.7	43.4	97.2	94.1	48
14	39.0	28.1	03.1	58.5	67.7	00.0	32.8	40.9	98.3	91.7	47
15	40.0	25.2	04.2	55.7	68.8	00.0	33.9	38.3	99.4	89.2	46
16	1241.1	5922.3	1305.3	5752.9	1369.9	5591.0	1434.9	5435.8	1500.5	5286.8	45
17	42.2	19.4	06.4	52.4	71.0	88.4	36.0	33.3	01.6	84.4	44
18	43.2	16.5	07.4	49.7	72.0	85.7	37.1	30.7	02.7	81.9	43
19	44.3	13.7	08.5	47.0	73.1	83.1	38.2	28.2	03.8	79.5	42
20	45.4	10.8	09.6	44.3	74.2	80.4	39.3	25.7	04.9	77.1	41
21	1246.4	5907.9	1310.6	5739.2	1375.3	5577.8	1440.4	5423.2	1506.0	5274.7	40
22	47.5	05.0	11.7	36.4	76.4	75.2	41.5	20.6	07.1	72.2	39
23	48.6	02.2	12.8	33.7	77.4	72.6	42.6	18.1	08.2	69.8	38
24	49.6	00.0	13.9	30.9	78.5	69.9	43.7	15.6	09.3	67.4	37
25	50.7	00.0	14.9	28.2	79.6	67.3	44.7	13.1	10.4	65.0	36
26	1251.8	5893.5	1316.0	5725.4	1380.7	5564.7	1445.8	5410.6	1511.5	5262.5	35
27	52.8	00.7	17.1	22.7	81.8	62.1	45.9	08.0	12.6	62.1	34
28	53.9	00.0	18.2	20.0	82.9	59.4	48.0	05.5	13.7	59.7	33
29	55.0	00.0	19.2	17.2	83.9	56.8	49.1	03.0	14.8	57.3	32
30	56.0	00.0	20.3	14.5	85.0	54.2	50.2	00.5	15.9	54.9	31
31	1257.1	5879.2	1321.4	5711.8	1386.1	5551.6	1451.3	5398.0	1517.0	5250.5	30
32	58.2	76.4	22.3	09.1	87.2	49.0	52.4	05.5	17.1	48.1	29
33	59.3	73.5	23.5	06.3	88.3	46.4	53.5	03.0	18.2	45.6	28
34	60.3	70.7	24.6	03.6	89.3	43.8	54.6	00.5	19.3	43.2	27
35	61.4	67.8	25.7	00.9	90.4	41.1	55.6	00.0	21.4	40.8	26
36	1262.5	5865.0	1326.8	5698.2	1391.5	5538.5	1456.7	5385.5	1522.5	5238.4	25
37	63.5	62.1	27.8	95.4	92.6	35.9	57.8	83.0	23.6	36.0	24
38	64.6	59.3	28.9	92.7	93.7	33.3	58.9	80.5	24.7	33.6	23
39	65.7	56.5	30.0	90.0	94.8	30.7	60.0	78.0	25.8	31.2	22
40	66.7	53.6	31.1	87.3	95.8	28.1	61.1	75.5	26.9	28.8	21
41	1267.8	5850.8	1332.1	5684.6	1396.9	5525.5	1462.2	5373.0	1528.0	5226.4	20
42	68.9	48.0	33.2	51.9	98.0	23.0	63.3	70.5	29.1	24.0	19
43	69.9	45.1	34.3	49.2	99.1	20.4	64.4	68.0	30.2	21.6	18
44	71.0	42.3	35.4	46.5	100.2	17.8	65.5	65.5	31.3	19.2	17
45	72.1	39.5	36.4	43.8	101.3	15.2	66.6	63.1	32.4	16.9	16
46	1273.1	5836.7	1337.5	5671.1	1402.3	5512.6	1467.7	5361.0	1533.0	5204.5	15
47	74.2	33.8	38.6	65.4	103.4	10.0	67.7	60.7	33.6	12.1	14
48	75.3	31.0	39.7	62.7	104.5	07.4	68.8	58.6	35.7	09.7	13
49	76.4	28.2	40.8	60.0	105.6	04.8	69.9	56.1	36.8	07.3	12
50	77.4	25.4	41.8	57.3	106.7	02.3	70.9	53.7	37.9	04.9	11
51	1278.5	5822.6	1342.9	5657.6	1407.8	5499.7	1473.1	5348.2	1539.0	5202.5	10
52	79.6	10.8	44.0	54.9	108.9	07.1	74.2	45.7	40.1	09.2	9
53	80.6	16.9	45.1	52.2	109.9	04.5	75.3	43.2	41.2	7.8	8
54	81.7	14.1	46.1	49.6	110.9	02.0	76.4	40.8	42.3	5.4	7
55	82.8	11.3	47.2	46.9	12.1	00.0	77.5	38.3	43.4	3.0	6
56	1283.8	5808.5	1348.3	5644.2	1413.2	5486.8	1478.6	5335.8	1544.5	5190.7	5
57	84.9	05.7	49.4	41.5	14.3	84.3	79.7	33.4	45.6	85.3	4
58	86.0	02.9	50.5	38.8	15.4	81.7	80.8	30.9	46.7	83.0	3
59	87.1	00.1	51.5	36.2	16.5	79.1	81.9	28.4	47.8	80.5	2
60	88.4	00.0	52.6	33.5	17.5	76.6	83.0	26.0	48.9	81.2	1
60	1289.2	5794.6	1353.7	5630.8	1418.6	5474.0	1484.1	5323.5	1550.0	5178.8	0
	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	
		69°		68°		67°		66°		65°	

	25°		26°		27°		28°		29°		
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
0											
1	1550.0	5178.8	1616.5	5039.4	1683.5	4904.9	1751.2	4775.0	1819.4	4649.2	60'
2	31.1	76.4	177.0	37.1	84.6	92.7	92.3	72.9	20.6	47.2	59
3	53.3	71.7	19.8	32.6	86.9	4808.3	54.6	68.6	22.9	43.0	57
4	54.4	69.4	20.9	30.3	88.0	96.1	55.7	66.5	24.0	41.0	56
5	1555.5	5167.0	1622.0	5028.0	1689.1	4893.9	1756.8	4764.3	1825.2	4638.9	55
6	56.6	64.6	23.2	25.8	90.3	91.7	58.0	62.2	26.3	36.9	54
7	57.7	62.3	24.3	23.5	91.4	89.5	59.1	60.1	27.4	34.8	53
8	58.8	59.9	25.4	21.2	92.5	87.4	60.2	58.0	28.6	32.8	52
9	59.9	57.6	26.5	18.9	93.6	85.2	61.4	55.9	29.7	30.7	51
10	1561.0	5155.2	1627.6	5016.7	1694.8	4883.0	1762.5	4753.7	1830.9	4628.7	50
11	62.1	52.0	28.7	14.4	95.9	80.8	63.6	51.6	32.0	26.6	49
12	63.2	50.5	29.8	12.1	97.0	78.6	64.8	49.5	33.2	24.6	48
13	64.4	48.2	30.9	9.9	98.1	76.4	65.9	47.4	34.3	22.5	47
14	65.5	45.8	32.1	7.7	99.2	74.2	67.0	45.3	35.5	20.5	46
15	1566.6	5143.5	1633.2	5005.4	1700.2	4872.0	1768.2	4743.2	1836.6	4618.4	45
16	67.7	41.1	34.3	5.2	101.5	69.9	69.3	41.0	37.8	16.4	44
17	68.8	38.8	35.4	3.0	102.6	67.7	70.4	38.9	38.0	14.3	43
18	69.9	36.5	36.5	0.9	103.7	65.5	71.6	36.8	40.0	12.2	42
19	70.9	34.1	37.6	96.3	104.9	63.3	72.7	34.7	41.2	10.3	41
20	1572.1	5131.8	1638.8	4994.1	1706.0	4861.1	1773.8	4732.6	1842.3	4608.2	40
21	73.2	29.4	39.9	91.8	107.1	59.0	73.0	30.5	43.5	6.1	39
22	74.3	27.1	41.0	80.6	108.2	56.8	76.1	28.4	44.6	4.0	38
23	75.4	24.8	42.1	67.3	109.4	54.6	77.3	26.3	45.8	2.1	37
24	76.5	22.4	43.2	55.1	110.5	52.4	78.4	24.2	46.9	0.0	36
25	1577.6	5120.1	1644.3	4982.8	1711.6	4850.3	1779.5	4722.1	1848.1	4598.0	35
26	78.7	17.8	44.2	80.6	112.8	48.1	80.7	20.0	49.2	96.0	34
27	79.8	15.5	45.6	68.3	113.9	45.9	81.8	17.9	50.4	93.9	33
28	80.9	13.1	47.7	56.1	115.0	43.7	82.9	15.8	51.5	91.9	32
29	82.1	10.8	48.5	73.8	116.1	41.6	84.1	13.7	52.7	89.9	31
30	1583.2	5108.5	1649.9	4971.6	1717.3	4839.4	1785.2	4711.6	1853.8	4587.8	30
31	84.3	6.2	51.0	69.4	118.4	37.2	86.4	9.5	55.0	85.8	29
32	85.4	0.8	52.2	67.1	119.5	35.1	87.5	0.4	56.1	83.8	28
33	86.5	0.1	53.3	64.9	120.6	33.0	88.6	0.5	57.3	81.7	27
34	87.6	54.4	62.6	62.6	121.8	30.8	89.8	0.2	58.5	79.7	26
35	1588.7	5096.9	1655.5	4960.4	1722.9	4828.6	1790.9	4701.1	1859.6	4577.4	25
36	89.8	94.6	56.6	58.2	124.0	26.4	92.0	4699.0	60.7	75.7	24
37	90.9	82.3	57.7	55.9	125.2	24.3	93.2	97.0	61.9	73.6	23
38	92.0	69.9	58.9	53.7	126.3	22.1	94.3	94.0	63.0	71.6	22
39	93.1	57.6	60.0	51.5	127.4	20.0	95.5	92.8	64.2	69.6	21
40	1594.3	5085.3	1661.1	4949.2	1728.5	4817.8	1796.6	4690.7	1865.3	4567.6	20
41	95.4	53.0	62.2	47.0	129.7	15.7	97.7	88.6	66.5	65.6	19
42	96.5	80.7	63.3	44.8	130.8	13.5	98.9	86.5	67.6	63.5	18
43	97.6	78.4	64.5	42.6	131.9	11.4	100.0	84.4	68.8	61.5	17
44	98.7	76.1	65.6	40.3	133.1	9.2	101.2	82.4	69.9	59.5	16
45	1599.8	5073.8	1666.7	4938.1	1734.2	4807.1	1802.3	4680.3	1871.1	4557.5	15
46	1600.9	71.5	67.8	35.9	135.3	04.0	102.3	78.2	72.2	55.5	14
47	02.0	69.2	68.9	33.7	136.5	02.8	104.6	76.1	73.4	53.5	13
48	03.1	66.9	70.1	31.5	137.6	01.6	105.7	74.1	74.5	51.4	12
49	04.2	64.6	71.2	29.2	138.7	00.9	106.9	72.0	75.7	49.4	11
50	1605.4	5062.3	1672.3	4927.0	1739.8	4796.3	1808.0	4669.9	1876.8	4547.4	10
51	06.5	60.0	73.4	24.8	141.0	94.2	109.2	67.8	78.0	45.4	9
52	07.6	57.7	74.5	22.6	142.1	92.1	110.3	65.8	79.1	43.4	8
53	08.7	55.4	75.7	20.4	143.2	89.9	111.4	63.7	80.3	41.4	7
54	09.8	53.1	76.8	18.2	144.4	87.8	112.6	61.6	81.5	39.4	6
55	1610.9	5050.8	1677.9	4916.0	1745.5	4785.6	1813.7	4659.6	1882.6	4537.4	5
56	12.0	48.6	79.0	13.8	146.6	83.5	114.9	57.5	83.8	35.4	4
57	13.1	46.3	80.2	11.6	147.8	81.4	116.0	55.4	84.9	33.4	3
58	14.2	44.0	81.3	9.3	148.9	79.2	117.2	53.4	86.1	31.4	2
59	15.4	41.7	82.4	7.1	150.0	77.1	118.3	51.3	87.2	29.4	1
60	1616.5	5039.4	1683.5	4904.9	1751.2	4775.0	1810.4	4649.2	1888.4	4527.4	0
	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	
	64°		63°		62°		61°		60°		

↓	30°		31°		32°		33°		34°		
	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	
0'	1888.4	4527.4	1958.0	4409.1	2028.4	4294.3	2099.5	4182.6	2171.5	4073.9	60'
1	89.5	25.4	59.2	07.2	20.6	92.4	2100.7	80.8	72.7	72.1	59
2	90.7	23.4	60.3	05.3	30.7	90.5	01.9	78.9	73.9	70.3	58
3	91.8	21.4	61.5	03.3	31.9	88.6	03.1	77.1	75.1	68.5	57
4	93.0	19.4	62.7	01.4	33.1	86.8	04.3	75.3	76.3	66.8	56
5	1894.2	4517.4	1963.8	4399.4	2034.3	4284.9	2105.5	4173.5	2177.5	4065.0	55
6	95.3	15.4	65.0	07.5	35.5	83.0	06.7	71.6	78.7	63.2	54
7	96.5	13.4	66.2	05.6	36.6	81.1	07.9	69.8	79.9	61.4	53
8	97.6	11.4	67.4	03.6	37.8	79.2	09.1	68.0	81.1	59.6	52
9	98.8	09.4	68.5	01.7	39.0	77.3	10.3	66.1	82.3	57.8	51
10	1899.9	4507.4	1969.7	4389.8	2040.2	4275.5	2111.5	4164.3	2183.6	4056.1	50
11	1901.1	05.4	70.9	07.8	41.4	73.6	12.7	62.5	82.3	54.3	49
12	03.2	03.4	72.0	55.9	43.5	71.7	13.9	60.8	86.0	52.0	48
13	02.4	01.5	73.2	84.0	43.7	69.8	15.1	59.6	87.2	50.7	47
14	04.6	4499.5	74.4	82.0	44.9	68.0	16.2	57.0	88.4	48.9	46
15	1905.7	4497.5	1975.5	4380.1	2046.1	4266.1	2117.4	4155.2	2189.6	4047.2	45
16	06.9	95.5	76.7	78.2	47.3	64.2	18.6	53.3	90.8	45.4	44
17	08.0	93.5	77.9	76.3	48.5	62.5	19.8	51.5	92.0	43.6	43
18	09.2	91.5	79.1	74.3	49.6	60.5	21.0	49.7	93.2	41.8	42
19	10.4	89.5	80.2	72.4	50.8	58.8	22.2	47.9	94.4	40.1	41
20	1911.5	4487.6	1981.4	4370.5	2052.0	4257.7	2123.4	4146.1	2195.7	4038.3	40
21	12.7	85.6	82.6	68.6	53.2	54.9	24.6	44.2	96.9	36.5	39
22	13.0	83.6	83.7	66.7	54.4	53.0	25.8	42.4	98.1	34.7	38
23	15.8	81.6	84.9	64.7	55.6	51.2	27.0	40.6	99.3	33.0	37
24	16.1	79.7	86.1	62.8	56.7	49.3	28.2	38.8	2000.5	31.2	36
25	1917.3	4477.7	1987.2	4360.9	2057.9	4247.4	2129.4	4137.0	2201.7	4029.4	35
26	18.1	75.7	87.4	59.0	59.1	45.5	30.6	35.0	201.7	27.7	34
27	19.6	73.7	89.6	57.1	60.3	43.7	31.8	33.3	04.1	25.9	33
28	20.8	71.8	90.8	55.1	61.5	41.8	33.0	31.5	05.3	24.1	32
29	21.9	69.8	91.9	53.2	62.7	40.0	34.2	29.7	06.6	22.4	31
30	1923.1	4467.8	1993.1	4351.3	2063.9	4238.1	2135.4	4127.9	2207.8	4020.6	30
31	24.2	67.8	94.3	49.8	63.0	36.2	35.6	28.1	09.0	18.8	29
32	25.4	65.9	95.5	47.7	64.2	34.4	36.8	24.3	10.2	17.1	28
33	26.6	61.9	96.6	45.6	67.4	32.5	39.0	22.5	11.4	15.3	27
34	27.7	59.9	97.8	43.7	68.6	30.6	40.2	20.7	12.6	13.5	26
35	1928.9	4458.0	1999.0	4341.8	2069.8	4228.8	2141.4	4118.9	2218.8	4011.8	25
36	30.1	56.0	2000.1	39.8	71.0	26.9	42.6	17.0	12.1	15.1	24
37	31.2	54.0	01.3	37.9	72.2	25.1	43.8	15.2	16.3	08.3	23
38	32.4	52.1	02.5	36.0	73.3	23.2	45.0	13.4	17.5	06.5	22
39	33.6	50.1	03.7	34.1	74.5	21.4	46.2	11.6	18.7	04.7	21
40	1934.7	4448.2	2004.8	4332.2	2075.7	4219.5	2147.4	4109.8	2219.9	4003.0	20
41	35.9	46.2	06.0	30.3	76.9	17.7	48.6	08.0	21.1	01.2	19
42	37.0	44.2	07.2	28.3	78.1	15.8	49.8	06.2	22.3	3999.5	18
43	38.2	42.3	08.4	26.5	79.3	14.0	51.0	04.4	24.6	97.7	17
44	39.4	40.3	09.5	24.6	80.5	12.1	52.2	02.6	23.8	96.0	16
45	1940.5	4438.4	2010.7	4322.7	2081.7	4210.3	2153.4	4100.8	2226.0	3994.2	15
46	41.7	36.4	11.0	20.8	82.0	08.4	54.6	099.0	27.2	02.4	14
47	42.9	34.5	12.1	18.9	84.0	06.6	55.8	97.2	28.4	90.4	13
48	44.0	32.5	14.2	17.0	85.2	04.7	57.0	95.4	29.7	88.9	12
49	45.2	30.6	15.4	15.1	86.4	02.9	58.2	93.6	30.9	87.2	11
50	1946.4	4428.6	2016.6	4313.2	2087.6	4201.0	2159.4	4091.8	2232.1	3985.4	10
51	47.5	26.7	17.8	11.3	88.8	119.2	60.6	90.0	33.3	83.7	9
52	48.7	24.7	19.0	09.4	90.0	97.3	61.8	88.2	34.5	81.9	8
53	49.9	22.8	20.1	07.5	91.2	95.5	63.0	86.4	35.7	80.2	7
54	51.0	20.8	21.3	05.6	92.4	93.7	64.2	84.6	37.0	78.4	6
55	1952.2	4418.9	2022.5	4303.7	2093.6	4191.8	2165.5	4082.9	2238.2	3976.7	5
56	53.3	16.9	23.7	01.9	94.8	90.0	66.7	81.1	39.4	74.9	4
57	54.5	15.0	24.8	00.0	96.0	88.1	67.9	79.3	40.6	73.2	3
58	55.7	13.0	26.0	4208.1	97.1	86.3	69.1	77.5	41.8	71.5	2
59	56.8	11.1	27.2	96.2	98.3	84.5	70.3	75.7	43.1	69.7	1
60	1958.0	4409.1	2028.4	4294.3	2099.5	4182.6	2171.5	4073.9	2244.3	3968.0	0
	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	↑
	59°		58°		57°		56°		55°		

	85°			86°			87°			88°			89°			
	f	caf		f	caf		f	caf		f	caf		f	caf		
0'																
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																
23																
24																
25																
26																
27																
28																
29																
30																
31																
32																
33																
34																
35																
36																
37																
38																
39																
40																
41																
42																
43																
44																
45																
46																
47																
48																
49																
50																
51																
52																
53																
54																
55																
56																
57																
58																
59																
60																
	caf	f		caf	f		caf	f		caf	f		caf	f		
	54°			53°			52°			51°			50°			

↙	40°		41°		42°		43°		44°		
	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	
0'	2622.7	3474.5	2701.6	3382.1	2781.7	3291.5	2863.1	3202.7	2945.8	3115.5	60'
1	24.0	72.9	02.9	80.6	83.1	90.0	64.5	01.2	47.2	14.1	59
2	25.3	74.9	05.9	79.0	84.4	88.5	65.8	01.7	48.6	14.7	58
3	26.6	69.8	05.6	77.5	85.8	87.0	67.2	02.3	50.0	11.2	57
4	27.9	68.3	06.9	76.0	87.1	85.6	68.6	02.9	51.4	09.8	56
5	2629.2	3466.7	2708.2	3374.5	2788.4	3284.1	2869.9	3195.4	2952.8	3108.4	55
6	30.5	65.1	09.6	75.9	89.8	81.6	71.3	9.9	54.8	06.9	54
7	31.8	63.6	10.0	74.4	91.1	81.1	72.7	9.5	55.6	05.5	53
8	33.1	62.0	12.2	69.9	92.5	79.6	74.0	91.0	56.9	04.0	52
9	34.5	60.5	13.5	68.4	93.8	78.1	75.4	90.5	58.3	02.6	51
10	2635.8	3458.9	2714.9	3366.9	2795.2	3276.6	2876.8	3188.1	2959.7	3101.2	50
11	37.1	57.4	16.2	65.3	96.5	75.1	78.2	86.6	61.1	3999.7	49
12	38.4	55.8	17.5	63.8	97.9	73.6	79.5	85.2	62.5	3993.3	48
13	39.7	54.3	18.9	62.3	99.2	72.1	80.9	83.7	63.9	3986.9	47
14	41.0	52.7	20.2	60.8	2800.6	70.7	82.3	82.2	65.3	3980.4	46
15	2642.3	3451.2	2721.5	3359.3	2801.9	3269.2	2883.6	3180.8	2966.7	3094.0	45
16	43.6	49.7	22.8	57.8	03.3	67.7	85.0	79.3	68.1	92.6	44
17	44.9	48.1	24.2	56.2	04.6	66.2	86.4	77.9	69.5	91.1	43
18	46.2	46.6	25.5	54.7	06.0	64.7	87.8	76.4	70.9	89.7	42
19	47.6	45.0	26.8	53.2	07.3	63.2	89.1	74.9	72.3	88.3	41
20	2648.9	3443.5	2728.2	3351.7	2808.7	3261.7	2890.5	3173.5	2973.7	3086.8	40
21	50.2	41.9	29.5	50.2	10.0	60.3	91.9	72.0	75.1	85.4	39
22	51.5	40.4	30.8	48.7	11.4	58.8	93.3	70.6	76.5	84.0	38
23	52.8	38.8	32.2	47.2	12.8	57.3	94.6	69.1	77.9	82.5	37
24	54.1	37.3	33.5	45.6	14.1	55.8	96.0	67.7	79.3	81.1	36
25	2655.4	3435.8	2734.8	3344.1	2815.5	3254.3	2897.4	3166.2	2980.7	3079.7	35
26	50.7	34.2	36.2	42.6	16.8	54.6	98.8	64.7	82.1	75.3	34
27	52.1	32.7	37.5	41.1	18.2	53.4	100.1	63.3	83.5	76.8	33
28	53.4	31.2	38.8	39.6	19.5	52.0	101.5	61.8	84.9	75.4	32
29	60.7	29.6	40.2	38.1	20.9	48.4	102.9	60.4	86.3	74.0	31
30	2662.0	3428.0	2741.5	3336.6	2822.2	3246.9	2904.3	3158.9	2987.7	3072.6	30
31	63.3	26.5	42.8	35.1	23.6	45.4	105.7	57.5	89.1	71.1	29
32	64.6	25.0	44.2	33.6	25.0	44.0	107.0	56.0	90.5	69.7	28
33	65.9	23.4	45.5	32.1	26.3	42.5	108.4	54.6	91.9	68.3	27
34	67.3	21.9	46.8	30.5	27.7	41.0	109.8	53.1	93.3	66.9	26
35	2668.6	3420.3	2748.2	3329.0	2829.0	3239.5	2911.2	3151.7	2994.7	3065.4	25
36	69.9	18.8	49.5	27.5	30.4	38.0	112.6	50.2	96.1	64.0	24
37	71.2	17.3	50.9	26.0	31.7	36.6	113.9	48.8	97.5	62.6	23
38	72.5	15.7	52.2	24.5	33.1	35.1	115.3	47.3	98.9	61.2	22
39	73.8	14.2	53.5	23.0	34.5	33.6	116.7	45.9	3000.3	59.7	21
40	2675.2	3412.7	2754.9	3321.5	2835.8	3232.1	2918.1	3144.4	3001.7	3058.3	20
41	76.5	11.1	56.2	20.0	37.2	30.7	119.5	43.0	103.1	56.9	19
42	77.8	09.6	57.5	18.5	38.5	29.2	120.9	41.5	104.5	55.5	18
43	79.1	08.1	58.8	17.0	39.9	27.7	122.2	40.1	106.0	54.0	17
44	80.4	06.5	60.2	15.5	41.3	26.2	123.6	38.6	107.4	52.6	16
45	2681.8	3405.0	2761.6	3314.0	2842.6	3224.8	2925.0	3137.2	3008.8	3051.2	15
46	83.1	03.5	62.0	12.5	44.0	23.3	126.4	35.7	110.2	49.8	14
47	84.4	01.9	63.2	11.0	45.4	21.8	127.8	34.3	111.6	48.4	13
48	85.7	00.4	65.6	09.5	46.7	20.3	129.2	32.9	113.0	46.9	12
49	87.0	3398.9	66.9	08.0	48.1	18.9	30.5	31.4	114.4	45.5	11
50	2688.4	3397.4	2768.3	3306.6	2849.4	3217.4	2931.9	3130.0	3015.8	3044.1	10
51	89.7	95.8	69.0	05.0	50.8	15.9	33.3	28.5	117.2	42.7	9
52	91.0	94.3	71.0	03.5	52.2	14.5	34.7	27.1	118.6	41.3	8
53	92.3	92.8	72.3	02.0	53.5	13.0	36.1	25.6	120.0	39.8	7
54	93.6	91.2	73.6	00.5	54.9	11.5	37.5	24.2	121.5	38.4	6
55	2695.0	3389.7	2775.0	3299.0	2856.3	3210.1	2938.9	3122.7	3022.9	3037.0	5
56	96.3	88.2	76.3	97.5	57.0	08.6	40.3	21.3	123.3	35.6	4
57	97.6	86.7	77.7	96.0	59.0	07.1	41.6	19.9	124.7	34.2	3
58	98.9	85.1	79.0	94.5	60.4	05.6	43.0	18.4	126.1	32.8	2
59	2700.3	3382.1	2781.7	3291.5	2863.1	3202.7	2945.8	3115.5	3029.9	3029.9	1
60											↗
	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	<i>cof</i>	<i>f</i>	
		49°		48°		47°		46°		45°	

Zusammenstellung der Formeln.

A. Astronomische Aufgaben.

Bezeichnungen.

Zeichenregel.

α = Rektascension	θ = Sternzeit	Quadrant	Funktion	Kofunktion
δ = Deklination	$t = \theta - \alpha$ = Stundenwinkel	I	+	+
φ = Breite	a = Azimut	II	+, n	-
u = Uhrzeit	p = parallaktischer Winkel	III	-, n	-, n
Δu = Uhrkorrektion	z = Zenithdistanz.	IV	-	+, n

Breite und Zenithdistanz stets +, Deklination +, wenn mit der Breite gleichnamig, -, wenn ungleichnamig. Stundenwinkel und Azimut zählen auf der Nordhalbkugel von S durch W, N und O, auf der Südhalbkugel von N durch W, S und O von 0° bis 360° (oder westlich +, östlich - von 0° bis 180°).

Parallaktischer Winkel: westlich vom Meridian +, östlich -, von 0° bis 180°.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
φ, δ, z	t, a	$f(\xi) = -f(\varphi) + f(z + \delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) \}$		φ	Circum-Meridianhöhen. $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$
φ, δ, t	a, p	$f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta)$ $\text{cof}(a - p) = \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a + p) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi)$	$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2,$ z_1, z_2, u_1, u_2	φ, t_1, t_2	Zweihöhen-Problem. $t = u_2 - u_1 - \alpha_2 + \alpha_1$ ϵ = 1/2r, dem Winkel ϵ gegenüberliegenden Seite in dem Dreieck Pol-Stern ₁ -Stern ₂ s_1, s_2 = Winkel an den Sternen I: $f(\xi) = f(\delta_1) + f(\delta_2)$ $f(\xi_2) = f(\delta_1) - f(\delta_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(t) \}$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(t)$ $f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(t) = -\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) + \text{cof}(\xi)$
	z	$f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(y - \delta) - \text{cof}(\xi)$	(δ_1, δ_2, z)	(s_1, s_2, ϵ)	II: $f(\xi) = -\text{cof}(s) + \text{cof}(z_1 - z_2)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(s) - \text{cof}(z_1 + z_2)$ $\text{cof}(s_1 + p_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(s_2 - p_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $p_1 = (s_1 + p_1) - s_1$ $p_2 = s_2 - (s_2 - p_2)$
	a, z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(2a) = \text{cof}(2t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi_2) = 2 \text{cof}(a)$ $\text{cof}(2z) = \text{cof}(2(\varphi - M) - \text{cof}(\xi_2))$	(δ_1, δ_2, z)	(p_1, p_2)	III: $f(\xi) = \text{cof}(z_1) + f(\delta_1)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(z_1) - f(\delta_1)$ $\text{cof}(a_1 - t_1) = \text{cof}(p_1) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a_1 + t_1) = \text{cof}(p_1) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi)$
		$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = 2f(\delta)$ $f(\xi_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(\xi') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $\text{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi')$	(δ_1, δ_2, z)	(z_1, δ_1, p_1)	IIIa: wie III unter Aenderung der gegebenen Größen.
t, δ, z	a, φ	$f(\xi_1) = 2f(t)$ $f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(a) = \frac{1}{2} f(\xi)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$	(z_1, δ_1, p_1)	(a_1, t_1, φ)	
			(z_2, δ_2, p_2)	(a_2, t_2, φ)	

↙	40°		41°		42°		43°		44°		
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
0'	2622.7	3474.5	2701.6	3382.1	2781.7	3291.5	2861.1	3202.7	2945.8	3115.5	60'
1	24.0	72.9	02.9	80.6	83.1	90.0	64.5	91.2	47.2	14.1	59
2	25.3	71.4	04.2	79.0	84.4	88.5	65.8	3199.8	48.6	12.7	58
3	26.6	69.8	05.6	77.5	85.8	87.0	67.2	68.3	50.0	11.2	57
4	27.9	68.3	06.9	76.0	87.1	85.6	68.6	69.9	51.4	99.8	56
5	2629.2	3466.7	2708.2	3374.5	2788.4	3284.1	2869.9	3195.4	2952.8	3108.4	55
6	30.5	65.1	09.6	72.9	89.8	82.6	71.3	63.9	54.2	66.9	54
7	31.8	63.6	10.9	71.4	91.1	81.1	72.7	62.5	55.6	65.5	53
8	33.1	62.0	12.2	69.9	92.5	79.6	74.0	61.0	56.9	64.0	52
9	34.5	60.5	13.5	68.4	93.8	78.1	75.4	59.5	58.3	62.6	51
10	2635.8	3458.9	2714.9	3366.9	2795.2	3276.6	2876.8	3188.1	2959.7	3101.2	50
11	37.1	57.4	16.2	65.3	96.5	75.1	78.2	56.6	61.1	3999.7	49
12	38.4	55.8	17.5	63.8	97.8	73.6	79.5	55.2	62.5	98.3	48
13	39.7	54.3	18.9	62.3	99.2	72.1	80.9	83.7	63.9	96.9	47
14	41.0	52.7	20.2	60.8	2800.6	70.7	82.3	82.2	65.3	95.4	46
15	2642.3	3451.2	2721.5	3359.3	2801.9	3269.2	2883.6	3180.8	2966.7	3094.0	45
16	43.0	49.7	22.8	57.8	103.3	67.7	85.0	79.3	68.1	92.6	44
17	44.9	48.1	24.2	56.2	104.6	66.2	86.4	77.9	69.5	91.1	43
18	46.2	46.6	25.5	54.7	106.0	64.7	87.8	76.4	70.9	89.7	42
19	47.6	45.0	26.8	53.2	107.3	63.2	89.1	74.9	72.3	88.3	41
20	2648.9	3443.5	2728.2	3351.7	2808.7	3261.7	2890.5	3173.5	2973.7	3086.8	40
21	50.2	41.9	29.5	50.2	110.0	60.3	91.9	72.0	75.1	85.4	39
22	51.5	40.4	30.8	48.7	111.4	58.8	93.3	70.6	76.5	84.0	38
23	52.8	38.8	32.2	47.2	112.8	57.3	94.6	69.1	77.9	82.5	37
24	54.1	37.3	33.5	45.6	114.1	55.8	96.0	67.7	79.3	81.1	36
25	2655.4	3435.8	2734.8	3344.1	2815.5	3254.3	2897.4	3166.2	2980.7	3079.7	35
26	56.7	34.2	36.9	42.6	116.8	52.8	98.5	64.7	81.1	78.3	34
27	58.1	32.7	38.2	41.1	118.2	51.4	2000.1	63.3	82.5	76.8	33
28	59.4	31.1	39.5	39.6	119.5	49.9	01.5	61.8	84.9	75.4	32
29	60.4	29.6	40.2	38.1	20.0	48.4	02.9	60.4	86.3	74.0	31
30	2662.0	3428.0	2741.5	3336.6	2822.2	3246.9	2904.3	3158.9	2987.7	3072.6	30
31	63.3	26.5	42.2	35.1	23.5	45.4	03.2	57.5	86.1	71.1	29
32	64.6	25.0	43.4	33.6	25.0	44.0	04.0	56.0	87.5	69.5	28
33	65.9	23.4	44.5	32.1	26.3	42.5	04.8	54.6	89.0	68.3	27
34	67.3	21.9	46.8	30.5	27.7	41.0	05.8	53.1	93.3	66.9	26
35	2668.6	3420.3	2748.2	3329.0	2829.0	3239.5	2911.2	3151.7	2994.7	3065.4	25
36	69.9	18.8	49.5	27.5	30.4	38.0	12.6	50.2	96.1	64.0	24
37	71.2	17.3	50.9	26.0	31.7	36.6	13.0	48.3	97.5	62.6	23
38	72.5	15.7	52.2	24.5	33.1	35.1	14.5	47.3	98.9	61.2	22
39	73.8	14.2	53.5	23.0	34.5	33.6	16.7	45.9	3000.3	59.7	21
40	2675.2	3412.7	2754.0	3321.5	2835.8	3232.1	2918.1	3144.4	3001.7	3058.3	20
41	76.5	11.1	56.2	20.0	37.2	30.7	19.5	43.0	103.1	56.9	19
42	77.8	9.6	57.5	18.5	38.5	29.2	20.9	41.5	104.5	55.5	18
43	79.1	8.1	59.0	17.0	39.9	27.7	22.2	40.1	106.0	54.0	17
44	80.4	6.5	60.2	15.5	41.3	26.2	23.6	38.6	107.4	52.6	16
45	2681.8	3405.0	2761.6	3314.0	2842.6	3224.8	2925.0	3137.2	3008.8	3051.2	15
46	83.1	03.5	62.9	12.5	44.0	23.3	26.4	35.7	109.2	49.8	14
47	84.4	01.9	64.2	11.0	45.4	21.8	27.8	34.3	110.6	48.4	13
48	85.7	00.4	65.6	09.5	46.7	20.3	29.2	32.9	113.0	46.9	12
49	87.0	3399.9	66.9	08.0	48.1	18.9	30.5	31.4	115.4	45.5	11
50	2688.4	3397.4	2768.3	3306.5	2849.4	3217.4	2931.9	3130.0	3015.8	3044.1	10
51	89.7	95.8	68.0	05.0	50.3	15.9	33.3	28.5	117.2	42.7	9
52	91.0	94.3	71.0	03.5	52.2	14.5	34.7	27.1	118.6	41.3	8
53	92.3	92.9	72.3	02.0	53.5	13.0	36.1	25.6	120.2	39.8	7
54	93.6	91.2	73.6	00.5	54.9	11.5	37.5	24.2	21.5	38.4	6
55	2695.0	3389.7	2775.0	3299.0	2856.3	3210.1	2938.9	3122.7	3022.9	3037.0	5
56	96.3	88.2	76.3	97.5	57.6	98.6	40.3	21.3	24.3	35.6	4
57	97.6	86.7	77.7	96.0	59.0	97.1	41.6	19.9	25.7	34.2	3
58	98.9	85.1	79.0	94.5	60.4	95.6	43.0	18.4	27.1	32.8	2
59	2700.3	3383.6	2780.4	3293.0	2861.7	3204.2	2944.4	3115.0	3025.5	314.4	1
60	2701.6	3382.1	2781.7	3291.5	2863.1	3202.7	2945.8	3115.5	3026.9	3026.9	0
	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	↗
											45°
											46°
											47°
											48°
											49°

Zusammenstellung der Formeln.

A. Astronomische Aufgaben.

Bezeichnungen.

Zeichenregel.

α = Rektascension	θ = Sternzeit
δ = Deklination	$t = \theta - \alpha$ = Stundenwinkel
φ = Breite	a = Azimut
u = Uhrzeit	p = parallaktischer Winkel
Δu = Uhrkorrektion	z = Zenithdistanz.

Quadrant	Funktion	Kofunktion
I	+	+
II	+, n	-
III	-, n	-, n
IV	-	+, n

Breite und Zenithdistanz stets +, Deklination +, wenn mit der Breite gleichnamig, -, wenn ungleichnamig.
 Stundenwinkel und Azimut zählen auf der Nordhalbkugel von S durch W, N und O, auf der Südhalbkugel von N durch W, S und O von 0° bis 360° (oder westlich +, östlich - von 0° bis 180°).
 Parallaktischer Winkel: westlich vom Meridian +, östlich -, von 0° bis 180°.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
φ, δ, z	t, a	$f(\xi) = -f(\varphi) + f(z + \delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) \}$		φ	Circum-Meridianhöhen. $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$
φ, δ, t	a, p	$f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta)$ $\text{cof}(a - p) = \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a + p) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$	$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2, \xi_1, \xi_2, u_1, u_2$	φ, t_1, t_2	Zweihöhen-Problem. $t = u_2 - u_1 - \alpha_2 + \alpha_1$ z = der, dem Winkel t gegenüberliegenden Seite in dem Dreieck Pol-Stern ₁ -Stern ₂ s_1, s_2 = Winkel an den Sternen I: $f(\xi) = f(\delta_1) + f(\delta_2)$ $f(\xi_1) = f(\delta_1) - f(\delta_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(t) = -\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) + \text{cof}(\xi)$
	z	$f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(\varphi - \delta) - \text{cof}(\xi)$	(δ_1, δ_2, t)	(s_1, s_2, t)	II: $f(\xi) = -\text{cof}(t) + \text{cof}(z_1 - z_2)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(t) - \text{cof}(z_1 + z_2)$ $\text{cof}(s_1 + p_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(s_2 - p_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $p_1 = (s_1 + p_1) - s_1$ $p_2 = s_2 - (s_2 - p_2)$
	a, z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(2a) = \text{cof}(2t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi_2) = 2 \text{cof}(a)$ $\text{cof}(2z) = \text{cof}(2(\varphi - M)) - \text{cof}(\xi_2)$	(δ_1, δ_2, z)	(s_1, s_2, t)	III: $f(\xi) = \text{cof}(z_1) + f(\delta_1)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(z_1) - f(\delta_1)$ $\text{cof}(a_1 - t_1) = \text{cof}(p_1) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a_1 + t_1) = \text{cof}(p_1) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi)$
	z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = 2f(\delta)$ $f(\xi_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(\xi') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $\text{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi')$	$(\delta, z_1, z_2, s_1, s_2)$	(p_1, p_2)	IIIa: wie III unter Aenderung der gegebenen Grössen.
t, δ, z	a, φ	$f(\xi_1) = 2f(t)$ $f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(a) = \frac{1}{2} f(\xi)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$	(z_1, δ_1, p_1)	(a_1, t_1, φ)	
			(z_2, δ_2, p_2)	(a_2, t_2, φ)	

↓	40°		41°		42°		43°		44°		60°
	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	
0'											
1	2622.7	3474.5	2701.6	3382.1	2781.7	3291.5	2863.1	3202.7	2945.8	3115.5	60'
2	24.0	72.9	02.9	80.6	83.1	90.0	64.5	01.2	47.2	14.1	59
3	25.3	71.4	04.2	79.0	84.4	85.5	65.8	01.2	46.2	12.7	58
4	26.6	69.8	05.6	77.5	85.8	87.0	67.2	01.3	45.0	11.2	57
5	27.9	68.3	06.9	76.0	87.1	88.6	68.6	01.4	43.8	9.8	56
6	2639.2	3466.2	2708.2	3374.5	2788.4	3284.1	2869.9	3195.4	2952.8	3108.4	55
7	30.5	65.1	09.6	72.9	89.8	82.6	71.3	03.9	42.5	06.9	55
8	31.8	63.6	10.9	71.4	91.1	81.1	72.7	02.5	41.2	05.5	53
9	33.1	62.0	12.2	69.9	92.5	79.6	74.0	01.9	39.9	04.0	52
	34.5	60.5	13.5	68.4	93.8	78.1	75.4	01.5	38.3	02.6	51
10	2635.8	3458.9	2714.9	3366.9	2795.2	3276.6	2876.8	3188.1	2959.7	3101.2	50
11	37.1	57.4	16.2	65.3	96.5	75.1	78.2	06.6	61.1	85.4	49
12	38.4	55.8	17.5	63.8	97.9	73.6	79.5	05.2	62.5	90.3	48
13	39.7	54.3	18.9	62.3	99.2	72.1	80.9	03.7	63.9	96.9	47
14	41.0	52.7	20.2	60.8	2800.6	70.7	82.3	02.2	65.3	95.4	46
15	2642.3	3451.2	2721.5	3359.3	2801.9	3269.2	2883.6	3180.8	2966.7	3094.0	45
16	43.6	49.7	22.8	57.8	03.3	67.7	85.0	79.3	68.1	92.6	44
17	44.9	48.1	24.2	56.2	04.6	66.2	86.4	77.9	69.5	91.1	43
18	46.2	46.6	25.5	54.7	06.0	64.7	87.8	76.4	70.9	89.7	42
19	47.6	45.0	26.8	53.2	07.3	63.2	89.1	74.9	79.3	88.3	41
20	2648.9	3443.5	2728.2	3351.7	2808.7	3261.7	2890.5	3173.5	2973.7	3086.8	40
21	50.2	41.9	29.5	50.2	10.0	60.3	91.9	72.0	75.1	85.4	39
22	51.5	40.4	30.8	48.7	11.4	58.8	93.3	70.6	76.5	84.0	38
23	52.8	38.8	32.1	47.2	12.7	57.3	94.6	69.1	77.9	82.5	37
24	54.1	37.3	33.5	45.7	14.1	55.8	96.0	67.6	79.3	81.1	36
25	2655.4	3435.8	2734.8	3344.1	2815.5	3254.3	2897.4	3166.2	2980.7	3079.7	35
26	56.7	34.2	36.2	42.0	16.8	52.8	98.8	64.7	82.1	78.3	34
27	58.1	32.7	37.5	41.1	18.2	51.4	2900.1	63.3	83.5	76.8	33
28	59.4	31.1	38.8	39.6	19.5	49.9	01.5	61.8	84.9	75.2	32
29	60.7	29.6	40.2	38.1	20.9	48.4	02.9	60.4	86.3	74.0	31
30	2662.0	3428.0	2741.5	3336.6	2822.2	3246.9	2904.3	3158.9	2987.7	3072.6	30
31	63.3	26.5	42.2	35.1	23.6	45.4	05.7	57.5	86.1	71.1	29
32	64.6	25.0	44.2	33.6	25.0	44.0	07.0	56.0	90.5	69.7	28
33	65.9	23.4	45.5	32.1	26.3	42.5	08.4	54.6	91.9	68.3	27
34	67.3	21.9	46.8	30.5	27.7	41.0	09.8	53.1	93.3	66.9	26
35	2668.6	3420.3	2748.2	3329.0	2829.0	3239.5	2911.2	3151.7	2994.7	3065.4	25
36	69.9	18.8	49.5	27.5	30.4	35.0	12.6	50.2	96.1	64.0	24
37	71.2	17.3	50.9	26.0	31.7	36.6	13.9	48.7	97.5	62.6	23
38	72.5	15.7	52.2	24.5	33.0	35.1	15.3	47.3	98.9	61.2	22
39	73.8	14.2	53.5	23.0	34.5	33.6	16.7	45.9	3000.3	59.7	21
40	2675.2	3412.7	2754.9	3321.5	2835.8	3232.1	2918.1	3144.4	3001.7	3058.3	20
41	76.5	11.1	56.2	20.0	37.2	30.7	19.5	43.0	03.1	56.9	19
42	77.8	09.6	57.5	18.5	38.5	29.2	20.9	41.5	04.5	55.5	18
43	79.1	08.1	58.9	17.0	39.8	27.7	22.2	40.1	06.0	54.0	17
44	80.4	06.5	60.2	15.5	41.3	26.2	23.6	38.6	07.4	52.6	16
45	2681.6	3405.0	2761.6	3314.0	2842.0	3224.8	2925.0	3137.2	3008.8	3051.2	15
46	83.1	03.9	62.0	12.5	44.0	23.3	26.4	35.7	10.2	49.8	14
47	84.4	01.5	64.2	11.0	45.4	21.8	27.8	34.3	11.6	48.4	13
48	85.7	00.4	65.6	09.5	46.7	20.3	29.2	32.9	13.0	46.9	12
49	87.0	3398.9	66.9	08.0	48.1	18.9	30.5	31.4	14.4	45.5	11
50	2688.4	3397.4	2768.3	3306.5	2849.4	3217.4	2931.9	3130.0	3015.8	3044.1	10
51	89.7	95.8	66.6	05.0	50.8	15.9	33.3	28.5	17.2	42.7	9
52	91.0	94.3	71.0	03.5	52.2	14.5	34.7	27.1	18.6	41.3	8
53	92.3	92.8	72.3	02.0	53.5	13.0	36.1	25.6	20.1	39.8	7
54	93.6	91.2	73.6	00.5	54.9	11.5	37.5	24.2	21.5	38.4	6
55	2695.0	3389.7	2775.0	3299.0	2856.3	3210.1	2938.9	3122.7	3022.9	3037.0	5
56	96.3	88.2	76.3	97.5	57.6	08.6	40.3	21.3	24.3	35.6	4
57	97.6	86.7	77.7	96.0	59.0	07.1	41.6	19.9	25.7	34.2	3
58	98.9	85.1	79.0	94.5	60.4	05.6	43.0	18.4	27.1	32.8	2
59	2700.3	3383.6	2780.4	3293.0	2861.7	3204.4	2944.4	3115.5	3029.9	3029.9	1
60	2701.6	3382.1	2781.7	3291.5	2863.1	3202.7	2945.8	3115.5	3029.9	3029.9	0
↑	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	cof	f	↑
		49°				48°					47°
											46°
											45°

Zusammenstellung der Formeln.

A. Astronomische Aufgaben.

Bezeichnungen.

Zeichenregel.

α = Rektascension	θ = Sternzeit
δ = Deklination	t = $\theta - \alpha$ = Stundenwinkel
φ = Breite	a = Azimut
u = Uhrzeit	p = parallaktischer Winkel
Δu = Uhrkorrektion	z = Zenithdistanz.

Quadrant	Funktion	Kofunktion
I	+	+
II	+, _n	-
III	-, _n	-, _n
IV	-	+, _n

Breite und Zenithdistanz stets +, Deklination +, wenn mit der Breite gleichnamig, -, wenn ungleichnamig. Stundenwinkel und Azimut zählen auf der Nordhalbkugel von S durch W, N und O, auf der Südhalbkugel von N durch W, S und O von 0° bis 360° (oder westlich +, östlich - von 0° bis 180°).

Parallaktischer Winkel: westlich vom Meridian +, östlich -, von 0° bis 180°.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
φ, δ, z	t, a	$f(\xi) = -f(\varphi) + f(z + \delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) \}$		φ	Circum-Meridianhöhen. $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$
φ, δ, t	a, p	$f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta)$ $\text{cof}(a - p) = \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a + p) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$	$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2, \epsilon_1, z_1, u_1, u_2$	φ, t_1, t_2	Zweihöhen-Problem. $z = u_2 - u_1 - \alpha_2 + \alpha_1$ z = der, dem Winkel z gegenüberliegenden Seite in dem Dreieck Pol-Stern ₁ -Stern ₂ s_1, s_2 = Winkel an den Sternen
	z	$f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(\varphi - \delta) - \text{cof}(\xi)$	$(\delta_1, \delta_2, \tau)$	(s_1, s_2, e)	I: $f(\xi) = f(\delta_1) + f(\delta_2)$ $f(\xi_2) = f(\delta_1) - f(\delta_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_2) \}$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(e) = -\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) + \text{cof}(\xi)$
	a, z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(2a) = \text{cof}(2t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi_2) = 2 \text{cof}(a)$ $\text{cof}(2z) = \text{cof}(2(\varphi - M)) - \text{cof}(\xi_2)$	$(\delta, z_1, z_2, s_1, s_2)$	(p_1, p_2)	II: $f(\xi) = -\text{cof}(e) + \text{cof}(z_1 - z_2)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(s_1) - \text{cof}(z_1 + z_2)$ $\text{cof}(\theta_1 + p_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(\theta_2 - p_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $p_1 = (s_1 + p_1) - s_1$ $p_2 = s_2 - (s_2 - p_2)$
	z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = 2f(\delta)$ $f(\xi_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(\xi') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $\text{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi')$	(z_1, δ_1, p_1)	(a_1, t_1, φ)	III: $f(\xi) = \text{cof}(z_1) + f(\delta_1)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(z_1) - f(\delta_1)$ $\text{cof}(a_1 - t_1) = \text{cof}(p_1) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a_1 + t_1) = \text{cof}(p_1) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi)$
t, δ, z	a, φ	$f(\xi_1) = 2f(t)$ $f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(a) = \frac{1}{2} f(\xi)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$	(z_2, δ_2, p_2)	(a_2, t_2, φ)	IIIa: wie III unter Aenderung der gegebenen Grössen.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
α, δ, z_1, z_2 u_1, u_2 (δ, τ)	q, t_1, t_2	Spezielle Fälle des Zweihöhen-Problems. A. Dasselbe Gestirn 2mal beob. $\tau = u_2 - u_1$ $s_1 = s_2 = s$ I: $f(\xi) = 2f(\delta)$ $\text{cof}(2s) = -\frac{1}{2}\{\text{cof}(\tau) + \text{cof}(\xi)\}$ $f(\xi) = 2\text{cof}(s)$ $\text{cof}(s) = -\text{cof}(2\delta) + \text{cof}(\xi)$ II und III resp. IIIa wie oben.			b. $t'_0 =$ Mitternachtsverbesserung. $U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$ $T = \frac{1}{2}(u_2 - u_1), \quad \tau = 12^h - T$ $\Delta\delta = T \cdot \delta\delta$ $f(\xi) = 2f(\tau)$ $\text{cof}(\Delta t_1) = \text{cof}(2q) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $\text{cof}(\Delta t_2) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $t'_0 = +\Delta t_1 - \Delta t_2$ $\Delta u = 12^h - (U + t'_0) + \text{Zeitgl.}$
	q	B. Zwei Sterne in gleicher Zenith-Distanz. a. Ein Stern N, der andere S. $t_0 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \Delta u$ $\tau = \frac{1}{2}(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ $\text{cof}(2M) =$ $= \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(\xi) = f(\tau + M) + f(\tau - M)$ $f(\xi_1) = 2f(M - t_0)$ $\text{cof}(2q) = \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$	q, δ $a = 90^\circ$	z, p, t	Erster Vertikal. $\text{cof}(z) = \frac{1}{2}\{-\text{cof}(q + \delta) + \text{cof}(q - \delta)\}$ $f(p) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(q + \delta) + \text{cof}(q - \delta)\}$ $f(t) = \frac{1}{2}\{f(x + \delta) + f(x - \delta)\}$
$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ $u_1, u_2, \Delta u$	q	a. Ein Stern N, der andere S. $t_0 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \Delta u$ $\tau = \frac{1}{2}(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ $\text{cof}(2M) =$ $= \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(\xi) = f(\tau + M) + f(\tau - M)$ $f(\xi_1) = 2f(M - t_0)$ $\text{cof}(2q) = \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$	q, δ $t = 90^\circ$	a, p	Stundenwinkel 90° . $f(a - p) = f(q) + f(\delta)$ $f(a + p) = \frac{1}{2}\{f(q) - f(\delta)\}_n$ $f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(q - \delta) - \text{cof}(\xi)$
	Δu	b. Ein Stern O, der andere W. $\tau = \frac{1}{2}(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ $\text{cof}(2M) =$ $= \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(\xi) = f(\tau + M) + f(\tau - M)$ $\text{cof}(\xi_1) = \text{cof}(2q) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(M - t_0) = \frac{1}{2}f(\xi_1)$ $\Delta u = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2}(u_1 + u_2) + t_0$	q, δ $p = 90^\circ$	z a t	Grösste Ausweichung. $\text{cof}(z) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\delta - q) - \text{cof}(\delta + q)\}$ $f(a) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\delta - q) + \text{cof}(\delta + q)\}$ $f(t) = \frac{1}{2}\{f(q + z) - f(q - z)\}$
$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ q, u_1, u_2	Δu	c. Korrespondierende Sonnenhöhen. $\delta\delta =$ Aenderung der Dekl. in 1^h um Mittag (bezw. Mitternacht). a. $t_0 =$ Mittagsverbesserung. $U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$ $\tau = \frac{1}{2}(u_2 - u_1)$ $\Delta\delta = \tau \cdot \delta\delta$ $f(\xi) = 2f(\tau)$ $\text{cof}(\Delta t_1) = \text{cof}(2q) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $\text{cof}(\Delta t_2) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(2\tau) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $t_0 = -\Delta t_1 + \Delta t_2$ $\Delta u = 0^h - (U + t_0) + \text{Zeitgl.}$	q, δ $z = 90^\circ$	t, a	Halber Tagbogen (t), Auf- und Untergang eines Gestirns. $f(\xi) = -f(q) + \text{cof}(\delta)$ $f(\xi_1) = f(q) + \text{cof}(\delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2}\{-\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)\}$ $\text{cof}(a) = -\frac{1}{2}\{\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)\}$ Aufgang $\{ = a \mp t$ (in Stzt.) Untergang $\}$ Morgenweite $\{ = a - \{ 270^\circ$ Abendweite $\} = 90$

B. Segeln im grössten Kreise.

Bezeichnungen.

- φ_1, λ_1 = Breite und Länge des östlichen Orts.
 φ_2, λ_2 = „ „ „ westlichen „
 φ_0, λ_0 = „ „ „ der grössten Annäherung an den Pol.
 φ_x, λ_x = „ „ „ eines beliebigen Punktes des grössten Kreises.
 D = Entfernung der Orte (φ_1, λ_1) und (φ_2, λ_2) .
 D_x = „ „ des Orts (φ_x, λ_x) von (φ_1, λ_1) .
 s_1, s_2 = Winkel an den beiden Orten in dem Dreieck: Pol-Ort 1-Ort 2.
 s_x = „ „ dem Orte (φ_x, λ_x) „ „ Pol-Ort 1-Ort x.
 C_x = einzuhaltender Kurs des Schiffes in dem Orte (φ_x, λ_x) . In (φ_1, λ_1) ist $x = 1$, in (φ_2, λ_2) ist $x = 2$.

Die Breite φ_1 des östlichen Orts ist immer + zu setzen, diejenige des westlichen ist +, wenn sie mit φ_1 gleichnamig, —, wenn sie ungleichnamig ist.

Die Länge zählt nach Westen von 0° bis 360° , oder beiderseits vom Anfangsmeridian von 0° bis 180° , und zwar westlich +, östlich —.

Zeichenregel.

Quadrant	Funktion	Kofunktion
I	+	+
II	+, n	—
III	—, n	—, n
IV	—	+, n

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
$\varphi_1, \lambda_1, \varphi_2, \lambda_2$	D, C_1, C_2	$f(\tilde{\xi}) = f(\varphi_1) + f(\varphi_2)$ $f(\xi_1) = f(\varphi_1) - f(\varphi_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = -\text{cof}(\lambda_2 - \lambda_1) + \text{cof}(\xi_1)$ $f(\tilde{\xi}) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(D) = -\text{cof}(\varphi_1 + \varphi_2) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ $C_1 = s_1, C_2 = 180^\circ + s_2$ für Reise: O—W $C_1 = 180^\circ + s_1, C_2 = s_2$ „ „ W—O			$f(\tilde{\xi}) = f(\varphi_x) + f(\varphi_1)$ $\text{cof}(\lambda_x - \lambda_1) = -\frac{1}{2} \text{cof}(s_1 + s_x) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ $f(\tilde{\xi}) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_x)$ $\text{cof}(D_x) = -\text{cof}(\varphi_x + \varphi_1) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ $C_x = \begin{cases} 180^\circ + s_x \\ s_x \end{cases}$ für Reise $\begin{cases} \text{O—W} \\ \text{W—O} \end{cases}$ Bem.: Wenn, bei gleichen Zeichen der Funktionen, $f(\tilde{\xi}) < f(\xi_1)$ ist, so wird der Parallel von dem grössten Kreise überhaupt nicht geschnitten.
$\varphi_1, \lambda_1, s_1$	φ_0, λ_0	Scheitelpunkt des grössten Kreises. $f(\tilde{\xi}) = 2f(s_1)$ $f(\xi_1) = 2 \text{cof}(\varphi_1)$ $\text{cof}(\tilde{\xi}_2) = \text{cof}(\tilde{\xi}) + \text{cof}(\xi_1)$ $\text{cof}(f(\varphi_0)) = \frac{1}{2} f(\tilde{\xi}_2)$ $f(\tilde{\xi}) = f(\varphi_1) + f(\varphi_0)$ $\text{cof}(\lambda_0 - \lambda_1) = f(s_1) - \text{cof}(\tilde{\xi})$ Bem.: Zunächst ist s_1 durch die Formeln der ersten Aufgabe zu berechnen.	φ_1, λ_1 $\varphi_x = 0^\circ, s_1$		Spezialfall für den Aequator. $f(\tilde{\xi}) = 2 \text{cof}(\varphi_1)$ $\text{cof}(\lambda_x - \lambda_1) = -\frac{1}{2} \text{cof}(s_1 + s_x) + \text{cof}(\varphi_1)$ $\text{cof}(D_x) = -\text{cof}(\varphi_1) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ sonst wie vorher.
$\varphi_1, \lambda_1, \lambda_x, s_1$	φ_x, D_x, C_x	Breite, in der ein gegebener Meridian geschnitten wird. $f(\tilde{\xi}) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(\lambda_x - \lambda_1)$ $f(\xi_1) = -\text{cof}(s_1) + \text{cof}(\lambda_x - \lambda_1)$ $f(\varphi_x - D_x) = f(\varphi_1) - \text{cof}(\tilde{\xi})$ $f(\varphi_x + D_x) = f(\varphi_1) + \text{cof}(\tilde{\xi}_1)$ $f(\tilde{\xi}) = f(\varphi_x) + \text{cof}(D_x)$ $\text{cof}(s_x) = -\frac{1}{2} \text{cof}(s_1 + \lambda_x - \lambda_1) + \text{cof}(\tilde{\xi})$ $C_x = \begin{cases} 180^\circ + s_x \\ s_x \end{cases}$ für Reise $\begin{cases} \text{O—W} \\ \text{W—O} \end{cases}$	$\varphi_1, \lambda_1, \varphi_x$	D_x, C_1, λ_x	Kombiniertes Segeln im grössten Kreise und auf dem Parallel φ_x . λ_x = Länge, in der φ_x erreicht wird λ_x' = „ „ „ φ_x zu verlassen ist D_x, D_x' = Entfernung $(\varphi_1, \lambda_1) - (\varphi_x, \lambda_x)$ resp. $(\varphi_x, \lambda_x') - (\varphi_1, \lambda_1)$ $\text{cof}(D_x) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\varphi_x - \varphi_1) - \text{cof}(\varphi_x + \varphi_1) \}$ $f(s_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\varphi_x - \varphi_1) + \text{cof}(\varphi_x + \varphi_1) \}$ $f(\lambda_x - \lambda_1) = \frac{1}{2} \{ f(\varphi_1 + D_x) - f(\varphi_1 - D_x) \}$ $C_1 = \begin{cases} s_1 \\ 180^\circ + s_1 \end{cases}$ für Reise $\begin{cases} \text{O—W} \\ \text{W—O} \end{cases}$
$\varphi_1, \lambda_1, \varphi_x, s_1$	λ_x, D_x, C_x	Länge, in der ein gegebener Parallel geschnitten wird. $f(\tilde{\xi}) = \text{cof}(\varphi_x + \varphi_1) + \text{cof}(\varphi_x - \varphi_1)$ $f(\xi_1) = 2f(s_1)$ $\text{cof}(\tilde{\xi}_2) = -\text{cof}(\tilde{\xi}) + \text{cof}(\xi_1)$ $f(s_x) = \frac{1}{2} f(\tilde{\xi}_2)$	$\varphi_2, \lambda_2, \varphi_x$	D_x', C_2, λ_x'	$\text{cof}(D_x') = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\varphi_x - \varphi_2) - \text{cof}(\varphi_x + \varphi_2) \}$ $f(s_2) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\varphi_x - \varphi_2) + \text{cof}(\varphi_x + \varphi_2) \}$ $f(\lambda_x - \lambda_x') = \frac{1}{2} \{ f(\varphi_2 + D_x') - f(\varphi_2 - D_x') \}$ $C_2 = \begin{cases} 180^\circ + s_2 \\ s_2 \end{cases}$ für Reise $\begin{cases} \text{O—W} \\ \text{W—O} \end{cases}$

Berichtigungen.

Seite 9, Zeile 7 von oben lies: (13) statt: (E).

» 9, » 8 » » » werden statt: wird.

» 9, » 1 » unten » Aufgabe statt: Ausgabe.

» 10, » 6 » oben » (12) und (12a) statt: (13) und (13a).

» 10, » 6 » » » (16) und (16a) » (15) und (15a).

» 10, » 21 » » » (16) und (16a) » (15) und (15a).

» 27, Zeile 4 von oben lies: $\cos(a+p) = -\cos(\xi_1)$ statt: $\cos(\xi_1)$.

» 29, Formel (43) lies: $f(\xi) = f(\varphi_1) + f(\varphi_2)$ statt: $-f(\varphi_1) + f(\varphi_2)$.

» 33, » (47a) » $f(\lambda_2 - \lambda'_2) = \frac{1}{2} \{ f(\varphi_2 + \vartheta'_2) - f(\varphi_2 - \vartheta'_2) \}$ statt: $\frac{1}{2} \{ \cos(\varphi_2 + \vartheta'_2) - \cos(\varphi_2 - \vartheta'_2) \}$

» 38, $\cos(\vartheta 37^\circ 8')$ lies: 216.7 statt: 214.7.

» 38, $\cos(\vartheta 37^\circ 8')$ » 888.0 » 880.0.

» 49 (links), Zeile 16 von unten lies: $f(\xi_1) = -f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ statt: $f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$.

» 49 (») » 9 » » » $f(\xi_2) = -f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ » $f(\xi_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$.

» 49 (rechts), » 3 und 4 von unten lies: $f(\xi) = \cos(t_1) + \cos(a_1)$

$$f(\varphi) = f(z_1 + \delta_1) - \cos(\xi).$$

Zusammenstellung der Formeln.

A. Astronomische Aufgaben.

Bezeichnungen.

α = Rektascension	θ = Sternzeit
δ = Deklination	$t = \theta - \alpha$ = Stundenwinkel
φ = Breite	a = Azimut
u = Uhrzeit	μ = parallaktischer Winkel
Δu = Uhrkorrektion	z = Zenithdistanz.

Zeichenregel.

Quadrant	Funktion	Kofunktion
I	+	+
II	+, „	—
III	—, „	—, „
IV	—	+, „

Breite und Zenithdistanz stets +, Deklination +, wenn mit der Breite gleichnamig. —, wenn ungleichnamig.

Stundenwinkel und Azimut zählen auf der Nordhalbkugel von S durch W, N und O, auf der Südhalbkugel von N durch W, S und O von 0° bis 360° (oder westlich +, östlich — von 0° bis 180°).

Parallaktischer Winkel: westlich vom Meridian +, östlich —, von 0° bis 180°.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
φ, δ, z	t, a	$f(\xi) = -f(\varphi) + f(z + \delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) \}$		φ	Circum-Meridianhöhen. $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$
φ, δ, t	a, p	$f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta)$ $\text{cof}(a - p) = \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a + p) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$	$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2, z_1, z_2, u_1, u_2$	φ, t_1, t_2	Zweihöhen-Problem. $r = u_2 - u_1 - \alpha_2 + \alpha_1$ r = der, dem Winkel r gegenüberliegenden Seite in dem Dreieck Pol-Stern ₁ -Stern ₂ s_1, s_2 = Winkel an den Sternen I: $f(\xi) = f(\delta_1) + f(\delta_2)$ $f(\xi_2) = f(\delta_1) - f(\delta_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(r) \}$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(r)$ $f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(r) = -\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) + \text{cof}(\xi)$
	z	$f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(y - \delta) - \text{cof}(\xi)$	(δ_1, δ_2, r)	(s_1, s_2, r)	
	a, z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = f(y - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(2a) = \text{cof}(2t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi_2) = 2 \text{cof}(a)$ $\text{cof}(2z) = \text{cof}(2(y - M)) - \text{cof}(\xi_2)$	(δ_1, δ_2, r)	(s_1, s_2, r)	II: $f(\xi) = -\text{cof}(s) + \text{cof}(z_1 - z_2)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(s) - \text{cof}(z_1 + z_2)$ $\text{cof}(s_1 + p_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(s_2 - p_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $p_1 = (s_1 + p_1) - s_1$ $p_2 = s_2 - (s_2 - p_2)$
	z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = 2 f(\delta)$ $f(\xi_2) = f(y - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(\xi') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $\text{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi')$	$(\delta, z_1, z_2, s_1, s_2)$	(p_1, p_2)	III: $f(\xi) = \text{cof}(z_1) + f(\delta_1)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(z_1) - f(\delta_1)$ $\text{cof}(a_1 - t_1) = \text{cof}(p_1) + \text{cof}(t)$ $\text{cof}(a_1 + t_1) = \text{cof}(p_1) - \text{cof}(t_1)$ $f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi)$
t, δ, z	a, φ	$f(\xi_1) = 2 f(t)$ $f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(a) = \frac{1}{2} f(\xi)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$	(z_1, δ_1, p_1)	(a_1, t_1, φ)	IIIa: wie III unter Aenderung der gegebenen Grössen.
			(z_2, δ_2, p_2)	(a_2, t_2, φ)	

Berichtigungen.

Seite 9, Zeile 7 von oben lies: (13) statt: (B).

» 9, » 8 » » » werden statt: wird.

» 9, » 1 » unten » Aufgabe statt: Ausgabe.

» 10, » 6 » oben » (12) und (12a) statt: (13) und (13a).

» 10, » 6 » » » (16) und (16a) » (15) und (15a).

» 10, » 21 » » » (16) und (16a) » (15) und (15a).

» 27, Zeile 4 von oben lies: $\text{cof}(a+p) = -\text{cof}(E_1)$ statt: $\text{cof}(E_1)$.

» 29, Formel (43) lies: $f(E) = f(\varphi_1) + f(\varphi_2)$ statt: $-f(\varphi_1) + f(\varphi_2)$.

» 33, » (47a) » $f \lambda_2 - \lambda_1'' = \frac{1}{2} \{ f(\varphi_1 + D_1'') - f(\varphi_2 - D_1'') \}$ statt: $\frac{1}{2} \{ \text{cof}(\varphi_1 + D_1'') - f(\varphi_2 - D_1'') \}$

» 38, $\text{cof}(P 192)$ lies: 216.7 statt: 214.7.

» 38, $\text{cof}(P 3758)$ » 888.0 » 880.0.

» 49 (links), Zeile 16 von unten lies: $f(E_1) = -f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ statt: $f(E_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$.

» 49 (») » 9 » » » $f(E_2) = -f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ » $f(E_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$.

» 49 (rechts), » 3 und 4 von unten lies: $f(E) = \text{cof}(t_1) + \text{cof}(a_1)$

$$f(\varphi) = f(z_1 + \theta_1) - \text{cof}(E).$$

Zusammenstellung der Formeln.

A. Astronomische Aufgaben.

Bezeichnungen.		Zeichenregel.		
α = Rektascension	θ = Sternzeit	Quadrant	Funktion	Kofunktion
δ = Deklination	t = $\theta - \alpha$ = Stundenwinkel	I	+	+
φ = Breite	a = Azimut	II	+, „	—
u = Uhrzeit	μ = parallaktischer Winkel	III	—, „	—, „
Δu = Uhrkorrektur	z = Zenithdistanz.	IV	—	+, „

Breite und Zenithdistanz stets +, Deklination +, wenn mit der Breite gleichnamig, —, wenn ungleichnamig. Stundenwinkel und Azimut zählen auf der Nordhalbkugel von S durch W, N und O, auf der Südhalbkugel von N durch W, S und O von 0° bis 360° (oder westlich +, östlich — von 0° bis 180°).

Parallaktischer Winkel: westlich vom Meridian +, östlich —, von 0° bis 180°.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
φ, δ, z	t, a	$f(\xi) = -f(\varphi) + f(z + \delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(a) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) - \text{cof}(\xi_1) \}$		φ	Circum-Meridianhöhen. $f(\xi_1) = f(\varphi) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(t) = 2 \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$
φ, δ, t	a, p	$f(\xi) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) - f(\delta)$ $\text{cof}(a - p) = \text{cof}(t) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a + p) = \text{cof}(t) - \text{cof}(\xi_1)$	$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2, z_1, z_2, u_1, u_2$	φ, t_1, t_2	Zweihöhen-Problem. $r = u_2 - u_1 - \alpha_2 + \alpha_1$ ϵ = der, dem Winkel t gegenüberliegenden Seite im Dreieck Pol-Stern ₁ -Stern ₂ s_1, s_2 = Winkel an den Sternen
	z	$f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(\varphi - \delta) - \text{cof}(\xi)$	(δ_1, δ_2, r)	(s_1, s_2, ϵ)	I: $f(\xi) = f(\delta_1) + f(\delta_2)$ $f(\xi_2) = f(\delta_1) - f(\delta_2)$ $\text{cof}(s_1 + s_2) = -\frac{1}{2} \text{cof}(\xi) + \text{cof}(t)$ $\text{cof}(s_1 - s_2) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(t)$ $f(\xi) = \text{cof}(s_1) + \text{cof}(s_2)$ $\text{cof}(t) = -\text{cof}(\delta_1 + \delta_2) + \text{cof}(\xi)$
	a, z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(2a) = \text{cof}(2t) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi_2) = 2 \text{cof}(a)$ $\text{cof}(2z) = \text{cof}(2\varphi - M) - \text{cof}(\xi_2)$	(s, z_1, z_2, s_1, s_2)	(p_1, p_2)	II: $f(\xi) = -\text{cof}(s) + \text{cof}(z_1 - z_2)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(s) - \text{cof}(z_1 + z_2)$ $\text{cof}(s_1 + p_1) = \frac{1}{2} \{ \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $\text{cof}(s_2 - p_2) = \frac{1}{2} \{ -\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) \}$ $p_1 = (s_1 + p_1) - s_1$ $p_2 = s_2 - (s_2 - p_2)$
	z	$f(\xi) = 2 \text{cof}(t)$ $\text{cof}(2M) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(\xi)$ $f(\xi_1) = 2 f(\delta)$ $f(\xi_2) = f(\varphi - 2M) + f(\varphi)$ $\text{cof}(\xi') = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $\text{cof}(z) = \frac{1}{2} f(\xi')$	(z_1, δ_1, p_1)	(a_1, t_1, φ)	III: $f(\xi) = \text{cof}(z_1) + f(\delta_1)$ $f(\xi_1) = \text{cof}(z_1) - f(\delta_1)$ $\text{cof}(a_1 - t_1) = \text{cof}(p_1) + \text{cof}(\xi)$ $\text{cof}(a_1 + t_1) = \text{cof}(p_1) - \text{cof}(\xi_1)$ $f(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - \text{cof}(\xi)$
t, δ, z	a, φ	$f(\xi_1) = 2 f(t)$ $f(\xi_2) = f(z + \delta) + f(z - \delta)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\xi_2)$ $f(a) = \frac{1}{2} f(\xi)$ $\text{cof}(\xi) = \text{cof}(t) + \text{cof}(a)$ $f(\varphi) = f(z + \delta) - f(\xi)$	(z_2, δ_2, p_2)	(a_2, t_2, φ)	IIIa: wie III unter Aenderung der gegebenen Grössen.

Gegeben	Gesucht	Formeln	Gegeben	Gesucht	Formeln
α, δ, z_1, z_2 u_1, u_2	φ, l_1, l_2	Spezielle Fälle des Zweihöhen-Problems. A. Dasselbe Gestirn 2mal beob. $r = u_2 - u_1$ $s_1 = s_2 = s$			b. $t_0 =$ Mitternachtsverbesserung. $U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$ $T = \frac{1}{2}(u_2 - u_1), \quad r = 12^h - T$ $\Delta\delta = T \cdot r\delta$ $f(\xi) = 2f(r)$ $\text{cof}(\Delta t_1) = \text{cof}(2\varphi) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $\text{cof}(\Delta t_2) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(2r) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $t_0 = +\Delta t_1 - \Delta t_2$ $\Delta u = 12^h - (U + t_0) + \text{Zeitgl.}$
(δ, r)	(s, z)	I: $f(\xi) = 2f(\delta)$ $\text{cof}(2s) = -\{\text{cof}(r) + \text{cof}(\xi)\}$ $f(\xi) = 2\text{cof}(s)$ $\text{cof}(r) = -\text{cof}(2\delta) + \text{cof}(\xi)$ II und III resp. IIIa wie oben.			
$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ $u_1, u_2, \Delta u$	φ	B. Zwei Sterne in gleicher Zenith-Distanz. a. Ein Stern N, der andere S. $t_0 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \Delta u$ $r = \frac{1}{2}(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ $\text{cof}(2M) =$ $= \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2r) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(\xi) = f(r + M) + f(r - M)$ $f(\xi_1) = 2f(M - t_0)$ $\text{cof}(2\varphi) = \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1) - \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$	φ, δ $a = 90^\circ$	z, p, t	Erster Vertikal. $\text{cof}(z) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\varphi + \delta) + \text{cof}(\varphi - \delta)\}$ $f(p) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\varphi + \delta) + \text{cof}(\varphi - \delta)\}$ $f(t) = \frac{1}{2}\{f(x + \delta) + f(x - \delta)\}$
			φ, δ $t = 90^\circ$	a, p	Stundenwinkel 90° . $f(a - p) = f(\varphi) + f(\delta)$ $f(a + p) = \frac{1}{2}\{f(\varphi) - f(\delta)\}_n$ $f(\xi) = \text{cof}(a) + \text{cof}(p)$ $\text{cof}(z) = \text{cof}(\varphi - \delta) - \text{cof}(\xi)$
$\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ φ, u_1, u_2	Δu	b. Ein Stern O, der andere W. $r = \frac{1}{2}(u_1 - u_1) - \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ $\text{cof}(2M) =$ $= \text{cof}(\delta_1 + \delta_2) - \text{cof}(2r) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(\xi) = f(r + M) + f(r - M)$ $\text{cof}(\xi_1) = \text{cof}(2\varphi) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\delta_1 - \delta_2)$ $f(M - t_0) = \frac{1}{2}f(\xi_1)$ $\Delta u = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2}(u_1 + u_2) + t_0$	φ, δ $p = 90^\circ$	z a t	Grösste Ausweichung. $\text{cof}(z) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\delta - \varphi) - \text{cof}(\delta + \varphi)\}$ $f(a) = \frac{1}{2}\{\text{cof}(\delta - \varphi) + \text{cof}(\delta + \varphi)\}$ $f(t) = \frac{1}{2}\{f(\varphi + z) - f(\varphi - z)\}$
$\varphi, \delta, \hat{e}\delta$ u_1, u_2	Δu	C. Korrespondirende Sonnenhöhen. $\hat{e}\delta =$ Aenderung der Dekl. in 1^h um Mittag (bezw. Mitternacht). a. $t_0 =$ Mittagsverbesserung. $U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$ $r = \frac{1}{2}(u_2 - u_1)$ $\Delta\delta = r \cdot \hat{e}\delta$ $f(\xi) = 2f(r)$ $\text{cof}(\Delta t_1) = \text{cof}(2\varphi) - \text{cof}(\xi) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $\text{cof}(\Delta t_2) = \text{cof}(2\delta) - \text{cof}(2r) + \text{cof}(\Delta\delta)$ $t_0 = -\Delta t_1 + \Delta t_2$ $\Delta u = 0^h - (U + t_0) + \text{Zeitgl.}$	φ, δ $z = 90^\circ$	t, a	Halber Tagbogen (t), Auf- und Untergang eines Gestirns. $f(\xi) = -f(\varphi) + \text{cof}(\delta)$ $f(\xi_1) = f(\varphi) + \text{cof}(\delta)$ $\text{cof}(t) = \frac{1}{2}\{-\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)\}$ $\text{cof}(a) = -\frac{1}{2}\{\text{cof}(\xi) + \text{cof}(\xi_1)\}$ Aufgang $\downarrow = a - t$ (in Stzt.) Untergang \downarrow Morgenweite $\downarrow = a - \downarrow 270^\circ$ Abendweite $\downarrow = a - \downarrow 90^\circ$

AUS DEM
ARCHIV DER DEUTSCHEN SEEWARTE.

XXI. Jahrgang 1898.

Herausgegeben von der Direction der Seewarte.

No. 2.

Der magnetische Zustand der Erde
zur Epoche 1885.0,

analytisch dargestellt von

Adolf Schmidt in Gotha.



HAMBURG, 1893.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

Der magnetische Zustand der Erde zur Epoche 1885.0,

analytisch dargestellt von **Adolf Schmidt** in Gotha.

Die allgemeinen theoretischen Entwicklungen, auf denen die hier veröffentlichten Untersuchungen beruhen, sind von mir in einem früheren Jahrgange dieser Zeitschrift (XII, 2, 1889) angegeben worden. Eine Mittheilung der wichtigsten Resultate, welche die Anwendung dieser Entwicklungen auf den Zustand des Erdmagnetismus im Jahre 1885 geliefert hat, ist gleichfalls bereits (in den Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissensch., II. Kl., XIX. Bd., I. Abth.) veröffentlicht worden. Auf den folgenden Seiten sollen nun einerseits die Grundlagen wie die Ergebnisse dieser Untersuchung in grösserer Ausführlichkeit dargestellt, andererseits die Rechnungen selbst in den Hauptzügen mitgetheilt werden. Es geschieht dies in der Absicht, für künftige Untersuchungen ähnlicher Art eine zuverlässige und bequeme Grundlage zu schaffen, nicht aber, weil etwa den Resultaten selbst eine abschliessende Bedeutung zukäme oder zugeschrieben werden sollte. Diese bedürfen vielmehr unzweifelhaft noch einer wesentlichen Verbesserung, und es besteht bereits seit längerer Zeit die Absicht, eine wenn möglich definitive Neuberechnung für dieselbe Epoche durchzuführen, sobald die dazu nöthige Grundlage vorhanden sein wird. Die hier gegebene Darstellung beruht durchaus auf den von Herrn Prof. Dr. Neumayer abgeleiteten Werthen der erdmagnetischen Kraftkomponenten in 1800 Punkten der Erdoberfläche. Die Beobachtungen, die diesen Werthen zu Grunde liegen, reichen etwa bis zum Jahre 1887; zum weitaus überwiegenden Theile fallen sie in die Zeit vor der Epoche 1885.0, auf die sich die daraus abgeleiteten, im Atlas des Erdmagnetismus dargestellten Werthe beziehen. Die Ermittlung dieser letzteren musste daher in den meisten Fällen eine extrapolatorische sein, was ihre Sicherheit notwendigerweise beeinträchtigt. Zu diesem Uebelstande, der unvermeidlich war, da der Atlas natürlich eine Darstellung für einen möglichst wenig zurückliegenden Augenblick bringen musste, tritt die Mangelhaftigkeit des Beobachtungsmaterials für weite Gebiete, wie sie Herr Prof. Dr. Neumayer in den Erläuterungen zu seinem Atlas eingehend geschildert hat. Es ist klar, dass durch die Hinzunahme der inzwischen gesammelten neuen Beobachtungen, die hoffentlich in den nächsten Jahren noch eine wesentliche Vervollständigung erfahren werden, in zweifacher Beziehung ein Fortschritt erzielt werden wird. Das verwertbare Material gewinnt an Umfang, wohl auch an Gleichmässigkeit hinsichtlich seiner geographischen Verteilung, und die Benützung von Beobachtungen symmetrisch zur Normalepoche erhöht die Sicherheit der Reduktion auf dieselbe. Lassen schon diese Erwägungen eine spätere Wiederholung der vorliegenden Berechnung wünschenswerth erscheinen, so kommt noch hinzu, dass in ihr die jenseits von 60° nördl. Br. gemachten Beobachtungen ganz unberücksichtigt geblieben sind.

Trotz der geschilderten, wenigstens zum grössten Theile unvermeidlichen Mängel wird man, hoffe ich, die Mittheilung der provisorischen Resultate nicht ungerechtfertigt finden, nicht nur wegen der damit für die endgültige Bearbeitung geschaffenen Erleichterung, sondern auch, weil diese mit Rücksicht auf die zu erwartenden Beobachtungen aus den Südpolarregionen zweckmässigerweise noch einige Jahre verschoben wird, und weil also vielleicht noch längere Zeit keine wesentlich besseren Resultate vorliegen werden.

Die beiden zu Anfang erwähnten Arbeiten, auf die ich unter der Bezeichnung *A* und *B* verweisen will, enthalten eine so ausführliche Darstellung alles dessen, was nicht ausschliesslich auf die Durchführung der numerischen Rechnung Bezug hat, dass ich mich hier fast ganz auf die Darlegung dieser letzteren beschränken kann. Wiederholungen sollen demgemäss möglichst vermieden und nur soweit zugelassen werden, als zur Wahrung einer zusammenhängenden Darstellung, die auch ohne ein Zurückgehen auf jene früheren Arbeiten verständlich sein soll, nöthig ist.

Uebersicht über die mathematischen Hilfsmittel der Entwicklung.

Die empirische Grundlage der ganzen Untersuchung bilden die von Dr. Neumayer für den Anfang des Jahres 1885 konstruirten Karten der erdmagnetischen Elemente H, δ, i oder vielmehr die von ihm daraus entnommenen Werthe dieser Grössen in den 1800 Punkten, in denen die Meridiane von $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, \dots, 355^\circ$ östl. Länge von Greenwich und die Parallelkreise von $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, \dots, 60^\circ$ nördl. und südl. geogr. Breite einander schneiden. Der bereits erwähnte, ausführliche Text zum Atlas des Erdmagnetismus (dem IV. Theile von Berghaus' Physikalischen Atlas) giebt über die bei der Konstruktion der Karten benutzten Materialien und über das dabei angewandte Verfahren Auskunft; es ist daher nicht nöthig, hier weiter darauf einzugehen.

Ans den Werthen der Elemente H, δ, i wurden nun weiter diejenigen der Komponenten X, Y, Z abgeleitet. Diese letzteren sind hier in Tabelle III zusammengestellt. Es bedeutet X die nach Norden, Y die nach Osten, Z die nach unten positiv gemessene Komponente der Kraft, so dass die Anordnung der positiven Halbxen mit der gegenwärtig fast ausschliesslich angewandten übereinstimmt. Als Einheit dient hier, wie überhaupt bei allen Angaben in der vorliegenden Arbeit, $0.1^3 \text{ cm}^{-1} g^3 s^{-1}$, d. h. die Einheit der letzten bei sorgfältigen absoluten Bestimmungen gewöhnlich angegebenen und noch einigermaßen zu verbürgenden Stelle und im allgemeinen auch der letzten sicheren Stelle bei Variations-Beobachtungen. Herr Professor Esehenhagen hat dafür die zur Erinnerung an Gauss gewählte Bezeichnung γ vorgeschlagen. (Vergl. Terrestrial Magnetism., Vol. I, pag. 57, Anm. 2.) Ich werde mich in den nachfolgenden Ausführungen dieser Bezeichnung bedienen.

Die Werthe der Komponenten wurden nun auf jedem Breitenkreise durch trigonometrische Reihen als Funktionen der geographischen Länge λ dargestellt. Die Koeffizienten dieser in der Gaussischen Beziehungsweise angesetzt und bis zu den Gliedern der 4^{ten} Ordnung entwickelten Reihen

$$\begin{aligned} X &= k_0 + k_1 \cos \lambda + K_1 \sin \lambda + \dots + K_4 \sin 4 \lambda \\ Y &= l_0 + l_1 \cos \lambda + L_1 \sin \lambda + \dots + L_4 \sin 4 \lambda \\ Z &= m_0 + m_1 \cos \lambda + M_1 \sin \lambda + \dots + M_4 \sin 4 \lambda \end{aligned}$$

stehen in Tabelle IVa, b, c. Sie bildeten die Ausgangsdaten meiner eigenen Rechnung.

Wenn die Abplattung der Erde unberücksichtigt bleiben sollte, so würden nun die gewonnenen Zahlen durch Kugelfunktionen der geographischen Breite auszudrücken sein. Unmittelbar ist dies allerdings nur bei Z möglich, da X und Y an den Polen unstetig werden, indem sie sich unendlich vielen Ausdrücken von der Form

$$\begin{array}{lll} c_1 \cos(\lambda - \alpha_1) & \text{und} & c_1 \sin(\lambda - \alpha_1) \quad \text{am Nordpole} \\ -c_2 \cos(\lambda - \alpha_2) & \text{und} & c_2 \sin(\lambda - \alpha_2) \quad \text{am Südpole} \end{array}$$

nähern. Während also Z unverändert entwickelt werden kann, müssen X und Y durch solche aus ihnen, sei es allein, sei es in Verbindung mit Z gebildete Ausdrücke vertreten werden, die von jener Unstetigkeit frei sind. Dies kann auf unendlich viele Arten geschehen. Eine Beschränkung wird indessen durch die Forderung eingeführt, dass die gewählten Ausdrücke eine bequeme und zu einer geschlossenen Reihenentwicklung führende Ableitung des Potentials in der Erdoberfläche gestatten sollen. Die einfachsten hiernach überhaupt möglichen Werthe, die zur eindeutigen Definition des Kraftvektors ausreichen, sind $X \sin u$, $Y \sin u$ und Z , wenn u das Komplement der geographischen Breite bezeichnet. Ausser diesen könnten etwa noch die folgenden in Betracht gezogen werden:

$$\begin{aligned} & X \cos \lambda + Y \cos u \sin \lambda, \quad X \sin \lambda - Y \cos u \cos \lambda, \quad Z \\ \text{und} & -X \cos u \cos \lambda - Y \sin \lambda - Z \sin u \cos \lambda, \quad -X \cos u \sin \lambda + Y \cos \lambda - Z \sin u \sin \lambda, \quad X \sin u - Z \cos u. \end{aligned}$$

Die zweite Gruppe stellt, wie man leicht einsieht, die Komponenten der Kraft nach drei festen, d. h. an allen Punkten gleichgerichteten Axen dar, welche den Erdradien nach den Aequatorpunkten von 0° und 90° östl. Länge und nach dem Nordpol parallel sind.

Soll nun, wie es hier geschieht, die Abweichung der Erdoberfläche von der Kugelgestalt berücksichtigt werden, so macht dies einige Modifikationen der Rechnung nöthig. (Vgl. A, pag. 13; B, pag. 4.) Zunächst

tritt für die geographische die geozentrische Breite ein. Ihr Komplement, das ich v nennen will, ist durch die Gleichung

$$tg v = \sqrt{1 + \epsilon^2} tg u = [0,0014542] tg u$$

bestimmt, worin die eckige Klammer die vielfach übliche Abkürzung für $nm \log$ ist. Der hier benutzte Werth von ϵ^2 ist 0,00671922; er entspricht der Bessel'schen Zahl für die Abplattung, 1:239.1528. Die danach berechneten, zu $u = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ \dots 90^\circ$ gehörigen Werthe von v sind, auf ganze Sekunden abgerundet (vgl. B, pag. 5):

$0^\circ 0' 0''$	$5^\circ 1' 0''$	$10^\circ 1' 58''$	$15^\circ 2' 53''$	$20^\circ 3' 42''$	$25^\circ 4' 25''$	$30^\circ 4' 59''$	$35^\circ 5' 25''$	$40^\circ 5' 40''$
$45^\circ 5' 45''$	$50^\circ 5' 40''$	$55^\circ 5' 24''$	$60^\circ 4' 59''$	$65^\circ 4' 24''$	$70^\circ 3' 42''$	$75^\circ 2' 52''$	$80^\circ 1' 58''$	$85^\circ 1' 0''$
				$90^\circ 0' 0''$.				

Zu $u_1 = 180^\circ - u$ gehört ferner $v_1 = 180^\circ - v$. Allen weiteren Rechnungen liegen die hier angegebenen, abgerundeten Werthe, nicht etwa die genau durch die vorstehende Gleichung definirten zu Grunde.

Eine zweite Abänderung der Rechnung gegenüber der auf die Kugel bezüglichen besteht darin, dass an Stelle der Kraftkomponenten X, Y, Z die davon allerdings nur wenig verschiedenen Grössen $\alpha X, \beta Y, \gamma Z$ zu setzen sind, worin

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{1 + \epsilon^2} \cos v^2 & \beta &= \sqrt{1 + \epsilon^2} & \gamma &= \sqrt{1 + \epsilon^2} \cos v^2 : \sqrt{1 + \epsilon^2} \\ &= \frac{\sin v}{\sin u} & &= \frac{tg v}{tg u} & &= \frac{\cos v}{\cos u} \end{aligned}$$

ist. Die nach Kugelfunktionen des Arguments v zu entwickelnden Grössen sind nun

$$\alpha X \sin v \quad \beta Y \sin v \quad \gamma Z.$$

Für die Parallelkreise von $u = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ \dots 90^\circ \dots 180^\circ$ sind die Logarithmen der hierin auftretenden Koeffizienten (deren numerische Werthe nebst denen von α, β und γ selbst ich in B, pag. 47, Tab. II angegeben habe) die folgenden:

u	$\log \alpha \sin v$	$\log \beta \sin v$	$\log \gamma$	u	$\log \alpha \sin v$	$\log \beta \sin v$	$\log \gamma$
0°	$-\infty$	$-\infty$	0,0000000	180°			
5	8,9431807	8,9431918	9,9999889	175	9,8509361	9,8516644	9,9992717
10	9,2424871	9,2425311	9,9999560	170	9,8854533	9,8863078	9,9991455
15	9,4157098	9,4158075	9,9999023	165	9,9143187	9,9152956	9,9990231
20	9,5366174	9,5367880	9,9998294	160	9,9382561	9,9393477	9,9989084
25	9,6283366	9,6285970	9,9997396	155	9,9577935	9,9589887	9,9988048
30	9,7011483	9,7015128	9,9996355	150	9,9733253	9,9746099	9,9987154
35	9,7605416	9,7610211	9,9995205	145	9,9851378	9,9864949	9,9986429
40	9,8097714	9,8103734	9,9993980	140	9,9934389	9,9948494	9,9985895
45	9,8509361	9,8516644	9,9992717	135	9,9983663	9,9998095	9,9985568
				90	0,0000000	0,0014542	9,9985458

Da X, Y und Z bereits nach λ entwickelt sind, so bleibt nur noch die Aufgabe zu lösen, die Koeffizienten

$$\alpha k_m \sin v, \alpha K_m \sin v; \quad \beta L_m \sin v, \beta L_m \sin v; \quad \gamma M_m, \gamma M_m$$

durch Kugelfunktionen m ten Ranges (P_m^m, P_m^{m+1}, \dots) darzustellen. Von jedem dieser Koeffizienten sind 25 Werthe bekannt, die zu den Parallelkreisen vom geographischen Nordpolstand $u = 30^\circ, 35^\circ \dots 150^\circ$ gehören, und die ich durch einen zweiten unteren Index $i = 1, 2 \dots 25$ unterscheiden will. Für $i+i' = 26$ ist $v_i + v_{i'} = 180^\circ$, also $\sin v_i = \sin v_{i'}$ und $\alpha_i = \alpha_{i'}$ etc. Es ist nun klar, dass die Summen

$$\alpha_i k_{m,i} \sin v_i + \alpha_{i'} k_{m,i'} \sin v_{i'} \dots \dots \dots \gamma_i M_{m,i} + \gamma_{i'} M_{m,i'}$$

d. i. $\alpha_i \sin v_i (k_{m,i} + k_{m,i'}) \dots \dots \dots \gamma_i (M_{m,i} + M_{m,i'})$

gerade, die entsprechenden Differenzen

$$\alpha_i \sin v_i (k_{m,i} - k_{m,i'}) \dots \dots \dots \gamma_i (M_{m,i} - M_{m,i'})$$

ungerade Funktionen von $\cos v$ sind. Jene hängen demnach nur von Kugelfunktionen P_m^n mit gerader Differenz ($n-m$) der beiden Indizes, diese von solchen mit ungerader Differenz ($n-m$) ab, und da die Beobachtungsdaten wegen ihrer zum Äquator symmetrischen Verteilung vollständig durch jene Summen und Differenzen ausgedrückt werden können, so zerfallen die Unbekannten — die Koeffizienten der Kugelfunktionen — in zwei getrennt zu bestimmende Gruppen. Mit Rücksicht auf diesen, die numerische Rechnung natürlich wesentlich vereinfachenden Umstand will ich (in Tabelle Va, b, c) nicht die Grössen $\alpha_i k_{m,i} \sin v_i \dots \gamma_i M_{m,i}$, sondern die angegebenen Summen und Differenzen mittheilen.

Die Kugelfunktion P_m^n (oder $P^{n,m}$, wie Gauss schreibt) ist durch die Gleichung

$$P_m^n(\cos v) = \sin v^m \left[\frac{\cos v^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} \cos v^{n-m-2}}{\dots} + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2 \cdot 4 \cdot (2n-1)(2n-3)} \cos v^{n-m-4} - \dots \right]$$

definiert. Für die in der Folge benutzten Funktionen bis zur 7. Ordnung, d. h. für diejenigen, in denen $n \leq 7$ ist, will ich die hiernach berechneten Reihen zusammenstellen, da es für viele Zwecke bequem ist, die numerischen Werthe der Koeffizienten zur Hand zu haben. Zur Abkürzung schreibe ich P_m^n statt $P_m^n(\cos v)$, ferner c statt $\cos v$ und s statt $\sin v$.

$$\begin{array}{llll} P_0^0 = 1 & P_1^0 = c & P_2^0 = c^2 - \frac{1}{3} & P_3^0 = c^3 - \frac{3}{5}c \\ & P_1^1 = s & P_2^1 = sc & P_3^1 = s\left(c^2 - \frac{1}{5}\right) \\ & & P_2^2 = s^2 & P_3^2 = s^2c \\ & & & P_3^3 = s^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} P_0^4 = c^4 - \frac{6}{7}c^2 + \frac{3}{35} & P_0^5 = c^5 - \frac{10}{9}c^3 + \frac{5}{21}c \\ P_1^4 = s\left(c^3 - \frac{3}{7}c\right) & P_1^5 = s\left(c^4 - \frac{2}{3}c^2 + \frac{1}{21}\right) \\ P_2^4 = s^2\left(c^2 - \frac{1}{7}\right) & P_2^5 = s^2\left(c^3 - \frac{1}{3}c\right) \\ P_3^4 = s^3c & P_3^5 = s^3\left(c^2 - \frac{1}{9}\right) \\ P_4^4 = s^4 & P_4^5 = s^4c \\ & P_5^5 = s^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} P_0^6 = c^6 - \frac{15}{11}c^4 + \frac{5}{11}c^2 - \frac{5}{231} & P_0^7 = c^7 - \frac{21}{13}c^5 + \frac{105}{143}c^3 - \frac{35}{429} \\ P_1^6 = s\left(c^5 - \frac{10}{11}c^3 + \frac{5}{33}c\right) & P_1^7 = s\left(c^6 - \frac{15}{13}c^4 + \frac{45}{143}c^2 - \frac{5}{429}\right) \\ P_2^6 = s^2\left(c^4 - \frac{6}{11}c^2 + \frac{1}{33}\right) & P_2^7 = s^2\left(c^5 - \frac{10}{13}c^3 + \frac{15}{143}c\right) \\ P_3^6 = s^3\left(c^3 - \frac{3}{11}c\right) & P_3^7 = s^3\left(c^4 - \frac{6}{13}c^2 + \frac{3}{143}\right) \\ P_4^6 = s^4\left(c^2 - \frac{1}{11}\right) & P_4^7 = s^4\left(c^3 - \frac{3}{13}c\right) \\ P_5^6 = s^5c & P_5^7 = s^5\left(c^2 - \frac{1}{13}\right) \\ P_6^6 = s^6 & P_6^7 = s^6c \\ & P_7^7 = s^7 \end{array}$$

Zur numerischen Berechnung der Funktionswerthe und besonders ihrer meistens gebrauchten Logarithmen ist dieser Darstellung durch Summen eine solche durch Produkte vorzuziehen. P_m^n ist, von dem

Faktor $\sin v^m$ oder $\sin v^m \cos v$ abgesehen, eine ganze Funktion von $\cos v^2$. Zerlegt man diese in ihre immer reellen Linearfaktoren, so erhält man

$$P_m^m(\cos v) = \sin v^m (\cos v - a_1) (\cos v - a_2) \dots (\cos v - a_{n-m})$$

mit

$$a_1 = -a_{n-m}, \quad a_2 = -a_{n-m-1} \dots$$

In dieser Form gilt die Gleichung für alle Fälle. Ist $n-m$ ungerade, so tritt der einzeln stehende Werth $a_{\frac{1}{2}(n-m+1)} = 0$ auf, und P_m^m erhält dadurch, wie es sein muss, den Faktor $\cos v$.

Setzt man nun

$$a_1 = \cos \alpha_1, \quad a_2 = \cos \alpha_2, \quad \dots \quad a_{n-m} = \cos \alpha_{n-m} = -\cos \alpha_1,$$

und beachtet man, dass

$$(\cos v - \cos \alpha) (\cos v + \cos \alpha) = -\sin(v + \alpha) \sin(v - \alpha) = \sin(v + \alpha) \sin(v + 180 - \alpha)$$

ist, so findet man

$$P_m^m(\cos v) = \sin^m v \sin(v + \alpha_1) \sin(v + \alpha_2) \dots \sin(v + \alpha_{n-m})$$

mit

$$\alpha_1 + \alpha_{n-m} = 180^\circ, \quad \alpha_2 + \alpha_{n-m-1} = 180^\circ \dots$$

und bei ungeradem $n-m$

$$\alpha_{\frac{1}{2}(n-m+1)} = 90^\circ.$$

Um diese bequeme Formel für die numerische Berechnung verwendbar zu machen, genügt es, die darin auftretenden konstanten Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-m}$ für die verschiedenen Kugelfunktionen ein für alle Mal zu berechnen. Ich habe dies gethan und stelle die Resultate in der nachstehenden Uebersicht zusammen. Es war natürlich zweckmässig, die Rechnung so scharf durchzuführen, dass die Ergebnisse voraussichtlich für alle Fälle späterer Anwendung brauchbar sein werden. Ich habe deshalb, obgleich für den vorliegenden Zweck eine weit geringere Schärfe ausgereicht hätte, die Rechnung mit 10stelligen Logarithmen (nach Vega's Thesaurus) durchgeführt und gebe die Resultate bis zur 4. Dezimale der Sekunde an. Ihre Unsicherheit beträgt ungefähr 0.0002. Es braucht wohl kaum gesagt zu werden, dass bei der Darstellung von P_m^m die bereits von Gauss berechneten Wurzeln der Gleichung $P_m^m = 0$ benutzt werden konnten. Die entsprechenden Winkel α_i finden sich, auf Zehntelsekunden genau, auch in den von Prof. Seeliger veröffentlichten Hilfstafeln für die Neumann'sche Methode der Koeffizientenberechnung von Kugelfunktionenreihen. (Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse d. k. bayer. Akad. d. W. zu München, 1890, pag. 499.)

$$P_m^m(\cos v) = \sin v^m \prod_{\nu=1}^{\nu=n-m} \sin(v + \alpha_\nu)$$

$P_{0_0}^2: \alpha_1 = 54^\circ 44' 8.1971$	$P_{0_0}^3: \alpha_1 = 39^\circ 13' 53.4737$	$\alpha_2 = 90^\circ$
$\alpha_2 = 125^\circ 15' 51.8029$	$\alpha_3 = 140^\circ 46' 6.5263$	
$P_{1_1}^3: \alpha_1 = 63^\circ 26' 5.8158$	$P_{0_0}^4: \alpha_1 = 30^\circ 33' 20.1302$	$\alpha_2 = 70^\circ 7' 27.4111$
$\alpha_2 = 116^\circ 33' 54.1842$	$\alpha_3 = 149^\circ 26' 39.8698$	$\alpha_4 = 109^\circ 52' 32.5889$
$P_{1_1}^4: \alpha_1 = 49^\circ 6' 23.7792$	$\alpha_2 = 90^\circ$	$P_{1_1}^5: \alpha_1 = 67^\circ 47' 32.4446$
$\alpha_2 = 130^\circ 53' 36.2208$		$\alpha_2 = 112^\circ 12' 27.5554$
$P_{0_0}^5: \alpha_1 = 25^\circ 1' 2.4232$	$\alpha_2 = 57^\circ 25' 13.8042$	$\alpha_3 = 90^\circ$
$\alpha_3 = 154^\circ 58' 57.5768$	$\alpha_4 = 122^\circ 34' 46.1958$	
$P_{1_1}^5: \alpha_1 = 40^\circ 5' 17.1091$	$\alpha_2 = 73^\circ 25' 38.3234$	
$\alpha_2 = 139^\circ 54' 42.8909$	$\alpha_3 = 106^\circ 34' 21.6766$	
$P_{2_2}^5: \alpha_1 = 54^\circ 44' 8.1971$	$\alpha_2 = 90^\circ$	$P_{2_2}^6: \alpha_1 = 70^\circ 31' 43.6057$
$\alpha_2 = 125^\circ 15' 51.8029$		$\alpha_2 = 109^\circ 28' 16.3943$
$P_{0_0}^6: \alpha_1 = 21^\circ 10' 36.8445$	$\alpha_2 = 48^\circ 36' 28.1779$	$\alpha_3 = 76^\circ 11' 41.7914$
$\alpha_3 = 158^\circ 49' 23.1555$	$\alpha_4 = 131^\circ 23' 31.8221$	$\alpha_4 = 103^\circ 48' 18.2086$
$P_{1_1}^6: \alpha_1 = 33^\circ 52' 41.7201$	$\alpha_2 = 62^\circ 2' 25.4575$	$\alpha_3 = 90^\circ$
$\alpha_3 = 146^\circ 7' 18.2799$	$\alpha_4 = 117^\circ 57' 34.5425$	

$P_6^6:$	$\alpha_1 = 45^\circ 59' 84.7020$	$\alpha_2 = 75^\circ 29' 21.0527$			
	$\alpha_4 = 134^\circ 0' 25.2980$	$\alpha_3 = 104^\circ 30' 38.9473$			
$P_{31}^6:$	$\alpha_1 = 58^\circ 31' 4.2452$	$\alpha_2 = 90^\circ$	$P_{41}^6:$	$\alpha_1 = 72^\circ 27' 5.7578$	
	$\alpha_3 = 121^\circ 28' 55.7548$			$\alpha_2 = 107^\circ 32' 54.2422$	
$P_{10}^6:$	$\alpha_1 = 18^\circ 21' 28.2940$	$\alpha_2 = 42^\circ 8' 16.7533$	$\alpha_3 = 66^\circ 3' 21.2416$	$\alpha_4 = 90^\circ$	
	$\alpha_7 = 161^\circ 38' 31.7060$	$\alpha_6 = 137^\circ 51' 43.2467$	$\alpha_5 = 113^\circ 56' 38.7584$		
$P_{11}^6:$	$\alpha_1 = 29^\circ 20' 18.6361$	$\alpha_2 = 53^\circ 43' 20.0954$	$\alpha_3 = 77^\circ 55' 7.3639$		
	$\alpha_6 = 150^\circ 39' 41.3639$	$\alpha_5 = 126^\circ 16' 39.9046$	$\alpha_4 = 102^\circ 4' 52.6361$		
$P_{12}^6:$	$\alpha_1 = 39^\circ 41' 41.9905$	$\alpha_2 = 65^\circ 6' 2.75168$	$\alpha_3 = 90^\circ$		
	$\alpha_5 = 140^\circ 18' 18.0095$	$\alpha_4 = 114^\circ 53' 32.4832$			
$P_{13}^6:$	$\alpha_1 = 50^\circ 9' 36.9108$	$\alpha_2 = 76^\circ 55' 59.3598$			
	$\alpha_4 = 129^\circ 50' 23.0892$	$\alpha_3 = 103^\circ 4' 0.6402$			
$P_{14}^6:$	$\alpha_1 = 61^\circ 17' 22.1467$	$\alpha_2 = 90^\circ$	$P_{15}^6:$	$\alpha_1 = 73^\circ 53' 52.3905$	
	$\alpha_3 = 118^\circ 42' 37.8533$			$\alpha_2 = 106^\circ 6' 7.6095$	

In dieser Uebersicht sind die Funktionen P_n^n und P_{n-1}^{n-1} weggelassen worden, weil sie bereits in den ursprünglichen Formeln als Produkte ($\sin v^n$ und $\sin v^{n-1} \cos v$) erscheinen.

Die verschiedenen Kugelfunktionen P_m^n weichen in ihrem durchschnittlichen Werthe nicht unbedeutend von einander ab. Dies ist für numerische Entwicklungen ein Uebelstand, der um so mehr empfunden wird, je weiter die Reihen ausgedehnt werden. Ich habe deshalb (vgl. B, pag. 6, 7) den Funktionen P_m^n konstante Faktoren r_m^n von solcher Grösse hinzugefügt, dass der quadratische Mittelwerth des Produktes $r_m^n P_m^n$, das ich R_m^n nenne, über die ganze Kugeloberfläche genommen, für alle Werthe von m und n derselbe, und zwar gleich 1 ist. Zu diesem Zwecke muss, wie sich aus den bekannten Eigenschaften der Funktionen P_m^n ergibt,

$$r_m^n = 1.3.5 \dots (2n-1) \sqrt{\frac{\epsilon_m (2n+1)}{(n+m)!(n-m)!}} \quad \text{mit } \epsilon_0 = 1, \epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = 2$$

gesetzt werden. Für die Faktoren der Funktionen bis zur 7. Ordnung ergeben sich nach dieser Formel die folgenden Ausdrücke, deren auf 7 geltende Ziffern berechnete Werthe in B, pag. 47, Tab. III mitgetheilt worden sind.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 r_0^0 = 1 & r_0^1 = \sqrt{3} & r_0^2 = \frac{3}{2}\sqrt{5} & r_0^3 = \frac{5}{2}\sqrt{7} & r_0^4 = \frac{105}{8} & r_0^5 = \frac{63}{8}\sqrt{11} & r_0^6 = \frac{231}{16}\sqrt{13} & r_0^7 = \frac{429}{16}\sqrt{15} \\
 r_1^1 = \sqrt{3} & r_1^2 = \sqrt{15} & r_1^3 = \frac{5}{4}\sqrt{35} & r_1^4 = \frac{21}{4}\sqrt{105} & r_1^5 = \frac{21}{8}\sqrt{165} & r_1^6 = \frac{33}{8}\sqrt{273} & r_1^7 = \frac{429}{32}\sqrt{105} \\
 r_2^2 = \frac{1}{2}\sqrt{15} & r_2^3 = \frac{1}{2}\sqrt{105} & r_2^4 = \frac{21}{4}\sqrt{5} & r_2^5 = \frac{3}{4}\sqrt{1155} & r_2^6 = \frac{33}{32}\sqrt{2730} & r_2^7 = \frac{429}{32}\sqrt{70} \\
 r_3^3 = \frac{1}{4}\sqrt{70} & r_3^4 = \frac{3}{4}\sqrt{70} & r_3^5 = \frac{9}{16}\sqrt{770} & r_3^6 = \frac{11}{16}\sqrt{2730} & r_3^7 = \frac{429}{32}\sqrt{35} \\
 r_4^4 = \frac{3}{8}\sqrt{35} & r_4^5 = \frac{3}{8}\sqrt{385} & r_4^6 = \frac{33}{16}\sqrt{91} & r_4^7 = \frac{39}{16}\sqrt{385} \\
 r_5^5 = \frac{3}{16}\sqrt{154} & r_5^6 = \frac{3}{16}\sqrt{2002} & r_5^7 = \frac{39}{32}\sqrt{385} \\
 r_6^6 = \frac{1}{32}\sqrt{6006} & r_6^7 = \frac{3}{32}\sqrt{10010} \\
 r_7^7 = \frac{3}{32}\sqrt{715}
 \end{array}$$

Die Logarithmen dieser Zahlen sind:

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0.0000000	0.2385607	0.5255763	0.8204890	1.1180993	1.4169469	1.7164637	2.0163830
1		0.2385607	0.5880457	0.9085347	1.2201593	1.5278713	1.8335053	2.1379020
2			0.2870157	0.7095647	1.0696443	1.4063523	1.7314452	2.0498563
3				0.3204890	0.7976103	1.1933679	1.5553540	1.8993413
4					0.3460653	0.8667617	1.2939146	1.6796750
5						0.3667617	0.9237334	1.3786450
6							0.3841427	0.9721884
7								0.3991243

Die Logarithmen der Funktionen $R_0^m, R_1^m, \dots, R_n^m$ für die hier in Betracht kommenden Werthe von v findet man in Tabelle I, die Funktionswerthe selbst in *B*, pag. 48/50, Tab. IV. Die mitgetheilten Zahlen (bei deren Berechnung ich übrigens die für die P_m^n angegebenen Produkte noch nicht angewendet habe) sind mit 7stelligen Logarithmen berechnet worden, unter Verzicht auf die nur durch gelegentliche Benutzung mehrstelliger Tafeln mögliche scharfe Feststellung der letzten Stelle in den Schlusswerthen. Diese Stelle wird daher manchmal um etwas mehr als eine halbe Einheit, bei den 7stellig angegebenen Werthen sogar um mehr als eine ganze Einheit ungenau sein.

Die Tafel der Funktionen R_m^n reicht zur Ableitung von $\alpha k_m \sin v, \dots, \gamma M_m$ für die darin berücksichtigten Werthe von v zwar aus; es ist aber in mehrfacher Hinsicht vorthellhaft, aus den für $\alpha X \sin v, \beta Y \sin v, \gamma Z$ geltenden Reihen unmittelbar die Koeffizienten k_m, \dots, M_m bestimmen zu können. Es sind dazu Tafeln der Logarithmen von $R_m^n: \alpha \sin v, R_m^n: \beta \sin v, R_m^n: \gamma^n$ erforderlich. Da diese Tafeln immer wieder gebraucht werden können, so habe ich sie (als Tabelle II) in die am Schlusse gegebene Zusammenstellung aufgenommen. Es schien mir dabei hinreichend, auf 4 Dezimalstellen abgerundete Werthe dieser Zahlen anzugeben, da bei künftigen Potentialberechnungen nur die Abweichungen gegen die hier bestimmten Zahlen, also nur verhältnissmässig kleine Werthe in Betracht kommen. Bei dieser starken Abrundung unterscheiden sich $\log(R_m^n: \alpha \sin v)$ und $\log(R_m^n: \beta \sin v)$ höchstens um 15 Einheiten der letzten Stelle. Ich habe deshalb nur die Zusammenstellung der Werthe der erstgenannten Funktion mitgetheilt und die (vom Winkel v abhängige, mit $\log(1:\gamma)$ identische) Differenz ($\log \sin \beta - \log \sin \alpha$) angegeben, die man von ihnen zu subtrahiren hat, um $\log(R_m^n: \beta \sin v)$ zu erhalten. Die dabei in manchen Zeilen eintretende Häufung der Abrundungsfehler, die durch Hinzufügung von +1 oder -1 zur letzten Dezimale beseitigt werden könnte, ist für den Zweck, dem die Tafel dienen soll, bedeutungslos; ich habe deshalb geglaubt, auf eine Belastung der Tabelle durch irgend welche darauf hinweisende Zeichen verzichten zu dürfen.

Diejenigen unter den Funktionen ($R_m^n: \alpha \sin v$ und $R_m^n: \beta \sin v$), deren unterer Index m gleich Null ist, werden für $v = 0$ und $v = 180^\circ$, d. h. an beiden Polen, unendlich gross. Der von ihnen abhängige Theil der Entwicklung von X und Y muss deshalb umgeformt werden, und es ist zweckmässig, diese Umformung auch für die übrigen Werthe von v zu benutzen. Wie leicht aus den weiterhin mitgetheilten Bedingungsungleichungen für die Koeffizienten der Kugelfunktionsreihen hervorgeht, lässt sich die Entwicklung bei X nach den überall endlichen Ausdrücken

$$\frac{R_0^{2n} - \sqrt{4n+1} R_0^{2n-1}}{\alpha \sin v} \quad \text{und} \quad \frac{R_0^{2n+1} - \sqrt{\frac{1}{3}(4n+3)} R_0^{2n}}{\alpha \sin v}$$

ausführen, in denen zum Zwecke der Darstellung von Y nur α durch β zu ersetzen ist. (Vgl. auch *B*, pag. 25, 26.) Es sind deshalb die Logarithmen dieser Werthe in die Tabelle IIa aufgenommen worden.

Die Koeffizienten der zur Darstellung von $\alpha X \sin v, \beta Y \sin v$ und γZ dienenden Reihen unterliegen gewissen Bedingungen, auf deren einige bereits soeben hingewiesen wurde. Da davon im nächsten Abschnitte ausführlich zu handeln ist, so mag hier diese Erwähnung genügen.

In analytischer Beziehung einfacher — weil nur eine einzige und sehr einfache Bedingungsungleichung zu berücksichtigen ist — gestaltet sich die Entwicklung der nach festen Richtungen genommenen Kraft-

komponenten, auf die schon an einer früheren Stelle hingewiesen wurde (S. 2). Es mag deshalb gestattet sein, kurz darauf einzugehen, wesschon von den darauf bezüglichen Entwicklungen hier keine Anwendung gemacht werden soll. Ich will jene Komponenten Ξ , H , Z nennen und in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned}\Xi &= -X \sin u \cdot ctg u \cos \lambda - Y \sin u \cdot cosec u \sin \lambda - Z \cdot \sin u \cos \lambda \\ H &= -X \sin u \cdot ctg u \sin \lambda + Y \sin u \cdot cosec u \cos \lambda - Z \cdot \sin u \sin \lambda \\ Z &= X \sin u - Z \cdot \cos u\end{aligned}$$

woraus umgekehrt folgt:

$$\begin{aligned}X \sin u &= -\cos u (\Xi \cdot \sin u \cos \lambda + H \cdot \sin u \sin \lambda) + Z \cdot (1 - \cos u^2) \\ Y \sin u &= -\Xi \cdot \sin u \sin \lambda + H \cdot \sin u \cos \lambda \\ Z &= -(\Xi \cdot \sin u \cos \lambda + H \cdot \sin u \sin \lambda) - Z \cdot \cos u\end{aligned}$$

Diese Formeln gelten allgemein, sind aber, da die Entwicklung beim Ellipsoid nicht nach u , sondern nach v durchgeführt wird, in der hier gegebenen Gestalt nur für die Kugel brauchbar. Man erkennt aus ihnen, dass man für Ξ , H , Z begrenzte Kugelfunktionsreihen erhält, wenn solche für $X \sin u$, $Y \sin u$, Z gegeben sind, und dass unter gewissen Bedingungen — denselben, die kurz vorher erwähnt wurden — auch das Umgekehrte gilt. Um die Transformation wirklich durchzuführen, hat man eine Anzahl von Identitäten zu benutzen, durch welche die Produkte

$$R_m^n(\cos u) \cdot \cos u, \quad R_m^n(\cos u) \cdot \sin u, \quad R_m^n(\cos u) \cdot cosec u, \quad R_m^n(\cos u) \cdot ctg u$$

in Summen von Kugelfunktionen umgewandelt werden, zu denen allerdings bei den beiden letzten Produkten noch Ausdrücke von anderer Form treten, die indessen vermöge der für $X \sin u$ und $Y \sin u$ geltenden Bedingungengleichungen in Ξ und H verschwinden. Es ist, wie aus bekannten Eigenschaften der Kugelfunktionen abgeleitet werden kann, in abgekürzter Schreibweise und mit $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = \dots = 2$:

$$\begin{aligned}R_m^n \cdot \cos u &= \frac{r_m^n}{r_{m+1}^n} R_{m+1}^n + \frac{r_m^{n-1}}{r_m^n} R_m^{n-1} \\ R_m^n \cdot \sin u &= -\frac{r_m^n}{r_{m+1}^n} R_{m+1}^n + \frac{2}{\epsilon_{m-1}} \cdot \frac{r_m^{n-1}}{r_m^n} R_m^{n-1} \quad \text{für } m > 0 \\ &= \frac{r_m^n}{r_{m+1}^n} R_{m+1}^n - \frac{\epsilon_m}{2} \cdot \frac{r_m^{n-1}}{r_m^n} R_m^{n-1}\end{aligned}$$

Diese Formeln gelten allgemein, wenn man festsetzt, dass r_m^n für $n < m$ Null bedeutet. Aus ihnen folgen ferner die nachstehenden Rekursionsformeln, die die Lösung für die beiden letzten Aufgaben geben:

$$\begin{aligned}R_m^n \cdot cosec u &= \frac{r_m^n}{r_{m-1}^n} R_{m-1}^{n-1} + \frac{\epsilon_{m-1}}{2} \cdot \frac{r_m^n r_m^{n-2}}{(r_{m-1}^n)^2} R_{m-2}^{n-2} \cdot cosec u \\ &= -\frac{r_m^n}{r_{m+1}^n} R_{m+1}^n + \frac{2}{\epsilon_m} \cdot \frac{r_m^n r_m^{n-2}}{(r_{m+1}^n)^2} R_{m+2}^{n-2} \cdot cosec u \\ R_m^n \cdot ctg u &= \frac{r_m^n}{r_{m-1}^n} R_{m-1}^{n-1} + \frac{2n+1}{n+m} \cdot \frac{r_m^{n-1}}{r_m^n} R_m^{n-1} \cdot cosec u \\ &= -\frac{r_m^n}{r_{m+1}^n} R_{m+1}^n + \frac{2n+1}{n-m} \cdot \frac{r_m^{n-1}}{r_m^n} R_m^{n-1} \cdot cosec u\end{aligned}$$

Die überall ausser bei $R_m^n \cdot \cos u$ auftretenden doppelten Lösungen sind deswegen nötig, weil aus dem mit R_m^n stets vereinigten Faktor $\cos m\lambda$ oder $\sin m\lambda$ durch den mit $\sin u$, $cosec u$ oder $ctg u$ zusammen auftretenden Faktor $\cos \lambda$ oder $\sin \lambda$ immer gleichzeitig Funktionen von $(m+1)\lambda$ und von $(m-1)\lambda$ entstehen, die notwendigerweise Kugelfunktionen mit den entsprechenden unteren Indizes $(m+1)$ und $(m-1)$ als Faktoren verlangen.

Es ist schon darauf hingewiesen worden, dass die Koeffizienten der für $X \sin v$ und $Y \sin v$ geltenden Reihen gewissen Bedingungen rein analytischen Charakters unterliegen, was bei denjenigen der Reihen für

Ξ, H, Z nicht der Fall ist. Nun besteht aber noch eine aus physikalischen Ursachen fließende Bedingung, die natürlich in beiden Darstellungen zum Ausdruck kommen muss, die Bedingung nämlich, dass das über die ganze Erdoberfläche genommene Integral der zu dieser Fläche senkrechten Kraftkomponente verschwinden muss. Bezeichnet man die Koeffizienten von $R_m^n(\cos v) \cos m\lambda$ und $R_m^n(\cos v) \sin m\lambda$ in der für irgend eine Funktion f von v und λ geltenden Kugelfunktionenreihe mit

$$C_m^n(f) \quad \text{und} \quad S_m^n(f),$$

so spricht sich jene Bedingung in der einfachen Gleichung

$$C_0^0(Z) = 0$$

aus. Führt man die Komponenten Ξ, H, Z ein, so erhält man durch Substitution des für Z angegebenen Ausdrucks sofort die nur wenig kompliziertere Gleichung

$$C_1^1(\Xi) + S_1^1(H) + C_1^1(Z) = 0.$$

Alle diese Bemerkungen gelten im wesentlichen auch bei Berücksichtigung der Abplattung der Erde. Die in diesem Falle anzuwendenden Formeln, die sich aus den zuvor mitgetheilten durch Einführung von v leicht ableiten lassen, lauten folgendermassen:

$$\alpha Y \Xi = -\alpha X \sin v \cdot ctg v \cos \lambda - \beta Y \sin v \cdot \gamma^2 \operatorname{cosec} v \sin \lambda - \gamma Z \cdot \sin v \cos \lambda$$

$$\alpha Y H = -\alpha X \sin v \cdot ctg v \sin \lambda + \beta Y \sin v \cdot \gamma^2 \operatorname{cosec} v \cos \lambda - \gamma Z \cdot \sin v \sin \lambda$$

$$\alpha Y Z = \beta^{-1} \cdot \alpha X \sin v - \gamma Z \cdot \beta \cos v$$

$$\alpha X \sin v = -\beta \cos v (\Xi \cdot \sin v \cos \lambda + H \cdot \sin v \sin \lambda) + Z \cdot (1 - \cos v^2)$$

$$\beta Y \sin v = \beta (-\Xi \cdot \sin v \sin \lambda + H \cdot \sin v \cos \lambda)$$

$$\gamma Z = -\beta^{-1} (\Xi \cdot \sin v \cos \lambda + H \cdot \sin v \sin \lambda) - Z \cdot \cos v$$

Die zu erfüllende Bedingungs-gleichung ist danach

$$C_1^1(\Xi) + S_1^1(H) + \beta C_1^1(Z) = 0.$$

Da $\beta (= \sqrt{1 + \epsilon^2})$ eine Konstante ist, so gestaltet sich die Ableitung von $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$, Z aus Ξ, H, Z hier nicht anders und nicht umständlicher als bei der Kugel. Die umgekehrte, praktisch jedoch kaum in Betracht kommende Aufgabe erfährt dagegen insofern eine wesentliche Modifikation, als sich eine geschlossene Entwicklung nicht für Ξ, H, Z , sondern für die Produkte dieser Grössen mit $\alpha \gamma$, d. i. $\beta^{-1}(1 + \epsilon^2 \cos v^2)$, ergibt. Die Beseitigung dieses Faktors ist zwar möglich, führt aber im allgemeinen auf unendliche Reihen. Dagegen bewirkt der in Verbindung mit $\beta Y \sin v$ auftretende Faktor γ^2 , der in die Form $(1 - \epsilon^2 \beta^{-2} \sin v^2)$ gebracht werden kann, nur eine kleine Erweiterung der Rechnung, ohne an ihrem Charakter etwas zu ändern.

Aufstellung und allgemeine Lösung der Normalgleichungen.

Zur Ableitung der Normalgleichungen liegt nun alles bereit. Ist $f_{m,i}$ eine der zum Werthe v_i gehörigen Grössen

$$\alpha_i K_{m,i} \sin v_i; \quad \alpha_i K_{m,i} \sin v_i; \quad \beta_i l_{m,i} \sin v_i; \quad \beta_i l_{m,i} \sin v_i; \quad \gamma_i m_{m,i}; \quad \gamma_i M_{m,i}$$

und bezeichnet F_m^n (mit $n = m, m+1, m+2 \dots$) die entsprechenden Koeffizienten

$$B_m^n; \quad C_m^n; \quad D_m^n; \quad E_m^n; \quad J_m^n; \quad k_m^n,$$

so lautet das System der Fehlergleichungen

$$f_{m,i} = \sum_{n=m}^{n=m+\nu} F_m^n \cdot I_m^n(\cos v_i) \quad i = 1, 2, 3 \dots 25$$

Aus Gründen, die in *B*, pag. 22/24, ausführlich dargelegt sind, habe ich allen diesen Gleichungen daselbe Gewicht gegeben. In dem Falle, der hier zunächst behandelt werden soll, dass keine Nebenbedingungen zu erfüllen sind, ergeben sich somit die folgenden Normalgleichungen:

$$\sum_{i=1}^{i=25} f_{m,i} R_m^n(\cos v_i) = \sum_{n=m}^{n=m+\nu} \sum_{i=1}^{i=25} J_m^n(\cos v_i) R_m^n(\cos v_i) \quad p = m, m+1, \dots, m+\nu$$

oder in üblicher, kürzerer Schreibweise:

$$[f_m R_m^p] = \sum_{n=m}^{m+p} F_m^n \cdot [R_m^n R_m^p]$$

Hierin hängt r von der Ausdehnung ab, die der Kugelfunktionsreihe gegeben werden soll. Aus später ersichtlichen Gründen ist dabei in der Reihe für $\alpha X \sin v$ die Entwicklung um eine Stufe weiter zu führen, d. h. es ist r um 1 grösser anzusetzen, als in den Reihen für $\beta Y \sin v$ und γZ .

Wie bereits früher (S. 4) bemerkt wurde, zerfällt nun das System der Normalgleichungen in zwei vollständig getrennte Systeme, von denen das eine nur F_m^m, F_m^{m+2}, \dots , das andere nur $F_m^{m+1}, F_m^{m+3}, \dots$ als Unbekannte enthält, weil allgemein

$$R_m^n (\cos v_{26-i}) = (-1)^{n-m} R_m^m (\cos v_i)$$

ist, und weil infolgedessen die Summe $[R_m^n R_m^p]$, d. i. mit leicht verständlicher Abkürzung

$$\sum_{i=1}^{i=12} R_{m,i}^n R_{m,i}^p [1 + (-1)^{n+p-2m}] + R_{m,13}^n R_{m,13}^p,$$

für ungerade Werthe von $(n-p)$ verschwindet.

Ich schreibe die beiden Gruppen von Gleichungen in der Form

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=0,1,2,\dots} F_m^{m+2\mu} \cdot [R_m^{m+2\mu} R_m^{m+2n}] &= [f_m R_m^{m+2n}] = \eta_{2n}^{m+2n} & \pi = 0, 1, 2, \dots \\ \sum_{\mu=0,1,2,\dots} F_m^{m+2\mu+1} \cdot [R_m^{m+2\mu+1} R_m^{m+2n+1}] &= [f_m R_m^{m+2n+1}] = \eta_{2n+1}^{m+2n+1} & \pi = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

oder kürzer mit Weglassung des überall gleichen, untern Index m

$$(A) \quad \sum_{\mu} a_{2\mu, 2n} F_{2\mu} = \eta_{2n}; \quad \sum_{\mu} a_{2\mu+1, 2n+1} F_{2\mu+1} = \eta_{2n+1} \quad \pi = 0, 1, 2, \dots$$

Für die numerische Berechnung, die sich auf die Tafeln I und V stützt, setzt man natürlich

$$\begin{aligned} a_{2\mu, 2n} &= 2 \sum_{i=1}^{i=12} R_{m,i}^{m+2\mu} R_{m,i}^{m+2n} + R_{m,13}^{m+2\mu} R_{m,13}^{m+2n}; & a_{2\mu+1, 2n+1} &= 2 \sum_{i=1}^{i=12} R_{m,i}^{m+2\mu+1} \cdot R_{m,i}^{m+2n+1} \\ \eta_{2n} &= \sum_{i=1}^{i=12} (f_{m,i} + f_{m,26-i}) R_{m,i}^{m+2n} + f_{m,13} R_{m,13}^{m+2n}; & \eta_{2n+1} &= \sum_{i=1}^{i=12} (f_{m,i} - f_{m,26-i}) R_{m,i}^{m+2n+1} \end{aligned}$$

Die Koeffizienten a hängen nicht von den Beobachtungsdaten, sondern nur von der Auswahl der Parallelkreise ab, auf die sich diese Daten beziehen. Sie können deshalb bei jeder andern Rechnung, die sich auf dieselben Parallelkreise stützt, wieder benutzt werden. Auch ist natürlich ihre Anwendung keineswegs auf erdmagnetische Probleme beschränkt. Hauptsächlich aus diesem Grunde habe ich die Auflösung der einzelnen Gleichungssysteme allgemein durchgeführt, wenschon eine häufige Anwendung der dabei erhaltenen, auf den folgenden Seiten zusammengestellten Formeln wenig wahrscheinlich ist. Im allgemeinen wird bei ähnlichen Aufgaben die Neumann'sche Methode oder eine graphische Ableitung vorzuziehen sein. (Vgl. A, pag. 25, 26, und wegen der Gründe, die mich selbst veranlassen, den hier eingeschlagenen Weg zu wählen, B, pag. 21, 22.)

Ueber die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Koeffizienten a bemerke ich noch, dass sie nachträglich aus den von mir zuerst berechneten und auf 8 Dezimalen abgerundeten Werthen von $[P_m^{m+\mu} P_m^{m+\nu}]$ durch Multiplikation mit $r_m^{m+\mu} r_m^{m+\nu}$ abgeleitet worden sind. Es hat dies seinen Grund darin, dass ich mich erst nach längerem Zögern und nachdem schon ein nicht unbedeutlicher Theil der Zahlenrechnung ausgeführt war, zu der in der Einführung der Funktionen R liegenden Abweichung von dem bisher üblichen Verfahren entschloss. Ich erwähne dies deshalb, weil bei der direkten Berechnung der a aus den R die letzten Dezimalstellen nicht immer mit den hier angegebenen genau übereinstimmend gefunden werden. Die Abweichungen sind praktisch bedeutungslos, weshalb ich die zeitraubende Neuberechnung unterliess.

Koeffizienten der Normalgleichungen (A),

$$a_{m,n} = [R_m^{m+n} \cdot R_m^{m+n}]$$

$$m = 0$$

$a_{00} = 25.00000$	$a_{20} = -1.87202$	$a_{40} = -7.14395$	$a_{60} = -4.52836$
	$a_{22} = 17.68063$	$a_{42} = -9.58336$	$a_{62} = -8.44497$
		$a_{44} = 18.33245$	$a_{64} = -4.53553$
			$a_{66} = 22.75595$
$a_{11} = 23.32561$	$a_{31} = -7.87997$	$a_{51} = -10.15339$	$a_{71} = -3.75241$
	$a_{33} = 16.18116$	$a_{53} = -7.51318$	$a_{73} = -5.58246$
		$a_{55} = 21.33857$	$a_{75} = -3.12799$
			$a_{77} = 21.95444$

$$m = 1$$

$a_{00} = 51.67439$	$a_{20} = 4.95221$	$a_{40} = -4.55237$	$a_{60} = -6.18139$
	$a_{22} = 52.73554$	$a_{42} = -7.64619$	$a_{62} = -17.60242$
		$a_{44} = 38.15036$	$a_{64} = -15.60996$
			$a_{66} = 39.05169$
	$a_{11} = 56.96852$	$a_{31} = 0.39131$	$a_{51} = -11.89367$
		$a_{33} = 44.63674$	$a_{53} = -13.99684$
			$a_{55} = 36.42590$

$$m = 2$$

$a_{00} = 50.35086$	$a_{20} = 5.59272$	$a_{40} = -0.47434$
	$a_{22} = 58.53060$	$a_{42} = 2.90692$
		$a_{44} = 49.55171$
$a_{11} = 56.80878$	$a_{31} = 6.22129$	$a_{51} = -3.85854$
	$a_{33} = 55.62099$	$a_{53} = -3.18960$
		$a_{55} = 43.08946$

$$m = 3$$

$a_{00} = 49.27453$	$a_{20} = 4.69173$	$a_{40} = 0.59175$
	$a_{22} = 58.52243$	$a_{42} = 7.04328$
		$a_{44} = 57.35657$
	$a_{11} = 54.93297$	$a_{31} = 6.92004$
		$a_{33} = 59.46143$

$$m = 4$$

$a_{00} = 48.56723$	$a_{20} = 3.79217$
	$a_{22} = 56.99944$
$a_{11} = 53.27085$	$a_{31} = 6.16905$
	$a_{33} = 59.45207$

$$m = 5$$

$a_{00} = 48.09689$	$a_{20} = 3.11497$
	$a_{22} = 55.43200$
	$a_{11} = 52.03705$

$$m = 6$$

$a_{00} = 47.76853$
$a_{11} = 51.13587$

$$m = 7$$

$a_{00} = 47.52800$

2*

Die Auflösungen der Normalgleichungen lauten nun:

$$F_{2\mu} = \sum_n \alpha_{2\mu, 2n} \eta_{2n}; \quad F_{2\mu+1} = \sum_n \alpha_{2\mu+1, 2n+1} \eta_{2n+1} \quad \mu = 0, 1, 2, \dots$$

Die hierin auftretenden Koeffizienten α sind in bekannter Weise gebildete Funktionen der soeben mitgetheilten Grössen a . Ihre auf 6 Dezimalstellen abgerundeten Logarithmen, die für die meisten Anwendungen noch stärker verkürzt werden dürfen, stehen in der folgenden Tabelle und zwar nacheinander für verschiedene Begrenzungen der Reihenentwicklung.

Logarithmen der Koeffizienten der Lösungen der Normalgleichungen (A).

$m = 0$

$\log \alpha_{00} = 9.007269$	$\log \alpha_{20} = 9.088315$	$\log \alpha_{40} = 9.100947$	$\log \alpha_{60} = 8.958366$
	$\log \alpha_{22} = 9.455399$	$\log \alpha_{42} = 9.382101$	$\log \alpha_{62} = 9.251214$
		$\log \alpha_{44} = 9.433683$	$\log \alpha_{64} = 9.227006$
			$\log \alpha_{66} = 9.209016$
$\log \alpha_{00} = 8.704756$	$\log \alpha_{20} = 8.350643$	$\log \alpha_{40} = 8.497846$	
	$\log \alpha_{22} = 8.948616$	$\log \alpha_{42} = 8.741774$	
		$\log \alpha_{44} = 8.980707$	
$\log \alpha_{00} = 8.605516$	$\log \alpha_{20} = 7.630316$		
	$\log \alpha_{22} = 8.755960$		
$\log \alpha_{00} = 8.602060$			
$\log \alpha_{11} = 9.642880$	$\log \alpha_{31} = 9.700518$	$\log \alpha_{51} = 9.627701$	$\log \alpha_{71} = 9.420154$
	$\log \alpha_{33} = 9.819725$	$\log \alpha_{53} = 9.715381$	$\log \alpha_{73} = 9.515339$
		$\log \alpha_{55} = 9.673406$	$\log \alpha_{75} = 9.434073$
			$\log \alpha_{77} = 9.327372$
$\log \alpha_{11} = 9.055500$	$\log \alpha_{31} = 8.983011$	$\log \alpha_{51} = 8.944128$	
	$\log \alpha_{33} = 9.191057$	$\log \alpha_{53} = 9.001837$	
		$\log \alpha_{55} = 9.099638$	
$\log \alpha_{11} = 8.710228$	$\log \alpha_{31} = 8.397743$		
	$\log \alpha_{33} = 8.869052$		
$\log \alpha_{11} = 8.632167$			

$m = 1$

$\log \alpha_{00} = 8.308738$	$\log \alpha_{20} = 6.755958$	$\log \alpha_{40} = 7.676051$	$\log \alpha_{60} = 7.730403$
	$\log \alpha_{22} = 8.419957$	$\log \alpha_{42} = 8.087296$	$\log \alpha_{62} = 8.226137$
		$\log \alpha_{44} = 8.579862$	$\log \alpha_{64} = 8.331509$
			$\log \alpha_{66} = 8.629620$
$\log \alpha_{00} = 8.294030$	$\log \alpha_{20} = 7.191095_n$	$\log \alpha_{40} = 7.309030$	
	$\log \alpha_{22} = 8.293420$	$\log \alpha_{42} = 7.574440$	
		$\log \alpha_{44} = 8.434688$	
$\log \alpha_{00} = 8.290651$	$\log \alpha_{20} = 7.263346_n$		
	$\log \alpha_{40} = 8.281823$		
$\log \alpha_{00} = 8.286725$			
$\log \alpha_{11} = 8.278682$	$\log \alpha_{31} = 7.305811$	$\log \alpha_{51} = 7.843844$	
	$\log \alpha_{33} = 8.409722$	$\log \alpha_{53} = 8.022462$	
		$\log \alpha_{55} = 8.528641$	
$\log \alpha_{11} = 8.244391$	$\log \alpha_{31} = 6.187220_n$		
	$\log \alpha_{33} = 8.350334$		
$\log \alpha_{11} = 8.244365$			

$m = 2$		
$\log \alpha_{00} = 8.302727$	$\log \alpha_{20} = 7.286395_n$	$\log \alpha_{40} = 6.485213$
	$\log \alpha_{22} = 8.238579$	$\log \alpha_{42} = 7.014794_n$
		$\log \alpha_{44} = 8.306308$
$\log \alpha_{00} = 8.302627$	$\log \alpha_{20} = 7.282867_n$	
	$\log \alpha_{22} = 8.237251$	
$\log \alpha_{00} = 8.297993$		
$\log \alpha_{11} = 8.253155$	$\log \alpha_{31} = 7.283233_n$	$\log \alpha_{51} = 7.164920$
	$\log \alpha_{33} = 8.261529$	$\log \alpha_{53} = 7.071823$
		$\log \alpha_{55} = 8.369694$
$\log \alpha_{11} = 8.250937$	$\log \alpha_{31} = 7.299579_n$	
	$\log \alpha_{33} = 8.260114$	
$\log \alpha_{11} = 8.245585$		
$m = 3$		
$\log \alpha_{00} = 8.310706$	$\log \alpha_{20} = 7.214404_n$	$\log \alpha_{40} = 4.9915_n$
	$\log \alpha_{22} = 8.242418$	$\log \alpha_{42} = 7.328176_n$
		$\log \alpha_{44} = 8.247883$
$\log \alpha_{00} = 8.310705$	$\log \alpha_{20} = 7.214716_n$	
	$\log \alpha_{22} = 8.236006$	
$\log \alpha_{00} = 8.307378$		
$\log \alpha_{11} = 8.266581$	$\log \alpha_{31} = 7.332454_n$	
	$\log \alpha_{33} = 8.232179$	
$\log \alpha_{11} = 8.260167$		
$m = 4$		
$\log \alpha_{00} = 8.315919$	$\log \alpha_{20} = 7.138936_n$	
	$\log \alpha_{22} = 8.246391$	
$\log \alpha_{00} = 8.313657$		
$\log \alpha_{11} = 8.278761$	$\log \alpha_{31} = 7.294812_n$	
	$\log \alpha_{33} = 8.231083$	
$\log \alpha_{11} = 8.273510$		

In einigen Fällen sind nun noch Bedingungsbedingungen zu berücksichtigen. Die dadurch herbeigeführten Abänderungen der Lösungen sollen jetzt angegeben werden.

In der Z -Reihe, wie ich die zur Entwicklung von γZ dienende Reihe kurz nennen will, ist nur die Bedingung $j_0^0 = 0$ zu erfüllen. Eine Modifikation der Rechnung tritt also hier nur bei dem ersten der beiden durch $m = 0$ charakterisirten Gleichungssysteme ein. Die Koeffizienten $\alpha_{00}, \alpha_{20}, \alpha_{40} \dots$ kommen nicht in Betracht oder sind gleich Null zu setzen; die übrigen, die ich durch β bezeichnen will, erhalten Werthe, deren Logarithmen die folgenden sind:

$m = 0$		
$\log \beta_{22} = 9.138859$	$\log \beta_{42} = 8.949391$	$\log \beta_{62} = 8.837790$
	$\log \beta_{44} = 9.060362$	$\log \beta_{64} = 8.747660$
		$\log \beta_{66} = 8.906533$
$\log \beta_{22} = 8.897193$	$\log \beta_{42} = 8.615490$	
	$\log \beta_{44} = 8.881470$	
$\log \beta_{22} = 8.752502$		

Nur wenig umständlicher gestaltet sich die Aufgabe für die beiden zu $m = 0$ gehörigen Gleichungssysteme bei der Entwicklung von $\alpha X \sin v$ und $\beta Y \sin v$. Hier gelten, wenn wieder F der Reihe nach für B, C, D, E gesetzt wird, in allen 4 Fällen die Bedingungsgleichungen (B , pag. 11):

$$\alpha_0^0 F_0^0 + \alpha_0^2 F_0^2 + \alpha_0^4 F_0^4 + \dots = 0$$

$$\alpha_1^0 F_0^1 + \alpha_1^2 F_0^3 + \alpha_1^4 F_0^5 + \dots = 0$$

worin

$$\alpha_n^0 = 2^n \frac{n! n!}{(2n)!} r_n^n = \sqrt{2n+1}$$

den Werth der Fnnktion R_n^m am Nordpole (d. h. für $v = 0$) bezeichnet. Die mit Rücksicht auf diese Bedingungsgleichungen berechneten Koeffizienten der gesuchten Lösungen will ich γ nennen. Ihre Logarithmen sind:

$$m = 0$$

$\log \gamma_{00} = 8.555270$	$\log \gamma_{20} = 7.829511_n$	$\log \gamma_{40} = 6.878826_n$	$\log \gamma_{60} = 7.711238_n$
	$\log \gamma_{22} = 8.493673$	$\log \gamma_{42} = 7.928054_n$	$\log \gamma_{62} = 8.017231_n$
		$\log \gamma_{44} = 8.423535$	$\log \gamma_{64} = 8.220089_n$
			$\log \gamma_{66} = 8.336273$
$\log \gamma_{00} = 8.540271$	$\log \gamma_{20} = 7.964750_n$	$\log \gamma_{40} = 7.671407_n$	
	$\log \gamma_{22} = 8.417877$	$\log \gamma_{42} = 8.215791_n$	
		$\log \gamma_{44} = 8.140341$	
$\log \gamma_{00} = 8.519842$	$\log \gamma_{20} = 8.170457_n$		
	$\log \gamma_{22} = 7.820872$		
$\log \gamma_{11} = 8.514664$	$\log \gamma_{31} = 7.516348_n$	$\log \gamma_{51} = 7.097379_n$	$\log \gamma_{71} = 8.053581_n$
	$\log \gamma_{33} = 8.519360$	$\log \gamma_{53} = 7.965791_n$	$\log \gamma_{73} = 8.120704_n$
		$\log \gamma_{55} = 8.416568$	$\log \gamma_{75} = 8.189589_n$
			$\log \gamma_{77} = 8.436642$
$\log \gamma_{11} = 8.447558$	$\log \gamma_{31} = 7.941971_n$	$\log \gamma_{51} = 7.884030_n$	
	$\log \gamma_{33} = 8.426269$	$\log \gamma_{53} = 8.223190_n$	
		$\log \gamma_{55} = 8.238924$	
$\log \gamma_{11} = 8.391713$	$\log \gamma_{31} = 8.207724_n$		
	$\log \gamma_{33} = 8.023736$		
$\log \gamma_{11} = -\infty$			

Wesentlich komplizierter wird die Lösung für die X - und Y -Reihe, soweit $m > 0$ ist, weil in den hier auftretenden Bedingungsgleichungen die Koeffizienten dieser beiden Reihen nicht getrennt sind. Setzt man allgemein

$$\alpha_m^m F_m^m + \alpha_m^{m+2} F_m^{m+2} + \alpha_m^{m+4} F_m^{m+4} + \dots = {}^0 F_m$$

$$\alpha_m^{m+1} F_m^{m+1} + \alpha_m^{m+3} F_m^{m+3} + \alpha_m^{m+5} F_m^{m+5} + \dots = {}^1 F_m$$

mit

$$\alpha_n^m = 2^{n-m} \frac{n!(n+m)!}{m!(2n)!} r_n^m$$

so lauten (vgl. B , pag. 11) die Bedingungsgleichungen:

$${}^0 B_m - {}^1 E_m = 0, \quad {}^1 B_m - {}^0 E_m = 0, \quad {}^0 C_m + {}^1 D_m = 0, \quad {}^1 C_m + {}^0 D_m = 0.$$

Die Bedeutung von α_n^m ist die, dass $\alpha_n^m \sin v^n$ den Werth von R_n^m für unendlich kleine Werthe von v darstellt. Die Logarithmen der hier in Betracht kommenden α_n^m sind die folgenden:

$\log \alpha_1^1 = 0.238561$	$\log \alpha_1^3 = 0.811625$	$\log \alpha_1^5 = 1.108742$	$\log \alpha_1^7 = 1.311625$
$\log \alpha_2^2 = 0.287016$	$\log \alpha_2^4 = 1.002698$	$\log \alpha_2^6 = 1.417051$	
$\log \alpha_3^3 = 0.320489$	$\log \alpha_3^5 = 1.142215$	$\log \alpha_3^7 = 1.647095$	
$\log \alpha_4^4 = 0.346065$	$\log \alpha_4^6 = 1.252522$		

$\log a_1^2 = 0.588046$	$\log a_1^4 = 0.977121$	$\log a_1^6 = 1.218081$
$\log a_2^3 = 0.709565$	$\log a_2^5 = 1.230261$	$\log a_2^7 = 1.575762$
$\log a_3^4 = 0.797610$	$\log a_3^6 = 1.417051$	
$\log a_4^5 = 0.866762$	$\log a_4^7 = 1.565732$	

Der einfachste Weg wäre es nun, immer die durch eine Bedingungsgleichung verknüpften Koeffizienten beider Entwicklungen durch eine gemeinsame Ausgleichung zu bestimmen. Dem Wesen nach habe ich dies auch gethan, indessen dazu einen Umweg eingeschlagen, der ein gewisses Urtheil über die Sicherheit der schliesslich erzielten Resultate gewinnen lässt (vgl. B, pag. 36, 37). Die angegebenen Bedingungsgleichungen sind rein analytischen Charakters; sie sagen uns, dass die Horizontalkraft an beiden Polen nach Grösse und Richtung eindeutig bestimmt sei. Sie müssten daher von selbst erfüllt sein, wenn man die Koeffizienten der Reihen für X und Y auf Grund der Kenntniss der Kraftvertheilung über die ganze Erdoberfläche berechnet und wenn man dabei diese Vertheilung ohne Rest zum Ausdruck brächte. Nun fehlt bei der hier durchzuführenden Rechnung diese Kenntniss gerade für die beiden Polarkalotten (jenseits von 60° nördl. und südl. Br.) und es sind, was damit zusammenhängt, die allein berechneten ersten Koeffizienten der Reihenentwickelungen von den weiteren, die man vernachlässigt, nicht unabhängig. Infolgedessen brauchen die bei selbständiger Berechnung der Koeffizienten beider Reihen gewonnenen Zahlen den Bedingungsgleichungen nicht nothwendig zu genügen, und sie werden es daher auch im allgemeinen nicht thun. Der Betrag des übrig bleibenden Fehlers gewährt nun offenbar eine gewisse Anschauung von dem Grade der Zuverlässigkeit, die man den Resultaten zuschreiben darf.

Demgemäss habe ich die Werthe B, C, D, E zunächst selbständig berechnet, wozu, wie wohl kaum gesagt zu werden braucht, die allgemeinen Lösungen mit den früher mitgetheilten Koeffizienten a dienen. An die so gefundenen (in B, pag. 54, 55 unter II abgedruckten) Werthe, die ich B', C', D', E' nennen will, habe ich dann nach Berechnung der übrig bleibenden Fehler der Bedingungsgleichungen diejenigen Korrekturen angebracht, die diese Fehler zum Verschwinden bringen und die Fehler-Quadratsumme der ursprünglichen Gleichungen zu einem Minimum machen. (Die Schlussresultate stimmen daher, wie zur Verhütung jedes Missverständnisses ausdrücklich gesagt werden mag, vollkommen mit denjenigen überein, die sich bei einer direkten, gemeinsamen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ergeben würden.)

Ich begnüge mich der Kürze halber damit, die numerischen Resultate ohne ihre etwas umständliche, aber ohne Schwierigkeit durchzuführende Ableitung anzugeben.

Es sei durch Einsetzung der entsprechenden Werthe von B' und E'

$${}^0B'_m - {}^1E'_m = \Delta_m, \quad {}^1B'_m - {}^0E'_m = E_m$$

gefunden worden. Alsdann gelten, je nach der Ansdellung, die man der Reihenentwickelung giebt, die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} B_1^1 &= B_1^{1'} - [7.54483] \Delta_1 & E_1^7 &= E_1^{7'} + [7.54077] \Delta_1 \\ B_1^2 &= B_1^{2'} - [8.05082] \Delta_1 & E_1^8 &= E_1^{8'} + [7.85145] \Delta_1 \\ B_1^3 &= B_1^{3'} - [8.22913] \Delta_1 & E_1^9 &= E_1^{9'} + [8.05825] \Delta_1 \\ B_1^4 &= B_1^{4'} - [8.32545] \Delta_1 & & \\ \\ B_1^5 &= B_1^{5'} - [7.78037] \Delta_1 & E_1^{10} &= E_1^{10'} + [7.90274] \Delta_1 \\ B_1^6 &= B_1^{6'} - [8.31750] \Delta_1 & E_1^{11} &= E_1^{11'} + [8.40597] \Delta_1 \\ B_1^7 &= B_1^{7'} - [8.65646] \Delta_1 & & \\ \\ B_1^8 &= B_1^{8'} - [8.30603] \Delta_1 & E_1^{12} &= E_1^{12'} + [8.79723] \Delta_1 \\ B_1^9 &= B_1^{9'} - [9.04700] \Delta_1 & & \\ \\ B_1^{10} &= B_1^{10'} - [7.97157] E_1 & E_1^{13} &= E_1^{13'} + [7.35397] E_1 \\ B_1^{11} &= B_1^{11'} - [8.28226] E_1 & E_1^{14} &= E_1^{14'} + [7.89110] E_1 \\ B_1^{12} &= B_1^{12'} - [8.48906] E_1 & E_1^{15} &= E_1^{15'} + [8.23007] E_1 \end{aligned}$$

$B_1^2 = B_2^2 - [8.33312] E_1$	$E_1^2 = E_2^2 + [7.85132] E_1$
$B_1^3 = B_2^3 - [8.83635] E_1$	$E_1^3 = E_2^3 + [8.59229] E_1$
$B_1^4 = B_2^4 - [9.32542] E_1$	$E_1^4 = E_2^4 + [9.01829] E_1$
$B_2^2 = B_3^2 - [7.12753] \Delta_2$	$E_2^2 = E_3^2 + [7.44882] \Delta_2$
$B_2^3 = B_3^3 - [7.84655] \Delta_2$	$E_2^3 = E_3^3 + [8.16544] \Delta_2$
$B_2^4 = B_3^4 - [8.40487] \Delta_2$	
$B_2^5 = B_3^5 - [7.94705] \Delta_2$	$E_2^5 = E_3^5 + [8.61056] \Delta_2$
$B_2^6 = B_3^6 - [8.88597] \Delta_2$	
$B_3^2 = B_4^2 - [7.32143] E_2$	$E_3^2 = E_4^2 + [6.69167] E_2$
$B_3^3 = B_4^3 - [7.79147] E_2$	$E_3^3 = E_4^3 + [7.41069] E_2$
$B_3^4 = B_4^4 - [8.21259] E_2$	$E_3^4 = E_4^4 + [7.96901] E_2$
$B_3^5 = B_4^5 - [7.90636] E_2$	$E_3^5 = E_4^5 + [7.43883] E_2$
$B_3^6 = B_4^6 - [8.62298] E_2$	$E_3^6 = E_4^6 + [8.37775] E_2$
$B_3^7 = B_4^7 - [9.22554] E_2$	$E_3^7 = E_4^7 + [8.85540] E_2$
$B_4^2 = B_5^2 - [6.61810] \Delta_3$	$E_4^2 = E_5^2 + [7.10203] \Delta_3$
$B_4^3 = B_5^3 - [7.48569] \Delta_3$	$E_4^3 = E_5^3 + [7.96152] \Delta_3$
$B_4^4 = B_5^4 - [8.20395] \Delta_3$	
$B_4^5 = B_5^5 - [7.69679] \Delta_3$	$E_4^5 = E_5^5 + [8.45293] \Delta_3$
$B_4^6 = B_5^6 - [8.76710] \Delta_3$	
$B_4^7 = B_5^7 - [7.60088] E_3$	$E_4^7 = E_5^7 + [7.12612] E_3$
$B_4^8 = B_5^8 - [8.46037] E_3$	$E_4^8 = E_5^8 + [8.19642] E_3$
$B_4^9 = B_5^9 - [9.15167] E_3$	$E_4^9 = E_5^9 + [8.72176] E_3$
$B_5^2 = B_6^2 - [7.50526] \Delta_4$	$E_5^2 = E_6^2 + [8.31739] \Delta_4$
$B_5^3 = B_6^3 - [8.67180] \Delta_4$	
$B_5^4 = B_6^4 - [7.37086] E_4$	$E_5^4 = E_6^4 + [6.87118] E_4$
$B_5^5 = B_6^5 - [8.32968] E_4$	$E_5^5 = E_6^5 + [8.03772] E_4$
$B_5^6 = B_6^6 - [9.09196] E_4$	$E_5^6 = E_6^6 + [8.61141] E_4$

Ein Blick auf die Bedingungsleichungen lehrt, dass man in den soeben mitgetheilten Formeln die Koeffizienten B und E durch C und $-D$ ersetzen darf. Diese Substitution hat natürlich auch in den Grössen Δ und E stattzufinden, so dass diese durch die Gleichungen

$${}^0C_m + {}^1D_m = \Delta_m, \quad {}^1C_m + {}^0D_m = E_m$$

definiert zu denken sind.

Numerische Auflösung der Normalgleichungen zur Ableitung der Reihenentwicklung
von $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$ und γZ .

Um nun die Koeffizienten der Reihen für die drei Kraftkomponenten zu erhalten, hat man nur noch die Werthe in Tabelle V, die den Zustand der erdmagnetischen Kraft an der Erdoberfläche ausdrücken, in die im Vorhergehenden mitgetheilten Formeln einzusetzen.

Zunächst sind die Werthe der η zu ermitteln. Es ist für irgend einen Werth von m

$$\eta = \eta^{m++} = [f_m R_m^{m++}],$$

worin $f_{m,i}$ der Reihe nach für die früher angegebenen 6 Grössen ($\alpha_i k_{m,i} \sin v_i$ u. s. w. vgl. S. 9) steht. Die Rechnung liefert die folgenden Zahlen:

f	$\alpha k \sin v$	$\alpha K \sin v$	$\beta L \sin v$	$\beta L \sin v$	γM	γM
$[f_0 R_0^0]$	546744		- 1221		8017	
$[f_0 R_0^1]$	-226380		844		24935	
$[f_0 R_0^2]$	- 40649		- 53		- 29870	
$[f_0 R_0^3]$	- 16184		83		- 1062	
$[f_0 R_0^4]$	10264		1739		856943	
$[f_0 R_0^5]$	- 22077		- 1343		-311774	
$[f_0 R_0^6]$	14668		- 807		-352636	
$[f_0 R_0^7]$	2534					
$[f_1 R_1^1]$	- 96823	19809	-176276	-69308	159309	-355690
$[f_1 R_1^2]$	29022	-22969	- 9957	-34124	118922	- 14570
$[f_1 R_1^3]$	9822	128	17922	15332	- 50622	47557
$[f_1 R_1^4]$	- 4518	8418				
$[f_1 R_1^5]$	11329	101860	18765	72567	-217583	57234
$[f_1 R_1^6]$	- 44449	10272	- 5278	8967	- 40223	- 18373
$[f_1 R_1^7]$	20798	-29197	- 2662	-17839	53594	- 12069
$[f_2 R_2^1]$	- 37434	- 2444	- 62197	26323	- 52837	- 98111
$[f_2 R_2^2]$	18907	2514	- 1511	24107	- 51502	9842
$[f_2 R_2^3]$	12467	- 822	- 1996	- 238	6479	- 1801
$[f_2 R_2^4]$	- 7592	33561	1266	61377	-127010	- 2485
$[f_2 R_2^5]$	20310	- 2534	23	19540	- 36416	4917
$[f_2 R_2^6]$	44	694				
$[f_3 R_3^1]$	3253	7948	- 36870	25364	- 28841	- 54065
$[f_3 R_3^2]$	- 3743	- 2241	- 2866	1648	- 4464	- 9907
$[f_3 R_3^3]$	- 122	- 288				
$[f_3 R_3^4]$	7473	12399	11463	-18298	31299	24947
$[f_3 R_3^5]$	3793	1393	3371	- 9536	28741	13805
$[f_4 R_4^1]$	3880	2219	12894	8072	- 8669	6301
$[f_4 R_4^2]$	- 2602	116	- 5077	4472	7331	11900
$[f_4 R_4^3]$	5480	931	6900	- 4316	- 4736	6171
$[f_4 R_4^4]$	- 49	- 175				

Durch Substitution dieser Werthe in die Formeln des vorhergehenden Abschnitts entstehen die gesuchten Koeffizienten der zur Darstellung von $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$, γZ dienenden Kugelfunktionsreihen. Man findet ihre Werthe in Tabelle VI für drei verschiedene Begrenzungen dieser Reihen zusammengestellt. Die Vergleichung der Werthe der ersten, gemeinsamen Koeffizienten in diesen drei Fällen gewährt eine gewisse Anschauung von der erreichten Annäherung an die wahren Werthe dieser Koeffizienten. Die dabei auftretenden Differenzen sind eine Folge davon, dass das verwerthete Beobachtungsmaterial nicht die ganze Erdoberfläche umfasst. Wäre dies der Fall, so würden die einzelnen Normalgleichungen nur je einen der Koeffizienten enthalten, und diese würden daher nicht gegenseitig von einander abhängen; die berechneten könnten also nicht durch die bei der Entwicklung vernachlässigten beeinflusst werden und sich mit wechselnder Ausdehnung der Entwicklung ändern. Formell wäre es daher auch möglich, durch Berücksichtigung der hier nicht verwendeten Beobachtungen in den Polargebieten die erwähnten Differenzen herabzusetzen. So lango indessen unsere Kenntniss der erdmagnetischen Kraftvertheilung in diesen Gebieten, besonders in demjenigen der südlichen Halbkugel, so mangelhaft bleibt, wie sie jetzt ist, würde damit nur wenig mehr als eine scheinbare Steigerung der Genauigkeit erzielt werden.

Um den weiteren Rechnungen einen vollkommen scharf definirten analytischen Ausdruck zu Grunde zu legen, habe ich, soweit dies möglich war, die berechneten Koeffizienten auf Ganze der eingeführten Einheit (γ) abgerundet. Das ist bei denjenigen von γZ ohne Einschränkung der Fall. Bei den zu X und Y gehörigen, die durch eine Anzahl von Bedingungsgleichungen mit irrationalen Faktoren verknüpft sind, musste immer einer von den in derselben Gleichung auftretenden als Funktion der übrigen, die sämtlich abgerundet wurden, berechnet werden und liess daher keine willkürliche Abänderung zu. Diese Koeffizienten sind in der Tabelle auf zwei Dezimalen angegeben. Ursprünglich hatte ich dazu diejenigen der niedrigsten Ordnung gewählt (vergl. *B.*, pag. 25, 26). Die unter dieser Festsetzung berechneten Werthe bilden die Tabelle VIII meiner vorläufigen Mittheilung (*B.*, pag. 57). Später indessen ist es mir doch zweckmässiger erschienen, je den letzten, zur höchsten Ordnung gehörigen Koeffizienten jeder Bedingungsgleichung als Funktion der übrigen zu wählen. Einerseits sind die bei der Abrundung auftretenden Korrekturen, wie ein Blick auf die Bedingungsgleichungen lehrt, in diesem Falle kleiner als bei dem ersten Verfahren; andererseits sind dabei, was das natürlichere ist, die Koeffizienten der ersten Ordnungen diejenigen, die den dargestellten Zustand analytisch definiren, während dort gerade der allererste als Funktion der folgenden numerisch nicht scharf anzugeben und für die Definition des Zustandes ohne Bedeutung ist.

Es weichen daher, was freilich praktisch unwesentlich ist, die hier in Tabelle VI₁ zusammengestellten Koeffizienten der X - und Y -Reihe theilweise etwas von denen der früheren Mittheilung (*B.*) ab, und dasselbe gilt von den daraus berechneten Koeffizienten der Reihen für U , W , V und i . (Dagegen sind infolge eines zu spät entdeckten Versehens in *B.*, Tab. XIa, b, pag. 60, 61 diejenigen Werthe der berechneten Koeffizienten $k_1 \dots k_4$, $l_1 \dots l_4$ abgedruckt worden, die sich aus den hier mitgetheilten, nach dem zweiten Verfahren abgerundeten Grössen B , C , D , E ergeben. Nur bei k_0 und l_0 liegen die auf die erste Art festgesetzten Koeffizienten B und D zu Grunde. — Es sei gestattet, bei dieser Gelegenheit noch einen kleinen Fehler zu berichtigen, der bei einer nochmaligen durchgreifenden Prüfung aller Zahlen der Tabellen XIa, b, c aufgefunden wurde. Die zu $v = 80^\circ$ und $v = 100^\circ$ gehörigen Werthe von M_1 sind in -11000.7 und -12784.3 umzuändern.)

In den folgenden Tabellen VIIa, b, c findet man nun die aus den Zahlen von VI₁ berechneten Werthe der Koeffizienten der trigonometrischen Reihen, die X , Y , Z darstellen, für $u = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ \dots 180^\circ$. Die von der geographischen Länge unabhängigen, k_0 , l_0 , m_0 , sind unmittelbar, alle übrigen, deren numerische Werthe man, wie bemerkt, in *B.* findet, durch ihre Logarithmen gegeben. Sie wurden auf Hundertstel von γ berechnet und dann auf Zehntel dieser Einheit abgerundet.

Die hierauf beruhenden Tabellen VIIIa, b, c geben endlich für alle Punkte von 5° zu 5° in Länge und Breite die Werthe der Kraftkomponenten X , Y , Z auf Ganze der Einheit γ abgerundet, während bei der Rechnung die Zehntel davon mitgeführt wurden.

Die drei Tabellen VI₁, VIIa, b, c, VIIIa, b, c enthalten das Hauptergebniss der vorliegenden Untersuchung. Sie stellen in drei verschiedenen Formen dieselbe Vertheilung der erdmagnetischen Kraft dar. Allerdings definirt nur VI₁, das die Koeffizienten einer Kugelfunktionsreihe enthält, die Vertheilung ohne weitere Angabe vollständig, weil dann die Berechnung für jeden Punkt der Erdoberfläche angeführt werden kann. Die Zahlen von VII, die Koeffizienten der zu 35 Parallelkreisen (abgesehen von den Polen)

gehörigen trigonometrischen Reihen, definiren den Zustand der Kraft zunächst nur für sämtliche Punkte dieser Parallelkreise (und für die Pole). In VIII endlich ist dieser Zustand nur für 2522 getrennte, regelmässig vertheilte Punkte angegeben. Alle drei Darstellungen sind indessen auch theoretisch vollkommen gleichwerthig, sobald man bei VII und VIII die Bedingung hinzufügt, dass die Kraftvertheilung durch eine mit Kugelfunktionen der 6. (bei X der 7.) Ordnung abbrechende Reihe auszudrücken sei, und bei VIII die weitere Bedingung, dass die trigonometrische Entwicklung nach der geographischen Länge mit den Funktionen des vierfachen Winkels abzuschliessen habe.

Der so in dreifacher Weise definirte Zustand ist nun weiter, so lange die soeben bezeichneten Grenzen der Entwicklung eingehalten werden, dadurch ausgezeichnet, dass er sich von allen überhaupt möglichen dem durch die Zahlen der Tabellen III (oder IV) dargestellten, beobachteten Zustände am meisten nähert — eine Aussage, der allerdings eine gewisse, doch praktisch ziemlich bedeutungslose Unbestimmtheit insofern anhaftet, als sie von der nicht ohne Willkür zu treffenden Festsetzung der Gewichte abhängt.

Der Hauptwerth der hier mitgetheilten Zahlen liegt, wie schon mehrmals betont wurde, darin, dass sie für jede künftige, auf neues Material begründete Potentialberechnung einen bequemen Ausgangspunkt bilden. Um eine solche durchzuführen, wird man für jeden Ort, von dem eine brauchbare Beobachtung vorliegt, denjenigen Werth des gemessenen Elements berechnen, der sich aus der hier gegebenen analytischen Darstellung ergibt und wird dann die Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung, die natürlich auch noch die Säkularänderung enthält, zur Grundlage einer Verbesserungsrechnung wählen. (Vgl. darüber die Darstellung von E. Schering im Geogr. Jahrbuch, XV, 1891, pag. 143/146, die auch dann zutreffend bleibt, wenn man bei der Durchführung der weiteren Rechnung in anderer Weise als Gauss vorgeht, etwa graphische Methoden benutzt oder Neumann's Formeln verwendet.)

Um die berechneten Werthe von X, Y, Z (und damit auch diejenigen von H, δ, i) für die einzelnen, regellos zerstreuten Beobachtungspunkte zu ermitteln, wird man am zweckmässigsten so verfahren, dass man zunächst die Tabellen VIII durch Interpolation für jeden vollen Grad in Länge und Breite erweitert und dann durch nochmaliges Interpoliren auf den Beobachtungsort übergeht. Verlangt man für den berechneten Werth keine grössere Schärfe, als eine solche von etwa 5 bis 10 γ , was im Hinblick auf den Genauigkeitsgrad der meisten Beobachtungen im allgemeinen genügen dürfte, so reicht man bei der zweiten Operation überall mit linearen Interpolationen aus; wünscht man für einzelne Orte, von denen besonders genaue Beobachtungen vorliegen, schärfere Werthe zu berechnen, so genügt unter allen Umständen die Berücksichtigung der zweiten Differenzen. Die erste Operation, die Erweiterung der Tabelle VIII auf Gradintervalle, erfordert dagegen, wenn man die eingeschalteten Werthe his auf ungefähr 1 γ scharf erhalten will, eine Interpolation mit vierten, ja vielfach selbst mit fünften Differenzen. Dieses, zumal bei einer Tabelle mit doppeltem Eingange ziemlich umständliche Verfahren, das man natürlich nicht leicht zur Interpolation eines einzelnen Werthes anwenden wird, erfährt dadurch eine wesentliche Vereinfachung, dass die Rechnung immer für dieselben, obendrein sehr bequemen Intervalle $\pm \frac{1}{5}, \pm \frac{2}{5}$ auszuführen ist. Ich will die dazu dienenden Formeln hier zusammenstellen und ein Beispiel ihrer Anwendung hinzufügen.

Es sei Δ_2 der zu einem Tabellenwerthe der u gehörige Werth einer Komponente, es seien ferner Δ_2 und Δ_4 die in derselben Zeile stehenden Werthe der 2. und der 4. Differenz, $\Delta'_1, \Delta'_3, \Delta'_5$ und $\Delta''_1, \Delta''_3, \Delta''_5$ diejenigen der 1., 3. und 5. Differenz in dem vorhergehenden und dem folgenden Zwischenraume. Dann erhält man die zu $(u-2^\circ), (u-1^\circ), (u+1^\circ), (u+2^\circ)$ gehörigen Werthe der zu interpolirenden Grösse, indem man in dem Ausdrucke

$$\Delta_0 + \frac{n}{1} \cdot \frac{\Delta'_1 + \Delta''_1}{2} + \frac{n^2}{1 \cdot 2} \Delta_2 + \frac{n(n^2-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{\Delta'_3 + \Delta''_3}{2} + \frac{n^2(n^2-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta_4 + \frac{n(n^2-1)(n^2-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{\Delta'_5 + \Delta''_5}{2}$$

für n der Reihe nach die Werthe $-\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}, +\frac{1}{5}, +\frac{2}{5}$ einsetzt. Man erhält dadurch die vier Funktionswerthe

$$A-(B'+B''), \quad C-(D'+D''), \quad C+(D'+D''), \quad A+(B'+B'')$$

wenn man zur Abkürzung

$$A = \Delta_0 + \frac{2}{25} \Delta_2 - \frac{7}{1250} \Delta_4, \quad B = \frac{1}{5} \Delta_1 - \frac{7}{250} \Delta_3 + \frac{84}{15625} \Delta_5$$

$$C = \Delta_0 + \frac{1}{50} \Delta_2 - \frac{1}{625} \Delta_4, \quad D = \frac{1}{10} \Delta_1 - \frac{2}{125} \Delta_3 + \frac{99}{31250} \Delta_5$$

setzt. (Die Faktoren von Δ_4 und Δ_5 kann man natürlich, ohne merkliche Fehler zu begehen, abrunden, wenn man es nicht vorzieht, sich einige kleine Hülftafeln anzufertigen. Es ist ungefähr $\frac{7}{1250}, \frac{84}{15625}, \frac{99}{31250}$ gleich $\frac{1}{180}, \frac{1}{190}, \frac{1}{320}$.)

Als willkürlich herausgegriffenes Beispiel wähle ich die Berechnung von Z für einige Punkte des Meridians von 15° östl. Lg. Das Differenzenschema und die Zusammenstellung der aus den Differenzen berechneten Hülfsgrößen gestaltet sich dann folgendermassen:

u	Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	A	B	$\overline{\overline{A+B}}$	C	D	$\overline{\overline{C+D}}$
20°	50406											
		-1771										
25°	48635		-12									
		-1783		-184								
30°	46852		-196		-34							
		-1979		-218		50						
35°	44873		-414		16		44839.8	± 862.1		44864.7		± 430.2
		-2393		-202		43			-472.7			-236.0
40°	42480		-616		59		42430.4	± 1070.8		42467.6		± 534.8
		-3009		-143		41			-597.6			-298.5
45°	39471		-759		100							
		-3768		-43								
50°	35703		-802									
		-4570										
55°	31133											

Hieraus ergeben sich nun weiter für $u = 33^\circ, 34^\circ \dots 42^\circ$ die folgenden Werthe von Z :

u	Z	u	Z
33°	$44839.8 + 862.1 = 45702$	38°	$42430.4 + 1070.8 = 43501$
34°	$44864.7 + 430.2 = 45295$	39°	$42467.6 + 534.8 = 43002$
35°	44873	40°	42480
36°	$44864.7 - 430.2 = 44435$	41°	$42467.6 - 534.8 = 41933$
37°	$44839.8 - 862.1 = 43978$	42°	$42430.4 - 1070.8 = 41360$

Zur Prüfung der Rechnung kann man am einfachsten die Differenzreihen der gefundenen Zahlenreihe benutzen. Im vorliegenden Falle zeigt es sich, dass die zweiten Differenzen, die allein noch von merklichem Betrage sind, hinreichend regelmässig verlaufen. Die kleinen Anomalien in ihrem Gange können durchaus auf Abrundungsfehler zurückgeführt werden. (Es ist vielleicht nicht überflüssig, zu bemerken, dass die Unregelmässigkeiten, die in den fünften Differenzen der ursprünglichen Reihen stellenweise recht deutlich hervortreten, durch einen besonderen Umstand etwas verstärkt werden. Es sind nämlich die in den Tabellen angegebenen Zahlen streng genommen nicht genau äquidistant, weil sie (vgl. S. 3) aus den auf ganze Sekunden abgerundeten Werthen von v abgeleitet sind, deren zugehörige u von den als Argumenten der Tabellen auftretenden runden Zahlen um einige Zehntelsekunden abweichen. Praktisch ist diese Ungenauigkeit ohne jede Bedeutung; sie bewirkt bei keinem der berechneten Werthe von X, Y oder Z einen Fehler von 0.5γ .)

Fast noch bequemer, obgleich drei successive Interpolationen enthaltend, ist ein anderes Verfahren, das wenigstens für Gebiete mit zahlreichen und genauen Beobachtungen vor der soeben beschriebenen Methode den Vorzug verdient. Es besteht darin, dass man zunächst für die Mitten der 5° -Intervalle interpolirt und darauf durch eine zweite Interpolation die Funktionswerthe von $\frac{1}{2}^\circ$ zu $\frac{1}{2}^\circ$ bestimmt. Die erste Operation, bei der die Differenzen von ungerader Ordnungszahl wegfallen, braucht nur bis zur vierten Differenz, die zweite Operation, bei der die zuvor entwickelten Formeln Anwendung finden, nur bis zur

ritten Differenz durchgeführt zu werden. Die letzte Interpolation, die innerhalb der $\frac{1}{2}^\circ$ -Intervalle auf die Werthe für die einzelnen Beobachtungspunkte führt, ist nur linear auszuführen. Durch die wiederholten Interpolationen (in Länge und Breite) entsteht natürlich auch eine Anhäufung der Abrundungsfehler, die zu den Fehlern wegen der Vernachlässigung der höheren Differenzen hinzukommen; die gesammte Unsicherheit der Schlusswerthe wird indessen im allgemeinen nicht über 2 bis 3 γ hinausgehen.

Sind Δ_0 und Δ'_0 zwei aufeinanderfolgende (zu u, λ und $u+5^\circ, \lambda$ oder zu u, λ und $u, \lambda+5^\circ$ gehörige) Funktionswerthe und $\Delta_2, \Delta'_2, \Delta_4, \Delta'_4$ die in derselben Zeile mit ihnen stehenden zweiten und vierten Differenzen, so liefert die Interpolation für die Mitte des Intervalls den Werth

$$\frac{\Delta_0 + \Delta'_0}{2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\Delta_2 + \Delta'_2}{2} + \frac{3}{128} \cdot \frac{\Delta_4 + \Delta'_4}{2}$$

oder, wenn

$$\Delta_0 - \frac{1}{8} \left(\Delta_2 - \frac{3}{16} \Delta_4 \right) = P, \quad \Delta'_0 - \frac{1}{8} \left(\Delta'_2 - \frac{3}{16} \Delta'_4 \right) = P'$$

gesetzt wird, $\frac{1}{2}(P+P')$.

Die nächste Interpolation erfolgt dann, wie schon bemerkt wurde, nach den früher angegebenen Formeln, die durch den Wegfall von Δ_3 vereinfacht werden. Man hat also

$$A = \Delta_0 + \frac{2}{25} \Delta_2, \quad B = \frac{1}{5} \Delta_1 - \frac{7}{250} \Delta_3, \quad C = \Delta_0 + \frac{1}{50} \Delta_2, \quad D = \frac{1}{10} \Delta_1 - \frac{2}{125} \Delta_3$$

zu setzen und die Werthe

$$A - (B' + B''), \quad C - (D' + D''), \quad C + (D' + D''), \quad A + (B' + B'')$$

zu bilden.

Ein Beispiel möge auch hier das Verfahren veranschaulichen. Die kurz zuvor mitgetheilten Werthe von Z ergeben für $u = 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ und 45° die folgenden Werthe von P :

$$46875.7 \quad 44925.1 \quad 42558.4 \quad 39568.2.$$

Die Mittelwerthe der aufeinanderfolgenden, $\frac{1}{2}(P+P')$, sind

$$45900 \quad 43742 \quad 41063$$

und geben die Werthe von Z für $32\frac{1}{2}^\circ, 37\frac{1}{2}^\circ, 42\frac{1}{2}^\circ$ an.

Das folgende Schema enthält die weitere Interpolation für alle Zwischenpunkte von $\frac{1}{2}^\circ$ zu $\frac{1}{2}^\circ$.

u	Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	A	B	$\mp(F+B)$	C	D	$\mp(D'+D'')$
30 $^\circ$	46852									
		— 952								
32 $^\circ$	45900	— 1027	— 29			— 204.6			— 102.8	
							± 430.0			± 215.0
35 $^\circ$	44873	— 1131	— 104	— 27	44864.7	— 225.4		44870.9	— 112.7	± 238.6
							± 477.1			± 238.6
37 $^\circ$	43742	— 1262	— 131	— 24	43731.5	— 251.7		43739.4	— 125.8	± 267.2
							± 534.5			± 267.2
40 $^\circ$	42480	— 1417	— 155	— 20	42467.6	— 282.8		42476.9	— 141.4	
42 $^\circ$	41063	— 1592	— 175							
45 $^\circ$	39471									

Es ergibt sich hieraus die folgende Zusammenstellung, die mit den Resultaten der früheren Rechnung vollständig übereinstimmt:

u	Z	u	Z	u	Z
34 $^\circ$	45295	36 $^\circ$	44209	39 $^\circ$	43002
34 $^\circ$	45086	37 $^\circ$	43978	39 $^\circ$	42744
35 $^\circ$	44873	37 $^\circ$	43742	40 $^\circ$	42480
35 $^\circ$	44656	38 $^\circ$	43501	40 $^\circ$	42210
36 $^\circ$	44435	38 $^\circ$	43254	41 $^\circ$	41933

Die zur Kontrolle der Rechnung gebildeten Differenzen zeigen einen ganz regelmässigen Verlauf.

Berechnung der Koeffizienten des Potentials.

Aus den im vorhergehenden berechneten Reihen für $\alpha X \sin v$ und $\beta Y \sin v$ lässt sich das Potential der horizontalen Kraft, soweit ein solches existirt, bestimmen und in gleichfalls geschlossener Form darstellen. Man hat zu diesem Zwecke die Funktionen

$$U = \int_0^r \alpha X d v = U_0 + f(v, \lambda), \quad W = \psi(v) - \int_0^{\lambda} \beta Y \sin v d \lambda = W_0 + \chi(v) \cdot \lambda$$

zu berechnen, die im allgemeinen je einen nicht durch eine endliche Kugelfunktionsreihe darstellbaren Theil ($f(v, \lambda)$ und $\chi(v) \cdot \lambda$) enthalten. $\psi(v)$ bezeichnet den von λ unabhängigen, d. h. durch Kugelfunktionen R_m^n ausgedrückten Theil von U_0 (vgl. B, pag. 9).

Ergibt sich $U = W$, in welchem Falle stets f und χ verschwinden, so lässt sich die ganze magnetische Horizontalkraft an der Erdoberfläche durch ein Potential definiren, das durch

$$V = bU = bW$$

mit $b = 6.356 \cdot 10^9$ cm als Polarradius der Erde bestimmt ist. In der That hat man dann

$$X = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial v} = \frac{1}{\alpha b} \frac{\partial V}{\partial v}, \quad Y = -\frac{1}{\beta \sin v} \frac{\partial W}{\partial \lambda} = -\frac{1}{\beta b \sin v} \frac{\partial V}{\partial \lambda}$$

wie es nach der Definition des Potentials sein muss (vgl. A, pag. 7).

Stimmen U und W nicht überein, so bleibt derjenige Theil der Kraft, dem man ein Potential zuschreiben hat, bis zu einem gewissen Grade unbestimmt (vgl. A, pag. 17). Nimmt man ihn, was offenbar zweckmässig, wengleich zu einer eindeutigen Festsetzung noch nicht ausreichend ist, möglichst gross an, so ist es am einfachsten,

$$V = \frac{b}{2} (U_0 + W_0)$$

zu setzen. Zur Charakterisirung desjenigen Theiles der Horizontalkraft, dem kein Potential entspricht, dient die Angabe der Differenz ($W - U$), durch die mit Rücksicht auf die *a priori* bestimmte Form von f und χ auch ($W_0 - U_0$) gegeben ist.

Die Bestimmung von U geschieht nun durch folgende Formeln. (Vgl. A, pag. 20; B, pag. 12.)

Es werde zur Abkürzung

$$\alpha X \sin v = \sum A_m^n R_m^n, \quad \text{d. h. } A_m^n = B_m^n \cos m \lambda + C_m^n \sin m \lambda$$

geschrieben, und es sei

$$\lambda_m^0 = 1, \quad \lambda_m^1 = 1, \quad \lambda_m^p = \lambda_m^{p-2} \frac{(m+p)(2m+p-1)(p-1)}{(m+p-1)(2m+2p-3)(2m+2p-1)}$$

$$\mu_m^p = \lambda_m^p r_m^{m+p}, \quad r_m^p = (m+p-1) \lambda_m^p r_m^{m+p-1}$$

$$H_m = \int_0^v \frac{F_m^m(\cos v)}{\sin v} d v$$

also

$$\begin{aligned} H_1 &= v & H_2 &= 1 - \cos v \\ H_3 &= \frac{1}{2} v - \frac{1}{4} \sin 2v & H_4 &= \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cos v + \frac{1}{12} \cos 3v \\ H_5 &= \frac{3}{8} v - \frac{1}{4} \sin 2v + \frac{1}{32} \sin 4v & H_6 &= \frac{8}{15} - \frac{5}{8} \cos v + \frac{5}{48} \cos 3v - \frac{1}{80} \cos 5v \end{aligned}$$

Dann ist

$$U = f(v, \lambda) + U_0 = \sum \pi_m H_m + \sum F_m^n R_m^n$$

wenn man die Grössen

$$\pi_m = \tau_m \cos m \lambda + \zeta_m \sin m \lambda, \quad F_m^n = G_m^n \cos m \lambda + H_m^n \sin m \lambda$$

aus den nachstehenden Gleichungen berechnet:

$$\begin{aligned}
 \pi_m &= \mu_m^0 A_m^m + \mu_m^2 A_m^{m+2} + \mu_m^4 A_m^{m+4} + \dots \\
 \nu_m^2 F_m^{m+1} &= \mu_m^2 A_m^{m+2} + \mu_m^4 A_m^{m+4} + \dots \\
 \nu_m^4 F_m^{m+3} &= \mu_m^4 A_m^{m+4} + \dots \\
 &\dots \\
 \nu_m^1 F_m^m &= \mu_m^1 A_m^{m+1} + \mu_m^3 A_m^{m+3} + \mu_m^5 A_m^{m+5} + \dots \\
 \nu_m^3 F_m^{m+2} &= \mu_m^3 A_m^{m+3} + \mu_m^5 A_m^{m+5} + \dots \\
 \nu_m^5 F_m^{m+4} &= \mu_m^5 A_m^{m+5} + \dots
 \end{aligned}$$

Für $m = 0$ wird, wie man sich leicht überzeugt, μ_m^p gleich der entsprechenden unter den früher (S. 14) eingeführten Konstanten α_0^p , die in den Bedingungsgleichungen für die Koeffizienten B_0^p und C_0^p auftreten. Vermöge dieser Bedingungsgleichungen erhält man daher offenbar

$$\pi_0 = 0, \quad F_0^0 = 0.$$

Die übrigen Gleichungen lauten nach Einführung der numerischen Werthe der μ und ν folgendermassen:

$$\begin{aligned}
 F_0^1 &= [0.2870156] A_0^1 + [0.4146518] A_0^3 + [0.4945023] A_0^5 + \dots \\
 F_0^2 &= [9.8204890] A_0^4 + [9.9003395] A_0^6 + \dots \\
 F_0^3 &= [9.6005463] A_0^6 + \dots \\
 F_0^4 &= [9.9938827] A_0^5 + [0.0920306] A_0^7 + [0.1593794] A_0^9 + \dots \\
 F_0^5 &= [9.6967881] A_0^6 + [9.7641369] A_0^8 + \dots \\
 F_0^6 &= [9.5217680] A_0^7 + \dots \\
 \\
 \pi_1 &= [0.2385607] A_1^1 + [0.3856560] A_1^3 + [0.4786533] A_1^5 + [0.5443627] A_1^7 + \dots \\
 F_1^1 &= [0.0194590] A_1^4 + [0.1124563] A_1^6 + [0.1781657] A_1^8 + \dots \\
 F_1^2 &= [9.7056520] A_1^5 + [9.7713614] A_1^7 + \dots \\
 F_1^3 &= [9.5262454] A_1^7 + \dots \\
 F_1^4 &= [0.3494850] A_1^7 + [0.4655593] A_1^9 + [0.5426626] A_1^{11} + \dots \\
 F_1^5 &= [9.8345033] A_1^8 + [9.9116066] A_1^{10} + \dots \\
 F_1^6 &= [9.6066640] A_1^9 + \dots \\
 \\
 \pi_2 &= [0.2870156] A_2^1 + [0.3494850] A_2^3 + [0.4170513] A_2^5 + \dots \\
 F_2^1 &= [9.8829583] A_2^4 + [9.9505246] A_2^6 + \dots \\
 F_2^2 &= [9.6261229] A_2^6 + \dots \\
 F_2^3 &= [0.1215190] A_2^5 + [0.1950573] A_2^7 + [0.2535320] A_2^9 + \dots \\
 F_2^4 &= [9.7346480] A_2^6 + [9.7949127] A_2^8 + \dots \\
 F_2^5 &= [9.5402598] A_2^7 + \dots \\
 \\
 \pi_3 &= [0.3204890] A_3^1 + [0.3360354] A_3^3 + [0.3849833] A_3^5 + \dots \\
 F_3^1 &= [9.7936976] A_3^4 + [9.8426455] A_3^6 + \dots \\
 F_3^2 &= [9.5658360] A_3^7 + \dots \\
 F_3^3 &= [0.0000000] A_3^4 + [0.0454098] A_3^6 + \dots \\
 F_3^4 &= [9.6630161] A_3^5 + \dots \\
 \\
 \pi_4 &= [0.3460653] A_4^1 + [0.3317032] A_4^3 + \dots \\
 F_4^1 &= [9.7281829] A_4^4 + \dots \\
 F_4^2 &= [9.9186364] A_4^5 + [9.9441904] A_4^7 + \dots \\
 F_4^3 &= [9.6076091] A_4^7 + \dots
 \end{aligned}$$

Diese Gleichungen, deren Koeffizienten als dauernd gültige Werthe in grösserer Schärfe angegeben wurden, als für den vorliegenden Zweck nöthig gewesen wäre, zeigen, was man natürlich auch an den vorausgehenden, allgemeinen Formeln erkennen kann, dass die Reihe für $\alpha X \sin \beta$ bis zu den Gliedern 7. Ordnung entwickelt werden muss, wenn man diejenige für U (gleich denen für Y, Z, W) bis zur 6. Ordnung reichend erhalten will.

Setzt man nun in den vorstehenden, allgemeinen Formeln für die Koeffizienten A_m^n (d. i. $B_m^n \cos m\lambda + C_m^n \sin m\lambda$) ihre in Tabelle VI mitgetheilten Zahlenwerthe ein, so erhält man die in IX angegebene Koeffizienten von U . Für den Fall der weitesten Ausdehnung der Reihen findet man diese Zahlen auch in *B*, pag. 58, Tab. IX abgedruckt. Die kleinen Differenzen, die in der letzten Dezimalstelle zwischen den beiden Angaben bestehen, rühren von der verschiedenen Abrundung der B_m^n und C_m^n her. (Vgl. S. 18.)

Die Berechnung der Koeffizienten von $W - \psi(v)$ aus denjenigen von $\beta Y \sin v$ ist im Gegensatz zu der soeben behandelten Ableitung von U sehr einfach. Man hat offenbar, da

$$W - \psi(v) = - \int_0^{\lambda} \beta Y \sin v \, d\lambda$$

und

$$\beta Y \sin v = \sum_{n=0}^{n=p} \sum_{m=0}^{m=n} (C_m^n \cos m\lambda + D_m^n \sin m\lambda) R_m^n$$

ist,

$$W - \psi(v) = -\lambda \sum_{n=0}^{n=p} C_0^n R_0^n + \sum_{n=1}^{n=p} \sum_{m=1}^{m=n} \frac{1}{m} (D_m^n \cos m\lambda - C_m^n \sin m\lambda) R_m^n$$

Die Funktion $\psi(v)$, die als Integrationskonstante in Bezug auf λ auftritt, ist, wie schon bemerkt wurde, der von λ freie Theil in U_0 :

$$\psi(v) = \sum_{n=1}^{n=p} F_0^n R_0^n$$

Mit Hilfe dieser Ausdrücke zerfällt W ebenso wie U in eine endliche Kugelfunktionsreihe W_0 und einen nicht in dieser Form darstellbaren Theil

$$\chi(v) \cdot \lambda = -\lambda \sum_{n=0}^{n=p} C_0^n R_0^n$$

Diesen letzteren, sowie die Koeffizienten von W_0 findet man gleichfalls in Tabelle IX angegeben, die ausserdem die Koeffizienten von $\frac{1}{2}(U_0 + W_0)$, d. h. von $V:b$ enthält.

Die beiden Funktionen U und W oder die damit gleichwerthigen Ausdrücke

$$V:b = \sum (g_m^n \cos m\lambda + h_m^n \sin m\lambda) R_m^n = \frac{1}{2}(U_0 + W_0)$$

und

$$W - U = (W_0 - U_0) + \chi(v) \cdot \lambda - f(v, \lambda)$$

bestimmen zusammen den Zustand des magnetischen Feldes in der Erdoberfläche ebenso vollständig und eindeutig, wie dies $\alpha X \sin v$ und $\beta Y \sin v$ zusammengekommen thun.

V , das Potential der horizontalen Kräfte in der Erdoberfläche, lässt sich mit Hilfe des für γZ gefundenen Ausdrucks in zwei Theile, V_1 und V_a , in das von Agentien im Innern der Erde und das von solchen im äussern Raume herrührende Potential, zerlegen. Es geschieht dies (vgl. *A*, pag. 23; *B*, pag. 13) durch die Formeln

$$V_1 = b \sum (c_m^n \cos m\lambda + s_m^n \sin m\lambda) R_m^n$$

$$V_a = b \sum (y_m^n \cos m\lambda + \sigma_m^n \sin m\lambda) R_m^n$$

mit

$$\begin{aligned} c_m^n &= \epsilon_m^n g_m^n - \delta_m^n j_m^n & s_m^n &= \epsilon_m^n h_m^n - \delta_m^n k_m^n \\ j_m^n &= g_m^n - c_m^n & \sigma_m^n &= h_m^n - s_m^n \end{aligned}$$

Die hierin auftretenden Konstanten ϵ_m^n und δ_m^n hängen von der Abplattung der Erde ab. Für den Fall der Kugel ist

$$\epsilon_m^n = \frac{n}{2n+1} \quad \delta_m^n = \frac{1}{2n+1}$$

Die hiervon natürlich nur sehr wenig verschiedenen Werthe, die sich mit Benutzung der von Bessel abgeleiteten Abplattung ($1:299.152^8$) ergeben, findet man in *B*, pag. 46, 47. Ihre Logarithmen enthält die folgende Zusammenstellung.

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
	$\log \delta_m^n$						
0	0.0019384	9.5240411	9.3024156	9.1563229	9.0471927	8.9600494	8.8875019
1		9.5252064	9.3026905	9.1564525	9.0472680	8.9600987	8.8875372
2			9.3035222	9.1568398	9.0474942	8.9602513	8.8876427
3				9.1574867	9.0478716	8.9604954	8.8878186
4					9.0484010	8.9608434	8.8880650
5						8.9612914	8.8883828
6							8.8887707
	$\log \epsilon_m^n$						
0	$-\infty$	9.5240411	9.6024739	9.6322799	9.6480059	9.6577263	9.6643309
1		9.5222937	9.6022689	9.6321699	9.6479780	9.6577112	9.6643222
2			9.6016439	9.6320244	9.6478933	9.6576707	9.6642961
3				9.6316994	9.6477521	9.6575926	9.6642523
4					9.6475528	9.6574881	9.6641908
5						9.6573532	9.6641110
6							9.6640138

Die so für $V_i:b$ und $V_a:b$ abgeleiteten Reihen besitzen die in Tabelle X angegebenen Koeffizienten. Dieselbe Tabelle enthält noch die Darstellung einer Funktion $\alpha\beta bi$, die aus $(W-U)$ gewonnen ist, und die umgekehrt zur Bestimmung von $(W-U)$ ausreicht, so dass die in X enthaltenen Daten eine neue, vollständige und eindeutige Darstellung des erdmagnetischen Feldes liefern. Es ist nach B , pag. 13

$$\alpha\beta bi = \frac{1}{4\pi \sin v} \cdot \frac{\partial^2 (W-U)}{e v \partial \lambda} = -\frac{1}{4\pi b \sin v} \left[\frac{\partial \alpha X}{e \lambda} + \frac{\partial \beta Y \sin v}{e v} \right]$$

Der hierdurch eingeführten Funktion i kommt die Bedeutung zu, dass eine die Erdoberfläche senkrecht durchdringende, elektrische Strömung von der Flächendichte i gerade denjenigen (eben in $(W-U)$ zum Ausdruck kommenden) Theil der magnetischen Horizontalkraft hervorrufen würde, der nicht aus dem Potentiale V entsteht. Da die Einheit der in X angegebenen Zahlen gleich $0.1^5 \text{ cm}^{-1} g^1 s^{-1}$, d. i. $0.1^4 \text{ Ampère} \cdot \text{cm}^{-1}$ und ferner $b = 6.356 \cdot 10^8 \text{ cm}$ ist, so erhält man aus diesen Zahlen die Stromstärke (oder vielmehr das davon nur ganz unbedeutlich abweichende $\alpha\beta$ -fache derselben) in der Einheit $\text{Ampère} : \text{km}^2$, wenn man sie mit $0.1^4 \cdot 10^{10} : (6.356 \cdot 10^8)$, d. i. mit 1 : 635.6 oder 0.001573 multipliziert. Zu bemerken ist dabei noch, dass positive Werthe von i eine nach unten gerichtete Strömung bezeichnen würden.

Zur Ableitung von $\alpha\beta bi$ aus $(W-U)$ dienen die folgenden Formeln, deren Zahlenkoeffizienten ich wieder ihrer allgemeinen Gültigkeit halber durch ihre siebenstelligen Logarithmen angebe, obgleich im vorliegenden Falle höchstens vierstellige Werthe gebraucht werden.

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^1}{dv} = -[0.2385607] R_0^0$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^2}{dv} = -[0.4225490] R_0^0 - [0.7720340] R_0^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^3}{dv} = -[0.5206963] R_0^0 - [0.8701813] R_0^1 - [0.9978176] R_0^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^4}{dv} = -[0.5880456] R_0^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^5}{dv} = -[0.7156819] R_0^1 - [0.8996702] R_0^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_0^6}{dv} = -[0.7955323] R_0^1 - [0.9795207] R_0^2 - [1.0776680] R_0^3$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dH_1}{dv} = [0.0000000] \sin v^{-1}$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^2}{dv} = [0.5880456] \sin v^{-1} - [0.6505150] R_1^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^3}{dv} = [0.9771213] \sin v^{-1} - [0.9560445] R_1^1 - [0.9136846] R_1^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^4}{dv} = [1.2180814] \sin v^{-1} - [1.1758153] R_1^1 - [1.0596692] R_1^2 - [1.0837853] R_1^3$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^5}{dv} = [0.2385607] \cos v \sin v^{-1}$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^6}{dv} = [0.8116247] \cos v \sin v^{-1} - [0.7976103] R_1^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_1^7}{dv} = [1.1087420] \cos v \sin v^{-1} - [0.9978176] R_1^2 - [1.0066820] R_1^3$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dH_2}{dv} = [0.0000000]$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_2^2}{dv} = [1.0105947] - [0.8996703] R_2^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_2^3}{dv} = [1.5312910] - [1.3534198] R_2^2 - [1.0356780] R_2^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_2^4}{dv} = [0.5880456] \cos v$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_2^5}{dv} = [1.3037275] \cos v - [0.9621396] R_2^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_2^6}{dv} = [1.7180813] \cos v - [1.2815178] R_2^2 - [1.1032442] R_2^3$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dH_3}{dv} = [0.0000000] \sin v$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_3^4}{dv} = [1.2747316] \sin v - [1.0791813] R_3^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_3^5}{dv} = [1.8941725] \sin v - [1.6457700] R_3^2 - [1.1401373] R_3^3$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_3^6}{dv} = [0.7976103] \cos v \sin v$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_3^7}{dv} = [1.6193366] \cos v \sin v - [1.0947276] R_3^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dH_4}{dv} = [0.0000000] \sin v^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_4^5}{dv} = [1.4688217] \sin v^2 - [1.2196664] R_4^1$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_4^6}{dv} = [0.9481253] \cos v \sin v^2$$

$$\frac{1}{\sin v} \frac{dR_4^7}{dv} = [1.8545819] \cos v \sin v^2 - [1.2053042] R_4^3$$

Man überzeugt sich leicht, dass bei Substitution dieser Ausdrücke in $\frac{1}{\sin v} \frac{\partial (W-U)}{\partial v}$ die Koeffizienten von $\sin v^{-1}$, $\cos v \sin v^{-1}$, ..., $\cos v \sin v^2$ solche Aggregate von B_m^n , C_m^n , D_m^n , E_m^n werden, die vermöge der für die Entwicklung von $\alpha X \sin v$ und $\beta Y \sin v$ gültigen Bedingungsgleichungen identisch verschwinden. Für $\alpha \beta b i$ ergibt sich daher eine endliche und zwar hier die ersten fünf Ordnungen umfassende Kugelfunktionsreihe. Dass darin (ebenso wie in den Reihen für $V_i : b$ und $V_a : b$) der Koeffizient von B_0^n gleich Null ist, drückt die Thatsache aus, dass die algebraische Summe aller die Erdoberfläche durchdringenden Ströme, d. h. das Integral von $i dv$ über die ganze Oberfläche genommen, verschwindet. Das Oberflächenelement dw ist gleich $\alpha \beta b^2 \sin v dv d\lambda$. Daraus erklärt es sich, dass die Entwicklung nicht für i , sondern von konstanten Faktoren abgesehen, für αi , d. i. $i \sqrt{1 + \epsilon^2 \cos v^2}$, erhalten wird.

Durch die vorstehend mitgetheilten Resultate ist die Aufgabe, die hier gelöst werden sollte, erledigt. Es bliebe allerdings noch die Sicherheit der gewonnenen Ergebnisse zu untersuchen. Da dies indessen in hinreichender Ausführlichkeit schon in meiner vorläufigen Mittheilung geschehen ist (vgl. *B*, pag. 34–43), so glaube ich hier nicht noch einmal darauf eingehen zu sollen, sondern mich auf eine ganz kurze Anführung des Ergebnisses beschränken zu dürfen.

Es hat sich gezeigt, dass die Darstellung der durch $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$, γZ definirten Kraftvertheilung im allgemeinen zufriedenstellend genannt werden kann, dass aber die daraus abgeleiteten Funktionen $V_a : b$, $V_i : b$ und $\alpha \beta b i$ mit einer so beträchtlichen Unsicherheit behaftet sind, dass nur die ersten, absolut genommen grossen Koeffizienten von $V_i : b$ als hinreichend sicher bestimmt gelten können. $V_a : b$ und $\alpha \beta b i$ dagegen, die nur kleine Werthe annehmen, können kaum als soweit festgestellt gelten, dass man auch nur ihre Existenz sicher behaupten dürfte. Die Ursache dieser beträchtlichen Unsicherheit liegt vor allem darin, dass die einzelnen Reihenkoeffizienten nicht unabhängig von einander berechnet werden können, wozu die Kenntniss der Kraftvertheilung auf der ganzen Erdoberfläche nothwendig wäre, die uns noch immer fehlt. Wenn ich trotzdem in meiner vorläufigen Mittheilung schliesslich ein positives Resultat glanbte aussprechen zu sollen, so gab dafür in letzter Linie die sonst nur durch die Annahme sehr starker und weitverbreiteter systematischer Fehler in den Beobachtungen zu erklärende Grösse und regelmässige Vertheilung der Werthe von l_s den Ausschlag. (Vgl. *B*, pag. 43.) Die Entscheidung stützte sich also wesentlich auf dieselben Grundlagen, von denen L. A. Bauer (*Terr. Magn.*, Vol. II, pag. 11) und v. Bezold (*Berl. Sitz.-Ber.* f. 1887, pag. 414) bei ihren Betrachtungen ausgegangen sind. Die seitdem von Schuster, Rücker u. a. veröffentlichten Untersuchungen verstärken indessen das Gewicht der Gegengründe so bedeutend, dass die reale Existenz von V_a und von i mindestens als durchaus zweifelhaft bezeichnet werden muss, und dass die bei einer neuen Potentialberechnung natürlich sorgfältig zu prüfende Sicherheit der empirischen Grundlage in der That wesentlich durch systematische Fehler beeinträchtigt erscheint. Vor allem gilt dies in Bezug auf i , das sich für jeden erdmagnetisch genau untersuchten Theil der Erdoberfläche selbständig ermitteln lässt, und dessen Berechnung auf diesem, eben von Rücker zuerst praktisch benutzten Wege eine Prüfung der hier gewonnenen Resultate möglich macht. (Vgl. *A*, pag. 16.) Gerade diese Möglichkeit einer gegenseitigen Kontrolle, die erst bei vollkommener empirischer Kenntniss der Vertheilung des Erdmagnetismus ihre Bedeutung verlieren würde, lässt die weitere Verschärfung der hier für die ganze Erdoberfläche gegebenen Entwicklungen wünschenswerth erscheinen, die zugleich für die genauere Ermittelung von V_a geradezu nothwendig ist.

Als wichtigste Aufgabe der zukünftigen Forschung, soweit sie sich auf die Feststellung der räumlichen Kraftvertheilung des Erdmagnetismus bezieht, muss daher die Ausfüllung der grossen Lücken bezeichnet werden, die vor allem in den Polargebieten, dann aber auch auf den Ozeanen und im Innern der Kontinente noch vorhanden sind.

I. Logarithmen der Funktionen $R_m^{\pm}(\cos v)$.

$$(tg v = \sqrt{1-\varepsilon^2} tg u = [0,0014542] tg u).$$

u	$\log R_0^1$	$\log R_1^1$	$\log R_0^2$	$\log R_1^2$	$\log R_2^2$	$\log R_0^3$	$\log R_1^3$	
0°	0.2385607	—∞	0.3494850	—∞	—∞	0.4225490	—∞	180°
5	0.2368939	9.1802983	0.3444748	9.5281164	8.1704908	0.4124994	9.7491911	175
10	0.2318683	9.4796376	0.3292498	9.8224302	8.7691695	0.3815877	0.0359051	170
15	0.2234067	9.6529141	0.3031911	9.9872451	9.1157224	0.3272477	0.1877507	165
20	0.2113761	9.7738945	0.2651457	0.0961949	9.3576833	0.2406068	0.2778627	160
25	0.1955758	9.85765035	0.2131723	0.1722036	9.5413013	0.1207326	0.3283553	155
30	0.1757273	9.9386193	0.1440536	0.2252708	9.6871329	9.9300928	0.3479629	150
35	0.1514453	9.9981276	0.0521680	0.2604972	9.8061496	9.5755371	0.3397636	145
40	0.1222130	0.0474799	9.9267475	0.2806172	9.9048541	8.8744021 _n	0.3031405	140
45	0.0873181	0.0887709	9.7430448	0.2870133	9.9874561	9.6764504 _n	0.2334380	135
50	0.0457736	0.1234144	9.4188925	0.2801123	0.0567230	9.9028911 _n	0.1188076	130
55	9.9961761	0.1524021	8.2904097 _n	0.2595025	0.1146985	0.0134475 _n	9.9279364	125
60	9.9364385	0.1764542	9.4528835 _n	0.2238170	0.1628027	0.0639885 _n	9.5343645	120
65	9.8633149	0.1960952	9.7178833 _n	0.1703344	0.2020847	0.0709396 _n	9.2157973 _n	115
70	9.7713260	0.2117164	9.8621291 _n	0.0939667	0.2333270	0.0378423 _n	9.8044843	110
75	9.6502031	0.2236014	9.9517010 _n	9.9847288	0.2570970	9.9592078 _n	0.0188256 _n	105
80	9.4768195	0.2319559	0.0075561 _n	9.8196997	0.2738061	9.8146544 _n	0.1324854 _n	100
85	9.1774103	0.2369160	0.0385108 _n	9.5252506	0.2837262	9.5319934 _n	0.1912176 _n	95
90	—∞	0.2385607	0.0484550 _n	—∞	0.2870157	—∞	0.2095647 _n	90
	$\log(-R_1^1)$	$\log R_1^1$	$\log R_0^2$	$\log(-R_1^2)$	$\log R_2^2$	$\log(-R_0^3)$	$\log R_1^3$	u

(Fortsetzung von I.)

u	$\log R_2^2$	$\log R_3^2$	$\log R_0^4$	$\log R_1^4$	$\log R_2^4$	$\log R_3^4$	$\log R_4^4$	
0°	—∞	—∞	0.477121	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	8.5913730	7.1457017	0.460306	9.911341	8.882281	7.621156	6.113016	175
10	9.1850261	8.0437198	0.407704	0.187804	9.469195	8.514149	7.310373	170
15	9.5231175	8.5635491	0.311442	0.321808	9.795833	9.025516	8.093479	165
20	9.7530477	8.9264903	0.151270	0.385133	0.009235	9.376427	8.487400	160
25	9.9208654	9.2019174	9.862996	0.397423	0.154872	9.636054	8.854637	155
30	0.0468484	9.4206648	8.776192	0.362769	0.252153	9.834953	9.146300	150
35	0.1415832	9.5991898	9.719059 _n	0.274551	0.310318	9.989196	9.384333	145
40	0.2110554	9.7472467	9.983953 _n	0.107603	0.333242	0.108020	9.581742	140
45	0.2587425	9.8711196	0.087018 _n	9.762709	0.320868	0.196998	9.746906	135
50	0.2864849	9.9750500	0.107859 _n	9.143145 _n	0.268613	0.259384	9.885480	130
55	0.2948629	0.0620132	0.061330 _n	9.896182 _n	0.163694	0.296750	0.001431	125
60	0.2832294	0.1341695	9.935148 _n	0.110783 _n	9.970280	0.309169	0.097639	120
65	0.2493879	0.1930924	9.661993 _n	0.202026 _n	9.525913	0.294968	0.176203	115
70	0.1886413	0.2399560	7.759087 _n	0.220631 _n	9.440352 _n	0.249843	0.238688	110
75	0.0912884	0.2756110	9.637733	0.175552 _n	9.922172 _n	0.164375	0.286228	105
80	9.9346139	0.3006746	9.902953	0.052365 _n	0.109124 _n	0.016055	0.319646	100
85	9.6451248	0.3155548	0.017392	9.781673 _n	0.197689 _n	9.731526	0.339486	95
90	—∞	0.3204890	0.051153	—∞	0.224546 _n	—∞	0.346065	90
	$\log(-R_2^2)$	$\log R_3^2$	$\log R_0^4$	$\log(-R_1^4)$	$\log R_2^4$	$\log(-R_3^4)$	$\log R_4^4$	u

(Fortsetzung von I.)

u	$\log R_0^1$	$\log R_1^1$	$\log R_2^1$	$\log R_3^1$	$\log R_4^1$	$\log R_5^1$	$\log R_6^1$		
0°	0.520697	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	0.55697	180°
5	0.495350	0.038766	9.107059	7.963676	6.632045	5.075450	0.52127		175
10	0.414265	0.302221	9.685487	8.850359	7.824377	6.572146	0.40373		170
15	0.256769	0.412958	9.997520	9.351026	8.509021	7.438529	0.15373		165
20	9.948884	0.439608	0.189405	9.686547	8.80912	8.043431	9.38983		160
25	9.975588 _n	0.394940	0.305249	9.925625	9.332348	8.502476	9.87369 _n		155
30	9.875583 _n	0.265649	0.362113	0.098114	9.604163	8.867055	0.13188 _n		150
35	0.089929 _n	9.982352	0.364963	0.219028	9.817914	9.164596	0.17071 _n		145
40	0.143633 _n	7.078336 _n	0.309014	0.295986	9.986091	9.411358	0.06336 _n		140
45	0.093537 _n	9.937618 _n	0.172999	0.331952	0.116360	9.617813	9.71711 _n		135
50	9.921477 _n	0.171438 _n	9.876589	0.325689	0.213389	9.791030	9.33603		130
55	9.442768 _n	0.244200 _n	8.756484 _n	0.270157	0.279743	9.935969	9.92288		125
60	9.487472	0.216558 _n	9.907324 _n	0.145776	0.316213	0.056229	0.06745		120
65	9.900740	0.079218 _n	0.138483 _n	9.888895	0.321654	0.154434	0.05241		115
70	0.037531	9.715417 _n	0.221982 _n	8.826804	0.292150	0.232540	9.87317		110
75	0.055342	9.397713	0.214201 _n	9.797241 _n	0.218567	0.291965	9.17378		105
80	9.968453	9.976786	0.113381 _n	0.082857 _n	0.078601	0.333738	9.68141 _n		100
85	9.717087	0.156100	9.854847 _n	0.203648 _n	9.799032	0.358538	9.97874 _n		95
90	—∞	0.205652	—∞	0.239125 _n	—∞	0.366762	0.05182 _n		90
	$\log(-R_0^1)$	$\log R_1^1$	$\log(-R_2^1)$	$\log R_3^1$	$\log(-R_4^1)$	$\log R_5^1$	$\log R_6^1$	u	

(Fortsetzung von I.)

u	$\log R_1^2$	$\log R_2^2$	$\log R_3^2$	$\log R_4^2$	$\log R_5^2$	$\log R_6^2$	$\log R_7^2$		
0°	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	0.58805	180°
5	0.14305	9.29051	8.23601	7.01559	5.63075	4.03457	0.54011		175
10	0.39060	9.85865	9.11508	8.20208	7.12243	5.83060	0.37635		170
15	0.47184	0.15271	9.60271	8.87648	7.98085	6.87026	9.97165		165
20	0.44853	0.31737	9.91922	9.33366	8.57322	7.59615	9.63345 _n		160
25	0.31397	0.39376	0.13233	9.66551	9.01646	8.14700	0.12758 _n		155
30	9.96843	0.39286	0.27032	9.91227	9.36119	8.58450	0.20059 _n		150
35	9.45431 _n	0.30509	0.34551	0.09458	9.63445	8.94155	0.07449 _n		145
40	0.10615 _n	0.07814	0.36058	0.22358	9.85198	9.23766	9.57110 _n		140
45	0.25822 _n	9.26555	0.30808	0.30480	0.02354	9.48540	9.70528		135
50	0.25188 _n	9.89569 _n	0.15960	0.33935	0.15521	9.69326	0.04642		130
55	0.09558 _n	0.17271 _n	9.79317	0.32331	0.25056	9.86719	0.09108		125
60	9.57454 _n	0.24574 _n	9.44679 _n	0.24370	0.31108	0.01150	9.93175		120
65	9.75000	0.19099 _n	0.03089 _n	0.06216	0.33616	0.12935	9.18237		115
70	0.11265	9.97009 _n	0.20194 _n	9.59099	0.32228	0.22308	9.76588 _n		110
75	0.20986	8.89930 _n	0.23632 _n	9.62037 _n	0.26058	0.29439	0.02537 _n		105
80	0.16269	9.89024	0.15899 _n	0.05248 _n	0.12897	0.34451	0.04005 _n		100
85	9.93121	0.14719	9.91281 _n	0.20831 _n	9.85436	0.37427	9.83682 _n		95
90	—∞	0.21293	—∞	0.25252 _n	—∞	0.38414	—∞		90
	$\log(-R_1^2)$	$\log R_2^2$	$\log(-R_3^2)$	$\log R_4^2$	$\log(-R_5^2)$	$\log R_6^2$	$\log(-R_7^2)$	u	

(Fortsetzung von I.)

u	$\log R_1^1$	$\log R_2^1$	$\log R_3^1$	$\log R_4^1$	$\log R_5^1$	$\log R_6^1$	$\log R_7^1$	
0°	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	180°
5	0.23068	9.44531	8.46312	7.32668	6.04896	4.62095	2.99129	175
10	0.45923	0.00133	9.33325	8.50586	7.53475	6.41196	5.08666	170
15	0.50353	0.27376	9.80543	9.16817	8.38272	7.44315	6.29960	165
20	0.41062	0.40443	0.09891	9.60779	8.96134	8.15701	7.14646	160
25	0.10921	0.42813	0.27963	9.91585	9.38563	8.69206	7.78912	155
30	9.33543 _n	0.33923	0.37247	0.13139	9.70621	9.10971	8.29953	150
35	0.15439 _n	0.06328	0.38280	0.27305	9.94925	9.44247	8.71609	145
40	0.29394 _n	8.99844 _n	0.29619	0.34854	0.12934	9.70936	9.06156	140
45	0.23421 _n	0.07765 _n	0.04450	0.35669	0.25440	9.92221	9.35060	135
50	9.91883 _n	0.25320 _n	8.16390	0.28346	0.32748	0.08852	9.59310	130
55	9.49452	0.23475 _n	0.00100 _n	0.07829	0.34682	0.21285	9.79601	125
60	0.10188	0.01399 _n	0.21752 _n	9.38384	0.30319	0.29743	9.96438	120
65	0.22385	7.86753 _n	0.24105 _n	9.86001 _n	0.16936	0.34215	0.10187	115
70	0.14881	9.99083	0.10141 _n	0.16380 _n	9.83952	0.34389	0.21121	110
75	9.77378	0.19589	9.57991 _n	0.24685 _n	9.31888 _n	0.29407	0.29441	105
80	9.64134 _n	0.19266	9.78530	0.19430 _n	0.01739 _n	0.17082	0.35289	100
85	0.10687 _n	9.98170	0.13877	9.96069 _n	0.21164 _n	9.90117	0.38761	95
90	0.20438 _n	$-\infty$	0.22113	0.26470 _n	$-\infty$	$-\infty$	0.39912	90
	$\log R_1^1$	$\log (-R_2^1)$	$\log R_3^1$	$\log (-R_4^1)$	$\log R_5^1$	$\log (-R_6^1)$	$\log R_7^1$	u

II a. Logarithmen der zur Berechnung von X und Y dienenden Funktionen.*)

u	$\log \frac{\beta}{\alpha}$	$\log \frac{R_0^2 - \sqrt{5} R_0^1}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_0^3 - \sqrt{13} R_0^1}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_0^4 - \sqrt{19} R_0^1}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_0^5 - \sqrt{29} R_0^1}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_0^6 - \sqrt{43} R_0^1}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_0^7 - \sqrt{73} R_0^1}{\alpha \sin v}$	
0°	0.0000	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	180°
5	0	9.4659 _n	9.7591 _n	0.1135 _n	0.3007 _n	0.5110 _n	0.6478 _n	175
10	0	9.7652 _n	0.0535 _n	0.4041 _n	0.5837 _n	0.7877 _n	0.9144 _n	170
15	1	9.9386 _n	0.2183 _n	0.5627 _n	0.7294 _n	0.9229 _n	1.0320 _n	165
20	2	0.0596 _n	0.3274 _n	0.6630 _n	0.8110 _n	0.9897 _n	1.0728 _n	160
25	3	0.1515 _n	0.4035 _n	0.7278 _n	0.8507 _n	1.0105 _n	1.0574 _n	155
30	4	0.2245 _n	0.4566 _n	0.7672 _n	0.8577 _n	0.9944 _n	0.9924 _n	150
35	5	0.2842 _n	0.4920 _n	0.7865 _n	0.8354 _n	0.9459 _n	0.8786 _n	145
40	6	0.3336 _n	0.5122 _n	0.7883 _n	0.7845 _n	0.8681 _n	0.7124 _n	140
45	7	0.3751 _n	0.5187 _n	0.7746 _n	0.7031 _n	0.7647 _n	0.4967 _n	135
50	9	0.4098 _n	0.5120 _n	0.7462 _n	0.5862 _n	0.6446 _n	0.2518 _n	130
55	10	0.4389 _n	0.4915 _n	0.7039 _n	0.4232 _n	0.5279 _n	0.0783 _n	125
60	11	0.4631 _n	0.4559 _n	0.6485 _n	0.1911 _n	0.4487 _n	0.0940 _n	120
65	12	0.4829 _n	0.4025 _n	0.5812 _n	0.5812 _n	0.4362 _n	0.2125 _n	115
70	13	0.4986 _n	0.3262 _n	0.5046 _n	0.8367 _n	0.4829 _n	0.3063 _n	110
75	14	0.5105 _n	0.2171 _n	0.4241 _n	0.4623 _n	0.5435 _n	0.3286 _n	105
80	14	0.5189 _n	0.0521 _n	0.3490 _n	0.3490 _n	0.6178 _n	0.2538 _n	100
85	14	0.5239 _n	9.7577 _n	0.2937 _n	9.3694	0.6604 _n	0.0116 _n	95
90	15	0.5256 _n	$-\infty$	0.2730 _n	$-\infty$	0.6751 _n	$-\infty$	90

*) Zur Berechnung von X dienen die Zahlen der Tabelle, zur Berechnung von Y die daraus durch Subtraktion von $\log \frac{\beta}{\alpha}$ abgeleiteten Zahlen.

(Fortsetzung von IIa.)

u	$(\log \frac{\beta}{\alpha})$	$\log \frac{R_1^2}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^3}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^4}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^5}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^6}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^7}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^8}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^9}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^{10}}{\alpha \sin r}$	u
0°	0	0,5866	0,8102	0,9757	1,1073	1,2166	1,3102	—∞	—∞	—∞	180°
5	0	0,5849	0,8060	0,9682	1,0956	1,1999	1,2875	9,2273	9,6482	9,9891	175
10	0	0,5799	0,7934	0,9453	1,0597	1,1481	1,2167	9,5267	9,9425	0,2267	170
15	1	0,5715	0,7720	0,9061	0,9972	1,0561	1,0878	9,7000	0,1074	0,3801	165
20	2	0,5596	0,7412	0,8485	0,9030	0,9119	0,8740	9,8211	0,2164	0,4726	160
25	3	0,5439	0,7000	0,7691	0,7666	0,6856	0,4809	9,9130	0,2925	0,5265	155
30	4	0,5241	0,6468	0,6616	0,5645	0,2673	9,6343 _n	9,9860	0,3457	0,5510	150
35	5	0,5000	0,5792	0,5140	0,2218	9,6938 _n	0,9399 _n	0,0456	0,3810	0,5498	145
40	6	0,4708	0,4934	0,2978	7,2686 _n	0,2964 _n	0,4842 _n	0,0951	0,4013	0,5235	140
45	7	0,4361	0,3825	9,9118	0,0867 _n	0,4073 _n	0,3833 _n	0,1365	0,4078	0,4699	135
50	9	0,3947	0,2334	9,2577 _n	0,2860 _n	0,3664 _n	0,0334 _n	0,1713	0,4010	0,3832	130
55	10	0,3452	0,0136	9,9819 _n	0,3299 _n	0,1813 _n	9,5802	0,2004	0,3805	0,2494	125
60	11	0,2856	9,5961	0,1725 _n	0,2783 _n	9,6363 _n	0,1636	0,2245	0,3450	0,0320	120
65	12	0,2125	9,2580 _n	0,2442 _n	0,1214 _n	9,7922	0,2661	0,2443	0,2916	9,5681	115
70	13	0,1206	9,8312 _n	0,2473 _n	9,7421 _n	0,1393	0,1755	0,2600	0,2153	9,4670 _n	110
75	14	9,9996	0,0337 _n	0,1904 _n	9,4126	0,2247	9,7887	0,2720	0,1062	9,9370 _n	105
80	14	9,8263	0,1390 _n	0,0589 _n	9,9833	0,1692	9,6479 _n	0,2804	9,9412	0,1157 _n	100
85	14	9,5269	0,1929 _n	9,7833 _n	0,1577	9,9328	0,1085 _n	0,2854	9,6468	0,1993 _n	95
90	15	—∞	0,2096 _n	—∞	0,2057	—∞	0,2044 _n	0,2870	—∞	0,2245 _n	90
		$\log \frac{R_1^2}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^3}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^4}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^5}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^6}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^7}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^8}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^9}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_1^{10}}{\alpha \sin r}$	u

*) Es ist $\log \frac{R_1^4}{\alpha \sin r} = 0,2371$, $\log \frac{R_1^5}{\alpha \sin r} = 0,2371 + \log \frac{\beta}{\alpha}$.

(Fortsetzung von IIa.)

u	$(\log \frac{\beta}{\alpha})$	$\log \frac{R_2^2}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^3}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^4}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^5}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^6}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^7}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^8}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^9}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^{10}}{\alpha \sin r}$	u
0°	0	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	0	0,1639	0,3473	0,5021	8,2025	8,6780	9,0205	9,2928	9,5199	7,1698	175
10	0	0,4430	0,6162	0,7588	8,8012	9,2717	9,6079	9,8726	0,0908	8,0679	170
15	1	0,5818	0,7370	0,8580	9,1478	9,6098	9,9353	0,1870	0,3897	8,5878	165
20	2	0,6528	0,7818	0,8678	9,3899	9,8398	0,1499	0,3826	0,5623	8,9508	160
25	3	0,6769	0,7654	0,7998	9,5736	0,0077	0,2973	0,5040	0,6513	9,2263	155
30	4	0,6610	0,6917	0,6381	9,7195	0,1338	0,3970	0,5692	0,6713	9,4452	150
35	5	0,6044	0,5446	0,3027	9,8386	0,2287	0,4585	0,5850	0,6223	9,6238	145
40	6	0,4992	0,2684	9,1887 _n	9,9375	0,2982	0,4862	0,5508	0,4864	9,7720	140
45	7	0,3221	9,4146	0,2267 _n	0,0202	0,3461	0,4810	0,4571	0,1936	8,8960	135
50	9	9,9911	0,0102 _n	0,3677 _n	0,0896	0,3739	0,4402	0,2741	8,2785	0,0000	130
55	10	8,8422 _n	0,2584 _n	0,3204 _n	0,1477	0,3824	0,3558	9,8789	0,0867 _n	0,0871	125
60	11	9,9691 _n	0,3075 _n	0,0757 _n	0,1959	0,3709	0,2075	9,5085 _n	0,2793 _n	0,1594	120
65	12	0,1807 _n	0,2332 _n	7,9097 _n	0,2353	0,3372	9,9311	0,0731 _n	0,2833 _n	0,2184	115
70	13	0,2487 _n	9,9968 _n	0,0175	0,2666	0,2765	8,8535	0,2286 _n	0,1281 _n	0,2654	110
75	14	0,2291 _n	8,9142 _n	0,2108	0,2905	0,2792	9,8121 _n	0,2512 _n	9,5948 _n	0,3011	105
80	14	0,1199 _n	9,8968 _n	0,1992	0,3072	0,0226	0,0894 _n	0,1656 _n	9,7919	0,3262	100
85	14	9,8565 _n	0,1488	9,9833	0,3172	9,7332	0,2053 _n	9,9144 _n	0,1404	0,3411	95
90	15	—∞	0,2129	—∞	0,3205	—∞	0,2391 _n	—∞	0,2211	0,3461	90
		$\log \frac{R_2^2}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^3}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^4}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^5}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^6}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^7}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^8}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^9}{\alpha \sin r}$	$\log \frac{R_2^{10}}{\alpha \sin r}$	u

(Fortsetzung von II a.)

u	$(\log \frac{\beta}{\alpha})$	$\log \frac{R_2^3}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_3^6}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_4^9}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_5^{12}}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_6^{15}}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_7^{18}}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_8^{21}}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_9^{24}}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_{10}^{27}}{\alpha \sin v}$	u
0°	0	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	0	7.6789	8.0724	8.3835	6.1323	6.6876	7.1058	5.0914	5.6778	4.0481	175
10	0	8.5819	8.9596	9.2634	7.3297	7.8799	8.2923	6.5881	7.1695	5.8442	170
15	1	9.0933	9.4608	0.7525	8.0228	8.5646	8.9670	7.4546	8.0274	6.8839	165
20	2	9.4443	9.7970	0.0712	8.5068	9.0366	9.4247	8.0595	8.6204	7.6098	160
25	3	9.7040	0.0372	0.2875	8.8741	9.3881	9.7573	8.5187	9.0637	8.1608	155
30	4	9.9030	0.2111	0.4302	9.1659	9.6600	0.0051	8.8833	9.4086	8.5984	150
35	5	0.0574	0.3340	0.5125	9.3041	9.8739	0.1887	9.1810	9.6819	8.9556	145
40	6	0.1763	0.4138	0.5388	9.6016	0.0422	0.3196	9.4279	9.8996	9.2518	140
45	7	0.2654	0.4539	0.5058	9.7669	0.1726	0.4035	9.6345	0.0713	9.4997	135
50	9	0.3279	0.4539	0.3980	9.9056	0.2698	0.4420	9.8076	0.2031	9.7077	130
55	10	0.3654	0.4090	0.1630	0.0217	0.3362	0.4325	9.9529	0.2985	9.8817	125
60	11	0.3780	0.3054	9.4456	0.1180	0.3728	0.3649	0.0732	0.3592	0.0261	120
65	12	0.3639	0.1044	9.9022 _n	0.1966	0.3784	0.2116	0.1716	0.3844	0.1441	115
70	13	0.3188	9.6176	0.1905 _n	0.2592	0.3490	9.8662	0.2498	0.3706	0.2379	110
75	14	0.2334	9.6352 _n	0.2617 _n	0.3068	0.2754	9.3387	0.3092	0.3089	0.3093	105
80	14	0.0852	0.0590 _n	0.2009 _n	0.3403	0.1355	0.0240 _n	0.3511	0.1774	0.3595	100
85	14	9.8007	0.2099 _n	9.9623 _n	0.3602	9.8560	0.2133 _n	0.3759	9.9028	0.3892	95
90	15	—∞	0.2525 _n	—∞	0.3668	—∞	0.2647 _n	0.3841	—∞	0.3991	90
		$\log \frac{-R_1^3}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_1^6}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{-R_1^9}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_2^3}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{-R_2^6}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_2^9}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_3^6}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{-R_3^9}{\alpha \sin v}$	$\log \frac{R_3^{12}}{\alpha \sin v}$	u

II b. Logarithmen der zur Berechnung von Z dienenden Funktionen.

u	$\log \frac{R_0^1}{y}$	$\log \frac{R_0^2}{y}$	$\log \frac{R_0^3}{y}$	$\log \frac{R_0^4}{y}$	$\log \frac{R_0^5}{y}$	$\log \frac{R_0^6}{y}$	$\log \frac{R_0^7}{y}$	$\log \frac{R_0^8}{y}$	u
0°	0.2386	0.3495	0.4225	0.4771	0.5207	0.5570	0.5881	—∞	180°
5	0.2369	0.3445	0.4125	0.4603	0.4954	0.5213	0.5401	0.5803	175
10	0.2319	0.3293	0.3816	0.4077	0.4143	0.4038	0.3764	0.4797	170
15	0.2236	0.3033	0.3273	0.3115	0.2569	0.1538	0.9717	0.6530	165
20	0.2116	0.2653	0.2442	0.1514	9.9491	9.3900	9.6336 _n	9.7741	160
25	0.1959	0.2134	0.1210	9.8633	7.9759 _n	9.8740 _n	0.1278 _n	9.8660	155
30	0.1762	0.1444	9.9305	8.7766	9.8759 _n	0.1322 _n	0.2010 _n	9.9390	150
35	0.1520	0.0526	9.5760	9.7195 _n	0.0905 _n	0.1712 _n	0.0750 _n	9.9986	145
40	0.1229	9.9273	8.8750 _n	9.9846 _n	0.1442 _n	0.0640 _n	9.5717 _n	0.0481	140
45	0.0882	9.9438	9.6772 _n	0.0877 _n	0.0943 _n	9.7178 _n	9.7060	0.0895	135
50	0.0468	9.4197	9.9037 _n	0.1087 _n	9.9223 _n	9.3369	0.0473	0.1243	130
55	9.9973	8.2914 _n	0.0144 _n	0.0623 _n	9.4437 _n	9.9239	0.0921	0.1534	125
60	9.9376	9.4540 _n	0.0651 _n	9.9362 _n	9.4886	0.0685	9.9328	0.1775	120
65	9.8646	9.7191 _n	0.0721 _n	9.6632 _n	9.9019	0.0536	9.1836	0.1973	115
70	9.7727	9.8634 _n	0.0391 _n	7.7604 _n	0.0388	9.8745	9.7672 _n	0.2130	110
75	9.6516	9.9531 _n	9.9606 _n	9.6391 _n	0.0567	9.1751	0.0267 _n	0.2250	105
80	9.4783	0.0090 _n	9.8161 _n	9.9044 _n	9.9699	9.6828 _n	0.0415 _n	0.2334	100
85	9.1789	0.0400 _n	9.5334 _n	0.0188 _n	9.7185	9.9802 _n	9.8383 _n	0.2384	95
90	—∞	0.0499 _n	—∞	0.0526 _n	—∞	0.0533 _n	—∞	0.2400	90
	$\log \frac{-R_1^1}{y}$	$\log \frac{R_1^2}{y}$	$\log \frac{-R_1^3}{y}$	$\log \frac{R_1^4}{y}$	$\log \frac{-R_1^5}{y}$	$\log \frac{R_1^6}{y}$	$\log \frac{-R_1^7}{y}$	$\log \frac{R_1^8}{y}$	u

(Fortsetzung von IIb.)

u	$\log \frac{R_1^2}{y}$	$\log \frac{R_1^3}{y}$	$\log \frac{R_1^4}{y}$	$\log \frac{R_2^2}{y}$	$\log \frac{R_2^3}{y}$	$\log \frac{R_2^4}{y}$	$\log \frac{R_3^2}{y}$	$\log \frac{R_3^3}{y}$	$\log \frac{R_3^4}{y}$	
0°	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	9.5281	9.7492	9.9114	0.0388	0.1431	0.2307	8.1705	8.5914	8.8823	175
10	9.8225	0.0359	0.1878	0.3023	0.3906	0.4593	8.7692	9.1851	9.4692	170
15	9.9873	0.1878	0.3219	0.4131	0.4719	0.5036	9.1158	9.5232	9.7959	165
20	0.0964	0.2780	0.3853	0.4398	0.4487	0.4108	9.3579	9.7532	0.0094	160
25	0.1725	0.3286	0.3977	0.3952	0.3142	0.1095	9.5416	9.9211	0.1551	155
30	0.2256	0.3483	0.3631	0.2660	0.9688	9.3358 _n	9.6875	0.0472	0.2525	150
35	0.2610	0.3402	0.2750	9.9828	9.4548 _n	0.1549 _n	9.8066	0.1421	0.3108	145
40	0.2812	0.3037	0.1082	7.0789 _n	0.1068 _n	0.2945 _n	9.9055	0.2117	0.3338	140
45	0.2877	0.2342	9.7634	9.9383 _n	0.2589 _n	0.2349 _n	9.9882	0.2595	0.3216	135
50	0.2810	0.1197	9.1440 _n	0.1723 _n	0.2527 _n	9.9197 _n	0.0576	0.2873	0.2695	130
55	0.2605	9.9289	9.8972 _n	0.2452 _n	0.0966 _n	9.4955	0.1157	0.2958	0.1647	125
60	0.2249	9.5355	0.1119 _n	0.2176 _n	9.5756 _n	0.1020	0.1639	0.2843	9.9714	120
65	0.1715	9.2170 _n	0.2032 _n	0.0804 _n	9.7512	0.2250	0.2033	0.2506	9.5272	115
70	0.0953	9.8058 _n	0.2219 _n	9.7167 _n	0.1139	0.1501	0.2346	0.1899	9.4416 _n	110
75	9.9861	0.0202 _n	0.1769 _n	9.3991	0.2112	9.7751	0.2585	0.0926	9.9235 _n	105
80	9.8211	0.1339 _n	0.0538 _n	9.9782	0.1641	9.6428 _n	0.2752	9.9350	0.1105 _n	100
85	9.5267	0.1927 _n	9.7831 _n	0.1575	9.9327	0.1083 _n	0.2852	9.6466	0.1991 _n	95
90	—∞	0.2110 _n	—∞	0.2071	—∞	0.2058 _n	0.2885	—∞	0.2260 _n	90
	$\log \frac{-R_1^2}{y}$	$\log \frac{R_1^3}{y}$	$\log \frac{-R_1^4}{y}$	$\log \frac{R_2^3}{y}$	$\log \frac{-R_2^4}{y}$	$\log \frac{R_3^3}{y}$	$\log \frac{-R_3^4}{y}$	$\log \frac{R_4^3}{y}$	$\log \frac{R_4^4}{y}$	u

(Fortsetzung von IIb.)

u	$\log \frac{R_2^3}{y}$	$\log \frac{R_2^4}{y}$	$\log \frac{R_3^3}{y}$	$\log \frac{R_3^4}{y}$	$\log \frac{R_4^3}{y}$	$\log \frac{R_4^4}{y}$	$\log \frac{R_5^3}{y}$	$\log \frac{R_5^4}{y}$	$\log \frac{R_6^4}{y}$	
0°	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	9.1071	9.2905	9.4453	7.1457	7.6212	7.9637	8.2360	8.4631	6.1130	175
10	9.6855	9.8587	0.0014	8.0838	8.5142	8.8504	9.1151	9.3333	7.3104	170
15	9.9976	0.1528	0.2739	8.5636	9.0256	9.3511	9.6028	9.8055	8.0036	165
20	0.1896	0.3175	0.4046	8.9267	9.3766	9.6867	9.9194	0.0991	8.4876	160
25	0.3055	0.3940	0.4284	9.2022	9.6363	9.9259	0.1326	0.2799	8.8549	155
30	0.3625	0.3932	0.3396	9.4210	9.8353	0.0985	0.2707	0.3728	9.1467	150
35	0.3654	0.3056	0.0638	9.5997	9.9897	0.2195	0.3460	0.3833	9.3848	145
40	0.3096	0.0787	8.9990 _n	9.7478	0.1086	0.2966	0.3612	0.2968	9.5823	140
45	0.1737	9.2663	0.0784 _n	9.8718	0.1977	0.3327	0.3088	0.0452	9.7476	135
50	9.8774	9.8965 _n	0.2541 _n	9.9759	0.2602	0.3265	0.1605	8.1648	9.8863	130
55	8.7575 _n	0.1737 _n	0.2357 _n	0.0630	0.2977	0.2711	9.7941	0.0020 _n	0.0015	125
60	9.9084 _n	0.2468 _n	0.0151 _n	0.1353	0.3103	0.1469	9.4479 _n	0.2186 _n	0.0987	120
65	0.1397 _n	0.1922 _n	7.8687 _n	0.1943	0.2962	9.8901	0.0321 _n	0.2422 _n	0.1774	115
70	0.2233 _n	9.9714 _n	9.9921	0.2412	0.2511	8.8281	0.2032 _n	0.1027 _n	0.2400	110
75	0.2156 _n	8.9007 _n	0.1972	0.2770	0.1657	9.7986 _n	0.2377 _n	9.5813 _n	0.2876	105
80	0.1148 _n	9.8917	0.1941	0.3021	0.0175	0.0843 _n	0.1604 _n	9.7867	0.3211	100
85	9.8563 _n	0.1486	9.9831	0.3170	9.7330	0.2051 _n	9.9143 _n	0.1402	0.3409	95
90	—∞	0.2144	—∞	0.3219	—∞	0.2406 _n	—∞	0.2226	0.3475	90
	$\log \frac{-R_2^3}{y}$	$\log \frac{R_2^4}{y}$	$\log \frac{-R_3^4}{y}$	$\log \frac{R_4^3}{y}$	$\log \frac{-R_4^4}{y}$	$\log \frac{R_5^3}{y}$	$\log \frac{-R_5^4}{y}$	$\log \frac{R_6^3}{y}$	$\log \frac{R_6^4}{y}$	u

(Fortsetzung von 11b.)

u	$\log \frac{R_4^3}{y}$	$\log \frac{R_4^6}{y}$	$\log \frac{R_4^9}{y}$	$\log \frac{R_5^3}{y}$	$\log \frac{R_5^6}{y}$	$\log \frac{R_5^9}{y}$	$\log \frac{R_6^6}{y}$	$\log \frac{R_6^9}{y}$	$\log \frac{R_7^9}{y}$	
0°	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	180°
5	6.6321	7.0156	7.3267	5.0755	5.6308	6.0490	4.0346	4.6210	2.9913	175
10	7.8244	8.2021	8.5059	6.5722	7.1225	7.5348	5.8306	6.4120	5.0867	170
15	8.5091	8.8766	9.1683	7.4386	7.9804	8.3828	6.8704	7.4432	6.2997	165
20	8.9811	9.3337	9.6080	8.0436	8.5734	8.9615	7.5963	8.1572	7.1466	160
25	9.3326	9.6658	9.9161	8.5027	9.0167	9.3859	8.1473	8.6923	7.7894	155
30	9.6045	9.9126	0.1318	8.8674	9.3616	9.7066	8.5849	9.1101	8.2999	150
35	9.8184	0.0951	0.2735	9.1651	9.6349	9.9497	8.9420	9.4429	8.7166	145
40	9.9867	0.2242	0.3491	9.4120	9.8526	0.1299	9.2383	9.7100	9.0622	140
45	0.1171	0.3055	0.3574	9.6185	0.0243	0.2551	9.4861	9.9229	9.3513	135
50	0.2142	0.3402	0.2843	9.7919	0.1561	0.3283	9.6941	0.0894	9.5940	130
55	0.2807	0.3243	0.0793	9.9369	0.2515	0.3478	9.8682	0.2138	9.7970	125
60	0.3173	0.2448	9.3849	0.0573	0.3122	0.3043	0.0126	0.2985	9.9655	120
65	0.3228	0.0634	9.8612 _n	0.1556	0.3374	0.1706	0.1305	0.3433	0.1031	115
70	0.2934	9.5929	0.1651 _n	0.2338	0.3236	9.8408	0.2244	0.3452	0.2125	110
75	0.2199	9.6217 _n	0.2482 _n	0.2933	0.2619	9.3202 _n	0.2957	0.2954	0.2958	105
80	0.0800	0.0539 _n	0.1957 _n	0.3351	0.1304	0.0188 _n	0.3459	0.1722	0.3543	100
85	9.8005	0.2098 _n	9.9621 _n	0.3600	9.8558	0.2131 _n	0.3757	9.9026	0.3891	95
90	—∞	0.2540 _n	—∞	0.3682	—∞	0.2662 _n	0.3856	—∞	0.4006	90
	$\log \frac{-R_4^3}{y}$	$\log \frac{R_4^6}{y}$	$\log \frac{-R_4^9}{y}$	$\log \frac{R_5^3}{y}$	$\log \frac{-R_5^6}{y}$	$\log \frac{R_5^9}{y}$	$\log \frac{R_6^6}{y}$	$\log \frac{-R_6^9}{y}$	$\log \frac{R_7^9}{y}$	u

III. Beobachtete Werthe der Kraftkomponenten.

μ :	λ :	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
30°	Y	14031	14578	15043	15560	15961	16260	16498	16649	16740
	F	-5129	-4373	-3611	-2744	-2031	-1137	-240	601	1415
	Z	46564	46155	45791	46061	46379	46809	47470	48202	49022
35°	Y	15901	16477	17019	17444	17706	18132	18550	18838	19021
	F	-5423	-4647	-3903	-2997	-2268	-1454	-647	263	1052
	Z	45013	44406	44136	43993	43813	44205	44809	45410	46067
40°	Y	17808	18443	18918	19402	19775	20140	20505	21000	21201
	F	-5643	-4965	-4208	-3326	-2331	-1797	-1008	153	632
	Z	42791	42400	41994	41813	41360	41305	41376	41666	42412
45°	Y	20016	20571	21095	21633	22059	22468	22895	22732	23760
	F	-5942	-5288	-4645	-3892	-3061	-2243	-1434	-508	173
	Z	40541	39948	39507	38982	38443	38080	38179	38555	39155
50°	Y	21992	22686	23286	23888	24405	24955	25477	26057	26418
	F	-6133	-5530	-4921	-4230	-3473	-2666	-1931	-1100	-307
	Z	37500	36889	36187	35322	34880	34759	34740	35245	35596
55°	Y	24140	24830	25478	26128	26774	27349	27803	28242	28708
	F	-6423	-5788	-5184	-4544	-3858	-3156	-2440	-1645	-835
	Z	34277	33712	32803	31234	30755	30486	30557	30515	30888
60°	Y	25943	26658	27328	27974	28535	29230	29808	30372	31030
	F	-6725	-6114	-5519	-4899	-4262	-3580	-2914	-2076	-1077
	Z	29764	27994	26845	25873	25338	25175	25355	25475	25756
65°	Y	27382	28030	28686	29368	30037	30737	31418	32089	32795
	F	-7150	-6576	-5967	-5337	-4686	-4028	-3304	-2676	-1910
	Z	23747	21702	20263	19323	18812	18561	18676	18779	19222
70°	Y	28462	29092	29821	30572	31303	31926	32538	33151	33832
	F	-7680	-7110	-6539	-5869	-5160	-4487	-3803	-3143	-2445
	Z	17423	15370	13860	12894	12445	12268	12249	12340	12570
75°	Y	29403	30066	30653	31378	31914	32488	33050	33630	34178
	F	-8293	-7757	-7124	-6479	-5704	-4933	-4234	-3574	-2890
	Z	11270	8603	7265	6228	5619	5401	5426	5558	5689
80°	Y	29857	30421	30982	31505	32021	32516	32991	33380	34232
	F	-8920	-8361	-7717	-6985	-6224	-5393	-4663	-4000	-3377
	Z	5355	3084	1393	282	-332	-575	-696	-684	-600
85°	Y	29667	29940	30224	30607	31154	31543	31880	32256	32644
	F	-9497	-8850	-8136	-7417	-6622	-5846	-5068	-4438	-3797
	Z	91	-2046	-3843	-5996	-6047	-6819	-7156	-7318	-7335
90°	Y	28143	28246	28689	28989	29307	29650	30051	30471	30975
	F	-9800	-9145	-8425	-7722	-6946	-6166	-5407	-4826	-4215
	Z	-4056	-6438	-8668	-10574	-12017	-12810	-13283	-13521	-13701
95°	Y	26407	26583	26762	26986	27239	27479	27779	28114	28627
	F	-10666	-9414	-8730	-8011	-7299	-6555	-5905	-5253	-4622
	Z	-7660	-10637	-13277	-15337	-16777	-17598	-18738	-19170	-19632
100°	Y	24412	24539	24503	24739	24941	25209	25548	25931	26365
	F	-10362	-9083	-8033	-7318	-6625	-6091	-5670	-5270	-4888
	Z	-11257	-14224	-16799	-18789	-20499	-21886	-22887	-23776	-24550
105°	Y	22389	22342	22302	22406	22501	22852	23271	23684	24102
	F	-10480	-9908	-9238	-8601	-7985	-7435	-6903	-6346	-5808
	Z	-14368	-16954	-19260	-21109	-22671	-23950	-25427	-27322	-28875
110°	Y	20900	20787	20737	20778	20910	21137	21409	21751	22129
	F	-10634	-10213	-9670	-9142	-8576	-8057	-7546	-7067	-6485
	Z	-17039	-19433	-21150	-22809	-24635	-26563	-28453	-30350	-31707
115°	Y	16813	16405	16352	16313	16342	16474	16677	16818	20185
	F	-10535	-10346	-10238	-10213	-10266	-10352	-10485	-10607	-10746
	Z	-19335	-21260	-23000	-24858	-26781	-28818	-30719	-32181	-33760

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
115°)	J	19513	19495	19352	19313	19342	19474	19677	19818	20185
	F	-10535	-10366	-10038	-9626	-9226	-8752	-8285	-7807	-7346
	Z	-19335	-21260	-23000	-24908	-26781	-28518	-30719	-32181	-33760
120°	J	19054	18574	18277	18084	18026	18009	18126	18303	18495
	F	-10217	-10326	-10200	-10011	-9720	-9397	-9051	-8665	-8222
	Z	-21558	-23858	-25018	-26777	-28748	-30398	-32048	-33970	-35484
125°	J	18530	18020	17531	17187	17006	16855	16826	16859	16966
	F	-9818	-10044	-10155	-10090	-9984	-9814	-9617	-9313	-8945
	Z	-23494	-25250	-26886	-28569	-30136	-31612	-33067	-34507	-35933
130°	J	18420	17830	17168	16701	16341	16060	15881	15768	15744
	F	-9402	-9829	-9965	-10068	-10081	-10026	-9973	-9913	-9845
	Z	-25829	-27515	-28792	-30259	-31745	-33282	-34730	-36148	-37623
135°	J	18546	17777	17052	16446	15913	15488	15149	14917	14750
	F	-9193	-9572	-9845	-9947	-10024	-10054	-10015	-9948	-9875
	Z	-28491	-29746	-31007	-32306	-33588	-34914	-36291	-37874	-39251
140°	J	18730	17874	17052	16315	15743	15156	14655	14241	14037
	F	-8814	-9239	-9582	-9777	-9906	-9968	-10010	-10029	-10043
	Z	-31275	-32283	-33429	-34323	-35723	-36920	-38362	-39916	-41060
145°	J	18897	17963	17103	16283	15605	14988	14456	13947	13486
	F	-8203	-8748	-9155	-9496	-9689	-9743	-9808	-9897	-10022
	Z	-34172	-35029	-36030	-37209	-38284	-39080	-40454	-41600	-42853
150°	J	18066	18070	17178	16239	15515	14895	14275	13664	13103
	F	-7375	-7070	-8533	-8989	-9322	-9562	-9720	-9838	-9946
	Z	-37016	-37994	-38979	-39803	-40654	-41699	-42745	-43870	-44992

*) Wiederholt, um die Interpolation zu erleichtern.

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
30°	J	16722	16646	16492	16367	16077	15840	15580	15379	15238
	F	2152	2860	3405	3794	4053	4170	4175	4035	3611
	Z	49997	50872	51573	52326	52852	53465	53878	54550	54733
35°	J	19084	19036	18941	18814	18654	18456	18206	18187	18097
	F	1810	2506	3141	3572	3863	4030	4058	3899	3490
	Z	46858	47521	48330	49372	50149	50829	51514	52043	52777
40°	J	21482	21577	21679	21590	21556	21518	21468	21485	21533
	F	1427	2109	2726	3227	3575	3794	3902	3808	3526
	Z	43025	43643	44634	45359	46329	46858	48029	49396	50813
45°	J	24061	24291	24492	24642	24798	24866	24944	24956	24971
	F	966	1690	2301	2793	3176	3421	3580	3641	3465
	Z	39814	40526	41350	42102	43012	43767	44541	45188	45793
50°	J	26788	27079	27375	27628	27873	28070	28217	28244	28316
	F	374	1087	1601	2255	2667	2909	3132	3260	3243
	Z	36994	36624	37297	38037	38895	39665	40544	41110	41857
55°	J	29400	29846	30184	30563	30938	31194	31441	31626	31719
	F	154	434	984	1495	1985	2318	2613	2804	2887
	Z	31528	32010	32480	32900	34028	34944	35870	36522	37402
60°	J	31643	32219	32797	33290	33727	34081	34293	34407	34489
	F	663	112	363	823	1237	1637	1997	2255	2508
	Z	26167	26639	27360	28025	29101	29743	30569	31228	32003
65°	J	33379	34045	34600	35109	35714	36165	36492	36604	36604
	F	1204	345	151	256	623	1031	1431	1700	2025
	Z	19544	19990	20381	20872	21675	22399	23191	23972	24650

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
65°	J	33379	34045	34600	35199	35714	36165	36402	36638	36604
	J	-1204	-545	-151	256	623	1031	1434	1760	2025
	Z	19544	19990	20381	20872	21675	22380	23191	23972	24650
70°	J	34378	35024	35516	36080	36599	37105	37625	38004	37981
	J	-1701	-1660	-558	-210	192	595	1040	1416	1714
	Z	12812	13104	13339	13670	14110	14654	15336	16013	16531
75°	J	34652	35127	35606	36026	36460	37030	37643	38165	38471
	J	-2170	-1534	-984	-566	-101	237	712	1110	1478
	Z	5810	5989	6281	6569	6813	7254	7717	8232	8888
80°	J	34990	34403	34771	35288	35696	36260	36899	37541	38130
	J	-2634	-1984	-1417	-924	-519	-105	343	819	1221
	Z	-497	-401	-202	-154	0	158	322	655	1110
85°	J	33008	33394	33801	34224	34748	35277	35840	36497	37130
	J	-3062	-2393	-1821	-1345	-910	-461	-31	446	885
	Z	-7248	-7110	-7041	-6813	-6757	-6698	-6697	-6545	-6215
90°	J	31442	31922	32380	32950	33474	34088	34540	35220	36000
	J	-3536	-2868	-2274	-1804	-1344	-892	-422	21	503
	Z	-13758	-13770	-13667	-13613	-13535	-13375	-13205	-13088	-12867
95°	J	29008	29658	30351	31132	31747	32430	33236	33876	34550
	J	-4055	-3379	-2789	-2341	-1849	-1397	-948	-402	0
	Z	-10817	-10882	-10794	-10880	-10871	-10762	-10716	-10692	-10651
100°	J	26873	27402	28148	28857	29499	30283	31090	31978	32791
	J	-4577	-3986	-3373	-2880	-2443	-2011	-1584	-1173	-763
	Z	-25126	-25381	-25601	-25732	-25731	-25845	-25891	-25836	-25703
105°	J	24668	25127	25799	26473	27140	27870	28660	29442	30308
	J	-5244	-4582	-3948	-3470	-3053	-2700	-2318	-1844	-1588
	Z	-29067	-30545	-30830	-31078	-31152	-31372	-31412	-31635	-31759
110°	J	20533	20954	21430	21967	22518	23032	23566	24107	24820
	J	-5952	-5381	-4722	-4131	-3727	-3435	-3179	-2851	-2478
	Z	-32068	-33610	-34207	-34809	-35217	-35660	-35805	-36208	-36554
115°	J	18754	19071	19431	19825	20255	20751	21257	21742	22275
	J	-7692	-7130	-6596	-6093	-5694	-5431	-5207	-5046	-4769
	Z	-36719	-37972	-39140	-40126	-41057	-41738	-42129	-42572	-43207
125°	J	17158	17344	17626	17923	18241	18570	18900	19234	19773
	J	-8545	-8118	-7664	-7241	-6803	-6376	-5954	-5538	-5020
	Z	-38076	-39614	-40906	-42091	-43121	-43994	-44611	-45017	-45926
130°	J	15775	15884	16054	16252	16448	16676	16938	17232	17544
	J	-9255	-8926	-8596	-8281	-8022	-7776	-7565	-7315	-7020
	Z	-39462	-40608	-42148	-43498	-44731	-45850	-46891	-47850	-48811
135°	J	14640	14855	14981	14626	14728	14825	14963	15066	15327
	J	-9751	-9580	-9348	-9141	-8885	-8721	-8523	-8302	-8024
	Z	-40714	-42125	-43597	-45094	-46415	-47688	-48827	-49751	-51210
140°	J	13758	13524	13347	13219	13126	13101	13078	13043	12989
	J	-10020	-9916	-9786	-9604	-9404	-9219	-9044	-8881	-8641
	Z	-42482	-43802	-45144	-46356	-47441	-48325	-49023	-49513	-50481
145°	J	13045	12660	12310	11946	11587	11216	10863	10500	10342
	J	-10071	-10039	-9968	-9877	-9758	-9778	-9724	-9553	-9257
	Z	-44078	-45453	-46531	-47330	-47902	-48703	-49703	-51127	-52448
150°	J	12524	11965	11309	10831	10260	9603	9007	8453	7901
	J	-10021	-10085	-10115	-10150	-10180	-10185	-10185	-10074	-9780
	Z	-45931	-46803	-47849	-49003	-49989	-51372	-52355	-53943	-55816

(Fortsetzung von III.)

m:	λ:	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°	125°	130°
30°	Y	15100	15215	15366	15384	15515	15670	15866	16060	16289
	Z	3037	2383	1999	1053	406	— 150	— 656	— 1142	— 1521
	Z	55143	55530	56037	56237	56281	56413	55994	55638	55231
35°	Y	18047	17985	18040	18185	18380	18610	18851	19028	19371
	Z	2912	2208	1473	741	27	— 623	— 1208	— 1765	— 2236
	Z	53090	53380	53577	54133	54668	55012	55016	54570	54313
40°	Y	21601	21634	21652	21691	21820	21981	22142	22306	22585
	Z	2940	2242	1438	599	— 191	— 608	— 1600	— 2157	— 2733
	Z	50137	50624	51122	51740	52271	52464	52300	51953	51098
45°	Y	25063	25192	25287	25373	25419	25458	25478	25488	25531
	Z	2989	2337	1473	591	— 281	— 1052	— 1782	— 2394	— 2946
	Z	46487	47250	47807	48240	48659	48773	48432	47810	46683
50°	Y	28369	28403	28537	28522	28500	28401	28324	28250	28162
	Z	2940	2360	1562	664	— 182	— 1025	— 1773	— 2348	— 2794
	Z	42549	43060	43870	44073	44309	44042	43701	42886	41825
55°	Y	31816	31808	31804	31788	31700	31540	31243	30928	30700
	Z	2812	2429	1713	878	55	— 780	— 1528	— 2109	— 2488
	Z	38404	38812	39331	39622	39734	39427	38743	37717	36598
60°	Y	34362	34312	34228	34120	33928	33648	33284	32881	32394
	Z	2604	2460	1893	1172	395	— 342	— 1017	— 1608	— 1887
	Z	32512	33123	33394	33549	33537	33261	32819	32070	31010
65°	Y	36450	36250	36044	35830	35541	35199	34847	34366	33878
	Z	2251	2408	2015	1460	776	— 154	— 456	— 1000	— 1232
	Z	25256	25754	26228	26616	26789	26647	26452	25720	25009
70°	Y	37810	37517	37277	37020	36782	36445	36100	35658	35236
	Z	1037	2185	2171	1724	1135	615	105	— 311	— 513
	Z	17254	18059	18685	19292	19773	19997	19874	19604	19207
75°	Y	38361	38249	38094	37900	37651	37367	37006	36750	36300
	Z	1731	1682	2052	1064	1479	1003	561	— 235	— 105
	Z	9574	10262	11059	11723	12243	12628	12956	12954	12795
80°	Y	38347	38658	38745	38545	38312	38125	37887	37594	37296
	Z	1585	1801	2076	2065	1729	1376	692	667	564
	Z	1564	2367	3224	4147	4822	5361	5777	5956	6130
85°	Y	37657	38664	38358	38653	38888	38668	38626	38336	38088
	Z	1293	1573	1309	1913	1810	1576	1371	1026	975
	Z	— 5743	— 5199	— 4375	— 3556	— 2720	— 2028	— 1462	— 1060	— 776
90°	Y	36590	37138	37568	37663	38144	38320	38573	38680	38779
	Z	905	1297	1553	1680	1665	1561	1459	1306	1286
	Z	— 12602	— 12254	— 11616	— 10896	— 10052	— 9443	— 9029	— 8816	— 8602
95°	Y	35208	35711	36412	36975	37320	37500	37820	37956	38023
	Z	410	779	1166	1356	1360	1420	1450	1348	1439
	Z	— 19184	— 18860	— 18562	— 17913	— 17412	— 16750	— 16519	— 16318	— 16151
100°	Y	33558	34299	34998	35543	36055	36482	36832	37031	37117
	Z	— 312	99	428	744	1020	1146	1157	1185	1567
	Z	— 25596	— 25380	— 25042	— 24586	— 24350	— 23855	— 23552	— 23152	— 22440
105°	Y	31425	31888	32706	33499	34160	34755	35240	35605	35890
	Z	— 1255	— 854	— 466	— 97	248	586	820	1036	1483
	Z	— 31810	— 31349	— 31399	— 31239	— 31302	— 31024	— 31187	— 31146	— 31042
110°	Y	28571	29405	30265	31014	31643	32350	32996	33488	33971
	Z	— 2123	— 1708	— 1454	— 993	— 408	19	480	877	1404
	Z	— 36891	— 37258	— 37529	— 37979	— 38208	— 38553	— 38752	— 38992	— 38884
115°	Y	25508	26411	27172	27932	28667	29372	30000	30544	31016
	Z	— 1219	— 2417	— 1053	— 1377	— 1377	— 683	44	622	1218
	Z	— 40550	— 41371	— 42142	— 42843	— 43692	— 44388	— 44898	— 45406	— 45503

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°	125°	130°
115°	J	25598	26411	27172	27932	28667	29372	30000	30544	31016
	F	-3219	-2815	-2417	-1953	-1377	-653	44	622	1218
	Z	-40550	-41371	-42142	-42843	-43692	-44388	-44898	-45406	-45593
120°	J	22552	23482	24182	24550	25555	26180	26774	27330	27883
	F	-4442	-4000	-3399	-2832	-2206	-1448	-584	278	957
	Z	-43907	-44800	-45767	-46793	-47904	-48900	-49840	-50530	-51031
125°	J	20245	20779	21382	21967	22555	23149	23707	24150	24540
	F	-5583	-5117	-4545	-3840	-3050	-2161	-1242	-155	678
	Z	-46727	-47506	-48528	-49620	-50801	-52071	-53438	-54843	-56295
130°	J	17906	18258	18700	19146	19592	20076	20322	20600	21207
	F	-6647	-6257	-5601	-4845	-4016	-3012	-1778	-681	309
	Z	-49757	-50808	-51867	-53201	-54213	-55774	-56560	-58108	-59956
135°	J	15534	15776	16075	16401	16769	17064	17342	17576	17749
	F	-7661	-7245	-6659	-5872	-4861	-3793	-2489	-1229	-103
	Z	-52524	-53962	-55298	-57457	-59380	-61773	-63533	-65152	-66623
140°	J	13014	13046	13180	13419	13660	13918	14186	14391	14538
	F	-8291	-7917	-7311	-6545	-5565	-4411	-3145	-1776	-502
	Z	-54530	-56295	-58170	-60480	-62641	-64262	-65722	-67066	-67455
145°	J	10204	10204	10225	10361	10566	10320	10466	10610	10827
	F	-8379	-8263	-7497	-6690	-5613	-4395	-3384	-2223	-1074
	Z	-55743	-57792	-59656	-61334	-62620	-63860	-64352	-64777	-65016
150°	J	7735	7704	7664	7562	7449	7262	7143	7133	7264
	F	-9240	-8457	-7467	-6421	-5330	-4221	-3255	-2318	-1412
	Z	-57514	-59038	-60170	-61474	-63174	-63804	-64712	-64167	-64950

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	135°	140°	145°	150°	155°	160°	165°	170°	175°
30°	J	16547	16802	17026	17268	17496	17686	17753	17723	17533
	F	-1759	-1815	-1890	-1956	-2066	-2199	-2303	-2424	-2503
	Z	54597	53873	52369	51210	50114	49407	49577	49580	49550
35°	J	19593	19851	20156	20466	20690	20858	20858	20862	20707
	F	-2406	-2437	-2237	-1491	-650	273	1339	2408	3496
	Z	53032	51652	50195	48736	47683	47222	47010	47167	47540
40°	J	22754	22928	23172	23378	23493	23516	23445	23143	22826
	F	-2996	-3052	-2436	-1566	-601	445	1508	2705	3854
	Z	49974	48493	46731	45169	44198	43469	43158	43213	43540
45°	J	25628	25734	25818	26864	25818	25618	25268	24814	24329
	F	-3147	-2932	-2297	-1356	-300	805	1915	3047	4144
	Z	45483	43844	42298	41049	40271	39467	39020	38867	38689
50°	J	28149	28180	28037	27886	27620	27234	26801	26265	25631
	F	-2925	-2624	-1879	-893	161	1205	2305	3365	4366
	Z	40417	39094	37562	36470	35578	34788	34430	34406	34608
55°	J	30339	30083	29824	29558	29192	28791	28249	27680	27112
	F	-2476	-2016	-1259	-343	163	1677	2720	3746	4602
	Z	35120	33580	32575	31514	30680	30214	30081	30267	30721
60°	J	31909	31533	31144	30799	30438	30002	29532	29050	28533
	F	-1812	-1307	-616	-197	1152	2168	3156	4040	4775
	Z	29630	28417	27398	26461	25741	25315	25441	25873	26355
65°	J	33242	32934	32480	32021	31614	31230	30796	30301	29878
	F	-1050	-610	472	792	1703	2623	3554	4343	4927
	Z	24147	23279	22351	21469	20757	20418	20518	21034	21637

(Fortsetzung von III.)

n:	λ:	135°	140°	145°	150°	155°	160°	165°	170°	175°
65°	Y	33424	32934	32480	32021	31614	31230	30796	30391	29978
	F	- 1050	- 610	472	792	1703	2623	3554	4343	4927
	Z	24147	23279	22351	21469	20757	20418	20518	21034	21937
70°	Y	34778	34300	33814	33352	32872	32482	32100	31734	31414
	F	- 354	50	590	1378	2251	3108	3642	4630	5069
	Z	18623	17919	17232	16643	16213	16032	16247	16695	17517
75°	Y	35880	35494	35050	34643	34186	34200	33463	33143	32882
	F	261	620	1224	1997	2791	3626	4307	4875	5257
	Z	12530	12281	11791	11555	11311	11288	11289	11918	12894
80°	Y	36012	36481	36976	37513	35349	34071	35185	33906	34270
	F	751	1168	1785	2497	3279	4005	4716	5047	5448
	Z	6123	5945	5721	5670	5623	5785	6259	6663	7852
85°	Y	37812	37464	37031	36679	36311	35955	35756	35604	35461
	F	1188	1658	2265	2994	3710	4373	4972	5322	5596
	Z	- 770	- 818	- 756	- 642	- 425	105	683	1510	2510
90°	Y	38718	38190	37730	37283	36856	36403	36278	36278	36423
	F	1578	2113	2748	3426	4069	4664	5206	5551	5791
	Z	- 8413	- 8247	- 8041	- 7731	- 7096	- 6306	- 5260	- 4290	- 3227
95°	Y	38930	37810	37501	37172	36793	36231	36454	36594	36782
	F	1027	2479	3116	3743	4355	4916	5394	5796	5881
	Z	-16033	-15828	-15523	-15095	-14222	-13291	-11973	-10790	-9691
100°	Y	37124	37060	36928	36714	36413	36158	36150	36212	36203
	F	2054	2722	3361	3088	4579	5125	5596	5843	5806
	Z	-23007	-22772	-22427	-21898	-20906	-19829	-18371	-17234	-15949
105°	Y	36015	36063	36023	35933	35827	35704	35630	35594	35549
	F	2182	2891	3575	4221	4823	5336	5749	5993	5927
	Z	-30816	-30539	-30019	-29038	-27990	-26713	-25585	-24032	-22666
110°	Y	34252	34453	34561	34601	34554	34530	34483	34421	34338
	F	2175	2954	3714	4402	5041	5530	5822	5945	5952
	Z	-38679	-38404	-37494	-36330	-34717	-33497	-32327	-31685	-29941
115°	Y	31433	31740	31863	31993	32050	32080	32123	32112	32118
	F	2060	2870	3724	4439	5076	5512	5838	6068	6146
	Z	-45548	-44956	-44154	-43124	-41658	-40196	-38567	-36722	-35169
120°	Y	28240	28647	28771	28866	29070	29137	29314	29480	29724
	F	1851	2758	3635	4400	5021	5488	5893	6177	6282
	Z	-51055	-51146	-50230	-48918	-47672	-46096	-44890	-43283	-41433
125°	Y	24849	25057	25268	25452	25725	26001	26344	26616	26913
	F	1502	2486	3439	4221	4861	5369	5824	6161	6374
	Z	-54850	-54494	-53946	-53890	-52130	-51001	-49691	-48288	-46784
130°	Y	21424	21770	21897	22095	22430	22823	23207	23623	24040
	F	1248	2192	3129	3976	4618	5164	5714	6100	6292
	Z	-58695	-58521	-57624	-56510	-55287	-54032	-52681	-51252	-51253
135°	Y	17950	18114	18499	18893	19215	19652	20137	20646	21144
	F	830	1771	2737	3627	4348	5009	5597	5998	6183
	Z	-66445	-65038	-63130	-60614	-59452	-57803	-56806	-55431	-54299
140°	Y	14716	14941	15252	15601	16068	16630	17278	17800	18305
	F	364	1325	2270	3221	4006	4768	5393	5778	5989
	Z	-67797	-67475	-66791	-65348	-63880	-62737	-60460	-59147	-58130
145°	Y	11050	11304	11877	12325	12814	13372	13947	14577	15261
	F	90	780	1712	2714	3562	4280	4862	5267	5404
	Z	-64872	-64768	-64746	-64424	-63943	-63770	-63180	-62167	-61246
150°	Y	7558	7946	8376	8867	9481	10068	10715	11421	12151
	F	572	254	1115	2047	3017	3681	4311	4820	5158
	Z	-64852	-65536	-63897	-62761	-61107	-62935	-64192	-63793	-63461

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	180°	185°	190°	195°	200°	205°	210°	215°	220°
30°	J	17314	16676	16555	16025	15662	14814	14143	13309	12471
	F	3865	4719	5399	5965	5882	6751	7000	7176	7200
	Z	50096	50932	51783	52800	54046	54960	56265	57093	58115
35°	J	20457	20115	19623	19157	18619	18038	17384	16631	15875
	F	4432	5296	5968	6596	7023	7410	7619	7755	7829
	Z	48136	49002	49598	50782	51841	53000	54097	55377	56711
40°	J	22455	22078	21732	21354	21001	20592	20155	19617	19019
	F	4739	5532	6120	6609	7197	7631	7990	8002	8171
	Z	44086	44668	45788	46746	47971	49323	50595	52085	53692
45°	J	23860	23478	23177	22813	22708	22595	22266	22110	21668
	F	4912	5529	5994	6440	6856	7240	7579	7830	7983
	Z	39366	40143	41051	42067	43386	44932	46160	47719	49207
50°	J	25078	24712	24380	24102	24118	24001	24060	24007	23897
	F	5941	5516	5838	6144	6387	6681	6975	7225	7443
	Z	35100	35938	36706	37710	38789	40009	41417	42845	44390
55°	J	26530	26093	25782	25643	25667	25816	25907	25994	26027
	F	5183	5467	5676	5842	6004	6198	6329	6602	6796
	Z	31382	32055	32835	33666	35086	36431	37636	38781	40132
60°	J	28075	27676	27412	27281	27394	27462	27504	27802	28041
	F	5187	5413	5511	5551	5638	5712	5815	5943	6114
	Z	27156	28004	28953	29854	30964	32268	33580	34653	35824
65°	J	29658	29381	29211	29086	29057	29115	29254	29526	29861
	F	5141	5269	5256	5216	5211	5221	5246	5313	5427
	Z	23027	24172	25349	26297	27129	28070	29036	30000	31028
70°	J	31167	31008	30858	30844	30851	30858	30663	31157	31440
	F	5216	5189	5058	4830	4791	4609	4381	4638	4710
	Z	18614	19646	20782	21928	23087	23925	24823	25660	26448
75°	J	32727	32672	32635	32672	32605	32591	32560	32660	32813
	F	5281	5175	4897	4640	4389	4194	4040	3962	3951
	Z	14071	15250	16334	17423	18237	18972	19473	20003	20585
80°	J	34174	34114	34108	34060	33999	33925	33820	33824	33913
	F	5413	5149	4844	4536	4225	3915	3674	3456	3395
	Z	9956	10220	11194	12115	12753	13280	13630	14182	14117
85°	J	35399	36146	35284	35170	35036	34903	34670	34419	34208
	F	5480	5174	4875	4526	4147	3720	3338	3011	2803
	Z	3607	4647	5482	6146	6592	6876	7086	7239	7897
90°	J	36414	36260	36053	35884	35657	35376	35091	34720	34400
	F	5659	5333	5014	4618	4168	3614	3117	2680	2850
	Z	-2093	-1226	-423	157	522	827	1025	1217	1359
95°	J	36795	36690	36427	36097	35786	35450	35095	34680	34280
	F	5806	5505	5228	4838	4352	3768	3164	3030	2900
	Z	-8486	-8486	-7604	-6821	-6149	-5602	-5057	-4685	-4427
100°	J	36192	36094	35963	35773	35414	35190	34798	34330	34039
	F	5840	5631	5354	5070	4663	4196	3760	3427	3227
	Z	-14812	-14023	-13294	-12676	-12183	-11858	-11372	-10767	-10456
105°	J	35456	35291	35095	34868	34628	34340	33990	33633	33317
	F	5880	5716	5475	5231	4949	4622	4294	4080	3943
	Z	-21382	-20227	-19420	-18743	-18339	-17910	-17457	-17015	-16545
110°	J	34220	34060	33907	33750	33521	33254	32992	32681	32375
	F	5931	5802	5623	5406	5189	4950	4735	4574	4454
	Z	-28714	-27319	-26294	-25446	-24645	-24129	-23410	-23107	-22871
115°	J	32180	32210	32170	32098	31968	31777	31539	31276	30986
	F	6081	5921	5750	5583	5397	5204	5042	4916	4834
	Z	-34104	-33133	-32396	-31738	-31126	-30700	-30095	-29524	-28995

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	180°	185°	190°	195°	200°	205°	210°	215°	220°
115°	F	32180	32220	32170	32008	31068	31777	31539	31276	30986
	F	6081	5921	5750	5583	5307	5204	5042	4916	4834
	Z	-34104	-33133	-32366	-31738	-31126	-30700	-30098	-29524	-28905
120°	F	20914	30068	30186	30190	30137	30068	29916	29720	29556
	F	6249	6009	5913	5732	5585	5410	5293	5197	5141
	Z	-39947	-38918	-38099	-37389	-36744	-36087	-35361	-34923	-34309
125°	F	27275	27645	27866	28054	28137	28134	28101	28032	27931
	F	6320	6166	6031	5861	5705	5571	5479	5415	5412
	Z	-45395	-44413	-43255	-42225	-41370	-40582	-39891	-39296	-38565
130°	F	24561	25061	25446	25762	25991	26100	26169	26188	26209
	F	6314	6217	6070	5948	5841	5723	5642	5598	5603
	Z	-59131	-49180	-45181	-42212	-40297	-40502	-44261	-43417	-42834
135°	F	21733	22255	22727	23176	23594	23764	23769	24080	24155
	F	6168	6116	6054	5958	5897	5793	5795	5768	5836
	Z	-53460	-52454	-51413	-50624	-49863	-49275	-47623	-47247	-46737
140°	F	19071	19604	20144	20633	21027	21375	21646	21874	22069
	F	6025	5993	5935	5865	5831	5831	5841	5916	6037
	Z	-57005	-55718	-54803	-53991	-53115	-52182	-51563	-51054	-50674
145°	F	15905	16666	17285	17857	18325	18731	19085	19406	19716
	F	5611	5657	5700	5746	5731	5774	5847	5958	6141
	Z	-60101	-59417	-58795	-58166	-57494	-56923	-56427	-56283	-55725
150°	F	12950	13748	14415	15019	15578	16200	16558	16964	17356
	F	5320	5245	5176	5116	5060	5010	5007	6107	6403
	Z	-63553	-64020	-63576	-63542	-63273	-63820	-63033	-62877	-62454

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	225°	230°	235°	240°	245°	250°	255°	260°	265°
30°	F	11592	10693	9783	8909	8032	7248	6530	5826	5177
	F	7150	6044	6508	6104	5350	4441	3356	2121	580
	Z	59390	60416	61662	63181	63558	63847	63687	62857	61616
35°	F	15120	14255	13200	12494	11569	10831	10175	9359	8602
	F	7771	7527	7126	6643	5929	5106	4180	2966	1377
	Z	57885	58791	59162	60488	61164	62906	64016	63672	62615
40°	F	18209	17540	16856	16180	15523	14777	14022	13359	12802
	F	8071	7883	7575	7176	6632	5874	4920	3768	2257
	Z	54950	55848	57458	58197	59853	61114	61502	61927	62500
45°	F	21279	20753	20192	19605	19171	18762	19000	17508	16788
	F	7991	7883	7679	7330	6915	6326	5475	4302	3036
	Z	50853	52300	53686	55488	57551	59177	60566	61066	61172
50°	F	23749	23599	23228	22879	22616	22340	21994	21339	20880
	F	7549	7573	7473	7250	6924	6406	5702	4808	3557
	Z	45898	47448	49118	50698	52364	54093	55674	56675	57441
55°	F	26022	26059	26043	25886	25752	25615	25466	25081	24660
	F	6932	7064	7125	7017	6780	6387	5763	4875	3796
	Z	41205	42654	44204	45835	47390	48961	50696	51810	52505
60°	F	28362	28529	28662	28704	28593	28462	28379	28285	28109
	F	6288	6456	6547	6583	6487	6154	5619	4869	3999
	Z	37183	38465	39912	40599	42264	43581	44591	46229	47232
65°	F	30235	30566	30902	31089	31193	31158	31056	31009	31018
	F	5587	5744	5848	5931	5922	5728	5271	4680	4038
	Z	32122	33383	34522	35773	36956	38250	39838	40020	40888

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	225°	230°	235°	240°	245°	250°	255°	260°	265°
65°	I	30238	30596	30002	31080	31193	31158	31056	31009	31018
	F	5587	5744	5848	5931	5922	5728	5271	4680	4038
	Z	32122	33383	34522	35773	36956	38250	39838	40020	40888
70°	I	31842	32167	32600	32962	33233	33390	33379	33289	33108
	F	4855	4980	5124	5270	5343	5249	4980	4560	4095
	Z	27228	27965	28889	29793	30934	31982	33166	33993	34747
75°	I	33977	33491	34019	34502	34885	35160	35220	35158	34950
	F	4022	4172	4378	4542	4660	4754	4689	4545	4188
	Z	21159	21700	22488	23253	24042	25029	25803	27039	28167
80°	I	34035	34407	34980	35521	36055	36538	36681	36520	36233
	F	3357	3465	3657	3943	4214	4379	4450	4464	4466
	Z	14400	14738	15419	16037	16927	17684	18490	19361	20302
85°	I	34380	34820	35345	35751	36202	36576	36540	36294	35907
	F	2887	3026	3092	3150	3204	3260	3370	3454	3478
	Z	7596	7908	8409	8976	9583	10437	11368	12239	13133
90°	I	34490	34780	35050	35306	35436	35468	35424	35270	35026
	F	2730	2890	3050	3193	3620	4062	4434	4831	5131
	Z	1561	1829	1998	2479	3012	3752	4384	5162	6083
95°	I	34280	34370	34448	34525	34598	34465	34413	34268	34040
	F	2880	2900	3014	3061	3830	4293	4755	5203	5615
	Z	-4122	-3880	-3584	-3185	-2783	-2423	-2157	-201	-201
100°	I	33866	33750	33602	33657	33620	33590	33479	33300	33041
	F	3340	3398	3561	3884	4278	4721	5203	5680	6104
	Z	-16080	-9727	-9343	-8815	-8348	-7831	-7098	-6330	-6025
105°	I	33110	32942	32864	32755	32654	32568	32417	32210	31844
	F	3919	3967	4113	4400	4764	5167	5619	6086	6408
	Z	-16082	-15708	-15152	-14485	-13782	-13047	-12356	-11394	-10874
110°	I	32095	31887	31724	31550	31411	31251	31066	30795	30441
	F	4435	4482	4628	4857	5209	5604	6001	6434	6842
	Z	-22120	-21720	-21153	-20472	-19639	-18702	-17590	-16261	-14904
115°	I	30754	30512	30332	30170	29986	29813	29580	29290	28952
	F	4825	4878	5058	5303	5576	5931	6332	6762	7219
	Z	-28277	-27660	-27126	-26324	-25292	-24037	-22657	-21244	-19751
120°	I	29351	29175	29018	28860	28744	28595	28400	28135	27840
	F	5158	5232	5422	5615	5935	6296	6750	7276	7723
	Z	-33683	-32918	-32122	-31285	-30393	-29110	-27629	-26090	-24250
125°	I	27833	27712	27614	27538	27487	27440	27384	27317	27211
	F	5444	5537	5719	5979	6304	6757	7337	7876	8406
	Z	-38094	-37502	-36862	-36177	-35347	-34181	-32708	-31026	-29235
130°	I	26100	26176	26149	26174	26227	26271	26374	26459	26520
	F	5686	5843	6053	6380	6824	7351	7963	8597	9265
	Z	-42068	-41617	-41016	-40447	-39678	-38720	-37460	-36030	-34291
135°	I	24230	24314	24428	24572	24761	24960	25170	25397	25565
	F	5951	6132	6431	6852	7319	7966	8670	9360	9968
	Z	-46016	-45449	-44890	-44316	-43544	-42594	-41935	-40692	-39097
140°	I	22251	22447	22675	22941	23170	23486	23832	24158	24500
	F	6205	6465	6825	7321	7963	8626	9348	10080	10738
	Z	-50107	-49906	-49572	-49300	-48502	-47656	-46760	-45345	-43716
145°	I	20023	20351	20673	21042	21430	21802	22218	22648	23106
	F	6420	6800	7287	7882	8571	9344	10086	10810	11478
	Z	-55508	-55042	-54043	-54472	-53937	-53376	-52326	-51010	-49281
150°	I	17748	18148	18558	19002	19379	19901	20476	20940	21418
	F	6784	7271	7852	8460	9078	9837	10584	11266	11938
	Z	-62145	-62322	-61287	-60036	-59332	-58806	-57630	-56070	-54560

(Fortsetzung von III.)

μ :	λ :	270°	275°	280°	285°	290°	295°	300°	305°	310°
30°	J	4384	3894	4009	4487	4517	5166	5639	6146	6343
	Y	636	1573	2663	3023	5257	6304	7218	7914	8325
	Z	57355	55427	54636	62855	59208	59241	58943	57810	56096
35°	J	8000	7502	7320	7495	7755	8020	8253	8508	8870
	Y	0	1390	2668	3902	5133	6172	7090	7796	8302
	Z	60766	59287	59246	60510	61614	61020	59183	57405	55415
40°	J	12227	11678	11308	11129	11096	11125	11209	11383	11575
	Y	748	714	2096	3545	4825	5915	6780	7534	8105
	Z	65022	62620	62048	62012	61296	60138	58287	56494	54636
45°	J	16210	15800	15441	15064	14803	14594	14397	14204	14235
	Y	1513	60	1351	2792	4245	5456	6385	7056	7395
	Z	60758	60948	60661	59957	59547	58146	56474	54413	52333
50°	J	20394	19988	19690	19101	18497	17878	17322	16898	16640
	Y	2084	698	630	1951	3362	4557	5517	6346	6995
	Z	57624	58084	58595	57943	56736	55140	53404	51688	50045
55°	J	24371	24164	23780	23148	22263	21496	20635	19939	19378
	Y	2518	1323	60	1213	2482	3639	4638	5561	6471
	Z	53145	54355	55128	54830	53875	52544	50851	48964	47174
60°	J	28069	28155	27392	26877	26550	25003	24036	23190	22475
	Y	2017	2315	677	391	1624	2716	3771	4789	5757
	Z	48390	50272	50117	50377	50917	49182	47750	46474	44949
65°	J	30991	30865	30352	29628	28742	27847	26964	26107	25340
	Y	3230	2204	1307	345	669	1719	2715	3785	4840
	Z	42239	43124	43714	44067	44131	43794	43370	42780	41558
70°	J	32964	32600	32146	31483	30700	29991	29129	28257	27558
	Y	3503	2688	1872	1026	196	741	1714	2666	3808
	Z	35548	36428	37042	37209	37352	37603	37572	37480	36919
75°	J	34596	34086	33411	32638	31717	30920	30342	29948	29336
	Y	3759	3132	2434	1653	923	180	706	1762	2911
	Z	29115	29951	30429	31103	30910	31191	31612	31984	31891
80°	J	35557	35095	34170	33241	32281	31418	30780	30487	30380
	Y	4156	3700	2989	2305	1579	868	134	905	2209
	Z	21228	22497	23281	23982	24532	25001	25448	25973	26348
85°	J	35404	34887	34208	33355	32377	31467	30794	30498	30411
	Y	4673	4294	3635	2880	2169	1447	627	355	1727
	Z	14162	15041	16041	17059	17988	18740	19433	20188	20675
90°	J	34677	34272	33766	32906	32001	31115	30482	30230	29971
	Y	5306	5040	4395	3575	2762	2012	1064	88	1308
	Z	7297	8423	9549	10595	11533	12387	13131	14097	14794
95°	J	33709	33340	32810	32041	31219	30447	29901	29497	29182
	Y	5893	5679	5079	4237	3373	2503	1523	429	1019
	Z	1195	2266	3489	4638	5820	6806	7836	8644	9300
100°	J	32702	32217	31503	30868	30192	29551	29035	28590	28352
	Y	6386	6262	5684	4874	3957	2975	1945	749	701
	Z	4337	3064	1776	433	886	2077	3187	3977	4492
105°	J	31444	30867	30222	29579	29012	28540	28120	27808	27498
	Y	6741	6674	6195	5411	4599	3471	2378	1117	384
	Z	9171	7923	6652	5302	3865	2347	1150	364	200
110°	J	29021	29040	28027	28430	28049	27631	27395	27078	26730
	Y	7001	7104	6732	5974	5047	4006	2815	1514	0
	Z	13584	12119	10810	9159	7726	6446	5228	4295	3638
115°	J	28596	28186	27851	27703	27348	27091	26799	26512	26097
	Y	7529	7553	7332	6692	5771	4549	3200	1900	379
	Z	18121	16398	14674	13139	11463	10044	8773	7706	7034

(Fortsetzung von III.)

<i>n</i> :	λ :	270°	275°	280°	285°	290°	295°	300°	305°	310°
115°	J	28596	28186	27551	27703	27348	27091	26799	26512	26007
	F	7529	7553	7332	6602	5771	4549	3290	1900	379
	Z	-18121	-16398	-14674	-13139	-11463	-10044	-8773	-7706	-7034
120°	J	27553	27399	27446	27459	27080	26770	26497	26199	25825
	F	8031	8203	8043	7443	6501	5252	3881	2407	872
	Z	-22585	-20779	-18930	-17207	-15332	-13552	-12063	-10853	-10005
125°	J	27106	27344	27601	27489	27191	26912	26511	26230	25864
	F	8807	9043	8807	8247	7286	6032	4356	2989	1350
	Z	-27283	-25555	-23765	-21627	-19468	-17514	-15792	-14584	-13627
130°	J	26688	27040	27102	27122	27050	26962	26697	26440	26125
	F	9713	9913	9597	8917	7970	6772	5310	3716	1980
	Z	-32384	-30615	-28418	-25933	-23454	-21396	-19476	-18179	-17341
135°	J	25807	26113	26525	27106	27156	27074	26939	26712	26424
	F	10392	10515	10288	9732	8640	7525	6096	4454	2684
	Z	-37031	-34929	-32960	-31028	-28500	-26051	-24009	-22456	-21380
140°	J	24851	25313	25913	26533	27284	27256	27071	26904	26711
	F	11107	11200	10999	10407	9528	8333	6917	5295	3580
	Z	-41915	-41141	-37539	-35406	-33481	-30922	-28681	-27103	-26026
145°	J	23585	24244	24832	25756	26707	26920	26822	26682	26632
	F	11862	11920	11618	11110	10213	9012	7702	6159	4505
	Z	-47140	-44969	-42223	-40259	-38050	-35724	-33468	-31658	-30372
150°	J	21945	22583	23388	24229	24963	25648	25222	25891	25874
	F	12349	12475	12245	11687	10751	9293	8224	6921	5343
	Z	-52203	-49738	-47627	-45125	-42528	-40141	-38040	-36395	-35274

(Fortsetzung von III.)

<i>n</i> :	λ :	315°	320°	325°	330°	335°	340°	345°	350°	355°
30°	J	7219	7888	8565	9401	10256	11095	11931	12729	13442
	F	-8603	-8709	-8716	-8539	-8231	-7865	-7287	-6626	-5991
	Z	54547	53368	52100	51254	50544	49884	49203	48187	47424
35°	J	9355	9883	10541	11229	11955	12784	13655	14407	15225
	F	-8648	-8795	-8845	-8773	-8554	-8002	-7543	-6889	-6151
	Z	53754	52413	51354	50360	49206	48084	47307	46394	45525
40°	J	11854	12180	12600	13092	13791	14539	15375	16285	17028
	F	-8455	-8635	-8714	-8665	-8462	-8114	-7599	-6935	-6254
	Z	53101	51222	49340	47611	46150	45745	44677	43809	43260
45°	J	14904	14289	14573	15062	15761	16583	17404	18307	19134
	F	-7947	-8250	-8459	-8510	-8380	-8088	-7617	-7003	-6476
	Z	50395	48607	46803	45463	44180	43465	42343	41559	40761
50°	J	16481	16554	16799	17281	17945	18703	19613	20473	21240
	F	-7482	-7848	-8145	-8366	-8368	-8145	-7726	-7284	-6768
	Z	47774	45726	44162	43124	42142	41066	39982	39068	38240
55°	J	19061	18972	19101	19454	19985	20864	21740	22570	23321
	F	-7127	-7633	-8108	-8425	-8456	-8289	-7988	-7552	-7041
	Z	45175	43360	41923	40581	39013	38240	37457	36417	35334
60°	J	21941	21561	21520	21642	22157	22848	23619	24375	25164
	F	-6729	-7508	-8118	-8525	-8601	-8505	-8194	-7826	-7295
	Z	43163	41471	39571	37833	36649	35517	34996	34767	34745
65°	J	24774	24158	23898	23819	24072	24651	25348	26029	26655
	F	-6039	-7171	-8089	-8764	-9000	-8875	-8547	-8165	-7652
	Z	40467	38559	36825	35147	33493	31972	29708	27599	25887

(Fortsetzung von III.)

μ :	A:	315°	320°	325°	330°	335°	340°	345°	350°	355°
65°	Y	24774	24158	23808	23510	24072	24651	25348	26020	26685
	Z	-6039	-7171	-8089	-8764	-9000	-8875	-8547	-8165	-7652
	Z	40467	38559	36825	35147	33493	31072	29708	27599	25887
70°	Y	26865	26317	25008	25703	25763	26154	26659	27224	27830
	Z	-5182	-6594	-7880	-8601	-9419	-9305	-9006	-8601	-8156
	Z	36046	34725	33243	31382	29160	26808	24533	22039	19561
75°	Y	28720	28170	27674	27309	27143	27313	27643	28140	28720
	Z	-4370	-5688	-7606	-8801	-9746	-9896	-9563	-9180	-8783
	Z	31254	29997	28368	26317	24057	21693	19116	16464	13796
80°	Y	29015	29485	28925	28447	28000	28177	28345	28853	29463
	Z	-3761	-5535	-7373	-8879	-10040	-10301	-10130	-9888	-9479
	Z	25993	24951	23532	21651	19372	16973	14036	11101	8197
85°	Y	30200	29945	29405	29024	28571	28456	28443	28755	29321
	Z	-3307	-5235	-7154	-8874	-10211	-10640	-10726	-10466	-10050
	Z	20621	19931	18599	16823	14417	11764	8717	5763	2803
90°	Y	26646	26267	25782	25281	27848	27609	27530	27659	27887
	Z	-3029	-4880	-6821	-8601	-9971	-10672	-11011	-10821	-10334
	Z	14750	14047	13016	11446	9971	6698	3860	951	-1538
95°	Y	28863	28241	27916	27360	26837	26628	26143	26000	26208
	Z	-2821	-4654	-6574	-8261	-9592	-10044	-11007	-11119	-10678
	Z	9423	8805	7774	6467	4514	2323	-330	-2731	-5118
100°	Y	27986	27550	26641	26297	25710	25181	24698	24406	24367
	Z	-3531	-4405	-6220	-7873	-9062	-10071	-10910	-11691	-12097
	Z	4576	4253	3477	2201	634	-1303	-3514	-6035	-8547
105°	Y	27057	26488	25867	25241	24612	23991	23350	22797	22495
	Z	-2248	-4077	-5853	-7317	-8475	-9401	-10306	-10972	-11007
	Z	355	195	-463	-1377	-2736	-4549	-6769	-9084	-11658
110°	Y	26235	25663	25087	24432	23764	23061	22406	21725	21135
	Z	-1850	-3645	-5348	-6760	-7890	-8910	-9836	-10479	-10768
	Z	3424	3489	3910	4813	6050	7567	9304	12114	14441
115°	Y	25642	25087	24482	23807	23087	22387	21624	20927	20300
	Z	-1381	-3117	-4759	-6194	-7353	-8311	-9253	-9922	-10381
	Z	6681	6695	7034	7874	9180	10841	12859	14897	17233
120°	Y	25337	24699	24097	23361	22618	21832	21071	20324	19601
	Z	-811	-2096	-4141	-5501	-6739	-7731	-8656	-9379	-9901
	Z	9562	9592	10127	11064	12329	13770	15608	17590	19600
125°	Y	25359	24738	24024	23228	22393	21560	20772	19981	19225
	Z	-258	-2019	-3519	-4902	-6140	-7200	-8113	-8868	-9440
	Z	-13202	-13197	-13784	-14453	-15514	-16022	-16602	-20266	-21861
130°	Y	25637	25024	24310	23510	22676	21781	20866	20006	19167
	Z	410	-1348	-2877	-4301	-5570	-6742	-7674	-8458	-9060
	Z	-16864	-16797	-17194	-18010	-18909	-20166	-21407	-22955	-24388
135°	Y	26019	25453	24753	23953	23099	22174	21243	20302	19375
	Z	1045	-592	-2195	-3651	-4980	-6184	-7232	-8052	-8728
	Z	-20987	-20858	-21199	-21817	-22686	-23672	-24849	-26208	-27199
140°	Y	26337	25859	25211	24443	23594	22632	21642	20612	19625
	Z	1826	226	-1400	-2857	-4226	-5538	-6617	-7504	-8220
	Z	-25316	-25119	-25250	-25783	-26588	-27410	-28146	-29257	-30297
145°	Y	26309	25906	25395	24649	23865	22913	21908	20867	19861
	Z	2736	1135	-488	-1643	-3354	-4648	-5788	-6746	-7558
	Z	-29736	-29549	-29660	-30049	-30571	-31215	-31965	-32877	-33550
150°	Y	25734	25410	24966	24340	23590	22736	21841	20807	19915
	Z	3708	2038	479	-602	-2285	-3601	-4742	-5667	-6500
	Z	-34399	-34086	-34160	-34363	-34592	-34956	-35491	-35930	-36338

IV a. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für die nördliche Komponente X.

n	k_0	k_1	K_1	k_2	K_2	k_3	K_3	k_4	K_4
30°	12930	-1590	5180	2820	1110	-50	-70	-130	-10
35	15690	-2290	4970	2470	1240	-100	140	-90	-50
40	18530	-2650	4820	1590	1250	120	90	-50	-60
45	21300	-2640	4720	590	1280	360	440	20	-70
50	23930	-2360	4570	-440	1330	510	690	110	-100
55	26520	-2010	4410	-1420	1320	560	790	270	10
60	28830	-1710	3970	-2210	1350	360	830	340	70
65	30770	-1550	3500	-2660	1320	190	770	350	40
70	32290	-1620	3030	-2820	1190	140	710	330	60
75	33400	-1960	2470	-2650	960	70	820	350	70
80	34070	-2470	1930	-2400	640	440	620	400	90
85	34160	-3240	1630	-1980	150	460	480	370	110
90	33700	-4220	1380	-1720	-280	310	380	200	160
95	32730	-5110	1100	-1500	-610	140	170	230	160
100	31540	-5830	660	-1380	-890	110	40	120	160
105	30110	-6380	70	-1140	-1320	50	30	70	40
110	28600	-6430	-570	-780	-1340	-40	-10	-190	-20
115	26850	-5900	-1530	-530	-1350	-140	-130	-260	-10
120	25160	-5080	-2600	-420	-1290	-250	-230	-270	60
125	23580	-3970	-3760	-470	-1260	-360	-320	-210	170
130	22090	-2620	-4800	-440	-1220	-420	-460	-170	180
135	20600	-1070	-5730	-340	-1260	-500	-580	-140	200
140	19140	490	-6580	-130	-1270	-630	-610	-170	200
145	17480	2210	-7350	150	-1130	-740	-600	-230	160
150	15720	3760	-7710	420	-800	-720	-600	-230	140

IV b. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für die östliche Komponente Y.

n	l_0	l_1	L_1	l_2	L_2	l_3	L_3	l_4	L_4
30°	40	-4350	1190	-1070	4910	-90	-510	300	-210
35	60	-4620	770	-1090	5190	-180	-630	440	-210
40	110	-4780	350	-1230	5220	-220	-650	590	-300
45	150	-4850	20	-1420	4960	-300	-550	700	-380
50	150	-4920	-230	-1580	4500	-400	-360	780	-380
55	120	-5050	-410	-1710	3980	-480	-150	850	-300
60	100	-5180	-520	-1850	3390	-560	90	870	-150
65	50	-5300	-570	-1980	2740	-710	310	780	20
70	0	-5400	-630	-2160	2110	-930	500	700	170
75	-50	-5530	-670	-2320	1500	-1190	680	620	310
80	-110	-5670	-750	-2500	1000	-1420	820	570	450
85	-150	-5850	-870	-2600	580	-1600	1030	520	530
90	-130	-6010	-1130	-2650	240	-1700	1170	510	570
95	-110	-6170	-1500	-2650	-10	-1750	1270	490	570
100	-80	-6370	-2040	-2610	-130	-1720	1320	390	530
105	-60	-6520	-2650	-2460	-260	-1670	1340	270	440
110	-80	-6670	-3300	-2310	-450	-1630	1320	170	330
115	-150	-6770	-4030	-2110	-690	-1580	1310	130	250
120	-210	-6820	-4810	-1910	-940	-1530	1330	160	200
125	-250	-6780	-5650	-1710	-1170	-1460	1390	190	190
130	-280	-6690	-6490	-1540	-1340	-1390	1510	210	220
135	-290	-6520	-7270	-1400	-1450	-1350	1600	190	210
140	-200	-6230	-7940	-1360	-1530	-1330	1630	190	180
145	-60	-5830	-8520	-1390	-1620	-1190	1600	170	200
150	140	-5390	-8980	-1360	-1700	-950	1470	150	260

IV c. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für die vertikale Komponente Z.

u	m_0	m_1	M_1	m_2	M_2	m_3	M_3	m_4	M_4
30°	53950	-2530	-3250	-4910	220	900	-720	-990	-110
35	52470	-2380	-4540	-5770	-500	850	-280	-510	320
40	50010	-1750	-5800	-6820	-1120	970	170	-60	750
45	46810	-830	-6590	-7300	-1290	1130	500	180	590
50	42940	170	-6950	-7210	-1670	1280	-20	400	700
55	38850	740	-7510	-6840	-2110	520	-60	540	920
60	34270	1160	-8430	-6320	-2580	0	-640	250	810
65	28750	800	-9450	-5350	-3190	-280	-1270	-250	540
70	22920	240	-10230	-4200	-3600	-460	-1530	-720	400
75	16760	-160	-10810	-3200	-4060	-860	-1690	-850	270
80	10430	-10	-11040	-2040	-4360	-1220	-1850	-1040	170
85	4050	340	-11280	-1110	-4670	-1440	-1980	-990	10
90	-2250	860	-11660	-340	-4530	-1460	-2260	-710	-70
95	-8220	1820	-12280	170	-4280	-1250	-2480	-490	-140
100	-13770	3180	-12810	700	-4200	-1090	-2440	-350	-150
105	-19050	5060	-13450	1220	-3780	-1000	-2360	-60	20
110	-24030	7380	-13850	1400	-3200	-1230	-2220	140	20
115	-28430	9560	-13590	1390	-2840	-1630	-2170	450	60
120	-32450	11520	-13180	1310	-2450	-1690	-2240	380	290
125	-35980	12820	-12130	1360	-2100	-1560	-2240	150	510
130	-39380	13870	-11150	1590	-1680	-1650	-2030	-180	410
135	-43030	14800	-10680	2100	-350	-2360	-2200	240	90
140	-46370	15220	-9140	2260	60	-2360	-2370	70	280
145	-49030	14830	-6330	2020	-950	-2000	-1730	-320	200
150	-52210	14780	-3710	2120	-2160	-1920	-700	-390	-170

Va. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für $\alpha X \sin v$.

f :	$\alpha k_3 \sin v$	$\alpha k_1 \sin v$	$\alpha K_1 \sin v$	$\alpha k_2 \sin v$	$\alpha K_2 \sin v$	$\alpha k_3 \sin v$	$\alpha K_3 \sin v$	$\alpha k_4 \sin v$	$\alpha K_4 \sin v$
$f_1 + f_{25}$	14397.0	1090.8	-1271.4	1628.2	155.8	-386.9	-336.7	-180.9	65.3
$f_2 + f_{24}$	19111.2	-46.1	-1371.8	1509.5	63.4	-484.0	-265.0	-184.4	63.4
$f_3 + f_{23}$	24309.0	-1393.9	-1135.8	942.1	-12.9	-329.1	-245.2	-142.0	90.3
$f_4 + f_{22}$	29726.9	-2632.1	-716.6	177.4	14.2	-99.8	-99.8	-85.1	92.2
$f_5 + f_{21}$	35350.8	-3825.4	-176.7	-676.0	84.5	69.1	176.7	-46.1	61.4
$f_6 + f_{20}$	41129.8	-4909.3	533.6	-1551.6	49.8	164.2	385.9	49.8	147.8
$f_7 + f_{19}$	46834.8	-5890.1	1188.4	-2281.5	52.0	95.4	520.5	60.7	112.8
$f_8 + f_{18}$	52283.8	-6760.1	1787.6	-2894.5	-27.2	45.4	580.7	81.7	27.2
$f_9 + f_{17}$	57262.6	-7570.4	2313.4	-3385.6	-141.1	94.0	658.3	131.7	37.6
$f_{10} + f_{16}$	61373.4	-8059.4	2454.6	-3662.5	-347.9	116.0	821.4	405.9	106.3
$f_{11} + f_{15}$	64626.3	-8175.6	2551.2	-3723.8	-246.3	541.8	650.1	512.2	246.3
$f_{12} + f_{14}$	66638.8	-8318.6	2719.7	-3467.0	-458.3	597.8	647.6	597.8	269.0
f_{13}	33700.0	-4220.0	1380.0	-1720.0	-280.0	310.0	380.0	200.0	160.0
$f_1 - f_{24}$	-1402.0	-2688.5	6477.4	1206.0	959.8	336.7	266.3	50.3	-75.4
$f_2 - f_{23}$	-1031.3	-2592.7	7098.3	1336.7	1365.5	368.7	426.4	80.7	-121.0
$f_3 - f_{22}$	-398.6	-2026.8	7356.6	1109.9	1626.2	484.0	542.1	77.4	-167.8
$f_4 - f_{21}$	496.6	-1113.9	7414.0	659.8	1802.1	610.2	723.7	113.5	-191.6
$f_5 - f_{20}$	1413.4	199.7	7197.7	0.0	1958.8	714.8	883.4	215.1	-215.1
$f_6 - f_{19}$	2413.6	1609.1	6707.2	-779.9	2118.1	755.8	911.3	394.1	-131.4
$f_7 - f_{18}$	3183.6	2923.4	5699.3	-1552.8	2290.1	529.2	919.5	529.2	8.7
$f_8 - f_{17}$	3557.0	3947.1	4564.2	-1932.7	2422.7	299.4	816.6	553.8	45.4
$f_9 - f_{16}$	3470.2	4525.5	3385.5	-1918.5	2379.3	169.3	677.1	489.0	75.2
$f_{10} - f_{15}$	3179.3	4271.3	2319.3	-1459.2	2203.3	19.3	763.4	270.6	29.0
$f_{11} - f_{14}$	2492.1	3309.6	1251.0	-1004.7	1507.1	325.1	571.3	275.8	-69.0
$f_{12} - f_{13}$	1424.6	1863.0	528.0	-478.2	757.1	318.8	308.8	139.5	-49.8

Vb. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für $\beta Y \sin v$.

f :	$\beta_0 \sin v$	$\beta_1 \sin v$	$\beta L_1 \sin v$	$\beta_2 \sin v$	$\beta L_2 \sin v$	$\beta_3 \sin v$	$\beta L_3 \sin v$	$\beta_4 \sin v$	$\beta L_4 \sin v$
$f_1 + f_{25}$	90.6	-4898.6	-3917.9	-1222.1	1614.4	-523.1	482.8	226.8	25.1
$f_2 + f_{24}$	0.0	-6027.6	-4470.2	-1430.4	2059.2	-790.2	559.5	351.8	-5.8
$f_3 + f_{23}$	-58.2	-7114.8	-4904.7	-1673.7	2384.5	-1000.2	633.3	504.0	-77.5
$f_4 + f_{22}$	-99.5	-8080.2	-5152.3	-2004.1	2494.4	-1172.6	746.2	632.5	-120.8
$f_5 + f_{21}$	-100.0	-8935.9	-5172.2	-2401.4	2432.2	-1377.7	885.1	762.0	-123.1
$f_6 + f_{20}$	-107.0	-9733.8	-4986.2	-2814.1	2312.1	-1596.3	1020.3	855.7	-90.5
$f_7 + f_{19}$	-95.7	-10435.9	-4635.3	-3269.9	2130.7	-1817.6	1234.9	895.8	43.5
$f_8 + f_{18}$	-91.0	-10982.4	-4185.5	-3721.4	1865.8	-2083.7	1474.0	828.0	245.7
$f_9 + f_{17}$	-75.5	-11384.6	-3706.8	-4216.2	1565.8	-2414.6	1716.6	820.6	471.6
$f_{10} + f_{16}$	-106.6	-11681.1	-3218.3	-4633.6	1202.0	-2772.4	1958.1	862.7	727.0
$f_{11} + f_{15}$	-187.8	-11898.0	-2757.1	-5049.8	859.7	-3103.0	2114.8	948.7	968.6
$f_{12} + f_{14}$	-259.9	-12014.7	-2308.9	-5247.8	569.7	-3348.8	2299.0	1009.6	1099.5
f_{13}	-130.5	-6030.2	-1133.8	-2658.9	240.8	-1705.7	1173.9	511.7	571.0
$f_1 - f_{25}$	-50.3	523.1	5114.9	145.9	3324.4	432.5	-995.8	75.4	-236.4
$f_2 - f_{24}$	69.2	697.9	5358.4	173.0	3928.0	582.6	-1286.2	155.7	-236.5
$f_3 - f_{23}$	200.3	937.0	5557.1	84.0	4361.8	717.3	-1473.8	258.5	-310.2
$f_4 - f_{22}$	312.7	1186.6	5180.7	-14.2	4555.3	746.2	-1527.9	362.4	-419.3
$f_5 - f_{21}$	331.0	1362.8	4818.2	-30.8	4494.9	762.0	-1439.3	438.7	-461.8
$f_6 - f_{20}$	304.4	1423.5	4311.5	0.0	4237.5	806.4	-1267.1	543.1	-403.2
$f_7 - f_{19}$	269.6	1426.2	3730.8	52.2	3765.7	843.6	-1078.4	617.5	-304.3
$f_8 - f_{18}$	182.0	1337.4	3148.2	118.3	3120.9	791.6	-908.9	591.4	-209.5
$f_9 - f_{17}$	75.3	1197.9	2518.4	141.5	2414.6	660.3	-773.4	499.9	-150.9
$f_{10} - f_{16}$	9.7	959.7	1919.4	135.7	1706.1	465.3	-639.8	339.3	-126.0
$f_{11} - f_{15}$	-29.6	691.7	1274.8	108.7	1116.7	296.8	-494.1	177.9	-79.1
$f_{12} - f_{14}$	-20.0	319.9	629.7	50.0	589.7	149.9	-239.9	30.0	-40.0

Vc. Koeffizienten der trigonometrischen Reihen für γZ .

f :	γm_0	γm_1	γM_1	γm_2	γM_2	γm_3	γM_3	γm_4	γM_4
$f_1 + f_{25}$	1738.5	12239.7	-6954.2	-2787.7	-1938.4	-1019.2	-1418.8	-1378.0	-279.8
$f_2 + f_{24}$	3436.2	12436.8	-10858.0	-3745.8	-1448.4	-1148.7	-2007.8	-829.1	519.4
$f_3 + f_{23}$	3635.0	13451.8	-14919.8	-4553.7	-1058.5	-1388.1	-2197.0	10.0	1028.6
$f_4 + f_{22}$	3773.7	13946.6	-17241.1	-5191.3	-1637.2	-1227.9	-1697.2	419.3	678.9
$f_5 + f_{21}$	3553.0	14012.4	-18064.5	-5609.0	-3343.4	-369.3	-2046.0	219.6	1107.8
$f_6 + f_{20}$	2863.6	13529.8	-19595.9	-5467.6	-4200.5	-1037.6	-2294.8	688.5	1426.8
$f_7 + f_{19}$	1815.4	12648.2	-21555.8	-4997.4	-5017.4	-1685.8	-2872.8	628.4	1097.2
$f_8 + f_{18}$	319.1	10331.5	-22976.7	-3949.1	-6013.4	-1904.7	-3430.5	199.4	598.3
$f_9 + f_{17}$	-1106.7	7597.5	-24008.8	-2791.8	-6780.0	-1685.0	-3738.9	-578.3	418.8
$f_{10} + f_{16}$	-2282.9	4884.7	-24184.3	-1973.8	-7815.6	-1854.2	-4037.4	-907.2	289.1
$f_{11} + f_{15}$	-3329.2	3159.7	-23772.7	-1335.6	-8532.2	-2302.5	-4276.1	-1385.5	19.9
$f_{12} + f_{14}$	-4156.2	2152.8	-23481.8	-936.9	-8920.4	-2681.1	-4445.2	-1475.1	-129.6
f_{13}	-2242.5	857.1	-11621.1	-338.9	-4514.9	-1455.1	-2252.5	-707.7	-69.8
$f_1 - f_{25}$	106071.0	-17295.5	459.6	-7024.3	2378.1	2817.7	-20.0	-599.5	60.0
$f_2 - f_{24}$	101388.1	-17191.0	1788.0	-7781.4	449.5	2846.6	1448.4	-189.8	119.9
$f_3 - f_{23}$	96246.5	-16946.5	3335.4	-9067.6	-1178.4	3325.4	2536.5	-129.8	469.4
$f_4 - f_{22}$	89689.6	-15603.8	4083.1	-9384.3	-938.4	3484.2	2695.4	-59.9	499.2
$f_5 - f_{21}$	82158.2	-13673.1	4191.7	-8782.8	-10.0	2924.8	2006.1	578.9	289.4
$f_6 - f_{20}$	74661.8	-12052.9	4609.6	-8181.4	-10.0	2075.3	2175.1	389.1	409.1
$f_7 - f_{19}$	66552.6	-10534.0	4738.1	-7610.8	-129.7	1685.8	1596.0	-129.7	518.7
$f_8 - f_{18}$	57022.9	-8735.8	4128.6	-6721.4	-349.0	1346.3	897.5	-698.1	478.7
$f_9 - f_{17}$	46811.3	-7119.0	3609.3	-5583.5	-398.8	767.7	688.0	-857.5	378.9
$f_{10} - f_{16}$	35698.3	-5203.7	2631.7	-4406.2	-279.1	139.6	667.9	-687.5	249.2
$f_{11} - f_{15}$	24121.6	-3179.6	1764.3	-2731.1	-159.5	-129.8	588.1	-687.8	319.0
$f_{12} - f_{14}$	12229.3	-1475.1	996.7	-1275.8	-388.7	-189.4	498.3	-498.2	149.5

VI. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$, γZ .

1.

 $\alpha X \sin v$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	21279	361	-10235	-933	695	535	-132.53	17.77
1		-1921	258	789	-924	227	273.81	55.08
		438	1736	-442	129	10	-221.67	95.78
2			-783	-179	396	372	252.13	-20.66
			-54	606	50	-114	-19.12	52.14
3				71	125	-85	14.68	-68.58
				166	226	-57	-0.69	-28.58
4					84	107	-44.98	14.50
					43	-14	-49.76	30.46

 $\beta Y \sin v$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	-50	67	34	-38	-9	-4.67	0.27
1		-3421	330	132	-121	61	-7
		-1277	1261	-496	166	170	-38
2			-1247	23	95	-1	-64
			483	1051	372	216	-2
3				-749	202	12	17
				518	-312	6	-81
4					275	108	-91
					160	-84	54

 γZ

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	36388	701	-1412	-1273	291	-40
1		2847	-3841	1900	-909	-607	-132
		-6881	966	445	-483	515	-202
2			-959	-2191	-797	-410	168
			-1990	-54	362	95	-77
3				-583	517	-30	423
				-1089	431	-82	182
4					-190	-89	141
					114	116	201

VI. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von $\alpha X \sin v$, $\beta Y \sin v$, γZ .

2.

 $\alpha X \sin v$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5
0	21247	368	-10299	-924	594.09	544.00
1		-1913	271	817	-790.11	309.05
		443	1703	-424	-52.02	84.68
2			-761	-184	633.23	341.69
			-58	606	10.14	-100.05
3				66	167.67	-144.27
				162	247.00	-106.74
4					0	54.87
					0	-74.47

3.

 $\alpha X \sin v$

	0	1	2	3
21449	609	-9592.28	-398.68	
	-1872	-455.71	1128.41	
	450	1572.86	-356.92	
		0	151.56	
		0	484.17	

 $\beta Y \sin v$

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	-49	64	34	-41.92	-9.01
1		-3452	353	-19	-50
		-1312	1250	-644	117
2			-1245	2	100
			485	956	390
3				-741	182
				503	-297
4					247
					182

 $\beta Y \sin v$

	0	1	2
-53	0	23.70	
	-3517	396	
	-1019	1051	
		-1281	
		401	

 γZ

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	36182	736	-1648	-1245
1		2893	-3813	1984	-868
		-6919	1008	374	-420
2			-962	-2236	-788
			-1988	-44	358
3				-585	570
				-1097	454
4					-179
					130

 γZ

	0	1	2
0	36738	1410	
	3083	-3819	
	-6883	1005	
		-1049	
		-1949	

VIIa. Zahlenwerthe oder Logarithmen der berechneten Koeffizienten k und K
in der Entwicklung von X .

	k_0	$\log k_1$	$\log K_1$	$\log k_2$	$\log K_2$	$\log k_3$	$\log K_3$	$\log k_4$	$\log K_4$
0 ^p	0.0	3.411536	3.629455	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞
5	1907.0	3.375041	3.630784	3.06830	2.41631	1.3365 _n	0.342 _n	9.699 _n	9.000 _n
10	3869.8	3.251322	3.635695	3.34286	2.69992	1.9042 _n	0.785 _n	0.556 _n	0.000 _n
15	5937.9	2.96156 _n	3.643808	3.47360	2.84844	2.19893 _n	0.690 _n	1.0682 _n	0.447 _n
20	8147.5	1.9504 _n	3.654667	3.53203	2.93797	2.36399 _n	1.0253 _n	1.4183 _n	0.672 _n
25	10517.9	3.029384 _n	3.667117	3.53732	2.99480	2.43981 _n	1.6902 _n	1.6758 _n	0.699 _n
30	13046.8	3.274481 _n	3.679192	3.49241	3.03310	2.43489 _n	2.06371 _n	1.8745 _n	0.270 _n
35	15710.0	3.383950 _n	3.688322	3.38780	3.06213	2.33203 _n	2.32408 _n	2.0318 _n	0.792 _n
40	18460.8	3.422459 _n	3.691647	3.18794	3.08743	2.03623 _n	2.51614 _n	2.1578 _n	1.2856 _n
45	21233.4	3.411232 _n	3.686359	2.71584	3.11099	1.4654 _n	2.65906 _n	2.2598 _n	1.5551 _n
50	23946.2	3.361652 _n	3.670023	2.69966 _n	3.13123	2.24279 _n	2.76320 _n	2.3424 _n	1.7168 _n
55	26507.2	3.285985 _n	3.640779	3.14879 _n	3.14370	2.48173 _n	2.83474 _n	2.4094 _n	1.8000 _n
60	28821.6	3.206718 _n	3.597533	3.32564 _n	3.14214	2.59528 _n	2.87749 _n	2.4623 _n	1.8021 _n
65	30798.4	3.162803 _n	3.540342	3.41047 _n	3.11886	2.63909 _n	2.89409 _n	2.5016 _n	1.6893 _n
70	32358.9	3.191088 _n	3.470484	3.44185 _n	3.06348	2.63215 _n	2.88615 _n	2.5271 _n	1.2504 _n
75	33443.5	3.287130 _n	3.390970	3.43463 _n	2.95856	2.58377 _n	2.85425 _n	2.5367 _n	1.4456 _n
80	34018.3	3.412326 _n	3.306017	3.39632 _n	2.76245	2.50010 _n	2.79810 _n	2.5272 _n	1.9175 _n
85	34079.2	3.533925 _n	3.218798	3.33214 _n	2.28012	2.38846 _n	2.71550 _n	2.4935 _n	2.1405 _n
90	33653.3	3.636418 _n	3.126294	3.24765 _n	2.34163 _n	2.25959 _n	2.60043 _n	2.4262 _n	2.2658 _n
95	32797.2	3.714665 _n	3.010003	3.15088 _n	2.78604 _n	2.12516 _n	2.43727 _n	2.3073 _n	2.3259 _n
100	31591.7	3.767542 _n	2.81003 _n	3.05385 _n	2.97557 _n	1.9814 _n	2.17609 _n	2.0878 _n	2.3294 _n
105	30133.0	3.794920 _n	2.13001 _n	2.97095 _n	3.07715 _n	1.7634 _n	1.4713 _n	1.4886 _n	2.2721 _n
110	28522.1	3.796200 _n	2.75020 _n	2.91185 _n	3.12882 _n	0.756 _n	1.9410 _n	1.8089 _n	2.1303 _n
115	26851.0	3.769289 _n	3.166282 _n	2.87216 _n	3.14672 _n	1.8645 _n	2.30211 _n	2.1875 _n	1.8096 _n
120	25196.1	3.709092 _n	3.406574 _n	2.83296 _n	3.14085 _n	2.26505 _n	2.48869 _n	2.3690 _n	1.1335 _n
125	23598.9	3.603740 _n	3.572802 _n	2.76597 _n	3.11945 _n	2.50786 _n	2.60842 _n	2.4504 _n	1.9395 _n
130	22070.4	3.421801 _n	3.692036 _n	2.62818 _n	3.09068 _n	2.67348 _n	2.68744 _n	2.4883 _n	2.1611 _n
135	20583.7	3.033062 _n	3.775421 _n	2.29248 _n	3.06221 _n	2.78483 _n	2.73456 _n	2.4849 _n	2.2541 _n
140	19090.4	2.76448 _n	3.828615 _n	1.9465 _n	3.03926 _n	2.85101 _n	2.75220 _n	2.4436 _n	2.2739 _n
145	17510.3	3.352877 _n	3.854974 _n	2.59528 _n	3.02247 _n	2.87541 _n	2.73965 _n	2.3636 _n	2.2368 _n
150	15765.8	3.586452 _n	3.856898 _n	2.82763 _n	3.00698 _n	2.85794 _n	2.69390 _n	2.2416 _n	2.1455 _n
155	13786.8	3.726613 _n	3.836792 _n	2.94096 _n	2.98367 _n	2.79463 _n	2.60927 _n	2.0686 _n	1.9952 _n
160	11526.8	3.819965 _n	3.798029 _n	2.97941 _n	2.94067 _n	2.67642 _n	2.47524 _n	1.8293 _n	1.7731 _n
165	8973.7	3.883463 _n	3.746424 _n	2.95027 _n	2.86231 _n	2.48416 _n	2.27161 _n	1.4942 _n	1.4502 _n
170	6153.8	3.925013 _n	3.691850 _n	2.83860 _n	2.72173 _n	2.17260 _n	1.9523 _n	0.996 _n	0.959 _n
175	3131.6	3.948638 _n	3.648740 _n	2.57496 _n	2.44279 _n	1.5944 _n	1.3692 _n	0.114 _n	0.079 _n
180	0.0	3.956317 _n	3.632103 _n	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞

VII b. Zahlenwerthe oder Logarithmen der berechneten Koeffizienten l und L
in der Entwicklung von V .

	l_0	$\log l_1$	$\log L_1$	$\log l_2$	$\log L_2$	$\log l_3$	$\log L_3$	$\log l_4$	$\log L_4$
0 ^o	0.0	3.629155 _n	3.411536	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞
5	32.0	3.630163 _n	3.403189	2.41747 _n	3.07295	0.362 .	1.3404 _n	9.000 _n	9.699.
10	62.2	3.633084 _n	3.377670	2.70432 _n	3.36186	0.898 .	1.9217 _n	0.000 _n	0.556.
15	89.0	3.637770 _n	3.333629	2.85763 _n	3.51767	1.1303 .	2.23955 _n	0.362 _n	1.0569
20	110.7	3.643906 _n	3.268344	2.95255 _n	3.61402	1.1399 .	2.44012 _n	0.380 _n	1.3945
25	126.4	3.651171 _n	3.177017	3.01414 _n	3.67386	0.491 .	2.56808 _n	0.255 .	1.6365
30	135.3	3.659203 _n	3.050650	3.05572 _n	3.70720	1.3945 _n	2.64157 _n	1.1790	1.8142
35	137.0	3.667696 _n	2.87005 .	3.08629 _n	3.71924	1.8735 _n	2.66717 _n	1.6284	1.9440
40	131.8	3.676392 _n	2.58024 .	3.11301 _n	3.71279	2.17522 _n	2.64404 _n	1.9479	2.0354
45	120.3	3.685159 _n	1.7917 .	3.14139 _n	3.68946	2.39967 _n	2.55967 _n	2.1942	2.0952
50	102.9	3.693938 _n	2.29798 _n	3.17461 _n	3.64997	2.57634 _n	2.37420 _n	2.3902	2.1291
55	81.2	3.702810 _n	2.59472 _n	3.21336 _n	3.59448	2.71925 _n	1.8591 _n	2.5472	2.1427
60	56.2	3.711908 _n	2.71917	3.25592 _n	3.52255	2.83620 _n	2.06408	2.6719	2.1436
65	29.3	3.721448 _n	2.77931 _n	3.29927 _n	3.43307	2.93252 _n	2.49471	2.7686	2.1421
70	1.5	3.731621 _n	2.81137 _n	3.33995 _n	3.32391	3.01157 _n	2.70191	2.8400	2.1514
75	-25.9	3.742576 _n	2.83916 _n	3.37493 _n	3.19114	3.07599 _n	2.83136	2.8875	2.1833
80	-52.0	3.754341 _n	2.88275 _n	3.40192 _n	3.02682	3.12775 _n	2.91950	2.9116	2.2418
85	-76.2	3.766807 _n	2.95434	3.41936 _n	2.81218	3.16844 _n	2.98236	2.9119	2.3214
90	-98.1	3.779676 _n	3.053653 _n	3.42646 _n	2.48742	3.19926 _n	3.02918	2.8867	2.4108
95	-117.4	3.792469 _n	3.170262 _n	3.42295 _n	1.4683 .	3.22110 _n	3.06595	2.8327	2.4989
100	-134.0	3.804589 _n	3.291702 _n	3.40919 _n	2.29776 _n	3.23467 _n	3.09677	2.7434	2.5777
105	-148.0	3.815312 _n	3.408396 _n	3.38612 _n	2.59428 _n	3.24037 _n	3.12388	2.6056	2.6426
110	-159.6	3.823885 _n	3.515396 _n	3.35532 _n	2.75511 _n	3.23830 _n	3.14799	2.3860	2.6908
115	-168.4	3.829567 _n	3.610287 _n	3.31904 _n	2.86841 _n	3.22832 _n	3.16844	1.9499	2.7209
120	-174.8	3.831678 _n	3.691894 _n	3.28015 _n	2.95799 _n	3.20994 _n	3.18353	1.6503 _n	2.7318
125	-178.6	3.829632 _n	3.760573 _n	3.24175 _n	3.03201 _n	3.18239 _n	3.19086	2.1688 _n	2.7224
130	-179.6	3.823018 _n	3.816924 _n	3.20642 _n	3.09276 _n	3.14445 _n	3.18766	2.3286 _n	2.6914
135	-177.4	3.811602 _n	3.861809 _n	3.17551 _n	3.14004 _n	3.09451 _n	3.17102	2.3818 _n	2.6370
140	-171.8	3.795428 _n	3.896256 _n	3.14820 _n	3.17272 _n	3.03028 _n	3.13767	2.3713 _n	2.5565
145	-162.6	3.774853 _n	3.921421 _n	3.12133 _n	3.18907 _n	2.94866 _n	3.08383	2.3090 _n	2.4462
150	-149.3	3.750640 _n	3.938590 _n	3.08976 _n	3.18670 _n	2.84516 _n	3.00458	2.1976 _n	2.2997
155	-132.1	3.724063 _n	3.949185 _n	3.04681 _n	3.16221 _n	2.71299 _n	2.89298	2.0310 _n	2.1079
160	-111.1	3.696941 _n	3.954749 _n	2.98372 _n	3.10998 _n	2.54083 _n	2.73767	1.7959 _n	1.8543
165	-86.7	3.671617 _n	3.956864 _n	2.88750 _n	3.01974 _n	2.30814 _n	2.51799	1.4624 _n	1.5079
170	-59.5	3.650754 _n	3.957047 _n	2.73320 _n	2.86841 _n	1.9685 _n	2.18724	0.964 _n	1.0000
175	-30.3	3.636949 _n	3.956577 _n	2.44576 _n	2.58218 _n	1.3729 _n	1.5988 .	0.079 _n	0.114 .
180	0.0	3.632103 _n	3.956317 _n	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞	—∞

VII c. Zahlenwerthe oder Logarithmen der berechneten Koeffizienten m und M
in der Entwicklung von Z .

	m_0	$\log m_1$	$\log M_1$	$\log m_2$	$\log M_2$	$\log m_3$	$\log M_3$	$\log m_4$	$\log M_4$
0°	57859.8	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞
5	57788.7	3.141951 _n	2.76200 _n	2.25575 _n	0.833 . . _n	0.924 .	0.431 . .	9.000 .	9.477 .
10	57563.7	3.410271 _n	3.064196 _n	2.84763 _n	1.4502 . _n	1.8028 .	1.2989 .	0.114 .	0.623 .
15	57147.6	3.530443 _n	3.243112 _n	3.18276 _n	1.8228 . _n	2.29292	1.7810 .	0.763 .	1.3010
20	56483.8	3.573834 _n	3.373390 _n	3.40819 _n	2.10483 _n	2.61342	2.08600	1.2068	1.7634
25	55499.1	3.559272 _n	3.478898 _n	3.56964 _n	2.34025 _n	2.83225	2.28081	1.5132	2.1011
30	54116.0	3.489523 _n	3.569947 _n	3.68702 _n	2.54814 _n	2.97836	2.38810	1.7235	2.3560
35	52255.8	3.355356 _n	3.651307 _n	3.77048 _n	2.73608 _n	3.06502	2.40722	1.8500	2.5493
40	49848.8	3.124504 _n	3.724865 _n	3.82558 _n	2.90650 _n	3.09688	2.30081	1.8882	2.6928
45	46843.5	2.65820	3.790932 _n	3.85535 _n	3.05994 _n	3.07111	1.7993	1.7931	2.7937
50	43210.9	2.34850 .	3.849211 _n	3.86122 _n	3.19623 _n	2.97230	2.19340 _n	1.2201	2.8559
55	38951.2	2.79141 .	3.899290 _n	3.84344 _n	3.31507 _n	2.74780	2.64670 _n	1.8021	2.8809
60	34095.7	2.85582 .	3.941074 _n	3.80118 _n	3.41637 _n	1.9978 .	2.88784 _n	2.2445 _n	2.8675
65	28709.1	2.76125 .	3.974963 _n	3.73216 _n	3.50014 _n	2.56608 _n	3.04556 _n	2.4912 _n	2.8116
70	22884.9	2.49318 .	4.001924 _n	3.63249 _n	3.56656 _n	2.88745 _n	3.15400 _n	2.6531 _n	2.7030
75	16743.8	1.8331 . .	4.023458 _n	3.49449 _n	3.61581 _n	3.02457 _n	3.22850 _n	2.7597 _n	2.5177
80	10422.0	0.041 . . .	4.041420 _n	3.30218 _n	3.64813 _n	3.08142 _n	3.27839 _n	2.8226 _n	2.1781
85	4067.7	2.38489 .	4.057704 _n	3.01220 _n	3.66375 _n	3.08962 _n	3.31057 _n	2.8459 _n	0.415 . _n
90	— 2178.1	2.94503 .	4.073788 _n	2.39270 _n	3.66293 _n	3.06867 _n	3.33098 _n	2.8300 _n	2.0294 _n
95	— 8187.8	3.289723	4.090293 _n	2.51121	3.64602 _n	3.03898 _n	3.34473 _n	2.7700 _n	2.1735 _n
100	— 13858.1	3.533658	4.106677 _n	2.85028	3.61351 _n	3.02477 _n	3.35585 _n	2.6538 _n	2.1082 _n
105	— 19123.1	3.716429	4.121254 _n	2.97978	3.56619 _n	3.04548 _n	3.36655 _n	2.4469 _n	1.7451 _n
110	— 23953.8	3.856723	4.131467 _n	3.05092	3.50530 _n	3.10188 _n	3.37681 _n	2.0004 _n	1.6875
115	— 28361.8	3.965004	4.134244 _n	3.10541	3.43279 _n	3.17676 _n	3.38444 _n	1.8096	2.2044
120	— 32389.8	4.047660	4.126323 _n	3.15933	3.35153 _n	3.24937 _n	3.38586 _n	2.2878	2.4072
125	— 36107.0	4.108852	4.104374 _n	3.21476	3.26515 _n	3.30524 _n	3.37674 _n	2.4414	2.5015
130	— 39589.8	4.151302	4.064971 _n	3.26614	3.17759 _n	3.33616 _n	3.35261 _n	2.4887	2.5285
135	— 42908.8	4.176702	4.004317 _n	3.30542	3.09174 _n	3.33746 _n	3.30903 _n	2.4701	2.5024
140	— 46113.0	4.185874	3.917826 _n	3.32517	3.00779 _n	3.30561 _n	3.24135 _n	2.3978	2.4280
145	— 49219.4	4.178791	3.799292 _n	3.31906	2.92200 _n	3.23674 _n	3.14417 _n	2.2742	2.3043
150	— 52204.0	4.154400	3.639297 _n	3.28108	2.82653 _n	3.12519 _n	3.01047 _n	2.0952	2.1261
155	— 55005.8	4.110223	3.421555 _n	3.20385	2.70995 _n	2.96185 _n	2.83001 _n	1.8506	1.8825
160	— 57528.6	4.041341	3.111800 _n	3.07613	2.55642 _n	2.73094 _n	2.58614 _n	1.5198	1.5527
165	— 59659.7	3.937869	2.60423 . _n	2.87743	2.34143 _n	2.40209 _n	2.24773 _n	1.0645	1.0969
170	— 61284.9	3.776941	1.5899 . .	2.56170	2.01578 _n	1.9063 . _n	1.7459 . _n	0.380 .	0.431 .
175	— 62303.4	3.484954	2.07700 .	1.9814 .	1.4298 . _n	1.0253 . _n	0.857 . . _n	9.301 .	9.301 .
180	— 62651.0	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞

VIII. Berechnete Werthe der erdmagnetischen Kraftkomponenten.

λ :	μ :	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
1°	J	2580	2041	3280	3594	3880	4137	4363	4555	4713
	Y	4258	4216	3745	3445	3119	2768	2397	2008	1603
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	5428	5819	6154	6431	6649	6807	6906	6950	6939
	Y	4495	4054	3581	3084	2570	2048	1526	1012	511
	Z	56230	56187	56160	56148	56152	56172	56206	56254	56315
10°	J	7779	8204	8549	8811	9089	9286	9404	9447	9422
	Y	4733	4122	3477	2809	2133	1461	806	179	408
	Z	54352	54271	54227	54219	54246	54308	54403	54529	54684
15°	J	9683	10145	10513	10785	10959	11037	11023	10923	10746
	Y	4963	4217	3434	2630	1822	1029	265	455	1116
	Z	52435	52322	52267	52268	52323	52432	52591	52798	53050
20°	J	11258	11761	12167	12473	12676	12778	12782	12696	12528
	Y	5179	4336	3453	2549	1645	761	83	872	1588
	Z	50602	50404	50399	50406	50481	50623	50830	51099	51428
25°	J	12666	13215	13673	14033	14294	14456	14523	14499	14394
	Y	5381	4479	3533	2507	1602	661	236	1069	1821
	Z	48874	48711	48633	48635	48713	48866	49092	49391	49764
30°	J	14076	14675	15104	15465	15766	16015	16215	16349	16446
	Y	5574	4648	3675	2681	1688	720	201	1056	1825
	Z	47169	46975	46872	46852	46912	47048	47262	47556	47935
35°	J	15624	16275	16861	17372	17804	18155	18425	18618	18739
	Y	5768	4847	3879	2886	1894	926	4	551	1622
	Z	45326	45083	44935	44973	44989	44985	45160	45421	45774
40°	J	17392	18003	18544	19035	19489	20134	20668	21013	21264
	Y	5973	5083	4143	3176	2200	1262	358	483	1245
	Z	43152	42829	42609	42480	42434	42468	42585	42794	43105
45°	J	19387	20130	20838	21499	22106	22654	23142	23569	23940
	Y	6203	5361	4466	3544	2616	1706	833	14	734
	Z	40461	40019	39694	39471	39341	39300	39352	39504	39768
50°	J	21541	22343	23062	23777	24448	25069	25639	26158	26627
	Y	6466	5683	4846	3979	3102	2236	1390	606	127
	Z	37124	36517	36048	35703	35472	35349	35335	35434	35656
55°	J	23727	24580	25277	26021	26720	27398	28023	28604	29142
	Y	6769	6051	5277	4468	3645	2826	2025	1257	533
	Z	33993	33276	31627	31133	30784	30572	30493	30547	30738
60°	J	25779	26546	27300	28054	28771	29456	30104	30717	31294
	Y	7114	6461	5749	4998	4227	3451	2682	1631	1210
	Z	28411	27350	26489	25821	25337	25028	24883	24897	25064
65°	J	27523	28251	28981	29699	30395	31066	31708	32322	32908
	Y	7497	6907	6252	5553	4827	4086	3341	2600	1873
	Z	23211	21884	20790	19928	19294	18874	18657	18625	18766
70°	J	28806	29470	30142	30807	31457	32087	32697	33286	33858
	Y	7912	7376	6771	6115	5424	4709	3978	3240	2500
	Z	17684	16690	14754	13686	12885	12339	12031	11939	12039
75°	J	29514	30095	30680	31281	31863	32433	32990	33537	34077
	Y	8244	7856	7290	6666	5999	5299	4575	3832	3077
	Z	12956	10212	8640	7362	6382	5691	5269	5089	5120
80°	J	29596	30081	30581	31086	31588	32085	32579	33074	33574
	Y	8781	8332	7795	7192	6537	5844	5119	4369	3601
	Z	6548	4488	2702	1219	52	804	1367	1667	1741
85°	J	29665	29445	28845	30255	30671	31092	31520	31961	32420
	Y	9205	8788	8271	7679	7029	6355	5606	4851	4077
	Z	1351	876	2846	4518	5572	6906	7636	8099	8305
90°	J	28004	28270	28565	28880	29210	29557	29923	30315	30740
	Y	9601	9210	8708	8120	7468	6771	6040	5286	4517
	Z	3391	5734	7847	9683	11215	12433	13347	13984	14368

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
90°	J	28004	28270	28565	28880	29210	29557	29923	30315	30740
	Y	— 9601	— 9210	— 8708	— 8120	— 7468	— 6771	— 6040	— 5286	— 4517
	Z	— 3391	— 5734	— 7847	— 9683	— 11215	— 12433	— 13347	— 13981	— 14368
95°	J	26534	26685	26875	27095	27346	27626	27938	28280	28658
	Y	— 9950	— 9585	— 9095	— 8509	— 7856	— 7157	— 6429	— 5688	— 4941
	Z	— 7597	— 10002	— 12215	— 14184	— 15875	— 17270	— 18373	— 19199	— 19776
100°	J	24823	24855	24940	25070	25245	25465	25733	26054	26434
	Y	— 10230	— 9903	— 9427	— 8847	— 8166	— 7503	— 6790	— 6074	— 5360
	Z	— 11242	— 13661	— 15931	— 17996	— 19816	— 21369	— 22648	— 23664	— 24436
105°	J	23050	22960	22936	22976	23079	23244	23474	23770	24136
	Y	— 10453	— 10153	— 9700	— 9135	— 8468	— 7822	— 7135	— 6465	— 5818
	Z	— 14354	— 16746	— 19030	— 21150	— 23062	— 24741	— 26172	— 27357	— 28310
110°	J	21393	21173	21036	20882	20811	21122	21313	21583	21931
	Y	— 10580	— 10320	— 9912	— 9378	— 8769	— 8128	— 7488	— 6875	— 6305
	Z	— 17004	— 19335	— 21593	— 23725	— 25687	— 27449	— 28994	— 30316	— 31443
115°	J	20001	19645	19388	19233	19181	19220	19373	19608	19926
	Y	— 10610	— 10422	— 10061	— 9576	— 9017	— 8430	— 7853	— 7315	— 6834
	Z	— 19299	— 21536	— 23731	— 25831	— 27797	— 29596	— 31209	— 32626	— 33850
120°	J	18984	18487	18103	17837	17692	17664	17745	17926	18192
	Y	— 10534	— 10428	— 10143	— 9731	— 9245	— 8732	— 8236	— 7786	— 7402
	Z	— 21368	— 23482	— 25575	— 27602	— 29525	— 31312	— 32944	— 34411	— 35713
125°	J	18306	17759	17243	16858	16606	16484	16480	16580	16766
	Y	— 10348	— 10242	— 10155	— 9840	— 9449	— 9032	— 8612	— 8280	— 7996
	Z	— 23362	— 25320	— 27275	— 29187	— 31022	— 32751	— 34357	— 35831	— 37171
130°	J	18225	17458	16814	16305	15934	15699	15585	15576	15651
	Y	— 10040	— 10159	— 10091	— 9804	— 9620	— 9316	— 9025	— 8778	— 8592
	Z	— 25437	— 27204	— 28985	— 30744	— 32451	— 34082	— 35621	— 37062	— 38403
135°	J	18339	17520	16760	16131	15636	15272	15027	14882	14816
	Y	— 9640	— 9877	— 9944	— 9883	— 9743	— 9566	— 9303	— 9251	— 9157
	Z	— 27747	— 29292	— 30865	— 32437	— 33981	— 35480	— 36919	— 38293	— 39605
140°	J	18773	17822	16971	16234	15688	15121	14731	14433	14203
	Y	— 9120	— 9500	— 9710	— 9766	— 9800	— 9759	— 9706	— 9668	— 9657
	Z	— 30428	— 31723	— 33061	— 34419	— 35775	— 37114	— 38420	— 39706	— 40958
145°	J	19176	18193	17284	16464	15743	15118	14583	14124	13723
	Y	— 8532	— 9032	— 9386	— 9622	— 9773	— 9868	— 9935	— 9994	— 10058
	Z	— 33578	— 34606	— 35693	— 36820	— 37969	— 39129	— 40292	— 41455	— 42620
150°	J	19402	18433	17506	16638	15837	15106	14439	13829	13263
	Y	— 7868	— 8446	— 8978	— 9356	— 9646	— 9871	— 10031	— 10201	— 10389
	Z	— 37235	— 37996	— 38830	— 39720	— 40655	— 41625	— 42623	— 43646	— 44695
155°	J	19248	18338	17437	16558	15713	14906	14137	13401	12693
	Y	— 7167	— 7887	— 8494	— 8998	— 9413	— 9755	— 10037	— 10267	— 10452
	Z	— 41363	— 41877	— 42472	— 43135	— 43858	— 44632	— 45454	— 46318	— 47224
160°	J	18545	17729	16890	16040	15190	14346	13513	12690	11879
	Y	— 6461	— 7255	— 7952	— 8557	— 9076	— 9516	— 9884	— 10184	— 10421
	Z	— 45843	— 46150	— 46536	— 46993	— 47516	— 48100	— 48738	— 49427	— 50166
165°	J	17176	16475	15725	14937	14119	13280	12427	11563	10694
	Y	— 5786	— 6622	— 7379	— 8054	— 8649	— 9164	— 9600	— 9959	— 10242
	Z	— 50479	— 50631	— 50851	— 51136	— 51481	— 51884	— 52340	— 52846	— 53398
170°	J	15999	14516	13867	13160	12405	11608	10777	9920	9042
	Y	— 5177	— 6023	— 6804	— 7517	— 8157	— 8721	— 9207	— 9613	— 9939
	Z	— 55015	— 55068	— 55172	— 55324	— 55521	— 55763	— 56045	— 56367	— 56724
175°	J	12351	11871	11310	10702	10025	9297	8523	7711	6867
	Y	— 4069	— 5492	— 6264	— 6800	— 7334	— 8221	— 8738	— 9180	— 9544
	Z	— 59163	— 59172	— 59206	— 59265	— 59347	— 59453	— 59581	— 59730	— 59898
180°	J	9043	8635	8162	7666	7032	6384	5688	4949	4172
	Y	— 4487	— 5058	— 5702	— 6451	— 7121	— 7707	— 8224	— 8698	— 9006
	Z	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
0°	J	4534	4919	4967	4977	4949	4883	4780	4641	4466
	J	1187	761	329	105	539	908	1390	1801	2109
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	6880	6776	6633	6456	6251	6025	5783	5530	5272
	J	30	425	850	1242	1599	1919	2203	2451	2664
	Z	56389	56473	56567	56670	56780	56896	57016	57139	57263
10°	J	8737	8501	8224	7915	7557	7249	6912	6586	6279
	J	949	1433	1857	2216	2508	2733	2894	2994	3039
	Z	54865	55069	55293	55534	55786	56047	56312	56577	56837
15°	J	10501	10200	9856	9482	9063	8701	8323	7969	7652
	J	1766	2218	2642	2975	3215	3362	3420	3366	3298
	Z	53343	53673	54036	54423	54830	55248	55669	56085	56487
20°	J	12280	11901	11648	11276	10880	10504	10136	9800	9508
	J	2217	2749	3175	3490	3690	3778	3757	3635	3423
	Z	51815	52254	52739	53264	53818	54399	54966	55532	56073
25°	J	14217	13981	13699	13387	13050	12731	12418	12136	11898
	J	2476	3022	3449	3751	3925	3972	3896	3766	3444
	Z	50209	50724	51304	51939	52620	53329	54048	54756	55427
30°	J	16137	16243	16067	15857	15620	15395	15169	14966	14707
	J	2492	3045	3473	3769	3930	3956	3851	3622	3283
	Z	48400	49054	49592	50307	51086	51908	52749	53579	54365
35°	J	18795	18796	18751	18669	18563	18443	18320	18205	18110
	J	2292	2848	3279	3577	3738	3762	3651	3413	3059
	Z	46229	46788	47452	48214	49060	49966	50901	51827	52704
40°	J	21455	21593	21685	21738	21750	21755	21735	21706	21675
	J	1912	2470	2908	3218	3395	3436	3343	3121	2782
	Z	43528	44071	44737	45519	46402	47360	48357	49348	50284
45°	J	24256	24523	24743	24920	25059	25161	25232	25275	25294
	J	1395	1659	2412	2746	2953	3030	2976	2794	2493
	Z	40154	40672	41324	42107	43001	43981	45005	46026	46987
50°	J	27047	27420	27748	28030	28266	28457	28601	28699	28753
	J	788	1363	1842	2213	2467	2597	2600	2477	2233
	Z	36010	36504	37138	37906	38791	39764	40783	41797	42750
55°	J	29638	30001	30490	30861	31174	31432	31633	31772	31848
	J	134	731	1246	1667	1681	2179	2254	2293	2031
	Z	31070	31544	32159	32904	33762	34702	35685	36662	37575
60°	J	31835	32330	32802	33221	33589	33899	34144	34317	34414
	J	529	100	662	1143	1520	1805	1661	1602	1890
	Z	25330	25839	26432	27147	27962	28849	29772	30655	31540
65°	J	33467	33996	34492	34950	35359	35712	35999	36200	36336
	J	1170	502	114	601	1123	1482	1724	1839	1827
	Z	19664	19504	20070	20743	21502	22319	23162	23995	24777
70°	J	34412	34947	35461	35945	36391	36787	37121	37383	37560
	J	1770	1061	390	223	760	1108	1523	1721	1788
	Z	12304	12711	13236	13885	14543	15276	16028	16770	17472
75°	J	34613	35143	35666	36173	36657	37104	37500	37832	38087
	J	2320	1574	855	184	417	925	1323	1595	1735
	Z	5327	5676	6138	6683	7286	7925	8578	9226	9849
80°	J	34684	34605	35135	35669	36196	36705	37179	37603	37661
	J	2824	2051	1209	587	60	621	1076	1409	1614
	Z	1628	1367	996	545	42	493	1042	1594	2136
85°	J	32905	33418	33958	34522	35100	35680	36245	36777	37259
	J	3292	2510	1746	1010	350	239	730	1108	1366
	Z	8322	8185	7932	7598	7211	6760	6349	5899	5442
90°	J	31205	31714	32260	32866	33498	34151	34810	35456	36068
	J	3744	2976	2227	1514	853	263	241	645	645
	Z	14549	14565	14458	14261	14005	13709	13387	13046	12690

(Fortsetzung von VIII.)

W:	λ:	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
90°	J	31205	31714	32260	32866	33498	34151	34810	35456	36068
	F	-3744	-2976	-2227	-1514	-853	-263	241	645	945
	Z	-14549	-14565	-14458	-14261	-14005	-13709	-13387	-13046	-12690
95°	J	26141	26651	30222	30852	31523	32252	32904	33741	34472
	F	-4299	-3473	-2769	-2100	-1478	-915	-423	111	319
	Z	-20142	-20335	-20393	-20353	-20243	-20085	-19897	-19684	-19453
100°	J	26879	27392	27976	28629	29343	30109	30910	31730	32548
	F	-4682	-4021	-3390	-2795	-2240	-1731	-1273	-860	-519
	Z	-24904	-25373	-25609	-25737	-25787	-25786	-25750	-25693	-25620
105°	J	24573	25086	25672	26330	27053	27832	28654	29502	30350
	F	-3207	-4634	-6100	-7601	-9136	-10701	-12293	-14010	-15848
	Z	-29053	-29647	-30034	-30338	-30562	-30734	-30876	-31005	-31129
110°	J	22355	22853	23423	24060	24758	25510	26303	27126	27963
	F	-5785	-5317	-4894	-4507	-4144	-3794	-3447	-3091	-2722
	Z	-32331	-33067	-33660	-34143	-34550	-34912	-35256	-35600	-35958
115°	J	20320	20784	21311	21895	22520	23206	23910	24658	25413
	F	-6416	-6060	-5754	-5481	-5224	-4961	-4675	-4350	-4075
	Z	-34895	-35782	-36538	-37198	-37724	-38150	-38490	-38752	-39018
120°	J	18532	19034	19587	20182	20811	20969	21551	22155	22774
	F	-7900	-6844	-6650	-6485	-6324	-6140	-5908	-5699	-5428
	Z	-36861	-37874	-38777	-39603	-40386	-41156	-41944	-42771	-43528
125°	J	17022	17329	17673	18043	18430	18831	19244	19669	20110
	F	-7785	-7640	-7543	-7467	-7385	-7262	-7072	-6790	-6400
	Z	-38387	-39098	-40527	-41504	-42460	-43227	-44431	-45491	-46617
130°	J	15788	15967	16170	16385	16601	16818	17035	17258	17495
	F	-8472	-8472	-8390	-8380	-8350	-8267	-8100	-7823	-7421
	Z	-39656	-40835	-41964	-43068	-44176	-45313	-46504	-47762	-49092
135°	J	14805	14827	14863	14899	14927	14945	14957	14972	15001
	F	-9116	-9110	-9148	-9176	-9172	-9103	-8940	-8657	-8230
	Z	-40862	-42079	-43275	-44473	-45695	-46963	-48293	-49694	-51166
140°	J	14021	13865	13717	13564	13398	13210	13033	12849	12653
	F	-6670	-6726	-6782	-6821	-6837	-6740	-6563	-6303	-5927
	Z	-42188	-43409	-44635	-45884	-47173	-48515	-49922	-51395	-52929
145°	J	13361	13010	12683	12342	11990	11628	11262	10904	10569
	F	-10130	-10203	-10265	-10296	-10272	-10169	-9965	-9642	-9189
	Z	-43791	-44977	-46189	-47438	-48734	-50086	-51496	-52963	-54477
150°	J	12727	12208	11664	11179	10759	10137	9620	9118	8646
	F	-10440	-10528	-10584	-10594	-10530	-10402	-10167	-9821	-9356
	Z	-45773	-46883	-48032	-49224	-50465	-51756	-53097	-54479	-55894
155°	J	12006	11331	10664	10001	9341	8688	8050	7437	6861
	F	-10506	-10604	-10741	-10727	-10641	-10472	-10210	-9846	-9377
	Z	-48173	-49463	-50198	-51277	-52399	-53664	-54766	-55996	-57245
160°	J	11077	10283	9496	8718	7954	7200	6472	5776	5123
	F	-10595	-10706	-10749	-10720	-10614	-10424	-10147	-9778	-9318
	Z	-50951	-51781	-52654	-53507	-54516	-55497	-56505	-57530	-58564
165°	J	9823	8954	8090	7235	6396	5577	4786	4030	3319
	F	-10450	-10580	-10633	-10606	-10498	-10308	-10034	-9678	-9242
	Z	-53993	-54629	-55301	-56006	-56739	-57495	-58269	-59054	-59843
170°	J	8150	7252	6354	5462	4583	3724	2911	2093	1335
	F	-10184	-10346	-10425	-10422	-10336	-10170	-9924	-9602	-9206
	Z	-57114	-57535	-57983	-58454	-58945	-59452	-59970	-60496	-61025
175°	J	6000	5116	4224	3330	2441	1566	710	-120	-917
	F	-9830	-10035	-10150	-10202	-10165	-10048	-9855	-9587	-9247
	Z	-60084	-60286	-60504	-60734	-60975	-61225	-61482	-61743	-62008
180°	J	3303	2520	1676	800	-63	-935	-1800	-2611	-3482
	F	-9425	-9683	-9866	-9975	-10007	-9964	-9844	-9650	-9382
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°	125°	130°
0°	J	4218	4016	3745	3445	3119	2768	2397	2008	1603
	F	2580	2041	3280	3594	3880	4137	4303	4555	4713
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	5013	4757	4506	4264	4030	3805	3580	3380	3176
	F	2846	2099	3127	3233	3323	3399	3466	3527	3585
	Z	57388	57542	57634	57753	57869	57980	58086	58187	58284
10°	J	5909	5753	5544	5376	5247	5158	5105	5082	5083
	F	3037	2096	2925	2834	2735	2636	2549	2481	2441
	Z	57090	57331	57558	57769	57961	58134	58289	58425	58544
15°	J	7382	7168	7014	6923	6900	6938	7014	7178	7362
	F	3437	2026	2699	2414	2144	1888	1660	1475	1345
	Z	56866	57216	57530	57804	58033	58218	58358	58457	58510
20°	J	9274	9106	9012	8966	9060	9199	9400	9681	10001
	F	3135	2787	2308	1988	1578	1160	844	559	354
	Z	59575	57023	57406	57714	57947	58088	58154	58146	58074
25°	J	11717	11602	11563	11603	11725	11927	12203	12544	12937
	F	3034	2587	2092	1573	1060	572	137	221	480
	Z	59041	56573	57006	57323	57516	57680	57735	57738	57678
30°	J	14676	14611	14611	14682	14827	15044	15328	15673	16066
	F	2849	2340	1780	1195	612	60	431	834	1125
	Z	58794	55673	56136	56430	56569	56521	56302	55927	55421
35°	J	18043	18015	18034	18103	18231	18414	18651	18936	19260
	F	2605	2072	1484	867	254	327	542	1262	1550
	Z	53486	54131	54604	54875	54926	54752	54301	53775	53029
40°	J	21651	21642	21654	21694	21766	21873	22014	22186	22384
	F	2339	1813	1229	614	2	577	1087	1468	1780
	Z	51111	51780	52246	52474	52444	52149	51601	50829	49874
45°	J	25206	25286	25270	25254	25244	25245	25257	25283	25310
	F	2086	1503	1030	452	135	687	1170	1550	1709
	Z	47831	48500	48947	49132	49033	48645	47983	47079	45084
50°	J	28765	28739	28680	28566	28491	28373	28246	28114	27979
	F	1882	1440	934	392	152	662	1102	1438	1641
	Z	43582	44234	44655	44808	44670	44236	43524	42570	41427
55°	J	31862	31815	31713	31560	31365	31135	30879	30604	30314
	F	1747	1360	921	434	57	516	904	1188	1339
	Z	38374	38997	39307	39539	39401	38982	38299	37389	36206
60°	J	34433	34373	34230	34037	33774	33460	33106	32721	32314
	F	1680	1380	960	537	133	271	605	834	931
	Z	32287	32877	33267	33426	33336	32996	32423	31651	30730
65°	J	36376	36325	36188	35968	35675	35320	34914	34469	33908
	F	1694	1455	1136	768	380	40	240	416	460
	Z	25467	26027	26423	26628	26630	26426	26032	25475	24708
70°	J	37647	37639	37536	37343	37060	36783	36320	35872	35394
	F	1730	1561	1306	898	676	381	154	29	35
	Z	18107	18644	19060	19335	19459	19430	19258	18664	18580
75°	J	38253	38226	38202	38185	37979	37697	37351	36956	36526
	F	1748	1647	1457	1211	948	709	536	403	515
	Z	10429	10948	11301	11746	12002	12159	12220	12198	12113
80°	J	38241	38431	38527	38520	38430	38268	38026	37720	37302
	F	1693	1659	1536	1356	1158	982	808	650	501
	Z	2661	3159	3623	4045	4418	4738	5006	5226	5405
85°	J	37675	38010	38256	38409	38469	38443	38340	38173	37956
	F	1506	1540	1490	1386	1264	1162	1118	1162	1317
	Z	4952	4521	4062	3607	3163	2732	2318	1924	1547
90°	J	36628	37110	37528	37847	38073	38208	38250	38236	38153
	F	1141	1245	1275	1259	1228	1216	1216	1377	1595
	Z	12316	11925	11514	11053	10635	10173	9700	9220	8736

(Fortsetzung von VIII.)

n:	λ:	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°	125°	130°
90°	J	36628	37110	37528	37847	38073	38208	38259	38236	38153
	F	1141	1245	1275	1259	1228	1216	1257	1377	1595
	Z	-12316	-11925	-11514	-11083	-10635	-10173	-9700	-9220	-8736
95°	J	35165	35802	36365	36844	37231	37525	37728	37848	37893
	F	567	744	864	950	1028	1126	1269	1481	1776
	Z	-10200	-10023	-10610	-10884	-10917	-17515	-17081	-16615	-16119
100°	J	33342	34092	34780	35302	35916	36346	36683	36929	37094
	F	-222	31	251	454	658	853	1148	1466	1853
	Z	-25532	-25425	-25295	-25132	-24930	-24681	-24380	-24021	-23599
105°	J	31904	32019	32784	33452	34102	34634	35075	35423	35684
	F	-1204	-872	-546	-216	127	495	897	1341	1830
	Z	-31252	-31371	-31475	-31554	-31593	-31574	-31482	-31300	-31016
110°	J	28799	29616	30307	31128	31793	32383	32890	33311	33646
	F	-2334	-1923	-1487	-1025	-535	-15	533	1110	1712
	Z	-30332	-30720	-31109	-31480	-31809	-32070	-32333	-32571	-32816
115°	J	26177	26933	27669	28372	29030	29632	30168	30632	31021
	F	-3545	-3057	-2515	-1922	-1286	-616	79	791	1508
	Z	-40770	-41453	-42150	-42834	-43473	-44028	-44459	-44727	-44799
120°	J	23406	24042	24677	25300	25902	26473	27004	27484	27910
	F	-4759	-4200	-3550	-2846	-2076	-1267	-434	403	1230
	Z	-44584	-45560	-46558	-47543	-48474	-49304	-49981	-50459	-50696
125°	J	20567	21041	21531	22033	22541	23048	23544	24020	24467
	F	-5805	-5276	-4551	-3737	-2854	-1926	-977	32	800
	Z	-47806	-49045	-50305	-51547	-52722	-53776	-54652	-55299	-55669
130°	J	17754	18040	18361	18716	19106	19525	19966	20419	20874
	F	-6885	-6217	-5429	-4539	-3572	-2556	-1521	-493	501
	Z	-50489	-51931	-53387	-54844	-56401	-57969	-59538	-61102	-62669
135°	J	15057	15152	15266	15407	15578	16076	16447	16862	17309
	F	-7678	-6977	-6148	-5212	-4195	-3127	-2040	-964	74
	Z	-52696	-54263	-55832	-57359	-58791	-60074	-61154	-61978	-62500
140°	J	12550	12466	12415	12407	12429	12843	13134	13495	13916
	F	-8248	-7530	-6686	-5735	-4704	-3622	-2520	-1431	-379
	Z	-54510	-56113	-57703	-59239	-60674	-61957	-63041	-63881	-64444
145°	J	10274	10035	9860	9788	9800	9909	10113	10406	10778
	F	-8602	-7883	-7047	-6110	-5097	-4037	-2957	-1887	-852
	Z	-56022	-57573	-59099	-60564	-61927	-63147	-64185	-65006	-65584
150°	J	8220	7858	7572	7377	7280	7287	7396	7605	7904
	F	-8769	-8066	-7258	-6360	-5394	-4383	-3354	-2331	-1337
	Z	-57324	-58748	-60139	-61467	-62702	-63812	-64766	-65545	-66125
155°	J	6336	5876	5495	5203	5007	4914	4923	5030	5231
	F	-8803	-8129	-7364	-6523	-5623	-4653	-3724	-2766	-1829
	Z	-58498	-59736	-60940	-62088	-63158	-64127	-64907	-65601	-66257
160°	J	4523	3988	3528	3151	2863	2670	2570	2564	2645
	F	-8768	-8133	-7424	-6650	-5825	-4964	-4083	-3198	-2323
	Z	-59595	-60610	-61596	-62537	-63420	-64230	-64956	-65588	-66120
165°	J	2660	2062	1532	1076	699	404	191	61	10
	F	-8728	-8143	-7494	-6789	-6040	-5256	-4449	-3612	-2813
	Z	-60627	-61399	-62150	-62871	-63554	-64191	-64776	-65302	-65767
170°	J	625	32	620	1164	1631	2028	2355	2608	2791
	F	-8740	-8210	-7623	-6984	-6301	-5583	-4837	-4071	-3293
	Z	-61552	-62072	-62581	-63073	-63545	-63994	-64414	-64804	-65161
175°	J	-1676	-2301	-3057	-3670	-4226	-4722	-5155	-5525	-5828
	F	-8841	-8370	-7842	-7260	-6630	-5959	-5251	-4512	-3750
	Z	-62272	-62536	-62796	-63050	-63297	-63535	-63762	-63977	-64178
180°	J	-4287	-5058	-5702	-6481	-7121	-7707	-8234	-8688	-9096
	F	-9043	-8635	-8162	-7626	-7032	-6384	-5688	-4949	-4172
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	135°	140°	145°	150°	155°	160°	165°	170°	175°
0°	J	1187	764	329	— 105	— 539	— 068	— 1300	— 1801	— 2199
	F	4834	4919	4967	4977	4949	4883	4780	4641	4466
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	2974	2770	2563	2347	2120	1878	1619	1342	1045
	F	3642	3699	3757	3816	3872	3926	3973	4010	4033
	Z	53375	58464	58542	58619	58691	58758	58822	58881	58936
10°	J	5099	5121	5140	5145	5125	5071	4976	4830	4630
	F	2434	2465	2535	2644	2790	2969	3173	3393	3621
	Z	58649	58741	58823	58899	58972	59044	59119	59197	59280
15°	J	7572	7794	8012	8211	8373	8484	8530	8498	8379
	F	1280	1288	1372	1533	1768	2070	2428	2820	3258
	Z	58551	58560	58556	58546	58541	58548	58575	58627	58710
20°	J	10354	10723	11087	11427	11722	11951	12007	12145	12081
	F	243	234	336	548	867	1284	1786	2354	2968
	Z	57951	57793	57617	57442	57286	57165	57093	57083	57143
25°	J	13365	13808	14246	14656	15015	15301	15493	15575	15532
	F	— 624	— 639	— 516	— 255	141	660	1287	1999	2771
	Z	59734	56342	55931	55531	55171	54879	54677	54583	54610
30°	J	16491	16920	17360	17761	18109	18383	18563	18630	18573
	F	— 1282	— 1291	— 1143	— 835	— 373	232	959	1785	2676
	Z	54818	54156	53478	52827	52245	51769	51430	51254	51255
35°	J	19608	19965	20312	20631	20899	21088	21210	21220	21117
	F	— 1712	— 1703	— 1524	— 1172	— 654	17	817	1718	2687
	Z	52166	51239	50393	49416	48629	47991	47540	47395	47392
40°	J	22596	22812	23017	23195	23329	23405	23410	23331	23162
	F	— 1911	— 1873	— 1658	— 1265	— 703	13	856	1796	2797
	Z	48792	47647	46905	46435	46000	45753	45639	45626	45611
45°	J	25360	25400	25427	25432	25404	25332	25200	25027	24785
	F	— 1893	— 1817	— 1562	— 1132	— 537	204	1061	2002	2900
	Z	44759	43479	42218	41052	40050	39269	38755	38536	38624
50°	J	27841	27696	27541	27369	27177	26958	26709	26430	26122
	F	— 1650	— 1567	— 1272	— 808	— 190	557	1403	2313	3249
	Z	49164	38856	37595	36427	35453	34721	34274	34136	34315
55°	J	30014	29706	29391	29067	28734	28391	28041	27686	27331
	F	— 1335	— 1166	— 830	— 337	293	1032	1847	2699	3551
	Z	35117	33899	32729	31683	30829	30220	29896	29875	30160
60°	J	31894	31465	31032	30590	30160	29744	29329	28920	28524
	F	— 875	— 669	— 236	230	864	1583	2351	3127	3875
	Z	29723	28698	27728	26852	26220	25791	25626	25740	26130
65°	J	33511	33017	32523	32035	31560	31100	30663	30255	29885
	F	— 355	— 96	310	844	1476	2167	2879	3570	4202
	Z	24054	23391	22691	22014	21589	21375	21367	21622	22101
70°	J	34890	34395	33900	33412	32941	32494	32074	31689	31346
	F	185	482	916	1461	2085	2743	3398	4001	4519
	Z	18144	17705	17309	17002	16828	16816	16988	17350	17895
75°	J	36076	35619	35165	34722	34298	33897	33523	33182	32879
	F	708	1038	1494	2046	2658	3285	3881	4483	4816
	Z	11991	11864	11766	11732	11792	11971	12285	12740	13329
80°	J	37299	36653	36278	35910	35556	35221	34909	34621	34361
	F	1184	1545	2018	2574	3173	3768	4313	4765	5080
	Z	5560	5708	5872	6074	6336	6677	7109	7638	8258
85°	J	37705	37434	37153	36873	36599	36335	36085	35848	35624
	F	1592	1684	17474	18391	19171	19814	20326	20713	21003
	Z	— 1183	— 823	— 455	— 66	360	834	1367	1963	2618
90°	J	38024	37861	37678	37483	37284	37084	36886	36690	36494
	F	1919	2344	2851	3411	3985	4528	5028	5351	5560
	Z	— 8247	— 7752	— 7245	— 6718	— 6163	— 5573	— 4942	— 4268	— 3553

(Fortsetzung von VIII.)

α:	λ:	135°	140°	145°	150°	155°	160°	165°	170°	175°
90°	J	38024	37861	37678	37483	37284	37084	36886	36690	36494
	F	1019	2344	2851	3411	3985	4528	4997	5351	5660
	Z	-8247	-7752	-7245	-6718	-6163	-5573	-4942	-4268	-3555
95°	J	37882	37723	37528	37309	37127	37044	37066	37090	36823
	F	2158	2622	3150	3714	4279	4804	5248	5573	5758
	Z	-15593	-15036	-14447	-13823	-13161	-12459	-11717	-10939	-10132
100°	J	37185	37216	37168	37142	37056	36948	36822	36678	36519
	F	2305	2817	3371	3944	4504	5015	5443	5755	5928
	Z	-23110	-22553	-21927	-21231	-20470	-19647	-18771	-17853	-16910
105°	J	35864	35973	36021	36020	35980	35908	35812	35693	35560
	F	2362	2929	3517	4103	4663	5166	5584	5900	6065
	Z	-30619	-30103	-29497	-28712	-27849	-26890	-25856	-24768	-23654
110°	J	33899	34077	34188	34242	34251	34224	34169	34092	33999
	F	2333	2963	3589	4194	4757	5256	5668	5994	6159
	Z	-37885	-37431	-36796	-35987	-35019	-33916	-32710	-31437	-30139
115°	J	31334	31576	31753	31872	31944	31978	31984	31970	31942
	F	2220	2918	3587	4214	4784	5282	5692	6001	6169
	Z	-44649	-44261	-43633	-42774	-41706	-40466	-39098	-37653	-36184
120°	J	28276	28582	28832	29020	29182	29300	29391	29465	29530
	F	2031	2794	3506	4158	4738	5237	5647	5961	6173
	Z	-50662	-50337	-49720	-48825	-47683	-46337	-44846	-43272	-41681
125°	J	24878	25249	25578	25866	26117	26330	26538	26722	26880
	F	1769	2591	3344	4019	4611	5114	5525	5844	6070
	Z	-55731	-55465	-54873	-53972	-52799	-51407	-49861	-48232	-46595
130°	J	21321	21752	22161	22545	22903	23230	23527	23794	24128
	F	1440	2300	3095	3791	4394	4903	5338	5644	5835
	Z	-59749	-59545	-59001	-58139	-56999	-55639	-54127	-52539	-50951
135°	J	17727	18256	18735	19266	19665	20111	20542	20961	21371
	F	1052	1951	2760	3472	4085	4601	5024	5361	5619
	Z	-62710	-62578	-62116	-61348	-60315	-59075	-57695	-56248	-54806
140°	J	14385	14888	15411	15946	16482	17012	17534	18045	18543
	F	611	1321	2340	3662	5264	7104	9167	11350	13652
	Z	-64797	-64662	-64318	-63699	-62844	-61806	-60644	-59426	-58214
145°	J	11218	11712	12244	12803	13375	13952	14524	15087	15637
	F	126	1029	1847	2572	3203	3744	4199	4579	4893
	Z	-65804	-65661	-65264	-64537	-64712	-63933	-63052	-62121	-61193
150°	J	8282	8722	9224	9758	10317	10888	11462	12030	12586
	F	302	490	1206	2020	2661	3221	3706	4122	4482
	Z	-66498	-66662	-66626	-66408	-66035	-65540	-64960	-64327	-63707
155°	J	5515	5871	6286	6747	7240	7755	8280	8807	9327
	F	929	79	710	1433	2088	2674	3197	3664	4082
	Z	-66670	-66690	-67043	-67622	-68386	-69256	-70239	-71339	-72566
160°	J	2807	3041	3337	3684	4071	4487	4924	5373	5827
	F	1472	655	110	84	1517	2140	2713	3241	3730
	Z	-66547	-66870	-67094	-67226	-67276	-67256	-67182	-67066	-66923
165°	J	35	128	283	493	749	1045	1373	1727	2102
	F	2005	1214	448	289	992	1660	2294	2895	3466
	Z	-66165	-66505	-66779	-66993	-67152	-67260	-67324	-67350	-67343
170°	J	3006	2955	2940	2868	2741	2564	2341	2076	1772
	F	2510	1739	955	195	550	1276	2080	2662	3222
	Z	-65483	-65769	-66019	-66234	-66413	-66558	-66669	-66750	-66800
175°	J	6666	6237	6343	6383	6360	6274	6128	5921	5658
	F	2960	2175	1374	570	231	1025	1807	2574	3322
	Z	-64305	-64535	-64689	-64825	-64944	-65043	-65124	-65186	-65229
180°	J	9425	9683	9866	9975	10007	9964	9844	9650	9382
	F	3363	2529	1676	809	03	035	1800	2951	3482
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	180°	185°	190°	195°	200°	205°	210°	215°	220°
0°	J	— 3580	— 2041	— 3280	— 3594	— 3850	— 4137	— 4363	— 4555	— 4713
	F	4258	4016	3745	3445	3119	2708	2307	2008	1603
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	728	302	30	— 320	— 706	— 1050	— 1471	— 1845	— 2206
	F	4036	4014	3603	3378	3155	3580	3370	3121	2815
	Z	58978	59033	59075	59111	59141	59164	59180	59188	59186
10°	J	4372	4055	3680	3250	2772	2253	1704	1137	563
	F	3843	4040	4226	4363	4446	4467	4416	4285	4076
	Z	59369	59405	59565	59670	59775	59879	59977	60067	60144
15°	J	8168	7861	7460	6968	6393	5747	5044	4300	3533
	F	3666	4123	4521	4871	5132	5330	5440	5430	5312
	Z	58826	58975	59155	59363	59594	59841	60095	60348	60588
20°	J	11868	11593	11165	10620	9968	9222	8401	7523	6611
	F	3603	4232	4830	5370	5827	6170	6408	6490	6442
	Z	57277	57487	57769	58117	58520	58966	59441	59927	60408
25°	J	15357	15043	14504	14015	13348	12517	11632	10685	9700
	F	3571	4360	5131	5826	6425	6900	7230	7390	7394
	Z	54765	55047	55451	55965	56576	57262	58001	58768	59539
30°	J	18383	18056	17506	17008	16306	15505	14624	13686	12713
	F	3601	4522	5402	6206	6902	7459	7856	8075	8104
	Z	51440	51808	52350	53048	53879	54819	55834	56905	57968
35°	J	20806	20534	20095	19529	18866	18123	17317	16468	15506
	F	3687	4678	5622	6481	7222	7817	8242	8482	8527
	Z	47536	48004	48688	49567	50611	51786	53055	54381	55726
40°	J	22900	22546	22107	21500	21008	20375	19707	19016	18310
	F	3820	4825	5774	6632	7365	7940	8364	8597	8642
	Z	43316	43890	44711	45750	46971	48335	49800	51325	52872
45°	J	24484	24127	23721	23270	22800	22325	21837	21355	20884
	F	3686	4651	5550	6400	7123	7752	8220	8421	8452
	Z	39016	39695	40633	41794	43136	44617	46194	47827	49478
50°	J	25790	25441	25084	24731	24301	24073	23785	23530	23307
	F	4173	5050	5847	6540	7110	7543	7834	7981	7987
	Z	34801	35573	36594	37824	39219	40734	42327	43962	45608
55°	J	26984	26655	26355	26004	25822	25726	25629	25580	25600
	F	4368	5117	5775	6324	6753	7061	7250	7327	7302
	Z	30736	31575	32637	33979	35254	36220	36823	39777	41313
60°	J	28211	27912	27668	27461	27388	27367	27345	27360	27758
	F	4360	5138	5651	6020	6287	6460	6532	6530	6460
	Z	26777	27650	28708	29966	31200	32548	33917	35282	36627
65°	J	29562	29298	29103	28980	28963	29031	29191	29436	29755
	F	4746	5181	5490	5700	5796	5806	5756	5670	5571
	Z	22793	23666	24680	25791	26958	28143	29318	30464	31573
70°	J	31054	30822	30662	30583	30503	30606	30803	31176	31534
	F	4923	5200	5347	5374	5395	5169	4990	4871	4692
	Z	18605	19449	20391	21391	22411	23418	24388	25306	26172
75°	J	32621	32415	32270	32196	32190	32285	32455	32706	33028
	F	5094	5229	5223	5066	4879	4611	4334	4090	3914
	Z	14036	14836	15607	16384	17163	18306	19091	19808	20458
80°	J	34132	33941	33792	33695	33657	33682	33776	33937	34161
	F	5263	5280	5151	4809	4563	4186	3821	3513	3302
	Z	8958	9717	10508	11302	12069	12784	13429	13994	14482
85°	J	35417	35288	35061	34923	34821	34761	34748	34787	34876
	F	5433	5366	5147	4806	4383	3930	3468	3140	2890
	Z	1325	4064	4816	5555	6255	6894	7454	7928	8318
90°	J	36299	36105	35914	35730	35660	35410	35287	35198	35145
	F	5606	5487	5215	4823	4352	3853	3382	2902	2727
	Z	— 2811	— 2051	— 1295	— 564	119	733	1264	1705	2059

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	180°	185°	190°	195°	200°	205°	210°	215°	220°
90°	J	36299	36105	35914	35730	35560	35410	35287	35108	35445
	F	5606	5487	5215	4823	4352	3853	3382	2992	2727
	Z	-2811	-2051	-1205	-564	119	733	1264	1705	2050
95°	J	36635	36436	36225	36005	35782	35560	35347	35149	34975
	F	5786	5639	5351	4944	4459	3947	3403	3060	2782
	Z	-9306	-8480	-7671	-6901	-6191	-5558	-5013	-4562	-4198
100°	J	36342	36146	35932	35700	35452	35193	34920	34665	34411
	F	5948	5812	5536	5145	4679	4185	3713	3316	3037
	Z	-15959	-15021	-14118	-13273	-12504	-11825	-11244	-10761	-10365
105°	J	35497	35234	35043	34830	34598	34347	34081	33805	33523
	F	6008	5877	5745	5396	4974	4521	4085	3713	3446
	Z	-22543	-21463	-20442	-19502	-18663	-17933	-17315	-16800	-16371
110°	J	33800	33767	33620	33472	33296	33100	32883	32647	32394
	F	6215	6141	5948	5657	5297	4906	4524	4195	3937
	Z	-28555	-27625	-26482	-25452	-24552	-23786	-23149	-22623	-22178
115°	J	31405	31350	31304	31236	31163	31075	31043	31021	31002
	F	6292	6250	6114	5890	5664	5287	4974	4704	4510
	Z	-34746	-33286	-32145	-31051	-30118	-29346	-28719	-28200	-27777
120°	J	29588	29644	29696	29740	29773	29787	29776	29735	29661
	F	6283	6294	6215	6062	5854	5619	5387	5180	5056
	Z	-40137	-38696	-37403	-36288	-35362	-34619	-34035	-33572	-33180
125°	J	27071	27243	27414	27580	27736	27874	27986	28065	28107
	F	6206	6258	6235	6150	6022	5873	5727	5611	5551
	Z	-45020	-43568	-42286	-41203	-40327	-39647	-39133	-38738	-38403
130°	J	24451	24741	25028	25310	25579	25830	26054	26244	26395
	F	6046	6137	6167	6148	6098	6034	5977	5930	5922
	Z	-49435	-48053	-46849	-45851	-45064	-44473	-44042	-43722	-43447
135°	J	21773	22168	22555	22931	23292	23632	23944	24223	24445
	F	5807	5936	6017	6063	6088	6108	6141	6203	6312
	Z	-53439	-52203	-51139	-50270	-49599	-49109	-48762	-48507	-48281
140°	J	19029	19502	19960	20402	20824	21223	21594	21935	22246
	F	5502	5673	5807	5917	6015	6117	6237	6388	6582
	Z	-57069	-56040	-55160	-54449	-53966	-53513	-53236	-53025	-52825
145°	J	16170	16685	17181	17656	18107	18536	18939	19310	19677
	F	5155	5375	5566	5742	5915	6066	6298	6531	6804
	Z	-60315	-59526	-58852	-58307	-57888	-57578	-57348	-57157	-56997
150°	J	13126	13647	14147	14625	15082	15510	15937	16340	16733
	F	4793	5075	5332	5578	5826	6083	6364	6670	7009
	Z	-63105	-62559	-62086	-61695	-61383	-61136	-60931	-60736	-60514
155°	J	9837	10333	10812	11276	11724	12166	12588	13012	13439
	F	4461	4811	5143	5466	5790	6123	6472	6840	7230
	Z	-65309	-64978	-64679	-64417	-64189	-63984	-63786	-63574	-63323
160°	J	6281	6733	7180	7623	8063	8503	8940	9403	9874
	F	4187	4620	5035	5440	5841	6243	6644	7070	7493
	Z	-66764	-66590	-66432	-66265	-66096	-65910	-65723	-65496	-65224
165°	J	2403	2808	3316	3747	4192	4653	5124	5637	6188
	F	4011	4532	5036	5524	6001	6468	6927	7377	7816
	Z	-67399	-67249	-67168	-67064	-66936	-66782	-66609	-66372	-66066
170°	J	-1432	-1058	-651	-211	260	764	1301	1873	2480
	F	3958	4571	5162	5730	6276	6797	7294	7763	8202
	Z	-66820	-66812	-66775	-66710	-66616	-66491	-66336	-66148	-65925
175°	J	-5339	-4967	-4542	-4068	-3546	-2977	-2365	-1711	-1018
	F	4048	4747	5447	6035	6657	7220	7739	8213	8637
	Z	-65251	-65255	-65238	-65202	-65147	-65071	-64977	-64862	-64729
180°	J	-9043	-8635	-8162	-7626	-7032	-6384	-5688	-4940	-4172
	F	4287	5058	5702	6481	7121	7707	8234	8808	9006
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

α :	λ :	225°	230°	235°	240°	245°	250°	255°	260°	265°
0°	J	- 4834	- 4910	- 4967	- 4977	- 4949	- 4883	- 4780	- 4641	- 4466
	F	1187	761	329	- 105	- 539	- 968	- 1390	- 1801	- 2109
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	- 2545	- 2856	- 3130	- 3361	- 3543	- 3660	- 3735	- 3736	- 3671
	F	2460	2960	3616	4131	4613	504	- 504	- 1687	- 1673
	Z	59175	59153	59120	59075	59018	58948	58866	58772	58607
10°	J	- 3	- 547	- 1055	- 1515	- 1914	- 2240	- 2484	- 2638	- 2697
	F	3779	3398	2935	2395	1786	1118	401	- 350	- 1123
	Z	60204	60242	60255	60241	60195	60115	60001	59851	59647
15°	J	2762	2608	1280	623	29	- 480	- 880	- 1180	- 1372
	F	5064	4695	4208	3611	2914	2131	1277	371	- 509
	Z	60807	60995	61142	61240	61280	61258	61169	61011	60783
20°	J	5688	4777	3901	3082	2339	1690	1148	725	429
	F	6232	5806	5358	4709	3935	3053	2083	1048	- 30
	Z	60865	61281	61640	61926	62125	62227	62223	62109	61882
25°	J	8700	7712	6757	5858	5035	4302	3676	3165	2779
	F	7212	6852	6321	5632	4800	3846	2792	1663	487
	Z	60286	60985	61611	62141	62555	62875	62975	62958	62781
30°	J	11729	10755	9812	8920	8094	7348	6603	6138	5600
	F	7940	7584	7045	6336	5475	4484	3387	2210	980
	Z	59919	60017	60931	61731	62393	62894	63215	63343	63269
35°	J	14717	13850	13040	12210	11460	10768	10142	9587	9107
	F	8375	8029	7498	6766	5942	4957	3865	2680	1457
	Z	57952	58323	59504	60564	61473	62204	62733	63043	63120
40°	J	17625	16945	16285	15650	15043	14465	13917	13401	12919
	F	8498	8170	7669	7007	6200	5268	4230	3108	1922
	Z	54402	55880	57271	58543	59666	60610	61350	61860	62123
45°	J	20420	19900	19563	19144	18726	18303	17870	17423	16963
	F	8316	8018	7570	6980	6262	5430	4496	3475	2353
	Z	51113	52701	54213	55620	56895	58088	59033	59642	60109
50°	J	23111	22933	22760	22577	22369	22121	21822	21464	21045
	F	7860	7605	7231	6745	6153	5461	4674	3797	2838
	Z	47236	48825	50352	51799	53143	54361	55425	56306	56975
55°	J	25648	25716	25783	25826	25820	25744	25580	25317	24950
	F	7185	6684	6203	6345	5909	5380	4782	4081	3283
	Z	42828	44311	45752	47140	48465	49709	50850	51859	52703
60°	J	28003	28271	28533	28762	28925	28996	28953	28770	28468
	F	6363	6221	6045	5830	5567	5241	4833	4328	3799
	Z	37946	39238	40366	41751	42975	44168	45316	46395	47371
65°	J	30125	30521	30912	31265	31546	31724	31772	31672	31415
	F	5475	5394	5324	5257	5172	5044	4842	4538	4104
	Z	32048	33697	34737	35780	36839	37917	39008	40095	41148
70°	J	31048	32390	32832	33218	33574	33800	33912	33864	33653
	F	4605	4579	4610	4682	4766	4827	4824	4714	4459
	Z	26994	27789	28582	29397	30258	31178	32163	33204	34277
75°	J	33404	33813	34228	34616	34945	35184	35303	35281	35102
	F	3831	3849	3965	4157	4391	4620	4820	4858	4768
	Z	21054	21619	22184	22780	23441	24150	25044	26002	27049
80°	J	34437	34747	35071	35381	35649	35846	35944	35920	35758
	F	3216	3266	3345	33731	34082	34447	34768	34982	34935
	Z	14907	15295	15678	16095	16585	17179	17903	18766	19672
85°	J	35011	35182	35373	35564	35732	35851	35898	35840	35688
	F	2805	2871	3000	3138	3287	3437	3479	3401	3271
	Z	8639	8917	9184	9483	9853	10235	10639	11074	12686
90°	J	35129	35147	35180	35243	35290	35312	35258	35197	35022
	F	2621	2688	2824	2993	3284	3784	4312	5235	5406
	Z	2341	2574	2795	3043	3361	3791	4366	5109	6025

(Fortsetzung von VIII.)

w:	A:	225°	230°	235°	240°	245°	250°	255°	260°	265°
90°	J	35129	35147	35159	35243	35290	35312	35288	35197	35022
	J	2621	2628	2624	3393	3374	4312	4840	5235	5496
	Z	2341	2374	2795	3043	3361	3791	4366	5109	6023
95°	J	34826	34705	34600	34530	34458	34379	34277	34134	33933
	J	2663	2721	2953	3337	3835	4300	4939	5410	5736
	Z	-3697	-3662	-3428	-3166	-2832	-2388	-1797	-1038	-103
100°	J	34169	33947	33743	33557	33384	33216	33041	32847	32621
	J	2099	2053	3160	3530	4020	4586	5149	5649	6018
	Z	-10035	-9744	-9455	-9128	-8722	-8200	-7528	-6689	-5676
105°	J	33242	32967	32701	32448	32206	31974	31745	31511	31264
	J	3319	3351	3547	3894	4361	4903	5461	5971	6365
	Z	-15999	-15651	-15287	-14865	-14347	-13697	-12890	-11912	-10764
110°	J	31227	31853	31576	31301	31031	30768	30512	30261	30009
	J	3242	3871	4052	4375	4816	5334	5877	6384	6791
	Z	-21778	-21382	-20943	-20418	-19911	-18964	-17985	-16827	-15498
115°	J	30888	30662	30420	30168	29911	29657	29408	29168	28936
	J	4424	4465	4642	4950	5369	5804	6389	6886	7266
	Z	-27375	-26950	-26452	-25834	-25057	-24093	-22932	-21576	-20045
120°	J	29552	29410	29240	29040	28824	28636	28431	28237	28057
	J	5014	5083	5273	5580	5987	6466	6973	7459	7864
	Z	-32800	-32372	-31837	-31147	-30262	-29159	-27830	-26289	-24562
125°	J	28107	28068	27994	27891	27770	27642	27517	27404	27300
	J	5570	5685	5903	6224	6633	7104	7599	8071	8468
	Z	-38662	-37649	-37101	-36395	-35404	-34195	-32738	-31049	-29165
130°	J	26504	26572	26603	26666	26700	26753	26853	26953	26975
	J	6063	6237	6490	6847	7268	7739	8224	8682	9063
	Z	-43150	-42760	-42213	-41457	-40455	-39186	-37654	-35877	-33897
135°	J	24669	24837	24973	25087	25189	25281	25405	25541	25705
	J	6482	6722	7035	7418	7858	8331	8807	9247	9666
	Z	-48016	-47645	-47107	-46350	-45341	-44061	-42514	-40722	-38722
140°	J	22526	22779	23013	23236	23450	23693	23948	24233	24550
	J	6829	7135	7500	7918	8374	8847	9308	9722	10049
	Z	-52574	-52210	-51678	-50934	-49946	-48700	-47199	-45463	-43528
145°	J	20016	20343	20664	20991	21331	21695	22091	22524	22994
	J	7121	7485	7893	8336	8799	9262	9697	10074	10358
	Z	-56695	-56323	-55794	-55070	-54127	-52953	-51550	-49937	-48143
150°	J	17121	17512	17915	18337	18787	19273	19790	20368	20976
	J	7382	7789	8223	8675	9128	9564	9958	10284	10513
	Z	-60227	-59836	-59308	-58613	-57734	-56662	-55399	-53960	-52368
155°	J	13876	14330	14800	15320	15870	16464	17102	17785	18507
	J	7641	8099	8508	8946	9368	9757	10093	10358	10513
	Z	-63007	-62599	-62078	-61425	-60628	-59682	-58590	-57301	-56013
160°	J	10367	10889	11445	12041	12680	13364	14093	14861	15663
	J	7922	8340	8768	9169	9537	9859	10118	10297	10379
	Z	-64892	-64486	-63992	-63401	-62707	-61907	-61006	-60008	-58927
165°	J	6730	7327	7963	8639	9356	10113	10906	11731	12586
	J	8241	8640	9024	9385	9660	9888	10066	10184	10148
	Z	-65788	-65415	-64981	-64481	-63915	-63282	-62586	-61831	-61025
170°	J	3123	3803	4519	5269	6053	6865	7701	8555	9419
	J	8666	8970	9280	9556	9765	9908	9977	9967	9871
	Z	-69666	-69371	-69037	-68666	-68257	-67813	-67336	-66828	-66285
175°	J	-280	474	1265	2081	2917	3767	4626	5487	6342
	J	6007	6320	6574	6758	6875	6921	6902	6826	6661
	Z	-64577	-64407	-64220	-64016	-63797	-63564	-63310	-63062	-62797
180°	J	-3363	-2520	-1676	-800	63	935	1800	2651	3482
	J	9425	9673	9866	9975	10007	9964	9844	9650	9382
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

μ	λ	270°	275°	280°	285°	290°	295°	300°	305°	310°
10°	Y	-4258	-4016	-3745	-3445	-3110	-2768	-2397	-2008	-1603
	F	-2580	-2941	-3280	-3594	-3880	-4137	-4363	-4555	-4713
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
50°	Y	-3539	-3337	-3069	-2737	-2344	-1866	-1368	-858	-253
	F	-2250	-2730	-3280	-3809	-4378	-4910	-5399	-5807	-6160
	Z	58550	58423	58287	58144	57994	57841	57684	57526	57370
100°	Y	-2657	-2518	-2280	-1946	-1523	-1017	-437	205	809
	F	-1602	-2673	-3420	-4128	-4786	-5379	-5866	-6328	-6668
	Z	59448	59198	58919	58615	58290	57949	57598	57241	56884
150°	Y	-1435	-1374	-1192	-892	-481	33	638	1322	2071
	F	-1522	-2469	-3380	-4264	-5075	-5806	-6444	-6976	-7501
	Z	60487	60127	59708	59237	58723	58175	57605	57023	56439
200°	Y	265	235	338	570	924	1301	1662	2022	2358
	F	-1126	-2216	-3276	-4285	-5221	-6065	-6802	-7417	-7898
	Z	61544	61099	60558	59930	59229	58472	57677	56861	56042
250°	Y	2522	2396	2400	2532	2787	3158	3636	4211	4870
	F	-712	-1095	-1068	-4175	-5205	-6136	-6952	-7636	-8177
	Z	62447	61960	61331	60575	59712	58793	57753	56713	55666
300°	Y	5353	5129	5021	5028	5148	5380	5717	6154	6684
	F	-275	-1527	-2752	-3923	-5017	-6012	-6890	-7634	-8230
	Z	62993	62517	61853	61018	60036	58934	57747	56507	55252
350°	Y	8707	8301	8164	8028	7980	8040	8210	8472	8833
	F	103	-1075	-2323	-3525	-4658	-5690	-6620	-7428	-8082
	Z	62957	62555	61922	61075	60039	58845	57531	56139	54712
400°	Y	12475	12076	11720	11445	11233	11105	11071	11137	11311
	F	667	-546	-1783	-2989	-4142	-5217	-6103	-6800	-7400
	Z	62126	61861	61333	60553	59542	58332	56962	55477	53928
450°	Y	16495	16026	15566	15141	14759	14442	14200	14077	14057
	F	1237	55	-1143	-2333	-3492	-4596	-5619	-6535	-7323
	Z	60315	60244	59890	59257	58357	57218	55875	54372	52762
500°	Y	20560	20048	19498	18941	18403	17912	17494	17275	16974
	F	1805	712	-425	-1585	-2743	-3874	-4946	-5931	-6801
	Z	57403	57565	57443	57028	56322	55340	54111	52671	51072
550°	Y	24483	23929	23300	22650	21983	21344	20767	20284	19922
	F	2380	1405	343	-779	-1934	-3092	-4220	-5281	-6241
	Z	53348	53759	53904	53761	53316	52599	51535	50240	48726
600°	Y	28624	27459	26796	26066	25305	24553	23852	23238	22744
	F	2928	1195	-1125	-247	-1103	-2291	-3478	-4621	-5699
	Z	48205	48554	49276	49432	49291	48837	48065	46986	45630
650°	Y	31903	30446	29760	29004	28188	27364	26577	25868	25273
	F	3522	2753	1800	857	-287	-1504	-2751	-3978	-5137
	Z	42126	42981	43661	44114	44293	44161	43695	42888	41751
700°	Y	33276	32746	32081	31314	30481	29625	28792	28024	27360
	F	4932	3416	2600	1623	488	-757	-2061	-3370	-4628
	Z	35344	36356	37254	37976	38460	38653	38511	38006	37131
750°	Y	34763	34269	33639	32898	32082	31230	30386	29592	28888
	F	4486	3086	3263	2327	1205	-60	-1414	-2708	-4149
	Z	28154	29268	30331	31275	32026	32517	32687	32480	31867
800°	Y	35451	35000	34417	33724	32950	32130	31305	30514	29704
	F	4581	4400	3848	2864	1863	588	-805	-2253	-3688
	Z	20866	22034	23299	24318	25284	26073	26743	26562	26248
850°	Y	35404	34994	34464	33831	33116	32349	31565	30798	30052
	F	5227	4033	4370	3541	2470	1107	-21	-1710	-3220
	Z	13772	14903	16206	17429	18552	19402	19965	20499	20437
900°	Y	34750	34375	33809	33139	32482	31799	31079	30321	29525
	F	5543	5335	4847	4078	3046	1788	360	-1174	-2741
	Z	7102	8310	9596	10805	12128	13200	14052	14580	14727

(Fortsetzung von VIII.)

n;	λ:	270°	275°	280°	285°	290°	295°	300°	305°	310°
90°	J	34750	34375	33809	33329	32682	31979	31249	30521	29825
	J	5543	5335	4847	4078	3046	1788	360	-1174	-2741
	Z	7102	8310	9596	10505	12128	13209	14052	14580	14727
95°	J	33666	33310	32800	32382	31805	31172	30504	29825	29158
	J	5855	5722	5306	4599	3614	2384	959	-506	-2211
	Z	999	2238	3569	4927	6237	7416	8379	9048	9354
100°	J	32350	32025	31639	31190	30681	30119	29518	28892	28261
	J	6193	6123	5773	5130	4198	3004	1595	30	-1622
	Z	-4502	-3194	-1799	-377	990	2250	3297	4064	4484
105°	J	30904	30600	30345	29953	29512	29022	28489	27921	27330
	J	6880	6563	6274	5601	4814	3663	2278	712	-965
	Z	-9462	-8041	-6546	-5038	-3588	-2269	-1157	-320	180
110°	J	29749	29475	29176	28845	28475	28060	27599	27092	26545
	J	7034	7058	6820	6203	5470	4364	3006	1449	-244
	Z	-14024	-12445	-10813	-9100	-7645	-6248	-5070	-4173	-3610
115°	J	28709	28480	28241	27982	27691	27358	26975	26536	26037
	J	7556	7610	7414	6934	6160	5096	3770	2220	527
	Z	-18373	-16609	-14811	-13046	-11383	-9891	-8634	-7670	-7043
120°	J	27800	27731	27573	27402	27205	26966	26671	26306	25864
	J	8132	8205	8038	7595	6864	5836	4542	3019	1324
	Z	-22695	-20743	-18772	-16853	-15058	-13454	-12102	-11054	-10249
125°	J	27234	27174	27120	27060	26974	26844	26640	26372	25997
	J	8733	8813	8662	8243	7542	6552	5291	3796	2118
	Z	-27135	-25023	-22900	-20840	-18916	-17196	-15739	-14592	-13790
130°	J	26621	26688	26764	26834	26877	26871	26791	26614	26321
	J	9317	9392	9245	8842	8163	7203	5979	4519	2874
	Z	-31766	-29551	-27325	-25163	-23139	-21319	-19760	-18508	-17594
135°	J	25896	26110	26333	26551	26738	26868	26914	26850	26655
	J	9837	9805	9741	9342	8680	7750	6566	5154	3559
	Z	-36571	-34332	-32076	-29877	-27804	-25924	-24289	-22943	-21917
140°	J	24808	25270	25651	26022	26357	26628	26807	26866	26783
	J	10248	10279	10107	9705	9056	8158	7020	5670	4144
	Z	-44445	-39271	-37073	-34917	-32868	-30986	-29322	-27916	-26797
145°	J	23497	24023	24556	25074	25551	25960	26271	26457	26496
	J	10514	10508	10311	9901	9265	8401	7319	6042	4604
	Z	-46211	-44191	-42139	-40113	-38170	-36361	-34731	-33318	-32148
150°	J	21618	22279	22944	23590	24192	24723	25155	25464	25628
	J	10615	10564	10336	9916	9293	8468	7451	6260	4926
	Z	-50657	-48866	-47039	-45224	-43465	-41805	-40283	-38929	-37769
155°	J	19258	20025	20790	21534	22232	22850	23392	23809	24089
	J	10552	10449	10187	9756	9148	8306	7419	6324	5103
	Z	-54570	-53692	-51519	-49977	-48470	-47029	-45684	-44461	-43381
160°	J	16488	17323	18151	18953	19710	20401	21005	21504	21882
	J	10347	10187	9880	9445	8854	8116	7242	6243	5139
	Z	-57779	-56582	-55358	-54129	-52918	-51749	-50640	-49612	-48680
165°	J	13441	14304	15154	15975	16752	17466	18108	18656	19101
	J	10040	9821	9484	9026	8448	7752	6945	6039	5046
	Z	-60177	-59299	-58402	-57502	-56610	-55741	-54908	-54122	-53395
170°	J	10283	11139	11974	12778	13538	14241	14878	15437	15909
	J	9685	9403	9024	8549	7977	7314	6564	5737	4840
	Z	-61741	-61172	-60595	-60016	-59442	-58880	-58327	-57789	-57333
175°	J	7185	8007	8800	9556	10267	10925	11522	12052	12509
	J	9336	8981	8567	8066	7491	6845	6134	5364	4542
	Z	-62526	-62250	-61972	-61695	-61421	-61153	-60893	-60645	-60409
180°	J	4287	5058	5792	6481	7121	7707	8234	8698	9096
	J	9043	8635	8162	7626	7032	6384	5688	4949	4172
	Z	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651	-62651

(Fortsetzung von VIII.)

u:	λ:	315°	320°	325°	330°	335°	340°	345°	350°	355°
0°	J	-1187	-761	-329	105	539	968	1390	1801	2199
	Y	-4834	-4019	-4967	-4977	-4040	-4833	-4770	-4641	-4466
	Z	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860	57860
5°	J	318	636	1561	2185	2799	3304	3961	4494	4984
	Y	-5044	-6056	-6066	-6062	-5958	-5795	-5546	-5248	-4895
	Z	57216	57067	56924	56790	56665	56551	56450	56363	56289
10°	J	1631	2380	3157	3924	4675	5397	6079	6710	7279
	Y	-6609	-7048	-7084	-7016	-6848	-6585	-6233	-5800	-5207
	Z	56533	56193	55868	55564	55285	55033	54812	54624	54470
15°	J	2870	3702	4552	5402	6238	7043	7802	8502	9133
	Y	-7684	-7851	-7888	-7798	-7584	-7253	-6813	-6276	-5655
	Z	55866	55313	54788	54301	53857	53462	53120	52834	52605
20°	J	4155	4995	5861	6736	7603	8445	9245	9990	10664
	Y	-8249	-8435	-8483	-8385	-8146	-7772	-7274	-6666	-5962
	Z	55238	54466	53739	53069	52466	51936	51483	51110	50817
25°	J	5600	6386	7211	8058	8911	9751	10562	11328	12033
	Y	-8565	-8795	-8865	-8776	-8532	-8142	-7616	-6969	-6218
	Z	54637	53651	52727	51883	51130	50476	49925	49476	49127
30°	J	7295	7976	8714	9493	10296	11106	11906	12678	13406
	Y	-8660	-8943	-9048	-8985	-8759	-8377	-7852	-7197	-6431
	Z	54015	52828	51718	50707	49810	49036	48390	47867	47463
35°	J	9200	9833	10453	11137	11868	12631	13405	14174	14919
	Y	-8577	-8905	-9061	-9043	-8855	-8505	-8004	-7368	-6616
	Z	53293	51922	50635	49459	48416	47516	46762	46153	45679
40°	J	11592	11970	12465	13040	13680	14394	15136	15897	16655
	Y	-8337	-8722	-8842	-8986	-8954	-8555	-8100	-7594	-6988
	Z	52394	50832	49378	48036	46832	45784	44897	44170	43594
45°	J	14160	14387	14736	15108	15760	16405	17111	17858	18623
	Y	-7963	-8438	-8738	-8857	-8798	-8564	-8170	-7631	-6968
	Z	51099	49438	47829	46317	44936	43709	42651	41762	41037
50°	J	16606	16650	17197	17549	18026	18607	19273	20000	20763
	Y	-7530	-8007	-8480	-8696	-8719	-8563	-8241	-7769	-7169
	Z	49367	47615	45873	44192	42617	41183	39940	38810	37884
55°	J	19702	19638	19732	19980	20372	20880	21507	22203	22951
	Y	-7969	-7739	-8232	-8536	-8650	-8578	-8334	-7935	-7405
	Z	47943	45250	43406	41571	39799	38135	36614	35200	34085
60°	J	22395	22210	22193	22344	22652	23098	23661	24312	25027
	Y	-6614	-7393	-7993	-8400	-8610	-8626	-8463	-8140	-7682
	Z	44937	42260	40360	38400	36444	34549	32765	31130	29673
65°	J	24822	24534	24419	24478	24701	25071	25664	26155	26817
	Y	-6182	-7075	-7786	-8300	-8608	-8714	-8634	-8388	-8000
	Z	40311	38612	36712	34674	32569	30465	28426	26509	24760
70°	J	26831	26459	26258	26229	26365	26651	27063	27578	28167
	Y	-5782	-6789	-7613	-8235	-8643	-8842	-8845	-8673	-8353
	Z	35897	34336	32494	30437	28236	25969	23713	21540	19514
75°	J	28304	27867	27590	27477	27525	27719	28030	28462	28962
	Y	-5409	-6527	-7464	-8195	-8706	-8988	-9085	-9087	-8731
	Z	30904	29527	27893	25789	23558	21192	18777	16399	14136
80°	J	29177	28659	28346	28154	28112	28209	28429	28748	29145
	Y	-5047	-6273	-7322	-8162	-8777	-9105	-9237	-9313	-9118
	Z	25510	24347	22785	20873	18679	16286	13785	11269	8830
85°	J	29449	28923	28523	28257	28125	28122	28234	28442	28727
	Y	-4675	-6004	-7162	-8113	-8836	-9323	-9583	-9632	-9497
	Z	19942	19002	17630	15864	13766	11414	8991	6322	3776
90°	J	29189	28637	28186	27849	27630	27524	27524	27615	27780
	Y	-4271	-5606	-6962	-8025	-8858	-9449	-9800	-9925	-9850
	Z	14447	13717	12541	10946	8955	6730	4269	1698	-887

(Fortsetzung von VIII.)

μ :	λ :	315°	320°	325°	330°	335°	340°	345°	350°	355°
90°	J	29189	28637	28186	27849	27630	27524	27524	27615	27780
	F	— 4271	— 5696	— 6962	— 8025	— 8858	— 9449	— 9800	— 9925	— 9850
	Z	14447	13717	12541	10946	8985	6730	4269	1698	— 887
95°	J	28528	27957	27464	27059	26751	26541	26423	26391	26412
	F	— 3812	— 5329	— 6699	— 7875	— 8820	— 9518	— 9965	— 10170	— 10156
	Z	9248	8701	7707	6286	4483	2361	0	— 2509	— 5072
100°	J	27644	27060	26525	26055	25657	25338	25099	24938	24848
	F	— 3284	— 4884	— 6356	— 7643	— 8703	— 9511	— 10057	— 10347	— 10398
	Z	4509	4107	3269	2010	366	— 1608	— 3840	— 6248	— 8744
105°	J	26730	26136	25562	25025	24533	24103	23735	23436	23208
	F	— 2670	— 4355	— 5921	— 7316	— 8489	— 9409	— 10058	— 10436	— 10559
	Z	298	6	— 705	— 1824	— 3321	— 5147	— 7238	— 9522	— 11921
110°	J	25965	25363	24752	24146	23561	23011	22509	22066	21691
	F	— 2000	— 3741	— 5392	— 6887	— 8168	— 9197	— 9950	— 10422	— 10682
	Z	— 3420	— 3626	— 4235	— 5236	— 6600	— 8285	— 10234	— 12384	— 14664
115°	J	25482	24875	24229	23557	22877	22206	21566	20974	20447
	F	— 1258	— 3051	— 4774	— 6356	— 7736	— 8868	— 9723	— 10290	— 10578
	Z	— 6785	— 6914	— 7432	— 8325	— 9566	— 11114	— 12921	— 14929	— 17076
120°	J	25341	24738	24063	23331	22561	21775	21000	20260	19581
	F	— 475	— 2302	— 4078	— 5730	— 7194	— 8418	— 9369	— 10033	— 10415
	Z	— 10013	— 10056	— 10476	— 11257	— 12370	— 13778	— 15436	— 17390	— 19286
125°	J	25517	24920	24240	23462	22617	21731	20835	19960	19138
	F	322	— 1517	— 3324	— 5023	— 6550	— 7851	— 8889	— 9648	— 10128
	Z	— 13353	— 13289	— 13590	— 14239	— 15207	— 16457	— 17945	— 19626	— 21448
130°	J	25900	25346	24663	23865	22972	22013	21024	20039	19095
	F	— 1192	— 794	— 2533	— 4853	— 6318	— 7176	— 8289	— 9138	— 9719
	Z	— 17036	— 16839	— 16993	— 17481	— 18273	— 19336	— 20627	— 22104	— 23722
135°	J	26313	25817	25170	24385	23482	22492	21450	20394	19364
	F	1836	49	— 1733	— 3443	— 5021	— 6413	— 7585	— 8513	— 9194
	Z	— 21227	— 20877	— 20859	— 21156	— 21741	— 22582	— 23643	— 24884	— 26205
140°	J	26541	26131	25554	24823	23956	22988	21942	20867	19798
	F	2493	774	— 952	— 2623	— 4184	— 5587	— 6797	— 7792	— 8567
	Z	— 25983	— 25477	— 25276	— 25364	— 25719	— 26313	— 27116	— 28092	— 29207
145°	J	26371	26072	25601	24965	24185	23286	22300	21262	20209
	F	3048	1422	— 219	— 1823	— 3340	— 4729	— 5957	— 7003	— 7860
	Z	— 31240	— 30599	— 30225	— 30107	— 30229	— 30569	— 31101	— 31799	— 32634
150°	J	25630	25463	25125	24623	23972	23195	22319	21374	20391
	F	3482	1972	438	— 1074	— 2524	— 3875	— 5100	— 6178	— 7101
	Z	— 36819	— 36089	— 35579	— 35286	— 35198	— 35301	— 35576	— 36005	— 36564
155°	J	24219	24191	24002	23657	23167	22545	21823	21014	20148
	F	3785	2404	994	— 410	— 1273	— 3067	— 4267	— 5357	— 6325
	Z	— 42458	— 41702	— 41118	— 40706	— 40460	— 40372	— 40432	— 40626	— 40941
160°	J	22126	22229	22188	22005	21686	21242	20689	20043	19322
	F	3951	2704	1425	141	— 1123	— 2344	— 3502	— 4580	— 5569
	Z	— 47856	— 47150	— 46568	— 46111	— 45780	— 45571	— 45480	— 45500	— 45624
165°	J	19432	19642	19727	19688	19527	19250	18865	18385	17816
	F	3982	2806	1716	552	— 607	— 1744	— 2842	— 3889	— 4873
	Z	— 52735	— 52151	— 51646	— 51225	— 50891	— 50642	— 50480	— 50400	— 50461
170°	J	16287	16564	16737	16804	16764	16620	16376	16037	15609
	F	3887	2887	1856	806	— 250	— 1297	— 2324	— 3320	— 4274
	Z	— 56883	— 56475	— 56112	— 55798	— 55534	— 55324	— 55166	— 55062	— 55012
175°	J	12886	13180	13388	13506	13534	13471	13320	13080	12756
	F	3675	2771	1841	891	— 67	— 1025	— 1972	— 2901	— 3803
	Z	— 60189	— 59986	— 59802	— 59640	— 59499	— 59382	— 59200	— 59122	— 59180
180°	J	9425	9683	9866	9975	10007	9964	9844	9650	9382
	F	3363	2529	1676	809	— 63	— 935	— 1800	— 2651	— 3482
	Z	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651	— 62651

VIII a. Abweichungen der berechneten Werthe der Komponenten von den beobachteten.*

μ :	λ :	15°	45°	75°	105°	135°	165°	195°	225°	255°	285°	315°	345°
30°	ΔF	-65	349	411	702	56	-810	-953	-137	-154	-541	-76	25
	ΔF	-63	-340	324	-142	-477	334	-241	-790	-31	0	66	565
	ΔZ	-791	1507	1129	-202	-221	-1853	-158	371	472	1837	532	633
40°	ΔF	67	27	-267	-3	158	-65	-236	674	105	-316	262	239
	ΔF	-350	-485	559	-15	-1085	742	67	-427	690	-556	-128	501
	ΔZ	-667	-503	272	-725	1182	-81	996	548	152	1459	737	-226
50°	ΔF	51	-259	-384	-74	308	92	-539	638	172	160	-425	340
	ΔF	-251	-414	532	272	-1236	902	-390	-311	1028	-366	48	515
	ΔZ	-381	84	-239	-735	253	156	-114	-1338	249	915	-1593	72
60°	ΔF	-80	-192	140	83	15	203	-210	359	-574	811	454	-42
	ΔF	99	-134	36	604	-937	805	-479	-75	786	-438	-115	269
	ΔZ	52	787	797	123	-93	-181	-52	-703	-425	945	-874	1331
70°	ΔF	-235	-34	504	-323	-121	35	261	-96	-533	169	34	-404
	ΔF	246	69	-483	726	-539	544	-544	250	165	-597	600	-161
	ΔZ	-792	508	-692	-43	479	-956	537	234	1003	767	149	820
80°	ΔF	419	15	-280	16	-117	276	374	-402	737	483	738	-84
	ΔF	207	190	-733	709	-433	403	-363	141	-318	-659	1286	-793
	ΔZ	-937	1131	-720	102	563	-850	813	-507	587	-336	393	251
90°	ΔF	109	237	-261	116	694	-608	154	-629	136	-423	457	6
	ΔF	398	208	-663	421	-341	209	-205	109	-385	-503	1242	-1211
	ΔZ	-951	791	182	-813	-166	-318	721	-780	18	-300	393	-409
100°	ΔF	-331	-6	180	151	-61	-672	73	-303	438	-278	342	-461
	ΔF	-520	105	-311	290	-251	153	-75	431	54	-259	753	-853
	ΔZ	-793	-132	-141	546	103	400	597	-45	430	44	67	326
110°	ΔF	-204	172	-95	-114	353	314	278	-32	554	-415	270	-103
	ΔF	236	-167	268	32	-168	154	-251	593	124	-319	150	114
	ΔZ	826	-537	-639	-499	-794	383	6	-351	388	31	-4	430
120°	ΔF	247	222	-294	-441	-36	-77	450	-201	-22	57	-4	71
	ΔF	-280	-602	641	14	-180	246	-330	144	-223	-152	-336	713
	ΔZ	825	142	-185	750	-393	-44	-1101	-883	201	-354	451	-174
130°	ΔF	396	-13	-97	430	103	-350	452	-314	-179	288	263	-128
	ΔF	-174	-783	535	-306	-192	396	-200	-423	251	75	-693	615
	ΔZ	485	194	-387	1613	1054	446	-1361	1082	194	-770	172	-870
140°	ΔF	81	-263	45	922	331	-256	231	-275	-116	511	-204	-300
	ΔF	19	-341	519	-810	-247	746	-52	-624	40	702	-667	180
	ΔZ	96	-294	-101	-1241	-3090	184	548	2467	439	-489	667	-1030
150°	ΔF	-399	-203	-613	185	-724	-747	394	627	677	-639	134	-478
	ΔF	367	419	57	-61	-180	605	-62	-598	626	1771	226	358
	ΔZ	-83	-158	742	-7	1646	768	-1847	-1918	-2231	99	2420	85

* Diese im Texte nicht erwähnte Tabelle ist nachträglich eingeschoben worden, um für die beiden folgenden (IX und X) eine übersichtlichere Anordnung zu gewinnen. Sie enthält die Differenzen der berechneten und der beobachteten Werthe von F , F , Z , d. h. der Werthe in VIII und derjenigen in III, gebildet im Sinne (Beob.—Ber.). Die entsprechenden Differenzen für die Zwischenpunkte ($\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 330^\circ$) derselben Parallelkreise findet man (nach provisorischer Berechnung) in B, Tab. XIVa, b, c, S. 64—66.

IX. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von U , W , $V:b$. ($b = 6.356 \cdot 10^8 \text{ cm}$.)

1.

 U_0

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	-18428.2	-233.0	354.4	276.5	-52.8	5.9
1		-1167.0	1202.2	-407.8	147.8	110.7	18.5
		3485.7	-304.9	-92.7	61.7	-89.6	32.2
2			308.9	527.4	189.1	106.6	-7.2
			716.9	21.1	-29.4	-8.1	18.1
3				141.2	-100.6	6.7	-25.2
				225.2	-55.3	-0.3	-10.5
4					101.5	-24.1	5.9
					15.2	-26.6	12.3

$$U = U_0 + H_1 (-533.5 \cos \lambda + 50.0 \sin \lambda) + H_2 (27.9 \cos 2\lambda - 42.7 \sin 2\lambda) \\ + H_3 (-202.2 \cos 3\lambda + 154.3 \sin 3\lambda) + H_4 (89.8 \cos 4\lambda - 11.4 \sin 4\lambda)$$

 W_0

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	-18428.2	-233.0	354.4	276.5	-52.8	5.9
1		-1277.0	1261.0	-496.0	166.0	170.0	-38.0
		3421.0	-330.0	-132.0	121.0	-61.0	7.0
2			241.5	525.5	186.0	108.0	-1.0
			623.5	-11.5	-47.5	0.5	32.0
3				172.7	-104.0	2.0	-27.0
				249.7	-67.3	-4.0	-5.7
4					40.0	-21.0	13.5
					-68.8	-27.0	22.8

$$W = W_0 + \lambda (50 - 67 R_0^1 - 34 R_0^2 + 38 R_0^3 + 9 R_0^4 + 4.67 R_0^5 - 0.27 R_0^6)$$

 $V:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	-18428.2	-233.0	354.4	276.5	-52.8	5.9
1		-1222.0	1231.6	-451.9	156.9	140.3	-9.8
		3453.8	-317.5	-112.8	91.3	-75.3	19.6
2			275.2	526.5	187.5	107.3	-4.1
			670.2	4.8	-38.4	-3.8	25.0
3				157.0	-102.3	4.4	-26.1
				237.4	-61.3	-2.2	-8.1
4					70.7	-22.5	9.7
					-26.8	-26.8	17.6

IX. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von U , W , V : b . ($b = 6.356 \cdot 10^8 \text{ cm}$)

2.

 U_0

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	-18400.4	-237.6	393.0	271.1
1		-1702.1	1254.8	-539.7	156.9
		3656.1	-333.7	-35.5	43.0
2			292.0	483.6	185.5
			644.9	7.7	-54.3
3				167.7	-89.7
				247.0	-66.4
4					45.5
					-61.8

$$U = U_0 + H_1(-397.4 \cos \lambda - 8.2 \sin \lambda) + H_2(-57.7 \cos 2\lambda - 89.7 \sin 2\lambda) + H_3(-174.7 \cos 3\lambda + 107.5 \sin 3\lambda)$$

3.

 U_0

	0	1	2
0	-18618.2	-393.1	
1	-1019.0	1180.1	
	3517.0	-373.3	
2			200.5
			640.5

$$U = U_0 + H_1(-499.7 \cos \lambda - 88.0 \sin \lambda)$$

 W_0

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	-18400.4	-237.6	393.0	271.1
1		-1312.0	1250.0	-644.0	117.0
		3452.0	-353.0	19.0	50.0
2			242.5	478.0	195.0
			622.5	-1.0	-50.0
3				167.7	-99.0
				247.0	-60.7
4					45.5
					-61.8

$$W = W_0 + \lambda(49 - 64 R_0^1 - 34 R_0^2 + 41.92 R_0^3 + 9.01 R_0^4)$$

 W_0

	0	1	2
0	-18618.2	-393.1	
1	-1019.0	1051.0	
	3517.0	-396.0	
2			200.5
			640.5

$$W = W_0 + \lambda(53 - 23.70 R_0^2)$$

 $V:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	-18400.4	-237.6	393.0	271.1
1		-1507.0	1252.4	-591.9	137.0
		3554.0	-343.4	-8.8	46.5
2			267.3	480.8	190.2
			633.7	3.4	-52.2
3				167.7	-94.4
				247.0	-63.5
4					45.5
					-61.8

 $V:b$

	0	1	2
0	-18618.2	-393.1	
1	-1019.0	1115.6	
	3517.0	-384.6	
2			200.5
			640.5

X. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von $V_i:b$, $V_a:b$, $\alpha\beta bi$. ($b = 6.356 \cdot 10^8 \text{ cm.}$)

1.

 $V_i:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	-18321.0	-233.9	354.4	264.9	-50.6	5.8
1		-1360.9	1264.0	-466.2	171.1	119.2	5.7
		3455.5	-321.0	-112.0	94.4	-81.2	24.6
2			302.9	540.0	172.3	86.2	-14.9
			668.1	9.8	-57.5	-10.4	17.5
3				151.0	-103.2	4.7	-44.8
				258.2	-75.3	6.5	-17.8
4					52.7	-2.1	-6.4
					-24.7	-22.5	-7.4

 $V_a:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	-107.2	0.9	0.0	11.6	-2.2	0.1
1		138.9	-32.4	14.3	-14.2	21.1	-15.5
		-2.2	3.5	-0.3	-3.1	5.9	-5.0
2			-27.7	-13.5	15.2	21.1	10.8
			2.1	-5.0	19.1	6.6	7.5
3				6.0	0.9	-0.3	18.7
				-20.8	14.0	-8.7	9.7
4					18.0	-20.4	16.1
					-2.1	-4.0	25.0

 $\alpha\beta bi$

$m; n:$	0	1	2	3	4	5
0	0	6.8	-20.7	-5.7	-3.7	0.0
1		-3.7	-3.0	-15.7	-23.1	24.3
		-33.4	2.9	-39.7	47.9	-54.5
2			10.3	-15.9	-14.9	-28.1
			2.6	14.4	2.4	12.5
3				-16.6	11.0	-15.9
				-28.8	-14.0	-5.9
4					2.1	-52.2
					16.4	38.8

X. Koeffizienten der Reihen zur Darstellung von $V_i:b$, $V_a:b$, $\alpha\beta bi$. ($b = 6.356 \cdot 10^8 \text{ cm.}$)

2.

 $V_i:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	-18242.9	-242.8	404.7	259.3
1		-1470.6	1266.7	-538.2	157.7
		3496.6	-339.8	-57.2	67.6
2			300.8	526.9	172.6
			653.1	7.8	-63.2
3				155.6	-105.6
				263.4	-78.9
4					40.2
					-42.0

3.

 $V_i:b$

	0	1	2
0		-18501.6	-440.3
1		-1357.8	1213.2
		3477.4	-355.7
2			291.1
			648.8

 $V_a:b$

$m; n:$	0	1	2	3	4
0	0	-157.5	5.2	-11.7	-11.8
1		-36.9	-14.3	-53.7	-20.7
		57.5	-3.6	46.9	-21.0
2			-33.0	-46.1	17.7
			-19.4	-4.4	11.0
3				12.2	11.2
				-16.4	15.4
4					5.8
					-19.8

 $V_a:b$

	0	1	2
0		-116.7	47.2
1		338.8	-97.6
		39.6	-28.9
2			-90.6
			-7.8

 $\alpha\beta bi$

$m; n:$	0	1	2	3
0	0	6.8	-19.7	-5.7
1		1.8	-28.2	-4.6
		-27.0	-52.1	-26.0
2			11.0	-6.3
			-7.1	13.9
3				-16.3
				-26.6

 $\alpha\beta bi$

	0	1
0		7.3
1		8.1
		-10.4

Nachträge und Berichtigungen.

- Seite 7, Zeile 3, 4 und 5. In $\log r_0^1$, $\log r_1^1$, $\log r_1^2$ und $\log r_2^2$ ist als letzte Stelle 6 statt 7 zu schreiben.
- Seite 8, Zeile 21. Statt $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \dots = 2$ muss es heißen: $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = 2$.
- Seite 12, Zeile 9..12 und 19..22. Die (in der weiteren Rechnung nicht benutzten und hier nur der Vollständigkeit wegen mit angeführten) zu $m = 0$ gehörigen Werthe von $\log \alpha_{00} \dots \log \alpha_{66}$ und $\log \alpha_{11} \dots \log \alpha_{27}$ sind etwas ungenau, weil sie aus provisorischen Normalgleichungen berechnet wurden, deren Koeffizienten $a_{00} \dots a_{66}$ und $a_{11} \dots a_{27}$ von den endgültig angenommenen, die man auf S. 11 findet, z. Th. um einige Einheiten der letzten Stelle abweichen.
- Seite 23. Die hier zusammengestellten numerischen Formeln sind, um für die gewöhnliche logarithmische Rechnung möglichst bequem zu sein, nicht in der zuvor bei der allgemeinen Darstellung benutzten Form angegeben. Sie lassen sich aber natürlich sofort in diese Form umschreiben, die auch für die Zahlenrechnung eher vorteilhafter als die andere ist, wenn man Additionalalgorithmen verwendet.
- Seite 25, Zeile 6 und 2 von unten, Seite 26, Zeile 5 von oben. Statt 0.2385607 und 0.8996702 ist 0.2385606 und 0.8996703 zu lesen.
- Seite 74. Die Koeffizienten der Entwicklung von $\alpha \beta b i$ weichen bei $m = 3$ und $m = 4$ auffallend von denjenigen, die in B, pag. 59 mitgetheilt wurden, ab. Es liegt dies daran, dass bei diesen versehentlich der bei der Berechnung auftretende Faktor m weggelassen worden ist.
- Seite 75. Als Koeffizient von $B_1^2 \sin \lambda$ in der Entwicklung von $\alpha \beta b i$ ist -45.9 statt -10.4 einzusetzen.

AUS DEM
ARCHIV DER DEUTSCHEN SEEWARTE.

XXI. Jahrgang 1898.

Herausgegeben von der Direktion der Seewarte.

No. 3.

Untersuchungen

über die

Bewölkungs-Verhältnisse von Tiflis.

Von

Dr. **C. Kassner.**

(Mit einer autographirten Kurven-Tafel.)



HAMBURG, 1898.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1
I. Der jährliche und säkulare Gang	3
II. Der tägliche Gang	8
IIIa. Der jährliche Gang an heiteren und trüben Tagen	12
IIIb. Der tägliche Gang an heiteren und trüben Tagen	16
IV. Der jährliche und tägliche Gang an Zyklonen- und Antizyklonen-Tagen	17
V. Die Häufigkeit der Bewölkungsstufen	22
VI. Perioden wolkenlosen und bedeckten Himmels	25
Tabellen	27
Kurven-Tafel	35

Untersuchungen über die Bewölkungsverhältnisse von Tiflis.

Von Dr. C. Kassner, Berlin.

Einleitung.

Der Beobachtungsdienst an meteorologischen Zentral-Observatorien beginnt gegenwärtig in seine dritte Phase einzutreten. Als die Meteorologie noch ziemlich in den Kinderschuhen steckte, machte sich mehr und mehr das Bedürfniss geltend, Genaueres über den täglichen Gang der Elemente zu erfahren; da man aber noch nicht über gute Registrir-Instrumente verfügte, so war man auf direkte Beobachtungen angewiesen. Nachdem jedoch brauchbare Registrir-Instrumente erfunden waren, verliess man sich mehr und mehr auf sie, zumal gelegentliche Kontrollen am Tage ohne Beschwerden ausführbar waren. Infolgedessen wuchs die Zahl der Observatorien und der veröffentlichten Stundenwerthe der meteorologischen Elemente so stark an, dass man über dem so ausgeschütteten Reichthum an Beobachtungs-Material ein Element fast allerorten ganz vergass — die Bewölkung. Man erinnerte sich ihrer erst wieder, als infolge der Studien über die Bewegungen der Atmosphäre die Wolken als wichtiges Hilfsmittel in den Vordergrund traten. Allgemein machte sich jetzt der Mangel stündlicher Aufzeichnungen über die Bewölkung in hohem Grade fühlbar, und um demselben abzuhelfen, versuchte man anfangs mit Instrumenten, wie dem Sonnenschein-Autographen, dem Polstar-Recorder, oder sonstwie auf photographischem Wege solche Aufzeichnungen zu erhalten, leider ohne damit bis jetzt vollauf befriedigende Resultate erzielt zu haben. Daher fängt man gegenwärtig von neuem an, die direkten Augenbeobachtungen auch für die Nacht einzuführen, aber der begangene Fehler wird sich nur schwer oder gar nicht wieder einbringen lassen, denn einestheils muss man nun manche Jahre mit Untersuchungen warten, bis für einen genügend langen Zeitraum stündliche Beobachtungen vorliegen, während anderentheils zur Erklärung der bisher veröffentlichten Registrirungen der anderen Elemente die oft unentbehrlichen Bewölkungs-Aufzeichnungen fehlen und man sie noch oft schmerzlich vermissen wird.

Glücklicherweise giebt es aber noch einige Observatorien, welche gerade die Anstellung stündlicher direkter Beobachtungen schon seit vielen Jahren als ihre Hauptaufgabe betrachtet haben und davon trotz aller Registrir-Apparate nicht abgegangen sind. Ihnen muss die Meteorologie für diese ausserordentliche Mühewaltung und die dadurch erlangten höchst werthvollen Aufzeichnungen in besonderem Maasse zu Dank verpflichtet sein. Zu diesen Observatorien gehört das Tifliser, von welchem bereits für drei Lustren stündliche Werthe aller meteorologischen Elemente vorliegen, und welches auch schon vorher für 1871—79 zehnmal tagsüber erhaltene Beobachtungs-Ergebnisse veröffentlichte.

Die Stadt Tiflis liegt in 420—580 m Meereshöhe zu beiden Seiten des Flusses Kura, der hier von NW nach SE in einem nicht breiten und von hohen Bergen eingefassten Thale dahinfließt.¹⁾ Eine halbe geographische Meile nördlich vom Mittelpunkt der Stadt, jenseits der Vorstadt Kuki, befindet sich das Observatorium (409 m über dem Meere), von Gärten umgeben und nahe dem Flusse. Schon 8 km nach SW zu erheben sich die Berge bis zu 1000 m relativer Höhe, sodass hier der Horizont etwas beengt ist. In welchem Betrage das der Fall ist, ersieht man aus den Messungen des Höhenwinkels, welche der frühere Leiter des Observatoriums, Herr Moritz, für alle 10° Azimuth ausgeführt und in einer Zeichnung niedergelegt hat.²⁾

¹⁾ Vergl. für die Beschreibung des Observatoriums und seiner Lage den Aufsatz von Moritz, *Astronomische Nachrichten* 69, 273 ff.; ferner die Einleitung zu dem weiter unten zitierten 2. Bande der Tifliser Beobachtungen (1876—1879) und Eykatschew, „Die Vertheilung der Winde und des Luftdrucks am Kaspiischen Meere.“ *Repert. f. Meteorol.* 11, No. 2, 26.

²⁾ Diese Zeichnung ist auf dem Situationsplan des Observatoriums enthalten, welcher dem in Anm. ¹⁾ zitierten Aufsatz von Moritz und den meisten Exemplaren der Tifliser Beobachtungen (1876—1879) beigegeben ist.

Der grösste Höhenwinkel ergab sich zu $8^{\circ}19'$ zwischen S und W, sonst aber blieb er weit darunter. Wenn man nun auch annehmen muss, dass infolgedessen die Schätzung der Bewölkung ein wenig beeinträchtigt worden ist, so darf man doch andererseits diesen Einfluss nicht hoch anschlagen, wenn man sich der Vergleichsbeobachtungen erinnert, welche auf Veranlassung von Herrn Wild in Pawlowsk vorgenommen wurden. Schätzte man nämlich die Bewölkung am ganzen Himmel und diejenige Wolkenmenge, welche innerhalb 60° Zenithabstand vorhanden war, so ergab erstere Methode wohl etwas grössere Werthe, aber selten über eine volle Stufe und niemals mehr als anderthalb Stufen (15%) im Monatsmittel.²⁾ Da aber in Tiflis im ungünstigsten Falle immer noch ein Zenithabstand von 82° , meist aber von mehr als 85° zur Verfügung stand, so darf man den hierdurch entstandenen Fehler auf höchstens 5% anschlagen, ein Betrag, der aber, wie Herr Laurenty¹⁾ gezeigt hat, kaum den persönlichen Fehler selbst geübter Beobachter erreicht.

Die Beobachtungen, an welchen sich eine ganze Reihe, im Laufe der Jahre sehr wechselnder Personen beteiligten³⁾, wurden in folgenden Bänden in russischer und deutscher Sprache veröffentlicht:

Materialien zu einer Klimatologie des Kaukasus, gesammelt und herausgegeben von A. Moritz und J. Mielberg, Direktoren des Observatoriums in Tiflis. Abth. I: meteorologische Beobachtungen, Band I: Tiflis 1871—1875, Band II: Tiflis 1876—1879. 8^o.

Meteorologische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1880, dasselbe für 1881—1890. 8^o.

Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1891, dasselbe für 1892—1895. 4^o.

Aus den Monaten Januar 1871 bis Juli 1872 liegen zwar Beobachtungen für die Stunden 1^a, 4^a, 7^a, 9^a, 10^a, 1^p, 4^p, 9^p, 10^p vor, aber nur für 7^a, 1^p und 9^p in der üblichen Form der Schätzung nach Zehnteln des Himmelsgewölbes, während an den übrigen Stunden folgende Skala zu Grunde gelegt wurde:

I = einzelne Wolken am Horizonte,	VI = dünne Wolken,
II = dünne " " "	VII = zerstreute Wolken,
III = Wolken am Horizonte,	VIII = Regengewolken,
IV = einzelne dünne Wolken,	IX = bewölkt.
V = einzelne Wolken,	X = trübe.

Da diese Skala eine Umrechnung in die 10theilige nicht sicher gestattet⁴⁾, so wurden für die ersten zwei Jahre 1871 und 1872 nur die Beobachtungen um 7^a, 1^p und 9^p benutzt, von 1873 an aber alle vorhandenen und zwar von 1873—1880 die zehnmal täglichen und von 1881—1895 die 24-stündigen Werthe. Vom Jahrgang 1880 liegen allerdings auch schon 24-stündige Beobachtungen vor, die aber gemäss der international vereinbarten Vorschrift, dass alle Dezennien mit 1 beginnen sollen, nicht voll ausgenutzt wurden.

Da die Wolkenformen nur während des zwischen Auf- und Untergang der Sonne liegenden Theiles des Tages notirt wurden, hätte sich ihre Auswerthung, weil dieselbe in allen Monaten für die gleichen Stunden hätte geschehen müssen, nur auf einen geringen Zeitraum, etwa nur zwischen 8° und 4° erstrecken können. Da ich mir aber hiervon keinen grossen Nutzen versprach, so musste ich leider von der sehr wünschenswerthen Untersuchung der Beziehung zwischen Form und Menge der Wolken Abstand nehmen.

Wenn ferner in den nachstehenden Untersuchungen nicht immer die gleichen Zeiträume der Bearbeitung zu Grunde gelegt wurden, so sah ich mich hierzu mehrfach aus rein äusserlichen Gründen veranlasst, vor allem liessen mir mein Dienst und sonstige Verpflichtungen nicht die Zeit übrig, die zu einer vollkommen gleichmässigen Arbeit erforderlich ist; zudem übersteigt eine ganz eingehende Untersuchung weitaus die Arbeitskraft eines Einzelnen. Aus demselben Grunde konnte ich u. A. auch die Berechnung der Veränderlichkeit der Bewölkung nach den 24-stündigen Werthen nicht ausführen. Endlich wurde aus den genannten Ursachen die Untersuchung nur auf soviel Jahre ausgedehnt, als zur Berechnung brauchbarer Werthe erforderlich schienen.

²⁾ Bericht über die Verhandlungen der internationalen meteorologischen Konferenz in München 1891, S. 71—72, und Das Wetter 1893, S. 84—85.

¹⁾ Repert. f. Meteorol. 10, Nr. 2. ³⁾ Ueber den Beobachtungsturnus wird gegen Schluss der Abhandlung berichtet.

⁴⁾ Vergl. hierüber Woznikoff, Études sur la nébulosité en Russie. Annuaire de la Soc. mét. de France 29, 176, 1881. Herr Teisserenc de Bort, der diese Abhandlung für seine „Étude sur la distribution moyenne de la nébulosité à la surface du globe“ benutzt hat, ist dabei leider ein Irrthum passirt, indem er übersah, dass Herr Woznikoff das Jahr mit dem Dezember und nicht mit dem Januar begann, wodurch die Isonephen über Russland und Sibirien um einen Monat verschoben sind. Auch muss das Monatsmittel des Novembers für Tiflis in beiden Aufsätzen 52 statt 42 heissen.

Selbständige Bearbeitungen der Bevölkerungs-Verhältnisse von Tiflis liegen bisher nicht vor, wohl aber sind diese Beobachtungen bei Untersuchungen allgemeiner Art zum Theil ausgewerthet worden, so von Herrn Liznar in seiner Abhandlung „Über den täglichen Gang der Bewölkung“⁷⁾ und von Herrn Schoenrock in dem umfassenden Werke „Die Bewölkung des russischen Reiches“⁸⁾, wodurch die Arbeiten der Herren Wild⁹⁾ und Woeikoff¹⁰⁾ naturgemäss wesentlich überholt wurden. Um nicht von Herrn Schoenrock schon Gesagtes zu wiederholen, werde ich alle Fragen übergehen, die er bereits erörtert hat, sofern ich nicht durch grösseres Material Manches stützen oder entsprechend ändern kann.

Ich bemerke ferner, dass im folgenden zur Vermeidung der Dezimalstellen die Bewölkung stets in Prozenten des Himmelsgewölbes ausgedrückt ist.

Ehe ich diesen Abschnitt schliesse, möchte ich nicht verfehlen, aufrichtigen Dank zu sagen Herrn Wirklichen Geheimen Admiralitätsrath Prof. Dr. Neumayer für die bereitwillige Veröffentlichung dieser Arbeit, Herrn Prof. Dr. Krenser für die stetige Antheilnahme während ihrer Entstehung und dem Gehilfen des Direktors in St. Petersburg, Herrn Stelling, für mehrfache freundliche Auskunft.

I. Der jährliche und säkulare Gang.

Die Darstellung des jährlichen Ganges erfolgt hier auf zweierlei Weise, indem einmal wegen des besseren Anschlusses an die übrigen Stationen Transkaukasiens, wie an ganz Russland, die Monatsmittel aus dreimal am Tage, nämlich um 7^h, 1^h und 9^h angestellten Beobachtungen abgeleitet wurden (Tabelle I), wofür im Ganzen 25 Jahre, nämlich die Periode 1871—1895, zur Verfügung stand. Andererseits wurden die Monatsmittel für die Jahre 1881—1895 auch noch aus den 24stündigen Beobachtungen berechnet (Tab. II), die von jenen, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, in einigen Monaten abweichen:

	Jannar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
(7 ^h , 1 ^h , 9 ^h) . .	61	64	59	61	55	46	41	38	45	51	55	59	53
(24stünd. B.) .	60	65	60	65	58	46	41	37	46	50	57	58	53
Abweichung . .	+1	-1	-1	-4	-3	0	0	+1	-1	+1	-2	+1	0

Die Abweichungen scheinen zwar nur unbedeutend zu sein, sind es aber nicht, denn man darf nicht übersehen, dass es sich hier um Mittel handelt und dass die Skala 0—10 im Vergleich zu der den anderen Elementen zu Grunde gelegten doch eine recht grobe ist, bei der man also die Zehntel der Stufen noch sehr wohl beachten muss.

Der Grund für obige Abweichungen liegt zunächst in der Abrundung bei der Mittelbildung; da sich aber ein gewisser systematischer Gang zeigt, derart, dass im Frühjahr die negativen, sonst die positiven Abweichungen vorherrschen, wird man auf die Vermuthung gebracht, dass hier noch andere Faktoren maassgebend sein müssen. Besonders fällt die grosse Abweichung im April und Mai auf. Die Erklärung hierfür liegt in der täglichen Periode, denn, wie wir weiter unten sehen werden, fällt im April auf 9^h das Hauptminimum und auf 1^h ein sekundäres, sodass ein Mittel aus 7^h, 1^h und 9^h naturgemäss tiefer ausfallen muss als ein solches aus allen 24 Stunden. Auch im Mai liegen die Minima den beiden Beobachtungsstunden so nahe, dass sich auch hierdurch das Mittel nothwendig zu klein ergeben muss.

Man kann daher wohl annehmen, dass die Mittel aus allen 24 Stunden dem wahren Werthe, trotzdem nur 15 gegenüber 25 Jahren benutzt worden sind, ebenso nahe kommen werden als die längere Reihe mit nur dreimal täglichen Beobachtungen. Hieraus ergibt sich aber ferner, dass der wahrscheinliche Fehler für die Güte des einen und anderen Mittels nicht ausschlaggebend sein kann, da die Gewichte der zu Grunde liegenden Einzelwerthe nicht bloss dem Betrage nach, sondern auch methodologisch verschieden sind.¹¹⁾

⁷⁾ Oesterreich. Zeitschr. f. Met. 20, 241—250, 1885.

⁸⁾ Mém. de l'Acad. imp. de St.-Petersbourg. VIII^e série. Classe phys.-math. 1, Nr. 9.

⁹⁾ Rep. f. Met. 2, 1872.

¹⁰⁾ Siehe Anm. 9).

¹¹⁾ Auch verweise ich hinsichtlich der Zuverlässigkeit der Mittel aus längeren oder kürzeren Reihen auf die in Anm. 9) erwähnte Arbeit von Herrn Schoenrock, S. 10—12.

Für die 25jährige Reihe ist nachstehend der wahrscheinliche Fehler mitgetheilt, dann die Zahl der Jahre, welche erforderlich ist, damit derselbe nur 1% beträgt, und endlich der wahrscheinliche Fehler für eine 10jährige Reihe.¹²⁾

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
25jähr. Reihe	0.9	1.5	1.7	1.0	1.1	1.0	1.2	0.7	1.1	2.0	1.6	1.5	0.4%
Zahl der Jahre	22	54	76	27	32	24	35	13	29	95	65	55	3 Jahre
10jähr. Reihe.	1.5	2.3	2.8	1.6	1.8	1.6	1.9	1.1	1.7	3.1	2.5	2.4	0.6%

Die Unsicherheit der Monatsmittel ist demnach am grössten in den Monaten Februar, März, Oktober, November und Dezember; alle übrigen kann man als zuverlässig betrachten.

Um aber zu einer definitiven Entscheidung zu gelangen, wurde ein anderer Weg eingeschlagen. Da nämlich, wie oben schon erörtert war, seit dem Ende 1872 die Bewölkungsschätzungen alle drei Stunden nach der Skala 0—10 ausgeführt wurden, so lässt sich für 23 Jahre das Monatsmittel aus achtmal täglich angestellten Beobachtungen, also schon mit einer sehr beachtenswerthen Genauigkeit, herleiten. So ergeben sich folgende Mittelwerthe, denen die Abweichungen der früher mitgetheilten Zahlen von ihnen beigefügt sind:

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
23 Jahre { (1873—95) }	59	63	58	62	56	45	41	38	45	49	56	59	53
25 Jahre { (1871—95) }	+2	+1	+1	-1	-1	+1	0	0	0	+2	-1	0	0
15 Jahre { (1881—95) }	+1	+2	+2	+3	+2	+1	-1	0	+1	+1	+1	-1	0

Trotzdem bei dem 23jährigen Mittel täglich 8 Beobachtungen zu Grunde gelegt wurden, zeigen sich auch bei ihnen noch systematische Abweichungen von den 24stündlichen Monatsmitteln, und zwar am grössten in den Frühjahrsmonaten, wo eben die Lage der Beobachtungsstunden von der normalen Tageskurve, wie an dem Beispiel vom April und Mai oben gezeigt war, sehr in Betracht kommt.

Ehe nun an die Entscheidung, welche der Zahlen als die normalen Monatsmittel anzusehen sind, herangetreten werden kann, muss noch eine andere soeben schon berührte Frage erörtert werden: die Zuverlässigkeit von Tagesmitteln, welche aus nur dreimal täglichen Beobachtungen gewonnen sind. Denn von dieser Frage hängt die Werthschätzung der Monatsmittel ab.

Da in Russland allgemein um 7^h, 1^h, 9^h beobachtet wird und da, abgesehen von Zentralobservatorien, nur die Aufzeichnungen zu diesen Stunden in den russischen Jahrbüchern ausführlich veröffentlicht werden, so habe ich allein für diese drei Termine untersucht, ob nach Analogie der Temperatur-Reduktionsformel durch Anbringung eines Koeffizienten an die Abendbeobachtung die Abweichungen vom wahren 24stündigen Mittel minimale Beträge erreichen würden, nachdem schon vorher ein Versuch, für jeden der Termine nach der Methode der kleinsten Quadrate einen Koeffizienten zu ermitteln, der sich ohne grossen Fehler in eine genäherte ganze Zahl oder in einen leicht rechenbaren Bruch verwandeln liesse, völlig gescheitert war. Wenn nun aber auch die Formeln:

$$\frac{1}{3}(7^a + 1^p + \frac{11}{10}9^p) \text{ für das Sommerhalbjahr (April—September) und}$$

$$\frac{1}{3}(7^a + 1^p + \frac{19}{20}9^p) \text{ für das Winterhalbjahr}$$

sich als hinreichend genau für die Monatsmittel erwiesen, so waren sie einerseits doch zu schwerfällig und andererseits für die einzelnen Tagesbeobachtungen in keiner Weise besser als die einfache Formel

$$\frac{1}{3}(7^a + 1^p + 9^p).$$

¹²⁾ Die Berechnung geschah nach dem von Herrn Kremser angegebenen Verfahren (Met. Zeitschr. 1. 94, 1884), nach dem man sehr bequem die mittlere Abweichung und dann durch die Fechner'sche Formel $n = \frac{1.1955}{\sqrt{2n-1}}$ × mittl. Abweich. den wahrscheinlichen Fehler erhält.

Man kann nämlich obige Formeln in folgende für das Kopfrechnen bequemere Gestalt bringen:

$$\text{Sommerhalbjahr} \dots \frac{1}{3}(7^a + 1^p + 9^p) + \frac{1}{30}9^p,$$

$$\text{Winterhalbjahr} \dots \frac{1}{3}(7^a + 1^p + 9^p) - \frac{1}{60}9^p.$$

Da man nun die Schätzungen der Bewölkung nur nach ganzen Stufen ausführt, so ist selbst bei der vollen Himmelsbedeckung 10 das Korrektionsglied zu klein, um eine wesentliche Besserung bei einem einzelnen Tagesmittel zu bewirken. Ferner wird bei der Besprechung des täglichen Ganges gezeigt werden, dass gerade abends meist eine Aufheiterung stattfindet, sodass schon das einfache Mittel gegen das wahre zu tief ausfallen muss, wieviel mehr bei jener Sommerformel, welche der Abendbeobachtung ein erhöhtes Gewicht beilegt.

Der Versuch, der Mittagsbeobachtung ein besonderes Gewicht zu verleihen, führte gleichfalls zu keinem brauchbaren Resultat; dagegen zeigte sich, dass die Formel $\frac{1}{4}(2 \times 7^a + 1^p + 9^p)$ bei vieljährigen Monatsmitteln eine vortreffliche Uebereinstimmung mit dem wahren Mittel ergab.

$$\text{Differenzen: } \frac{1}{3}(2 \times 7^a + 1^p + 9^p) - 24^h$$

(1881—1895)

Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
+3	+1	-2	-1	-2	-1	0	0	+1	+2	+2	+2	0.0

Die extremen Abweichungen waren +3% im Januar und -2% im März und Mai; im Winter überwogen der grösseren Bewölkung früh die positiven Abweichungen, im Sommer, wo um 7^a die Bewölkung schon im Abnehmen ist und gegen 9^p ein sekundäres Maximum eintritt, dagegen die negativen.

Man kommt demnach zu dem Schluss: Für die Bildung der Tagesmittel der Bewölkung ist die Formel $\frac{1}{3}(7^a + 1^p + 9^p)$ bequem und brauchbar, ebenso auch für die Monatsmittel aus den drei Terminmitteln; bei vieljährigen Terminmitteln giebt die Formel $\frac{1}{4}(2 \times 7^a + 1^p + 9^p)$ sehr gute, den wahren sehr nahe kommende Monatsmittel.

Dass man hier durch eine andere Formel kein besseres Resultat erzielen wird, geht schon aus der Ueberlegung hervor, dass die Bewölkung von Stunde zu Stunde viel stärker sich verändern kann als z. B. die Temperatur, und doch zeigt auch bei dieser die meistangewandte Formel $\frac{1}{4}(7^a + 2^p + 2 \times 9^p)$ oft recht grosse Abweichungen. Eine Methode der Mittelbildung, die nie versagt oder die niemals grosse Abweichungen ergiebt, kann überhaupt nicht aufgestellt werden, da sich die Veränderlichkeit des Wetters in kein bestimmtes Schema bringen lässt. Für das Jahr 1895 habe ich zur Probe für alle Tage das arithmetische Mittel aus den drei Terminen berechnet und die Differenzen gegen das wahre Mittel nach Jahreszeiten zusammengestellt.

Abweichung:	+30 bis 21%	+20 bis 11%	+10 bis 1%	0	-1 bis -10%	-11 bis -20%	-21 bis -30%	positiv	0	negativ
Winter	2	9	28	18	27	6	—	39	18	33
Frühling . . .	—	6	24	15	32	13	2	30	15	47
Sommer	3	6	26	6	37	11	3	35	6	51
Herbst	2	6	25	12	34	12	--	33	12	46

Ein deutlicher Gang zeigt sich hier insofern, als im Winter die positiven, sonst aber die negativen Abweichungen überwiegen, weil im Winter einer der drei Termine, nämlich 7^a, dem täglichen Maximum sehr nahe liegt, wogegen sich in der wärmeren Jahreszeit das Maximum mehr und mehr davon entfernt, während gleichzeitig um die Mittagszeit sich das Minimum stärker geltend macht. Die extremsten Abweichungen betragen +25% und -28%.

Da nun die Formel $\frac{1}{4}(2 \times 7^a + 1^b + 9^c)$ bei vieljährigen Termitteln dem wahren sehr nahe kommende Monatsmittel ergibt, so habe ich danach aus allen 24 Stunden und nach letztgenannter Formel aus den Jahren 1881–95 gleichzeitig das Mittel aus allen 24 Stunden und nach letztgenannter Formel aus den Terminen berechnet, so bekommt man in den Differenzen beider Werthe Korrekturen der Formelresultate auf wahre Mittel (vergl. S. 5). Diese Korrekturen wurden nun zur Verbesserung an obige Monatsmittel angebracht. Die so erhaltenen Werthe sind als die Normalmittel für die Periode 1871–95 zu betrachten; sie sind als Kurve auf S. 12 wiedergegeben.

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
$\frac{1}{4}(2 \times 7^a + 1^b + 9^c)$	63	66	60	62	55	46	42	39	46	53	57	61	54
Normalmittel	60.	65	62	63	57	47	42	39	45	51	55	59	53

Die in der zweiten Reihe beigefügten Werthe sind folgendermassen entstanden: wenn man in den Jahren 1881–95 gleichzeitig das Mittel aus allen 24 Stunden und nach letztgenannter Formel aus den Terminen berechnet, so bekommt man in den Differenzen beider Werthe Korrekturen der Formelresultate auf wahre Mittel (vergl. S. 5). Diese Korrekturen wurden nun zur Verbesserung an obige Monatsmittel angebracht. Die so erhaltenen Werthe sind als die Normalmittel für die Periode 1871–95 zu betrachten; sie sind als Kurve auf S. 12 wiedergegeben.

Danach nimmt die Bewölkung vom August an, wo sie ihr Minimum hat, stetig zu bis zum Februar, ihrem Maximum, sinkt zum März hin, steigt nochmals zum April ein wenig und fällt dann rasch bis zum August hin. Da nun die Bewölkung als ein Kondensationsprodukt nicht nur von einem, sondern gleichzeitig von mehreren Elementen abhängig sein muss, kann man bei keinem einzelnen einen parallelen Gang erwarten. Am ähnlichsten ist noch der Gang der relativen Feuchtigkeit, dann kommt — im umgekehrten Sinne — der Gang der Temperatur und absoluten Feuchtigkeit, während der Niederschlag und die Windgeschwindigkeit einen davon ganz verschiedenen Verlauf haben. Die Windrichtung endlich, die ohnehin bei der Thallage von Tiflis nur lokale Bedeutung hat, ist so konstant NNW fast das ganze Jahr (nur im Oktober N gegen W) hindurch, dass man von ihr wenig Einfluss auf den Gang der Bewölkung annehmen kann. Wenn man aber bedenkt, dass die Wolkenregion meist um 1000 und mehr Meter über derjenigen Luftschicht liegt, in welcher wir unsere Beobachtungen anstellen pflegen, so wird man ohne weiteres aus den Beobachtungen zu Tiflis selbst keinen Schluss auf die Kondensationsverhältnisse in jenen Höhen ziehen wollen. Nun könnte man ja an die Aufzeichnungen von Hochstationen denken, welche von Tiflis nicht zu weit entfernt sind, und diese Werthe in Beziehung zur Bewölkung von Tiflis setzen,¹³⁾ aber man kommt auch hier zu keinem Ziel, weil die Lage der beiden nahe genug gelegenen Stationen Gudaur (2204 m) und Dschelalogly (1410 m) ungünstig ist. Gudaur ist eine Passstation im Kaukasus nördlich von Tiflis, während Dschelalogly südlich der Stadt in einem Hochthale liegt und von diesem durch hohe Gebirgszüge getrennt wird. Es ist daher sehr zu bedauern, dass es im Kaukasus oder im armenischen Hochlande keine Gipfelstation gibt.

Auch die Untersuchungen des Herrn Rykatschew über die „Typen der Zyklonenbahnen in Europa nach den Beobachtungen von 1872–87“¹⁴⁾ bieten für die Beurtheilung des jährlichen Ganges keinen genügenden Anhalt.

Nur soviel lässt sich über denselben sagen, dass im Winter der Feuchtigkeitsgehalt der Luft und zugleich die Gelegenheit zur Wolkenbildung wegen der niedrigen Temperatur und der grösseren Windgeschwindigkeit, wodurch immer neue Massen feuchter Luft vom Schwarzen Meere herangeführt werden, grösser ist, während im Sommer die geringe Windgeschwindigkeit und die hohe Temperatur (vereint mit dem Wasserbedarf der Vegetation)¹⁵⁾ eine geringe Feuchtigkeit und damit eine kleinere Bewölkung veranlassen müssen. Dazu kommt noch, dass während der Mittagszeit nach Herrn Rykatschew¹⁶⁾ ein östlicher Wind vorherrscht, der bei seinem zentralasiatischen Ursprung trotz seines (allerdings nur kurzen) Weges über das Kaspische Meer trockener sein muss als ein nordwestlicher.

Die Zahl der Nebeltage, welche für die Jahre 1871–95 insgesamt im

Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
34	15	15	3	—	2	—	—	5	13	25	40	152

¹³⁾ Vergl. z. B. Schoenrock a. a. O. S. 47.

¹⁴⁾ Mémoires de l'Acad. imp. de St.-Petersbourg, VIII, Classe phys.-math. 3, Nr. 3.

¹⁵⁾ Dieser Wasserbedarf wird aber von den Niederschlägen nicht befriedigt, sodass bei Tiflis künstliche Bewässerung nöthig ist und seit langem betrieben wird. Vergl. Petzold, Der Kaukasus, Leipzig 1866–67; Woeikoff, Die Klimate der Erde, 2, 2-2, 1887.

¹⁶⁾ Siehe Anm. 5.

betragen haben, liefert keinen wesentlichen Beitrag zur Erklärung der jährlichen Periode, da ihre Kurve nur in der zweiten Jahreshälfte derjenigen der Bewölkungsmittel parallel läuft, sonst aber erhebliche Abweichungen aufweist. Ausserdem ist früher, d. h. vor 1893, offenbar den Nebelbeobachtungen nicht die gleiche Aufmerksamkeit gewidmet worden, wie später, denn bis 1892 wurden jährlich nur etwa 5 Nebeltage notirt, seit 1893 aber doppelt soviel, sodass obige Zahlen schon aus diesem Grunde nicht sehr brauchbar erscheinen.

Zur weiteren Kennzeichnung des jährlichen Ganges kann die Zahl der heiteren und trüben Tage dienen, doch will ich darauf erst später eingehen.

Dagegen sollen noch kurz die Aufzeichnungen des Sonnenschein-Autographen besprochen werden, welcher im Laufe des Jahres 1890 zur Aufstellung gelangte, sodass die Registrirungen von 5 Jahren (1891—95) zur Verfügung standen. Aus diesen ist die mittlere monatliche Sonnenscheindauer (\odot) berechnet und von der Gesamtzeit (T) der möglichen Dauer des Sonnenscheines (d. h. also falls keine Wolken vorhanden wären) abgezogen worden, wodurch man die Zeit erhält, während welcher die Sonne zwischen Auf- und Untergang beschattet war.¹⁷⁾ Dabei musste natürlich darauf Rücksicht genommen werden, dass der Horizont des Tifliser Observatoriums, wie schon oben (S. 1) erwähnt, nicht völlig frei ist; es wurde daher die hierdurch etwas verkürzte Dauer des hellen Tages nach den Angaben des Tifliser Jahrbuchs für 1891 (S. XLIII) zu Grunde gelegt und zwar für jeden Monat die aus den einzelnen Tageslängen berechnete mittlere Dauer. Die oben definierte Zahl der bewölkten Stunden wurde in Prozenten der Tageslänge ausgedrückt und dem Bewölkungsmittel (B) der gleichen Jahre gegenübergestellt:

(1891—95)	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
\odot	114	127	155	165	214	294	298	306	221	174	118	96 Stunden
T	264	276	347	378	428	432	437	406	351	319	267	251 „
$\frac{T-\odot}{T}$	57	54	55	56	50	32	32	25	37	45	56	61%
B	62	61	63	68	63	42	40	37	46	54	61	63%
$B - \frac{T-\odot}{T}$	5	7	8	12	13	10	8	12	9	9	5	2%

Die Werthe der letzten Zeile, welche den Unterschied der negativ registrirten und der direkt beobachteten Bewölkung geben, zeigen einen deutlichen jährlichen Gang, indem beide Methoden im Winter besser als im Sommer übereinstimmen. Der Apparat giebt besonders im Sommer zu wenig Bewölkung, also zuviel Sonnenschein an, weil bei hohem Stande der Sonne die Dicke der Wolken wenig hinderlich ist, obwohl vielleicht genug Wolken da sind, während namentlich im Frühjahr die Strahlen wegen der Dicke der Wolken (meist Kummeln oder Strato-Kummeln) viele Lücken nicht passieren können. Ein Versuch, auch den täglichen Gang des Sonnenscheines zu untersuchen, führte, wie schon hier bemerkt sein mag, zu einem noch weniger befriedigenden Resultate.

Die Differenzen der letzten Zeile vorstehender Tabelle verändern sich noch etwas, wenn man dem Prinzip des Sonnenschein-Autographen entsprechend nur die mittlere Bewölkung des hellen Tages oder der Stunden zwischen Auf- und Untergang der Sonne zur Vergleichung heranzieht. Es ergibt sich dann:

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
B_1	64	62	65	69	63	41	39	34	43	55	63	67
Diff.	7	8	10	15	13	9	7	9	6	10	7	6

Es sind also die Differenzen vom Juni bis zum September etwas geringer als vorher, im Mai gleich, sonst aber grösser, weil in den erstgenannten Monaten die Bewölkung am Tage vorwiegend kleiner, sonst jedoch grösser ist als in der Nacht.

¹⁷⁾ Es ist ja die Benutzung der möglichen Dauer der einzige Ausweg, so lange keine Normalmittel des thatsächlichen Sonnenscheines vorliegen, doch scheint nicht überall die Erkenntniss vorhanden zu sein, dass dieser Ausweg nur als Nothbehelf gelten darf und, sobald Normalmittel berechnet werden können, verlassen werden muss.

Nach den normalen Monatsmitteln (S. 6) beträgt die gesammte Jahresamplitude 65—89 = 26%, das Verhältnis von Maximum zum Minimum 1.7 zu 1. Die Grenzen, innerhalb welcher die einzelnen Monatsmittel während der ganzen Periode 1871—95 schwankten, sind, wie die nachstehende Tabelle¹⁸⁾ zeigt:

		Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Monatsmittel	größtes	74	89	78	78	73	62	54	49	56	70	74	82	89
	kleinstes	43	40	32	45	38	28	27	29	25	32	31	39	25
Differenz	31	49	46	33	35	34	27	20	31	38	43	43	64
Differenz in Proz. des Normalmonatsmittels	52	75	74	52	61	72	64	51	69	75	78	73	—

in den Monaten mit grosser Bewölkung, d. h. im Winter, auch am grössten, da hier der grösste Spielraum geboten wird, und entsprechend im Sommer am kleinsten. Doch lehren die Zahlen der letzten Spalte, dass die Beziehung dieser Differenzen zu den normalen Monatsmitteln im Laufe des Jahres keine konstante ist, sondern unregelmässig schwankt, was auch nicht Wunder nimmt, wenn man die Zufälligkeiten bedenkt, von welchen Extreme und damit ihre Differenzen stets abhängig sind.

Das grösste Monatsmittel beträgt 89% im Februar, sodass die Meinung des Herrn Woeikoff: „In Transkaukasien kommen Monate mit 90% nicht vor“¹⁹⁾ gerade noch zutrifft.

Das Jahresmittel bewegt sich naturgemäss in viel engeren Grenzen: 59 und 48; es liegt 11 mal über und 11 mal unter dem Durchschnitt und dieser gleich weit von den Extremen.

Ueber den säkularen Gang kann man bei einer Periode von nur 25 Jahren natürlich noch nicht viel sagen, doch scheint derselbe insofern sich geltend zu machen, als die Jahre 1879 bis 1885 besonders heitere waren — 5 von den 12 Monaten des Jahres haben in dieser Epoche das kleinste Monatsmittel aufzuweisen.

Die der Tabelle I angefügte Zusammenstellung der Lustrenmittel²⁰⁾ lässt im allgemeinen nur erkennen, dass sich bei den Monatsmitteln kein deutlicher säkularer Gang zeigt; regellos schwanken sie hin und her. Nur der April macht eine Ausnahme, indem er ein beständiges Ansteigen zeigt; ich glaube aber, man darf das nur als einen Zufall betrachten, da sich eine Erklärung hierfür nicht finden dürfte. Allerdings erhält man eine analoge Zahlenreihe, wenn man erst mit dem Jahre 1872, 73 oder 74 die Lustrenrechnung beginnt, doch müsste jede Ursache, an die man etwa denken könnte, sich auch bei anderen Monaten kenntlich machen, und das ist nicht der Fall.²¹⁾ Auch bei anderen Elementen zeigt sich ein derartiges Verhalten nicht und zwar weder bei der Temperatur, noch bei der absoluten und relativen Feuchtigkeit, noch beim Niederschlage.

II. Der tägliche Gang.

Wenn man früher zu irgend einer meteorologischen Untersuchung auch Zahlen über den täglichen Gang der Bewölkung bedurfte, so wurde man bis zum Jahre 1893 stets auf die acht Jahre früher erschienene Abhandlung des Herrn Liznar²²⁾ verwiesen, da sie die erste zusammenfassende Arbeit über den täglichen Gang der Bewölkung war. Sie hat ihren Werth auch heute noch nach dem Erscheinen der methodologisch höchst wichtigen Studie der Herren W. Köppen und H. Meyer, welche 1893 unter dem Titel: „Die Häufigkeit der verschiedenen Bewölkungsgrade als klimatologisches Element“²³⁾ veröffentlicht wurde. Während Herr Liznar vor allem einen ersten Ueberblick gewinnen wollte, suchten die anderen beiden Verfasser die bisherige Methode der Bearbeitung von Bewölkungsbeobachtungen zu vertiefen. Aber obwohl gleichzeitig mit Herrn Liznar auch Herr Kremser²⁴⁾ und später noch die Herren W. Köppen und H. Meyer²⁵⁾ zur

¹⁸⁾ In den drei ersten Spalten sind die einfachen Mittel der Tab. I benutzt worden, da, wie ich darzulegen habe, für nicht vieljährige Monatswerthe andere Formeln auch keine vollkommen guten Mittel ergeben und zudem die Differenzen von der Art der Mittelbildung kaum beeinflusst werden.

¹⁹⁾ Die Klimate der Erde 2, 225, 1887.

²⁰⁾ Auch hier sind nur die einfachen Mittel zu Grunde gelegt, da wiederum die Methode der Mittelbildung von keinem Einfluss ist.

²¹⁾ Vergl. Nature 50, 246, 1891: On a recent change in the character of April, wo gleichfalls im April für Greenwich, Paris und Genf eine langjährige beinahe stetige Abnahme der Temperatur gefunden wurde.

²²⁾ S. Ann. 7).

²³⁾ Aus dem Archiv der D. Seew., 16. Jahrg. 1893, No. 5.

²⁴⁾ Met. Zeitschr. 2, 324—333, 1885.

²⁵⁾ Vergl. auch H. Meyer, Aal. zur Bearbeitung meteorol. Beobacht. für die Klimatologie. Berlin 1891, S. 107—111.

eingelenderen Untersuchung gerade der Bewölkungszahlen aufgefördert hatten, fand ihr Vorgang so gut wie gar keine Nachfolge. Doch ist zu hoffen, dass das kürzlich abgelaufene internationale Wolkenjahr auch hierin Wandel schafft. Ganz besonders aber darf hier eine Arbeit nicht vergessen werden, welche in hervorragender Weise der Wolkenforschung nützlich wird: die durch die Liberalität des Herrn Rotch ermöglichte „Discussion of the cloud observations made at the Blue Hill Observatory“ von H. H. Clayton.²⁶⁾ Diese Abhandlung ist hauptsächlich deshalb so sehr werthvoll, weil in ihr auch die Form, Zugrichtung und vor allem die Höhe der Wolken zu Grunde gelegt werden konnten. Dadurch erhält man naturgemäss besonders beim täglichen Gange einen tieferen Einblick, als wenn man auf die Zahlen für die Wolkenmenge allein angewiesen ist, wie es leider, abgesehen vom Wolkenjahr, gegenwärtig allenthalben der Fall ist. Auch bei Tiflis liegen die Verhältnisse so, wie bereits früher erörtert wurde.

Die Tabelle III enthält in Tausendsteln der Himmelsbedeckung oder in Zehntel-Prozenten die aus den Beobachtungen der Jahre 1881 bis 1895 abgeleiteten mittleren Stundewerthe für alle Monate und das Jahr, während Tabelle IIIa die Abweichungen vom Mittelwerthe oder den vom jährlichen Gange befreiten täglichen Gang wiedergibt; ausserdem ist er auch noch auf der beigegebenen Tafel graphisch dargestellt.

Mittelwerthe und Kurven für die einzelnen Jahreszeiten mitzuthellen habe ich unterlassen, da, wie ein Ueberblick zeigt, dadurch zu vieles verwischt wird, was gerade charakteristisch ist, sodass die Resultate jeder besonderen Kennzeichen entbehren; z. B. unterscheidet sich der so erhaltene tägliche Gang im Herbst (September—November) fast garnicht von dem des Winters. Genauere Untersuchung hat gezeigt, dass charakteristisch für den täglichen Gang im Winter die Kurve des Januars, für den Frühling die des April, für den Sommer die des Juli und für den Herbst die des Oktobers ist, also immer des mittelsten der drei gewöhnlich zusammengefassten Monate, während die übrigen Monate Uebergangsformen darstellen.

Um den täglichen Gang rasch überblicken zu können, habe ich nachstehend die Eintrittszeiten der Extreme zusammengestellt:

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Haupt-	Max.	8 ^a	8 ^a	7 ^a	6 ^a	4 ^p	6—8 ^p	4 ^a	5 ^a	5 ^a	8 ^a	8 ^a	7 ^a
	Min.	8 ^p	7 ^p	9 ^p	9 ^p	11 ^a	11 ^a	11—12 ^a , 2 ^p	12 ^a —1 ^p	8 ^p	7 ^p	7 ^p	9 ^p
Neben-	Max.	—	5 ^p	5—6 ^p	7 ^p	5 ^a	4—5 ^a	8 ^p	7 ^p	6 ^p	5 ^p	—	5 ^p
	Min.	—	3 ^p	2 ^p	10 ^p	2 ^a	9 ^p	9 ^p	8 ^p	12 ^a	—	—	12 ^a
Amplitude	Max.	+94	+60	+63	+56	+94	+96	+85	+73	+79	+72	+79	+48
	Min.	-70	-43	-75	-69	-64	-106	-55	-48	-63	-64	-79	-72
Differenz	164	103	138	125	158	202	124	133	136	143	151	151	84

Vergleicht man die Kurven mit den Liznar'schen Typen,²⁷⁾ so zeigt sich, dass sich die drei Monate November, Dezember und Januar darin nicht unterbringen lassen (sie entsprechen Typus 3 bei Elfert²⁸⁾), höchstens der November beim Typus 3, zu welchem noch Februar, März, April und Oktober gehören. Die Monate Juli, August und September nähern sich ihm zwar etwas, müssen aber als selbständige Typen aufgefasst werden. Auch der Mai und Juni bilden einen besonderen Typus für sich. Würde man aber bei den Definitionen der Typen 3 und 4 die Worte „Haupt“ streichen, da es bisweilen nur der Hinzunahme einer geringen Zahl von Jahren bedarf, um ein Hauptextrem in ein sekundäres zu verwaudeln und umgekehrt, so würde danach die Eincirhung gegebener Kurven viel leichter geschehen können, freilich würden dann auch die Typen etwas weniger charakteristisch sein.

Die Amplitude, die in obiger Tabelle mit enthalten ist, zeigt keinen bestimmten jährlichen Gang; ihren grössten Betrag erreicht sie mit 20% im Juni, ihren kleinsten mit 10% im Februar, während sie bei allen übrigen Monaten sich zwischen 12.4 und 16.4% bewegt. Nach dem Vorgange der Herren Erk und Schreiber für die Temperatur hatte ich bereits bei Beginn meiner Untersuchung gleichzeitig und unabhängig von Herrn

²⁶⁾ Annals of the astronomical Observatory of the Harvard College 30, Part IV, 1896.

²⁷⁾ Siehe Anm. 7). Diese Typen sind:

1. Maximum Mittags, Minimum Abends;
2. Maximum Morgens, Minimum Mittags;
3. Zwei Maxima und Minima, Hauptmaximum am Morgen, Hauptminimum am Abend;
4. Zwei Maxima und Minima, Hauptmaximum am Mittag, Hauptminimum am Abend.

²⁸⁾ Die Bewölkung in Mitteleuropa mit Einschluss der Karpathenländer. Peterm. Mith. 36, 137—145, 1890.

Schoeurock²⁹⁾ versucht, Nephro-Isoplethen zu zeichnen, ohne aber zu einem voll befriedigenden Resultate zu gelangen, daher sehe ich von einer Wiedergabe der Figur ab.

Ferner habe ich noch die alle 3 Stunden (1^a, 4^a, 7^a, 10^a, 1^p, 4^p, 7^p, 10^p) angestellten Beobachtungen der Jahre 1873 bis 1880 zur Ableitung des täglichen Ganges in der Weise hinzugezogen, dass ich diese Werthe für jeden Monat in quadrirtes Papier eintrug und durch die so festgelegten Punkte unter möglichst genauer Berücksichtigung des täglichen Ganges nach den 15jährigen (1881—95) Beobachtungen eine Kurve glatt hindurch legte. Aus den so erhaltenen 12 Monatskurven wurden die einzelnen Stundenwerthe entnommen und in Prozenten in Tabelle IIIb wiedergegeben. Da diese Werthe zwar auf langjährigen Beobachtungen beruhen, aber nur zum Theil und auch 23 Jahre gegenüber den 15 Jahren keine erhebliche Veränderung im täglichen Gange bewirken können und, wie leicht zu sehen ist, auch nicht bewirkt haben, so ist von der weiteren Verwendung dieser Zahlen abgesehen worden.

Ausser durch Stundenmittel und Kurven kann man den täglichen Gang noch durch die Bessel'sche Reihe ausdrücken; ich habe deshalb die Koeffizienten der Reihe:

$$y_n = a_0 + a_1 \sin(A_1 + 15n) + a_2 \sin(A_2 + 30n) + \dots$$

abgeleitet³⁰⁾; sie sind in Tabelle IV enthalten. Der Versuch, den täglichen Gang der Bewölkung durch die mathematische Analyse als Interferenzerscheinung in seine Konstituenten zu zerlegen, dürfte wohl nach den schönen Untersuchungen der Herren Hann, Angot, Blandford etc. über die tägliche Oscillation des Barometers, der Temperatur und anderer Elemente gerechtfertigt erscheinen, und wenn auch dieser Versuch noch zu einem wenig ergebnissen Resultate führte, so gebe ich mich der wohl nicht unberechtigten Hoffnung hin, dass diese immerhin zeitraubende Arbeit doch später, wenn erst noch weitere analoge Berechnungen vorliegen, einen Baustein für eine allgemeine Untersuchung bilden kann.³¹⁾

Einen vollen Einblick in die wahre Bedeutung der Koeffizienten und Phasenwerthe wird man erst dann erhalten, wenn man sie auch für die anderen Elemente aus dem gleichen Zeitraum ableiten wird; vor allem aber fehlt die Ergänzung in der Höhe, die Beobachtungen einer nahe gelegenen Gipfelstation. Solange hierüber keine Daten vorliegen, wird man eine vollkommen zutreffende Deutung des durch die Mitwirkung der anderen Elemente so sehr komplizirten täglichen Ganges der Bewölkung kaum geben können.

Die Amplitude a_1 der einmal täglichen Oscillation bewegt sich im allgemeinen zwischen 4 und 5^o%, ist also vom jährlichen Gange so gut wie garnicht beeinflusst, nur der Februar und April, die beiden trübsten Monate zeigen eine kleinere, der Juni aber eine grössere Amplitude. Da auch a_2 im Juni seinen grössten Werth erreicht, so ist erklärlich, dass dieser Monat die grösste Gesamt-Amplitude hat, wie aus der Tabelle S. 9 hervorgeht. Die Zahlenreihe der a_2 , der halbtägigen Schwankungen, weist insofern einen deutlich ausgesprochenen Gang auf, als im Winter ein Minimum, zu Beginn des Sommers, d. h. zur Zeit der schnellsten Temperaturzunahme, ein Maximum auftritt. Offenbar wird demnach diese Grösse a_2 von dem jährlichen Gange der Temperatur stark beeinflusst. Dasselbe gilt auch von a_3 , das aber den umgekehrten Verlauf wie a_2 aufweist: ein Minimum im Frühsommer und das Maximum in der kälteren Jahreszeit.

Die Winkelkonstante A_1 hat ebenso wie A_3 einen ziemlich ausgesprochenen jährlichen Gang; während aber, wenn man von Mitternacht ausgeht, das Maximum bei der eintägigen Schwingung im Juli bald nach Mitternacht tritt, tritt, sich dann im November bis 8^o verspätet und nahezu so bis zum April verhält, um im Mai und Juni auf den Nachmittag zu fallen, wird es bei der dritteltägigen Oscillation ersichtlich von

²⁹⁾ A. u. O. S. 62.

³⁰⁾ Am praktischsten hat sich mir nach Erprobung verschiedener Schemata dasjenige erwiesen, welches ich nach dem Vorgange von Hrn. Börgen bei der Berechnung der Gezeiten mehrfach angewendet habe; es stammt von Archibald Smith her. Börgen, Die harmonische Analyse der Gezeitenbeobachtungen. Ann. der Hydrog. 1884. Auch separat erschienen Berlin 1885. Vollständige Tafeln für das 1—1000fache der stets wiederkehrenden Faktoren $\sin 15^\circ$ bis $\sin 75^\circ$ findet man bei A. W. Baird, A manual for the tidal observations and their reduction by the method of harmonic analysis. London 1886.

³¹⁾ Vergl. die Worte von Herrn Hann in seinen „Weiteren Untersuchungen über die tägliche Oscillation des Barometers“. Denkschriften der k. Akad. d. Wissenschaften zu Wien. Math.-naturw. Klasse, LIX, 327—328, 1892.

Bis zur Drucklegung meiner Arbeit glaubte ich der erste zu sein, der für alle Monate Koeffizienten der Bewölkung abgeleitet hat, als ich darauf aufmerksam wurde, dass bereits ein Menschenalter früher Herr Neumayer in der „Discussion of the met. and magn. observat. made at Melbourne 1858—63“ dasselbe nicht nur für die Monate, sondern auch für die Jahreszeiten gethan hatte.

der Temperatur beeinflusst. Dagegen zeigt die Phase bei der halbtägigen Oscillation vom März bis zum Oktober, also während des grössten Theils des Jahres hindurch, eine bemerkenswerthe Konstanz; auch die Monate Dezember bis Februar stimmen im grossen und ganzen befriedigend überein, während der November eine auffällige Ausnahme bildet.

Will man die Ursachen des täglichen Ganges der Bewölkung erforschen, so darf man vor allem den Einfluss der besonderen Ortslage nicht übersehen, der bei einer Station, welche wie Tiflis in einem mehr oder weniger weiten Gebirgsthale liegt, sehr ins Gewicht fällt. Im Norden der Kankasus und im Süden das armenische Hochland erheben sich beide mehr als 2000 m über die Thalsohle bei Tiflis und bilden so Mauern, welche nordöstliche und südwestliche Winde fast völlig abschneiden. Herr Rykatschew fand für die Jahre 1845—47 und 1852—84 aus dreimal täglichen Beobachtungen folgende Windvertheilung:²⁷⁾

	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	Stille
Winter ...	7.6	2.2	5.4	10.1	1.6	0.7	2.7	31.5	38.1
Frühling .	8.9	2.7	6.1	17.0	4.3	1.6	1.8	29.1	28.5
Sommer ...	11.6	3.7	4.7	15.2	4.9	1.7	2.2	32.2	23.7
Herbst....	7.9	2.1	4.9	14.8	4.1	1.2	1.8	25.5	37.7
Jahr	9.0	2.7	5.3	14.3	3.7	1.3	2.2	29.6	32.0

Schon aus diesen Zahlen kann man die eingangs geschilderte, von NW nach SE verlaufende Streichungsrichtung des Tiflis-Thales deutlich erkennen. Während des grössten Theiles des Jahres und Tages herrschen nordwestliche Winde vor, die vom Schwarzen Meere herkommen und einen Theil ihres Feuchtigkeitsgehaltes in dem Kliongebiete absetzen,²⁸⁾ andererseits aber in dieser sehr feuchten Gegend selbst wieder Wasserdampf aufnehmen können; nur im Frühjahr bis Herbst überwiegen um die Mittagszeit die Südostwinde.²⁹⁾

Genauere Untersuchungen über den täglichen Gang der Windrichtung und Stärke, wie auch der anderen Elemente liegen für Tiflis leider nicht vor, aber selbst wenn es der Fall wäre, würde man doch der Aufzeichnungen einer möglichst nahegelegenen Gipfelstation nicht entbehren können, zumal die Lage von Tiflis zwischen zwei Gebirgen einerseits und zwei Meeren andererseits die Einsicht in die gegenseitige und Gesamtwirkung der meteorologischen Elemente aufs äusserste erschweren muss. Man kann vor der Hand nur im allgemeinen sagen, dass durch die Abkühlung der untersten Luftschichten in der Nacht und die dadurch bedingte Zunahme der relativen Feuchtigkeit stratusartige Wolken und Nebel vorzugsweise nachts entstehen werden mit einem Maximum am Morgen, da nunmehr die aufgehende Sonne die Luft aufs neue erwärmt und damit vom Sättigungspunkt mehr und mehr entfernt. Im Laufe des Vormittags nimmt die Temperatur mit steigender Sonne zu, die erwärmte und dadurch leichter gewordene Luft strebt in mehr oder weniger grossen Massen nach oben und erzeugt so die Kumuli, wodurch naturgemäss die Kurve des Bewölkungsgrades aufs neue einen Anstieg erhält, der in den ersten Nachmittagsstunden sein Maximum, das zweite der ganzen Kurve, erreicht. Dem inzwischen neigt sich die Sonne ihrem Untergange entgegen, die Erwärmung hört auf, der aufsteigende Luftstrom verliert seinen Antrieb und es tritt nunmehr ein Sinken und Auflösen der Kumuli und damit das zweite Minimum der Kurve ein. Infolge der geringeren Bewölkung macht sich jetzt wieder die Ausstrahlung geltend, sodass bei Temperaturumkehr Nebel und Stratus zur langsamen Entwicklung gelangen.

Diese allgemeinen Züge kann man in allen zwölf Monatskurven wieder erkennen, nur dass natürlich das Bild mit der fortschreitenden Jahreszeit entsprechende Änderungen zeigt. Im grossen und ganzen sehen wir ein Maximum und ein Minimum im Winter, im Sommer deren je zwei. Dass das winterliche Maximum frühmorgens durch die Nebel beeinflusst wird, lehrt die folgende Tabelle, in welcher die Nebeltage der Jahre 1871—95 nach der Tageszeit des Auftretens des Nebels geordnet sind:

²⁷⁾ Vergl. Anm. 5). Es ist hier das Mittel der Gesamtreihe genommen worden, da seit 1863, d. h. seit der Verlegung des Observatoriums, die Windstillsen so stark gewachsen sind, dass die Windvertheilung aus den Jahren 1863—84 allein nicht scharf genug hervortritt. Die mittlere Windrichtung ist in der alten Reihe die gleiche wie in der neuen.

²⁸⁾ Woeikoff, Regenfall des südwestlichen Transkaukasien. Met. Zeitschr. 11, 412—417, 1894.

²⁹⁾ Woeikoff, Die Klimate der Erde II, 1, 202: „Tiflis liegt in einem trockenen Thale zwischen zwei Meeren, daher bildet sich eine tägliche Luftzirkulation, analog den Land- und Seewinden.“

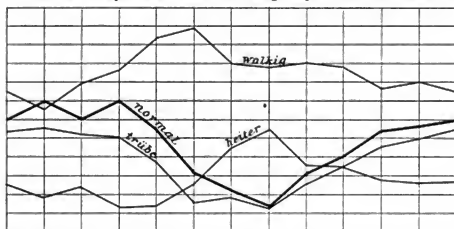
	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Vormittags	21	11	14	3	—	1	—	—	4	13	22	28	117 (77%)
Nachmittags	8	2	—	—	—	1	—	—	1	—	3	7	22 (14%)
Tagsüber	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	8 (5%)
Ohne Zeitangabe	2	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	5 (3%)

Also 77% oder, wenn man die Hälfte der Werthe in der dritten Spalte hinzunimmt, rund 80% d. h. $\frac{4}{5}$ aller Nebel treten vormittags und davon wieder ein guter Theil schon um oder bald nach Mitternacht auf. Von diesen 80% entfallen etwa 73% auf die sechs kühleren Wintermonate und kaum 7% auf den Sommer. Wären in den früheren Jahren die Nebel ebenso eingehend wie seit 1893 (s. S. 7) notirt worden, so würde sich sehr wahrscheinlich die Häufigkeit des Nebels am Vormittage als eine noch grössere gegenüber derjenigen des Nachmittags ergeben haben.

III a. Der jährliche Gang der Bewölkung an heiteren und trüben Tagen.

Als man eingesehen hatte, dass monatliche und jährliche Mittel allein zur Charakterisirung des jährlichen Ganges der Bewölkung nicht genügen, ging man dazu über, auch die Tage mit extremen Mitteln besonders auszuzählen, da sie schon einen wesentlich besseren Einblick in die Veränderungen der Himmelsbedeckung gewähren. Deshalb habe ich für jeden Monat der Jahre 1881—95 unter Zugrundelegung der 24stündigen Mittel in Tabelle V die mittlere Zahl jener Tage zusammengestellt und zwar einmal die direkt erhaltenen, wobei die einzelnen Monate die gewöhnliche Zahl von Tagen haben, während dann, der Vergleichbarkeit wegen, die auf die gleiche Länge von 30 Tagen reduzierten Monatswerthe folgen. Es sind dabei in üblicher Weise als heitere Tage solche mit einer mittleren Bewölkung < 2.0 und als trübe > 8.0 gezählt worden, den Rest bilden die wolkigen Tage. Ausserdem enthält die Tabelle die in jedem Monat vorgekommene grösste und kleinste Anzahl der heiteren, wolkigen und trüben Tage.

Jan. Febr. März April Mai Juni Juli Aug. Sept. Okt. Nov. Dez Jan.



Wenn man diese Werthe und die beifolgenden Kurven überblickt, so sieht man sofort den dem jährlichen Gange der mittleren Bewölkung fast völlig parallelen Gang der trüben Tage, sodass man zu dem Resultate kommt: Die mittlere Bewölkung zu Tiflis ist in ihrem jährlichen Verlaufe im wesentlichen durch die trüben Tage beeinflusst,

ein Satz, den Herr Schoenrock für ganz Russland allgemein so ausgesprochen hat:²³⁾ „Derjenige der beiden Faktoren — heitere und trübe Tage, — der mehr im Jahresdurchschnitt prävalirt, ist für den Gang der Bewölkung hauptsächlich ausschlaggebend, d. h. ist z. B. die Zahl der trüben Tage im Jahre entschieden grösser, als diejenige der heiteren, so schliesst sich die Bewölkung hauptsächlich den ersteren an.“ Er hat dabei die dreimal täglichen Beobachtungen der Jahre 1870—90 zu Grunde gelegt, die aber im Jahres- und

²³⁾ A. a. O. S. 41—42

Monatsmittel für die Zahl der heiteren, wolkigen und trüben Tage nur sehr geringe und daher zu vernachlässigende Unterschiede gegen die 24stündlichen Beobachtungen ergeben, nämlich:

	heiter	wolkig	trübe
24stündl. (1881—95)	68	207	90
3 " (1870—90)	66	214	85

In den Monatsmitteln betragen die Abweichungen stets im selben Sinne wie hier höchstens einen Tag und nur einmal: bei den trüben Tagen des Aprils deren zwei.

Betrachten wir nun die Häufigkeitskurve der heiteren Tage, so ist sie im allgemeinen derjenigen der trüben Tage und der mittleren Bewölkung geradezu entgegengesetzt. Ihr Maximum liegt, wie schon letztere erkennen lässt, im August, ihr Minimum im Frühjahr — im April und Mai — offenbar infolge der starken Veränderlichkeit des Wetters in diesen Monaten. Dass hierin die Ursache zu suchen ist, dürfte auch daraus hervorgehen, dass es im April während aller sechzehn Jahre (1880—95), für welche stündliche Beobachtungen vorliegen, keinen einzigen Tag mit dem Mittel 0.0, also keinen völlig heiteren Tag gab; auch im Mai sind solche Tage äusserst selten, so kam im Dezennium 1881—90 nur einer vor.

Die Häufigkeitskurve der wolkigen Tage zeigt vom Juli bis zum April keine sehr grossen Schwankungen, denn die zu Grunde liegenden Zahlen bewegen sich zwischen den Grenzen 14 und 18 pro Monat. Dagegen macht der Mai und Juni eine Ausnahme, wie auch beim täglichen Gange, sodass man sogleich an einen Zusammenhang beider Erscheinungen denken wird, wenn derselbe auch kein ursächlicher im physikalischen Sinne sein kann. Ehe wir aber hierauf eingehen, sollen erst noch einige andere Untersuchungsergebnisse mitgeteilt und erörtert werden.

Es liegt zunächst die Frage nahe, ob zwischen der mittleren Bewölkung und der Zahl der heiteren und trüben Tage eine Beziehung besteht. Der erste, welcher eine derartige Beziehung zu ermitteln suchte, war Prestel²⁶⁾, der die Formel aufstellte:

$$w = \frac{1}{n} \left[b + \frac{1}{2} (h+t) \right] 100,$$

worin w die mittlere Bewölkung, b die Zahl der ganz trüben, h der hellen, t der meist trüben Tage und n die der Monatstage bedeutet. Da aber der Verfasser diese Definitionen nicht so genau giebt, dass man sie, wenn auch nur genähert, in Zahlenwerthe umsetzen könnte, so lässt sich über die Brauchbarkeit der Formel nichts weiter sagen, obwohl die von ihm mitgetheilten zwei Beispiele vorzüglich stimmen.

Erst zehn Jahre später veröffentlichte Herr Mante²⁷⁾ eine Abhandlung über den „Zusammenhang zwischen der Anzahl heller und trüber Tage einer Periode und deren mittlerer Bewölkung“, worin er zwar auch Prestel zitiert, aber im übrigen einen selbständigen Weg einschlägt. Er leitet eine lineare Gleichung ab, ohne ihr jedoch eine für die Praxis bequeme Form zu geben.

Unabhängig davon hatte Herr Grossmann²⁸⁾ auf Grund der forstlich-meteorologischen Beobachtungen in Norddeutschland die einfache Beziehung

$$m = 53 + 45 \frac{t-h}{n}$$

gefunden, wobei m die mittlere monatliche Bewölkung, h und t die Zahl der heiteren und trüben Tage und n die der Monatstage darstellt. Dass die beiden Konstanten in anderen Klimaten andere sein würden, zeigte Herr Grossmann an dem Beispiel der Schweiz, wo das erste Glied 51 statt 53 lautet.

Im Anschluss hieran suchte sodann Herr Kremser²⁹⁾ einerseits die Konstanten genauer zu bestimmen und andererseits sie meteorologisch zu interpretiren. Er gelangte dabei zu folgenden Formeln:

für Norddeutschland .	$m = 52 + 49 \frac{t-h}{n}$	für Norwegen	$m = 51 + 51 \frac{t-h}{n}$
„ Schweiz	$m = 51 + 49 \frac{t-h}{n}$	„ Russland	$m = 50 + 52 \frac{t-h}{n}$

²⁶⁾ Zeitschr. der Oesterreich. Met. Ges. 7, 52, 1872 und in seinem gleichzeitig erschienenen Buche: Der Boden, das Klima und die Witterung von Ostfriesland, S. 323.

²⁷⁾ Annalen der Schweizerischen Meteorol. Zentral-Anstalt für 1882.

²⁸⁾ Die mittlere Bewölkung einer Periode als Funktion ihrer hellen und trüben Tage. Met. Zeitschr. 1, 341—45, 1884.

²⁹⁾ Bemerkungen über die Beziehung der mittleren Bewölkung zur Anzahl der heiteren und trüben Tage. Meteorol. Zeitschr. 2, 324—333, 1885.

Diese letzte uns hier interessierende Formel beansprucht aber keine strengere Gültigkeit, da sie nur aus der Zahl der heiteren und trüben Tage eines einzigen Jahres abgeleitet war; immerhin kommt sie wenigstens für Tiflis der Wahrheit schon ziemlich nahe.

Für diesen Ort habe ich die Mittel aus den 15 Jahren 1881—95 zu Grunde gelegt und daraus die Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Man erhält so die Formel

$$m = 50 + 55 \frac{t-h}{n}$$

oder genauer

$$m = 50.2 + 55.3 \frac{t-h}{n}$$

Berechnet man hiernach die vieljährige mittlere Bewölkung der einzelnen Monate, so findet man grössere Differenzen im Sinne Beobachtung—Rechnung nur im April (+1.0%), Mai (-1.0%) und August (+1.2%), sonst sind sie aber erheblich kleiner. Ein jährlicher Gang der Differenzen, wie ihn Herr Kremser für Norddeutschland angedeutet fand — positive Differenzen bei der stärkeren Bewölkung des Winters, negative bei der geringeren des Sommers — oder ein zur Grösse der Bewölkung paralleler Gang zeigt sich hier nicht, sodass eine Berechnung der Konstanten für Sommer- und Winterhalbjahr oder für die Jahreszeiten zu keinem besseren Resultate führen würde. Proberechnungen an mehr als einem Dutzend beliebig aus den drei Lustren 1881—95 herausgegriffener Monatszahlen ergaben einen Maximalfehler von 6 und einen durchschnittlichen von 3%; dabei ist die erste Formel benutzt worden, während man mit der zweiten wegen ihrer ein wenig grösseren Konstanten noch etwas günstigere Resultate erzielt hätte, zumal die Differenzen bei der ersten Formel vorzugsweise positiv waren.

Die Tabelle V enthält ferner für jeden Monat die grösste und kleinste Zahl der heiteren, wolkigen und trüben Tage für die Periode 1881—95. Auch hier ergibt sich, dass die Frühjahrsmonate die am wenigsten heiteren sind, liegt doch das Häufigkeitsmaximum der heiteren Tage im April und Mai mit 5 weit unterhalb des mittleren Maximums von 11.2 Tagen. Aber auch die trüben Tage übertreffen den Durchschnitt, sodass diese Monate als recht trübe bezeichnet werden müssen. Der heiterste Monat ist der August, bei welchem den 11 heiteren kaum 3 trübe Tage gegenüberstehen, wogegen der trübste Monat der Februar ist, der während sechssiebtel seiner Dauer einen völlig oder nahezu bedeckten Himmel, allerdings auch in einzelnen Jahren bis zu 10 heitere Tage aufweisen kann. In den heissen Monaten Juli, August und auch im September wird man in jedem Jahre etwa 3 heitere Tage erwarten können, in allen übrigen jedoch darf nicht in jedem Jahre auf einen solchen gerechnet werden. Dagegen ist es in den Monaten Mai bis November leicht möglich, dass sie ohne einen einzigen trüben Tag verlaufen, wogegen für jeden Wintermonat deren zwei bis drei stets in Aussicht stehen.

Gelegentlich ihrer schon erwähnten Untersuchung fanden die Herren Köppen und Meyer,⁴⁹⁾ dass „auf dem Ozean gebrochener Himmel häufiger ist, als unter gleichen Breiten auf dem Festlande,“ wobei sie über die Ursache folgendes sagen: „Das Ueberwiegen gebrochenen Himmels darf als Anzeichen einer durchschnittlich kräftigen vertikalen Luftzirkulation angesehen werden. Denn beim Vorhandensein einer solchen kann ganz trüber und ganz heiterer Himmel nur unter ausnahmsweisen Umständen bestehen, wenn nämlich die Feuchtigkeit der Atmosphäre ungewöhnlich gross oder ungewöhnlich gering ist: sonst bilden sich beim Durcheinander auf- und absteigender Luftsäulen Haufenwolken in den ersteren, blaue Zwischenräume in den letzteren.“ Betrachtet man nun darauf hin Tabelle V, so zeigt sich, dass Tiflis dieselbe Eigentümlichkeit hat, wie das von den Verfassern untersuchte, unter derselben Breite liegende Fünfgradfeld: das Vorwalten gebrochenen Himmels. Wenn nun auch hier die Stufen nicht genau dieselben sind, so würde das Resultat bei völlig gleichen Stufen nur noch markanter hervortreten; wenu ferner hier Tage und dort Termine zu Grunde gelegt sind, so wird dadurch das Ergebnis nicht wesentlich beeinflusst, da das eigenthümliche Hervortreten des gebrochenen Himmels auf jenem ozeanischen Gebiete sich nicht auf einen Termin beschränkt, sondern an allen sich zeigt und somit auf das Tagesmittel in gleicher Weise einwirkt. (Später wird noch einmal hiervon die Rede sein.) Es ist somit jener Gegensatz zwischen Festland und Meer nicht streng aufrecht zu erhalten, doch muss man berücksichtigen, dass die Verf. ihre Arbeit nur als eine „Rekognoszirung“ betrachtet wissen wollen, die keine abschliessenden Resultate liefern kann.

⁴⁹⁾ Anm. 22, a. a. O. S. 14.

und dass die schon mehrfach erörterte Lage von Tiflis zwischen zwei Meeren dem Klima der Stadt einen singulären Charakter aufdrückt.

Die heiteren Tage waren oben definiert als Tage mit einer mittleren Bewölkung von 0 bis 19, wolkige mit einer solchen von 20 bis 80 und trübe über 80. Es fragt sich nun aber, welches die durchschnittliche Bewölkung an den so unterschiedenen Tagen ist. Man könnte zunächst annehmen, dass diese gesuchten Zahlen die Mittel aus den Grenzwerten sind, dass also die heiteren Tage eine durchschnittliche Bewölkung von 9.5, die bewölkten von 50.0 und die trüben von 90.5 hätten.

Ganz analog ging Herr Mantel ⁴¹⁾ von der „a priori nicht zu bezweifelnden“ Hypothese aus, dass diese Durchschnittswerte 1, 5 und 9 betragen; die Abweichungen beseitigte er in der Weise, dass er die für die drei Tagesarten angenommenen Bewölkungsmittel um dieselbe Grösse in demselben Sinne änderte. Hiergegen wandte Herr Kremser ⁴²⁾ mit Recht ein, dass dadurch Herrn Mantels Folgerungen an realer Bedeutung verlieren, weil sie eben nur hypothetische Grundlage haben. Er trat der Frage selbst näher und berechnete für fünf norddeutsche Stationen die mittlere Bewölkung der drei Tagesarten; sie ergab sich im Mittel

für heitere Tage zu.....	6.1,
„ wolkige „ „	55.3,
„ trübe „ „	96.2.

Danach liegt also nur der Durchschnitt der heiteren Tage unter dem Mittel der Grenzwerte, der der wolkigen und trüben Tage aber über demselben. Dieser Satz lässt sich durch die Thatsache erklären, dass völlig bedeckter und völlig klarer Himmel in Norddeutschland durchaus vorherrschend, und dass alle anderen Bewölkungszustände gewissermassen nur als Uebergangsstadien zu betrachten sind; dabei muss sich auch für die gemischten (d. h. wolkigen) Tage ein höherer Werth ergeben, weil ganz bewölkter Himmel um ein bedeutendes häufiger als völlig klarer ist.⁴³⁾

Ich habe nun für Tiflis gleichfalls die mittlere Bewölkung der heiteren, wolkigen und trüben Tage abgeleitet und zwar für die heiteren und trüben Tage direkt aus den Tifliser Jahrbüchern, während der Durchschnittswert für die wolkigen Tage nach der Formel

$$ph + qw + rt = mn$$

berechnet wurde. Hierin bedeuten h , w und t die Zahl der heiteren, wolkigen und trüben Tage, p , q und r ihre mittlere Bewölkung, m diejenige des betreffenden Monats und n die Anzahl seiner Tage. Ausserdem aber schied ich in der Gruppe der heiteren und trüben Tage noch die völlig klaren und völlig bedeckten Tage, d. h. bei denen alle 24 Stunden hindurch ausschliesslich 0 oder 10 notirt wurde, aus, da, falls nicht prinzipielle Beobachtungsfehler vorliegen, ⁴³⁾ der Uebergang von 0 zu 1 und 10 zu 9 physikalisch ein grösserer ist als der von irgend einer anderen Stufe zur benachbarten. In Tabelle VI sind zunächst die Häufigkeitszahlen und sodann die mittlere Bewölkung dieser fünf Tagesarten für jeden Monat und im Jahresdurchschnitt für ein mittleres Jahr während des Dezenniums 1881—90 mitgeteilt. Dividirt man die Zahlen für Januar bis Dezember durch 10, so erhält man die durchschnittlich jährlich zu erwartenden Häufigkeitszahlen.

Die Zahl der völlig klaren Tage ist im August am grössten, dann folgen Oktober und November, und auch die nach ihrer mittleren Bewölkung so trübe erscheinenden Wintermonate können noch eine über dem Durchschnitt liegende Zahl klarer Tage aufweisen, während umgekehrt in den heiteren Monaten die klaren Tage, abgesehen vom August, recht selten sind — alle zwei bis vier Jahre nur einer. Man sieht daraus, wie wenig die mittlere monatliche Bewölkung besagt, ja, wie sie in einzelnen Fällen geradezu irreleiten kann. Von der geringen Klarheit des April war oben (S. 13) schon die Rede.

Tage mit völlig bedecktem Himmel sind naturgemäss am häufigsten im Winter und am seltensten im Sommer; während sie in der kalten Jahreshälfte monatlich 3 bis 6 mal in jedem Jahre auftreten, kommen sie im Juni, Juli und August nur alle 5 Jahre einmal vor.

Die zweite Hälfte der Tabelle VI giebt sodann die mittlere Bewölkung jeder der fünf unterschiedenen Tagesarten (vergl. auch S. 22). Schon ein schnelles Ueberblicken lehrt, dass die oben erwähnten hypothetischen von Herrn Mantel angenommenen Mittelwerte nicht richtig sind, und zwar liegt, wie die folgende Tabelle für das Jahr zeigt:

⁴¹⁾ Ann. 27).⁴²⁾ Ann. 29), a. a. O. S. 325.⁴³⁾ Ann. 29), a. a. O. S. 328 und Ann. 27), a. a. O. S. 3—5.

	heiter	wolkig	trübe
Hypothese	10	50	90
wahrer Werth . .	8	51	93

derjenige für die heiteren Tage über, für die beiden anderen unter dem wahren Werthe. Die Differenzen sind für Tiflis nicht so gross, wie sie Herr Krenser für Norddeutschland gefunden hatte; es rührt das offenbar daher, dass in Tiflis wolkiger Himmel vorherrscht, während trüber Himmel seltener als in Norddeutschland ist.

Betrachtet man den jährlichen Gang der Mittelwerthe, so sind diese gegen die hypothetischen Werthe im allgemeinen im Sommer zu klein, im Winter — und zwar hier in höherem Maasse als im Sommer — zu gross. Im Februar, dem trübsten Monat, machen sich sowohl die wolkigen, wie auch die trüben Tage durch eine besonders hohe mittlere Bewölkung bemerkbar, während die heiteren Tage nichts excessives zeigen. Gehen wir zum August über, dem sonnigsten Monat, während dem der Aufenthalt in Tiflis wegen der schwachen Luftbewegung und der geringen Abkühlung nachts nach dem Urtheil von Parrot⁴⁴⁾ und anderen Reisenden dem in einem Glühofen gleicht, so ergibt sich die Bewölkung trüber und wolkiger Tage als die relativ kleinste im ganzen Jahre, während diejenige der heiteren Tage dem Durchschnitt entspricht. Hieraus ist zu erwarten, dass bei einer Auszählung der Bewölkungsbeobachtungen nach den 11 Stufen die niedrigeren (etwa zwischen 2 und 5) besonders häufig sein werden. Ich komme später hierauf zurück.

III b. Der tägliche Gang der Bewölkung an heiteren und trüben Tagen.

Schon an verschiedenen Stellen der bisherigen Diskussion musste es wünschenswerth erscheinen, dass auch der tägliche Gang der Bewölkung an heiteren wie an trüben Tagen näher untersucht würde. Die Zahlen sind in Tabelle VII und VIII enthalten, wobei wieder die Jahre 1881—90 zu Grunde gelegt wurden. Für diese Werthe die Konstanten der Bessel'schen Formel abzuleiten, ist nicht zulässig, da die einzelnen Tagesreihen, welche zur Stundenmittelbildung benutzt wurden, einander nicht zyklisch folgen, sondern meist eine oder mehrere Reihen, welche einer anderen Tagesart angehören, zwischen sich haben, während man bei langjährigen Mitteln, bei welchen keine derartige Aussonderung geschah, annehmen darf, dass die 24 Stundenwerthe in sich zyklisch geschlossen sind. Deshalb darf man auch solche Kurven nicht über die Mitternachtsstunde hinaus fortsetzen durch Benutzung der Werthe für 1^o derselben Tage. Da man aus dem Verlauf der Kurven für den Gang an heiteren und trüben Tagen auf den an den wolkigen Tagen schliessen kann, so ist von einer Berechnung des letzteren abgesehen worden.

Betrachten wir zunächst nur die heiteren Tage, so finden wir, dass allen ein Minimum vor Sonnenaufgang und nach Sonnenuntergang gemeinsam ist, und dass sich in vielen Monaten auch in den Vormittagsstunden ein Minimum bemerkbar macht. Die ersten beiden Minima fallen in den Frühlingsmonaten auf etwa 3^o und 9^o und nähern sich bis gegen das Jahresende um je 1 Stunde, um sich dann wieder zu verfrühen und zu verspäten. Das dritte Minimum zeigt sich besonders deutlich in der zweiten Jahreshälfte und zwar zwischen 9 und 12^o. Dementsprechend fallen die Maxima in die Zeiten des Auf- und Unterganges der Sonne, sowie um Mitternacht. Der allgemeine Verlauf der Bewölkung an heiteren Tagen, wie er sich im Jahresmittel darstellt und der naturgemäss ganz entsprechende Ursachen wie der normale Gang hat, ist daher folgender: Der heitere Tag beginnt um Mitternacht mit relativ grosser Bewölkung, die rasch zum ersten Minimum abnimmt, an welchem es fast völlig klar ist; ebenso rasch erfolgt aber bis zum Sonnenaufgang wieder die Zunahme. Diese Zunahme ist durch die bei dem vorherigen Klarwerden eintretende verstärkte Ausstrahlung und Nebel- sowie Stratusbildung bedingt. Mit der aufgehenden Sonne tritt Erwärmung und Auflösung der Kondensationsprodukte ein, daher das zweite Minimum; aber die Sonnenwirkung erzeugt jetzt im Laufe des Vormittags aufsteigende Luftströmung und damit den Schönwetter-Kumulus, wodurch die Tageskurve wieder ansteigt bis gegen den Sonnenuntergang hin. Der aufsteigende Luftstrom verliert seinen Impuls, die Wolken sinken und lösen sich auf; die Kurve erreicht ihr letztes Minimum, um gegen Mitternacht hin infolge von Nebel- oder Stratusbildung wieder sich zu heben.

Dieser allgemeine Verlauf erleidet in den Jahreszeiten je nach der Wetterlage und dem dadurch bewirkten wechselnden Verhalten der übrigen meteorologischen Elemente mancherlei Modifikationen, deren

⁴⁴⁾ Fr. Parrot, Reise zum Ararat 1, 29. Berlin 1834.

Deutung im einzelnen bei dem Mangel an einer eingehenden Untersuchung der anderen Elemente und an der Kenntniss der gleichzeitigen Vorgänge in den höheren Luftschichten gegenwärtig nur hypothetisch gesehen könnte.

Dasselbe gilt natürlich auch von dem Gange der Bewölkung an trüben Tagen, der gleichfalls gewisse Eigenthümlichkeiten alle Monate hindurch aufweist: Minima um Mitternacht und vielfach auch am Nachmittage (im Sommer gegen 1^P, sonst später bis gegen 5^P), schnelles Ansteigen bis zum Sonnenaufgang, schnelles Sinken nach Sonnenuntergang. In den kühlen Monaten verlaufen die Kurven innerhalb engerer Grenzen und auch mit weniger Schwankungen als im Sommer. Wie wir schon sahen, ist die Bewölkung nachts meist nicht gross, ob mehr oder weniger richtet sich nach der jeweiligen Wetterlage; bei den trüben Tagen ist jene naturgemäss hoch: meist zwischen 80 und 90% und nur im August beträgt sie im Durchschnitt 77%. Bis zum Sonnenaufgang nimmt sie aber noch zu und erreicht jetzt 95 bis 99%, sodass der Himmel in der Mehrzahl der Tage frühmorgens völlig bedeckt ist. Im Laufe des Tages findet eine Abnahme der Bewölkung statt, die im Sommer früher, im Winter später ihr Ende erreicht und dann zum Abend wieder in eine Zunahme übergeht. Hierauf erfolgt aus neue ein schneller Abfall der Kurve.

Den Verlauf der einzelnen Monatskurven auf seine Ursachen zurückzuführen, ist, wie schon gesagt, gegenwärtig nicht möglich, wohl aber sind wir jetzt im stande, eine früher (S. 13) erwähnte Eigenthümlichkeit des täglichen Ganges der Bewölkung im Mai und Juni, der eine enorme Zunahme in den ersten Nachmittagsstunden zeigt, in einem anderen Zusammenhange zu erörtern. Diese Zunahme ist nicht dadurch zu erklären, dass alle Tage — heitere, wolkige und trübe — gleichzeitig dieselbe Erscheinung zeigen, denn die heiteren Tage können kein irgendwie auffälliges Verhalten aufweisen. Dagegen steigt die Kurve der trüben Tage von 1 bis 3^P sehr schnell an (7^P), aber auch nicht in so hohem Betrage, um allein ausschlaggebend zu sein, deshalb muss man annehmen, dass hier sich vornehmlich die wolkigen Tage geltend machen; zur Prüfung dieser Folgerung habe ich mittelst der auf S. 15 angegebenen Formel aus den Stundenwerthen für heitere und trübe Tage diejenigen für wolkige berechnet. Für den hier allein in Frage kommenden Nachmittage ergeben sich folgende Mittelwerthe:

	12 ^a	1 ^P	2 ^P	3 ^P	4 ^P	5 ^P	6 ^P	7 ^P	8 ^P	9 ^P	10 ^P
Mai	63	69	75	83	88	86	86	86	83	71	67
Juni	44	52	61	67	70	76	76	76	78	67	62

welche in unzweifelhafter Klarheit zeigen, dass ausschliesslich die wolkigen Tage die Nachmittagskurve so enorm ansteigen lassen. Im Mai beträgt die Zunahme von 12^a bis 4^P 25% und im Juni von 12^a ebenfalls bis 4^P 26% und bis zum Maximum um 8^P sogar 34%. Da nun wolkiger Himmel im wesentlichen der Kumulusbildung im aufsteigenden Luftstrom zuschreiben ist, so wird man auch für den täglichen Gang der Bewölkung im Mai und Juni dieselbe Ursache annehmen können, und in der That ergab eine Durchsicht der Beobachtungen über die Wolkenformen, dass im Mai und Juni der Kumulus und Kumulostratus (jetzt Stratokumulus genannt) weitaus vorherrscht. Warum aber diese Ursache sich in den noch wärmeren folgenden Monaten nicht in gleicher oder noch stärkerer Weise geltend macht, lässt sich vor der Hand noch nicht zu sagen, vermutlich aber rührt dies daher, dass zwar die Temperatur vom Juni zum Juli hin stärker als vorher zunimmt (3.2° im Monatsmittel), nicht aber in gleichem Masse auch die absolute Feuchtigkeit (nur 1.0 mm), sodass die relative Feuchtigkeit um 17% und zum August hin noch um weitere 14% abnimmt. Durch diese höhere Temperatur und die relativ geringere Feuchtigkeit kann natürlich die aufsteigende Luft viel schwerer und in erheblich kleinerem Masse zur Wolkenbildung Anlass geben, daher das geringe Ansteigen der Kurven am Nachmittage im Hochsommer.

IV. Der jährliche und tägliche Gang der Bewölkung an Zyklonen- und Antizyklonen-Tagen.

„Verschiedene Untersuchungen über die vertikale Temperaturvertheilung und die Bewölkung haben gezeigt, dass wir im Laufe des Tages unter normalen Verhältnissen vertikale Luftströmungen haben, deren Intensität von der Tageszeit abhängig ist; und da in den Zyklonen und Antizyklonen auch vertikale Luftströmungen vorkommen, die normale Intensität der Luftströmungen aber von der Tageszeit abhängig ist, so dürften wohl die zur Zeit der Zyklonen und Antizyklonen herrschenden vertikalen Luftströmungen auch von der Tageszeit abhängig sein, indem dieselben durch die mit der Tageszeit wechselnde Intensität der

normalen vertikalen Luftströmung verhindert oder vermehrt werden.⁴⁵ Mit diesen Worten leitet Herr Leyst seine schönen „Untersuchungen über den täglichen und jährlichen Gang der meteorologischen Elemente an den Zyklonen- und Antizyklontagen“⁴⁶ ein, denen ich in diesem Abschnitt folge. Denn es erschien mir einerseits aussichtsvoll, durch eine derartige Untersuchung vielleicht einen tieferen Einblick in die Bewölkungsverhältnisse von Tiflis zu erlangen, wie auch andererseits sehr interessant, als Gegenstück zu den von Herrn Leyst benutzten, im Norden Russlands gewonnenen Beobachtungen von St. Petersburg-Pawlowsk Material aus dem südlichsten Russland zu verarbeiten. Zyklontage werden diejenigen Tage genannt, welche den niedrigsten, Antizyklontage diejenigen, welche den höchsten Luftdruck in jedem Monat aufweisen. Dabei verfuhr ich auf zweierlei Weise, indem ich einmal die stündlichen Beobachtungen der Jahre 1881—95 und sodann wegen des genauen Anschlusses an die Abhandlung des Herrn Leyst die dreimal täglichen (7^a, 1^a, 9^a) der Jahre 1871—90 zu Grunde legte; während ich dabei aber für die erste Reihe nur die Tage selbst benutzte, an welchen der höchste und tiefste Luftdruck des ganzen Monats eintrat, wurden für die zweite Reihe aus dem eben genannten Grunde auch der jeweilige Vor- und Nacht ausgezogen. Dabei stellte sich, wie von vornherein zu erwarten war, heraus, dass in den beiden Reihen gemeinsamen Jahren die Extreme nicht immer auf dieselben Tage fielen, da ja dort 24, hier nur 3 Stundenwerthe in Betracht kamen; derartige Abweichungen wurden in 16 Fällen gefunden, von denen an 7 eine Verschiebung des Extrems um einen Tag eintrat.

Die 20jährige Reihe 1871—90 mit den dreimal täglichen Beobachtungen soll zunächst untersucht werden. Die Zahl der ausgewählten Tage beträgt nicht gleichmässig 20 für jeden Monat der ganzen Periode, sondern mehrfach auch 21 oder 22, weil das Maximum oder Minimum des Luftdrucks bisweilen an zwei Tagen desselben Monats beobachtet wurde. Für die Vergleichbarkeit der 20jährigen Mittel macht dieser Unterschied so wenig aus, dass die Mittel zwar stets mit dem betreffenden Divisor gebildet, aber nicht auf dieselbe Einheit reduziert worden sind. Als Grundlage für die nachfolgende Untersuchung habe ich zunächst (Tabelle IX) die normale 20jährige mittlere Bewölkung für die drei Termine und das Tagesmittel berechnet, und zwar dieses sowohl nach der gewöhnlichen Formel $\frac{1}{3}(7+1+9)$, wie nach der oben von mir begründeten $\frac{1}{4}(2 \times 7 + 1 + 9)$. Jedoch habe ich von letzteren Werthen, um nicht die Vergleichbarkeit der Resultate mit denen des Herrn Leyst zu stören, keinen Gebrauch gemacht.⁴⁶⁾

Die Bewölkung im normalen Verlaufe — ich wiederhole noch einmal, dass alle folgenden Auseinandersetzungen zunächst nur für dreimal tägliche Beobachtungen Gültigkeit haben — hat ihr Maximum fast ausschliesslich um 7^a, nur im Mai und Juni aus den schon früher erörterten Gründen am Mittag und Abend. Die geringste Bewölkung dagegen tritt allein im Hochsommer mittags, sonst aber abends ein. In Pawlowsk liegt das Minimum im Juni und Juli früh und ein nur um 1^o höheres Minimum am Abend, sonst auch stets abends; das Maximum schwankt zwischen Morgen und Mittag. Im grossen und ganzen erscheint die Kurve der Monatsmittel in Pawlowsk gegen die von Tiflis um zwei Monate nach dem Jahresanfang zu verschoben.

Zeigen sich schon beim normalen Gange solche Unterschiede, so werden sie sich um so mehr an den Störungstagen, als welche ja doch die oben definierten Antizyklonen- und Zyklontage aufzufassen sind, bemerkbar machen. Wir sahen schon (S. 9), dass wir den täglichen Gang der Bewölkung im Januar, April, Juli und Oktober als typisch für ihre betreffende Jahreszeit ansehen können; gehen wir nun hiervon aus und bilden, um einen bequemeren Ueberblick über den täglichen Gang an antizyklonalen und zyklonalen Tagen zu erhalten, die Abweichungen vom normalen Gange, so ergeben sich folgende Werthe: (siehe Tabelle Seite 19 oben.)

Der Haupttag, der eigentliche Störungstag, zeigt bei den Antizyklonen ein Vorwiegen kleinerer (unter 10%) Abweichungen gegenüber den meist positiven und grösseren (über 10%) bei den Zyklonen, mit anderen Worten: bei Hochdruckwetter ist der Himmel heiterer als bei Depressionen. Jedoch folgen, wie die zweite Hälfte der Tabelle IX sofort erkennen lässt, die einzelnen Monate, im Gegensatz zu dem Pawlowsker Klima, nicht immer dieser Regel. Im Februar und im Juli bis Oktober haben die Zyklontage eine bis zu 24%, d. h. bis zu 2½ Stufen kleinere, in den übrigen Monaten aber eine bis 38%, d. h. 4 Stufen grössere

⁴⁵) Repert. f. Met. 16, Nr. 8. St. Petersburg 1833, S. 1. Vergl. auch H. Meyer, Anleitung a. s. w. (s. Anm. 2^a) S. 175.

⁴⁶) Jahreszeitenmittel habe ich aus den S. 9 erörterten Gründen nicht abgeleitet.

	Vortag			Haupttag			Nachttag		
	7 ^a	1 ^a	9 ^a	7 ^a	1 ^a	9 ^a	7 ^a	1 ^a	9 ^a
Antizykklonen:									
Januar	+10	+13	+21	+13	- 1	+ 3	- 1	-19	- 8
April	-18	-16	-12	- 4	- 3	- 9	+ 5	- 5	0
Juli	-13	- 9	- 5	+12	+ 8	- 9	-11	- 7	- 5
Oktober	+ 5	+10	+18	- 1	+ 6	+10	+ 7	+ 2	0
Jahr	0	- 4	+ 2	+ 6	+ 3	- 2	+ 1	- 6	- 6
Zykklonen:									
Januar	+ 2	+ 9	+16	+14	+18	+17	+ 6	+ 5	-12
April	- 5	+14	+12	+19	+18	+24	+10	+ 9	0
Juli	-10	-10	- 5	-12	- 1	+18	- 8	+ 3	- 5
Oktober	- 6	-10	- 2	0	+ 8	- 7	- 8	-13	- 4
Jahr	- 2	- 1	+ 6	+ 6	+11	+10	- 3	+ 2	0

Bewölkung aufzuweisen als die Hochdrucktage. Etwas geringer, jedoch im selben Sinne, sind die Unterschiede an den Vortagen und wesentlich kleiner an den Nachttagen. Dass diese Unterschiede nicht blosse Rechnungsergebnisse sind, sondern einen gewissen, für die Periode 1871—90 gültigen Anspruch auf Realität haben, zeigt sich z. B. für den Februar darin, dass auch bei der Zerlegung der ganzen Reihe in ihre Hälften, wie nachstehend geschehen ist:

	<u>Antizykklonen</u>	<u>Zykklonen</u>	<u>Differenz</u>
1871—80	79	76	- 3
1881—90	97	71	-26

sich wieder nur negative Differenzen zeigen. Indessen ist die Erscheinung der grösseren Bewölkung bei Antizykklonen nicht auf den Februar beschränkt, sondern tritt z. B. auch im ersten Dezennium des Januars mit -2% Unterschied zu Tage, während das zweite eine 24% kleinere Bewölkung für Zykklonen ergibt. Welche Ursachen hier thätig sind, dürfte schwer zu sagen sein, da die Differenzen keinen einfachen jährlichen Gang besitzen.

Den grössten Gegensatz in der Bewölkung der Antizykklonen und Zykklonen zeigen für den Haupttag, wie wir schon sahen, der März mit 38%, der April mit 26%, der August mit 24% und der Dezember mit 23%, den geringsten der Juli mit 2% und der Oktober mit 4% Differenz. Fasst man je alle drei Tage zusammen, so treten nur der März mit 26%, der April mit 18% und der Mai mit 15%, sowie nach der andern Richtung hin der Juli mit 1% und der Juni mit 3%, besonders hervor. In den Jahresmitteln sind alle Unterschiede sehr gering, die grösste Differenz zeigt der Haupttag mit 7%.

Legt man die normale Bewölkung zu Grunde, so ist der Himmel relativ am trübsten bei Antizykklonen im Februar (+23%), bei Zykklonen im Mai (+20%), relativ am heitersten bei jenen im März (-22%), bei diesen im August (-7%). Sowohl bei Antizykklonen wie bei Zykklonen ist eine übernormale Bewölkung die Regel. Auch hieraus ersieht man, wie eigenthümlich die Bewölkungsverhältnisse von Tiflis sind, da vorstehender Satz durchaus von dem abweicht, was man bisher anzunehmen pflegte und was auch Herr Leyst für Pawlowsk fand, dass nämlich Antizykklonen im allgemeinen mit heiterem Wetter verbunden sind als Zykklonen.

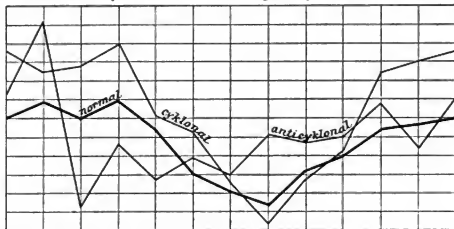
Sowohl bei hohem wie bei niedrigem Luftdruck ist der Haupttag in der Mehrzahl der Fälle der trübste, zumal der Morgentermin, dann kommt der Vortag und schliesslich der Nachttag. Der Haupttag und der Nachttag haben die grösste Bewölkung vorzugsweise früh, die kleinste abends, während der Vortag das Minimum am Mittag, das Maximum morgens zu haben pflegt.

Die Jahresamplitude der Haupttage beträgt bei den Antizykklonen 87-36 = 51%, bei den Zykklonen 80-32 = 48%, ist also fast völlig gleich und doppelt so gross wie im normalen Gange (64-39 = 25%), während diese Werthe für Pawlowsk 50 und 20% sind, d. h. bei hohem Druck das 2 1/2 fache von der bei niedrigem Drucke. Ganz ebenso erhält man für Tiflis bei einem Zusammenfassen je der drei Tage die Amplituden 74-37 = 37 und 71-34 = 37, wieder völlig gleich und die normale Schwankung von 25%, um die Hälfte übertreffend.

Aus allen Vergleichen meiner Resultate für Tiflis mit denen des Herrn Leyst für Pawlowsk lässt sich deutlich der Unterschied des Klimas einerseits wie auch der völlig verschiedene Einfluss äusserlicher gleicher Wetterlagen für beide Orte erkennen.

Wenn man die hier abgeleiteten Werthe nicht als vollkommen typische für alle derartigen Störungstage annehmen kann, da sie nur auf ganz extremen Fällen beruhen, so wird man doch nicht fehlgehen, wenn man sie bis zu einem gewissen Grade als typisch hinstellt. Hier sollen sie nur qualitativ als Anhaltspunkt für die Erkenntniss dienen, in welcher Weise Antizyklen und Zyklonen auf die Bewölkung in ihrem jährlichen Gange einwirken.

Januar Febr. März April Mai Juni Juli August Sept. Okt. Nov. Dez. Januar



Das beifolgende Diagramm lehrt darüber folgendes: wie die trüben Tage den jährlichen Gang beeinflussen (siehe S. 12), so auch die Zyklontage, denn je geringer oder grösser die zyklonale Bewölkung, um so geringer oder grösser auch die normale, wobei freilich diese Beziehung keine in allen Monaten konstante ist, sondern durch die Mitwirkung anderer Ursachen gewisse Schwankungen erleiden kann. Bei den Antizyklontagen zeigt sich dieser Einfluss nicht deutlich, zumal sie ja auch meist nicht durch eine geringe, sondern eher durch eine den Zyklontagen ziemlich gleiche und grosse Bewölkung charakterisirt sind.

Einen weiteren Einblick in die Bewölkungsverhältnisse an Tagen mit besonders hohem oder besonders tiefem Luftdruck kann die Tabelle X liefern, welche für die drei Lustren 1881—1895 auf Grund stündlicher Beobachtungen berechnet worden ist. Dabei wurden allein die Haupttage selbst ausgewerthet, um zu sehen, ob sie einen ausgeprägteren Gang als bei nur 3 Beobachtungen am Tage erkennen lassen. Auch kann nebenbei die Frage beantwortet werden, zu welcher Stunde der höchste und niedrigste Luftdruck im Monat einzutreten pflegt. Die Tabelle XI macht ersichtlich, dass bei den Antizyklonen das Maximum im Monat einzutreten zwischen 10 und 12 Uhr vormittags, in allen übrigen Monaten aber schon zwischen 7 und 9 Uhr erreicht wird, gewöhnlich also 2 bis 3 Stunden nach Sonnenaufgang. Nur der Oktober bildet eine Ausnahme, indem hier das Häufigkeitsmaximum kurz vor Mitternacht, das sich sonst als sekundäres einstellt, in diesem Monat durch ein geringes Uebergewicht das primäre wird. Das Minimum des Luftdrucks (Häufigkeitsmaximum bei den Zyklonen) dagegen tritt in den Nachmittagsstunden ein und zwar in den Monaten Oktober bis Februar zwischen 1 und 3 Uhr, im März, April, Juli, August, September zwischen 4 und 6 Uhr nachmittags, während es im Mai und Juni zwischen 3 und 4 Uhr zu suchen ist. Ein sekundäres Minimum macht sich nur in der kühleren Jahreszeit gegen 4 Uhr morgens bemerkbar.

Der sich hieraus ergebende tägliche Gang des Luftdrucks hat demnach ein Hauptmaximum gegen 9^a, ein sekundäres gegen 12^p, ein Hauptminimum gegen 4^p und ein sekundäres gegen 4^a; dieses Resultat entspricht also dem auf der ganzen Erde beobachteten und dürfte somit durch eine genauere Untersuchung in seinen grossen Zügen keine wesentliche Aenderung erfahren.⁴⁷⁾

⁴⁷⁾ Erst nach der Niederschrift obiger Zeilen fand ich in den von Herrn A. Angot (Étude sur la marche diurne du baromètre. Ann. Bur. Centr. Météorol. 1887, I, B. 258) mitgetheilten Jahreswerthen für Tiflis genau obige Wendestunden.

Es wurde nun ferner zu erforschen gesucht, wie sich die Bewölkungsverhältnisse im Momente des Eintritts des höchsten und des niedrigsten Luftdrucks gestalten; hierfür ergaben sich folgende Zahlen:

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Antizyklenen.													
Mittl. Bewölkung .	66	73	47	77	61	69	58	77	68	54	75	81	67%
Häufigkeit der 0	4	2	6	2	3	2	1	1	4	6	2	2	35 „
„ „ 1-9	3	4	5	4	4	7	11	7	3	2	3	1	54 „
„ „ 10	10	9	5	9	8	6	4	7	9	8	10	12	97 „
Zyklenen.													
Mittl. Bewölkung .	65	83	77	82	70	60	46	46	43	68	87	86	68%
Häufigkeit der 0	1	1	1	—	—	1	2	—	2	—	—	1	9 „
„ „ 1-9	9	7	8	7	12	10	12	13	13	10	3	2	106 „
„ „ 10	5	9	6	8	4	4	1	2	1	5	12	12	69 „

Der unregelmässige Gang der mittleren Bewölkung sowohl bei Antizyklenen wie bei Zyklenen deutet darauf hin, dass für ihre Berechnung ein fünfzehnjähriger Zeitraum bei weitem nicht ausreicht. Das gilt besonders für die Antizyklenen, die unter anderem merkwürdigerweise eine relativ sehr grosse Bewölkung im August, wie schon das Diagramm S. 20 erkennen lässt, und die niedrigste im März aufweisen. Dagegen ist bei den Zyklenen der jährliche Gang viel ausgeprägter und schliesst sich dem der normalen mittleren Bewölkung ziemlich eng an, sodass man auch hier wie S. 20 den Einfluss der Zyklenen auf letztere folgern kann.

Wie ferner die Häufigkeitwerthe darthun, ist bei höchstem monatlichem Luftdruck ganz bedeckter Himmel vorherrschend, und nur in einem Fünftel aller Fälle wolkenloser Himmel. Die Häufigkeit bedeckten Himmels verhält sich zu der des wolkenlosen wie 2.8:1. An den Zyklontagen wird beim Eintritt des Minimums sowohl die Stufe 0 wie auch 10 viel seltener beobachtet, dagegen ist gebrochener Himmel, zumal im Sommer, weitaus am häufigsten (59% aller Fälle) und zwar doppelt so häufig wie bei Antizyklenen.

Gehen wir nun von dem einzelnen Stundenwerth des absolut höchsten oder niedrigsten Luftdrucks zur Betrachtung aller Stundenwerthe oder mit anderen Worten zu der des täglichen Ganges über, wie ihn Tabelle X zeigt, so fällt auch hier zweierlei sofort in die Augen: die grosse Unstetigkeit der Werthe, zumal bei den Antizyklenen, woraus hervorgeht, dass auch hier der Zeitraum von 15 Jahren zu kurz ist, sowie das parallele Verlaufen des täglichen Ganges der Bewölkung an Zyklontagen und des normalen Ganges. Wie schon an mehreren Stellen der Untersuchung ergibt sich auch hier wieder der Einfluss der zyklonalen Bewölkung auf die normale. Stellt man dieses Resultat mit dem S. 12 gewonnenen zusammen, dass nämlich die mittlere Bewölkung im wesentlichen durch die trüben Tage beeinflusst werde, so darf man trotzdem nicht auf einen Zusammenhang der trüben Tage mit den Zyklenen schliessen; denn einerseits ist der Einfluss der letzteren kein absoluter, sondern nur einer von vielen und sodann derjenige der trüben Tage kein kausaler im physikalischen Sinne. Noch dazu zeigt die nachfolgende Tabelle, welche die Gesamtzahl der heiteren, wolkigen und trüben Tage unter jenen Störungstagen enthält:

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Antizyklenen.													
heiter	4	2	5	2	1	1	5	3	4	5	3	1	36
wolkig	7	4	8	10	10	12	7	11	6	5	6	7	93
trübe	5	9	3	3	4	2	3	1	6	5	6	7	54
Zyklenen.													
heiter		1	—	—	—	2	3	5	3	1	—	1	16
wolkig	8	10	6	8	12	13	12	10	10	11	6	7	113
trübe	7	6	9	7	4	—	—	—	2	3	9	7	54

dass sowohl bei Antizyklonen wie bei Zyklonen die trüben Tage im Jahre gleich häufig sind. Die heiteren Tage überwiegen bei den Antizyklonen vornehmlich im Winter, in dem sie bei den Zyklonen sehr selten sind, während die wolkgigen Tage bei letzteren beinahe in allen Monaten ein wenig öfter vorkommen.

Berechnet man noch die mittlere Bewölkung dieser Tagesarten, so erhält man folgende Uebersicht (vergl. S. 15—16 und Tabelle VI):

	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
Antizyklonen.													
heiter	4	14	3	14	0	6	13	8	8	7	—	6	7%
wolkgig	56	59	41	55	46	45	47	59	57	49	51	49	51 „
trübe	100	100	96	98	92	90	91	87	96	100	96	98	95 „
Zyklonen.													
heiter	—	3	—	—	—	11	9	16	15	15	—	7	11%
wolkgig	47	65	57	68	55	52	51	56	48	55	65	60	57 „
trübe	93	96	90	93	90	—	—	—	90	85	95	94	92 „

Die Bewölkung der heiteren Tage ist im Jahresdurchschnitt bei antizyklonalem Wetter etwas kleiner als bei zyklonalem und auch die wolkgigen Tage zeigen eine dem Betrage und Vorzeichen nach gleiche Differenz, während bei den trüben Tagen sich das Vorzeichen umkehrt. Dieses Verhältniss besteht dem Vorzeichen nach auch in den meisten Monaten, jedoch treten auch einzelne erhebliche Abweichungen (bis zu 1½ Stufen) auf, so bei den heiteren Tagen im Februar und April, bei den wolkgigen im Januar und September und bei den trüben im Oktober. Aber selbst wo das Vorzeichen sich nicht ändert, findet man noch mancherlei Eigenthümlichkeiten — z. B. den grossen Unterschied in der mittleren Bewölkung der wolkgigen Tage im März (Differenz 16%) und April (13%) — die bei grösserem Material in späteren Jahren interessante Resultate ergeben dürften.

Endlich lehrt die vorstehende Tabelle noch, dass man in der That an jenen oben berührten Zusammenhang der Zyklontage und trüben Tage nicht denken kann, denn nicht nur ist die Zahl der trüben Tage bei Antizyklonen und Zyklonen gleich, sondern es ist sogar bei jenen die mittlere Bewölkung dieser Tage eine grössere als bei den Zyklonen.

Welche enormen Gegensätze übrigens bei beiderlei Wetterlagen in der Bewölkung vorkommen können, ersieht man daraus, dass sowohl bei höchstem wie bei niedrigstem Luftdruck den ganzen Tag über, d. h. von Mitternacht bis Mitternacht, der Grad 10 beobachtet wurde⁴⁵⁾, und dass auch der Grad 0 bei Antizyklonen alle 24 Stunden hindurch und bei Zyklonen an 21 Stunden (zu den andern drei Stunden der Grad 1 und 2) notirt worden ist. Hat man mehr als fünfzehn Jahre, so wird sich aller Wahrscheinlichkeit nach auch für Zyklonen ein völlig heiterer Tag finden lassen. Man kann daher sagen: sowohl bei Antizyklonen wie bei Zyklonen giebt es völlig klare und völlig bedeckte Tage.

V. Die Häufigkeit der Bewölkungsstufen.

In ihren schon mehrfach erwähnten Arbeiten hatten die Herren V. Kremser, W. Köppen und H. Meyer wiederholt darauf hingewiesen, welche Wichtigkeit für die Erkenntniss der Bewölkungsverhältnisse nach ihrer Güte und ihrer klimatischen Bedeutung die Untersuchung der einzelnen Bewölkungsstufen besitzt. Aber sie sind die einzigen auf diesem Gebiete geblieben und selbst die Abhandlung des Herrn Hegyföky⁴⁶⁾, der, was viel weniger mühsam ist, die Tagesmittel der Bewölkung zu Grunde legte, hat bis jetzt keine Nachahmung gefunden.

Für Tiflis habe ich die stündlichen Beobachtungen der Jahre 1881—1885 nach den einzelnen Bewölkungsgraden ausgezählt und die Häufigkeitszahlen dieser Jahre insgesamt in Tabelle XII zusammengestellt — meines Wissens die ersten, welche in dieser Ausführlichkeit veröffentlicht wurden. Bei genauerm Studium

⁴⁵⁾ In solchen Fällen versagt die auf S. 3 angeführte Sommerformel, da sie dann als Tagesmittel 10.3 ergibt, während als Maximum nur 10.0 möglich ist.

⁴⁶⁾ Veränderlichkeit einiger meteorologischer Elemente von einem Tage zum andern zu Budapest 1873—1882. Zeitschrift der Oesterr. Gesellschaft für Meteorologie 20, 486—497, 1885.

derselben erkennt man bald, dass nicht in jedem Monat jede Stufe zu allen Stunden beobachtet wird; bei den Wintermonaten können sogar mehrere Jahre vergehen, ohne dass zu einer bestimmten Tageszeit ein bestimmter Bewölkungsgrad notirt werden kann. Für die Vertheilung der einzelnen Stufen über die Tagesstunden genügen fünf Jahre naturgemäss noch nicht vollkommen, da hier dem Zufall bei den selteneren Stufen ein ziemlich grosser Spielraum offen steht; trotzdem ist die Tabelle XII hinreichend, um in den täglichen Gang der Bewölkungsmenge einen neuen Einblick zu erlangen.

Vergleichen wir z. B. die Januarcurven im normalen täglichen Gange (s. Tafel) mit den Häufigkeitszahlen unserer Tabelle, so sehen wir, wie die Kurve im wesentlichen durch das Auftreten der 10 bedingt ist; deutlich zeigt sich die starke Zunahme der Bewölkung von 6^a bis 7^a nur infolge der Zunahme der Häufigkeit ganz bedeckten Himmels. Nimmt dann dieser ab, fällt auch die Kurve, so im Laufe des Vormittags und so zwischen 6^a und 7^a; dagegen ist die Zunahme der 10 von 4^a bis 5^a in der Kurve nur schwach angedeutet, weil gleichzeitig die Stufen 8 und 9 rasch abnehmen und zwar zu Gunsten der 10, denn die Häufigkeit der 8, 9 und 10 insgesamt beträgt um 4^a 72 und um 5^a 75, ist also nahezu gleich.

In analoger Weise kann man die übrigen Besonderheiten der Kurven des täglichen Ganges auf die Häufigkeitszahlen der Stufen zurückführen; damit ist zwar die physikalische Ursache dieser Besonderheiten noch nicht gefunden, aber sie sind auf einfachere Elemente zurückgeführt und damit der meteorologischen Erklärung näher gerückt. Man darf dabei freilich nicht vergessen, dass jenen Kurven fünfzehn Jahre und den Häufigkeitszahlen nur fünf Jahre zu Grunde liegen. In anderen Lustren wird man, wie aus Tabelle I hervorgeht, eine etwas geringere Häufigkeit der niedrigen Bewölkungsgrade und eine etwas grössere der höheren erwarten müssen. Da aber hier nicht so sehr die absoluten als die relativen Werthe in Betracht kommen, wird zwar der Gang der Zahlen beeinflusst werden, aber doch nicht in wesentlichem Masse.

Bei dem täglichen Gange der Bewölkung (S. 9 und 13) war der Mai und Juni durch seinen eigenenthümlichen Verlauf am Nachmittage besonders hervorgetreten, und es war auch schon (S. 17) gezeigt worden, dass das starke Ansteigen der Kurven auf eine Zunahme der mittleren Bewölkungsgrade zurückgeführt werden kann. Die Tabelle XII lehrt nun, dass dem in der That so ist, noch besser erkennt man es aus der nachfolgenden Uebersicht, welche aus jener in der Weise abgeleitet ist, dass die Summe der stündlichen Häufigkeitszahlen aller 5 Jahre durch $5 \times 24 = 120$ dividirt und die Mittelwerthe jedes Monats auf Monate von 30 Tagen reduziert wurden.

Häufigkeit der Bewölkungsstufen im Mittel der Jahre 1881–1885 pro Stunde
(auf Monate von 30 Tagen reduziert).

Stufe	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oktober	Nov.	Dez.	Jahr
0	6.7	5.9	4.4	3.6	4.1	5.7	7.1	8.7	7.9	7.1	6.6	7.9	6.3
1	1.7	1.3	1.9	1.7	3.4	3.6	4.9	4.3	3.5	2.1	1.7	2.4	2.7
2	1.9	1.5	2.1	2.0	3.0	2.9	3.0	2.8	2.2	1.7	1.8	2.0	2.2
3	1.2	1.1	1.7	2.0	2.1	2.3	2.0	2.0	1.7	1.4	1.3	1.7	1.7
4	1.5	1.2	1.5	1.9	2.1	2.2	1.8	1.6	1.5	1.3	1.4	1.5	1.6
5	1.2	0.7	1.2	1.4	1.6	1.6	1.4	1.2	1.1	1.1	1.0	0.8	1.2
6	0.8	0.7	1.2	1.1	1.6	1.3	1.1	1.1	1.0	1.1	0.9	0.9	1.1
7	1.2	0.8	1.5	1.7	1.7	1.7	1.6	1.3	1.2	1.2	1.0	0.9	1.3
8	1.1	0.7	1.5	1.7	1.3	1.3	1.6	1.5	1.8	1.4	1.5	1.5	1.5
9	1.1	1.0	1.5	1.8	1.9	2.0	1.7	1.4	1.7	1.6	1.4	1.6	1.6
10	11.6	14.9	11.6	11.0	6.6	4.9	3.7	4.3	6.9	10.0	11.4	8.8	8.8
0	6.7	5.9	4.4	3.6	4.1	5.7	7.1	8.7	7.9	7.1	6.6	7.9	6.3
1–9	11.7	9.0	14.1	15.3	19.2	19.4	19.1	17.2	15.2	12.9	12.0	13.3	14.9
10	11.6	14.9	11.6	11.0	6.6	4.9	3.7	4.3	6.9	10.0	11.4	8.8	8.8

Man ersieht daraus sofort, dass einerseits die Stufe 10 im Mai um 40% weniger oft vorkommt als im April und dass andererseits die mittleren Stufen 2 bis 9 sämmtlich im Mai und Juni ihr Häufigkeitsmaximum für das ganze Jahr erreichen.

Da die Tabelle XII nicht leicht übersichtlich ist, habe ich in Tabelle XIII einen Auszug gegeben, der wegen seiner vollkommen übereinstimmenden Form einen Vergleich mit den von den Herren Köppen und

Meyer³⁰⁾ für Sagastir, Upsala, Chemnitz und Nukuss mitgetheilten gestattet. Es folgt daraus, dass Tifis sich keinem der dort aufgestellten Typen nähert; wenn man aber die geringe Häufigkeit der 0, die etwas grössere, aber auch noch geringe Häufigkeit der 10, die beide tropischen Orten eigenthümlich sind, sowie das Ueberviegen gebrochenen Himmels betrachtet, was man in den Tropen wie auf dem Meere findet, so erkennt man hierin einerseits den subtropischen Charakter des Tifliser Klimas und andererseits den Einfluss der intermaritimen Lage der Stadt. Noch deutlicher zeigt dies das folgende Diagramm, welches gleichfalls denjenigen in der letztgenannten Arbeit nachgebildet ist; starke Linien sind durch die Stunden gezogen, in denen die betreffende Bewölkungsgruppe an erster Stelle steht, schwache, in denen sie die zweitwahrscheinlichste, und punktirte Linien, in denen die Gruppe die unwahrscheinlichste ist.

	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 ^a	1 ^a	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 ^a	
Winter . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1-9 \\ 10 \end{array} \right.$	[Diagramm: Winter, Stunden 1-12, 1-12]																							
Frühling . .		$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1-9 \\ 10 \end{array} \right.$	[Diagramm: Frühling, Stunden 1-12, 1-12]																						
Sommer . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1-9 \\ 10 \end{array} \right.$		[Diagramm: Sommer, Stunden 1-12, 1-12]																						
Herbst . .		$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1-9 \\ 10 \end{array} \right.$	[Diagramm: Herbst, Stunden 1-12, 1-12]																						

Der Herbst und Winter stimmen darin überein, dass keine Gruppe alle 24 Stunden hindurch vorherrscht; am seltensten ist naturgemäss wolkenloser Himmel, der nur gegen 8 bis 9^a vorübergehend in die zweite Stelle rückt. Gebrochener Himmel ist am häufigsten während des hellen Tages und im Herbst auch in den Abendstunden bis um Mitternacht, während völlige Bedeckung des Himmels im Herbst von Mitternacht und im Winter nach Sonnenuntergang bis zum Morgen andauert. Der Frühling unterscheidet sich vom Sommer dadurch, dass bei jenem bedeckter, bei diesem wolkenloser Himmel die zweite Stelle einnimmt, und sie haben das gemeinsame, dass die Zwischenstufen bei beiden weitaus am häufigsten sind.

Danach ist die hellste Jahreszeit der Sommer und die dunkelste der Winter. Wollen wir auf die einzelnen Monate eingehen, so kann dazu die Uebersicht S. 23 dienen. Die Stufen haben, abgesehen von der sechsten, vier Häufigkeitsextreme im Laufe des Jahres: allgemein liegt das Hauptmaximum in den Sommermonaten und tritt am frühesten (Mai) bei den Stufen 5 bis 8 ein, bei den benachbarten 3, 4 und 9 im Juni, bei 1 und 2 im Juli und bei 0 im August. Offenbar hängt der sich hier zeigende deutliche Gang mit der Abnahme der Feuchtigkeit zusammen, da infolgedessen die thermodynamisch aufsteigende Luft im Laufe des Sommers immer kleinere und an Zahl geringere Wolkenmassen bilden kann. Das Hauptminimum fällt bei den Stufen 1 bis 9 in den Februar, der dafür aber das Hauptmaximum ganz bedeckten Himmels aufweist, sodass in diesem Monat nahezu die Hälfte aller Tage ganz trübe ist. Die Stufe 10 hat ihr Hauptminimum im Juli, einen Monat früher als das primäre Maximum der 0, deren Minimum gleichfalls nach dem Maximum der 10 erfolgt, sodass der jährliche Gang beider einen um etwa einen Monat verschobenen (entgegengesetzten) Verlauf hat. Die sekundären Extreme fallen vorwiegend in die letzten Monate des Jahres und treten meist nicht sehr stark hervor, nur der Dezember zeichnet sich durch ein hohes sekundäres Maximum der 0 und ein entsprechendes tiefes Minimum der 10 aus.

An der Hand der Tabelle XII und der Uebersicht S. 23 sei noch darauf hingewiesen, dass die Stufen 0 und 10 zwar unter allen Stufen weitaus am häufigsten vorkommen, dass sie sich aber den übrigen gegenüber verschieden verhalten. Die Stufe 10 unterscheidet sich nach der Häufigkeit sehr stark von derjenigen der 9, so zwar, dass der Gegensatz nur im Sommer geringer ist, das Verhältniss der Stufen 9 zu 10 im Minimum aber immer noch 1 : 2.2 (im Juli) beträgt; dagegen nähern sich der Stufe 0 die andern (gleichfalls in der warmen Jahreshälfte) so sehr, dass das Verhältniss von 1 zu 0 im Minimum bis auf 1 : 1.2 (im Mai) herabsinkt. Der Grund für diese Erscheinung dürfte darin zu suchen sein, dass bedeckter Himmel,

³⁰⁾ Siehe Anm. 23, a. a. O. S. 16—17.

wie im nächsten Abschnitt (S. 26) gezeigt werden wird, eine grössere Erhaltungstendenz besitzt als wolkenloser Himmel, der starke Einstrahlung, aufsteigenden Luftstrom und Wolkenbildung in Gefolge hat und so gewissermassen sich selbst zerstört. Ist dagegen der Himmel völlig bedeckt, so ist meist eine Aenderung der ganzen Wetterlage erforderlich, um auch in der Bewölkung eine Aenderung hervorzurufen.

In dem Ueberwiegen der beiden extremen Stufen den Einfluss des persönlichen Fehlers suchen zu wollen, ist daher nicht angängig, aber auch aus dem folgenden Grunde nicht zulässig, da nach gütiger Mittheilung des Herrn Stelling, des früheren Tifliser Direktors, der Beobachtungsturnus so geordnet ist, „dass um 7^a der betreffende Beobachter den Dienst antritt und die Beobachtungen bis 9^p fortsetzt, wo der Nachts-dejourant ihn ablöst und bis zum nächsten Morgen um 7^b die Beobachtungen besorgt. Da fünf Beobachter vorhanden sind, die sich regelmässig in die Beobachtungen theilen, so fällt auf jeden derselben nach dem letzten Tagdienst das nächste Mal ein Nachtdienst und umgekehrt. Die persönlichen Fehler eines jeden Beobachters vertheilen sich hierauf ganz gleichmässig über den ganzen Tag, sodass der mittlere tägliche Gang der Bewölkung nicht durch die verschiedenen persönlichen Schätzungsfehler entstellt sein kann.“ Eine Untersuchung über diesen Fehler ist deshalb nur an der Hand der Originaltagebücher in Tiflis selbst möglich.

VI. Perioden wolkenlosen und bedeckten Himmels.

Dieser letzte Abschnitt, welcher von den Perioden wolkenlosen und bedeckten Himmels in den Jahren 1881—1885 handelt, giebt keine abschliessenden Resultate, da für eine derartige Untersuchung ein Lustrum Beobachtungen nicht genügt. Ich habe deshalb auch von der Mittheilung von Monatswerthen abgesehen und die Perioden in Tabelle XIV nur nach Jahreszeiten gruppirt, da die Anzahl langer Perioden nur bei Beobachtungsreihen, die sich über mehrere Dezennien erstrecken, dem Einfluss des Zufalls einigermaassen entzogen ist. Wenn nun auch, wie gesagt, die Resultate nicht definitive sind, so sehen es mir trotz der Kürze der mir zur Verfügung stehenden Zeit doch angebracht, wenigstens noch diese erste Erkundung anzuführen und so zur Beurtheilung einiger früher berührter Fragen einen kleinen Beitrag zu liefern. Die einzelnen Rubriken der Tabelle XIV bedürfen keiner weiteren Erläuterung, nur muss darauf hingewiesen werden, dass bei den höchstens einen Tag langen Perioden sowie bei den Summen immer die grösste Anzahl der betreffenden Jahreszeit fettgedruckt ist; bei den anderen musste der geringen Anzahl wegen davon abgesehen werden.

Vergleicht man zunächst die Jahreswerthe, so fällt sofort auf, dass die Perioden völliger Bedeckung viel häufiger sind (um rund 30%) als die wolkenlosen Perioden, und zwar in allen Jahreszeiten mit Ausnahme des Sommers, bei welchem letztere, jedoch nur in mässigen Grade, überwiegen. Am grössten ist der Unterschied im Frühling, wo er mehr als 70% beträgt, dann kommt der Winter und schliesslich der Herbst. Wenn man aber die Periodenlänge in den Jahreszeiten berücksichtigt, erhält man ein etwas abweichendes Bild. Bei den kurzen Perioden von der Dauer höchstens eines Viertel-tages sind die bedeckten durchaus die häufigsten, namentlich wieder im Frühjahr, aber schon bei den Perioden von mindestens siebestündiger Dauer treten andere Verhältnisse ein. Zwar ist auch da noch der Frühling die Maximaljahreszeit für die Perioden völliger Himmelsbedeckung, dem dann der Winter folgt, jedoch hat dieser auch sehr häufig kürzere wolkenlose Perioden, ja bei denjenigen von 7 bis 12 Stunden Dauer etwas mehr als bedeckt. Im Sommer kommen bedeckte Perioden, die nur einen Vierteltag hindurch bestehen, öfter vor als wolkenlose, wogegen letztere bei allen mit längerer Dauer durchaus vorherrschen.

Da man die Zahl der Perioden und ihre jeweilige Dauer kennt, kann man leicht die mittlere Dauer in Stunden berechnen; hierfür ergibt sich:

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst	Jahr
wolkenlos.	7.6	4.8	6.1	7.6	6.5
bedeckt	9.6	6.9	3.9	8.1	7.2

Die Veränderlichkeit dieser beiden Periodenarten ist demnach am grössten bei den wolkenlosen im Frühjahr und bei den bedeckten im Sommer, während der Herbst und Winter sowohl bei jenen wie bei diesen die grösste Dauer aufweisen, woraus man bis zu einem gewissen Grade schliessen kann, dass die Tendenz zur Erhaltung des jeweiligen Wetters im Herbst und besonders im Winter am grössten ist.

Die kürzesten Perioden sind die von einer Stunde Dauer, d. h. genauer: es ist an einem Termin 0 oder 10 beobachtet; nun könnte man sagen, das sei keine Periode, aber ebensogut könnte man denselben Einwand gegen die längeren Perioden erheben, da sie sich nur aus einer Folge gleichartiger Terminbeobachtungen zusammensetzen. Ich wüsste aber nicht, wie man anders verfahren sollte; denn ununterbrochene Beobachtungen anzustellen ist ein Ding der Unmöglichkeit. Golt man also von der hier zu Grunde liegenden Annahme aus, dass der Bewölkungscharakter sich zwischen den Terminen nicht wesentlich geändert hat,³¹⁾ so kann man von Perioden überhaupt, also auch von einstündigen sprechen. Ueber die Perioden von längster Dauer giebt nachstehende Uebersicht Auskunft:

	absolutes Maximum	mittleres Maximum
wolkenlos . . .	94 Stunden	58 Stunden
bedeckt	145 "	75 "
Verhältniss . .	1.54	1.29

Da nur ein Lustrum Beobachtungen verwendet wurde, kann naturgemäss obigen Zahlen kein hoher Genauigkeitsgrad beigelegt werden; immerhin lassen sie aber doch wie auch schon Tabelle XIV lehrte, ohne weiteres erkennen, dass trübes Wetter viel beständiger ist als heiteres (vergl. S. 24). Die Monate Mai und Juni haben die bei weitem kürzesten maximalen Perioden, dafür aber ausserordentlich viel Perioden von nur wenigen Stunden Dauer, woraus wieder geschlossen werden muss, was wir früher schon bestätigt sahen, dass schnell veränderliche Bewölkung, d. h. eben gebrochener Himmel (kumulusartige Wolken), in jenen Monaten vorherrscht.

³¹⁾ Ich weiss sehr wohl, dass diese Annahme nicht immer zutrifft, sondern bisweilen ganz frappante Aenderungen in der Bewölkung eintreten; aber ganz derselbe Vorwurf ist auch den auf stündlichen Beobachtungen beruhenden Untersuchungen über Perioden der anderen Elemente (vor allem des Niederschlages) zu machen; und schliesslich darf man nicht vergessen, dass das Trägheits- oder Beharrungsgesetz auch in der Meteorologie gilt.

Monats- und Jahresmittel 1871–1895 aus dreimal täglichen Beobachtungen.

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Mittel	
1871	74	56	56	66	52	42	51	49	50	58	40	58	54	
1872	65	73	63	55	56	50	43	36	28	65	40	58	53	
1873	63	71	69	64	52	53	42	43	49	50	44	46	54	
1874	62	64	43	45	42	49	54	45	46	57	55	45	51	
1875	52	72	78	47	48	52	54	38	48	44	49	58	53	
1876	56	48	32	58	46	48	51	40	25	42	74	60	48	
1877	61	62	50	58	58	38	37	34	42	70	70	82	55	
1878	65	62	50	71	62	51	34	47	56	64	31	67	55	
1879	67	57	53	46	54	52	32	42	52	39	59	67	52	
1880	37	49	61	61	56	48	33	31	50	32	52	53	49	
1881	55	80	55	66	59	40	47	33	50	54	51	56	54	
1882	43	48	60	62	57	36	36	39	52	62	40	56	49	
1883	65	70	50	58	43	50	31	29	48	47	60	51	50	
1884	59	55	76	66	46	46	31	38	41	61	70	39	52	
1885	67	60	65	56	38	46	44	43	31	47	64	44	50	
1886	55	89	68	66	52	44	38	37	50	54	57	50	55	
1887	71	56	54	68	53	44	47	35	43	42	61	45	52	
1888	55	69	60	57	59	59	31	37	53	42	44	75	53	
1889	68	64	75	63	73	62	50	36	49	39	57	71	59	
1890	60	75	41	65	51	39	51	35	38	34	52	80	52	
1891	72	67	37	71	67	42	47	38	53	59	48	58	55	
1892	64	70	74	58	62	28	27	41	47	55	73	64	55	
1893	70	40	71	57	70	40	35	33	44	51	51	63	52	
1894	52	67	69	78	55	41	42	34	42	51	63	67	55	
1895	58	70	62	69	58	51	41	32	36	51	71	66	55	
Mittel	61	64	59	61	55	46	41	38	45	51	55	59	53	
$\frac{1}{4}(2 \times 7 + 1 + 9)$	63	66	60	62	55	46	42	39	46	53	57	61	54	
Lastransmittel	(1871–75)	63	67	62	55	50	49	49	42	44	55	46	53	53
	(1876–80)	61	56	49	59	55	47	37	39	45	49	57	66	52
	(1881–85)	58	63	61	62	49	48	38	36	44	54	57	49	51
	(1886–90)	62	71	60	64	58	50	43	36	47	42	54	64	54
	(1891–95)	63	63	63	67	62	40	38	36	44	53	61	64	54

Tab. I.

Monats- und Jahresmittel 1881–1895 aus stündlichen Beobachtungen.

Monatsmittel	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
1881	54	83	56	65	58	40	48	35	50	50	48	57	53
1882	43	46	59	62	61	39	36	39	52	62	37	55	49
1883	59	73	49	60	44	50	32	30	49	48	68	52	51
1884	58	54	76	65	48	50	33	38	42	59	70	39	53
1885	67	62	64	56	48	46	42	42	33	48	63	42	51
1886	55	91	67	67	51	42	37	36	48	52	57	48	54
1887	69	54	53	68	54	45	46	34	47	42	60	45	51
1888	54	68	57	58	61	60	31	36	54	43	43	76	53
1889	67	61	75	62	76	65	50	37	48	40	58	70	59
1890	57	73	40	68	52	40	51	35	39	32	52	77	51
1891	73	65	37	72	69	43	49	39	56	59	49	56	56
1892	63	65	75	58	63	31	30	43	49	55	73	64	56
1893	71	41	68	58	71	42	37	37	47	50	49	62	53
1894	49	65	70	78	57	42	44	34	43	51	64	66	55
1895	54	70	63	76	56	54	42	33	37	55	70	65	56
Mittel	60	65	60	65	58	46	41	37	46	50	57	58	53

Tab. II.

Tab. III. Täglicher Gang der Bevölkerung 1881—1895. (Zehntel Prozent.)

	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	Mittl
Januar	560	579	576	587	597	587	685	669	675	645	627	616	611	604	597	593	605	577	528	523	536	550	566	557	595
Februar	633	647	641	649	643	643	700	706	689	670	649	653	649	641	637	641	653	651	603	607	612	624	630	639	646
März	579	574	590	592	606	663	668	666	654	633	622	621	626	619	618	625	628	630	577	547	550	541	551	553	605
April	625	637	642	647	655	704	695	691	665	656	652	649	641	634	652	657	658	667	683	604	579	597	609	617	648
Mai	540	547	531	576	601	587	574	544	532	521	513	522	551	595	641	611	658	659	661	641	565	529	547	537	577
Juni	447	452	446	498	497	452	447	402	383	361	353	356	397	457	501	522	547	554	547	555	490	465	458	450	459
Juli	435	427	421	475	464	451	421	410	382	363	351	359	370	367	375	377	383	390	414	442	406	411	417	435	406
August	385	401	393	420	451	441	411	373	349	324	318	318	321	317	327	327	343	349	365	361	351	360	385	384	366
September	494	499	481	488	535	528	522	483	461	440	425	399	399	407	433	441	455	465	457	416	433	453	479	497	462
Oktober	503	505	513	509	508	500	573	575	537	501	498	473	486	483	479	484	488	488	435	432	437	467	485	501	496
November	570	576	573	569	571	593	635	644	628	613	609	599	595	577	574	571	569	518	492	504	509	533	549	548	572
Dezember	585	572	591	593	557	573	617	661	646	635	628	609	596	579	581	578	570	525	510	521	525	546	559	560	582
Mittel	500	533	533	548	562	565	582	570	550	530	520	514	520	523	535	541	546	539	523	513	498	506	519	523	534

Tab. IIIa. Abweichungen vom Tagesmittel.

	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	Mittl
Januar	-35	-16	-19	-8	+2	-8	+90	+94	+80	+50	+32	+21	+16	+9	+2	-2	+10	-18	-67	-70	-59	-45	-39	-35	
Februar	-13	+1	-5	+3	-3	-3	+54	+60	+43	+24	+3	+7	+3	-5	-9	-5	+7	+5	-43	-39	-31	-22	-16	-7	
März	-26	-31	-15	-13	+1	+58	+63	+61	+49	+28	+17	+16	+21	+14	+13	+20	+23	+25	-28	-58	-75	-64	-54	-52	
April	-23	-11	-6	-1	+37	+56	+47	+45	+17	+8	+4	+1	-7	-14	+4	+9	+10	+19	+35	-11	-69	-51	-39	-31	
Mai	-37	-30	-43	-1	+24	+10	-3	-33	-45	-56	-64	-55	-26	+18	+61	+94	+81	+82	+84	+64	-12	-48	-30	-4	
Juni	-12	-27	-13	+39	+38	-7	-12	-57	-76	-98	-103	-62	-2	+42	+64	+88	+85	+95	+88	+96	+31	+6	-6	-9	
Juli	+29	+21	+15	+69	+58	+45	+15	+4	-24	-43	-55	-47	-36	-39	-31	-29	-23	-16	+8	+36	0	+5	+11	+29	
August	+19	+35	+27	+54	+85	+45	+45	+7	-17	-42	-48	-48	-45	-49	-39	-39	-23	-17	-1	-5	-15	-6	+19	+11	
September	+32	+37	+19	+26	+73	+66	+60	+21	+1	-22	-37	-63	-63	-55	-29	-21	-7	+3	-5	-46	-29	-9	+17	+33	
Oktober	+7	+9	+17	+13	+12	+64	+77	+19	+41	+5	+2	-23	-10	-13	-17	-12	-8	-13	-61	-64	-59	-29	-11	+5	
November	-2	+4	+1	-3	-1	+21	+63	+72	+56	+41	+37	+27	+23	+5	+2	-1	-3	-54	-79	-68	-63	-39	-23	-24	
Dezember	+3	-10	+19	+21	+5	-9	+65	+79	+64	+53	+46	+27	+14	-3	-1	-4	-12	-57	-72	-61	-57	-36	-23	-24	
Jahr	-4	-1	-1	+11	+28	+31	+48	+36	+16	-4	-14	-20	-14	-11	+1	+7	+12	+5	-11	-21	-36	-28	-15	-11	

Tab. IIIb. Täglicher Gang der Bevölkerung 1873—1895 (graphisch ermittelt aus vielstündl. Beobachtungen).

	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	Mittl	
Januar	55	56	57	58	58	60	67	68	67	65	63	62	62	62	61	61	62	59	53	53	53	54	56	55	59	
Februar	65	65	64	63	63	64	70	70	67	64	64	64	64	64	63	64	64	58	59	59	59	61	63	64		
März	55	54	56	56	58	63	65	64	62	61	60	60	59	59	61	61	61	56	53	51	52	53	53	53		
April	59	60	60	61	64	66	66	65	62	62	61	61	61	61	63	64	64	66	56	57	57	58	58	62		
Mai	51	52	57	58	57	55	52	51	51	50	52	55	58	62	64	64	64	64	62	54	52	52	52	52		
Juni	46	44	46	51	50	48	47	44	41	39	38	38	42	48	52	54	55	55	55	49	47	46	46	43		
Juli	43	43	42	46	47	45	44	43	40	38	37	37	38	38	38	39	39	40	41	41	41	41	42	41		
August	40	42	41	43	46	45	43	39	37	34	33	33	33	33	34	34	35	36	38	38	37	38	40	35		
September	47	48	48	54	54	52	48	46	45	43	41	41	41	42	44	45	46	47	46	42	43	45	45	46		
Oktober	50	50	51	52	53	57	58	57	54	50	49	48	48	48	48	49	47	43	42	43	46	48	49	50		
November	55	56	55	55	55	59	63	64	63	60	60	59	58	57	56	56	55	51	48	49	50	51	53	53		
Dezember	58	57	58	59	59	59	65	65	64	63	62	61	59	57	56	55	53	53	51	51	51	53	55	57		
Jahr	52	52	52	55	55	56	58	57	55	53	52	51	52	52	53	54	54	53	52	50	49	50	51	51		

Koeffizienten und Winkelkonstanten der Bessel'schen Formel (1881—1895).

(Zehntel Prozent).

Tab. IV.

	a_0	a_1	a_2	a_3	A_1	A_2	A_3
Januar	595	46.4	8.8	22.6	305.5	201.9	79.3
Februar	646	27.4	5.7	17.5	320.6	222.0	74.1
März	605	48.4	20.1	19.8	297.9	282.9	77.8
April	648	28.5	26.3	8.9	313.1	280.5	49.2
Mai	577	43.1	52.7	5.1	184.5	292.3	102.4
Juni	459	59.3	58.7	8.4	146.6	288.8	225.1
Juli	406	40.9	17.9	9.9	62.6	283.6	217.2
August	366	47.1	23.0	9.7	45.0	285.1	187.4
September	462	44.2	22.2	16.5	40.0	292.5	91.0
Oktober	496	43.9	10.0	23.3	347.6	279.8	93.4
November	572	50.9	7.5	17.9	319.6	78.5	87.4
Dezember	582	50.8	3.4	16.0	321.7	239.7	72.5
Jahr	534	18.2	17.2	11.1	341.7	280.7	90.0

Tab. V.

1881—1895	Mittlere Zahl der Tage			Mittlere Zahl der Tage (red. auf Monate v. 30 Tagen)			Grösste Zahl der Tage			Kleinste Zahl der Tage		
	heiter	wolkig	trübe	heiter	wolkig	trübe	heiter	wolkig	trübe	heiter	wolkig	trübe
Januar	5.2	15.1	10.7	5.0	14.6	10.4	10	22	17	1	9	7
Februar	3.9	18.1	11.3	4.1	18.9	12.0	10	21	24	—	4	3
März	4.6	15.9	10.5	4.4	15.4	10.2	14	23	22	—	8	3
April	2.6	17.3	10.1	2.6	17.3	10.1	5	25	17	—	12	4
Mai	2.6	20.9	7.5	2.5	20.2	7.3	5	27	18	—	12	1
Juni	5.1	21.8	3.1	5.1	21.8	3.1	9	26	9	—	19	—
Juli	9.1	17.9	4.0	8.8	17.3	3.9	15	22	7	5	21	6
August	10.8	17.6	2.6	10.5	17.0	2.5	16	23	5	8	11	—
September	7.1	18.0	4.9	7.1	18.0	4.9	14	23	8	4	11	—
Oktober	6.7	17.6	6.7	6.5	17.0	6.5	14	24	13	—	13	2
November	5.6	15.3	9.1	5.6	15.3	9.1	10	19	15	—	11	1
Dezember	5.1	16.0	9.9	4.9	15.5	9.6	12	26	20	—	8	4
Jahres- Mittel	5.7	17.2	7.5	5.6	16.9	7.5	11.2	23.4	14.6	1.5	11.2	2.2
Summe	68.4	206.5	90.4	67.1	203.3	89.6	16	27	24	—	3	—

Tab. VI.

1881—1890	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr	
Zahl der Tage	0	12	12	6	—	1	3	5	24	9	18	15	10	11.5
mit einem	1—19	40	27	36	31	27	42	85	93	61	59	46	47	59.4
Tagesmittel	20—80	158	123	169	177	220	221	184	162	181	169	151	159	207.4
von (‰)	81—99	68	58	81	64	53	32	34	29	40	48	55	56	61.8
	100	32	62	18	28	9	2	2	2	9	16	33	38	25.1
Mittlere	0—19	8	7	8	11	9	8	8	8	7	7	8	8	8
Bewölkung	20—80	53	55	53	56	51	50	47	46	48	50	53	50	51
der Tage mit	81—100	95	96	93	94	91	90	91	90	94	93	95	95	93
einem Tages-	1—19	10	10	9	11	10	9	8	10	9	9	10	10	10
mittel von (‰)	91—99	92	93	92	91	89	89	90	90	93	91	92	92	91

Tab. VII. Täglicher Gang der Bewölkung an heiteren Tagen (1881—1890).

	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	11*	12*	Wahl	Zahl heiterer Tage
Januar	14	14	9	6	6	6	12	10	9	9	11	11	10	9	7	6	5	4	3	9	3	4	9	5	8	52
Februar	10	11	10	8	6	8	13	11	10	7	6	5	6	4	5	4	5	6	4	3	4	4	5	7	7	39
März	8	7	4	5	4	10	13	9	9	6	8	9	11	10	8	6	6	6	6	6	3	3	6	12	16	8
April	9	4	2	4	7	11	7	8	11	7	9	10	15	17	18	17	16	17	20	14	9	9	11	12	16	11
Mai	14	12	6	7	10	8	7	5	8	6	8	9	9	11	11	10	10	12	13	11	9	9	9	12	12	9
Juni	11	9	8	8	7	5	6	6	5	3	6	7	9	10	10	11	10	9	10	10	6	10	10	13	8	45
Juli	13	11	10	8	9	8	7	5	4	5	5	7	7	7	7	8	7	6	8	12	7	9	10	11	8	90
August	12	12	8	9	10	12	11	7	5	4	5	6	6	6	8	8	8	8	9	8	8	8	11	14	8	117
September	15	10	8	6	9	9	7	4	4	3	5	5	6	6	6	8	8	10	8	5	7	8	11	13	8	70
Oktober	13	9	7	6	7	10	9	6	5	4	6	7	8	9	8	9	9	5	1	2	3	6	8	10	7	77
November	8	4	3	3	4	5	8	10	9	8	6	6	8	9	9	11	10	5	4	4	6	9	11	13	7	61
Dezember	12	9	7	6	6	12	11	10	9	9	9	9	9	11	12	11	4	3	4	2	6	8	11	9	8	57
Jahr	12	9	7	6	7	8	9	8	7	6	7	7	9	9	9	9	9	8	7	7	6	8	10	12	8	709

Tab. IX.

1871—1890	Mittlere Bewölkung					Antizyklontage									Zyklontage											
	Mittel					Vortag			Haupttag			Nachttag			Vortag			Haupttag			Nachttag					
	7*	1*	9*	$\frac{1}{2}(7+1+9)$	$\frac{1}{2}(9+1+7)$	7*	1*	9*	7*	1*	9*	7*	1*	9*	7*	1*	9*	7*	1*	9*	7*	1*	9*			
Januar	68	63	53	61	63	78	76	74	81	62	56	67	44	45	70	72	69	82	81	70	74	68	44	68	44	
Februar	71	65	56	64	66	68	62	63	92	86	84	78	74	64	70	70	61	80	77	63	70	69	70	69	70	
März	65	59	56	58	60	70	35	22	37	42	28	54	37	44	68	76	67	83	84	54	59	64	84	84	84	
April	65	60	54	60	61	47	44	48	61	57	45	70	55	54	60	74	66	84	78	78	75	69	84	84	84	
Mai	53	54	52	53	54	46	34	44	49	45	38	52	56	39	56	60	73	62	68	52	52	59	38	38	38	
Juni	48	44	50	47	47	65	53	47	61	47	43	51	45	28	54	45	63	50	55	65	42	48	50	50	50	
Juli	46	39	40	42	43	33	38	35	58	47	31	35	32	35	36	29	35	34	38	58	38	42	35	35	35	
August	44	34	38	39	40	45	36	47	73	54	40	48	35	30	44	26	31	35	24	38	33	29	42	42	42	
September	52	41	42	45	47	59	42	58	60	52	51	52	28	29	32	28	21	48	37	48	44	52	49	49	49	
Oktober	59	48	44	50	52	64	58	62	58	54	54	66	50	44	53	38	42	59	56	37	51	35	40	40	40	
November	61	55	45	54	56	66	61	64	81	62	49	69	53	38	66	63	54	76	73	66	62	65	56	56	56	
Dezember	63	60	51	58	59	59	51	36	60	52	45	66	50	46	59	68	57	80	80	66	62	52	48	48	48	
Mittel	58	52	48	53	54	58	48	50	64	55	46	59	46	42	56	51	54	64	63	58	55	54	48	48	48	48

	Antizyklontage			Zyklontage			Zyklen—Antizykl.			Mittlere Bewölkung bei			Abweichung v. der normalen			
	Mittel			Mittel			Mittel			Mittel			für 3 Tage		f.d. Haupttag	
	Vortag	Haupttag	Nachttag	Vortag	Haupttag	Nachttag	Vortag	Haupttag	Nachttag	Antizyklen	Zyklen	Differenz Zykl.—Antizykl.	Antizykl.	Zyklen	Antizykl.	Zyklen
Januar	76	66	52	70	78	61	-6	+12	+9	65	70	+5	+4	+9	+5	+17
Februar	64	87	72	67	73	70	+3	-14	-2	74	70	-4	+10	+6	+23	+9
März	42	36	45	70	74	58	+28	+38	+13	41	67	+26	-17	+9	-22	+10
April	44	54	60	67	80	66	+23	+26	+6	53	71	+18	-7	+11	-6	+26
Mai	41	44	49	65	61	54	+24	+17	+5	45	60	+15	-8	+7	-9	+8
Juni	55	50	45	54	57	47	-1	+7	+2	50	53	+3	+3	+6	+3	+10
Juli	33	45	34	33	43	38	0	-2	+4	37	38	+1	-5	-4	+3	+1
August	43	56	34	35	32	35	-8	-24	+1	44	34	-10	+5	-5	+17	-7
September	53	54	36	27	44	48	-26	-10	+12	48	40	-8	+3	-5	+9	-1
Oktober	61	55	58	44	51	42	-17	-4	-11	56	46	-10	+6	-4	+5	+1
November	64	64	53	61	72	61	-3	+8	+8	60	65	+5	+6	+11	+10	+18
Dezember	49	52	54	61	75	51	+12	+23	-3	52	62	+10	-6	+4	-6	+17
Mittel	52	55	49	54	62	53	+2	+7	+4	52	56	+4	-1	+3	+2	+9

Täglicher Gang der Bewölkung an trübten Tagen (1881—1890).

Tab. VIII.

	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	1 ^p	2 ^p	3 ^p	4 ^p	5 ^p	6 ^p	7 ^p	8 ^p	9 ^p	10 ^p	11 ^p	12 ^p	Totale	Zahl durch Tage	
Januar	91	93	92	93	95	94	99	98	98	98	98	97	96	95	94	94	97	96	96	94	93	95	93	93	95	10.0	
Februar	94	95	95	97	98	98	99	98	98	97	97	97	96	96	95	96	97	98	97	96	96	95	96	94	96	12.0	
März	89	89	93	94	92	98	97	96	95	95	94	94	95	94	94	95	94	95	95	95	91	90	88	88	93	9.9	
April	91	93	93	94	97	97	97	97	96	95	93	92	92	92	94	94	94	96	92	91	92	92	90	94	9.2		
Mai	63	92	92	93	94	95	95	94	93	91	91	91	89	90	94	93	95	91	92	92	87	82	81	79	91	6.2	
Juni	82	88	94	95	96	92	94	94	90	89	88	88	87	90	94	94	90	90	89	91	87	83	83	85	90	3.4	
Juli	87	93	94	95	92	90	92	93	91	87	87	89	89	90	88	89	88	86	90	95	94	92	90	89	91	3.6	
August	77	85	84	88	94	97	95	96	91	90	92	93	91	89	91	91	91	93	92	94	91	92	88	84	90	3.1	
September	91	95	97	97	97	98	98	99	97	95	96	91	88	90	89	90	91	93	94	94	97	94	94	93	94	4.9	
Oktober	88	92	94	95	93	96	95	95	95	93	92	91	90	90	91	95	97	94	95	93	95	92	92	93	6.4		
November	89	92	93	93	96	97	97	98	98	98	97	96	96	96	96	95	97	94	94	92	95	95	94	94	95	8.8	
Dezember	87	90	93	94	94	95	99	99	98	98	97	97	97	97	97	96	95	95	95	95	94	94	92	90	95	9.4	
Jahr	88	91	93	94	95	96	96	97	95	94	94	93	92	92	92	93	93	93	94	94	94	92	91	90	89	93	86.9

Täglicher Gang der Bewölkung zu Tiflis (1881—1895)

a) an Antizyklontagen.

Tab. X.

	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	1 ^p	2 ^p	3 ^p	4 ^p	5 ^p	6 ^p	7 ^p	8 ^p	9 ^p	10 ^p	11 ^p	12 ^p	Totale	
Januar	64	65	58	56	57	55	59	58	59	57	58	54	56	57	53	51	54	51	58	54	54	58	59	50	57	
Februar	71	76	76	75	75	73	75	76	75	78	76	83	83	80	79	77	78	80	78	79	81	81	81	81	80	78
März	41	45	44	41	43	51	48	48	49	48	46	48	44	34	31	31	31	24	26	24	32	33	39	41	40	
April	43	59	52	62	67	66	63	63	56	56	57	51	50	49	55	56	55	57	58	53	61	71	71	65	58	
Mai	58	57	59	60	59	59	61	61	63	61	56	55	55	57	60	51	47	49	52	45	49	49	50	51	55	
Juni	31	52	67	73	67	59	63	54	51	49	44	44	38	38	43	45	43	42	41	41	39	35	35	40	48	
Juli	38	34	42	50	62	61	55	47	47	40	35	40	41	41	37	38	37	34	34	38	35	39	38	39	42	
August	61	57	61	62	66	72	73	77	71	57	52	49	49	45	43	36	34	32	37	26	34	41	44	44	51	
September	64	60	63	66	69	69	69	64	66	68	67	63	58	60	56	43	43	41	50	43	49	53	71	71	60	
Oktober	49	47	50	56	56	56	57	60	60	58	53	53	50	49	47	48	47	45	41	43	47	53	51	51	51	
November	58	61	63	62	68	66	67	67	62	62	65	59	59	61	59	67	59	59	60	58	57	55	59	63	61	
Dezember	67	67	69	69	76	87	87	91	91	88	68	64	65	63	62	59	55	54	54	58	58	54	55	68	68	
Jahr	54	57	59	61	61	64	65	64	62	60	58	56	54	53	52	50	49	47	49	46	49	51	55	54	56	

b) an Zyklontagen.

	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	1 ^p	2 ^p	3 ^p	4 ^p	5 ^p	6 ^p	7 ^p	8 ^p	9 ^p	10 ^p	11 ^p	12 ^p	Totale
Januar	67	71	66	74	73	71	79	82	84	83	75	72	72	73	73	73	70	71	57	55	50	43	55	55	68
Februar	67	59	65	68	68	72	78	81	79	74	74	72	71	81	82	72	78	84	77	68	68	68	66	66	72
März	92	88	88	88	88	91	89	91	89	84	81	81	87	83	77	71	68	72	64	69	57	58	56	59	72
April	78	79	79	79	82	86	81	79	81	82	79	77	81	81	85	89	87	84	75	65	73	75	77	79	79
Mai	67	63	60	65	64	62	63	56	50	51	60	62	61	66	72	74	74	73	69	66	55	48	50	50	62
Juni	50	49	61	56	49	45	42	31	25	18	19	28	41	57	62	71	67	69	64	55	58	48	38	37	47
Juli	45	43	35	40	35	35	32	33	26	25	24	27	31	35	37	47	52	53	57	67	63	61	57	44	42
August	51	46	37	55	57	57	43	30	30	30	33	30	33	33	39	45	47	47	49	49	50	49	51	49	43
September	67	61	63	49	49	57	59	47	41	41	37	34	33	36	43	51	59	50	46	42	39	35	39	45	47
Oktober	47	47	49	55	50	51	55	61	57	63	63	63	67	65	73	75	69	61	51	50	51	55	55	59	58
November	91	87	87	84	85	88	86	87	87	91	92	88	84	81	77	75	75	75	79	84	69	77	73	72	82
Dezember	71	77	74	83	85	85	87	84	84	81	79	81	78	79	78	77	76	61	57	61	65	64	63	61	72
Jahr	66	64	63	64	63	64	65	64	61	60	60	60	60	64	66	68	69	68	64	62	57	56	56	57	62

Tab. XIIa. Häufigkeit der Bewölkungstufen zu Tifis 1881-1885.

Stufen	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12*	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12*	kunze		
Januar.																											
0	1	44	43	44	38	37	36	24	21	21	22	23	24	25	26	31	31	30	34	48	52	51	46	40	42	833	
1	8	8	9	11	7	8	6	4	5	6	11	12	15	14	7	12	11	13	11	13	11	8	6	3	9	6	215
2	13	12	6	12	11	19	6	6	8	10	13	9	14	8	7	11	5	10	16	8	10	10	6	8	11	242	
3	4	7	4	2	2	9	4	10	4	11	5	10	9	7	5	6	4	7	7	4	7	7	7	5	5	180	
4	4	3	3	3	4	3	2	4	1	4	7	2	4	8	8	5	6	4	1	2	4	1	5	4	6	149	
5	4	4	4	6	4	6	4	5	9	6	5	9	8	8	13	6	4	1	2	5	2	8	7	5	139		
6	5	5	4	5	4	3	4	3	7	6	5	8	7	5	11	14	5	6	1	9	3	8	3	9	4	144	
7	4	5	3	3	3	6	4	4	9	7	8	8	4	7	5	6	10	4	4	7	5	5	5	5	5	157	
8	9	59	60	57	64	62	58	81	69	70	66	61	59	57	54	49	48	66	60	60	52	58	54	56	57	1433	
Februar.																											
0	36	31	27	25	22	20	17	18	19	22	25	22	21	24	30	32	37	28	35	39	41	43	38	35	675		
1	3	5	4	2	4	9	7	4	8	8	7	5	7	13	9	7	5	11	8	8	12	7	5	2	3	143	
2	2	3	4	5	6	8	10	8	9	5	4	6	7	10	7	7	6	4	6	5	6	7	5	2	1	163	
3	4	1	1	3	3	11	3	9	3	9	5	6	9	7	6	6	4	4	6	9	5	5	5	2	7	126	
4	4	4	4	5	2	—	3	8	2	3	5	3	3	3	3	3	5	4	4	4	4	4	4	2	3	84	
5	5	5	5	5	2	4	4	6	4	3	4	3	4	8	4	8	4	4	4	4	2	2	2	2	1	3	88
6	6	1	1	3	3	1	1	8	5	3	9	8	7	7	6	5	6	4	3	1	3	3	3	5	5	99	
7	6	6	3	3	3	2	3	5	4	9	2	2	2	4	8	7	5	8	1	6	2	2	4	1	1	87	
8	8	9	8	9	11	7	10	9	7	9	6	5	4	5	4	5	4	6	6	6	2	1	2	4	6	108	
9	4	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	86	
10	71	79	81	79	74	72	73	84	79	79	69	65	63	60	57	60	58	60	68	65	66	62	62	72	73	1776	
März.																											
0	28	27	32	27	25	16	13	15	17	15	14	14	9	14	17	17	20	25	37	40	33	30	31	535			
1	10	12	8	11	11	10	8	10	7	6	9	8	13	10	14	11	9	7	12	12	10	10	10	7	239		
2	17	14	7	9	13	5	8	7	12	11	17	8	16	11	10	9	7	13	18	10	8	11	10	11	260		
3	6	6	4	5	7	14	9	8	8	10	9	12	6	6	7	12	13	10	14	8	8	11	13	11	222		
4	4	4	4	4	4	9	6	8	7	11	8	8	4	9	9	6	7	12	14	8	7	6	6	7	180		
5	5	5	5	5	4	4	4	2	3	5	7	5	14	8	6	7	6	6	5	6	6	6	5	4	7	145	
6	5	5	5	5	4	2	3	6	10	13	10	9	4	9	10	10	7	11	5	6	2	8	5	8	7	175	
7	5	5	5	5	6	3	9	14	10	13	14	7	7	12	9	6	13	9	12	7	3	3	2	6	5	184	
8	5	5	5	5	6	4	7	11	10	10	13	14	10	11	10	11	10	15	7	5	5	6	4	9	6	186	
9	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	1454	
10	65	70	76	72	69	77	71	66	61	54	51	49	53	53	56	52	60	60	58	58	51	56	56	60	1454		
April.																											
0	29	30	31	30	13	16	14	10	10	10	9	6	7	8	7	8	6	10	13	23	29	34	34	33	433		
1	10	7	11	4	7	12	9	6	11	8	7	8	9	8	8	8	6	12	8	8	13	6	8	10	7	240	
2	13	10	4	7	12	9	12	10	12	14	14	17	12	14	15	10	7	12	11	13	16	19	9	10	7	241	
3	3	3	4	7	11	6	9	5	11	15	13	11	16	15	17	12	11	14	17	10	6	6	7	4	224		
4	4	4	4	4	3	5	12	9	8	11	10	4	8	9	8	7	16	7	7	7	7	3	6	7	5	170	
5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	137	
6	6	3	2	3	5	4	8	13	6	4	8	16	15	17	12	11	14	13	12	5	4	5	6	7	5	208	
7	7	4	4	5	4	6	14	6	11	9	12	10	8	9	13	12	8	9	8	7	4	5	6	7	7	203	
8	4	6	6	6	6	9	16	11	10	7	16	13	10	7	14	12	7	9	12	5	7	6	5	11	229		
9	59	61	63	63	72	62	60	59	56	46	38	43	43	46	46	48	51	55	62	59	58	57	59	56	56	1316	
Mai.																											
0	36	40	37	30	28	26	25	24	20	16	12	10	7	8	9	11	6	7	12	16	20	31	31	33	508		
1	1	13	12	11	11	16	20	21	27	24	26	24	29	17	16	14	12	16	17	18	20	16	11	12	422		
2	10	13	19	17	11	9	15	18	8	24	26	26	26	21	16	7	11	8	9	14	17	20	17	12	366		
3	9	9	9	10	16	14	11	10	7	16	10	12	14	14	10	4	14	6	13	9	16	12	10	8	10	266	
4	4	10	11	12	6	11	5	9	9	12	13	14	11	13	12	15	14	13	14	8	11	6	7	16	291		
5	6	6	6	9	8	8	2	5	6	13	11	12	9	13	11	11	10	9	9	4	4	7	9	5	192		
6	11	4	6	8	10	9	2	1	9	3	4	8	13	14	15	6	15	8	11	12	9	9	10	4	12	197	
7	9	9	9	5	11	10	8	4	10	9	8	9	10	10	10	12	15	12	16	19	15	8	5	6	220		
8	6	4	5	8	11	6	9	12	6	7	9	8	7	9	8	7	15	16	15	19	9	8	10	11	6	225	
9	7	8	10	6	8	9	15	11	9	9	9	13	10	14	14	15	15	15	9	8	6	10	10	9	243		
10	39	40	36	39	38	43	42	36	32	23	22	20	24	32	40	35	34	35	34	33	33	32	31	31	35	820	
Juni.																											
0	37	40	41	27	31	36	36	41	37	35	27	18	15	11	17	17	18	21	19	22	30	32	35	38	681		
1	16	15	14	16	13	10	19	15	21	23	34	34	29	27	18	17	14	11	10	11	18	14	16	15	420		
2	13	18	13	18	19	10	19	15	17	15	20	18	24	21	13	8	12	10	9	13	13	11	13	17	8	349	
3	13	12	10	10	8	14	14	9	18	13	16	17	13	13	14	10	8	11	12	7	10	8	7	13	292		
4	10	14	7	10	12	10	9	15	13	8	8	8	17	15	12	10	10	8	14	12	5	12	12	12	188		
5	5	4	4	6	8	8	9	5	9	11	8	8	10														

Tab. XI. Häufigkeit des Eintritts höchsten und tiefsten Luftdrucks im Monat (1881—95).

	Antizyklogen								Zyklogen							
	1-3*	4-6*	7-9*	10-12*	1-3*	4-6*	7-9*	10-12*	1-3*	4-6*	7-9*	10-12*	1-3*	4-6*	7-9*	10-12*
Januar	3	—	3	8	—	—	—	3	2	3	1	—	6	1	—	2
Februar	2	—	2	11	—	—	—	—	2	1	—	—	8	6	—	—
März	—	—	8	4	—	—	—	4	1	3	1	1	3	6	1	—
April	1	2	7	3	1	—	—	3	1	1	1	—	4	7	1	—
Mai	2	1	6	1	1	—	1	3	—	—	1	3	6	5	1	—
Juni	1	4	6	2	—	—	—	3	—	—	—	1	7	6	1	—
Juli	—	4	10	—	—	—	1	2	—	—	—	—	3	12	—	—
August	1	2	9	3	—	—	1	2	1	—	—	—	4	10	—	—
September	1	—	6	2	1	—	2	4	—	1	—	—	6	8	—	—
Oktober	3	1	4	2	1	—	—	5	—	—	2	—	9	4	—	—
November	1	1	6	4	—	1	—	2	2	4	—	—	5	3	—	1
Dezember	2	—	2	6	—	1	1	3	1	4	2	—	6	1	—	1
Winter	7	—	7	25	—	1	1	6	5	8	3	—	20	8	—	3
Frühling	3	3	21	8	2	—	1	10	2	4	3	4	13	18	3	—
Sommer	2	10	25	5	—	—	2	6	1	—	—	1	14	28	1	—
Herbst	5	2	16	8	2	1	2	11	2	5	2	—	20	15	—	1
Jahr	17	15	69	46	4	2	6	33	10	17	8	5	67	69	4	4

Tab. XIII. Prozentische Häufigkeit des wolkenlosen, bewölkten und bedeckten Himmels.

		1*												2*												km
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12*	
Winter	0	28	27	25	25	24	23	17	16	16	16	17	17	17	18	21	21	21	24	30	32	32	30	28	27	23
	1-9	32	31	34	31	34	36	34	41	40	44	45	47	49	47	46	42	39	35	31	32	31	32	33	38	
	10	40	42	41	44	42	41	49	43	44	40	38	36	34	33	32	33	37	37	35	37	36	39	40	40	39
Frühling	0	20	21	22	19	15	12	12	11	10	9	8	5	6	7	7	9	8	10	15	21	21	21	21	13	
	1-9	45	42	40	43	46	48	50	53	57	63	67	68	69	66	62	64	59	60	57	50	49	47	47	54	
	10	35	37	38	38	39	40	38	35	32	27	24	24	26	28	31	29	32	32	33	35	30	32	32	33	33
Sommer	0	29	28	29	22	22	24	26	28	29	25	24	21	20	18	20	19	19	21	21	22	28	27	28	30	24
	1-9	53	57	53	57	60	60	59	57	60	66	69	72	73	73	67	69	69	65	68	57	55	55	55	58	62
	10	18	15	18	21	18	16	15	15	11	9	7	7	7	9	13	14	12	14	14	21	17	18	17	14	
Herbst	0	30	30	29	29	26	20	18	18	19	20	19	19	18	19	20	19	19	26	28	32	33	31	30	31	24
	1-9	34	35	32	32	34	39	45	46	49	51	53	56	59	58	56	57	55	46	44	38	37	36	37	35	45
	10	36	35	39	39	40	41	37	36	32	29	28	25	23	23	24	24	26	28	28	30	30	33	33	34	31
Jahr	0	27	26	27	24	22	20	18	18	19	18	17	16	15	15	17	16	17	19	21	25	28	28	27	27	21
	1-9	41	42	39	41	43	46	47	50	51	56	59	61	62	62	58	59	56	53	51	44	44	42	42	42	50
	10	32	32	34	35	35	34	35	32	30	26	24	23	23	25	25	27	28	28	31	28	30	31	31	29	

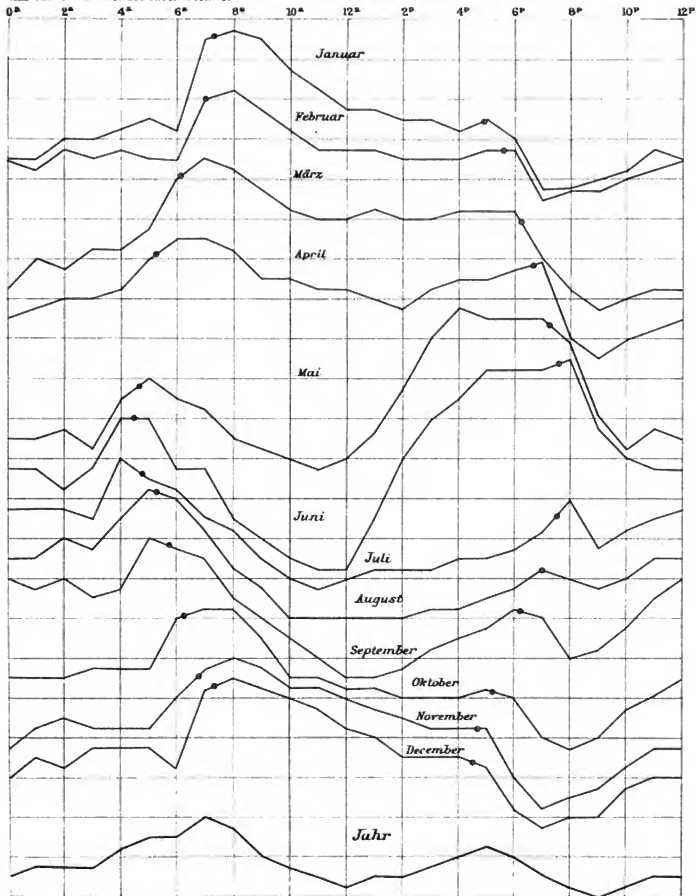
Tab. XIV. Bewölkungsperioden.

	Dauer in Stunden								Summe	Dauer in Tagen						
	1-6	7-12	13-18	19-24	25-36	37-48	49-72	73-96		97-120	≤1	>1	>2	>3	>4	>5
Wolkenlose Perioden																
Winter	202	54	24	13	11	3	3	1	—	311	293	14	3	1	—	
Frühling	233	48	16	6	2	1	—	—	—	306	303	3	—	—	—	
Sommer	315	56	29	10	7	5	2	2	—	426	410	12	2	2	—	
Herbst	236	50	31	10	7	3	8	1	—	346	327	10	8	1	—	
Jahr	986	208	100	39	27	12	13	4	—	1389	1333	39	13	4	—	
Bedeckte Perioden																
Winter	274	49	32	21	21	11	11	5	— ^{*)}	425	376	32	11	5	—	1
Frühling	388	74	31	10	16	7	4	1	1	532	503	23	4	1	1	—
Sommer	344	37	15	1	5	2	—	—	—	404	397	7	—	—	—	—
Herbst	298	53	28	10	14	5	10	2	1	421	389	19	10	2	1	—
Jahr	1304	213	106	42	56	25	25	8	2	1782	1665	81	25	8	2	1

*) Dazu eine Periode von 145 Stunden.

Normaler täglicher Gang.

Aus dem Archiv der Seewarte 1898, N.º 3.



o - Zeit des Sonnen-Auf- und Unterganges.

AUS DEM
ARCHIV DER DEUTSCHEN SEEWARTE.

XXI. Jahrgang 1898.

Herausgegeben von der Direktion der Seewarte.

No. 4.

Die Stürme und die Sturmwarnungen an der deutschen Küste
in den Jahren 1886/95.

Von

Dr. **L. Grossmann.**

Assistent bei der Seewarte.



HAMBURG, 1898.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

Berichtigungen.

Seite 27 (Schlussbetrachtungen) in Zeile 1 lies grösseren statt geringeren
und „ > 7 „ höher statt niedriger.

Die Stürme und die Sturmwarnungen an der deutschen Küste in den Jahren 1886/95.

Von Dr. **Grossmann**, Hamburg, Seewarte.

Einleitung.

Eine Erhöhung der Wirksamkeit des Sturmwarnungswesens vermag gewiss durch mancherlei äusserer Mittel herbeigeführt zu werden, und in dieser Beziehung wird einer schnelleren und jederzeit gewährleistetesten Zustellung der Sturmdepeschen, der Vermehrung der Sturmsignalstellen längs der Küste und ihrer allgemeinen Ausrüstung mit Signallaternen für die Nacht, der Bekanntgabe der Sturmsignale durch ausgehende Schiffe etc. gewiss eine Bedeutung beizumessen sein.

Das Hauptaugenmerk muss aber auf die Steigerung des inneren Werthes der Sturmprognosen gerichtet bleiben, um dem noch so fernem Ziele, Sturmsignale für nicht allzuleichte Stürme stets rechtzeitig und nie umsonst zu veranlassen, näher zu kommen. Wird dieses ideale Ziel wohl auch nie ganz erreicht werden, so kann doch kein Zweifel bestehen, dass wir noch ein gutes Stück voranzukommen vermögen, und dass ein grosser Theil des Zweifels und Schwankens bei dem Erlass von Sturmwarnungen einst schwinden und sich solehes beschränken werde auf die Vorausbeurtheilung der schwächeren Sturmphänomene und die Fälle von besonders selten auftretenden Luftdruckumlagerungen. Nur in diesen Fällen wird die Entscheidung dann noch von der sekundären Erwägung beeinflusst bleiben, ob häufigeres verfehltes Warnen vor Stürmen einer gelegentlichen Ueberraschung durch, ihrer Hauptzahl nach, schwache Stürme vorzuziehen sei.

Mathematisch-physikalische Spekulationen werden voraussichtlich wenig zur Annäherung an das ersehnte Ziel beitragen. Es giebt wesentlich nur ein Mittel: Das Fortschreiten an der Hand der Erfahrung, das intensive Studium der Stürme unserer Küste. Hier gilt es, angesichts der geringen Fortschritte der letzten Jahre eine andere Methode einzuschlagen; nicht das Studium der Zugstrassen der Minima allein und die blosser Klassifikation der Stürme reihen aus, um die Sicherheit der Sturmprognosen zu erhöhen.

Da ein Aufsuchen der Fehler das beste Mittel darstellt, um solehe in Zukunft zu vermeiden, so bietet sich als der rationellste und am schnellsten zum Ziele führende Weg das Studium des Erfolges der Sturmwarnungen selbst dar in der systematischen Nebeneinanderstellung von Stürmen und Sturmwarnungen. Ordnet man die sich dabei ergebenden dreierlei Fälle von rechtzeitigen, verspäteten oder ganz unterlassenen und von verfehlten Warnungen ohne nachfolgenden Sturm nach den Wetterlagen, auch unter Berücksichtigung deren vorausgegangener Entwicklung, so ergiebt die einfache Auszählung sofort den Sturmwarnungserfolg für die verschiedenen Wetterlagen und lehrt ohne Weiteres, wo eine Wertsteigerung der Warnungen besonders geboten ist.

Die Aufgabe besteht dann weiter darin, für jede der erhaltenen, den Stürmen vorausgehenden Wetterlagen diejenigen Merkmale der Entwicklung oder dasjenige Moment aufzusuchen, das die nur gefährlich scheinenden Fälle von den durch die weitere Entwicklung als wirklich gefahrdrohend erkannten unterscheidet, kurz den Sturmfaktor festzustellen, der die Wetterlage verschärft und den Sturm herbeiführt. Bezeichnet man als kritischen Zeitpunkt die Zeit der letzten Wetterkarte vor dem Sturmeintritt, zu der dieser noch hätte rechtzeitig gewarnt werden können, und die entsprechenden Wetterkarten selbst kurz als kritische Wetterkarten, so ist es klar, dass neben den Wetterkarten, die die verfehlten Warnungen veranlassen haben,

diese kritischen Wetterkarten der Untersuchung zu Grunde zu legen sein werden. Die umfassende Kenntniss der bei den einzelnen Sturmdispositionen, womit kurz die den Stürmen vorausgehenden Wetterlagen bezeichnet werden mögen, auftretenden Sturmfactoren und weiterhin noch des verschiedenen Grades ihrer Wirkung, stützt die Sturmprognose, deren Aufgabe in der Feststellung des Sturmfactors zur kritischen Zeit besteht, fest auf die gesammte Erfahrung und gewährleistet das zur Zeit irgend Erreichbare.

Eine diese Gedanken verfolgende Untersuchung mit dem Ziele, eine Werthsteigerung der Sturmwarnungen herbeizuführen, unternahm der Verfasser vor drei Jahren, um das reiche Material aus den Jahren 1886/95, die sich der meteorologischen Lustreu-Eintheilung anschliessen, möglichst intensiv auszunutzen. Da diese Arbeit ein Anziehen der Sturmbeobachtungen aus den Tagebüchern von ca. 45 Signalstellen, also von ca. 5400 Monats-Journalen und ein mehrfaches Durcharbeiten der Wetterberichte der zehn Jahre erforderte, da für jeden der dreierlei Fälle von Warnungen mit und ohne Erfolg, sowie von angewarten Stürmen, Streifen mit mindestens drei und vielfach erheblich mehr Wetterkarten angelegt und somit mehrere tausend Wetterkarten abgezeichnet werden mussten, und zu dieser Arbeit nur die dienstfreie Zeit zur Verfügung stand, die noch mehrfach durch andere grössere Arbeiten in Anspruch genommen wurde, so kann es verständlich erscheinen, dass nach drei Jahren erst die Vorarbeiten erledigt sind und jetzt nur als erster Theil der Untersuchung eine Statistik der Stürme und des Erfolges der Sturmwarnungen für den Zeitraum der Untersuchung zur Veröffentlichung gelangen kann.

Es sei erwähnt, dass inzwischen von anderer Seite*) ein etwas weiter gehender Arbeitsplan vorgeschlagen worden ist, nämlich die sämmtlichen Fälle von Wetterlagen, wie sie Stürmen voranzugehen pflegen, zu benutzen, jedoch nach ihrer Ordnung für jeden Typus durch Auszählen das Gefahrprocent festzustellen, da „es nicht bald gelingen dürfte, die Merkmale der betreffenden Wetterlage derartig zu bestimmen, dass dieselben ausnahmslos das Eintreffen eines Sturmes anzeigen.“ Dass die Auffindung aller Sturmfactoren nicht bald erfolgen werde, muss zugegeben werden und ebenso, dass nicht jeder Sturmfactor ausnahmslos einen Sturm hervorrufen werde, da im Gegentheil den verschiedenen Sturmfactoren ein verschiedener Wirkungsgrad zukommen wird. Der Verfasser ist jedoch der Ansicht, dass die mühevoll Arbeit der Aufsuchung der Sturmfactoren und des verschiedenen Grades ihrer Wirkung unbedingt erforderlich ist, und dass dabei für die Sturmprognose erheblich mehr gewonnen werden dürfte als bei der blossen Berechnung der Gefahrprocente, die lediglich die durchschnittliche Wirkung aller Sturmfactoren zum Ausdruck bringen kann. Ohne Feststellung der Sturmfactoren erscheint kein wirklicher Fortschritt des Sturmwarnungswesens möglich. Die von Dr. Herrmann vorgeschlagene Heranziehung sämmtlicher nur scheinbar gefährlichen Wetterlagen stellt eine so wesentliche Erweiterung der Arbeit dar, dass die Untersuchung von einem Einzelnen nicht bewältigt werden könnte. Es scheint auch die Beschränkung der zur Untersuchung herangezogenen Fälle von nur scheinbar gefährlichen Wetterlagen auf solche, die zu einer Warnung ohne nachfolgenden Sturm Anlass gegeben haben, auszureichen, da diese besonderen Fälle grade die am meisten typischen darstellen und die Gesammtheit solcher wesentlich umfassen dürften.

Einzelheiten der Ausführung und Begriffsbestimmungen.

§ 1. Gliederung der Küste in Sturmgebiete. In Folge der als Grundlage der Untersuchung gewählten Nebeneinanderstellung von Stürmen und Sturmwarnungen konnten nur solche Stationen längs der Küste zu Gruppen vereinigt werden, die dieselben Sturmwarnungen erhalten haben. Es galt hiernach, sich an die bei der Sturmtelegraphie für die Küste eingeführte Gruppeneintheilung, die auch wesentlich der Sturmgefährdung der Küste entspricht, anzulehnen. Dabei liess sich auch, trotz der im Laufe der Zeit erfolgten mehrfachen Aenderung der Gruppeneintheilung, ein durch die theilweise zu geringe Zahl von Stationen bedingtes Zusammenlegen von benachbarten der jetzt bestehenden 9 telegraphischen Küstengruppen durchführen, da im Laufe des ganzen Zeitraumes bei einer nur theilweisen Warnung der Küste, unabhängig von deren Eintheilung im telegraphischen Verkehr, nach den gleichen Prinzipien, mit nur vereinzelt Ausnahmen, verfahren wurde und insbesondere nur ganz vereinzelt Theile der Nordseeküste oder der westlichen Ostseeküste von Aaröund bis Warnemünde getrennt gewarnt worden sind.

*) Dr. E. Herrmann: Einiges über Stürme und Sturmwarnungen an der Deutschen Küste. Marine-Rundschau. VIII. Jahrgang, 1897, S. 1107.

Die jetzt seit Mitte Oktober 1890 bestehenden Gruppen*) umfassen von den Ende 1895 bestehenden Signalstellen der Seewarte, wesentlich von Westen nach Osten geordnet, folgende Stationen:

IX	VIII	VII	V	III	II	I
Borkum	Weelerleuchthurm	Hamburg	Flensburg	Darsserort	Ahlbeck	Rixhöft
Nesserland	Brake	Glückstadt	Aarö sund	Stralsund	Swinemünde	Neufahrwasser
Norderney	Newerwerk	Brunshausen		Wittower Posthaus	Colbergermünde	Hela
Karolinensiel	Bremerhaven		IV	Arkona	Rügenwaldermünde	Pillau
Wangeroog	Geestemünde	VI	Schleimünde	Thiessow	Stolpmünde	Brästerort
Schillighörn	Cuxhaven	Tönning	Friedrichsort	Greifswalder Oie	Leba	Memel
Wilhelmshaven	Helgoland (seit Okt. 1890)	Keitum	Travemünde	(seit Aug. 1886)		
			Marienleuchte			
			Wismar			
			Warnemünde			

Von diesen Gruppen konnten nach dem Gesagten IV u. V, VI u. VII, sowie als Nordseegruppe VI—IX zusammengefasst werden, während ein anderweitiges Zusammenziehen von Gruppen unmöglich gewesen wäre. Demnach wurde eine Gliederung des Ostseegebietes nach den Gruppen I, II, III und IV/V, wesentlich in die preussische und die pommersehe Küste, die Insel Rügen nebst Umgebung und die westliche Ostsee, und eine Gliederung der Nordsee in die 3 Theile Gruppe VI/VII, Gruppe VIII und Gruppe IX vorgenommen; doch wurde die Untersuchung auch durchweg für die Nordsee als Ganzes durchgeführt. Im Interesse der vorliegenden Aufgabe war die Zusammenziehung der Gruppen IV und V, wie VI und VII wegen der verschiedenartigen Sturmgefährdung zu bedauern, liess sich jedoch wegen der zu geringen Zahl von Stationen nicht vermeiden.

Da Norderney, Cuxhaven, Marienleuchte, Ahlbeck und Rixhöft wegen mangelhaft erscheinender Beobachtungen und aus gleichem Grunde zeitweise Borkum nicht benutzt werden konnten, und die Signalstellen auf Helgoland und Greifswalder Oie erst später hinzutraten, so umfassten Gruppe I, II und VI/VII je 5, Gruppe III, VIII und IX je 5—6, Gruppe IV/V 7 und die Nordsee als Gruppe VI—IX 15—17 Signalstellen.

§ 2. Gliederung nach der Zeit. Als kleinste Zeiteinheit tritt hier der Tag auf, der von einer Morgenbeobachtung bis zur folgenden gerechnet wurde, sodass also Stürme der Nacht dem vorangehenden Tage zugezählt wurden. Bei Ableitung der Resultate wurden als grössere Zeitabschnitte durchweg die Monate zu Grunde gelegt, doch konnte eine so weit gehende Gliederung bei dieser Publikation nur zwecks Darlegung der jährlichen Periode der Sturmtage heibehalten werden. Zur Gliederung des Jahres mussten als grössere Abschnitte die Monate September bis April und Mai bis August, die hier kurz als die kalte und die warme Jahreszeit bezeichnet werden sollen und vielleicht auch der Kürze halber gelegentlich als Winter und Sommer auftreten, gewählt werden, bedingt durch die Möglichkeit eines Einflusses des nur von Mitte September bis Ende April an der Seewarte bestehenden Abend-Sturmwarnungsdienstes auf den Erfolg des Sturmwarnungswesens.

§ 3. Ermittlung der Sturmtage. Da die Küste nicht mit einer hinreichenden Zahl von registrierenden Anemometern besetzt ist, um die Stürme für jeden Punkt des gewählten Küstengebietes feststellen zu können, die Registrirungen der vorhandenen Apparate auch stellenweise Lücken aufweisen, in ihren Angaben in verschiedener Stärke von der Aufstellung und Umgebung beeinflusst werden, und genaue Untersuchungen über die Stärke dieses Einflusses besonders auch in seiner Abhängigkeit von der Richtung des Windes kaum möglich sind, so wurde bei dieser Ermittlung von der Benutzung der Anemometer ganz abgesehen. Die Ermittlung der Zeiten stürmischer Witterung musste daher auf die Beobachtungen an den Signalstellen basirt werden, an denen bekanntlich neben den dreimaltäglichen Beobachtungen um 8^h, 2^p

*) Es hatte ursprünglich bis 4. Januar 1889 eine Eintheilung in 6 Gruppen im telegraphischen Dienst bestanden, wo die Gruppen nach der jetzigen Bezeichnung folgende Bedeutung hatten:

(I) = I u. II	(III) = V u. VI incl. Schleimünde	(V) = IX
(II) = III	(IV) = VIII	(VI) = IV u. VII excl. Schleimünde.

Dann hatten bis Mitte Oktober 1890 8 Gruppen bestanden von der Bedeutung:

(I) = I u. II	(III) = IV	(V) = VI	(VII) = VIII
(II) = III	(IV) = V	(VI) = VII	(VIII) = IX

und 8^p Ortszeit noch während des Hängens der Signale regelmässig öftere Beobachtungen über Wind und Wetter angestellt werden, und für die auch während des Auftretens nicht signalisirter Stürme derartige Beobachtungen vorgeschrieben sind. Ganz abgesehen davon, dass die Winde auf den Küsten-, wie auch auf den Inselstationen durchschnittlich etwas schwächer als in See auftreten werden, leidet diese Benutzung der Windbeobachtungen der Signalstellen besonders an der Einführung des subjektiven Zuthuns des Beobachters, zumal in Folge der Verschiedenheit der Schätzung der Windstärke, der ungleichen Aufmerksamkeit besonders auf die Nachtphänomene und der ungleichen Gewissenhaftigkeit bei der Uebertragung der Beobachtungen in die Tagebücher. Will man aber den reichen Schatz der Erfahrungen der vergangenen Jahre nicht ungehoben lassen, so bleibt kein anderes Mittel, als sich auf diese Beobachtungen zu stützen, und es dem ausgleichenden Spiel des Zufalls zu überlassen, dass sich im Mittel aus den Beobachtungen der einzelnen Stationen eines Küstengebietes durch Einführung geeigneter Gruppen-Sturmstärken Resultate ergeben, die mit der Wirklichkeit im Ganzen nahe übereinstimmen.

Aus den Tagebüchern der Signalstellen wurden für alle Tage, an denen die Windstärke 7 erreicht wurde, die diesen Winden zukommenden Richtungen nebst den zugehörigen beobachteten höchsten Windstärken ausgezogen; traten in der auf einen solchen Tag folgenden Nacht nach 8^p stürmische Winde grösserer Stärke oder aus anderen Richtungen auf, so wurden diese Beobachtungen in gleicher Weise in Klammern zu den Notirungen des vorangegangenen Tages hinzugefügt, und ebenso wurden allgemein die Beobachtungen einer auf einen sturmfreien Tag folgenden stürmischen Nacht in Klammer gestellt eingetragen.

§ 4. **Bestimmung der Gruppenwindrichtung.** Um aus den stürmischen Winden der Stationen einer Küstengruppe die Gruppenwindrichtung abzuleiten und solche kurz zu bezeichnen, wurden die bei der Wertelegraphie für die Chiffirung der Windrichtungen üblichen Zahlen benutzt, denen hier folgende, etwas abgeänderte, aber leicht zu überschende Bedeutung zugelegt werden soll:

4	stürmische Winde aus dem NE-Quadranten, Winde N—E	}
12	» » » SE- » E—S	
20	» » » SW- » S—W	
28	» » » NW- » W—N	
8	» » » NE- und SE-Quadranten, Winde N—E—S	}
16	» » » SE- » SW- » E—S—W	
24	» » » SW- » NW- » S—W—N	
32	» » » NW- » NE- » W—N—E	

In den vereinzelt Fällen, wo stürmische Winde in einem Küstengebiet während eines Sturmtages oder eines Sturmphänomens aus 3 Quadranten auftraten, wurde der mittlere Quadrant als Gruppenwindrichtung gewählt, also nach Obigem die Richtung durch die Zahlen 4, 12, 20 oder 28 ausgedrückt, jedoch in den Tabellen A. des Anhangs dies grössere Umlaufen der Winde durch Einführung der Zeichen I, II, III, IV für den mittleren Quadranten angegeben, wo I gleich dem NE-, II dem SE-Quadrant etc.

Da bei dieser Arbeit als stürmische Winde nur solche von mindestens der Stärke 8 in Betracht kommen, so wurden bei Bestimmung der Gruppenwindrichtung die Winde der Stärke 7 nicht in Betracht gezogen, was eine Aenderung der ohne sie bestimmten Gruppenwindrichtung bewirkt haben würde.

§ 5. **Bestimmung der Gruppensturmstärke, oder kürzer der Gruppenstärke.** Bei der Bestimmung der Gruppensturmstärke aus den an einem Sturmtage an den Stationen einer Küstengruppe beobachteten Maximal-Windstärken verfuhr der Verfasser ähnlich wie früher Dr. Herrmann,^{*)} der, bei einer Theilung der Küste in die Gebiete der Nordsee, der westlichen und östlichen Ostsee, folgende 3 Stärkegrade für die untersuchten Stürme unterschied: Schwächste Stürme, bei denen im Gebiete weniger als die Hälfte der Stationen 7 und wenigstens 2 Stationen 8 als Maximal-Windstärken erreichten, mässige Stürme, bei denen wenigstens auf der Hälfte der Stationen 7 und auf mehr als 2 und weniger als der Hälfte 8 als Maximalstärke erreicht wurde, und starke Stürme, bei denen auf wenigstens der Hälfte der Stationen die Maximalstärke 8 oder mehr betrug.

^{*)} Dr. E. Herrmann: Die stürmischen Winde an der Deutschen Küste in den Jahren 1878/87. Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, XIV. Jahrgang, 1891.

Etwas weiter gehend wurden für die vorliegende Untersuchung folgende Gruppensturmstärken festgesetzt:

0 . . .	höchste Stärke 7	auf weniger als der Hälfte der Stationen	} Stärke 8 oder mehr auf } wenigstens 1 Station.	
1 . . .	»	» 7		} wenigstens 1 Station.
2 . . .	»	» 8		
3 . . .	»	» 9		
4 . . .	»	» 10		
5 . . .	»	» 11		

auf wenigstens der Hälfte der Stationen.

Die relative Übereinstimmung der so definirten Gruppensturmstärken längs der Küste bei ausgebreiteten Stürmen hat gelehrt, dass die Einführung der höheren Stärkefiguren 3—5 zulässig ist und somit eine Trennung der wirklich schweren Stürme von den mässigen ermöglicht.

§ 6. Die Gruppierung der Stürme nach Sturmphänomenen. Das einfachste Verfahren der Zusammenfassung von aufeinander folgenden Sturmtagen besteht gewiss in deren Gruppierung zu Perioden; doch war ein solches mit der gestellten Aufgabe, für jeden Sturm die Ursache seines Auftretens, die die Verschärfung der Wetterlage herbeiführte, ganz unvereinbar. Soweit als irgend möglich mussten die Stürmerscheinungen für jeden Küstenbezirk in solcher zeitlichen Begrenzung erfasst werden, dass die stürmische Witterung in jedem Falle ein Continuum bildete und nicht mehrere durch verhältnissmässig ruhige Witterung getrennte Perioden stürmischer Winde oder mehrere Perioden mit wiederholt reehdrehenden und dann wieder zurückdrehenden Winden als ein Ganzes vereinigt wurden. Es musste darauf ankommen, die Einzelphänomene festzustellen, eine theilweise schwierige Aufgabe, die in vielen Fällen ein wiederholtes Zurückgreifen auf die Wetterkarten erforderte, das jedoch in einigen vereinzelt Fällen nicht zur erfolgreichen Trennung der Einzelercheinungen führte, wo diese nur durch ein nochmaliges genaues Studium der Aufzeichnungen der Tagebücher der Signalstellen möglich gewesen wäre. Liegt beispielsweise eine tiefe Depression in zonaler Erstreckung über Nordeuropa, so schreiten häufig auf ihrer Südseite Ausläufer, zum Theil nur durch wellenartige Ausbuchtungen der Isobaren gekennzeichnet, west—ostwärts und rufen, einer nach dem anderen längs der Küste fortschreitend, schnell aufeinander folgende Stürme hervor. Ebenso erregt gelegentlich eine vordringende Depression auf ihrer Vorderseite beim Vordringen gegen den hohen Luftdruck stürmische Winde, die hier getrennt erscheinen von den späterhin vielleicht über dem gleichen Küstengebiete auftretenden stürmischen Winden im Bereiche derselben Depression, die ihren Ursprung nun aber dem Nachdrängen des hohen Luftdruckes im Rücken der Depression verdanken.

Die im Bereiche derselben Depression auftretenden, jedoch in verschiedener Weise erzeugten Stürme mussten für die vorliegende Aufgabe getrennt werden, sie erscheinen jedoch in der Tabelle der Sturmtage durch eine links stehende Klammer mit einander verbunden, um die Gemeinsamkeit des Depressionsgebietes anzudeuten.

§ 7. Bestimmung der Sturmphänomen-Windrichtung und Stärke. Bei Bestimmung der Sturmphänomen-Windrichtungen für die einzelnen Küstengebiete wurde bei der Zusammenfassung der für mehrere Tage bestimmten Gruppensturmrichtungen nach den Angaben von § 4 verfahren. Als Sturmphänomen-Windstärke wurde für jede Gruppe je die grösste der an einem der zusammengefassten Sturm Tage ermittelten Gruppensturmstärken angenommen, und ebenso wurde für das ganze, in seiner Ausbreitung über die verschiedenen Küstengebiete aufgefasste Sturmphänomen, die grösste an einer der betreffenden Gruppen ermittelte Gruppensturmstärke bei Untersuchung der Ausbreitung der Sturmphänomene als Sturmphänomen-Windstärke angenommen.

§ 8. Ermittlung der ausgegebenen Telegramme zum Hissen und Senken der Signale. Um die von der Seewarte erlassenen telegraphischen Anweisungen zum Hissen und Hängenlassen (Verlängerung), zur Veränderung und zum Senken der Signale genau festzustellen, wurde auf die Originaltelegramme zurückgegriffen, da in den Wetterberichten der Seewarte die Anweisungen zum Senken der Signale nicht mitgetheilt werden, und gelegentlich aus Versehen die Bekanntgabe eines der übrigen Sturmwarnungs-Telegramme dort unterblieben ist.

Die in den 10 Jahren an die verschiedenen Küstengebiete erlassenen Anweisungen zum Hissen der Signale (*h*) und zu deren Verlängerung (*v*) sind nach den Monaten Mai—August und September—April getrennt und für das Jahr in Tabelle XI mitgetheilt.

§ 9. **Bestimmung der Rechtzeitigkeit der Warnungen.** Da telegraphische dienstlich-technische Widrigkeiten dem Sturmwarnungswesen nicht zur Last gelegt werden können, so darf bei der Beurtheilung der Rechtzeitigkeit des Erlassens einer Warnung dem Umstande keine Rechnung getragen werden, dass die am Sonntag mittags erlassenen Sturmwarnungen meist erst am Abend und die während des Abenddienstes ausgegebenen Warnungen früher meist und auch jetzt noch zum grossen Theil erst am folgenden Morgen den Signalstellen zugestellt werden, wie dass gelegentlich Sturmwarnungs-Telegramme um Stunden verspätet oder auch aus Versehen garnicht zugestellt werden.

Als rechtzeitige Warnungen wurden zunächst angesehen: während des Morgendienstes erlassene Warnungen, falls zur Zeit des Nachmittagsdienstes noch keine stürmischen Winde auftraten, und während des Nachmittags- und des Abenddienstes erlassene, falls die stürmische Witterung erst während der folgenden Nacht oder am folgenden Tage auftrat. In den Fällen, wo nach einer Warnung während des Vormittagsdienstes schon zur Zeit der Nachmittagsbeobachtung und nach einer Warnung während des Nachmittagsdienstes bereits zur Zeit der Abendbeobachtungen stürmische Winde wehten, wurde in den Tagebüchern der Signalstellen weiter nachgeforscht, um ein Urtheil über die Eintrittszeit der stürmischen Witterung zu gewinnen, und es wurden die Warnungen dann als verspätet angesehen, falls unter Berücksichtigung einer normalen Zustellungsfrist zur Zeit des Einganges der Telegramme bereits stürmische Witterung bestand. Wenn es auch für die Arbeitskraft eines Einzelnen offenbar nicht möglich sein konnte, in solchen Fällen für jede Station jede zeitigste Notirung eines stürmischen Windes in Bezug auf die Rechtzeitigkeit der Warnung zu prüfen, ohne dabei gelegentlich ein falsches Urtheil abzugeben, so hofft der Verfasser doch, in seiner Beurtheilung der Rechtzeitigkeit der Warnungen gewiss bis auf wenige Fälle das Richtige getroffen zu haben. Da von vornherein die Absicht bestand, bei der Beurtheilung des Erfolges der Sturmwarnungen jeden verspäteten Erlass einer Warnung als Fehlschlag zu rechnen, entgegen dem gewöhnlichen Gebrauch, solche Fälle als einen halben Erfolg in Rechnung zu stellen, so ist in einigen wenigen Fällen, wo für Stationen mit besonders exponirter Lage und wohl auch vielleicht zu hohen Windstärkeschätzungen, wie z. B. Brüsterort, die Warnung als verspätet zu betrachten gewesen wäre, wo aber späterhin auf solchen Stationen der Wind zu erheblich grösserer Stärke answoll und der Sturm dann auch die übrigen Stationen derselben Gruppe traf, die Warnung noch als rechtzeitig beurtheilt worden.

Die Anweisungen (*v*) zum Hängenlassen der Signale wurden als gelungen betrachtet, falls in der nachfolgenden Nacht ein Anschwellen oder eine Aenderung der Richtung der Stürme eintrat, oder stürmische Witterung noch am folgenden Tage bestand. Wengleich bei den bestehenden Vorschriften die Signale an dem Abend des auf die Warnung folgenden Tages hängen bleiben sollen, sobald zu dieser Zeit noch stürmische Witterung besteht oder die Aenderungen des Wetters solche erwarten lassen, in solchem Falle die Anweisung, die Signale hängen zu lassen, nicht erforderlich ist, so müssen diese Anweisungen doch in allen derartigen Fällen als gelungen betrachtet werden. Da jedoch die Fälle unveränderten Fortbestehens der stürmischen Witterung in der Nacht bei Anfertigung der Auszüge aus den Tagebüchern der Signalstellen nicht besonders hervorgehoben wurden, und deren nachträgliche Feststellung nicht mehr ausführbar erschien, so wurden die Anweisungen zum Hängenlassen der Signale in einigen Fällen zu ungünstig beurtheilt, doch wurden andererseits die ausgezogenen Fälle von Stürmen in den auf Sturmwarnungen folgenden zweitnächsten Nächten durchweg als gelungen und damit gelegentlich einzelne zu günstig beurtheilt, in der nicht mehr genau auf ihre Richtigkeit im einzelnen Falle zu prüfenden Annahme, dass die Witterung an dem Abend des auf die Warnung folgenden Tages bereits stürmisch gewesen sei oder diesen Charakter habe erwarten lassen und somit das Hängenlassen der Signale bedingt habe.

Jedenfalls hat das Bestreben vorgelegen, durch unparteiische Abgabe des Urtheils ein solches von möglichster Objektivität und der Wahrheit thunlichst entsprechendes zu schaffen.

I. Theil.

Die Sturmtage und die Sturmphänomene an der deutschen Küste in den Jahren 1886. 95.

Es ist hervorgehoben worden, dass ein Fortschritt in der Voraussage der Stürme nur durch ein intensives Studium der Stürme unserer Küste möglich ist, und dass somit die Feststellung der Zeiten stürmischer Witterung für die einzelnen Theile der Küste ganz unerlässlich nothwendig ist. Da nicht genügend Anemo-

meter-Registrierungen zur Verfügung stehen, müssen also die Beobachtungen der Signalstellen als Grundlage dienen, und es lässt sich nicht vermeiden, dass durch den Einfluss des subjektiven Zuthuns der Beobachter auf diese Weise eine gewisse Unsicherheit eingeführt wird. Eine solche wird auch immerhin noch bei jedem Modus der Zusammenfassung der Stationen und der Bearbeitung bestehen bleiben, ebenso wie es der Zufall mit sich bringen kann, dass ein Fehler besonderer Grösse mehrfach hinter einander von verschiedenen Beobachtern begangen wird, wie es z. B. nicht absolut ausgeschlossen ist, dass vielleicht sämtliche Beobachter längs eines bestimmten Küstengebietes die Windstärken höher schätzen als die Beobachter eines anderen Gebietes. Derartige Möglichkeiten haben aber eine so geringe Wahrscheinlichkeit, dass man berechtigt erscheinen muss, sie nicht zu tragisch zu nehmen, und dass der Verfasser sich zu der Hoffnung berechtigt glaubt, auf das ausgleichende Spiel des Zufalls vertrauend, im grossen und ganzen die Gesetzmässigkeiten der Stürme bei ihrem Auftreten an den verschiedenen Theilen unserer Küste richtig dargelegt zu haben. Es verdient wohl hervorgehoben zu werden, dass eine nachträgliche Feststellung des den einzelnen Beobachtern zuschreibenden Charakters ihrer Windstärkenschätzungen unmöglich ist, da die Beobachter vielfach gewechselt haben, zum Theil auch verstorben sind, und an einer grossen Zahl von Stationen die Beobachtungen auch wechselnd von verschiedenen Beobachtern ausgeführt worden sind, ein weiteres Moment übrigens, das zur Gewährleistung brauchbarer Resultate beitragen dürfte.

Wenn nachfolgend unter Anderem ein erheblich grösserer Sturmreichthum für die Ostsee als für die Nordsee gefunden wird, in Uebereinstimmung mit dem von Dr. Herrmann aus den Beobachtungen der Jahre 1878/87 gewonnenen Resultat, und dieses in krassem Widerspruch mit der Erfahrung der Seeleute steht, nach denen der Nordsee der grössere Sturmreichthum zukommt, so ist dieser Widerspruch nach Ansicht des Verfassers nicht schwer zu nehmen. Grade in der Meteorologie sind viele im Volke wurzelnde Anschauungen über die Witterungsvorgänge bekannt, die die gründlichste wissenschaftliche Forschung an der Hand exakter Beobachtungen nicht zu bewahrheiten vermochte! Ist es doch auch jedem im Sturmwarnungsdienst durch jahrelange Thätigkeit Eingeweihten bekannt, dass ganze Kategorien von Sturmphänomenen die Nordsee unberührt lassen, nicht allein solche, die sich bei einem Hochdruckgebiete über den britischen Inseln und der Nordsee und einer Depression über der Ostsee abspielen, sondern dass unter Anderem auch vielfach Depressionen, die von Westen her ostwärts über Skandinavien fortschreiten, erst an der Ostseeküste Stürme hervorrufen, nachdem der Luftdruck über Kontinentaleuropa wieder stark zugenommen, oder sich die Depression über Skandinavien vertieft hat. Diesen zahlreichen, die Ostsee besonders treffenden Stürmen stehen nur wenige gegenüber, die mehr auf die Nordsee beschränkt bleiben. Die entsprechenden Wetterlagen, wo die Ostseeküste im Bereich eines Maximums und die Nordseeküste in einer Depression liegt, die die Stürme wesentlich aus dem Südostquadranten für die Nordsee herbeiführen, so dass diese Winde auch, wie später hier gezeigt werden wird, den Westen der Küste etwas bevorzugen, sind zu wenige, um jene zahlreichen Fälle ausgleichen zu können, und ebenso selten sind im Vergleich die Fälle von hohem Druck im Norden, bei dem ein südlich der Küste westwärts schreitendes Minimum nur den Westen der Küste trifft.

Dass die Nordseeküste durch eine Besetzung ihres nördlichen Theiles mit höher schätzenden Beobachtern einige Sturmtage mehr gehabt hätte und einige Stürme der Nordsee dadurch eine höhere Sturmstärke erzielt haben würden, dürfte zu erwarten sein, nicht aber, dass hierdurch ein erheblich verändertes Bild erzielt worden wäre. Hätte man andererseits, um den Einfluss der grösseren Zahl von Stationen für die als Ganzes aufgefasste Nordseeküste auszugleichen, für die Gruppenstärke 1 die Bedingung eingeführt, dass hier wenigstens an 3 Stationen stürmische Winde auftreten mussten, so wäre die Zahl der Sturmtage dieser Stärke im ganzen Zeitraum um 25 kleiner ausgefallen, und für diejenigen der Sturmstärke 0 wäre die Verminderung entsprechend noch etwas stärker gewesen.

A. Die Sturmtage an der deutschen Küste in den Jahren 1886 95.

In Tabelle A. im Anhang sind die an den einzelnen Küstentheilen in den Jahren 1886/95 beobachteten Sturm-
 tage nach der in §§ 3 und 4 angegebenen Bezeichnung, unter Fortlassung der schwächsten Sturmstärke und nach Anleitung des § 6 zu Sturmphänomenen geordnet, zusammengestellt, in der Weise, dass die grossen Zahlen die Gruppenwindrichtung und der Index die Gruppensturmstärke darstellen; eine Einklammerung der Gruppenwindrichtung deutet an, dass der Sturm nur aus der betreffenden Windrichtung ($32 = N$,

Tab. A.

4 = NE, 8 = E, 12 = SE, 16 = S, 20 = SW, 24 = W, 28 = NW) geweht hat, während die Einklammerung des Index die Bedeutung hat, dass die stürmischen Winde in der auf das Datum folgenden Nacht aufgetreten sind.

Tab. I. § 10. Häufigkeit der Sturmtage im Jahre nach Küstengebieten und Gruppensturmstärken. Stellen wir in Tabelle I die Sturmtage des Untersuchungszeitraumes nach den Küstengebieten und den Gruppensturmstärken zusammen und lassen zunächst die Ergebnisse für die einzelnen Theile der Nordsee unbeachtet, so zeigt sich, dass unter Berücksichtigung aller Sturmtage Gruppe III mit 900 am meisten und Gruppe I mit 890 nur etwas weniger Sturmtage gehabt haben, gegenüber 689 an Gruppe IV u. V und nur ca. 560 Sturmtagen an der Nordsee und der Pommerschen Küste. Die Gesamtheit aller Sturmtage steigt hiernach von der Nordsee bis Rügen, nimmt dann nach Osten hin ab und steigt an der preussischen Küste wieder zu fast gleich hohem Betrage an. Dieser Ueberschuss der Sturmtage der preussischen über die der pommerschen Küste kommt indessen, wie die Tabelle zeigt, wesentlich auf Rechnung der leichtesten Stürme, wird für die Gruppensturmstärke 1 bereits unbedeutend und verschwindet dann. Für alle Sturmtage von der Gruppensturmstärke 2 und darüber nimmt die jährliche Häufigkeit der Sturmtage von Rügen nach Westen und Osten hin ab.

Tabelle I. Häufigkeit der Sturmtage in den Jahren 1886/95.

Gruppensturmstärke	Küstengebiet							
	IX	VIII	VI/VII	VI/IX	IV/V	III	II	I
0	128	156	136	343	353	281	174	538
1	147	119	77	143	166	231	155	171
2	90	67	46	57	116	235	147	110
3	16	18	24	16	44	119	72	63
4	5	6	2	3	8	28	9	5
5	2	1	1	1	2	6	3	3
0—5	388	367	286	563	689	900	560	890
1—5	260	211	150	220	336	619	386	352
	Prozentwerthe:							
0	33	43	48	61	51	31	31	60
1—2	61	51	43	36	41	52	54	32
3—5	6	6	9	3	8	17	15	8

Ohne Berücksichtigung der leichtesten Stürme hatte die Nordsee nur 220 Sturmtage, gegenüber 619 auf der Insel Rügen und Umgegend und 330—390 für die übrigen Theile der Ostsee, wobei zu beachten ist, dass die geringere Häufigkeit der Sturmtage an der Nordsee besonders für die stärkeren Stürme hervortritt. Gegen 20 Sturmtage der Nordsee mit den Gruppenstärken 3—5 hatten Gruppe IV/V 54, Gruppe III 153, Gruppe II 84 und Gruppe I 71 dieser schweren Stürme.

Die procentische Vertheilung der Sturmtage nach den Gruppensturmstärken 0, 1—2 und 3—5 ergibt, wie Tabelle I darthut, eine grosse Uebereinstimmung für die Gruppen II und III, wo die leichtesten Erscheinungen nur mit 31% und dafür die stärksten mit 15—17% vertreten sind, und für Gruppe VI/IX und I, abgesehen von der grösseren Häufigkeit der stärksten Stürme im Osten; diese sind mit 8% an der westlichen Ostsee ebenso häufig wie an der preussischen Küste vertreten gewesen, doch traten hier relativ mehr von den leichtesten Stürmen auf.

Fasst man in Tabelle I die für die Gruppen der Nordsee berechneten Zahlen ins Auge, so begegnet uns, abgesehen von den leichtesten Stürmen, meist ein Ueberwiegen der westlichsten Gruppe, das durch die relativ vorgeschobene Lage der Stationen verständlich erscheint; das erhebliche Zurücktreten der Häufigkeitszahlen der Gruppen VI/VII, mit Ausnahme der für die Gruppenstärke 3 geltenden, zeigt aber wohl auch, dass der Charakter der zurückliegenden Küstengruppe VII bei der Vereinigung von VI und VII hervortritt, zum Theil gewiss dadurch bedingt, dass die durch die Stationen Tönning und Keitum dargestellte Gruppe VI besonders schwach

und ausserdem ungünstig besetzt ist, da an beiden Signalstellen die Neigung zu niedrigen Windstärkeschätzungen vorliegen dürfte.

Die procentische Vertheilung nach den Gruppensturmstärken zeigt für die leichtesten Stürme der drei Nordseegruppen eine Zuahme von West nach Ost, für die Gruppenstärken 1–2 eine nahezu ebenso grosse Abnahme, und für die grössten Stärken ein kleines Ueberwiegen der Gruppe VI VII.

Ein Vergleich der den einzelnen Nordseegruppen zukommenden Häufigkeitszahlen mit den für die Nordseeküste als Ganzes berechneten lehrt, dass bei einem so weit ausgedehnten Gebiete wie der Nordsee auch stärkere Stürme mehr lokaler Art, auf Theile der Küste beschränkt, öfters auftreten; so hatte Gruppe IX 90 Sturmtage der Gruppensturmstärke 2, gegenüber 57, die diesen Charakter für die ganze Nordsee besaßen. Besonders aber tritt die lokale Natur der leichtesten Stürme hier hervor, von denen an der als ein Gebiet aufgefassten Nordseeküste 343 auftreten, gegenüber nur 128–156 an ihren einzelnen Theilen.

§ 11. Die Sturmtage der Gruppensturmstärke 0. Während den Sturmtagen von den Gruppensturmstärken 0 und 1 die Bedingung gemeinsam ist, dass die Maximalstärke an mindestens einer, aber weniger als der Hälfte der Stationen der Gruppe 8 erreicht, besteht für die der Gruppenstärke 0 noch die Bedingung, dass die Maximalstärke an weniger als der Hälfte der Stationen 7 erreicht, sodass die Sturmtage der Gruppenstärke 0 im wesentlichen die innerhalb der einzelnen Küstengebiete lokal auftretende stürmischen Winde umfassen werden. Je weniger ausgedehnt das Küstengebiet gewählt wird, um so seltener wird es im allgemeinen vorkommen, dass selbst Stürme mässiger Stärke (Gruppenstärke 2) darin so lokal auftreten, dass sie den Fällen der Sturmtage der Gruppenstärke 0 zufallen. Neben der Ausdehnung eines Küstengebietes beeinflusst aber in wohl noch höherem Maasse der Grad der Uebereinstimmung der einzelnen Theile eines Küstengebietes in Bezug auf ihre Sturmgefährdung die Zahl der lokalen Stürme. In dieser Beziehung erscheint es vollständig verständlich, dass die grösste Zahl der lokalen Stürme an den Gruppen I, VI/IX und IV V auftreten; die gleichmässig verlaufende pommerische Küste und die durchweg frei exponirten und über ein verhältnissmässig wenig ausgedehntes Gebiet vertheilten Stationen der Insel Rügen und Umgegend gestatten am wenigsten das Auftreten lokaler, nur einen Theil der Stationen treffender Stürme.

Bei der geringen Ausdehnung der gewählten Küstengebiete steht es jedoch zu erwarten, dass unter den Stürmen der Gruppenstärke 0 nur vereinzelt lokale stärkere Stürme und selbst solche von mässiger Stärke selten aufgetreten sein werden, und dass jene Gruppe mit wenigen Ausnahmen nur die leichtesten Erscheinungen umfassen werde. Bei dem so ungleichen Verlauf der Nordseeküste werden jene Ausnahmefälle etwas häufiger auftreten; sie wurden jedoch auch hier nur selten beobachtet, wie aus Tabelle A. hervorgeht, wo diejenigen Sturmtage mit aufgeführt wurden, an denen in der eingeklammert beigefügten Gruppe ein Sturm der Gruppenstärke 2 auftrat, während der Tag für die ganze Nordseeküste nur durch die Gruppensturmstärke 0 charakterisirt war.

Ferner ist zu beachten, dass zu hohe Windstärkeschätzungen eines einzigen Beobachters, der prinzipiell einen steifen Wind als stürmisch bezeichnet, die Anzahl der Sturmtage der Gruppenstärke 0 ganz erheblich zu vermehren vermögen.

Von der Heranziehung dieser leichtesten Stürme ist bei der Untersuchung vielfach abgesehen worden, da auch für das Sturmwarnungswesen die Sturmtage der Gruppenstärke 0 im allgemeinen keine Bedeutung haben, indem es sich bei ihnen, wie gezeigt, mit vereinzelt Ausnahmen um stürmische Witterung leichter und lokaler Art handelt, die der Schifffahrt keinen Schaden zufügt. Ausserdem würde die erfolgreiche Warnung auch aller dieser Erscheinungen selbst in dem Falle, dass keine einzige Fehlwarnung ohne nachfolgende stürmische Witterung ausgegeben werde, ein Hängen des Signals an Theile der Küste für nicht weniger als 90 Tage im Jahre im Mittel erfordern! Ein so häufiges Hängen der Signale würde aber sehr bald eine allgemeine Nichtbeachtung der Sturmwarnungen zur Folge haben, sodass sich die Aufgabe des Sturmwarnungswesens wesentlich darauf beschränken muss, die Küste vor Stürmen der Gruppenstärken 2–5 und allenfalls auch der Gruppenstärken 1 rechtzeitig zu warnen.

§ 12. Vertheilung der Sturmtage des Jahres auf die Windrose. In Tabelle II finden sich die Sturmtage des Untersuchungs-Zeitraumes, für die Gruppenstärke 0 und die Gesantheit der übrigen Gruppenstärken getrennt, nach Windrichtungen und Küstengebieten geordnet.

Tab. II.

Tabelle II.

Häufigkeit der Sturmstage in den Jahren 1886 95.

Gruppenwindrichtung	Gruppensturmstärke 0					Gruppensturmstärke 1—5				
	Küstengebiet					Küstengebiet				
	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I
32	5	5	8	10	24	5	9	22	16	21
4	30	39	34	39	102	10	28	89	52	33
8	15	14	15	2	15	9	4	24	0	4
12	19	44	22	9	58	7	16	36	4	9
16	14	12	5	6	21	12	17	10	5	7
20	155	113	76	47	110	74	131	141	125	89
24	37	45	48	23	79	71	73	165	78	101
28	68	81	73	38	129	32	58	132	106	88
Σ	343	353	281	174	538	220	336	619	386	352

Betrachten wir zunächst die den Gruppenstärken 1—5 insgesamt zukommenden Häufigkeitszahlen, so tritt das für unsere Küste bekannte Vorherrschen der Stürme aus den beiden West-Quadranten hervor; Gruppe IV/V und II zeigen ein bedeutendes Vorherrschen der Stürme aus dem SW-Quadranten, während die Stürme an den übrigen Theilen der Küste häufiger über West nach dem NW-Quadranten drehen, sodass die den beiden westlichen Quadranten angehörenden Sturmstage (24) an der Nordsee nur wenig seltener als die reinen SW-Stürme sind und diese an den Gruppen I und besonders III an Häufigkeit übertreffen. Die SW-Stürme treten an der Nordsee weit häufiger als die NW-Stürme auf, treten aber nach Osten hin immer mehr gegen sie zurück, sodass schliesslich an der preussischen Küste die reinen SW- und NW-Sturmstage gleich häufig sind. Die den beiden Nordquadranten angehörigen Sturmstage überwiegen an der Ostsee bedeutend im Vergleich zur Nordsee, während die dem SE-Quadranten und seiner Umgebung angehörigen Sturmstage nächst Gruppe III den Westen der Küste bevorzugen. Für alle Windrichtungen tritt die Zunahme der Sturmstage von der Nordsee nach Rügen hin auf und die weitere Abnahme nach Osten hin, ausgenommen die von Gruppe II nach I hin beobachtete Zunahme für den SE-Quadranten und die Zwischenrichtungen 32, 8, 16 und 24, die auf eine relativ grössere Drehung der Windfahne an Sturmtagen der Gruppenstärken 1—5 der preussischen im Vergleich zur pommerischen Küste hinweisen.

Die Sturmstage der Gruppenstärke 0 zeigen die bei weitem grössten Häufigkeitszahlen für die SW- und die NW-Stürme und nur für die Gruppen der östlichen Ostsee annähernd gleich grosse Werthe für die NE-Stürme, während die den beiden West-Quadranten zugleich angehörenden Sturmstage (24) bedeutend zurücktreten und besonders im Vergleich mit deren relativen Häufigkeit für die höheren Gruppenstärken selten erscheinen; dieses Verhalten findet seine Erklärung in dem Umstande, dass die schwächeren, meist lokalen Stürme der Sturmstärke 0 nur vereinzelt den schnell fortschreitenden intensiven Sturmwirbeln mit starker Drehung des Windes angehören. Die Vertheilung der Sturmstage gleicher Gruppenwindrichtung auf die Küste ergibt für die preussische Küste die grösste Zahl der Sturmstage für alle Richtungen, ausser für die SW-Stürme, die von der kleinsten Gruppenstärke an der Nordsee weitaus am häufigsten waren, und mit der weiteren Ausnahme der ziemlich gleichmässig verbreiteten, den beiden Ost-Quadranten zugleich angehörenden (8) Stürme. Nächst Gruppe I zeigen Gruppen VI/IX und IV/V meist die grössten Häufigkeitszahlen, während die Sturmstage der Gruppenstärke 0 fast für alle Gruppenwindrichtungen an der pommerischen Küste am seltensten waren, entsprechend dem gleichartigen Verlauf dieses Theils der Küste.

§ 13. Beziehungen zwischen Gruppen-Windrichtung und -Windstärke in Bezug auf die im Jahre auftretenden Sturmstage. Gruppirt man die sämtlichen Sturmstage der einzelnen Küstengebiete nach Richtung und Gruppensturmstärke in Tabelle III, so zeigt sich, dass die schwersten Stürme der Gruppenstärke 5 ganz überwiegend auf die den beiden westlichen Quadranten zugleich angehörigen Sturmstage fallen, bei denen der Wind aus dem SW-Quadranten über W hinausdrehte; zwei Ausnahmefälle in Gruppen IV/V und II gehörten ganz dem SW-Quadranten an und ausserdem hatte Gruppe III einen dieser schwersten Stürme aus dem NW-Quadranten, sowie Gruppe II einen aus beiden nördlichen Quadranten wählenden. Auch die schweren

Tab. III.

Stürme der Gruppenstärke 4 traten meist in den beiden West-Quadranten zugleich auf, und das Gleiche gilt, aber in verminderten Grade und mit Ausnahme von Gruppe I, noch für die ziemlich schweren Stürme der Gruppenstärke 3; für diese zeigen die dem NE-Quadranten zukommenden Sturmtage an der Ostsee ein sekundäres Häufigkeits-Maximum. Von den Stürmen der beiden Ost-Quadranten und denen, die zugleich in die benachbarten West-Quadranten übergreifen, wurde die Gruppenstärke 3, ausser an Gruppe III, nur ganz vereinzelt überschritten und auch diese nur vielfach von Stürmen des NE-Quadranten erreicht. Durch das relative Fehlen der höheren Gruppenstürmestärken charakterisiren sich als die leichtesten Sturmstage die des SE-Quadranten und der aus diesen in die benachbarten Quadranten übergreifenden Stürme.

Häufigkeit der Sturmstage in den Jahren 1886/95

(nach Richtung und Stärke).

Tabelle III.

Gruppen- ver- theilung	Gruppe VI/IX					Gruppe IV/V					Gruppe III					Gruppe II					Gruppe I									
	Gruppenwindstärke					Gruppenwindstärke					Gruppenwindstärke					Gruppenwindstärke					Gruppenwindstärke									
	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
32	5	4	1	.	.	5	6	3	.	.	8	11	7	3	1	10	6	5	4	1	24	10	9	2	.	.				
4	20	7	3	.	.	39	14	7	7	.	34	38	30	15	6	39	25	15	10	2	102	17	10	5	1	.				
8	15	9	.	.	.	11	2	1	1	.	15	12	10	1	1	2	15	3	1	.	.	.				
12	19	6	1	.	.	44	9	6	1	.	22	19	14	3	.	9	3	1	1	.	58	7	1	1	.	.				
16	14	6	5	1	.	12	6	9	2	.	5	3	3	3	1	6	1	2	2	.	21	4	1	2	.	.				
20	155	52	17	4	1	113	64	56	8	2	1	76	50	59	25	7	47	53	54	16	1	110	44	28	17	.	.			
24	37	26	22	10	2	1	45	25	23	19	5	1	48	11	61	51	7	5	23	18	31	22	6	1	79	45	34	16	3	3
28	68	23	8	1	.	81	40	11	6	1	.	73	57	51	18	5	1	38	49	39	18	.	129	41	26	20	1	.		
Σ	343	143	57	16	3	1	333	166	116	14	8	2	281	231	235	119	28	6	174	155	147	72	9	3	538	171	110	63	5	3

§ 14. Vertheilung der Sturmstage von der Gruppenstärke 1—5 auf die Monate, unabhängig von Stärke und Richtung. Um die Vertheilung der Sturmstage der Gruppenstärke 1—5 auf die Monate zu zeigen, wurden sie in Tabelle IV, nach Küstengebieten und Monaten geordnet, zusammengestellt. Zufolge dieser Tabelle hatte in dem ganzen Zeitraum die Nordsee die grösste Häufigkeit der Sturmstage im März, ihre Zahl nahm dann gegen April stark und dann langsam ab bis zum Minimum im Juni und es folgten dann nach stärkerer Zunahme von September bis Oktober die sturmtagereichen Monate Oktober bis Januar mit einem wenig ausgesprochenen, gegen März zurückbleibenden Häufigkeits-Maximum im Dezember. Aehnlich fallen für Gruppe IV/V das absolute Maximum auf den März und das hier weniger ausgeprägte Minimum auf den Juni, doch finden sich in den stürmischen Monaten Oktober bis Februar sekundäre Maxima im November und Januar. Gruppe III zeigt auch noch das Minimum schwach ausgeprägt im Juni, während dieses bei den Gruppen II und I, stärker hervortretend, bereits im Mai eintritt; das Maximum im März ist auf Gruppe III auch noch vorhanden, tritt jedoch seinen Betrage nach, ebenso wie auf den ostwärts gelegenen Gruppen, zurück gegen das Häufigkeits-Maximum, das in den für die Gruppen I—III besonders stürmischen Monaten Oktober bis Dezember beobachtet wird, in Gruppe III und II auf den Oktober fällt und in Gruppe I mit gleichen Werthen im Oktober und Dezember auftritt. Die an der Nordsee unbedeutende Zunahme der Sturmstage von Juli bis August verstärkt sich nach Osten hin bedeutend, während die an der Nordsee starke Abnahme der Sturmstage von März bis April bis Gruppe II hin dem relativen Betrage nach abnimmt und an der preussischen Küste wieder stärker hervortritt.

Der durch die Monatshäufigkeiten dargestellte jährliche Gang weist dem relativen Betrage nach für die Ostsee weit geringere Schwankungen als für die Nordsee auf, bedingt durch die in der Ostsee während der wärmeren Jahreszeit relativ grössere Sturmthätigkeit.

In dem Untersuchungszeitraum hatte der Monat Oktober für Gruppe III mit 78 Sturmtagen (in 10 Jahren!) weitaus die grösste Häufigkeit aufzuweisen, während die geringste, unter 10 bleibende Anzahl von Sturmtagen auf die Monate April bis Juli an der Nordsee und Mai an der preussischen Küste fiel.

Nach Tabelle IV findet während aller Monate die für das Jahr besprochene geographische Vertheilung der Sturmstage, Maximum für Gruppe III und Abnahme nach Westen wie Osten statt, mit der alleinigen

Tab. IV.

Ausnahme, dass während der Monate Oktober bis Februar die Sturmzüge von Gruppe I und II an Zahl nur wenig von einander abweichen, oder ein Ueberwiegen der ersteren statt hat. Weiter zeigt sich, dass die monatliche Sturmtagshäufigkeiten der Nordsee durchweg kleiner sind als die der pommerischen Küste und mit Ausnahme von März und Mai auch als die der preussischen Küste. Vergleicht man allgemein die Monatswerthe der westlich von Gruppe III liegenden Gruppen mit denen östlich von III in Bezug auf die Uebereinstimmung ihrer relativen Grösse mit derjenigen der entsprechenden Jahreshäufigkeiten, so finden sich einige Abweichungen nur in den Monaten der ersten Jahreshälfte.

Tabelle IV. Häufigkeit der Sturmzüge der Gruppenstärke I—5 in den Jahren 1886/95 in den Monaten

Küsten- gebiet	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
VI—IX	27	23	33	9	8	4	8	10	12	29	27	30
IV—V	39	37	47	18	17	13	14	22	19	35	39	36
III	58	41	61	39	33	32	42	51	58	78	58	68
II	39	30	38	22	11	18	20	37	35	50	43	43
I	40	27	31	15	7	13	15	31	31	50	42	50

§ 15. **Jährlicher Gang der den verschiedenen Richtungen zukommenden Sturmzüge, dargestellt durch Monatswerthe.** In Tabelle B. im Anhang finden sich für jedes Küstengebiet die Sturmzüge der Gruppenstärken 1—5 geordnet nach Richtungen und Monaten, sowie in Tabelle C. nach Monaten und den Gruppenstärken, einschliesslich der Gruppenstärke 0. Tabelle B. zufolge zeigen die dem SW-Quadranten angehörigen Sturmzüge (Stärke 1—5) in ihrem jährlichen Gange ihre geringste Häufigkeit an der ganzen Küste in den Monaten April bis Juni oder Juli, ihre grösste Häufigkeit an der Nordsee und der westlichen Ostsee in den Monaten Oktober bis März, an der mittleren und östlichen Ostsee von Oktober bis Dezember. Die gleiche Zeit ihrer geringsten Häufigkeit zeigen die gleichzeitig beiden West-Quadranten zukommenden Sturmzüge, während für die Zeit ihres Maximums geringere Uebereinstimmung herrscht, die Monate Oktober bis Dezember auch bevorzugt erscheinen, jedoch der Monat August für Gruppe III die grösste und für Gruppe I auch eine relativ grosse Häufigkeit zeigt.

Für die dem NW-Quadranten zukommenden Sturmzüge verschiebt sich, von Westen nach Osten fortschreitend, die Zeit des Maximums ihrer Häufigkeit von den Monaten Januar—März im Westen bis August—September im Osten, sodass das Auftreten dieser NW-Sturmzüge an der Ostsee besonders auf die Sommermonate, sich nach Osten hin verspätend, fällt; hier zeigt sich noch ein sekundäres Maximum in den Monaten Dezember bis Februar.

Die den beiden Ost-Quadranten wesentlich angehörigen Sturmzüge (32 bis 16), mit Ausnahme der dem NE-Quadranten eigenen, treten an der Nordsee und der westlichen Ostsee während der Monate Mai bis September und weiter ostwärts von Mai bis August nur ganz vereinzelt auf, ihr Häufigkeits-Maximum entfällt an der Nordsee und der westlichen Ostsee für die ganz oder theilweise dem SE-Quadranten angehörigen Sturmzüge (16 bis 8) auf die Monate Oktober bis Dezember, während die dem NE-Quadranten angehörigen Sturmzüge hier im Westen am häufigsten im Januar bis März auftreten — eine für die Gruppen III bis I nicht vorhandene Gegensätzlichkeit. Auch die Sturmzüge des NE-Quadranten fehlten an der Nordsee und der westlichen Ostsee von Juni bis September, traten jedoch im Mai an der Ostsee mit Ausnahme des Ostens noch relativ häufig, besonders auf Gruppe III, auf.

§ 16. **Die Vertheilung der Sturmzüge auf die Windrose in den einzelnen Monaten.** Wie Tabelle B. des Anhangs darlegt, besteht das für das Jahr gefundene bedeutende Ueberwiegen der den westlichen Quadranten angehörigen Sturmzüge längs der ganzen Küste für alle Monate, mit Ausnahme von April und Mai, wo der Unterschied ihrer Häufigkeit gegen die der übrigen Quadranten vielfach verschwindet. Von den den östlichen Quadranten ganz oder zum Theil zukommenden Sturmzügen (32 bis 16) überwiegen in allen Monaten, mit wenigen Ausnahmen, die dem NE-Quadranten allein zukommenden über die übrigen an Zahl, während von den Sturmzügen der West-Quadranten (20 bis 28) keiner der drei Richtungsgruppen ein derartiges gleichmässiges Ueberwiegen zukommt.

Fasst man die Häufigkeit der SW- und der NW-Sturmzüge ins Auge, so ergibt sich für die Ostsee fast durchweg eine grössere Häufigkeit der NW-Stürme für die Monate April bis Juli und mehrfach auch

für August, während die SW-Stürme in den Monaten Oktober bis Dezember an der ganzen Küste über die NW-Stürme überwiegen; auffallend ist dieses Ueberwiegen der SW-Stürme an der westlichen Ostsee auch im Januar bis März im Vergleich mit den anderen Theilen der Ostsee, wo die NW-Stürme den SW-Stürmen an Zahl nahe gleichstehen, wie auch mit der Nordsee, wo jenes Ueberwiegen in erheblich geringerem Grade stattfindet.

§ 17. Die Vertheilung der Sturmstage nach den Gruppensturmstärken auf die Monate des Jahres. Tabelle C. im Anhang zeigt, dass in keinem der Küstengebiete während der Monate April bis September einer der äusserst schweren Stürme der Gruppensturmstärke 5 beobachtet worden ist, und dass, mit Ausnahme von je einem Sturm dieser Gruppenstärke, der Gruppe III im November und Dezember, Gruppe I im Januar und Gruppe IV V im März getroffen hat, diese Stürme im Februar und Oktober stattgefunden haben; ebenso hatten die Monate April bis September keine Sturmstage der Gruppenstärke 4, mit Ausnahme von einem im Mai für Gruppe II und je einem im April und Mai und je drei im Juni und September für Rügen und Umgebuug. Abgesehen von der sturmreichen Gruppe III traten Sturmstage der Gruppenstärke 3 im Mai nur einmal an der Ostsee, im Juni nur einmal an der Nordsee und zweimal an der Ostsee auf und fehlten auch an der Nordsee und westlichen Ostsee im Juli und August. Auch die den mässigen Stürmen entsprechenden Sturmstage der Gruppenstärke 2, an denen wenigstens an der Hälfte der Stationen 8 als höchste Windstärke erreicht wurde und höhere Stärken in geringerer Zahl vorkamen, traten in den Sommermonaten verhältnissmässig selten, von Mai bis Juli an der Nordsee 3mal, an der westlichen Ostsee 10-, Gruppe III 37-, Gruppe II 22- und Gruppe I 13mal auf, welche Häufigkeitszahlen sich nach der fast durchweg angefundnen Verbreitung der Sturmstage längs der Küste abstufen.

Tab. C.

B. Die Sturmphänomene an der deutschen Küste in den Jahren 1886/95.

Aus den in Tabelle A. des Anhangs enthaltenen und nach den in § 6 erläuterten Sturmphänomenen abgetrennten Sturmtagen wurde durch Zusammenfassung und Einführung der in § 7 erläuterten Sturmphänomenen-Windrichtungen und -Windstärken eine Tabelle der Sturmphänomene aufgestellt, deren Wiedergabe hier nicht möglich war. Es sei nochmals hervorgehoben, dass aus den in § 11 dargelegten Gründen, wie im Laufe der Darstellung mehrfach, so auch hier von den Sturmtagen der Gruppenstärke 0 abgesehen worden ist.

Ebenso wurde von einer Gliederung der Sturmphänomene nach Monaten Abstand genommen, da ein solches Bedürfniss für die dem Verfasser eigentlich vorliegende Aufgabe nicht bestand, und die durch Monatswerthe der Häufigkeit der Sturmstage gegebene Darstellung des jährlichen Verlaufes der Sturmthätigkeit, wie sie im Interesse der Vollständigkeit dieser statistischen Darlegungen geboten schien, an Vollständigkeit nur wenig gewonnen haben würde.

An Stelle der Trennung der Sturmphänomene nach Monaten tritt hier eine Gliederung nach den Monaten Mai—August und September—April, die wir im Interesse der Kürze kurz als warme und kalte Jahreszeit bezeichnen wollen; wo gelegentlich die Bezeichnung Sommer und Winter auftreten sollte, mag das Bestreben nach Kürze solches gerechtfertigt erscheinen lassen. Diese Gliederung des Jahres war geboten mit Rücksicht auf das vorliegende Bedürfniss, die Sturmphänomene mit den Sturmwarnungen in Parallele zu setzen und den hervorgehobenen Umstand, dass in der Zeit von Mitte September bis Ende April im Sturmwarnungsdienst eine Erweiterung durch den Abenddienst besteht, die den Erfolg der Warnungen möglicherweise beeinflusst. Andererseits ist auch zu beachten, dass den Sturmphänomenen dieser Jahresabschnitte, abgesehen von einzelnen der Uebergangsmo-nate, gegensätzliche typische Charaktereigenschaften der ganzen Entwicklung zukommen.

In welcher Weise bei der Vereinigung von mehreren Sturmtagen zu einem Sturmphänomen für dieses die Gruppen-Windrichtung und -Windstärke gebildet worden sind, ist oben aus § 7 zu ersehen.

Was unter Sturmphänomenen hier verstanden werden soll, ist in § 6 dargelegt worden. Da ihre Bezeichnung als Stürme hier nicht möglich war, um Missverständnissen und Unklarheiten vorzubeugen, und der Ausdruck Sturmerscheinung noch länger gewesen wäre, eine andere Bezeichnung wie etwa Gestirm aber zu ungewöhnlich erscheinen musste, so wurde jener Ausdruck als der kürzeste der zu Gebote stehenden gewählt.

§ 18. Häufigkeit der Sturmphänomene der verschiedenen Windrichtungen in der warmen, der kalten Jahreszeit und im Jahre. In Tabelle D. des Anhangs finden sich die Sturmphänomene für Mai—August,

Tab. D.

September—April und das Jahr, nach Küstengebieten und Richtungen, wie auch nach Küstengebieten und Phänomen-Gruppenstärken geordnet, und in gleicher Anordnung, behufs Vergleichung, die Sturmstage des Zeitraumes — durchweg ohne Berücksichtigung der Gruppensturmstärke 0.

Ein Blick auf die Tabelle zeigt, dass fast durchweg die Zahl der Sturmphänomene der einzelnen Quadranten (20, 28, 4, 12) im Vergleich zur Häufigkeit der Sturmstage erheblich geringer ist, als dies für solche Sturmphänomene, die in mehreren Quadranten auftreten, der Fall ist. Dies ist dadurch bedingt, dass bei Stürmen längerer Dauer die Winde meist eine grössere Drehung erfahren, und sich daher in solchen Fällen häufig Sturmstage mit Winden aus zunächst nur einem Quadranten mit dem nachfolgenden Sturmstage oder mehreren weiteren vereinigen, an denen die Drehung des Windes aus dem Quadranten hinaus bereits erfolgt war, ohne dass dadurch die Zahl der, beiden benachbarten Quadranten zugleich angehörigen, Sturmphänomene im allgemeinen vermehrt würde; eine solche Zunahme würde nur dann erfolgen, wenn die Stürme an den aufeinanderfolgenden Sturmtagen eines Phänomens nur aus dem einen oder dem anderen der Quadranten geweht haben, was nur selten der Fall sein wird. Auffallend klein ist in dieser Beziehung der Ueberschuss der Häufigkeit der Sturmstage über die der Sturmphänomene für den SE-Quadranten.

Sehr auffällig tritt während des Sommers auf der Ostsee das Ueberwiegen der reinen NW-Sturmphänomene über die SW-Sturmphänomene auf, während in den Monaten September—April diese durchweg nach Osten hin jedoch in abnehmendem Grade, die häufigeren Erscheinungen sind und an Zahl nur an Gruppe III und I durch die den beiden West-Quadranten zugleich zugehörigen Sturmphänomene übertroffen werden. Für die den beiden Ost-Quadranten ganz oder theilweise angehörigen Sturmphänomene tritt das gleiche Verhalten wie bei den Sturmtagen hervor, dass die dem NE-Quadranten zukommenden Erscheinungen weitaus die häufigsten sind und dass in der kalten Jahreszeit die mehr dem NE-Quadranten zukommenden Phänomene im Osten, die im SE-Quadranten ganz oder theilweise auftretenden im Westen der Küste am häufigsten auftreten, abgesehen von der auch an diesen Sturmphänomenen besonders reichen Insel Rügen und Umgebung.

§ 19. **Stärke der Sturmphänomene in ihrer Vertheilung längs der Küste.** Tabelle D. des Anhangs zeigt, wie die Sturmphänomene aller Stärken an Häufigkeit von der Nordsee bis Rügen und Umgebung zunehmen und dann wieder in erheblich geringerem Grade nach Osten hin abnehmen, für beide Jahreszeiten wie das Jahr, mit nur vereinzelt Ausnahmen für die Phänomene der Stärke 1. Mit hohen Stärken in ganz bedeutend zunehmendem Grade tritt Gruppe III durch seine Sturmphänomene hervor; an nächster Stelle stehen die pommerische Küste und die westliche Ostsee und an vorletzter Stelle, aber auch noch die Nordsee weit überragend, die preussische Küste.

Die in Tabelle D. hervortretende Uebereinstimmung der Häufigkeitszahlen der Sturmphänomene und Sturmstage für die grossen Stärken findet seine naturgemässe Erklärung darin, dass die Winde eines Sturmphänomens von hervorragender Stärke an unserer Küste über denselben Gebiete mit gleicher Gewalt an mehreren aufeinander folgenden Tagen nicht zu wehen pflegen; die schwersten Stürme gehören fast ausnahmslos zu denen, die von Westen her längs der ganzen Küste fortschreiten.

Tab. V.

§ 20. **Mittlere Dauer der Sturmphänomene.** Dividirt man in Tabelle D. die den einzelnen Küstengebieten zukommenden Sturmstage durch die entsprechende Zahl von Sturmphänomenen, so erhält man die in Tabelle V. zusammengestellten Zahlen für die mittlere Dauer der Sturmphänomene in Tagen. Hiernach ist die mittlere Dauer in beiden Jahreszeiten an der Nordsee am kleinsten; sie nimmt in der warmen Jahreszeit nach Osten hin stetig zu, in der kalten Jahreszeit jedoch nur bis Rügen und hat dann an der pommerischen und der preussischen Küste wieder kleinere, einander gleiche Werthe. Der kleinsten mittleren Dauer von $1\frac{1}{4}$ Tag im Sommer an der Nordsee steht als grösste Dauer eine solche von ca. $1\frac{1}{2}$ Tag im Sommer an der östlichen Ostsee und im Winter auf der Insel Rügen und Umgebung gegenüber.

Tabelle V.

Mittlere Dauer der Sturmphänomene in Tagen.

Zeitraum	Küstengebiet				
	VI/IX	IV/V	III	II	I
Mai bis Aug.	1.25	1.32	1.46	1.48	1.50
Sept. bis April	1.29	1.37	1.51	1.38	1.37
Jahr.....	1.29	1.36	1.50	1.40	1.39

Auffallend ist die im Osten für die warme Jahreszeit hervortretende längere mittlere Dauer, während von der Nordsee bis Rügen die längere Dauer auf die kältere Jahreszeit fällt.

§ 21. Die Ausbreitung der Sturmphänomene längs der Küste, abhängig von ihrer Erstreckung nach West und Ost. Aus der hier nicht mitgetheilten Tabelle der Sturmphänomene sind der Reihe nach alle Fälle ausgezogen worden, in denen Sturmphänomene allein Gruppe VI/IX, nur VI/IX und IV/V, nur VI/IX bis III etc., dann allein Gruppe IV/V, IV/V und III etc., u. s. w. getroffen haben, unter gleichzeitiger jedesmaliger Ausschreibung der grössten Phänomen-Windstärke, die das betreffende Sturmphänomen in einem der berührten Küstengebiete erreicht hatte; besonders gezählt wurden die Fälle, wo die von einem Sturmphänomen getroffenen Küstengebiete kein Continuum bildeten, sondern die eine oder andere Gruppe sturmfrei geblieben war.

Auf diese Weise wurde die Tabelle VI gewonnen, die für die Monate Mai bis August und September bis April getrennt angeht: 1) wie viele von den nach Westen hin einschliesslich bis zu der im Kopf angegebenen Gruppe reichenden, ihrer Zahl nach im Kopf angegebenen, Sturmphänomenen ostwärts bis zu der seitlich angegebenen Gruppe gereicht haben und 2) wie viele von den nach Osten hin bis zu der seitlich angegebenen Gruppe reichenden, ihrer Zahl nach auf der rechten Seite der Tabellen angegebenen, Sturmphänomenen westwärts bis zu der im Kopf angegebenen Gruppe gereicht haben. Die in Klammer gestellten Zahlen geben die Häufigkeit dieser W—E- bezgl. E—W-Erstreckung unter Berücksichtigung auch der wenigen, in der warmen Jahreszeit 5, in der kalten Jahreszeit 44 Fälle von sturmfrei gebliebenen Zwischengruppen; die bis zu 2 Dezimalstellen berechneten Zahlen bedeuten die mittleren Sturmphänomen-Windstärken der betreffenden Sturmphänomene, ohne Berücksichtigung der eben hervorgehobenen Ausnahmerscheinungen, wobei aber zu betonen ist, dass, wie angegeben, jedem Sturmphänomen als Stärke nicht die einer bestimmten Gruppe, sondern die an einer der getroffenen Gruppen erreichte grösste beigemessen wurde.

Tab. VI.

West—Ost-Erstreckung der Sturmphänomene.

Mai bis August.

		VI/IX	IV/V	III	II	I	Gesamtzahl der Phänomene	
Gesamtzahl der Sturmphänomene		24 (2.25)	28 (1.86)	64 (1.61)	6 (2.00)	10 (1.30)		
Küstengebiet	VI/IX	0	—	—	—	—	—	0
	IV/V	3 1.33	3 1.00	—	—	—	—	6
	III	8 (10) 1.88	8 1.50	38 1.26	—	—	—	56
	II	4 (5) 2.75	7 2.29	11 1.73	3 2.00	—	—	26
	I	6 3.17	9 (10) 2.11	14 (15) 2.36	3 2.00	10 1.30	—	44

September bis April

		VI/IX	IV/V	III	II	I	Gesamtzahl der Phänomene	
Gesamtzahl der Sturmphänomene		147 (2.71)	69 (2.01)	127 (1.76)	19 (1.37)	23 (1.13)		
Küstengebiet	VI/IX	7 1.14	—	—	—	—	—	7
	IV/V	11 1.55	12 1.25	—	—	—	—	23
	III	19 (24) 2.00	13 2.00	50 1.32	—	—	—	87
	II	24 (25) 2.62	6 (7) 2.50	17 2.12	10 1.00	—	—	59
	I	70 (80) 3.41	28 (37) 2.50	47 (60) 2.19	9 1.78	23 1.13	—	209

Hiernach reichen von den die Nordsee treffenden, im Sommer 24, im Winter 147 Sturmphänomenen 6 bezgl. 70 bis nach der preussischen Küste, also $\frac{1}{4}$ bezgl. $\frac{1}{2}$ der Zahl, während umgekehrt von den entsprechenden 44 bezgl. 209 Sturmphänomenen der preussischen Küste nur 6 bezgl. 70, also etwa $\frac{1}{2}$ bezgl. $\frac{1}{2}$ bis nach der Nordsee reichten, sodass die Ostsee weit stärker an den Stürmen der Nordsee als diese an den Stürmen der Ostsee beteiligt erscheint. Die Ostsee hat eben ein grosses Maass, ganze Kategorien von Sturmphänomenen für sich, die die Nordsee nicht berühren. Von 132 Sturmphänomenen der warmen Monate trafen nur 24, von 385 der kalten Monate nur 147 die Nordsee! Es gehörten entsprechend noch 80 bezgl. 169 den Gruppen I—III allein an. Diese Zahlen zeigen zugleich die durch grössere Ausbreitung der Sturmphänomene gekennzeichnete grössere Sturmthätigkeit des Winters.

§ 22. Die Ausbreitung der Sturmphänomene, unabhängig von ihrer Ost—West-Begrenzung. Nachdem in § 21 die Ausdehnung der nach Westen bezgl. nach Osten begrenzt aufgefassten Sturmphänomene nach Osten bezgl. nach Westen hin untersucht worden ist, gilt es jetzt zum Ausdruck zu bringen, und zwar in absoluten Zahlen wie in Prozenten, wie oft die über jedem Küstengebiet beobachteten Sturmphänomene zugleich ein anderes Gebiet der Küste getroffen haben. Aus den Zahlen der Tabelle VI ist zu diesem Zwecke

Tab. VII die Tabelle VII abgeleitet worden, die für die gleichen Jahresabschnitte getrennt in ihren Vertikal- oder Horizontalreihen angiebt, wie viele von der in einer solchen Reihe durch Klammerstellung gekennzeichneten Zahl von Sturmphänomenen des betreffenden im Kopf oder seitlich angegebenen Küstengebietes auch die anderen Küstengebiete getroffen haben; analog mit Tabelle VI sind die auf 2 Dezimalstellen berechneten mittleren Maximal-Phänomen-Windstärken beigefügt. Zugleich wurde durch Uebergang zu Prozentzahlen

Tab. VIII. Tabelle VIII berechnet, die in Prozenten darstellt, wie viele von 100 Sturmphänomenen der im Kopf angegebenen Gruppe auch die übrigen Küstengebiete berührt haben. Ein Vergleich der Zahlen der Tabelle VIII für die warme und die kalte Jahreszeit lässt sehr deutlich die ungleich grössere Verbreitung der Sturmphänomene in der kalten Jahreszeit hervortreten. Die Zahlen für die westliche und die mittlere Ostsee zeigen ferner, wie die östlich gelegenen benachbarten Küstengruppen weit öfter von den Sturmphänomenen jener Gruppen getroffen werden als die westwärts gelegenen, dass die westliche und die mittlere Ostsee also mehr an den spezifischen Ostsee-Sturmphänomenen als an den Phänomenen der Nordsee theilnehmen.

Häufigkeit des Auftretens der ein Küstengebiet treffenden (in Klammer gestellten) Sturmphänomene in den übrigen Sturmgebieten, nebst mittleren Maximum-Phänomen-Windstärken.

Tabelle VII.

		Mai bis August.									
Küstengebiet		VI/IX		IV/V		III		II		I	
Küstengebiet	VI/IX	(24)	2.25	22	2.25	20	2.40	11	2.91	6	3.17
	IV/V	22	2.32	(30)	2.06	42	2.19	27	2.48	16	2.50
	III	20	2.40	42	2.19	(108)	1.83	51	2.29	30	2.47
	II	11	2.91	27	2.48	51	2.29	(58)	2.26	32	2.41
	I	6	3.17	16	2.50	30	2.47	32	2.41	(41)	2.16
September bis April.											
Küstengebiet	VI/IX	(147)	2.71	124	2.88	128	2.91	99	3.17	80	3.29
	IV/V	124	2.88	(197)	2.56	168	2.77	129	3.02	111	2.95
	III	128	2.91	168	2.77	(306)	2.33	197	2.73	171	2.68
	II	99	3.17	129	3.02	197	2.73	(217)	2.61	158	2.78
	I	80	3.29	111	2.95	171	2.68	158	2.78	(209)	2.43

Prozentische Beteiligung der verschiedenen Küstengebiete an den Sturmphänomenen des im Kopf angegebenen Küstengebietes.

Tabelle VIII.

Küstengebiet	Mai bis August					September bis April				
	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I
VI/IX	(100)	44	19	19	14	(100)	63	42	46	38
IV/V	92	(100)	39	47	36	84	(100)	55	59	33
III	83	84	(100)	88	88	87	85	(100)	91	82
II	46	54	47	(100)	73	67	65	64	(100)	76
I	25	32	28	55	(100)	54	56	56	73	(100)

§ 23. Die Stärke der Sturmphänomene, abhängig von ihrer Ausbreitung. Tabelle VI zeigt weiter, dass in jeder Vertikalkolumne den über der betreffenden Küstengruppe allein auftretenden Sturmphänomenen die kleinste mittlere Sturmstärke zukommt, und eine Zunahme der mittleren Sturmstärken mit der grösseren Ost-Erstreckung der Sturmphänomene, mit einzelnen Ausnahmen beim Uebergang von der pommerschen zur preussischen Küste; solches Verhalten musste erwartet werden, da bei gleicher West-Erstreckung der Sturmphänomene die grössere Ausbreitung nach Osten hin im allgemeinen den stärkeren Sturm zur Voraussetzung

hat. Mit vereinzelt Ausnahmen findet sich daher auch dies Verhalten für die nach Westen hin aufgefasste Verbreitung der Sturmphänomene bestätigt.

Bei weitem die grössten mittleren Stärken kommen den Sturmphänomenen zu, die sich von der Nordsee bis nach dem Osten der Ostsee ausbreiten, während die auf Gruppe I—III beschränkten Phänomene bedeutend geringere Werthe zeigen. Daher kommt den die Nordsee treffenden Sturmphänomenen bei weitem die grösste mittlere Stärke zu, wobei aber zu beachten ist, dass die zu Mittel vereinigte Phänomen-Windstärken je die auf einer der getroffenen Gruppen erreichte grösste Gruppenwindstärke bedeuten, sodass die im Kopf der Tabelle VI angegebenen mittleren Stärken wohl als Maass für die relative Stärke der die Gruppen treffenden Phänomene gelten, nicht aber einen Ausdruck für die auf der betreffenden Gruppe selbst erreichte mittlere Stärke der Phänomene abgeben können. Ebenso zeigt Tabelle VII, dass in jeder Kolonne die kleinste mittlere Stärke der Gesamtheit der (in Klammer gestellten) Sturmphänomene zukommt und diese Zahlen mit wenigen Ausnahmen nach beiden Seiten dieses Minimums mit der Ausbreitung der Sturmphänomene zunehmen, diese Zunahme aber bedeutend stärker nach Westen als nach Osten hin auftritt, bedingt durch die grössere Schwere der von Westen kommenden Phänomene im Vergleich mit den übrigen.

Die mittleren Sturmphänomen-Windstärken ergeben bei dem Vergleich der Werthe für die beiden Jahreszeiten in Tabelle VI und VII mit vereinzelt Ausnahmen die grösseren Werthe für die kalte Jahreszeit und für diese als die grösste mittlere Stärke den sehr hohen Werth von 3.41 für die über die ganze Küste ausgebreiteten Phänomene, der den entsprechenden Werth 3.17 der warmen Monate nicht erheblich übersteigt. Als Ausnahme von der grösseren Stärke der Sturmphänomene der kalten Jahreszeit im Vergleich gegen die warme verdient nach Tabelle VI die für diese Jahreszeit hervortretende grössere Stärke der nur über die Gruppen I und II und die Gruppen III bis I ausgebreiteten Phänomene hervorgehoben zu werden, wonach diese spezifischen Stürme der östlichen Ostsee im Winter im Mittel schwächer als im Sommer aufgetreten sind, analog mit ihrer, in § 20 hervorgehobenen abweichenden kürzeren Dauer während der kalten Jahreszeit.

§ 24. **Verhältniss der Häufigkeiten gleich ausgebreiteter Sturmphänomene in der warmen und in der kalten Jahreszeit.** Da in den 8 kalten Monaten 385 Sturmphänomene gegen 132 in den 4 warmen Monaten gezählt wurden, so kamen in einem der kalten Monate September—April rund $1\frac{1}{2}$ mal mehr Sturmphänomene als in einem der übrigen Monate vor. Dividirt man die Zahlen der Tabelle VII durch einander und berücksichtigt ferner die ungleiche Länge der Zeitabschnitte, so erhält man in Tabelle IX das auf gleiche Zeiträume reduzierte Verhältniss der Sturmphänomene der kalten zur warmen Jahreszeit in seiner Abhängigkeit von der Ausbreitung der Sturmphänomene über die Küste. Die geringste Zunahme in der kalten Jahreszeit, nahezu dem Verhältniss aller Sturmphänomene entsprechend, zeigt die Zahl der die Insel Rügen und Umgebung treffenden Phänomene, sodann haben Gruppe II und IV/V etwa doppelt, Gruppe I $2\frac{1}{2}$ mal und die Nordsee im Winter 3 mal so viel Phänomene wie im Sommer anzuweisen. Es zeigt sich also, dass die Nordsee in den kalten Monaten nahezu doppelt so häufig von den Sturmphänomenen der Küste betroffen wird wie in der warmen Jahreszeit.

Tab. IX.

Verhältniss der Häufigkeiten von Sturmphänomenen der gleichen Ausbreitung über die Küstengebiete in der kalten und in der warmen Jahreszeit, reduziert auf gleiche Dauer.

Tabelle IX.

Küsten- gebiet	VI/IX	IV/V	III	II	I
VI/IX	(3.1)	2.8	3.2	4.5	6.7
IV/V	2.8	(2.0)	2.0	2.4	3.5
III	3.2	2.0	(1.4)	1.9	2.8
II	4.5	2.4	1.9	(1.9)	2.5
I	6.7	3.5	2.8	2.5	(2.1)

In jeder Kolonne von Tabelle IX nehmen die Zahlen fast ausnahmslos von dem der Gesamtheit zukommenden (eingeklammerten) Minimum nach beiden Seiten zu, entsprechend dem überall zu Tage tretenden Anwachsen der Ausbreitung der Phänomene während der kalten Jahreszeit. Besonders auffällig ist die Zunahme um das $4\frac{1}{2}$ fache für die von der Nordsee bis zur pommerischen, und um das mehr als $6\frac{1}{2}$ fache für die über die ganze Küste ausgebreiteten Phänomene.

II. Theil.

Das Ergebniss der Sturmwarnungen in den Jahren 1886 95.

Bezeichnet man allgemein 1) die Zahl der Fälle, wo bei einer sturmdrohenden Wetterlage ohne nachfolgenden Sturm gewarnt wurde mit c und wo nicht gewarnt wurde mit k , und 2) die Zahl der Fälle, wo bei nachfolgendem Sturm rechtzeitig gewarnt wurde mit a , wo gar nicht oder zu spät gewarnt wurde, oder wo ein Signal zu zeitig abgenommen wurde, der Reihe nach mit b , p und d , so stellen sich $k+a$ günstige und $c+p+b+d$ ungünstige Fälle heraus. Es würde sich somit der Erfolg des Sturmwarnungswesens unter vollständiger Berücksichtigung von Handeln und Unterlassen durch folgendes Verhältniss darstellen, in dem die durch das Unterlassen einer Warnung bedingten Grössen in Zähler und Nenner durch Klammerstellung gekennzeichnet sind: $\frac{a}{a+p+c} \frac{(+k)}{(+k+d+b)}$. Dieser Bruch lässt sich indessen nicht berechnen, da die Anzahl der Fälle k , wo bei sturmdrohender Wetterlage korrekter Weise nicht gewarnt wurde, offenbar den subjektiven Ermessen einen zu grossen Spielraum gewähren würde.

Da die Grösse k gegen die übrigen Grössen einen erheblichen Werth besitzt und somit zur Vergrösserung jenes Bruches beitragen wird, ihr Fortlassen demnach den wahren Werth des Erfolges vermindert, so wäre es unbillig, wollte man dann nicht auch gleichzeitig $b+d$ unterdrücken und sich mit dem Ausdruck $\frac{a}{a+p+c}$ als Ausdruck für den Sturmwarnungserfolg begnügen.

Dieser, somit nur den Erfolg nach den erlassenen Warnungen beurtheilende Ausdruck — durch Multiplikation mit 100 als Signalerfolgprozent oder kurz Signalerfolg zu bezeichnen — kann aber nun kein für die Praxis ausreichendes Urtheil über den Erfolg des Sturmwarnungswesens darstellen, da er insbesondere die ohne Warnung eintretenden Stürme nicht berücksichtigt.

Berechnet man andererseits den Erfolg des Sturmwarnungswesens aus den Sturmtagen durch den entsprechend gebildeten Ausdruck $\frac{a_1}{a_1+p_1+d_1+b_1}$, wo a_1 die Zahl der Sturmtage mit rechtzeitig gehisstem, p_1 diejenigen mit zu spät gehisstem, d_1 mit vorzeitig gesenktem Signal und b_1 die Zahl der übrigen Sturmtage ohne Signal bezeichnen, so berücksichtigt man diesmal die umsonst erlassenen Warnungen nicht, die ebenfalls für den praktischen Erfolg von grosser Bedeutung sind. Der gleiche Mangel haftet natürlich auch dieser Berechnungsweise an, wenn an Stelle der Sturmtage die Sturmphänomene eingestellt werden.

Die auf 100 Sturmwarnungen oder 100 Sturmtage bezgl. Sturmphänomene gegründeten Erfolgprocente, kurz als **Signal-** und **Sturmerfolg** zu bezeichnen, stehen offenbar in einem gewissen Gegensatze zu einander, durch den sie sich gegenseitig ergänzen. Zu häufiges Warnen, in der Absicht, möglichst wenige Stürme ungewarnt zu lassen, erhöht die auf Sturmtage gegründeten Trefferprocente und vermindert den Signalerfolg in Folge der Zunahme der Fälle von umsonst erlassenen Warnungen, während ein verhältnissmässig seltenes Warnen durch Verminderung dieser Fehlwarnungen den Signalerfolg erhöhen und den Sturmerfolg durch eine Steigerung der ungewarnten Stürme verkleinern muss.

Die richtige Beurtheilung des Erfolges des Sturmwarnungswesens erfordert somit wegen der Unmöglichkeit der Ermittlung eines an sich allein ausreichenden Ausdruckes die Berechnung zweierlei sich ergänzender Erfolgprocente, des Signal- und des Sturmerfolges. Auch für die Praxis giebt der Sturmerfolg allein keinen genügenden Anhalt zur Beurtheilung, da die darin nicht zum Ausdruck gelangende Häufigkeit von umsonst erlassenen Warnungen von sehr grosser Wichtigkeit für die Beurtheilung des praktischen Erfolges des Sturmwarnungswesens ist.

Da die Feststellung von besonderer Wichtigkeit ist, wie weit die Stürme der verschiedenen Stärken an dem Erfolge der Sturmwarnungen betheiligt sind, und welche Erfolgprocente den Stürmen der verschiedenen Richtungen zukommen, so ist bei der Berechnung der auf die Sturmtage und die Sturmphänomene gegründeten Trefferprocente die Trennung nach Richtung und Stärke der Stürme durchgeführt worden.

Ferner ist wegen des von Mitte September bis Ende April in der III. Abtheilung bestehenden Abenddienstes und der Möglichkeit seiner Beeinflussung des Erfolges der Sturmwarnungen hier durchweg eine Trennung nach den Jahresabschnitten September April und Mai/August durchgeführt worden.

A. Das Ergebniss der Sturmwarnungen in den Jahren 1886 95 unter Zugrundelegung der Sturmtage.

In der Tabelle E. des Anhangs sind unter *A* die Sturmtage mit rechtzeitig gehisstem Signal bezeichnet und unter *B* diejenigen Sturmtage zusammengefasst, an denen das Signal zu spät gehisst oder in Folge telegraphischer Anweisung zu zeitig gesenkt worden war, oder eine Warnung überhaupt nicht erfolgt war. Eine Trennung dieser Fälle *B* hätte zu weit geführt, lag auch nicht im Interesse der dem Verfasser vorliegenden Aufgabe und es erschien insbesondere auch gerechtfertigt, die Fälle von verspäteten Signalen im grossen und ganzen als verfehlt zu rechnen und ihren Werth nicht nach dem gewöhnlichen Gebrauch als halben Erfolg in Rechnung zu stellen, wenn auch in vielen solchen Fällen manche Station immerhin noch rechtzeitig gewarnt worden sein wird.

Tab. E.

§ 25. Die Abhängigkeit der auf die Sturmtage gegründeten Trefferprocente von der Stärke der Stürme. Ans den Zahlen der Tab. E. sind für die verschiedenen Küstengebiete für die beiden Jahresabschnitte und das Jahr getrennt die Trefferprocente $100A : A + B$ je für alle Sturmtage der gleichen Gruppenwindrichtung und der gleichen Gruppenstärke, wie für die Gesamtheit der Sturmtage berechnet und in Tabelle F. des Anhangs zusammengestellt worden, und es wurden hier auch die entsprechenden Resultate für die drei Gruppen IX, VIII und VI/VII der Nordsee mitgetheilt. Für die verschiedenen Gruppenwindrichtungen wurden die Erfolgprocente ausserdem noch für die Sturmtage der Gruppensturmstärke 1 bis 5, also mit Fortlassung der schwächsten Stürmerscheinungen aufgeführt, da, wie mehrfach betont worden ist, die Warnung dieser leichtesten Phänomene wesentlich nicht zur Aufgabe des Sturmwarnungswesens gehört, bezw. gehören kann. In der Tabelle F. und den späteren Procenttabellen bedeutet ein —, dass keine Beobachtung vorlag, und die Einklammerung einer Zahl, dass höchstens zwei Beobachtungen vorlagen.

Tab. F.

Übersieht man die nach Gruppenstärken geordneten Erfolgprocente zunächst für die warme Jahreszeit, so tritt im allgemeinen eine Zunahme des Erfolges mit wachsender Stärke auf, die Trefferprocente überschreiten jedoch nur vereinzelt 50% und erscheinen im ganzen recht unbefriedigend; am schlimmsten ist hier die preussische Küste dran, wo der Erfolg für die einzelnen Stärken kaum $\frac{1}{4}$ überstieg.

Für die kalte Jahreszeit finden wir wesentlich andere und vielfach befriedigendere Resultate, indem hier für die Sturmtage der Gruppenstärken 1—5 die Trefferprocente meist zwischen 60—80% schwanken. Für die schwersten Stürme beträgt der Erfolg mit einer Ausnahme 100%, und recht erhebliche Trefferprocente kommen noch den mässigen bis starken Stürmen der Gruppenstärken 2—4 zu; auch noch die schwachen Stürme der Gruppenstärke 1, die in Tabelle F in zwei Unterabtheilungen zerlegt erscheinen, hatten an der Nordsee 73%, der westlichen Ostsee 64% und der pommersehen Küste 57% rechtzeitig gewarnte Sturmtage. Tabelle F. lässt erkennen, dass die Verminderung des Gesamterfolges der Warnungen der kalten Jahreszeit, der im Osten gegen den Westen hervortritt, wesentlich den leichten Stürmen zur Last fällt.

Dass auch der weit erheblichere Theil aller Stürme im Jahre von mässiger Stärke aufwärts rechtzeitig gewarnt worden ist, zeigen die nach Gruppenstärken geordneten Trefferprocente für das Jahr, wonach den schwersten Stürmen meist 100%, den Sturmtagen der Gruppenstärke 4 60—88%, der Gruppenstärke 3 69—91%, der Gruppenstärke 2 55—88% rechtzeitige Warnungen zukamen und auch die schwachen Stürme an den westlichen Küsten theilen in mehr als der Hälfte der Fälle mit Erfolg gewarnt wurden. Die Erfolgprocente nehmen mit Wachsen der Gruppenstärke an der Nordsee bis zur Gruppenstärke 2, der Ostsee bis Gruppenstärke 3 zu, zeigen dann eine kleine Abnahme und weiterhin die höchsten Werthe für die schwersten Stürme.

In wie weit ein solches Anwachsen des Erfolgprozents schon bei den ganz leichten bis mässigen Stürmen hervortritt, ist in Tabelle F. durch Einführung von Unterabtheilungen für die Gruppenstärke 1 besonders zum Ausdruck gebracht worden, indem diese Sturmtage in zwei Unterabtheilungen getrennt erscheinen, abhängig von der in der Tabelle angegebenen wachsenden Anzahl (*k*, *l*, *n*) von Stationen, die einen stürmischen Wind beobachtet hatten. Für die kalte Jahreszeit und das Jahr wachsen auch diese Erfolgprocente der 4 Kategorien von leichten bis mässigen Stürmen fast ausnahmslos mit der Zunahme der stürmischen Winde und meist auch in der warmen Jahreszeit.

**

§ 26. Die Abhängigkeit der auf die Sturmstage gegründeten Trefferprozente von der Richtung der Stürme. Die Tabelle E. lässt erkennen, dass von den mässigen und stärkeren Stürmen die auf der Ostseite der Windrose auftraten oder auch über N oder S in die benachbarten W-Quadranten übergriffen, von den Sturmtagen der Gruppenrichtungen (32) bis (16), in den warmen Monaten nur sehr wenige rechtzeitig gewarnt wurden und dass auch in den kalten Monaten eine verhältnissmässig grosse Zahl von ihnen garnicht oder verspätet gewarnt worden ist. Wegen der geringen Zahl dieser Sturmstage kommt den für sie in Tabelle F. mitgetheilten Prozentzahlen für die warme Jahreszeit wenig weitere Bedeutung zu, als dass sie wenig Erfolg andeuten und immerhin erkennen lassen, wie der den Stürmen aus diesen Richtungen zukommende Warnungserfolg in der kalten Jahreszeit zunimmt. Für die Monate September—April zeigen die Sturmstage der Gruppenrichtungen (4) bis (12) aber auch noch meist unbefriedigende Trefferprozente, während die an einen Sturmstage zugleich in den beiden nördlichen Quadranten auftretenden Stürme stellenweise schon mehr befriedigen, und die in den beiden südlichen Quadranten gleichzeitig auftretenden Stürme hohe Prozentzahlen aufweisen.

Der grössere Erfolg kommt in beiden Jahreszeiten den Stürmen der Westseite der Windrose zu; er erreicht oder übersteigt auch in der warmen Jahreszeit nur für die SW-Sturmstage an der Nordsee, westlichen und mittleren Ostsee und für die (24) Sturmstage an der westlichen Ostsee und der pommerischen Küste 50%, während er für die NW-Sturmstage in der warmen Jahreszeit durchweg unter 45% bleibt. Anders in den kalten Monaten: Hier übersteigt der Erfolg für alle Sturmstage der Grössenstärken 1—5, die Stürmen aus den W-Quadranten oder solchen, die in den SE-Quadranten übergreifen, angehören, 70% und steigt bis 90%, mit Ausnahme der preussischen Küste, die für die Sturmstage der Gruppenrichtung (24) etwas ungünstigere Zahlen hat, und der Ostsee für die NW-Sturmstage.

§ 27. Die Vertheilung des nach den Sturmtagen beurtheilten Warnungserfolges auf die Küstengebiete. Wenn man von den leichtesten Stürmen und den für die drei Nordseegruppen gegebenen Zahlen absieht, hatte im Sommer die westliche Ostsee den grössten Erfolg mit 56% und den bei weitem kleinsten, 23%, die preussische Küste, während die Nordsee mit 33% an vorletzter Stelle auftrat. Wesentlich andere Verhältnisse treten für die kalte Jahreszeit auf, für die die Nordsee den grössten, 78% betragenden, Erfolg hatte, und nächstdem die westliche Ostsee 75%, Gruppe II 68%, und die preussische Küste wie Rügen je 59% aufzuweisen hatten. Die gleiche Reihenfolge nach dem Erfolge der Warnungen tritt natürlich auch im Jahre auf, da bei weitem der grösste Theil der Sturmstage auf die Monate September bis April fällt.

In wie weit die verschiedenen Richtungen und Stärken der Stürme an der hier im Durchschnitt aller Sturmstage hervortretenden Vertheilung der Erfolgprozente längs der Küste theilhaftig sind, ist in den vorangegangenen §§ besprochen worden. Um jedoch ein anschaulicheres Bild zu gewinnen, sind die den Sturmtagen zu Grunde gelegten 8 Gruppenrichtungen in Tabelle X. auf 4 reduzirt worden, indem die den Gruppenrichtungen (32), (8), (16) und (24) zukommenden Sturmstage zu gleichen Theilen den durch sie dargestellten Quadranten zugerechnet wurden, wodurch ein annähernd richtiges Resultat erzielt werden musste. Tabelle X. stellt die absolute wie die prozentische Häufigkeit der Sturmstage und die erzielten Trefferprozente somit für die 4 Quadranten dar.

Diese Tabelle legt recht charakteristisch dar, mit welchem geringeren Erfolg in der kalten Jahreszeit und entsprechend im Jahre, die Stürme der beiden E-Quadranten an den Gruppen I—III gewarnt wurden, wie dieser Erfolg an der westlichen Ostsee und der Nordsee ein grösserer, etwa 50—60% betragender, war und an der ganzen Küste erheblich gegen den Warnungserfolg für die Sturmstage aus den W-Quadranten zurücktrat; soweit die geringe Häufigkeit der Sturmstage der östlichen Quadranten in der warmen Jahreszeit die Beurtheilung zulässt, liegen die Verhältnisse auch hier ganz ähnlich, bis auf den erheblichen Unterschied, dass die Sturmstage der westlichen Quadranten in der kalten Jahreszeit meist einen recht befriedigenden Erfolg zeigten. Der den Stürmen der SW-Quadranten zukommende Warnungserfolg überwiegt wesentlich den der NW-Stürme und bedingt, in Folge der starken Zunahme dieser Stürme und der Prozent-Abnahme der SW-Stürme im Osten, wesentlich den geringeren mittleren Erfolg, den wir in der kalten Jahreszeit für die mittlere und östliche Ostsee zu verzeichnen haben, der auch als eine Folge des, den östlichen Stürmen hier zukommenden, relativ grossen Misserfolges der Warnungen auftritt.

Tab. X.

Tabelle X. Vertheilung der Sturmtage 1886/95 und der auf diese gegründeten Trefferprocente auf die Quadranten der Windrose.

Wind- quadrant	Häufigkeit der Sturmtage 1886/95 (Gruppenstärke 1—5)										Trefferprocente für diese Sturmtage				
	absolut					prozentisch									
	Küstengebiet					Küstengebiet					Küstengebiet				
	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I
1) Mai bis August															
NE	0.5	4.5	16.5	7.5	4.5	2	7	10	9	7	(100)	67	24	0	0
SE	0.5	1	3	0.5	1	2	2	2	1	2	(100)	(50)	17	(0)	(0)
SW	16	27	51.5	32.5	22.5	53	41	33	38	34	41	67	50	48	31
NW	13	33.5	87	45.5	38	43	51	55	53	58	19	46	36	34	21
2) September bis April															
NE	16.5	30	95.5	52.5	41	9	11	21	18	14	64	50	28	45	37
SE	17	25.5	50	6	13.5	9	9	11	2	5	56	65	34	42	26
SW	99.5	149	177	134	120.5	52	55	38	45	42	85	85	79	78	70
NW	57	65.5	138.5	107.5	111	50	24	30	36	39	78	69	64	67	69
3) Jahr															
NE	17	34.5	112	60	45.5	8	10	18	16	13	65	52	28	39	33
SE	17.5	26.5	53	6.5	14.5	8	8	9	2	4	57	64	33	38	24
SW	115.5	176	228.5	166.5	143	52	52	37	43	41	79	82	72	72	64
NW	70	99	225.5	153	149	32	29	36	40	42	67	62	53	58	50

B. Das Ergebniss der Sturmwarnungen unter Zugrundelegung der Sturmphänomene.

Bei Gründung der Berechnung des Erfolges der Sturmwarnungen auf die Sturmtage begegnen uns noch folgende Bedenken, die fortfallen, wenn man die Sturmphänomene zu Grunde legt.

Einmal ist zu beachten, dass es bei der Handhabung des Sturmwarnungsdienstes an der Deutschen Seewarte meist als Regel galt, nach Eintritt eines nicht gewarnten Sturmes kein Hissen der Signale für die betroffenen Küstentheile mehr zu veranlassen, ausgenommen in solchen Fällen, wo eine wesentliche Verschärfung des Sturmes oder sein Umgehen nach einer der Küste gefahrvolleren Richtung zu erwarten stand, und andererseits muss berücksichtigt werden, dass jede Warnung nur als für den folgenden Tag bestehend angesehen wird, ausgenommen bei dem Fortbestehen stürmischer Witterung an dem folgenden Abend oder bei einer zu dieser Zeit durch die bestehende Witterung gegebenen Aussicht auf stürmisches Auffrischen der Winde. Wenn demnach an mehreren aufeinander folgenden Sturmtagen das Signal nicht gegangen hat, so darf dieser Misserfolg nur als ein einziger angesehen und daher zahlenmässig nicht so hoch veranschlagt werden wie der Erfolg des Sturmwarnungswesens, wenn an einer gleich langen Reihe von Sturmtagen durch wiederholte Anweisungen, die Signale hängen zu lassen, für das Hängen der Signale Sorge getragen wurde.

Des Weitern dürfte zu beachten sein, dass es für die Praxis allein darauf ankommt, ob ein Sturm rechtzeitig gewarnt worden ist, und dass es für diese wesentlich gleichgültig ist, ob das rechtzeitig gehisste Signal während der ganzen Dauer des Sturmes hängen bleibt oder nicht.

Daher erscheint eine auf die Sturmphänomene gegründete Beurtheilung des Warnungserfolges ein für die Praxis richtigeres Resultat als die Basirung auf Sturmtage zu versprechen.

Tabelle G. des Anhangs enthält für die warme und die kalte Jahreszeit und die Küstengebiete getrennt die Zahl der Sturmphänomene, gesondert nach ihrer Richtung und den, während der Sturmphänomene über dem betreffenden Küstengebiete erreichten grössten Gruppenwindstärken; am Rande rechts und unten finden sich die Fälle von nicht gewarnten (B'), zu spät gewarnten (P) und von rechtzeitig gewarnten Sturmphänomenen (A), nebst deren Gesamtzahl $B' + P + A$ und dem Erfolgprozent ($\% A$) $100 A : A + B' + P$.

Tab. G.

§ 28. **Vergleich der auf Sturmtage und Sturmphänomene gegründeten Erfolgprozente.** Ein Vergleich der Tabelle G. mit den auf Tabelle F. aus den Sturmtagen ohne Gruppenstärke 0 abgeleiteten Trefferprozenten liefert das merkwürdige Ergebniss, dass die auf Sturmphänomene gegründeten Trefferprozente für die kalte Jahreszeit an der Nordsee um 4, an der Ostsee um je 3 Einheiten kleiner sind und für die warme Jahreszeit, dass sie für Gruppe III um 9, für Gruppe I um 5 Einheiten kleiner als die aus den Sturmtagen abgeleiteten und diesen im übrigen gleich sind — eine im Ganzen sehr auffallende Uebereinstimmung, deren Gleichmässigkeit nicht leicht zu erklären sein dürfte.

Die zweierlei Trefferprozente der Tabelle G. und F. können für die verschiedenen Gruppenstärken und -Richtungen nicht in Vergleich gesetzt werden, da bei dem Zusammenfassen von Sturmtagen zu Sturmphänomenen eine Verschiebung stattfindet.

§ 29. **Die aus Sturmphänomenen berechneten Trefferprozente für die verschiedenen Theile der Küste in ihrer Abhängigkeit von Richtung und Stärke der Phänomene, wie von der Jahreszeit.** Den grössten Erfolg weisen im Winter die Warnungen für die reinen SW-Phänomene, von Westen nach Osten hin von 88 bis 73% abnehmend, auf und in zweiter Linie die den beiden W-Quadranten zugleich angehörigen Sturmphänomene, deren Warnungserfolg, mit Ausnahme von 59%, an der preussischen Küste, auch durchweg 72% oder mehr beträgt, den nächstgrössten die den beiden südlichen Quadranten gleichzeitig angehörigen Sturmphänomene. Erheblich geringer ist der Erfolg im Winter für die reinen NW-Phänomene, der an der westlichen und mittleren Ostsee unter 50% liegt; für die übrigen Sturmphänomene ist die Auswerthung des Warnungserfolges wegen der verhältnissmässig geringen Zahl der Erscheinungen unsicher, doch ist derselbe nur als klein zu veranschlagen.

Für die warme Jahreszeit ist der Erfolg ganz erheblich geringer und fast durchweg als recht ungünstig zu bezeichnen und ist wie in der kalten Jahreszeit für die reinen SW- und die in beiden W-Quadranten zugleich auftretenden Phänomene am grössten.

Die für die verschiedenen Phänomen-Sturmstärken berechneten Erfolgprozente zeigen in der kalten Jahreszeit die geringsten Werthe durchweg für die schwächsten Stürme der Phänomen-Sturmstärke 1 und nächst den für die allerschwersten Stürme meist 100% betragenden Werthen die grössten Werthe für die Stärken 2 und 3. Für die Phänomen-Sturmstärken 2—5 wurden im Mittel an der Nordsee 84%, der westlichen Ostsee 81%, der pommerischen Küste 73% und der preussischen Küste wie der Insel Rügen 66% rechtzeitig gewarnter Sturmphänomene für den Winter erhalten. Für die warme Jahreszeit lieferten die Sturmphänomene der kleinsten Stärke auch durchweg die kleinsten Erfolgprozente, doch blieben diese auch für die höheren Stärkegrade meistens unter 50% und erreichten in der warmen Jahreszeit nur für die Phänomene der Sturmstärke 2 an der westlichen Ostsee mit 80% einen ansehnlichen Werth.

C. Das Ergebniss der Sturmwarnungen unter unmittelbarer Zugrundlegung der erlassenen Sturmwarnungen — der Signalerfolg.

Tab. XI. In Tabelle XI finden wir für die warme, die kalte Jahreszeit und das Jahr, wie für die Küstengebiete getrennt, zusammengestellt: Die Anzahl der rechtzeitigen Anordnungen zum Hissen der Signale (h), der erfolgreichen Anordnungen zum Hängenlassen der Signale (r) und in entsprechender Bezeichnung die Fälle (h^p , r^p), in denen nur ein Sturm der Gruppenstärke 0 folgte, die Fälle h_p und h_p^p , wo die Anordnung zu spät erfolgte und die Fälle h_v , r_v , wo keine Stürme nach der Warnung eintraten bezw. fortdaueren.

Tab. XII. Tabelle XII enthält eine Zusammenstellung der aus Tabelle XI berechneten Erfolgprozente, getrennt für die Anweisungen zum Hissen der Signale (h) wie zu deren Verlängerung (r) und für die Gesamtheit dieser Anweisungen ($h+r$).

§ 30. **Der Signalerfolg für die verschiedenen Küstengebiete in den beiden Jahreszeiten und im Jahr.** Für die warme Jahreszeit waren die Anordnungen zum Hissen durchweg mit mehr als 50% erfolgreich und mit 78% am günstigsten an der westlichen Ostsee, nächst dem mit 65% auf Gruppe III; hier kam den Anweisungen zur Verlängerung der Signale der geringste Erfolg mit 33% zu, während dieser sonst 50—56% betrug, bis auf die preussische Küste, wo 100% erreicht wurden. Die Gesamtheit der Anweisungen hatte meist in der warmen Jahreszeit 53—55% Erfolg, doch für die Insel Rügen und Umgebung 61% und für die westliche Ostsee 74%.

Anzahl der Anordnungen zum Hissen und zur Verlängerung der Signale, die rechtzeitig (h , v), oder verspätet (h_p), oder umsonst (h , v) erlassen wurden,
Tabelle XI.

wobei die Fälle des Eintritts eines der leichten Stürme, durch den Index * gekennzeichnet, besonders gezählt wurden.

Küsten- gebiet	Mai bis August								September bis April								Jahr							
	h	v	h^*	v^*	h	v	h_p	h_p^*	h	v	h^*	v^*	h	v	h_p	h_p^*	h	v	h^*	v^*	h	v	h_p	h_p^*
VI/IX	9	2	11	4	11	5	5	0	95	27	76	17	59	28	13	7	104	29	87	21	70	33	18	7
IV/V	28	2	7	3	3	4	6	1	130	33	47	15	39	20	23	6	158	35	54	16	42	24	29	7
III	33	3	4	0	5	6	15	0	158	46	38	2	43	24	34	4	191	49	42	2	48	30	49	4
II	21	1	5	1	10	2	11	0	123	34	23	8	57	13	26	2	144	35	26	9	67	15	37	2
I	9	2	11	1	9	0	5	5	113	29	55	20	22	5	29	7	122	31	66	21	31	5	34	12

Auf Sturmwarnungen gegründete Erfolgsprozente (Signalerfolg)

die durch die Anordnungen zum Hissen (h), zum Hängenlassen der Signale (v) und im Ganzen ($h+v$) erzielt wurden.

Tabelle XII.

Küsten- gebiet	Mai bis August			Sept. bis April			Jahr		
	(h)	(v)	($h+v$)	(h)	(v)	($h+v$)	(h)	(v)	($h+v$)
VI/IX	56	55	55	68	61	67	67	60	65
IV-V	78	56	74	72	70	72	73	68	72
III	65	33	61	71	67	70	70	63	68
II	53	50	53	63	76	66	62	75	64
I	51	100	55	74	91	78	71	91	75

In der kalten Jahreszeit sind die Erfolgsprozente meist und erheblich höher. An das Hissen der Signale knüpfte sich an der pommerischen Küste der geringste Erfolg mit 63%, dann folgten die Nordsee mit 68% und die übrigen Küstengebiete mit 70% übersteigenden Werthen, die preussische Küste am günstigsten mit 74%. Die Anweisungen zur Verlängerung der Signale hatten den geringsten Erfolg ebenfalls mit 61% an der Nordsee, dann 67—76% an dem mittleren Theile der Küste und weitaus den höchsten Werth, wie in der warmen Jahreszeit, an der preussischen Küste mit 91%. Hier war daher der Gesamterfolg der Warnungen der kalten Jahreszeit mit 78% am grössten, gegenüber 70—72% für die Gruppen IV-V und III und 66—67% für die Gruppe II und die Nordsee.

Für das Jahr zeigt sich der geringste Erfolg beim Hissen der Signale an der pommerischen Küste, nächst dem an der Nordsee, wo auch für die Verlängerung der Signale der geringste Erfolg erzielt wurde, während das Hissen an der westlichen Ostsee und der preussischen Küste, die Verlängerung an den beiden östlichen Küstengebieten am erfolgreichsten war.

Die Gesamtheit aller Anordnungen zum Hissen und zur Verlängerung der Signale ergibt das Resultat, dass die Warnungen für die Nordsee fast am ungünstigsten gewesen sind, da hier 65% und an der pommerischen Küste 64% als die niedrigsten Erfolgsprozente gefunden wurden, während weiterhin der Insel Rügen 68%, der westlichen Ostsee 72% und der grösste Erfolg von 75% der preussischen Küste zukam. Dieses Ergebniss steht in scharfem Gegensatze zu demjenigen, das sich auf die den Sturmtagen und Sturmphänomenen zukommenden Trefferprozente stützte, wie nach den obigen Ausführungen in mehr oder weniger stark ausgeprägtem Grade zu erwarten war.

§ 31. **Antheil der Sturmtage der Gruppenstärke 0 am Signalerfolg.** Um den Antheil der leichtesten Sturmtage der Gruppenstärke 0 an der Gesamtheit der erlassenen erfolgreichen Warnungen zu ermitteln, wurden unter Benutzung von Tabelle XI die Verhältnisse der für die leichtesten Stürme erfolgreichen Fälle $h_0 + v_0$ zur Gesamtheit der erfolgreichen Warnungen $h_0 + v_0 + h + v$ berechnet. Diese finden sich in Tabelle XIII für die Jahreszeiten und das Jahr zusammengestellt nebst den entsprechenden Prozentzahlen, die die Häufigkeit der Sturmtage der Gruppenstärke 0 im Vergleich zur Gesamtheit der Sturmtage darstellen. Es zeigt sich, dass in naher Uebereinstimmung für die Jahreszeiten und das Jahr für die pommerische Küste und die Insel Rügen nebst Umgebung der Antheil der leichtesten Stürme an der Zahl der rechtzeitig gewährten Stürme ca. 16% und an der westlichen Ostsee ca. 26% betragen hat, und dass hiernach diese Betheiligung

Tab. XIII

nur etwa halb so gross war wie das entsprechende procentische Vorkommen dieser Sturmstage der Gruppenstärke 0; für die Nordsee und die preussische Küste war die Betheiligung der rechtzeitig gewarnten leichtesten Stürme an Signalerfolg grösser und besonders im Sommer, wo sie mit 58 bzgl. 52% vertreten waren gegen 73 bzgl. 64% dieser leichtesten Stürme unter der Gesamtheit der Sturmstage. Jedenfalls lehren diese Zahlen, dass auch die Berechnung des Erfolges der Warnungen, wenn man diese direkt zu Grunde legt, die Zunahme des Erfolges mit wachsender Gruppenstärke zum Ausdruck bringt.

Prozentische Betheiligung der Stürme der Gruppenstärke 0 an dem Sturmwarnungserfolg (α) und ihr procentischer Antheil an der Gesamtheit der Sturmstage (β).

Tabelle XIII.

Küsten- gebiet	α			β		
	Mai—Aug.	Sept.—April	Jahr	Mai—Aug.	Sept.—April	Jahr
VI/IX	58	43	45	73	58	61
IV/V	25	27	27	58	49	51
III	10	16	15	35	30	31
II	15	16	16	26	32	31
I	32	35	36	64	59	60

§ 32. Der Einfluss der verspäteten und der verfehlten Warnungen auf den Warnungserfolg. Um darzulegen, wie weit eine Verspätung der Warnungen und der Erlass von solchen ohne nachfolgenden Sturm am Misserfolge der Sturmwarnungen beteiligt waren, wurden aus Tabelle XI die Verhältnisse $100(h_p + h_v) : \Sigma(h)$ und $100(h + v) : \Sigma(h) + \Sigma(v)$, wo $\Sigma(h)$ und $\Sigma(v)$ die Anordnungen zum Hissen und zur Verlängerung der Signale bedeuten, berechnet und in Tabelle XIV zusammengestellt. Hiernach wurden verfehlte Warnungen (ohne folgenden Sturm) procentisch in der warmen Jahreszeit theils häufiger, theils weniger oft als in der kalten Jahreszeit erlassen; im Jahre hatten die westliche und mittlere Ostsee ca. 19%, die pommersche Küste ca. 24%, die Nordsee 28% und die preussische Küste mit 11% am wenigsten verfehlte Warnungen. Die verspäteten Warnungen kamen dagegen charakteristischer Weise in der warmen Jahreszeit weit häufiger vor als in der kalten, in ersterer an der Nordsee und westlichen Ostsee bei ca. 15%, für die übrigen Gebiete bei ca. 25% der Anordnungen zum Hissen der Signale, in der kalten Jahreszeit an der Nordsee nur in 8% und an der Ostsee in 12—16% der Fälle. Im ganzen Jahre war die procentische Betheiligung der verspäteten Warnungen mit 9% am kleinsten für die Nordsee und am grössten mit 17% an der preussischen Küste, wo verspätete Warnungen procentisch demnach doppelt so häufig als an der Nordsee, doch wenig häufiger als an der übrigen Ostsee vorkamen.

Tab. XIV.

Prozentische Betheiligung der umsonst und der zu spät erlassenen Warnungen an der Gesamtheit der Warnungen.

Tabelle XIV.

Küsten- gebiet	Fehlwarnungen (%)			Verspätete Warnungen (%)		
	Mai—Aug.	Sept.—April	Jahr	Mai—Aug.	Sept.—April	Jahr
VI/IX	34	27	28	14	8	9
IV/V	13	19	18	16	12	13
III	17	19	19	26	14	16
II	24	24	24	24	12	14
I	21	10	11	26	16	17

D. Der Erfolg des Sturmwarnungswesens unter Berücksichtigung der auf Sturmstage und der auf Sturmwarnungen basirten Trefferprocente.

Tab. XV.

Stellen wir in Tabelle XV die auf die Sturmstage aller Gruppenstärken und die auf die Sturmwarnungen basirten Erfolgprocente für die Jahreszeiten und das Jahr nebeneinander, so lassen die hervortretenden Gegensätze scharf erkennen, wie einseitig ein Urtheil anfallen müsste, das den Erfolg des Sturmwarnungswesens nur auf Grundlage der einen oder der anderen Erfolgzziffer bemessen wollte.

Der Gegensatz der beiderlei Werthe tritt besonders in den für die warme Jahreszeit gefundenen grossen Unterschieden der entsprechenden Erfolgswahlen, in deren Verminderung beim Uebergang zur kalten Jahreszeit und in dem vielfachen gegensätzlichen Verhalten der beiden Erfolgprozente bei ihren Aenderungen von einem Küstengebiete zum anderen, zumal bei dem Vergleiche des Westens und des Ostens hervor.

Tabelle XV. Trefferprozente nach Sturmtagen (0—5) (α) und Sturmwarnungen (β).

Küsten- gebiet	Mai—August		Sept.—April		Jahr	
	α	β	α	β	α	β
VI IX	28	55	64	67	57	65
IV V	38	74	60	72	55	72
III	29	61	53	70	47	68
II	33	53	59	66	54	64
I	21	55	42	78	38	75

§ 33. Der Gegensatz der Sturmwarnungen der warmen und der kalten Jahreszeit. Nach Tabelle XV betrug in der warmen Jahreszeit der nach Sturmtagen berechnete Erfolg nur 21—38%, dagegen der Signalerfolg 53—74%, ein erheblicher Gegensatz, der uns in den entsprechenden Zahlen für die kalte Jahreszeit, wesentlich vermindert, mit nämlich 42—64% gegenüber 66—78% begegnet.

Beide Erfolgprozente steigen von der warmen zur kalten Jahreszeit an, doch der auf Sturmwarnungen basirte Erfolg in weit geringerem Grade. Sie ändern sich beim Uebergang von einer Jahreszeit zur andern in dem gleichen Sinne, nicht in dem entgegengesetzten, wie solches *et. par.* zu erwarten sein würde; es besteht eben ein wesentlicher Unterschied zwischen den Warnungen der kalten und der warmen Jahreszeit in dem verschiedenen Grade der Schwierigkeit, die die Prognostirung der Stürme verursacht.

Stellen wir in Tabelle XVI die Zahlen der nicht gewarnten Sturmphänomene und der Fehlwarnungen, nebst deren Gesamtzahlen und jene als Prozentwerthe ausgedrückt, zusammen, so sehen wir, dass bei annähernd gleich vielen und sogar mehrfach erheblich weniger procentischen Fehlwarnungen der kalten Jahreszeit im Vergleich mit der warmen gleichwohl die Prozentzahlen der ungewarnten Sturmphänomene der kalten Jahreszeit erheblich geringer als in der warmen Jahreszeit waren.

Tab. XVI.

Tabelle XVI. (Zehnjährige Werthe.)

Küsten- gebiet	Mai—August				Sept.—April				Jahr				Prozentische Häufigkeit					
	Sturmphän.		Warnungen		Sturmphän.		Warnungen		Sturmphän.		Warnungen		Mai—August		September—April		Jahr	
	nicht gewarnt	(über- haupt)	Fehl- warn. (über- haupt)	(über- haupt)	nicht gewarnt	(über- haupt)	Fehl- warn. (über- haupt)	(über- haupt)	nicht gewarnt	(über- haupt)	Fehl- warn. (über- haupt)	(über- haupt)	Ungew. Sturmphän.	Fehl- warnungen	Ungew. Sturmphän.	Fehl- warnungen	Ungew. Sturmphän.	Fehl- warnungen
VI IX	11	(24)	16	(47)	27	(147)	87	(322)	38	(171)	103	(369)	46	34	18	27	22	28
IV V	17	(50)	7	(54)	37	(197)	59	(311)	54	(247)	66	(365)	34	13	19	19	22	18
III	62	(108)	11	(66)	101	(306)	67	(349)	163	(414)	78	(415)	57	17	33	19	39	19
II	26	(58)	12	(49)	53	(217)	70	(286)	79	(275)	82	(355)	45	24	24	24	29	24
I	32	(44)	9	(42)	62	(209)	27	(280)	94	(253)	36	(322)	73	21	30	10	37	11

Es besteht hiernach eine klar zu Tage tretende grössere Sicherheit bei der Warnung der Stürme während der kalten als während der warmen Jahreszeit, die sich auch in Tabelle XIV durch die meist erheblich grösseren Prozentzahlen der verspäteten Warnungen für die warmen Monate ausspricht.

Wenn wir die Zahlen von Tabelle XVII betrachten, die uns angeben, wie viel Sturmwarnungen auf ein Sturmphänomen kamen, so zeigt sich auch hier ein erheblicher Unterschied zwischen den Jahreszeiten, indem, mit Ausnahme der Nordsee, in der warmen Jahreszeit im Verhältniss zu den Sturmphänomenen erheblich weniger Sturmwarnungen erlassen wurden.

Tab. XVII.

Auch hierin spricht sich keineswegs eine prinzipielle andere Handhabung des Sturmwarnungsdienstes in der warmen Jahreszeit aus, sondern lediglich die grössere Schwierigkeit der Sturmwarnungen.

Die Sturmphänomene des Sommers entwickeln sich viel plötzlich als die der kalten Jahreszeit; unvernuthete Druckumlagerungen und unvorhergesehene Intensitätsänderungen treten hier weit häufiger als

im Winter auf. Und grade die schwersten Stürme der warmen Jahreszeit, die bei hohem Druck über Südosteuropa im Gefolge eines anscheinend ganz harmlosen vom Kanal nach der Nordsee gewanderten Minimums, das sich hier plötzlich energisch vertieft und dann als intensiver Sturmwirbel längs der Küste weiter fortschreitet, über die ganze Küste Verbreitung finden, bieten im Sommer der Prognostizierung grosse Schwierigkeiten, während in der kalten Jahreszeit die schwersten Stürme wegen ihres gewaltigen Rüstzeuges, der umfangreichen tiefen und sich mehr allmählich entwickelnden Depressionen im Norden gegenüber der Ansammlung hohen Druckes über Kontinentaleuropa im allgemeinen wenig Schwierigkeiten bereiten.

Tabelle XVII. Sturmwarnungen pro Sturmphänomenen in den Jahren 1886/95.

Küsten- gebiet	Mai—Aug.	Sept.—April	Jahr
VI/IX	1.96	2.19	2.16
IV-V	1.08	1.58	1.48
III	0.61	1.14	1.00
II	0.84	1.32	1.22
I	0.95	1.34	1.27

Wenn auch in der warmen Jahreszeit ein dreimaltäglicher Sturmwarnungsdienst bestände, also ein Dienst am Abend, wie im Winter, zu dem Morgen- und Nachmittagsdienst hinzutrate, so würden gewiss manche Sommerstürme rechtzeitig gewarnt werden können, die bei einem nur zweimaligen Dienst der sicheren Prognostizierung entgehen müssen, doch würde es sich nur um eine kleine Zahl der Fälle handeln; die Hauptsache bleibt für den Unterschied der Warnungen beider Jahreszeiten die Verschiedenartigkeit der Entwicklung ihrer Stürme, die in der warmen Jahreszeit erheblich schwieriger im Voraus zu beurtheilen ist.

§ 34. Der Gegensatz der Sturmwarnungen für die Nordsee und die Ostsee. Vergleichen wir in Tabelle XV die beiderlei Erfolgprozente der kalten Jahreszeit für die verschiedenen Küstengebiete, so findet sich im allgemeinen beim Uebergang von einem Küstengebiet zu einem anderen eine dem Sinne nach entgegengesetzte Aenderung der beiderlei Trefferprozente. Besonders charakteristisch besteht dieser Gegensatz für die Nordsee und die preussische Küste, indem an der Nordsee der Erfolg nach Sturmtagen mit 64% am höchsten und nach den Sturmwarnungen mit 67% fast am niedrigsten war, während umgekehrt die preussische Küste für ersteren mit 42% das Minimum und letzteren mit 78% das Maximum hatte. Ein gleicher Gegensatz findet sich, wie zu erwarten, als Erklärung für jenes Verhalten, in den Prozentzahlen der Tabelle XVI für die ungewarten Sturmphänomene und für die Fehlwarnungen. Gegenüber einem Minimum von 10% Fehlwarnungen der preussischen Küste hatte die Nordsee in der kalten Jahreszeit das Maximum mit 27%, dabei aber zugleich das Minimum der ungewarten Sturmphänomene mit 18% gegenüber 30% an der preussischen Küste, welche Zahl fast das erreichte Maximum darstellt. Ebenso zeigt die warme Jahreszeit an der preussischen Küste erheblich mehr ungewarte Sturmphänomene und entsprechend weniger Fehlwarnungen als die Nordsee, dabei tritt aber jener Gegensatz nur bei den auf Sturmtage basirten Trefferprozenten auf; der Signalerfolg war für beide Küstengebiete der gleiche, bedingt durch dessen Abhängigkeit in zweiter Linie von der Zahl der verspäteten Sturmwarnungen, die nach Tabelle XIV an den östlichen Küstengebieten prozentisch weit häufiger als im Westen vorkamen.

Diese Verhältnisse könnten wiederum den Anschein erwecken als ob für die Sturmwarnungen des Ostens eine andere Handhabung des Sturmwarnungsdienstes als für den Westen und besonders für die Nordsee bestände. Hierfür scheint ja auch Tabelle XVII zu sprechen, wonach im Vergleich zu den Sturmphänomenen für die Nordsee und in geringerem Grade auch für die westliche Ostsee, ganz erheblich mehr Sturmwarnungen erlassen worden sind als für die mittlere und die östliche Ostsee.

Auch in diesem Falle ist der Unterschied jedoch wesentlich darauf zurückzuführen, dass die Prognostizierung der Stürme ungleiche Schwierigkeiten bereitet. Hier sind es die der Ostsee mehr allein zukommenden Stürme, die besonders der Zugstrasse III von Prof. van Bebber angehören, die ihrer sicheren Vorausbeurtheilung grössere Schwierigkeiten darbieten als die zugleich auch den Westen treffenden Stürme.

Wie die grössere Zahl der Sturmwarnungen pro Sturmphänomen für die kalte Jahreszeit im Vergleich zur warmen, so erklärt sich dieser auch für den Westen und Osten der Küste bestehende Gegensatz hier

wesentlich aus der leichteren Prognostizirung der den Westen treffenden Stürme; zu beachten dürfte jedoch auch sein, dass bei den von Westen heranziehenden Stürmen die Nordsee, als der zunächst exponirte Theil der Küste, in erster Linie eine Warnung erhalten wird, die sich bei der weiteren Entwicklung der Phänomene in vielen Fällen als verfehlt herausstellen und somit für die fibrigen Küstentheile keine Warnung im Gefolge haben wird.

Schlussbetrachtungen.

Dass das hier vorliegende, mit früheren in Einklang stehende, Resultat des geringeren Sturmreichthums der Ostsee im Vergleich zur Nordsee wegen der gegentheiligen Ansicht der Seeleute nach wie vor Zweifeln begegnen werde, wird nach den Erfahrungen der Meteorologie zu erwarten sein. Es stellt jedoch durchaus im Einklang mit den Erfahrungen im Sturmwarnungsdienst und muss deshalb als unbedingt richtig erachtet werden, bis das Experiment in überzeugender Weise das Gegentheil nachgewiesen haben sollte, was indessen kaum zu erwarten sein dürfte. Einwände, wie beispielsweise, dass die Beobachter an der Ostseeküste die Windstärken durchschnittlich niedriger schätzten als die der Nordseeküste, weil sie im allgemeinen weniger Fahrt auf den Ozeanen aufzuweisen hätten, dürften doch erst als richtig zu erweisen sein.

Nach unseren Darlegungen nimmt der Sturmreichthum im allgemeinen von der mittleren Ostsee, der Insel Rügen und Umgegend, nach Westen und Osten und besonders stark nach der Nordsee hin ab, wo er am geringsten ist. Jene mittleren Theile der Ostsee werden von den von Westen kommenden und den Stürmen der östlichen Ostsee meist getroffen und sind darum am sturmreichsten; auf sie entfällt auch der grösste Theil der Sturmwarnungen.

Die Untersuchung hat ferner gezeigt, dass man zu einer richtigen Würdigung des Erfolges der Sturmwarnungen nur gelangt kann, wenn man gleichzeitig auf die rechtzeitig gewarnten Sturmtage oder Sturmphänomene und auf die Sturmwarnungen basirte Trefferprocente heranzieht. Diese beiderlei Erfolgzziffern, der Sturm- und der Signalerfolg ergänzen sich gegenseitig.

Auf Sturmtage basirte Trefferprocente ergaben für die Monate Mai bis August meist wenig befriedigende, dagegen für die übrigen Monate meist befriedigende Resultate, besonders unter Berücksichtigung der verschiedenen Sturmstärken, indem gezeigt werden konnte, dass die schwereren Stürme der grossen Ueberzahl nach rechtzeitig gewarnt worden sind. Für die Stürme der westlichen Quadranten war der Erfolg erheblich grösser als für die Ostseite der Windrose.

Günstigere Resultate zeigten die auf die Sturmwarnungen direkt basirten Trefferprocente und besonders in der warmen Jahreszeit, für die die Zahl der rechtzeitig erlassenen Warnungen auch durchweg 50% überstieg.

Im allgemeinen stellte sich für die kalte Jahreszeit ein günstiger Erfolg nach der Zahl der rechtzeitig gewarnten Sturmtage ein günstigerer Erfolg nach der Zahl der rechtzeitigen Warnungen und umgekehrt heraus, bedingt durch die gegensätzliche Vertheilung der verfehlten Warnungen ohne nachfolgenden Sturm und der Sturmtage ohne rechtzeitiges Signal. Der grössere Erfolg nach Sturmtagen kommt dem Westen, nach Warnungen jedoch dem Osten zu; dafür haben wir hier mehr ungewarnte und verspätet gewarnte Stürme gegenüber der grösseren Zahl der Fehlwarnungen ohne nachfolgenden Sturm an der Nordsee.

Die scheinbare Verschiedenheit der Handhabung des Sturmwarnungsdienstes, die hier hervortritt, erklärt sich aber, wie dargelegt werden konnte, der Hauptsache nach durch den grösseren Grad der Schwierigkeit, den die rechtzeitige und sichere Prognostizirung der Stürme der warmen Jahreszeit und in der kalten Jahreszeit die Voraussage der spezifischen Ostseestürme, im Vergleich mit der Vorausbeurtheilung der Gesamtheit der Stürme der kalten Jahreszeit, sowie der in dieser Jahreszeit auch über die Nordsee ausgebreiteten Stürme bereitet.

Eine geringere Bedeutung kommt dem Mangel des Abend-Sturmwarnungsdienstes in den Sommermonaten zu, wieweil ein solcher die Zahl der rechtzeitigen Warnungen etwas erhöht haben würde.

Ebeuso hat die Lage der Sturmwarnungsstelle an der Nordsee für den Gegensatz der Sturmwarnungen des Westens und Ostens keine schwerwiegende Bedeutung, wenn auch in dieser Beziehung den Sturmwarnungen des Westens der Vortheil zu gute kommt, dass die Sturmwarnungsstelle über die Aenderungen des Luftdrucks und des Wetters hier besser unterrichtet ist und aus der Beobachtung des Wolkonzuges wie besonders der Winde gelegentlich einen sichereren Anhalt für die Sturmprognose gewinnen kann. Eine öftere Bericht-

erstattung der ferner gelegenen Stationen der Küste über die Aenderungen des Luftdruckes und der Winde zur Zeit kritischer Wetterlage würde diesen Einfluss der Lage der Zentralstelle wesentlich auszugleichen vermögen.

Nach allem muss für die Förderung des Sturmwarnungswesens zunächst als die Hauptaufgabe das intensive Studium der Stürme der warmen Jahreszeit und der spezifischen Ostseestürme der kalten Jahreszeit bezeichnet werden, wobei die Untersuchung der bisherigen Misserfolge wohl am schnellsten zum Ziele führen dürfte.

Um die Gefahr überraschend auftretender ungewarnter Stürme abzuschwächen, dürfte es vor der Hand kein richtigeres Mittel geben als die Ausführung des einen Vorschlages von Prof. van Bebber,^{*)} einen theilweisen telegraphischen Austausch von Wetternachrichten der Stationen unter einander besonders zu Zeiten kritischer Wetterlage herbeizuführen. So würde es von wesentlichem Erfolge sein müssen, wenn in den passend gewählten Küstengebieten die am exponirtesten liegenden Stationen in Fällen des Ausbleibens einer Sturmwarnung bei Eintritt stürmischer Winde oder bei den Anzeichen ihres Herannahens den übrigen Stationen des Gebietes telegraphische Mittheilung machten, und diese für Bekanntgabe der eingegangenen Nachrichten durch Anschlag oder Signale Sorge trügen. Eine derartige Einrichtung würde aber auch für alle Zeiten, bei allen Fortschritten der Sturmprognose, von grösster Bedeutung bleiben, um den Gefahren der lokal auftretenden Stürme zu begegnen. Deren sichere und rechtzeitige Prognostizierung wird stets besondere Schwierigkeiten bieten und es wird voraussichtlich die allgemeine Rechtzeitigkeit der Sturmsignale für solche Stürme nie ohne eine so ansehnliche Vermehrung der Fehlwarnungen ohne nachfolgenden Sturm zu erkaufen sein, dass diese nicht, in Anbetracht der immerhin geringeren Bedeutung der lokalen Stürme, schwerwiegende Bedenken erregen müssten.

Da betont worden ist, in wie hohem Grade der durch die Förderung der Sturmprognose zu erzielende, vor allem erforderliche, innere Fortschritt des Sturmwarnungswesens die Möglichkeit der sicheren Feststellung der Zeiten stürmischer Witterung verlangt, so gilt, bei der hervorgehobenen Unzulänglichkeit der bei der gewöhnlichen Aufstellung von der Umgebung beeinflussten Anemometer-Registrierungen, als eine Hauptforderung des Sturmwarnungswesens die Anstellung guter Windbeobachtungen an den Stationen der Küste, auf die bei der Anstellung der Stationsvorsteher ein besonderes Gewicht zu legen ist; in besonders hohem Grade muss dies aber für jene Signalstellen gelten, die ihre Windbeobachtungen zeitweise, zwecks Warnung vor Stürmen, oder auch regelmässig, wie die an Semaphorstellen berichtenden Stationen, telegraphisch weiter geben, da bei mangelhaften Schätzungen der Windstärken derartige Einrichtungen ihre ganze Bedeutung verlieren müssten.

Trotz der zahlreichen Fehlerfolge des Sturmwarnungswesens darf diesen gewiss ein Erfolg schon jetzt nicht abgesprochen werden, da die grosse Zahl der rechtzeitigen erfolgreichen Warnungen manchem Verlust an Menschenleben und Besitz vorgebeugt hat. Um mehr zu erreichen, gilt es aber, neben der Verbesserung der Sturmwarnungen besonders auch dafür Sorge zu tragen, dass als eine weitere Hauptbedingung des Erfolges das Vertrauen der Küstenbevölkerung zu den Sturmsignalen gewahrt bleibe und nicht durch zu häufige, umsonst erlassene Warnungen verloren gehe. Es kann hiernach, wie nochmals betont werde, die Aufgabe des Sturmwarnungswesens nicht so weit gefasst werden, dass vor allen mehr lokalen und schwer vorauszu-sehenden Stürmen auf eine jede schwache Aussicht von Gefahr hin gewart werden solle, sondern sie wird wesentlich beschränkt bleiben müssen auf die Warnung der mit einiger Sicherheit vorauszusagenden Stürme; nicht die blosse „Möglichkeit“ stürmischer Winde, sondern ein gewisser, abzuwägender, Grad der Wahrscheinlichkeit ihres Eintretens wird zum Warnen Anlass geben dürfen, will man nicht anders schliesslich den ganzen Erfolg in Frage stellen.

^{*)} Prof. Dr. W. J. van Bebber: Das Sturmwarnungswesen an der deutschen Küste und Vorschläge zur Verbesserung desselben. (Vortrag, gehalten in der Naturforscher-Versammlung zu Lübeck im September 1895). *Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie*, XXIII. Jahrgang 1895. — Einiges über Wettervorhersage, insbesondere über das Sturmwarnungswesen an der deutschen Küste, *ibid.* XXVI. Jahrgang 1898.



Anhang.

Tabelle A.

(vgl. S. 7.)

Sturmtage an der deutschen Küste in den Jahren 1886 95 nach Sturmphänomenen zusammengefasst.

Küstengebiete						Küstengebiete						Küstengebiete					
Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I	Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I	Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I
1886						1886						1886					
Jan. 1.	—	—	—	20 ²	20 ²	Aug. 3.	—	—	32 ²	28 ²	—	Dez. 21.	—	—	4 ¹	—	—
2.	—	—	24 ²	—	—	11.	—	—	20 ¹	24 ²	—	22.	—	—	4 ¹	—	8 ²
3.	20 ²	20 ¹	—	—	—	27.	—	—	24 ¹	—	—	1887					
5.	24 ²	20 ²	24 ¹	—	—	Sept. 15.	—	—	32 ¹	—	—	Jan. 19.	—	—	12 ¹	—	—
6.	—	—	28 ⁴	24 ¹	20 ¹	17.	—	—	—	28 ¹	24 ¹	21.	—	24 ¹	24 ²	24 ²	28 ²
7.	—	—	—	—	24 ¹	27.	20 ¹	20 ²	20 ²	—	—	22.	—	28 ²	24 ¹	28 ²	28 ²
23.	—	—	12 ¹	—	—	28.	24 ¹	24 ²	24 ³	24 ¹	24 ²	23.	—	—	28 ¹	28 ¹	28 ¹
28.	—	—	—	—	12 ¹	29.	—	—	20 ¹	24 ³	24 ³	Febr. 3.	20 ¹	20 ¹	20 ¹	—	—
31.	16 ¹	16 ²	12 ²	—	16 ¹	30.	—	—	20 ¹	—	—	4.	—	20 ²	20 ²	24 ¹	24 ¹
Febr. 1.	—	20 ¹	20 ²	—	20 ¹	Oct. 7.	—	—	12 ¹	—	—	7.	—	—	4 ¹	4 ¹	4 ¹
2.	—	—	20 ¹	—	—	8.	—	—	12 ¹	—	—	23.	—	20 ¹	—	—	—
27.	4 ¹	—	4 ¹	—	—	13.	III ²	16 ²	16 ³	—	—	24.	—	—	20 ¹	—	—
März 1.	12 ¹	—	—	—	—	15.	12 ¹	12 ¹	—	—	—	März 1.	—	—	—	24 ¹	28 ²
2.	12 ²	12 ²	12 ²	—	—	16.	12 ² _(x)	—	12 ²	—	—	2.	—	—	28 ¹	28 ¹	28 ¹
3.	—	—	—	—	12 ¹	17.	—	—	12 ²	—	—	3.	—	—	28 ²	28 ¹	—
15.	—	—	12 ¹	—	—	20.	—	—	12 ²	—	—	4.	—	—	28 ¹	—	—
16.	—	—	5 ²	—	—	22.	—	—	—	—	12 ¹	10.	—	—	28 ¹	—	—
30.	—	20 ²	20 ³	24 ¹	—	27.	—	—	12 ¹	—	—	12.	32 ¹	4 ³	4 ⁴	4 ²	—
30.	20 ²	—	—	—	—	28.	—	—	12 ¹	—	—	13.	—	—	32 ¹	4 ²	4 ³
31.	—	20 ²	20 ²	20 ¹	20 ¹	Nov. 7.	20 ²	20 ²	—	—	—	16.	—	—	8 ¹	—	—
April 1.	—	20 ¹	20 ²	20 ¹	24 ¹	9.	—	—	8 ²	—	—	17.	4 ² _(x)	4 ²	4 ²	4 ¹	4 ¹
8.	20 ¹	16 ¹	20 ²	20 ¹	—	26.	—	—	28 ¹	—	—	18.	—	—	4 ¹	—	—
18.	—	—	4 ²	—	—	28.	—	—	—	24 ¹	—	21.	—	—	12 ²	—	—
19.	—	—	4 ¹	—	—	29.	20 ¹	20 ²	20 ²	—	—	23.	24 ²	16 ¹	—	—	—
20.	—	—	4 ²	—	—	Dec. 1.	—	—	20 ²	20 ¹	20 ¹	24.	—	—	20 ¹	—	—
21.	—	—	5 ¹	—	—	2.	—	—	—	20 ¹	—	April 2.	28 ²	28 ³	24 ¹	28 ²	—
29.	—	—	4 ¹	4 ¹	—	2.	24 ¹	—	24 ¹	—	—	3.	28 ¹	28 ²	28 ³	28 ³	28 ³
Mai 2.	—	4 ¹	—	—	—	6.	20 ¹	20 ²	24 ³	20 ³	20 ³	7.	—	—	4 ¹	4 ¹	4 ²
4.	—	—	—	—	28 ¹	7.	—	—	20 ¹	20 ¹	—	14.	—	—	4 ¹	4 ²	—
5.	—	—	—	—	32 ²	8.	16 ³	16 ³	20 ¹	16 ¹	20 ¹	15.	32 ²	4 ¹	—	—	—
16.	24 ¹	28 ¹	24 ²	—	—	9.	24 ²	20 ²	20 ²	—	—	19.	—	—	28 ¹	—	—
June 22.	—	—	28 ¹	—	—	10.	20 ¹	20 ¹	20 ¹	—	—	20.	—	—	24 ²	—	—
24.	—	—	28 ³	—	—	12.	24 ²	20 ²	16 ¹	—	—	21.	—	—	32 ²	—	—
Juli 4.	—	—	28 ¹	—	—	13.	—	—	24 ³	20 ²	20 ²	Mai 18.	—	—	20 ²	16 ¹	—
10.	—	—	28 ¹	—	—	14.	—	—	—	—	20 ¹	19.	—	—	20 ¹	—	—
25.	—	—	24 ¹	20 ¹	—	16.	20 ²	20 ²	24 ²	—	—	20.	20 ¹	16 ²	16 ¹	—	—
28.	—	—	28 ¹	—	—	17.	—	—	24 ¹	—	—						
						18.	—	—	24 ³	(28 ²)	24 ²						

Tabelle A. (Fortsetzung.)

Küstengebiete				
Datum	VI/IX	IV/V	III	II I
1888				
Dez. 10.	—	—	32 ¹	28 ¹ 28 ⁽¹⁾
11.	—	—	—	— 32 ¹
15.	—	—	24 ⁽¹⁾	— 24 ²
16.	—	—	28 ²	— 24 ¹
17.	—	—	28 ²	— —
22.	—	—	12 ¹	— —
23.	—	—	12 ¹	— —
24.	—	—	—	— 12 ¹
1889				
Jan. 13.	—	—	—	— 12 ¹
19.	—	—	24 ⁽²⁾	— —
20.	—	—	24 ¹	— —
25.	—	—	28 ¹ 20 ¹	20 ²
26.	—	—	—	— 28 ³
28.	—	—	24 ¹ 20 ²	20 ²
29.	—	—	20 ²	— —
30.	—	—	—	— 20 ¹
31.	—	—	—	— 20 ¹
31.	24 ⁽²⁾	24 ⁽²⁾	24 ⁽²⁾	24 ⁽²⁾
Febr. 1.	28 ¹	28 ¹	—	28 ¹
2.	24 ²	24 ²	28 ³	28 ³ 28 ²
3.	—	—	—	— 32 ⁽¹⁾
4.	—	—	4 ²	4 ¹ —
5.	—	20 ⁽¹⁾	—	20 ⁽²⁾ —
6.	28 ⁽¹⁾	—	—	— —
7.	—	—	32 ¹	— —
8.	24 ²	20 ²	20 ⁽¹⁾	20 ⁽²⁾ —
9.	32 ¹	4 ¹	—	— —
11.	—	—	—	— 28 ¹
14.	20 ²	20 ²	20 ³	20 ³ 20 ²
19.	—	28 ²	28 ⁴	28 ⁽²⁾ 24 ⁽²⁾
20.	—	—	28 ¹	— —
22.	—	4 ⁽¹⁾	4 ⁽²⁾	— —
23.	4 ¹	4 ²	4 ³	4 ⁴ 4 ³
24.	—	4 ¹	4 ²	— —
28.	—	—	4 ¹	— —
März 9.	20 ¹	—	—	— —
13.	32 ¹	—	—	— —
14.	—	4 ⁽¹⁾	4 ⁽²⁾	4 ⁽³⁾ 4 ³
15.	—	—	4 ²	4 ³ 4 ³
16.	—	20 ¹	20 ²	20 ⁽²⁾ —
17.	—	28 ¹	28 ²	20 ¹ 20 ¹
April 9.	—	—	8 ¹	— —
16.	—	—	32 ¹	— —
26.	—	—	8 ¹	— —
Mai 6.	—	—	4 ¹	— —
17.	—	—	8 ¹	— —
Juli 5.	—	—	32 ¹	— —
11.	—	20 ¹	24 ¹	— —
18.	—	—	14 ²	20 ³ 20 ³
19.	—	—	20 ¹	— —

Küstengebiete				
Datum	VI/IX	IV/V	III	II I
1889				
Juli 22.	—	—	20 ²	— —
23.	—	—	28 ²	32 ¹ —
30.	—	—	—	28 ¹ 28 ³
Aug. 7.	—	20 ²	20 ⁽²⁾	24 ⁽²⁾ —
8.	—	—	24 ³	24 ² —
9.	—	—	—	— 28 ¹
12.	—	—	24 ²	20 ² 20 ²
13.	—	28 ¹	24 ¹	20 ¹ 24 ²
14.	—	—	24 ²	24 ¹ —
16.	—	28 ¹	24 ²	— —
20.	20 ²	20 ²	20 ⁽²⁾	— —
21.	20 ¹	20 ²	20 ³	— —
22.	20 ²	20 ²	20 ³	20 ² —
23.	—	—	24 ²	20 ² —
Sept 7.	—	—	12 ¹	— —
13.	—	—	32 ¹	— —
14.	—	—	28 ¹	— 28 ³
15.	—	—	4 ²	4 ³ —
19.	—	20 ¹	—	— —
20.	—	—	24 ¹	— —
21.	—	—	24 ¹	20 ¹ 20 ¹
23.	—	—	20 ¹	— —
25.	24 ²	24 ³	20 ²	— —
26.	28 ¹	24 ²	28 ²	20 ¹ —
27.	—	—	—	— 24 ² 20 ¹
Okt. 7.	16 ¹	—	—	— —
8.	—	16 ¹	20 ¹	— —
9.	20 ¹	16 ¹	20 ¹	— —
14.	—	28 ¹	16 ²	16 ² —
17.	—	—	4 ¹	— —
23.	—	—	8 ²	4 ¹ 4 ²
27.	12 ¹	12 ²	12 ³	— —
28.	—	—	12 ²	— —
Nov. 7.	—	—	—	24 ¹ 24 ¹
8.	—	—	28 ³	28 ² 28 ³
9.	—	—	28 ²	28 ¹ —
17.	—	—	—	— 28 ¹
25.	20 ²	20 ²	20 ³	20 ¹ —
26.	—	—	20 ²	20 ¹ —
Dec. 2.	—	—	—	4 ¹ 4 ¹
9.	16 ¹	20 ²	20 ¹	— —
10.	—	—	20 ²	— 16 ¹
18.	—	20 ¹	—	— —
19.	—	—	—	— 24 ¹
21.	24 ¹	—	—	— —
22.	—	—	—	— 20 ¹
1890				
Jan. 10.	—	20 ¹	24 ²	24 ⁽²⁾ 24 ⁽¹⁾
11.	—	—	—	— 28 ¹ —
12.	28 ¹	28 ¹	—	— —

Küstengebiete				
Datum	VI/IX	IV/V	III	II I
1890				
Jan. 15.	—	24 ⁽¹⁾	24 ¹	28 ² 24 ¹
16.	—	—	—	— 28 ¹
19.	—	—	—	— 16 ¹
22.	16 ²	16 ²	16 ²	12 ¹ —
23.	—	8 ⁽¹⁾	8 ⁽¹⁾	— —
24.	—	—	4 ²	— —
25.	24 ²	20 ⁽²⁾	20 ²	— —
26.	24 ²	24 ³	20 ¹	— —
27.	28 ²	24 ²	28 ³	24 ⁽²⁾ 24 ¹
28.	—	—	28 ³	28 ³ 28 ³
Febr. 13.	—	—	12 ¹	— —
26.	—	—	14 ²	IV ¹ 24 ¹
März 4.	20 ⁽¹⁾	20 ⁽²⁾	20 ⁽²⁾	— —
5.	—	—	24 ²	20 ¹ —
6.	—	—	24 ²	— —
7.	24 ⁽²⁾	24 ¹	24 ²	24 ² 20 ¹
8.	—	—	24 ³	20 ² 24 ¹
9.	24 ²	24 ³	24 ¹	20 ² —
10.	—	20 ²	—	— —
11.	—	20 ²	24 ²	20 ¹ 24 ²
19.	—	—	8 ¹	— —
20.	—	28 ¹	20 ⁽²⁾	— —
29.	—	24 ¹	24 ²	24 ² 24 ²
April 7.	20 ¹	20 ¹	—	— —
17.	8 ⁽¹⁾	—	—	— —
18.	4 ¹	4 ²	4 ³	4 ³ —
19.	—	—	4 ¹	— —
25.	16 ⁽²⁾	VII	16 ⁽²⁾	— —
Mai 15.	—	—	—	28 ² —
26.	—	—	—	28 ² —
27.	—	—	—	28 ² 24 ¹ —
30.	—	24 ²	24 ³	24 ² 20 ¹
31.	28 ¹	24 ³	24 ⁴	24 ⁴ 24 ²
Juni 1.	—	—	28 ²	24 ¹ 24 ¹
7.	—	28 ¹	—	— —
8.	—	28 ¹	28 ²	28 ¹ —
9.	—	—	28 ¹	— 28 ¹
15.	—	—	—	— 4 ¹
Juli 7.	—	—	20 ¹	— —
22.	—	24 ¹	24 ²	24 ¹ —
23.	—	28 ¹	28 ²	28 ² —
24.	—	28 ¹	24 ¹	— —
25.	—	—	28 ²	28 ¹ 24 ²
Aug. 15.	—	20 ¹	—	— —
23.	20 ¹	20 ²	—	— —
26.	—	—	—	— 32 ²
27.	—	20 ¹	—	— 24 ¹
27.	—	—	24 ⁽²⁾	20 ⁽²⁾ —
28.	—	—	20 ³	20 ² 24 ¹
30.	—	—	—	— 20 ¹
Sept. 8.	—	—	—	— 32 ¹

Tabelle A. (Fortsetzung.)

Datum	Küstengebiete				
	VI/IX	IV/V	III	II	I
1890					
Sept. 11.	—	—	28 ¹	—	—
12.	—	—	28 ¹	32 ²	—
26.	—	—	24 ¹	—	—
27.	—	—	24 ³	28 ²	28 ²
28.	—	—	—	—	24 ¹
29.	—	20 ¹¹	20 ²¹	—	—
30.	20 ¹	20 ²	24 ³	20 ²	20 ²
Okt. 1.	24 ²	24 ³¹	20 ²³	—	—
2.	24 ⁴	28 ³	24 ⁵	24 ⁵	24 ⁵
3.	—	—	—	—	28 ³
3.	24 ²	24 ²	24 ²	24 ²¹	—
4.	—	—	28 ³	28 ²	28 ²
6.	—	24 ²	24 ²	24 ²	24 ²
7.	—	—	—	—	32 ¹
9.	—	—	24 ¹¹	—	—
10.	—	—	24 ²	28 ²	—
11.	—	—	—	28 ¹	28 ²
12.	—	—	—	28 ¹	28 ¹
18.	—	—	32 ¹¹	32 ¹¹	24 ¹²¹
19.	—	—	4 ³	4 ³	32 ²
20.	—	—	—	—	4 ¹
25.	—	—	20 ¹	20 ¹	—
27.	24 ¹	—	24 ¹	20 ¹	—
29.	20 ²	20 ²	20 ²	20 ²	20 ¹¹
30.	—	—	—	20 ¹	16 ³
Nov. 16.	—	—	—	—	28 ¹
20.	—	—	—	—	24 ¹
22.	—	—	—	28 ¹	—
23.	—	—	—	24 ³	24 ¹
24.	4 ¹¹	8 ³¹	4 ³¹	4 ³¹	8 ¹¹
25.	32 ¹	4 ³	4 ⁴	4 ¹	4 ³
26.	—	4 ²	8 ²	—	8 ¹
1891					
Jan. 5.	—	—	32 ²	8 ⁴	—
6.	—	—	32 ¹	4 ²	—
7.	—	—	—	8 ²	—
14.	28 ¹	32 ¹¹	—	32 ¹¹	—
15.	—	—	—	4 ²	—
25.	24 ¹	24 ³	24 ³	24 ²	—
Febr. 11.	—	20 ¹¹	24 ¹²¹	20 ²¹	24 ¹
12.	—	24 ³	28 ³	24 ³	24 ⁴
14.	—	24 ¹¹	24 ¹¹	—	—
15.	—	—	—	—	28 ¹
März 1.	—	20 ¹	20 ¹	—	—
2.	—	24 ¹	24 ¹	20 ¹	24 ¹
3.	—	28 ¹	28 ¹	—	—
4.	—	—	28 ²	—	—
4.	24 ²	20 ²	20 ²¹	20 ²¹	20 ²¹
5.	24 ²	24 ³	28 ⁴	28 ³	24 ³
6.	20 ¹	20 ¹	24 ³	24 ²	28 ²
7.	—	—	—	—	28 ¹

Datum	Küstengebiete				
	VI/IX	IV/V	III	II	I
1891					
März 22.	—	—	4 ²	32 ¹	4 ¹
25.	20 ¹¹	—	20 ¹	—	—
26.	20 ¹	—	—	—	—
29.	28 ¹	—	—	—	—
April 5.	8 ¹	12 ¹	12 ²	—	—
8.	—	—	8 ²	—	—
12.	—	—	4 ³	4 ¹	4 ¹
Mai 3.	—	—	—	24 ¹	—
11.	—	—	—	4 ¹	—
14.	—	—	—	28 ²	28 ¹
16.	—	24 ¹	20 ¹	—	—
Juni 8.	—	—	—	4 ¹	—
12.	—	—	—	32 ⁴	28 ²
13.	—	—	—	—	28 ²
22.	—	—	—	4 ³	—
Juli 14.	—	—	32 ¹	4 ²	4 ²
26.	—	—	—	—	—
28.	—	—	—	24 ²	28 ²
Aug. 2.	—	—	—	24 ²	20 ¹
6.	—	24 ¹	24 ²	24 ¹	—
7.	—	—	—	24 ²	24 ³
8.	—	—	—	—	28 ¹
11.	—	—	—	—	24 ¹
13.	—	—	28 ¹	24 ³	28 ³¹
14.	—	—	—	24 ³	24 ²
26.	20 ¹	20 ²	—	20 ¹	—
28.	20 ¹	20 ¹	—	—	—
Sept. 1.	20 ¹¹	20 ¹¹	20 ¹¹	—	—
2.	20 ¹	20 ²	20 ²	20 ¹	28 ¹
8.	—	—	—	—	24 ¹
16.	—	—	—	—	28 ¹
17.	—	—	—	28 ²	24 ²
19.	—	—	—	28 ¹	28 ¹
22.	—	—	—	32 ²	—
27.	—	—	—	—	4 ²
27.	—	—	—	20 ¹	—
28.	—	—	—	24 ¹	24 ¹
Sept. 1.	16 ²	20 ²	—	—	—
18.	—	—	—	24 ¹	—
19.	20 ¹	—	—	—	—
26.	—	—	—	4 ²	—
27.	—	—	—	4 ¹	4 ¹¹
29.	—	—	—	4 ³	4 ¹
Nov. 4.	—	—	—	4 ²	4 ²
11.	16 ²	16 ²	12 ²	12 ¹	—
13.	—	—	—	12 ¹	—
Dec. 3.	—	—	—	—	—
6.	20 ¹	24 ²	20 ²	24 ²	24 ²
8.	—	—	—	—	28 ¹¹

Datum	Küstengebiete				
	VI/IX	IV/V	III	II	I
1891					
Dec. 10.	24 ³	20 ²	20 ²	20 ²	20 ²
11.	24 ⁴	24 ⁴	24 ⁵	20 ⁴	20 ²
12.	—	—	28 ²	28 ³	24 ²
13.	—	—	20 ¹	20 ¹	—
14.	—	—	—	28 ³	24 ³
15.	—	—	—	—	28 ¹
17.	—	—	—	4 ¹	4 ²
31.	24 ¹	24 ¹	28 ²	—	—
1892					
Jan. 1.	—	—	—	28 ³	28 ⁴
2.	—	—	—	—	—
3.	24 ¹	24 ³	24 ³	24 ²	20 ³
4.	—	—	20 ¹	24 ²	20 ¹
5.	20 ²	20 ²	20 ⁴¹	20 ²¹	20 ²¹
6.	—	—	—	20 ¹	20 ²
6.	24 ¹	—	—	—	—
7.	—	—	—	24 ¹	20 ¹
28.	—	—	—	28 ¹	20 ²¹
29.	24 ¹	24 ¹²¹	24 ¹²¹	20 ²	24 ¹
30.	24 ²	24 ³	24 ⁴	24 ⁴	24 ³
31.	28 ¹	24 ²	28 ²	28 ³	28 ³
Febr. 1.	—	—	—	20 ²	—
2.	20 ⁴	20 ²	—	—	—
12.	28 ²	28 ⁴	28 ⁴	28 ³	28 ³
13.	28 ¹	32 ²	32 ²	32 ²	28 ²
14.	—	—	—	—	(32 ¹)
20.	8 ¹	16 ²	12 ¹	—	—
März 1.	8 ¹	—	(8 ²)	—	—
2.	—	—	—	4 ¹	—
12.	—	—	—	—	12 ²
25.	—	—	—	—	—
25.	—	—	—	—	28 ¹
April 1.	—	—	—	—	28 ¹
12.	—	—	—	—	28 ¹
23.	—	—	—	28 ¹	24 ²
24.	—	—	—	28 ¹	24 ²
26.	—	—	—	—	24 ²
27.	—	—	—	—	20 ¹
Mai 2.	—	—	—	—	4 ²
5.	—	—	—	—	28 ¹
6.	—	—	—	—	4 ¹
21.	28 ⁴	28 ¹	—	—	—
22.	—	—	—	—	28 ²
Juni 6.	—	—	—	—	—
7.	—	—	—	—	—
12.	—	—	—	—	24 ²
14.	—	—	—	—	28 ¹
23.	24 ²¹	—	—	—	—
24.	28 ³	24 ³	24 ⁴	20 ³	20 ³
25.	—	—	—	—	28 ²
29.	24 ¹¹	20 ¹¹	20 ²¹	—	—
30.	28 ²	24 ²	17 ³	24 ¹	—

Tabelle A. (Fortsetzung.)

Küstengebiete					
Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I
1892					
Juli	7.	20 ¹	20 ²	20 ¹	—
	8.	20 ¹	20 ¹	28 ¹	24 ¹ 20 ¹
	9.	—	28 ¹	24 ¹	20 ² (24 ²)
	15.	—	—	—	28 ²
Aug.	4.	—	24 ¹	28 ^{2/2}	—
	5.	—	28 ¹	28 ²	20 ²
	15.	—	20 ¹	—	—
	28.	—	—	24 ¹	—
Sept.	1.	—	20 ¹	20 ²	—
	2.	20 ²	20 ²	20 ²	—
	3.	—	—	20 ²	—
	7.	—	—	8 ¹	—
	29.	—	—	28 ¹	—
Okt.	6.	20 ¹	—	—	—
	7.	—	—	—	12 ¹
	8.	—	20 ²	20 ¹	—
	9.	24 ²	20 ²	20 ^{2/2}	—
	10.	24 ¹	20 ¹	20 ²	20 ¹
	11.	—	—	—	20 ¹
	15.	—	—	4 ¹	—
	17.	—	—	4 ¹	—
	23.	—	—	20 ²	20 ²
	24.	—	—	20 ²	20 ¹
	27.	—	16 ²	—	—
Nov.	29.	—	24 ¹	—	20 ¹
Dez.	30.	24 ¹	20 ¹	24 ²	20 ² 20 ³
1.	—	—	24 ²	24 ¹	24 ²
2.	—	—	32 ¹	28 ¹	24 ¹
3.	16 ¹	12 ²	20 ^{2/2}	—	—
4.	—	—	—	12 ¹	—
6.	—	—	—	4 ¹	4 ² 4 ²
7.	—	—	—	4 ²	4 ¹
18.	—	24 ²	20 ¹	20 ²	24 ²
19.	—	—	24 ²	24 ²	28 ³
20.	—	—	—	—	28 ²
31.	—	—	—	—	4 ²
1893					
Jan	1.	—	4 ³	4 ³	—
10.	—	—	—	4 ¹	—
11.	—	—	—	4 ¹	4 ¹
Febr.	8.	24 ¹	—	—	—
	9.	—	20 ²	—	—
	10.	—	—	20 ¹	—
	11.	—	28 ¹	—	—
	12.	—	—	28 ¹	24 ¹
	21.	—	12 ²	8 ²	—
	22.	4 ¹	8 ²	4 ³	4 ²
	27.	—	20 ¹	—	—
März	2.	—	28 ¹	—	—
	3.	—	28 ³	32 ²	—
	7.	24 ¹	24 ²	24 ³	24 ³ 24 ²
	8.	28 ¹	28 ³	28 ³	32 ³ 32 ²

Küstengebiete					
Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I
1893					
März	10.	28 ²	24 ³	28 ²	20 ¹
	11.	—	28 ¹	28 ²	28 ¹
	15.	—	20 ¹	—	—
	16.	21 ¹	20 ²	24 ²	20 ¹
	17.	—	—	20 ²	20 ¹
	17.	28 ¹	24 ¹	—	—
	18.	—	32 ¹	24 ³	4 ¹
April	12.	—	—	1 ¹	—
	13.	—	—	—	32 ¹
	14.	—	—	28 ¹	24 ²
	15.	—	—	24 ²	24 ² 24 ²
	16.	—	—	28 ³	28 ² 28 ¹
	17.	—	—	28 ¹	28 ¹ 28 ¹
Mai	6.	—	32 ¹	4 ³	4 ²
	7.	8 ¹	4 ²	4 ²	—
	8.	—	4 ¹	4 ²	—
	30.	—	—	24 ¹	—
Juni	18.	—	—	28 ¹	—
	19.	—	—	28 ¹	—
	20.	—	—	28 ²	28 ¹
	24.	—	20 ¹	—	—
	25.	—	—	20 ²	—
Juli	3.	—	—	—	28 ¹
	25.	—	—	24 ¹	—
	30.	—	—	28 ¹	—
Aug.	2.	—	—	20 ¹	—
	17.	—	—	—	32 ²
	25.	—	28 ¹	24 ³	28 ² 24 ¹
	26.	—	—	28 ²	28 ¹
	29.	—	—	28 ¹	28 ¹
	30.	—	—	28 ²	28 ²
	31.	—	—	28 ¹	—
Sept.	2.	—	—	—	28 ¹
	3.	—	—	—	28 ¹
	5.	—	—	—	28 ¹
	9.	—	—	24 ¹	20 ¹ 20 ²
	10.	—	—	24 ¹	—
	13.	—	—	20 ²	—
	14.	—	28 ¹	24 ³	28 ³ 28 ³
	15.	—	—	—	20 ¹
	22.	—	20 ¹	20 ²	—
	23.	—	—	—	—
	24.	24 ¹	24 ³	20 ¹	20 ¹
	25.	24 ¹	24 ³	24 ¹	24 ³ 20 ¹
	26.	—	—	—	20 ² 20 ³
Okt.	2.	—	—	24 ³	20 ²
	13.	—	—	24 ²	24 ¹
	14.	—	—	—	24 ¹ 24 ¹
	17.	—	—	24 ²	28 ²
	18.	—	—	—	4 ³ 4 ³
	23.	28 ¹	24 ²	24 ³	28 ³
	24.	—	—	—	28 ¹

Küstengebiete					
Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I
1893					
Okt.	25.	—	20 ¹	20 ¹	—
	26.	24 ²	20 ²	20 ³	20 ²
	27.	—	—	24 ²	20 ²
	28.	20 ¹	20 ²	20 ²	20 ² 20 ²
	29.	—	—	20 ¹	20 ¹ 20 ²
Nov.	1.	20 ¹	—	—	—
	2.	—	—	—	20 ¹
	3.	—	—	28 ²	28 ² 24 ¹
	4.	24 ¹	24 ¹	24 ³	24 ⁴ 24 ³
	5.	—	—	—	24 ²
	15.	—	—	—	32 ¹
	17.	—	12 ²	12 ¹	—
	19.	4 ²	4 ³	4 ³	4 ²
	20.	4 ²	8 ³	4 ³	4 ³ 4 ¹
	22.	—	—	20 ²	20 ¹ 20 ²
	25.	—	20 ¹	20 ²	20 ² 20 ²
	26.	—	—	—	4 ¹
	27.	—	—	—	4 ¹ 4 ¹ 4 ¹
	28.	—	—	24 ²	20 ³ 20 ³
	29.	—	24 ²	24 ²	20 ¹ 24 ²
	30.	—	—	—	20 ¹
Dez.	1.	—	—	—	4 ¹
	2.	—	—	28 ²	28 ² 28 ³
	3.	—	—	20 ²	20 ¹ 24 ²
	5.	—	—	—	4 ¹
	6.	—	20 ¹	—	—
	7.	—	20 ¹	16 ³	—
	15.	—	—	—	20 ¹
	20.	16 ²	16 ²	—	—
	21.	24 ¹	20 ²	16 ³	—
	22.	20 ¹	20 ²	—	—
	30.	—	—	—	20 ³ 24 ² 28 ³
	31.	—	—	—	24 ² 20 ² 28 ³
1894					
Jan.	2.	—	—	4 ²	4 ¹
	3.	—	—	—	4 ¹
	4.	8 ¹	—	—	—
	5.	8 ¹	12 ³	12 ¹	—
	20.	—	—	—	20 ¹
	24.	—	—	28 ¹	28 ¹ 28 ¹
	25.	20 ¹	20 ¹	20 ²	20 ²
	26.	20 ¹	20 ¹	20 ¹	20 ²
	27.	20 ²	20 ¹	20 ³	20 ² 24 ²
	28.	—	—	20 ¹	20 ² 20 ¹ 20 ¹
	30.	20 ¹	20 ²	20 ¹	—
Febr.	6.	20 ³	20 ²	—	—
	7.	20 ³	24 ¹	20 ²	20 ³ 24 ²
	8.	28 ¹	28 ³	28 ³	28 ³ 28 ³
	9.	24 ¹	24 ¹	20 ²	20 ² 24 ²
	10.	24 ²	24 ¹	24 ³	24 ³ 20 ³
	11.	—	—	—	28 ³ 28 ³

Tabelle A. (Fortsetzung.)

Küstengebiete						Küstengebiete						Küstengebiete							
Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I	Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I	Datum	VI/IX	IV/V	III	II	I		
1894						1894						1895							
Febr.	11.	20 ²³	20 ²³	20 ²³	—	—	Okt.	15.	—	4 ¹	—	—	April	12.	—	—	24 ²	28 ²	28 ¹
	12.	24 ³	24 ³	24 ³	20 ³	24 ³		16.	—	—	4 ²	4 ¹		13.	—	—	—	—	32 ¹
	13.	—	—	28 ²	28 ²	28 ²		17.	—	—	24 ¹	—	—	Juni	1.	—	—	8 ¹	—
	17.	—	—	—	—	4 ¹		18.	—	—	—	—	20 ¹		24.	—	28 ²	28 ²	24 ²
	25.	20 ¹	20 ¹¹	—	—	—		20.	12 ¹¹¹¹	12 ²	12 ²	—	—		25.	—	—	28 ¹	—
	26.	—	—	24 ¹	28 ¹	—		21.	16 ¹	16 ²	16 ²	—	—	—	27.	—	—	24 ¹	—
	27.	—	—	24 ¹	—	—		22.	—	28 ²	24 ²	24 ²	20 ¹	—	—	28.	—	—	—
	28.	—	—	—	—	28 ¹		24.	—	12 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	
März	6.	20 ¹	20 ¹	20 ¹	—	—		25.	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	11.	20 ¹	20 ¹	—	—	—		26.	—	24 ²	24 ³	24 ¹	24 ²	—	—	—	—	—	
	13.	20 ²	20 ²	20 ²	20 ¹	—		31.	—	—	32 ¹	—	8 ¹	—	—	—	—	—	
	17.	—	—	—	—	4 ¹		Nov.	5.	—	20 ¹¹	—	—	—	—	—	—	—	
	22.	—	—	4 ¹	—	12 ¹		6.	—	—	24 ¹	—	24 ¹	—	—	—	—	—	
Mai	5.	24 ²	28 ¹	24 ²	20 ²	—		12.	20 ¹¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	6.	—	—	28 ¹	—	—		13.	24 ³	20 ²	20 ¹	20 ³	20 ³	—	—	—	—	—	
	22.	—	—	—	—	4 ¹		14.	20 ¹	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	
	26.	—	—	—	—	4 ²	—	12 ²	—	—	20 ¹	24 ¹	24 ¹	—	—	—	—	—	
	28.	—	—	—	—	—	—	13 ⁰	—	28 ¹	28 ²	32 ²	28 ²	—	—	—	—	—	
Juni	8.	—	—	—	—	5 ¹	—	14.	—	—	—	—	20 ¹	—	—	—	—	—	
	15.	—	—	—	—	28 ¹	—	18.	—	—	—	—	16 ¹	—	—	—	—	—	
	25.	—	—	—	—	28 ¹	—	22.	24 ³	20 ¹	20 ²	16 ²	16 ²	—	—	—	—	—	
	26.	—	—	—	—	28 ²	—	23.	28 ²	28 ²	24 ²	24 ³	—	—	—	—	—	—	
	27.	—	—	—	—	—	—	27.	—	—	28 ¹	24 ²	28 ¹	—	—	—	—	—	
Juli	11.	20 ¹	20 ¹¹	20 ²	—	—	—	28.	20 ²	20 ³¹	20 ³¹	20 ²	—	—	—	—	—	—	
	12.	—	—	20 ²	—	—	—	29.	24 ²	20 ¹	20 ²	20 ²	20 ³	—	—	—	—	—	
	16.	—	—	—	—	20 ¹	—	30.	—	—	28 ²	20 ¹	—	—	—	—	—	—	
	17.	—	—	—	—	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	19.	24 ¹	—	20 ²	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	20.	—	—	—	—	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	25.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Aug.	9.	—	—	—	—	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	10.	—	—	—	—	24 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	12.	—	—	—	—	24 ²	20 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	13.	28 ¹	24 ¹	24 ²	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	18.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	22.	—	—	—	—	24 ²	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	23.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	30.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Sept.	2.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	7.	—	—	—	—	20 ¹¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	9.	—	—	—	—	4 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	11.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	12.	—	—	—	—	28 ¹	28 ²	28 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	13.	—	—	—	—	—	—	32 ²	28 ³	28 ³	—	—	—	—	—	—	—	—	
	14.	—	—	—	—	—	—	28 ²	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	27.	—	—	—	—	28 ¹	28 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	28.	—	—	—	—	—	—	32 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Okt.	4.	—	—	—	—	4 ¹	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	

Tabelle B.

(vgl. S. 12.)

Vertheilung der Sturmtage der Gruppenstärken I—5 der Jahre 1886/95
in den Monaten auf die Windrose.

Gruppen- windrichtung	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
1) Gruppe VI/IX													
32	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	5
4	2	3	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	10
8	2	1	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	9
12	0	0	5	0	0	0	0	0	0	2	0	0	7
16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	4	12
20	7	7	10	3	2	0	3	7	6	8	12	9	74
24	9	6	7	0	3	2	3	0	4	13	8	16	71
28	5	5	5	2	2	2	2	3	2	2	1	1	32
N	27	23	33	9	8	4	8	10	12	29	27	30	220
2) Gruppe IV/V													
32	3	1	2	0	1	0	1	0	0	1	0	0	9
4	5	4	4	4	3	0	0	0	0	2	6	0	28
8	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4
12	2	1	4	1	0	0	0	0	0	4	3	1	16
16	2	1	1	1	1	0	0	0	0	6	2	3	17
20	14	15	16	4	1	2	6	12	12	13	15	21	131
24	10	8	13	0	4	2	1	4	5	6	11	9	73
28	2	6	7	8	7	8	6	6	2	3	1	2	58
N	39	37	47	18	17	13	14	22	19	35	39	36	336
3) Gruppe III													
32	0	2	3	2	0	2	1	1	6	2	1	2	22
4	9	9	9	11	9	2	2	0	5	11	12	10	89
8	5	1	4	4	1	2	0	0	2	2	3	0	24
12	4	2	9	1	0	1	0	0	1	11	4	3	36
16	1	0	0	1	1	0	0	0	0	4	0	3	10
20	10	11	12	3	3	2	12	9	19	21	19	20	141
24	18	6	13	9	8	2	12	28	14	22	13	20	165
28	11	10	11	8	11	21	15	13	11	5	6	10	132
N	58	41	61	39	33	32	42	51	58	78	58	68	619
4) Gruppe II													
32	1	2	3	0	0	1	0	0	5	2	1	1	16
4	7	6	9	3	4	1	1	1	2	7	8	3	52
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4
16	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2	5
20	12	7	14	4	1	2	5	15	10	29	18	17	125
24	8	5	6	3	4	3	5	6	7	10	11	10	78
28	10	9	6	12	1	11	9	15	11	9	4	9	106
N	39	30	38	22	11	18	20	37	35	50	43	43	386

Tabelle B. (Fortsetzung.)

Gruppenwindrichtung	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
5) Gruppe I													
32	0	3	2	3	1	3	0	3	3	2	0	1	21
4	4	4	7	2	0	1	0	0	2	5	5	3	33
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	4
12	2	0	1	1	1	0	0	0	0	3	0	1	9
16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4	7
20	14	3	8	1	1	2	4	4	6	19	11	16	89
24	8	9	6	2	2	2	6	13	10	10	19	14	101
28	10	8	7	6	2	5	5	11	10	9	5	10	88
Σ	40	27	31	15	7	13	15	31	31	50	42	50	352

Tabelle C. Vertheilung der Sturmtage der Gruppenstärken 0—5 der Jahre 1886/95 in den Monaten auf die Gruppenwindstärken. (vgl. S. 13.)

Gruppenwindstärke	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
1) Gruppe VI/IX													
0	26	30	32	9	21	14	23	22	32	46	47	41	343
1	16	14	21	7	7	1	8	8	10	19	16	16	143
2	11	5	11	2	1	2	0	2	2	8	8	5	57
3	0	3	0	0	0	1	0	0	0	1	3	8	16
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	3
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Σ	53	53	65	18	29	18	31	32	44	75	74	71	563
2) Gruppe IV/V													
0	37	30	25	20	16	17	32	25	29	51	28	43	353
1	18	15	24	12	12	9	11	15	9	10	17	11	166
2	12	14	15	4	4	3	3	7	6	21	14	13	116
3	8	4	7	2	1	1	0	0	4	4	7	6	44
4	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	8
5	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Σ	76	67	72	38	33	30	46	47	48	86	67	79	689
3) Gruppe III													
0	28	19	24	23	15	20	29	18	36	29	13	24	281
1	21	14	19	15	18	10	24	15	29	24	17	25	231
2	20	13	27	16	10	13	14	24	17	28	26	27	235
3	11	7	11	7	4	6	4	12	9	23	12	13	119
4	6	4	4	1	1	3	0	0	3	2	2	2	28
5	0	3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	6
Σ	86	60	85	62	51	52	71	69	94	107	71	92	900
4) Gruppe II													
0	17	32	15	7	10	6	6	9	21	16	11	24	174
1	14	11	17	11	5	7	9	13	18	18	18	14	155
2	17	6	12	7	4	10	8	20	8	24	15	16	147
3	6	11	8	4	1	1	3	4	9	5	8	12	72
4	2	1	1	0	1	0	0	0	0	1	2	1	9
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	3
Σ	56	62	53	29	21	24	26	46	56	66	54	67	560

Tabelle C. (Fortsetzung.)

Gruppenwindstärke	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
5) Gruppe I													
0	54	56	55	43	24	31	27	37	46	53	48	64	538
1	21	8	16	11	3	8	9	19	15	21	19	21	171
2	9	8	10	3	4	3	6	9	11	20	13	14	110
3	8	9	5	1	0	2	0	3	5	8	9	13	63
4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5	5
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3
Σ	94	83	86	58	31	44	42	68	77	103	90	114	890

Tabelle D.

(vgl. S. 13.)

Vertheilung der Sturmphänomene und der Sturmtage (Gruppenstärke I—5) der Jahre 1886/95 nach ihrer Richtung und ihrer Stärke für die Jahreszeiten und das Jahr.

Phänomenrichtung	Mai bis August					September bis April					Jahr					
	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I	VI/IX	IV/V	III	II	I	
a) Sturmphänomene																
32	0	2	4	3	5	4	4	17	10	11	4	6	21	13	16	
4	1	1	11	6	1	8	16	45	37	25	9	17	56	43	26	
8	0	1	3	0	0	6	4	19	0	3	6	5	22	0	3	
12	0	0	1	0	1	4	12	26	4	8	4	12	27	4	9	
16	0	1	1	1	0	10	15	8	2	6	10	16	9	3	6	
Σ	10	16	12	12	3	51	75	61	67	48	61	91	73	79	51	
20	8	11	42	16	20	51	55	100	58	71	59	66	142	74	91	
28	5	18	34	20	14	13	16	30	39	37	18	34	64	59	51	
Σ	24	50	108	58	44	147	197	306	217	209	171	247	414	275	233	
b) Sturmtage																
32	0	2	4	1	7	5	7	18	15	14	5	9	22	16	21	
4	0	3	13	7	1	10	25	76	45	32	10	28	89	52	33	
8	1	1	3	0	0	8	3	21	0	4	9	4	24	0	4	
12	0	0	1	0	1	7	16	35	4	8	7	16	36	4	9	
16	0	1	1	1	0	12	16	9	4	7	12	17	10	5	7	
Σ	12	21	26	23	11	62	110	115	102	78	74	131	141	125	89	
20	8	11	50	18	23	63	62	115	60	78	71	73	165	78	101	
28	9	27	60	36	23	23	31	72	70	65	32	58	132	106	88	
Σ	30	66	158	86	66	190	270	461	300	286	220	336	619	386	332	
c) Sturmphänomene																
Sturmphän.-Windstärke	1	19	33	45	18	21	84	79	97	84	92	103	112	142	102	113
	2	4	15	39	30	20	47	72	108	72	62	51	87	147	102	82
	3	1	2	20	9	3	12	36	71	50	47	13	38	91	50	50
	4	0	0	4	1	0	3	8	24	8	5	3	8	28	9	5
	5	0	0	0	0	0	1	2	6	3	3	1	2	6	3	3
d) Sturmtage																
Gruppenwindstärke	1	24	47	67	34	39	119	119	164	121	132	143	166	231	155	171
	2	5	17	61	42	22	52	99	174	105	88	57	116	235	147	110
	3	1	2	26	9	5	15	42	93	63	58	16	44	119	72	63
	4	0	0	4	1	0	3	8	24	8	5	3	8	28	9	5
	5	0	0	0	0	0	1	2	6	3	3	1	2	6	3	3

Tabelle E. Häufigkeit der Sturmtage mit rechtzeitigem Signal (A) und ohne solches (B)
(vgl. S. 19.) in den Jahren 1886/95.

Gruppenrichtung	Mai bis August										September bis April																	
	A					B					A					B												
	Gruppensturmstärke					Gruppensturmstärke					Gruppensturmstärke					Gruppensturmstärke												
	0	1	2	3	4	5	Σ	0	1	2	3	4	5	Σ	0	1	2	3	4	5	Σ	0	1	2	3	4	5	Σ
1) Gruppe VI/IX																												
32	2	2	.	3	1	.	.	.	4	3	1	4	
4	1	1	3	3	3	4	2	.	.	.	9	23	3	1	.	.	27		
8	0	1	1	2	1	1	5	.	.	.	6	13	3	16		
12	3	2	3	2	.	.	.	5	14	4	1	.	.	.	19		
16	1	1	10	5	4	1	.	20	3	1	1	.	.	.	5		
Σ	11	5	1	.	.	.	17	19	5	1	.	.	25	84	37	14	4	1	140	41	5	1	.	.	.	47		
24	4	1	5	5	5	2	.	.	12	22	19	20	6	1	69	6	11	.	4	1	.	22		
28	5	1	1	.	.	.	7	26	6	.	1	.	33	17	12	7	.	36	20	4	34		
Σ	21	8	2	.	.	.	31	59	16	3	1	.	79	140	87	48	11	9	289	123	32	4	4	1	.	164		
2) Gruppe IVV																												
32	.	2	2	1	2	.	.	.	3	5	3	1	.	.	.	9		
4	.	1	1	.	.	.	2	4	1	.	.	.	5	8	4	3	6	.	21	27	8	3	1	.	.	39		
8	1	1	.	.	.	2	6	5	4	1	.	16	29	4	2	.	.	.	35		
12	9	6	5	.	.	16	29	4	2	.	.	.	35		
16	.	1	1	1	1	9	4	6	2	.	31	2	2	2	.	.	.	6		
Σ	11	6	8	.	.	.	25	30	6	1	.	.	37	59	43	39	8	2	152	23	9	8	.	.	.	40		
24	7	4	2	1	.	.	14	18	8	3	1	.	12	18	13	20	16	4	1	72	12	5	1	1	1	30		
28	4	9	2	.	.	.	15	25	14	2	.	.	41	16	6	5	5	1	33	36	11	2	1	.	.	50		
Σ	22	22	14	1	.	.	59	68	25	3	1	.	97	116	76	79	39	7	2	319	147	43	20	3	1	214		
3) Gruppe III																												
32	0	1	1	2	.	1	5	.	1	3	2	.	6	7	9	2	1	.	.	19		
4	.	.	3	1	.	.	4	4	6	1	2	.	13	4	8	6	8	2	28	26	24	20	4	4	.	78		
8	0	7	3	.	.	.	10	2	2	.	.	.	2	6	9	10	1	.	.	27		
13	0	6	.	1	.	.	7	4	4	7	2	.	17	12	15	6	1	.	.	34		
16	.	1	1	3	2	3	2	1	11	2	3		
Σ	6	4	5	5	.	.	20	12	7	5	.	.	24	37	27	42	17	6	129	21	12	7	3	1	.	44		
24	4	10	7	1	.	.	22	18	13	9	5	1	46	15	13	33	33	5	1	103	15	11	9	6	.	42		
28	4	9	9	2	.	.	24	27	19	16	4	1	67	12	11	16	11	3	54	30	18	10	1	1	.	60		
Σ	10	18	27	15	1	.	71	75	49	34	11	3	172	77	66	110	75	17	5	350	119	98	64	18	7	1	307	
4) Gruppe II																												
32	0	2	.	1	.	.	3	2	6	1	3	.	1	13	6	0	3	1	.	10		
4	1	1	5	4	3	.	.	12	3	7	7	4	.	21	30	14	5	6	2	.	57		
8	0	0	2	2	2		
12	0	2	1	2	1	.	.	.	3	6	2	1	.	.	.	9		
16	0	2	1	.	.	.	3	2	.	2	1	.	5	2	3		
Σ	3	3	4	2	.	.	12	1	5	5	4	.	15	29	34	35	9	1	109	14	11	10	1	.	.	36		
24	2	2	8	2	1	.	15	4	3	2	.	.	9	7	6	19	16	4	1	53	10	7	2	4	1	34		
28	2	2	6	1	.	.	11	8	14	13	.	.	35	14	15	14	15	.	58	14	18	6	2	.	.	40		
Σ	8	7	18	5	1	.	39	23	27	24	4	.	78	59	69	78	48	5	3	262	84	52	27	15	3	1	181	
5) Gruppe I																												
32	0	7	2	4	1	.	14	3	2	3	1	.	9	14	6	2	.	.	.	22		
4	0	21	1	.	.	.	22	13	6	4	1	.	24	68	10	6	4	1	.	89		
8	0	1	1	2	2	.	.	.	4	12	1	1	.	.	.	14		
12	1	1	5	.	1	.	.	6	7	7	45	7	.	1	.	.	55		
16	1	1	8	2	1	2	.	13	12	2	14		
Σ	7	2	2	.	.	.	11	12	4	1	2	.	19	55	24	20	13	.	112	36	14	5	2	.	.	57		
24	7	3	3	.	.	.	13	21	11	5	1	.	38	18	16	16	13	2	3	68	33	15	10	2	1	61		
28	7	4	1	.	.	.	12	29	12	5	1	.	47	20	12	11	15	1	59	73	13	9	4	.	.	99		
Σ	23	9	6	.	.	.	38	96	30	16	5	.	147	126	64	55	45	3	3	296	293	68	33	13	2	1	409	

Tabelle F.
(vgl. S. 19.)

Auf die Sturmtage gegründete Trefferprocente.
a) Vertheilung auf die Gruppenwindrichtungen.

Gruppenwindrichtung	Mai bis August								September bis April								Jahr										
	Küstengebiet								Küstengebiet								Küstengebiet										
	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
1) für alle Gruppensturmstärken																											
32	—	—	(0)	(0)	100	0	0	0	67	100	40	50	25	24	57	29	67	100	33	40	36	20	50	20			
4	(0)	(0)	—	25	29	24	8	0	27	33	56	25	35	26	27	21	26	30	56	25	34	26	24	18			
8	(0)	(50)	—	(50)	(0)	0	—	(0)	19	43	(100)	27	6	7	(0)	22	17	44	(100)	29	6	5	(0)	21			
12	33	(0)	—	(0)	0	0	(0)	(0)	14	35	25	38	21	31	33	25	12	35	24	38	19	27	29	23	12		
16	(0)	(0)	—	(0)	(50)	(100)	0	(100)	79	92	78	80	78	79	62	47	71	92	78	77	76	80	45	50			
20	38	74	56	40	48	45	44	37	77	87	77	75	79	75	75	66	71	85	74	69	73	69	70	62			
24	11	30	11	29	54	32	62	25	81	77	78	76	78	71	69	53	69	72	65	69	73	59	67	45			
28	7	29	36	18	27	26	24	20	52	79	70	60	40	47	59	37	33	56	59	43	35	38	48	33			
Im Ganzen	19	43	38	28	38	29	33	21	63	76	73	64	60	53	59	42	55	71	67	57	55	47	54	38			
2) für die Gruppensturmstärken 1—5																											
32	—	—	—	—	(100)	0	(0)	0	75	100	(50)	80	43	33	73	43	75	100	(50)	80	56	27	69	29			
4	—	(0)	—	—	67	31	0	(0)	38	50	50	60	52	32	40	34	38	46	50	60	54	31	35	33			
8	—	(100)	—	—	(100)	(0)	0	—	14	67	—	62	33	0	—	(50)	14	75	—	67	25	0	—	50			
12	(0)	(0)	—	—	(0)	(0)	(0)	(0)	42	40	(50)	29	62	37	25	0	38	40	(50)	29	62	36	25	0			
16	(0)	(0)	—	—	(100)	(100)	(0)	(0)	77	90	88	83	75	89	75	71	71	90	(88)	83	76	90	60	71			
20	47	67	67	50	67	54	39	36	88	91	85	90	85	80	78	73	82	89	83	84	82	75	71	69			
24	14	29	25	12	64	44	72	26	83	76	71	75	87	77	77	64	72	71	66	68	84	67	76	55			
28	6	38	43	22	41	33	25	22	65	86	84	83	55	58	63	60	40	60	75	66	48	47	50	50			
Im Ganzen	22	42	50	33	56	39	36	23	73	79	80	78	75	59	68	59	65	74	76	72	71	54	61	53			

b) Vertheilung auf die Gruppenwindstärken.

Gruppenstärke	k	λ	π	Mai bis August												September bis April											
				IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I						
0	14	44	30	26	24	12	26	19	40	71	64	53	44	39	41	30	34	66	57	47	39	31	39	28			
1	20	36	50	25	33	10	18	26	63	70	62	69	50	30	56	43	56	63	59	62	44	34	46	38			
2	7	33	40	42	55	39	24	20	64	71	82	77	69	47	58	50	51	69	77	71	66	45	51	45			
3	45	58	67	40	82	44	43	27	85	95	90	92	80	63	74	63	80	88	87	88	80	58	65	55			
4	(0)	(0)	(0)	(0)	(50)	58	56	0	75	82	78	73	93	81	76	78	75	78	75	69	91	76	74	71			
5	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	100	80	(100)	67	88	71	62	60	80	67	(100)	67	88	64	67	60			

$$\begin{matrix}
 k & 1 & 1 & 1 & 1-4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \lambda & 2 & 2 & 2 & 5-8 & 2-3 & 2-3 & 2 & 2 \\
 \pi & 3-6 & 3-5\frac{1}{2} & 3-5 & 4-6\frac{1}{2} & 4-7 & 4-6 & 3-5 & 3-5
 \end{matrix}$$

Tabelle G.
(vgl. S. 21.)

Die nicht, die zu spät und die rechtzeitig gewarnten Sturmphänomene (B, P, A) der Jahre 1886/95, nach Richtung und Stärke getrennt, nebst den Erfolgsprozenten (o/o A).

Phänomen-Vertheilung	Mai bis August								September bis April										
	Phänomen-Sturmstärken					Zahl der Fälle			o/o A	Phänomen-Sturmstärken					Zahl der Fälle			o/o A	
	1	2	3	4	5	B	P	A		A+B+P	1	2	3	4	5	B	P		A
1) Gruppe VI/IX																			
32	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	1	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	8	2	—	—	—	—	—	—	2	3	5	10	50	33	16	1	1	—	—
24	8	2	1	—	—	—	—	—	6	1	1	8	12	22	17	9	2	1	—
28	8	—	—	—	—	—	—	—	3	1	1	5	20	9	4	—	—	—	—
Zahl der Fälle	B	P	A	A+B+P					21	3	3	—	—	27	—	—	—	—	—
	4	1	—	—	—	—	—	—	7	2	2	—	—	11	—	—	—	—	—
	6	2	—	—	—	—	—	—	56	42	7	3	1	—	—	—	—	—	—
	19	4	1	—	—	—	—	—	84	47	12	3	1	—	—	—	—	—	—
o/o A	32	50	(0)	—	—	—	—	—	35	67	89	58	100	(100)	—	—	—	—	—

Tabelle O. (Schluss.)

		Mai bis August					September bis April															
		Phänomen-Sturmstärken					Zahl der Fälle				% A	Phänomen-Sturmstärken					Zahl der Fälle				% A	
		1	2	3	4	5	B'	P	A	A+B'+P	% A	1	2	3	4	5	B'	P	A	A+B'+P	% A	
2) Gruppe IV/V																						
Phänomen-Beobachtung	32	1	1				0	0	2	2	100	1	1	1	1		1	0	3	4	75	
	4						1	0	0	1		10	8	5	3		8	2	6	16	28	
	8	1					1	0	0	1	10	1	1	2			1	0	3	4	75	
	12						0	0	0	0		7	4	1			4	1	7	12	38	
	16						0	0	1	1	100	6	7	2			2	2	11	15	57	
Phänomen-Beobachtung	20	9	7				4	2	10	16	62	32	36	6	1		4	10	61	75	81	
	24	7	2	2			3	1	7	11	64	15	15	17	6	2	9	2	44	55	80	
	28	14	4				8	2	8	18	44	9	3	4			8	2	6	16	28	
	Zahl der Fälle	B'	11	0	1			17					23	41	2	1		27		19		
	P	2	3	0			5					10	8	1			19					
A	15	12	1			28					46	53	33	7	2	141						
A+B'+P	33	15	2			50					79	72	36	8	2	197						
% A	45	80	50							56	58	71	92	88	100				72			
3) Gruppe III																						
Phänomen-Beobachtung	32	1	1	1	1		4	0	0	4	0	7	7	1	2		10	2	5	17	29	
	4	0	2	3			9	0	2	11	18	20	15	6	4		27	4	14	45	51	
	8	3					3	0	0	3	0	6	8	3	2		15	2	2	19	11	
	12		1				1	0	0	1	0	15	8	3			0	0	9	26	35	
	16	1					0	0	1	1	100	2	3	3			0	1	7	8	88	
Phänomen-Beobachtung	20	5	6	1			7	1	4	12	33	18	25	11	7		6	7	48	61	79	
	24	14	16	10	2		17	8	17	42	40	15	32	39	8	6	14	12	74	100	74	
	28	15	13	5	1		21	5	8	34	24	14	10	5	1		12	5	13	30	43	
	Zahl der Fälle	B'	33	19	7	3		62					53	34	8	5	1	101				
	P	4	6	3	1		14					10	8	11	3	1	33					
A	8	14	30			52		12		108	24	46	52	16	4	172						
A+B'+P	45	29	20	4		108					87	108	71	24	6	396						
% A	18	56	50	0							36	55	61	73	67					56		
1. Gruppe II																						
Phänomen-Beobachtung	32	1	2				2	1	0	3	6	2	4	3		1	3	1	6	10	69	
	4	3					4	2	0	6	0	19	8	8	2		21	1	15	37	41	
	8						0	0	0	0		0	0	0			0	0	0	0		
	12						0	0	0	0		3	1				3	0	1	4	25	
	16	1					1	0	0	1	100	1	1	1			0	1	1	2	50	
Phänomen-Beobachtung	20	5	4	3			4	2	6	12	50	31	26	10			6	9	52	67	78	
	24	1	3	5	1		4	3	9	16	60	11	21	18	6	2	6	9	43	58	74	
	28	7	12	1			11	3	6	20	55	17	12	10			14	3	22	39	56	
	Zahl der Fälle	B'	14	9	5			26					31	12	7	3		53				
	P	0	10	1			11					16	6	8			24					
A	4	11	5	1		21				58	45	54	25	5	3	146						
A+B'+P	18	20	9	1		58					84	72	30	8	3	217						
% A	22	57	56	100							36	51	55	70	68	100				65		
3) Gruppe I																						
Phänomen-Beobachtung	32	1	3	1			5	0	0	5	0	6		2			4	1	6	11	55	
	4	1					1	0	0	1	0	15	7	4	1		15	2	8	25	32	
	8						0	0	0	0		1	1	1			1	0	2	3	67	
	12		1				1	0	0	1	0	7	1	1			8	0	0	8	0	
	16						0	0	0	0		4	1	1			1	1	4	6	67	
Phänomen-Beobachtung	20	1	1	1			2	0	1	3	33	29	18	9	1		7	6	35	48	73	
	24	10	3	1			12	3	5	20	25	23	22	10	5	3	12	17	42	71	89	
	28	8	6				11	1	2	14	14	18	10	9			14	3	20	37	54	
	Zahl der Fälle	B'	16	13	4			33					41	16	8	1		62				
	P	2	2				4					11	10	8	1		30					
A	3	5				8				44	10	46	31	5	3	117						
A+B'+P	21	20	3			44					52	69	47	6	3	299						
% A	14	25	0							18	45	65	56	68	100				56			

AUS DEM
ARCHIV DER DEUTSCHEN SEEWARTE.

XXI. Jahrgang 1898.

Herausgegeben von der Direktion der Seewarte.

No. 5.

Neuere Bestimmungen

über das

Verhältniss zwischen der Windgeschwindigkeit und Beaufort's Stärkeskala.

Von

Prof. Dr. **W. Köppen.**



HAMBURG, 1899.

Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.

Neuere Bestimmungen über das Verhältniss zwischen der Windgeschwindigkeit und Beaufort's Stärkeskala.

Von Prof. W. Köppen.

Nicht allein die verhältnissmässige Kostspieligkeit und Komplizirtheit der Anemometer, sondern auch die Schwierigkeit, sie vergleichbar aufzustellen, bedingt es, dass exakte Messungen der Windgeschwindigkeit noch auf lange hinaus nicht auf eine ähnliche Verbreitung rechnen dürfen, wie sie diejenigen der Lufttemperatur und des Luftdrucks längst erreicht haben. Zur Verfolgung dieses für die Mechanik der Atmosphäre ungemein wichtigen Elements über grosse Flächenräume hinweg können wir also der Schätzungen nicht entbehren, und die Uebersetzung der dabei benutzten willkürlichen Skalen in wirkliche Geschwindigkeiten der Luftbewegung ist daher eine Frage von nicht geringer Bedeutung für die Meteorologie.

Entgegen dem, was man erwarten möchte, ist die Unsicherheit der Schätzungen nicht die grösste Schwierigkeit für eine solche Uebersetzung. Denn die tägliche Erfahrung, namentlich an synoptischen Karten, zeigt, dass auf offener See und an den Küsten, wo die Menschen gewohnt sind auf den Wind zu achten, die Stärkeschätzungen der meisten Beobachter auffallend gut übereinstimmen und die „persönlichen Fehler“ relativ gering sind; natürlich finden sich immer einzelne Beobachter, die durchweg niedriger oder höher schätzen, als das Gros, aber diese sind nur vereinzelt. Die unbewussten Ueberlegungen, die zu der Wahl eines gewissen Stärkegrades einer gegebenen, z. B. 12-theiligen, Skala für den augenblicklichen Wind führen, vollziehen sich bei den meisten Menschen, die viel mit dem Wind zu thun haben, nach einiger Uebung offenbar sehr gleichförmig.

Die Schwierigkeiten lagen bisher mehr in der Reduktion der Anemometer-Angaben und in ihrem richtigen Vergleich mit den Stärkeschätzungen. Vor 1875, wo die erste auf einigermaassen ausgedehntem Material von regelmässigen Wind-Messungen und -Schätzungen beruhende Vergleichung veröffentlicht wurde, lagen nur einige mehr oder weniger willkürliche Aufstellungen*) über das Verhältniss zwischen geschätzten Stärkegraden und Windgeschwindigkeiten vor, die zum Theil um mehr als 100% auseinander gingen. Aber auch nach dem Erscheinen der eben erwähnten Vergleichung von Seott wurde die Feststellung richtiger Werthe durch zwei Umstände sehr erschwert: (1) die Unkenntniss über die wirklichen Skalengrössen der betreffenden Anemometer, deren Graduirung unter der Herrschaft der Robinson'schen Annahme (Faktor 3:1) erfolgt war, und (2) Fehler in der Methode der Zusammenstellung; als drittes Hinderniss muss man noch die bekannte Zähigkeit hinzufügen, mit der sich einmal in populäre oder Lehr-Bücher übergegangene Zahlen behaupten, auch wenn sie noch so unbegründet sein mögen. Im Laufe der letzten Jahre sind indessen jene beiden ersten Umstände so ziemlich aus dem Wege geschafft und es liegt nunmehr eine beträchtliche Reihe von Bestimmungen vor, welche gut übereinstimmen, so dass der normale Geschwindigkeitswerth von Beaufort's Skala — denn auf diese beziehen sich fast alle die Untersuchungen — für die häufigeren Grade (2 bis 6 Beauf.) bis auf einige Zehntel-Meter sicher bestimmt ist, und nur für die Umwerthung der höchsten und niedrigsten Stufen noch immer eine gewisse Unsicherheit besteht.

*) „Until recent years the scales published were simply so much nonsense“ hat Fr. Gaster nicht mit Unrecht kürzlich geäussert (Quart. Journ. R. Met. Soc. 1897, p. 58).

Um einen maassgebenden Vergleich zwischen Schätzung und Messung der Windstärke auszuführen, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein.

1. Schätzung und Messung müssen sich auf Dasselbe beziehen, d. h. der Schätzende muss denselben Wind beobachten, den das Anemometer misst. Schätzung und Messung müssen also zeitlich und räumlich möglichst zusammenfallen. Je weniger dies der Fall ist, um so mehr ist nicht nur

- a) die Möglichkeit vorhanden, dass die Werthe der einen Kategorie relativ zu hoch oder zu niedrig liegen gegen die der andern Kategorie, — sondern es muss auch fälschlich
- b) diejenige Grösse, die zu arithmetischen Mitteln verbunden wird und den Inhalt der Tabelle bildet, weniger extreme Werthe aufweisen, als diejenige, die als Argument für die Zusammenstellung gewählt wird.*) Es ist klar, dass wenn die Grösse B nichts mit dem Argument A zu thun hätte, sie bei allen Werthen von A denselben mittleren Werth zeigen würde, vorausgesetzt dass die Zahl der Fälle gross genug ist, um die zufälligen Abweichungen sich ausgleichen zu lassen. Jede, auch nur geringe, Schwächung des Zusammenhangs zwischen A und B muss nach dieser Richtung hin wirken, nämlich abstumpfend auf den Inhalt der Tabelle, also umgekehrt verschärfend auf das Argument.

Anders liegt die Sache, wenn es sich um den Vergleich von Integralwerthen, die sich über einen Zeit- oder Raumabschnitt ausdehnen, mit zufällig aus demselben herausgegriffenen Stichproben handelt. Hier ergibt sich zwar nothwendig die eben besprochene Abstumpfung, wenn man diese Stichproben als Argument benutzt und z. B. die Windwege der ganzen Stunde, in die die Beobachtung fällt, nach der Windstärke im Moment der letzteren anordnet, wie dies gewöhnlich geschieht; denn wenn diese z. B. Windstille ergab, so ist es nicht wahrscheinlich, dass die letztere stets während der ganzen Stunde angedauert habe, und wenn der Beobachtungsmoment schweren Sturm ergab, so wird die Zahl der Fälle grösser sein, in denen der Rest der Stunde unter dieser Stärke zurückblieb, als in denen dieser Rest im Durchschnitt noch grössere ergab: es wird also in diesen Fällen keine Ausgleichung der Abweichungen nach beiden Seiten stattfinden. Dagegen fällt diese Gefahr fort, wenn wir die Integralwerthe als Argument benutzen und die zufällig herausgegriffenen Stichproben nach ihnen ordnen, vorausgesetzt, dass beide Grössen (hier Windgeschwindigkeit und Schätzung) ungefähr proportional mit einander sind. Denn die Zahl der Momente während der Stunde, in denen sie über und unter dem Durchschnitt der Stunde lagen, wird annähernd gleich sein, und also die Wahrscheinlichkeit, einen solchen aus der oberen oder der unteren Hälfte herauszugreifen, ungefähr dieselbe. Ordnet man somit Momentwerthe nach den Integralwerthen, so sind die systematischen Fehler, die man dabei begeht, jedenfalls viel kleiner, als wenn man umgekehrt verfährt; besser ist es freilich immerhin, nur Werthe derselben Augenblicke zu vergleichen und sich nicht auf die gegenseitige Aufhebung der Fehler zu verlassen.

Für den Raum würden dieselben Betrachtungen, wie für die Zeit gelten, wenn man z. B. Werthe einer Station mit den Mittelwerthen des ganzen Landes zu vergleichen wünscht; dieser Fall kommt aber für uns hier nicht in Betracht.

Ein fernerer methodischer Fehler könnte darin liegen, dass bei der rasch nach oben abnehmenden Häufigkeit der verschiedenen Stärkestufen unter den (beispielsweise) als Stärke 8 notirten Fällen diejenigen, die zwischen $7\frac{1}{2}$ und 8 liegen, überwiegen müssen über die zwischen 8 und $8\frac{1}{2}$ liegenden, also das Mittel eigentlich nicht 8, sondern etwas weniger sein müsste. Allein dieser Fehler kommt für uns nicht in Betracht, nicht allein weil er klein ist (vgl. Kleiber's Bestimmung desselben in Meteor. Zeitschr. 1888, S. 440 und 1890, S. [96]), sondern weil er bei den Schätzungen und den Messungen in nahe gleichem Maasse vorhanden sein muss.

2. Sowohl die Schätzung, als die Messung müssen, jede für sich, möglichst tadellos richtig sein. Die Schätzung muss also von erfahrenen, urtheilsfähigen Beobachtern gemacht sein, und da es sich um Feststellung normaler Werthe unter Ausmerzung persönlicher Eigentümlichkeiten handelt, so ist es wichtig, das Urtheil möglichst vieler Beobachter zusammenzufassen; 1000 Schätzungen von 5 erfahrenen Personen sind werthvoller, als 5000 von einer einzigen. Die Beobachter müssen dabei auch in günstiger

*) Man vergl. z. B. die Aenderung des Verhältnisses zwischen den gleichzeitigen Windgeschwindigkeiten von Petersburg und Kronstadt je nachdem die des einen oder die des andern Ortes als Argument genommen werden, in der Abhandl. von Rykatschiff im Repert. für Meteorol. Bd. 12, No. 6, S. 44—45.

Lage sein, um die Windstärke für die das Anemometer bestreichende Luft schätzen zu können, aber von den Angaben des letzteren in keiner Weise beeinflusst sein.

Andererseits muss das Anemometer ein verlässliches Instrument sein, dessen Konstanten bekannt und richtig in Rechnung gebracht sind. Es ist eine längst bekannte Thatsache, dass die Skalen, welche die Mechaniker an die Anemometer-Zählwerke anbringen, mit der wirklichen Windgeschwindigkeit nur in loser Verknüpfung stehen und für Instrumente verschiedener Konstruktion verschiedenen Sinn haben. Es kann also nicht genügen, diese Skalen der Vergleichung zu Grunde zu legen.

Wollten wir nur solche Vergleiche benutzen, bei denen alle diese Bedingungen erfüllt sind, so würde unser Material sehr klein sein. Wir müssen aber, wie gesagt, suchen uns von den persönlichen und sonstigen zufälligen Fehlern durch Vergrößerung des Materials zu befreien, und können dies zum Glück erreichen, indem wir die übrigen Vergleichsreihen mit denjenigen Korrekturen versehen, die sich aus der Analogie mit vollständiger bearbeiteten Reihen ergeben. Von diesem Verfahren ist im vorliegenden Aufsatz ausgiebig Verwendung gemacht.

In der jüngsten über diesen Gegenstand veröffentlichten Abhandlung, jener von R. H. Curtis im Januarheft 1897 des Quarterly Journal of the R. Met. Soc.^{*)}, ist im Anhang eine reichhaltige, wenngleich noch keineswegs vollständige Uebersicht über die einschlägige Literatur gegeben. Ein grosser Theil der angeführten Skalen beruht aber nicht auf wirklichen Vergleichen, sondern auf allerlei Ueberlegungen und vagen Vermuthungen, bei denen dem persönlichen Geschmack weiter Spielraum gewährt und eine Kritik der Grundlagen unterlassen wurde. Viele sind auch nur ungenaue oder nach Gutdünken abgeänderte Abschriften älterer Aufstellungen.

Wir wollen uns hier darauf beschränken, nur die sicher auf grösseren Reihen von Vergleichen zwischen Messung und Schätzung beruhenden Umsetzungen zwischen der 12-theiligen Skala und den Anemometerangaben aneinander zu reihen und sie zunächst kurz zu charakterisiren.

1) R. H. Scott hat im Quart. Journ. Met. Soc., Bd. 2, S. 112, im Jahre 1875 die erste solche Vergleichung durchgeführt, und zwar aus Anlass der Leipziger meteorologischen Konferenz vom Jahre 1872 und mit Unterstützung von Fr. Gaster. Es wurden hierbei zuerst 433 Stärkeschätzungen auf dem Leuchthaus des Hafendammes von Holyhead mit den Angaben des Anemometers an demselben Gebäude in den betreffenden Stunden verglichen und hierauf von Yarmouth einige hundert Registrirungen bei östlichen Winden hinzugezogen, welche mit den Schätzungen auf einem 1.7 Sm vom Anemometer entfernten Leuchtschiff verglichen wurden. Die Vergleiche bei westlichen Winden ergaben viel geringere Anemometergeschwindigkeiten, wurden aber verworfen, offenbar in der Annahme, dass das Anemometer bei ablandigen Winden viel mehr durch das Land geschützt sei, als das Leuchtschiff. In dieser wie in den folgenden Diskussionen über den Gegenstand im Quart. Journ. R. Met. Soc. wird zwar stets nur die Anstellung des Anemometers eingehend besprochen, allein es ist klar, dass bei den Vergleichen nur die Unterschiede zwischen der Lage des Anemometers und jener des Beobachters, resp. der Objekte, nach denen er schätzt, entscheidend sind. Gesetzt, es seien beide in gleicher Weise von der Oertlichkeit beeinflusst, so wäre die Forderung einer durchaus freien Lage für das Anemometer überflüssig, falls nicht der Beobachter sein ganzes Leben in diesen selben Lokalverhältnissen zugebracht hat und in Folge davon seine Schätzungen nicht der Forderung 2 entsprechen. Zeigt aber der Vergleich für verschiedene Windrichtungen ein wesentlich verschiedenes Verhältniss zwischen Schätzung und Messung, so ist die Beeinflussung verschieden und ist der Vergleich wohl besser überhaupt zu verwerfen.

Bei Falmouth ergibt sich dieser Unterschied nicht, und da auch die Zahl der benutzten Beobachtungen weitaus am grössten ist — 4674 — so würden diese Vergleiche am meisten Gewicht beanspruchen können, wenn der Ort der Schätzungen — Eddystone — nicht 30 Sm vom Anemometer entfernt wäre. Für die gleichen Beaufort-Grade giebt Falmouth etwa um 20% kleinere Windwege, als Holyhead; für die Ableitung der Skala hat Scott diese Vergleiche nicht benutzt.

Die Skala von Scott ist in die Beobachtungs-Instruktion des Meteorological Office im Jahre 1875 aufgenommen, jedoch ausdrücklich als „merely provisional“. Dennoch behauptet sie sich auch jetzt in den meisten Lehrbüchern mit grosser Zähigkeit. Abgesehen von der Schwäche ihrer Beobachtungs-Grundlage beruht sie aber auf der entschieden falschen Annahme des Instrumental-Faktors 3 für die angewandten

^{*)} R. H. Curtis: An attempt to determine the Velocity Equivalents of Wind Forces estimated by Beaufort's Scale.

Kew-Anemometer. Dieser Faktor wird gegenwärtig als nur 2.2 angenommen, in welchem Verhältniss also die Scott'schen Zahlen zum mindesten zu verkleinern sind, mit Ausnahme der untersten Grade.

Andererseits erfordert der methodische Fehler der Gruppierung von Integralwerthen nach Momentwerthen die sogleich unter 2 zu nennende Korrektur.

2) Im Jahre 1879 hat Dr. Sprung 3594 Beobachtungen aus den Jahren 1876—78 von den Stationen der Seewarte Neufahrwasser, Swinemünde, Keitum und Borkum mit den Angaben der Anemometer an denselben Orten während der zwei den Beobachtungstermin einschliessenden Stunden verglichen. Diese Zusammenstellungen konnte ich im Manuscript benutzen für einen Aufsatz,^{*)} in welchem ich zugleich den ersten Versuch gemacht habe zu einer Bestimmung der wirklichen Konstanten der Anemometer der Seewarte. Mit den so gefundenen Konstanten hat dann auch Sprung bei der Veröffentlichung seiner Arbeit im 2. Bande des Archivs der Seewarte die von ihm nunmehr etwas anders gruppirten Mittelwerthe umgerechnet und am Schluss seiner Ahandlung veröffentlicht. Die von den verschiedenen Stationen und Windrichtungen gewonnenen Werthe stimmen ausserordentlich gut überein.

Neun Jahre später bin ich darauf gekommen, dass es zu fehlerhaften Resultaten führen muss, wenn man, wie dies bis dahin stets geschah, zur Ordnung von Integralwerthen längerer Zeiträume Schätzungen, die Momentwerthe sind, als Argument benutzt, wie oben erläutert ist. Auf meine Bitte stellte mir Sprung seine Ausschnitte zur Verfügung, so dass ich an demselben Material die umgekehrte Zusammenstellung ausführen und den Einfluss der Methode auf das Resultat leicht feststellen konnte. Das Ergebniss habe ich in der Meteorologischen Zeitschrift 1888, S. 239, in einer Fussnote zu einer Mittheilung gegeben, die Waldo über dieselbe Umordnung machte, welche er an seinen unter 5 zu nennenden Vergleichen auf meine Veranlassung ausgeführt hatte.

Die Konstanten der Stations-Anemometer der Seewarte sind später an zwei Exemplaren durch Herrn Geh. Rath Dr. Neumayer und Dr. v. Hasenkamp genauer untersucht worden. Das Ergebniss ist im „Archiv der D. Seewarte“, Jahrgang 1897 (Bd. 20), No. 4, S. 38 und 45—47 veröffentlicht. Da zu der Zeit, auf die Sprung's Untersuchung sich bezieht, auf den Stationen der Seewarte nur Anemometer derselben Konstruktion aufgestellt waren, so können diese Konstanten mit genügender Annäherung für alle gelten. Der Vergleich im freien Winde mit einem kleinen Recknagel-Anemometer, dessen Konstanten bestimmt waren, hat für zwei Stationsanemometer die Gleichungen $w = 0.60 + 2.279 v$ und $w = 0.72 + 2.218 v$ ergeben. Die direkte Untersuchung auf dem Rotations-Apparat ergab für das zweite dieser Anemometer $w = 0.65 + 2.495 v$. Die im freien Winde erhaltenen Konstanten erklärt Herr Geh. R. Neumayer für die maassgebenderen, weil sie auch den Fehler der grossen Schalenkreuze, bei wechselnder Windstärke zu grosse Werthe zu geben, zum grossen Theile mit eliminirt. Wir müssen also das Mittel der zwei ersten Bestimmungen: $w = 0.7 + 2.25 v$, als wahrscheinlichste Gleichung für die Stationsanemometer an Stelle der von mir angenommen $w = 1.0 + 2.4 v$ setzen.

Dieses ist die einigermaassen komplizirte Entstehungsgeschichte der Reihe Sprung-Köppen in der weiter unten gegebenen Tabelle.

3) In einem Aufsatz, den ich im Jahre 1885 der Londoner „Meteorological Society“ vorgelegt habe und der im 11. Bande ihres „Quarterly Journal“, S. 268, so wie im „Wetter“, Bd. 3, S. 66 erschienen ist, habe ich Monatsmittel der geschätzten und der mit dem Anemometer gemessenen Werthe für Hamburg aus den Jahren 1878—82 verglichen, und so die Windgeschwindigkeiten für die Beaufort-Grade zwischen 1.8 und 4.5 bestimmt; die Anemometer-Konstanten sind ebenso wie im vorhergehenden Vergleich eingeführt, die Methode erscheint nur darin einwurfsfrei, dass arithmetische Mittel aus Grössen verglichen werden, die einander nicht genau proportional sind. Ueber die wichtigen höheren Werthe der Skala können natürlich auf diesem Wege keine Aufschlüsse gewonnen werden.

4) Der Zeit nach folgt hierauf ein diesem Gegenstande gewidmeter Bericht des „Wind Force Committee“ derselben Gesellschaft, der von G. Chatterton ansgearbeitet ist. Die Angaben der Anemographen zu Holyhead, Falmouth und Yarmouth sind darin verglichen mit den gleichzeitigen Stärkeschätzungen auf den benachbarten Feuerschiffen und Leuchthürmen für das Jahr 1881. Als Argument dienen die Schätzungen; die wirklichen Konstanten der Anemographen sind nicht berücksichtigt, sondern diese als = 3 angenommen.

^{*)} Notiz über die Rückführung der Anemometerangaben der Stationen der Seewarte auf absolutes Maass und über das Verhältniss von Beaufort's Skala zur Windgeschwindigkeit. Oesterr. Meteor. Zeitschr., 1879, S. 302.

Die Zusammenstellungen sind grossentheils nur für bestimmte Windrichtungen ausgeführt. Reihe No. V, in welcher die Resultate für östliche und westliche Winde des Vergleichs zwischen Holyhead und dem „Carrarvon Bay Lightship“ vereinigt sind, wird von Chatterton selbst als die am meisten Vertrauen verdienende angesehen, und diese habe ich, nach Anbringung der bekannten Korrekturen, in die Tabelle aufgenommen. Die Entfernung zwischen Anemometer und Beobachter ist indessen erheblich, 14 Seemeilen. Bei den Stärken 6—9 giebt das Falmouth-Anemometer, mit den Schätzungen auf Eddystone und Wolf Rock verglichen, etwa um $\frac{1}{2}$; kleinere, das von Yarmouth, bei Ostwinden mit mehreren Leuchtschiffen der Gegend verglichen, um etwa $\frac{2}{3}$; grössere Werthe, als die Reihe V. Herr Chatterton glaubt, dies dem zuschreiben zu müssen, dass in Falmouth der Wind, ehe er das (übrigens hoch und frei aufgestellte) Anemometer trifft, durch die Gebäude der Stadt theilweise gebrochen ist, in Yarmouth aber, wo das Anemometer auf dem Dache eines grossen Gebäudes steht, das nach Osten dicht an den Strand grenzt, es bei Ostwind in einem künstlich verstärkten Luftstrom sich befindet. Bei Westwinden giebt das Instrument, bei denselben geschätzten Windstärken auf den Feuerschiffen, weit geringere Werthe an, wie dies ja auch Scott gefunden hat.

In einer späteren Untersuchung hat Hr. Richard H. Curtis auch für den Anemographen auf Holyhead eine derartige künstliche Verstärkung des Windes durch Gebäude wahrscheinlich gemacht, indem er zeigte, dass seine Angaben bei gewissen Windrichtungen mit jenen eines sehr frei aufgestellten „Pressure-tube-anemometer“ übereinstimmen oder hinter diesen zurückbleiben, bei andern Richtungen aber, welche dem Emporwerfen des Windes durch darunter befindliche Dächer günstig sind, um 10 bis 30% diese letzteren übertreffen.*)

Die gleiche Vermuthung, die von diesen Verfassern in Bezug auf Yarmouth und Holyhead mit Beweisgründen belegt wird, ist schon in meinem oben angeführten Aufsätze in der Oesterr. Meteor. Zeitschr. 1879 auf S. 306 im Hinblick auf dieselben zwei Stationen mit folgenden Worten ausgesprochen worden: „Jedes vom Winde getroffene Gebäude hat nämlich für die benachbarten Luftmassen die Wirkung einer Verengung des, theils durch feste Gegenstände, theils durch die anderen, nicht in derselben Weise beeinflussten Luftmassen gebildeten Rohres, in welchem sie strömen, und in allen Fällen, wo das Gebäude bedeutende seitliche Erstreckung hat und die Luft dadurch nach oben ausweichen muss, wird sich über seinem Dache oberhalb einer durch die Ablenkung des Windes fast windstillen Schicht eine solche mit beträchtlich über das für dieses Niveau richtige Maass erhöhter Luftbewegung finden; wie hoch man das Anemometer zu erheben hat, um über diese Schicht hinaus in unbeeinflusste Luftmassen zu gelangen, muss ganz von den lokalen Umständen abhängen und in jedem Falle durch eine Experimental-Untersuchung bestimmt werden. In derselben Weise, wie ein Gebäude, müssen übrigens auch steile Uferländer oder Gebirgskämme auf senkrecht gegen sie anwehende Winde wirken.“ Selbstverständlich ist dabei vorausgesetzt, dass sich das Objekt, das vom Winde getroffen wird, erheblich über das Terrain erhebt, über das der Wind zu ihm gelangt.

Leider sind solche experimentelle Untersuchungen, wie sie hier verlangt werden, noch nirgends ausgeführt worden; es ist deshalb noch von keinem Anemometer die Aufstellung genügend bekannt. In der Diskussion über den in Rede stehenden Aufsatz von Curtis hat W. H. Dines (auf S. 247) das Ergebniss einiger Versuche über die Anstellung von Anemometern mitgetheilt; bei keiner einzigen Beobachtung seiner in 9, 18 und 39 Fuss Höhe über dem Dache aufgestellten Anemometer hat ein niedrigeres Anemometer ein höheres an Geschwindigkeit übertroffen. Durchschnittlich hat bei den am wenigsten behinderten Richtungen das mittlere 90%, das unterste 80% von den Angaben des obersten geliefert, bei den durch Bäume etc. mehr behinderten Richtungen jenes 80%, dieses 70%, und zwar bei allen Windstärken denselben Prozentsatz. Es wäre höchst erwünscht, wenn derartige Untersuchungen in grösserem Umfange unter verschiedenen Umständen durchgeführt würden.

5) Prof. Frank Waldo hat die Ergebnisse der Anemometermessungen, die er während einer Ueberfahrt von Amerika nach Europa vom 28. September bis zum 15. Oktober 1882 angestellt hat, mit den Stärke-schätzungen der Offiziere des betr. Dampfers verglichen, zuerst nach der alten Reduktionsmethode (Amer. Met. Journ. Okt. 1887), danach auf meinen Vorschlag unter Zugrundelegung der gemessenen Grössen als Argument und Anwendung der angenäherten Instrumental-Konstanten. (Meteor. Zeitschr. 1888, S. 240).

6) Prof. Mohr hat in den „Annalen der Hydrogr. u. Mar. Met.“, 1889, S. 365, eine Untersuchung über „Windstärke und Windgeschwindigkeit auf norwegischen Leuchtfeuer-Stationen“ veröffentlicht, die auf den

*) Vgl. Quart. Journ. R. Met. Soc., Bd. 22, 1896, S. 241—244.

regelmässigen Beobachtungen von Wild'schen Stärketafeln auf 5 Stationen in den Jahren 1876—80 beruht. Die gleichzeitigen Stärkeschätzungen geben den Definitionen nach nur halbe Beaufort-Grade (also 0—6); dies ist unzweifelhaft ein Uebelstand, und auch der Windmessapparat kann sich an Genauigkeit nicht einem Anemometer gleichstellen. Allein da die Beobachter alte Seeleute waren und andererseits auch die Messungen hier Momentwerthe sind und dadurch der Vergleich genauer ist, so hat diese Untersuchung dennoch bedeutenden Werth. Die Konstanten der Apparate ruhen auf den Untersuchungen von Dohrandt.

7) Gleichfalls in den Annalen der Hydr. (Jahrg. 1890, S. 69) hat Dr. Hugo Meyer 5jährige Schätzungen und Messungen auf der Station der Seewarte zu Keitum auf Sylt behandelt. Als Argument hat er die Windwege der zwei anliegenden Stunden genommen, um den oben angegebenen methodischen Fehler zu vermeiden. Den Fehler der Instrumental-Konstanten aber hat er nicht verbessert, sondern die von der Seewarte veröffentlichten Werthe, die auf der Konstante 3 ruhen, unverändert benutzt. Berechnen wir sie, wie bei den Werthen von Sprung geschehen, so erhält man die Werthe unserer Tabelle auf S. 15.

Bei meiner Zusammenstellung auf S. 71 des Jahrgangs 1892 der „Annalen der Hydr. u. Mar. Met.“ habe ich diesen Umstand übersehen, bei dessen Beachtung die wirklichen Windgeschwindigkeiten dieses Vergleichs bei den Stärken von 8 und 9 Beaufort sich niedriger als die aller übrigen Vergleiche stellen. Da es sich dabei um einen einzigen Beobachter handelt, so könnte dies leicht durch eine persönliche Eigenheit seiner Schätzung bedingt sein; allein von wesentlichem Einflusse wird wohl auch der Umstand sein, dass das Schalenkreuz von Keitum, das 1875 noch die benachbarten Bäume überragte, durch deren weiteres Wachsthum in den späteren Jahren mehr und mehr beeinträchtigt worden ist, bis es Anfang 1895 eine andere Aufstellung erhielt.

8) Das auf der Forschungsreise von S.M.S. „Gazelle“ gewonnene umfangreiche Material an Messungen und Schätzungen des Windes ist im 5. Bande des Gazelle-Werkes vollständig mitgetheilt. Die zur Beurtheilung der Messungen erforderlichen Auskünfte über die Art ihrer Anstellung u. s. w. sind zwar im Druck nicht vollständig gegeben, konnten aber durch gefällige Mittheilungen des Herrn Geh. Rath's Neumayer, dem s. Z. die Organisation des wissenschaftlichen Theiles dieser Expedition oblag, ergänzt werden. Das Handanemometer Kraft No. 61 ist während jeder Wache ein oder mehrfach auf kurze Zeit exponirt und seine Umdrehungszahl während einer Minute, sowie die gleichzeitig geschätzte Stärke notirt worden. Die Konstanten des Anemometers sind nach der Reise bestimmt worden, und das Resultat ist kürzlich im Bd. 20 des „Archivs der Seewarte“, Abhandl. 4, S. 25 veröffentlicht. Danach ist die Windgeschwindigkeit $w = 1.3 + 2.3 v$, wenn v die Geschwindigkeit der Schalenmitten bedeutet, alles in Metern pr. Sek. Die veröffentlichten Werthe $w' = 3 v$ sind also nach der Formel $w = 1.3 + \frac{2.3}{3} w'$ umzurechnen; da sie nicht Summenwerthe längerer (z. B. stündlicher) Zeiträume, sondern das Resultat nur minutenlanger Messungen sind, so dürfte es gleichgültig sein, ob bei ihrer Vergleichung mit den momentanen Schätzungen die letzteren nach den ersteren geordnet werden oder umgekehrt. Bei der Diskussion des Verhältnisses zwischen Beaufort-Skala und Metermaass, welche Herr Knipping in den Annalen der Hydr. 1894 (S. 57) veröffentlicht hat, konnte jene Umrechnung noch nicht ausgeführt werden, da ihm die Konstanten des Instruments nicht bekannt waren. Seiner Arbeit liegt hauptsächlich die Tabelle zu Grunde, die auf S. 7 des 5. Bandes des Gazellewerkes eine Gegenüberstellung der Windstärken nach Beaufort und der Umdrehungen des Anemometers in der Minute giebt, wenn das Schiff „hei dem Winde“ segelte,^{*)} also den Beaufort'schen Definitionen entsprach. Ueber die Art, wie diese Tabelle aus den Beobachtungen abgeleitet ist, findet sich im Gazellewerk keine Angabe; die Umdrehungszahl des Anemometers ist nicht in Mittelwerthen, sondern nach Stufen angegeben, die wohl nur unter Fortlassung einer Anzahl von Fällen gewonnen sein können, weil sie meistens nicht über einander übergreifen, was doch in Wirklichkeit stets der Fall sein wird, sobald die Zahl der Vergleiche erheblich ist.

Diesen Bedenken ist es wohl zuzuschreiben, dass Prof. Krümmel in seinem Werke eine neue Berechnung der korrespondirenden Stärken und Geschwindigkeiten aus den Gazelle-Beobachtungen versucht hat. Das Resultat ist, wie man sieht, in guter Uebereinstimmung mit jenem der Tabelle im Gazellewerk, obwohl die Auswahl der Beobachtungen eine andere war. Denn Herr Krümmel hat für die Stärken 2—4

^{*)} Die Gesamtzahl der „beim Winde“ gemachten Anemometer-Beobachtungen auf der „Gazelle“ betrug, nach gefälliger Mittheilung des Herrn Wirkl. Geh. Adm.-R. Dr. Neumayer 1416, und zwar 995 im strengen Sinne „beim Winde“, 264 bei einem Winkel zwischen Schiffskurs und Wind von 6—7 Strich, 157 bei einem Winkel von 7—8 Strich.

100 fache- Geschwindigkeit	Beaufort											
	1	2	2-3	3	3-4	4	5	6	7	8	9	10
Krümme nach Gazelle . . .	—	3.2	—	4.9	—	6.8	9.3	11.0	14.1	16.7	19.9	23.4
Gazelle- werk	0-1.1	1.1-1.8	1.8-3.2	3.2-5.5	4.6-6.4	5.9-8.2	7.7-10.5	9.1-11.9	11.4-13.7	13.7-18.2	18.2-22.8	22.9-27.6
daraus Mittelwerth	0.6	1.5	—	4.3	—	7.0	9.1	10.5	12.5	15.9	20.5	25.2

nur die Fälle benutzt, da das Schiff vor Anker lag, für die Stärken 6-10 aber alle, soweit sie ihm verlässlich erschienen, nach deren Korrektion für die Fahrt des Schiffes — also nicht nur die in der Stellung „beim Winde“ gewonnenen.

Bei dem grossen Werthe, den diese einzige lange Vergleichsreihe beanspruchen darf, die auf dem offenen Ozean von Seeleuten auf einem Segelschiff angestellt ist, habe ich für die Windstärken von 10 m pr. Sek und darüber noch eine Untersuchung an der Hand der Gazelle-Publikation angestellt. Hierzu habe ich für alle einwurfsfrei erscheinenden Messungen und Schätzungen, nach Gruppen von Anemometer-Geschwindigkeiten geordnet, folgende Angaben ausgeschrieben: Datum, Kurs, gesegelte Distanz, Windrichtung und Stärke nach Beauf., Anemometer und Bemerk. Gegen Ende der Reise, seit Januar 1876, werden die Angaben des Anemometers so niedrig, dass man annehmen muss, dass das Instrument mit viel zu grosser Reibung funktionierte: Auf 1 Beaufort-Grad kommt nun gewöhnlich wenig über 1 m pr. Sek, oft noch weniger. Diese Beobachtungen mussten also fortgelassen werden. Dagegen ist vor dieser Zeit eine Zunahme der Reibung im Instrument nicht zu erkennen, wie sich zeigt, wenn man die Vergleiche durchweg in eine frühere und eine spätere Hälfte theilt und getrennt mittelt. Fortgelassen wurden ferner von den Beobachtungen, wo mehr als eine Stärke resp. Anemometerangabe gemacht ist (z. B. NW 3-6, 6.83-11.86), alle diejenigen, wo die Schätzungen um mehr als 1 Grad oder die Messungen um mehr als 5 m pr. Sek auseinander standen. In den andern Fällen wurde das Mittel der Schätzungen mit dem Mittel der Messungen verglichen. Ausnahme wurde für die hohen Geschwindigkeiten, über 22 m pr. Sek, gemacht; bei diesen wurden (im Ganzen in 10 Fällen), um mehr Beobachtungen zu erhalten, die Maxima der Geschwindigkeit auf die Maxima der Schätzung bezogen und diese verwendet, auch wenn die Schwankung grösser als eben angegeben war; denn es schien sehr wahrscheinlich, dass die angeführten höchsten Werthe gleichzeitig gewonnen sind. Auch die vereinzelt Notirungen mit absteigender Schätzung, z. B. 6-5, sind fortgelassen.

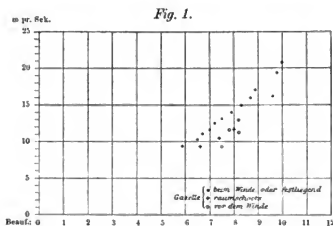
Die ausgeschrieben Werthe habe ich in fünf Gruppen geordnet, deren erste, zahlreichste, die Fälle umfasst, wo das Schiff mit einem Winde vorlieher als dwars segelte; als Grenze zwischen der vierten und fünften Gruppe wurde „Wind vier Strich achterlich von dwars“ genommen. Da es nicht ganz sicher schien, wie lang die Expositionsdauer des Anemometers war, so habe ich die fernere Eintheilung nicht nach den Schätzungen, sondern nach den Messungen vorgenommen, um auch in dem Falle richtige Werthe zu erhalten, wenn die letzteren Mittelwerthe längerer Zeiträume wären. Die Zahl der benutzten Vergleiche bis Ende 1875 war:

Meter pro Sek:	10	11	12	13	14	15	16	17	18	20	22	24	26	28	Summe
vor Anker		11	12	9	8	6	4	5	1	7	4	5	1	3	= 75
Beigedreht oder backgeblasst /		1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	= 4
beim Winde		30	35	29	12	10	9	5	11	8	4	4	2	2	= 161
mit rauher Schoot oder halbwinde /		4	4	1	4	1	3	0	1	2	0	0	0	0	= 21
vor dem Winde		3	0	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	= 10
Insgesamt: 271															

Das Resultat der Vergleichen war folgendes (Beauf. = mittlerer Beaufortgrad, m. W. = wahre mittl. Windgeschwindigkeit), wobei die Beobachtungen beim Winde und die an festem Ort (vor Anker oder beigedreht) vereinigt sind.

Anemometerangabe:	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-20	20-22	22-26	>26
beim W. / Beauf.	5.9	6.3	6.7	7.0	7.2	7.5	7.9	8.3	8.7	8.9	9.8	10.0
oder fest / m. W.	9.3	10.2	11.0	11.6	12.4	13.2	14.0	14.9	15.9	17.1	19.4	20.8
raum- / Beauf.	6.6	7.4		8.0		8.2		9.6		—		
schoots / m. W.	9.3	10.5		11.7		13.0		16.2		—		
vorm / Beauf.	7.5	8.2		7.8		—		—		—		
Winde / m. W.	9.3	11.2		11.7		—		—		—		

Da die Fahrtkomponente, die das Schiff im Segeln beim Winde entgegen dem wirklichen Wind macht, doch nur gering ist, so habe ich die beim Winde gemachten Beobachtungen mit jeuen an festem Ort vereinigt. Die gemessene Windgeschwindigkeit ist im ersteren Falle voraussichtlich um reichlich ebenso viel gegen die wahre Windgeschwindigkeit durch Abtrieb vermindert, als sie durch diese Komponente über diese Geschwindigkeit erhöht ist, umsoehr als die „Gazelle“ nicht gut beim Winde segelte; der übrigbleibende Fehler dürfte innerhalb der Grenzen der zur Zeit überhaupt erreichbaren Genauigkeit liegen.



Auf Fig. 1 findet man diese Ergebnisse der „Gazelle“ graphisch dargestellt durch Punkte, Kreuze und Kreise. Für $7\frac{1}{2}$ Beaufort ergibt sich die Geschwindigkeit des relativen Windes auf dem Schiff, der das Anemometer trifft, durchschnittlich bei dem Winde als 13.2 m pr. Sek, raumschoots als etwa 10.8 m pr. Sek und vor dem Winde als 9.3 m pr. Sek, welche letztere Zahl sich auf etwa 8.3 m pr. Sek reduziert, wenn man berücksichtigt, dass vor dem Winde die Stärkeschätzung durchschnittlich um $\frac{1}{2}$ Beaufort-Grad zu niedrig ausfällt (vgl. Ann. d. Hydr. 1897, S. 335). Nimmt man 13.2 m pr. Sek als die wirkliche Windgeschwindigkeit an, so ergibt sich ein Verlust von etwa 5 m pr. Sek bei der Fahrt vor dem Winde, was der wirklichen Schiffsgeschwindigkeit (8—11 Knoten) nahe genug entspricht.

Für den Vergleich zwischen Beaufort's Skala und wirklicher Windgeschwindigkeit kommen nur die beim Winde oder bei festliegendem Schiff gewonnenen Werthe in Betracht. Sie stimmen sehr gut sowohl mit den im Gazellewerk mitgetheilten als mit den von Krümmel aus diesem Werk abgeleiteten Werthen überein, wenn man an diesen die jetzt bekannte Instrumentalkorrektur anbringt; meist liegen sie zwischen beiden Reihen. Reduzirt auf die wahren Konstanten des Instruments ergeben die drei Bestimmungen das folgende Resultat (m pr. Sek.):

Beaufort-Grade	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gazellewerk	1.8	2.4	4.6	6.7	8.3	9.3	10.9	13.5	17.0	20.6
Krümmel } nach Gazelle-Beob.	—	3.7	5.0	6.5	8.4	9.7	12.1	14.1	16.5	19.2
Köppen }	—	—	—	—	—	9.4	11.6	14.2	17.1	20.5
Mittel	1.8	3.0	4.8	6.6	8.3	9.4	11.6	14.0	17.0	20.4

9) Die kurze während des Sommers 1889 auf dem Dampfer „National“ von Prof. Krümmel angestellte Vergleichsreihe liegt in dem Werke „Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldtstiftung, Bd. I C. Geophysikalische Beobachtungen“ (Kiel und Leipzig, 1893) eingehend von ihm diskutiert vor. Die Konstanten des Instruments sind berücksichtigt und die Fehlerquellen bei jeder einzelnen Beobachtung sorgfältig erwoen. Dabei wird allerdings auch eine, wie Hr. Knipping in den Ann. d. Hydr. 1894, S. 62, mit Recht bemerkt, unstatthafte Schätzung einiger Schätzungen nach den dabei gemessenen Windgeschwindigkeiten vorgenommen; lassen wir diese Fälle weg, so wird dadurch nur der Werth von 6 Beauf. merklich beeinflusst, wie der Vergleich der Tabellen auf S. 13 und 15 zeigt. Bedeutende Windstärken haben während dieser Reise nicht gemessen werden können.

10) Dasselbe Anemometer, das auf der „Gazelle“ in Verwendung war, ist bald nachher auch auf S. M. S. „Elisabeth“ während des Verlaufs von vier schweren Stürmen beobachtet worden, vgl. Annalen der Hydr. 1877 und 1878. Ein Versehen, das bei der Berechnung seiner Angaben untergelaufen ist, hat 1893 (Ann. S. 408) seine Berichtigung gefunden. In dem Aufsatz von Herrn Knipping in Bd. 1894 (S. 61) der Annalen sind diese Messungen nach Stärkegraden zusammengestellt, und es erübrigt nur noch die Instrumentalkonstanten zu berücksichtigen. So klein die Anzahl der Vergleiche ist, so haben sie wegen der hohen Windstärken, bei denen sie geschahen, doch Werth.

11) Die neueste und ausgedehnteste Vergleichung liefert die im letzten Januarheft des „Quarterly Journal of the R. Met. Soc.“ erschienene Arbeit des Herrn R. H. Curtis*); sie behandelt ein sehr grosses Material unter sorgfältiger Rücksicht auf die Aufstellung und die Konstanten der Anemometer u. s. w. Auch die Frage nach dem Einflusse der Zeitlänge der Anemometermittel ist gestreift durch vergleichende Zusammenstellung der Ergebnisse aus den stündlichen und den 10-Minuten-Mitteln für Scilly (Tab. V des Aufsatzes). Die Differenz zwischen beiden ist verschwindend gering. Dennoch haben sich, als später Hr. Curtis auf meine Bitte die Vergleichung der Schätzungen und Messungen umgekehrt, durch Feststellung der mittleren Windstärke, die den verschiedenen gemessenen Windgeschwindigkeiten entspricht, durchzuführen die Freundlichkeit hatte, wesentlich andere Resultate ergeben. Die in Stufen von nur je einer engl. Meile pro Stunde abgeleiteten mittleren Windstärken reihen sich zu einer recht glatten Kurve an, der die den ganzen Graden Beaufort entsprechenden Windgeschwindigkeiten leicht entnommen werden können (vgl. Fig. 2). Die folgende kleine Tabelle zeigt diese neue Zahlenreihe und zum Vergleich die alte, in Hrn. Curtis Abhandlung veröffentlichte. Beide Zahlenreihen beziehen sich auf Scilly und sind aus denselben 10263 Beobachtungen abgeleitet, die bei der alten Reihe nach den geschätzten momentanen Windstärken, bei der neuen nach den gemessenen Windgeschwindigkeiten der betr. Stunde geordnet wurden:

Beaufort:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Scilly	alte Reihe, m. pr. Sek:	1.8	3.0	4.2	6.2	8.9	11.6	14.1	15.9	18.6	23.1	28.2
	neue Reihe, „	0.4	2.0	4.0	6.3	8.9	11.7	14.9	18.7	22.9	27.6	33.4

In seiner Veröffentlichung hat indessen Herr Curtis ausser diesen Messungen noch weitere benutzt, von einem anders konstruirten Anemometer in Scilly sowie von den Stationen Yarmouth, Fleetwood und Holyhead, im Ganzen 22361 Vergleiche. Als Gesamtergebnis der ganzen Untersuchung stellt er eine Zahlenreihe auf (vgl. Tab. XI seiner Abhandlung und Tab. II der vorliegenden), die noch grösseren Werth beanspruchen darf — weil freier von persönlichen und lokalen Einflüssen —, aber einer Korrektur wegen der Methode bedarf, die für diese und die Reihen von Scott und Chatterton identisch sein kann. Bevor wir uns deren Ableitung zuwenden, mögen noch einige Angaben über das Material von Curtis und seine Bearbeitung Platz finden.

Das Meteorological Council hatte Hrn. Curtis das Material von allen seinen 14 Anemometer-Stationen auf den Britischen Inseln zur Verfügung gestellt; er hat aber nur Scilly vollkommen und Fleetwood, Holyhead und Yarmouth theilweise seinen Anforderungen für solche Vergleiche entsprechend gefunden. Für Orkney, wo das Anemometer vortreflich aufgestellt ist, fehlten Windschätzungen aus der Nähe. Von Scilly (St-Mary) hat er zur Kontrolle zwei Anemometer benutzt, die beide sehr gut aufgestellt sind: ein Robinson'sches und ein „Pressure-tube-anemometer“**); von Holyhead, wo das Robinson'sche, nach ihm, stark lokal beeinflusst ist (vgl. oben), hat er nur ein „Pressure-tube“ benutzt, das von diesem Fehler frei ist; von Fleetwood wurden die Angaben eines Robinson-Anemometers mit den Schätzungen auf dem 20 engl. Meilen entfernten Morcombe-Bai-Feuerschiff verglichen, an den drei andern Orten waren die Schätzungen in nächster Nähe des Anemometers gemacht.

Um die Zuverlässigkeit dieser Schätzungen zu prüfen, hat Hr. Curtis dieselben bei Scilly und Yarmouth mit denen nahe benachbarter Orte verglichen. Für Scilly ergiebt der Vergleich mit dem 1/2 engl. Meilen südlich von der Station des Meteorological Office gelegenen St. Agnes-Leuchthurm das Folgende:

wenn der Beobachter des Met. Office notirt:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
schätzte der Leuchthurmwärter durchschnittlich	0.4	1.7	2.6	3.2	4.3	5.5	6.5	7.4	8.4	9.2

Ein ähnlicher Vergleich für den Beobachter zu Yarmouth mit dem etwa 2 engl. Meilen davon befindlichen Leuchtschiff von St-Nicholas Gat ergab ganz verschiedene Resultate je nach der Windrichtung:

*) R. H. Curtis: An attempt to determine the velocity equivalents of wind-forces estimated by Beaufort's scale. Quart. Journ. 1897, pag. 24—61.

**) Die Beschreibung dieses, dem Hagemann'schen ähnlichen Anemometers findet man im Report of the Meteorological Council für das Jahr 1893.

Wenn der Beobachter des Met. Office notirte:		1	2	3	4	5	6	7	8	9
schätze der Wärter des Leuchtschiffs	bei E	1.3	1.5	2.2	3.1	4.0	4.9	5.9	6.4	7.7
	„ N u. S	1.2	2.2	3.0	3.7	5.0	5.6	6.8	—	—
	„ W	1.4	2.2	3.2	4.2	5.1	6.3	7.2	8.0	—

Da voraussetzen ist, dass beim Beobachter am Strande der ablandige Westwind schwächer ist, als auf dem Leuchtschiff, während der Ostwind sie wohl beide annähernd gleich stark trifft, so macht Hr. Curtis die Annahme, dass ersterer Beobachter um so viel hohler schätze, und für den Westwind nur zufällig sich beide Differenzen ausgleichen. Welcher von beiden Beobachtern richtiger schätzt, ist fraglich, doch nimmt Hr. Curtis nach dem Vergleich mit Scilly und Fleetwood an, dass es der Leuchthurmwarter sei. Eine ebensolche zufällige Ausgleichung zweier Fehler nimmt er ferner bei dem Vergleich der Anemometer-Angaben und Schätzungen in östlichen Winden an, insofern als in diesen auch das Anemometer durch den oben berührten wahrscheinlichen Einfluss des grossen, dem Luftstrom frei exponirten Gebäudes, auf dem es steht, zu grosse Windgeschwindigkeiten liefert. Die den einzelnen Schatzungsgraden entsprechenden Geschwindigkeiten stellen sich nach der Schrift von Curtis folgendermassen, in „miles per hour“.

Schätzung:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Yarmouth	N bis SE-Winde	4.2	6.8	10.1	14.8	20.2	25.4	31.2	35.9	45.0	—
	W-Winde	—	6.1	8.8	12.5	15.7	20.5	27.0	32.3	—	—
Fleetwood		5.1	8.1	11.6	15.9	20.7	26.2	31.5	37.5	46.3	51.8
Robinson-Anemometer		4.0	6.8	9.4	13.7	19.9	26.1	31.5	35.6	41.5	51.7
Scilly	Druckrohr- stündl.	2.9	5.9	8.9	13.8	19.2	24.8	30.9	38.5	44.7	52.0
	Anemometer 10 Min.	2.9	6.0	9.0	13.9	19.2	24.7	30.8	38.6	44.6	55.0
Holyhead	Druckrohr- stündl.	5.1	8.6	12.7	17.1	21.9	24.0	27.6	34.0	38.5	—
	Anemom. 10 Min.	4.9	8.6	13.0	17.2	21.4	24.4	27.8	33.8	39.1	—

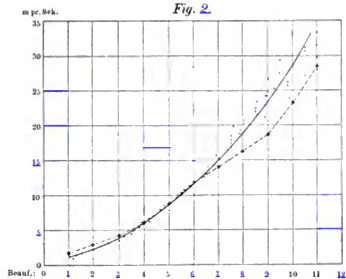
Die Abweichung der Zahlenreihen von Holyhead glaubt Hr. Curtis darauf zurückführen zu können, dass der Beobachter die leichten Winde unterschätzt und die starken ubersatzt, was ihm, ohne Kenntniss dieses Resultats, auch von Hrn. Gaster aus der Erfahrung an den täglichen Wetterberichten bestätigt wurde. Nach dem Vergleich mit der Gesamtheit der übrigen Vergleichungen zwischen Beaufoots-Skala und Windgeschwindigkeiten werden wir aber dazu gedrang, anzunehmen, dass der Beobachter von Scilly den entgegengesetzten Fehler beim Schätzen macht, also die hohen Grade zu niedrig, die niedrigen zu hoch schätzt. Dieser Annahme scheint freilich der Vergleich seiner Schätzungen mit jenen von St. Agnes im Wege zu stehen; allein berücksichtigen wir, dass bei diesem Vergleich die Schätzungen von Scilly (St. Mary) als Argument dienen, so werden wir die grösseren Höhle der Schätzungen zu St. Agnes bei niedrigen Windstärken vielleicht der oben erwähnten Abstumpfung der Extreme zuschreiben dürfen, während allerdings dieselbe bei den hohen Windstärken diesem methodischen Fehler zum Trotz erscheint und also hier sicher auf einem niedrigeren Taxiren auf Seite des St. Mary-Beobachters beruht.

Curtis hat als Endresultat seiner Untersuchung das Mittel aus Fleetwood, Yarmouth bei östlichen Winden und den beiden Anemometern von Scilly genommen. Stellen wir diesem Mittel als gleichberechtigt ein zweites gegenüber, in welchem die zwiefach unsichere Reihe von Yarmouth durch jene von Holyhead ersetzt und Scilly nur mit einfachem Gewicht genommen ist, so ergeben sich folgende Zahlenreihen, die noch wegen der Methode zu korrigiren sind:

Beauforts Skala:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mittel a ² : Scilly.	1/2 miles p. h.	4.0	6.9	10.0	14.5	20.0	25.6	31.3	37.1	44.4	51.8
Fleetwood, Yarmouth	1/2 m. p. Sek.	4.8	8.1	11.2	15.6	20.5	25.2	30.3	36.3	42.7	51.8
Mittel b: Scilly.	1/2 miles p. h.	4.6	7.7	11.2	15.6	20.5	25.2	30.3	36.3	42.7	51.8
Fleetwood, Holyhead	1/2 m. p. Sek.	2.1	3.4	5.0	6.9	9.2	11.3	13.4	16.2	19.1	23.1
Mittel beider (c)	1/2 miles p. h.	4.3	7.3	10.6	15.0	20.2	25.4	30.7	36.7	43.6	51.8
	1/2 m. p. Sek.	4.9	8.3	11.7	16.1	21.0	26.1	31.4	37.5	44.6	53.1

*) Die kleinen Abweichungen dieser Reihe von der Endreihe von Curtis ruhen davon, dass hier die, nach Obigem ganz ungenügenden, Korrekturen fortgelassen sind, die Curtis wegen des von ihm erkannten, aber unterschätzten Fehlers der Methode angebracht hat.

Fig. 2



Alle diese Vergleiche sind von Hrn. Curtis in der früher üblichen Weise ausgeführt worden, dass die momentanen Schätzungen als Argument genommen und die Windwege der betreffenden Stunde nach diesen geordnet und zu Mitteln verbunden wurden. Wie schon erwähnt, hat auf meine Bitte Hr. Curtis die Güte gehabt, einen Theil des von ihm verwendeten Materials, nämlich den auf das Robinson-Anemometer zu Scilly bezüglichen, umzuordnen unter Anwendung der Anemometerwerthe als Argument, und mir das Resultat brieflich mitzutheilen. In Fig. 2 geben die Kreuzchen die Vergleiche nach der ersten, die Punkte jene nach der zweiten Methode, aus demselben Material, wieder. Man sieht, wie wesentlich verschieden die entsprechenden beiden Kurven verlaufen, die nur bei den Stärken 4 bis 6 annähernd zusammenfallen.

Auch Hr. Curtis hat also, als er stündliche Windwege nach Augenblickswerthen, wie es die Stärkeschätzungen sind, ordnete, für die ersteren bei schwachen Schätzungen zu grosse, bei starken zu kleine Zahlen bekommen, wie dies *a priori* zu erwarten ist. (Meteor. Zeitschr. 1888, S. 239, Fussnote).

Man muss eben die Schätzungen nach den Windwegen ordnen, nicht umgekehrt, und erst nachträglich die den ganzen Schätzungsgraden entsprechenden wahren Windwege durch Interpolation bestimmen. Unverständlich bleibt es freilich, dass auf der einen Seite dieser Einfluss gerade bei der Umordnung der Stundenwerthe des Scilly-Anemometers so gross erwiesen hat, auf der andern Seite aber die 10-Minuten-Werthe bei der ersten Untersuchung so gut wie gar keine Abweichung von den Stundenwerthen gezeigt haben.

Da die nachträgliche Umordnung des Materials in der angegebenen Weise nur selten möglich ist, so müssen wir suchen, die Grösse dieses methodischen Fehlers zu bestimmen und sie als Korrektion an denjenigen Reihen anbringen, die nun einmal nur in der älteren Berechnungsart vorliegen. Eine solche Umordnung ist bis jetzt nur dreimal gesehen, nämlich 1888 durch mich an Sprung's Material von der deutschen Küste und durch Waldo an seinen Messungen auf dem Atlantischen Ozean und neuerdings 1897 durch Hrn. Curtis an einem Theil des von ihm in seiner neuesten Schrift über den Gegenstand verwendeten Materials, nämlich an den Schätzungen und Anemometer-Aufzeichnungen von Scilly.

In Sprung's Material, das ich durch seine Gefälligkeit nach dem Manuskript umordnen konnte, ist die im Beobachtungstermin geschätzte Windstärke mit der mittleren Windgeschwindigkeit der zwei anliegenden Stunden verglichen. Der Fehler wird deshalb hier grösser sein, als wenn man einstündige Mittel zum Vergleich nimmt, wie dies bei den übrigen Untersuchungen geschehen ist, allein gewiss weniger als doppelt so gross. Nehmen wir indessen, um den Fehler sicher nicht zu überschätzen, für einstündige Mittel die Hälfte der an Sprung's Zahlen gefundenen Werthe als massgebend an, so erhalten wir folgende Zahlen (Meter pro Sek.), wenn wir Waldo's kurzer Beobachtungsreihe das halbe Gewicht der beiden anderen geben:

bei Beaufort:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. Korrektion nach Curtis	-1.4	-1.0	-0.2	+0.1	+0.0	+0.1	+0.8	+2.8	+4.3	+4.5	+5.2
2. Halbe Korr. nach Köppen-Sprung	-0.3	-0.1	-0.0	+0.3	+0.5	+0.8	+1.2	+1.8	+2.4	+3.0	+3.6
3. Korrekt. nach Waldo	-1.3	-1.9	-0.9	-0.2	+1.1	+1.2	+1.4	+1.2	+0.9	—	—
Mittel	-0.9	-0.8	-0.3	+0.1	+0.4	+0.6	+1.1	+2.1	+2.9	+3.8	+4.4

Wir müssen diese Korrektion die unter 1 und 4 angeführten Vergleiche von Scott und Chatterton anbringen und zugleich an diesen auch die Skala berichtigen, nach der die Angaben der Anemometer gemessen sind. Während nämlich Herr Curtis in seiner Abhandlung die wirklich durch eingehende Versuche

bestimmten Konstanten der betr. Anemometer oder doch Anemometertypen der Rechnung zu Grunde gelegt hat, sind in den älteren Abhandlungen der Herren Scott und Chatterton die Windgeschwindigkeiten, Robinsons ursprünglicher Aufstellung folgend, als gleich der dreifachen Geschwindigkeit der Schalenmitten angenommen, was zu hohe Werthe ergibt. Nach den neueren Bestimmungen liegt die Konstante für die Anemometer vom Kew-Standard noch unter dem von mir 1879 angenommenen Werthe 2.4; Curtis betrachtet den Werth 2.2 als nunmehr sicher festgestellt. Nimmt man die zu addirende Trägheitskonstante als 0.3 m. pr. Sek. an, so ergibt sich folgende Berechnung (m. pr. Sek.):

Beaufort:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Scott's Zahlen*)	3.6	5.8	8.0	10.3	12.5	15.2	17.9	21.5	25.0	29.1
2. Desgl. mit Faktor <u>2.2</u> u. Konst. <u>0.3</u>	<u>2.9</u>	<u>4.6</u>	<u>5.9</u>	<u>7.5</u>	<u>9.5</u>	<u>11.4</u>	<u>13.4</u>	<u>16.1</u>	<u>18.6</u>	<u>21.6</u>
3. Desgl. korr. wegen d. Methode	<u>2.0</u>	<u>3.2</u>	<u>5.6</u>	<u>7.9</u>	<u>9.8</u>	<u>12.0</u>	<u>14.3</u>	<u>18.2</u>	<u>21.5</u>	<u>25.4</u>
4. Chatterton's Zahlen**)	<u>2.9</u>	<u>3.5</u>	<u>5.2</u>	<u>7.6</u>	<u>10.3</u>	<u>12.6</u>	<u>15.8</u>	<u>18.6</u>	<u>20.6</u>	<u>23.3</u>
5. Desgl. wie Reihe 2	<u>2.4</u>	<u>2.9</u>	<u>4.1</u>	<u>5.9</u>	<u>7.9</u>	<u>9.5</u>	<u>11.9</u>	<u>13.9</u>	<u>15.4</u>	<u>17.4</u>
6. Desgl. wie Reihe 3	<u>1.5</u>	<u>2.1</u>	<u>3.8</u>	<u>6.0</u>	<u>8.3</u>	<u>10.1</u>	<u>13.0</u>	<u>16.0</u>	<u>18.5</u>	<u>21.2</u>

Auch die Vergleiche von Curtis wollen wir in der Weise verwenden, dass wir uns nicht mit der nach der richtigeren Methode umgeordneten Reihe von Scilly begnügen, sondern dieselbe mittlere Korrektion wegen der Methode, welche wir an die Zahlen von Scott und Chatterton angebracht haben, auch an die oben mitgetheilten Mittelwerthe *a*, *b* und *c* anbringen:

Beauforts Skala:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Curtis Mittel <i>a</i>	0.9	2.3	4.2	6.6	9.3	12.0	15.1	18.6	22.8	
" " <i>b</i>	<u>1.2</u>	<u>2.6</u>	<u>4.7</u>	<u>7.0</u>	<u>9.6</u>	<u>11.9</u>	<u>14.5</u>	<u>18.3</u>	<u>22.0</u>	
" " <i>c</i>	<u>1.0</u>	<u>2.5</u>	<u>4.4</u>	<u>6.8</u>	<u>9.4</u>	<u>12.0</u>	<u>14.8</u>	<u>18.5</u>	<u>22.4</u>	<u>26.9</u>

Gehen wir nun zur Vergleichung der gewonnenen Ergebnisse über, so ist es zunächst nicht uninteressant, sich die Wirkung unserer Kritik der Zahlen und der gefundenen Korrekturen an einigen Beispielen vor Augen zu führen.

Die beiden ältesten Untersuchungen haben ergeben (m. pr. Sek.):

für Beaufort:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Original- werthe	Scott, 1875	3.6	5.8	8.0	10.3	12.5	15.2	17.9	21.5	25.0	29.1
	Sprung, 1879	2.6	4.0	5.3	6.7	8.0	9.4	10.8	12.1	—	—
	Differenz	1.0	1.8	2.7	3.6	4.5	5.8	7.1	9.4	—	—
korrigirt	Scott	2.0	3.8	5.6	7.9	9.9	12.0	14.5	18.2	21.5	25.4
	Sprung	1.7	3.3	4.8	6.5	8.2	10.0	12.2	14.5	—	—
	Differenz	0.3	0.5	0.8	1.4	1.7	2.0	2.3	3.7	—	—

Die Differenzen sind also durch die Kritik auf ca. $\frac{1}{3}$ ihrer Grösse gebracht, eine erfreuliche Annäherung der Ergebnisse ist damit erzielt.

Aber bei den neueren Untersuchungen dieser Art liegt die Sache leider anders. Die beiden wichtigsten derselben, jene von der „Gazelle“ und die von Curtis, stimmen in ihren veröffentlichten Resultaten ziemlich nahe überein, so zwar, dass die Gazelle-Werthe bei den Stärken 1—2 und 6—7 niedriger, bei 4 und 9—10 aber höher sind, als jene von Curtis. Da die spätere Umrechnung von Herrn Curtis nur für Scilly ausgeführt ist, so führe ich auch seine ersten Werthe nur von dieser Station an:

*) Quart. Journ. R. Met. Soc., Bd. II, 1875, S. 114.

**) Ebenda Bd. 13, 1887, S. 216. Reihe No. V, aus dem Vergleich der Angaben des Anemographs auf Holyhead mit den Stärke-schätzungen auf dem Carnarvon Bay Lightship erhalten.

		für Beaufort:									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Original- werthe	Gazelle*)	0.6	1.5	4.3	7.9	9.1	10.5	12.5	15.9	20.5	25.2
	Curtis	1.8	3.0	4.2	6.2	8.9	11.6	14.1	15.9	18.6	23.1
	Differenz	-1.2	-1.5	0.1	0.8	0.2	-1.1	-1.6	0.0	1.9	1.9
richtigere Werthe	Gazelle	1.8	2.4	4.6	6.7	8.3	9.3	10.9	13.5	17.0	20.6
	Curtis	0.4	2.0	4.0	6.3	8.9	11.7	14.9	18.7	22.9	27.6
	Differenz	1.4	0.4	0.6	0.4	-0.6	-2.4	-4.0	-5.2	-5.9	-7.0

Hier ist nur bei den Stärken 2 und 4 die Differenz durch die kritische Behandlung verkleinert, bei allen andern Graden vergrössert, bei den hohen in ausserordentlichem Maasse.

Die nothwendig gewordene Aenderung bestand bei den Werthen von Scott und dem Gazellewerk in der Einführung der richtigen Konstanten der Anemometer, bei jenen von Sprung und von Curtis (wie auch jenen von Scott) in der Gruppierung der Daten nach Anemometer-Angaben statt nach den Moment-Schätzungen, abgesehen von einer kleinen Aenderung der Instrumental-Konstanten bei Sprung.

Zunächst mögen nun die Ergebnisse der 11 Untersuchungsreihen so, wie sie zuerst veröffentlicht sind, nur auf Meter und Sekunden reduziert, in zeitlicher Folge Platz finden (Rob. = Robinson'scher Faktor = 3):

Beaufort-Skala:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Anemometerkonstante
1. Scott, Engl. Küste, 1875	3.6	5.8	8.0	10.3	12.5	15.2	17.9	21.5	25.0	29.1	Rob.
2. Köppen, Deutsche Küste, 1879	2.7	4.0	5.4	6.8	8.2	9.8	10.7	12.4	14.9	—	} 1.0 + 2.4 r
2. Sprung, „ 1881	2.6	4.0	5.3	6.7	8.0	9.4	10.8	12.1	—	—	
3. Köppen, Hamburg, 1885	—	4.0	5.3	6.8	—	—	—	—	—	—	} 1.0 + 2.4 r
4. Chatterton, Caranvon, 1887	2.9	3.5	5.2	7.6	10.3	12.6	15.8	18.6	20.6	23.3	
5. Waldo, Ocean, 1887	3.5	5.3	6.4	7.4	8.9	11.7	13.5	16.0	18.9	—	1.0 + 2.4 r
6. Mohr, Norweg. Küste, 1889	1.5	3.2	4.0	6.7	8.7	10.7	12.8	15.1	17.4	19.8	(Tafel)
7. Meyer, Keitum, 1890	1.7	3.9	5.9	8.0	10.2	12.3	14.4	16.4	18.5	—	Rob.
8. Gazellewerk, Ocean, 1890	0.6	1.5	4.3	7.0	9.1	10.5	12.5	15.9	20.5	25.2	Rob.
9. Krümmel, Ocean, 1893	—	3.3	4.7	7.2	9.1	11.4	—	—	—	—	wahre
10. S. M. S. „Elisabeth“, Ocean, 1894	—	—	—	—	—	10.5	13.5	16.5	20.0	25.0	Rob.
11. Curtis, Englische Küste, 1897	1.8	3.1	4.5	6.3	8.5	11.2	13.9	16.5	19.7	23.7	wahre
Omond, Ben Nevis, 1893	3.1	4.6	6.4	13.0	17.0	21.0	25.5	30.0	34.4	39.3	Rob.?
Mack, Hohenheim, 1895	0.8	1.6	2.6	3.8	5.9	7.1	9.3	10.5	13.1	16.7	wahre

Die beiden letzten, ohne Nummer aufgeführten Reihen habe ich nicht verwenden können; jene von Omond weil sie so ausserhalb aller übrigen steht, dass irgend ein Missverständnis angenommen werden muss, jene von Prof. Mack, die mir erst nach Abschluss der Untersuchung zukam, weil sie fast ebenso extrem nach der andern Seite ist.***) Ersterer ist im Journal of the Scottish Meteor. Soc. IX, S. 32, letzterer im Deutschen Meteorol. Jahrbuch f. 1897, Theilheft Württemberg, erschienen.

*) Mittel aus den im Werk angegebenen Grenzen.

**) Die Hohenheimer Werthe sind, wie man sieht, weit niedriger als alle andern. Auffallenderweise hat Hr. Prof. Mack die nächstliegende Erklärung dafür: dass der Beobachter zu hoch schätze, gar nicht in den Kreis seiner Erwägungen gezogen; er behandelt vielmehr die Schätzungen als anzweifelhaft richtige „Windstärken nach Beaufortgraden“ und sucht die Erklärung für das abweichende Ergebnis in dem abweichenden Charakter der Winde im Binnenlande. Unseres Erachtens lässt es sich nur als erste Beweis — dem wahrscheinlich andere folgen werden — dafür anführen, dass die der preussischen meteorologischen Instruktion entnommenen Definitionen der Skala 0—12 nach der Bewegung der Bäume etc. nicht als für „Beaufortskala“ gültig aufgenommen werden dürfen. Es wird, wenn diese Definitionen bestehen bleiben, eine wichtige Aufgabe sein, mit der Zeit den Durchschnittswert auch dieser 13-theiligen Landskala in wirklicher Windgeschwindigkeit zu bestimmen, wozu freilich, um von den persönlichen Fehlern absehen zu können, die Aufzeichnungen vieler Beobachter herangezogen werden und mit gut aufgestellten Anemometern verglichen werden müssen.

Das zu obigen Bestimmungen benutzte Anemometer in Hohenheim befand sich 14 m über dem Boden und überragte alle benachbarten Gebäude und Bäume um mehrere Meter; ausserdem hat Herr Prof. Mack noch ein Anemometer auf der Schlosskuppel, 21 m über dem Boden aufgestellt; die Angaben desselben lassen sich nicht mehr mit den Schätzungen vergleichen,

(Fortsetzung siehe Seite 14.)

Nicht aufgeführt habe ich die beiden, in der Literatur manchmal anzutreffenden, Skalen von Børgen*) und Hann**), weil sie nicht auf originalen Vergleichen zwischen Schätzung und Messung beruhen, sondern nur auf Grund allgemeiner Ueberlegungen eine Auswahl aus den vorhandenen Vergleichen und deren Ergänzung nach oben hin vollziehen. Die Auswahl ist dabei nicht nach eingehender Kritik der Fehlerquellen, sondern danach erfolgt, ob das Endresultat wahrscheinlich erschien, die ausgewählten Reihen sind deshalb theilweise fehlerhaft. Immerhin hat das durch grosse Erfahrung geleitete Wahrnehmlichkeits-Gefühl beide Forscher zu Skalen geführt, welche mit meinem unten auf S. 16 gegebenen Endresultat nahe zusammenfallen.***)

Da es sich darum handelt, den normalen, für einen guten Durchschnitts-Beobachter gültigen Werth der Beaufort'schen Stärkestufen in wirklichen Geschwindigkeiten zu erhalten, so ist für die Bemessung des Gewichtes der verschiedenen Vergleichsreihen, neben der Zahl der Vergleiche und der Gunst aller Umstände, die Zahl der Personen, deren Schätzungen verglichen wurden, von grösster Bedeutung. Denn wir müssen suchen, auch die persönlichen Fehler der Beobachter durch Vermehrung der letzteren auszumerken. Eine lange Vergleichsreihe, die sich auf einen einzigen Beobachter bezieht, ist deshalb nicht so werthvoll, wie eine wenn auch kürzere, aber auf mehrere ebenso gute Beobachter bezügliche; denn sie kann nur feststellen, was eben bei diesem Beobachter unter „7 Beaufort“ od. dgl. zu verstehen ist, nicht was allgemein dafür gilt. In der folgenden Uebersicht ist für die Reihen unserer Tabelle I die Zahl der Beobachter und der Vergleiche zusammengestellt.

Vergleich von:	Zahl der Beobachter	Zahl der Beobachtungen
1. Scott	ca. 6	ca. 5700
2. Sprung	4	„ 3600
3. Köppen, Hamburg (Stärke $\frac{3-4}{2}$)	10	„ 3500
4. Chatterton, Carnarvon Bay	ca. 2	„ 3060
5. Waldo	ca. 4	„ 190
6. Mohn	5	„ 4730
7. Hugo Meyer	1	„ 5460
8. „Gazelle“	ca. 5	„ 1416
a. im Werk	„	„ 163
b. Bearb. von Krümmel	„	„ 239
c. Bearb. von Köppen (Stärke 6—10)	„	„ 33
9. Krümmel (Stärke 2—6)	1	„ 115
10. Elisabeth	ca. 5	„ 22361
11. Curtis	ca. 6	„ 22361

Das Endergebniss unserer Untersuchung wollen wir nach räumlichen Gebieten getrennt zusammenstellen. Die Aenderungen gegen die vorhergehende Tafel beziehen sich theils auf veränderte Anemometer-Konstanten, theils auf veränderte Methode der Zusammenstellung; über beide ist in den beiden letzten Rubriken Rechenschaft gegeben. In der Rubrik „Methode“ sind die Buchstaben wie folgt zu lesen: bei den drei Reihen M sind die Instrumentalangaben Moment- oder doch Minutenwerthe und sind sie daher mit den Schätzungen

da die letzteren „nach den Windwirkungen an der Erdoberfläche resp. an Bäumen etc.“ geschahen. Immerhin sind sie von Interesse:

„Beaufort“		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m pr. Sek.	14 m hoch	0.0	0.8	1.6	2.6	3.8	5.3	7.1	9.3	10.5	13.1	16.7
	31 m hoch	0.9	1.9	3.0	4.2	5.7	8.4	9.9	12.7	14.2	17.4	22.0

Auch bei diesen Bestimmungen sind die anemometrischen Stundenmittel nach den geschätzten Graden geordnet, statt umgekehrt. „Aber es wurden nur solche Stunden gewählt, in denen die Verhältnisse sehr nahezu konstant blieben.“

*) Annalen der Hydr. u. Mar. Met., 1890, S. 2.

**) Meteor. Zeitschr., 1894, S. 156.

***) Die Abweichungen betragen, in m pr. Sek.

bei Beaufort:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Børgen	-0.2	-0.1	+0.2	+0.3	+0.5	+0.3	+1.0	+1.0	+0.9	+0.7
Hann	0.0	0.0	+0.4	+0.3	+0.6	+1.0	+0.6	-0.1	-0.9	

ohne Weiteres vergleichbar; bei den drei Reihen *N* giebt die Tabelle das Ergebniss einer Neu-Ordnung der Beobachtungen nach den Anemometer-Angaben; bei der Reihe *U* ist dieser Weg gleich ursprünglich eingeschlagen worden, die zwei Reihen *B* sind nach den Ergebnissen der Reihen *N* durch Anbringung von Korrekturen berichtigt, in Reihe *A* ist der Fehler durch Ausscheidung einiger Beobachtungen berichtigt und in Reihe *D* sind monatliche Durchschnittswerthe beider Grössen verglichen.

No.	Beaufort-Grade:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Methode	Anem. Unit.
8	S. M. S. „Gazelle“	1.8	3.0	4.8	6.6	8.3	9.4	11.6	14.0	17.0	20.4	M	1.3+2.3 r
10	S. M. S. „Elisabeth“	—	—	—	—	—	9.3	11.6	13.9	16.6	20.5		
5	Waldo	2.2	3.1	5.4	7.3	10.2	13.3	15.5	17.0	19.2	—	N	1.0+2.4 r
9	Krümml.	—	3.3	4.7	7.2	9.2	11.1	—	—	—	—	N	wahre
I.	Ozean (No. 5 mit 4fachem Gewicht)	1.9	3.1	4.8	6.8	8.8	10.2	12.3	14.5	17.3	20.4	A	—
2	Sprung-Köppen	1.7	3.3	4.8	6.5	8.2	10.0	12.2	14.5	—	—	N	—
7	Keitum	2.0	3.8	5.1	6.7	8.4	9.9	11.5	13.0	14.6	—	U	0.7+2.25 r
3	Hamburg	—	3.4	4.9	6.1	—	—	—	—	—	—	D	
II.	Deutsche Küste (No. 2 mit dopp. Gew.)	1.8	3.4	4.9	6.5	8.3	10.0	12.0	14.0	?	?	—	—
III.	Norweg. Küste, Mohn	1.5	3.2	4.9	6.7	8.7	10.7	12.8	15.1	17.4	19.9	M	—
11	Curtis	1.0	2.5	4.4	6.3	9.4	12.0	14.8	15.5	22.1	26.9	N	wahre
4	Chatterton	1.5	2.1	3.8	6.0	8.3	10.1	13.0	16.0	18.3	21.2	B	0.3+2.2 r
1	Scott	2.0	3.8	5.6	7.9	9.9	12.0	14.5	18.2	21.5	25.4	B	
IV.	Englische Küste (No. 11 mit dopp. Gew.)	1.4	2.7	4.6	6.9	9.2	11.5	14.3	17.8	21.2	25.1	—	—

Wir sehen aus dieser Tabelle, dass leider die neueste, auf dem umfangreichsten Material fussende Reihe von Curtis sowohl bezüglich der niedrigsten als der höchsten Grade einen extremen Standpunkt einnimmt. Der Mittelwerth von Stärke 8 ist nach Curtis grösser, als der von Stärke 9 im Durchschnitt aller Reihen. Der Unterschied ist besonders durch die bedeutende Erhöhung der Windgeschwindigkeiten bedingt, die sich bei der unveröffentlichten Neu-Ordnung der Scilly-Zahlen durch Herrn Curtis ergeben hat; ihre Grösse steht in einem noch unaufgeklärten Widerspruch mit der von ihm früher gefundenen Uebereinstimmung der Stunden- und der 10-Minuten-Werthe. So gross das von Curtis benutzte Material auch ist, so ist übrigens nicht zu vergessen, dass der grösste Theil desselben von einem einzigen Beobachter herrührt, und es leicht möglich ist, dass dieser in der Anwendung der Beaufort'schen Skala mit dem Durchschnitt der Beobachter nicht ganz übereinstimmt, obgleich er früherer Seemann ist; der oben angeführte Vergleich seiner Schätzungen mit jenen der Wärter auf dem 11² engl. Meile entfernten Leuchthurm ergibt indessen bei diesen ein noch stärkeres Ueberschätzen der schwachen Winde, wenn die Anemometerangaben richtig sind. Für das Letztere giebt die Sorgfalt Gewähr, mit welcher Hr. Curtis in dieser Richtung vorgegangen ist; immerhin ist zu beachten, dass die Konstanten des Robinson'schen Anemometers nicht selbstständig, sondern nur aus dem Vergleich mit dem Druckrohr-Anemometer bestimmt sind. Das Ergebnis desselben, das im Report of the Meteor. Council für 1896 mitgetheilt ist, ist ein recht auffallendes. Danach soll der Faktor, mit dem der Schalenweg zu multiplizieren ist, um den Windweg zu erhalten, bei Geschwindigkeiten zwischen 10 und 25 Meilen sehr nahe an 3 herankommen, und weiter nach oben zu langsam, nach unten zu rasch abnehmen (Diagramm a. a. O. S. 26). Das erstere ist normal, weil, nach englischem Brauch, keine Additions-Konstante für die Reibung berechnet ist; dagegen sollte man aus derselben Ursache den Faktor nach unten zu immer weiter wachsen sehen und ist es ganz unverständlich, dass das Schalenkreuz für jeden Meter Windweg sich um so mehr bewegen soll, je mehr der Wind sich der Stille nähert. Sollte nicht doch ein Versehen bei der vorhergehenden Bestimmung der Konstanten des Druckrohr-Anemometers zu Grunde liegen? Auf jeden Fall darf die Uebereinstimmung der beiden Anemometer zu Scilly nicht als Beweis gelten, da die beiden Zahlenreihen nicht von einander unabhängig sind.

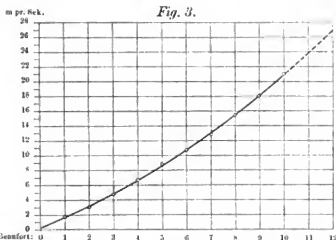
Die übrigen abweichenden Reihen sind von geringerem Gewicht: bei der von Chatterton ist vielleicht ebenfalls ungenügende Berücksichtigung der Reibung die Ursache; die Vergleichsreihe von Waldo ist sehr kurz; diejenige von Scott beruht auf den Anemometerangaben von Holyhead und Yarmouth, an welchen beiden Stellen nach Curtis die Anemometer bei gewissen Richtungen künstlich verstärkten Wind bekommen.

Die Reihe von Meyer bezieht sich auf nur einen Beobachter und ein allzu geschützt stehendes Anemometer; jene von Mohn mag dadurch etwas beeinflusst sein, dass die Schätzung nicht nach 12-theiliger, sondern nach 6-theiliger Skala erfolgte.

Bei den Vergleichsreihen vom Ozean sind die Schätzungen alle deutschen Ursprungs, da auch jene der Waldo'schen Reihe auf einem Bremer Lloydampfer durch dessen Offiziere gewonnen sind. So unwahrscheinlich es ist, dass in der Anwendung der „Beaufort-Skala“ nationale Verschiedenheiten bestehen, so wird man doch mit seinem Urtheil zurückhalten müssen, bis vom Ozean ein ähnlich grosses Material, wie jetzt von deutschen Seeleuten vorliegt, für die Schätzungen auf englischen Schiffen gewonnen sein wird, was hoffentlich bald der Fall sein wird. Die viel näher liegende Erwartung, dass die Schätzungen auf See etwas niedriger ausfallen, als an Land, findet in der Tabelle keine Stütze; denn die Mittel der Reihe „Ocean“ fallen mit der Reihe „Deutsche Küste“ fast völlig zusammen, während England von Stärke 6 an abweichende Werthe er giebt. Freilich ist auch zu beachten, dass die geringen Geschwindigkeiten bei den höheren Windstärken auf dem Ozean fast gänzlich von einem und demselben Handanemometer stammen, dessen Konstanten zwar nachträglich bestimmt sind, dessen Oelungs-Zustand aber uns unbekannt und in den letzten Monaten der Gazelle-Reise offenbar ungenügend war. Denn die (in meiner Zusammenstellung ausgeschlossenen) Beobachtungen nach dem 1. Januar 1876 ergaben z. B. für 5–6 Beaufort nur 7.5, für 7–8 Beaufort nur 9.5 wahre Windgeschwindigkeit, wenn man, ebenso wie oben, nur die beim Winde und auf stillliegendem Schiff angestellten Messungen berücksichtigt. Das ist für Stärke 5–6 (22 Beob.) etwa 1.3, für 7–8 (8 Beob.) sogar 3.3 m. pr. Sek. weniger, als die Aufzeichnungen vor diesem Termin ergeben.

Bei den zahlreichen persönlichen, instrumentellen und methodischen Fehlerquellen, mit denen alle diese Vergleiche behaftet sind, bleibt nichts Anderes übrig, als nach deren thunlichster Elimination die wahrscheinlichsten Normalwerthe unter Benützung aller Beobachtungen durch Mittelung abzuleiten. Geben wir den vier Mitteln I bis IV der letzten Tabelle gleiches Gewicht, so ergibt sich der folgende allgemeine Mittelwerth der bis jetzt vorliegenden Vergleiche:

Beaufort-Grade:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Meter pro Sekunde:	1.7	3.1	4.8	6.7	8.8	10.7	12.9	15.4	18.0	21.0



Auf Fig. 3 sind diese Werthe graphisch dargestellt und findet sich mittels eines passend gewählten Kurvenlineals die Kurve über den Raum der Beobachtungen hinaus versuchsweise verlängert. Wir wollen indessen suchen, auch für die Windstärken oberhalb 10 Beaufort eine Erfahrungs-Grundlage zu gewinnen. Das Material reicht bei diesen zu einem Vergleich zwischen Schätzungen und Messungen nicht aus; der Zufall würde dabei eine zu grosse Rolle spielen. Wir müssen uns also nach festeren Merkmalen umsehen und finden ein solches darin, dass der Stärkegrad 12 für Stürme mit zerstörenden Wirkungen reservirt sein soll, denen auch solche Objekte erliegen, die nach gewöhnlicher Voraussicht noch Jahrzehnte hätten

ausdauern sollen: bei denen also zahlreiche starke Bäume gebrochen werden, Dächer oder ganze Häuser trotz solider Bauart demolirt werden u. s. w. Da nun jede der Stufen selbstverständlich bis zur Mitte des Abstands von der nächsten gelten muss, so müssen bei $11\frac{1}{2}$ diese Wirkungen beginnen; wir wollen also nach dem Vorgang von Herrn Knipping*) versuchen, diese Stärkestufe zu bestimmen. Für eine genauere Unterscheidung innerhalb der Stufe 12 bietet sich genug Gelegenheit durch Worte und Beschreibung der Wirkungen; Messungen sind natürlich höchst werthvoll, ein Bedürfniss nach ziffermässiger Bezeichnung durch Schätzung liegt aber in diesem Falle nicht vor.

*) Knipping: Beaufort's Windstärke-Skala in Metermaass, hauptsächlich nach dem „Gazelle“-Werk. Ann. der Hydr. u. Mar. Met. 1894, S. 60.

Möge denn hier eine kleine Zusammenstellung der grössten gemessenen Windgeschwindigkeiten in einer Anzahl von Stürmen Platz finden, die durch ihre Verwüstungen gezeigt haben, dass sie die Stärke $11\frac{1}{2}$ jedenfalls zeitweise erreicht und überschritten haben. Ich setze, der Orientierung wegen, neben die wirklichen Windgeschwindigkeiten (m pr. Sek.) in Klammern die unkorrigirten Angaben der betreffenden Anemometer, wie sie veröffentlicht sind:

Deutsche Küste. Am 12. Febr. 1894 in Hamburg, Wilhelmshaven, Kiel und Wnstrow: Stundenmittel (32) 25 bis (36) 28, in Stössen gemessen in Hamburg (40) 30 bis (44) 32 m pr. Sek., allerstärkste wohl noch mehr.

Am 11. Dezember 1891 in Borkum, Wilhelmshaven, Hamburg und Wustrow: Stundenmittel zwischen (30) 23 und (34) 26 m pr. Sek. In Stössen gemessen in Hamburg (39) 29, geschätzt (40) 30 bis (42) 32 m pr. Sek.

1876–1890 höchste stündliche Werthe in Wilhelmshaven, Hamburg, Kiel und Wustrow (31) 24, in Borkum [41 m hoch] (34) 26 m pr. Sek.

Wien. Am 10. März 1881 (29.5) 27, am 10. Dezember 1884 (30.0) 27.5. Vgl. Hann in Met. Z. 1894, S. 156; Kew-Anemometer, also Konst. = 2.2.

England. Von Harding sind zwei Zusammenstellungen in Quart. Met. Soc. Journ. 1894, S. 51 und 1895, S. 97 gegeben, durchweg nach der alten Instrumentalkonstante 3. Für Scilly ist diese Konstante auch fast so gross (2.9 nach Curtis), für alle übrigen unten genannten Stationen nehme ich Kew-Anemometer mit Konstante 2.2 an. Stündliche Windgeschwindigkeiten über 26 m pr. Sek. haben sich nach diesen Angaben in folgenden Fällen ergeben:

Am 27. Febr. 1869 in	Sandwick (81 miles)	=	(36) 27 m pr. Sek.
" 15. Jan. 1871 "	Valencia (81 ")	=	(36) 27 " " "
" 20. Febr. 1877 "	Holyhead (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 16. Nov. 1877 "	Sandwick (83 ")	=	(37) 27 " " "
" 21. Nov. 1881 "	Valencia (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 6. Jan. 1882 "	Sandwick (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 20. Jan. 1884 "	" " (88 ")	=	(39) 29 " " "
" 21. Febr. 1885 "	" " (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 3. Dez. 1885 "	Valencia (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 15. Okt. 1886 "	Scilly (78 ")	=	(35) 34 " " "
" 20. Mai 1887 "	Fleetwood (91 ")	=	(41) 30 " " "
" 8. Febr. 1889 "	" " (86 ")	=	(38) 28 " " "
" 7. Okt. 1889 "	" " (85 ")	=	(38) 28 " " "
" 16. Okt. 1890 "	" " (82 ")	=	(37) 27 " " "
" 7. Nov. 1890 "	" " (87 ")	=	(39) 29 " " "
" 11. Dez. 1891 "	" " (90 ")	=	(40) 30 " " "
" 17. Nov. 1893 "	Orkney (96 ")	=	(43) 31 " " "
" 18. Nov. 1893	} Fleetwood (87 ") = (39) 29 " " "		
		} Holyhead (89 ") = (40) 29 " " "	
" 22. Dez. 1894	} Orkney (83 ") = (37) 27 " " "		
		} Liverpool (89 ") = (40) 29 " " "	
	} Fleetwood (107 ") = (48) 35 " " "		

Aden. Am 3. Juni 1885 (49) 36 m pr. Sek., „beinahe eine Stunde lang.“

Mauritius. Am 29. April 1892, Kew-Anemometer, in Böen (121 miles) = (54 m) = 40 m pr. Sek.

Manila. Am 20. Oktober 1882 $\frac{1}{4}$ Stunde lang 54 m, also wenn Kew-An. ebenfalls 40 m pr. Sek.

Habana. Am 6. September 1888 in den Böen (42) bis (45), also wenn Kew-An. 31 bis 33 m pr. Sek.

Berücksichtigen wir die Verwüstungen, die manche von den angeführten europäischen Stürmen, wie jener vom 12. Februar 1894 in NW-Deutschland und die vom 18. November 1893 und vom 21./22. Dezbr. 1894 in England an Bäumen und Gebäuden angerichtet haben und durch die sie ihre Spur für Jahrzehnte hinterlassen haben, so dürfen wir das Mittel der obigen Angaben aus Europa, 28 m pr. Sek., getrost als die Wind-

geschwindigkeit ansehen, die der stürmischsten Stunde solcher Stürme im Mittel zukommt, deren Böen $11\frac{1}{2}$ Beaufort erreichen und überschreiten. Wie weit die Windgeschwindigkeit in kürzeren Zeiträumen darüber hinausgeht, davon lässt sich leider nur wenig sagen. In Hamburg ist sie am 12. Februar 1894 bis zu 32 m pr. Sek. korrig. gemessen worden, in Holyhead am 22. Dezember 1894 bis zu 49 m pr. Sek. Das letztere ist jedenfalls eine so grosse Ausnahme, dass wir diese Stärke ruhig als volle 12 Beaufort taxiren dürfen. Ebendahin gehören aber auch die in kurzen Zeiträumen zu Mauritius und Manila gemessenen Geschwindigkeiten von 40 m pr. Sek. nach ihren Wirkungen ohne jeden Widerspruch. Wir müssen also den Geschwindigkeitswerth von $11\frac{1}{2}$ Beaufort etwas oberhalb 30 m pr. Sek. suchen. Die Kurve der Fig. 3 ergiebt nur $25\frac{1}{2}$ m pr. Sek.; wir dürfen aber garnicht erwarten, dass die Reihe unbewusster Ueberlegungen, welche einer Schätzungsskala aus der eigenen Erfahrung heraus zu Grunde gelegt wird, auch dort eine Kontinuität des Resultats liefert, wo diese Erfahrung für die meisten Menschen nicht mehr vorhanden ist. Jedenfalls darf man dagegen kein Bedenken legen, dass der Stufe 12 ein unvergleichlich grösserer Spielraum in Bezug auf Windgeschwindigkeit eingeräumt werde, als allen andern Stufen — ist sie doch nach oben hin einfach unbegrenzt.

Die Grenzen der Beaufort'schen Stärkestufen ergeben sich aus allem Obigen für die Stärken 0 bis 5 genügend verlässlich; oberhalb 5 ist dies leider nicht der Fall. Die mittleren Grenzen und die über dieselben hinausgehenden Reihen stellen sich wie folgt:

Beaufort-Grad:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Grenzen in m pr. Sek.:	0—1	1—2	2—4	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14	14—17	17—20	20—25	23—30	>30
Jenseits	über	? Waldo					 Curtis und Scott			? ?	
derselben	unter	?				 Waldo				? ?	
		?						Gazelle				? ?	
		?						Elisabeth und Keitum				? ?	

Von der Stufe 6 an ist der Widerspruch zwischen den englischen Reihen und den deutschen, namentlich der grossen Gazelle-Reihe, so bedeutend, dass wir die Frage nicht als abgeschlossen betrachten dürfen, bis dieser Widerspruch hinreichend geklärt ist. In der That ist eine wahre Windgeschwindigkeit von 16 m pr. Sek. nach den Reihen von Waldo und Curtis nur als 7, nach jenen von Chatterton und Mohr als 8, nach denen von der Gazelle, Elisabeth und der deutschen Küste schon als 9 Beaufort zu schätzen.

Da die durchschnittliche Unsicherheit einer Stärkeschätzung der Beaufort'schen Skala einen Grad derselben nach allen Erfahrungen nicht wesentlich übersteigt, so sind solche Schätzungen für synoptische Karten sehr brauchbar. In der That kann man auf den Wetterkarten, besonders auf dem Ozean, oft ganze Gruppen benachbarter Beobachtungen finden, in denen die gleichzeitigen Windstärken nur zwischen 5 und 7, oder 7 bis 9 und dergl. schwanken und sich auf weitere Entfernungen regelmässig ändern. Vollkommen brauchbar sind solche Schätzungen auch dort, wo es sich, wie bei der Ableitung von Mittelwerthen für bestimmte Raumbabschnitte des Ozeans, um die Vergleichung der Durchschnitte aus den Schätzungen sehr vieler verschiedener Beobachter handelt, die zudem noch in den verglichenen Raumbabschnitten theilweise dieselben sind. Die Mängel, mit denen man in der Bestimmung der mittleren Windstärke für die einzelnen Meerestheile zu kämpfen hat, liegen deshalb nicht in der verschiedenen Schätzungsweise der Beobachter, sondern sie fangen dort an, wo alle Beobachter in derselben Richtung, mehr oder weniger, beeinflusst sich zeigen; so bei der Fahrt vor dem Winde, wo zu niedrig geschätzt wird (vgl. Ann. d. Hydr., 1897, S. 331), ebenso bei Stillen oder Stürmen, durch die das Segelschiff zu lange im betr. Meerestheil aufgehalten und der Mittelwerth infolge dessen beeinflusst wird; es ist ja klar, dass gute Segelwinde, die das Schiff schnell durch den betreffenden Meerestheil hindurchführen, in den Beobachtungen von Schiffen in Fahrt viel weniger Zeit einnehmen werden, als in denen einer festen Station des gleichen Raumes, während Stürme, die zum Beidrehen zwingen, oder Stillen das Schiff dem festen Punkt ähnlich machen. In den Mittelwerthen der Windstärke heben sich diese Einflüsse aber theilweise auf, theils lassen sie sich auch korrigiren; wir können daher die Karten der mittleren Windstärke für die Ozeane dort, wo sie auf einem nicht gar zu spärlichen Material beruhen, als genügend genau betrachten.

Auch die tägliche und jährliche Periode der Windstärke, die Aufeinanderfolge der verschiedenen Windstärken, u. s. w. lassen sich ganz wohl an Stärke-Schätzungen untersuchen.

Dagegen gilt dies nicht für die Unterschiede der mittleren Windstärke oder auch der Häufigkeit bestimmter Stärkegrade zwischen verschiedenen festen Stationen. Denn wenn die eine Station als mittlere Windstärke 2.0, die andere 4.0 ergibt, so kann doch sehr wohl an beiden Stationen der Wind dieselbe mittlere Stärke 3.0 haben und der eine Beobachter durchweg um 1 Grad zu hoch, der andre um 1 Grad zu niedrig schätzen. Auch die Vereinigung einiger weniger Stationen zu einer Gruppe eliminiert diesen Fehler noch nicht, dazu ist er zu gross; besonders dann nicht, wenn diese Vereinigung eben auf Grund der gleichen mittleren Windstärken geschieht. Noch grösseren Einfluss gewinnt der persönliche Fehler, wenn man statt der mittleren Stärke die Zahl der „stürmischen Winde“ von einer gewissen Schwelle, z. B. 8 Beaufort an ermitteln will. Um dies einzusehen, muss man nur beachten, wie rasch die Häufigkeit der höheren Stärkestufen nach oben hin abnimmt.*) Beispielsweise fand Dr. H. Meyer in Keitum nach fünfjährigen Summen die Zahl der Winde verschiedener Stärkegrade wie folgt:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
165	1194	1129	1283	834	506	210	100	32	12	1	0	0

Hätte also ein Beobachter die hier als 7 notirten Winde als 8 geschätzt, so würde er — statt 45 — volle 145 Beobachtungen mit „stürmischem Wind“ (≥ 8), also $3\frac{1}{2}$ mal mehr erhalten haben, obwohl er die Windstärke dabei nur um etwa $\frac{1}{7}$ ihrer Grösse überschätzt hätte.

Um diese persönlichen Einflüsse an einem bestimmten Beispiele zu prüfen, habe ich die Stationen Neufahrwasser und Hela daraufhin untersucht. In Neufahrwasser wurde von 1875 bis zum 1. Dezember 1894 die Normalbeobachtungsstation der Seewarte durch Hrn. Obersteuermann a. D. Lothes versehen, von da ab durch Hrn. Obersteuermann a. D. Benkendorf. Gleichzeitig wird die Windstärke aber, in der Nähe jener Station und in ähnlichen Bedingungen, auch auf der Signalstelle Neufahrwasser aufgezeichnet, und zwar vom 1. Juli 1889 bis zum heutigen Tage von Hrn. Leuchtfeuerwärter Weiss, der bis zum 1. März 1890 in Hela die Signalstelle versehen hatte und seitdem dort durch den Leuchtfeuerwärter Hrn. Kamrath ersetzt ist. Würden in der Schätzungsweise eines und desselben Beobachters keine Aenderungen mit der Zeit vor sich gehen, so hätten wir also durch die Aufzeichnungen des Herrn Weiss die Grundlage, um sowohl die persönlichen Unterschiede zwischen den übrigen drei Beobachtern, als die räumlichen zwischen Hela und Neufahrwasser präzise festzustellen. Das ist nun freilich, wie wir sehen werden, nicht ganz der Fall, aber das Resultat der Vergleichen ist auch so lehrreich genug.

Wir wollen je 4 Jahrgänge vor und nach dem Wechsel des Beobachters in Neufahrwasser, 1890—1893 und 1895—1898 vergleichen und zwei ältere Jahrgänge, 1878 und 1879 hinzufügen, wo Herr Weiss noch in Hela war. Dabei wollen wir drei Gruppen ungewöhnlicher Windstärken unterscheiden, nämlich die Beaufort-Grade 0—1, 6—7 und 8—12. Es ergibt sich, zuerst nach kälterer Jahreszeit (Oktober bis März) und wärmerer Jahreszeit (April bis Sept.) getrennt und dann für das ganze Jahr, die folgende Zahl von Beobachtungen mit diesen Windstärken: (Siehe Tabelle Seite 20).

Wir wollen zunächst nur die Windstärken 8 und darüber ins Auge fassen. Da sehen wir, dass der gegenwärtige Beobachter der Beobachtungsstation Neufahrwasser in vier Jahren fast 7 mal öfter solche Stärken aufgezeichnet hat, als der frühere in derselben Zeit. Es fragt sich, wie viel von diesem Unterschied an der Differenz der Jahrgänge liegt? Die Beobachtungen von Kamrath in Hela ergeben für diese Differenz nur den Werth von etwas über 8%; diejenigen von Weiss auf der Signalstelle Neufahrwasser allerdings viel mehr, etwa 200%. Es scheint also, dass die Notirungen des Letzteren nicht unbeeinflusst geblieben sind von der Auffassung des gleichzeitigen Beobachters der Normal-Beobachtungsstation, was bei zwei Beobachtern desselben Ressorts am gleichen Ort sehr natürlich ist. Immerhin ist er dem Wechsel dieser Auffassungen keineswegs ganz gefolgt, und wir sehen, dass er 1890—1893 9 Beobachtungen „stürmischen Windes“ mehr als Lothes, dagegen 1895—1898 43 Beobachtungen weniger als Benkendorf aufgezeichnet

*) Ueber das Gesetz, nach dem sich die Häufigkeit der verschiedenen Windgeschwindigkeiten ordnet, hat Hr. Sresnewskij eine Untersuchung angestellt (in russ. Spr., Zapiski po Gidrografi, 1889, Lief. 2). Er findet es sehr ähnlich dem Maxwell'schen Gesetze der Geschwindigkeits-Vertheilung unter Gasmolekülen.

hat, oder aber L. 1.45 mal seltener, B. 1.47 mal öfter, als gleichzeitig Weiss. Will man also die Aufzeichnungen von L. mit jenen von B. vergleichbar machen, so muss man sie nach dem Vergleich mit Weiss mit 2.1, nach jenen mit Kamrath (Hela) sogar mit 6.2 multiplizieren.

Windstärken:		1895—1898*)			1890—1893			1878—1879		
		0—1	6—7	8—12	0—1	6—7	8—12	0—1	6—7	8—12
Hela	Weiss	k. J.	—	—	—	—	—	95	305	158
		w. J.	—	—	—	—	—	154	215	65
	Kamrath	k. J.	194	327	161	223	278	151	—	—
		w. J.	319	183	56	349	176	49	—	—
Neufahrwasser	Weiss	k. J.	541	210	78	799	81	28	—	—
		w. J.	593	132	13	837	45	1	—	—
	Lothes	k. J.	—	—	—	905	64	20	271	52
		w. J.	—	—	—	917	28	0	269	20
	Benken- dorf	k. J.	815	169	105	—	—	—	—	—
		w. J.	900	120	29	—	—	—	—	—
Jahr:										
Hela	Weiss	—	—	—	—	—	—	249	520	225
	Kamrath	513	510	217	572	454	200	—	—	—
Neufahr- wasser	Weiss	1134	342	91	1636	126	29	—	—	—
	Lothes Benkendorf	—	—	—	1822	92	20	540	72	14
		1715	289	134	—	—	—	—	—	—

Dass das so ausserordentlich frei gelegene Hela mehr stürmische Winde hat, als Neufahrwasser, ist begreiflich. Will man nicht eine exorbitante Aenderung in der Schätzungsweise des Herrn Weiss annehmen, so muss sogar dieser Unterschied noch grösser sein, als er sich aus den Beobachtungen von 1890—1898 ergibt. Denn in zwei Jahren, 1878—1879, hat Weiss in Hela 223 mal Stärken von 8 und darüber aufgezeichnet, Lothes gleichzeitig in Neufahrwasser bloss 14, also ersterer 16 mal mehr, während 1890—1893 Kamrath deren nur 10 mal mehr aufgezeichnete, als Lothes. Die Aufzeichnungen von Weiss in Hela zeigen indessen auch darin eine Abweichung von seinen späteren, als sehr häufig die Stärke als 5—6, 7—8 u. s. w. angegeben ist. Solche Notirungen habe ich abwechselnd der einen und der andern Stufe zugeschlagen.

Für alle drei Stärkegruppen ergibt sich das Verhältniss der Jahre 1890—93 zu 1895—1898 so:

Windstärken:	0—1	6—7	8—12
nach Weiss wie	1 : 0.69	1 : 2.71	1 : 3.14
nach Kamrath wie	1 : 0.90	1 : 1.12	1 : 1.09;
daraus berechnet sich die Anzahl, die Lothes 1895—1898 notirt haben würde			
nach Weiss zu	1257	249	63
nach Kamrath zu	1640	103	22

Es ergibt sich also, dass Herr Benkendorf zwar viel mehr stürmische Winde, aber auch mehr Stillen (1715 in diesen 4 Jahren) aufzeichnet, als unter gleichen Umständen die Herren Lothes und Weiss thun, und wir lernen damit einen weiteren charakteristischen persönlichen Unterschied zwischen Beobachtern kennen, der bei den Schätzungen der Windstärke oft hervortritt; der Eine bevorzugt unbewusst die extremen, der Andere die mittleren Notirungen, die Skala des Ersteren schreitet in den mittleren Lagen schneller fort, als die des Letzteren.

Ebenso grosse persönliche Unterschiede in der Schätzung der Windstärke, wie wir sie eben gefunden haben, kommen sicherlich auch sonst häufig vor. Wenn wir z. B. in den Beobachtungen der Jahre 1878—1879 an benachbarten und ähnlich gelegenen Signalstellen so grosse Unterschiede in der Anzahl der Winde > 8 Beaufort finden, wie Nesserland 36, Norderney 4 $\frac{1}{2}$, Carolinensiel 37, oder Warnemünde 39, Wustrow 7 $\frac{1}{2}$,

*) Dezember 1894 bis November 1898.

Darsscrort 44, Wittower Posthaus 177, so ist es sehr wahrscheinlich, dass ein beträchtlicher Theil derselben persönlichen Unterschieden im Schätzen zuzuschreiben ist. Diese Unterschiede werden zwar grossentheils zufällig sein, zum Theil aber nicht. Da bei der Bildung des inneren Maassstabes für die Schätzung die bisherige Erfahrung des Beobachters leitend ist, so muss man erwarten, dass Beobachter, die einen Theil ihres Lebens auf hoher See und in den Winterstürmen des Nordatlantischen Ozeans verbracht haben, durchschnittlich die Windstärke niedriger zu schätzen geneigt sind, als solche, die stets im Binnenlande gelebt haben. Jeder Besuch der Seeküste zeigt, dass der Wind auf dem Wasser in der Regel stärker ist, als auf dem Lande. Ein Vergleich der absoluten Grössen der mittleren Windstärke oder gar der Sturmhäufigkeit verschiedener Stationen oder Stationsgruppen ausschliesslich nach Schätzungen kann also der Natur der Sache nach zu keinerlei verlässlichen Ergebnissen führen, so brauchbar auch die Schätzungen zu anderen Zwecken sind.

Zum Schluss möchte ich noch die Frage nach der Zweckmässigkeit der Beaufort'schen Skala und nach der Art ihrer Anwendung berühren. Ich glaube, nach meiner eigenen Erfahrung, dass die Bemerkungen, die zwei gewiegte Seeleute in der Diskussion über die letzte Arbeit von Curtis machten, sehr richtig sind (Quart. Journ. R. Met. Soc., 1897, S. 60).

Kapt. A. Carpenter sagte, dass selbst in seinen jungen Tagen, die er überwiegend auf Kriegsschiffen unter Segel zugebracht hat, man nie die Schätzung der Windstärke auf die Fahrt des Schiffes gründete, so sehr hatte die Bauart seit 1805 sich bereits verändert. „Thatsächlich lernen die jüngeren Offiziere von den älteren, erfahrenen, wie der Wind sich an ihrem Gesicht und an der Oberfläche des Meeres fühlbar machen muss, um eine bestimmte Stärke der Beaufort's-Skala notiren zu lassen. Zum Beispiel zeigen sich bei zunehmendem Winde kleine weisse Schäumen auf den Wellen, wenn die Stärke 4 erreicht ist, u. s. w.“

Admiral J. P. Maclear äusserte sich in ähnlichem Sinne über die Werthlosigkeit der Beaufort'schen Definitionen in unserem Zeitalter des Dampfes und fügte hinzu: „Es ist notwendig, irgend eine Schätzungsskala für die Mehrheit der Beobachter zu haben, da nur wenige von ihnen Anemometer haben können; ich möchte daher die Beaufort-Skala als die am besten bekannte beibehalten mit der Reihe der Ausdrücke von „leiser Zug“ an bis „Orkan“, aber an Stelle der Bezugnahme auf Segel und die Fahrt eines Schiffes möchte ich die Äquivalente in Windgeschwindigkeit einsetzen.“

Unzweifelhaft ist von den übrigen Schätzungsskalen der Windstärke keine einzige auch nur entfernt so verbreitet und so gut untersucht, wie die Beaufort'sche. Der Vorzug, den man in manchen Ländern der 10-theiligen giebt, beruht auf einer falschen Analogie mit andern Aufgaben, wo das Decimalsystem sich von ausserordentlichem Werthe erwiesen hat. Hier, wo keine Gliederung nach höheren und niedrigeren Einheiten in Betracht kommt, ist es ganz gleichgültig, ob 10, 7 oder 12 Stufen unterschieden werden.

Anders dagegen steht es mit dem Vorschlag, statt nach willkürlichen Stufen nach Metern pro Sekunde zu schätzen. Dieser Vorschlag böte sicherlich grosse Vortheile, allein es ist zu fürchten, dass, wenn er schon jetzt durchgeführt würde, seine Nachteile, durch die Verwirrung, die er erzeugen würde, doch noch grösser wären, als seine Vortheile. Das mühsam errungene bedeutende Maass von Uebereinstimmung und Sielherheit, das die heutigen Stärkeschätzungen besitzen, würde aufgegeben werden zu Gunsten eines theoretisch zwar besseren, praktisch aber vielleicht höchst unbefriedigenden Zustandes. Wir müssen daher wünschen, dass vorläufig die Beaufort-Skala überall dort, wo sie im Gebraueh ist, erhalten und thunlichst scharf präzirt werde und dass nur an Stelle der übrigen Stärkeskalen, die neben der Stufe 0 noch 10, 7 oder 6 Stufen umfassen, thunlichst überall entweder die Beaufort-Skala oder die geschätzte Windgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde trete. Dann mag sich später zeigen, welche von diesen alleinigen zwei Skalen die grössere Lebenskraft besitzt und die andere verdrängt.

Das Bedenken, welches man gegen die Skala 0–12 aus dem Umstande herleiten könnte, dass sie der Windgeschwindigkeit nicht proportional ist, wiegt nicht schwer. Denn innerhalb der häufiger vorkommenden Werthe 1–6 ist die Abweichung von der Proportionalität so gering, dass auch die Monatsmittel der geschätzten Stärke unbedenklich mit der Windgeschwindigkeit so weit in Beziehung gesetzt werden können, als die Genauigkeit der Schätzungen dies überhaupt gestattet.

QC 801	Hamburg
.H3	Deutsche
vol. 21	Steuerte
1898	1182189
dummy JAN 10 1949	
S5-350	
STORAGE	

QC 801

1182189

.H3
vol. 21
1898

Return to

READING ROOM
INSTITUTE OF METEOROLOGY
UNIVERSITY OF CHICAGO

UNIVERSITY OF CHICAGO



104 843 752